

а 62
34446 V
а 78832

Н. А. КАЛАШНИКОВ
ИССЛЕДОВАНИЕ
ЗУБЧАТЫХ
ПЕРЕДАЧ

МАШГИЗ
1943

Н. А. КАЛАШНИКОВ

Депозитарий



ИССЛЕДОВАНИЕ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

ЧАСТЬ I

ТОЧНОСТЬ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС
И ЕЕ ПОВЕРКА

УЧЕТНЫЙ
1305409

РЕСПУБЛИКАНСКАЯ
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ
БИБЛИОТЕКА

НКТП • СССР

ГОСУДАРСТВЕННОЕ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МАШИНОСТРОИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Москва

1941

Ленинград



В настоящей работе излагаются вопросы точности зубчатых колес. Для технологии изготовления зубчатых колес разрешение этих вопросов будет иметь исключительно важное значение, поскольку к зубчатым зацеплениям предъявляются сейчас чрезвычайно жесткие требования в отношении взаимозаменяемости, точности пригонки и точности работы их во всевозможных машинных агрегатах.

Книга предназначена для научных работников, конструкторов и производственников.

Редактор *Ц. М. Вол.*

Подп. к печати 20/XII 1940 г. Тираж 1.500. Печ. л. 29+4 экз. Тип. зн. в 1 печати. л. 101 000. Формат бумаги 60 X 92¹/₁₆. Л 79504. Учетн. изд. листов 34,71, Зак. № 3428. Цена в переплете 23 р. без переплета 20 р. 50 к.

1-я тип. Издгиза НКТП. Ленинград, ул. Моисеенко, 10.

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
Предисловие	6

Глава I

Основные сведения из теории зацепления

§	1. Общие положения	7
§	2. Циклоидальное зацепление	13
§	3. Эвольвентное зацепление	14
§	4. Условия правильного сопряжения шестерен	23
§	5. Подрезание зубьев и исправление (корректирование) зацепления	26
§	6. Удельное скольжение, удельное давление и степень перекрытия в эвольвентных зубчатых колесах. Заострение зубьев	32
§	7. Косозубые колеса. Конические передачи (40)	36

Глава II

Общие основы измерительной техники

§	1. Некоторые основы математической метрологии	43
§	2. Интерференция света	45
§	3. Интерференционные методы измерения и система эталонных плиток	50
§	4. Интерференц-компаратор Кестерса-Цейсса и полихроматическое исследование длин	53
§	5. Штриховые меры и их сопоставление. Абсолютные и сравнительные измерения	58
§	6. Простейшие измерительные инструменты. Ноннус. Микрометр	62
§	7. Чувствительный рычаг	69
§	8. Концевые компараторы и мерительные станки	86
§	9. Измерение углов. Уровень	93
§	10. Некоторые специальные измерения. Поверка прямолинейности	101
§	11. Ошибки измерений; точностные характеристики приборов	113
§	12. Физиологические ошибки и их исключение. Мерительные и опорные наконечники	119

Глава III

Классификация ошибок зубчатых передач; методы и цели их проверки

§	1. Возможные ошибки зубчатой передачи и их классификация	124
§	2. Основные приемы проверки зубчатых колес	130
§	3. Цели проверки зубчатых колес и выбор контролируемых элементов	133

Глава IV

Основные параметры для сопоставления ошибок зубчатых колес

§ 1. Теоретическая и действующая ошибки профиля	135
§ 2. Сопоставление действующей и теоретической ошибок	140
§ 3. Условные ошибки (теоретическая и действующая) и истинный процесс	148
§ 4. Понятие о приведенной ошибке зацепления	155
§ 5. Сопоставление ошибок двух сопряженных профилей	159
§ 6. Применение полученных результатов к условиям, соответствующим реальной передаче	162
§ 7. Кинематические и динамические формы выявления приведенной действующей ошибки	165
§ 8. Применение теории приведенной действующей ошибки в вопросах точности и допусков	174
§ 9. Симметричные нормали	177
§ 10. О зазорах в эвольвентной передаче	181
§ 11. Переход от плоской задачи к пространственной	185
§ 12. Эксцентриситет зубчатых колес	—
§ 13. Несколько замечаний об эксцентриситете единичных профилей и его связи с ошибками толщины зуба	195

Глава V

Влияние технологических факторов на ошибки зубчатых передач

§ 1. Общие основы определения влияния отдельных факторов	200
§ 2. Влияние ошибок формы инструмента	207
§ 3. Функциональные схемы зуборезных станков, работающих по методу обката	212
§ 4. Влияние кинематики станка	221
§ 5. Влияние относительного положения элементов в обработке	233
§ 6. Биение	238
§ 7. Определение чистоты поверхности зуба	248

Глава VI

Допуски на зубчатые колеса

§ 1. Своеобразие допусков на зубчатые колеса по сравнению с допусками на гладкие изделия и т. п.	252
§ 2. Несколько специальных замечаний о косозубых колесах и допусках на них	258
§ 3. Обзор существующих систем допусков	263
§ 4. Формулы суммирования ошибок технологии и теоретическая база рациональной системы допусков. Система допусков Центрального бюро редукторостроения	264
§ 5. Допуски на конические зубчатые колеса	277

Глава VII

Измерение зубчатых колес

§ 1. Выбор измерительной базы и учет ее ошибок	279
§ 2. Проверка шага зубчатых колес	284
§ 3. Об „ошибках угла зацепления“ и связанных с этим понятием погрешностях	295

	Стр.
§ 4. Непосредственная поверка углового шага γ и другие угловые измерения зубчатых колес	301
§ 5. Поверка углового шага тригонометрическим путем	308
§ 6. Измерение толщины зубьев. Кромочный зубомер	314
§ 7. Тангенциальные зубомеры, их устройство, работа и поверка	321
§ 8. Форма и толщина косо́го зуба в нормальном сечении. Приведенное число зубьев. Постоянная хорда в косозубых колесах. Поверка полной высоты зуба	327
§ 9. Приборы для поверки профиля (эвольвентомеры)	332
§ 10. Некоторые замечания по исследованию эвольвентных профилей	351
§ 11. Измерение угла наклона зуба и прямолинейности контактной линии	375
§ 12. Измерение роликами. Радиальные измерения. Выбор зоны измерения	382
§ 13. Измерение зубьев по общей нормали (между параллелями)	392
§ 14. Комплексные измерения зубчатых колес	405
§ 15. Поверка конических зубчатых колес и колес внутреннего зацепления	414

Глава VIII

Поверка и юстировка зубомерных приборов

Приложения

Приложение I: Выдержки из ОСТ на мерительную аппаратуру	451
Приложение II: Таблицы переводные для углового шага	460
Приложение III: Таблица значений $\theta = \tan \alpha$	462
Приложение IV: Длина общей нормали	464

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящая работа, построенная в своей основной части почти исключительно на оригинальном материале автора, является первой попыткой трактовки вопросов точности зубчатых колес как небольшой, но единой новой научной дисциплины.

Дело в том, что существовавшая до сего времени теория зацепления рассматривала процессы работы лишь отвлеченных, проектируемых шестерен. Цель автора, преследуемая настоящей книгой, не только дать достаточно полную разработку мало еще исследованных вопросов измерения зубьев, но и восполнить тот теоретический пробел, который только что отмечен, а именно — создать теорию зацепления реальных шестерен, обладающих погрешностями. Только на подобной базе автор считает возможным прийти к принципиально правильной и рациональной методике измерения. Из такой установки автора вытекают и особенности изложения:

1) перенос центра тяжести на обобщенный анализ, из которого ряд конкретных решений вытекает как простые следствия;

2) сжатость изложения в описательной части, которая является не самодовлеющей, но лишь материалом для показа практических приложений исходных принципов.

Учитывая исключительную трудность и широту поставленной задачи, автор заранее предвидит неизбежность возможных промахов, и за всякие указания в этом направлении будет весьма благодарен, хотя практика и успела уже его убедить в принципиальной правильности выбранного им пути.

Углубление в исследование теоретических вопросов делает книгу естественно рассчитанной на читателя, одинаково свободно владеющего основами как общей теории зацепления, так и измерительного дела. Поскольку такое сочетание знаний является сравнительно редким, автор счел необходимым предпослать две вводных главы: I — по теории зацепления, II — по основам мерительной техники.

Книга закончена и сдана в конце 1937 г., в силу чего не отражает не только некоторых новейших справочных материалов, но и ряда последних работ автора по развитию и систематизации его „теории реальных зацеплений“. В этом отношении следует особенно отметить лишь слегка затронутые (гл. VII, § 12) „решетчатые диаграммы“, получившие в настоящее время значение самостоятельного метода исследования зубчатых передач.

За помощь в просмотре корректуры автор благодарит инженеров Б. А. Тайц, Л. А. Архангельского и Г. И. Ткачевского.

АВТОР

О п е ч а т к и

Стр.	Строка	Напечатано	Должно быть	По чьей вине
88		Фиг. 107 перевернуть		тип.
191		Подпись под фиг. 192 не читать		"
278	5 снизу	стандарта,	стандарта (табл. 13),	ред.
362	4 "	Хотя исследование	Хотя первое, как и в исследовании	"
Вкладка				
	Табл. 10, 1	$2 \frac{l_{ш}}{l_{ш}}$	$2 \frac{l_{ш}}{l_{шк}}$	авт.

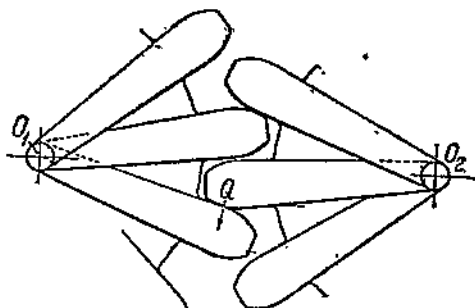
Глава I

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ЗАЦЕПЛЕНИЯ

§ 1. Общие положения

Каждый отдельный зуб зубчатого колеса представляет собой рычаг для передачи усилия на вал или от вала (фиг. 1).

При всякой рычажной передаче „действующая“, т. е. передаваемая от первого рычага второму, сила направлена по общей нормали к обоим соприкасающимся взаимодвиствующим („сопряженным“) профилям в точке их касания. Так как передача определяется соотношением действующих плеч, то для сохранения постоянства воспринимаемых ведомым колесом от ведущего угловых скоростей и вращающих моментов необходимо и достаточно, чтобы кратчайшие расстояния („плечи“); на которых действующая сила Q проходит от обоих центров вращения, сохраняли между собой во время работы постоянное соотношение (фиг. 2).



Фиг. 1.

$$\frac{a_k}{b_k} = \frac{O_1 N_k'}{O_2 N_k''} = \frac{O_1 P \cos \alpha_k}{O_2 P \cos \alpha_k} = \frac{O_1 P}{O_2 P} = \text{const}^1. \quad (1)$$

Таким образом действующая сила, или общая нормаль, по которой она направлена, должна пересекать линию центров $O_1 O_2$ в постоянной точке P , которой присваивается название полюса зацепления и которая делит $O_1 O_2$ в отношении действующих плеч. Окружности обоих колес, проходящие через полюс, т. е. с радиусами $r_1 = O_1 P$ и $r_2 = O_2 P$ называются начальными.

¹ k или x означает произвольный, но один и тот же для всей формулы индекс чертёжа (1, 2, 3...), т. е. является „обобщающим индексом“. В случае совместного применения двух обобщающих индексов: k и x , первый относится к величинам данным, второй — к искомым.

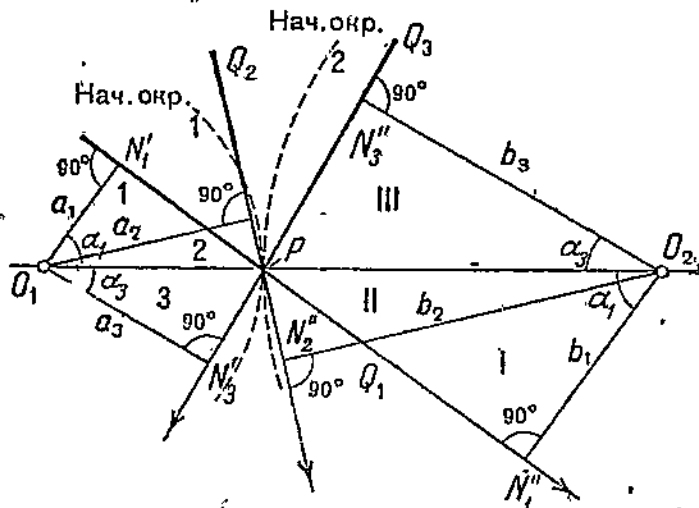
Так как скорости по общей нормали у соприкасающихся профилей не могут быть различными, то отношение угловых скоростей

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{v_{NP}/a_K}{v_{NP}/b_K} = \frac{b_K}{a_K} = \frac{O_2P}{O_1P}; \quad O_1P \cdot \omega_1 = O_2P \cdot \omega_2. \quad (2)$$

„Начальные“ окружные скорости (на радиусах r_1 и r_2) равны

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= r_1 \omega_1 = O_1P \cdot \omega_1, \\ v_2 &= r_2 \omega_2 = O_2P \cdot \omega_2 = O_1P \cdot \omega_1 = v_1, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

т. е. начальные окружности взаимно как бы „перекатываются“. В силу этого они до некоторой степени характеризуют кинематику передачи, почему и называются „начальными“.



Фиг. 2.

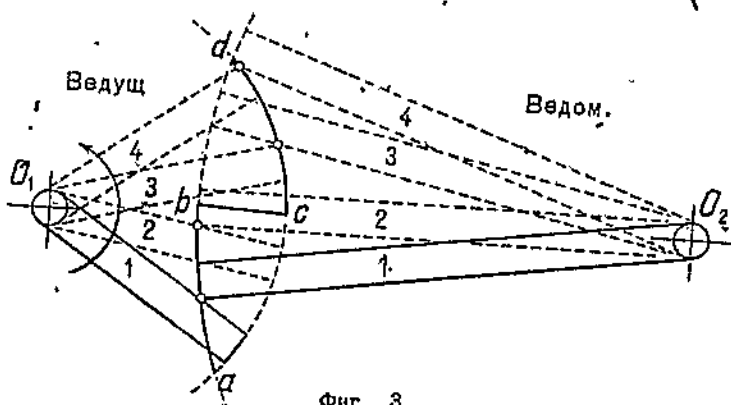
Для того чтобы связать угловые перемещения двух взаимодействующих рычагов или зубьев каким-либо заданным законом, в частности — приведенным условием взаимной пропорциональности поворотов, их профили нужно выполнять специальными, а, именно — „перекатывающимися“.

„Перекатывающимися“ называются рычаги, в которых в процессе работы точка, где происходит касание, перемещается непрерывно и одновременно (хотя и с разными скоростями) по рабочим профилям обоих сопряженных рычагов. Если во время передачи точка касания, хотя бы на мгновение, займет неизменное положение относительно тела любого из зубьев, рычаги перестают быть перекатывающимися, и правильность зацепления и передачи нарушается¹. Сказанное не исключает наряду с перекатыванием и наличия скольжения между сопряженными профилями, но здесь оно происходит одновременно с перекатыванием, в то время как в паре простых (скользящих) рычагов оба явления происходят в разное время. На фиг. 3, а изображена пара простых

¹ Пограничным случаем перекатывающегося и простого (скользящего) рычага является рычаг так называемого „точечного зацепления“ (см. далее).

(скользящих) рычагов в разных положениях (1, 2, 3, 4); на участках ab и cd их „линии зацепления“¹ — чистое скольжение, на bc — чистое перекатывание (мгновенное).

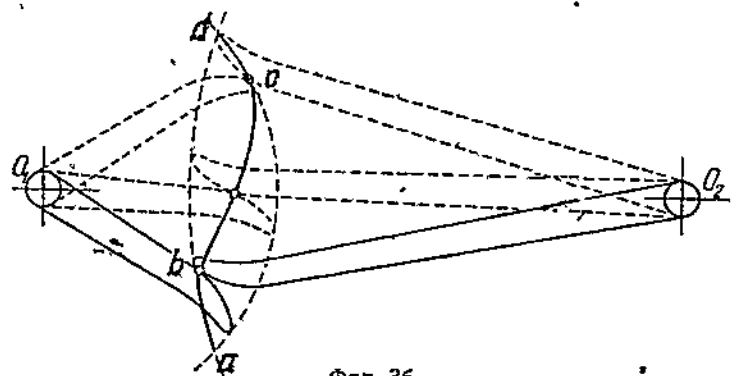
На фиг. 36 (перекатывающиеся рычаги) на участке bc имеют место одновременно качение и скольжение. На участках ab и cd рычаги ра-



Фиг. 3.

ботали бы как простые (чистое скольжение), поэтому данные участки должны быть исключены из работы, что выполняется в реальных передачах смежными парами зубьев („перекрытие“ зацепления).

Получить пропорциональность между угловыми перемещениями двух перекатывающихся рычагов можно различными способами. Практически это достигается проще всего выполнением профилей в виде так



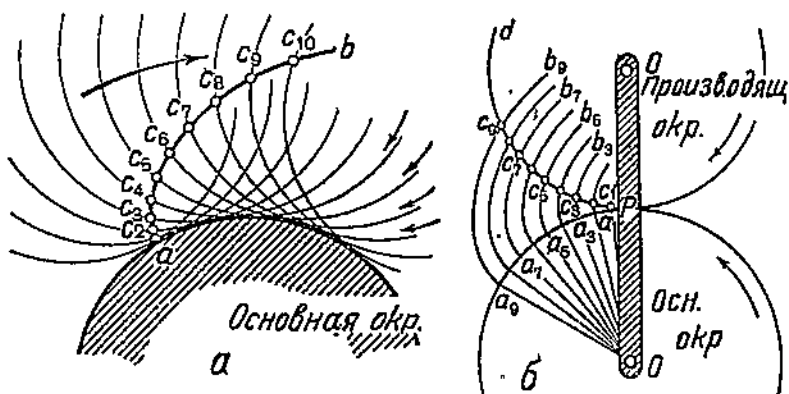
Фиг. 36.

называемых рулетт. Под рулеттой понимается линия, получаемая как след от движения произвольной постоянной точки, лежащей на кривой, перекатываемой без скольжения по другой неподвижной кривой². Эта последняя для круглых зубчатых колес (а их мы только и будем рас-

¹ Линией зацепления называется траектория точки касания профилей.

² В более общем случае постоянная точка, связанная с производящей кривой, может лежать и вне последней. С такими видами рулетт (удлиненными и укороченными) мы встретимся позднее в частном виде.

смаатривать) должна быть окружностью и называется основной окружностью (фиг. 4,а). Первой (обкатывающей) кривой, называемой „производящей“ (так как ей принадлежит образующая профиль точка c), сообщается обычно также постоянный радиус кривизны, т. е. она берется в виде прямой или круга. В первом случае (при перекатывании прямой) профиль получается вычерченным по „эвольвенте“, т. е. развертке окружности, а во втором, т. е. при качении одного круга по другому (фиг. 4,б) — по „эпициклоиде“ (или по гипоциклоиде, в зависимости от того, катится ли производящая окружность снаружи или внутри основного круга); ясно, что все эти кривые являются частными видами рулетт. Перекатывание прямой по кругу в геометрическом отношении ничем не отличается от сматывания с этого круга (или наматывания на него) нити, откуда „эвольвента“ и получила свое название¹.



Фиг. 4.

Обратив внимание на путь образующей профиль точки относительно плоскости неподвижно связанной с обоими центрами (т. е. и основного и производящего кругов), увидим, что она, оставаясь все время на „своей“ рулетке, перемещается только вдоль производящей² (фиг. 4,б).

Если мысленно материализовать как образующую точку c фиг. 4б, так (в виде профиля зуба) и ее след ab , то они окажутся неразрывно сопряженными между собою при взаимном перекатывании производящей и основной окружности, или, наоборот, взаимодействие первых обусловит перекатывание последних. Подобное зацепление профиля с „сопряженной“ точкой, этот профиль образовавшей, называется точечным. Если, далее, перекатывать ту же производящую по другой основной окружности, получим; очевидно, такое же явление. Наконец если пере-

¹ Evolvere — по-латыни — развертывать, разматывать. В дальнейшем, во избежание излишних сносок, слова, происхождение которых автор считает нужным объяснить, отмечаются лишь звездочкой, что означает, что по ним имеется специальное пояснение в конце книги.

² Для эвольвенты изложенное легко представить в натуре: узел, завязанный на нити, описывает эвольвенту при сматывании этой нити с неподвижной окружности (катушки), но перемещается только вдоль самого направления нити, если позволить катушке свободно вращаться.

катывать одну и ту же производящую 1 (фиг. 5) сразу по двум окружностям 2 и 3, то образующая точка окажется сопряженной одновременно с двумя профилями (образованными как ее следы), а все три окружности (поскольку для примера производящая взята также окружностью) будут перекатываться, т. е. иметь равные окружные скорости.

Таким образом два профиля, образованные общей точкой, обеспечивают взаимное перекатывание основных окружностей, причем точка зацепления профилей остается на производящей.

Это значит: 1) что два образованных подобным способом профиля обеспечивают правильную, т. е. равномерную передачу с отношением угловых скоростей $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{02}}{r_{01}}$, где r_{01} и r_{02} — радиусы соответственных основных окружностей; 2) что линией зацепления в этой передаче будет сама производящая.

Таким образом все основные окружности 2 и 3 (фиг. 6, а—и) могли бы дать надлежащее зацепление при соответственных производящих 1.

Однако, для того чтобы осуществить изложенное кинематическое построение на практике, необходимо выполнение двух вспомогательных условий.

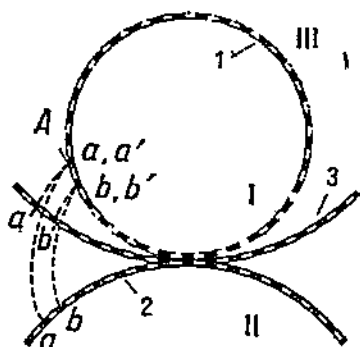
1. Следы-профили должны иметь в точке зацепления общую нормаль, так как без этого невозможно касание, а следовательно, и сопряжение реальных зубьев в этой точке (почему, например, отпадает зацепление по перициклоиде, фиг. 6, з).

2. Пути зубьев сопряженных колес не должны пересекаться вне области предусмотренного зацепления (поэтому, например, зацепление, показанное на фиг. 6, и, являясь совершенно правильным внешним эвольвентным зацеплением с равномерным вращением обоих колес в одну сторону, потребовало бы выполнения последовательных пар зубьев в разных плоскостях, что практически отпадает).

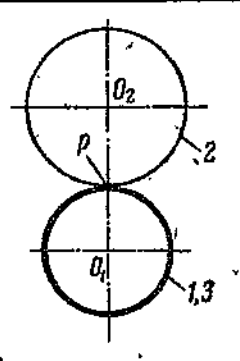
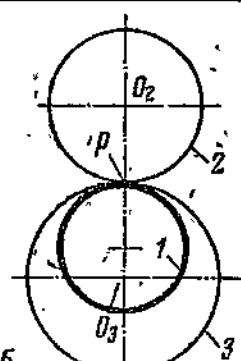
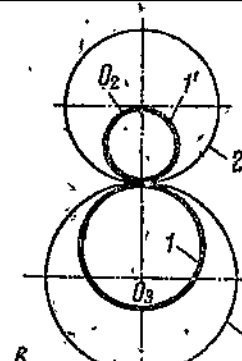
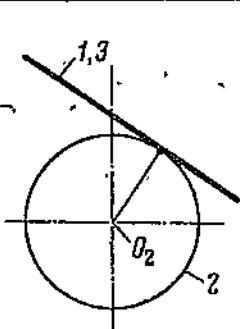
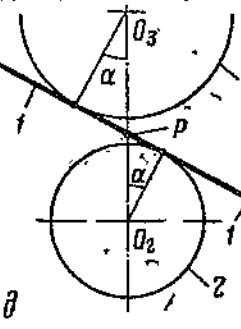
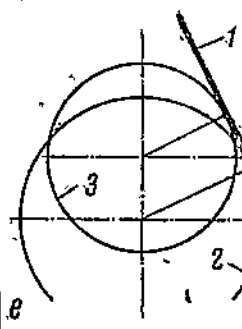
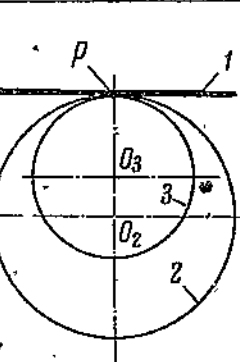
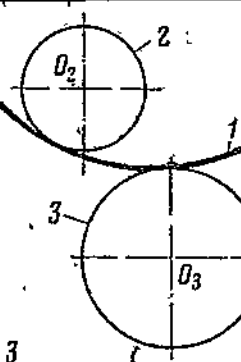
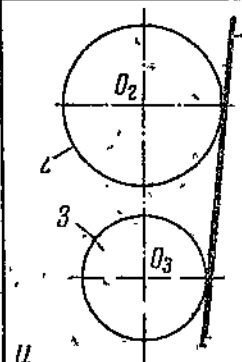
Из изложенного ясно, что не начальные, а именно основные окружности и производящие определяют истинную кинематику всякого рулеттного зацепления. Это должно быть твердо усвоено особенно в измерении шестерен.

Из определения перекатывающихся рычагов (фиг. 3б) следует, что каждому участку одного профиля соответствует вполне определенный, только с ним работающий участок сопряженного профиля (парного зуба другого колеса).

Следствие 1. Если мы введем понятие „головка“ и „ножка“ зуба, считая за ножку часть зуба, лежащую внутри своей начальной окружности, а за головку — часть, лежащую вне ее, то, обобщая, можем формулировать: в первой части зацепления, т. е. до перехода через линию центров O_1O_2 , ножка зуба ведущего колеса работает по головке ведомого, а далее, после перехода через O_1O_2 , головка ведущего — по



Фиг. 5.

а-б: - Циклоидальное зацепление		
 а	 б	 в
Точечное	Моноциклическое	Бициклическое
г-е: - Эвольвентное зацепление		
 г	 д	 е
Точечное	Внешнее	Внутреннее
 ж	 з	 и
Эвольв. внутр. 0°		

Фиг. 6.

ножке ведомого, с переходом от первого явления ко второму в полюсе зацепления P . (Линия зацепления всегда проходит через полюс, так как в противном случае нормаль к профилю в точке зацепления, лежащей на оси O_1O_2 , не могла бы проходить через полюс P .)

Следствие 2. Разные участки профиля можно образовывать по различным законам, лишь бы были соблюдены три условия:

а) в пределах каждого участка для обоих сопряженных профилей должно быть соблюдено правило полярности общей нормали (фиг. 1 и 2);

б) переход от одной формы профиля к другой должен быть плавным и осуществляться в точках минимального относительного скольжения. В противном случае пограничные точки будут неминуемо соскальзывать в область чужого профиля;

в) точки перехода должны в работе всегда точно совпадать для обоих сопряженных профилей, чтобы ни один из них не мог, хотя бы частично, оказаться сопряженным с чужим ему профилем другого колеса.

§ 2. Циклоидальное зацепление

Циклоидальное зацепление возможно лишь комбинированное, т. е. с образованием головки и ножки зуба различными производящими (фиг. 6, в). На основании изложенного в § 1 ясно, что если головки построены по эпициклоидам, то ножки сопряженных зубьев образуются в виде гипоциклоид той же самой производящей окружностью. Наоборот, для профилирования головок второго колеса (и ножек первого) может быть взята производящая окружность другого радиуса. Практически выбор производящей определяется следующим: так как гипоциклоида, образованная производящей диаметром $\frac{D_0}{2}$ (где D_0 — диаметр основной окружности), есть радиальная прямая, то дальнейшее увеличение диаметра производящей приводит к утонению и, следовательно, ослаблению ножек зубьев. С другой стороны, слишком сильное уменьшение радиуса производящей окружности приводит к малым радиусам кривизны профилей и отсюда к ухудшению основных качественных показателей зацепления. Поэтому для гипоциклоид (ножек) берется отношение диаметров производящей и основной окружностей в пределах $0,3 \div 0,5$.

Для зуба рейки профиль как головки, так и ножки получается по нормальной циклоиде (ортоциклоиде), но лишь взаимно обратной кривизны.

Характерной особенностью циклоидального зацепления по сравнению с эвольвентным является то, что производящая окружность может одновременно катиться по двум основным окружностям, только если последние взаимнокасательны (фиг. 6).

Так как радиусы этих окружностей имеют соотношение $\frac{r_{o1}}{r_{o2}} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$, точка их касания должна лежать в полюсе зацепления. Иначе говоря, основные окружности в циклоидальном зацеплении являются в то же время и начальными. (Это обстоя-

тельство и послужило, очевидно, основанием к тому, что при переходе от циклоидального зацепления к эвольвентному, практика остановилась на характеристике зацепления по „начальным“ данным.) Вследствие этого циклоидальное зацепление (в противоположность эвольвентному) весьма чувствительно к изменению межцентрового расстояния, которое в сборке должно быть строго выдержано по теоретическому. Именно это, в свое время, послужило основным противопоказателем к применению циклоидального зацепления.

Следует однако указать, что этому фактору придается преувеличенное значение, так как при тех весьма строгих допусках, которые выдвигаются в настоящее время практикой на изготовление и монтаж зубчатых колес (см. гл. VI), это обстоятельство уже не играет той решающей роли, что некогда, во времена весьма грубой обработки и сборки передач.

Другим обычно подчеркиваемым недостатком циклоидальных передач считается невозможность их изготовления на базе прямобочного первичного инструмента (см. принципы изготовления эвольвентных передач, § 3 и гл. V), что, однако, как показал в свое время автор, неверно.

Крупнейшим действительным недостатком циклоидального зацепления является упускаемая обычно из вида трудность точного исследования и измерения профиля. Эта трудность до некоторой степени отпадает для моноциклических (фиг. 6, б) передач, т. е. таких, где имеется лишь одна производящая окружность, и все зацепление протекает по одну сторону полюса (зубья малого колеса состоят лишь из головок, а большего — из одних ножек), однако вопросы подобного зацепления еще совершенно не разработаны.

Как бы то ни было, в настоящее время в машиностроении применяется исключительно эвольвентное зацепление. Поэтому в дальнейшем изложении речь и будет идти только о зацеплении эвольвентном.

Раньше чем перейти к его изучению, лицам, не знакомым со стандартными терминами в области зубчатых зацеплений, целесообразно ознакомиться с общими положениями и стандарта на терминологию (ОСТ — ВКС 8089); детальное освоение стандарта лучше, наоборот, предпринять по ознакомлении со следующим § 3.

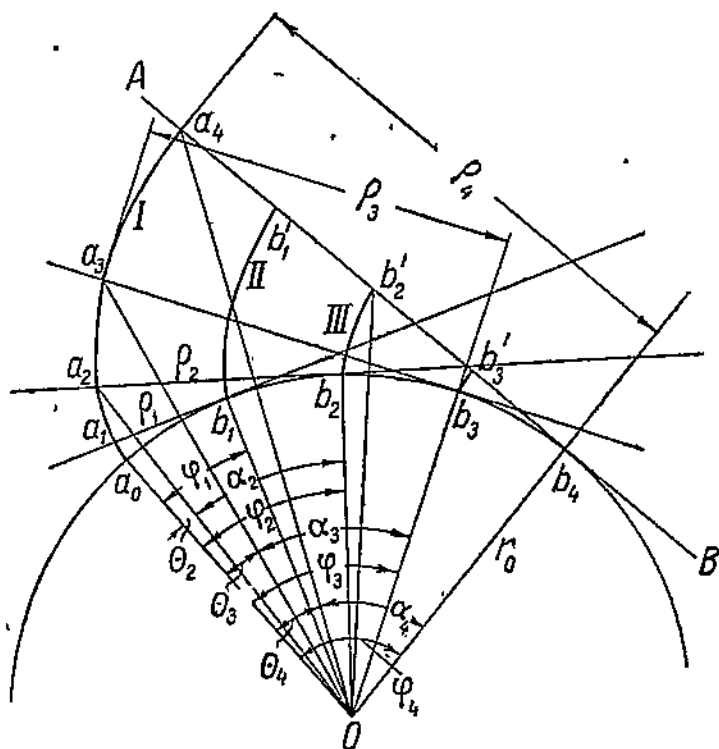
§ 3. Эвольвентное зацепление

В противоположность циклоидальным, эвольвентные профили образуются по одному непрерывному закону на всей рабочей части зуба и не имеют точек перегиба, будучи всецело построены вне своей основной окружности, поскольку развертки окружности не могут существовать внутри последней. Отсюда и полюс зацепления, равно как и начальная окружность, должен лежать где-то вне основной окружности, на пересечении прямой зацепления с линией центров.

Знакомство со взаимосвязью этих элементов является основой правильного понимания не только теории эвольвентного зацепления, но и всей его практической работы, почему этот вопрос будет освещен по возможности подробно.

1. Так как эвольвента (фиг. 7) образуется перекатыванием произво-

лящей прямой AB по основной окружности, тогда как точки b_1, b_2, b_3 и т. д. будут служить мгновенными центрами, то отрезки производящей $a_1 b_1, a_2 b_2, \dots$ будут являться радиусами кривизны эвольвенты в точках a_1, a_2 и т. д. и соответственно будут к ней нормальны в этих точках, как и всякий радиус к прилежащей части дуги.



Фиг. 7.

2. Так как перекачивание происходит без скольжения, начинаясь от точки a_0 , то длина каждого из этих отрезков равна длине соответственной дуги по основной окружности до точки a_0

$$\rho_1 = a_1 b_1 = \widehat{a_0 b_1}, \quad \rho_2 = a_2 b_2 = \widehat{a_0 b_2}$$

и т. д.

Радиус кривизны в любой точке a_x определяется:

$$\rho_x = \widehat{a_x b_x} = \widehat{a_0 b_x} = \varphi_x \cdot r_0 = (\theta_x + \alpha_x) r_0, \quad (4)$$

где φ_x — угол развернутости, соответствующий точке a_x , т. е. центральный угол, заключающий развернутую к данной точке дугу;

α_x — центральный угол, заключающий развернутый к точке x участок прямой („угол давления“);

$\theta_x = \varphi_x - \alpha_x$ — „эвольвентный угол“;

r_0 — радиус основной окружности.

Таким образом при заданном φ_x , соответствующее ρ всецело определяется величиной r_0 , и вся эвольвента в целом характеризуется радиусом основной окружности.

Это свойство — одна из основных характеристик эвольвенты и одновременно определяет ее графическое построение по отрезкам, перенесенным с окружности на соответственные касательные согласно фиг. 7.

3. С другой стороны из прямоугольных треугольников $a_1b_1O \dots a_xb_xO$, a_xb_xO и т. д. длина радиуса кривизны ρ по фиг. 7 и 8 определяется:

$$\rho_x = \sqrt{r_x^2 - r_0^2} \quad \text{или} \quad \rho_x = r_0 \operatorname{tg} \alpha_x. \quad (5)$$

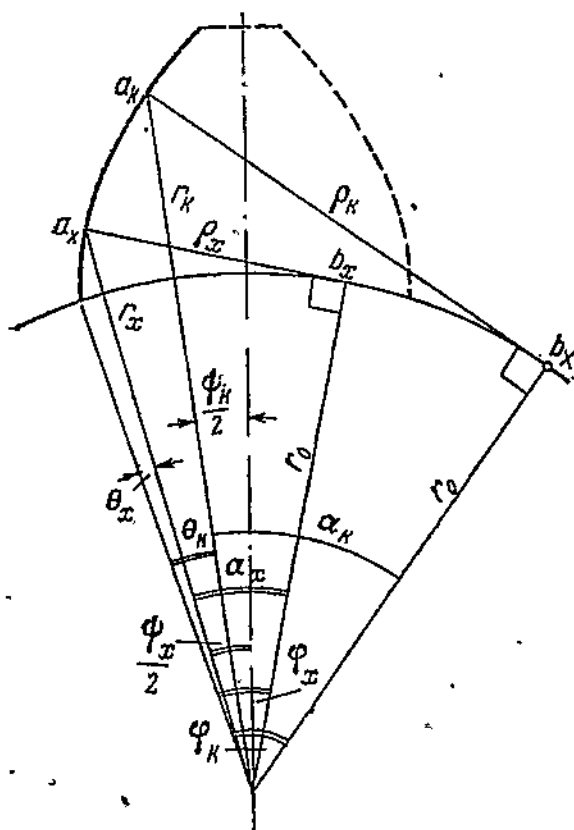
4. Приравнивая выражения 4 и 5, имеем:

$$\left. \begin{aligned} \Theta_x + \alpha_x &= \varphi_x = \operatorname{tg} \alpha_x \\ \Theta_x &= \operatorname{tg} \alpha_x - \alpha_x \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

(уравнение углов, с помощью которого разрешается большинство вопросов построения эвольвентных зубьев)¹.

Таким образом угол Θ_x , характеризующий угловое расстояние точки a_x от a_0 , однозначно определяется через соответственный угол давления α_x .

5. Если мы возьмем на производящей не одну точку, а две, например a_1 и b_1 , и начнем перекатывание, то получим, очевидно, две эвольвенты I и II (фиг. 7); так как расстояние между ними определяется неизменным участком самой производящей, a_1b_1 (в силу его к ним нормальности — п. 1), то заключаем, что две любые эвольвенты эквидистантны (равноотстоящи) по всей своей длине (например $a_1b_1' = a_1b_1$).



Фиг. 8.

Следствие 1. Расстояние по основной окружности между одноименными, т. е. двумя правыми или двумя левыми, эвольвентными профилями двух последовательных зубьев — „основной шаг“ передачи — t_0 равно шагу, измеренному по любой общей нормали к этим профилям. Это весьма важное свойство эвольвентных передач особенно ценно с точки зрения измерений, так как дает практическую возможность

¹ Таблицу значений Θ см. приложение III в конце книги.

измерения t_0 , который, как правило, по основной окружности не может быть измерен в силу того, что эта окружность физически ничем не выделяется и чаще всего находится в области тела колеса, а не зубьев.

Следствие 2. Если $\widehat{a_0 b_1} = \widehat{b_1 b_2} = \widehat{b_2 b_3} \dots$, то и $\widehat{a_x' b_1'} = \widehat{b_1' b_2'} = \widehat{b_2' b_3'}$ и т. д. ($= \widehat{a_0 b_1}$); иначе: рассматривая соседние эвольвенты (фиг. 7) как последовательные положения эвольвентного профиля, убеждаемся, что движение передается (или воспринимается) эвольвентным зубом по нормали к профилю равномерно со скоростью, равной скорости на основной окружности v_0 , и что, таким образом, здесь так же, как и в циклоидальном зацеплении, именно радиусы основных окружностей определяют передачу и передаточное отношение $i = \frac{\omega_1}{\omega_2}$.

Примечание. Когда речь идет о передаточном отношении необходимо строго различать два понятия.

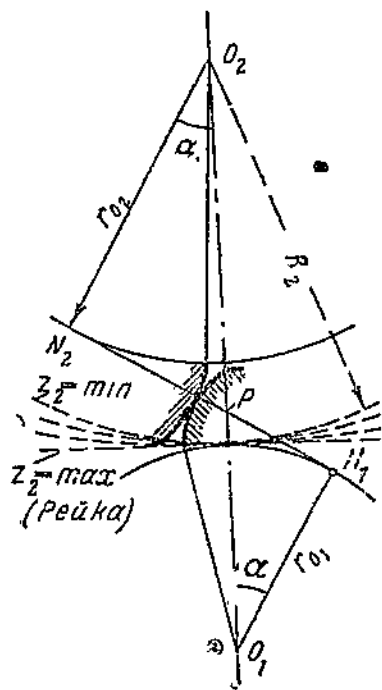
1. Среднее передаточное отношение, которое определяется соотношением длин обеих сопряженных основных окружностей или иначе, при теоретически равных основных шагах, числами зубьев обоих колес

$$i_{12 \text{ средн}} = \frac{\omega_1 \text{ средн}}{\omega_2 \text{ средн}} = \frac{z_2}{z_1}.$$

2. Истинное мгновенное передаточное отношение, которое в зависимости от ошибок шага и профиля, т. е. отступления в их выполнении от теоретических данных, может несколько колебаться около среднего значения.

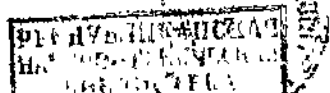
Тогда как проектанта интересует $i_{\text{средн}}$ измерителю всегда важно определить отступление i мгновенного фактического от среднего, поскольку эти отступления характеризуют плавность реально выполненной передачи.

6. Так как согласно фиг. 7 и 6, д и сказанному выше о рулетках, общая нормаль к сопряженным эвольвентным профилям, являющаяся линией их зацепления, касательна к обеим основным окружностям, то радиусы последних r_{01} и r_{02} , проведенные в эти точки касания N_1 , N_2 (фиг. 9), параллельны и образуют каждый с линией центров угол давления α , равный углу между линией зацепления и перпендикуляром к линии центров. Этот специальный угол давления α (без индекса) называется углом зацепления и, очевидно, однозначно определяется при заданных r_{01} и r_{02} , межцентровым расстоянием O_1O_2 . Если обозначить радиусы начальных окружностей через $r_1 = O_1P$ и $r_2 = O_2P$, получим:

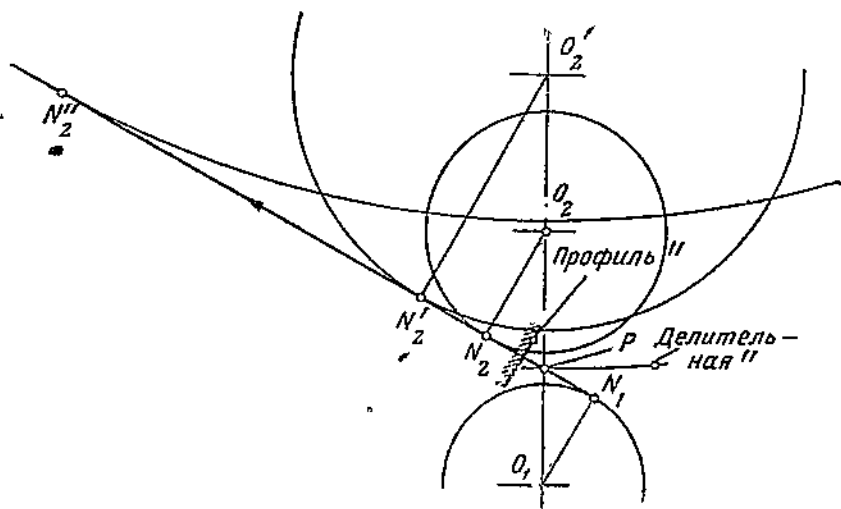


Фиг. 9.

$$r_1 = \frac{r_{01}}{\cos \alpha}; \quad r_2 = \frac{r_{02}}{\cos \alpha}; \quad O_1O_2 = r_1 + r_2 = \frac{r_{01} + r_{02}}{\cos \alpha}. \quad (7)$$



Следствие 1. Никаких заранее определенных углов зацепления, линий зацепления, полюсов, начальных окружностей и взаимоотношений между высотами головок и ножек у эвольвентных профилей не существует; они определяются только при сопряжении двух эвольвентных колес через отношение $\frac{r_{O_1} + r_{O_2}}{O_1O_2} = \cos \alpha$; достаточно при монтаже изменить O_1O_2 и угол зацепления меняется, равно как и остальные перечисленные факторы. Угол зацепления, присваиваемый единичной зубчатке, есть всего лишь совершенно условное обозначение для характеристики межцентрового расстояния сборки или обработки. Если же длина рабочего участка профиля остается достаточной для необходимого перекрытия зацепления (§ 1),



Фиг. 10.

то колеса „разных“ углов зацепления (например одно 15°, другое 20°), но обладающие общим основным шагом t_0 дают такую же идеально работающую пару, как колеса „одинаковых“ углов, так как фактический угол зацепления, равный всегда для обоих колес, определяется только расстоянием, на котором мы их смонтируем. Изложенное в настоящем пункте является основой всех методов „исправления“ колес эвольвентного зацепления (§ 5) и причиной их нечувствительности к ошибкам в межцентровом расстоянии O_1O_2 .

Следствие 2. Шаг t_x на любой окружности радиуса r_x выражается через основной шаг t_0 :

$$t_x = \frac{t_0}{\cos \alpha_x}.$$

В частности шаг на начальной окружности:

$$t = \frac{t_0}{\cos \alpha}; \quad t_0 = t \cos \alpha.$$

7. Все сказанное о зацеплении двух колес относится также к зацеплению колеса с рейкой, которая может рассматриваться, как участок обода бесконечно большого колеса. При этом дуга начальной окружности 2 превращается в прямую, перпендикулярную O_1O_2 , так как центр O_2 уходит в бесконечность по направлению O_1O_2 , а сама эвольвента — в прямую, перпендикулярную N_1N_2 (фиг. 10). В силу того, что при бесконечно больших размерах эвольвенты мы используем в качестве профиля лишь бесконечно-малую часть ее, превращающуюся в прямую, угол давления (а также шаг t) последней оказывается, естественно, постоянным, т. е. рейка получается с прямолинейным профилем, имеющим вполне определенный наклон к оси зуба (например 15 или, чаще всего, 20°).

Однако дело от этого в принципе не меняется: при равенстве t_0 рейка 15° может работать с колесом 20° или, наоборот, как это было установлено для двух шестерен, лишь бы угол рейки находился в пределах углов давления колеса, обеспечивая необходимую степень перекрытия.

Примечание. Под сказанным о нечувствительности эвольвентного зацепления к изменению межцентрового расстояния отнюдь не разумеется нечувствительность к колебаниям последнего в процессе работы. Совершенно очевидно, что расхождение центров вызовет соответственное расхождение профилей или замедление движения ведомого профиля, и наоборот.

Поэтому биение шестерен в эвольвентных передачах так же нежелательно, как и во всяких иных.

8. Всякая кривая есть огибающая по отношению к своим последовательным касательным; следовательно, эвольвента ab (фиг. 11, а) может рассматриваться как предел последовательных касательных (1, 2, 3...). На основании п. 2 настоящего параграфа приращение нормали Δr эвольвенты пропорционально углу поворота ее, или, что то же самое, углу поворота соответственной касательной $\Delta\varphi$.

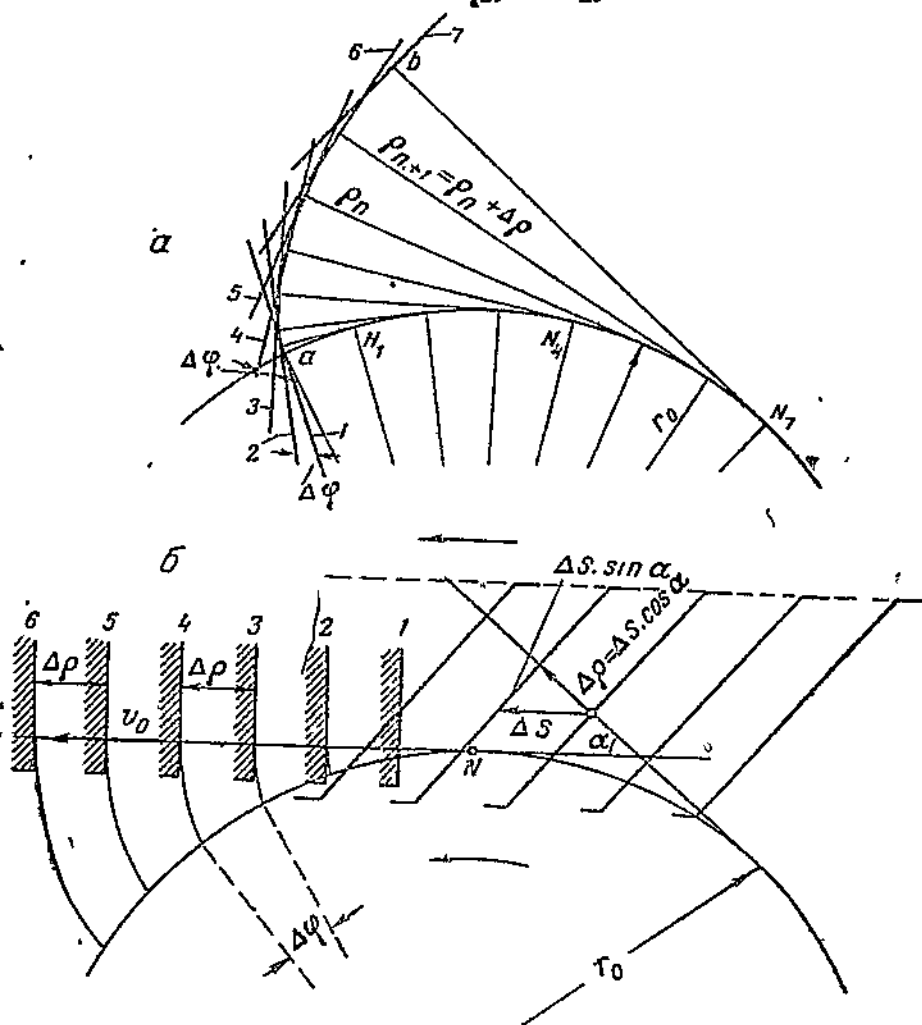
Если перемещения $\Delta s = \Delta r$ сообщить прямой (касательной), а повороты $\Delta\varphi$ (в обратном направлении) — телу, которому принадлежит, или на котором воспроизводится эвольвента, получается картина фиг. 11, б. Эта фигура объясняет не только равномерное перемещение сопрягаемого с эвольвентой прямобочного профиля при вращении последней вокруг центра основной окружности, но и принцип наиболее распространенного метода получения эвольвентных профилей.

Действительно, если представить себе 1, 2...б как осуществляемые подачи реза последовательные положения режущей кромки¹ при соответственных поворотах заготовки каждый раз на $\Delta\varphi$, получается наиболее распространенная в настоящее время схема нарезки зубчатых колес — „методом обката“ (или „огибания“). В дальнейшем, при отсутствии специальных оговорок, обработка шестерен будет везде предполагаться проводимой именно этим методом, а не прорезкой впадин фасонным инструментом („методом деления“).

¹ Самое движение резания, перпендикулярное плоскости чертежа, не рассматривается.

Из уравнения 4 имеем:

$$\Delta \rho = r_0 \Delta \varphi; \quad \frac{\Delta \rho}{\Delta t} = r_0 \frac{\Delta \varphi}{\Delta t},$$



Фиг. 11.

где Δt — время, соответствующее пути $\Delta \rho$ и повороту $\Delta \varphi$ или

$$v_0 = r_0 \omega, \quad (8)$$

где v_0 — скорость приращения радиуса кривизны эвольвенты; ω — угловая скорость вращения шестерни (заготовки); r_0 — радиус основной окружности эвольвенты; $r_0 \omega$ — окружная скорость шестерни на радиусе основной окружности.

Если прямая перемещается не по направлению перпендикуляра, но под произвольным углом α к нему (фиг. 11, б справа), то перемещение Δs может быть разложено на две слагающие: нормальную $\Delta s_0 = \Delta s \cdot \cos \alpha = \Delta r$ и касательную (вдоль самой прямой) $\Delta s \cdot \sin \alpha$, причем первая определяет $r_0 \Delta \varphi$ по предыдущему, а вторая — смещение точки сопряжения касательной прямой, отсутствующее при перпендикулярном к прямой перемещении.

Следствие 1. При перемещении касательной к профилю по направлению нормали к нему, т. е. по касательной к основной окружности, в касании с эвольвентой остается постоянная точка M на прямой, поэтому при подобной кинематике воспроизвести эвольвенту может резец или шуп, имеющий бесконечно-малый размер. На практике обработка по такому принципу почти не встречается, но измерение эвольвент ведется преимущественно по нему.

Следствие 2. Основная окружность в обработке получается автоматически на том радиусе, на котором окружная скорость заготовки равна нормальной скорости прямоблочного резца:

$$r_0 = \frac{v_0}{\omega}.$$

(Этим соотношением, согласно п. 2, всецело определяется форма образуемого эвольвентного профиля).

Правило, выраженное в следствии 2, нужно усвоить как основу всего „метода обката“ и построения системы допусков и измерений.

Следствие 3. Скорость под произвольным углом α_x к нормали r

$$v_x = \frac{v_0}{\cos \alpha_x} = \frac{r_0 \omega}{\cos \alpha_x} = \frac{r_0}{\cos \alpha_x} \cdot \omega,$$

т. е. под любым углом α_x происходит как бы обкат без скольжения между перемещением грани и окружностью радиуса $\frac{r_0}{\cos \alpha_x}$. В частности для полюса имеем

$$v = \frac{v_{01}}{\cos \alpha} = \frac{v_{02}}{\cos \alpha} = \frac{r_{01} \omega_1}{\cos \alpha} = \frac{r_{02} \omega_2}{\cos \alpha}. \quad (9)$$

9. Если построение единичного эвольвентного профиля определяется перемещением единичной исходной прямой грани, то чередующиеся взаимно-симметричные правые и левые профили реальной шестерни определяются прямоблочной „исходной рейкой“, по которой и изготавливается нормальная режущая „гребенка“, для каждой грани которой закон нарезания определяется изложенным.

Данные исходной рейки принимаются за базу для стандартизации инструмента и определения зацепления. Они выделяются индексом δ как для самой рейки, так и для изделия:

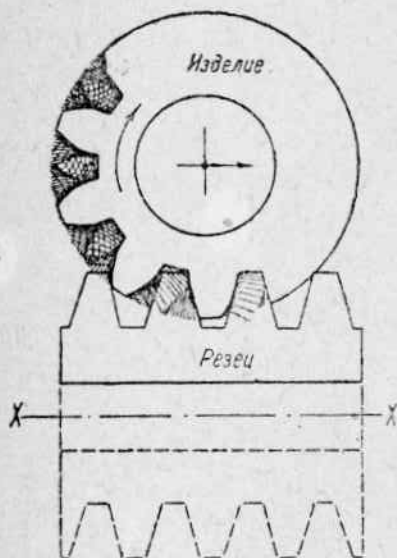
$$\left. \begin{aligned} r_\delta \cos \alpha_\delta &= r_0 \\ t_\delta \cos \alpha_\delta &= t_0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

¹ Этот же угол часто обозначается через α_0 .

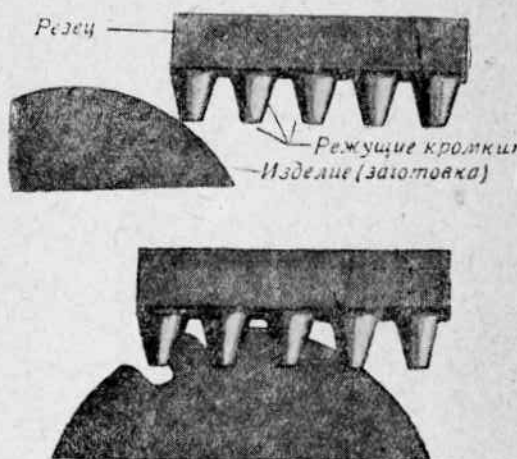
(t_d измеряется перпендикулярно осям симметрии зубьев рейки). Величина $\frac{t_d}{\pi}$ называется модулем зацепления, который всегда исчисляется в мм и обозначается m ,

$$t_d = \frac{2\pi r_d}{z}; \quad m = \frac{2r_d}{z} = \frac{D_d}{z}.$$

В Англии и США исходят обычно не из модуля, а из обратной ему величины: числа зубьев колеса, приходящегося на один дюйм его диаметра (питч, DP). Из определения питча ясно, что для его перевода в модуль пригодны таблицы перевода шага резьбы с числа ниток на дюйм в мм.



Фиг. 12.



Фиг. 13.

Процесс нарезания в целом иллюстрируется фиг. 12 и 13, и в отношении подач в точности соответствует процессу сопряжения шестерни с соответственной рейкой (поэтому инструмент, работающий по „методу обката“, и называется „сопряженным“). Вместо физической перемещаемой гребенки можно использовать винтовой червячный фрезер, контур которого смещается при его вращении соответственно подъему нитки (пунктир на фиг. 12). (Чертеж соответствует частному виду червячного фрезера — с осью параллельной плоскости изделия (90° -ный фрезер)).

Легко понять, что если зубчатое колесо можно нарезать резцом в виде сопрягающейся с ним зубчатой рейки, то можно достичь того же и резцом в виде сопряженного с изделием зубчатого колеса („долбяка“), вращающегося со скоростью:

$$\omega_u = i_{шu} \omega_{ш} = \frac{z_{ш}}{z_u} \omega_{ш},$$

где индекс u — присваивается долбяку (инструмент), индекс $ш$ — изделию (шестерня).

На практике широко распространены все три способа обработки: гребенкой, червячным фрезером, долбяком.

10. Из изложенного выше о сопрягаемости всякой эвольвентной шестерни как с любой другой шестерней, так и с любой рейкой при единственном условии равенства основных шагов, явствует некоторая условность понятия „исходная рейка“, поскольку по готовой шестерне нельзя решить, от какой исходной рейки она происходит.

Если для всякого иного зацепления исходная рейка однозначно определяет форму всех сопрягающихся с ней шестерен, то для эвольвентного зацепления это действительно лишь при стандартном угле самой рейки.

Стандартные исходные рейки, принятые в СССР, охарактеризованы в ГОСТ 6922. Угол α берется равным 20° (временно разрешается также 15°), высота зуба $h = 2m + c$, где c — радиальный зазор. Для 20° -ной рейки разрешается также $h = 1,6m + c$ („укороченное зацепление“). Высота зуба, исчисляемая без радиального зазора, называется глубиной захода зубьев; отношение половины последней к модулю — коэффициентом высоты зуба; таким образом коэффициент высоты в стандартном зацеплении равен 1 (или 0,8).

§ 4. Условия правильного сопряжения шестерен

Для того чтобы зацепление реальных шестерен протекало изложенным выше закономерным порядком, необходимо соблюдение двух условий:

I. Неизбежные погрешности изготовления рабочих профилей должны лежать в пределах допустимого, что и составляет основную задачу: а) технологии, б) измерения, в) назначения допусков.

II. Соприкосновение сопряженных зубьев должно быть ограничено лишь закономерно образованными профилями, т. е. исключена возможность касания:

1) окружности головок с окружностью впадин другой шестерни; такая возможность предотвращается радиальным зазором (глубиной $0,2—0,3m$), который непосредственно не связан с другими характеристиками зацепления и определяется только из соображений прочности и жесткости зуба с одной стороны и достаточно свободного прохождения смазки — с другой;

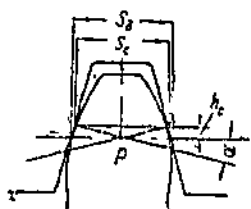
2) обратных, т. е. нерабочих профилей¹, касание которых при вращении в данном направлении могло бы служить лишь обратной передаче силы от ведомой шестерни к ведущей (см. направление общей нормали); подобная возможность исключается боковым зазором, необходимая величина которого определяется точностью выполнения шестерен, их температурой и условиями протекания смазки;

3) самих рабочих профилей вне области их перекатывания (§ 1), т. е. на участках, где в работу вступают кромки зубьев (кромочная интерференция).

¹ Обратными (или инверсными) профилями называются правые по отношению к левым и наоборот.

Поскольку вопросам, связанным с первой группой условий, посвящается вся основная часть дальнейшего изложения, а первый пункт второй группы пояснений не требует, коснемся лишь вопросов связанной с боковыми зазорами толщины зуба и вопросов кромочной интерференции.

Толщина зуба. Так как на начальной окружности обработки происходит „перекатывание“ инструмента по изделию (§ 3), толщина зуба изделия будет здесь всегда равна ширине впадины инструмента. Если взять инструмент так, чтобы по средней линии его исходной рейки толщина зуба и ширина впадины были равны ($S_n = S_n' = \frac{\pi m}{2}$) и установить инструмент так, чтобы эта средняя линия проходила через полюс обработки, получим на наделении



Фиг. 14.

$$\widehat{S}_d = \widehat{S}_d' = \frac{\pi m}{2} \quad (11)$$

(индекс ' соответствует впадине).

Такая толщина и принимается за расчетную в обычных (рядовых) зацеплениях. Для получения бокового зазора c_d между нерабочими профилями, без изменения межцентрового расстояния, толщину каждого зуба надо уменьшить на $\frac{1}{2} c_d$. Это „обязательное утонение“ принято относить к области допусков, оперируя во всех прочих выкладках с упомянутой перед этим расчетной толщиной.

Соответственно последней угловая толщина по начальной окружности обработки будет

$$\psi_d = \frac{\pi m}{2r_d} = \frac{\pi m}{mz} = \frac{\pi}{z}, \quad (11')$$

На основании фиг. 8 угловая толщина на произвольном ином радиусе определится из соотношений

$$\frac{\psi_x}{2} + \Theta_x = \frac{\psi_k}{2} + \Theta_k = \frac{\psi_d}{2} + \Theta_d = \text{const}, \quad \ddagger$$

откуда

$$\begin{aligned} \psi_x &= \psi_d + 2\Theta_d - 2\Theta_x, \\ \widehat{S}_x &= \psi_x r_x = (\psi_d + 2\Theta_d - 2\Theta_x) r_x = \left(\frac{\pi m}{2r_d} + 2\Theta_d - 2\Theta_x \right) r_x = \\ &= \frac{\pi m \cos \alpha_d}{2 \cos \alpha_x} + 2r_x (\Theta_d - \Theta_x). \end{aligned} \quad (12)$$

С учетом зазоров или иных возможностей $\frac{\pi m}{2} \neq S_n' = \frac{\pi m}{2} + B$ предыдущее уравнение переписывается в более общем виде:

$$\widehat{S}_x = \left(\frac{\pi m}{2} + B \right) \frac{r_x}{r_d} + 2r_x (\Theta_d - \Theta_x). \quad (12')$$

Так как $\psi = f(r) = f'(z)$, толщина зуба на заданной высоте есть также функция z ; исключением является лишь так называемая „постоянная“ хорда, определяющая точки одновременного контакта обоих профилей

зуба, когда он занимает симметричное относительно полюса положение. Вписав зуб в подобном положении в контур рейки, имеем фиг. 14

$$\left. \begin{aligned} S_c &= S_p \cos^2 \alpha \\ h_c &= \frac{1}{2} S_p \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{4} S_p \sin 2\alpha. \end{aligned} \right\} \quad (12'')$$

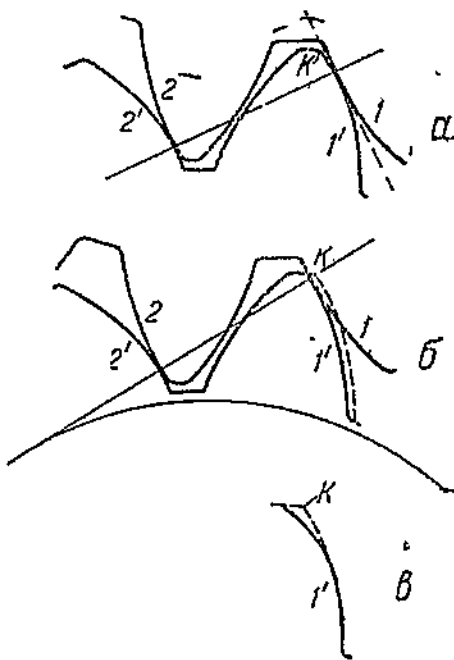
Кромочная интерференция. Основным условием исключения интерференции является обеспечение такого „расходящегося“ относительного движения точек профилей, еще не вошедших в работу или уже вышедших из нее, чтобы, при заданном равномерном вращении шестерен, относительная траектория любой точки одного профиля не пересекала профиля сопряженного. В противном случае такие взаимно ближайшие точки и определили бы зацепление, выведя из соприкосновения смежную, правильно работающую пару зубьев.

Полагая, что надлежащая степень перекрытия обеспечена, рассмотрим возможности подобного явления.

Пока мы имеем дело с чисто эвольвентными профилями, правильными как по форме, так и по положению, их расхождение везде вне линии зацепления самоочевидно из того, что каждая эвольвента по однозначности своей кривизны целиком располагается по одну сторону касательной (см. например расхождение вершины K и профиля I , фиг. 15, а).

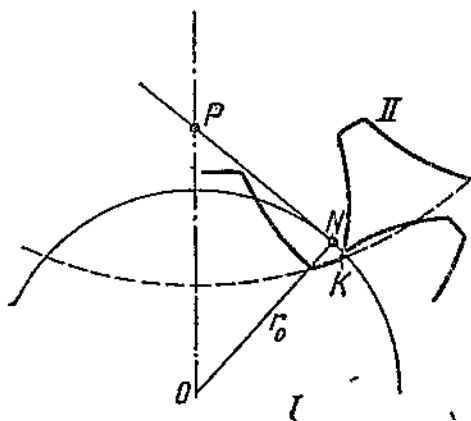
Однако не так обстоит дело в случае, если точка K сместилась по направлению к профилю I или наоборот (относительная ошибка шага: между эвольвентами I и I' , с одной стороны, и 2 и $2'$ по фиг. 15, б — с другой), а также в том случае, если та же точка K оказывается уже против неэвольвентного участка.

Борьба с первым явлением возможна лишь по линии точности изготовления шестерен. Единственная конструктивная помощь может выразиться в завале или „фланкировании“ кромки K (фиг. 15, в) что, не устраняя явления, несколько смягчает его эффект. Поэтому существенна не столько величина завала, сколько его конфигурация, способствующая сглаживанию линии зацепления (которая получается ломаной в силу включения „неработоспособной“ части т. е.: ab или cd , фиг. 3, б).



Фиг. 15.

ственной высоты, съедающей значительную часть активного профиля и все же не решающей вопроса; они даже не используются в силу полного выхода вершины зуба из сопряжения, что полезно только в меру, необходимую для предупреждения соскабливания смазки, но никак не больше.



Фиг. 16.

Второе явление, т. е. встреча кромки с эвольвентным профилем, может иметь место не только если делается преднамеренное отступление от эвольвенты в корневой части зуба (например для его усиления), но и тогда, когда эвольвента уже не может быть получена, т. е. при заходе зацепления за точку N (фиг. 16).

Если за эту же точку N заходит сопряженный инструмент при обработке, то он, естественно, прорежет впадину соответственно относительной траектории кромки K^1 . Подобного „подрезания“

зуба следует категорически избегать как из-за его ослабления, так и из-за получающегося удаления части активного профиля.

§ 5. Подрезание зубьев и исправление (корригирование) зацепления

При весьма малых числах зубьев z , т. е. когда размеры зуба становятся настолько велики в отношении к диаметру шестерни, что высота головки сопряженного колеса (инструмента) заходит (фиг. 9 или 16) за точку N данного колеса, подрезка или интерференция неизбежна, если против нее не принять специальных мер.

В силу специфических свойств эвольвентного зацепления подобные меры трудностей не представляют.

Обычно шестерня нарезается так, что полюс нарезки располагается на средней линии резца-рейки или на соответственной высоте долбяка (от методов образования боковых зазоров пока отвлекаемся). Однако если, не меняя кинематики (настройки станка), отодвинуть при обработке резец от центра заготовки, зацепление на основании изложенного в § 3 не нарушится и получится надлежащая шестерня с той только разницей, что изменятся пределы использования эвольвенты. При этом надлежит увеличить внешний радиус изделия соответственно сдвигу резца, чтобы получить прежнюю стандартную высоту зуба. В то же время указанный сдвиг резца отводит и его кромку от точки N , что только и требуется для устранения подрезки.

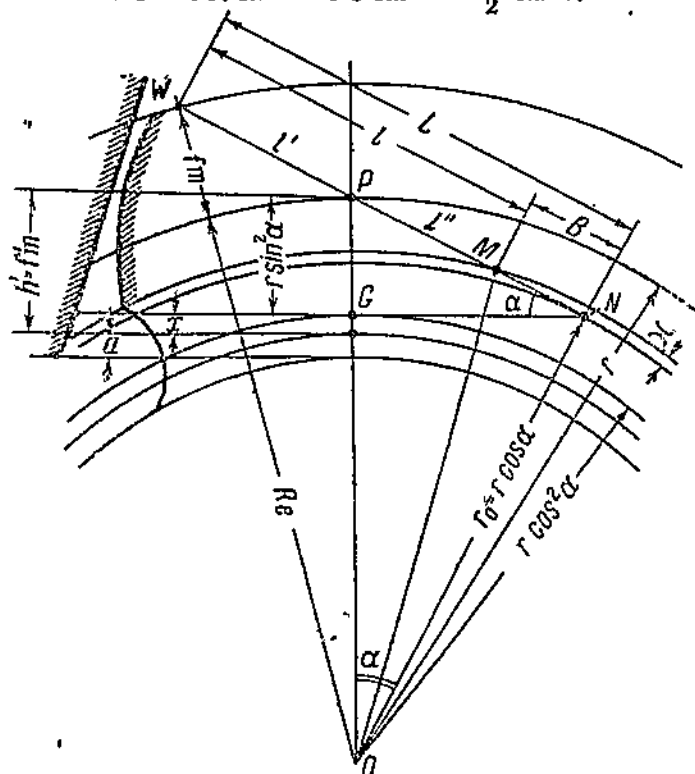
При заданной глубине захода возможность интерференции тем меньше, чем меньше z сопряженной шестерни, так как тем круче от-

¹ Наоборот, если бы шестерня I являлась инструментом, а 2 — изделием, получающаяся интерференция профилей привела бы к завалу кромки K .

ступают окружность выступов R_{e2} от точки N_1 (фиг. 9)¹. Поэтому возможность интерференции в работе исключается, если z резца больше z сопряженной шестерни. В противном случае (долбяк) возможность интерференции должна быть предупреждена избыточной высотой головки инструмента.

Минимальные числа зубьев, при которых не получается подрезания при нормальной обработке реечным резцом (предельный случай), определяются следующим образом. Высота головки резца, считая от полюса P , не должна превышать (фиг. 17):

$$PG = PN \sin \alpha = PO \sin^2 \alpha = \frac{mz}{2} \sin^2 \alpha.$$



Фиг. 17.

В пределе

$$PG = h' = \frac{mz}{2} \sin^2 \alpha. \quad (13)$$

Выражая высоту головки, как обычно, в модулях $h' = f'm'$ (где для $\alpha = 15^\circ$ $f' = 1$, а для $\alpha = 20^\circ$ $f' = 1$ или $f' = 0,8$)², имеем:

$$h' = f'm = \frac{mz}{2} \sin^2 \alpha, \quad z_{\min} = \frac{2f'}{\sin^2 \alpha}. \quad (13')$$

¹ Индекс e везде означает „внешний“ (лат. exterior); индекс i „внутренний“ (лат. interior).

² ОСТ 6922.

что дает:

$$z_{\min} \approx 30 \text{ для } \alpha = 15^\circ \text{ и } f = 1;$$

$$z_{\min} \approx 17 \text{ для } \alpha = 20^\circ \text{ и } f = 1;$$

$$z_{\min} \approx 14 \text{ для } \alpha = 20^\circ \text{ и } f = 0,8$$

(скругление α подрезки не производит).

Выражая необходимое для устранения подрезки смещение резца x в модулях, т. е. полагая $x = \xi m$, определяем ξ (фиг. 17):¹

$$\begin{aligned} x = \xi m &= h' - PG = f'm - r \sin^2 \alpha = \\ &= f'm - \frac{mz}{2} \sin^2 \alpha. \end{aligned}$$

Но по уравнению 13':

$$\sin^2 \alpha = \frac{2f'}{z_{\min}},$$

откуда

$$\xi = f' - \frac{zf'}{z_{\min}} = f' \frac{z_{\min} - z}{z_{\min}}. \quad (14)$$

Следует отметить, что при z , близких к предельным, используются и весьма малоценные начальные участки эвольвенты, почти никогда не обеспечивающие правильного зацепления.

В силу этого обычно не ограничиваются сдвигом только на необходимый для избежания подрезки минимум, но выбирают его несколько большим, руководствуясь соображениями качественной работы зубчатой пары. Основу различных систем *корригирования* (исправления) зацеплений составляют только разные предпосылки для выбора сдвигов. Принцип же всех этих систем тождественен и целиком определяется изменением пределов использования эвольвенты против тех, которые получились бы, если бы средняя линия исходной рейки проходила через полюс зацепления в нарезке. Технологически, все они, следовательно, осуществляются радиальными сдвигами исходной рейки (практически — инструмента) в процессе обработки.

Примечание. Тот же эффект может быть технологически получен и за счет изменения исходных данных инструмента, однако трудно говорить о *корригировании* как таковом, не базируясь на стандартном исходном контуре. Здесь скорее приходится говорить об изменении исходного контура. На практике оба понятия часто отождествляются, и под понятие *корригирования* подводятся всякие отступления от общепринятых рядовых профилей независимо от метода их получения.

Изменение пределов использования эвольвенты или, иначе, пределов использования линии зацепления при *корригировании* определяется по фиг. 18, из которой видно, что, при сдвиге x , минимальный радиус кривизны эвольвенты увеличивается на $\frac{x}{\sin \alpha_0}$, а минимальный угол

¹ Величину ξ (кси) принято называть относительным сдвигом рейки или же коэффициентом коррекции. Обращаем внимание на орфографию: коррекция (величина), но *корригирование* (действие), так как *corrigere* (лат. исправлять); в дальнейшем специальные термины иностранного происхождения отмечены звездочкой и пояснены в конце книги.

развернутости на $\Delta\varphi = \frac{x}{r_0 \sin \alpha_d}$. Приращение тела зуба по каждой из линий зацепления (правой и левой) будет равно $x \sin \alpha_d$, откуда толщина зуба по начальной окружности обработки увеличивается на

$$\Delta S = 2 \frac{x \sin \alpha_d}{\cos \alpha_d} = 2x \operatorname{tg} \alpha, \quad (15)$$

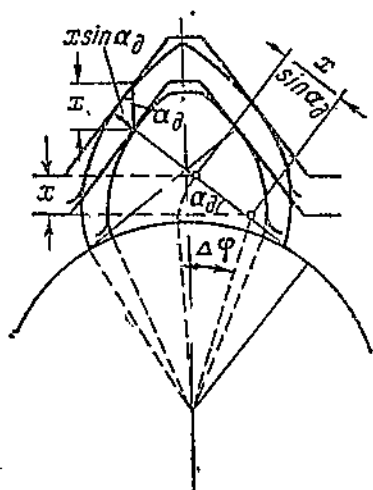
т. е. при обычном для средней линии рейки $S = \frac{\pi m}{2}$ вся толщина зуба по этой окружности будет

$$\widehat{S}_d = \frac{\pi m}{2} + 2x \operatorname{tg} \alpha_d. \quad (11'')$$

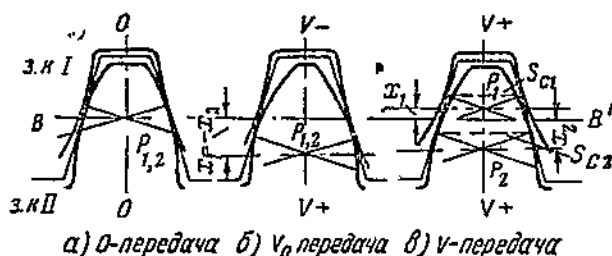
Толщина зуба по произвольной окружности, соответственно формуле (12'), будет

$$\widehat{S}_x = \left(\frac{\pi m}{2} + 2x \operatorname{tg} \alpha \right) \frac{r_x}{r_d} + 2r_x (\Theta_d - \Theta_x). \quad (12a)$$

Согласно § 3, зубчатые колеса, из которых каждое нарезано с произвольным сдвигом общей исходной рейки, будут правильно сопрягаться, однако межцентровое расстояние A в общем случае будет иное, чем в соответственном рядовом зацеплении. Оно останется неизменным лишь при $x_1 = -x_2$, т. е. когда сдвиги на обоих колесах берутся равными по величине, и обратным по знаку¹, что применимо лишь в случае если отрицательный сдвиг не ухудшит заметно качества сопряженного колеса, т. е. если его рабочая зона (профили) достаточно далека от основной окружности.



Фиг. 18.



Фиг. 19.

По наиболее принятой классификации Кутцбаха некорригированные колеса называются „нулевыми“ (O), корригированные — фау-колесами ($V+$; $V-$); пара, хотя бы с одним корригированным колесом, называется фау-передачей (V), за исключением случая $x_1 = -x_2$ (т. е. $A=A_0$), обозначаемого V_0 (фау-нуль передача).

¹ Сдвиги от центра изделия считаются в $+$; сдвиги к центру считаются в $-$.

Некоторые авторы придерживаются классификации: высотное исправление (V_0), угловое (частный случай фау-передачи при $\frac{x_1}{x_2} = \frac{r_{01}}{r_{02}}$) и смешанное (остальные случаи V), что не способствует четкости выявления сути дела.

Воспроизводя относительно средней линии рейки BB' сдвиги для всех трех типовых случаев, получаем по фиг. 19: 0-передачу; V_0 -передачу; V -передачу.

Обозначая через P_1 и P_2 полюсы обработки колеса I и II , убеждаемся, что V -передача по несовпадению P_1 и P_2 и постоянных хорд обработки S_{c1} и S_{c2} не только требует изменения межцентрового расстояния, но что это изменение не равно $x_1 + x_2$, так как зубья колес I и II , вписываясь в общий исходный реечный контур, все же не соприкасаются друг с другом. Это значит, что для сохранения заданного зазора в готовой передаче требуется некоторое сближение колес.¹

Новое межцентровое расстояние A , обратный сдвиг (сближение) γ и угол зацепления α V -пары определяют по фиг. 20. Из формулы 12 имеем:

$$\widehat{S}_1 = 2r_1 \left(\frac{S_{d1}}{2r_{d1}} + \Theta_d - \Theta_x \right); \quad \widehat{S}_2 = 2r_2 \left(\frac{S_{d2}}{2r_{d2}} + \Theta_d - \Theta_x \right).$$

Так как $r_2 = ir_1$, то шаг по начальной окружности (исходя из плотного зацепления):

$$\frac{2\pi r_1}{z_1} = \frac{2\pi r_2}{z_2} = \widehat{S}_1 + \widehat{S}_2 = 2r_1 \left[\frac{\widehat{S}_{d1}}{2r_{d1}} + \Theta_d - \Theta_x + i \left(\frac{\widehat{S}_{d2}}{2ir_{d1}} + \Theta_d - \Theta_x \right) \right].$$

Отсюда

$$\pi = \frac{\widehat{S}_{d1} + \widehat{S}_{d2}}{m} + (\Theta_d - \Theta_x)(1 + i)z_1$$

¹ В связи с изложенными характеристиками исправленных зацеплений можно было бы предложить для замены условных терминов *фау*, *фау-нуль* (от *Verschiebung* — сдвиг), называть V_0 коррекцию компенсированной, V — некомпенсированной.

или, по формуле 11':

$$\Theta_x = \frac{\widehat{S}_{\theta_1} + \widehat{S}_{\theta_2} - \pi m}{m(z_1 + z_2)} + \Theta_{\theta} = \frac{2(x_1 + x_2) \operatorname{tg} \alpha_{\theta}}{m(z_1 + z_2)} + \Theta_{\theta} = \frac{2\bar{x}_x \operatorname{tg} \alpha_{\theta}}{z_x} + \Theta_{\theta}^* \quad (16')$$

По Θ из таблиц (приложение III) находится соответственный угол зацепления α , после чего определяется новое межцентровое расстояние из условия

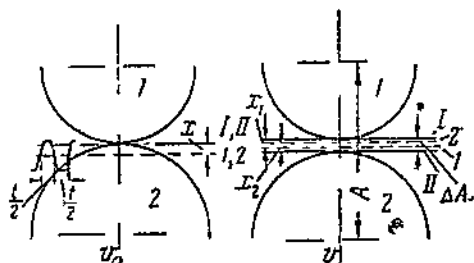
$$A_x = \frac{r_{\theta_1} + r_{\theta_2}}{\cos \alpha_x}$$

$$A = A_0 \frac{\cos \alpha_{\theta}}{\cos \alpha} = m \frac{z_1 + z_2}{2} \cdot \frac{\cos \alpha_{\theta}}{\cos \alpha} \quad (17)$$

Обратный сдвиг, т. е. сближение колес после „удаления“ из пары исходного контура (см. фиг. 19-в) будет:

$$v = (A_0 + x_x) - A = x_x + A_0 \left(1 - \frac{\cos \alpha_{\theta}}{\cos \alpha}\right) \quad (17')$$

Подобное сближение центров колес требует иногда даже снижения высоты зубьев в V -передатках, во избежание слишком сильного уменьшения радиального зазора (между головками одного и окружностью впадин другого зубчатого колеса). Если не учитывать последнего обстоятельства, корригированные колеса одинаковы как для V_0 , так и для V -передачи; соединение их в такие передачи показано схемой фиг. 21, где сплошными изображены начальные линии обработки (являющиеся делительными, так как по предыдущему здесь сохраняется номинальный модуль), а пунктиром — положение средней линии рейки относительно каждого из колес, имевшее место при обработке (BB' , фиг. 19; $x_x = x_1 + x_2$).



Фиг. 21.

Охарактеризованная выше в настоящем параграфе система исправления, исходящая только из условий неподрезания зубьев, принадлежит Кутлбаху и является предельной в том смысле, что сдвиги по всякой иной системе корригирования, из каких бы соображений она ни исходила, должны лежать обязательно не ниже кутлбаховских. Из подобных систем, в соответствии с положениями в основу выбираемых сдвигов принципами, следует отметить следующие.

Шибель исходит из условий равной прочности на изгиб зубцов обоих колес при том же материале, т. е. из равной толщины ножек. Мааг, Бакингам, акад. Чудаков, инж. Дикер исходят в основном из условий удельного скольжения и удельного давления; при этом наиболее частой предпосылкой является стремление выравнять максимальное удельное скольжение на обоих сопряженных профилях. Выравнивание удельного давления приводит часто к чрезмерным сдвигам, поэтому от этого условия в чистом виде приходится отказываться. Специально для косозубых колес, исходя из соображений кратности единице полной степени перекрытия, дал систему корригирования инж. Решетов. Наиболее детально разработанной по принципам, данным еще Лаше и Гоппе, является система Маага, содержащаяся фирмой в секрете; весьма близка к ней последняя система ЦКБР. Система самого Лаше (или АЕС), который был вынужден исходить из совре-

* Индекс Σ везде соответствует сумме.

менной ему технологии (фасонный инструмент), потеряла в настоящее время всякий интерес, хотя теоретическая часть работы Лаше остается во многом классической и до настоящего времени. К другим методам улучшения эвольвентного зацепления, уже не относящимся к корригированию как таковому, принадлежит замена крайних участков эвольвенты профиля циклоидами (смешанное или озоидальное зацепление). Ввиду трудности его осуществления в чистом виде часто применяется просто скругление внешних участков прямобочного профиля рейки (радиус скругления $r_c \approx t \div 1,5 t$).

§ 6. Удельное скольжение, удельное давление и степень перекрытия в эвольвентных зубчатых колесах. Заострение зубьев.

Хотя эти вопросы и не связаны непосредственно с точностью зубчатых колес и их измерением, их влияние на работу и износ передачи заставляет на них вкратце остановиться, тем более, что геометрическое определение износа составляет одну из труднейших метрологических задач.

Удельное скольжение. Согласно § 1 наличие взаимного скольжения профилей в зацеплении неизбежно; величина и направление его определяются непосредственно из сопоставления путей, проходимых точкой зацепления по общим сопряженным профилям. Из фиг. 22 видно, что до линии центров скольжение $G' = \widehat{K'P'} - \widehat{KP'}$, а за линией центров $G'' = \widehat{P''M''} - \widehat{P'M''}$.

Приведенные разности характеризуют полную абсолютную величину скольжения профилей и показывают, что для ведущего профиля скольжение направлено всегда от начальной окружности к концам профиля, а для ведомой наоборот, поскольку

$\widehat{P''K} > \widehat{P'K}$
и $\widehat{P''M''} < \widehat{P'M'}$.

Если взять сопряженные профили в произвольный момент зацепления, то за бесконечно малое время dt по

ведущему профилю точкой зацепления будет пройден путь $d\lambda_1$, а по ведомому $d\lambda_2$. Разность $d\lambda_2 - d\lambda_1$ даст абсолютное скольжение в данной точке* по ведущему профилю, а разность $d\lambda_1 - d\lambda_2$ — по ведомому. В основу оценки колес по скольжению кладется „удельное“ скольжение g , величина которого для первого профиля определяется:

$$g_1 = \frac{d\lambda_2 - d\lambda_1}{d\lambda_1}, \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \quad (18)$$

а для второго:

$$g_2 = \frac{d\lambda_1 - d\lambda_2}{d\lambda_2}$$

Учитывая формулы § 1 и определение передаточного отношения

$$i = \frac{d\varphi'}{d\varphi''} = \frac{r_{o2}}{r_{o1}} = \frac{z_2}{z_1},$$

* На фиг. 22 M'' , характеризующая конец активного профиля, случайно изображена в момент пересечения ею окружности выступов первого колеса (Rel).

имеем по формулам 18 для эвольвентного зацепления в произвольной точке K

$$g_{1k} = \frac{\rho_k'' d\varphi'' - \rho_k' d\varphi'}{\rho_k' d\varphi'} = \frac{d\varphi' (\rho_k'' z_1 - \rho_k' z_2)}{z_2 d\varphi' \cdot \rho_k'} =$$

$$= \frac{r_{02} \operatorname{tg} \alpha_k'' z_1 - r_{01} \operatorname{tg} \alpha_k' z_2}{r_{01} \operatorname{tg} \alpha_k' z_2} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_k'' - \operatorname{tg} \alpha_k'}{\operatorname{tg} \alpha_k'} = \frac{\varphi_k'' - \varphi_k'}{\varphi_k'} \quad (19)$$

$$g_{2k} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_k' - \operatorname{tg} \alpha_k''}{\operatorname{tg} \alpha_k''} = \frac{\varphi_k' - \varphi_k''}{\varphi_k''}, \quad (19')$$

где φ_k — угол развернутости данного профиля в точке K , равной тангенсу угла давления в той же точке α_k .

Из формул видно, что удельное скольжение, отсутствуя у полюса, возрастает к началу и концу зацепления, достигая при использовании слишком малых углов развернутости (или давления) весьма значительных величин и даже ∞ (при одном из $\varphi = 0$). Так как наименьший угол развернутости в данной передаче свойственен нижней точке активного профиля меньшего колеса¹, то именно здесь следует в первую очередь опасаться слишком большого удельного скольжения.

Удельное давление. Касание сопряженных профилей осуществляется в одной точке, чему пространственно соответствует по длине зуба линия, называемая контактной. Практически, вследствие наличия упругих деформаций смятия, эта линия превращается в узкую полоску, на которой и сосредоточено все передаваемое давление. Отношение нормального усилия к площади смятия называется удельным давлением и характеризует возникающие местные напряжения смятия, определяемые по формуле Герца для выпуклых профилей²:

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{0,35 P_n E_1 E_2 (\rho_1 + \rho_2)}{b \rho_1 \rho_2 (E_1 + E_2)}} \text{ кг/см}^2, \quad (20)$$

где P_n — нормальное усилие в кг, E_1 и E_2 — модули упругости материалов в кг/см² соответственно для обоих тел, ρ_1 и ρ_2 — радиусы кривизны профилей в точке касания, b — длина контактной линии.

Для эвольвентных профилей, в силу $\rho_1 + \rho_2 = \text{const} = A \sin \alpha$, где A — межцентровое расстояние (фиг. 23), имеем

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{0,35 P_n E_1 E_2 A \sin \alpha}{b \cdot \rho_k' \cdot \rho_k'' (E_1 + E_2)}}, \quad (20')$$

где ρ_k' и ρ_k'' определяются по формуле (5).

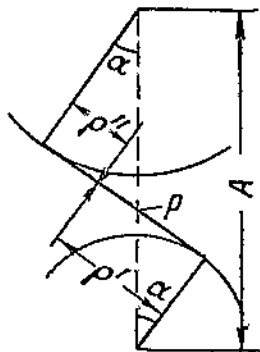
Легко видеть, что σ_d имеет место при наименьшем значении меньшего из ρ , т. е. там же, где профиль опасен уже и по удельному скольжению, что особенно способствует износу подобных участков и служит стимулом к отходу от них путем корригирования зацепления, как отмечено выше.

Еще одной существенной характеристикой зацепления, которая тоже тесно связана с вопросами корригирования, является степень перекрытия зацепления, т. е. отношения длины участка линии зацепления, па котором работает зуб (коротко: „длины зацепления“), к расстоянию между последовательными одноименными профилями, взятому по той же линии, т. е. к основному шагу³.

¹ В полюсе углы развернутости равны; приращение угла развернутости в зацеплении (фиг. 7) равно углу поворота данной шестерни ($\Delta\varphi = \Delta\Phi$); таким образом $\varphi_d - \varphi_i$ и $\varphi_e - \varphi_d$ обратно пропорциональны диаметрам колес.

² Герц исходит из смятия двух взаимно прижимаемых по общей образующей цилиндров.

³ В просторечии степень перекрытия определяется обычно как „среднее число пар зубьев, находящихся одновременно в зацеплении“.



Фиг. 23.

Степень перекрытия (ε), которая (см. § 1) должна быть всегда больше единицы для исключения неперекрывающихся участков, для эвольвентного зацепления, таким образом, определяется,

$$\varepsilon = \frac{l}{l_0} = \frac{l}{\pi \cdot m \cos \alpha},$$

где l — длина зацепления.

Пусть (фиг. 17) B равно отрезку от точки N до точки начала зацепления M ; последняя определяется, в случае отсутствия подрезания, встречей линии зацепления WN с окружностью выступов сопряженного колеса.

Тогда $l = l' + l''$ и при $R_e = r_d + fm$ имеем

$$\begin{aligned} l' &= L - PN = \sqrt{R_{e1}^2 - r_{o1}^2} - r_1 \sin \alpha = \\ &= m \left(\sqrt{\frac{z_1^2}{4} \sin^2 \alpha + z_1 f + f^2} - \frac{z_1}{2} \sin \alpha \right), \end{aligned} \quad (21)$$

аналогично, подсчитывая l'' по сопряженному колесу, получим

$$\begin{aligned} l'' &= \sqrt{R_{e2}^2 - r_{o2}^2} - r_2 \sin \alpha = \\ &= m \left(\sqrt{\frac{z_2^2}{4} \sin^2 \alpha + z_2 f + f^2} - \frac{z_2}{2} \sin \alpha \right), \end{aligned} \quad (21')$$

что при $f = 1$ и после сокращения на m дает

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{\frac{z_1^2}{4} \sin^2 \alpha + z_1 + 1} + \sqrt{\frac{z_2^2}{4} \sin^2 \alpha + z_2 + 1} - \frac{z_1 + z_2}{2} \sin \alpha}{\pi \cos \alpha}, \quad (22)$$

При наличии подрезания, заходящего по линии зацепления за окружность выступов сопряженного колеса, l определяется всецело подрезанным колесом: $l = L - B$, где B выражается через величину среза самой эвольвенты z следующим образом:

$$B = \sqrt{(r_{o1} + z)^2 - r_{o1}^2} = m \sqrt{\frac{z}{m} z \cos \alpha + \left(\frac{z}{m}\right)^2}, \quad (23)$$

причем приближенно по Уильдхэберу

$$\frac{z}{m} = \frac{\left(f - \frac{z}{2} \sin^2 \alpha\right)^2}{4 z \cos \alpha \sin^2 \alpha}. \quad (23')$$

Для рейки, очевидно, $l_p' = \frac{fm}{\sin \alpha}$, откуда при сопряжении неподрезанного колеса I с рейкой получаем

$$l = l_I' + l_p' = l_I' + \frac{fm}{\sin \alpha}. \quad (24)$$

Заострение зубьев. В то время как предел отрицательным сдвигам ставится подрезанием зубьев, предел положительным — заострением последних, т. е. встречей их разноразмерных эвольвент ($S_e = 0$)¹. Равенство нулю толщины зуба в точке заострения определяется по формуле 12а:

$$\begin{aligned} 2x_{\max} \operatorname{tg} \alpha_d &= 2r_d(\theta_e - \theta_d) - \frac{\pi m}{2} \\ x_{\max} &= \frac{mz(\theta_e - \theta_d) - \frac{\pi m}{2}}{2 \operatorname{tg} \alpha_d} = \frac{mz}{2} \cdot \frac{\theta_e - \theta_d - \frac{\pi}{2z}}{\operatorname{tg} \alpha_d}. \end{aligned} \quad (25)$$

¹ Индекс e (exterior) здесь относится к предельному значению.

Однако обычно α_e и соответственный θ_e неизвестны. Тогда в качестве второго уравнения для их определения берется:

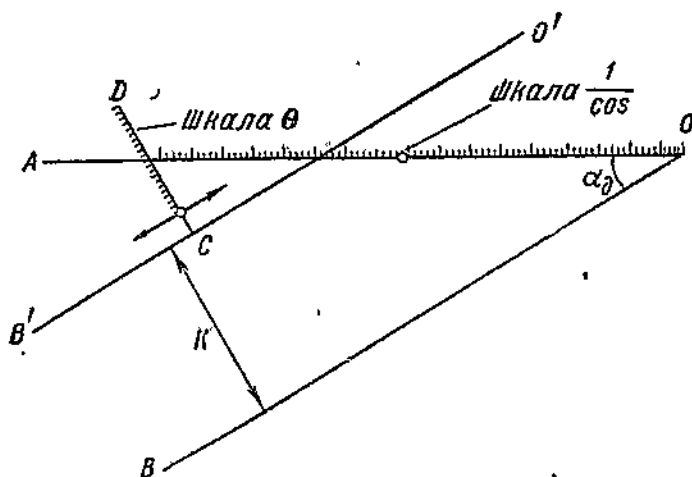
$$\cos \alpha_e = \frac{r_0}{R_e} \quad \text{или} \quad R_e = \frac{r_0}{\cos \alpha_e},$$

где

$$R_e = r_0 + f'm + x,$$

откуда

$$\begin{aligned} x = R_e - (r_0 + f'm) &= \frac{r_0}{\cos \alpha_e} - \left(\frac{mz}{2} + f'm \right) = \\ &= \frac{mz}{2} \left(\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_e} - 1 - \frac{2f'}{z} \right). \end{aligned} \quad (26)$$



Фиг. 24.

Приравнявая (25) и (26):

$$\begin{aligned} \theta_e - \theta_0 - \frac{\pi}{2z} &= \operatorname{tg} \alpha_0 \left(\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_e} - 1 - \frac{2f'}{z} \right), \\ \theta_e - \frac{\sin \alpha_0}{\cos \alpha_e} &= \theta_0 + \frac{\pi}{2z} - \operatorname{tg} \alpha_0 - \frac{2f'}{z} \operatorname{tg} \alpha_0, \\ \theta_e - \sin \alpha_0 \sec \alpha_e &= \frac{\pi}{2z} - \alpha_0 - \frac{2f'}{z} \operatorname{tg} \alpha_0. \end{aligned} \quad (27)$$

Правая часть известна из данных шестерни, ее можно обозначить некоторой числовой величиной K , по которой и определяется трансцендентная левая часть, имеющая вид: $f(\alpha_e) - \alpha f(\alpha_0) = K$.

Такое уравнение для непосредственного решения требует иногда длительного подбора, но легко может быть решено геометрическим построением.

Для этого достаточно вычертить в одном масштабе две функциональных шкалы: $\frac{1}{\cos \alpha}$ и θ , первую AO на бумаге, вторую CD — отдельно, обозначив на обеих, как всегда в функциональных шкалах, непосредственно аргумент, т. е

$$^1 \text{ Для } f' = 1, \alpha_0 = 20^\circ; K = \left(\frac{\pi}{2} - 2 \operatorname{tg} 20^\circ \right) \frac{1}{z} - 0,349 = \frac{0,843}{z} - 0,349 \approx \frac{0,84}{z} - 0,35.$$

углы в градусах. Проведя под углом α_0 к шкале AO две прямых на расстоянии, равном K , так, чтобы одна из прямых проходила через точку нуля шкалы AO (фиг. 24), и приложив под прямым углом ко второй прямой шкалу CD , получим искомый угол в точке равных аргументов обеих шкал. Последнее значит, что, двигая шкалу CD , как показано, в направлении прямой $B'O'$, следует искать точку, когда во взаимном пересечении обе шкалы показывают общий аргумент (угол α_0).

Высокой точности получить подобным графическим методом нельзя, однако для решения вопроса об угрозе заострения зуба он вполне достаточен.

§ 7. Косозубые колеса

В предыдущем изложении мы рассматривали зацепление в плоской задаче, относя все рассуждения к явлениям, протекающим в произвольной плоскости, перпендикулярной оси вращения (т. е. в так называемом „торцевом“ сечении). В подобную задачу целиком вписываются колеса прямозубые, если их контактная линия без искажения проектируется в точку зацепления. Несколько иначе обстоит дело с колесами косозубыми, где зубья расположены под углом к образующим характеристических цилиндров (т. е. основного, начального и т. п.). Хотя в любом торцевом сечении картина зацепления полностью сохраняется такой, как изложено, сдвиг последовательных сечений относительно друг друга вносит некоторую специфику как в зацепление, так и вообще в геометрию косозубых колес.

Возвращаясь к фиг. 7, мы можем представить себе, что эвольвенты a_0a_1 , b_1b_2 , b_2b_3 и т. д. — последовательные взаимно равноотстоящие сечения косога зуба. Если на основном цилиндре угол наклона зуба к образующей равен β_0 , то $a_0b_1 = b_1b_2 = b_2b_3 = \Delta B \operatorname{tg} \beta_0$, где ΔB есть осевое расстояние между соседними взятыми сечениями. Но $a_0b_1 = b_1b_2 = \dots = a_1b_1' = b_1'b_2' \dots$ и т. д. Следовательно в плоскости, проектирующей в прямую a_1b_1' ,

$$\frac{a_1b_1'}{\Delta B} = \frac{b_1'b_2'}{\Delta B} = \frac{b_2'b_3'}{\Delta B} = \dots = \operatorname{tg} \beta_0,$$

т. е. угол наклона зуба в плоскости, касательной к основному цилиндру, постоянен по всей длине зуба и равен углу наклона его по основному цилиндру. Это постоянство угла в плоскости зацепления или, иначе говоря, прямолинейность контактной линии¹ в косозубых колесах является одним из характерных свойств эвольвентного зацепления. Оно же полностью объясняет сопрягаемость косозубого эвольвентного колеса с прямобоочной рейкой, т. е. такой, у которой боковые рабочие поверхности превращаются в плоскости.

Угол наклона зубьев рейки определяется по фиг. 25:

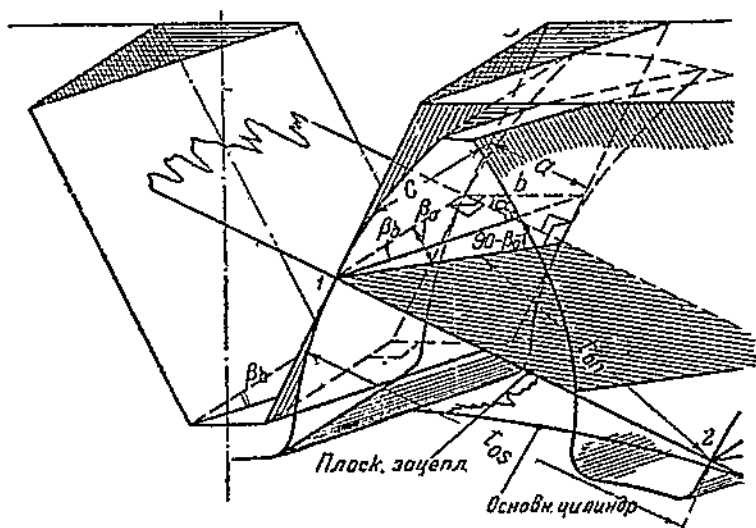
$$\frac{\operatorname{tg} \beta_0}{\operatorname{tg} \beta_0} = \frac{b \cdot c}{c \cdot a} = \frac{b}{a} = \frac{1}{\cos \alpha_s}, \quad (28)$$

где α_s — угол зацепления в торцевой плоскости.

Однако из фиг. 26 видно, что с косозубой рейкой полностью может быть совмещена и рейка прямозубая (пунктир), если обе характеризуются

¹ Контактной линией называется любая линия касания сопряженных зубьев, или, иначе говоря, линия пересечения плоскости зацепления и рабочей поверхности зуба, находящегося в произвольной фазе зацепления.

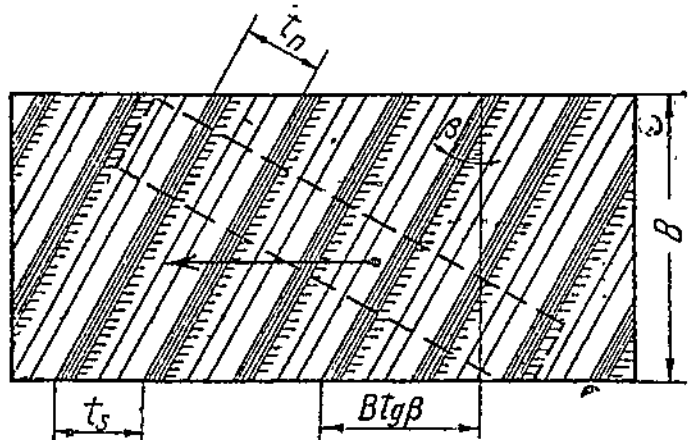
ются одними и теми же данными по нормальному к зубьям сечению. Это дает возможность нарезки косозубых колес прямозубым инструмен-



Фиг. 25.

том ¹, причем необходим лишь пересчет данных с „торцевых“ (индекс s) на нормальные (индекс n). Из тех же фиг. 25 и 26 видно, что шаг

$$t_n = t_s \cos \beta_d \quad (29)$$



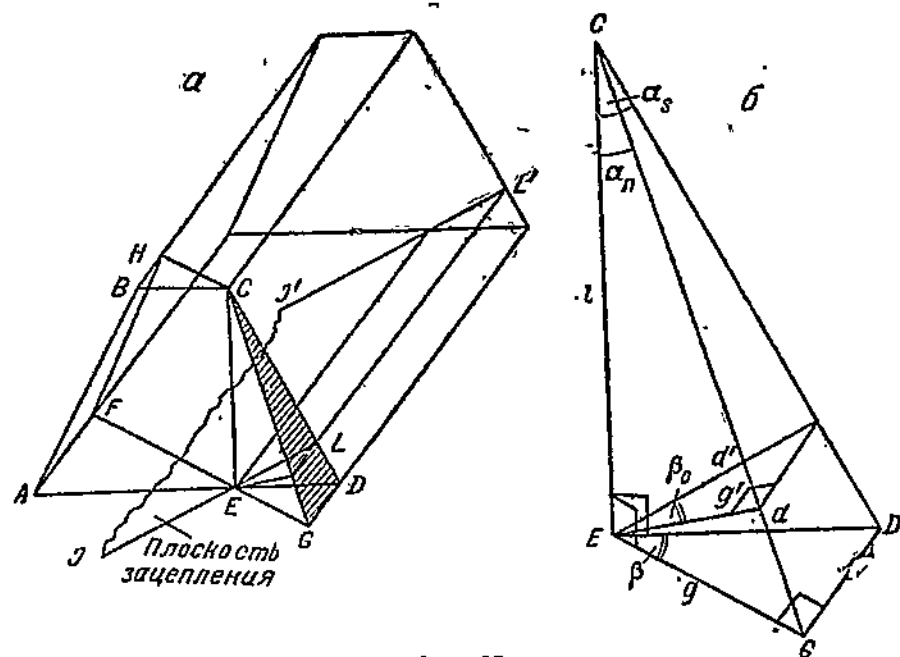
Фиг. 26.

и толщина

$$s_n = s_s \cos \beta_d. \quad (29')$$

¹ Гребенкой или фрезером; нарезка прямозубым долбяком из технологических и конструктивных соображений не применяется, хотя, как показал проф. Головин, вполне возможна.

Таким образом для нарезки шестерни с торцевым шагом t_s и начальным диаметром $\frac{t_s z}{\pi} = m_s z$ требуется инструмент шага $t_n = t_s \cos \beta$ или, наоборот, инструмент модуля m_n (т. е. шага t_n) должен при числе зубьев, равно z , нарезать шестерню диаметра не $m_n z$, как в прямозубых колесах, но большего $\frac{m_n z}{\cos \beta_0}$. При этом высота зубьев, очевидно, сохранится стандартной, равно как и „нормальный“ коэффициент высоты f_n ;



Фиг. 27.

торцевой коэффициент высоты окажется, очевидно, уменьшенным в отношении

$$f_s = f_n \frac{m_n}{m_s} = f_n \cos \beta_0.$$

Фиг. 27 представляет косой зуб рейки с нанесенными на нем сечениями: торцевым (ABCD) и нормальными (CGFH) и плоскостью зацепления LL'J'J. Пирамида EGDC вынесена для наглядности отдельно (фиг. 27, б). Из последней видно:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\operatorname{tg} \alpha_s} = \frac{g}{l} \cdot \frac{l}{a} = \cos \beta_0, \quad (30)$$

$$\frac{\sin \alpha_n}{\sin \alpha_s} = \frac{g'}{l'} \cdot \frac{l'}{a'} = \cos \beta_0, \quad (31)$$

откуда

$$\frac{\cos \alpha_n}{\cos \alpha_s} = \frac{\sin \alpha_n}{\operatorname{tg} \alpha_n} \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha_s}{\sin \alpha_s} = \frac{\cos \beta_0}{\cos \beta_0}, \quad (32)$$

что представляет наиболее удобный для запоминания вид.

Приведенные формулы дают возможность распространить выкладки всех предыдущих параграфов и на косозубые колеса, нарезанные нормальным инструментом модуля m_n и угла зацепления α_n . Необходимо помнить, что все эти приведения к „нормальным“ данным делают лишь для использования типового инструмента и условного расчета по его данным; зацепление же происходит по торцевым сечениям, где только и сохраняется правильный эвольвентный профиль у шестеренных зубьев. Никакого эвольвентного профиля в „нормальном“ сечении не существует и даже само нормальное сечение действительно существует только у рейки, тогда как у шестерни в силу винтообразности зубьев „нормальная“ к этим зубьям плоскость является чистой условностью.

Минимальное по подрезанию число зубьев косозубых колес согласно § 5 определяется

$$z_{k \min} = \frac{2f \cos \beta_d}{\sin^2 \alpha_s},$$

где f — стандартно (1, или 0,8), а $\alpha_s = \arctg \frac{\lg \alpha_n}{\cos \beta_d}$.

В отношении степени перекрытия имеется некоторое отличие от прямозубых колес, так как в дополнение к торцевому коэффициенту перекрытия добавляется еще дополнительное перекрытие за счет взаимного сдвига крайних торцевых сечений.

Если угол наклона зуба на делительном цилиндре равен β_d , а ширина венца по нему B , то сдвиг g определится по фиг. 26:

$$g = B \operatorname{tg} \beta_d.$$

Отношение g к торцевому шагу по тому же цилиндру, определяющее дополнительное перекрытие, будет

$$\varepsilon_{дон} = \frac{g}{t_s} = \frac{B \operatorname{tg} \beta_d}{t_s}.$$

Полная степень перекрытия косозубого колеса:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_s + \varepsilon_{дон},$$

где ε_s определяется по формулам § 6 при подстановке в них торцевых данных колеса.

Удельное давление и удельное скольжение в косозубых колесах переменны вдоль общей контактной линии в данный момент, так как переменны ρ , что видно из фиг. 7.

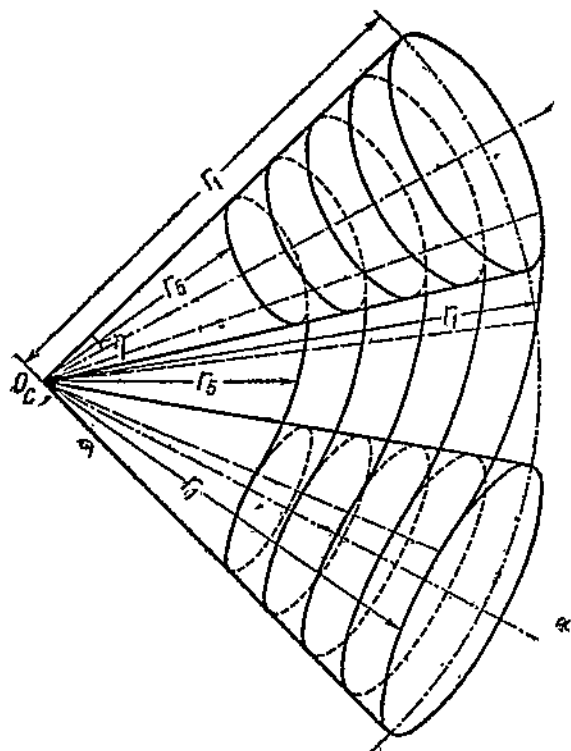
Высокая степень перекрытия и выгодное в отношении износа распределение давления и скольжения способствует все более широкому распространению косозубых колес, так что вопросы их измерения в настоящее время никак нельзя расценивать как менее актуальные, чем вопросы измерения прямозубых.

Конические передачи

Аналогично тому как эвольвентное зацепление цилиндрических зубчатых колес приводится к геометрической картине перекатывания или

¹ Так как отношение дуги зацепления по начальной окружности к шагу t то ей равно отношению длины зацепления к основному шагу t_0 (косинус входит одновременно в числитель и знаменатель), то степень перекрытия ε можно определять как из основных, так и из начальных данных.

основного конуса на другой (фиг. 28,а). При этом любая точка, лежащая на этой гибкой связи, т. е. в плоскости зацепления, совершает в этом мнимом движении вращение относительно общего центра O_c , что в движении, относительно к конусам, даёт сферическую эвольвенту. Фигура 28,б изображает явление в передаче в целом. Здесь сечение сферы по большому кругу PN , касательному к обоим основным конусам, воспроизводит плоскость зацепления, O_1O_2 — осевую плоскость передачи. Оба основных конуса облекают соответственно соосными начальными конусами, касательными друг другу.



Фиг. 28,а.

0

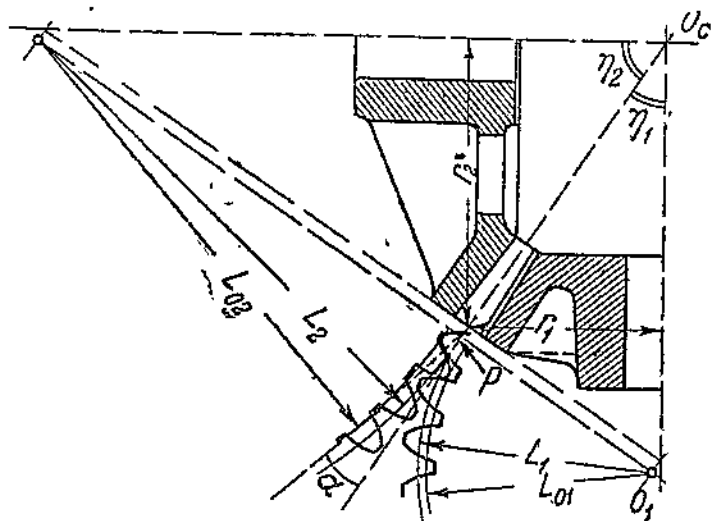
колеса по условиям технологии выполняются не с точно эвольвентным профилем.

При обработке обкатом, т. е. сопряженными резцами, приходится исходить не из плоского основного диска, а из произвольного „плоского“ или „торцевого“ колеса, дающего плоский начальный диск (см. пунктир $p'Ppp$ на фиг. 28,б). Подобное плоское колесо дает на изделии тем большее отклонение от эвольвенты, чем больше его угол зацепления, т. е. чем больше угол между прямолинейными инструментальными профилями.

Относительное взаимное искажение дуговых перемещений в двух пересекающихся плоскостях („начальный“ и „основной“ диски) самоочевидно. Его легко показать таким примером. Две пересекающихся плоскости $PP'r$ и $PP'N$ пересекаются третьей, вращающейся вокруг O , перпендикулярно к $PP'N$ (фиг. 29). Рассмотрим соотношение элементарных дуг ΔS_r и ΔS_N , соответствующих элементарному углу поворота $\Delta\varphi$ в разных положениях. Когда вращающаяся плоскость занимает

поверхности, слегка отступающей от плоскости, не совсем удачно называемое „октоидальным“¹.

Однако подобное отступление от эвольвенты правильности передачи не нарушает, поскольку исходное плоское колесо остается общим для обеих парных шестерен (общий исходный контур). Иное дело приближенное октоидальное зацепление, образуемое на станках Глисон, Гейденрейх и Гарбек и др. Здесь налицо дополнительное, правда незначительное, но различное для обеих шестерен искажение исходного контура за счет того, что обкат ведется не по диску, а по близкому к нему (т. е. весьма тупому) конусу, откуда такое зацепление и может быть названо „конусооктоидальным“².



Фиг. 30.

Еще значительно более грубым приближением является построение профилей по методу Тредгольда, заключающемуся в том, что дополнительный конус зубчатого колеса разворачивается в плоскость по фиг. 30 так, что его образующая L принимается за радиус соответственной начальной окружности и все построения и расчеты относятся к такому „развернутому“ плоскому колесу, которое принимается эвольвентным. К внешнему же дополнительному конусу принято относить и все размеры колеса (например m, r), так, что и проверка часто ведется по этой предельной поверхности, т. е. по внешней кромке колеса. Это представляет значительные затруднения в смысле достижения надлежащей точности (затупление, заусенцы, забоины) и рекомендовано быть не может.

¹ Название происходит от того, что линия зацепления загибается в „восьмерку“ (латинское *osto*), тогда как вообще наименование зацепления определяется формой профиля, а не линией зацепления.

² Название, присвоенное зацеплению Оргаметаллом.

Глава II

ОБЩИЕ ОСНОВЫ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

§ 1. Некоторые основы математической метрологии

Метрология*, т. е. наука о мерах и измерениях, в своей математической части построена на некоторых, хотя и простых, но специфических положениях, знание которых необходимо для свободного оперирования результатами измерений и вычисления ошибок.

Первое из этих положений касается математической трактовки самого понятия ошибки. Ошибка некоторой геометрической величины против ее номинального значения есть не что иное, как положительное или отрицательное приращение, накладываемое на этот „номинал“, т. е. на теоретически-правильное значение величины; таким образом величина, отступающая от своего номинального значения, может быть выражена формулой: $X_{\text{фактн.}} = X_{\text{теоретич.}} + \Delta X$, где ошибка ΔX может иметь как положительное, так и отрицательное значение. Если исходную, теоретическую величину обозначать буквой без индекса, та же формула напишется: $X_{\phi} = X + \Delta X$.

В вопросах проверки и измерения заданных величин речь может идти лишь о значениях ΔX , исчезающе малых в сравнении с самой величиной X . Поэтому с исчерпывающей для практики точностью все рассуждения в отношении этих малых, но конечных приращений можно вести по правилам, установленным для приращений бесконечно-малых. Иначе говоря, для всех математических операций над ошибками применимы правила дифференциального исчисления. Таким образом здесь наблюдается как бы инверсия или обращение исходных положений анализа бесконечно-малых. Действительно, в дифференциальном исчислении мы выводим все правила сначала для конечных малых приращений, а затем, переходя к пределу и отбрасывая малые высших порядков, получаем правила для обращения с величинами бесконечно-малыми. Метрология, наоборот, исходит из предпосылки существования и известности правил анализа бесконечно-малых и применяет их к величинам конечным, т. е. к ошибкам, трактуемым как приращения исходных, теоретических величин. Только применение этого метода и дает возможность аналитического исследования систематических ошибок, возникающих при изготовлении изделия, а также при его измерении. Ошибки случайные подобному анализу не поддаются; их значимость выступает

на первое место лишь в процессах установочного характера, где все определяется случайными сочетаниями самых разнообразных факторов и в первую очередь—физиологических (зависящих от производящего установку человека). Все станки как обрабатывающие, так и измерительные, строятся так, чтобы свести влияние подобных факторов к минимуму. Поэтому практически со случайными ошибками приходится серьезно считаться лишь в процессе измерения, притом тогда, когда в нем ответственную роль играет зрение или осязание (приборы с микроскопами и т. п. и ручной мерительный инструмент). В этой части задача решается посредством некоторых исходных положений теории вероятностей, которые в самом кратком виде даются в конце настоящей главы (§ 12), после ознакомления читателя с основами мерительной техники.

Третья группа вопросов математического порядка возникает тогда, когда приходится искать наиболее вероятное сочетание ошибок, которые сами по себе или известны, или полагаются таковыми. Подобная задача возникает в том случае, если ошибки относятся к категории систематических, но истинная величина исходных параметров неизвестна, и при подобных условиях требуется определить вероятное значение результирующей комплексной ошибки. Эта задача, разрешимая, если все составляющие ошибки могут быть выражены в виде функций от единого общего аргумента, приводится в итоге также к одной из проблем теории вероятностей. Не имея возможности детально останавливаться на выводе формул и отсылая интересующихся к соответствующим курсам¹, ограничимся приведением окончательных положений.

Для интересующего нас случая вероятного суммирования между собою известных (замеренных или установленных аналитически) ошибок применяется так называемое квадратичное сложение, т. е. предполагается, что в случае, если каждая из ошибок $\Delta a, \Delta b, \Delta c, \dots \Delta n$ может как иметь место, так и нет, то наиболее вероятное значение суммарной величины будет

$$\Delta \Sigma_n = \sqrt{(\Delta a)^2 + (\Delta b)^2 + \dots (\Delta n)^2}.$$

Наконец, последний существенный в измерениях вопрос математического характера—это вопрос о порядках малости. Подобный термин общеизвестен в применении к величинам бесконечно малым.

В метрологии порядки малости относятся к величинам конечным, причем сохраняются полностью все положения анализа бесконечно-малых. Этот прием вытекает из того отождествления приращения и дифференциала, которое уже было рассмотрено выше. Практический смысл его заключается в оперировании малыми лишь сопоставимой значимости с отбрасыванием всех величин, исчезающе малых по сравнению с первыми.

Следует отметить, что в вопросах измерений отождествляются нередко десятичные порядки и порядки малости. Делается это из тех соображений, что в малых величинах (погрешности, допуски) младшие десятичные знаки обычно не учитываются (поскольку в этих порядках лежат уже ошибки самих приборов и измерений). Во избежание существенных недоразумений такого отождествления допускать не следует. В отношении по-

¹ См., например, „Курс теории вероятностей“ проф. Авринского, § 59.

рядков малости применимы все теоретические рассуждения соответственного раздела дифференциального исчисления, тогда как „высшие“ (т. е. младшие) десятичные порядки можно не принимать во внимание лишь в чисто практических вопросах, как, например, проектирование измерительных приборов и т. д. Более подробно допустимых соотношений точности приборов и измерений, с одной стороны, и определяемых ошибок, с другой, мы коснемся в конце главы (§ 12) после ознакомления с самими приборами.

В дальнейшем изложении десятичные порядки и порядки малости будут трактоваться как понятия совершенно различные даже в метрологическом толковании.

Отмеченными в настоящем параграфе положениями ограничиваются те приемы математической метрологии, которыми мы наиболее широко пользуемся в дальнейшем изложении.

В заключение мы должны оговорить некоторую произвольность принятого здесь деления ошибок на систематические и случайные. Дело в том, что такое деление твердо установлено и законно только для ошибок наблюдения. Для самих же наличных ошибок применение идентичных принципов не подходит, и все сводится к понятиям, вкладываемым в эти термины авторами. Мы лично принимаем здесь за систематические ошибки все те, которые могут быть связаны общими функциональными зависимостями, относя остальные к случайным.

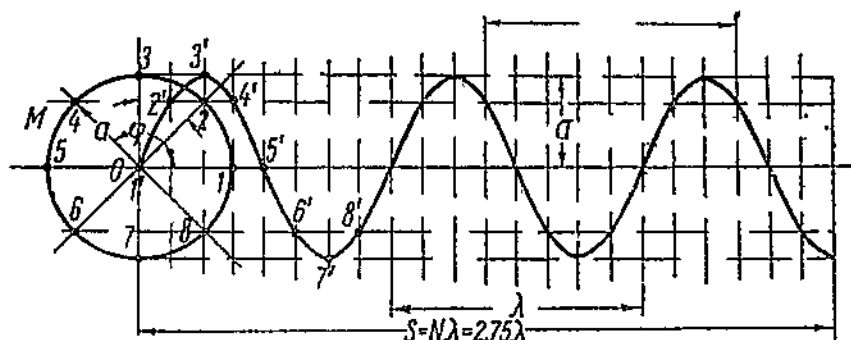
§ 2. Интерференция света

Все современные методы точных геометрических измерений покоятся на определении линейных размеров в длине световой волны. Чем точнее измерения, тем короче их связь с этой первоосновой; чем более производственный характер они носят, тем дальше могут они в отдельных случаях отстоять от нее, не теряя с ней органической связи. Поэтому вопросы измерения в длине световой волны, основанные на законах интерференции света, надлежит рассмотреть относительно подробно в первую очередь. Это тем более необходимо, что вопросы интерференции света играют существенную роль также в некоторых методах прочностного испытания зубчатых колес, которые будут рассмотрены во второй части настоящего труда¹.

Рассматривая свет как воспринимаемые глазом гармонические поперечные колебания эфира, следует допустить, что при известных условиях такие колебания могут складываться, приводя, в зависимости от совпадения или несовпадения фаз, к усилению или ослаблению светового ощущения. Такие изменения силы света действительно наблюдаются и называются интерференцией света. Основной предпосылкой для возможности интерференции является так называемая конгруэентность сопоставляемых лучей, т. е. совмещение в любой данный момент времени плоскости их колебаний. Это условие выполняется автоматически, если оба луча происходят от общего источника. Поэтому приемы исследования интерференционным методом базируются на расщеплении общего луча на части, которые в дальнейшей и приводятся к условиям интерференции.

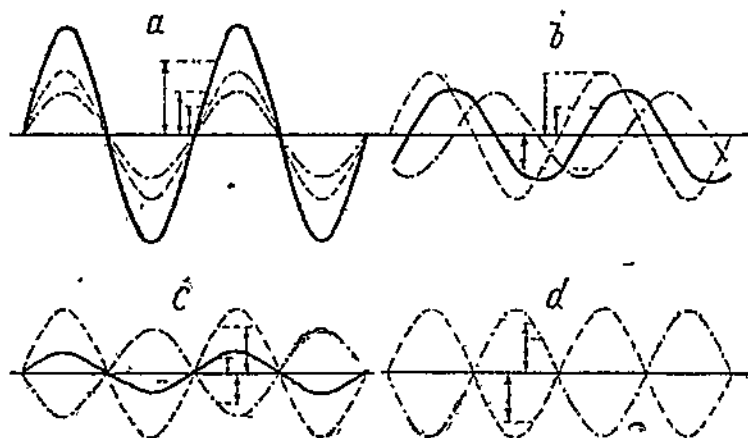
¹ „Исследование зубчатых передач, ч. II, Испытание шестеренных пар“. Оптический метод.

Так как свет рассматривается как гармоническое колебание, распространяющееся вдоль луча с некоторой скоростью v , то это значит, что каждая последующая точка повторяет гармоническое колебание предыдущей с запозданием, равным $dt = \frac{ds}{v}$, где ds — расстояние между рассматриваемыми точками ¹. Следовательно, не только картина коле-



Фиг. 31.

баний данной точки во времени представляется синусоидой, но такой же синусоидой является и совокупность положений в данный момент времени всех последовательных колеблющихся точек вдоль луча. Расстояние между двумя последовательными точками, находящимися в одной и той же фазе, называется длиной волны, откуда произвольное



Фиг. 32.

расстояние по лучу (фиг. 31), может быть определено как λN , где λ — длина волны, а N — число циклов на рассматриваемом отрезке. Относя

¹ Гармоническим колебательным движением называется такое, которое представляется ортогональной проекцией равномерного перемещения некоторой точки M по окружности. Отстояние колеблющейся точки M от нейтральной оси равно в любой момент $a \sin \varphi$, где a — постоянная, называемая амплитудой и равная радиусу упомянутой окружности, а φ — фазовый угол между нейтральной осью и радиальным лучом через точку M в данный момент.

предыдущее к единице времени, получаю основной закон скорости распространения колебательного движения

$$v = \lambda \nu, \quad (1)$$

где v — скорость распространения колебательного движения; λ — длина волны; ν — число циклов в секунду или «частота колебания».

Если на синусоиду, представляющую данное колебательное движение, накладывается другая, той же длины волны, то вместе они дадут суммарное (или разностное) колебание опять-таки с той же длиной волны, но уже иной амплитуды, и сдвинутое по фазе относительно обеих компонент в зависимости от соотношения фаз и амплитуд самих компонентов.

На фиг. 32, a , b и c представлены (жирными) суммарные колебания, получаемые при сдвиге фаз в $k\lambda$, $(K+0,3)\lambda$, $(K+0,5)\lambda$, где K — произвольное целое число. Если при сдвиге $(K+0,5)\lambda$ равны и амплитуды (фиг. 32, d) колебания взаимно погашаются, т. е. в случае света таковой исчезает.

Для того чтобы найти в общем случае фазу и амплитуду суммарного колебания, достаточно произвести геометрическое сложение векторов, представляющих амплитуды компонентов и приведенных к нейтральной линии под соответственными фазовыми углами φ' и φ'' (фиг. 33).

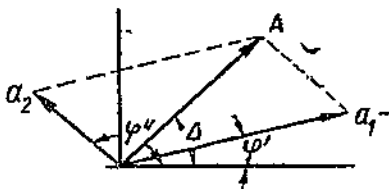
Рассмотрим отражение луча от весьма тонкой прозрачной пластинки. Для этого вспомним основные законы распространения света. Скорость распространения света в каждой данной среде есть величина постоянная. Однако в то время как в пустоте (и газах при невысоких давлениях) она от длины волны не зависит, в телах твердых и жидких она является функцией оптической плотности последних и длины волны. Оптическая плотность тела, обуславливающая законы распространения света через тело, характеризуется показателем преломления n . Этот последний определяется, как указывает название, отклонением луча при его вступлении в данную среду на основании уравнения

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin \psi_2}{\sin \psi_1}, \quad (2)$$

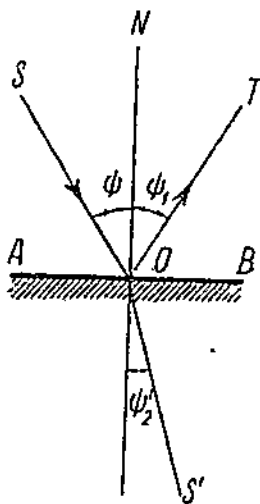
где (фиг. 34) ψ — угол падения луча из первой среды во вторую, ψ_2' — угол преломления, n_1 — показатель преломления первой, и n_2 — второй среды. В свою очередь волновая теория света дает

$$\frac{\sin \psi_1}{\sin \psi_2} = \frac{v_1}{v_2}, \quad (3)$$

где v_1 и v_2 — скорости в данных средах.



Фиг. 33.



Фиг. 34.

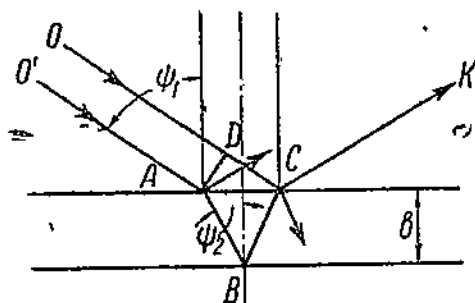
Соединяя уравнения 1, 2 и 3, имеем при $v = \text{const}$ (частота колебаний от среды не зависит)

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \psi_1}{\sin \psi_2} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (3')$$

чем и объясняется диффракция света, т. е. его разложение по длинам волн или цветам при прохождении через преломляющие призмы.

1) При переходе из одной прозрачной среды в другую, луч входит в последнюю не полностью, а частично отражается от поверхности второй среды. Поэтому луч, направленный на тонкую прозрачную пластинку, расщепится на две части, которые могут в дальнейшем интерферировать по следующим законам.

Пусть (фиг. 35) на пластинку толщиной b падают два близких параллельных луча OC и OA ; каждый из них частично преломится, частично отразится. Рассмотрим



Фиг. 35.

два луча, возвращающиеся в первую среду из точки C .

Один из них является непосредственно отраженной частью луча OC , тогда как другой представляет собой продолжение преломленной в A , отраженной в B и вновь преломленной в C части луча OA . Так как для любой среды угол отражения равен углу падения, то обе компоненты, выходящие из C , будут совпадать в направлении CK . Однако до прихода в точку C они прошли разные пути, и следовательно, придут в нее с соответственным сдвигом фаз.

Разность геометрических путей определяется по фиг. 35:

$$l = \overline{AB} + \overline{BC} - \overline{DC}, \quad (4)$$

если AD — перпендикуляр на OC из точки A .

Но так как для определения сдвига фаз, получаемого на пути l , следует учесть и оптические свойства сред, поскольку от них по уравнению 3' зависит λ , то оптическая разность хода Δ будет

$$\Delta = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \overline{AB} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \overline{BC} - \overline{DC} = n \overline{AB} + n \overline{BC} - \overline{DC}, \quad (4')$$

где n — показатель преломления второй среды относительно первой. Определяя значение отрезков по фиг. 35, имеем

$$\begin{aligned} \Delta &= 2nb \frac{1}{\cos \psi_2} - \overline{AC} \sin \psi_1 = \frac{2nb}{\cos \psi_2} - 2b \operatorname{tg} \psi_2 \sin \psi_1 = \\ &= 2nb \left(\frac{1}{\cos \psi_2} - \frac{\sin^2 \psi_2}{\cos \psi_2} \right) = 2nb \cos \psi_2. \end{aligned} \quad (5)$$

Однако отражение происходит различно в зависимости от плотности среды. В случае отражения от среды, оптически более плотной, происходит дополнительный сдвиг на половину (называемый «потерей

полуволны»), независимо от длины таковой. Наоборот, при отражении от среды менее плотной такого явления не происходит, и отраженный луч является по фазе как бы прямым продолжением падающего.

Таким образом в подобном случае, наиболее практически интересном, имеем

$$\Delta' = 2nb \cos \psi_2 \pm \frac{\lambda}{2}. \quad (5')$$

Выбор знака безразличен, поскольку речь идет о полуволне.

Если учесть сказанное ранее, получаем, что оба совпадающих луча, выходящие из C в направлении CK , будут интерферировать.

Сила света, пропорциональная квадрату амплитуды, определится, очевидно, из соотношения b и λ , причем, так как темнота (фиг. 32) наступает при сдвиге $(K + 0,5)\lambda$ или $(2K + 1)\frac{\lambda}{2}$, где K произвольное целое число, то для полного погашения света b определяется из уравнения

$$2nb \cos \psi_2 + \frac{\lambda}{2} = (2K + 1) \frac{\lambda}{2}$$

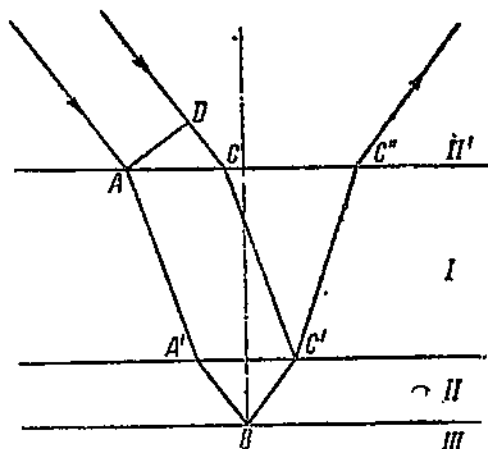
или

$$b_{TM} = \frac{(2K + 1) \frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{2}}{2n \cos \psi_2} = \frac{K\lambda}{2n \cos \psi_2}.$$

Наоборот, максимальная сила света соответствует:

$$2nb \cos \psi_2 + \frac{\lambda}{2} = \lambda K$$

$$b_{CB} = \frac{\lambda \left(K - \frac{1}{2} \right)}{2n \cos \psi_2}.$$



Фиг. 36.

Если мы вообразим пластинку в виде воздушного слоя II, заключенного между произвольным отражающим телом III и прозрачной плоско-параллельной пластинкой I, то, очевидно, по фиг. 36 оптические свойства последней из уравнения исключаются, и показатель преломления, равный для воздуха единице, выпадает. Если мы к тому же заставим луч падать на пластинку перпендикулярно, то $\psi_1 = \psi_2 = 0$ и $\cos \psi_2$ также равен единице.

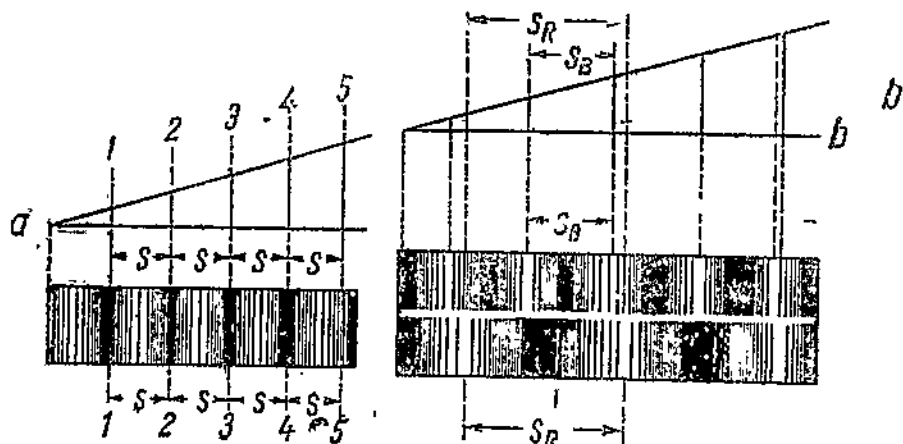
Для этого частного случая, практически особо интересного, получаем:

$$\left. \begin{aligned} b_{TM} &= K \frac{\lambda}{2} \\ b_{CB} &= \frac{\lambda}{4} (2K - 1). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Придавая нашей «интерференционной» пластинке самую легкую клиновидность, так чтобы теоретически слегка расходящиеся лучи, выходящие из точки C , продолжали восприниматься глазом как один общий

луч, что вполне соответствует физиологии зрения, мы будем получать для различных точек различную толщину слоя b . Соответственно этому пластинка будет казаться сверху различно освещенной, причем одинаковые полосы будут располагаться параллельно линии пересечения плоскостей, образующих получаемый клин.

Так как нормальный белый цвет является смешанным из отдельных чистых тонов («цветов спектра»), характеризующих различными λ , то для получения затемнений и просветлений согласно формуле (6) надо пользоваться «мономатическим» светом, т. е. соответствующим некоторой определенной длине волны. Получающаяся тогда при наблюдении клина картина изображена на фиг. 37, a , причем угол клина на



Фиг. 37.

чертеже чрезвычайно преувеличен. Если возьмем свет другой длины волны, то, очевидно, получим при том же клине и другое расстояние S между полосами (фиг. 37, b), которое, находится в следующем соотношении с углом клина α и длиной волны λ :

$$\frac{\lambda}{2S} = \operatorname{tg} \alpha \cong \alpha \cong \sin \alpha \quad (7)$$

(свет по толщине клина проходит туда и обратно, почему линия тангенса и соответствует, — ср. формулу 6, — не λ , а $\frac{\lambda}{2}$).

Различным цветам спектра соответствуют примерно следующие длины волн в воздухе:

Красный	от 0,70 до 0,62 μ	Голубой	от 0,49 до 0,46 μ
Оранжевый	0,62 μ	Синий	0,46 μ
Желтый	0,58 μ	Фиолетовый	0,44 μ
Зеленый	0,54 μ		0,41 μ

§ 3. Интерференционные методы измерения и система эталонных плиток

Описанный в § 2 принцип интерференции дает возможность точнейших измерений как отступления полированной поверхности от плоскости,

так и расстояний между двумя параллельными плоскостями, и применяется преимущественно для исследования эталонных плиток.

Все меры длины выполняются или в виде штриховых, в которых номинальные размеры располагаются между соответственными штрихами, или в виде концевых, где такой размер расположен между обоими торцами. Если до развития интерференционных методов преимущество точности было за штриховыми мерами, сравнительно легко поверяемыми посредством микроскопов (§ 5), то введение интерференционных методов в мерительную практику обеспечило значительно большую точность мерам концевым. Среди последних особое место занимают так называемые „эталонные“ или Иогансоновские (по имени изобретателя) измерительные плитки, полированные плоско-параллельные торцы которых выполняются с такой точностью, что, будучи в притирку наведены друг на друга, обеспечивают взаимное молекулярное сцепление, в котором основную роль, как полагают, играет тончайший слой смазки, сохраняющийся даже на вытертых плитках. Плотность взаимного прилегания практически почти исключает нарастание погрешности, свойственное всякой иной составной мере, что и обеспечило плиткам их исключительно широкое распространение в качестве первичных мер, по которым как в лаборатории, так и на производстве поверяются все другие. Действительно, вследствие того что стандартные наборы плиток дают в широких пределах возможность получения путем их комбинации любых нужных размеров, они везде могут представить наиболее точный и универсальный эталон, по которому может быть установлен или проверен (фиг. 38) нужный инструмент. Нередко и сами плитки являются таким инструментом совместно со



Фиг. 38.

специальными наконечниками и державкой (фиг. 39).



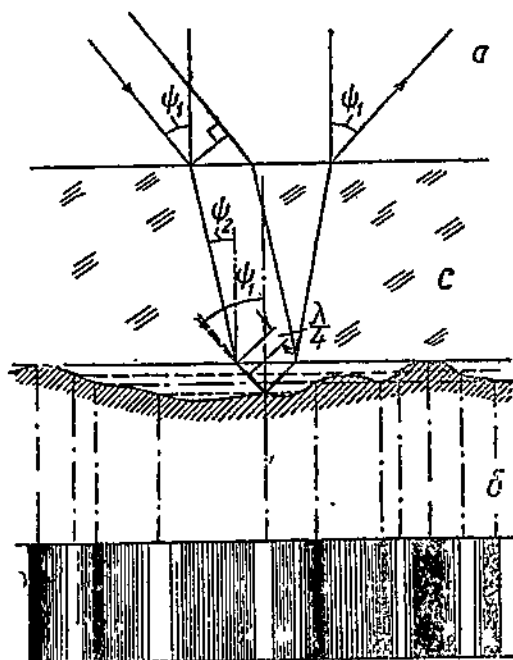
Фиг. 39.

Ввиду отмеченной общераспространенности измерительных плиток, не даем их детального описания, отправляя интересующихся их историей, технологией и применении

к труду проф. Берндта: Prof. Dr. G. Berndt „Grundlagen und Geräte technischer Längenmessungen“. III — Endmasse und ihre Messung — стр. 64 и далее (появился русский перевод).

Состав различных наборов плиток и точность последних даются в ОСТ 85000-39, здесь же мы остановимся вкратце лишь на методах поверки, обеспечивающих точность и приводящих к использованию законов интерференции.

1. Поверка плоскостей. Так как только строго плоские полированные поверхности могут обеспечить надежное прилегание плиток и правильный суммарный размер, поверка торцов на плоскостность играет существенную роль в их исследовании.



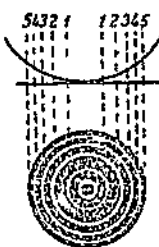
Фиг. 40.

В монохроматическом свете эта поверка такова: на исследуемую поверхность накладывают толстую плоско-параллельную стеклянную плитку *C* (фиг. 40, а), после чего наблюдаемая поверхность, если она не слишком сильно отступает от плоскости, представится в плане в виде фиг. 40, б, которую нетрудно расшифровать по аналогии с фиг. 36, на основании приведенных формул и обозначений, данных на чертеже. Аналогично поверхность, имеющая слегка сферическую форму, будет представлена фиг. 41.

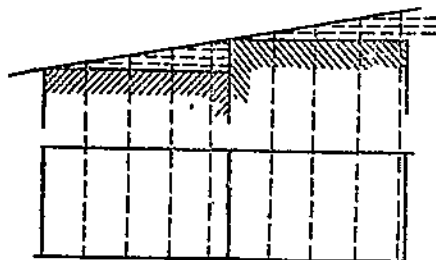
Таким образом интерференционные полосы дают полную картину «горизонталей» поверхности в масштабе, определяемом длиной применяемой волны.

На практике чаще пользуются смешанным (дневным) светом, что приводит к цветным полосам (см. ниже), однако практически, несмотря на необходимость специального освещения, исследование в монохроматическом свете проще и удобнее.

2. Сверка размеров двух плиток. Две весьма близких по размеру плитки могут быть сопоставлены аналогично предыдущему, простым подсчетом числа интерференционных полос, укладываемых по



Фиг. 41.



Фиг. 42.

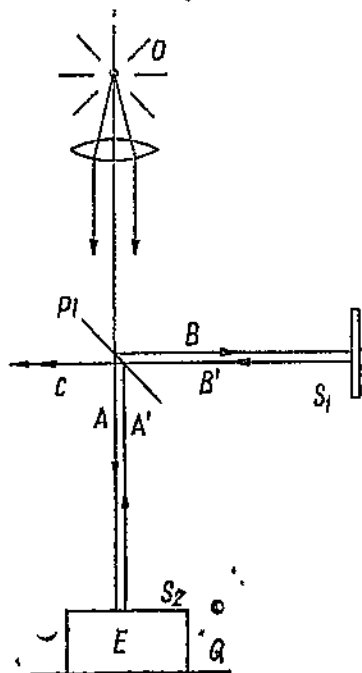
клину меньшей плитки согласно фиг. 42 и уравнению 7. Какая именно из двух сопоставляемых плиток меньше, определяется тем, что на соприкасающихся со стеклом гранях наблюдается темнота (потеря полуволны).

Однако точность этого метода страдает за счет возможности различного завала кромок исследуемых плиток, на которые накладывается

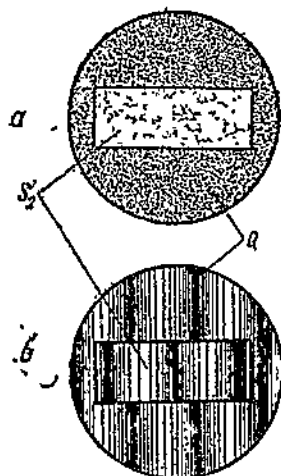
стекло, почему подобное сопоставление значительно точнее производится на специальном интерференц-компараторе, на котором могут быть определены и абсолютные размеры плоско-параллельной концевой меры, если таковые не превосходят 250 мм.

§ 4. Интерференц-компаратор Кестерса—Цейсса и полихроматическое исследование длин*

Во избежание непосредственного накладки на исследуемую поверхность прозрачной пластины проф. Кестерс предложил следующую схему, осуществленную фирмой Цейсс: воздушный клин, между отражающими плоскостями, создающими интерференцию, заменяется специальной оптической системой, обуславливающей такую же разность хода лучей. По фиг. 43 свет, падающий из O на полупрозрачную пластинку PI , наклоненную под углом в 45° , частично пройдет по направлению A , частично отразится по B .



Фиг. 43.



Фиг. 44.

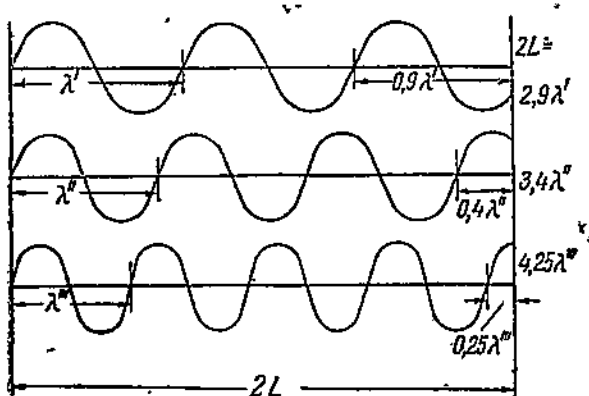
Первый из этих лучей, отразившись или от поверхности S_2 плитки E , или от столика Q , к которому плитка притерта, возвратится по своему же направлению (A') и, вновь отразившись от PI , направится вдоль C . Второй луч B , отразившись от зеркала S_1 , вернется своим направлением B' через PI и далее вдоль C . (Составляющие лучей, возвращаемые вдоль PIO , не рассматриваются.)

Таким образом вдоль C направлены два луча, интерферирующих между собою в зависимости от разности расстояний зеркала и столика (или плитки) от PI . Если расположить столик так, чтобы расстояние B было примерно средним арифметическим между расстоянием от PI до поверхностей плитки и самого столика, то лучи, идущие от S_1 интерфе-

прируют одинаково четко с идущими как от плитки, так и от столика, и для измерения абсолютной длины плитки надо только узнать число полуволн, расположенных в этих пределах. Это достигается поочередным исследованием в нескольких спектральных тонах при слегка наклоненном столике. Если столик расположен строго перпендикулярно зеркалу, картина интерференции представляется фиг. 44, а, при наличии же легкого наклона получаемый «клин» превратит ее в вид, даваемый фиг. 44 б, причем относительный сдвиг интерференционных полос на Q и S_2 при постоянном угле клина будет функцией λ . Пусть длина некоторой плитки L равна

$$L = (x' + y') \frac{\lambda'}{2} = (x'' + y'') \frac{\lambda''}{2} = (x''' + y''') \frac{\lambda'''}{2} = \dots, \quad (8)$$

где x — целое число, а y — дробный остаток волн, различной длины λ' , λ'' и т. п. Например по фиг. 45



Фиг. 45.

$$\begin{aligned} x' &= 2; & y' &= 0,9 \\ x'' &= 3; & y'' &= 0,4 \\ x''' &= 4; & y''' &= 0,25 \end{aligned}$$

(на чертеже взята двойная длина плитки, соответствующая ходу луча туда и обратно),

В общем случае, если длины волн не кратны между собою, не только иксы, но и игреки будут взаимно отличны, причем, чем больше взято различных λ , тем менее вероятно повторение

одних и тех же соотношений y (x при разных λ повторяться не может).

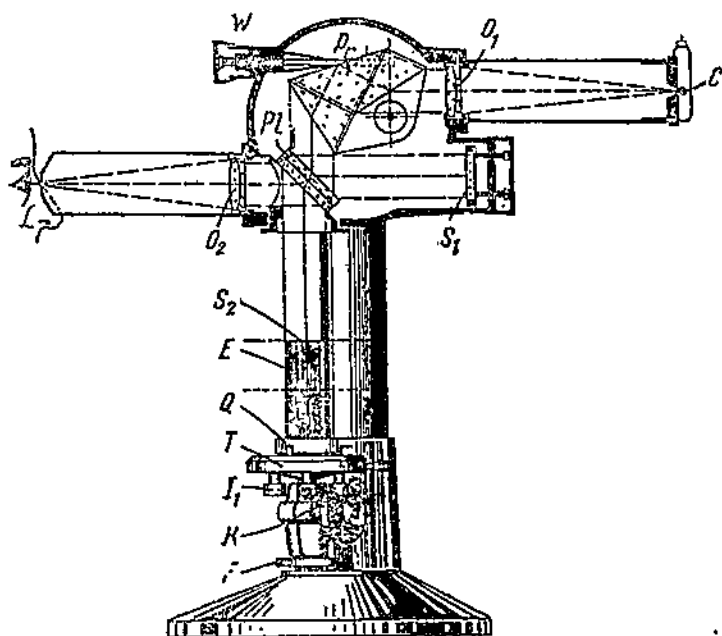
Практически оказывается вполне достаточным шести длин волн, чтобы при $L \leq 125$ мм одна и та же комбинация игреков не повторилась ни разу, даже в том приближении, которое мы можем уловить. Полосы столика и плитки по фиг. 44, б совпали бы, если бы высота плитки L вмещала целое число полуволн (так как луч совершает двойной путь — туда и обратно). На основании выведенных зависимостей (уравнения 5 и 6) дробный остаток y будет смещать полосы относительно друг друга по уравнению 7.

Таким образом при освещении разным светом нетрудно определить последовательно y' , y'' , y''' и т. д. и на основании предыдущего, по их комбинациям, установить L без подсчета x -ов. Во избежание излишних вычислений, к интерференц-компаратору прилагаются специальные счетные линейки, а также таблицы содержания различных λ в различных точно выдержанных в целых мм длинах, так что достаточно вести подсчет не для всего L , а для наличного отступления от номинала ΔL .

Различное освещение без введения светофильтров (прозрачных тел заданной окраски) достигается применением источника света не со сплош-

ным, а с «линейчатым» спектром (характерным для раскаленных газов) и с последующим разделением луча посредством преломляющей призмы на отдельные чистые тона, вводимые в работу поочередно.

Действительное устройство интерференц-компаратора представлено в разрезе на фиг. 46; C — источник света (гелиевая или криптоновая лампа), O_1 — объектив, сообщающий лучам параллельное направление, Pr — призма, отклоняющая лучи на полупрозрачную пластинку Pl и вместе с тем разлагающая их на составные цвета, выделение которых обуславливается поворотом призмы винтом W ; S_1 — зеркало; S_2 — поверхность исследуемой плитки E ; Q — отражающая (кварцевая) крышка



Фиг. 46.

столика T ; O_2 — окуляр, снабженный непоказанным микрометрическим устройством для определения сдвига полос; $J_{1,2,3}$ и F — регулирующие винты для наклона и подъема столика соответственно; K — стопор.

Прибор дает также возможность работать в смешанном свете для быстрого сопоставления истинной длины двух номинально равных плиток.

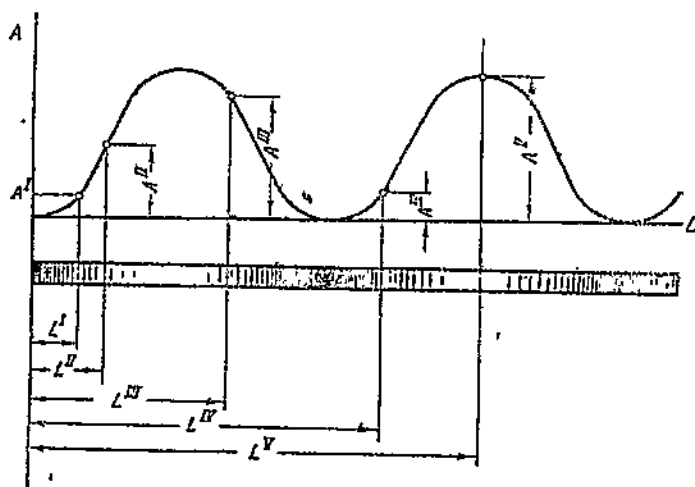
Каждой длине L , или, иначе говоря, каждой точке вдоль луча, соответствует при интерферирующем свете своя амплитуда колебаний, или своя освещенность. Так по фиг. 47 на расстоянии L' амплитуда колебаний равна A' , на L'' — A'' , и т. д. При этом огибающая амплитуд даст, очевидно, также синусовду, представленную на чертеже, причем длина этих «стоячих» волн равна $\frac{\lambda}{2}$ для любого цвета.

При направлении на объект света, в котором смешано несколько чистых тонов сразу, и наложении таким образом друг на друга соответ-

ствующих стоячих волн разной длины будет меняться не только полная освещенность, как раньше, но и соотношение отдельных компонент. Взяв на фиг. 48 за масштаб освещенности квадрат амплитуды A^2 и приняв максимальную возможную освещенность за 100% для всех цветов *I*, *II* и *III* вместе и за 33,3% для каждого из них порознь получим, например, в точке 1:

<i>I</i> цвет:	0,3	$\times 33,3 \approx 10\%$	от полной возможной освещенности				
<i>II</i> "	0,5	$\times 33,3 \approx 17\%$	"	"	"	"	"
<i>III</i> "	0,75	$\times 33,3 \approx 25\%$	"	"	"	"	"
Всего:		$\approx 52\%$	"	"	"	"	"

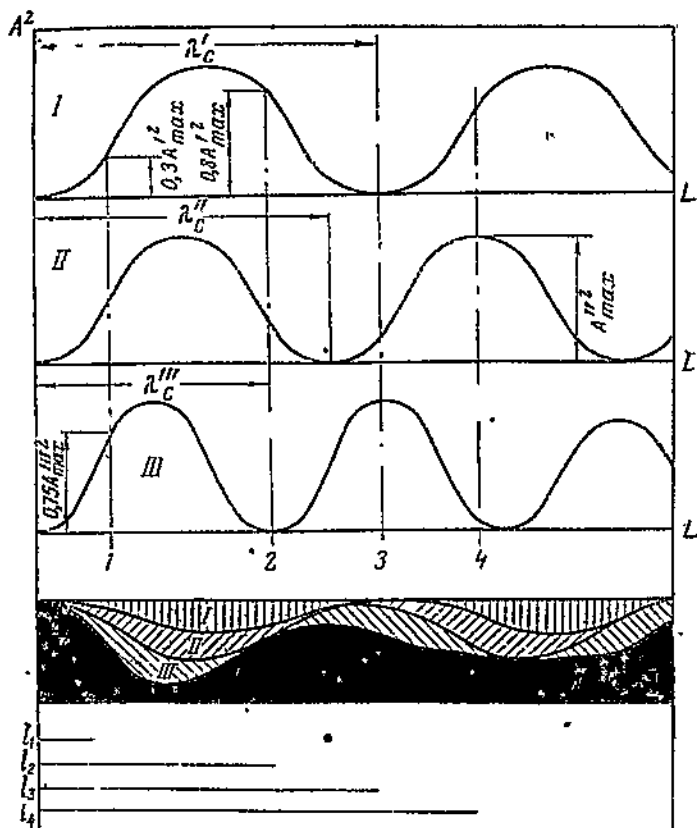
причем превалировать будет цвет *III*. В точке 2, наоборот, он будет отсутствовать, равно как цвет *I* в точке 3 и т. д. Таким образом



Фиг. 47.

в каждой точке составные цвета будут смешиваться в самые разнообразные комбинационные тона, меняющиеся как по составу, так и по общей интенсивности, как это представлено внизу на фиг. 48. При достаточном числе слагающих одна и та же комбинация практически не повторяется, если учесть сказанное выше о сложности соотношений длин отдельных волн. Поэтому прозрачный клин, приведенный к условиям интерференции, отливает не только, как принято говорить, «всеми цветами радуги», но гораздо большим числом цветовых комбинаций (нефть на воде, мыльные пузыри). Это явление, исследованное еще Ньютоном, вытекает из сказанного ранее по поводу поочередного исследования длин в разных цветах, что нетрудно видеть даже из внешнего сходства (фиг. 45 и 48). Преимущество подобного исследования в смешанном свете заключается в том, что оно без пересчетов дает сразу абсолютную величину интервала, если только цвета определены правильно. Последнее достигается тем, что прежде всего устанавливается «порядок радуги», а потом уже самый цвет в этом порядке. Хотя, как сказано, точные повторения цветов исключены, но грубо можно всегда найти на

некотором расстоянии схожие цвета, которые и берутся за пределы отдельных «радуг» или «порядков». Если известны составные тона, то известны и длины, соответствующие таким повторениям и их дробным частям, что и позволяет сразу определить искомый размер. Однако быстрота, с какой радуги и их отдельные цвета теряют свою интенсивность, позволяет применять этот метод лишь до самых небольших пределов, например, для сопоставления поверяемой плитки с образцом, где разница длин весьма мала и т. п.



Фиг. 48.

При подобном исследовании своего рода особой точкой является соответствующая нулевой толщине слоя, при которой получается полная темнота (фиг. 48 внизу), если одно из отражений — с потерей полуволны, как это и происходит в интерференц-компараторе. Это позволяет в интерференц-компараторе абсолютно точно установить произвольную плоскость (на столике) на расстоянии $Pl-S_2$, равном расстоянию до зеркала $Pl-S_1$, чем и пользуются для установления точки нуля при сравнительном измерении плиток.

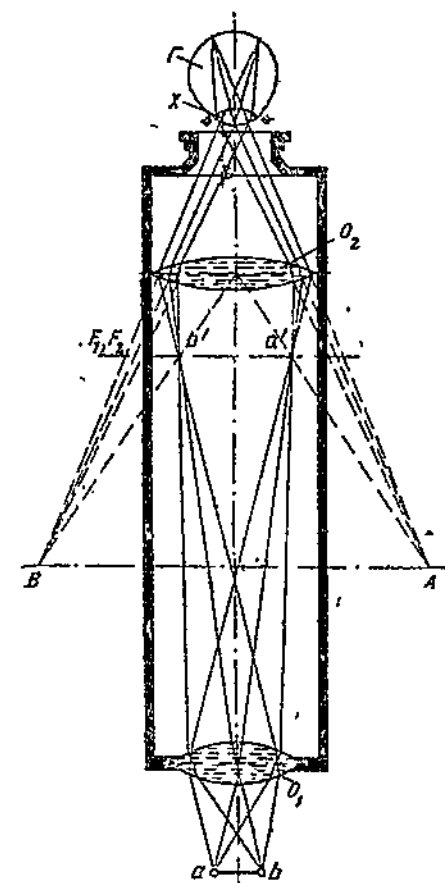
Если две плитки слегка разной длины поставлены на столик, наклоненный так, чтобы черная полоса (которая резко выделяется от осталь-

ных) проходила через обе сличаемые поверхности, то разность длин плиток определяется непосредственно по числу интерференционных полос, лежащих между обенми черными линиями.

Техника интерференционных измерений, в частности в смешанном (дневном) свете, без интерференц-компаратора дается ОСТ 8530, усвоение которого после изложенного затруднений не представляет.

§ 5. Штриховые меры и их сопоставление. Абсолютные и сравнительные измерения

Штриховые меры, т. е. такие, в которых номинальные размеры заключены между нанесенными на поверхность штрихами, не поддаются



Фиг. 49.

непосредственной проверке в абсолютных единицах, почему здесь возможно лишь сличение с прототипом. Для точных мер такое сличение проводится на специальных «компараторах». Общий принцип компараторов заключается в том, что предельные штрихи сличаемых длин устанавливаются поочередно под парой соответствующих микроскопов с наводкой окулярной нитью. Схема подобного микроскопа дается на фиг. 49, где в целях упрощения сложные лупы объектива, — O_1 и окуляра O_2 представлены в виде простых линз. Лучи от наблюдаемого объекта ab , пройдя через O_1 и вновь сходясь в фокальной плоскости F_1 , дают в ней действительное перевернутое изображение объекта $a'b'$. Последнее рассматривается через окуляр O_2 , расположенный так, чтобы его фокальная плоскость F_2 совпадала с F_1 , вследствие чего лучи направляются к хрусталику X глазного яблока Γ так, будто они исходят от AB (мнимое изображение $a'b'$). При подобной схеме любой прозрачный рисунок, расположенный в F , будет зрительно совмещаться с объектом ab , что и используется для нанесения «окулярных» шкал, штрихов и т. п.

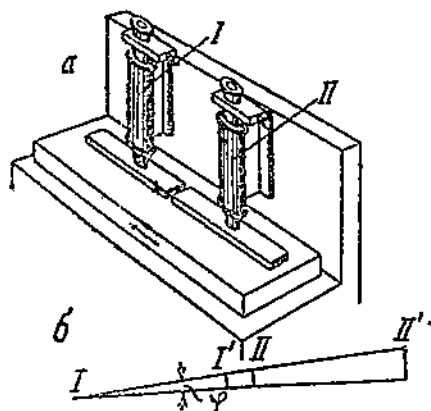
в плоскости F при рассмотрении объектов, лежащих под микроскопом. Для точной наводки окулярный штрих наносится на пластине F , перемещаемой микрометрическим винтом G с барабанным отсчетом T , и вы-

полняется двойным для более легкого «взятия» в раствор» штриха исследуемой меры («окуляр-микрометр», фиг. 50).

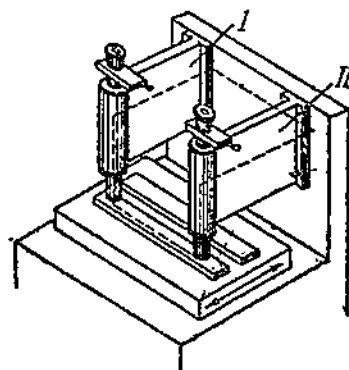
Соответственно с направлением перемещения супорта, несущего сличаемые меры, различаются компараторы продольные (фиг. 51) и поперечные (фиг. 52). Поперечные компараторы, схема измерений на которых поясняется фиг. 53, а, применяются преимущественно для сличения мер значительной длины; в прочих случаях чаще пользуются продольными компараторами, схема измерений на которых дается фиг. 53, б.

Основным правилом при конструировании компараторов является забота о сведении к величинам второго порядка малости погрешностей, возникающих из-за возможного перекоса супорта при его перемещении. Это приводит к следующим положениям (фиг. 54):

а) плечо l , на котором может действовать перекос, должно быть развито до максимума, чтобы при тех же абсолютных погрешностях направляющих Δ дать минимальный угол перекоса φ . Практически это приводит к максимальному удлинению направляющих;



Фиг. 51.



Фиг. 52.

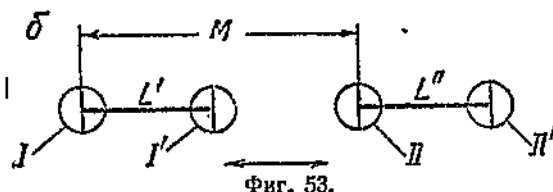
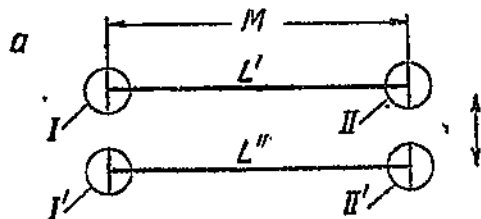
б) плечо b , на котором относительно возможного центра поворота лежит линия измерения, должно быть минимальным, чтобы при том же φ получить минимальные $\Delta L \approx \varphi b$;¹

в) возможная ошибка установки сопоставляемых точек должна быть

¹ Теоретически, если $l \neq \infty$ должно быть: $b = 0$. В этом заключается сущность знаменитого «принципа Аббе».

одного знака и одного порядка, так чтобы действительная ошибка измерения приводилась к их малой разности.

Примеры. Если выполнить продольный компаратор по фиг. 55, т. е. с параллельным расположением сличаемых мер, все три пункта были бы нарушены, так как при перекосе супорта первая мера AB была бы измерена по AB^1 , а вторая, ab по ab' (не по $a'b'$).

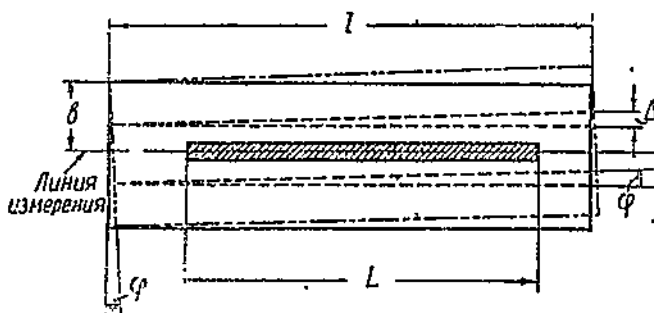


Фиг. 53.

Ошибка измерения $\Delta L \approx \approx cb' \approx h\varphi$. Если отнести ту же фиг. 55, б к поперечному компаратору, то первая установка микроскопов была бы на А и В, в силу чего и измерение 1-й меры было бы проведено по AB ; измерение второй, при перекосном на φ супорте потребовало бы новой наводки обоих микроскопов (на a' и b'), и за счет выполнения одного пункта б ошибка свелась бы к величине: $\Delta L = a'b' - a'b' \cos \varphi = a'b'(1 - \cos \varphi) = L(1 - \cos \varphi) \approx \approx \frac{1}{2} L\varphi^2$, что по малости φ

приводит к ошибке второго порядка. Еще лучшие соотношения

дает продольный компаратор, так как здесь условие б соблюдается, как видно из фиг. 51, для обеих сличаемых мер в равной степени, что при легкой выполнимости условий а и б приводит к практическому исключению ошибки перекоса. Из изложенного ясно, например, также полная недопустимость самостоятельного перемещения одного из микроскопов в процессе измерения² и т. п.



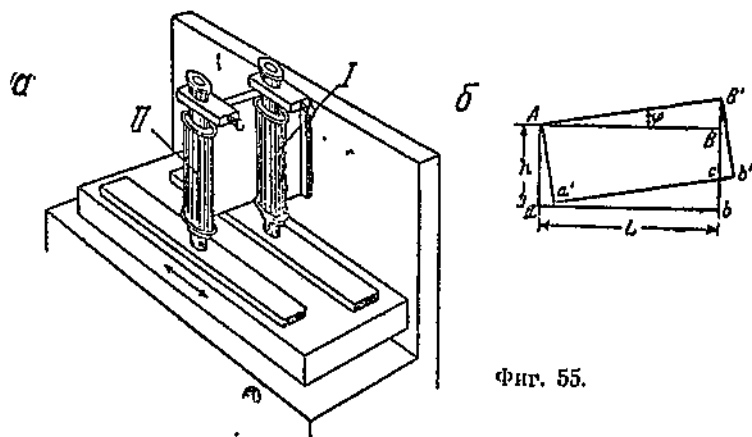
Фиг. 54.

Из других необходимых для предотвращения заметных ошибок предосторожностей следует отметить обязательно максимальную жесткость конструкции, надлежащее устройство опор, снижение температурных ошибок (из-за линейного расширения при нагреве) и тому подобные условия, общие и для других точных измерений (см. ниже).

¹ Схема продольных компараторов и их ошибок, заимствуется у Берндта.

² Из условий пп. а и б микроскопы вообще не перемещаются во время измерений, а перемещаются сличаемые меры, так как на несущем их супорте эти условия легче выполнимы.

Видоизменением компараторов являются так называемые мерительные станки, предназначенные для сопоставления концевой меры со штриховой. (Эти станки часто называются мерительными машинами; подобное название нами избегается как принципиально неверное.) Подобные «мерительные станки» будут рассмотрены совместно с концевыми компараторами после ознакомления с более простыми приборами для измерения линейных размеров тел. Здесь же уместно отметить лишь следующее: измерения, при которых по постоянной штриховой мере — шкале, может быть установлен непосредственно полный размер проверяемого объекта, обычно называются «абсолютными» измерениями, в отличие от «сравнительных», при которых на приборе отсчитывается лишь величина разности между двумя сличаемыми мерами. В то же время абсолютными иногда признаются лишь измерения, непосредственно выражающиеся



Фиг. 55.

в некоторой физической константе, как например, в длине световой волны данного цвета при данных атмосферных условиях (§§ 3 и 4) и т. п. Поэтому, во избежание недоразумений, надлежит уточнить терминологию.

Измерениями абсолютными будут называться такие, которые дают полный размер исследуемой меры.

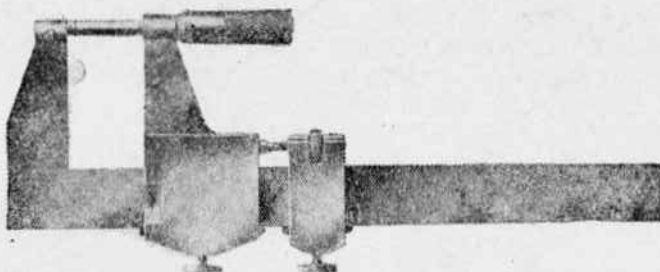
Измерениями в абсолютных единицах будут называться измерения, получаемые непосредственно в физических константах, хотя бы в дальнейшем и производилось приведение к общеупотребительным техническим единицам, например к миллиметрам.

Сравнительные измерения более строго разделяются на: дифференциальные и компенсационные.

Если сравнение производится между двумя номинально различными мерами, налицо дифференциальное измерение их разности; если обе меры номинально равны и производится лишь замер отклонения, — измерение компенсационное.

Пример. Сопоставление длины двух плиток на интерференц-компараторе является измерением компенсационным, но проводимым в абсолютных единицах. Измерение скобой, снабженной микрометрическим винтом (пальмер фиг. 58—60), является дифференциальным, так как ход винта перекрывает не только отклонения от номинала изделия, но и всю разность до раствора скобы и т. п.

Всякое сравнительное измерение может быть приведено к абсолютному значению соответственным тарированием или настройкой прибора, т. е. установкой его «точки нуля», от которой ведется дифференциальный или компенсационный отсчет, по заданной абсолютной мере (как то имеется в приведенном сличении плиток, если размер одной из них известен). При всех подобного рода «сложных» измерениях первым правилом является соответствие точности настройки и измерения. При нарушении этого правила точность измерения будет всегда определяться менее точной составляющей.



Фиг. 56.

Пример. Микрометрический штанген (фиг. 56) является довольно грубым нарушением приведенного правила. Установка по основной шкале даже посредством лупы не даст точности выше 0,05–0,02 мм, тогда как последующее измерение микрометрическим винтом рассчитано на точность, примерно, до 0,005–0,01 мм. Исправления принципиальной ошибки прибора можно достичь лишь уточненной фиксацией точки нуля, посредством предварительной поверки по точной копеевой мере, соответствующей установленному размеру, что должно быть повторяемо после каждой новой установки.

Компенсационные измерения в практике часто называются просто сравнительными, тогда как дифференциальные — большей частью в особую группу не выделяются.

§ 6. Простейшие измерительные инструменты. Нониус. Микрометр

Измерительные инструменты распадутся на три категории:

- 1) инструменты без установки, т. е. с жестким расстоянием между мерительными наконечниками;
- 2) инструменты с принудительной установкой (от руки), в которых один из мерительных наконечников является переставным по размеру (штангенциркули, микрометры и т. п.);
- 3) инструменты с самоустановкой, в которых один из наконечников свободно принимает положение по изделию, передавая свои отклонения на указатель.

Первая категория, называемая «калибрами», здесь не рассматривается, так как все основы этой системы достаточно четко разработаны ОСТ 8517, 8530, 20/1695, 7819, 8104/992 (см. прилож. 1).

Поэтому переходим непосредственно ко второй категории.

Измерение общеизвестными штангенциркулем и глубомером дает обычно точность до 0,05 мм и лишь при соответственной конструкции,

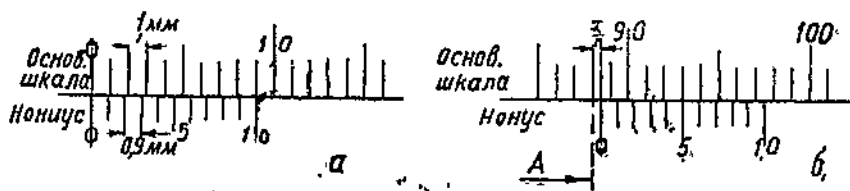
первоклассном выполнении и в опытных руках — до 0,02 мм. В тех случаях, когда прямое измерение штангенциркулем невыполнимо, размер переносится на него посредством кронциркуля или нутромера.

Для уточнения отсчета по шкалам, в частности — на штангенциркулях и т. п., на движке применяется нониус (верньер), преимущественно «уменьшенного» типа, где n делений нониуса равны $n-1$ делениям основной шкалы; n берется равным 10, 20 или 50, причем последнее целесообразно лишь при весьма точных и четких шкалах.

Принцип действия нониуса (фиг. 57).

Допустим, что нулевой штрих нониуса, * располагаемый на том месте движка, которое должно встать против отсчетного показания шкалы, сместился против ближайшего предыдущего штриха целых делений шкалы (А) на $\frac{x}{n}$ мм.

Если n делений нониуса равно $(n-1)$ мм, то одно его деление равно $\frac{n-1}{n}$ мм, а x делений равно $x \frac{n-1}{n}$ мм.



Фиг. 57.

Так как $\frac{x}{n} + x \frac{n-1}{n} = x$ мм, то очевидно, что штрих шкалы, отстоящий на x делений от А, совпадает со штрихом x -ового деления нониуса, причем совпадение будет единственным на длине нониуса, так как разность числа делений равна единице.

Таким образом x определяется однозначно как деление нониуса, совпадающее своим штрихом со штрихом основной шкалы. Так как n есть постоянная нониуса, то тем самым определяется и $\frac{x}{n}$, т. е. дробная часть миллиметра, лежащая между А и нулевым штрихом нониуса. Так, пример фиг. 57, б (с $n = 10$) дает

$$L = \left(A + \frac{x}{n} \right) \text{ мм} = 88 + 0,1x = 88 + 0,5 = 88,5 \text{ мм.}$$

Стандарты $\frac{\text{СТ}}{\text{ГУСИП}} \frac{20}{1383}$ и $\frac{20}{1384}$ дают следующие нормы точности для штангенциркулей и глубомеров (проверка по плиткам) табл. 1. (стр. 64.)

Толщина штрихов основной шкалы и нониуса:

При делениях в 0,5 мм	0,05—0,1	0,05—0,1	
При делениях в 1 мм	0,08—0,15	0,08—0,15	0,08—0,2

При сдвиге губок между ними не должно наблюдаться невооруженным глазом местных просветов.

Таблица 1

Верхний номинальный предел измерения в мм	Отсчет по нониусу		
	0,02	0,05	0,1
До 300	$\pm 0,02$	$\pm 0,05$	$\pm 0,1$
300—500	$(\pm 0,03)$	$(\pm 0,05)$	$(\pm 0,1)$
500—1000	$(\pm 0,04)$	$(\pm 0,05)$	$(\pm 0,1)$

Примечание. Цифры в скобках относятся только к штангенциркулям.

Применение делений в 0,5 мм трудно признать целесообразным, так как они, ни в какой мере не повышая точности отсчета, только затрудняют его излишней, утомляющей глаз пестротой шкалы (единственным преимуществом применения подобных делений является возможное укорочение шкалы нониуса).

Примечание: DIN 862 дает цифровые значения отклонения мерительных плоскостей: $\pm 2 \mu$, $\pm 5 \mu$ и $\pm 10 \mu$ для трех рассматриваемых типов (0,02, 0,05 и 0,1) соответственно. Кроме того, в отличие от нашего стандарта, он оговаривает, что данные (примерно те же) относятся к точным, но не к „рыночным“ штангенциркулям, и уточняет допуски (Δ) в зависимости от конкретной длины измерения (L) в мм по формуле

$$\Delta_1 = \pm \left(20 + \frac{L}{50} \right) \mu \text{ (для штангенциркуля в } 0,02 \text{ мм)}$$

$$\Delta_2 = \pm \left(50 + \frac{L}{20} \right) \mu \quad , \quad , \quad , 0,05 \quad ,$$

$$A_3 = \pm \left(75 + \frac{\lambda}{20} \right) \mu \quad " \quad " \quad " \quad 0,1 \quad "$$

Например для I типа при $L = 100$ мм и $L = 400$ мм

$$\Delta' = 20 + \frac{100}{50} = 22 \text{ } \mu,$$

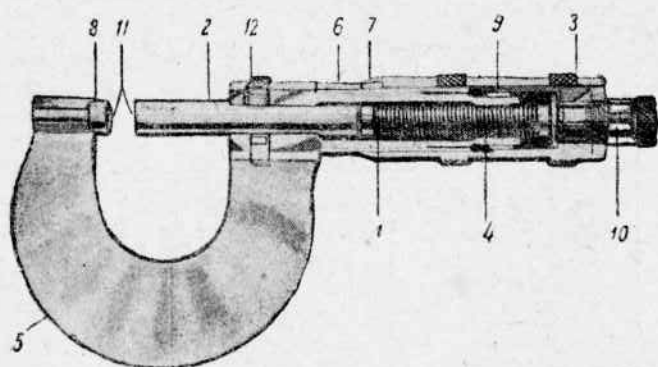
$$\Delta^* = 20 + \frac{400}{50} = 28, \mu.$$

Подобную дифференциацию нельзя не признать рациональной и желательной.

Более точные, чем нониус, показания дает микрометр, * чаще всего употребляемый в сочетании с соответственной скобой («пальмер» по фиг. 58—59). Микрометр представляет собой точно нарезанный винт 1, снабженный шлифованным удлинением 2 и вращаемый головкой 3 в неподвижной гильзе-гайке 4, наглухо соединенный со скобой (дугой) 5 или составляющей с нею единое целое. Продольное перемещение винта отмечается срезом 7 головки 3 по шкале 6 на внешней поверхности гильзы 4, его поворот — круговой шкалой 8 на том же срезе 7. (Головка 3 выполняется в виде второй гильзы, охватывающей гильзу 4.)

Шаг винта выбирается, обычно, равным 0,5 мм $\left(\frac{\text{ОСТ}}{\text{НКТП}} - \frac{8105}{994} \right)$, соответственно чему подразделяется и шкала 6, тогда как шкала на

срезе 7 чаще всего делится на 50 частей. При таких условиях, очевидно перемещение штифта 2 на целые миллиметры и их половины отсчитывается по шкале 6, а на дополнительные сотые доли — по шкале 7. При этом измеряемый объект вводится между мерительными плоскостями 11 наконечников 2 и 8, а для закрепления стержня $1\frac{1}{2}$ в заданном положении служит зажимное кольцо 12. Так как на-глаз легко устанавли-



Фиг. 58.

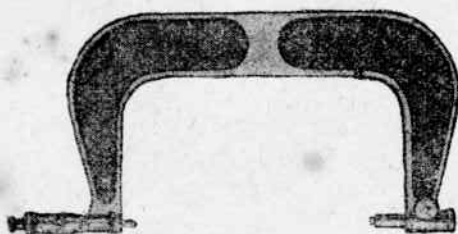
ваются четверти деления, то точность отсчета микрометром нетрудно довести до 0,0025 мм и даже выше; однако предел лежит здесь в точности самого замера, на которую непосредственно влияет как конструкция прибора, так и обращение с ним. Чтобы максимально повысить ее, принимается ряд специальных мер:

а) винт должен быть не только весьма точен, но и без зазоров сопряжен с гайкой, для чего последняя снабжается подтяжным кольцом 9;

б) мерительное давление не должно зависеть от силы пальцев измерителя. Для этого головка 3 вращается от руки не непосредственно, а через специальный фрикцион или пружинный храповичок 10 автоматически выключающийся при переходе усилия через предел, обусловленный внутренней пружиной;

в) мерительные наконечники должны быть максимально точны на плоскостность и взаимную параллельность, а подвижной наконечник, следовательно, не должен иметь и торцевых биений;

г) во избежание возрастающего накопления ошибки, микрометрический винт не должен быть длинным (норма — 25 мм используемого хода); при потребности в больших пределах надлежит переходить на набор скоб, взаимно отличных по раствору на 25 мм. Для сокращения набора разрешается применять к каждой скобе два сменных неподвижных наконечника, отличающихся друг от друга на 25 мм. Конструкция сменных наконечников показана на фиг. 59.



Фиг. 59.

В табл. 2 даны установленные $\frac{\text{ОСТ}}{\text{НКТП}} \frac{8106}{994}$ нормы точности для микрометрических скоб (все поверочные измерения производятся при $+20^\circ \text{C}$).

Таблица 2

Максимальный раствор (верхний предел измерений) в мм	Общая допустимая погрешность (в микронах)			Допустимая непараллельность измерительных плоскостей (в микронах)		Изгиб дуги на 1 кг в микронах
	Класс 0	Класс I	Класс II	Класс 0	Классы I и II	
25	± 2	± 4	± 8	$\pm 1,5$	± 2	2
50	± 2	± 4	± 8	$\pm 1,5$	$\pm 2,5$	2
75 и 100	± 2	± 4	± 8	$\pm 1,5$	± 3	3
125 и 150	$\pm 2,5$	± 5	± 10	± 2	± 4	4
175 и 200	± 3	± 6	± 12	± 3	± 6	5
225 до 300	$\pm 3,5$	± 7	± 14	± 4	± 8	6
325—400	± 4	± 8	± 16	± 5	± 10	8
425—500	± 5	± 10	± 20	± 6	± 12	10
525—600	± 6	± 12	± 24	± 7	± 14	12
625—700	± 7	± 14	± 28	± 8	± 16	14
725—800	± 8	± 16	± 32	± 9	± 18	16
825—900	± 9	± 18	± 36	± 10	± 20	18
925—1000	± 10	± 20	± 40	± 11	± 22	20

Изгиб дуги испытывается осевым усилием в 3 кг с последующим отнесением к 1 кг.

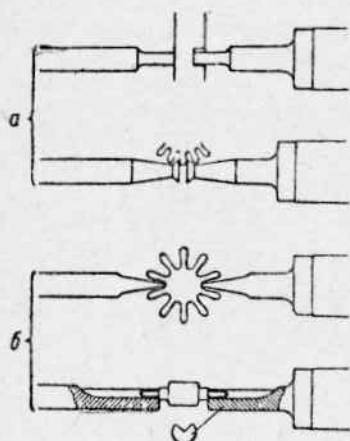
Отклонения от параллельности проверяются интерференционными или иными высоко точными методами. По интерференции проверяется также плоскостность наконечников, которая не должна давать более 2, 3 и 4



Фиг. 60.

колец или полос для классов 0, I, II соответственно. При этом зона в 0,5 мм от краев (возможный завал кромки) в расчет не принимается. Более подробные технические условия на микрометрические скобы—см. указанный ОСТ. По I и II классам выполняются также микрометрические глубомеры ($\frac{\text{ОСТ}}{\text{НКТП}} \frac{8107}{995}$) для измерений до 50—100 мм, причем для последнего размера допустимая погрешность несколько увеличивается (I— $\pm 5 \mu$; II— $\pm 10 \mu$).

Помимо стандартных плоских наконечников применяются также специальные (например резьбовой микрометр по фиг. 60, тарельчатые и стержневые наконечники по фиг. 61, а). В системах со скользящим шпинделем (отдельным от винта) применимы еще более разнообразные наконечники, например ножевидные и т. п. (фиг. 61, б).



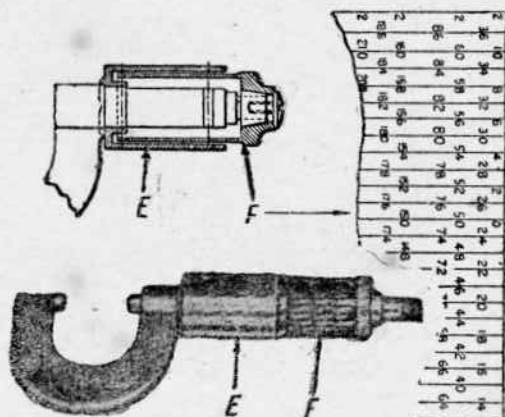
Фиг. 61.



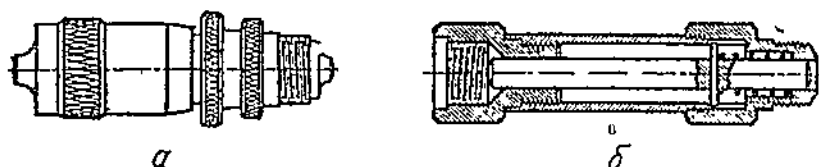
Фиг. 62.

Микрометры применяются и без скоб для монтажа в специальных приспособлениях по надобности, и на специальных штативах, причем в этом случае принято для увеличения окружных делений увеличивать барабан (фиг. 62).

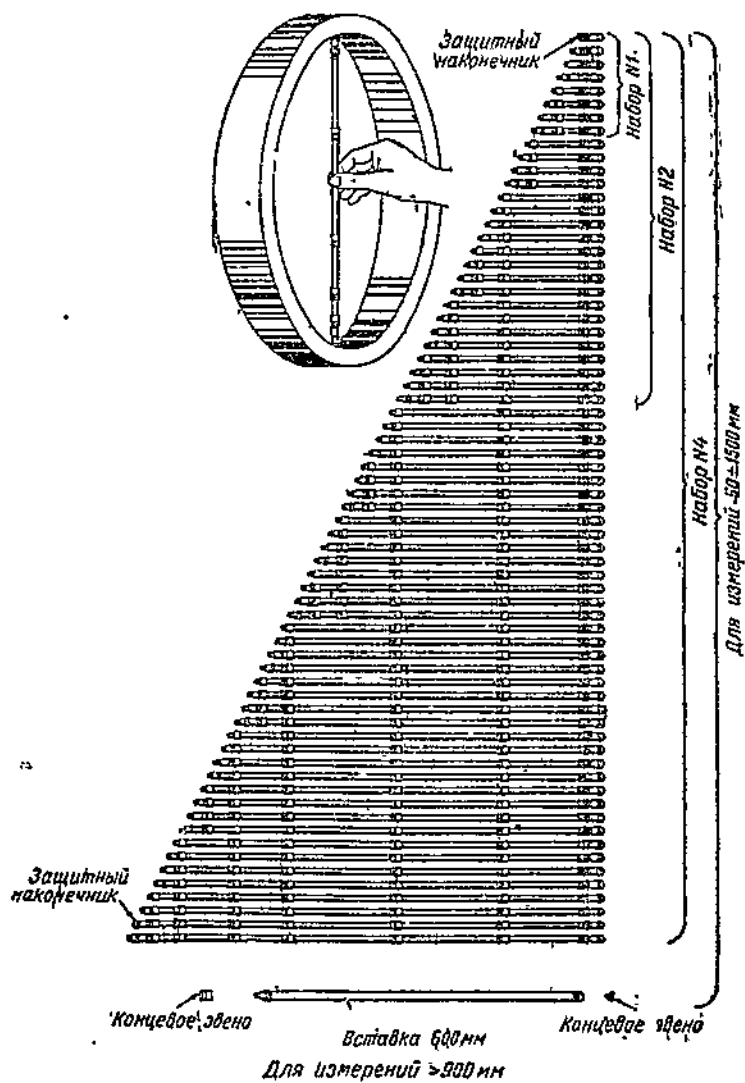
В тех случаях когда требуется наибольшая четкость, при небольших предельных отклонениях, применяется также дисковой указатель (например в «листопрокатной скобе»). В последнее время появились микрометры «Mizzy» (фиг. 63), с объединенной шкалой, т. е. требующей одного отсчета, а не двух. Для этой цели шаг винта и диаметр барабана (F) увеличиваются, деления наносятся во всю длину барабана и снабжаются спирально расположенными цифрами, читаемыми непосредственно через лупу на отверстиях второго неподвижного внешнего барабана E.



Фиг. 63.



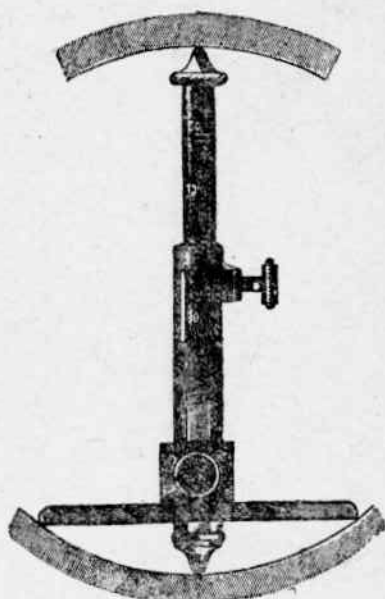
Фиг. 64.



Фиг. 65.

Микрометры употребляются также для внутренних измерений, давая с соответственными удлинителями так называемые микрометрические штихмассы. Штихмассом называется концевая мера для внутренних измерений, имеющая сферические наконечники малого, по сравнению с измеряемым отверстием, радиуса. Хотя для наиболее точного измерения желательно было бы, наоборот, иметь наконечники под сферу того же радиуса, что и измеряемое отверстие, так как это уничтожало бы в известных пределах влияние перекосов при установке, тем не менее, из соображений возможности применения составных штихмассов (под разные диаметры), от этого требования на практике отказываются.

Наиболее удачной конструкцией составного микрометрического штихмасса является цейссовская, показанная на фиг. 64. Слева (фиг. 64, а) представлен специальный микрометр, с укороченным вдвое против нормы ходом и с нарезкой под надставку, справа (фиг. 64, б) — сама надставка. Как видно из чертежа, она состоит из внешнего, навинчиваемого на корпус микрометра кожуха, не принимающего участия в измерении, и внутреннего измерительного штифта, пружинно-упирающегося в наконечник микрометра. Подобная конструкция уничтожает влияние неплотности сборки, создавая при любом числе надставок непрерывную цепь из взаимно прижимаемых и защищенных жестким трубчатым кожухом мерительных штифтов. Нормальный набор от 50 до 600 мм состоит из 1 микрометра и 6 удлинителей (1—12,5 мм, 2—25 мм, 3—50 мм, 4—100 мм, 5—150 мм, 6—200 мм). Для измерений до 900 мм надлежит ввести в набор еще по одной надставке 6 и 4, а до 1500 мм — также специальный удлинитель в 600 мм. Все возможные комбинации представлены на фиг. 65. Минимальный размер, который может быть измерен без надставок, равен 50 мм. Замеры больших отверстий менее точные, чем микрометрическим штихмассом, производятся посредством раздвижных штихмассов с нониусами (фиг. 66).



Фиг. 66.

§ 7. Чувствительный рычаг

Чувствительный рычаг представляет третью категорию приборов — самоустанавливающихся. При этом необходимость уменьшить пределы подобной самоустановки приводит почти исключительно к компенсационному методу измерения.

Схема всякого чувствительного рычага приводится к фиг. 67: на мерительный наконечник («тастер») 1, посаженный на короткое плечо рычага, действует непосредственно измеряемый объект 2, тогда как длинное

плечо 3 дает на шкале 4 указания отклонений. Для прижатия тастера к объекту измерения предусматривается пружина 5.

Так как целью всякого чувствительного рычага является увеличение до легко читаемых размеров самых малых перемещений тастера, то дело сводится к возможному увеличению отношения плеч, чего можно достичь:

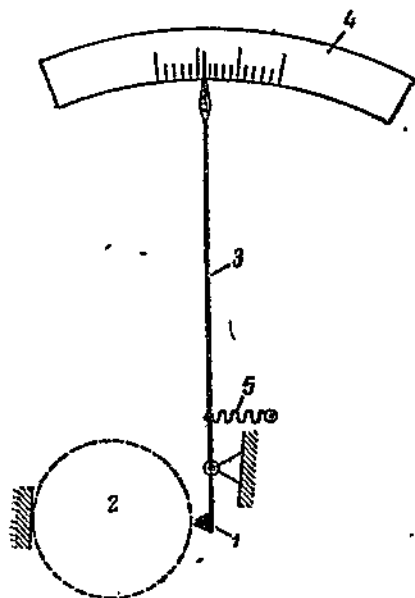
- а) укорочением малого плеча,
- б) удлинением большого плеча,
- в) тем и другим совместно,
- г) введением передачи.

Чувствительный рычаг может быть:

- 1) механическим,
- 2) оптическим,
- 3) гидравлическим.

Простейшим видом является рычаг механический, который поэтому и употребляется почти исключительно в ручном мерительном инструменте, тогда как в измерительных приборах применяются все три вида.

В чисто механических рычагах размеры большого плеча ограничены как общими габаритами прибора, так и необходимым сочетанием легкости и жесткости. Малое плечо ограничено также размерами опоры и необходимостью выдержать общий угол



Фиг. 67.

поворота в таких пределах, чтобы криволинейность пути тастера не сказывалась заметно на ошибке показаний. Поэтому механические рычаги без передачи могут выполняться лишь на самые ограниченные пределы измерений и при соответственном выполнении опор, что осуществлено в миниметре (Хирта) и микротасте (Круппа).*

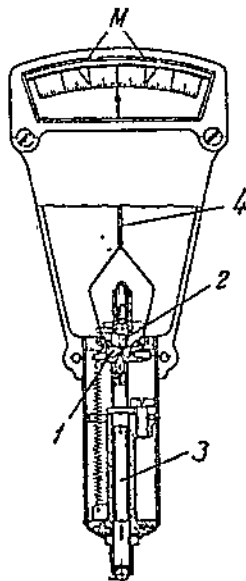
Схема миниметра ясна из фиг. 68. Короткое плечо рычага выполнено в виде подушки 1, зажатой между двумя призмами: неподвижной 2 и находящейся под воздействием тастера 3, тогда как соединенная с подушкой стрелка 4 является указателем.

Фиг. 69 дает разрез миниметра; его действие легко усваивается из сопоставления пояснительных цифр с предыдущей фигурой. Принципиально от этой схемы ничем не отличается микротаст, преимущества которого сводятся лишь к более длинному шатуну и более острым опорным канавкам в подушке, за счет того, что последняя выполнена сборной (фиг. 70). Миниметр выполняется в двух вариантах: „узкошкальный“ — с малой шкалой (20 делений) и „широкошкальный“ — с большой шкалой (60 делений). Каждое деление, шириной в 1 мм, представляет 1, 2, 5, 10 или 20 μ , причем в миниметрах с большой шкалой применяются лишь три средних номера, т. е. эти миниметры выполняются с увеличением 100,

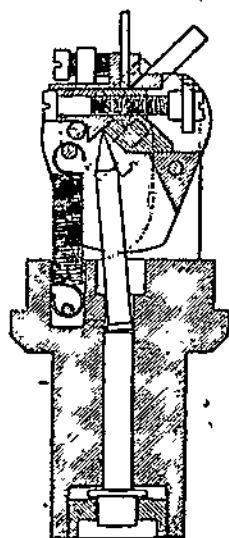


Фиг. 68.

200 и 500. Нормальный микротаст имеет 30 делений, ценой в 2, 5 или 10 μ ; „бимикротаст“ имеет в дополнение вторую менее чувствительную стрелку и к ней шкалу в 20 делений ценой 0,1 мм каждое. Для работы по допускам применяются переставные предельные марки $\pm M$ (фиг. 69). Ошибки микрометров, микротастов и т. п. складываются из ошибок изготовления и сборки и геометрических ошибок передачи движения. Последние уясняются из фиг. 71: пусть малому перемещению указателя $\Delta s \doteq R \Delta \varphi$ соответствует перемещение тастера Δx ; рассматривая систему как кривошипно-шатунный механизм, нетрудно установить связь между $\Delta \varphi$ и Δx



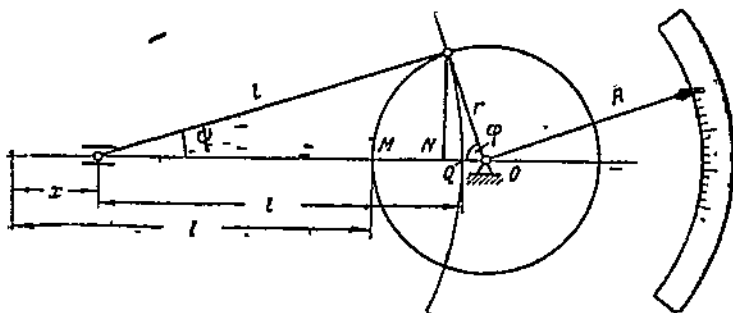
Фиг. 69.



Фиг. 70.

$$\begin{aligned} x &= MQ = MN + NQ = \\ &= r(1 - \cos \varphi) + \\ &+ l(1 - \cos \psi) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= r(1 - \cos \varphi) + l \left(1 - \sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \sin^2 \varphi} \right) \quad (9) \\ &\left(\text{так как } \sin \psi = \frac{r}{l} \sin \varphi \right). \end{aligned}$$



Фиг. 71.

Приблизленно, разлагая корень по биному Ньютона:

$$x = r(1 - \cos \varphi) + \frac{r^2}{2l} \sin^2 \varphi.$$

Дифференцируя и приравнявая конечное приращение дифференциалу, получаем

$$\Delta x = r \sin \varphi \Delta \varphi + \frac{r^2}{l} \sin \varphi \cos \varphi \Delta \varphi = r \Delta \varphi \left(\sin \varphi + \frac{r}{2l} \sin 2\varphi \right). \quad (9')$$

Для того чтобы равномерное перемещение указателя было строго пропорционально смещению тастера, требовалось бы $\Delta x_1 = r \Delta \varphi$.

Таким образом погрешность показаний может быть выдержана в заданных пределах за счет выбора $\frac{r}{l}$ и крайних значений φ .

Например, при $l = 8r$ (меньшее l не берется даже в миниметрах), нетрудно подсчитать, что

$$\sin \varphi + \frac{r}{2l} \sin 2\varphi = 1 \text{ при } \varphi \cong 88^\circ.$$

Следовательно, именно под этим примерно углом и должно быть наклонено малое плечо при среднем положении указательной стрелки. Пусть амплитуда колебаний стрелки в пределах шкалы будет 18° . Тогда при $\varphi_{\text{min}} = 88 - 18 = 70^\circ$:

$$\sin 70^\circ + \frac{\sin 40^\circ}{16} \cong 0,98,$$

т. е. максимальная погрешность такого миниметра будет $\approx \pm 2\%$ на пределах шкалы и значительно меньше в случае использования ее средней части.

Значительно труднее выдержать точность обработки и сборки. По данным проф. Бернштада здесь трудно достичь точностей выше следующих:

$$\begin{array}{lcl} \text{для миниметров с увеличением } 500 \text{ и } 1000 & - & 0,4 \mu \\ \text{" " " " } 100 & - & 1 \mu, \end{array}$$

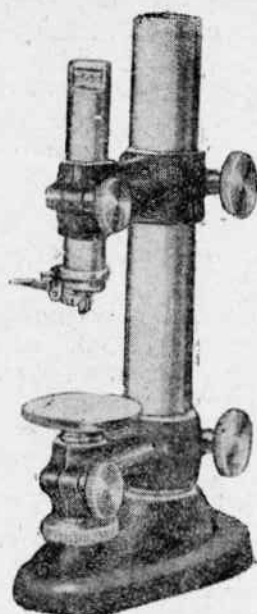
т. е. минимальные достижимые ошибки составляют $10-40\%$ от цены деления.

Стандарт $\frac{\text{СТ}}{\text{ГУСИП 1694}} 20$ назначает следующие допуски на погрешности миниметров, выполняемых в СССР (табл. 3).

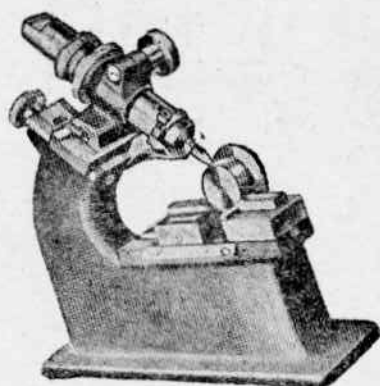
Таблица 3

	Цена деления в мм			
	0,001	0,002	0,005	0,01
Погрешность измерения, μ	$\pm 0,5\mu$	$\pm 1\mu$	$\pm 2\mu$	$\pm 2,5\mu$

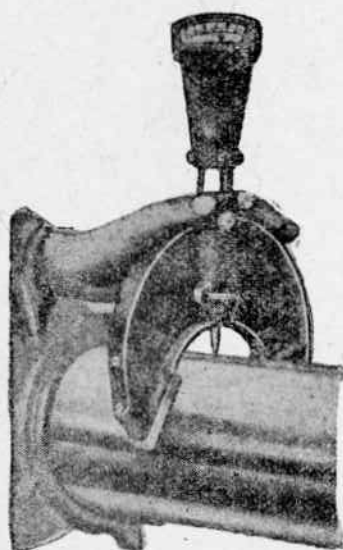
Приборы типа миниметра применяются в самых разнообразных мерительных приспособлениях (фиг. 72—75). Наиболее типовым является столик с колонкой фиг. 72, на котором производится и поверка миниметров по образцовым эталонным плиткам. Приспособления по фиг. 74 и 75 служат для весьма распространенной поверки валов и отверстий „по трем точкам“. Принцип этих измерений уясняется из следующего:



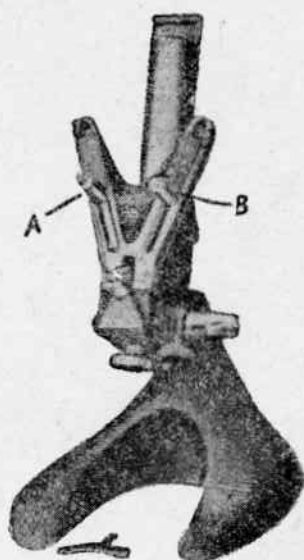
Фиг. 72.



Фиг. 73.



Фиг. 74.



Фиг. 75.

1) поверка валов между щечками клина (фиг. 76):

$$r + S = R + x$$

$$x = r + S - R = r - R - \frac{r - R}{\sin \alpha} = (r - R) \left(1 - \frac{1}{\sin \alpha} \right). \quad (10)$$

Чтобы x , т. е. перемещение тастера находилось в простейшем соотношении с приращением радиуса объекта измерения $R - r$, достаточно подобрать α . Особенно удобно $\alpha = 30^\circ$,

так как $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$:

$$x = (r - R) \left(1 - \frac{1}{0,5} \right) = R - r,$$

т. е. показания получаются вовсе без пересчета (фиг. 74).

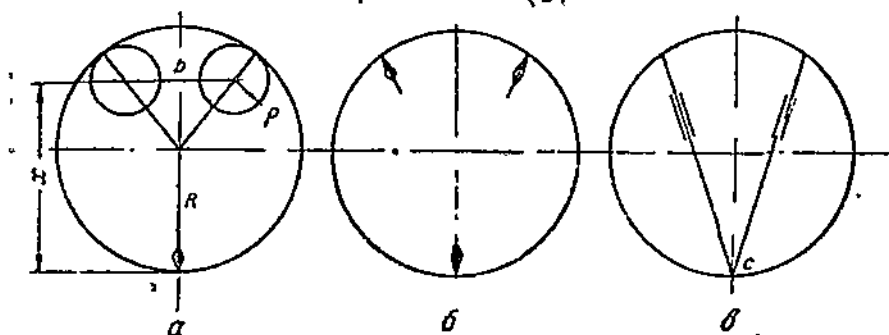
2) поверка отверстий: (фиг. 77, а), если R — радиус измерения, ρ — радиус опор (А и В по фиг. 75) и b — расстояние меж их центрами,

$$x = R + \sqrt{(R - \rho)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2} \quad (11)$$

Фиг. 76.

по дифференцированию:

$$dx = \left[1 + \frac{R - \rho}{\sqrt{(R - \rho)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2}} \right] dR. \quad (11')$$



Фиг. 77.

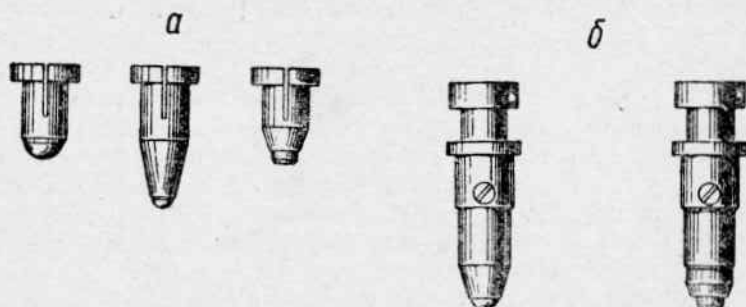
Если опоры А и В выполнены „точечными“, т. е. $\rho \cong 0$ (фиг. 77, б), можно преобразовать

$$dx = \left[1 + \frac{R}{\sqrt{R^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2}} \right] dR, \quad (12)$$

или, отождествляя приращение с дифференциалом:

$$\Delta x = \left[1 + \frac{R}{\sqrt{R^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2}} \right] \Delta R. \quad (12')$$

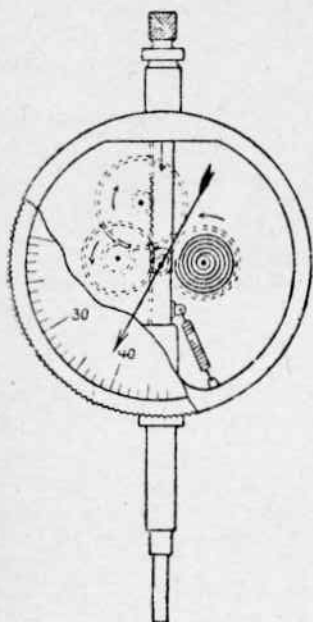
Таким образом взаимоотношения как между x и R , определяющие установку, так и между их приращениями, определяющими „переводный коэффициент“ для отклонений миниметра, выражаются здесь, в отличие от



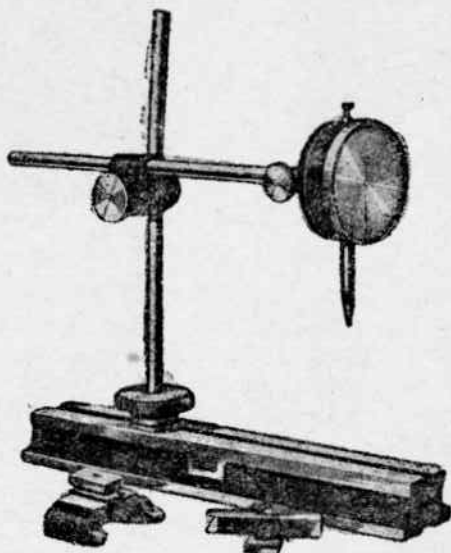
Фиг. 78.

валов, довольно сложными функциями. Чтобы избежать расчетных затруднений, принято делать „ b “ переменным за счет перестановки опор A и B по сторонам равнобедренного треугольника, имеющего вершину в нейтральной точке тастера C (фиг. 75 и 77, в). Тогда: длина направляющих всегда равна $l = 2R \cos \alpha$,

$$\frac{b}{2} = l \sin \alpha = 2R \sin \alpha \cos \alpha = R \sin 2\alpha.$$



Фиг. 79.



Фиг. 80.

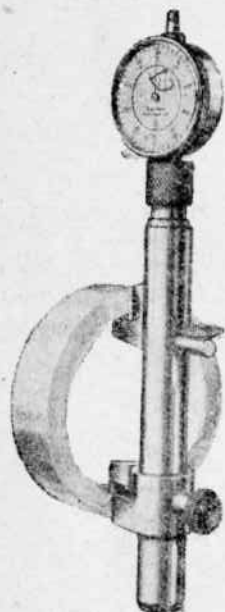
Пренебрегая изменением α при ошибке R , подставляем в предыдущую формулу:

$$dx = \left[1 + \frac{R}{\sqrt{R^2 - R^2 \sin^2 2\alpha}} \right] dR = \left[1 + \frac{1}{\cos 2\alpha} \right] dR, \quad (12'')$$

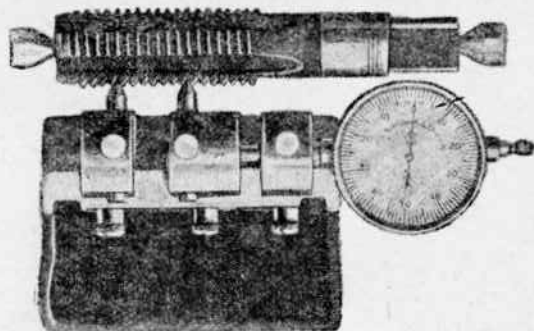
что и дает с исчерпывающей для практики точностью искомое соотношение между Δx и ΔR . Так, например, при том же $\alpha = 30^\circ$, $2\alpha = 60^\circ$, $\Delta x = 3\Delta R$. Первоначальная установка на номинал производится по эталону, так как настройка по формулам слишком сложна: подстановка значения $\frac{b}{2}$ в формулу (11) дает

$$x = R + \sqrt{R^2 \cos^2 2\alpha - 2R\rho + \rho^2}.$$

Выше была уже отмечена узость пределов измерения миниметрами и микротастами. Хотя в большинстве случаев эти пределы вполне достаточны для того, чтобы разместить в них допуск, тем не менее случайный слишком большой припуск на изделии всегда может поглотить все возможное перемещение тастера, и при недостаточно внимательном обращении повести к нежелательному заклиниванию и даже порче прибора. Во избежание этого, наряду с нормальными наконечниками (фиг. 78, а), делаются пружинные (фиг. 78, б), причем пружина, введенная во внутрь наконечника, значительно туже, чем пружина самого миниметра,



Фиг. 81.



Фиг. 82.

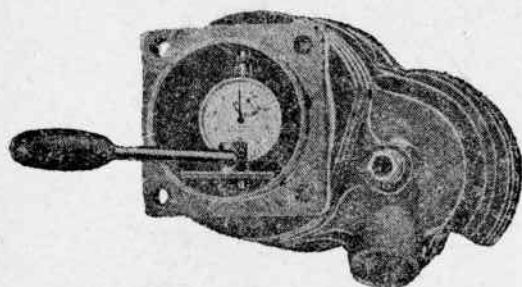
так что на его нормальной работе она не отражается и является лишь упругим предохранителем, позволяющим на целые миллиметры заходить за пределы, предусмотренные шкалой.

Для расширения не только возможных пределов перемещения тастера, но и самих пределов измерения применяется передача или зубчатая („индикаторы“), или рычажно-зубчатая („фейнцейгеры“, „пассметры“ * Цейсса).

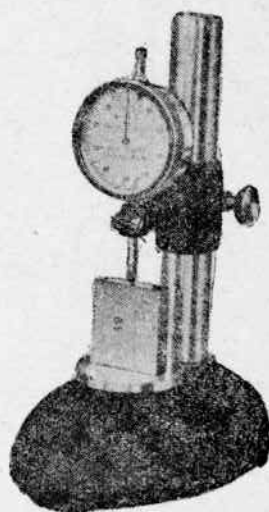
Схема размерного индикатора с кремальерой на хвостовике тастера и несколькими зубчатыми передачами от нее к стрелке ясна из фиг. 79, тогда как фиг. 80 представляет наиболее распространенный монтаж индикатора для проверки станков и иных крупных объектов. Общее правило всех таких проверок состоит в том, что сверяются: поверхность, воздействующая на тастер и та, по которой происходит фактическое перемещение произвольной опоры, несущей штатив индикатора. Проверки отдельных деталей уясняются из фиг. 81—83. Фиг. 84 показывает проверку самого индикатора по плиткам, совершенно аналогичную

поверке миниметра. (Миниметр и индикатор вообще везде могут применяться в идентичных друг другу приспособлениях, разница сводится лишь к потребной точности и необходимым пределам измерения.)

Точность индикаторов весьма различна в зависимости от выполнения. Считается, что в пригодных к работе индикаторах, при измерениях на относительно малом участке шкалы, погрешность не должна превосходить 0,01—0,015 мм, тогда как при использовании большей части хода тастера, т. е. при непосредственном измерении целых миллиметров, ошибка даже в новых индикаторах достигает — 0,03 — 0,05 мм.



Фиг. 83.



Фиг. 84.

Стандарт $\frac{\text{СТ}}{\text{ГУСИП 1375}}$ 20 делит индикаторы по точности на 3 класса и устанавливает для них следующие нормы точности (табл. 4).

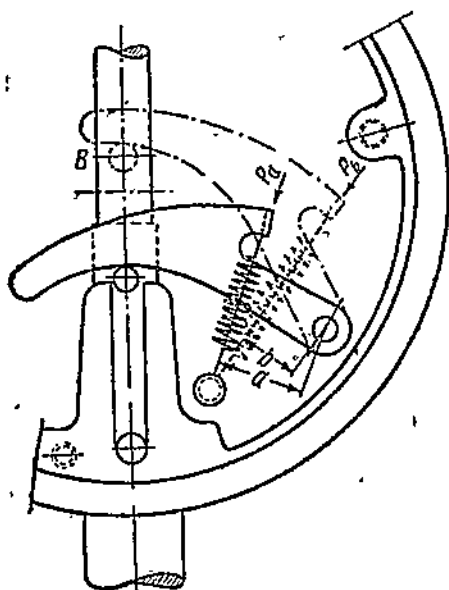
Таблица 4

Предел изме- рений мм	Отклонения в микронах								
	1-й класс			2-й класс			3-й класс		
	В пределах всего интервала измерения	При одном обороте стрелки	В пределах норм. участк. шкалы в 0,1 мм	В пределах всего интервала измерения	При одном обороте стрелки	В пределах норм. участк. шкалы в 0,1 мм	В пределах всего интервала измерения	При одном обороте стрелки	В пределах норм. участк. шкалы в 0,1 мм
0—5	$\pm 10_{\mu}$	$\pm 10_{\mu}$	$\pm 5_{\mu}$	$\pm 20_{\mu}$	$\pm 15_{\mu}$	$\pm 7_{\mu}$	$\pm 30_{\mu}$	$\pm 25_{\mu}$	$\pm 10_{\mu}$
0—10	$\pm 15_{\mu}$			$\pm 25_{\mu}$			$\pm 40_{\mu}$		

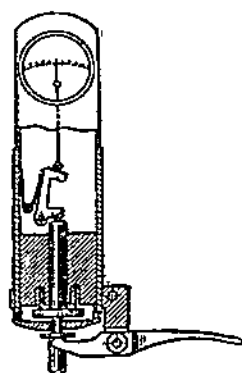
Так как по малости контактной площадки между тастером и изделием немалую роль в ошибках измерения играет колебание измерительного давления, возрастающего с увеличением натяга пружины, т. е. со

входом тастера в корпус, фирмой К. Мар предложен специальный индикатор постоянного давления. Принцип его действия, поясняемый фиг. 85,

сводится к тому, что пропорционально увеличению натяга пружины уменьшается отношение плеч, при котором она действует, так что $P_a \cdot a = P_b \cdot b = \text{const} (\approx 100 \text{ г})$. В обычных индикаторах это давление за

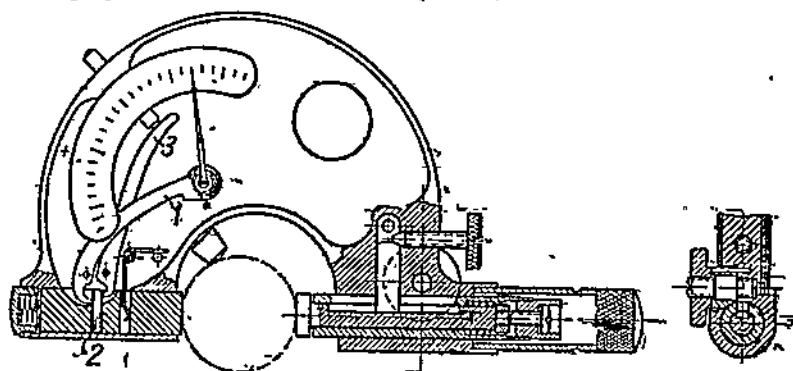


Фиг. 85.



Фиг. 86.

ход тастера возрастает, примерно, втрое. Другим современным усовершенствованием в индикаторах является замена кремальеры винтом с соответствующей профилированной шестерней (Цейсс).



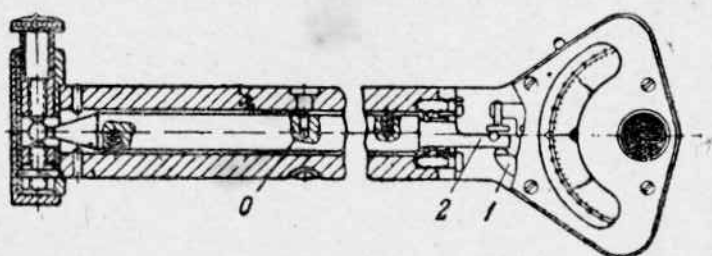
Фиг. 87.

Комбинированным рычажно-зубчатым прибором является фейнцейгер (фиг. 86) и аналогичные ему по схеме пассметры. Последние разделяются на пассметры в виде скобы для внешних измерений (фиг. 87) и пассиметры¹ — для внутренних измерений (фиг. 88). Установка по размеру

¹ Вставляемые буквы „а“ и „i“ означают соответственно: aussen — снаружи, innen — внутри (нем.).

достигается посредством смещения неподвижного наконечника в пассаметрах и заменой головок в пассивметрах, тогда как отклонения улавливаются чувствительным рычагом, с передачей на указательную стрелку.

В обоих приборах вращение стрелке передается зубчатым сектором рычага 1, получающим свои перемещения от шпильки 2, перемещающейся



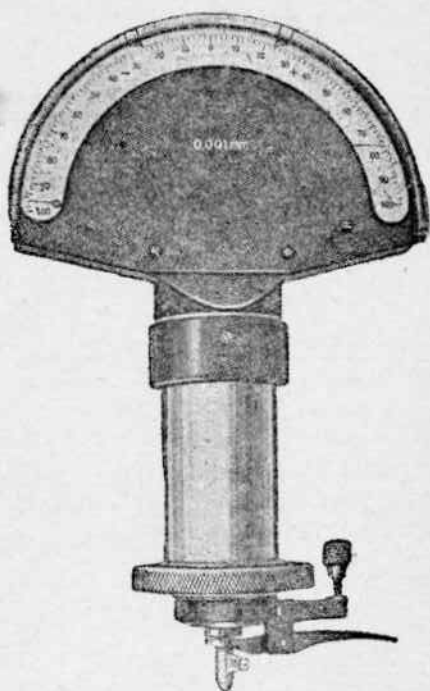
Фиг. 88.

совместно с тастером (фиг. 87) или качаемой им около оси *O* (фиг. 88) и снабженной арретиром 3. Углы поворота всех рычагов настолько ничтожны, что погрешности спрямления (см. выше) практически исключены. Нормальные наборы, изготавливаемые Цейссом, включают 6 пассаметров и 5 пассивметров, чем перекрываются внешние измерения от 0 до 150 мм диаметра и внутренние от 11 до 120 мм, последние при максимальной глубине ввода от 50 до 210 мм соответственно. Точность, по данным фирмы, $2 \div 5 \mu$.

Цейссом выпущен также усовершенствованный прибор „Орто-тэст“ * (фиг. 89), примерно совпадающий по принципу действия с пассаметрами и фейнцейгером.

Оптический рычаг дает возможность почти произвольного увеличения длинного плеча, так как осуществляющий его световой луч не страдает недостатками механической системы в отношении деформаций и т. п. и ограничен исключительно силой источника света.

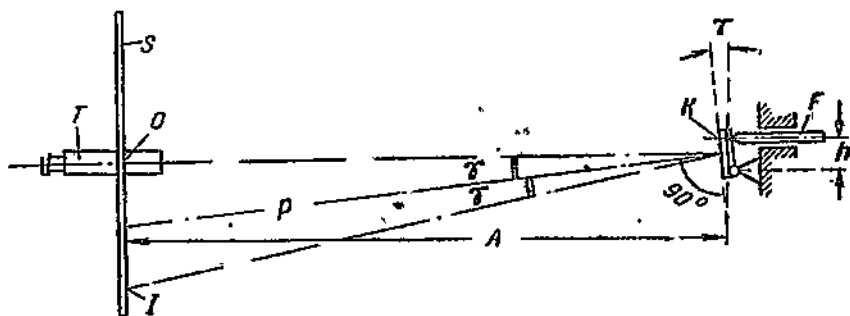
Наиболее обычная схема оптического рычага представлена на фиг. 90. Яркое освещенная шкала *S*, обращенная к зеркальцу *K*, наблюдается в своем отражении через зрительную трубку *T*. Если зеркальце строго перпендикулярно оптической оси трубки, в последней видно деление



Фиг. 89.

шкалы O , лежащее в плоскости этой оси; но если зеркальце под влиянием перемещения тастера F отклонится на угол γ , в трубке отразится некоторое деление I , соответствующее, по равенству углов падения и отражения, углу 2γ . Длина OI равна $OK \operatorname{tg} 2\gamma$, причем если точка поворота зеркала не лежит на оси OK , то $OK = A - \Delta A$, где ΔA есть смещение отражающей плоскости в направлении OK . Пренебрегая таковым по малости (порядка меньше $0,0001 A$), можно написать $OI = A \operatorname{tg} 2\gamma$, с другой стороны, смещение тастера $\Delta x = h \operatorname{tg} \gamma$. Заменяя, по малости, углов, $\operatorname{tg} \gamma$ через γ (при плече $h = 4$ мм и пределах измерения до $0,20$, т. е. $\pm 0,10$ мм, $\gamma = 1\frac{1}{2}^\circ$), имеем увеличение

$$I = \frac{A 2\gamma}{h\gamma} = 2 \frac{A}{h}. \quad (13)$$



Фиг. 90.

Если взять для примера $h = 5$ мм, $A = 500$ мм, увеличение равно 200, не считая дополнительного увеличения самой зрительной трубкой. Если последнее обозначить через V , полное увеличение равно

$$I_z = 2V \frac{A}{h}. \quad (14)$$

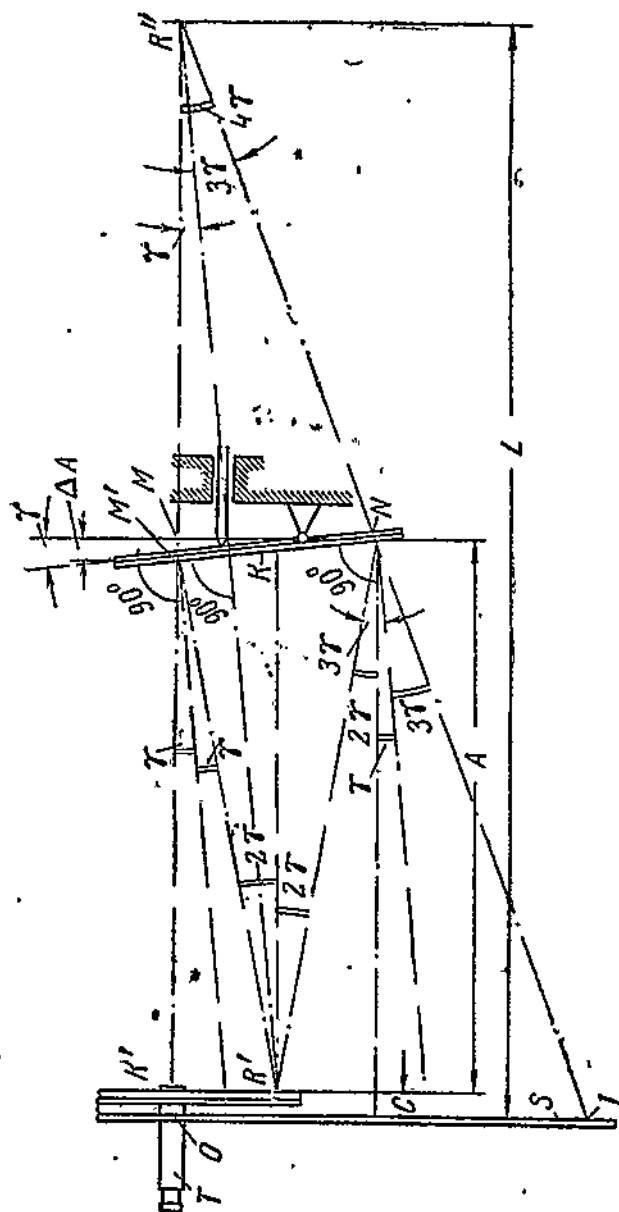
Еще большее увеличение достигается двойным оптическим рычагом по схеме фиг. 91, где идущий от шкалы луч претерпевает тройное отражение: от зеркала K ; потом от неподвижного, соединенного со шкалой зеркала K' , вновь от K и лишь после этого попадает в зрительную трубку ($I - N - R' - M' - T$). Обратив треугольник $NR'M'$ около отражающей плоскости, т. е. относительно NM' , получим точку R'' , после чего нетрудно установить:

$$\begin{aligned} \overline{OI} &= L \operatorname{tg} 4\gamma = \left[C + A - \Delta A + \frac{A - \Delta A}{\cos 2\gamma} \right] \operatorname{tg} 4\gamma \cong \\ &\cong A \left(1 + \frac{1}{\cos 2\gamma} \right) \operatorname{tg} 4\gamma. \end{aligned} \quad (15)$$

Принимая $\operatorname{tg} \gamma = \gamma$ и $\cos 2\gamma = 1$, получаем увеличение:

$$I \approx \frac{8A}{h}; \quad I_z \approx 8V \frac{A}{h}. \quad (15')$$

Таким образом для данных предыдущего примера $I_z = 800 V$.

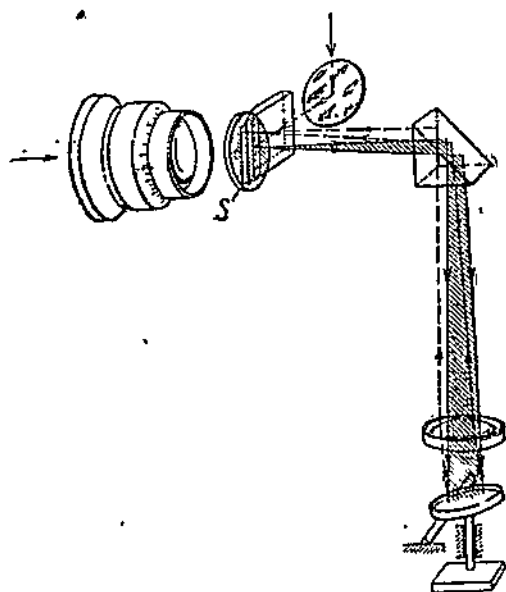


Фиг. 91.

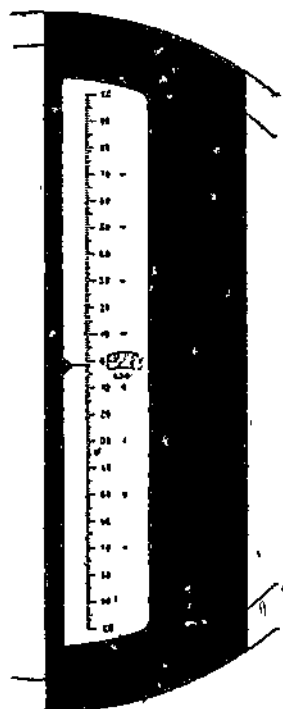
Наиболее известным оформлением оптического рычага является оптиметр, схема которого (фиг. 92) отличается от описанной только введением промежуточной неподвижной отражающей призмы, ломающей луч под прямым углом (из конструктивных соображений). Шкала прибора (s), нанесенная, как показано, на пластинку близ окуляра, имеет весьма малые размеры (длина около 15 мм), однако, благодаря оптической системе воспринимается глазом достаточно большой — примерно в 2—3 раза больше, чем изображено на фиг. 93. Марка, находящаяся на чертеже против значения $\pm 1,5 \mu$ нанесена на самом окуляре и оставаясь неподвижной, является указателем, тогда как шкала представляется перемещающейся, в зависимости от положения зеркала.

Данные оптиметра $V=12$; $h=5$ мм;
 $A=200$ мм; $I_s=960$.

Ошибка прибора — порядка $\pm 0,1$ до $\pm 0,15 \mu$, так что отсчеты в $0,5 \mu$, легко уловимые на шкале, являются достаточно надежными.



Фиг. 92.



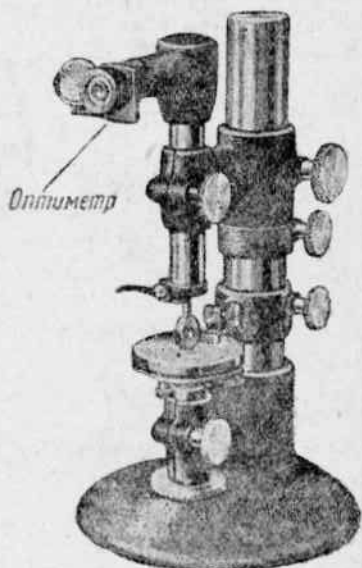
Фиг. 93.

Оптиметр выполняется с двумя разными станинками: с колонкой фиг. 94 („вертикальный оптиметр“) и на траверсе фиг. 95 („горизонтальный оптиметр“). Последний настроен на чертеже на внутреннее измерение, для которого служат дополнительные кронштейны 1 и 2 и подвешенные в них А-образные рычаги; левый из них закреплен, правый воздействует на собственно оптиметр — ОПТ; действие ясно из схемы фиг. 96.

Еще большей точностью отличается ультраоптиметр (фиг. 97), аналогичный предыдущему, но снабженный двойным оптическим рычагом по описанному выше. Чувствительность этого прибора настолько высока,

что при измерениях его необходимо ограждать даже от теплоты, излучаемой телом измерителя (см. стеклянные щиты фиг. 97).

Другой вид оптического рычага осуществляется почти идентичными микролюксом* Ф. Вернера и оптоэстом* Цейсса (фиг. 98), пригодными для массовых измерений, вследствие отсутствия окуляра и замены его большим матовым стеклом с 200 делениями ценой в 1 μ , по которому перемещается ясно заметный зайчик, пересеченный указательным штрихом.

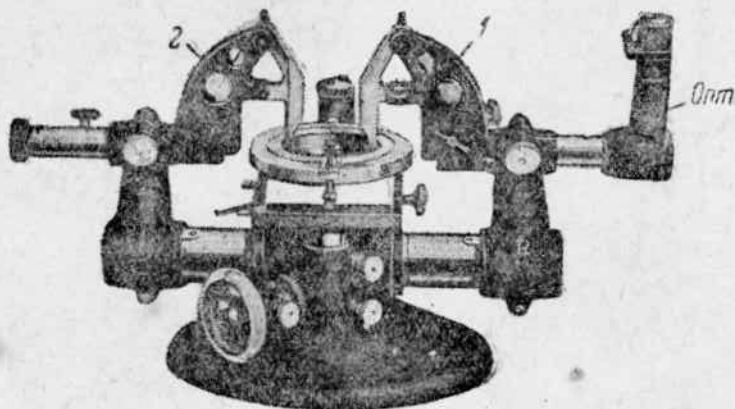


Фиг. 94.

Гидравлические и прочие измерительные рычаги

Гидравлический рычаг, или так называемая мессдоза, самостоятельно применяется значительно реже, главным образом из-за сильного влияния температуры на расширение жидкости. Принцип мессдозы (фиг. 99) заключается в том, что вытесняемая из сосуда широким поршнем или мембраной 1 жидкость выступает по тонкой прозрачной трубке 2, причем перемещение мениска выражается, очевидно, зависимостью

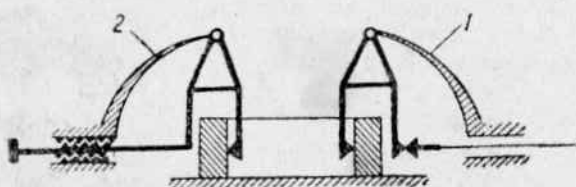
$$H = \frac{\Delta x \pi R^2}{\pi r^2} = \Delta x \frac{R^2}{r^2}, \quad (14)$$



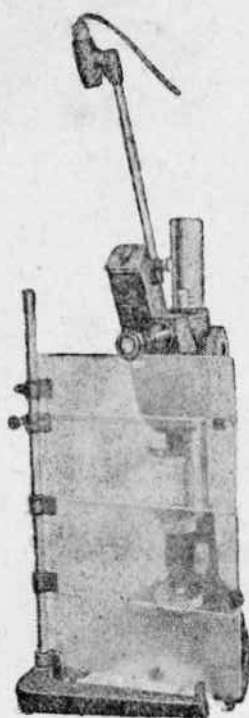
Фиг. 95.

где Δx — перемещение тастера 3, R — приведенный радиус мембраны или поршня, r — радиус трубки.

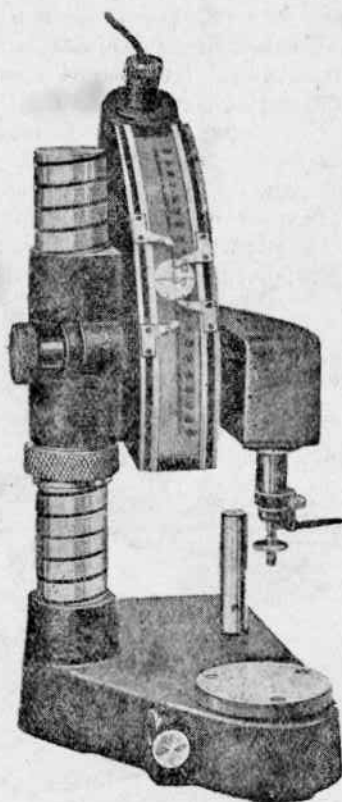
Фиг. 100 изображает построенный на этом принципе „толериметр“* для сличения концевых мер.



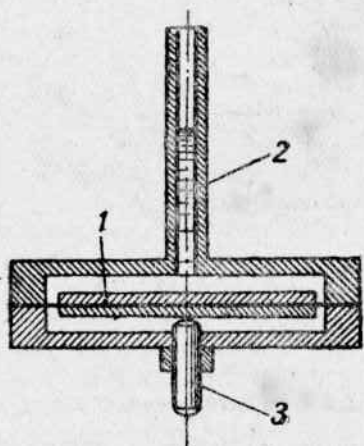
Фиг. 96.



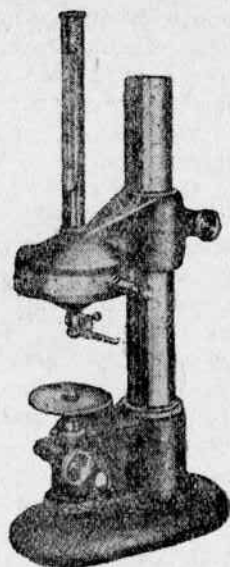
Фиг. 97.



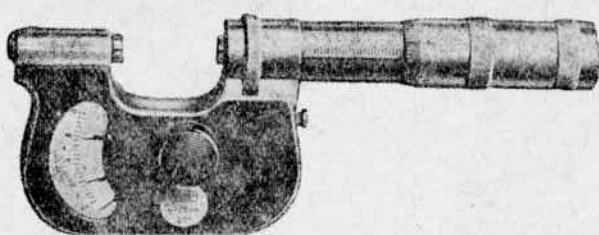
Фиг. 98.



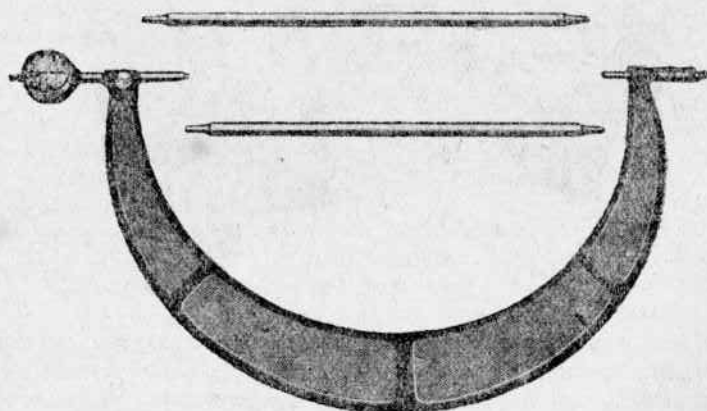
Фиг. 99.



Фиг. 100.



Фиг. 101.



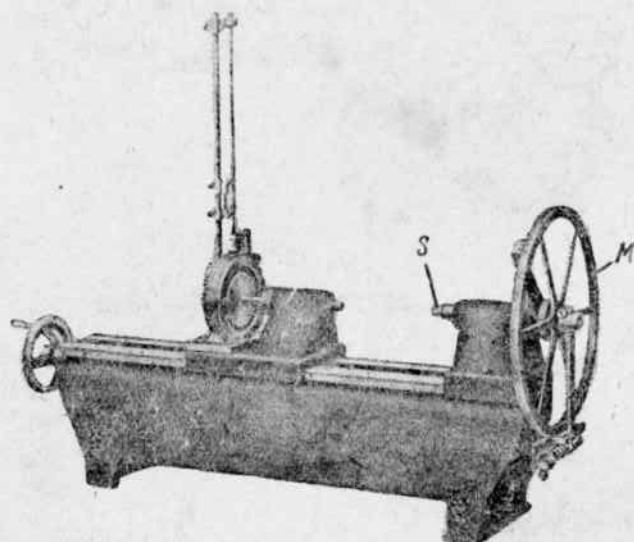
Фиг. 102.

Кроме всех описанных типов мерительных рычагов, могут применяться и другие, важно лишь чтобы имелась возможность замера поворота. Например, изменение наклона интерферирующей пластинки (§ 3) также может быть использовано для определения перемещения тастера непосредственно в длине световой волны и т. п. Может быть использован и чувствительный уровень (см. ниже § 9), если перемещение тастера вертикально, и т. п. Однако сравнительно малое распространение этих типов не позволяет останавливаться на их описании.

Чувствительные рычаги применяются не только самостоятельно, но и с другими точными измерительными приборами, как, например, микрометрами, причем чаще всего основное измерение ведется последними, тогда как чувствительный рычаг обслуживает лишь пределы компенсационных показаний или даже только фиксирует сохранение заданного давления. Примеры подобных применений чувствительного рычага представлены фиг. 101 и 102, но наиболее распространен этот метод в концевых компараторах и мерительных станках, к рассмотрению которых мы и переходим.

§ 8. Концевые компараторы и мерительные станки

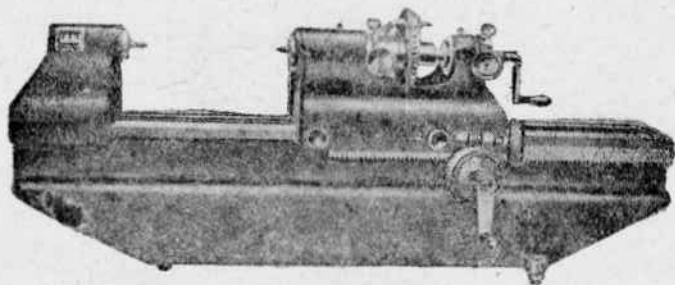
В § 4 были рассмотрены компараторы для сличения штриховых мер. Станки для взаимного сличения концевых мер также называются обычно компараторами (или „концевыми мерительными машинами“), однако устрой-



Фиг. 103.

ство их иное и основано на применении чувствительного рычага, измеряющего разность между двумя последовательно вставляемыми на то же место мерами. Таким образом и только что описанные устройства, как, например, толериметр (фиг. 100), могут считаться компараторами. Однако этот термин принято относить лишь к установкам для сличения мер значительных размеров, располагаемых горизонтально. Один из про-

стейших компараторов — Рейнекера, применяющий гидравлический чувствительный рычаг, представлен на фиг. 103. Принципиально он отличается от толериметра лишь тем, что в нем при обоих сопоставляемых

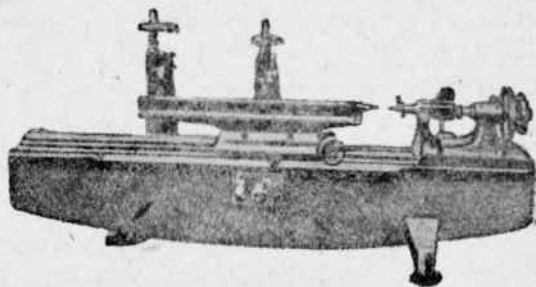


Фиг. 104.

измерениях жидкость следует подводить под один и тот же уровень, отмечаемый переставной маркой, и замерять по маховику M с делениями и нониусом разность выдвижения шпинделя S , что в значительной мере исключает температурные и тому подобные ошибки. На фиг. 104 представлен концевой компаратор K . Мара с механическим чувствительным рычагом, в остальном же принципиально идентичный с предыдущим.

Погрешности измерений хорошо выполненного компаратора, снабженного специальным лекалом, выравнивающим ошибки микрометрического винта, должны лежать в пределах не выше микрона.

Установки для проверки концевых мер по принадлежащей к самой установке штриховой мере — шкале, называются мерительными станками, так как, в отличие от компараторов, они дают непосредственно абсолютную величину поверяемой меры. Точные мерительные станки должны удовлетворять правилам, изложенным в § 4. Так, например, мерительный станок Женевского общества SIP¹ (фиг. 105) имеет последовательное расположение шкалы и



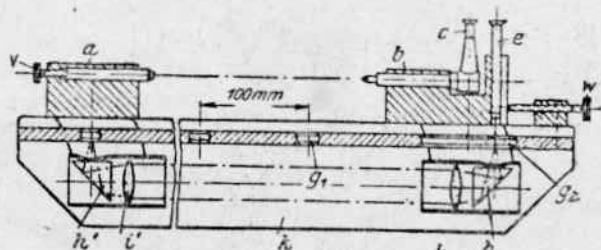
Фиг. 105.

исследуемой меры (вводимой между свободными на фотографии центрами), что соответствует так называемому принципу Аббе получения наименьших ошибок. Два микроскопа (на точно выдержанном расстоянии 500 мм) применяются для того, чтобы при одной шкале в 500 мм удвоить пределы измерений, т. е. довести их до 1 м; при этом при измерениях > 500 мм начальный и конечный отсчеты делаются на разных микроскопах. Чувствительный рычаг a обеспечивает равенство

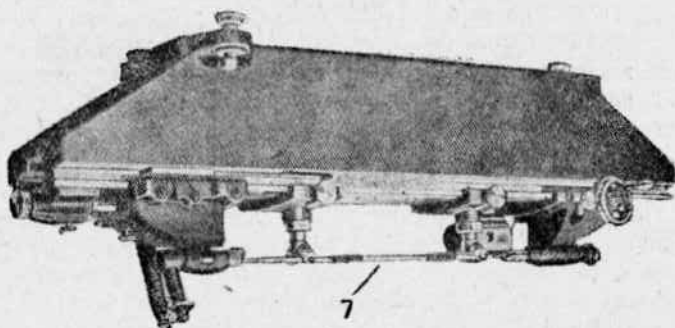
¹ Société Gènevoise d'Instruments de Physique.

измерительных давлений при непосредственном смыкании центров и при вводе измеряемого объекта.

Отступление от принципа Аббе допущено в мерительном станке Цейсса (фиг. 106 и 107), в котором, однако, за счет выполнения

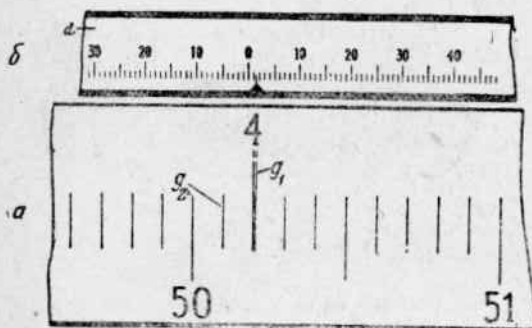


Фиг. 106.



Фиг. 107.

остальных требований § 5 достигнута высокая точность, обеспечившая совместно с простотой обращения и быстротой измерения этому станку чрезвычайно широкое распространение.



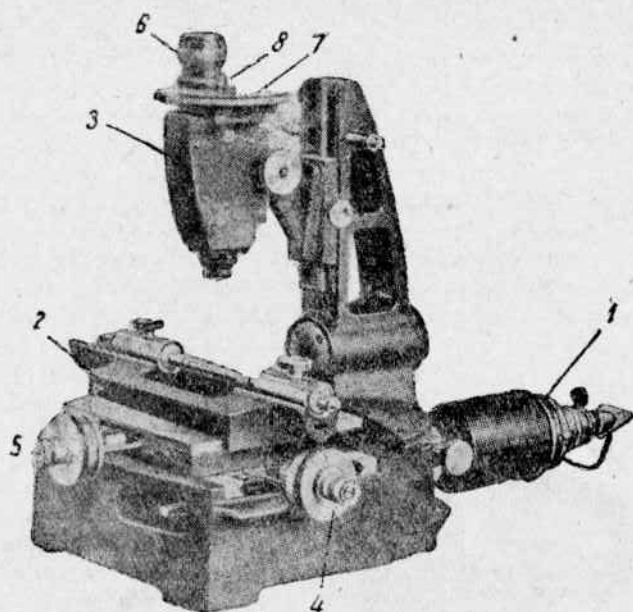
Фиг. 108.

В направляющих станка заделаны: стомиллиметровая стеклянная шкала g_2 и отдельные стеклянные очки g_1 ; каждое из них имеет лишь по одному поперечному двойному штриху. Последние расположены весьма точно через каждые 100 мм от концевых штрихов шкалы g_2 .

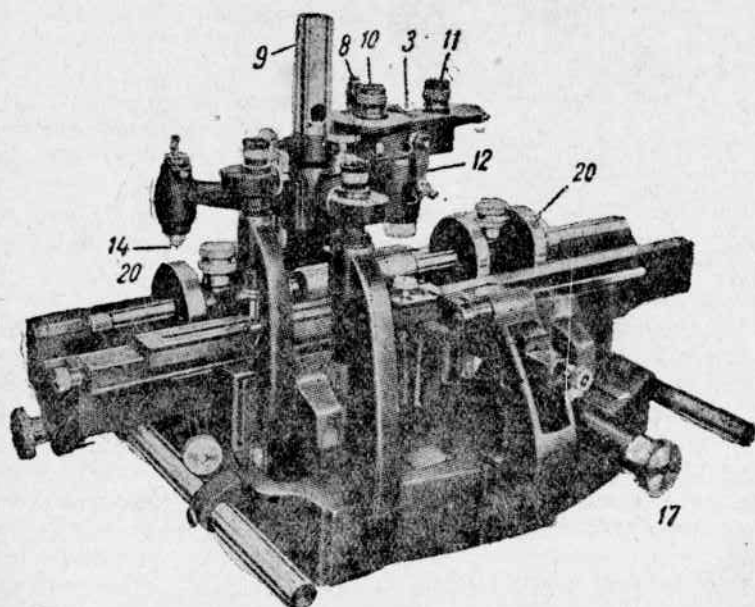
Обе бабки a и b — подвижные; каждая снабжена

отражательно-коллимационной системой¹ h, i , причем бабка b несет, кроме того, микроскоп e и оптиметр c . В микроскоп, через стеклянную шкалу g_2

¹ Коллиматором называется длиннофокусная сложная линза, собирающая расходящийся пучок в параллельный.

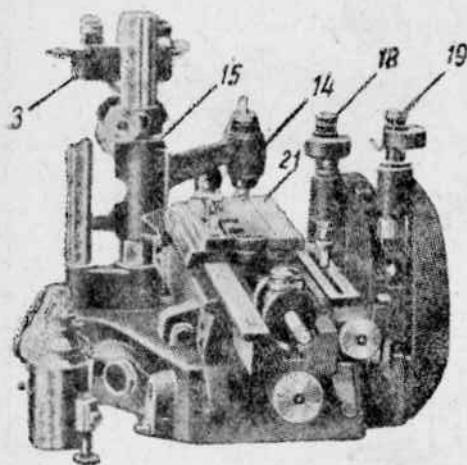


Фиг. 109.



Фиг. 110.

и оптическую систему $hi-i'h'$ наблюдается штрих того очка g_1 , над которым расположена бабка a , зрительно накладывающийся (см. § 4) на шкалу g_2 , разделенную на десятые доли миллиметра. Если подвести микрометрическим винтом w бабку a так, чтобы какой-нибудь штрих шкалы g_2 точно попал в раствор штриха g_1 (фиг. 108, a), то нулевые точки мерительных наконечников окажутся отстоящими точно на длину $N \times 100 + n$ мм, где N — номер очка со штрихом, а n — показание шкалы g_2 . Так, на фиг. 108, a получается — $4 \times 100 + 50,2 = 450,2$ мм. Если под воздействием исследуемой меры L (фиг. 107), чувствительный наконечник бабки b отклонится от своего нулевого положения, это будет отмечено (фиг. 108, b) оптиметром c , которому принадлежит наконечник, и таким образом сумма показаний микроскопа и оптиметра составит полный отсчет (на фиг. 108: $450,2 + [-1,5 \mu] = 450,1985$ мм).



Фиг. 111.

Для установления нулевого положения наконечников они до измерения сводятся вплотную, причем оптиметр должен давать нуль при „нуле“ g_2 в растворе штриха g_1 (регулировка винтом v).

Станок может применяться также как горизонтальный оптиметр для внешних и внутренних измерений.

Основной недостаток станка заключается в том, что симметрично взять в раствор штриха g_1 штрих шкалы g_2 с абсолютной точностью невозможно, и поэтому доли микрона, улавливаемые на оптиметре, являются более чем сомнительными.

Совершенно своеобразными мерительными станками являются два микроскопа дейссовского типа: „инструментальный“ (фиг. 109) и „универсальный“ (фиг. 110 и 111), выпускаемые также в СССР.

Они измеряют объект уже не в одном направлении, а в двух взаимно перпендикулярных координатах, используя проекционный принцип.

Метод исследования проекций (силуэтов) объемного тела, вместо измерений самого тела употребляется преимущественно для сложных конфигураций, характеризующихся одним каким-либо сечением: резьб, конусов, прямозубых шестерен и т. п.

В дальнейшем мы еще раз вернемся к подобным установкам при изучении вопроса об исследовании профиля зубьев шестерен; здесь же достаточно отметить, что при первоклассной оптике, являющейся непременным условием, проекционный метод является весьма точным и удобным.

Общим для обоих названных микроскопов является принцип их действия: на ажурном супорте помещается исследуемый объект, освещаемый снизу и наблюдаемый в микроскоп сверху. Микроскоп непо-

движен, супорт имеет два взаимно перпендикулярных, точно измеряемых, перемещения. Предусматриваются три вида исследования: угловое, профильное и по точкам. Последнее является основным и наиболее точным. Окуляр микроскопа снабжен поворотным визирующим перекрестием, под которое подводятся последовательно сличаемые точки; они могут одновременно и не входить в поле зрения, что дает возможность измерять относительные большие объекты.

Пример измерений.
Определить угол конуса. Решение дано графически на фиг. 112¹.

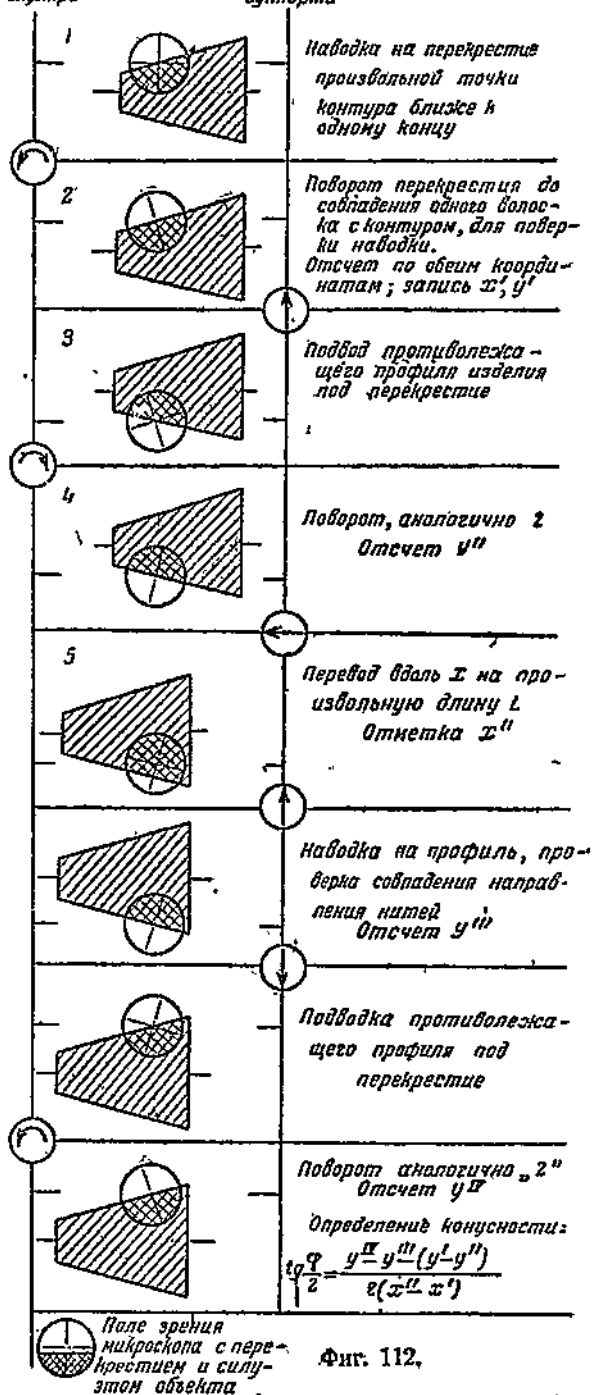
Для непосредственных угловых измерений окулярная пластина с перекрестием снабжена по окружности градусными и минутными делениями, наблюдаемыми в дополнительную луну. Так, для быстрого, но грубого решения предыдущей задачи достаточно привести конус в положение 2 (фиг. 112) и произвести отсчет на луне.

Профильное исследование ведут, заменяя нормальное окулярное перекрестие специальной пластинкой, снабженной соответствующими объекту контурами.

1 Составлено автором в соответствии с инструкцией Всесоюзного института метрологии о проверке конусов на микроскопах.

Вращение
окуляра

Движения
супорта



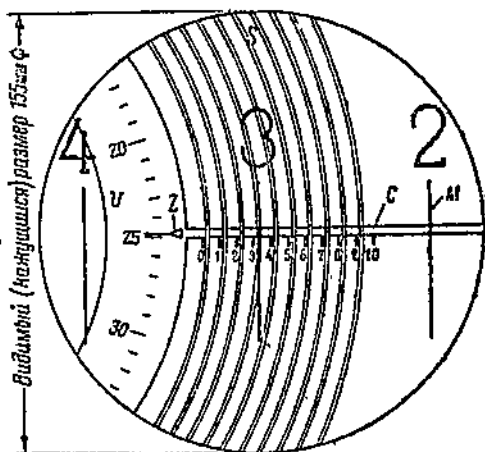
Фиг. 112.

Устройство микроскопов, позволяющее осуществить изложенное, понятно из фиг. 109 („инструментальный“ микроскоп).

Свет от лампы 1 проходит под двойной супорт 2 и оттуда отражается вверх в объектив микроскопа 3. Нижний супорт получает боковое перемещение от микрометра 4 (общее перемещение 50 мм; 25 — микрометром, 25 — введением добавочной эталонной плитки). Верхний супорт перемещается дополнительно от наблюдателя к стойке микрометром 5 (всего 25 мм). 6 — окуляр, 7 — окулярная пластина, 8 — лупа к ней.

„Универсальный“ микроскоп (фиг. 110 и 111). Микроскоп 3 (на колонке 9) обычно снабжен сразу двумя окулярами 10 и 11, первый — с нормальным перекрестием и лупой 8 к нему, второй — с профильной пластинкой. Переключение на нужный окуляр — рукоятью 12. С микроскопом жестко соединен кернер 14, точно устанавливающийся при помощи

упоров на место скрещивания нитей микроскопа при повороте головки 15 (фиг. 111). Это дает возможность кернить, точно координированные микроскопическим исследованием точки. Грубое перемещение супорта в обоих направлениях — свободное, от руки; доводка микрометрическими винтами 16 и 17 соответственно. Отсчет перемещений посредством шкал и двух дополнительных микроскопов 18 и 19 см. ниже. Изделие — в бабках-центрах 20 или на столике 21. В осталь-



Фиг. 113.

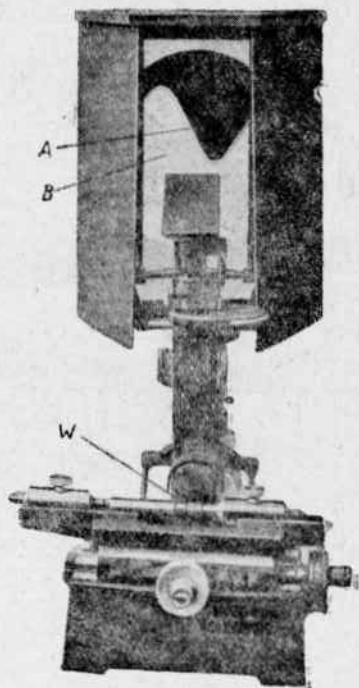
ном — аналогично инструментальному микроскопу.

Каждый из вспомогательных микроскопов 18 и 19 направлен на соответствующую прозрачную шкалу (продольную или поперечную), освещенную проходящим светом от того же источника. Деление шкал — только в целых миллиметрах M (фиг. 113). Окулярная пластина — двойная: неподвижная — с делениями C , соответствующими 0,1 мм; вращающаяся (вокруг вынесенного в сторону центра) — со 100 равными угловыми делениями v и архимедовой спиралью s , имеющей шаг, точно равный делениям C . Когда нуль шкалы v лежит точно против стрелки z , все витки спирали совпадают с делениями C ; так как для архимедовой спирали $\frac{\Delta r}{\Delta \varphi} = \text{const}$, поворот диска на n делений соответствует смещению витка на n сотых деления шкалы C , т. е. на n микрон. Таким образом, взяв в раствор двойного витка спирали штрих основной шкалы M , определяют по v в микронах его несовпадение с ближайшим штрихом C , тогда как последний, в свою очередь, указывает в десятых долях миллиметра несовпадение штриха M с нулевым штрихом окулярной шкалы C . Следовательно, полный отсчет

равен M миллиметров $+C$ десятых миллиметра $+v$ микрон. Так, по фиг. 113 $X = 3 + \frac{3}{10} + \frac{24,8}{1000} = 3,3248$ мм. Однако следует оговорить то же, что было сказано о мерительном станке: точное взятие в раствор витка спирали штриха M до долей микрона весьма мало вероятно и не подтверждается практически, почему точность замеров и полагают обычно до ~ 2 м. Специально для исследования резьбы универсальный микроскоп дает еще возможность работать с особыми упираемыми в стороны резьбы ножами; по этим ножам следует устанавливать визир при затемнении диаметрального сечения резьбы силуэтом витка.

Приспособление к инструментальному микроскопу, для проектирования непосредственно на экран (фиг. 114), значительно облегчает профильное исследование, в силу уменьшения утомляемости глаз.

На фиг. 114 видны: объект исследования — винт W , его проекция A и образцовые контуры B .



Фиг. 114.

§ 9. Измерение углов. Уровень

Углы в машиностроении измеряются:

- а) шаблонами или калибрами;
- б) непосредственно по круговым шкалам;
- в) тригонометрическими функциями ($\sin$ или $\lg$), путем соответственного пересчета.

На таких простейших, сравнительно грубых, угломерных приспособлениях, как угловые шаблоны, универсальные угломеры с нониусом или лупой (фиг. 115), не останавливаемся в силу их общеизвестности. К более точным приборам относятся: по группе А — угольники и угловые плитки.

Обычным измерителем наиболее частых в технике прямых углов является жесткий 90-градусный угольник с аншлагом (полкой или бруском) или без него. Точность угольников нормирована

$$\frac{20}{1377}$$

СТ
ГУСИП

Группа А: лекальные угольники изготовляют по 0 или по 1-му классу точности.

„ инструментальные угольники изготовляют по 1-му классу точности.

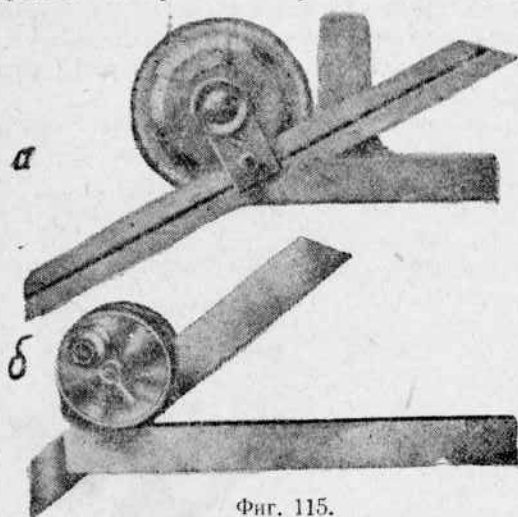
Группа Б: нормальные угольники изготовляют по 2-му классу точности.

„ грубые угольники изготовляют по 3-му классу точности.

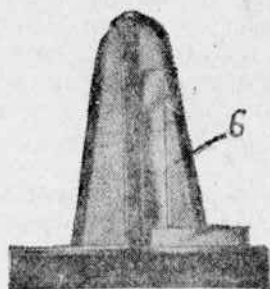
Допуски на наибольшие отклонения на угольники различных классов даем в табл. 5.

Прибор для производственной проверки 90-градусных угольников на просвет изображен на фиг. 116. Матовое стекло *G* освещается сзади

равномерным почти по всей высоте светом от вертикальной трубчатой лампы. При отсутствии подобного прибора удо-



Фиг. 115.



Фиг. 116.

Таблица 5

Номер угольника	Размер длинной стороны угольника	Отклонение наружных и внутренних рабочих поверхностей от прямого угла в микронах				Отклонения боковых поверхностей от вертикали в микронах			
		0-й класс точности	1-й класс точности	2-й класс точности	3-й класс точности	0-й класс точности	1-й класс точности	2-й класс точности	3-й класс точности
1	63	± 3	± 6	± 25	—	± 8	± 13	± 80	—
2	80	± 3	± 7	± 28	± 65	± 9	± 20	± 85	± 200
3	100	± 3	± 7	± 30	± 70	± 9	± 21	± 90	± 210
4	125	± 3	± 8	± 30	± 75	± 10	± 25	± 100	± 230
5	160	± 4	± 8	± 36	± 80	± 11	± 25	± 110	± 250
6	200	± 4	± 9	± 40	± 90	± 12	± 27	± 120	± 270
7	250	± 5	± 10	± 45	± 100	± 14	± 30	± 130	± 300
8	315	± 5	± 11	± 50	± 110	± 15	± 33	± 150	± 330
9	400	—	± 13	± 60	± 130	—	± 40	± 180	± 390
10	500	—	± 15	± 70	± 150	—	± 45	± 210	± 450
11	650	—	± 18	± 85	± 175	—	± 50	± 250	± 530
12	800	—	± 21	± 100	± 210	—	± 60	± 300	± 630
13	1000	—	± 25	± 120	± 250	—	± 75	± 350	± 750
14	1250	—	—	± 145	± 300	—	—	± 440	± 900
15	1600	—	—	± 180	± 370	—	—	± 540	± 1100
16	2000	—	—	± 220	± 450	—	—	± 660	± 1400

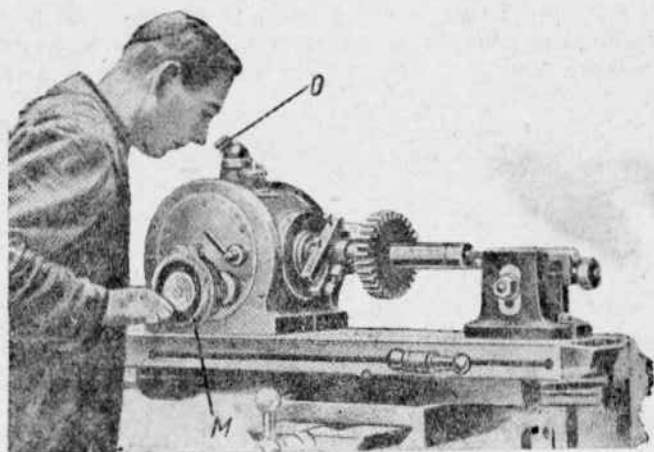
Примечание. Отклонения подсчитаны для наивысшей точки длинной стороны.

влетворительные результаты можно получить последовательной поверкой на просвет друг по другу трех угольников, устанавливаемых попарно на шабренной плите. Разделение ошибок получается по формуле

$$\Delta_x = \frac{\Delta_{xy} + \Delta_{xz} - \Delta_{yz}}{2},$$

где индексы соответствуют различным сопоставляемым угольникам, а двойные индексы означают их комбинации.

Для составления любых углов из ограниченного числа элементов автор системы эталонных мерительных плиток Иогансон ввел угловые плитки, аналогичные его концевым плиткам. Однако угловые плитки не имеют и не могут иметь такого успеха, как линейные, потому что для получения точного угла всегда выгоднее оперировать с большими треугольниками, а не со столь малыми, как те, которые целесообразно мо-



Фиг. 117.

гут быть выполнены в эталонных наборах. Точность отдельных угловых плиток выдерживается порядка 12—20", поэтому точность составного угла нельзя считать превосходящей в среднем 0,5—1'. Угловые плитки изготавливаются в СССР заводом „Калибр“ по системе Кушникова.

Поверка углов путем прямых отсчетов по круговым шкалам (лимбам) * включает две принципиальных разновидности:

а) непосредственным объектом замера является раствор ножек прибора (см. выше универсальный угломер, фиг. 115);

б) непосредственно замеряется угол поворота изделия между двумя заданными положениями; этот метод весьма распространен для определения центральных углов в круглых изделиях; отсчеты по лимбу производятся обычно так же, как и в предыдущем случае, через увеличительную оптическую систему.

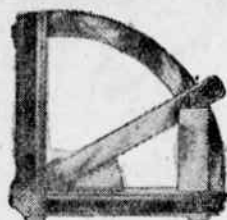
Примером применения этого принципа является известная оптическая делительная головка Цейсса (фиг. 117), где в окуляр О наблюдаются показания точного лимба, жестко связанного со шпинделем головки, вращаемым посредством маховичка М. (Посадка лимба непо-

средственно на шпиндель исключает возможность относительных ошибок поворота обеих деталей, что и отличает принципиально эту систему от обычных делительных головок.) Более подробно на методе непосредственных отсчетов углов поворота останавливаться здесь не будем, так как этот вопрос детально рассматривается в специальной части (гл. VII).

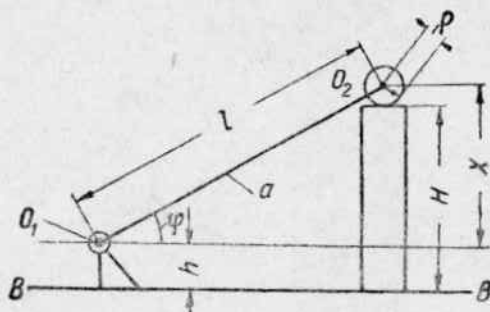
Поверка углов путем пересчета через тригонометрические функции ведется по синусу или тангенсу.

Поверка через тангенс удобна в двух случаях: 1) при малых центральных углах, когда требуется высокая точность и имеется возможность применения оптического рычага (см. § 7); 2) в более грубых измерениях в случае возможности перемещений объекта по направлению одной из сторон угла. Поверка через синус, наоборот, производится без перемещений изделия в процессе измерения.

Поверка по синусу. Наиболее универсальным производственным прибором для точной поверки углов является, так называемая, синусная линейка, один из простейших образцов которой показан на фиг. 118.



Фиг. 118.



Фиг. 119.

Если линейка a точно известной длины $O_1O_2 = l$ (фиг. 119) вращается вокруг центра O_1 , лежащего на высоте h от основания, и несет в O_2 ролик радиуса ρ , то, подведя под последний концевую меру высоты H , получим угол φ наклона линейки к основанию:

$$\sin \varphi = \frac{H + \rho - h}{l}; \quad \varphi = \arcsin \frac{H + \rho - h}{l} = \arcsin \frac{x}{l}, \quad (15)$$

где x — избыточная высота центра O_2 .

Для определения возможных ошибок измерения, синусной линейкой продифференцируем в частных ¹ производных выражение:

$$\sin \varphi = \frac{x}{l},$$

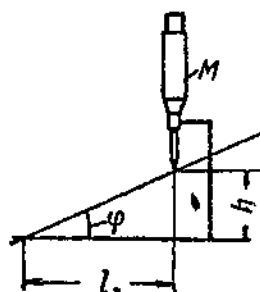
¹ Обращая внимание на последнее выражение, напоминаем, что при дифференцировании произведения и отношения переменных, дифференцирование в частных производных приводит к тем же результатам, что и обычное дифференцирование, почему во всех подобных довольно частых в метрологии случаях дифференцирование можно вести, не задаваясь вопросом о том, являются ли переменные связанными общим аргументом или же независимыми.

$$\begin{aligned}\cos \varphi d\varphi &= \frac{\partial \frac{x}{l}}{\partial x} dx + \frac{\partial \frac{x}{l}}{\partial l} dl = \\ &= \frac{dx}{l} - \frac{x}{l^2} dl = \frac{l dx - x dl}{l^2}, \\ d\varphi &= \frac{l dx - x dl}{l^2 \cos \varphi} = \frac{dx - dl \sin \varphi}{l \cos \varphi}.\end{aligned}\quad (16)$$

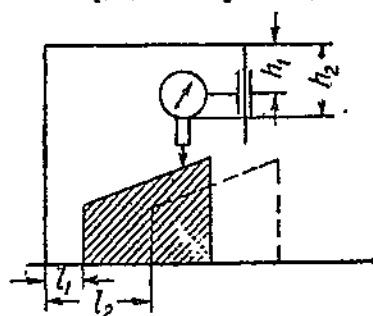
Рольт, построив диаграмму влияния ошибок x и l на результаты измерения при различных φ , показал, что точность измерений в общем случае падает с возрастанием φ , почему и рекомендуется проводить измерения по возможности при $\varphi \leq 45^\circ$ ¹.

Поверка по тангенсу

Поверка по тангенсу чаще употребляется для определения угла поворота, хотя может употребляться и для определения угла изделия.



Фиг. 120.



Фиг. 121.

Угол поворота может определяться, например, по схеме фиг. 120, где перемещение h микрометра M , отнесение к расстоянию до точки поворота дает тангенс искомого угла.

Другим вариантом того же принципа является, как отмечено, оптический рычаг.

Угол изделия может определяться по схеме фиг. 121:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{h_2 - h_1}{l_2 - l_1}, \quad (17)$$

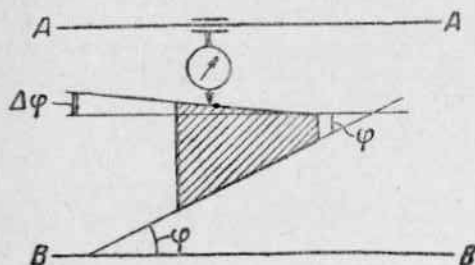
где отрезки h_1 и h_2 , характеризующие исходное и конечное положение индикатора, равно как l_1 и l_2 , характеризующие соответственные положения изделия, устанавливаются плитками или т. п., тогда как самый индикатор регистрирует лишь отклонения.

Если требуется не только установить заданный угол, но и поверить по нему изделие, применяется индикатор², передвигаемый по заданному направлению и упираемый наконечником в исследуемый срез изделия.

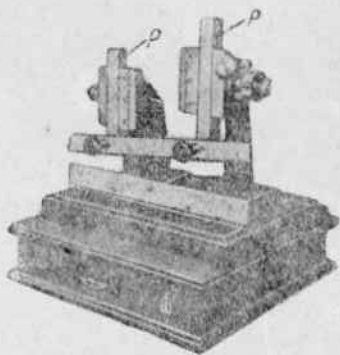
¹ Обычный математический анализ (нахождение минимума по последующим производным по φ) здесь по неопределенности данных не приводит к цели.

² В дальнейшем приборы типа чувствительного рычага будем называть в принципиальных рассуждениях индикаторами; замена их микрометрами или т. п. зависит лишь от требуемой точности.

Лучше всего это производится по схеме фиг. 122: направляющая для индикатора AA параллельна основанию BB ; под угол φ устанавливается (синусной линейкой) одна сторона изделия, тогда вторая должна быть очевидно параллельна BB и индикатор не должен давать отклонений при своем перемещении по AA . Так как угол $\Delta\varphi$ может быть лишь весьма мал, то за $\Delta\varphi$ можно принимать непосредственно $\frac{\Delta i}{l}$, где i — показания индикатора l — его перемещение. По этому принципу устроены новейшие приборы для проверки конусов.

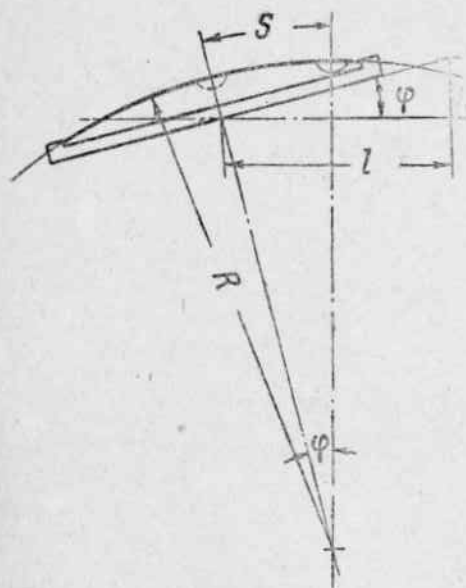


Фиг. 122.



Фиг. 123.

Угломерная линейка фирмы Ф. Вернер представлена на фиг. 123; отклонения от заданного φ измеряются непосредственно микрометрическим опусканием или подъемом ползунов P против настройки по номиналу, что не дает возможности установления местных $\Delta\varphi$. Первоначальная настройка — по особым калиберным шайбам.



Фиг. 124.

Уровень

Принцип действия уровня ясен из фиг. 124: если R — радиус продольной кривизны канала трубки, φ — угол наклона уровня к горизонту и S — перемещение пузырька, то

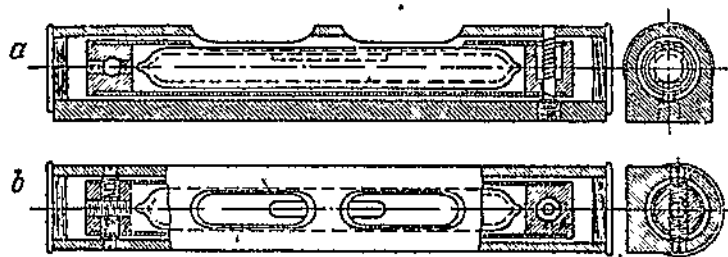
$$S = R\varphi \cong R \operatorname{tg} \varphi = R \frac{h}{l}. \quad (18)$$

Чувствительный уровень должен давать перемещения S не менее 1 мм при уклоне 0,1 мм на метр, т. е.

$$R = \frac{1 \cdot 1000}{0,1} = 10\,000 \text{ мм} = 10 \text{ м.}$$

Особо высокочувствительные уровни доводятся даже до $R = 200 \text{ м}$, т. е. дают возможность улавливать уклоны до 5 μ на метр, однако это

требует совершенно исключительной прецизионности внутренней шлифовки канала по дуге окружности, что представляет большие затруднения. Кроме того, здесь требуется предельная подвижность жидкости (применяется исключительно эфир и лишь для более грубых уровней — спирт) и сохранение размеров газового пузырька, так как силы, дей-

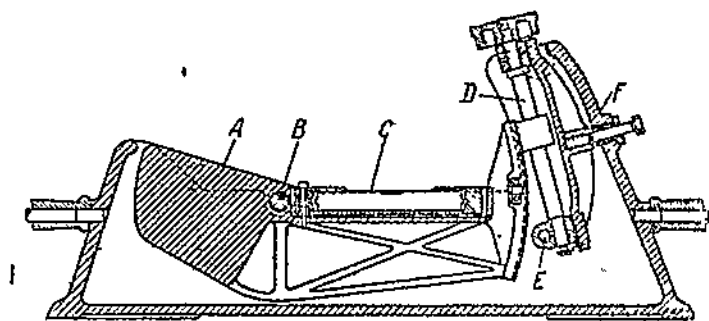


Фиг. 125.

ствующие на пузырек, естественно, зависят как от его размеров, так и от элементарного угла $\Delta\varphi$, образуемого данным участком канала с горизонталью.

Так как уровни весьма чувствительны к изменениям температуры, повышение которой ведет к сжатию пузырька, часто применяют, так называемые, компенсационные газовые камеры, дающие возможность приводить пузырек к заданным размерам.

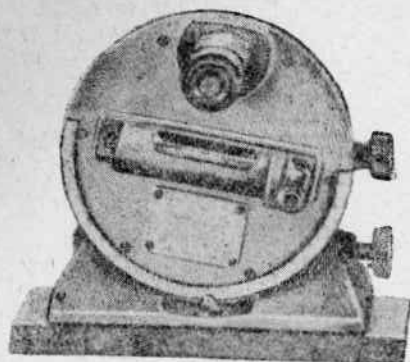
Еще сильнее влияние температуры сказалось бы на возможных изменениях R от температурных деформаций, поэтому в чувствительных уровнях возможность их должна быть исключена за счет подбора материала кожуха по равенству коэффициента расширения со стеклом.



Фиг. 126.

Для точной регулировки внутренний кожух должен иметь возможность установки во внешней оправе (фиг. 125). Вообще говоря, уровнем лучше пользоваться как „нулевым“, т. е. компенсационным инструментом, приводя его к горизонтالي микрометрической головкой. Это становится обязательным при исследовании более или менее значительных углов, что приводит к конструкции типа клиномера *SIP* (фиг. 126), где фирма гарантирует точность в пределах 10 угловых сек.

Более грубый производственный прибор того же типа (Цейсса), представляющий комбинацию уровня с оптическим угломером, изображен на фиг. 127.



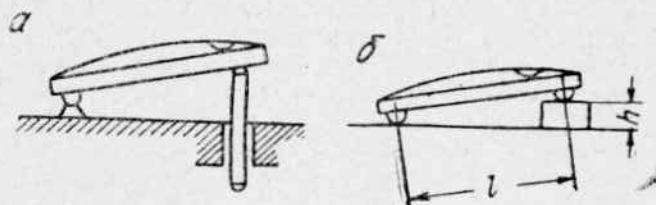
Фиг. 127.

Уровень можно, как сказано выше (§ 7), употреблять также в качестве указателя к чувствительному рычагу, согласно схеме фиг. 128, а.

Проверка уровней проводится на поверочной плите по эталонным плиткам, согласно схеме фиг. 128, б, по принципу синусной линейки, путем посменной подкладки h наборов плиток взаимно отличных на 1—2 μ (установка самой плиты — по другому уровню).

Уровень часто применяется для проверки прямолинейности направляющих и т. п. деталей. Очевидно, согласно той же схеме, фиг. 128, б, отступление от прямолинейности направляющей, h определится через

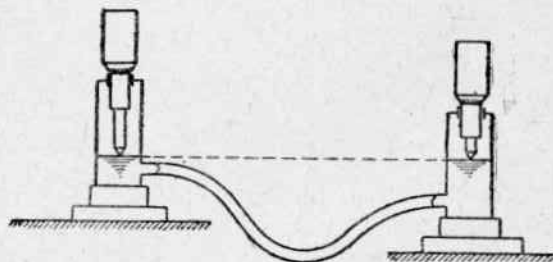
$$\frac{h}{l} = \sin \varphi \approx \varphi = \frac{S}{R}. \quad (19)$$



Фиг. 128.

Другие методы проверки прямолинейности рассмотрены в следующем разделе.

Для сверки совпадения в общей горизонтали двух отдаленных площадок применяются специальные уровни по принципу сообщающихся сосудов (фиг. 129). Микрометрические головки уровней, по касанию которых с поверхностью жидкости определяют горизонтальность, предварительно сличают на горизонтальной поверочной плите. Касание определяют или появлением мениска, или по отражению, или путем пропускания электрического тока, что приводит к требованию достаточно высокой электропроводности жидкости (см. следующий параграф).

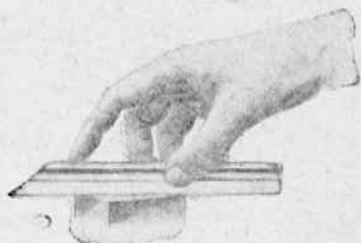


Фиг. 129.

§ 10. Некоторые специальные измерения. Поверка прямолинейности

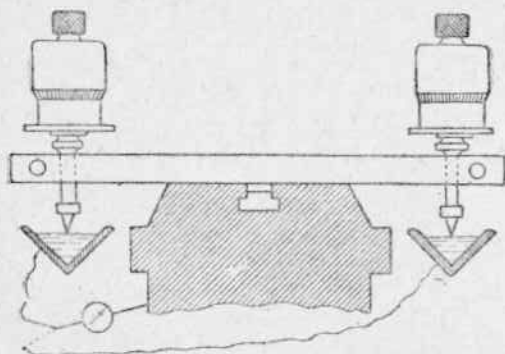
Простейшим инструментом являются граневые линейки (фиг. 130) для проверки на просвет и линейки с широкой рабочей поверхностью для проверки на краску¹. Взаимная проверка трех штук линеек аналогична описанной в § 8 для угольников. Ее удобно проводить на освещенном снизу столике матового стекла.

Когда необходимо получить числовые данные или когда размеры исключают применение линеек, пользуются или уровнем (см. выше), или индикатором, или каким-либо подобным прибором, ведомым по другой, точно выверенной плоскости, тогда как наконечник скользит по исследуемой. Возможна также проверка микрометром, ведомым по поверяемой плоскости и соприкасающимся своим наконечником



Фиг. 130.

с поверхностью токопроводящей жидкости (для горизонтальных направляющих). Последнюю проверку Рольт рекомендует в следующем виде (фиг. 131): два жолоба наполняют подкисленной водой и исследуемую плоскость располагают между ними; пропуская через микрометры слабый ток, наблюдают показание микрометров при его замыкании. Среднее из показаний обоих микрометров принимается за высоту расположения исследуемой плоскости над уровнем жидкости, в данном сечении, и дает, таким образом, продольные нарушения прямолинейности, тогда как приведенная к общему нулю разность показаний определяет поперечные перекосы.



Фиг. 131.

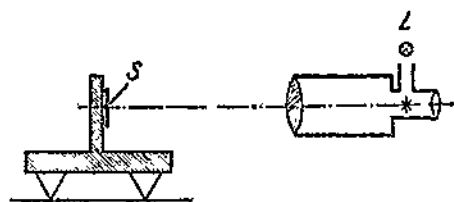
Кроме изложенных способов, применяют также оптический рычаг с коллиматором, согласно схеме фиг. 132, где свет от источника L освещает перекрестие зрительной трубы, которое неизменно должно совпадать с собственным отражением от зеркала S при перемещении подставки послед-

него вдоль исследуемой плоскости. Этот метод является весьма чувствительным, если удастся применить достаточно длинное плечо оптического рычага.

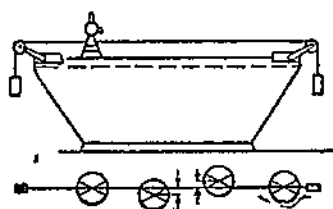
¹ Типы и нормы точности поверочных линеек даются стандартом $\frac{\text{СТ}}{\text{ГУСИП}}$

Если искомые отклонения направляющих лежат в горизонтальной плоскости, исследование проводится вертикальным микроскопом или тому подобным прибором, установленным на супорте и наведенным своим перекрестием на натянутую нить, совпадающую своими концами с заданным направлением (фиг. 133). В качестве нити употребляется тончайшая калиброванная проволока.

Фирма Цейсс выпустила для проверки прямолинейности в обеих плоскостях специальный оптический прибор, состоящий из зрительной трубки (телескопа) и визира — перекрестия (фиг. 134). При отсутствии ошибок визир 5, передвигаемый вдоль поверяемого направления, оптически совпадает своим перекрестием с другим, 2, принадлежащим зрительной трубке 1. Смещение перекрестий, в случае ошибок направления, компенсируется поворотом толстой стеклянной пластины 6 посредством микрометра 7, дающего отсчет в сотых долях миллиметра. Наблюдение ведут в окуляр 3, фокусирование достигается винтом 8.



Фиг. 132.



Фиг. 133.

Проверка расстояний между отверстиями и валами

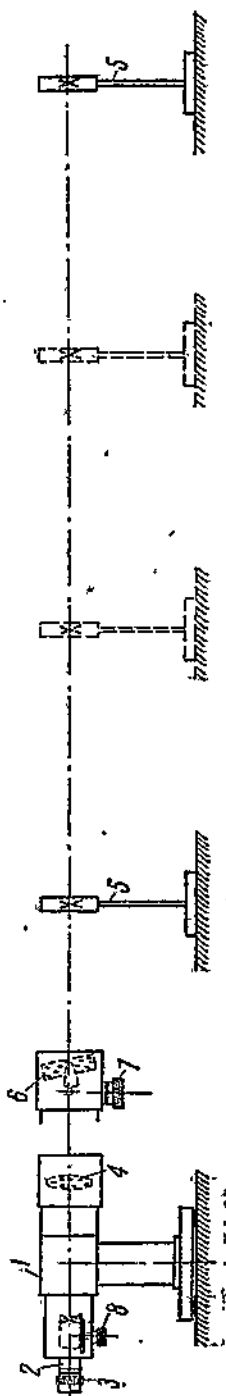
Для подобных проверок применяют приборы типа, показанного на фиг. 135, где одна из ножек штангена свободно играет, воздействуя на штифт индикатора. Желательно, однако, иметь на ножках цилиндрические или шаровые наконечники, так как отверстие по краям может быть искажено, что отразится на положении конической ножки. Еще проще пользоваться оправками, вставляемыми в отверстие, и измерять расстояние подходящей скобой, штангенном и т. п.

В смонтированном состоянии валы не всегда доступны измерительному прибору, в силу чего приходится прибегать к специальным приспособлениям. Так, например, для определения параллельности валов и расстояния между ними в редукторах и подобных конструкциях, где между зубчатыми или иными колесами и корпусом имеется лишь самый малый и трудно доступный зазор, может быть предложен следующий метод.

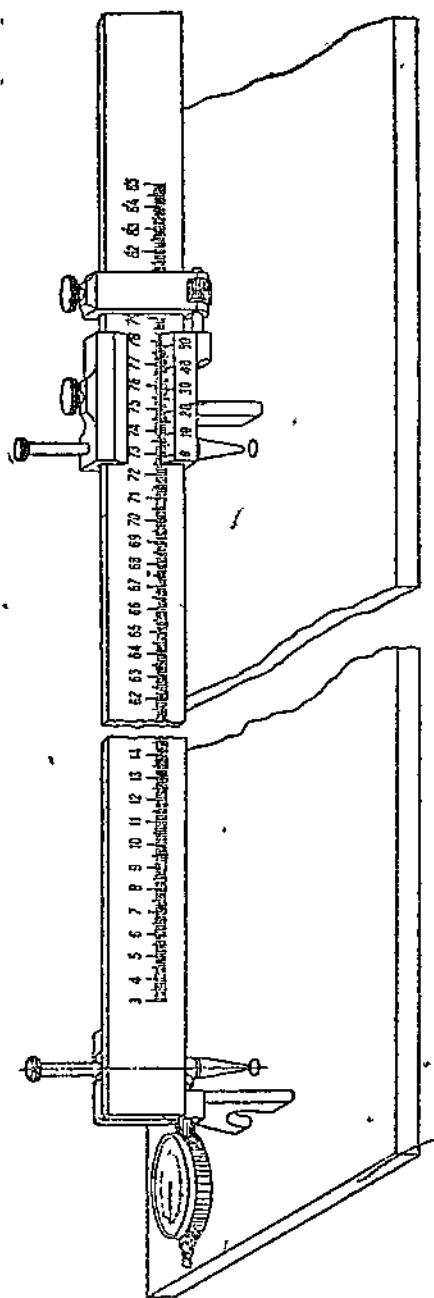
Жесткий, либо устанавливаемый плоский шаблон по схеме фиг. 136 имеет между мерительными плоскостями расстояние

$$L = A - \frac{d_1 + d_2}{2} - a,$$

где A — межцентровое расстояние, d_1 и d_2 — диаметры валов, a — произвольный остаток порядка 0,5 мм (по высоте уступы ножек должны соответствовать $\frac{d_1 - d_2}{2}$). Будучи приложено к ободу колеса с торца так,



Фиг. 134.

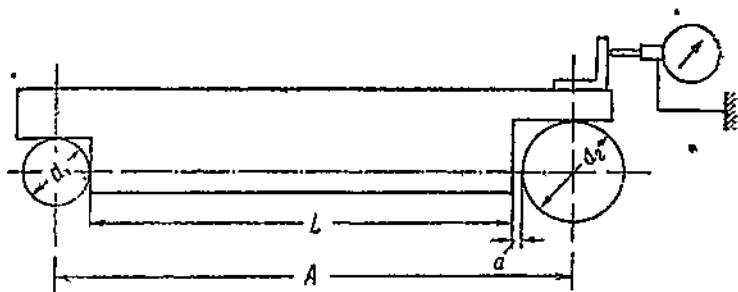


Фиг. 135.

чтобы занять направление, перпендикулярное осям, приспособление упирается в тастер неподвижного индикатора и проводится взад и вперед на зазор a , который отмечается индикатором $\Delta L = a_{\text{факт.}} - a_{\text{теорет.}}$. Сопоставляя ΔL на обоих концах валов, определяют также их параллельность. Очевидно, что подобный «метод зазора» может применяться и в других аналогичных случаях, например, когда требуется проверить правильность расстояния между непараллельными линиями.

Измерения роликами и шариками

Целый ряд измерений может быть проведен при помощи таких простейших измерителей, как индикатор при наличии эталонных плиток и шариков или роликов. Подобные измерения интересны тем, что дают возможность обойтись без более сложных устройств, а шарики и ролики надлежащей точности всегда могут быть получены от подшипников качения.



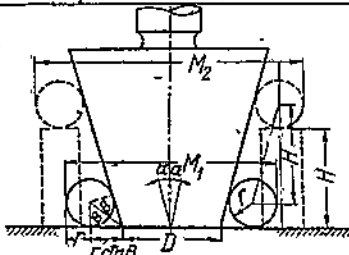
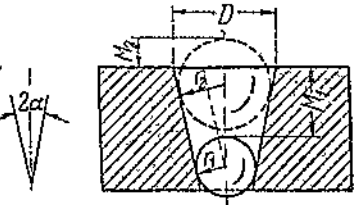
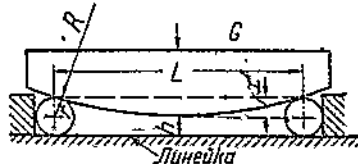
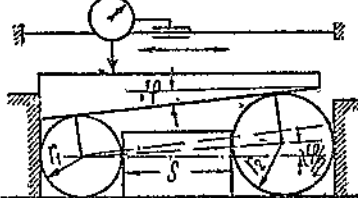
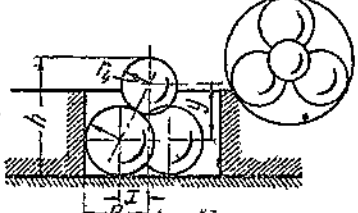
Фиг. 136.

Несколько примеров (фиг. 137), часть которых заимствована нами из книги Рольта (Gages and fine measurements, by F. H. Rolt)¹, достаточно иллюстрируют принцип без специальных пояснений. Подобные приемы можно варьировать согласно потребности. Дальнейшее применение этого метода см. гл. VII, «Измерение зубчатых колес».

Измерение тел круглой формы

Правильность наибольшего (диаметрального) размера валов, отверстий, шаров и т. д. еще не доказывает правильности формы подобных тел, даже в том случае, если такие измерения проведены по многим направлениям. Не говоря о возможном эксцентриситете, если тело должно быть концентрично некоторой заданной оси, следует несколько остановиться на вопросах так называемой огранки. Хотя своего рода классическим случаем возможности возникновения огранки является бесцентровая шлифовка, однако появление ее в большей или меньшей степени не исключено и при иных методах обработки. С другой стороны, неприятность этого явления заключается в том, что оно весьма легко ускользает из-под контроля, а шарики или ролики, применяемые для измерений, не должны ее иметь.

¹ Рольт Ф. Г., Калибры и точные измерения, ОНТИ, 1933.

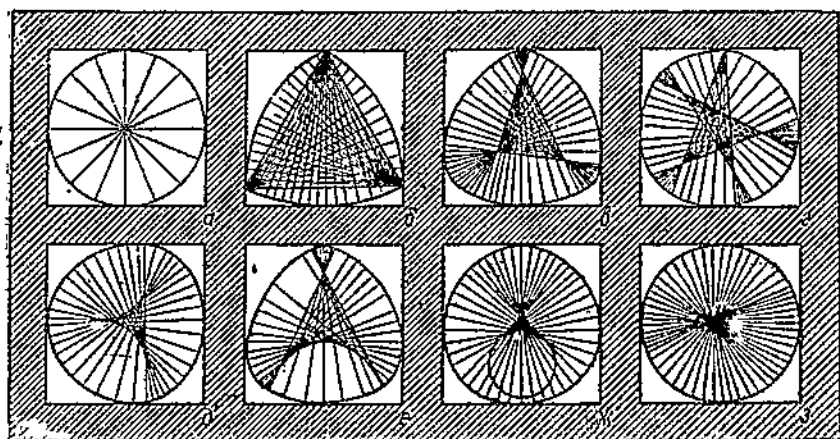
Внешний конус	Внутренний конус
	
$\frac{M_2 - M_1}{2H} = \operatorname{tg} \alpha$ $2\beta + \alpha = 90^\circ; \quad \beta = \frac{90^\circ - \alpha}{2}$ $D_{\min} = M_1 - d(1 + \operatorname{ctg} \beta)$	$\frac{r_2 - r_1}{M_1 + M_2 + r_1 - r_2} = \sin \alpha$ $D_{\max} = 2 \left[\frac{r_2}{\cos \alpha} + (r_2 - H_2) \operatorname{tg} \alpha \right]$ (см стр. 49)
Круговой шаблон	Установка клина под поверку
 Линейка	
$(R + r)^2 = \left(\frac{L}{2}\right)^2 + (R + h - r)^2;$ $4rR - 2Rh = \left(\frac{L}{2}\right)^2 + h^2 - 2rh$ $\frac{R}{h} = \frac{\frac{L^2}{4} - h^2}{8(2r - h)} - \frac{h}{2}$ h замеряется подбором плитки	$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{r_2 - r_1}{S + r_2 + r_1}$ 2 ролика могут быть заменены 3-мя шариками, из коих 2 равного d
Поверка отверстия 4-х шарами	Условные обозначения:
	Одно измерение (M_1) — сплошным, другое (M_2) — пунктиром ○ ролик ◐ шарик D — диаметр изделия d — диаметр ролика (шарика) H — высота набора плиток S — ширина
$r_1 = r_2 = r_3; \quad r_4 = \text{или} \neq r_1$ $y = h - (r_1 + r_2); \quad x^2 = (r_1 + r_2)^2 - y^2$ $x = \sqrt{2(r_1 + r_2)h - h^2}$ $R = r_1 + x = r_1 + \sqrt{2(r_1 + r_2)h - h^2}$	

Фиг. 137.

Под огранкой цилиндрического или сферического тела понимается такое его искажение, когда исходная окружность заменена иной «равноосной» фигурой, т. е. таким замкнутым контуром, в котором максимальные хорды (оси), взятые в любом направлении, взаимно равны. Примеры подобных равноосных фигур даны на фиг. 138, заимствованной из Лондонского журнала *Machiney*, посвятившего этому вопросу в 1932 г. целую серию статей.

Не останавливаясь на рассмотрении траекторий центра изделия, приводящих к огранке (с сохранением равноосности), следует отметить два следующих свойства равноосных фигур:

1. Периметр равноосной фигуры всегда равен πl , где l — максимальный размер (диаметр или ось), взятый в любом направлении.



Фиг. 138.

2. В случае если не только максимальный размер сохраняет свое постоянство, но постоянна еще и некоторая стрелка дуги, равноосная фигура превращается в окружность.

Первое положение почти самоочевидно, если учесть происхождение огранки. Оно сводится к тому, что в пределах некоторого угла производящая (1-I, 2-II фиг. 139) имеет один центр вращения, потом, в пределах следующего угла — другой, и т. д. Так, на фиг. 139 секторы A и A' образованы производящей, вращаемой около центра O_1 , далее секторы B и B' (вращение взято против часовой стрелки) образованы от центра O_2 и, наконец, секторы C и C' — из O_3 . Очевидно, что сумма длин дуг для каждой противоположащей пары секторов равна:

$$\begin{aligned}\widehat{12} + \widehat{11} &= \overline{1O_1} \cdot \varphi' + \overline{O_1 1} \varphi' = \overline{1} \cdot \varphi', \\ \widehat{23} + \widehat{11} &= \overline{12} \varphi''; \quad \widehat{31} + \widehat{11} = \overline{11} 3 \varphi''', \\ L &= \overline{1} \varphi' + 2 \overline{12} \varphi'' + 3 \overline{11} 3 \varphi'''.\end{aligned}$$

Но так как:

$$\overline{\Pi} = \overline{\Pi 2} = \overline{\Pi 3} = l,$$

$$2 \sum \varphi = 2\pi,$$

$$\sum \varphi = \pi,$$

то периметр $L = \pi l$.

Это значит, что непосредственный промер периметра также не выявит наличия огранки.

Отметим попутно, что «временных центров» может быть в равноосной фигуре или любое нечетное конечное число, или бесконечно много, и тогда они из «временных центров» превращаются в «мгновенные центры» и сама фигура, на данном участке, превращается в развертку (эвольвенту) траектории мгновенного центра. В качестве примера на фиг. 138 даны следующие случаи:

а) окружность; б) все три центра расположены на периферии; в) три центра внутри (см. также фиг. 139); г) то же, пять центров; д) два участка обкатки, между которыми — мгновенный переход центра; е) один участок обкатки и два перехода; ж) то же, обкатка по кругу (наличие собственно-эвольвентных участков); з) все участки — обкатка, с соответственным числом точек возврата.

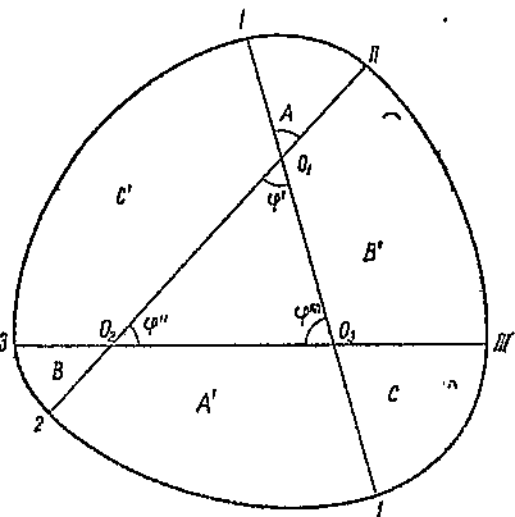
Докажем второе положение, тоже почти самоочевидное; разница между равноосной фигурой и окружностью заключается именно в

том, что для первой постоянны лишь суммы противоположных радиусов, но не самые радиусы, как для окружности; а так как стрелка дуги есть функция местного радиуса (либо радиусов), то она будет очевидно различна для участков разного r . Отсюда мы видим, что не только стрелка h , но и величина $l-h$ (по постоянству l) будут величинами переменными. Это значит, что при измерении диаметров не по двум, а по трем точкам колебание радиуса кривизны, т. е. огранка выявляется (почему и рекомендуется такие изделия, как ролики, шлифованные на бесцентровых станках, проверять в призмах и т. п.).

Измерение больших диаметров.

В некоторых отраслях машиностроения (турбостроение, редукторостроение) приходится иметь дело с измерениями особо больших диаметров.

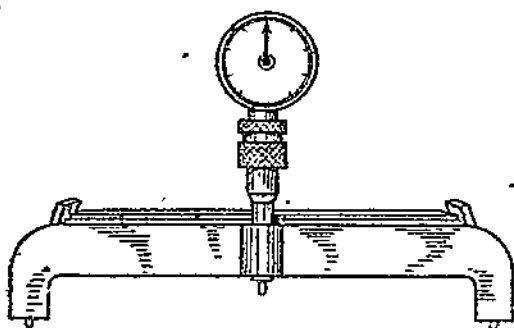
Поскольку эти вопросы непосредственно связаны с изготовлением зубчатых колес и редукторов, на них следует несколько остановиться.



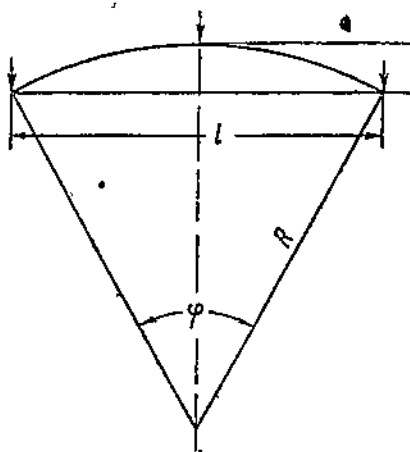
Фиг. 139.

Основные методы можно разделить на четыре группы: измерение по диаметру непосредственно; измерение по хорде и стрелке; измерение по окружности; измерение по радиусу.

Измерение по диаметру никаких принципиальных особенностей по сравнению с нормальными размерами не представляет, однако оно приводит к скобам, конструкция которых должна соответствовать как их размеру, так и их весу, что лучше всего решается трубчатой раскосной фермой. В процессе измерения большой вес скобы нередко обуславливает необходимость специальной подвески ее при помощи крана или какого-либо другого приспособления. Лучше, если можно, переходить на измерение между двумя бабками на станине. Во всех измерениях больших объектов по диаметру необходимо считаться с трудностью точно-диаметральной установки измерительного приспособления относительно изделия. Сохраняет силу и уже рассмотренная невозможность выявить эксцентриситет и некоторые виды местных дефектов. Таким образом измерение по диаметру, несмотря на широкое распространение этого метода, надежным признано быть не может, особенно в отношении крупных объектов.



Фиг. 140.



Фиг. 141.

Измерение по хорде и стрелке производится приборами типа, показанного на фиг. 140, и требует, в первую очередь, точной и чистой обработки поверхности цилиндра (венца), так как в противном случае даже небольшие местные дефекты искажают показание измерительного прибора, что и является основным препятствием к распространению этого метода.

Настройку прибора производят по плиткам, подводимым под тастер, на основе известной тригонометрической формулы:

$$x = \frac{l}{2} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{4}, \quad (\text{фиг. 141}),$$

где φ — угол охвата изделия измерением, т. е. $\frac{\varphi}{4} = \frac{1}{2} \arcsin \frac{l}{2R}$; R — теоретический радиус измеряемого изделия; x — высота набора плиток; l — расстояние между неподвижными опорами.

Чтобы составить представление о недостатках этого метода, достаточно установить соотношение ошибок радиуса и отклонений индикатора

или миниметра. При радиусе наконечников, весьма малом в отношении R , как это делается практически, изменением угла φ при ошибках R можно пренебречь, полагая $\varphi = \text{const}$; тогда:

$$x = R \left(1 - \cos \frac{\varphi}{2} \right) = 2R \sin^2 \frac{\varphi}{4}; \quad (20)$$

$$dx = 2 \sin^2 \frac{\varphi}{4} \cdot dR;$$

$$\Delta x \approx 2 \sin^2 \frac{\varphi}{4} \Delta R. \quad (20')$$

$2 \sin^2 \frac{\varphi}{4}$ равно для разных φ .

φ	10°	20°	30°	40°	50°	60°
$2 \sin^2 \frac{\varphi}{4}$	0,0038	0,0152	0,0341	0,0603	0,0937	0,1340
ΔR	$250 \Delta x$	$66 \Delta x$	$29 \Delta x$	$16,5 \Delta x$	$10,7 \Delta x$	$7,5 \Delta x$

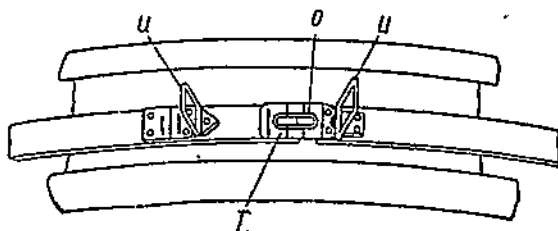
Таким образом местный дефект или шероховатость порядка 0,04 мм соответствует, по показаниям, изменению радиуса на 1 мм при угле охвата скобы $\varphi = 33^\circ$, и в 10 мм при угле $\varphi = 10^\circ$. С другой стороны, при 33° длина скобы $= 2R \sin \frac{\varphi}{2} \approx 0,6 R$, т. е. большие φ уже уничтожают смысл принципа, если есть возможность измерений непосредственно по радиусу.

В силу сказанного, метод хорды и стрелки следует считать скорее средством быстрого приближенного определения неизвестного радиуса, чем точным производственным измерением.

Измерение непосредственно по окружности производится гибкой стальной лентой по ободу изделия с последующим вычислением диаметра, из которого должна быть вычтена толщина ленты, если ее длина предварительно определялась по нейтральному слою.

Этот способ упирается в три основных трудности: 1) смыкание концов ленты; 2) определение точной длины ленты; 3) определение местных отклонений.

Если пользоваться лентой более длинной, чем измеряемая окружность, концы ленты должны зайти друг за друга, ложась или рядом, или один на другой. И то и другое нарушает правильность показаний. Поэтому при необходимости более точных измерений пользуются «концевыми» лентами для каждой окружности (фиг. 142) отдельной. Замок T , стягиваемый ушками u , делается внахлестку на обе ленты, смыкание которых наблюдают в окно O . Подобный метод сильно повышает точность измерения, однако приводит к необходимости индивидуального измерения самой ленты. Обычно для этой цели пользуются специальными станками

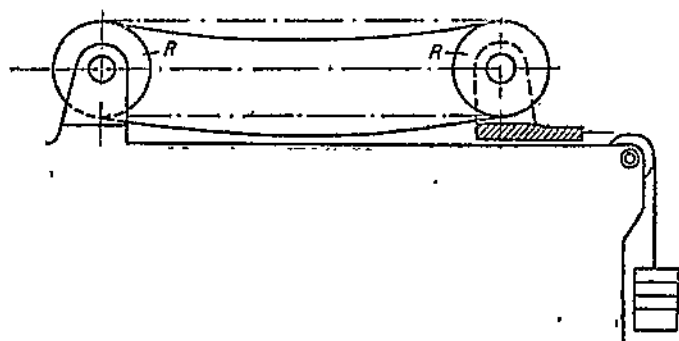


Фиг. 142.

по схеме фиг. 143, надевая ленту на натяжные ролики R известного диаметра и измеряя расстояние между ними. Однако при натягах, которые сами не вызывают слишком заметных деформаций ленты, последняя неизбежно провисает настолько, что в измерениях, относимых к более или менее точным, этим уже нельзя пренебрегать¹. Вертикальное расположение станины до некоторой степени упраздняет этот недостаток, однако оно практически слишком неудобно в отношении обслуживания.

Кроме того, основным и притом прогрессивным недостатком измерения ленты на роликах является весьма значительная длина станка по схеме фиг. 143.

Так, для диаметров $D = 4, 6$ и 8 м и при диаметре роликов $d = 0,5 \div 0,6$ м межцентровое расстояние роликов получается по формуле $A = \frac{\pi}{2} (D - d)$ соответственно: $A_1 \approx 5,5$ м; $A_2 \approx 8,5$ м; $A_3 \approx 11,6$ м, что приводит к длине станин примерно: $L_1 > 6$ м; $L_2 > 9$ м; $L_3 > 12$ м.



Фиг. 143.

Для расширения диапазона измерений без чрезмерного удлинения поверочного станка и для уничтожения влияния провеса может быть применена проверка ленты по частям на специальном станке, схема которого (план) ясна из фиг. 144.

Узкая станина 1 (например из двутавровой балки), длиной несколько больше 2 или 1,5 м, несет на себе неподвижный микроскоп 2, зажим 3, подвижные салазки 4 и оттяжной зажим 5. Оба зажима 3 и 5 зажимают ленту с соответственными сухарями 3' и 5', причем зажим 5, оттягиваемый непоказанной пружиной влево, поддерживает заданный натяг R участка ленты 6, лежащего на станине. Микроскоп 2 снабжен окуляр-микрометром 7, тогда как салазки 4, на которые воздействует неподвижный микрометр 8, снабжены лупой 9 и вытяжным резечником 10. Измеряемая лента зажимается зажимом 3 так, чтобы заранее нанесенная риска оказалась примерно под осью микроскопа 2, после чего точная наводка достигается окуляр-микрометром и лента зажимается также в за-

¹ Поправка на расстояние нейтральной линии от поверхности ролика равна по величине и обратна по знаку такой же поправке при последующих измерениях изделия. Поэтому при этом способе проверки поправок на толщину ленты не следует делать ни при измерении изделия, ни при проверке ленты.

жиме 5. Расстояние от оси микроскопа до оси резчика 10 при нулевом положении салазок 4 и микрометра 8 равно точно 2 (1,5) метрам; микрометром 8 вносится поправка по окуляр-микрометру, после чего резчиком 10 на ленте наносится риска, которая таким образом будет отстоять от первой точно на 2 (1,5) м. Отпустив зажимы, под микроскоп подводят вновь полученную риску и т. д., пока промеренной или размеченной не окажется вся лента. После n измерений, где n — число полных двухметровых (полуметровых) участков на общей длине ленты, остаток определяется передвижением салазок и наводкой лупы 9 на конечный срез ленты, где бы таковой ни пришелся, причем длина этого остатка измеряется штихмассом между соответственными упорами, отстояние которых от осей оптических систем заранее точно известно.

В случае если ведется не разметка, но измерение готовой ленты, для первого и последнего отсчетов можно применять специальные удлинительные ленты-надставки, соединяемые прямо с ушками и основной ленты (фиг. 142).

Выбор того или иного приспособления из двух описанных, т. е. по фиг. 143 или 144 зависит от наличных условий и определяется следующей сравнительной характеристикой обеих систем:

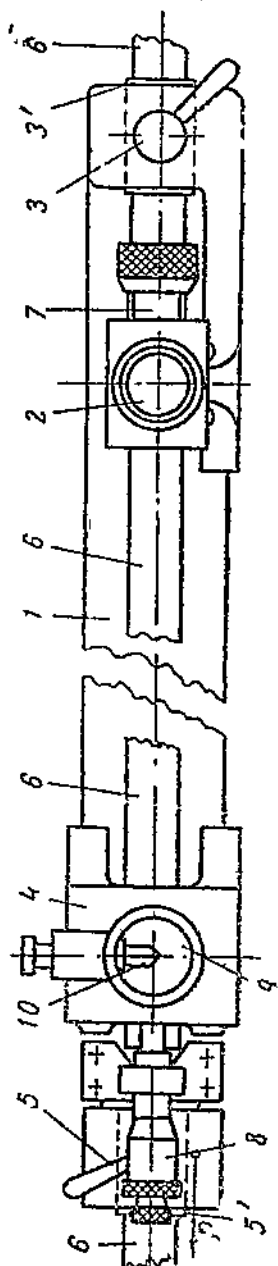
Приспособление с роликами

1. Длина ленты строго ограничена
2. Измерения менее точны, но производятся быстрее
3. Предварительная разметка ленты невозможна
4. Прибор может содержаться в цехе
5. При средних диаметрах дешевле, при больших дороже, чем прибор с микроскопом.

Приспособление с микроскопом

1. Длина ленты неограничена
2. Измерения несколько кропотливее, но точнее
3. Предусмотрена предварительная разметка ленты
4. Прибор является скорее лабораторным.

Ошибки измерения с микроскопом могут быть приняты лежащими в пределах $< 0,02$ мм для промежуточных и $< 0,05$ мм для обоих конечных промеров. Ошибки измерения на роликах складываются из ошибок роликов и их осей и ошибок от провисания ленты (ошибками



Фиг. 144.

переходных кривых пренебрегаем). Влияние 'дополнительного провеса ленты от замка может быть практически почти уничтожено расположением его при поверке на верхней ветке в непосредственной близости от ролика (но вне зоны возможного касания с последним). При учете остающегося провеса от собственной тяжести точность может быть доведена примерно до точности поверки микроскопами. Однако в этом случае измерение становится даже более кропотливым, чем посредством микроскопов. Учет влияния этого провеса можно производить по следующим достаточно точным формулам.

Стрела провеса:

$$x = \frac{qA^2}{4P},$$

$$\Delta L = 2\Delta C = \frac{8}{3} \frac{x^2}{A},$$

где q — вес единицы длины ленты; P — натягивающий груз; A — расстояние между опорами.

Если такой учет не произведен, то, например, при измерении ленты для окружности $D = 6$ м получается с микроскопами вероятная погрешность по длине в пределах $< 0,2$ мм (согласно изложенному), что соответствует ошибке на диаметре — $< 0,1$ мм.

На роликах при диаметре их в 0,6 м, сечении ленты $0,25 \times 20$ мм, удельном весе ≈ 8 , и натяге 10 кг:

$$\Delta L = \frac{8}{3} \cdot \frac{(0,0004 \cdot 850)^2}{850 \cdot (40)^2} = 0,16 \text{ см} = 1,6 \text{ мм},$$

что при прибавлении остальных погрешностей порядка 0,25 мм дает на диаметр вероятную ошибку в пределах 0,6 мм.

Точность самого измерения изделия лентой, при горизонтальной оси его, может быть повышена подхватом нижней части ленты второй вспомогательной лентой. В итоге, в зависимости от диаметра и еще более — от принятого метода измерения, точность измерения лентой можно считать лежащей в пределах 0,1 мм до ≈ 2 мм (на диаметр).

Независимо от метода измерения и точности ленты, ею дается лишь общая длина окружности, но не отдельные колебания, которые должны быть установлены особо, чувствительным рычагом или другим прибором. Поэтому следует предпочесть, там где это возможно, предварительную настройку прибора, измеряющего R , на номинал, с тем, чтобы вовсе избежать других способов замера изделия.

Измерения радиуса имеют два существенных преимущества даже перед измерениями диаметра.

Во-первых, это приводит к вдвое более коротким и соответственно в 5—6 раз более легким мерительным средствам а во-вторых, именно радиус является рабочим фактором, чрезмерные колебания которого подлежат устранению. Принципиально измерения радиусов ничем не отличаются от измерения диаметров, но требуют лишь возможности фиксации центра изделия, как измерительной базы. Если имеется посадочное отверстие, оно приводит к необходимости подходящих оправок, если же изделие насажено на вал, то именно последний должен приниматься за базу.

Так как вопросы измерения радиусов исключительно тесно связаны

с рассматриваемыми далее измерениями зубчатых венцов, приводя даже к тем же приспособлениям, то более подробно подобные измерения изложены в главе о радиальных измерениях шестерен.

В предыдущем изложении мы не касались некоторых специфических измерений и приборов (электрических, пневматических), как пока еще мало применяемых в метрологии и в области зубчатых колес вовсе не практикуемых.

§ 11. Ошибки измерений, точностные характеристики приборов

Ошибки измерения складываются: из ошибок мерительного прибора или инструмента, индивидуальных ошибок при пользовании им и ошибок установки. Последние не являются самостоятельной категорией, но относятся или к первой из основных групп (ошибки и неопределенность базы измерения), или ко второй (собственно ошибки индивидуальной установки). Поэтому в дальнейшем и будут рассматриваться лишь две основные категории. Они играют неодинаковую роль в различных случаях и подчинены различным законам.

Ошибки прибора складываются не только из погрешностей: принципиальной схемы, конструкции, выполнения и состояния (износа) прибора, но и из неизбежного влияния внешних факторов, а именно: действующих сил и температуры.

Виндивидуальные или „физиологические“ ошибки мы будем включать как ошибки отсчета (зрение), так и ошибки индивидуальной установки (осаждение).

Раньше чем перейти к разбору тех и других ошибок, ведущих к искажению результатов измерения, надлежит установить более строгую терминологию.

Следует различать четыре разных понятия: 1) чувствительность прибора; 2) точность его показаний; 3) правильность прибора; 4) цену его последних делений.

Нередко под точностью прибора неверно понимается именно последняя величина, т. е. предельный знак того отсчета, который может быть произведен по его шкале, независимо от того, насколько показание в этом знаке соответствует действительности.

В техническом отношении нет смысла выполнять прибор с показаниями, не соответствующими истинной точности, однако некоторые фирмы допускают это, чтобы представить свой прибор более точным, чем он есть на самом деле.

Измеритель никоим образом не должен базироваться на этом в своих выводах о приборе, но стремиться установить его истинные показатели.

На первое место среди них следует поставить „порог чувствительности“, или просто „чувствительность“ прибора, т. е. то наименьшее изменение измеряемой величины, которое неизменно и достаточно заметно отражается на его показаниях.¹ Основными факторами, отри-

¹ Вопреки установившемуся в практике отождествлению терминов „чувствительность“ и „порог чувствительности“, ОСТ-ВКС-7636 дает чувствительности иное определение, отождествляющее ее в области линейных измерений с увеличением прибора. Так как именно подобное определение чувствительности чрезвычайно дезориентирует лиц, не искушенных в метрологии, и приводит нередко к неверным в корне оценкам приборов, мы вынуждены воздержаться от применения определения ОСТ и понимать везде под чувствительностью прибора именно „порог“ таковой.

чительно влияющими на чувствительность прибора, являются сопротивления и приводящие к мертвым ходам зазоры (люфты). Если последние погашаются автоматически, что по возможности должно быть предусмотрено конструкцией, чувствительность заметно повышается; однако, в общем случае, надо считаться с возможностью наличия непогашенных люфтов и производить двустороннюю поверку чувствительности, т. е. давать при поверке прибора последовательно приращения различного знака измеряемому объекту, принимая за предел чувствительности большее из полученных значений ε , если определяется чувствительность, как таковая. Если же она служит для построения дальнейших характеристик прибора (см. ниже), можно исходить и из среднего значения ε .

Точность γ прибора определяется наименьшим изменением измеряемой величины, дающим пропорциональное ему изменение показаний, с допуском, однако, на чувствительность прибора. Так как последний равен $\pm \varepsilon$ для начала и конца отсчета, точность прибора не может быть более 4ε . Именно по такой точности и должна строиться шкала прибора с учетом того, что не менее $1/4 \div 1/5$ последнего деления можно отсчитывать на-глаз: таким образом цена деления должна быть $\geq 16 \div 20 \varepsilon$. В противном случае следует признать, что цена деления, или „номинальная“ точность не соответствует истинной точности прибора.

Из сказанного выше ясно, что надлежащая чувствительность есть необходимое, но не достаточное условие получения искомой точности. Кроме того, понятие чувствительности полностью применимо лишь к показывающим приборам. Поэтому возникает весьма острый в метрологии вопрос об необходимом соотношении между величиной определяемой погрешности и точностью применяемого измерительного средства. Чем выше точность последнего, тем надежнее данные измерения, но тем, дороже они обходятся, так как именно точность определяет стоимость прибора или инструмента.

Желательно, чтобы точность измерительного средства лежала в следующем десятичном порядке за тем, которому принадлежит последняя значащая цифра фиксируемого отклонения размера. Однако это осуществимо без чрезмерного повышения стоимости оборудования лишь при сравнительно грубых допускаемых отклонениях. Чем жестче последние, тем труднее выдержать подобное соотношение, и поэтому в таких случаях идут на больший удельный вес неточности прибора или иного измерительного средства в результативном измерительном показании.

Предел такому послаблению принято устанавливать из следующих соображений: если Δx — максимальная допустимая суммарная погрешность, читаемая на шкале прибора, $\Delta_0 x$ — максимальная допустимая истинная погрешность, т. е. то, что должно было бы разуместься под допускаемым отклонением изделия, а δx — собственная максимальная ошибка измерительного средства, то $\Delta x = \Delta_0 x \pm \delta x$ и т. д.

Однако предполагается совершенно невероятным (хотя и возможным принципиально) такое сочетание Δx и δx , чтобы обе эти величины одновременно имели максимальное значение. Согласно § 1 для вероятнейшего максимального значения Δx можно принять: $(\Delta x)^2 = (\Delta_0 x)^2 \pm (\delta x)^2$.

Для того чтобы разность между двумя основными членами (Δx и $\Delta_0 x$) уходила в следующий десятичный порядок, достаточно $(\delta x)^2 \leq \sim 0,1 (\Delta_0 x)^2 \leq \sim 0,1 (\Delta x)^2$, т. е. δx должно составлять примерно не более 30% от

Δ_{рх}. Однако на такое снижение точности измерительного средства можно идти лишь в самых крайних случаях, стараясь по возможности выдерживать предыдущее соотношение в пределах 20⁰/₀. Последняя норма довольно широко применяется на практике.

Правильность прибора определяется его максимальной ошибкой в пределах всего поля измерений, увеличенной на $\pm \epsilon$. Если для прибора составлена кривая ошибок, то правильность его может быть размерно приведена к точности. Если же такой кривой, как принято в производственных условиях, не составляется, то именно правильностью (в пределах поля измерений) и определяется качество показаний прибора.

Для того чтобы сузить пределы возможной ошибки и перейти от правильности прибора, как основного критерия, к его точности, необходимо, если речь о составлении поправочной кривой отпадает, предельно сузить поле измерений, что, очевидно, практически приводит к тем же результатам. Так, например, в главе об индикаторах была уже отмечена необходимость использования их лишь в узких пределах отклонений от номинала (если исходить из точности прибора без составления поправочной кривой).

Ввиду такой возможности перехода к точности, из нее мы и будем исходить в дальнейших выкладках.

Следует отметить, что в области приведенных терминов нет еще полного единомыслия даже среди метрологов. Наиболее четкой и обоснованной является, по нашему мнению, точка зрения Куррейна¹, которой мы здесь во многом и придерживаемся.

Что касается цены делений прибора, т. е. того значения измеряемой величины, которое соответствует одному делению шкалы прибора, то следует твердо помнить, что сама по себе она ровно ничего не говорит о точности и приобретает значимость только рядом с зарекомендованной маркой завода-производителя.

Кроме всех перечисленных факторов, необходимо учитывать еще один: надежность прибора, т. е. неподверженность его показаний каким-либо внешним воздействиям в пределах технической сообразности.

После изложенных замечаний можно перейти к отдельному рассмотрению ошибок прибора и физиологических ошибок измерения.

Ошибки прибора

Ошибки прибора могут быть всегда установлены его надлежащей выверкой, коррекцией и составлением поправочных кривых (диаграмм погрешностей) на неподдающиеся исправлению элементы, что совместно называется „юстировкой“ * прибора.

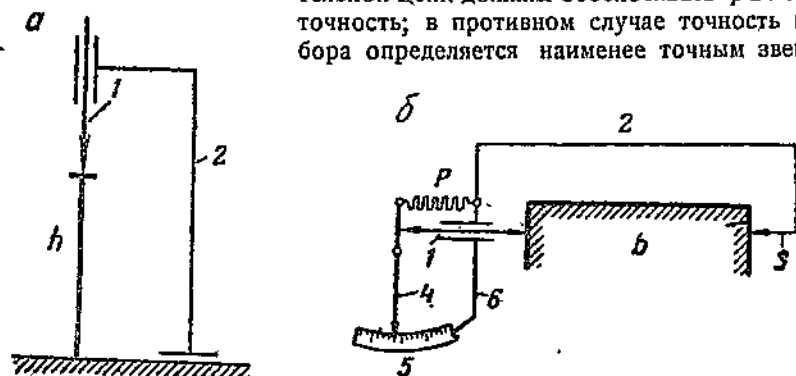
Для определения возможных ошибок прибора необходимо исследовать вопрос их возникновения, что теснейшим образом связано с кинематикой прибора и его „измерительной цепью“.

Всякое измерение осуществляется введением объекта в измерительную цепь. В отличие, например, от силовой цепи, измерительная цепь (в процессе измерения) является всегда замкнутой. Так, по

¹ См. Prof. Dr. Max Kurrein, Messtechnik, J. Springer, Berlin 1932.

фиг. 145 объекты h и b замыкаются через мерительный наконечник (тастер) 1, стойку или скобу 2 и неподвижный наконечник или базу 3.¹ В первом случае (фиг. 145,а) замыкание геометрическое, во втором (фиг. 145,б) — силовое, т. е. такое, при котором упразднение действующей силы (в данном случае — пружины P) нарушило бы замыкание. Чувствительный рычаг 4 со шкалой 5 и ее стойкой 6 образуют указательную цепь, выделяемую при силовом замыкании измерительной.

В измерительных приборах может иметься целый ряд вспомогательных кинематических цепей, однако, если они не входят ни в одну из названных основных цепей, точность их не играет роли в измерении, почему нередкая погоня за точностью всех элементов измерительного прибора совершенно нецелесообразна. Наоборот, все звенья измерительной цепи должны обеспечивать равную точность; в противном случае точность прибора определяется наименее точным звеном;



Фиг. 145.

что касается указательной цепи, то точность ее должна быть максимальной у места измерения и может снижаться к месту отсчета. Пределом для подобного увеличения ошибки является сохранение условия, чтобы отношение ошибки элемента к его перемещению было меньше того же отношения в ближайшем к месту измерения звена. Таким образом, например, в индикаторах с максимальной точностью должна быть выполнена первая (кремальерная) передача, тогда как требования к последней передаче (на стрелку) значительно ниже.

Что до указанного выше основного требования равной точности всей измерительной цепи, то практически его не всегда удается выдержать. Поэтому измеритель должен отдавать себе вполне ясный отчет о соотношении точностей отдельных звеньев, чтобы, сосредоточив свое внимание на более слабых, достичь наилучших результатов измерения.

Пример. В рассмотренном выше мерительном станке Цейсса (§ 8) точность отсчета по оптиметру значительно выше, чем по основной шкале, которая и сама по себе не может быть выдержана с точностью оптиметра (точность ее в лучшем случае 1 μ). Поэтому нерационально добиваться особо точных отсче-

¹ При использовании оптических методов отдельные звенья образуются световым лучом, однако замкнутость контура сохраняется, см., например, показанную пунктиром мерительную цепь фиг. 52.

тов по оптиметру (весьма утомительных), а следует сосредоточить внимание на максимально точном взятии в раствор двойного штриха (фиг. 108) соответственного деления основной шкалы. В случаях столь большой разницы в точностях сопряженных отсчетов наиболее целесообразно добиваться лишь $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ той величины, которая гарантируется отсчетом менее точным, но не более этого.

Тот же дейссовский станок дает пример исключения кинематического звена из мерительной цепи: ходовой винт в нем исключен из измерения и поэтому его точность совершенно не играет той роли, как, например, в мерительном (правом) шпинделе станка Рейнекера (фиг. 103).

Основными источниками ошибок измерительной цепи являются: деформации под действием приложенных сил и температуры, зазоры и перекосы взаимно-подвижных звеньев и неправильности касания мерительных наконечников; в указательной цепи — погрешности измерительных шкал и передаточных отношений к указательной стрелке.

Упругие деформации элементов измерительного прибора должны быть сведены до минимума надеждами жесткой конструкцией прибора; упругие деформации наконечников в основном обуславливаются смятием в точке касания, определяемым их радиусами кривизны, согласно теории Герца. С некоторыми практическими поправками полное смятие для стали принимают: для плитки между двумя сферическими наконечниками или шарика между плоскими наконечниками и силы в 1 кг.

Диаметр сферы d	3	10	25	100	в мм
Сумма смятий S	2,5 μ	1,6 μ	1,2 μ	0,7 μ	

При возрастании усилия P , смятие увеличивается пропорционально $P^{1/2}$, т. е. для

$P = 0,25$ кг	0,5 кг	2 кг	3 кг
$S/S_1 = 0,4$	0,63	1,58	2,08

В силу изложенного при наконечниках малых радиусов, как, например, в индикаторах и т. п., необходимо особенно заботиться как о минимальной величине, так и о постоянстве измерительного давления (порядка 100—150 г), не злоупотребляя повышением его даже при наиболее выгодных формах наконечников.

Если измерительное давление выдержано малым, можно также пренебречь, в обычных условиях, и сжатием самого объекта, которое в противном случае и при высокой точности измерения, особенно для длинных объектов, учитывается по формуле Гука: $\lambda = \frac{l}{FE} P$, где P — поперечное сечение, l — длина и E — модуль упругости образца.

Отдельно следует отметить вопросы искажения размеров от прогиба длинных стержней, являющихся объектом сличения. Не останавливаясь на выводе уравнений деформаций¹, отметим лишь практические результаты. Лучше всего класть стержни на две соответственно раздвинутые опоры. Необходимо различать, в зависимости от рода измерения, два случая.

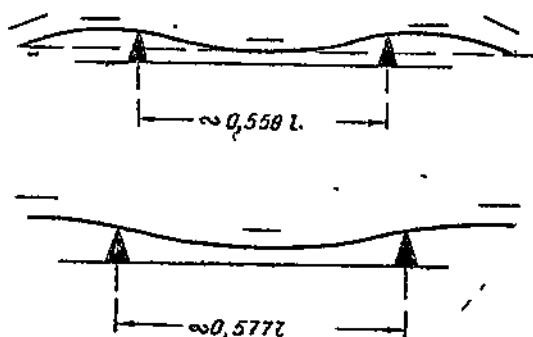
При абсолютных измерениях предпочтительно подпирать стержень в „точках Бесселя“, расположенных симметрично на расстоянии 0,55938 полной длины стержня.

Для сравнительных измерений, при плоских торцах стержня, следует

¹ См., например, русский перевод книги Роулта, Калибры и точные измерения, т. II.

предпочесть „точки Эри“, лежащие друг от друга на 0,57735. Точки Бесселя характеризуются наименьшей деформацией длины стержня, тогда как точки Эри дают угол наклона концов, равный 0 (фиг. 146), что существенно для правильности касания наконечников. При настройке каких-либо приборов по штихмассам и другим измерительным инструментам желательно, чтобы точки подвеса последних были те же, что и при их собственной поверке.

Еще более опасными являются температурные деформации, так как для стали колебание температуры, например на 2° , что возможно в разных частях даже одной комнаты, соответствует уже ошибке $> 2\mu$ для изделия длиной в 100 мм. Поэтому серьезное внимание следует уделять выравниванию температур объекта и инструмента и отсутствию вблизи нагревательных источников. В тех же целях иногда рекомендуется



Фиг. 146.

точные измерения, приводимые к абсолютным величинам, производить в перчатках, по возможности изолирующих тепло.

Выше, при особо точных измерениях (ультраоптиметр, фиг. 97), мы видели экранирование даже от тела измерителя. В особо точных мерительных станках и компараторах применяются перемещаемые ванны, сохраняющие заданную темпе-

ратуру около объекта.

Прежде все геометрические размеры было принято относить к 0° по Цельсию¹, однако теперь из производственных удобств почти во всем мире перешли на „нормальную комнатную“ температуру в 20°C^* , к которой и относятся все измерения. Особенно неприятно дает себя чувствовать температура тогда, когда приходится иметь дело с различными по коэффициенту линейного расширения материалами, что ясно из следующей таблицы.

Коэффициенты линейного расширения твердых тел (в микронах на 1 м на 1°C в пределах $0^{\circ} - 100^{\circ}\text{C}$):

Алюминий	23,8	Магний	25,9
Бронза	17,5	Никель	13,1
Инвар	1,6	Серебро	19,6
Константан	15,2	Сталь от	9,5
		до	13,5
		(в среднем	11,5)
Латунь	18,4	Стекло	7—9
Медь красная	16,5	Фарфор	3

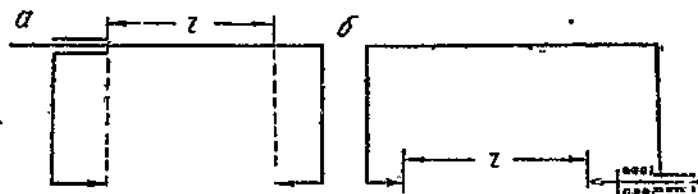
¹ Сохранилось, например, во Франции при определениях эталона метра.

* 68° Фаренгейта; в Англии применяется также 62°F ; строго говоря, речь идет не о шкале Цельсия, а о „нормальной стоградусной“ шкале (centigrade), отличием которой от шкалы Цельсия практически можно пренебрегать.

В силу изложенного надлежит стремиться к выравниванию температур: в цеховых условиях до $1,5 \div 2^\circ$, в заводско-лабораторных — до $\sim 0,5^\circ$. Это достигается продолжительным соприкосновением инструмента и изделия, для чего или первый кладется на второе, или при малых размерах последнего, — оба кладутся на общую плиту и выдерживаются так 10 мин. $\div$ 1 час.

Для обезвреживания влияния упругих и температурных деформаций лучше и проще всего обеспечить по возможности исключение ошибок путем взаимного приближения условий измерения и установки прибора. Например, раздвижная скоба (без шкалы) по схеме фиг. 147, б лучше, чем по фиг. 147, а, так как здесь установка производится по тем же наконечникам, что и измерение, и при том же измерительном давлении, обеспечиваемом пружиной чувствительного рычага.

Наоборот, скоба со специальными установочными наконечниками и без выравнивателя давления (по схеме фиг. 147, а) требует исключительно тщательного выполнения для достоверности ее показаний, поэтому ее и нельзя предпочесть, несмотря на удобство пользования.



Фиг. 147.

Что касается „внутренних“ погрешностей приборов, то они, как сказано, вызываются в основном зазорами и перекосами с одной стороны и внутренними сопротивлениями в цепи — с другой.

Единственные общие указания, которые могут быть даны на этом основании, сводятся к тому, что 1) измерительная цепь должна быть возможно короче кинематически, так же, как из соображений деформаций, она должна быть возможно короче геометрически; 2) даже в случаях геометрического замыкания передач полезно вводить вспомогательное силовое для выборки люфтов, или предусматривать погашение таковых иным образом.

В остальном дело сводится к надлежащей разработке деталей конструкции.

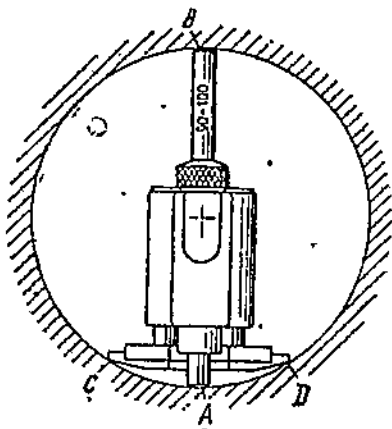
§ 12. Физиологические ошибки и их исключение. Мерительные и опорные наконечники

В некоторых случаях рассматриваемые в предыдущем параграфе ошибки измерений, обуславливаемые измерительным прибором или инструментом, отходят на второй план по сравнению с „физиологическими ошибками“, порождаемыми несовершенством и индивидуальностью человеческого восприятия. Несовершенство осязания сказывается на ошибках установки, несовершенство зрения приводит к разным отсчетам одного и того же показания прибора.

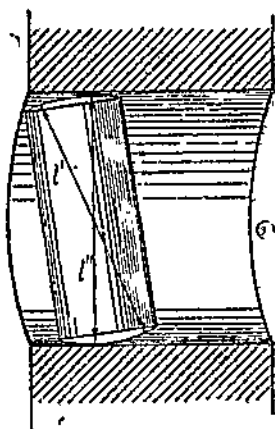
Ошибки установки сказываются прежде всего на измерении ручным инструментом, где по сравнению с ними нередко можно вовсе пренебрегать собственными ошибками прибора.

Наоборот, в приборах станковых, т. е. выполненных на станине, эти ошибки, как правило, или почти совсем исчезают, или отступают на второе место. Однако, при надлежащей схеме, иногда удается достичь почти того же и в ручных приборах за счет соответственных методов замыкания измерительной цепи, надежно обеспечивающих однозначную зависимость между возможным измерительным положением прибора и воздействием объекта на мерительный наконечник. Это достижимо двумя путями:

1) исключение лишних возможных положений, т. е. создание приспособлений, обеспечивающих надлежащее измерительное положение инструмента относительно изделия;



Фиг. 148.



Фиг. 149.

2) обезличивание измерительного положения, т. е. придание такого устройства инструменту, чтобы при любом возможном, в некоторых целесообразных пределах, положении правильность замера не нарушалась.

Пример. При измерении отверстия обычным штихмассом имеется возможность перекоса последнего в отверстии как вдоль, так и поперек оси отверстия, причем первое преувеличит, второе преуменьшит истинный размер. Если придать измерительному инструменту устройству по фиг. 148 в виде полки *CD*, получается требуемая „самоустановка по положению“, практически исключающая возможность перекоса и исчерпывающая замеры. Если же придать сферическим наконечникам штихмассы кривизну измеряемого отверстия (фиг. 149), возможность перекоса сохраняется, но его влияние полностью упраздняется в силу равенства всех диаметральных размеров штихмассы: $r' = r''$ и т. д. (если ни то, ни другое не предусмотрено, т. е. не обеспечены ни безразличие, ни самоустановка, истинный размер определяется по максимуму или минимуму, соответственно условию; так, например, приходится поступать при определении внешних диаметров).

Из изложенного примера видно, что первый путь — самоустановка по положению — достигается введением соответственных опор, тогда как „обезличивание“ положения связано с формой самих мерительных наконечников.

Поэтому остановимся вкратце на форме наконечников как мерительных, так и опорных и их свойствах.

Наконечники могут быть выполнены в виде плоскостей и криволинейных тел различных радиусов кривизны.

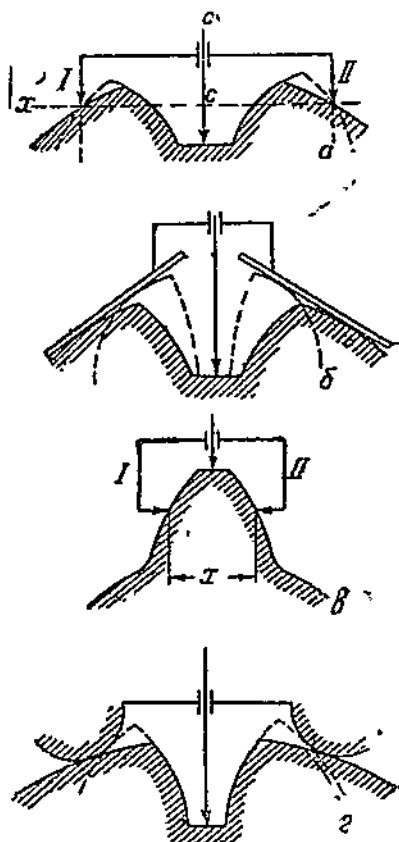
Если исходить из плоской задачи и исключить при этом специальные формы, то можно говорить о трех основных видах: а) бесконечно большой радиус наконечника (прямая); б) бесконечно малый радиус (точка); в) конечный радиус (окружность).

Для первых определенным является направление нормали при касании, но неопределенной — точка возможного касания, для вторых, — наоборот, а для третьих, в общем случае, оба фактора остаются неопределенными и определяются лишь в зависимости от конфигурации соприкасающегося тела.

При взаимном касании тел невозможно абсолютно точно совместить как две заданные точки, так и два заданных направления; поэтому в измерении надлежит сопрягать различные геометрические формы; если измеряется плоскость, мерительный наконечник должен быть сферическим или точечным; если поверяется шарик, то это надлежит делать между плоскостями, и т. д.

При наличии жестко связанных наконечников, что обычно для наконечников опорных, два точечных наконечника самоустанавливаются по заданному расстоянию (фиг. 150, а, в), два линейных — по заданному углу (фиг. 150, б), два круговых — ни по тому, ни по другому, но в зависимости от конфигурации сопряженного геометрического места (фиг. 150, г). В трехмерной задаче наконечники (мерительные и опорные) классифицируются: а) точечные, б) кромочные, в) сферические, г) цилиндрические и конические, д) плоские или „тангенциальные“, е) ножевидные, ж) специальной формы. Практически, отождествляя пространственную задачу с плоской, говорят лишь о наконечниках „кромочных“, „круглых“ или „тангенциальных“.

Выбору надлежащего типа наконечников необходимо уделять особое внимание, так как из изложенного видно, что, в зависимости от сделанного выбора, можно совершенно изменить характер всего измерения. Это будет более наглядно показано в гл. IV и в разделе измерения профиля и шага зубчатых колес гл. VII. В отношении опорных наконечников необходимо следить еще за тем, чтобы обеспечить ими достаточно широкую, надежную базу.



Фиг. 150.

Следствием ошибки осязания является также неправильное измерительное давление; борьба с ним приводит к чувствительным рычагам, т. е. измерительной самоустановке под размер, которую надлежит отличать от только что рассмотренной самоустановки по положению. Другим предохранительным устройством, исключающим индивидуальное ощущение усилия, является рассмотренный в § 6 „фрикцион“ к микрометру. Без какого-либо из подобных приспособлений ошибка по усилию всегда может иметь место и привести к результатам, рассмотренным в предыдущем параграфе.

Ошибки зрения. Вторым видом физиологической ошибки является ошибка зрительная, которая играет весьма существенную роль в приборах с микроскопами, лупами, нониусами и не играет практической роли в циферблатных и тому подобных приборах с большим истинным увеличением. Нейтрализовать зрительную ошибку можно лишь хорошим, ровным освещением, тщательностью отсчетов и, главное, большим количеством их повторений. При этом следует соблюдать сказанное о дифференциации значимости отдельных шкал, так как зрение при подобных работах весьма утомляется.

При приборах с наружными, т. е. наблюдаемыми без посредства окуляра шкалами и циферблатами, вопрос повышения точности отсчета в общем случае решается зеркальными шкалами, однако в мерительной практике, при существующих передачах к указателю, надобность в них совершенно отпадает.

В заключение следует отметить, что иногда под физиологической ошибкой понимают именно только зрительную ошибку отсчета, однако из предыдущего видно, что ошибки установки и нажатия должны быть отнесены к той же категории.

Учет физиологической ошибки возможен лишь посредством повторных измерений. При этом наиболее вероятное значение определяемой величины N_{cp} получается как среднее арифметическое из n наблюдений x :

$$N_{cp} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum x_n}{n}. \quad (22)$$

Средняя ошибка отсчета Δ грубо принимается также арифметически¹

$$\Delta = \frac{|N_{cp} - x_1| + |N_{cp} - x_2| + \dots + |N_{cp} - x_n|}{n} = \frac{\sum |\Delta_n|}{n}. \quad (23)$$

Если требуется определить среднюю единичную ошибку более точно, число измерений должно быть достаточно велико ($\geq \sim 5$), чтобы имело смысл применить формулу Бесселя, по которой единичная ошибка измерения полагается средне квадратичною (m), за пределами которой фактическая ошибка маловероятна.

$$m = \pm \sqrt{\frac{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \dots + \Delta_n^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum \Delta_n^2}{n-1}}, \quad (24)$$

¹ Знак ошибки (+ или —) не учитывается и величина принимается существенно положительной; без этого, т. е. алгебраически, $\sum \Delta_n$ тождественно равна нулю; Δ_n называется „остаточной ошибкой“.

Квадратичная ошибка результата:

$$W = \pm \sqrt{\frac{\sum \Delta_n^2}{(n-1) \cdot n}}. \quad (25)$$

Если измерения производятся измерителями различной квалификации, то во все формулы вводятся соответственные поправочные коэффициенты к каждому отсчету, учитывающие вероятную степень его достоверности.

Тогда
$$N = \frac{ax_1 + bx_2 + \dots + kx_n}{a + b + \dots + k}, \quad (26)$$

(так называемое „взвешенное среднее“), где $a, b \dots k$ — индивидуальные поправочные коэффициенты на квалификацию измерителя („веса“ измерений).

Коэффициенты $a, b \dots k$ могут быть установлены по ошибкам, получаемым исполнителями при замере точно известной величины.

Пример. Производится пять измерений, три из них измерителем A , квалификация которого признается в $1\frac{1}{2}$ раза выше среднего; другой измеритель B имеет „среднюю“ квалификацию. Получены данные табл. 6.

Таблица 6

№ измерения	Измеритель	x	k	kx	$\Delta_n = N_{cp} - x$	Δn^2	$k\Delta n^2$
1	A	10,12	1,5	15,18	-0,04	0,0016	0,0024
2	B	10,03	1	10,03	+0,05	0,0025	0,0025
3	A	10,08	1,5	15,12	0	0	0
4	B	10,07	1	10,07	+0,01	0,0001	0,0001
5	A	10,08	1,5	15,12	0	0	0
Σ			6,5	65,52			0,005
$\frac{\Sigma kx}{\Sigma k}$	$= N_{cp}$			$= 10,08$			

$$m = \pm \sqrt{\frac{\sum k\Delta_n^2}{n-1} \cdot \frac{n}{\sum k}} = \pm \sqrt{\frac{0,005 \cdot 5}{6,5 \cdot 4}} = \pm \sqrt{\frac{0,025}{26}} = \pm 0,031 \approx \pm 0,03$$

$$W = \pm \sqrt{\frac{0,005}{26}} = \pm 0,014.$$

Вероятное значение N :

$$N_w = 10,08 \pm 0,014.$$

Так как за пределами W ошибка хотя маловероятна, но все же возможна, то, в случае желания определить крайние пределы N , вместо W берут $3W$, что является ошибкой „предельной“.

$$N_e = 10,08 \pm 0,042 \approx 10,08 \pm 0,04.$$

Если известно только „соотношение сил“ измерителей, следует принимать $k=1$ для лучшего и $k<1$ для худшего измерителя. Точно так же можно ввести поправочный коэффициент и для единичного измерителя, если его квалификация того требует. Например, поручив произвести 10 измерений недостаточно квалифицированному измерителю и введя $k=0,5$, тем самым как бы делают приведение к соответственно меньшему числу измерений, порученных измерителю „нормальной квалификации“.

Более подробные сведения об ошибках измерений имеются в упомянутых книгах Берндта и Куррейна, а также в трудах проф. М. Ф. Маликова „Точные измерения“ и проф. Г. А. Апарина „Технические измерения в машиностроении“. Излагаются они и в курсах теории вероятностей.

Глава III

КЛАССИФИКАЦИЯ ОШИБОК ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ; МЕТОДЫ И ЦЕЛИ ИХ ПОВЕРКИ

§ 1. Возможные ошибки зубчатой передачи и их классификация

Рассмотрим возможные погрешности всякой зубчатой передачи, не касаясь специфических свойств эвольвентного зацепления.

Все мыслимые ошибки зубчатого колеса можно разделить на три категории:

А — ошибки формы единичных рабочих поверхностей зубьев;

В — ошибки относительного друг к другу положения этих поверхностей по венцу;

С — ошибки положения всего венца в целом (т. е. кольцеобразной зоны рабочих участков зубьев) относительно оси вращения.

А. Ошибки формы, в свою очередь, разделяются на: 1) искажения формы профиля; 2) ошибки относительного положения различных профильных сечений вдоль зуба.

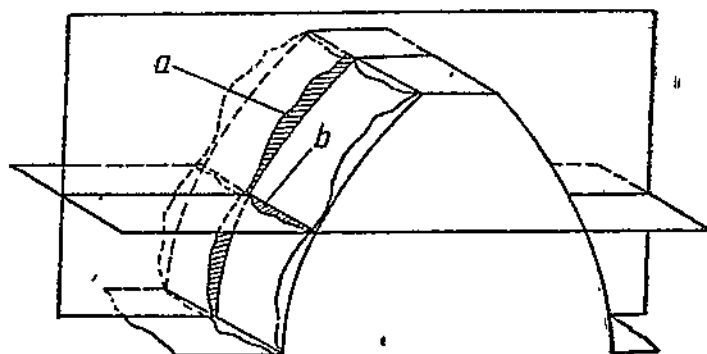
Первые можно рассматривать как искажения формы зуба в плоскости, перпендикулярной к оси колеса, вторые — как искажения в плоскости, параллельной к ней (фиг. 151, *a* и *b* соответственно).

1. Искажение профиля может быть двух принципиально различных видов: а) искажение от того, что обкат в нарезке ведется прерывно (во всех зубообразующих станках, кроме некоторых типов зубошлифовальных), т. е. что профиль является не эвольвентой, а семейством огибаемых эвольвентой прямых или кривых линий (см. фиг. 11, *a*, гл. 1); б) искажение, происходящее от неправильности относительного положения последовательных огибаемых из указанного в п. „а“ семейства. В дальнейшем (§ 1 Гл. V) увидим, что только этот вид погрешностей целесообразно относить к понятию ошибок профиля, как таковых, тогда как первый вид искажений („огранка“) следует выделять в отдельное понятие „чистоты профиля“ или „чистоты рабочей поверхности“.

Ошибку положения какой-нибудь точки (или участка) профиля можно рассматривать, очевидно, только относительно положения какой-нибудь другой точки того же профиля, принимаемой за базу для измерения данного профиля (за точку нуля ошибок). Если по наличным в измерении условиям имеется достаточно оснований для выбора подобной точки нуля ошибок, то именно к ней должны относиться как промеры по любым другим точкам этого профиля, так, в частности, и обнаруженные ма-

ксимальные отклонения: $|\Delta_n f|_{\max} = \frac{+a}{-b}$, где $\Delta_n f$ означает ошибку профиля, взятую относительно точки n , a и b — найденные максимальные отклонения. Однако во многих случаях достаточно знать только пределы колебания отклонений профиля, т. е. величину $|a| + |b|$. Тогда следует говорить о максимальной относительной ошибке профиля,¹ обозначая ее знаком $[\delta f]_{\max}$ или $\delta_{\max} f$.

2. Искажение относительно положения различных профильных сечений можно рассматривать как искажение образующей тела зуба, для которого профиль является направляющей. Возможны как местные иска-



Фиг. 151.

жения такого рода (для эвольвентных колес нарушение прямолинейности контактной линии), так и ошибка направления неискаженной самой по себе образующей (ошибка угла наклона зуба β , или β_0 , или появление наклона в прямозубых колесах). В зубофрезерных станках вдоль зуба появляются неизбежные при всяком фрезеровании искажения чистоты поверхности, аналогичные указанным выше (по профилю), и в собственно ошибки не включаемые.

В. Ошибки относительного друг к другу положения различных рабочих поверхностей, при взятой выше установке, характеризуются всецело или ошибками взаимного положения образующих на заданном цилиндре, или ошибками положения профилей в выбранном торцевом сечении. Проще исходить из последнего определения. Если речь идет о сопоставлении одноименных профилей, то дело сводится к ошибке шага, единичного или суммарного, в зависимости от того, сопоставляются ли смежные (последовательные) или иные профили. Если сопоставляются профили разноименные, имеем толщину зуба с ее ошибками, или же суммарную толщину по нескольким зубьям и присущие ей ошибки. Суммарная толщина исследуется только в частных случаях специальными методами (см. ниже), и поэтому пока будем иметь в виду везде только единичную толщину зуба. Наоборот, в вопросах шага накопление ошибки является одним из существенных

¹ В дальнейшем под относительной (или сравнительной) ошибкой понимается результат сопоставления единичных величин или их ошибок, а не отношение ошибки к самой величине, что, вообще говоря, тоже подпадает под понятие „относительной“ ошибки.

пунктов кинематической характеристики зацепления и поэтому должно служить предметом рассмотрения наравне с ошибками единичного шага.

Так как в вопросе о суммарной и накопленной ошибке шага имеется ряд разноречий в толковании терминов, необходимо, прежде всего, совершенно четко установить правильную терминологию, разграничив также понятия относительных и абсолютных ошибок этой категории.

1. Абсолютная ошибка шага (единичного) есть отклонение от номинала в расстоянии между двумя последовательными одноименными профилями.

2. Относительная (или сравнительная) ошибка шага есть отклонение расстояния между какими-нибудь двумя последовательными одноименными профилями относительно другого подобного же расстояния. Иначе говоря, относительная ошибка шага есть разность между абсолютными ошибками сопоставляемых шагов.

3. Абсолютная суммарная ошибка шага по n зубьям есть отклонение от номинала в расстоянии между двумя одноименными профилями, взаимно отстоящими на n шагов (зубьев). Иначе говоря, это есть ошибка против номинала в относительном положении между двумя любыми k -м и $(k+n)$ -м профилями.

4. Относительная (или сравнительная) суммарная ошибка шага по n зубьям есть разность между абсолютными суммарными ошибками шага, взятыми по n зубьям.

5. Накопленная ошибка шага есть отклонение положения различных профилей относительно произвольного, но единого для всех сопоставляемых зубьев профиля, принимаемого за базу.¹

По роду возникающей задачи, независимо от того, о какой из перечисленных ошибок идет речь, приходится оперировать или с ошибкой между заданными профилями, или с максимальной. В последнем случае следует иметь в виду:

а) если не оговорено противное, считается, что максимум определен по всему венцу;

б) в отношении абсолютной ошибки определяются как положительные, так и отрицательные максимумы. Например, $\Delta t = \begin{matrix} +0,1 \\ -0,15 \end{matrix}$;

в) для относительной ошибки под максимумом понимается непосредственно сумма обоих максимумов по предыдущему пункту: $\delta t = |0,1| + |0,15| = 0,25$. Иначе говоря, с учетом знаков, максимум здесь определяется как разность между максимальным и минимальным значениями исследуемой величины.

Точно так же понимается максимум для накопленной ошибки шага.

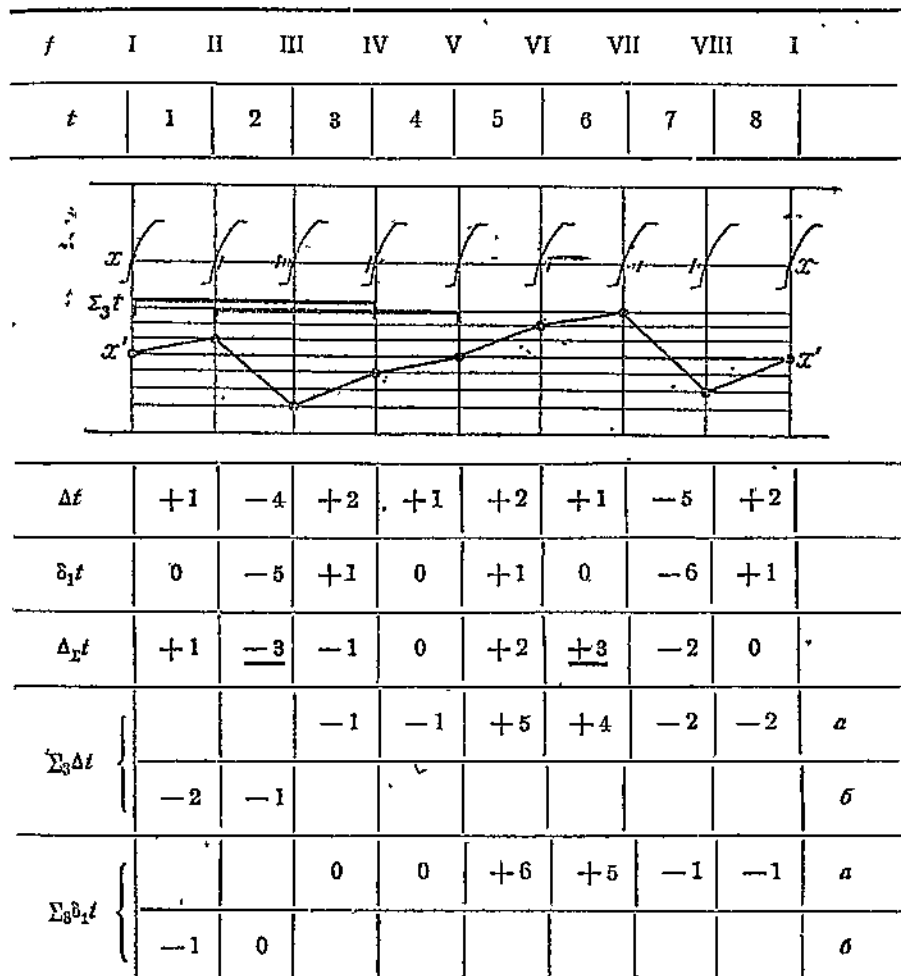
Все рассмотренные в настоящем разделе ошибки относительного положения профилей (как одноименных, так и разноименных) считаются по дуге окружности измерения. Возможные, при нарезании шестерни фасонным инструментом (но невозможные при нарезании методом обката), ошибки иного характера в относительном положении профилей из рассмотрения пока исключены.

¹ Уже после корректуры настоящей книги применяемые здесь термины, из соображений единства всей теории, были изменены, а именно — „суммарная“ ошибка получила название „накопленной ошибки шага“, а называемая здесь „накопленной“ — название „приведенной ошибки шага“. Сквозная по всей книге замена этих терминов оказалась уже невозможной, почему и сохранены старые.

С учетом сказанного, единичные, суммарные и накопленные ошибки шага могут быть изображены диаграммой фиг. 152, где окружность измерения развернута в ось абсцисс.

Для простоты берем наглядный пример в виде шестерни с малым числом зубьев $z=8$ и конкретными, заданными ошибками шага.

На фиг. 152 в первой строке, f , даны римскими цифрами последовательные номера профилей, считая от некоторого произвольного профиля I ; во второй строке, t , даны арабскими цифрами соответственные последовательные номера шагов. Дальнейшая строчка дает тонкими линиями теоретическое положение перенумерованных в строке f последовательных профилей, а короткими жирными отрезками — их измеренное по линии xx (равной развернутой окружности измерения) фактическое положение. При этом расстояние между жирным отрезком и теоретическим положением соответственного профиля характеризует, в произ-



Фиг. 152.

вольном масштабе, наличную ошибку положения последнего. Диаграмма этих ошибок дана в следующей строке с абсциссой $x'x'$. Абсолютные ошибки шага даны в строке Δt ; они характеризуют ошибку взаимного расстояния двух последовательных профилей по сравнению с номиналом; в измерении эти цифры получились бы непосредственно, если бы измерение шага велось настроенным по эталону ($= t_{ном}$) прибором. В случае отсутствия такой настройки, первое показание прибора на шаге I мы вынуждены были бы принять за исходное и с ним сравнивать показания по дальнейшим шагам. Эта ошибка всех прочих шагов относительно шага I дала бы, таким образом, цифры строки $\delta_1 t$ (индекс 1 означает, что измеряется относительная к шагу I ошибка). Совершенно очевидно, что, поскольку мы допустили в последнем случае „ошибку настройки“, равную $+1$ (так как шаг № 1 на единицу больше номинала), вся строка $\delta_1 t$ должна давать цифры на единицу меньше, чем строка Δt , а сумма всех цифр по строке $\delta_1 t$ на z единиц меньше, чем по строке Δt . Если учесть, что сумма ошибок шага по всему венцу, ввиду замкнутости цикла, тождественно равна нулю, получаем простой метод определения абсолютной ошибки Δt по относительной $\delta_n t$. Для этого достаточно просуммировать все полученные отклонения $\sum_1^z \delta_n t$, разделить результат на число зубьев шестерни z и вычесть результат из всех полученных показаний. Действительно, применяя сказанное к взятому нами случаю, имеем: $\sum_1^8 \delta_1 t = -8$; это число определяет сумму ошибок, полученных из-за настройки. $\frac{\sum_1^8 \delta_1 t}{z} = \frac{-8}{8} = -1$; это число определяет ошибку каждого единичного измерения; с обратным знаком оно, следовательно, определяет необходимую поправку, откуда и явствует необходимость вычитания. Произведя последнее по строке $\delta_1 t$, получаем строку Δt . Изложенное показывает отсутствие необходимости настройки на номинал (или „по эталону“), при сплошных измерениях такого рода, как измерение шага, где замкнутость цикла обуславливает отсутствие результирующей ошибки по всему циклу в целом.

Примечание. Обобщая, можем отметить, что такое же отсутствие необходимости „абсолютной“ настройки имеет место везде, где результирующая ошибка ΔR некоторого цикла, в пределах которого происходят измерения, известна. Очевидно, что в данном случае делению на число замеров подлежит не $\sum_1^n \delta_1 x$, но разность $\sum_1^n \delta_1 x - \Delta R$ (этим приемом приходится пользоваться иногда при точных измерениях, когда требуется проверить отсутствие накопления ошибок самого измерения и имеется возможность точного определения ΔR на некотором участке).

Возвращаясь к фиг. 152, видим, что и Δt , как берущаяся везде только относительно смежного профиля, не характеризует еще полной картины ошибки шага в зубчатом колесе. Для получения такой картины, т. е. представленной на фиг. 152 диаграммы, необходимо вычислить накопленную ошибку для положения каждого профиля, т. е. накопленную до него от профиля I , взятого за базу, ошибку шага $\Delta_1 t$. Она получается путем сложения ошибки данного шага со всей суммой ошибок шагов предшествующих и полностью характеризует шестерню по шагу (см. диаграмму и развертку положения профилей над нею).

В строке $\Delta_3 t$ подчеркнуты оба (положительный и отрицательный) максимума, что дает в сумме максимальную накопленную ошибку шага (между профилями III и VII), равную шести выбранным единицам.

Если бы в каждый замер брали не 1 шаг, а сразу n шагов, например три, как показано для первых зубьев схемой строки $\Sigma_3 t$, результаты измерения привели бы к $\Sigma_3 \Delta t$ или $\Sigma_3 \delta_1 t$, в зависимости от наличия или отсутствия настройки на номинал. Измерения пошли бы по строчкам a и замкнулись бы на строчках b соответственно. Сопоставляя оба последних цикла измерений ($\Sigma_3 \Delta t$ и $\Sigma_3 \delta_1 t$), видим, что сумма соответственных разностей $\sum_1^z [\Sigma_3 \delta_1 t - \Sigma_3 \Delta t]$ дает $+8$, а при делении на z дает $+1$. Это показывает, что прибор в первом замере (по профилям 1/IV) был настроен на единицу меньше номинала, что по фиг. 152 вполне соответствует действительности.

Таким образом и здесь, по предыдущему, всегда возможен, при замкнутости цикла измерений, переход от относительных ошибок к абсолютным. Максимальная абсолютная суммарная ошибка по трем шагам выразится, по предыдущему: $[\Sigma_3 \Delta t]_{\max} = \frac{+5}{-2}$, а относительная — $[\Sigma_3 \delta_1 t]_{\max} = \frac{+6}{-1} = \frac{+5}{-2} = |7|$.

Нетрудно видеть, что такие суммарные измерения в итоге сопоставляют опять-таки единичные шаги, лишь в иных сочетаниях (так, третье измерение последней серии показывает, что шаг № 5 на шесть единиц больше № 2). Поэтому суммарные измерения чаще и ведутся „цепочкой“ по $\frac{z}{k}$ зубьев с последующим промером единичных ошибок шага лишь по 1—2 интервалам по k зубьев. Например, $z = 24$; берем $k = 6$; $\frac{z}{k} = 4$; прибор ставится на профили: 1—5; 5—9; 9—13; 13—17; 17—21; 21—1. На основании этого, по предыдущему, определяется, например $\Sigma_4 \Delta t_5^9$ и проверяются отдельные шаги лишь в интервале профилей 5—9; получается всего 10 измерений (вместо 24), а абсолютные ошибки t , хотя и частично, но все же определены (по правилу примечания к предыдущей странице). Такое сокращение измерений вполне допустимо во многих случаях практики.

С. Третья и последняя категория ошибок — положения венца в целом — охватывает с одной стороны эксцентриситет, с другой — перекош шестерни на валу. Эта категория нередко определяется как „ошибки монтажа“. Хотя подобные ошибки могут получаться не только при монтаже, но и при обработке, однако самый факт возможности их получения или, наоборот, компенсации в монтаже дает достаточные основания для подобного определения.

Подводя итог сказанному, можно ввести следующее подразделение:

Ошибки зубчатого колеса состоят из погрешностей элементов, целиком вписывающихся в плоскую задачу¹, и из пространственных факторов.

¹ Для цилиндрических зубчатых колес; для конических колес они хоть и не вписываются в таковую непосредственно, но приводятся к ней методами сферической геометрии, откуда и вытекает целесообразность такого объединения.

К первым относятся: ошибки профиля, шага (единичные, суммарные и накопленные), толщины зуба и эксцентриситет.

Ко вторым — ошибки направления зуба (местные и общие) и перекос шестерни на валу.

С точки зрения работы зубчатой передачи ошибки единичной шестерни еще не исчерпывают вопроса. Здесь существенны не столько эти единичные ошибки сами по себе, сколько их возможные комбинации в зубчатой паре и возможные ошибки взаимного положения обеих шестерен.

Что касается последних, то они состоят из двух категорий:

ошибки взаимного направления (перекосы), которые, поскольку их обнаруживают уже в единичной шестерне, особому рассмотрению не подлежат (здесь налицо опять лишь тот же вопрос комбинации ошибок);

ошибки взаимного расстояния и, как следствие этих „ошибок межцентрового расстояния“, — ошибки в необходимых зазорах.

Что касается вопросов комбинаций ошибок, возможны три случая: взаимной компенсации (полной или частичной); взаимного суммирования; неопределенности в возможных комбинациях; последний случай подлежит каждый раз более детальному анализу и, в зависимости от его результатов, приводит, как правило, или к прямому (арифметическому), или к квадратическому суммированию, последнее — если нет прямых указаний на неизбежность наиболее неблагоприятного случая, т. е. схождения максимумов.

§ 2. Основные приемы поверки зубчатых колес

Все рассмотренные элементы, которые могут быть носителями ошибок, подлежат размерной поверке. Хотя далеко не все методы подобной поверки в настоящее время исчерпывающе разработаны, в отношении основных элементов уже установились определенные приемы.

Профиль проверяется или сопоставлением с другим, образцовым профилем (шаблоны, контуры), или на специальных приборах. Последние построены таким образом, что мерительный наконечник воспроизводит теоретически правильное движение обката основной окружности производящей линией,¹ так, что отступления изделия от заданной формы отклоняют наконечник из нейтрального положения.

Шаг как единичный, так и суммарный поверяется или по дуге, или по углу между соответствующими точками сопоставляемых профилей.

Как отдельное понятие, с точки зрения поверки, следует рассматривать основной шаг, который поверяется не по основной окружности, а по линии зацепления, т. е. по общей нормали к двум последовательным одноименным профилям (гл. I, § 3).

Толщина зуба поверяется или на заданной высоте его, фиксируемой соответственными упорами, или обратным порядком: глубиной захода (на зуб или во впадину) некоторой заданной по величине хорды.

Так как заход определяется в радиальном к колесу направлении, это приводит к так называемым радиальным измерениям зубчатых колес и к соответствующему классу приборов. С точки зрения работы передачи глубина захода часто показательнее, чем толщина зуба.

¹ Или иной характеристической окружности соответственной иной линией.

Сводная схема наиболее принятых поверок

	I Кромочный тип	II Тангенциальный тип	Примечание
Окружный шаг t		Не применяется	
Осевой шаг t_0			Тип I-б кромочный только по тастеру
Толщина зуба (Т) или глубина захода (H)			
Эвольвентность профиля			а-самоулицец (применим в обоих вариантах I и II)
Условные обозначения	Кромочный мерительный наконечник	Тангенциальный мерительный наконечник	
	→ Кромоч опорный наконечник (пунктир-возможной базы)	→ Тангенц. опорный наконечник	
	≡ Свободное скольжение	↔ Взаимный обкат (без скольжения)	
	⌘ Установка (передвижение с закреплением)	⌘ Поверяемый профиль	

Поскольку профили зубьев — кривые линии, точки измерения могут быть выбраны так, чтобы замер велся по нормали к профилю в этой точке, тогда мерительный наконечник может быть выполнен в виде касательной плоскости. Это приводит к „тангенциальным“ приборам, отличным от „кромочных“ не только конструктивно, но и по принципу действия (гл. II).

Принципиальные схемы основных методов измерений перечисленных элементов и реализующих эти методы приборов даны на фиг. 153 и понятны из нее без объяснений.

Эксцентриситет определяется или по накоплению ошибок шага, или по колебанию показаний радиального измерительного прибора. От эксцентриситета зубчатого колеса, т. е. эксцентричного расположения его профилей относительно центра вращения, необходимо отличать эксцентриситет окружности выступов или иной окружности, не характерной для работы передачи. Это требует специальной оговорки, так как смещение данных понятий нередко приводит к неправильному построению всей схемы измерений.

Направление зуба или его рабочей поверхности поверяется или по точкам, или же по направлению некоторой плоскости, касательной к рабочей поверхности зуба. Последний метод применим лишь к эвольвентным зацеплениям, где зуб с плоскостью сопрягается. При этом поверка может вестись или по одной рабочей поверхности, или по двум разноименным, что приводит к средней ошибке направления зуба, но зато проще осуществимо.

Помимо прямых проверок отдельных элементов применяются косвенные (параметрические) и комплексные.

Косвенные методы применяются при невозможности в наличных условиях воспользоваться прямыми и заключаются в том, что вместо подлежащего проверке элемента проверяется некоторый параметр, который полагают однозначно связанным с искомой величиной. Если связь не однозначна, нередко возможен выбор нескольких параметров, которые должны дать решение совместно.

При переходе на параметрические измерения необходимо учитывать:

- 1) что взаимосвязи между отдельными элементами определяются технологией изделия; поэтому только прямая проверка подлежащего элемента может совершенно отвлекаться от технологии и, наоборот, никакая косвенная поверка не может строиться без учета таковой;

- 2) всякий непрямой метод тем лучше, чем меньше в нем параметров, чем теснее связаны они с исходными факторами и чем легче их расшифровка;

- 3) так как каждый параметр является лишним неизвестным, число промеров увеличивается с числом параметров; сумма числа измерений и зависимостей, принимаемых за данные, должна перекрыть исходный комплекс прямых измерений, иначе установление истинной геометрии окажется неполным или вовсе невозможным;

- 4) если для выявления искомой величины по замеренной требуется только численный пересчет без учета каких-либо приводящих факторов, измерение считается прямым.

Комплексные измерения получают прямыми только в виде исключе-

ния; как правило, они всегда являются параметрическими. Это понятно из того, что весьма трудно подобрать такой комплекс величин, который весь одинаково сказывается как в измерении, так и в том процессе, ради оценки которого производится измерение (например эксплуатации).

Основными двумя типами комплексных измерений являются: 1) обкатка в плотном сопряжении (в паре или с шестерней — эталоном), при параллельном измерении межцентрового расстояния и его колебаний; 2) обкатка в нормальном (однопрофильном) зацеплении, при наблюдении колебаний передаточного числа i .

§ 3. Цели поверки зубчатых колес и выбор контролируемых элементов

Контроль изделия, в частности — шестерни, можно рассматривать с двух точек зрения: контроль изделия как будущего элемента механизма; контроль изделия как параметрический контроль производящего его оборудования (станка — инструмента).

Хотя основной целью является первый вид контроля, служащий для установления пригодности изделия для предназначенной ему работы, тем не менее интересы профилактики брака, особенно при крупно-серийном и массовом производстве, не только заставляют обращать серьезное внимание на вторую сторону дела, но и ставят в этом направлении специальные поверки.

К сожалению, увлечение этой второй стороной задачи нередко приводит к игнорированию первой, и к полному смещению понятий, когда поверка ведется без всякого учета цели, причем принципиально — „технологическими“ приемами поверки полагают возможным выявить эксплуатационные качества изделия или же наоборот.

Можно без преувеличения констатировать, что почти все существующие попытки создания методики (если при современном состоянии вопроса можно вообще говорить о методике, а не о разрозненном подборе отдельных приемов) поверки зубчатых колес исходят из следующих неверных предпосылок:

1) считается, что колесо должно измеряться совершенно одинаково независимо от цели поверки, т. е. от того, что требуется определить: качество самой шестерни как таковой или качество ее производства;

2) тем более считается, что все вопросы технологии выявляются какими-то едиными стандартными методами поверки;

3) что независимо от того, как ведется поверка, надлежит прежде всего делать выводы в отношении оборудования, чтобы предупредить дальнейший брак;

4) что каждому классу точности может и должен быть подобран какой-то соответственный прибор данного наименования, независимо от всего остального.

В противоположность изложенному правильная методика должна:

1. Прежде всего учитывать назначение поверки, так как во многом поверка изделия с эксплуатационной и технологической точки зрения приводит к совершенно различным приемам.

2. Исходить из того положения, что профилактика брака достигается прежде всего поверкой непосредственно самого оборудования. Если

такая поверка проведена полностью, периодическая поверка изделия с технологической целью должна быть лишь своевременным сигналом к новой поверке оборудования. Поскольку сама поверка оборудования должна включать поверку нарезанного изделия, последнее должно не только измеряться, но и нарезаться специально с этой целью. Рядовые изделия часто оказывают здесь малую помощь.

3. Учитывать, что поверка изделия с технологической целью ценна только тогда, когда полностью фиксирована технологическая взаимосвязь, т. е. когда известно, на каком индивидуальном станке, каким инструментом и в каком положении изделие нарезано. Если эта связь утеряна, правильные выводы можно считать лишь исключением, но отнюдь не законом.

4. Учитывать, что даже в том случае, если изделие поверяется с технологической целью, стандартность методов и объектов еще тем самым не определяется. Наоборот, разные методы нарезки могут привести к принципиально различным оптимальным поверкам.

5. Не связывать жестко выбора прибора классом точности, но учитывать прежде всего принципиальную сторону вопроса, тем более, что один и тот же прибор может в разных руках дать весьма различные точности. Из этого не следует, что грубым прибором надлежит поверять точные шестерни и наоборот, но это означает, что всякие указания о связи точности прибора и класса изделия должны даваться лишь ориентировочно.

6. Учитывать, что основой всестороннего выявления ошибок является замыкание измерительной цепочки (цикличность или комплексность измерения), чтобы нигде не было разрыва, где может пройти брак; но сама цепочка может строиться по-разному, не только в зависимости от технологии и наличного оборудования, но даже от навыков персонала и т. п.

В тех случаях, когда для контроля представляется известная свобода выбора того или иного элемента, как более или менее эквивалентного, должны быть учтены еще, помимо цели поверки и значимости элемента, степень вероятности ошибок в нем и возможная точность его поверки. Только с учетом всего этого комплекса вопросов можно быть уверенным, что поверка будет проведена надлежащим образом и что из нее будут извлечены все возможные правильные выводы.

Однако не только решение всей изложенной задачи в целом, но даже подход к этому решению невозможен без тщательного предварительного анализа взаимосвязей между отдельными элементами. В свою очередь такое исследование взаимосвязей требует нахождения специальных методов для проведения подобной работы. В сущности именно в этих вопросах и кроется вся основа правильного решения задачи точностей и измерений, тогда как все вопросы, касающиеся самой техники измерений, являются уже относительно второстепенными и простыми.

Поэтому дальнейшее изложение строится с упором на теоретическую часть по линии, с одной стороны, эксплуатационных, с другой — технологических факторов, которым и посвящены соответственно два следующих раздела: IV и V.

Глава IV

ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ДЛЯ СОПОСТАВЛЕНИЯ ОШИБОК ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

§ 1. Теоретическая и действующая ошибка профиля

Так как передача вращения одним зубчатым колесом другому осуществляется лишь посредством профилей, обращенных в одну сторону, называемых рабочими, все вопросы эксплуатационного порядка сводятся к исследованию одноименных профилей и их сочетания. В дальнейшем будем эту задачу называть однопрофильной, а охватываемые ею элементы — однопрофильными элементами (профиль, угол зацепления, шаг единичный и суммарный, его накопленная ошибка). Наоборот, толщину зуба и т. п., где речь идет о сопоставлении разноименных профилей, мы будем относить к двупрофильной задаче. При сведении всех эксплуатационных факторов к однопрофильной задаче, мы отвлекаемся от того обстоятельства, что зазоры в передаче играют роль в вопросах динамики; такое влияние является уже не прямым, но отраженным; только наличие ошибок однопрофильного порядка может создать то расхождение сопряженных профилей, величина которого лимитируется зазором.

Основным эксплуатационным требованием, предъявляемым к зубчатой передаче, является сохранение заданного передаточного отношения i в любой момент времени. Это значит, что любое мгновенное передаточное отношение должно возможно меньше отступать от того среднего значения, которое определяется отношением чисел зубьев, или что любое мгновенное отношение угловых скоростей должно быть возможно ближе к своему среднему значению. Колебания передаточного отношения определяются ошибками зацепления, поскольку идеально выполненная передача теоретически обеспечивает постоянство i . Все прочие эксплуатационные требования являются подчиненными в отношении требования $i = \text{const}$, и все многообразные дефекты работы передачи вытекают именно из нарушения i .

Требование постоянства i в зубчатой паре может быть сформулировано, как требование равномерного перемещения точки зацепления при равномерном вращении колеса (для ведущего колеса) или же наоборот (для ведомого). Подобная формулировка удобна тем, что дает возможность перехода к рассмотрению каждого из колес пары в отдель-

ности, связывая его углы поворота с определяемым его же профилем перемещением точки зацепления; равномерным поворотам должно соответствовать равномерное перемещение потенциальной точки зацепления.

Рассмотрим отдельно два возможных подхода к постановке и решению подобного вопроса.

Радиус кривизны эвольвенты, или, что то же самое, расстояние от точки зацепления в данный момент до соответственной точки развертывания выражается: $\rho = r_0 \varphi$, где r_0 — радиус основной окружности, $\varphi = \text{tg } \alpha$ — угол развернутости эвольвенты в данной точке.

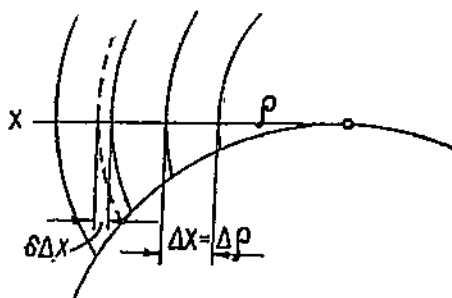
Перемещение точки зацепления при повороте шестерни на малый угол $\Delta\varphi$ будет $\Delta x = \Delta\rho = r_0 \Delta\varphi$.

Если это перемещение, взятое за произвольную единицу времени, не остается постоянным, но колеблется около своего среднего значения, то на малом перемещении Δx обнаружится ошибка перемещения (фиг. 154) $\delta\Delta x = \delta(r_0 \Delta\varphi)$.

При допуске условия сохранения контакта между сопряженными зубьями эта ошибка перемещения будет равна ошибке соответственного

профиля, накопленной в пределах рассматриваемого угла поворота: $\delta\Delta x = \delta(r_0 \Delta\varphi) = \delta f$.

Если считать, что переменным может быть как r_0 , так и $\Delta\varphi$ (за соответственный промежуток времени) и что колебания r_0 и $\Delta\varphi$ друг от друга не зависят, вопрос определения ошибки δf через r_0 и $\Delta\varphi$ решается дифференцированием в частных производных:



Фиг. 154.

$$\delta f = \delta\Delta x = \delta(r_0 \Delta\varphi) = r_0 \delta\Delta\varphi + \Delta\varphi \delta r_0. \quad (1)$$

Однако мы должны обратить внимание на то, что в реальной передаче, при наличии ошибок, как размер основной окружности, так и ее поворот вокруг оси шестерни в единицу времени при работе передачи становятся понятиями до некоторой степени условными; поэтому мы можем любую из этих величин считать постоянной, приписав происхождение ошибок всецело другой.

Если представить себе проскальзывание производящей в обкате или, что то же самое — некоторый избыточный поворот основной окружности (совместно с „линией зацепления“ и закрепленной на ней точкой зацепления) относительно самого вращаемого тела шестерни, но в то же время считать радиус основной окружности не отклоняющимся от заданного, то искомая ошибка профиля определяется:

$$\delta f = \delta\Delta x = r_0 \delta\Delta\varphi. \quad (2)$$

Отклонения $\delta\Delta\varphi$, учтенные для обоих сопряженных колес, определяют нарушение плавности передачи δi .

Если же мы будем считать проскальзывание исключенным, то то же $\delta \Delta x$ или δi мы можем отнести за счет колебания r_0 , поскольку

$$i = \frac{r_{02}}{r_{01}}.$$

Аналогично предыдущему:

$$\delta f = \delta \Delta x = \Delta \varphi \delta r_0 \quad (3)$$

или

$$\delta f = \delta \Delta x = \frac{\Delta x}{r_0} \delta r_0, \quad (3a)$$

причем под Δx имеется в виду величина теоретически правильная.

Если мы отрезки Δx будем относить ко времени их прохождения точкой зацепления, получим уравнение скоростей:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta x}{\Delta t} &= \frac{r_0 \Delta \varphi}{\Delta t}, \\ \delta \frac{\Delta x}{\Delta t} &= r_0 \delta \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = r_0 \delta \omega \end{aligned} \quad (26)$$

(первая концепция)

или

$$\delta \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta \varphi \delta r_0}{\Delta t} = \omega \delta r_0 \quad (36)$$

(вторая концепция)¹.

¹ Математически полную законность делаемого допущения о правильности одного из первичных факторов (r_0 или $\Delta \varphi$) и присвоения всех ошибок другому нетрудно показать путем следующих выкладок.

Любая ошибка приходит в точку зацепления при некотором определенном угле поворота колеса. Следовательно, участвующая в данный момент в зацеплении ошибка ($\bar{\Delta f} = \sum \delta f$) является функцией угла поворота шестерни: $\bar{\Delta f} = F(\varphi)$.

А в соответствии с изложенным выше $\bar{\Delta f} = \varphi (\sum \delta \Delta \varphi, \sum \delta r_0)$.

Объединяя, можно написать

$$\Psi(\varphi, \sum \delta \Delta \varphi, \sum \delta r_0) = 0.$$

Уравнение является неопределенным, не давая никакой заданной зависимости между переменными. Необходимо особенно отметить и подчеркнуть, что неопределенность эта является следствием физического отсутствия дополнительного уравнения, а не просто отсутствия его в нашем распоряжении. Лишь при наложении некоторого условия на одну из переменных мы можем рассматривать другую как функцию третьей. Без этого обе интересующие нас переменные, несмотря на свою связь с третьей φ , должны трактоваться физически, а следовательно, и математически как взаимно независимые [см. уравнение (1)]. Но с таким же правом, на основе изложенного физического отсутствия второго условия, мы можем его задать произвольно. Совершенно очевидно, что наиболее простым из подобных условий явится принятие приращения одной из переменных тождественно и постоянно равным нулю, т. е.

1) либо $\delta r_0 = 0$; тогда $\delta \Delta \varphi \neq 0$; $\Delta \varphi = \text{var.}$

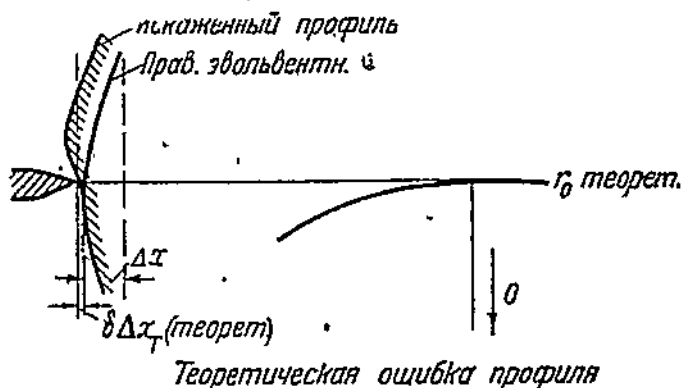
2) либо $\delta \Delta \varphi = 0$; тогда $\delta r_0 \neq 0$; $r_0 = \text{var.}$

Исследуем, к какой геометрической картине приводит каждый из выдвинутых вариантов, т. е.

$$\begin{aligned} \delta r_0 = 0; \quad r_0 = \text{const}; \quad \delta \Delta \varphi \neq 0; \\ \delta r_0 \neq 0; \quad r_0 = \text{var.}; \quad \delta \Delta \varphi = 0. \end{aligned}$$

Первый вариант в точности соответствует условиям исследования профиля дисковым эвольвентометром при точечном или кромочном тастере обычного типа.

Эта схема дана на фиг. 155: r_0 и положение линии зацепления, касательной к теоретической основной окружности, фиксированы; дополнительные перемещения тастера, отмечаемые индикатором или самописцем, могут рассматриваться лишь как погрешности самой обкатки в обработке профиля, т. е. как происходящие от наличия дополнительных к чистому качению перемещений производящей p .



Фиг. 155.

Если представить себе, что скольжение между производящей и основной окружностью существовать не может, то следует допустить идентичную по существу возможность дополнительных поворотов последней относительно тела шестерни, т. е. возможность угловых смещений $\delta \Delta \varphi$ между теоретической основной окружностью (связанной с производящей) и телом шестерни при повороте последнего на $\Delta \varphi$, как показано на фиг. 156. Здесь для удобства чертежа основная окружность и линия зацепления вынесены в сторону (вперед) от тела шестерни. В силу наличия ошибки профиля δf при повороте некоторого произвольного радиуса шестерни из положения I в положение II (т. е. на угол $\Delta \varphi$) основная окружность повернулась как бы на угол $\Delta \varphi + \delta \Delta \varphi$, т. е. радиус I' (соответствующий радиусу I) попал в положение II'' вместо II', что и вызвало перемещение точки зацепления не на $\Delta x = r_0 \Delta \varphi$, но на $\Delta x + \delta \Delta x = r_0 \Delta \varphi + r_0 \delta \Delta \varphi$.

Рассмотрим теперь происхождение и сущность второй схемы ($\delta \Delta \varphi = 0$; $\delta r_0 \neq 0$; $r_0 = \text{var.}$).

Из общей теории эвольвентного зацепления (гл. I, § 3) нам уже известно, что основная окружность, при обработке шестерни методом обката, автоматически получается там, где дуговые перемещения были равны

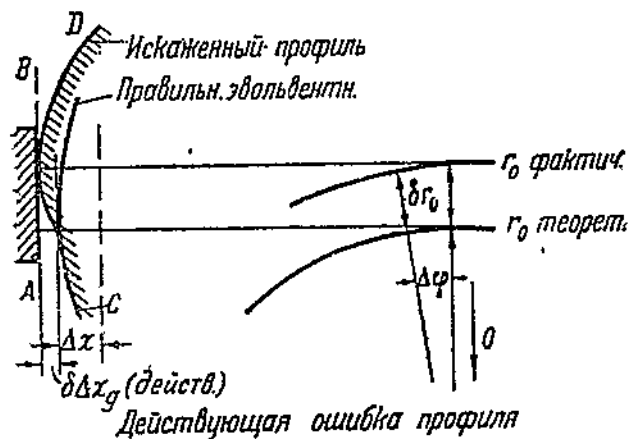
соответственным во времени „нормальным“ перемещениям кромки инструмента, или иначе — профиля исходной рейки.

Из этого положения явствует, что если изменится скорость нормального перемещения режущей кромки, то изменится и радиус основной окружности нарезаемого участка эвольвентного профиля. Очевидно, обращая эту картину, мы можем считать, что всякой ошибке профиля, вызывающей дополнительное перемещение сопряженной с ним кромки исходного контура, соответствует и изменение r_0 . Если прямая AB (фиг. 157), воплощающая для эвольвентного зацепления единственный профиль исходного контура, сопряженный с профилем CD , под воздействием последнего при повороте шестерни на угол $\Delta\varphi$ переместится не на $\Delta x = r_0 \Delta\varphi$, а на $\Delta x + \delta\Delta x$, то

$$\frac{\Delta x + \delta\Delta x}{\Delta x} = \frac{r_0 + \delta r_0}{r_0}$$

или

$$\frac{\delta\Delta x}{\Delta x} = \frac{\delta r_0}{r_0},$$

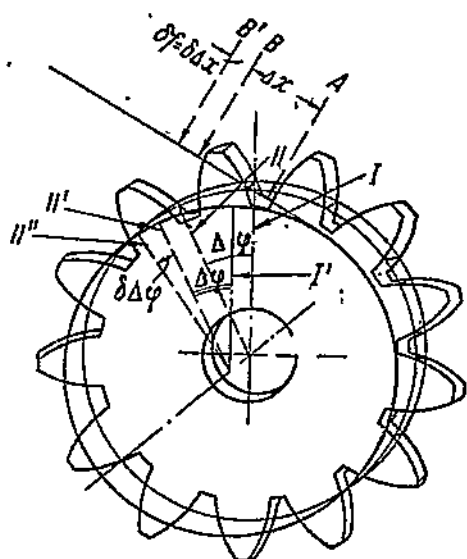


Фиг. 157.

т. е.

$$\delta\Delta x = \frac{\Delta x}{r_0} \delta r_0,$$

что совпадает с вышеприведенным выражением (3а).



Фиг. 156.

Таким образом можно резюмировать:

1. Отнесение ошибок зацепления или единичного профиля за счет неправильности обката основной окружности производящего прямой приводит к принятию $r_0 = \text{const}$; $\Delta\varphi = \text{var.}$, а также к картине „точечного“ эвольвентного зацепления (гл. I, §§ 1 и 3), при котором точка зацепления всегда лежит на заданной теоретической линии зацепления, почему ошибку, измеренную таким образом, и можно назвать „теоретической“.

По подобному принципу построено измерение как обычными эвольвентомерами, так и прочими кромочными приборами.

2. Отнесение ошибок зацепления за счет ошибок r_0 приводит к нормальному зацеплению эвольвенты с прямолинейным профилем. По этому принципу (фиг. 157) ведется всякое построение, исходящее из понятия исходной рейки, нарезка гребенкой или червячным фрезером, а также всякое измерение тангенциальными наконечниками (например, эвольвентомер SIP)¹.

При подобных процессах или построениях точка зацепления уже сходит со своей теоретической прямой, что наблюдается как в нарезке, так и в работающей паре, где i определяется как $\frac{r_{02}}{r_{01}}$. Поэтому ошибку зацепления или единичного профиля, отсчитываемую подобным образом, будем называть „действующей“.

В соответствии с принимаемыми терминами: „теоретическая“ и „действующая“ ошибки, величина $\delta\Delta x$ на фиг. 155 и 157 снабжена индексами t и d соответственно; этими же индексами будем пользоваться и в дальнейшем.

§ 2. Сопоставление действующей и теоретической ошибок

„Действующая“ ошибка, вполне точно характеризующая погрешности передачи в паре шестерня—рейка, очень близко соответствует также условиям сопряжения пары эвольвентных шестерен, при достаточных радиусах кривизны эвольвент², тогда как точечное зацепление, хотя и может быть реализовано в нарезке, отстоит дальше от условий практики.

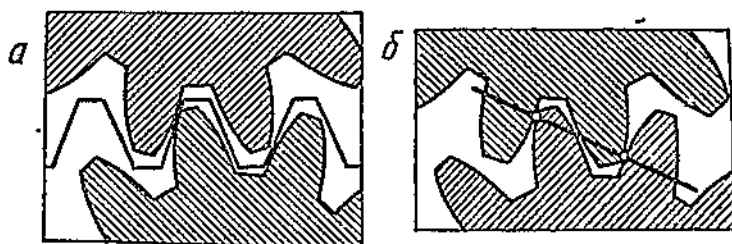
Чтобы убедиться в сказанном, достаточно учесть следующее: 1) действующая ошибка исходит из мнимой рейки в качестве промежуточного тела, как бы вписываемого в сопряженную пару (фиг. 158, а); 2) приписывая все неточности зацепления колебанию r_0 , приходим (фиг. 157) к сходою линии зацепления параллельно самой себе от теоретического положения.

Таким образом для сопряженной пары, при наличии этой промежуточной рейки и схода линии зацепления, мы получаем картину, совершенно идентичную картине V-зацепления, где обратный сдвиг уменьшается относительно основного при уменьшении последнего. Действ-

¹ Этот эвольвентомер, имея мерительные грани наклонными под углом ϵ_d , относит ошибки к делительной (начальной) окружности, что не меняет существа дела.

² В сущности под действующей ошибкой можно понимать в широком смысле ошибку, выявляемую в контакте с любым сопряженным контуром; однако пока для четкости вопроса мы будем иметь в виду лишь контур исходный.

тельно, пусть по фиг. 159,а имеем на некотором участке развертывания эвольвенты ошибки радиусов основных окружностей, равные δr_{01} и δr_{02} так, что в сопряжении со вписанной нами исходной рейкой находятся точки $M_1' M_2'$, лежащие на соответственно разошедшихся линиях зацепления $M_1' N_1' M_2' N_2'$. Если бы профили были правильными, они при том же взаимном положении колес должны были занимать пунктирные положения CD и EG , т. е. вместо взаимного касания врезаться друг в друга (или разойтись при обратном знаке ошибки). Величина этого мнимого врезания $\sum \delta f$ определяет, очевидно, общую „действующую“ ошибку профилей. Разведем зубья так, чтобы теоретически профили взаимно касались. Тогда фактически профили разойдутся согласно фиг. 159,б (жирным) в то положение, которое они должны были бы занимать в данный момент при неизменно равномерном вращении шестерен (например, если оба вала были бы параллельно соединены точными фрикционными дисками). Для сопоставления на этой же фигуре



Фиг. 158.

показано касание профиля 1 через промежуточный исходный контур (пунктир) или непосредственно (штрих-пунктир) с профилем 2. Из фиг. 160, где расхождение профилей для наглядности еще увеличено, видно, что разница между фактическим расхождением профилей и тем, которое принимается согласно действующей ошибке, выразится:

$$\delta \Delta = \sum \bar{\Delta} f_{\phi} - \sum \bar{\Delta} f_{\delta} = \frac{\sum \bar{\Delta} f_{\delta} + \delta' + \delta''}{\cos \delta \alpha} - \sum \bar{\Delta} f_{\delta}^1.$$

Полагая по малости угла $\delta \alpha$, что $\cos \delta \alpha = 1$ и что в пределах $\delta \alpha$ эвольвента совпадает с окружностью радиуса ρ , можно написать

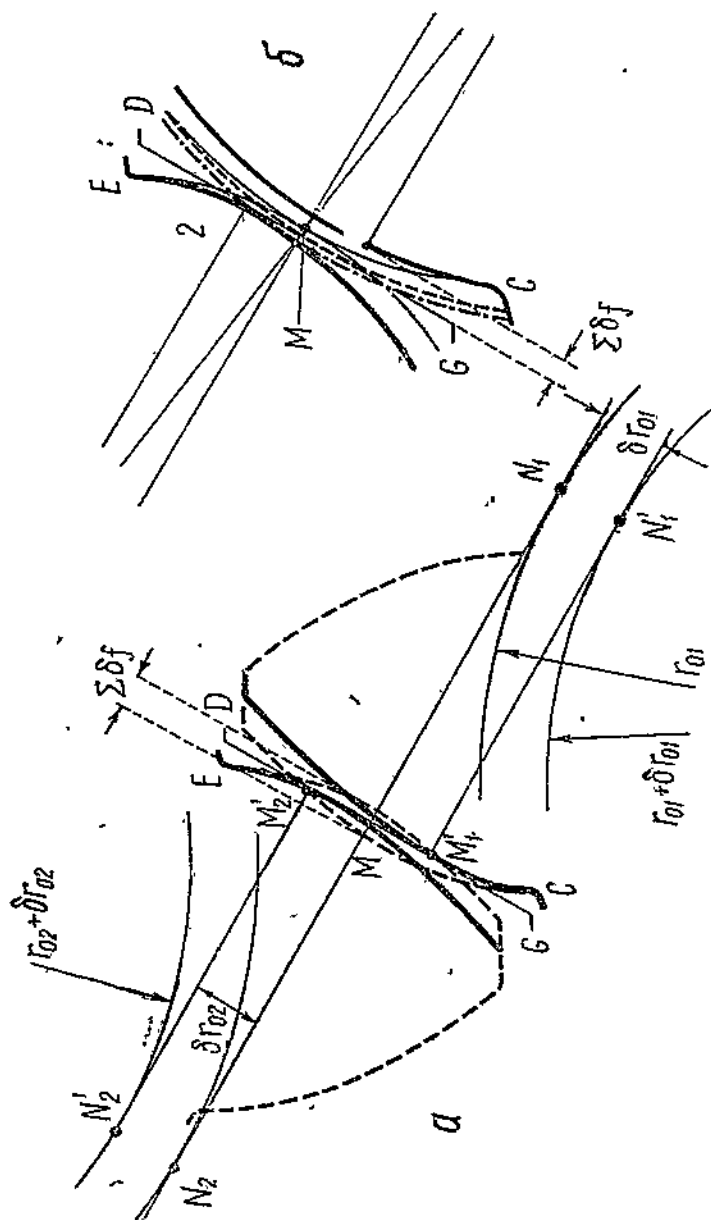
$$\sum \bar{\Delta} f_{\phi} = \sum \bar{\Delta} f_{\delta} + \delta' + \delta'' = \sum \bar{\Delta} f_{\delta} + \delta \Delta,$$

где $\delta \Delta$ — искомая погрешность наших построений через промежуточную исходную рейку.

Но

$$\begin{aligned} \delta' &\approx 2 \rho' \sin^2 \frac{\delta \alpha}{2} \approx 2 \rho' \left(\frac{\delta \alpha}{2} \right)^2 \approx \frac{1}{2} \rho' \left(\frac{\sum \delta r_0}{\rho' + \rho''} \right)^2, \\ \delta'' &\approx 2 \rho'' \sin^2 \frac{\delta \alpha}{2} \approx \frac{1}{2} \rho'' \left(\frac{\sum \delta r_0}{\rho' + \rho''} \right)^2 \end{aligned}$$

¹ Вниманию к символике: δf — элементарная ошибка на угле $\Delta \varphi$, на произвольном φ дает $\sum \delta f = \bar{\Delta} f$; в зацеплении на лицо сумма ошибок по двум шестерням: $\bar{\Delta} f_1 + \bar{\Delta} f_2 = \sum \bar{\Delta} f$.

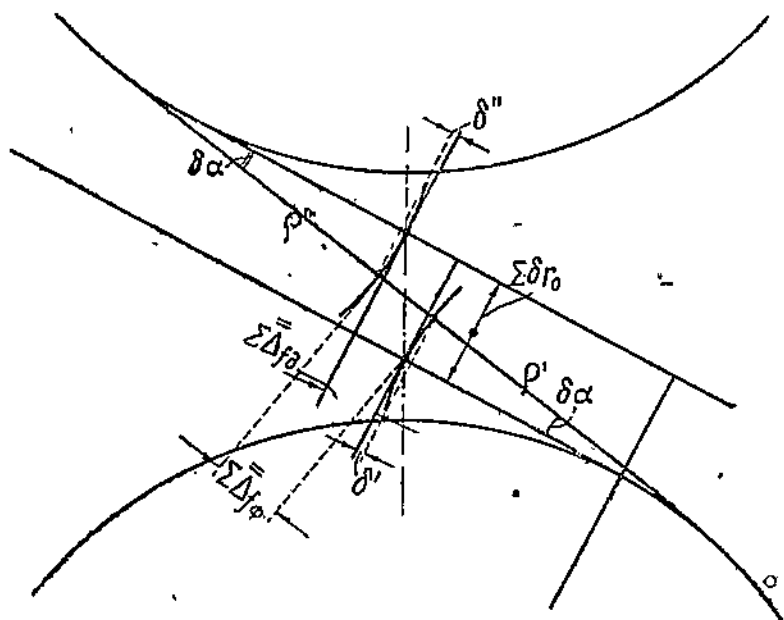


Фиг. 159.

$$\delta\Delta = \sum \bar{\Delta} f_{\phi} - \sum \bar{\Delta} f_{\theta} = 2(\rho' + \rho'') \left(\frac{\delta z}{2}\right)^2 = \frac{(\sum \delta r_0)^2}{2(\rho' + \rho'')} =$$

$$= \frac{(\sum \delta r_0)^2}{2A \sin \alpha} = \frac{(\sum \delta r_0)^2}{m(z_1 + z_2) \sin \alpha}, \quad (5)$$

где $m(z_1 + z_2) = 2A$ — удвоенное межцентровое расстояние, α — угол зацепления пары.



Фиг. 160.

При зацеплении в полюсе относительная ошибка нашего допущения наличия исходной рейки:

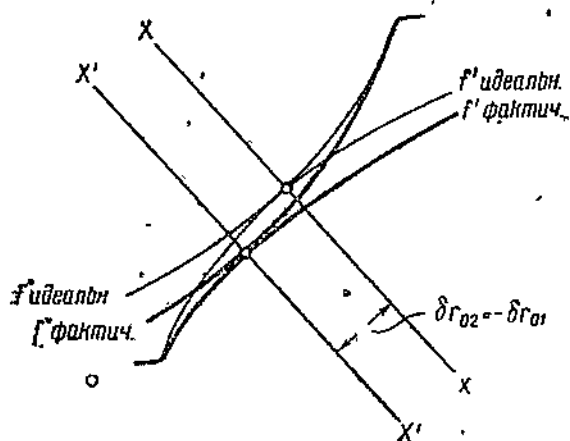
$$\left. \begin{aligned} \frac{\delta\Delta}{\sum \bar{\Delta} f_{\phi}} &\approx \frac{\delta\Delta}{\sum \bar{\Delta} f_{\theta}} \approx \frac{\delta\Delta}{\sum \delta r_0 \operatorname{tg} \alpha} = \frac{\sum \delta r_0}{m(z_1 + z_2) \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha} \\ \frac{\delta\Delta}{\sum \delta r_0} &= \frac{\sum \delta r_0}{m(z_1 + z_2) \sin \alpha} \end{aligned} \right\} \quad (5a)$$

Так как в числителе формулы (5) стоит вторая степень малой величины, а в знаменателе малых величин нет, можно заключить, что в пределе $\delta\Delta$ переходит во второй порядок малости по сравнению с $\sum \bar{\Delta} f$. Это полностью оправдывает допущенный прием, особенно если не рассматривать случаев весьма малых радиусов кривизны эвольвенты. Но подобные радиусы недопустимы и по иным соображениям (удельное давле-

ние, удельное скольжение—см. § 6, гл. I), и в настоящее время их избегают, применяя методы корригирования зубьев.

Считая таким образом доказанным наше положение о близости „действующей ошибки“ к реальным условиям при наличии ошибок $\bar{\Delta}r_{01}$ и $\bar{\Delta}r_{02}$ на некотором конечном участке (что и приводит к накоплению $\bar{\Delta}f$), отметим по формуле (5) или (5а), что строгость этого приближения возрастает: а) с уменьшением $\sum \bar{\Delta}f$; б) с увеличением $m(z_1 + z_2) \sin \alpha$. Первое показывает, что наши построения тем точнее, чем точнее передача. Это существенно с точки зрения необходимости более строгого исследования более точных передач. Второе говорит об естественной зависимости от радиусов кривизны.

Кроме того, необходимо отметить, что особо интересными, с точки зрения наиболее сильного влияния на „ i “, являются ошибки разных знаков (для δr_{01} и δr_{02}). Но именно в этом случае $\sum \bar{\Delta}f_{\phi} - \sum \bar{\Delta}f_0$ приобретает наименьшее



Фиг. 161.

значение, т. е. именно здесь „действующая ошибка“ особенно точно соответствует истинной картине, поскольку сход линий зацепления на обеих шестернях будет протекать в общем направлении.

Иные соотношения получаются соответственно „теоретической ошибки“, предполагающей, что передача вращения от одного колеса другому происходит через точки, неизменно лежащие на теоретической линии зацепления (фиг. 158, б). Если

точка контакта не отходит заметно от заданной линии зацепления, как то имело место при более или менее пропорциональных ошибках обеих основных окружностей (например, по фиг. 159, б), картина получается весьма близкой к фактической. Зато если ошибки профилей имеют разные знаки, так что линия зацепления смещается из xx в $x'x'$ (фиг. 161), картина сильно искажается. Действительно „теоретические“ ошибки обоих сопряженных профилей (данных на фигуре жирным) как бы компенсируются; наоборот, ошибка передачи — максимальна, так как одна из основных окружностей возросла настолько, насколько уменьшилась другая (изменение соотношения плеч максимально). Следовательно, пользование методом „теоретической“ ошибки ведет к наибольшим погрешностям именно тогда, когда желательна наибольшая точность.

На основании изложенного как реальный фактор нами принимается именно „действующая“, а не „теоретическая“ ошибка и к ней производятся все приведения различных ошибок передачи.

Впрочем, следует оговориться, что в тех случаях, когда по роду приборов (кромочные наконечники) или из иных соображений прихо-

Сопоставление обеих формул показывает известную разницу в течении обоих процессов, которая становится еще яснее при сопоставлении первых производных.

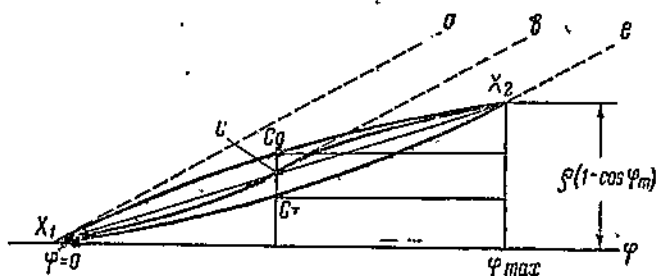
$$x_{\partial}' = \rho \cdot \sin(\varphi_{\max} - \varphi) \quad (8)$$

$$x_T' = \frac{\rho \cos \varphi_{\max} \sin \varphi}{\cos^2 \varphi} = \rho \frac{\cos \varphi_{\max}}{\cos \varphi} \operatorname{tg} \varphi. \quad (9)$$

x_{∂}' — является функцией убывающей, так как убывает $(\varphi_{\max} - \varphi)$; следовательно, первообразная x_{∂} лежит выпуклостью кверху; наоборот, $\frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos \varphi}$, следовательно, и x_T' возрастает с увеличением φ , что показывает на вогнутость первообразной x_T .

Пределы, в которых этой разницей можно пренебрегать, явствуют из следующего.

Полученные выше соотношения для произвольных показывают, что наибольшего их значения следует искать: для первой — близ $\varphi = 0$, для второй — близ $\varphi = \varphi_{\max}$.



Фиг. 163.

Это дает:¹

$$\left. \begin{aligned} x_{\partial}'_{\max} &= \rho \sin(\varphi_{\max} - 0) = \rho \sin \varphi_{\max} \approx \rho \varphi_{\max} \\ x_T'_{\max} &= \rho \frac{\cos \varphi_{\max}}{\cos \varphi_{\max}} \operatorname{tg} \varphi_{\max} \approx \rho \varphi_{\max} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

С другой стороны, минимальные значения соответственно будут:

$$\left. \begin{aligned} x_{\partial}'_{\min} &= \rho \sin(\varphi_{\max} - \varphi_{\max}) = 0 \\ x_T'_{\min} &= \rho \frac{\cos \varphi_{\max}}{\cos 0} \operatorname{tg} 0 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Это показывает, что приближенное течение обеих кривых можно считать как бы зеркальным относительно средней линии, т. е. относительно прямой, связывающей точки ординат $x_1 = 0$ и $x_2 = \rho(1 - \cos \varphi_{\max})$ в системе координат, где абсциссой является угол поворота φ или время t (фиг. 163). Соответственно этому, наибольшего расхождения кривых x_T

¹ Обращаем внимание на то, что: 1) речь идет о наибольших значениях, а не о максимумах в математическом смысле, которые здесь отсутствуют, так как первообразная в обоих случаях возрастает на всем участке; 2) речь может идти о нахождении производных лишь близ крайних точек, но не в них самих, так как наличный здесь излом первообразной делает величину производной неопределенной.

и x_d надо искать в средней части, т. е. близ $\frac{\varphi_{\max}}{2}$. Это расхождение определяется на основе формул 6 и 7:

$$\begin{aligned} c_d c_T = x_{d \text{ сред.}} - x_{T \text{ сред.}} &= \left[\rho \cos \left(\varphi_{\max} - \frac{1}{2} \varphi_{\max} \right) - \rho \cos \varphi_{\max} \right] - \\ &- \left[\rho \frac{\cos \varphi_{\max}}{\cos \frac{1}{2} \varphi_{\max}} - \rho \cos \varphi_{\max} \right] = \rho \frac{\cos^2 \frac{\varphi_{\max}}{2} - \cos \varphi_{\max}}{\cos \frac{\varphi_{\max}}{2}} = \\ &= \rho \frac{\cos^2 \frac{\varphi_{\max}}{2} - 2 \cos^2 \frac{\varphi_{\max}}{2} + 1}{\cos \frac{\varphi_{\max}}{2}} = \\ &= \rho \frac{\sin^2 \frac{\varphi_{\max}}{2}}{\cos \frac{\varphi_{\max}}{2}} \approx \rho \left(\frac{\varphi_{\max}}{2} \right)^2; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{x_{d \text{ сред.}} - x_{T \text{ сред.}}}{x_{d \text{ сред.}}} &\approx \frac{\left(\frac{\varphi_{\max}}{2} \right)^2}{\cos \frac{\varphi_{\max}}{2} - 2 \cos^2 \frac{\varphi_{\max}}{2} + 1} \approx \\ &\approx \frac{\left(\frac{\varphi_{\max}}{2} \right)^2}{2 - 2 \cos^2 \frac{\varphi_{\max}}{2}} = \frac{1}{2}. \end{aligned} \quad (13)$$

Формулы 10—13 говорят следующее:

Полная величина ошибки не зависит от того, под какую концепцию мы ее подводим, но в середине ее нарастания получаются различные значения в зависимости от того, исходит ли построение из картины «действующей ошибки» или из картины «теоретической ошибки».

При этом в середине нарастания отношение действующей ошибки к теоретической достигает двух. Если хотят, чтобы данная разница уходила в следующий десятичный порядок по сравнению с теми «средними» ошибками, в которых считают существенной не только их величину, но и кривую их нарастания, требуется, очевидно, чтобы резкие местные ошибки рассмотренного вида по величине не превосходили $\sim 20\%$ от таких «средних» ошибок. Практически это требование выполняется обычно с избытком, и показания эвольвентометров, измеряющих «теоретическую ошибку» (крючковым тастером) и «действующую ошибку» (тангенциальным тастером), никогда в практике не различаются.

Однако, с точки зрения эффекта ошибок, более интересными являются не сами полученные нами функции (формулы 6 и 7), но их первые и вторые производные. Для рассмотрения «предельного» случая мы видели (уравнения 10 и 11) равенство крайних значений первых производных с точностью до малых третьего порядка¹ (хотя и со взаимным сдвигом «максимумов»).

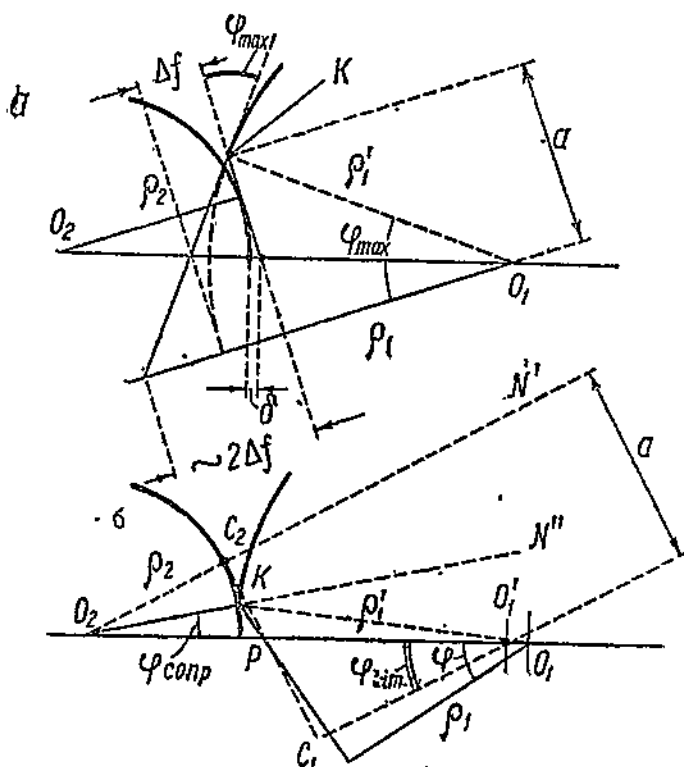
¹ $\operatorname{tg} x$ и $\sin x$ для малых углов совпадают до $\frac{x^3}{2}$.

Сказанным можно было бы ограничить сопоставление действующей и теоретической ошибок. Однако, в силу принципиального значения вопроса, несколько углубим исследование, введя в рассмотрение и влияние ошибки в реальном сопряжении с другой шестерней («фактическая ошибка»).

Смысл подобного углубления анализа заключается в том, что «фактическая ошибка» определяет кинематику и динамику передачи, тогда как по устройству зубомерных приборов в измерении выявляется только ошибка или действующая (тангенциальные мерительные наконечники), или теоретическая (кромочные наконечники), но никогда не фактическая.

§ 3. Условные ошибки (теоретическая и действующая) и истинный процесс

Проследим теперь возрастание истинной ошибки при сопряжении двух зубьев. Вначале процесс будет идти подобно теоретической ошибке,



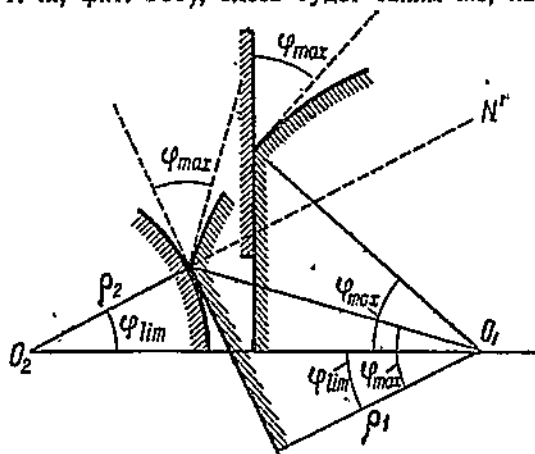
Фиг. 164.

с контактом по «срезу», с той лишь разницей, что сопряженный профиль будет отступать скорее, чем отступала бы точка, лежащая на теоретической линии зацепления, за счет схода с нее контактной точки

(д, фиг. 164, а). Это значит, что на этой стадии истинная кривая изменения x будет все время загнаться кверху от x_T . После перехода контакта за предел среза, т. е. когда при $\varphi \geq \varphi_{\text{lim}}^1$ (фиг. 164, б) начинает работать «кромка ошибки», т. е. точка K , процесс уподобится действующей ошибке, с той лишь разницей, что кривая x_ϕ , сначала более крутая, чем x_d , будет приближаться к ней по величине уклона по мере возрастания ординаты, что объясняется постепенным уменьшением φ сопряженного. Таким образом вся кривая расположится внутри даваемых $x_1 c_T x_2$ и $x_1 c_d x_2$ границ (фиг. 163).

При равенстве угла между профилями при переходе на «кромочное зацепление» (т. е. от первого процесса ко второму) углу φ_{max} , приращение x в единицу времени, отсчитанное по соответственным новым линиям зацепления ($O_2 N'$ и т. п., фиг. 165), здесь будет таким же, как в первый момент действующей ошибки. Пренебрегая сомножителем $\cos \varphi_{\text{lim}}$ по его близости к единице, можем отождествить эти изменения x в первые моменты работы «кромки ошибки» как для картины, исходящей из действующей ошибки, так и для истинного процесса. Но так как предельные уклоны действующей и теоретической ошибок примерно равны (см. выше, уравнения 16), можем заключить: максимальный уклон истинной кривой по фиг. 163, в средней части процесса входа ошибки в зацепление, примерно равен, по обе стороны точки перегиба (c), предельным уклонам любой из условных ошибок (касательные $x_1 a$, $c b$ и $x_2 e \sim$ параллельны). Поэтому истинную кривую можем практически принимать за плавную, как это показано на фиг. 163.

Нетрудно определить кривую x_ϕ более точно для любого заданного сочетания, например для $\rho_1 = \rho_2$. Здесь процесс перейдет от первого характера ко второму примерно при $\varphi = \frac{\varphi_{\text{max}}}{2}$ по равенству треугольников $O_2 P C_2$ и $O_1 P C_1$ (по фиг. 164, б). При ином соотношении ρ_1 и ρ_2 положение максимального уклона будет перемещаться внутри поля,



Фиг. 165.

¹ φ_{lim} определяется, очевидно, из соотношения $\varphi_{\text{lim}} \approx \text{tg } \varphi_{\text{lim}} = \frac{a}{\rho_1 + \rho_2}$ или, полагая, ввиду малой величины углов, $\cos \varphi_{\text{max}} = 1$:

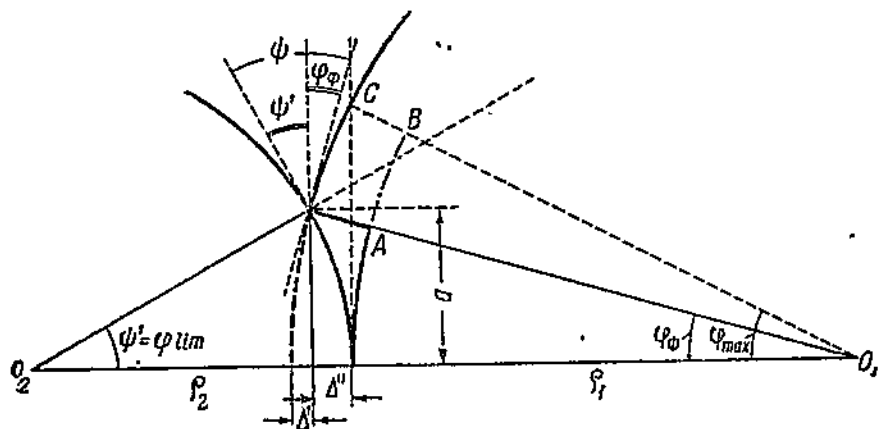
$$2 \frac{\bar{\Delta} f}{a} = \frac{a}{\rho_1}; \quad \varphi_{\text{lim}} = \frac{\sqrt{2 \rho_1 \bar{\Delta} f}}{\rho_1 + \rho_2}.$$

с приближением к теоретической ошибке по мере возрастания $\frac{\rho_1}{\rho_2}$ и, наоборот, — с приближением к действующей при относительном возрастании сопряженного радиуса ρ_2 .

При этом истинные ординаты кривой возрастания влияния ошибки всегда меньше таковых же для действующей ошибки и больше ординат, получаемых для теоретической.

Рассмотрим, наконец, случай мгновенного появления ошибки, т. е. когда вместо перехода профиля с правильного на ошибочный по прямой, касательной к одной из эвольвент, мы имеем уступ профиля (фиг. 166).

Из самого принципа действующей ошибки (смещение исходного контура от заданного ему в любой данный момент работы передачи положения) ясно, что при прямолинейном исходном контуре действующая



Фиг. 166.

ошибка исключает сопоставление вогнутых участков, где означенная вогнутость настолько велика, что пренебречь ею нельзя.

Однако даже в этом случае, в известных пределах, имеется возможность некоторого сопоставления истинного процесса с тем, который представляется согласно «действующей ошибке».

Из фиг. 166 видно, что после перехода искаженного профиля на работу «кромкой ошибки» процесс принципиально не отличается от уже рассмотренного, с той только разницей, что угол встречи профилей ψ определяется уже не углом максимальной ошибки $\varphi_{\max}$, но зависит от соотношения величины ошибки данного профиля с радиусами кривизны обоих сопряженных профилей.

По фиг. 166:

$$\psi = \varphi_{\phi} + \psi' \approx \frac{a}{\rho_1} + \frac{a}{\rho_2};$$

$$\frac{\Delta'}{a} \approx \frac{a}{2\rho_1}; \quad \frac{\Delta''}{a} = \frac{a}{2\rho_2};$$

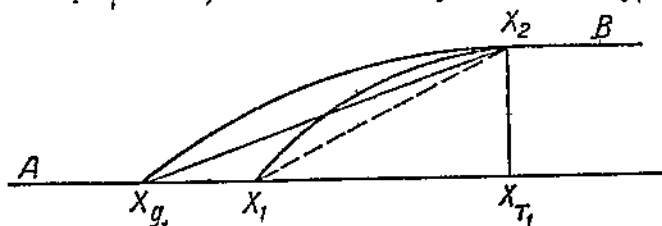
$$\Delta' + \Delta'' = \bar{\Delta}f; \quad \bar{\Delta}f = a^2 \left(\frac{1}{2\rho_1} + \frac{1}{2\rho_2} \right)$$

$$a = \sqrt{\frac{\Delta f 2 \rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}};$$

$$\psi = \frac{a}{\rho_1} + \frac{a}{\rho_2} = a \frac{\rho_1 + \rho_2}{\rho_1 \rho_2} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{\rho_1 \rho_2} \sqrt{\frac{\Delta f 2 \rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2 \Delta f (\rho_1 + \rho_2)}{\rho_1 \rho_2}}.$$
(14)

Из фиг. 166 (пунктир ABC) видно, что согласно действующей ошибке вступление кромки в сопряжение получается раньше, чем в действительности, тогда как угол встречи будет тем больше, чем меньше ρ_2 относительно ρ_1 . Таким образом течение процесса может быть выражено фиг. 167. Здесь $Ax_{\partial}x_2B$ —кривая действующей ошибки, Ax_1x_2B —кривая фактического процесса, тогда как уступ $Ax_{T1}x_2B$ —соответствует теоретической ошибке. Сопоставляя полученные диаграммы, можно отметить: 1) максимальные значения отдельных ординат получаются как и прежде (фиг. 163) для действующей ошибки, минимальные—для теоретической; истинная даст среднюю картину; 2) уклоны



Фиг. 167.

для истинной ошибки получаются несколько больше, чем для действующей, но все же сопоставимыми с последними. Наоборот, с теоретической ошибкой сопоставить их невозможно, поскольку для последней они обращаются в ∞ (в точке x_{T1} функция теряет однозначность). Так как подобная потеря однозначности не может иметь места в работе передачи¹ и так как кривая x_{∂} лежит выше других, видим, что и с этой точки зрения при выборе аналогии лучше остановиться на действующей ошибке, если уступ настолько мал, что позволяет применение аналогии вообще.

Для того чтобы определить интересующие нас пределы применимости, рассмотрим предварительно процесс фактической ошибки.

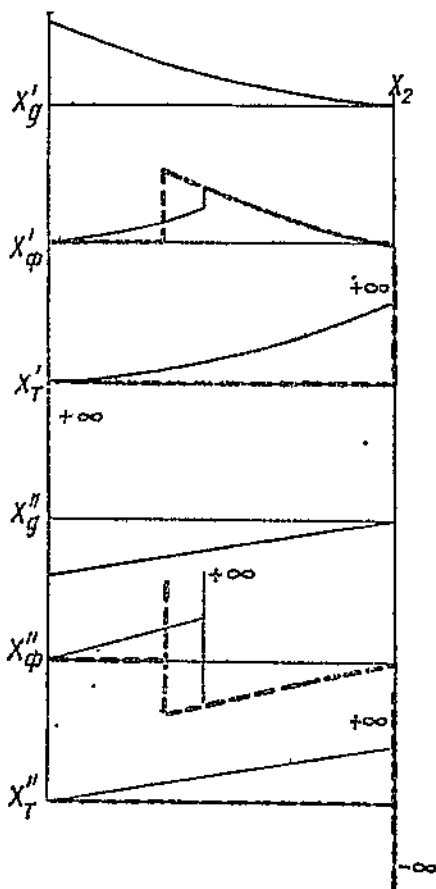
Как было отмечено, основным эксплуатационным требованием, из которого мы должны исходить, является возможно строгое сохранение постоянства i ; динамически это сводится к ограничению отдельных ускорений и связанных с ними инерционных усилий. Если возвратиться к кривым (фиг. 163 и 167), являющимся кривыми перемещений, то речь сводится, следовательно, ко вторым производным от них. Характер производных (первых и вторых) представлен на фиг. 168, где сплошные

¹ При подобном явлении передача должна была бы остановиться или сломаться, как остановится или сломается точечный тастер при достаточной величине уступа.

линии соответствуют случаю фиг. 163, а жирный пунктир — случаю фиг. 167. Индексы „ ∂ “, „ ϕ “ и „ T “ показывают, к какой концепции относится данная кривая.

Убеждаемся, что для теоретической ошибки (случай 2), где функция теряет однозначность в точке x_{T1}/x_2 , уже первая производная обращается в ∞ , тогда как для «действующей» и фактической ошибок такое мгновенное обращение в ∞ появляется во второй производной. Ясно, что в этих точках не только не применены логические и математические

построения, но что в них принципиально должно произойти разрушение зубьев по бесконечности действующих сил. Следовательно, встает вопрос о том, можно ли вообще говорить об этих точках. Вопрос решается относительно просто: или полная величина местной ошибки такова, что надо с этими мгновенными силами считаться, или она такова, что считаться можно только с некоторыми средними величинами. В первом случае не только прекращается всякая связь между ошибкой и ее действием, но и самая возможность какой бы то ни было работы шестерни становится более чем сомнительной, а разрушение зубьев — обязательным. Поэтому в качестве реального случая может приниматься только второй. Даже, если при первом сопряжении пары имеют место нарушающие процесс выбросы, то по самой несоразмерности сил, приработка, или же, наоборот, разрушение, должны произойти в кратчайший срок, т. е. практически мы можем говорить или о передаче негодной, или о передаче, подчиняющейся допущению в некоторых средних величинах мгновенных ускорений за счет действия местных ошибок. «Некоторая средняя величина» не должна пониматься здесь как обязательно средняя для всего периода



Фиг. 168.

действия ошибки, но лишь как обязательно пропорциональная таковой. Например, если средние за весь период величины эффекта местных ошибок a, b, c , будут $\bar{ja}, \bar{jb}, \bar{jc} \dots$, принимаемые величины могут быть $K\bar{ja}, K\bar{jb}, K\bar{jc} \dots$, где K — коэффициент пропорциональности, т. е. равенство средних ускорений принимается за равенство истинных ускорений. При $K=1$ эффект ошибки берется средним за весь период ее вступления в действие, что легко представить себе в виде

следующей аналогии. Обратим процесс, представленный на фиг. 164, 165 и 166, т. е. пусть ошибка выходит из зацепления. Тогда положительные ускорения будут конечными, отрицательные — бесконечными. Принятие средних величин $j_a, j_b, j_c \dots$ эквивалентно допущению, что эффект местных ошибок не зависит от направления вращения, допущение обычно принимаемое без оговорок, как законное и необходимое¹. Однако даже при $K \neq 1$ вопрос принципиально не усложняется и требует лишь экспериментального вывода величины K . Но связь между средними величинами по действующей и фактической ошибкам может быть всегда хотя бы приближенно установлена через учет ρ_1 и ρ_2 или $\sim \rho_1$ сред. и ρ_2 сред., т. е. даже подобные, казалось бы затрудняющие обстоятельства, фактически не осложняют дела. Речь о всех подобных различиях и их приведениях может идти лишь с принципиальной точки зрения и совершенно отпадает практически. Для примера достаточно указать, что если по фиг. 163 принять кривые для простоты за параболы, то среднее их расхождение не превысит 10% от всей величины местной ошибки. Поскольку мы уже установили, что эта ошибка может быть лишь малой, по сравнению с ошибкой, накапливаемой по профилю, можно заранее сказать, что в большинстве случаев эта средняя разность выйдет даже за пределы собственных ошибок измерительного прибора. Это подтверждается и практикой, не различающей ошибок по роду применяемых мерительных наконечников². На основании изложенного мы можем в дальнейшем говорить о действующей ошибке в обобщенном смысле, т. е. не вводя различия между той условной „действующей ошибкой“ в узком смысле, которая определяется сопряжением исходного контура и «фактической», определяемой сопряженной шестерней.³

Исходя из изложенного, учитываем для местных ошибок лишь некоторый средний эффект (с коэффициентом K или без него), т. е. дробя процесс до любой произвольно малой величины времени, но без учета предельного случая превращения этой величины в ноль⁴, автоматически получаем плавное течение первообразной (за исключением случая «теоретической» ошибки).

Во всех выкладках настоящего параграфа мы исходили из вращения искаженного профиля, вокруг неподвижной точки 0, т. е. точки касания линии зацепления с основной окружностью.

Чтобы вплотную подойти к реальным условиям, при которых в работе происходит разворачивание профильных эвольвент, достаточно предположить одновременное с рассмотренным процессом равномерное пере-

¹ См. также, например, опыты Lewis — Buckingham.

² В измерениях профиля переход к „фактической“ ошибке не представляет труда, достаточно иметь к эвольвентомеру (желательно по типу II согласно фиг. 153) небольшой набор мерительных наконечников, промежуточных между точечным и тангенциальным (например $r = 4, 10, 25$), чтобы измерения производились при сопряжении с радиусом кривизны, достаточно близким к будущим условиям действительного сопряжения. Однако отсутствие целесообразности подобного приема ясно из текста.

³ Аналогично тому, как практически не различают профили, обработанные гребенкой и долбяком.

⁴ Если этот отрезок времени настолько мал, что мы вынуждены от исследования сил перейти к исследованию их суммарных импульсов (например K велико), дело принципиально не меняется, однако подобное исследование (удара) нами здесь не предусматривается.

смещение центра O вдоль линии зацепления, что для всех предыдущих рассуждений не внесет ничего кроме дополнительной постоянной слагающей, не играющей роли с точки зрения проведенного исследования.

Выводы и заключения

1. Общепринятое абсолютное отождествление ошибок, сказывающихся в работе передачи, и ошибок, выявляемых измерением, является лишь следствием отсутствовавшего анализа этого вопроса.

2. Ошибки, выявляемые измерением, в зависимости от рода применяемых наконечников, относятся, по вводимой терминологии, или к категории «действующих», или к категории «теоретических», но не к категории «фактических». (Смещение различных видов наконечников в одном приборе не приближает вскрываемой ошибки к «фактической»)

3. Действующая ошибка, вскрываемая тангенциальным мерительным наконечником (зацепление с исходным профилем), приводит к происхождению ошибок профиля колеса за счет ошибок радиуса его основной окружности.

4. Теоретическая ошибка, вскрываемая кромочным мерительным наконечником (точечное зацепление), приводит к дополнительным поворотам основной окружности относительно тела колеса.

5. Согласно п. 2 необходимо определить, которая из условных ошибок: действующая или теоретическая, ближе к фактической, и насколько вообще законна неизбежная замена последней одной из условных ошибок.

6. Анализ вопроса подтверждает допустимость практического отождествления всех трех видов ошибки, хотя и опровергает общепринятую предпосылку об их органическом тождестве.

7. Тот же анализ показывает, что для углубленного исследования ошибок и их действия предпочтительно отождествление фактической ошибки с действующей, а не с теоретической, так как:

а) при плавном течении ошибки разница между фактической и действующей ошибкой не только уходит в высший порядок малости, по сравнению с самой ошибкой (формулы 5, 5а), но еще уменьшается по мере увеличения ошибки передачи за счет суммирования ошибок единичных шестерен;

б) при неплавных местных ошибках кривая действующей ошибки лежит выше кривой фактической ошибки, тогда как кривая теоретической лежит ниже последней;

в) даже в неустановленных практикой случаях, когда отождествление «условных» ошибок с фактической было бы недопустимо, между действующей и фактической ошибками и их действием может быть найден переходный коэффициент, тогда как между фактической и теоретической такого коэффициента выведено быть не может;

г) как действующая ошибка в введенном выше узком значении, так и фактическая ошибка есть лишь частные случаи действующей ошибки в широком смысле (зацепление с исходным или с сопряженным профилем)¹; единственное отвлечение, заключающееся

¹ См. примечание 2 к стр. 140.

в подобном обобщении, состоит в неучете числа зубьев сопряженной шестерни, причем рейка рассматривается как шестерня с $z = \infty$;

д) наоборот, точечное зацепление, на котором базируется «теоретическая» ошибка, практически является чистой абстракцией.

8. На основании отождествления п. 7, в частности — на базе обобщения, даваемого в подпункте „г“, действующая ошибка в широком смысле может метрологически выявляться «тангенциальным» тастером, радиус кривизны которого можно брать не только бесконечно-большим, но и конечным; однако, последний вариант практически отпадает в силу того, что достигаемые уточнения не выходят обычно за границы самой точности измерения¹.

9. Действующая ошибка является по своей природе (добавочные перемещения исходного или сопряженного контура) непрерывной однозначной функцией угла поворота; наоборот, «теоретическая» ошибка такой функцией может и не быть. При допущенных в отношении величины и характера действия местных скачкообразных ошибок ограничениях, кривая действующей ошибки имеет две непрерывных производных, почему и может служить базой для обобщенного математического анализа.

10. В случае наличия сильных износов или шероховатостей (вогнутые участки), подлежащих специальному исследованию, кромочный тастер, выявляющий «теоретическую» ошибку, может, в противоположность общему случаю, оказаться более подходящим для измерений. Однако реальные условия зацепления и здесь, как правило, остаются ближе к действующей, а не к теоретической ошибке.

11. На основании пп. 1—10 «действующая» ошибка зацепления может быть признана параметром, который, будучи непосредственно вскрываем измерениями, является наиболее подходящим для приведения к нему всех возможных погрешностей передачи.

§ 4. Понятие о приведенной ошибке зацепления

До сих пор мы разбирали ошибки единичного профиля. Однако реальная шестерня состоит не из одного непрерывного профиля, но из ряда отдельных эвольвентных участков, расположенных на одноименных сторонах последовательных зубьев (обратный профиль пока не рассматривается).

Наша ближайшая задача — показать, что такая разбивка эвольвенты на ряд участков не вносит ничего принципиально нового, и что в исследовании эти участки могут быть воссоединены в общую кривую, которая заменит отдельные профили. Ошибки этой искусственно воссозданной кривой и будут теми «приведенными» ошибками, к которым мы можем перейти в исследовании, вместо изучения погрешностей отдельных элементов.

Для простоты изложения введем сначала несколько допущений, а затем рассмотрим отдельно влияние этих допущений.

Допущения будут следующими:

Шестерни являются неревверсивными и рассмотрение сосредоточено только на сопряженных одноименных профилях пары.

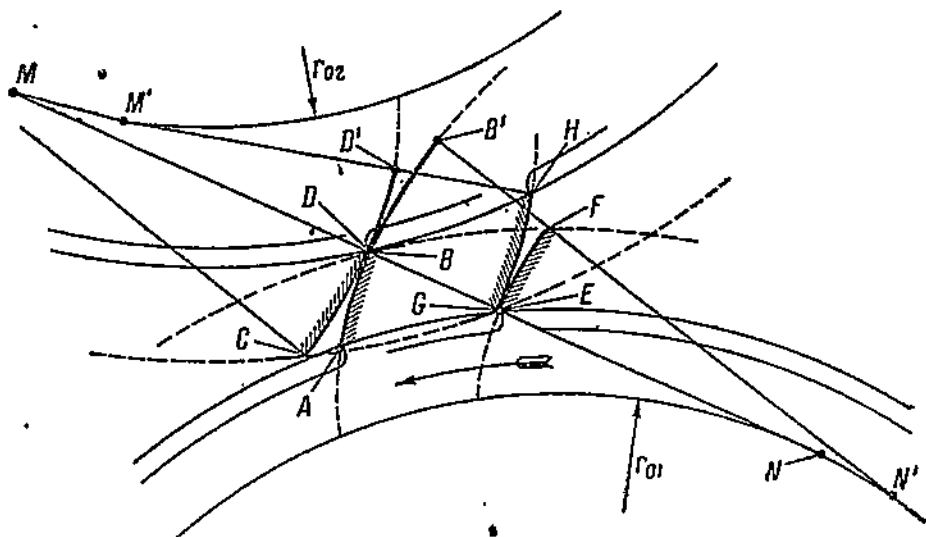
¹ Поэтому действующую ошибку в узком смысле, в отличие от обобщенной действующей ошибки, можно условно называть «метрологической действующей ошибкой».

Степень перекрытия $\varepsilon = 1$, т. е. каждый последующий зуб вступает в работу только после предыдущего.

Зубья являются абсолютно жесткими, т. е. не деформирующимися под нагрузкой.

При этих допущениях мы получаем картину фиг. 169, где изображен момент выхода из зацепления пары $AB|CD$ и входа в него пары $EF|GH$.

Если обе шестерни в данном положении по линии зацепления MN имеют точно равный основной шаг, то принципиально абсолютно ничто не изменилось бы геометрически,¹ если бы зацепление продолжалось по первым эвольвентам ABB' и CDD' , а не переходило на эвольвенты EF и GH , т. е. если бы профили EF и GH были удалены вовсе с соответственным удлинением эвольвент AB и CD до B' и D' , т. е. до точек, лежащих на касательных FN' и HM' соответственно.



Фиг. 169.

Применяя такое рассуждение ко всем последовательным зубьям, мы можем с полным правом для всех чисто геометрических выкладок «складывать» все одноименные профили в одну общую эвольвенту $ABC'D'E'F'$ как это представлено на фиг. 170, а.

Теперь предположим наличие ошибки основного шага при измерении его по пограничной нормали, по которой происходит подмена последовательных профилей.

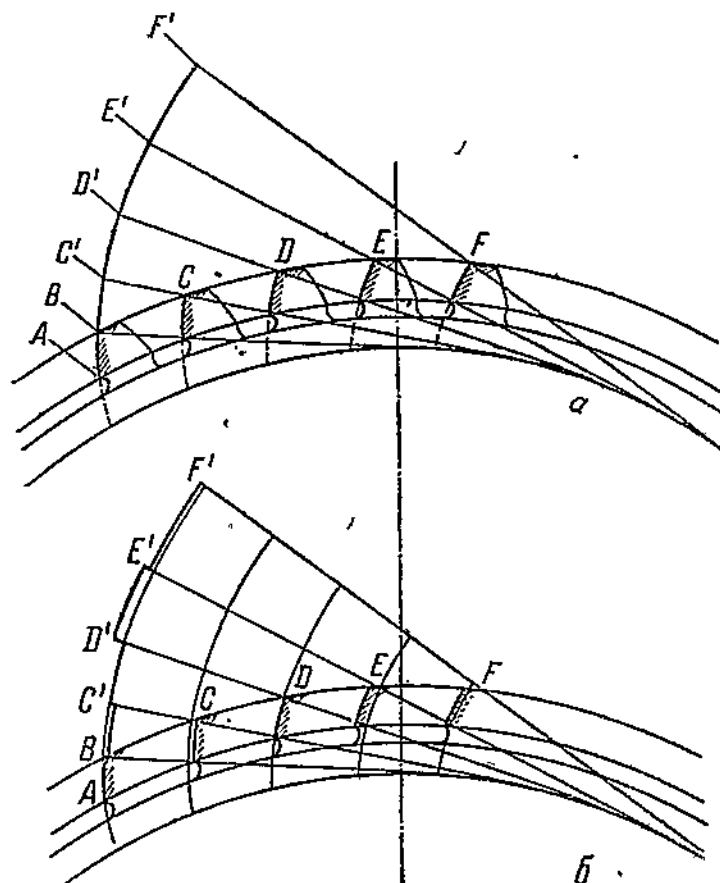
Тогда охарактеризованное приведение зубьев к единому профилю даст картину фиг. 170, б, где ошибки основного шага скажутся в виде изломов (ступеней) приведенного профиля, как то явствует из сопоставления с изображенным тонкими линиями приведением теоретически идеальной шестерни на том же чертеже. Сама форма уступов нами пока

¹ Скольжение относится к факторам кинематическим. Условность подобного разделения геометрии и кинематики совершенно несущественна с точки зрения разбираемой задачи координации ошибок.

не рассматривается; приведение, исключительно из соображений удобства и наглядности чертежа, делается по теоретическим линиям зацепления, т. е. по принципу «теоретической ошибки».

Если отдельные профили имеют погрешности, общая картина изображается фиг. 171.

Из самого принципа приведения профилей, равно как из схем этого приведения (фиг. 169, 170, 171) ясно, что его надлежит делать по соот-



Фиг. 170.

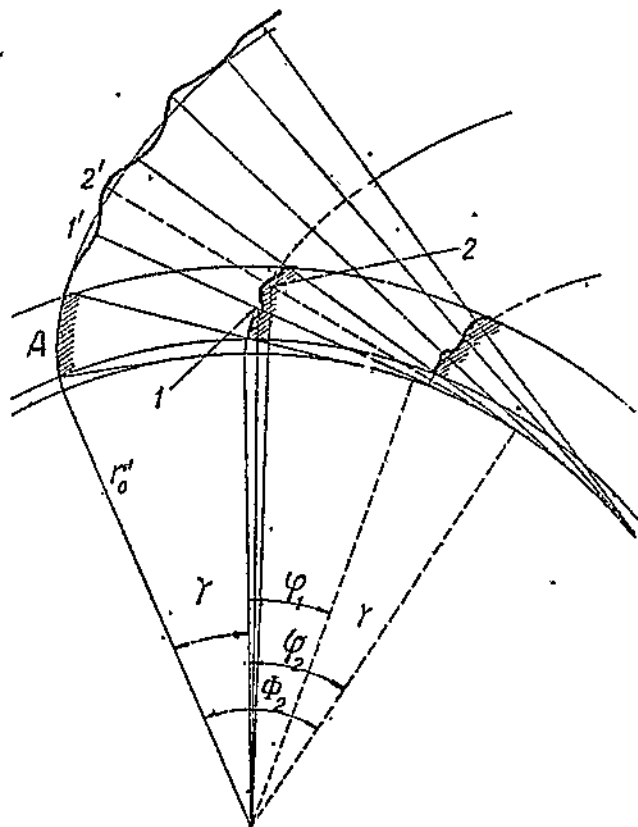
ветствующим центральным углам. Это значит, что, приводя профиль « n » к профилю « k », надлежит к углу развернутости φ_x данной точки x профиля n прибавить угол развернутости $\gamma(n-k)$, где γ — угловой шаг, и отсчитывать его от того же радиуса r_0' , что профиль k , к которому делается приведение $\Phi_x = \varphi_x + \gamma(n-k)$ (см. фиг. 171, где приведение точек 1, 2 к профилю A даст $1'$, $2'$).

Диаграмма приведенных ошибок будет иметь вид: $\bar{\Delta}F = F(\Phi_x)$ подобно тому, как диаграмма ошибок единичного профиля имеет

вид: $\bar{\Delta}f = F_I(\varphi_x)$. Вместо углов развернутости: единичного φ и приведенного Φ , в качестве аргумента можно брать соответственные дуги развернутости по основной окружности, или, что то же самое — длины развернутости: $l_0 = r_0 \varphi$; $L_0 = r_0 \Phi$, т. е.

$$\bar{\Delta}f = F_{II}(l_{0x}); \quad \bar{\Delta}F = F_{III}(L_{0x}).$$

Аргумент Φ , φ удобен, очевидно, для составления полярных диаграмм (фиг. 172, а), тогда как L_0 , l_0 — для диаграмм в декартовых координатах



Фиг. 171.

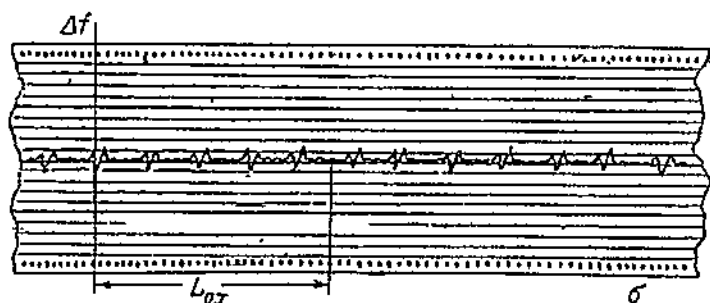
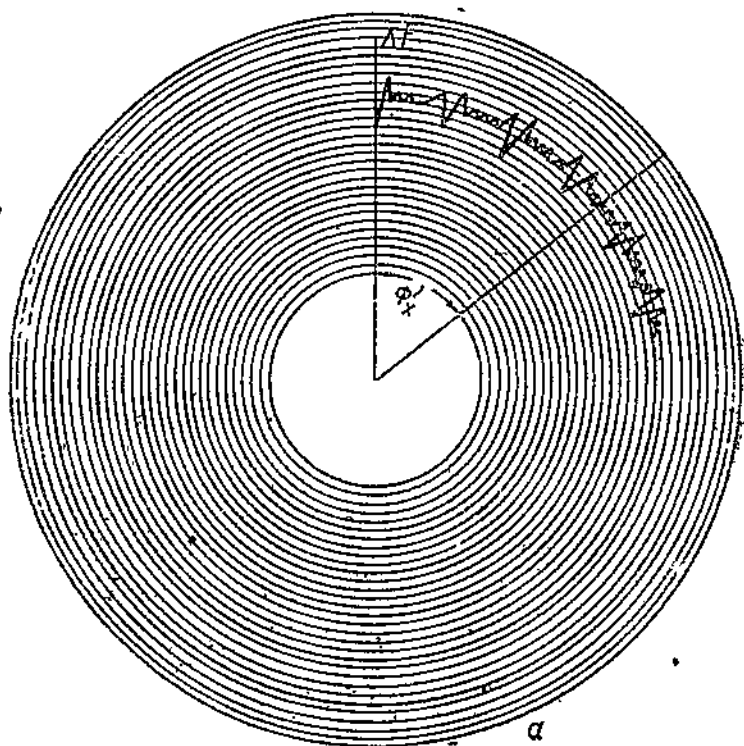
(фиг. 172, б), тем более, что $\bar{\Delta}f = F_{II}(l_0)$ автоматически дается эвольвентомерами.

Необходимо отметить, что последнее является достоинством эвольвентомеров, а не их недостатком, как то нередко думают ¹.

¹ См., например, „Werkstattstechnik“ № 19, 1935, где предложен сложный параболический „выпрямитель“ для получения координаты по высоте зуба:

$$\bar{\Delta}f_x = F_{IV}(h_x).$$

Оставляя даже в стороне рассматриваемые вопросы приведения, следует помнить преимущество подобного параметра по его соответствию рабочим условиям передачи. В частности, это весьма выпукло выявляется в вопросе сопоставления сопряженных профилей, к которому и переходим.

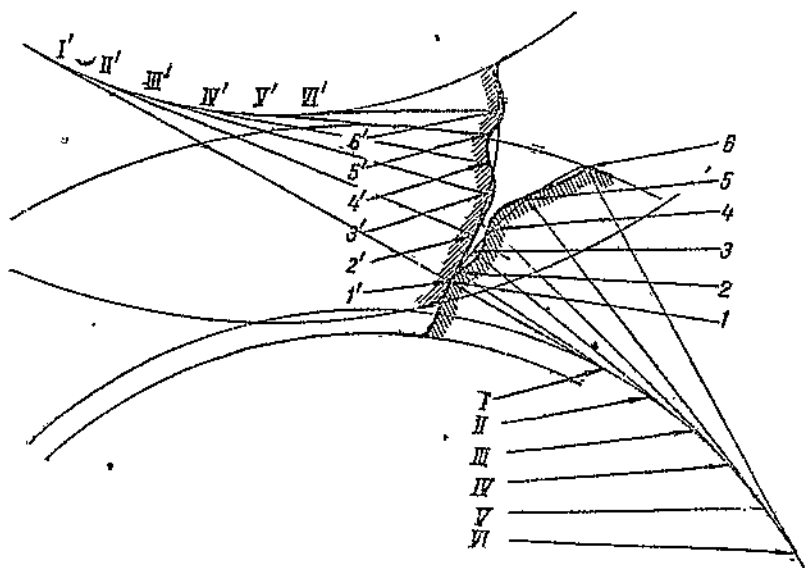


Фиг. 172.

§ 5. Сопоставление ошибок двух сопряженных профилей

В силу наличия скольжения между сопряженными профилями каждая точка одного профиля, грубо говоря, касается последовательно некоторого участка другого. Однако в вопросах погрешностей это можно

принимать во внимание лишь при исследовании чистоты поверхности; что же касается ошибок как таковых, то, учитывая достаточную плавность профилей, от этого можно отвлечься и принять, что точки обоих профилей сопрягаются между собою попарно. Из свойств эвольвентного зацепления известно, что единственным параметром, который, с одной стороны, однозначно связан с соответственными точками профиля, а с другой, — сохраняет в работе не только постоянство, но и равенство для обеих шестерен, является развертывание основной окружности или окружный путь, проходимый точками обоих таких окружностей. Следовательно, для сопоставления диаграмм ошибок двух сопряженных профилей, выраженных как функции некоторой общей для обоих



Фиг. 173.

независимой переменной, в качестве последней должна быть взята именно длина дуги развернутости основной окружности. Так, по фиг. 173 сопрягающиеся между собою точки 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 1', 2', 3', 4', 5', 6', будучи отнесены к соответственным точкам основных окружностей (I, II, III . . . I', II', III' . . .), автоматически приводятся к общей абсциссе по взаимному равенству дуг I, II и I' II' и т. д.

Так как сопрягающиеся профили всегда одноименны¹, эвольвентомер дал бы для профилей 1—6 и 1'—6' (фиг. 173) соответственно диаграммы A и B (фиг. 174), которые оказываются развернутыми в обратных направлениях (см. стрелки на фиг. 174, указывающие последовательность входа в зацепление). С другой стороны, необходимо учесть, что в работе ошибки сопряженных профилей складываются алгебраически.

¹ Одноименными профилями двух разных шестерен являются такие, которые имеют общее направление развертывания (т. е. либо оба по часовой стрелке, либо оба — против нее).

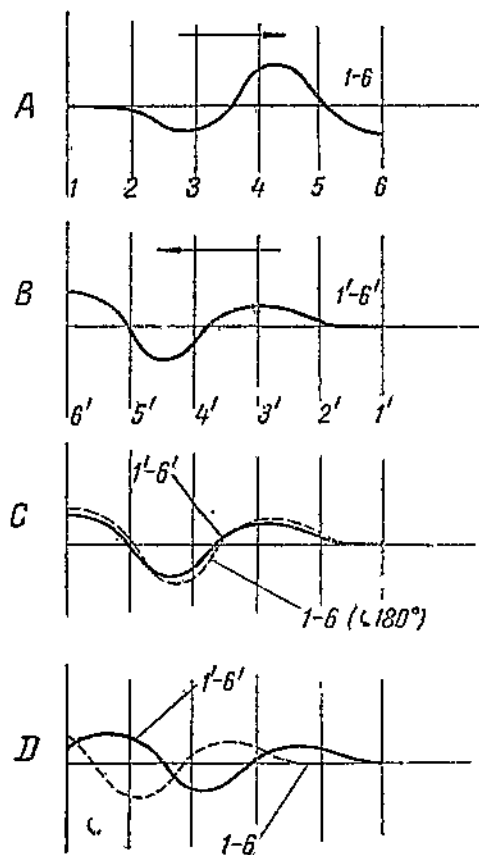
чески, т. е. при наличии положительной ошибки на одном из них желательна отрицательная ошибка на соответственном месте другого. Отсюда следствие:

Для того чтобы судить о качестве сопряжения двух неточных профилей, следует диаграмму одного из них повернуть на 180° в собственной плоскости и сравнить с диаграммой другого. Чем ближе совпадут кривые, тем лучше сопрягаются профили.

Практически эта задача может быть решена еще лучше и проще: диаграмма второго профиля снимается непосредственно на перевернутую на 180° диаграмму первого. Совпадение или «параллельность» кривых служит доказательством правильности сопряжения, несмотря на все (в разумных пределах) искажения: при подобной операции необходимо лишь предусмотреть, чтобы точки, соответствующие начальной окружности, точно совпадали бы по оси абсцисс для обеих диаграмм, что довольно легко достигается соответственной поперечной установкой эвольвентомера.

Подобная комбинированная диаграмма для профилей фиг. 173 дана на фиг. 174, C и показывает весьма неплохое сопряжение, несмотря на грубость ошибок обоих профилей порознь.

Именно такой «взаимной подгонкой» ошибок и объясняется, в первую очередь, улучшение шестерен в приработке, несмотря на ухудшение формы единичных профилей как таковых. Однако отсюда же следует, что приработка, произведенная на одном межцентровом расстоянии (фиг. 174, C) может оказаться бесполезной и даже вредной на другом, что видно из взаимного смещения диаграмм по направлению оси абсцисс (фиг. 174, D). Это, конечно, необязательно, так как приработка даст и рассмотренный выше эффект смягчения местных ошибок, сохраняющийся и при изменении межцентрового расстояния. Таким образом окончательный результат приработки при измененном межцентровом расстоянии может быть весьма различен в зависимости от того, что являлось основным дефектом до нее: плавные ошибки накопляющегося характера или мелкие «скачкообразные».



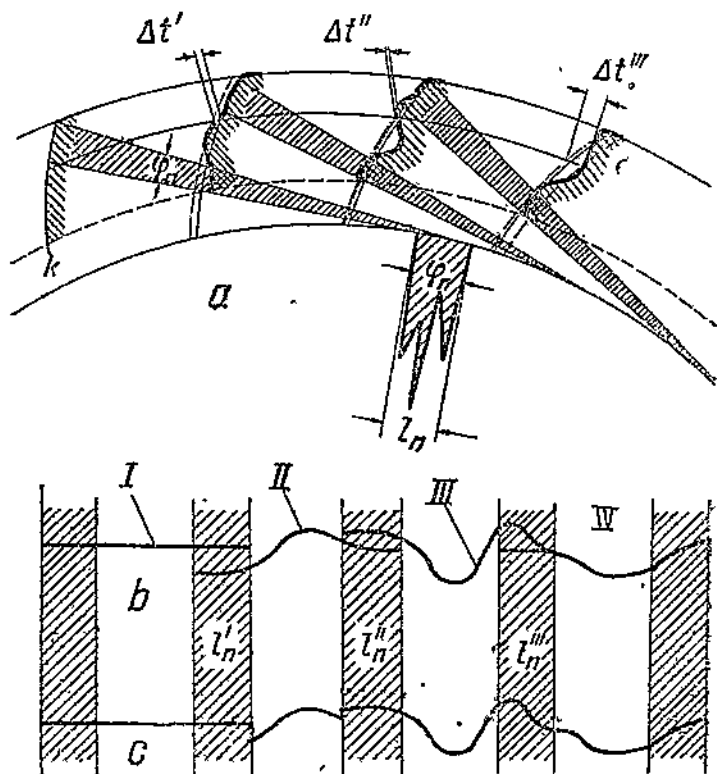
Фиг. 174.

§ 6. Применение полученных результатов к условиям, соответствующим реальной передаче.

После всего изложенного в наши рассуждения можно внести поправки, компенсирующие сделанные выше допущения об одноименности профилей, отсутствии перекрытия их и о полной жесткости зубьев; и тем самым перейти к условиям реальной передачи.

Обратные профили

Все приведенные выше рассуждения можно с равным успехом отнести как к правым, так и к левым профилям. В реверсивной передаче как те, так и другие могут явиться рабочими, и следовательно здесь



Фиг. 175.

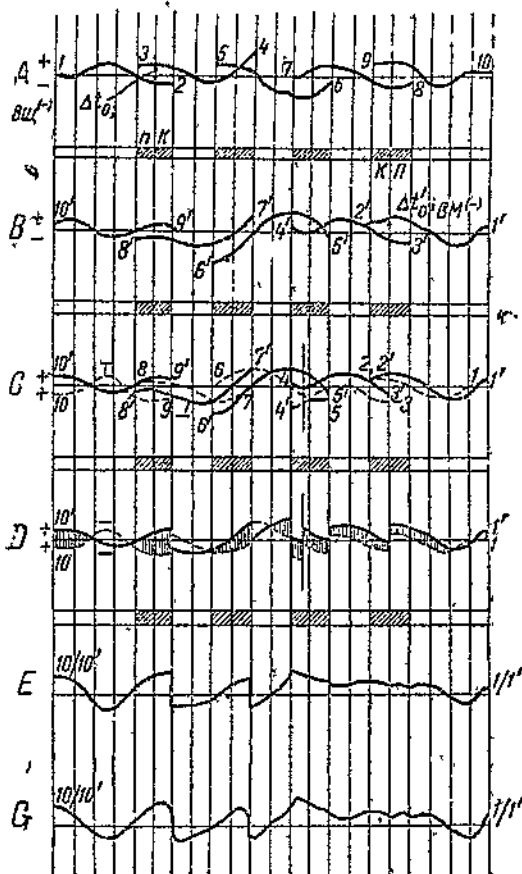
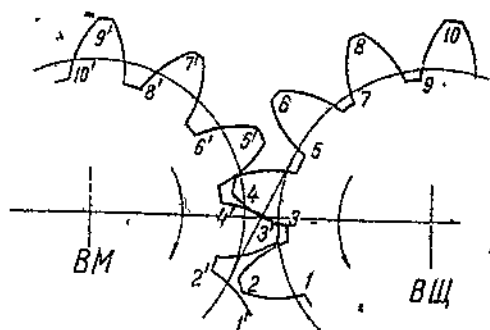
одинаково интересна приведенная ошибка по обоим разноименным профилям. Независимо от реверсивности передачи суммарная приведенная ошибка по обоим линиям зацепления, т. е. по рабочей и холостой, непосредственно отражается на величине зазора. Поскольку таковой играет не столь существенную роль, как прямые ошибки зацепления, здесь

можно с равным правом допускать как измерения по «обратному» шагу, так и непосредственно по толщине (отдавая в последнем случае преимущество тангенциальным зубомерам, как накладываемым именно по обеим взаимно соответственным линиям зацепления).

Степень перекрытия

При $\epsilon > 1$ реальная ошибка зацепления определяется на участке перекрытия более выдающимся вперед из двух «перекрывающихся» профилей. Таким образом, если мы имеем по фиг. 175, *б* диаграммы ошибок нескольких последовательных профилей: I, II, III, IV с ошибками окружного шага $\Delta l'$, $\Delta l''$ и т. д. относительно первого (произвольного) профиля, взятого за базисный, и с ошибками профиля Δf , то приведение дает картину фиг. 175, *с*.

Диаграмма типа фиг. 175 дает непосредственную возможность установления приведенной ошибки не только для единичной шестерни, но и для пары, как то показано на фиг. 176, где в *А* дана диаграмма ошибок шестерни 1, а в *В* — шестерни 2. На фиг. *С* дается их сопоставление по образцу фиг. 174 для каждой пары профилей¹ с выделением жирным взаимовыступаю-



Фиг. 176.

¹ Для того чтобы иметь право переворачивать, как то сделано на чертеже, одну из диаграмм целиком (а не по отдельным профилям), необходимо в отдельных диаграммах (фиг. *А* и *В*) следовать одной и той же последовательности зубьев в отношении к их очередности вступления в работу. Переворачивать можно любую из диаграмм.

щих, т. е. определяющих зацепление профилей на участках перекрытия. Фиг. 176 D выделяет лишь эти действующие части профилей, причем заходящие друг на друга участки заштрихованы. Приведение к выровненной абсциссе дано на фиг. 176 E, на которой видно, что первые зубья дают значительно лучшее сопряжение, чем последние (диаграммы C, D, E, соответственно тому, что при составлении диаграммы C, из двух первичных диаграмм, обращена была диаграмма A, а не B, читаются справа налево). Как было указано, построение диаграмм велось из соображений простоты чертежа по методу теоретической ошибки (построение по методу действующей ошибки требовало бы учета схода линий зацепления из заданного положения). Этим и объясняются «уступы» приведенного на диаграмме профиля. Если бы построение велось по действующей ошибке так, как она нами принята, диаграмма приобрела бы характер фиг. 176, G.

Диаграммы этого типа получаются автоматически на приборах Заурера¹ с той лишь разницей, что там они даются в полярных координатах.

Деформация зубьев

До сего времени мы рассматривали лишь чисто геометрическую картину сопряжения шестерен. В работе передачи к этим факторам присоединяется влияние деформации зубьев под нагрузкой.

Очевидно, что постоянная слагаемая суммарной деформации, т. е. деформации изгиба и контактного смятия обоих сопряженных зубьев, создающая как бы только первоначальное сближение сопряженных зубьев, не отражается на плавности передачи, и влияние на последнюю оказывает лишь переменная слагаемая, т. е. изменение величины этой деформации в работе. Это обстоятельство показывает, что погоня за высокой жесткостью зубьев далеко не всегда достаточно обоснована, тем более, что даже в нерассматриваемых здесь вопросах удара роль играет не геометрическая величина, а энергия деформации.

Если бы мы имели теоретическую или экспериментальную диаграмму деформаций, то, вычтя² такую из диаграммы ошибок приведенных профилей, мы получили бы диаграмму рабочей плавности зацепления. Наоборот, получив непосредственно диаграмму последней соответственно поставленным экспериментам и вычтя ее из диаграммы ошибок, получим диаграмму деформаций работающих зубьев. При этом мы отвлекаемся от возможного в работе размыкания профилей, которое при подобном эксперименте подлежит отдельному учету.

Затронутые вопросы деформации стоят в тесной связи с вопросами измерений при динамических исследованиях зубчатых передач. Для нашего же дальнейшего изложения совершенно несущественно, за счет чего именно возникают те или иные из рассматриваемых ошибок, почему мы и не будем далее вводить подобной детализировки. Если речь

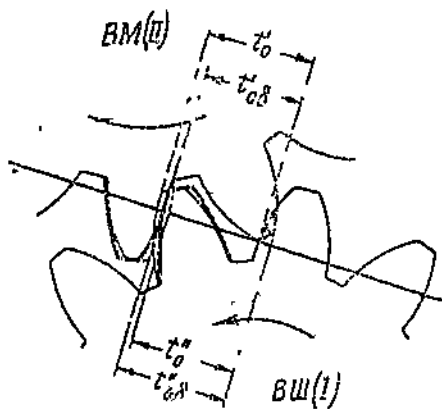
¹ Принцип этого прибора заключается в непрерывном сопоставлении по всему венцу мгновенных передаточных отношений, фактически даваемых исследуемой зубчатой парой с теоретически заданным i , осуществляемым эталонной фрикционной парой. Подробное описание прибора и его действия дано далее, в гл. VII.

² Деформация соответствует сближению зубьев, т. е. равносильна отрицательной ошибке, чем и объясняется вычитание ее абсолютных значений.

будет идти о чисто геометрическом исследовании, то, очевидно, будут иметься в виду лишь собственно ошибки, в противном случае в них могут по мере надобности включаться и ошибки от деформации. Чтобы совсем покончить с вопросами последней, необходимо сделать лишь одно небольшое замечание о переходе работы с одной пары сопряженных зубьев на следующую.

Работа зубьев на участках перекрытия. Если вновь обратиться к фиг. 176, то в отношении участков перекрытия можно получить следующие выводы резюмировать таким образом.

Переход работы с одной пары зубьев на следующую происходит в тот момент, когда на линии зацепления основной шаг ведущей шестерни окажется меньше шага ведомой¹. Если шаги в точности равны между собой, работают обе пары зубьев одновременно. Если же шаг ведущего колеса больше, то переход работы произойдет лишь в зоне завала, если таковой имеется, или по выходе первых профилей из закономерного зацепления.



Фиг. 177.

Если учесть упругую деформацию как изгиба, так и контактного смятия, то можно заметить, что она стремится уменьшить шаг ведущей шестерни и увеличить шаг ведомой во время входа в зацепление новой пары зубьев, как показано на фиг. 177.

Если суммарная деформация больше ошибок шага и профиля, то, как известно, теоретическое перекрытие реализуется и на практике; в противном случае точкой перехода работы будет та, где:

$$t_0(BШ) + \Delta t_0(BШ) - \delta_x(BШ) < t_0(BM) + \Delta t_0(BM) + \delta_x(BM), \quad (15)$$

где Δt_0 — ошибка данного шага, включая ошибки профиля, если шаг измерялся в другом месте, δ_x — деформация изгиба и смятия.

§ 7. Кинематические и динамические формы выявления приведенной действующей ошибки

Рассмотрев выше возможности и принципы приведения ошибок различных элементов к объединяющему их параметру и избрав в качестве

¹ См., например, переход работы с пары 1—2/1'—2' на пару 3—4/3'—4' (графы *n* и *k* фиг. 176). $|\Delta t'_{он}| > |\Delta t_{он}|$; $|\Delta t'_{ок}| < |\Delta t_{ок}|$; по отрицательности всех этих Δt_0 имеем: $t'_{он}(BM) < t_{он}(BШ)$; $t'_{ок}(BM) > t_{ок}(BШ)$. На границе граф *n* и *k*, где $t_0' = t_0$ и после которой $t_0(BШ)$ становится меньше $t_0'(BM)$, имеем переход работы на новую пару зубьев, как указано в тексте. *BM* и *BШ* — сокращенные обозначения слов „ведомая“ и „ведущая“ соответственно. Все последующие переходы контакта показаны на фиг. 178, *C* вертикальными стрелками.

такого параметра «приведенную действующую ошибку зацепления», перейдем теперь к более детальному анализу этого параметра и его кинематико-динамических связей с процессом зацепления.

Обозначая элементарную ошибку приведенного профиля, вызывающую дополнительное продольное смещение точки зацепления на величину $\delta\Delta x$ через δF , имеем по основному уравнению действующей ошибки (3)

$$\delta F = \delta\Delta x = \Delta\varphi \delta r_0 \quad \text{или} \\ \delta r_0 = \frac{\delta F}{\Delta\varphi}. \quad (3в)$$

Но δF есть не что иное, как элементарное приращение ошибки $\overline{\Delta F}$ приведенного профиля на угле поворота $\Delta\varphi$, т. е.

$$\overline{\Delta F} = \sum_{\varphi_1}^{\varphi_2} \delta F \quad \text{или в пределе:} \\ \overline{\Delta F} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} dF = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \delta r_0 d\varphi. \quad (3г)$$

Полученные формулы (3в) и (3г) читаются:

Ошибка радиуса основной окружности в системе приведения к действующей ошибке зацепления есть не что иное, как первая производная от этой ошибки по углу поворота, или иначе:

Ошибка радиуса основной окружности есть первая производная по углу поворота от приведенной (или единичной, если речь идет об исследовании отдельного профиля) ошибки зацепления, измеренной тангенциальным наконечником.

Наоборот:

Действующая ошибка зацепления (единичная или приведенная) есть не что иное, как определенный интеграл ошибки радиуса основной окружности в пределах угла поворота или, что то же самое, в пределах изменения угла развернутости, на котором исследуется ошибка.

Обратим внимание на некоторое своеобразие применяемой символики, необходимое в силу того, что в разных выкладках речь идет о совершенно различных видах приращений. Так, знак Δ (без черты) присвоен законному элементарному изменению исходной величины, тогда как δ относится к элементарной ошибке и интегрируется не в пишущуюся за δ величину Δ , но в заменяющую ее в написании величину $\overline{\Delta}$ (с двойной чертой), представляющую, таким образом, полную или накопленную ошибку.

Такое написание введено во избежание заблуждения, которое могло бы возникнуть при написании $\delta\Delta x = \delta\Delta F$, откуда $\Delta x = \Delta F + c$, что неверно, так как интегрирование велось бы по различным исходным переменным.

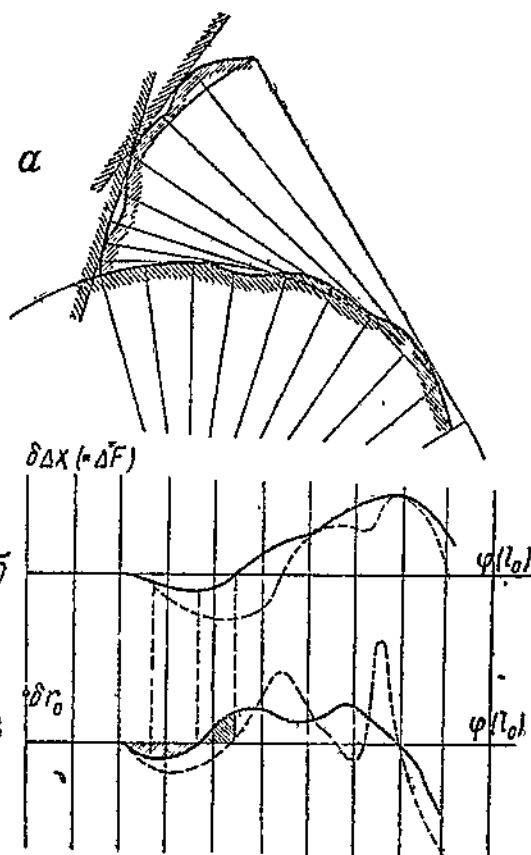
Применение в предыдущем параграфе знака δ в другом значении, а именно в качестве величины деформации нами допущено, так как здесь смешение невозможно.

Рассмотрим изложенные выше положения графически.

Пусть профиль, изображенный на фиг. 178, *а*, имеет диаграмму действующих ошибок согласно фиг. 178, *б* (для сличения диаграмма теоретической ошибки дается пунктиром). Производя графическое дифференцирование предыдущей кривой¹, получаем кривую фиг. 178, *в*.

В обеих последних фигурах по оси абсцисс откладывается угол φ или пропорциональная ему длина развернутости l_0 . По оси ординат отложены на фиг. 178, *б* — ΔF , на фиг. 178, *в* — δr_0 .

Масштабы обеих диаграмм (178, *б* и *в*) произвольны и выбираются из соображений удобства чертежа. Однако для перенесения на чертеж 178, *а* погрешностей δr_0 в истинном виде необходимо применить правильный масштаб уменьшения против фиг. 178, *в*; для этого требуется: 1) выразить угловые величины $\Delta\varphi$ через линейные Δl_0 и r_0 , 2) помня, что первая диаграмма есть интегральная вторая, подсчитать некоторую произвольную (отличную от нуля) площадь второй диаграммы, сопоставить ее с соответственной ординатой диаграммы фиг. 178, *б* (с учетом всех масштабов) и полученный коэффициент



Фиг. 178.

пропорциональности также ввести в масштаб переносимых на фиг. 178, *а* величин. (Графическое дифференцирование может быть заменено также механическим.)

Так как практических построений такого порядка вести обычно не приходится и изложенное дано лишь для иллюстраций принципа, дальнейшая детализировка излишня.

¹ Методы графического дифференцирования см., например, проф. Л. П. Смирнов, Кинематика механизмов, 1926, стр. 5—10.

Поскольку установлена связь $\bar{\Delta F}$ и δr_0 , остается только показать, что любая погрешность 1) изготовления, 2) измерения, 3) зацепления (в работе) может быть выражена или через δr_0 , или через $\bar{\Delta F}$, чтобы подтвердить полную общность найденного параметра.

Соответственно сказанному возможные погрешности разделяются на 2 класса: выражающиеся непосредственно через $\bar{\Delta F}$; выражающиеся непосредственно через δr_0 .

Если погрешности, не приводящейся ни к тому ни к другому параметру, не существует ни в обработке, ни в эксплуатации, ни в измерениях, положение об общности выведенного закона доказано.

1. Обработка

В отношении кинематики обработки достаточно напомнить данное нами ранее правило.

При нарезании методом обката, r_0 изделия образуется автоматически там, где дуговые перемещения изделия равны соответственным во времени перемещениям режущей кромки исходной рейки, отсчитанным по нормали к ней (т. е. кромке),

$$\omega r_0 = v \cos \alpha$$

или

$$r_0 = \frac{v \cos \alpha}{\omega}.$$

Так как одну из скоростей — перемещения рейки v или вращения заготовки ω — мы при всяких условиях можем считать постоянной, относя все погрешности обкатки за счет другой, то можем написать, полагая $\omega = \text{const}$ и дифференцируя в частных производных¹:

$$\omega r_0 = v \cos \alpha; \quad \omega dr_0 = v d \cos \alpha + \cos \alpha dv$$

или

$$\omega dr_0 = v d \cos \alpha + \cos \alpha dv. \quad (16)$$

Первый член правой части объединяет все возможные погрешности режущей кромки исходной рейки (т. е. инструмента и его установки, пока речь идет о единичном профиле или о профилях одноименных).

Второй член объединяет все возможные ошибки кинематики станка.

Если первый из этих членов равен нулю, все наличные ошибки протекают только от кинематики и легко устанавливаются из соотношения: $\omega dr_0 = \cos \alpha dv$

$$\frac{dr_0}{r_{\text{ом}}} = \frac{\cos \alpha dv}{\omega r_{\text{ом}}} = \frac{dv}{v_{\text{теор}}} \quad (17)$$

(так как $v_{\text{теор}}$, исчисляемое по делительной окружности, равно $\omega r_{\text{ом}} \cdot \cos \alpha$)². Выражение (17) читается: относительная ошибка радиуса основной окружности равна относительной ошибке скорости обката в обработке.

¹ Для простоты рассуждений приращение и дифференциал всегда отождествляются, что полностью соответствует основам математической метрологии (см. выше гл. II).

² Индекс m — „теоретический“.

Наоборот, при равенстве нулю последнего члена имеем:

$$\omega \delta r_0 = v \delta \cos \alpha, \\ \frac{\delta r_0}{r_{0m}} = \frac{v \delta \cos \alpha}{\omega r_{0m}} = \frac{\delta \cos \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-\sin \alpha \delta \alpha}{\cos \alpha} = -\operatorname{tg} \alpha \delta \alpha. \quad (18)$$

Последнее выражение приемлемо в равной мере как при $\delta \alpha$ (или $\delta \cos \alpha$) = const, так и при $\delta \alpha = \operatorname{var.}$, и читается так:

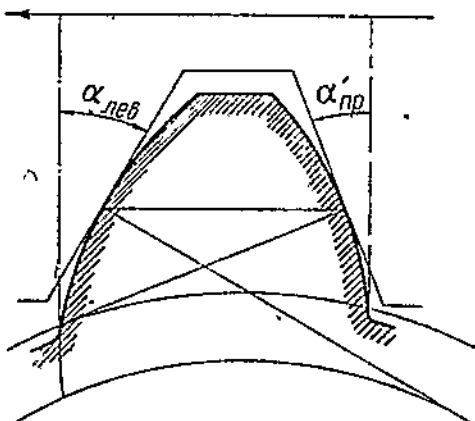
Относительная ошибка радиуса основной окружности, при правильном обкате, равна взятому с обратным знаком произведению тангенса угла зацепления на ошибку последнего.

При $\delta \alpha = \operatorname{var.}$, δr_0 будет, очевидно, также равно $\operatorname{var.}$, т. е. основная окружность искажается не только по величине, но и по форме.

Если δr_0 установлено измерением, то, поскольку $r_0 = f(v, \alpha)$, т. е. является функцией двух независимых переменных, определить несущий погрешность фактор непосредственно не представляется в общем случае возможным. В этих условиях необходимо идти путем исключения, т. е., обнаружив, например, наличие δr_0 , выявить также независимым измерением наличие соответствующих δv или $\delta \cos \alpha$ и затем уже по δr_0 и δv (или $\delta \cos \alpha$) определить по данным формулам $\delta \cos \alpha$ (или δv).

Обычно проще оказывается измерять факторы: изделие (δr_0) и инструмент ($\delta \cos \alpha$), получая δv (фактор станка) параметрически, т. е. через две предыдущих переменных.

В отдельных случаях дело упрощается, если какой-нибудь вид ошибки немалым для данного параметра.



Фиг. 179.

Рассмотрим примеры:

1. „Пьяный“ зуб ($r_{0\text{лев}} \neq r_{0\text{прав}}$) (фиг. 179).

Так как жесткое тело (рейка) не может иметь в одном направлении (обката) двух разных скоростей, то

$$\frac{\delta r_0}{r_{0\text{прав}}} = \frac{r_{0\text{лев}} - r_{0\text{прав}}}{r_{0\text{прав}}} = -\delta \alpha \operatorname{tg} \alpha = (\alpha_{\text{прав}} - \alpha_{\text{лев}}) \operatorname{tg} \alpha_{\text{прав}}, \quad (19)$$

т. е. единственным источником „пьяного“ зуба является несимметричность зуба исходной рейки относительно перпендикуляра к линии обката, которая и определяет полностью и однозначно величину этого порока, т. е. расхождения $r_{0\text{прав}}$ и $r_{0\text{лев}}$.

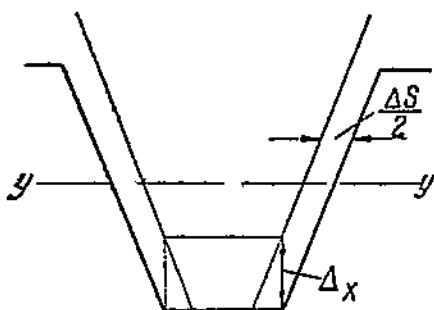
Для фрезера, где перемещения исходной рейки являются минимальными (реальное движение вдоль оси фрезера отсутствует), причины „пьяного“ зуба: биение фрезера при определенных соотношениях заходности и степени перекрытия, неравный угол подъема нитки по правому и левому профилям, но никак

не первоначальный сдвиг фрезера в обработке (где не участвуют ни α , ни α), хотя последнее и утверждается многочисленными авторами ¹.

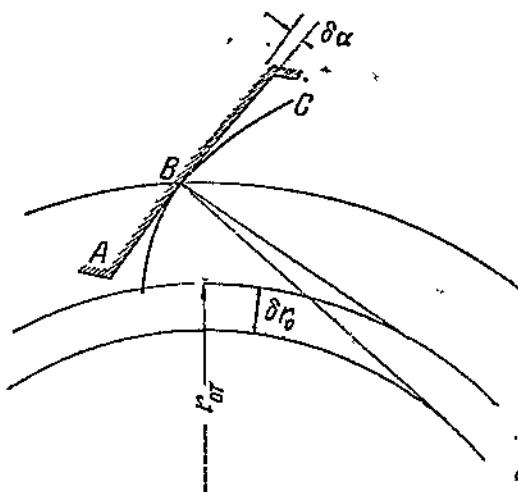
Подробнее эти вопросы рассмотрены в гл. V.

2. Радиальные смещения и утонение зуба исходного контура (фиг. 180).

Если зуб инструмента утонен на величину ΔS или, что в отношении профилей то же самое, сдвинут на постоянную величину Δx , это обстоятельство не паходит ни-



Фиг. 180.



Фиг. 181.

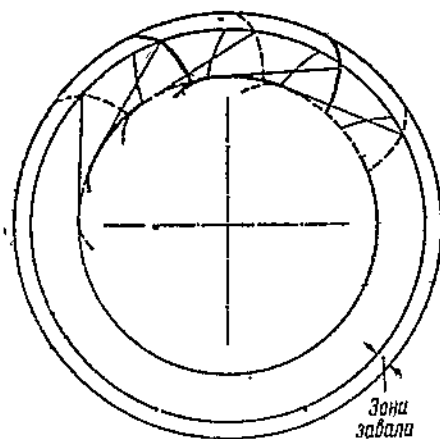
какого отражения в уравнении ошибки, т. е. правильность зацепления не нарушается, что доказывается возможностью корригирования и сопряжения корригированных колес с некорригированными. Если, наоборот, $x = var$, то, обозначив приращение времени через $\delta\tau$, имеем

$$\delta v = \frac{\delta y}{\delta \tau} = \frac{\delta x}{\delta \tau} \operatorname{tg} \alpha, \quad (20)$$

где δy — приращение в направлении делительной прямой и обката, что непосредственно порождает по формуле (17) δr_0 .

3. Искажение профиля $r_0 = var$ (фиг. 181).

Положим, что участок профиля AB правилен, участок BC имеет угловую ошибку $\delta\alpha$. Тогда участок эвольвенты нарезаемой AB будет иметь $r_0 = r_{om}$, после чего наступит изменение r_0 на величину, равную $\delta r_0 = -r_0 \operatorname{tg} \delta\alpha$. Отвлекаемся от возможных при пересечении следом точки B основного профиля, трохидальных участков. Если одновременно с этим изменится α , ошибки



Фиг. 182.

сложатся и в частном случае, при $\frac{\delta v}{v} = \delta\alpha \operatorname{tg} \alpha$, скомпенсируются.

Подобная компенсация указывает на возможность изменения угла давления исключительно путем изменения $\frac{v}{\omega}$, без всяких радиальных сдвигов и без из-

¹ См., например, Маслов, Техникум зубореза; Суворов, Федотенок и др.

менения α инструмента, если это позволяет необходимым условием цельности числа зубьев z . Случай кинематической компенсации геометрического фактора рассмотрен также в разделе об эксцентриситете (смещение заготовки для поглощения периодического $\delta\psi$).

4. Завал профилей (фиг. 182).

Так как на участке перекрытия r_0 становится функцией двузначной (единственное истинное значение которой определяется рабочим профилем), для шестерен с зубьями, заваленными по вершинам, получаем фиг. 182, где для ясности печатные профили и соответствующие им участки основных окружностей даны пунктиром.

Если завал создается изменением угла исходной рейки в зоне завала с α_0 на $\alpha_0 + \delta\alpha_0$, то вопрос целиком сводится к только что рассмотренному случаю (пример 3). Если же он образуется скруглением профиля рейки в соответственной зоне, то вся разница заключается в том, что вместо постоянных $\delta\alpha$ и δr_0 имеем их постепенное нарастание.

Способом, подобным вышеизложенному, нетрудно найти как аналитическое, так и графическое выражение для любого дефекта зацепления, возникающего из данного дефекта обработки. Поэтому можно перейти к следующему разделу.

II. Эксплуатационные факторы

Кинематика передачи

Кинематика передачи определяется всецело, как было указано, передаточным отношением i и его постоянством.

Выражая r_{01} и r_{02} как функции углов поворота одной из шестерен: $r_{01} = f(\varphi_1)$, $r_{02} = \psi(\varphi_1)$, можем написать:

$$\delta i = \frac{r_{01}\delta r_{02} - r_{02}\delta r_{01}}{r_{01}^2} = \frac{r_{01}\delta r_{02} - i r_{01}\delta r_{01}}{r_{01}^2} = \frac{\delta r_{02} - i\delta r_{01}}{r_{01}}$$

$$\frac{\delta i}{i} = \frac{\frac{1}{i}\delta r_{02} - \delta r_{01}}{r_{01}} \quad (21)$$

($r_{02} = i r_{01}$, так как речь идет о теоретических, не искаженных величинах; последние же выражаются через $r_{01} + \delta r_{01}$ и $r_{02} + \delta r_{02}$).

В случае, если одна из шестерен точна ($\delta r_{02} = 0$), например при обкатке с эталоном на приборе Заурера, имеем:

$$\delta i = -\frac{i\delta r_{01}}{r_{01}}$$

$$\frac{\delta i}{i} = -\frac{\delta r_{01}}{r_{01}} \quad (21')$$

Динамика передачи

Примем для простоты, что одна из шестерен, например ведущая, имеет бесконечно большую массу, и что, следовательно, весь динамический эффект сосредоточен на ведомой шестерне (на самом деле, распределение его зависит от соотношения масс).

Величину добавочных динамических усилий P_d на зубе принято определять одним из двух следующих способов.

Обычным методом механики через угловое ускорение $\frac{d\omega}{dt}$ и момент инерции (в данной постановке вопроса — ведомой шестерни) $\sum m_x r_x^2$

$$M_d = \frac{d\omega}{dt} \sum m_x r_x^2,$$

где M_d — динамический момент, равный $P_d \cdot r_d$, причем r_d есть радиус приведения.

Через приведенные к данной точке массу $\mathfrak{M}$ и линейное ускорение в касательном направлении j_t :

$$|P_d| = \mathfrak{M} \cdot j_t.$$

При подобном методе все колесо предполагается нематериальным и вся масса — сосредоточенной в рассматриваемой точке.

Поскольку нас интересуют скорости и ускорения по нормали к общей касательной сопряженных профилей, т. е. по линии зацепления, мы можем исходить из скорости на основной окружности и ее радиуса. Тогда

$$j_t = j_0 = \frac{dv_0}{dt} = \frac{d(r_0\omega)}{dt}.$$

Учитывая положение о действующей ошибке, можем переписать:

$$|P_d| = \mathfrak{M}\omega \frac{dr_0}{dt} = \mathfrak{M}\omega \frac{dr_0 d\varphi}{d\varphi dt} = \mathfrak{M}\omega^2 \frac{d\delta r_0}{d\varphi} = \mathfrak{M}\omega^2 \frac{d^2 \Delta F}{d\varphi^2}^1, \quad (22)$$

что показывает, что при заданной приведенной массе и угловой скорости динамический эффект пропорционален второй производной от приведенной действующей ошибки по углу поворота.

Теперь мы можем перейти к третьей и последней группе вопросов.

III. Область измерений

С точки зрения приведения к $\bar{\Delta F}$ или к δr_0 вся измерительная часть делится на 2 группы.

К непосредственному определению $\bar{\Delta F}$ приводятся измерения непрерывные по своему существу и притом — „однопрофильные“, т. е. измерения профиля $\bar{\Delta f}$; измерения на Заурере $\bar{\Delta F}$.

Что касается первых, то их перевод в систему δr_0 уже известен из предыдущего. Именно: $\bar{\Delta f} = \int \delta r_0 d\varphi + C$.

Величина C для единичного профиля совершенно произвольна. Наоборот, в случае приведения ошибок по нескольким профилям она определяется соображениями уже освещенными выше: $C = \sum \bar{\Delta t}$, т. е. C равно накопленной ошибке шага от профиля, взятого за начало измерений, до рассматриваемого профиля.

¹ Из сопоставления с предыдущей формулой видно, что $\mathfrak{M} = \frac{\sum m_x r_x^2}{r_d^2}$, т. е. приведенная к точке a масса есть отношение момента инерции тела к квадрату радиуса приведения (от упруго связанных масс отбрасывается); $dr_0 = d\delta r_0$, так как дифференциал самого радиуса и его ошибки это одно и то же.

Что касается прибора Заурера, то в соответствии с фиг. 172 и формулой (21) радиус R полярной диаграммы (или ордината в декартовой системе, если прибор давал бы соответственную диаграмму) при обкатке пары выразится

$$|\delta R| = R_\phi - R_0^1 = W \int \delta i d\varphi = W \int \frac{\delta r_{02} - i \delta r_{01}}{r_{01}} d\varphi = \\ = \frac{W}{r_{01}} \int (\delta r_{02} - i \delta r_{01}) d\varphi. \quad (23)$$

(Постоянная интегрирования отбрасывается, так как произвольная точка начала измерений может быть принята за правильную.)

При обкатке с эталоном (на ведомом валу)

$$|\delta R| = W \int \frac{\delta r_{01}}{r_{01}} i d\varphi = \frac{W \cdot i}{r_{01}} \int \delta r_{01} d\varphi, \quad (23')$$

где W — увеличение прибора.

„Прерывные“ измерения приводятся в большинстве непосредственно к δr_0 .

Так, основной шаг дает

$$\frac{\Delta t_0}{t_0} = \frac{\delta r_0}{r_0}; \quad \Delta t_0 = t_0 \delta r_0.$$

Необходимо отметить, что в прерывных измерениях часто приходится иметь дело с условностями, заключенными или в самом измеряемом элементе, или в его связях с исходными параметрами. Без учета этого обстоятельства можно впасть в серьезные заблуждения.

Так, например, в только что рассмотренном случае Δt_0 проведенные выкладки применимы лишь в принципиальных построениях; технологически t_0 получается вне связи с иными факторами и, следовательно, δr_0 , получаемое по основному шагу, может не совпадать с δr_0 , получаемым по иным, например, непрерывным элементам. Именно поэтому мы считаем возможным не останавливаться подробнее на подобных элементах в общей части. Также мы не будем подвергать пока рассмотрению „двупрофильные“ элементы, как например толщину зуба, хотя и здесь в дальнейшем обнаружим возможности применения выведенных формул. Однако до этого надлежит исследовать еще некоторую специфику разноименных профилей, в частности — разобрать вопрос о „симметричных нормалях“ (§ 9).

Некоторые ошибки одинаково легко приводятся как к ΔF , так и к δr_0 . Примером может служить окружный шаг:

$$\Delta t = \Delta F \Big|_0^t = \int_{\varphi=0}^{\varphi=t} \delta r_0 d\varphi.$$

Прочие ошибки выражаются через рассмотренные и поэтому отдельному исследованию не подлежат. Исключением является эксцентриситет весьма интересный как с технологической, так и с измерительной,

¹ Или $R_0 - R_\phi$, в зависимости от схемы рычажной передачи, поэтому в общем случае и можно говорить лишь о модуле $|\delta R|$.

и, наконец, с эксплуатационной точек зрения. Однако поскольку он отражается как на однопрофильных, так и на двупрофильных элементах, его исследование также необходимо несколько отложить.

§ 8. Применение теории приведенной действующей ошибки в вопросах точности и допусков

Убедившись, на основании вышеизложенного, в том, что приведенная действующая ошибка зацепления действительно является универсальным параметром для приведения к общему виду всех возможных однопрофильных дефектов нарезки и работы шестерни, так же как и всех погрешностей, обнаруживаемых измерениями, можем перейти к следующим практическим выводам.

1. Если требуется произвести полное исследование шестерни или пары как с точки зрения ее работы, так и с точки зрения технологического появления тех или иных дефектов, достаточно:

а) составить или снять полные диаграммы действующих ошибок, приведенных по всей шестерне как для правых, так и отдельно для левых профилей;

б) дополнительно по тем же принципам составить диаграммы ошибок, возникающих от станка или от инструмента (обычно последнее), и, вычтя вновь полученную диаграмму из соответственной диаграммы по п. „а“, получить также отдельную диаграмму второго фактора (например, станка).

Примечание. В случае независимого составления диаграмм по всем трем факторам (изделие—станок—инструмент) получается взаимная проверка.

Подробное исследование, согласно изложенному, требуется лишь для углубленного научного изучения вопроса при апробации данных выдвигаемой системы допусков и т. п.

2. Для исследования динамических и кинематических свойств передачи составление диаграмм по п. 1а должно быть проведено с учетом деформаций; пункт 1б отпадает.

3. Для производственных целей достаточно, как правило, получения средних величин, характеризующихся шагом и т. п. Однако это действительно лишь для явлений уже известных; при появлении же факторов новых или неясных исследование должно приближаться к рассмотренному под п. 1.

В связи со сказанным следует особенно подчеркнуть, что приведение по изложенному выше отнюдь не следует рассматривать как тенденцию к замене всех конкретных параметров единым, до некоторой степени отвлеченным фактором, но только как метод сопоставления этих отдельных параметров, присваивающий каждому из них, на основе допускаемого обобщенного анализа, соответственный вес и место.

Так, например, в области допусков было бы ошибкой, во всяком случае в настоящее время, заменить все отдельные допуски на элементы, влияющие на зацепление единым допуском на действующую ошибку (по единичной шестерне или паре), хотя качество передачи в плоскости и определяется ею.

Но, при разработке рациональной системы допусков, допуски на отдельные элементы могут быть взаимно увязаны наилучшим образом

только на базе подобного объединяющего фактора. При этом под наилучшей увязкой разумеется такая, которая, приводя, с одной стороны к заданному качеству передачи, давала бы, с другой стороны, возможность простейшего технологического осуществления.

Кроме того, только подобная система дает возможность сличения изделий, изготовленных по несовпадающим между собой допускам на различные элементы. В частности, если на дорогостоящем изделии оказались невыдержанными допуски на некоторый элемент, тогда как другие элементы выдержаны, с некоторым запасом, система приведения позволяет сразу определить, выдержан ли в целом потребный квалитет и можно ли считать изделие удовлетворяющим заданному классу.

Наконец, только подобная система приведения дает возможность четко разобраться в каждом процессе или факторе, связанном с измерениями, и заменить механическую констанцию совершенно непонимасемых измерителем цифр сознательным определением качества изделия.

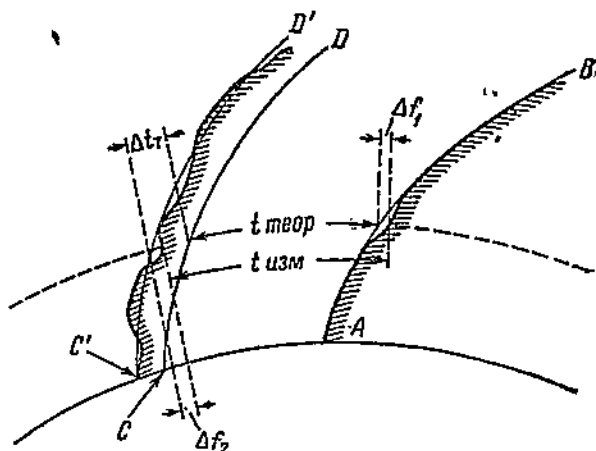
Рассмотрим для примера практически важный вопрос относительно связи между отсчетами ошибок профиля и ошибок шага.

При измерении шага между двумя зубьями в отсчет входит, очевидно, также и разность формы того и другого зуба в точках измерения, т. е. в случае наличия здесь местных ошибок Δf_1 и Δf_2 замер дает (фиг. 183)¹

$$\Delta t_{\text{измер}} = \Delta t_{\text{теор}} + \Delta f_2 - \Delta f_1,$$

где $\Delta t_{\text{теор}}$ можно было бы назвать „собственно ошибкой шага“, а Δf_1 и Δf_2 являются ошибками профиля в точках измерения; Δf_1 — позади лежащего; а Δf_2 — спереди лежащего² (углом между направлениями измерений шага и профиля пренебрегаем).

Однако практически — „теоретически правильные эвольвенты“ AB , CD и $C'D'$ отсутствуют, почему и отпадает выделение $\Delta t_{\text{теор}}$. Следова-



Фиг. 183.

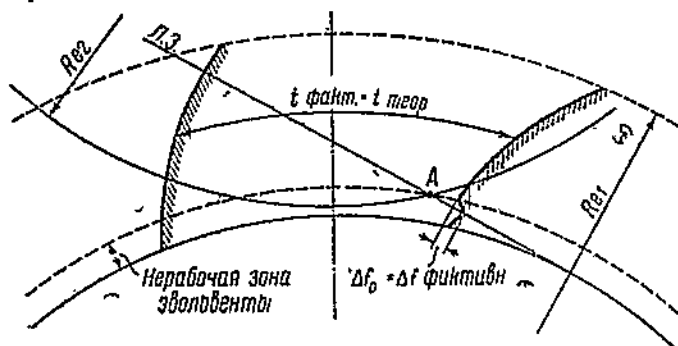
¹ В дальнейшем изложении, где надобность в специальной символике δ , $\bar{\Delta}$, введенной в предыдущих параграфах, отпадает, переходим на общепринятое обозначение как ошибок, так и приращений через прописную Δ без черточек сверху.

² Знак Δt определяется избытком или недостатком фактической величины против номинала, тогда как знак Δf определяется соответствием выдающимся или вдавленным положением рассматриваемой точки. Именно этим и объясняются знаки в приводимой формуле (обе Δf на фиг. 183 — отрицательны).

тельно, необходимо озаботиться лишь о том, чтобы одна и та же ошибка не была учтена дважды, т. е. при определении ошибки шага и ошибки профиля. Для этого требуется приведение обоих измерений „к единой базе“.

Так как ошибки Δf_1 и Δf_2 в точках измерения шага учтены, по изложенному, как ошибки последнего, то при измерении профиля надлежит считать здесь его собственные ошибки равными нулю, т. е. исходя из этих точек определять все остальные погрешности профиля. Только при подобной „точке нуля“ для отсчета ошибок профиля будет избегнута невязка в случае измерения шага по различным окружностям или по различным нормальям.

В случае выборочных измерений лишь нескольких зубьев на шестерне следует, из приведенных соображений, рекомендовать поверку профиля именно на тех зубьях, по которым проверен шаг.



Фиг. 184.

В более грубых измерениях можно, для простоты, вовсе отказаться от „точки нуля“ при измерении профиля, т. е. ограничиваться лишь установлением пределов колебания показания индикатора при измерении профиля, не связывая этих показаний никаким определенным знаком, т. е. давая только поле допуска, но не отклонения от номинала. Подобный метод при всей своей условности имеет то преимущество, что не связывает измерений профиля с шагом. Этот метод приводит к назначению допуска по сумме допустимых предельных отклонений, т. е. также без знака, что и можно, из соображений простоты, рекомендовать для всех классов точности, кроме первого, где в отдельных случаях бывает необходимо приведение по изложенному способу.

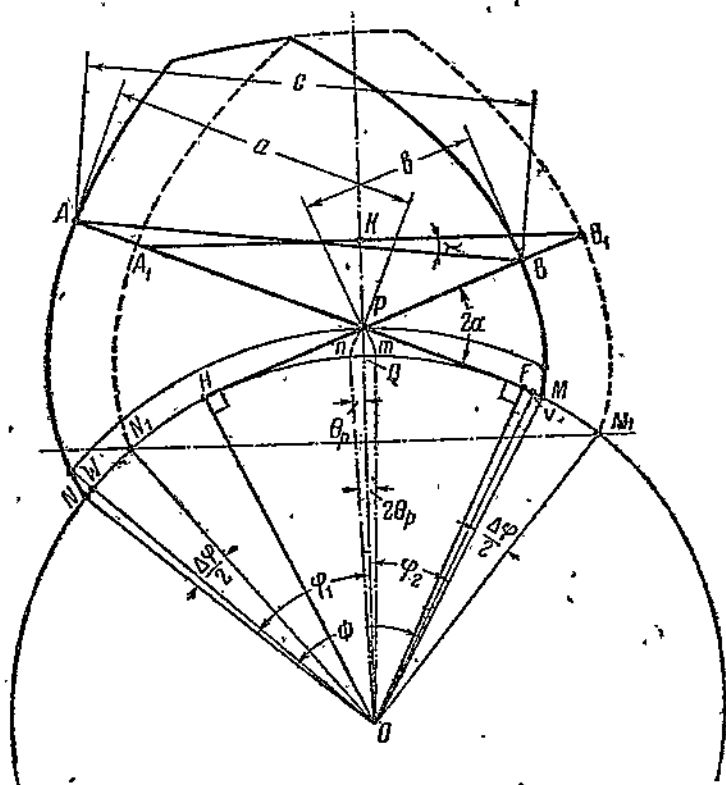
Следует отметить неправильную установку в этом вопросе английского стандарта на цилиндрические зубчатые колеса, который назначает для профиля пределы отклонений от некоторого условного нуля, но точку для отсчета этого нуля берет совершенно произвольно и принципиально, поэтому неверно. А именно, английский стандарт исходит из предпосылки правильного положения наинизшей по профилю точки этого последнего, и по отношению к ней ограничивает колебания Δf , что практически приводит к возможности бракования годной шестерни из-за местного отклонения в нерабочей части зуба, как показано на фиг. 184.

Совершенно очевидно, что только система приведения ошибок может являться гарантией против подобных промахов.

Ограничимся в данном параграфе лишь общими соображениями и примером, поскольку с вопросами связи допусков с приведенной ошибкой и ее технологическим возникновением придется еще иметь дело в деталях при рассмотрении созданного Центральным бюро редукторостроения проекта Общесоюзного стандарта допусков на цилиндрические зубчатые колеса, который в своей теоретической части почти целиком базируется на „приведенной действующей ошибке зацепления“.

§ 9. Симметричные нормали

В то время как все вопросы однопрофильного порядка разрешаются „приведением“ профилей и определением их действующей ошибки, наиболее общим приемом для исследования разноименных профилей явится решение задачи „симметричных нормалей“.



Фиг. 185.

Рассмотрим два произвольных разноименных эвольвентных профиля, образованных от общей основной окружности и две произвольных нормали к ним FA и HB — по одной к каждому из профилей (фиг. 185).

Назовем две таких нормали симметричными, поскольку их направления взаимно зеркальны относительно радиального луча, проходящего через точку их пересечения. Последняя явилась бы, очевидно, полюсом зацепления, если бы линии зацепления (правая и левая) направились по выбранным нормальям. Обозначим поэтому эту точку буквою P , а угол между нормальями — 2α . Исследуем длину отрезков этих нормалей между полюсом и соответственным профилем PA и PB , а также величину секущей AB , стягивающей полученные точки A и B пересечения каждого из профилей со своей нормалью.

Проведя две разноименных эвольвенты через P , получим по свойству эвольвент:

$$\begin{aligned} AP &= Nn = NQ - nQ = r_0(\varphi_1 - \theta_p), \\ BP &= Mt = MQ - mQ = r_0(\varphi_2 - \theta_p), \end{aligned}$$

где r_0 — радиус основной окружности;

φ_1 и φ_2 — центральные углы между радиусами к началам соответственных эвольвент и лучом OP ;

θ_p — эвольвентный угол в точке P .

Выражая φ_1 и φ_2 через их сумму Φ и разность $\Delta\varphi$, имеем:

$$a = AP = \frac{r_0}{2}(\Phi - 2\theta_p + \Delta\varphi),$$

$$b = BP = \frac{r_0}{2}(\Phi - 2\theta_p - \Delta\varphi), \quad (24)$$

$$AP + BP = a + b = r_0\Phi - 2r_0\theta_p = \text{const.} \quad (24a)$$

Определим секущую $AB = c$

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 + 2ab \cos 2\alpha = \\ &= \left(\frac{r_0}{2}\right)^2 [(\Phi + \Delta\varphi - 2\theta_p)^2 + (\Phi - \Delta\varphi - 2\theta_p)^2 + \\ &\quad + 2(\Phi + \Delta\varphi - 2\theta_p)(\Phi - \Delta\varphi - 2\theta_p) \cos 2\alpha]. \end{aligned}$$

Обозначая угол $\Phi - 2\theta_p$ через ψ , получаем:

$$\begin{aligned} c^2 &= \left(\frac{r_0}{2}\right)^2 (\psi^2 + \Delta\varphi^2 + 2\psi\Delta\varphi + \psi^2 + \Delta\varphi^2 - 2\psi\Delta\varphi + \\ &\quad + 2\psi^2 \cos 2\alpha - 2\Delta\varphi^2 \cos 2\alpha) = \left(\frac{r_0}{2}\right)^2 [2\psi^2(1 + \cos 2\alpha) + \\ &\quad + 2\Delta\varphi^2(1 - \cos 2\alpha)] = \left(\frac{r_0}{2}\right)^2 (2\psi^2 2\cos^2 \alpha + 2\Delta\varphi^2 2\sin^2 \alpha), \\ c &= AB = r_0 \sqrt{\psi^2 \cos^2 \alpha + \Delta\varphi^2 \sin^2 \alpha} = \\ &= r_0 \sqrt{(\Phi - 2\theta_p)^2 \cos^2 \alpha + \Delta\varphi^2 \sin^2 \alpha}. \end{aligned} \quad (25)$$

Физический смысл величин, входящих в полученную формулу, таков:

$\Phi - 2\theta_p = \psi$ есть, по равенству $N\omega$, nQ , Qm и oM , центральный угол, соответствующий дуге между профилями, проходящей через P ; иначе говоря, для единичного зуба и при совпадении P с полюсом, это — толщина по начальной (в частном случае — делительной) окружности;

Φ — центральный угол, соответствующий дуге основной окружности между основаниями профилей („толщина по основной окружности“);

$\Delta\varphi$ — удвоенное угловое смещение профилей относительно симметричного к P положения: $\Delta\varphi = 2\Delta\alpha$

$$\varphi_1 = \frac{\Phi}{2} + \Delta\alpha; \quad \varphi_2 = \frac{\Phi}{2} - \Delta\alpha.$$

Таким образом $\Delta\alpha$ и есть, очевидно, угол поворота шестерней из положения, когда биссектриса угла Φ проходит через P (N_1A_1 ; M_1B_1 , как показано пунктиром на фиг. 185).

Кроме того, как уже указано,
 r_0 — радиус основной окружности,
 α — угол зацепления в точке P ,
 θ_p — эвольвентный угол для точки P (или для других точек, лежащих на окружности, проходящей через P). Если P берется по исходной рейке, $\theta_p = \theta_d$.

Сопоставляя сказанное с формулой (24а), убеждаемся, что $a + b$ всегда равно толщине зуба по начальной (или делительной) окружности, умноженной на $\cos$ угла зацепления.

Уравнение (25) легко решается графически.

Приведя его к виду:

$$\frac{c}{r_0} = \sqrt{\psi^2 \cos^2 \alpha + \Delta\varphi^2 \sin^2 \alpha} = \sqrt{\psi^2 \cos^2 \alpha + (2\Delta\alpha)^2 \sin^2 \alpha}$$

откладываем на прямой, наклонной к оси абсцисс под углом α (фиг. 186), отрезок OG , изображающий в некотором произвольном масштабе M угол ψ , и другой отрезок OF , изображающий в том же масштабе удвоенный угол поворота шестерни от среднего (в отношении симметричности профилей) положения — $\Delta\alpha$.

Тогда

$$OG = \psi \cos \alpha \cdot M, \quad OF = 2\Delta\alpha \sin \alpha \cdot M.$$

Гипотенуза fg дает решение:

$$fg = M \sqrt{\psi^2 \cos^2 \alpha + (2\Delta\alpha)^2 \sin^2 \alpha}$$

$$\frac{c}{r_0} = \frac{fg}{M}.$$

Если в полученной формуле (25) принять $\Delta\varphi = 0$, то для толщины одного или нескольких зубьев по хорде любой дуги получим:

$$S = r_0 \sqrt{\psi_p^2 \cos^2 \alpha_p} = r_0 \psi_p \cos \alpha_p \left. \vphantom{\sqrt{\psi_p^2 \cos^2 \alpha_p}} \right\} = r_p \psi_p \cos^2 \alpha_p \left. \vphantom{\sqrt{\psi_p^2 \cos^2 \alpha_p}} \right\}, \quad (26)$$

так как $r_p \psi_p = \widehat{S}_p$, то $S = \widehat{S}_p \cos^2 \alpha_p$ (индекс p означает, что величины берутся по точке пересечения нормалей, P , вне зависимости от того, где находится полюс зацеплений).

Если дополнительно принять $\alpha = \alpha_0$ (сопряжение под номинальным углом зацепления):

$$S_c = r_0 \psi_0 \cos \alpha_0 = r_0 \psi_0 \cos^2 \alpha_0. \quad (27)$$

Но $\psi_0 r_0$ есть дуговая толщина по делительной окружности, поэтому

$$S_c = S_0 \cos^2 \alpha_0. \quad (27a)$$

Так как по уравнениям 24 и 26 при $\Delta\varphi = 0$

$$AP = BP = \frac{r_0}{2} (\Phi - 2\theta_p) = -\frac{r_0 \psi_p}{2} = \frac{r_p \psi_p \cos \alpha}{2} \approx \frac{\widehat{S}_p \cos \alpha}{2},$$

то

$$PK = \frac{1}{2} \widehat{S}_p \cos \alpha \sin \alpha = \frac{1}{4} \widehat{S}_p \sin 2\alpha \quad (28)$$

или для делительной $\alpha = \alpha_0$

$$PK = \frac{1}{4} \widehat{S}_0 \sin 2\alpha_0, \quad (28a)$$

т. е. уравнения постоянной хорды (гл. I, § 4) получаются как частный случай уравнений симметричных нормалей (24 и 26).

Говоря о постоянной хорде (зуба или впадины), необходимо подчеркнуть два обстоятельства.

Интересным в этой хорде в отношении мерительной практики является именно то, что хорда заданной постоянной длины находится на данной же постоянной высоте, независимой от z , так как, вообще говоря, любой хорде зуба колеса можно найти равную на зубе шестерни, но здесь были бы необходимы пересчеты положения по высоте в зависимости от z .

Рассматриваемое постоянство хорды и ее положения распространяется только на случай определенного угла α . Поэтому, если две шестерни нарезаны общей рейкой, уравнения (27 а) и (28 а) действительны для обеих; но если эти шестерни сопрягаются впоследствии под новым α (V-передача), то хорды, рассматривавшиеся ранее как постоянные, сходят с точек одновременного симметричного контакта и их место в этом отношении занимают новые, соответствующие новому α . Однако в практике приходится пользоваться почти исключительно постоянными хордами обработки, а не зацепления.

Вернемся к формуле 25

$$c = r_0 \sqrt{\psi^2 \cos^2 \alpha + \Delta\varphi^2 \sin^2 \alpha}$$

и примем в ней $\alpha = 0$. Тогда

$$c = r_0 \sqrt{\psi_0^2} = r_0 \psi_0 = \text{const.} \quad (29)$$

Таким образом получаем, что при $\alpha = 0$, т. е. в растворе между параллелями, когда обе симметричных нормали сливаются в одну общую (фиг. 187), хордальная величина s не зависит от угла поворота $\Delta x = \frac{\Delta \varphi}{2}$, т. е. от направления измерения.

Определим значение $\psi_0 = \Phi$ (так как $\theta_0 = 0$) из известных величин по делительной окружности по уравнению

$$\begin{aligned}\psi_d &= \Phi - 2\theta_d, \\ \psi_0 &= \Phi = \psi_d + 2\theta_d.\end{aligned}$$

Так как в общем случае два разноименных профиля, имеющие общую нормаль ($\alpha = 0$) принадлежат разным зубьям, угол ψ_d выражается как сумма $n-1$ угловых шагов γ и угловой толщины ψ_d' , если измерение охватывает n зубьев.

Тогда

$$s = r_0(\psi_d + 2\theta_d) = r_0[\gamma(n-1) + \psi_d' + 2\theta_d], \quad (30)$$

что представляет собой в обобщенном виде так называемую формулу Уильдхёбера, который впервые предложил измерение зубьев по этому принципу.

Полученные нами, в качестве частных случаев формулы симметричных нормалей, известные уравнения 27—29 играют особо существенную роль в измерениях зубчатых колес. Поэтому более детальное их исследование отнесено в соответственные разделы посвященной измерениям гл. VII, в которой мы ознакомимся также с применением прочих выведенных в этом параграфе формул.

§ 10. О зазорах в эвольвентной передаче

Зазоры между зубьями двух сопряженных шестерен, необходимые для поглощения как ошибок изготовления, так и температурных расширений, принято измерять двояко: или по линии зацепления („нормальный боковой зазор“), или на начальной окружности.

Реальным фактором, играющим роль как в сборке передачи, так и в ее работе является первый вид, т. е. зазор по линии зацепления c_0 , и в будущем, там, где не будет вноситься специальных оговорок, именно такое понятие будет разумеаться под термином „боковой зазор“ или „игра“.¹ Боковой зазор по начальной окружности c_d — величина условная, получаемая пересчетом одним из следующих способов:

$$c_d = \frac{c_0}{\cos \alpha}, \quad (31)$$

$$c_d = r_d \delta, \quad (32)$$

где δ — „угловой зазор“, т. е. угол свободного поворота шестерни при заклиненной сопряженной.

$$c_d = t_d - (\widehat{S}_{d1} + \widehat{S}_{d2}), \quad (33)$$

где $\widehat{S}_{d1}$ и $\widehat{S}_{d2}$ — дуговые толщины зубьев обеих шестерен по начальным окружностям.

¹ ОСТ 8089 п. 57.

Фактический зазор по любой из начальных окружностей, т. е. дуговое расстояние между двумя нерабочими сопряженными профилями, есть величина переменная и никак не характерная для данной передачи, в чем легко убедиться из чертежа любой сопряженной пары. Только у полюса зацепления он приближается к данной выше теоретической величине c_d . Наоборот, „нормальный боковой зазор“ или „игра“ есть величина постоянная для данной передачи (в случае идеальной точности выполнения пары).

Зазор по нормали, c_0 , может быть определен в готовой передаче непосредственно двумя способами: 1) шупом, вводимым между двумя сопряженными профилями; 2) заклиниванием одной шестерни и покачиванием другой в пределах представляемой свободы, с одновременным воздействием произвольного свободного профиля покачиваемой шестерни на тастер закрепленного на корпусе индикатора; тастер должен быть направлен нормально к профилю.¹ Полный размах показаний индикатора дает непосредственно c_0 .

Вторым из указанных способов, но с применением угловых измерений определяется δ , т. е. угловой зазор.

Определение c_d через разность $t_d = (\widehat{S}_{d1} + \widehat{S}_{d2})$ пояснений не требует. Применять этот метод наименее целесообразно, однако при конструировании именно этот расчетный параметр является до сего времени обычным, несмотря на то, что он не характеризует толщины зуба ни с точки зрения истинных зазоров, ни даже с точки зрения прочности зуба. (Последняя, в пределах реально-возможных ошибок, вообще постоянна).

Неизменность c_0 при вращении сопряженных шестерен непосредственно вытекает из свойства эквидистантности двух одноименных эвольвент того же r_0 : если взять на нерабочей стороне зуба две таких эвольвенты на взаимном расстоянии c_0 , так чтобы одна из них все время находилась в плотном сопряжении с профилем парного колеса, другая определит положение реального (нерабочего) профиля при наличии зазора c_0 .

Очевидно, что при одинаковом утонении зубьев пары для получения зазора c_0 , нормальное смещение Δf каждого профиля относительно плотного зацепления внутрь зуба должно быть равно $c' = \frac{c_0}{4}$.

Зазор c_0 достигается в готовой передаче или раздвигом центров, если обе шестерни выполнены в точности по „теоретическим“ данным $\widehat{S}_1 + \widehat{S}_2 = t$, или „заглублением“ режущего инструмента при изготовлении, за счет которого оба зуба несколько утоняются в процессе изготовления. Этот процесс в точности соответствует небольшой отрицательной коррекции, таковая складывается с „заглублением“ алгебраически. Очевидно, что для работы шестерен при „расчетном“ межцентровом расстоянии следует пользоваться методом „заглубления“ инструмента, а не методом раздвига осей, кроме того только в этом случае работа передачи будет протекать при строго „теоретическом“ (расчетном) угле зацепления. В силу изложенного почти всегда, особенно при

¹ См., например, Т. У. на приемку готовых зубчатых передач и редукторов ЦБР, НИ — 6150, лист. 5.

изготовлении методом обката, применяют „заглубление“ инструмента, т. е. предварительное утонение зуба, а не последующую раздвижку центров.

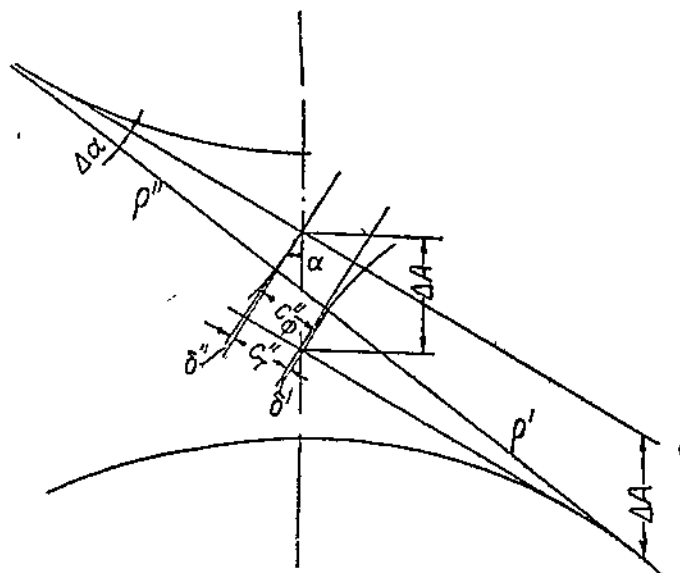
В случае последней отношение между указанным раздвигом и получаемым от этого зазором c_0 обычно принимают равным

$$c_0 = 2 \Delta A \sin \alpha, \quad (34)$$

откуда

$$c_0 = 2 \Delta A \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 2 \Delta A \operatorname{tg} \alpha, \quad (35)$$

где α — угол зацепления до раздвига; ΔA — увеличение межцентрового расстояния.



Фиг. 188.

Точно это соотношение справедливо лишь, если суммарное число зубьев обеих шестерен $z_z = \infty$, т. е. практически, если хоть один из сопрягаемых элементов является рейкой.

При конечном z_z действительная величина зазора при заданном раздвиге осей ΔA получается больше расчетной, хотя совершенно незначительно.

По фиг. 188, пренебрегая, по малости, $\cos \Delta \alpha \approx 1$, можно принять:

$$c_{\phi}'' = c_m'' + \delta' + \delta'',$$

где

$$c_m'' = \Delta A \sin \alpha,$$

$$\delta' \approx 2\rho' \sin^2 \frac{\Delta\alpha}{2} \approx 2\rho' \left(\frac{\Delta\alpha}{2}\right)^2,$$

$$\delta'' \approx 2\rho'' \sin^2 \frac{\Delta\alpha}{2} \approx 2\rho'' \left(\frac{\Delta\alpha}{2}\right)^2.$$

или

$$\delta_z = c_{\phi}'' - c_m'' = 2A \sin \alpha \left(\frac{\Delta z}{2}\right)^2 \approx 2A \sin \alpha \left(\frac{\Delta A \cos \alpha}{2A \sin \alpha}\right)^2 = \frac{(\Delta A \cos \alpha)^2}{2A \sin \alpha}. \quad (36)$$

Относительные ошибки расчета:

$$\frac{c_{\phi}'' - c_m''}{c_m''} = \frac{(\Delta A \cos \alpha)^2}{2A \Delta A \sin^2 \alpha} = \frac{\Delta A \operatorname{ctg}^2 \alpha}{m(z_1 + z_2)}. \quad (37)$$

Чтобы убедиться в практической незначительности получаемой поправки, достаточно двух примеров (0-передачи):

1) $m = 3$; $z_2 = 40$; $c_{om} = 0,2$ мм (II класс)

$$\Delta A = \frac{c_{om}}{2 \sin \alpha_0} = \frac{0,2}{0,684} = 0,292,$$

$$\frac{\Delta c_0}{c_{om}} \approx \frac{0,292}{120} \cdot 7,6 \approx 20/0;$$

2) $m = 5$; $z_2 = 200$; $c_{om} = 1,2$ мм (IV класс)

$$\Delta A = 1,76; \quad \frac{\Delta c_0}{c_{om}} \approx 1,50/0.$$

Если зазор достигается (см. выше) не путем раздвигания, а посредством утонения зуба, напуском инструмента при обработке, то при резце реечного вида, т. е. гребенке или червячном фрезере, зазор получается расчетным, т. е. $c_0 = 2\Delta A \sin \alpha$.

При нарезке долбяком процесс, наоборот, приближается к рассмотренному выше случаю раздвиг (формула 36), поскольку наличие изменения α зацепления относительно α нарезки, отсутствующее при нарезке рейкой.

Те же формулы (36) и (37) действительны и для случая определения зазоров по изменению межцентрового расстояния. Подобный метод, наиболее быстрый и исчерпывающий для определения зазоров в паре до ее окончательного монтажа, широко распространен и осуществляется с помощью приборов вигглекаторного типа (гл. VII).

Однако из формулы (36) и примеров видно, что величина δ даже в случае изменения α в тех пределах, о которых идет речь, т. е. и при нарезке долбяком настолько незначительна, что практически случаях можно исходить из уравнения

$$c_0 = 2\Delta A \sin \alpha, \quad (34)$$

тем более, что фактический зазор получается здесь всегда больше расчетного; следовательно, возможность заклинивания уменьшается.

§ 11. Переход от плоской задачи к пространственной

В § 1—10 мы установили, что в плоской задаче исследование ошибок передачи целиком сводится к двум проблемам обобщенного порядка:

1) плавности передачи и связанной с ней приведенной действующей ошибки зацепления, охватывающей все вопросы однопрофильных дефектов;

2) симметричных нормалей, охватывающих все проблемы двупрофильного порядка, с которыми связаны и вопросы нормальных зазоров в передаче.

Для перехода к пространственной задаче следует ввести еще третий параметр, характеризующий, насколько сумма отдельных сечений вдоль зуба (гл. III, § 1) может вписаться в данную плоскую задачу. Таких показателей местных или общих уклонений зуба по длине от заданного ему направления может быть выбрано два:

а) или направление зуба на произвольном, в частности, начальном или делительном цилиндре, что при косом зубе приводит к определению правильности лежащих на этих цилиндрах винтовых линий,

б) или направление зуба, взятое по его контактной линии, которая, как сказано в § 3 гл. I, в эвольвентном зацеплении является прямой, независимо от того, является ли зуб прямым или косым.

Если обратить внимание на то, что плавность зацепления определяется точками последовательного контакта и что именно принцип смены последовательных контактных точек положен в основу приведенной действующей ошибки зацепления, то станет очевидным, что для того, чтобы вновь выбираемый пространственный фактор не переплетался с уже рассмотренной плоской задачей, но дополнял бы ее, следует назначить его по признаку единовременного контакта, т. е. по контактной линии. Отмеченное преимущество прямолинейности, сильно упрощающее все вопросы измерения по контактной линии, по сравнению с измерениями продольных винтовых линий зуба, служит также достаточно веским аргументом в пользу контактной линии.

В дальнейшем, по ознакомлении с вопросами влияния технологии зубчатых передач, мы увидим, что несмотря на возможность иных вариантов решения в пользу контактной линии, как третьего параметра (считая за два первых приведенную ошибку и симметричную нормаль), говорят еще некоторые иные обстоятельства. Однако рассмотрение их в отрыве от вопросов технологии затруднительно, а поэтому и ограничиваемся приведенной мотивировкой в пользу делаемого выбора.

§ 12. Эксцентриситет зубчатых колес

Следует различать:

истинный эксцентриситет колеса — эксцентриситет его основной окружности относительно центра вращения;

условный эксцентриситет «по начальной окружности»;

совершенно не связанный с предыдущими эксцентриситет окружностей выступов, который отнюдь не следует причислять к эксцентриситету зубчатого колеса.

Эксцентриситет основной окружности является истинным эксцентриситетом, поскольку вся кинематика эвольвентного зацепления определяется основной окружностью.

Эксцентриситет начальной окружности является условным, поскольку условна сама начальная окружность, определяемая лишь сопряжением пары. Поэтому можно говорить только об эксцентриситете начальной окружности обработки. Поскольку такая часто отождествляется с делительной, иногда неудачно говорится об эксцентриситете делительной окружности. Однако под последней, строго говоря, надлежит понимать чисто расчетный параметр, не имеющий физического выражения в натуре ($r_0 = \frac{m_{теор} z}{2}$). Тогда отпадает и речь об эксцентриситете делительной окружности.

Эксцентриситет начальной окружности обработки весьма близко совпадает с эксцентриситетом основной окружности, чем и объясняется их практическое отождествление. Однако детальный анализ показывает возможность некоторой принципиальной разницы, которую нам предстоит уточнить; поэтому лучше оставаться при более строгом определении эксцентриситета по основной окружности изделия, хотя его нельзя измерить так непосредственно, как эксцентриситет начальной окружности обработки (радиальными измерениями).

Эксцентриситет основной окружности, складываясь с искажениями последней (см. выше „приведенную ошибку“), может дать результирующие максимум и минимум не по общему диаметру, а под некоторым иным углом, отличным от π . Так как с точки зрения передачи наиболее существенна разница между максимумом и минимумом, в практических вопросах лучше считаться не с эксцентриситетом, а с биением. В случае наличия чистого эксцентриситета, биение определяется удвоенной величиной его, т. е. полным размахом колебаний радиального измерительного прибора.

Эксцентриситет, как таковой, может иметь различное происхождение:

- а) посадочный эксцентриситет обработки;
- б) кинематический эксцентриситет обработки;
- в) эксцентриситет от биения инструмента (долбяка);
- г) монтажный эксцентриситет.

Посадочный эксцентриситет обработки есть суммарный эксцентриситет шпинделя станка и посадки заготовки. Определить его можно только по плотно входящей в отверстие правильной цилиндрической оправке.

Кинематический эксцентриситет обработки может возникнуть за счет эксцентриситета ведущей шестерни стола или аналогичной причины, приводящей к наложению на равномерную основную скорость вращения стола добавочной слагающей синусоидального характера. Этот эксцентриситет может быть определен или путем исключения (см. далее), или при наличии чистой, заодно с профилем обработанной окружности впадин, сплошным измерением, на базе последней, окружного шага.

Происхождение кинематического эксцентриситета ясно из фиг. 189. „Скорость перемещения исходной рейки v (изображенной на чертеже в двух диаметрально противоположных относительно изделия положе-

ниях) постоянна, а угловая скорость заготовки колеблется от $\omega + \Delta\omega$ до $\omega - \Delta\omega$.¹ Радиус основной окружности в каждом положении определяется из формулы:

$$r_{ox}\omega_x = v \cos \alpha,$$

$$r_{ox} = \frac{v \cos \alpha}{\omega_x};$$

минимум:

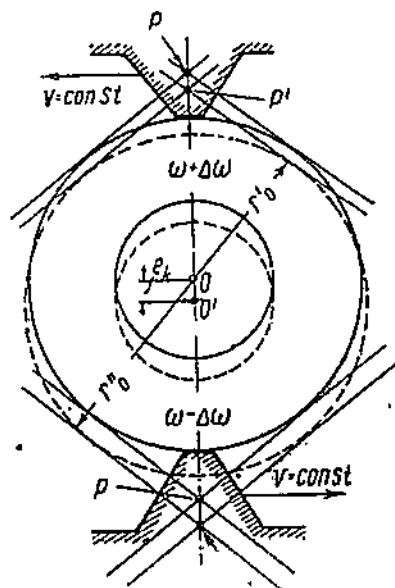
$$r_0^I = \frac{v \cos \alpha}{\omega + \Delta\omega},$$

максимум:

$$r_0^{II} = \frac{v \cos \alpha}{\omega - \Delta\omega}.$$

Синусоидальное течение ω_x соответствует такому же, но обратному изменению r_{ox} .

В силу этого можем принять, что центр O нарезки как бы сместился в O' , т. е. на величину e_k . Так как полюс P (P' , P'') следует за колебаниями r_0 , то в отношении одноименных профилей получаемый эксцентриситет можно практически считать идентичным с таким, который возникает от неправильной посадки заготовки.



Фиг. 189.

Практический вывод. При наличии периодического ($\sim 2\pi$) колебания скорости вращения заготовки, получаемый эксцентриситет зацепления может быть выравнен сдвигом центра заготовки в сторону ω_{min} на величину $r_{0max} - r_{0min} : 2 \cos \alpha$, где оба r_0 определяются по предыдущему. В частном случае, если явление получается за счет эксцентриситета ведущей стол шестерни, достаточно дать заготовке (за счет, например, зазора на оправке) пропорциональный эксцентриситет в том же направлении²: $e_{ш} = e_{дк} \frac{r_{0ш}}{r_{0дк}}$. Как увидим далее, такое исправление возможно, из-за сдвига фаз, лишь по одноименным профилям.

Наоборот, как ясно из фиг. 189, окружность впадин сохраняет теоретическое положение, как не зависящая от v и ω .

¹ С одинаковым правом можно было бы взять $\omega = \text{const}$, а $v = \text{var}$ (в пределах от $v - \Delta v$ до $v + \Delta v$).

² Можно добиться того же в монтаже эксцентричной посадкой на вал.

Отсюда вывод:

Для определения общей равномерности вращения стола по изделию достаточно измерить эксцентриситет зацепления на базе окружности впадин, если последняя чисто обработана заодно с профилями.

Следует подчеркнуть еще одну весьма существенную особенность кинематического эксцентриситета. Как и все прочие ошибки, происходящие от неправильной относительной скорости обката, он не обнаруживается радиальными измерениями нормального типа (по постоянной хорде) в силу пропорциональности между утонением по постоянной хорде и смещением последней.

Поэтому всякое подобное двупрофильное (радиальное) измерение для установления истинного эксцентриситета основной окружности является лишь приближенным, и уточнение может быть введено лишь дополнительным учетом (например, по шагу на базе окружности впадин) кинематического эксцентриситета или выявлением полного эксцентриситета по приведенному профилю. (Специальный способ радиальных измерений, выявляющий „кинематические“ ошибки, дается в гл. VII.)

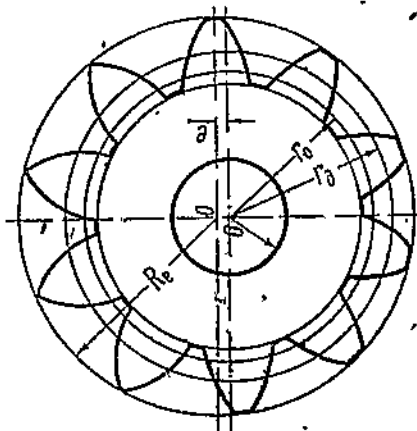
В связи с этим предложенный выше метод радиальной компенсации кинематического эксцентриситета приводит к периодическому колебанию величины зазора в передаче.

Эксцентриситет от биения инструмента (обработка эксцентричным долбяком с $z_u = z_{\text{изд}}$ изделия) непосредственно складывается с эксцентриситетом посадки заготовки как в отношении самого зацепления, так и в отношении окружности впадин.

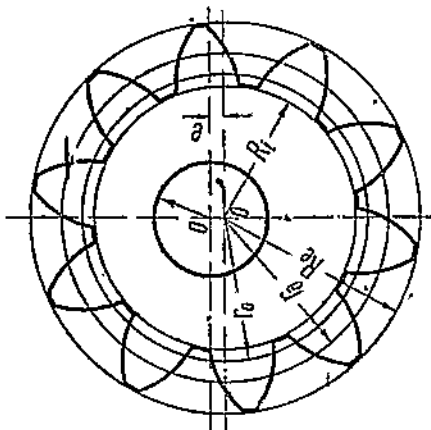
Эксцентриситет монтажный или результативный есть сумма трех предыдущих плюс собственно монтажный эксцентриситет в узком смысле. Если посадка исключает последний (запрессовка или т. п. на валу без затяжных шпонок), то однопрофильная поверка зацепления на базе вала дает сумму посадочного, кинематического и инструментального эксцентриситета или только двух первых, если последний отпадает по соотношению z инструмента и z изделия.

Поверка венца на той же базе вала радиальным методом (или же окружности впадин относительно вала) дает то же без кинематического эксцентриситета, откуда разность между таким измерением и предыдущим выделяет кинематический эксцентриситет.

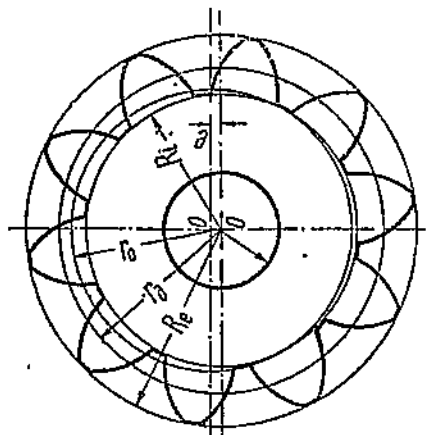
Так как при изготовлении шестерен обычным методом радиальные измерения выявляют основные виды эксцентриситета, то и для практики, в случае выверенных станков, замену поверки истинного эксцентриситета условным эксцентриситетом начальной окружности еще можно допустить; иное — в случае точных исследований, а также в случае применяемой иногда в настоящее время однопрофильной доводки (чистовая обработка, шлифовка или лаппинг) лишь по профилям одного направления. Здесь эксцентриситет может быть определен лишь по периодическим (2π) колебаниям шага t по рабочим профилям при концентричной валу базе измерений; при этом предполагается, что шаг есть величина достаточно малая по отношению ко всей окружности, чтобы на основе ее колебаний можно было сделать верное заключение относительно общего хода процесса. Для наглядности различные виды эксцентриситета представлены графически на фиг. 190.



Эксцентриситет окружности вступов. Все остальные характеристические окружности концентричны оси (расточке втулки). В передаче $i = \cos \alpha$; колеблется только радиальный зазор. К эксцентриситету шестерни не причислять. При измерении i на базе окружности вступов плавается минималь эксцентриситет зацепления; смещение центра изделия и соответственно с ним только импорт правильную до того передачу.



Эксцентриситет посадка заготовки при циревке. Все окружности эксцентриситетны оси (расточке); $i \neq \cos \alpha$. Истинный и условный эксцентриситеты совпадают. Исправляется эксцентриситетной посадкой на вал.



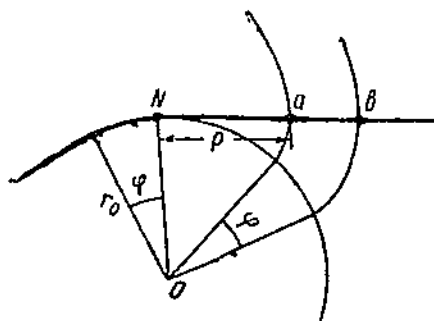
Каликатический эксцентриситет. Окружности плавки и вступов концентричны оси (расточке); отсутствие условного эксцентриситета при наличии истинного эксцентриситета осевой окружности. Все зацепление эксцентрично; $i \neq \cos \alpha$. При смещении на e эксцентриситетом станут окружности вступов, впадин и радиусов, но $i = \cos \alpha$; боковые и радиальные зазоры будут переменны.

Фиг. 190. Разновидности эксцентриситета.

Влияние эксцентриситета зубчатого колеса

Воспользуемся для дальнейшего анализа методом, на котором построена „действующая ошибка“, т. е. введем в рассуждения избыточные перемещения сопряженной исходной рейки. В заключение исследования покажем возможность почти мгновенного получения тех же результатов чисто формальным применением уравнений действующей ошибки.

Для простоты рассуждений введем понятие о приращении линии зацепления. Представим себе, что точка зацепления переместилась из a в b (фиг. 191). Можно в таком случае говорить, что линия зацепления Na получила приращение ab , равное $r_0\varphi$. Формально можно было бы говорить не о линии зацепления и ее приращении, а о радиусе кривизны эвольвенты ρ и его приращении, но в дальнейшем этим путем придется решать ряд вопросов, касающихся не данного участка профиля, а зацепления как такового, почему вводить специфический фактор кривизны профиля здесь неудобно. Приращение линии зацепления для ведущего колеса всегда положительно, для ведомого, наоборот, — отрицательно. Однако подобные приращения интересны, в первую очередь, по абсолютной величине, почему можно говорить о них, не считаясь со знаком. Там, где знак играет роль, будут вноситься оговорки.



Фиг. 191.

Избыточное $(\pm)$ приращение рассматриваемой линии зацепления на произвольном угле φ_x есть не что иное, как приведенная ошибка зацепления на том же угле.

Влияние эксцентриситета шестерни на плавность передачи

Рассмотрим зацепление с рейкой, исходя из картины перематывающейся нити.

Пусть (фиг. 192) O' и O'' — два положения геометрического центра основной окружности при вращении шестерен вокруг некоторого постороннего центра O ; $OO' = OO''$ есть эксцентриситет e ; φ_1 и φ_2 — начальный и конечный углы, образуемые направлением эксцентриситета с перпендикуляром OC к линии зацепления. Приращение последней при повороте шестерни из $OO'K_1$ в $OO''K_2$ определяется разностью K_2K_1' дуг N_2K_2 и N_2K_1' или N_1K_1 , соответствующей $\varphi_2 - \varphi_1$, и смещением точки N в направлении линии зацепления N_2N_1' . При этом первое из этих двух приращений есть законное приращение, независимое от эксцентриситета, так как связано только с углом поворота и радиусом основной окружности, тогда как второе является всецело функцией эксцентриситета; вследствие последнего на угле $\varphi_2 - \varphi_1$ имеется добавочное приращение линии зацепления:

$$\Delta s = N_2N_1' = e(\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1) = e\Delta \sin \varphi. \quad (38)$$

В пределе, в любой данной точке,

$$ds = ed \sin \varphi = e \cos \varphi d\varphi. \quad (38a)$$

$$ds_{\max} - ds_{\min} = (e \cos 0 - e \cos 180) d\varphi = [1 - (-1)] ed\varphi = 2ed\varphi. \quad (39)$$

Таким образом убеждаемся, что эксцентриситет действительно (см. выше) вносит в передачу синусоидальное колебание скорости с амплитудой

$$\Delta v_0 = e \frac{d\varphi}{dt} = \omega e. \quad (40)$$

Для случая двух шестерен имеем лишь дополнительное колебание направления линий зацепления, что вносит поправки второго порядка малости, аналогичные поправкам на конечную длину шатuna в кривошипно-шатунных механизмах. Поэтому с учетом малости отношения $\frac{e_2}{p_1 + p_2}$ приведенную формулу можно принять за общее выражение влияния e^1 .

Влияние эксцентриситета на дуговые измерения, в частности на измерения шага

Пусть измеряемое изделие имеет геометрический центр в точке O' (фиг. 193, а), измерение же происходит по окружности, эксцентричной к O' , имея, например, центром O'' . В произвольной точке C истинный радиус измерения $O'C$ равен

$$r_x = O'A + AC = r_{\text{теор}} + \delta r.$$

Если величина эксцентриситета невелика по сравнению с радиусом, то AC определяется с точностью до малых высших порядков:

$$AC = AB \sin \varphi,$$

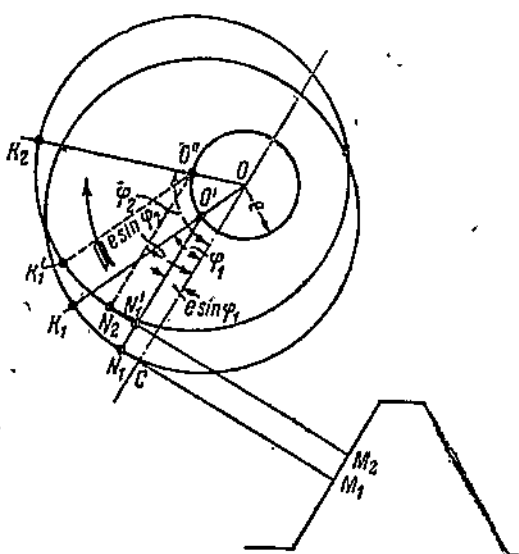
где φ — угол между взятым радиусом и перпендикуляром $O'K$ к направлению эксцентриситета. В свою очередь, из параллелограмма $O'ABO''$, $AB = O'O'' = e$; таким образом

$$\delta r = AC = e \sin \varphi = e \cos (90^\circ - \varphi). \quad (41)$$

Возьмем некоторый малый угол $\Delta \varphi$ (фиг. 193, б), которому соответствует дуга Δs_m по окружности, концентричной с O' , и дуга Δs_x по

¹ Если в формуле (38) вести отсчеты от $\varphi_1 = 0$, формула дает

$$\Delta s = e \sin \varphi. \quad (38б)$$



Фиг. 192. Разновидности эксцентриситетов.

окружности измерения. Если $\Delta\varphi$ достаточно мало, чтобы в его пределах можно было пренебречь неконцентричностью Δs_m и Δs_x , последняя дуга может быть выражена (пользуемся для накопленных ошибок знаком $\bar{\Delta}$, т. е. символикой, введенной в основной части теории действующей ошибки):

$$\Delta s_m + \delta\Delta s = \Delta s_x = \Delta\varphi \cdot r_x = \Delta\varphi (r_m + \delta r).$$

Вычитая из этого выражения

$$\Delta s'_m = \Delta\varphi \cdot r_m$$

получаем

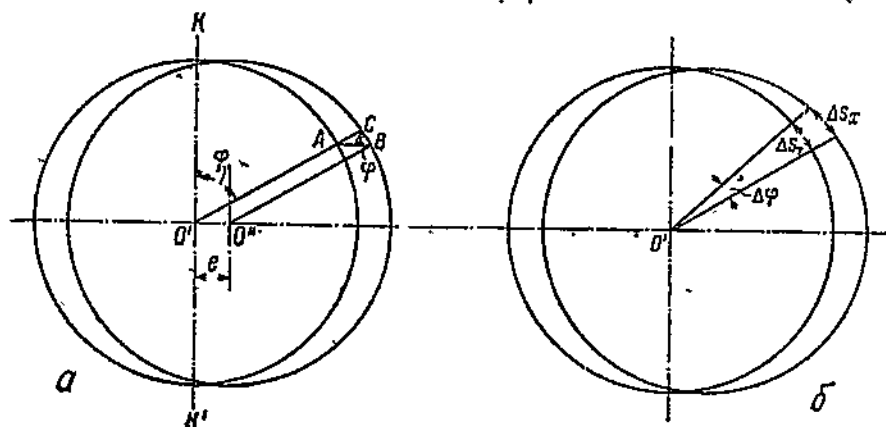
$$\delta\Delta s = \Delta\varphi \delta r$$

или, переходя к пределу,

$$d\Delta s = \delta r \cdot d\varphi. \quad (42)$$

Подставляя значение δr из уравнения (41), имеем

$$d\Delta s = e \sin \varphi d\varphi. \quad (42')$$



Фиг. 193.

Интегрируя полученное выражение в произвольных пределах от φ_1 до φ_2 , имеем

$$\Delta s \Big|_{\varphi_1}^{\varphi_2} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} e \sin \varphi d\varphi = -e \cos \varphi_2 + e \cos \varphi_1 = e (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2), \quad (43)$$

т. е.

ошибка дуги при эксцентричном измерении составляет на произвольном участке произведение из эксцентриситета на разность косинусов предельных углов измерения, взятых относительно перпендикуляра к направлению эксцентриситета.

Таким образом, если измерение производится эксцентрично, из показаний ошибок надлежит вычесть получаемую из-за эксцентриситета кажущуюся ошибку изделия. В частности, так следует поступать, если производится определение ошибок шага без гарантии в концентричности изделия и измерения. Очевидно, что совершенно та же картина получится,

если измерение производится concentрично оси вращения изделия (например, измерение на станке), в случае эксцентричной посадки самого изделия, так как в этом случае, относя все построение к центру изделия, мы вернемся к предыдущему случаю. Однако с точки зрения работы шестерни такой случай принципиально отличен от предыдущего, так как эксцентриситет изделия относительно вала скажется в работе так же, как в измерении, т. е. будет накладывать на основную скорость передаваемого вращения дополнительную переменную слагаемую синусоидального характера.

Если в уравнении (43) в качестве пределов взять $\varphi_1 = 0, \varphi_2 = 90^\circ$, получим

$$\Delta s \int_{\varphi=0}^{\varphi=90} = e (\cos 0 - \cos 90) = e. \quad (44)$$

То есть: на четверти окружности эксцентриситет создает дуговую ошибку, кажущуюся или действительную (в зависимости от того, что эксцентрично валу: измерение или изделие), равную самому эксцентриситету. При этом четверть окружности следует брать в пределах между направлением эксцентриситета и перпендикуляром к нему.

Наоборот, в случае отсутствия собственных ошибок шага, эксцентриситет определяется как максимальная накопленная ошибка на четверти окружности.

Если взять

$$\varphi_1 = 90 - \frac{\gamma}{2}; \quad \varphi_2 = 90 + \frac{\gamma}{2},$$

получаем

$$\overline{\Delta t}_{\max} = e \left[\cos \left(90 - \frac{\gamma}{2} \right) - \cos \left(90 + \frac{\gamma}{2} \right) \right] = e 2 \sin \frac{\gamma}{2} \approx e\gamma. \quad (45)$$

То есть: при отсутствии собственно ошибок шага эксцентриситет определяется как отношение мнимой максимальной ошибки дугового шага к $\frac{2\pi}{z}$.

Учитывая, что аналогично предыдущему

$$\overline{\Delta t}_{\min} = -e\gamma, \quad (45a)$$

где $\overline{\Delta t}_{\min}$ есть максимальная отрицательная ошибка, можно формулировать иначе.

При отсутствии собственно ошибок шага эксцентриситет численно определяется как отношение разности максимального и минимального замеренных шагов к удвоенному теоретическому угловому шагу:

$$2e = \frac{\overline{\Delta t}_{\max} - \overline{\Delta t}_{\min}}{\gamma} = \frac{t_{\max} - t_{\min}}{\gamma} = \frac{(t_{\max} - t_{\min})z}{2\pi}.$$

т. е. фазы $\overline{\Delta s}_I$ и $\overline{\Delta s}_{II}$ окажутся взаимно сдвинутыми на $\pi - 2\alpha$, причем Δs_I смещена от синусоиды $e \sin \varphi$ на $\frac{\pi}{2} - \alpha$ в плюс, а $\overline{\Delta s}_{II}$ — на ту же величину — в минус, как изображено на диаграмме правой части фиг. 194.

На левой части фиг. 194 для ясности показаны два положения основной окружности соответствующих: $\overline{\Delta s}_I = 0$; $\overline{\Delta s}_{II} \neq 0$ (центр в O_1') и $\overline{\Delta s}_I \neq 0$; $\overline{\Delta s}_{II} = 0$ (центр в O_1''), а также (жирным) теоретическое положение основной окружности и линий зацепления I и II¹.

Определение влияния эксцентриситета на работу передачи через, приведенную действующую ошибку

По условию:

$$\delta r_0 = e \cos \varphi',$$

где φ' угол между данным направлением и направлением эксцентриситета (выше мы пользовались дополнительным углом φ).

С другой стороны, длина малой дуги для каждого данного радиуса выражается:

$$\widehat{\Delta s}_0 = r_{ox} \Delta \varphi',$$

а при правильном радиусе:

$$\widehat{\Delta s}_{om} = r_{om} \Delta \varphi'.$$

Вычитанием определяем ошибку:

$$\delta \widehat{\Delta s}_0 = (r_{ox} - r_{om}) \Delta \varphi' = \delta r_0 \Delta \varphi'.$$

В пределе:

$$d\widehat{\Delta s}_0 = \delta r_0 d\varphi' = e \cos \varphi' d\varphi'.$$

То есть, как и следовало ожидать, получаем уравнение (42'). Для некоторых конечных пределов интегрированием получаем

$$\overline{\Delta F} = \overline{\Delta s}_0 \Big|_{\varphi_1}^{\varphi_2} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\widehat{\Delta s}_0 = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \delta r_0 d\varphi' = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} e \cos \varphi' d\varphi' = e (\sin \varphi_2' - \sin \varphi_1').$$

§ 13. Несколько замечаний об эксцентриситете единичных профилей и его связи с ошибками толщины зуба

Угловая толщина зуба на произвольном радиусе r_x выражается углом ψ_x между радиальными лучами к сопоставляемым точкам противоположных профилей.

Дуговая толщина на том же радиусе r_x (общем для обеих сопоставляемых точек) определяется как $\psi_x r_x$. Если оба профиля эвольвентны, т. е. не искажены по форме, что в дальнейшем полагается как обязательная предпосылка, то при наличии ошибки толщины зуба угловая толщина превращается из ψ_x в $\psi_x + \Delta \psi_x$.

Дуговая толщина превращается из $r_x \psi_x$ в $r_x (\psi_x + \Delta \psi_x)$.

¹ На фиг. 194 $\alpha = 30^\circ$, почему $\frac{\pi}{2} - \alpha \approx 2\alpha$.

поскольку эксцентриситет уничтожен, а $r_0' = r_0$, оба профиля AA' и CC' принадлежат общей основной окружности и, следовательно, не могут быть совмещены иначе как смещением по ней, т. е. всякая возможная неправильность положения неискаженного самого по себе профиля состоит из:

- а) эксцентриситета,
- б) дугового или углового смещения.

Если взять несколько последовательных правых и левых профилей, из которых один неправилен по своему дуговому положению, то, относительно одноименных смежных с ним профилей он дает ошибку шага, а относительно смежных — разноименных ошибку толщины зуба (если рассматриваются два обращенных друг от друга профиля) и ошибку ширины впадины (если рассматриваются профили, обращенные друг к другу). Относительных ошибок толщины зуба или ширины впадин без относительных же ошибок шага, хотя бы по одним профилям, существовать не может.

Всякая неправильность положения профиля, не вписывающаяся в только что охарактеризованные виды дуговой ошибки, есть ошибка эксцентриситета, хотя бы речь шла даже об единичном профиле, а не о явлении, постепенно нарастающем от одной точки окружности к другой, диаметрально к ней противоположной.

Особое внимание следует обратить на один частный случай, являющийся причиной почти поголовной ошибки при всех попытках дать расшифровку погрешностей зацепления. Речь идет о сдвиге профиля по касательной к основной окружности (фиг. 196, а).

Если профиль KK' принять за базу, относительно которой AA' есть правильное, а BB' — неправильное положение смежного профиля со сдвигом по касательной, то на основе изложенного следует принять, что ошибка состоит из эксцентриситета e , а не является ошибкой толщины зуба. То же самое следует отметить и в случае, если за базу взята, например, ось симметрии зуба O_1O_2 (фиг. 196, б), где оба профиля ошибочны в своем положении по общей касательной. Здесь имеется опять-таки наличие не ошибки толщины зуба, но эксцентриситет профилей.

Непонимание сущности этого явления привело, например, Бюргера в его докторской диссертации и Берншта, эту диссертацию поддерживавшего и аннотировавшего¹, к кардинальнейшим ошибкам принципиального характера и к совершенно неверным практическим выводам относительно периодической ошибки толщины зуба. Существенность разбираемого вопроса во всем комплексе проблемы об ошибках в зубчатых передачах и о допусках на них заставляет остановиться специально на этой ошибке, несмотря на всю кажущуюся простоту разбираемого вопроса в целом.

Берндт и Бюргер, исходя из совершенно правильного положения о принципиальной неточности обычного определения эксцентриситета, как периодической ошибки толщины зуба, пришли к результатам не улучшающим, а ухудшающим как понимание вопроса, так и возможные практические выводы. Дело в том, что они разлагают возможную

¹ Журнал „Werkstattstechnik“ № 19, 1935.

ошибку положения профиля на радиальную слагающую, называемую ими эксцентриситетом, и тангенциальную, ошибочно принимаемую ими целиком за погрешность толщины зуба. (Авторы исходят из впадин, что безразлично.) Таким образом неучтенная ими в эксцентриситете тангенциальная его слагающая дает погрешность, совпадающую с эксцентриситетом по периоду и фазе, но принятую авторами за самостоятельную периодическую ошибку толщины зуба.

С другой стороны, по той же причине у них получается постоянство ошибки толщины зуба по всей высоте последнего, что также

неверно. На самом деле из фиг. 195—196 мы видели, что

1) ошибка толщины не может быть постоянной в силу наличного поворота профиля соответственно угловой погрешности;

2) ошибка эксцентриситета может иметь произвольное направление, включающее не только радиальную, но и тангенциальную слагающую;

3) тангенциальный сдвиг профиля есть также эксцентриситет, а ошибка толщины не включает никаких иных слагающих, кроме поворота профиля около центра шестерни.

Таким образом мы убеждаемся, что затронутый вопрос далеко выходит за пределы нарезки фасонным инструментом, на базе которой он только простейшим образом выявляется.

Практически дело сводится к тому, что в проверке толщины

зуба, производимой не с чисто цеховыми целями, но в порядке более детального выявления дефектов шестерни, например для определения конфигурации зуба измерением ряда его хорд на различной высоте, учет угла давления обязателен:

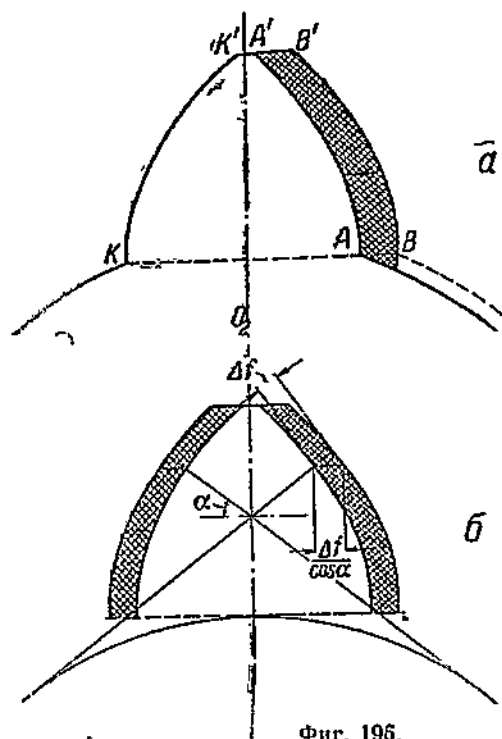
$$\Delta S_x = \frac{2}{\cos \alpha_x} \Delta f_x,$$

где, по фиг. 197, α_x определяется из соотношений

$$\cos \alpha_x = \frac{r_0}{r_h - \frac{S_x}{2} \operatorname{tg} \alpha_x},$$

т. е. по уравнению

$$r_h \cos \alpha_x - \frac{S_x}{2} \sin \alpha_x = r_0$$



Фиг. 196.

(если заданы r_h и хордальная толщина на данной высоте S_x) или же из уравнения

$$\frac{r_0}{r_x} = \cos\left(\alpha_x + \frac{\psi_x}{2}\right)$$

(если заданы r_x и угловая толщина ψ_x).

Чтобы не возвращаться больше к затронутому вопросу, отметим, что аналогично обстоит дело и с пересчетами шага.

Угловой шаг не зависит от радиуса измерения:

$$\gamma_x = \gamma_k = \gamma_0.$$

Следовательно, $\Delta\gamma_x = \Delta\gamma_k = \Delta\gamma_0$.

Дуговой шаг t_x :

$$t_x = r_x \gamma; \quad t_0 = r_0 \gamma;$$

$$\gamma = \frac{t_0}{r_0}; \quad \Delta\gamma = \frac{\Delta t_0}{r_0};$$

$$\Delta t_x = \frac{r_x}{r_0} \Delta t_0$$

или, при приведении всех отсчетов к иной какой-нибудь окружности (r_k)

$$\Delta t_x = \frac{r_x}{r_k} \Delta t_k.$$

Смысл полученных нами соотношений для шага и толщины зуба заключается в следующем.

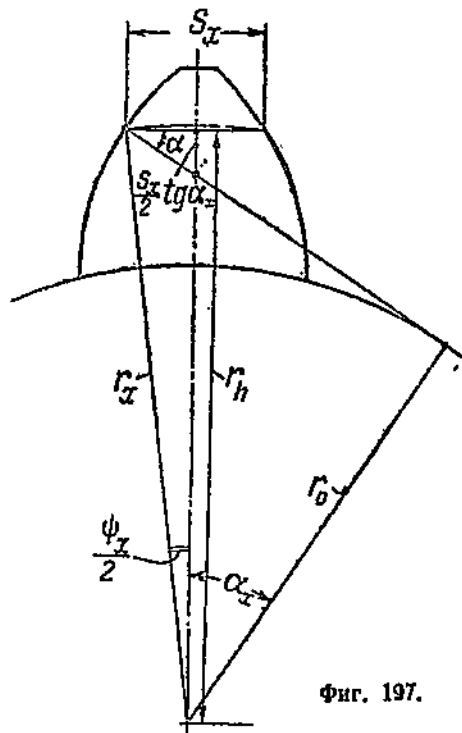
Измерение погрешностей различных элементов, определяющее в конечном результате отклонение положения профиля, должно производиться всегда по одной какой-либо окружности, выбор которой в общем случае произволен.

При измерении по другой окружности нельзя автоматически принимать получаемые при измерении отклонения непосредственно за ошибку (шага или толщины зуба), но, строго говоря, требуется в точных измерениях произвести пересчет на „исходную окружность“ по формуле

$$\Delta X_k = \frac{r_k}{r_x} \Delta X_x,$$

где ΔX_x — отсчет при измерении, а ΔX_k — истинное значение погрешности.

Основные теории, разработанные в настоящей главе („приведенная действующая ошибка“ и „симметричные нормали“) в совокупности со вспомогательными задачами, рассматриваемыми в последних параграфах, дают возможность решения всех существеннейших метрологических проблем точности зубчатых колес и их производства, к анализу которых мы теперь и приступим.



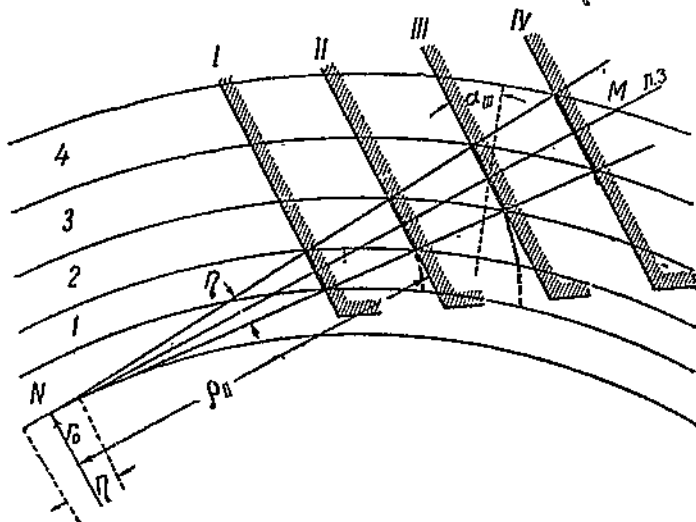
Фиг. 197.

Глава V

ВЛИЯНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ НА ОШИБКИ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

§ 1. Общие основы определения влияния отдельных факторов

При нарезке „методом деления“, т. е. прорезки отдельных впадин соответственным фасонным инструментом с промежуточной делительной подачей изделия, — перенос ошибок станка и инструмента на изделие



Фиг. 198.

сводится к их прямому копированию. Наоборот, в нарезке методом обката такие очевидные и прямые зависимости отсутствуют. Поэтому дальнейшее изложение настоящей главы посвящается анализу влияния технологических факторов, именно с точки зрения обработки методом обката, тем более, что таковой имеет теперь доминирующее значение.

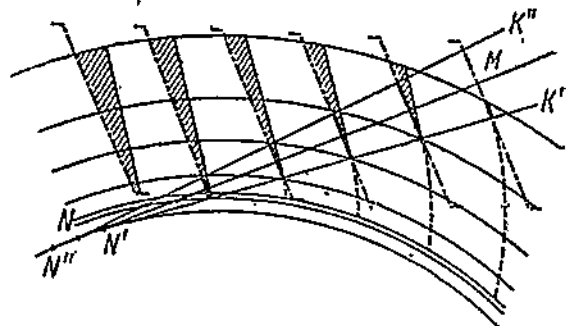
Из самого принципа нарезания зубьев в обкате следует, что получаемый на изделии профиль является не математической эвольвентой, но семейством касательных к ней следов режущей кромки (гл. I, § 3).

Угол между смежными касательными равен углу поворота между последовательными резами, который остается при заданной настройке постоянным во все время обработки изделия. При этом необходимое наличие общей нормали у режущей кромки и нарезаемого профиля обеспечивает протекание резания вдоль линии зацепления, как показано на фиг. 198, где I, II, III, IV показывают четыре последовательных положения режущей кромки (в данном случае — прямой) относительно изделия. Угол η есть угол элементарного поворота между резами. В силу его малости, его вершину можно считать совпадающей с точкой N касания линии зацепления с основной окружностью (с точностью $\sim$ до $2r_0 \sin^2 \frac{\eta}{4}$).

Ширина произвольного следа равна $2r_x \operatorname{tg} \frac{\eta}{2}$ или $\sim \eta r_x$. Проводя через

крайние точки смежных следов окружности, concentричные основной, получаем кольцевые зоны нарезки 1, 2, 3, 4... ширина которых равна, очевидно, $\sim \eta r_x \cos \alpha_x =$

$= \eta r_s \sin \alpha_x$. Самый процесс снятия стружки изображен на фиг. 199. Каждая стружка имеет форму клина с тем же углом η при вершине, лежащей на линии $N'K'$ или, практически, у линии зацепления (если пренебречь



Фиг. 199.

$\frac{1}{2} \eta r_x$). В случае криво-

линейной режущей кромки (долбёк) клин получается также криволинейным, причем угол при вершине будет $\eta_x = \eta_{\text{долб}} + \eta_{\text{изделия}}$, что однако не меняет сути дела.

При изменении направления обката, т. е. для профиля изделия, отступающего во время нарезки (от M к N фиг. 199 и 200), вершина срезаемых клиньев остается близ линии зацепления, но самый клин опрокидывается, так что его основание оказывается у окружности впадин изделия.

Таким образом полная генерация зуба или впадины изделия изображается фиг. 200, где дано 12 последовательных положений режущего зуба с выделением (жирным) профилеобразующих участков. Слева дана готовая впадина, тогда как наверху выделено несколько последовательных положений резания (двойная линия — режущая часть кромки, из которой только жирные участки являются профилеобразующими; вне точек L , L' образование соответственных профилей отсутствует).

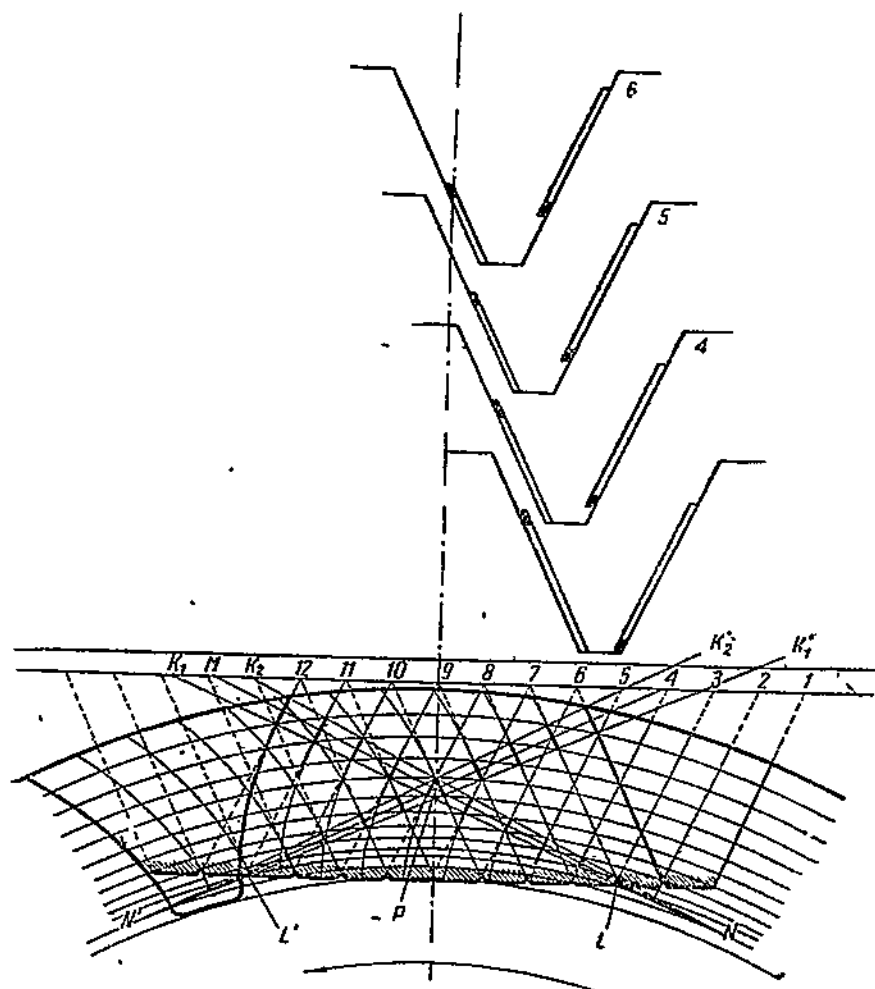
В зависимости от метода нарезки и применяемого инструмента профили могут быть обработаны каждый целиком одной режущей кромкой, или же может иметь место промежуточное пересоприжение режущих и обрабатываемых профилей, когда разные части профиля обрабатываются различными режущими кромками.

Практически интересны следующие случаи.

1. Каждому профилю изделия соответствует собственный профиль-

инструмента, что возможно лишь при числе зубьев у инструмента $\geq z$ изделия или же при „замкнутой“ серии режущих зубьев, осуществляемой долбяком.

С точки зрения переноса ошибок на изделие этот случай является простейшим, так как каждая ошибка режущего профиля переносится



Фиг. 200.

на профиль, нарезаемый в момент ее попадания на линию зацепления, чем и определяется кольцевая зона, в которой скажется эта ошибка на изделии.

2. Пересопряжение производится через каждые n шагов, что требуется при числе зубьев у инструмента $< z$ изделия, в случае разомкнутой серии режущих зубьев (гребенка). Во избежание длинных гребенок, n берется всегда весьма малым ($1 \div 3$). Из условия кратности

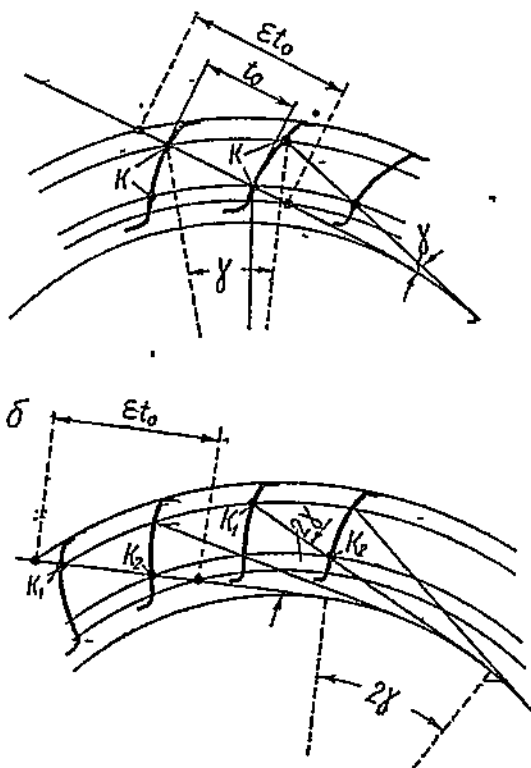
угла поворота между двумя пересопряжениями угловому шагу явствует, что точкам пересопряжения соответствуют совершенно определенные для всей шестерни углы развернутости профилей, а следовательно, и определенные радиусы изделия. В общем случае таких радиусов, независимо от n , бывает два, поскольку степень перекрытия $\varepsilon > 1$, но $< 2^1$.

Если $n = 1$, обе точки пересопряжения K попадают на каждый профиль (фиг. 201, а), в противном случае каждый профиль получает лишь одну точку пересопряжения (фиг. 201, б) α или даже ни одной (при $n \geq 3$).

Таким образом при $n = 1$ в любой кольцевой зоне все одноименные профили изделия оказываются нарезанными тем же участком одной и той же режущей кромки, т. е. ошибки инструмента вовсе не отражаются на окружном шаге, где бы таковой ни измерялся. При $n \neq 1$, то же имеет место для суммарной ошибки по n шагам, взятым также на любой высоте и по любым зубьям.

Так как для „пересопрягаемого“ инструмента: 1) $n = 1$ является случаем доминирующим, особенно для чистовой нарезки, 2) приведением группами по n зубьев прочие случаи легко свести к случаю 1 ($n = 1$); он и будет в дальнейшем исключительно рассматриваться.

3. Каждая режущая кромка нарезает лишь одну элементарную кольцевую зону, но зато либо во всех зубьях, либо в каждом n -ом зубе. Этот принцип нарезки осуществляется червячным фрезером, причем n равно числу заходов червяка. Поясняется этот процесс ранее данной фиг. 200, если принять 1, 2, 3...12 уже не за последовательные положения одного и того же режущего зуба, но за отдельные последовательные зубцы фрезера, приведенные поочередно в положение резания².



Фиг. 201.

¹ Рассмотрение ведется пока в плоской задаче.

² Спиральностью зуба фрезы и режущей канавки пренебрегаем, приводя фрезу как бы к плоскости той исходной рейки, от которой она образована. В дальнейшем подобное рассмотрение фрезы будет определяться как рассмотрение ее в приведенной плоскости.

между двумя предельными правильными эвольвентами, между которыми умещаются все точки фактического профиля. Именно эту величину обычно и разумеют под „ошибкой профиля“.

Все только что описанные замеры ведутся по нормали к профилю (теоретическому).

Погрешность чистоты, т. е. величина огранки λ не только мала по абсолютной величине ($\lambda \approx 2\rho \sin^2 \frac{\gamma}{4}$), но и не зависит практически от того, насколько выдержано общее направление режущей кромки. Так, например, при ширине стружки $\tau = 2$ мм и ошибке угла инструмента $\Delta\alpha = \pm 5'$ (что довольно грубо) $\Delta\lambda = \frac{\tau}{2} \sin \Delta\alpha < 1,5 \mu$.

Все сказанное позволяет:

исключить при исследовании ошибок зацепления вопросы чистоты профиля, т. е. огранки;

рассматривать эти вопросы огранки отдельно лишь там, где они представляют специальный интерес (поверхностные явления, звук и т. п.);

рассматривать все погрешности зацепления исключительно как ошибки относительного положения режущего участка кромки инструмента на линии зацепления в момент резания, т. е. вовсе не считаться с ошибками режущей кромки в пределах каждого отдельного элементарного режущего участка².

Неправильность положения элементарных режущих участков в данный момент может, в общем случае, зависеть:

А. От неправильности формы или относительного положения отдельных профилей, которым они принадлежат, т. е. от „ошибок формы исходной рейки“. Эти ошибки происходят или от ошибок самого инструмента, или от несовпадения его режущей плоскости с плоскостью исходной рейки. Если по наличным условиям эти плоскости совпадать не могут, если режущая поверхность не плоская, в профиль инструмента должна быть введена соответственная поправка, учитывающая заточку не в плоскости исходной рейки. С такой оговоркой можно считать, что все ошибки формы исходной рейки сводятся:

а) к собственно ошибкам инструмента, включая ошибки заточки;

б) к ошибкам, поддающимся исправлению соответственной установкой приведенной режущей плоскости инструмента.

Б. От неправильностей положения инструмента в целом относительно изделия, что, в свою очередь, сводится к ошибкам или установочных баз станка или заготовки, или к ошибке в процессе установки, как таковой. Учитывая, что ошибка базы тоже ведет к неправильной установке, т. е. является лишь причинной разновидностью, рассмотрение этого пункта можно объединить.

В. От ошибок относительного перемещения изделия и инструмента, которые складываются:

а) из ошибок собственно обката, т. е. ошибок кинематики станка,

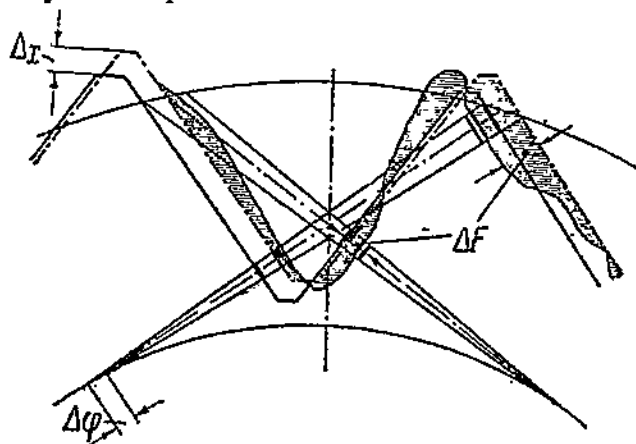
¹ Подробнее см. § 7.

² Достаточно вспомнить, что даже видимая глазом обратная кривизна профиля долбяка, далеко превосходящая подобные отклонения, практически почти не влияет на дефектность профиля по признаку огранки, иначе долбяки были бы вообще неприменимыми. Подробнее об огранке — в конце настоящей главы.

б) из ошибок местных перемещений по направляющим или т. п.; здесь все ошибки перемещения несомых элементов сводятся к ошибкам формы или положения элементов несущих, т. е. самих направляющих или т. п.

Что касается последних, то в их проверке все только что отмеченные ошибки как формы, так и направления в некоторой плоскости удобно объединять, поскольку самые методы проверки практически строить соответственным образом. Наоборот, в анализе явления ошибки направления целесообразно выделить.

При такой постановке вопроса, в измерении направляющих X в некоторой плоскости XU мы будем говорить, с одной стороны, о величине ΔY (ошибка положения) и, с другой, — о величине $\delta \Delta Y$ (колебания, зависящие как от формы, так и положения направляющих). Наоборот, при анализе явления, не вникая в вопросы погрешностей формы, мы будем говорить лишь об ошибке положения ΔY и ошибке



Фиг. 203.

направления, которое можно рассматривать как некоторый поворот $\Delta \Phi$ вокруг третьей координатной оси. Очевидно, что $\Delta \Phi$ есть частный случай $\delta \Delta Y$, если направляющие взяты по оси X .

Для примера все три категории ошибок A , B , B по предыдущему изображены на фиг. 203: ошибки формы инструмента (п. А.) — в виде заштрихованных ошибок рейки ΔF ; ошибки положения инструмента (п. Б) — в виде ошибок сдвига Δx ; ошибки предшествовавшего перемещения его (п. В) относительно изделия (или наоборот) в виде ошибки угла поворота $\Delta \phi$. В результате элементарные режущие участки оказались в положениях, отмеченных двойными жирными штрихами вместо назначенных им положений, представленных одиночными жирными же штрихами.

На основании проведенного рассуждения все возможные факторы ошибок могут быть перераспределены в три других более общих группы, по которым и будет вестись дальнейшее их исследование.

- 1 — Ошибки исходной рейки инструмента (п. А-а).
- 2 — Ошибки кинематики станка (п. В-а).
- 3 — Ошибки относительного положения участвующих в образовании зацепления элементов (пп. А-б, Б, В-б).

§ 2. Влияние ошибок формы инструмента

После сказанного в предыдущем параграфе влияние ошибок положения отдельных элементарных режущих участков устанавливается почти автоматически.

1. Величина единичной ошибки определяется как ошибка профиля инструмента в точке зацепления при данном резе.

При нарезании единичной кромкой это будет его собственная ошибка, при нарезании несколькими — приведенная ошибка в данной точке.

Если по фиг. 204 в некотором положении исходной рейки инструмента, ошибки которой отсчитываются от точки A , режущими являются произвольные точки C , E , H , то ошибки последних определяются:

$$\Delta_{C/A} = \Delta_{B/A} + \Delta_{C/B} = \\ = \Delta_{S_A'} + \Delta f_C,$$

$$\Delta_{E/A} = \Delta_{D/A} + \Delta_{E/D} = \\ = \Delta_{t_A'} + \Delta f_E,$$

$$\Delta_{H/A} = \Delta_{Q/A} + \Delta_{H/Q} = \\ = \Delta_{S_A'} + \Delta t_A'' + \Delta f_H.$$

В общем случае для одноименных профилей:

$$\Delta F' = \sum_n \Delta t' + \Delta f_n$$

и для обратных (или „иноименных“) профилей:

$$\Delta F'' = \Delta S' + \sum_n \Delta t'' + \Delta f_n.$$

Единственная участвующая при переходе на иноименные профили ширина впадины или толщина зуба $\Delta S'$ может быть всегда принята правильной с отнесением ошибки за счет установки. (В частности, если заданная ширина неверна относительно установочной базы, например $K-K'$, ошибки приписываются последней, что должно быть учтено при самой установке). Тогда искомая ошибка всецело определяется однопрофильно:

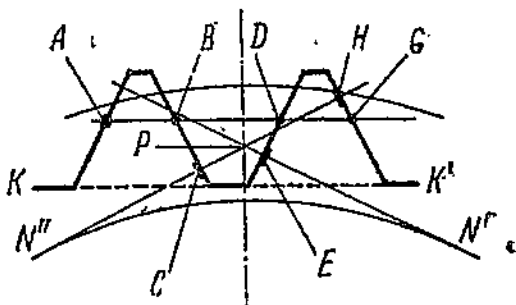
$$\Delta_X = \Delta F_{X/A} \quad \text{или} \quad \Delta_X = \Delta F_{X/B}.$$

Обратив внимание на участвующие одновременно в работе элементарные режущие участки, легко видеть:

1. Основной шаг изделия копирует отрезок CH (или т.п.), т.е. Δt_0 изделия есть только функция Δt_0 инструмента;

Примечание. Для фрезы это действительно лишь с точностью до малых второго порядка, поскольку абсолютная одновременность нарезки двух участков, лежащих на общей линии зацепления, нарушается за счет спиральности режущей канавки. Однако практически это незначительное несовпадение роли не играет.

2. По разноименным профилям копируются секущие CE и т.п. При этом могут иметь место следующие частные случаи (фиг. 205).

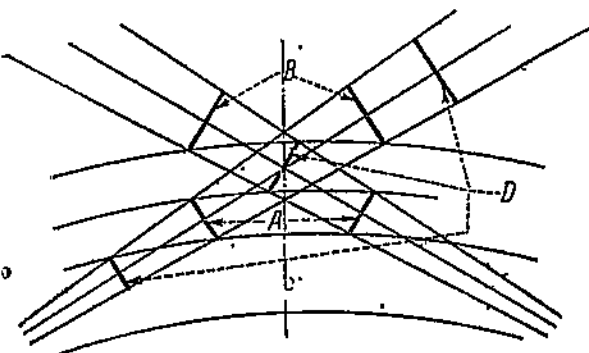


Фиг. 204.

А. Некоторый след зуба исходной рейки (или же зуб фрезы) располагается симметрично относительно полюса зацепления, т. е. последний лежит на оси симметрии этого следа (зуба); в этом случае, кольцевые зоны нарезки совпадают для обоих профилей впадины изделия, а постоянная хорда последней копирует постоянную хорду указанного «инструментального зуба».

Б. То же имеет место для некоторой впадины резца: совпадают кольцевые зоны для обоих профилей зуба изделия; постоянная хорда зуба изделия — копия постоянной хорды указанной впадины инструмента.

В. При четном числе режущих положений на каждый шаг или же при четном числе режущих канавок у фрезы случаи А и Б совмещаются: обе постоянные хорды на изделии скопированы с обратных постоянных хорд инструмента.



Фиг. 205.

Г. Один из резцов (или одна из кромок фрезы) проходит через полюс. При $S = t/2$ именная кромка также проходит через полюс — при четном числе и не проходит через полюс при нечетном числе режущих пазов.

Д. Инструмент установлен так, что хотя ни один из следов его зубьев или впадин и не

симметричен к полюсу, но симметричными относительно полюса оказываются неодновременные резы; кольцевые зоны разноименных профилей также взаимно совпадают по своим границам, хотя и не совпадают по своим «номерам», т. е. ни на какой высоте зуба изделия не окажется толщины копирующей ширину какой-то одной впадины инструмента (или наоборот). Случай D представлен на фиг. 200.

Е. Во всех прочих случаях кольцевые зоны нарезки не совпадают для разноименных профилей, что никак не отражается на истинной точности изготовленной эвольвенты, но располагает только совершенно случайно «гребни» одного профиля относительно «гребней» другого. При этом под гребнем понимается граница двух смежных резцов или двух сторон описанного около эвольвенты многоугольника. Таким многоугольником и является, как указано выше, профиль зуба, нарезанный при конечном числе режущих положений (гребенка) или режущих кромок (фрезер).

Из изложенного совершенно очевидно, что подбирать специально положение режущих кромок вдоль линии зацепления или вдоль делительной прямой, с точки зрения истинной получаемой точности, не имеет смысла.

Если при этом что-либо и может измениться, то только кажущаяся точность за счет иного расположения огранки.

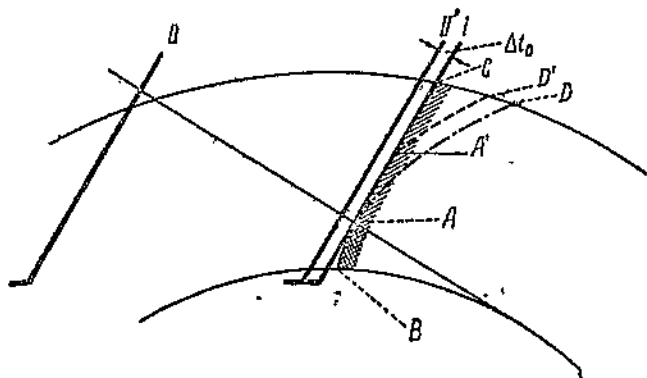
Изложенное подчеркивается нами в силу уже отмеченного в гл. IV заблуждения, заключающегося в том, что будто если не расположить

симметрично относительно полюса некоторого зуба фрезера, то изделие должно получиться с разными углами зацепления по правым и по левым профилям („пьяный зуб“).

В соответствии со сказанным в § 1 о принципах работы различных типов зуборезных инструментов сделаем частные добавления по вопросам: а) нарезки с пересоприжением (гребенка); б) нарезки каждого элементарного участка разными кромками (червячный фрезер).

Пересоприжение инструмента при наличии ошибки между пересоприжаемыми (с данным профилем изделия) режущими профилями приводит к следующему:

Если профильный участок BA (фиг. 206) был нарезан кромкой I , а после пересоприжения на место последней стала кромка II с относительной ошибкой $-\Delta t_0$, то с оставшейся прямолинейной части стружка начнет сниматься только от точки A' , дав в результате эвольвенту $A'D'$, смещенную относительно BAD ; промежуточный участок AA' останется



Фиг. 206.

прямолинейным. При этом, если $|\Delta t_0| \lesssim \frac{1}{2} n^2 p \eta^2$, то, по фиг. 207, а, n резцов вовсе не будут генерировать профили, срезая лишь от вершины C клинья $1, 2, 3$, постепенно приближающиеся к линии зацепления¹. При $\Delta t_0 > 0$ картина получится аналогичной (фиг. 207, б) с той лишь разницей, что прямая AA' будет касательна к внешней эвольвенте, т. е. к той, которая имеет большие углы развернутости, а не ко внутренней. Заметим, что участок AA' уже не является элементарным, и что поэтому отстояние точек AA' от любой из эвольвент не может рассматриваться как погрешность чистоты, относясь к собственно ошибкам профиля, которые могут ввести в заблуждение измерителя при случайном попадании промеров в подобную зону.

Возвращаясь к фиг. 200 и рассматривая ее как изображение зубцов фрезера $1, 2, 3, 4 \dots$, повернутых вокруг оси последнего соответственно на $1, 2, 3, 4 \dots$ угловых шага до совмещения с общей приведенной плоскостью, убеждаемся, что вся „чистовая“ работа зубьев фрезы сосредоточена лишь на элементарных участках, лежащих внутри углов $K_1 N K_2$

¹ При обратном направлении обката в обработке имело бы место срезание ранее генерированных участков.

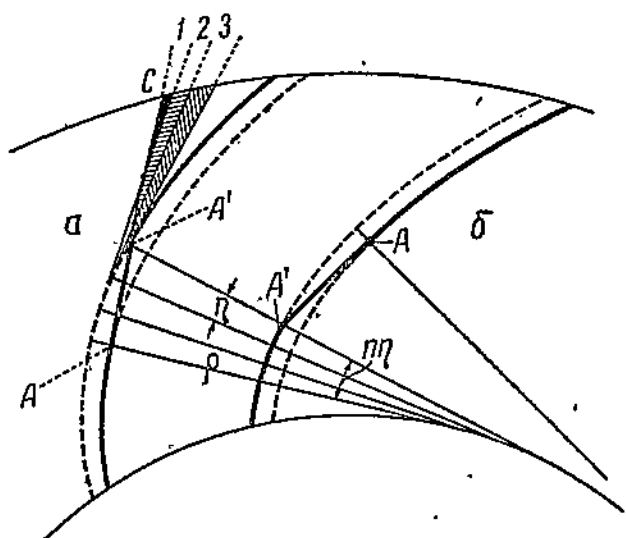
и $K_1'N'K_2'$, равных $\frac{\gamma}{z_{\phi}}$, где γ — угловой шаг изделия, z_{ϕ} — число режу-

щих пазов фрезы.

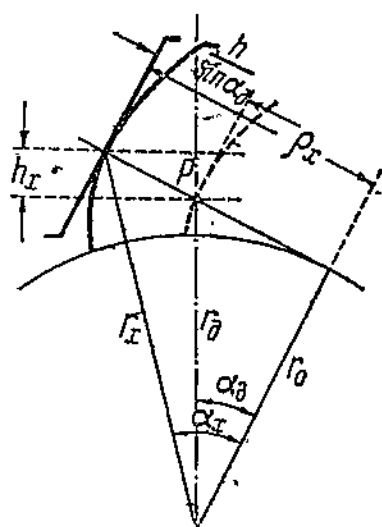
Таким образом только точность взаимного положения этих элементарных участков и существенна с точки зрения влияния на изделие. Поэтому всякая проверка фрезы, не сопоставляющая непосредственно положения этих элементарных участков (как это делается в приборе фирмы L. Loewe¹), не является прямой для оценки качества фрезы.

Фреза, показывающая лучшие результаты по точности всех элементов, но дающая ошибку во взаимополо-

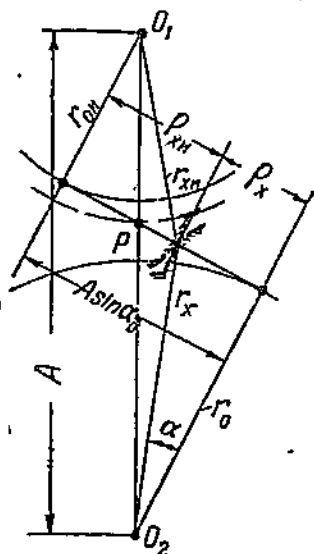
жении отмеченных участков (так называемую «результатирующую ошибку» по Olah) хуже другой, имеющей по отдельным элементам ошибки произ-



Фиг. 207.



Фиг. 208.



Фиг. 209.

вольные, но скомбинированные так, что «результатирующая ошибка» ни-

¹ Разработанным инж. Olah.

чтожна. Здесь следует иметь в виду одно обстоятельство, а именно: как при осевом сдвиге фрезы, так и при ее смещении в направлении к изделию или от него, режущие участки смещаются, что и не позволяет ограничиваться проверкой только одной результирующей ошибки.

Так как каждая последовательная стружка снимается новой режущей кромкой, то непрерывно, хотя и в миниатюре, повторяются явления пересопряжения с вытекающими из этого последствиями (см. выше фиг. 201). Однако сама частота этого явления уменьшает возможные от него опасности, в особенности если ошибочный профиль фрезы — вдающийся, а не выступающий по сравнению с остальными. В этом случае ухудшится лишь чистота поверхности, ошибка же может не возникнуть.

II. Положение погрешности на профиле изделия. Так как перенесение погрешности с инструмента на изделие происходит на линии зацепления, для определения места отражения ошибки на изделии достаточно определить ее точку зацепления и уже по последней соответственный радиус изделия.

Если несущая ошибку Δf_x точка исходной рейки или воспроизводящего ее инструмента лежит на высоте $\pm h_x$ от делительной прямой, имеем по фиг. 208:

$$\begin{aligned} r_x &= \sqrt{r_0^2 + \rho_x^2} = \sqrt{r_0^2 + \left(r_0 \sin \alpha_0 \pm \frac{h_x}{\sin \alpha_0}\right)^2} = \\ &= \sqrt{r_0^2 \pm 2r_0 h_x + \left(\frac{h_x}{\sin \alpha_0}\right)^2}. \end{aligned}$$

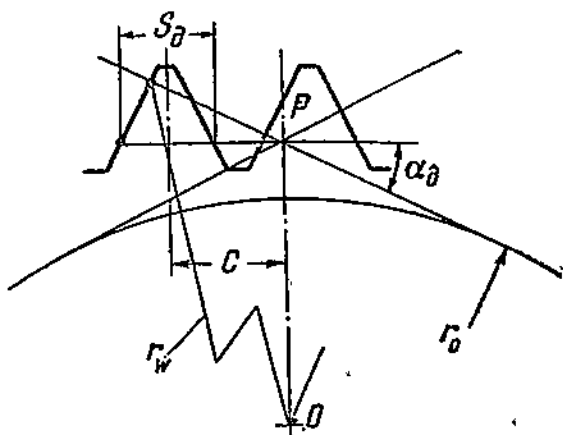
Для долбняка, чтобы не делать промежуточного перехода на исходную рейку, можно применять формулу (фиг. 209):

$$\begin{aligned} r_x &= \sqrt{r_0^2 + \rho_x^2} = \sqrt{r_0^2 + (A \sin \alpha_0 - \rho_{xu})^2} = \\ &= \sqrt{r_0^2 + (A \sin \alpha_0 - \sqrt{r_{xu}^2 - r_{ou}^2})^2}. \end{aligned}$$

В этих формулах:

- r_x — определяемый радиус изделия;
- r_{xu} — известный радиус инструмента;
- r_{ou} — радиус основной окружности инструмента;
- h_x — высота положения ошибки от делительной прямой;
- A — межцентровое расстояние в нарезке.

В случае наличия пересопряжения, необходимо предварительно установить нарезающий данную зону профиль инструмента, для чего доста-



Фиг. 210.

точно определить хотя бы приближенно радиусы обработки, на которых происходит пересопряжение.

По фиг. 210:

$$r_w = \sqrt{r_0^2 + \left[\left(C + \frac{S_d}{2} \right) \cos \alpha_d + r_d \sin \alpha_d \right]^2} = \\ = \sqrt{\left[\left(C + \frac{S_d}{2} \right) \cos \alpha_d \right]^2 + \left(C + \frac{S_d}{2} \right) r_d \sin 2\alpha_d + r_d^2},$$

где r_w — радиус пересопряжения;

S_d — толщина зуба изделия по делительной окружности;

C — расстояние между осями изделия и нарезающей впадины в положении пересопряжения.

Место второй точки пересопряжения легко определяется по первой, от которой она отстоит по линии зацепления ровно на t_0 .

§ 3. Функциональные схемы зуборезных станков, работающих по методу обката

Для выявления влияния кинематики зубообразующих станков (т. е. зуборезных станков, работающих методом обката) на точность изделия, необходимо предварительно рассмотреть хотя бы кратчайшим образом эту кинематику.

Воспользуемся для этой цели методом функциональных схем¹. Сущность метода заключается в следующем.

Кинематическая схема станка, сокращенная в необходимых пределах, «развертывается» по вертикали в направлении силового потока так, чтобы звенья последовательные вдоль кинематической цепи располагались одно под другим;

чтобы звенья, работающие параллельно от общего источника, располагались в соответственные «столбцы»;

чтобы на одном уровне (в одной строке) имелось всегда только одно звено, требующее специальных пояснений по роду движения.

Параллельно этой «графе кинематических узлов» располагается другая — «графа движений», в которой условными обозначениями поясняется характер движения детали или узла, лежащих в той же строке графы узлов со всеми изменениями, переключениями и т. п. Чтобы не создавать лишних строк для узлов, не требующих никаких

¹ Метод функциональных схем был разработан и впервые применен автором около одиннадцати лет назад при исследовании автоматических воздушных тормозов и с тех пор неоднократно оказывал помощь в анализе всякого рода устройств со сложной автоматикой. Будучи применен Ц. Б. Р. при исследовании зуборезных станков, этот метод оказал помощь при анализе зуборезных процессов, почему автор и решает его опубликовать. Следует иметь в виду, что чем больше в механизме разного рода неустановившихся процессов и движений, тем эффективнее применение метода функциональных схем, который не только чрезвычайно сокращает изложение, но и дает единственную возможность охватить сразу всю работу автомата в целом. При наличии только установившихся односторонних движений (например только вращательных) функциональная схема теряет свой основной смысл, деградируя в кинематическую схему, как это будет видно далее, на примере зубофрезерного станка. Прилагаемые схемы составлены инж. Г. И. Ткачевским под руководством и при участии автора.

пояснений (в основном повторяющих уже объясненное движение), деталь, к которой относится пояснение данной строки, выделяется (например ее порядковая цифра берется в кружок), что позволяет без опасения путаницы размещать рядом с ней иные детали.

Полный период графы движений относится всегда к наибольшему из наличных в станке циклов, т. е. каждая строка ее изображает все возможные движения соответственной детали до возвращения к началу нового полного цикла.

Все силовые связи исчерпываются в графе узлов, тогда как все связи управления — в графе движений. В случае слишком большого числа единовременных переключений и т. п. в графе движений разрешается делать разрывы между отдельными, непрерывными в натуре, движениями, и в эти разрывы помещать все необходимые обозначения возникающих или прерываемых связей. Так построены схемы, приводимые далее¹.

Наконец, для кратких текстуальных перечней и примечаний отводится еще третья, «вспомогательная графа».

В части кинематических узлов развертывание схемы по вертикали не требует никаких новых условных обозначений против общепринятых, кроме двух:

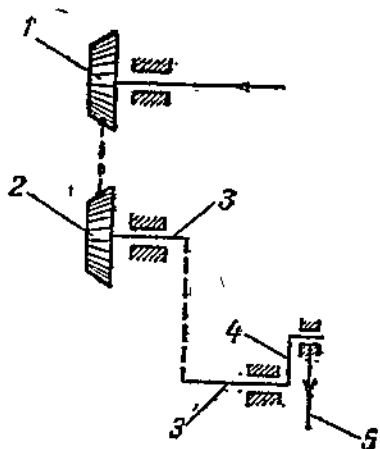
1. Расположение валов и т. п. берется абсолютно произвольно, т. е. не считаясь с натурой, что впрочем является лишь обобщением уже принимаемой в обычных кинематических схемах условности.

2. Допускаются переносы из строки в строку одного и того же вала, стержня и т. п. Подобные переносы делаются в виде пунктирного соединения двух попадающих в разные строки «разрываемых» частей одной и той же детали. Такие же переносы могут делаться и между сопряженными в натуре деталями (например в паре шестерен).

С учетом сделанных оговорок фиг. 211 обозначает обычную коническую передачу, где на валу 3 шестерня 2 сидит кривошип 4 со своим шатуном 5.

Для ясности разрешается указывать на связях стрелками направления потоков: силового — в графе узлов, управления — в графе движений. Так, из фиг. 211 видим, что шестерня 1 является ведущей, шатун 5 — ведомым.

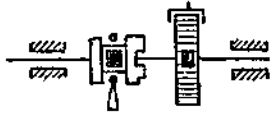
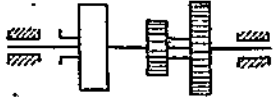
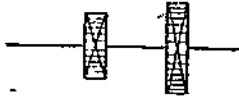
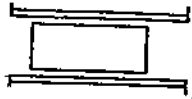
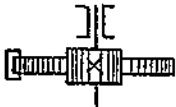
Поскольку, несмотря на распространенность большинства условных обозначений узлов, стандарта не существует, приводим таблицу используемых обозначений (фиг. 212). В части условных обозначений движений

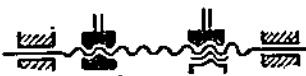
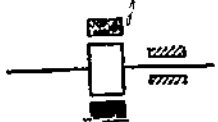
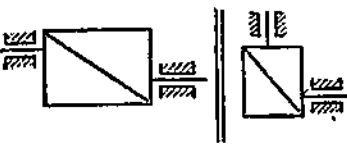
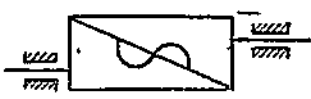
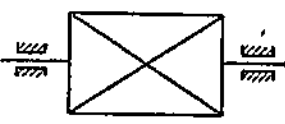
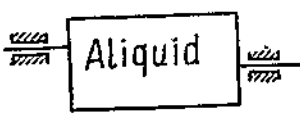


Фиг. 211.

¹ В иных случаях бывает удобнее подобных разрывов не вводить, строя отдельные «строки» графы движения в виде непрерывных диаграмм (например в воздушных тормозах, где давление воздуха в каждой камере также получает свою отдельную «строку»).

Условные обозначения узлов

	Тела (шестерни и ременной шкив), закрепленные на валу.
	Тела (кулачковая муфта и шестерня) на скользящей шпонке (или шлицевом валу).
	Тела (шкив и ступенчатая шестерня), свободно сидящие на валу.
	Сменные шестерни на валу гитары (изображается без подшипников).
	Садзакн (ползуи, супорт или т. п.) на направляющих.
	Кривошнпный механизм.
	Кремальерная передача (с подшипником).
	Храповое колесо с собачкой, кривошнпом, шатуном и подшипником.

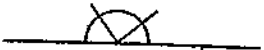
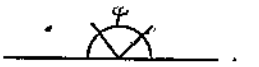
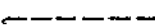
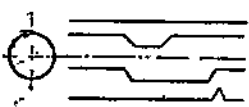
	Ходовой винт с глухой (слева) и раскрывающейся (справа) гайками.
	Червячная передача.
	Тормоз.
	Многоступенчатая зубчатая передача.
	То же, с переключениями („коробка скоростей“ или „подач“).
	То же, со сменными шестернями.
	Вспомогательный механизм, не влияющий на основную кинематику или же рассматриваемый особо ¹ .

Расположение входного и выходного валов на схеме произвольно (с истинным расположением валов не связывается)

Фиг. 212.

¹ Прямоугольник с наименованием узла.

Условные обозначения движений

	Вращение.
	Вращение на n оборотов.*
	Вращение в другую сторону.
	Возвратно-поступательное движение.
	Качательное движение.
	Поворот,*
	Поворот на угол φ .*
	Пункт управления. Включение. Выключение. Торможение или заклинивание. Соединение.
	Рабочий ход.
	Нерабочий ход.
	Холостой ход.
	Оборот распределителя (например, барабана автомата, справа — его дорожки или кулачка).*

Фиг. 213.

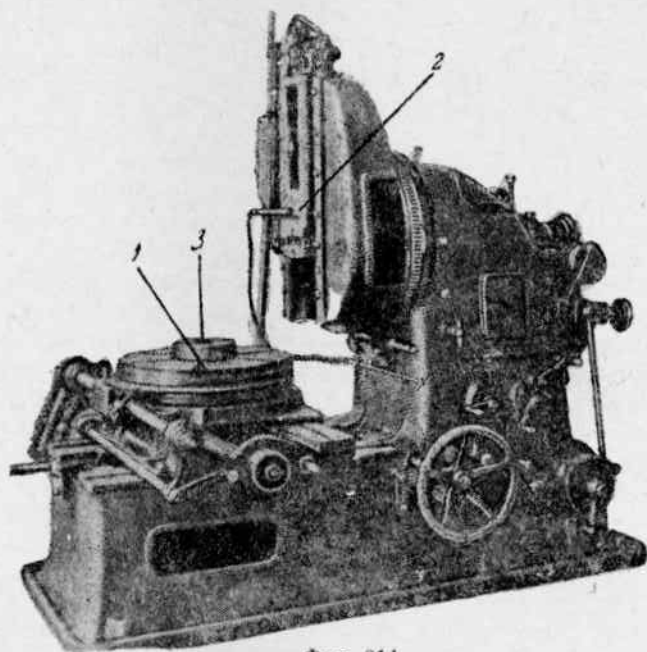
* Применение необязательно; можно заменять, в случаях, сомнений не возбуждающих, обычным вращением (т.е. по строке 1).

приходится, очевидно, таковые вводить впервые (фиг. 213). После данных разъяснений чтение предлагаемых функциональных схем и составление новых — трудностей не представляет.

Зубострогальный станок

Типичнейшим представителем этого рода станков является станок швейцарской фирмы Мааг, рассмотрением которого ограничимся.

Этот станок (фиг. 214) характеризуется тем, что все движения обката (т. е. и вращательное и поступательное) сосредоточены на несущем изделие столе 1 со шпинделем 3, тогда как инструмент (гребенка) со своим штосселем 2 совершает лишь движение резания, как показано соответ-



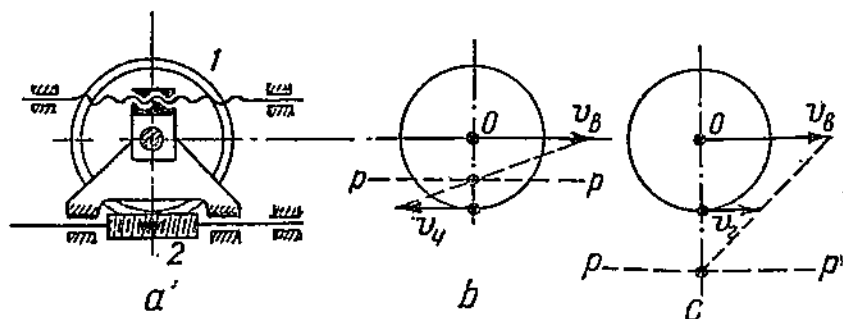
Фиг. 214.

ственными стрелками. Двойное движение стола достигается двойным приводным механизмом к нему, состоящим из: ходового винта, подающего стол и вращающей стол червячной передачи. Взаимодействие обоих механизмов ясно из фиг. 215, где в *a* дана кинематическая схема узла, а в *b* и *c* показано каким образом комбинацией скоростей, создаваемых ходовым винтом 1 (v_n) и червяком 2 (v_u), прямая — полонда *pp* может быть смещена на любое расстояние от центра *O*, т. е. может быть произвольно установлен радиус начальной окружности обработки.

Так как гребенка может иметь лишь ограниченное число зубьев, — непрерывный обкат невозможен, и по обработке 1—3 зубьев, в зависимости от настройки станка, стол возвращается (только поступательно!) в исходное положение, для начала нового рабочего обкаточного цикла, при переспрямленной гребенке.

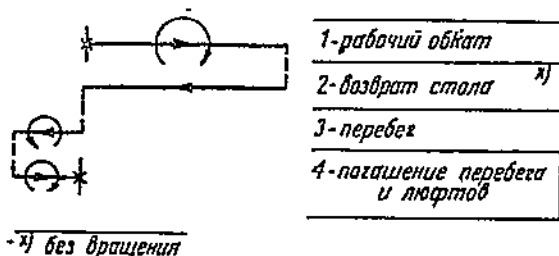
Практически, для погашения люфтов, стол возвращается с перебегом — и отсюда — обратно в исходное положение, как показано на фиг. 216. Сам рабочий обкат производится мелкими участками, в перерыве между которыми (при неподвижном столе) производится резание опусканием штосселя с гребенкой.

Как видно из схемы фиг. 217 (см. вклейку в конце книги), вращение главного приводного шкива 1 передается ремнем валу 1 и от него:



Фиг. 215.

1. Во время рабочего хода через фрикцион Φ валу 2 и коробке скоростей 3, откуда, с одной стороны, заимствует свое качательное движение через кривошипный механизм 4 штоссель III с режущей гребенкой, а с другой стороны — храповое устройство 6 — 7, через коническую передачу 5. Прерывистое движение вала 8 передается валу 9 со скользящей кулачковой муфтой 10, от которой вращение заимствуется шестеренным блоком 11 и отсюда как барабаном автомата 24, так и валом 13, коробкой скоростей 14, гитарой 15 и ходовым винтом 16, перемещающим гайкой 17 стол 18 (второй фрикционный натяжной винт, имеющийся



Фиг. 216.

в станке, для простоты не показан). В то же время гитара деления 19 вращает через червяк 20 делительное колесо 20'.

2. При холостом ходе фрикцион Φ выключается, взамен его включается муфта K так, что вал 9 начинает получать непрерывное вращение от работавших до того вхолостую шестерен 21—22, продолжая вращать барабан автомата 24 в том же направлении, которое он имел ранее, но сообщая валу 13 и последующей цепи вращение в обратном направлении в результате попутного переключения муфты 10 на блок 12. Храповое колесо (вал 8) вращается в это время по шерстке, так что долбление отсутствует.

К концу холостого хода автомат включает выключенную к его началу однозубую муфту M и тем возобновляет прерванный обкат (в обратном

направлении). После некоторого «перебега» муфта K выключается, в то же время включается специального устройства муфта N вала 25, так что рейка 26 совершает одно качание, во время которого собачка 27 подает храповое колесо 28 и вал 9 на небольшой угол, возвращающий систему в результате параллельного переключения муфты 10 на блок 11 к исходному положению (погашение перебега и люфтов).

Муфта 29, переключаемая от руки, служит лишь для установки того или иного направления обката в обработке.

По данной схеме станка Мааг можно сделать следующие выводы.

1. Все факторы, которые могут отразиться на точности изделия (кроме чисто геометрической разверки станка), принципиально сводятся к двум возможным категориям: ошибки обката, ошибки пересопряжения.

2. В отношении обката возможны:

несоответствие средних величин v_n и v_k (скоростей или перемещений, сообщаемых винтом и червячной передачей по фиг. 215) заданным (неточность настройки); однако этот случай из рассмотрения исключается, так как предполагается не приближенная, но точная настройка гитар, что абсолютно необходимо;

несоответствие мгновенных значений средним заданным, получающееся из-за ошибок в зубчатых передачах кинематической цепи обката; однако несмотря на длинную и сложную (возможно даже — чрезмерно) кинематическую цепь станка в целом, все движение обката сосредоточено в короткой местной цепи: ходовой винт — 5 пар шестерен — червячная передача (эта цепь выделена на схеме штрих-пунктиром).

3. Применение однозубой муфты пересопряжения M исключает возможность ошибок, так как относительные положения частей цепи до и после пересопряжения могут взаимно отличаться только на величину, точно соответствующую целому числу оборотов червяка, а в таких пределах выдержать точность настройки барабана автомата не трудно.

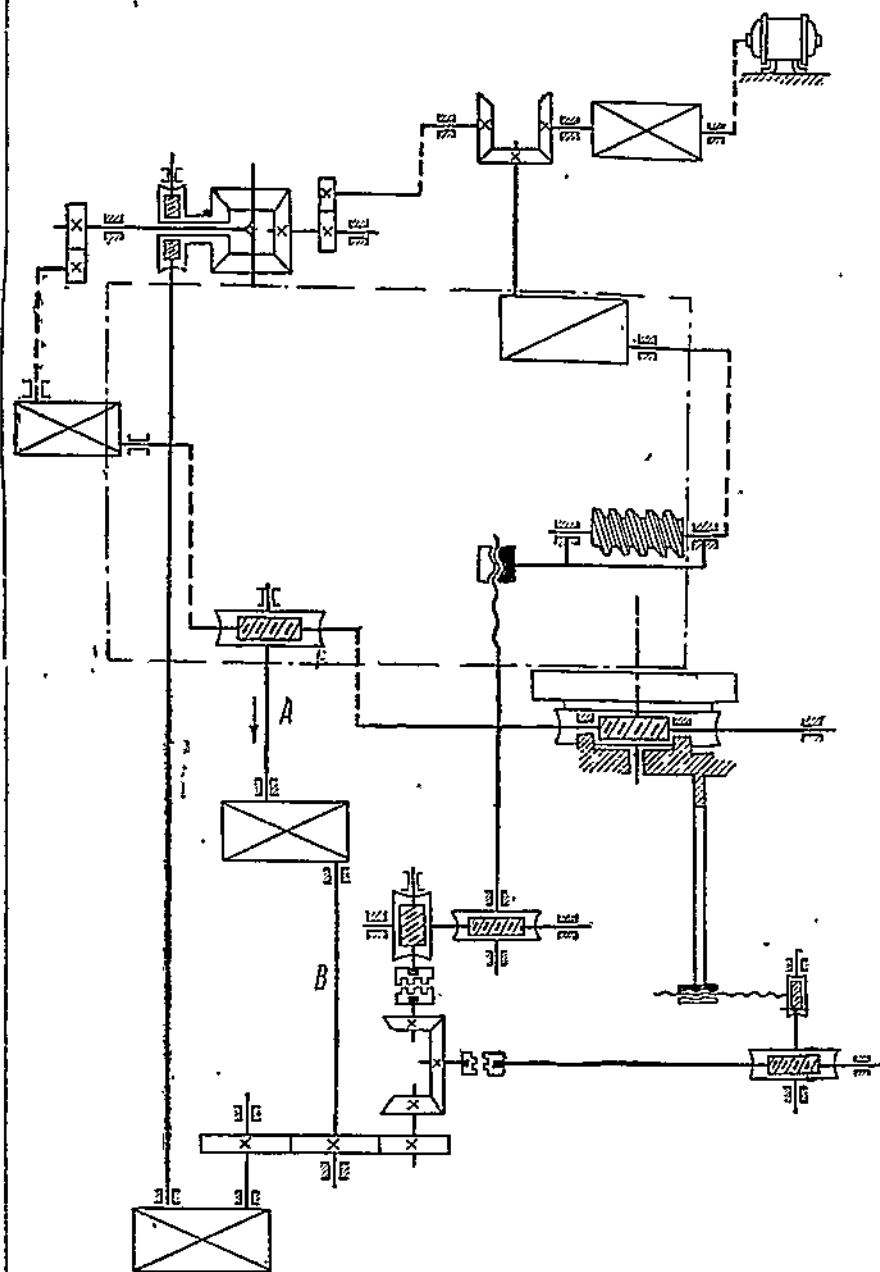
Таким образом убеждаемся в хороших показателях станка Мааг по обкату и в том, что факт пересопряжения их не ухудшает.

Зубодолбежный станок

Перейдем к зубодолбежным станкам типа Фелло, где инструмент (долбяк) выполняется в виде шестерни сопрягаемой с будущим изделием. Основным представителем этого класса является станок Фелло, функциональная схема которого дана на фиг. 218 (см. вклейку в конце книги).

Не останавливаясь на пояснениях к схеме, перейдем непосредственно к выводам из нее.

Несмотря на относительную сложность кинематики выделению, с точки зрения возникновения ошибок обката, подлежит лишь относительно короткая цепь из четырех пар конических шестерен (узлы 18 и 20) и двух пар сменных цилиндрических шестерен в гитаре деления, а также завершающих эту цепь двух червячных передач: с одной стороны к шпинделю долбяка, с другой — к столу с изделием. Здесь удельная значимость ошибок постоянных шестерен больше, чем в станке Мааг, тем более, что конические шестерни, как правило, менее точны, чем цилиндрические, нарезанные с одинаковой тщательностью. Таким образом в этом станке больше, чем в станке Мааг, надо опасаться мелких ошибок обката из-за



Фиг. 219. Станок Фаузер R-2.

(Соответствует модели R-2; в иных типах — связи иные).

погрешностей промежуточных шестерен, тем более, что передаточное отношение между ними и элементами, совершающими взаимный обкат, значительно меньше, чем в станке Мааг, что весьма существенно (см. следующий параграф).

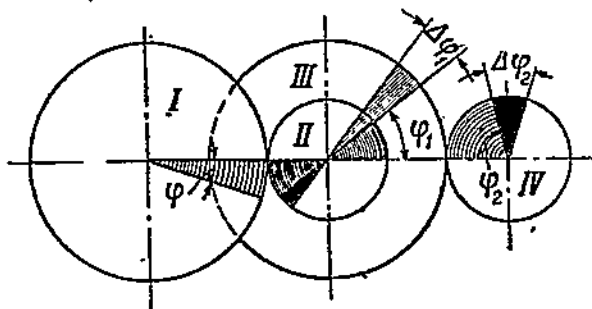
Зубофрезерный станок

Третьим типом зубообразующего станка является зубофрезерный, схема которого дается на фиг. 219 (станок Фаутер модель R-2). Работа цепи обката (штрих-пунктир) здесь совершенно ясна. От нее ответвляется вал A/B , которым вращение передается несвязанным с обкатом, как таковым, подачам (вертикальной и радиальной) и гитаре дифференциала, включаемого лишь для нарезки косозубых колес. Его роль заключается в том, чтобы давать дополнительные (к определенным основной настройкой по его торцевым данным) повороты изделию. Это дополнительное смещение, накапливаемое по каждому повороту изделия, определяет винтовую линию результирующего наклона зуба.

Нетрудно видеть, что в отношении промежуточных звеньев зубофрезерный станок находится в худших условиях, чем зубострогальный. Однако, когда мы ознакомимся более подробно со значимостью отдельных факторов, увидим, что решающую роль играют отнюдь не промежуточные звенья цепи обката.

§ 4. Влияние кинематики станка

Сравнивая отражающуюся на точности зубчатых колес кинематическую цепь различных зубообразующих станков, нетрудно убедиться, что все они построены по общему принципу: червячная пара (или ходовой винт-гайка) на крайних участках и некоторое, большее или меньшее, число промежуточных шестерен. При этом в зубофрезерном станке одной из «концевых» червячных пар является сам фрезер с изделием. Если мы исследуем влияние рассматриваемой цепи на точность изделия, рациональность подобной, общей для всех станков, схемы, делается очевидной.



Фиг. 220.

Ошибка, порождаемая в произвольном звене цепи, передается на любое дальнейшее звено увеличенной или уменьшенной в отношении, обратном передаточному. Пусть по фиг. 220, из-за ошибок зацепления в паре I/II при повороте шестерни I на угол φ , поворот II оказался не $\varphi_1 = i_{I/II} \varphi$ но $\varphi_1 + \Delta\varphi_1$. Тогда на радиусе r_{III} дуговая ошибка будет $\Delta\varphi_1 \cdot r_{III} = \Delta\varphi_2 \cdot r_{IV}$, а угловая ошибка последней шестерни $\Delta\varphi_2 = \Delta\varphi_1 \frac{r_{III}}{r_{IV}} = \Delta\varphi_1 i_{IV/III} = \Delta\varphi_1 \frac{1}{i_{III/IV}}$. Иначе говоря, применяя к передаче ошибок вдоль цепи общий закон рычагов или передаточных отношений,

можно формулировать: при переходе с одной шестерни на сопряженную, дуговая ошибка передается без изменения, тогда как угловая увеличивается или уменьшается в $\frac{1}{i}$ раз; наоборот, при переходе с одной шестерни на другую, сидящую на том же валу, в отношении радиусов ($\frac{1}{i}$ по предыдущему) изменяется дуговая ошибка.

Пользуясь этим простым правилом, нетрудно выяснить, как скажется произвольная ошибка любой шестерни на дуговой или угловой ошибке через n звеньев, и в частности, на паре: изделие — инструмент. Далее, применяя это правило к ошибкам всех последовательных звеньев и суммируя результаты, легко определить влияние всей промежуточной кинематической цепи.

В вопросах передачи ошибок в цепи, особенно в цепи зуборезных станков, чаще всего бывают интересны соотношения линейные. Поэтому, для исследования действия передающихся в цепи и суммирующихся в ней ошибок, наиболее удобно ввести специальное понятие линейных передаточных отношений i' .

Линейное передаточное отношение i'_{an} есть отношение пройденных за то же время t путей двух произвольных точек a и n :

$$i'_{an} = \frac{S_{ta}}{S_{tn}} = \frac{v_a}{v_n}.$$

Для колесных пар имеем

$$i'_{an} = \frac{v_a}{v_n} = \frac{r_a \omega_a}{r_n \omega_n} = \frac{r_a}{r_n} \cdot i_{an},$$

где i_{an} — обычное передаточное отношение валов, на которых сидят рассматриваемые колеса. Для червяков, и т. п. клиновых по существу элементов, где между сообщаемой и определяемой скоростями заключен угол β' , вводится тангенс этого угла (подъема или клина):

$$v_a = v_{опр} \cdot \operatorname{tg} \beta' = r_a \omega_a \operatorname{tg} \beta',$$

откуда, в том случае, если червяк является начальным или конечным звеном:

$$i'_{an} = \frac{r_a \operatorname{tg} \beta'}{r_n} \cdot i_{an} \quad i'_{na} = \frac{r_n}{r_a \operatorname{tg} \beta'} \cdot i_{na}. \quad (2)$$

Так как $2\pi r_a \operatorname{tg} \beta' = \pi \cdot m_a \cdot z_a$ или $r_a \operatorname{tg} \beta' = \frac{m_a z_a}{2}$, где z_a — заходность червяка и m_a — его осевой модуль, то осевая скорость червяка

$$v_a = \omega_a \frac{m_a z_a}{2},$$

а линейное передаточное отношение:

$$i'_{an} = \frac{z_a m_a}{2 r_n} i_{an} \quad i'_{na} = \frac{2 r_n}{z_a m_a} i_{na}. \quad (2')$$

Если червячная пара является промежуточной (например, когда исследуемая скорость определяется уже по червячному колесу), сохраняет силу формула 1.

Возвратимся к исследуемому вопросу.

В нарезании шестерни нас интересуют лишь относительные ошибки перемещения между изделием и инструментом. Иначе говоря, движение

любого из этих элементов можно признать абсолютно правильным и относить все ошибки к другому; выбор в данном случае совершенно произволен. Значит и результирующее влияние ошибок всей рассматриваемой цепи (если метод определения этого влияния выбран правильно) не может зависеть от направления, по которому будут исчисляться и суммироваться ошибки. Но, с другой стороны, в паре инструмент-изделие налицо — обкат, т. е. относительная скорость равна 0, или суммарное линейное передаточное отношение равно 1. Это положение обеспечивает выполнение первого условия, так как при $i_2' = 1$ направление измерения и суммирования роли играть не может, поскольку общие увеличения и уменьшения в итоге равны.

Влияние малого перемещения вдоль сложной цепи наглядно изображается схемой фиг. 221, где, для простоты рассуждений, оба крайних элемента взяты однотипными, т. е. в виде колес, как это имеет место у зубодолбежного станка.

Если допустить для примера $\frac{r_{II}}{r_I} = 3$; $\frac{r_{IV}}{r_{III}} = 5$; $\frac{r_{VI}}{r_V} = 0,5$; $\frac{r_{VIII}}{r_{VII}} = 0,5$ и т. д., то некоторому малому перемещению Δs_1 на окружности I соответствуют перемещения:

$$\text{на окружности II} — \Delta s_1 \frac{r_{II}}{r_I} = 3\Delta s_1,$$

$$\text{„ III} — \text{то же,}$$

$$\text{„ IV и V} — 3\Delta s_1 \frac{r_{IV}}{r_{III}} = 15\Delta s_1,$$

$$\text{„ VI и VII} — 15\Delta s_1 \frac{r_{VI}}{r_V} = 7,5\Delta s_1,$$

$$\text{„ VIII и IX} — 7,5\Delta s_1 \frac{r_{VIII}}{r_{VII}} = 3,75\Delta s_1,$$

$$\text{„ X и XI} — 3,75\Delta s_1 \frac{r_{X}}{r_{IX}} = 1,875\Delta s_1.$$

Если между I и XII имеется обкат, то $\Delta s_{XII} = \Delta s_1$ или $\frac{r_{XI}}{r_{XII}} = 1,875$.

Все эти соотношения легко усматриваются из чертежа, где жирный штрих-пунктир соответствует осям вращения, а обычный пунктир — положению полюсов и где построения по вертикали исходят, по малости углов, о которых идет речь, из принятия $\operatorname{tg} \Delta\varphi = \Delta\varphi$.

Если перенести приведенное рассуждение на передачу заданной ошибки, т. е. рассматривать Δs_1 , не как самостоятельное, а как добавочное перемещение, получаемое во время работы за счет ошибки венца I, то та же диаграмма фиг. 221 изобразит, очевидно, влияние этой ошибки вдоль цепи. Теперь предположим, что каждый венец этой цепи привносит собственные ошибки Δs_{II} , Δs_{III} и т. д. Тогда общая ошибка (см. пунктирную диаграмму на фиг. 221), накопленная вдоль цепи, будет

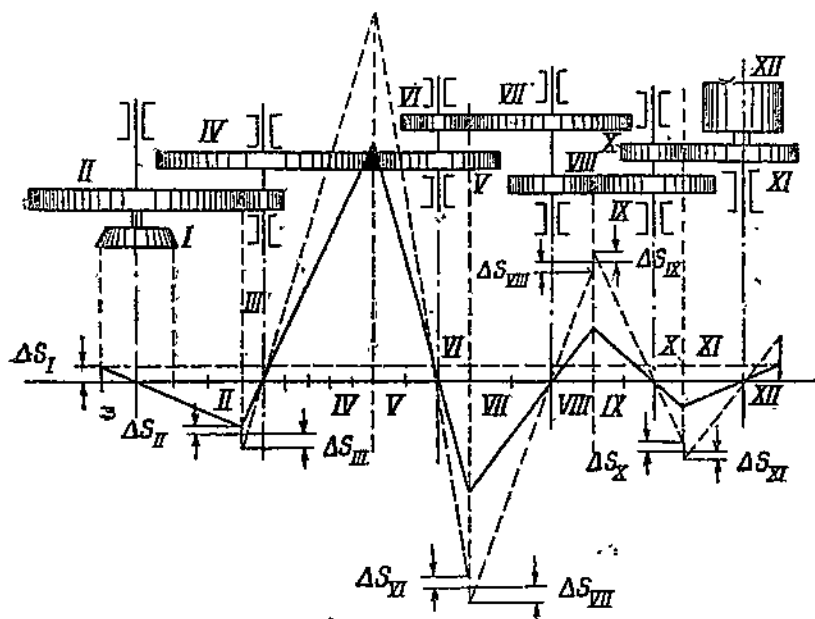
$$\Delta s_2 = \frac{\Delta s_1}{i_2'} + \frac{(\Delta s_{II} + \Delta s_{III}) r_{IV} \cdot r_{VI} \cdot r_{XII}}{r_{III} \cdot r_V \dots r_{XI}} + \\ + \frac{(\Delta s_{IV} + \Delta s_V) r_{VI} \cdot r_{VIII} \cdot r_X \cdot r_{XII}}{r_V \cdot r_{VII} \cdot r_{IX} \cdot r_{XI}} + \dots + \Delta s_{XII},$$

где $i'_1 = 1$, или в общем виде, с учетом формулы 1

$$\Delta s_2 = \Delta s_1 + \Delta s_n + \sum \frac{\Delta s_k}{i'_{kn}}, \quad (3)$$

где k — всякое целое число от 2 до $n-1$.

Формула (3), равно как и диаграмма фиг. 221 показывают, что все ошибки, кроме даваемых крайними звеньями, делятся на соответственные i' , т. е. что для уменьшения влияния погрешностей промежуточных звеньев надлежит всемерно увеличивать i' на границах цепи.



Фиг. 221.

Этому требованию удовлетворяет червячная передача (особенно — однозаходная), так же как и ходовой винт с гайкой.

Таким образом можно вывести следующие заключения.

1. При обычном в зуборезных станках построении цепи обката, наибольшей точности необходимо добиваться в «концевых» червячных передачах (или паре винт — гайка), придавая им, как указано, в то же время в конструкции максимальное i .

2. Для однозаходных червячных передач, где неизменен рабочий элемент червяка, это приводит к концентрации внимания на точности выполнения червячного колеса; для пары ходовой винт — гайка, где наоборот неизменный элемент зацепления лежит в последней, это приводит к концентрации внимания на выполнении ходового винта.

3. Поскольку производство прецизионных ходовых винтов может быть выполнено с большей легкостью, чем производство таких же червячных передач, в отношении обката зубострогальный станок находится в более выгодных условиях, чем зубодолбежный.

4. Однако в еще более выгодных, в смысле концевых звеньев, условиях оказывается станок зубофрезерный.

Действительно, здесь одна из «концевых» червячных пар осуществляется непосредственно инструментом с изделием, т. е. первый же кинематический узел за фрезерной оправкой имеет сильно повышенные обороты. Правда, само i пары инструмент—изделие не является постоянным, завися от заходности инструмента и z изделия; однако оно всегда достаточно велико (обычно $\geq 20 + 30$), чтобы резко снизить влияние ошибок первого же узла, т. е. постоянной шестеренной (Фаутер)¹ или червячной (Гуд и Эбергарт) пары фрезерной головки, которая к тому же тоже является повышающей (если считать от фрезы), так что при точном выполнении еще расширяет поле допусков для последующих узлов. Наоборот, в прочих типах станков ошибки первого узла от инструмента сказываются обычно почти полностью, так как непосредственный привод к инструменту совершается при весьма малом линейном увеличении (зубодолбежный станок) или даже без него (зубострогальный станок). Говоря фигурально, дело обстоит так, будто червячная фреза имеет право, без ущерба для дела, совместить в себе ошибки как инструмента, так и червячного или винтового² привода к нему у других типов станков (отвлекаемся от более длинной промежуточной цепи).

Необходимо отметить, что в зубострогальном станке улучшающим положение обстоятельством, наряду с отмеченной возможной высокой точностью ходового винта, является еще более высокая возможная точность тех двух-трех последовательных пар прямоочных профилей гребенки, которыми, обычно, ограничивается чистовая нарезка шестерни. Поэтому здесь практически можно считать, что:

суммарная ошибка ходового винта и гребенки не превышает ошибок червячной фрезы;

при соблюдении предыдущего условия, общая точность генерации зуба не ниже таковой же для фрезера и может быть даже выше за счет сокращения промежуточной цепи (несмотря на второстепенность влияния таковой) и, главным образом, за счет того, что во фрезерном станке чрезвычайно неблагоприятно сказываются ошибки посадки фрезера на его оправке (биение).

5. На основании пп. 3 и 4 наихудшие условия генерации свойственны станку зубодолбежному, тем более, что и сам инструмент здесь работает все время сменяющимися профилями, что относится, однако, уже к вопросам влияния инструмента.

6. В силу замкнутости цепи обката, рассмотрение ее отдельных участков можно начинать с любого промежуточного звена. С учетом как этого, так и сказанного в предыдущих пунктах, можно сделать, на основании фиг. 222, следующие заключения³:

¹ Марки R-2.

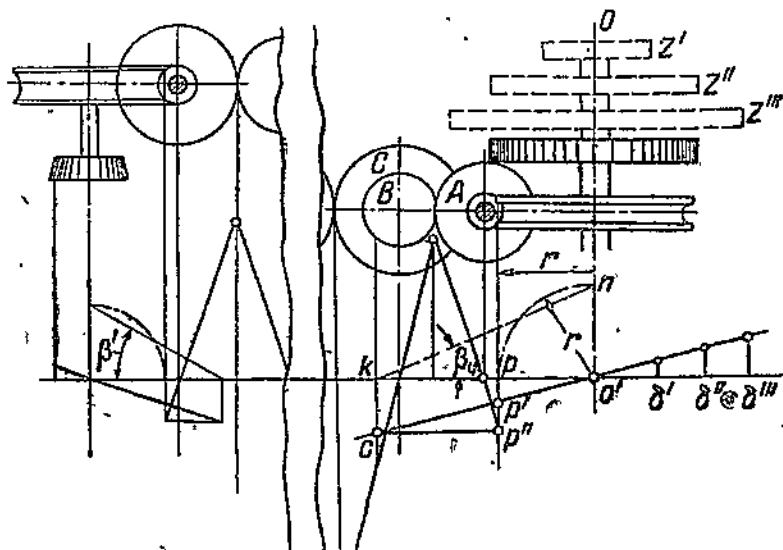
² Мы везде рассматриваем относительно к изделию движение гребенки (которая фактически чаще неподвижна в подаче).

³ В части, отличной от фиг. 221, т. е. в отношении червячной пары, построение диаграммы фиг. 222 ведется следующим образом: углу поворота червячного колеса $\Delta\varphi$ соответствует $\Delta s = \Delta\varphi \cdot r$ и окружное перемещение точки червяка $\Delta\varphi \cdot r \frac{1}{\operatorname{tg} \beta_r} = \Delta s \frac{1}{\operatorname{tg} \beta_r}$, где β_r — угол подъема нитки червяка. Следовательно, если

поскольку ближайший к инструменту кинематический узел сохраняет i независимо от z изделия, влияние ошибок цепи со стороны инструмента также практически не зависит от z изделия, кроме случая зубофрезерного станка, где при $z_{\min}$ это влияние возрастает в силу уменьшения i между инструментом и изделием;

со стороны стола влияние непосредственно и прямо пропорционально как z так и m изделия, т. е. самый невыгодный случай нарезки будет иметь место при обработке максимально-возможного для данного станка диаметра, почему на нем и следует производить пробу станка (δ''' на фиг. 222).

Возвращаясь к формуле (3), следует отметить, во-первых, что в ней произведено прямое арифметическое сложение ошибок, которое соответ-



Фиг. 222.

ствует случаю максимальной, вообще возможной, суммарной ошибки, если брались максимальные значения слагающих. Наибольшая вероятная ошибка будет, конечно, меньше, и для нее, как и вообще в подобных случаях, можно пользоваться, например, квадратичным сложением. Однако степень вероятности невыгодных сочетаний неодинакова для ошибок различного рода, в зависимости от периода, в котором обязательно всякое возможное, в том числе и наихудшее, сочетание. Если этот период (т. е. полный цикл поворота всех шестерен одновременно вновь в исходное положение) меньше цикла обработки, при взаимно-простых числах зубьев сопрягающихся шестерен цепи, наличие где-то хотя бы одного наихудшего сочетания обязательно, в противном случае — нет.

снести r на ось OO' , провести из полученной точки n прямую nk под углом β и продолжить $O'p'$ до вертикали Kc , имеем $Kc = \frac{pp'}{\lg \beta}$, т. е. остается лишь снести отрезок Kc на ось PP' и от точки P'' вести построение по колесной цепи ($A, B, C \dots$) по предыдущему.

Определенный ответ может быть дан только при подсчете каждой конкретной настройки данного станка.

Во-вторых, даже наличие наихудших сочетаний в полном цикле обката не означает еще их обязательного отражения на изделии. Сказанное станет понятным, если учесть прерывность резания: в том случае, когда максимумы ошибок лежат не на положениях резания, а где-то между ними, они, очевидно, не могут влиять на изделие. Так, если допустить, что некоторая промежуточная шестерня делает целое число оборотов между двумя смежными положениями резания, т. е. в любом процессе последнего занимает всегда одно и то же положение, то ясно, что ошибки этой шестерни вовсе не отразятся на изделии.

В-третьих, по той же формуле (3) следует сделать еще следующее существенное дополнение. В ней и на фиг. 221 мы рассматривали лишь отвлеченную величину исходной ошибки Δs , не останавливаясь на деталях зависимости этой величины от кинематики цепи. Однако такая зависимость имеется, так как чем больше угол поворота, исходного для заданной ошибки звена, тем большая на этом повороте может накопиться ошибка. Иначе говоря, ясно, что в передаточной обкатной цепи наиболее нежелательными являются ошибки, накапливающиеся на относительно больших углах поворота, т. е. в первую очередь ошибки от эксцентриситета, который, обладая наибольшим периодом, является таким образом наиболее опасным в данном случае.

Наоборот, местные ошибки в промежуточной цепи почти теряют значение вследствие охарактеризованных выше высоких концевых передаточных отношений. Таким образом подтверждается положение о преобладающем, почти исключительном, значении эксцентриситета шестерен промежуточной цепи. С другой стороны, поскольку влияние эксцентриситета является в отличие от прочих ошибок вполне определенной функцией угла поворота, более подробное исследование его не представляет трудностей.

Рассмотрим два частных случая.

Случай 1. Суммирование действия эксцентриситета сопряженных шестерен.

Согласно § 12 гл. IV каждая шестерня сообщает, под влиянием эксцентриситета, приращение линии зацепления, равное $\delta s = e \sin \varphi$.

Поскольку отсчеты φ для обеих шестерен направлены в разные стороны от полюса, суммарное действие эксцентриситетов пары определяется:

$$\delta s_z = e_1 \sin \varphi_1 - e_2 \sin \varphi_2 \quad (4)$$

(иногда удобнее форма: $\delta s_z = e_1 \sin \varphi_1 + e_2 \sin (\pi - \varphi_2)$; вывод см. формулу (38а), гл. IV).

Грубо говоря, можно по фиг. 223 считать, что часть избыточного приращения линии зацепления δs_1 , получаемая за счет шестерни 1, идет, в показанном на чертеже положении, на смещение центра O_2 в положение O_2' , не производя полезного поворота шестерни 2.

Учитывая, что $\varphi_1 : \varphi_2 = i$, имеем по ведомой шестерне

$$\delta s_z = e_1 \sin i \varphi_2 - e_2 \sin \varphi_2 \quad (4')$$

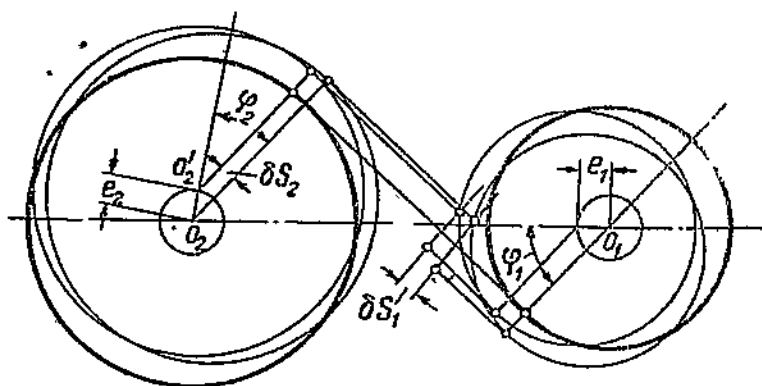
Случай 2. Суммарное действие эксцентриситета двух шестерен, сидящих на общем валу.

Линейная ошибка δs на линии зацепления соответствует угловой ошибке

$$\delta\varphi = \frac{\delta s}{r_0},$$

которая, в свою очередь, на ином радиусе r_0' даст линейную ошибку

$$\delta s' = \delta\varphi r_0' = \delta s \frac{r_0'}{r_0}, \quad (5)$$

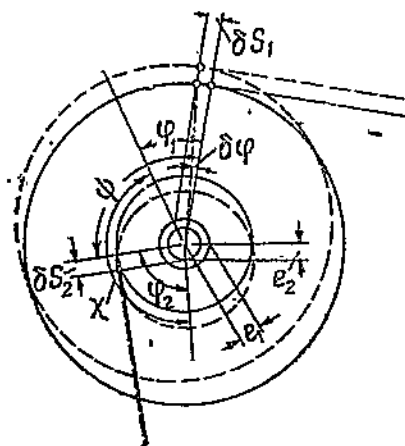


Фиг. 223.

что и определяет влияние ошибки одной шестерни на приращение линии зацепления другой, связанной с первой общим валом.

Таким образом, по фиг. 224, для двух шестерен на общем валу:

$$\begin{aligned} \delta \Sigma s_2 &= \delta s_2 + \delta s_1 \frac{r_{02}}{r_{01}} = e_2 \sin \varphi_2 + \frac{e_1}{i_{12}} \sin (\pi + \psi - \chi + \varphi_2) = \\ &= e_2 \sin \varphi_2 + \frac{e_1}{i_{12}} \sin (\chi + \varphi_2), \end{aligned} \quad (6)$$



Фиг. 224.

где χ объединяет три константы: π , т. е. вытекающий из противоположности направлений линии зацепления сдвиг, далее — угол между линиями зацепления обеих шестерен, ψ , и угол между направлениями их эксцентриситетов χ , тогда как i' есть отношение радиусов r_{01} и r_{02} .

Итак, суммарное действие эксцентриситетов для второго случая выражается суммой синусоид равного периода (2π), т. е. новой синусоидой того же периода, имеющей амплитуду, равную геометрической сумме: эксцентриситета шестерни, к которой делается приведение, и эксцентриситета другой шестерни, деленного на отношение радиусов обеих шестерен.

Соединяя выражения, полученные для случая 1 и 2, нетрудно установить суммарное влияние эксцентриситетов любой шестеренной цепи показанной на фиг. 225.

$$\begin{aligned}\delta s_4 = & e_1 \sin(\varphi_1 + a) + e_2 \sin(\varphi_2 + b) + e_3 \sin(\varphi_3 + c) + e_4 \sin(\varphi_4 + d) = \\ = & \frac{r_0}{r_2} e_1 \sin \frac{r_2 r_4}{r_1 r_3} (\varphi_1 + a') + \frac{r_3}{r_2} e_2 \sin \frac{r_4}{r_3} (\varphi_2 + b') + \\ & + e_3 \sin \frac{r_4}{r_3} (\varphi_3 + c') + e_4 \sin(\varphi_4 + d),\end{aligned}$$

где — a, b, c, d — начальные углы поворота эксцентриситетов, включая π для ведомых шестерен, определяющие сдвиги фаз (см. формулы 4 и 5), a', b', c' — те же углы, пересчитанные на соответственные i .

Можно переписать полученную нами для δs_4 формулу в общем виде, относя начало отсчетов к моменту нулевых фаз всех эксцентриситетов:

$$\begin{aligned}\delta s_n = & \frac{e_1}{i_{1n}} \sin i_{1n} \varphi_n + \frac{e_2}{i_{2n}} \sin i_{2n} \varphi_n + \frac{e_3}{i_{3n}} \sin i_{3n} \varphi_n + \dots \\ \dots + & \frac{e_k}{i_{kn}} \sin i_{kn} \varphi_n + \dots + e_n \sin \varphi_n = \sum_1^n \frac{e_k}{i_{kn}} \sin i_{kn} \varphi_n,\end{aligned}\quad (7)$$

где каждый член вида

$$\frac{e_k}{i_{kn}} \sin i_{kn} \varphi_n$$

относится к приведенному эксцентриситету данного блока.

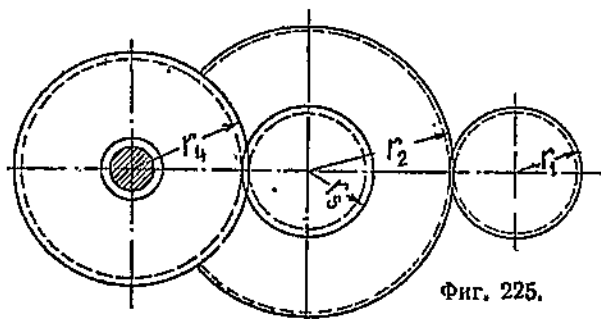
Формула (7) в таком виде и является общим выражением влияния эксцентриситетов сложной кинематической цепи.

Если мы начнем наши отсчеты не от заданного положения нулевых фаз, а от произвольного иного, где эти фазы будут $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$, формула (7) переписывается:

$$\delta s_n = \sum \frac{e_k}{i_{kn}} \sin(i_{kn} \varphi_n + \gamma_k).\quad (7')$$

Наглядное изображение суммирования влияния эксцентриситетов по предыдущему дано в виде полярных диаграмм на фиг. 226, исходящей из картины перематывания нити по основным окружностям шестерен 1, 2, 3, 4, из которых 1, 3 и 4 — эксцентричны. Окружности радиусов r_{05} и r_{06} являются вспомогательными. Первая из них показывает, на каком радиусе вала III эксцентриситет e_1 (или e_2 , если бы такой имелся) сказался бы непосредственно; вторая r_{06} введена лишь для того, чтобы не наносить эксцентриситет e_4 на окружности r_{04} , использованной уже для нанесения предыдущего эксцентриситета (r_{03}).

С учетом сказанного в начале главы относительно линейных передаточных отношений, та же формула (7) действительна и для случая наличия червячных передач в середине или же на одном из концов цепи.



Фиг. 225.

Целя обе части равенства 7 на $r_{он}$, легко получить общую формулу суммарного углового влияния эксцентриситетов в цепи:

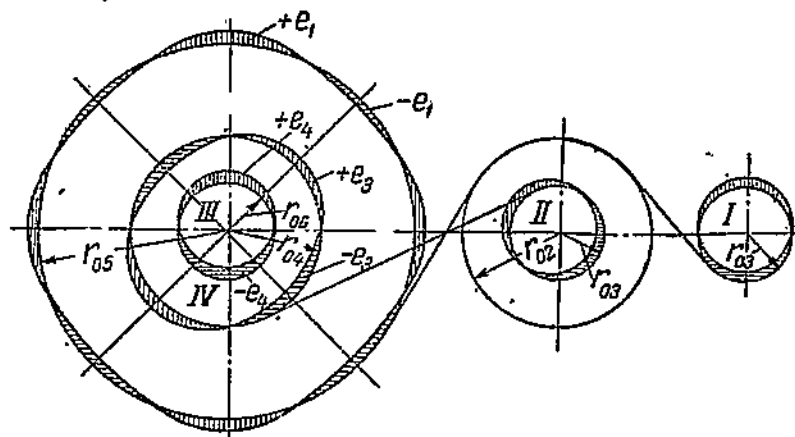
$$\frac{\delta s}{r_{он}} = \delta \varphi_n = \frac{\sum \frac{e_k}{i_{kn}} \sin i_{kn} \varphi_n}{r_{он}} \quad (8)$$

Дифференцируя по φ формулу (7), нетрудно получить картину роста ошибок, т. е. картину добавочных скоростей точки зацепления по углу поворота

$$d\delta s = \sum \frac{e_k}{i_{kn}} i_{kn} \cos i_{kn} \varphi_n d\varphi_n = \sum \frac{e_k r_n}{r_k} \cos i_{kn} \varphi_n d\varphi_n \quad (9)$$

или, при червяке на конце:

$$d\delta s = \sum \frac{e_k r_u \operatorname{tg} \beta_u}{r_k} \cos i_{kn} \varphi_n d\varphi_n \quad (9')$$



Фиг. 226.

Из формулы (9) видно, что здесь уже нет того резкого снижения от цепи к конечному звену, которое обуславливалось в формуле (7) величиной i' в знаменателе.

Однако с точки зрения зуборезного дела это явление (интересное в работе шестеренных цепей) опасности не представляет, так как каждый последующий рез на данном участке зуба происходит прерывно, после поворота на некоторый угол $\Delta\varphi$, в пределах которого и интегрируются выражения формулы (9), приводя вновь к виду уравнения (7):

$$\delta s_n = \sum \frac{e_k}{i_{kn}} \sin i_{kn} \Delta\varphi_n, \quad (7'')$$

где $\Delta\varphi$ есть угол элементарного поворота на рез, т. е. например при червячной фрезе с A режущими пазами $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{Az}$.

Напомним, что формула (7), в отличие от формулы (3) рассматривает только влияние эксцентриситета, т. е. относится по предыдущему лишь к звеньям промежуточной цепи.

Вводя члены, в которые входят и погрешности меньших периодов, т. е. переписывая формулу (3) в развернутом в соответствии с формулой (7) виде, имеем

$$\delta s_z = \delta s_1 + \delta s_n + \sum_{k=2}^{k=n-1} \frac{\Delta s_k}{i_{kn}} + \sum_{k=2}^{k=n-1} \frac{e_k}{i_{kn}} \sin i_{kn} \Delta \varphi_n, \quad (10)$$

где третий член правой части в отличие от формулы (3) охватывает лишь местные погрешности цепи, накладывающиеся на влияние эксцентриситета. Пренебрегая этим членом в соответствии с изложенным, пишем окончательно

$$\delta s_z = \delta s_1 + \delta s_n + \sum_{k=2}^{k=n-1} \frac{e_k}{i_{kn}} \sin i_{kn} \Delta \varphi_n.$$

Эта формула, равно как и предыдущие, применима лишь тогда когда нам известны не только величины всех эксцентриситетов, но и соотношение их начальных фаз (см. выше стр. 227). Однако в реальной обстановке на это можно рассчитывать лишь в исключительных случаях. Следовательно, возникает вопрос о методах суммирования при неизвестности этих начальных соотношений. Очевидно, что для получения максимальных значений синуса заданного разностного угла $i\Delta\varphi$ при неизвестной фазе последнюю надо брать так, чтобы $d(\sin i\Delta\varphi)$ было бы максимальным. Первым приближением к этому является принятие $\kappa = 0$. Если при этом применить простое квадратичное сложение по амплитудам в промежуточной цепи, формула (10) переписывается:

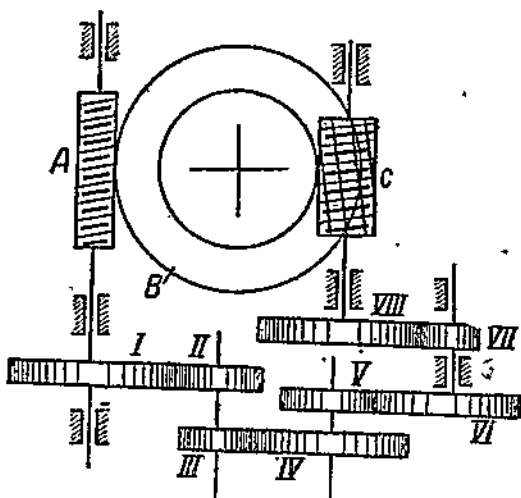
$$\delta s_z = \pm \sqrt{\delta s_1^2 + \delta s_n^2 + \sum_{k=2}^{k=n-1} \left[\frac{e_k}{i_{kn}} \sin i_{kn} \Delta \varphi_n \right]^2}. \quad (11)$$

Однако если определяется максимальная местная ошибка, возможная на всем изделии, осторожнее будет считать, с одной стороны, что крайние члены могут складываться арифметически, поскольку при большом числе возможных сочетаний мы имеем лишь два слагаемых. С другой стороны, в целях той же осторожности можно отсчитывать $i\Delta\varphi$ не в одну сторону от оси абсцисс, а располагать его симметрично к последней. Тогда

$$\delta s_z = \pm \left\{ |\delta s_1| + |\delta s_n| + \sqrt{\sum_{k=2}^{k=n-1} \left[2 \frac{e_k}{i_{kn}} \sin \frac{i_{kn} \Delta \varphi}{2} \right]^2} \right\}. \quad (12)$$

Для применения формул (11) и (12) отпадает надобность знания отдельных фаз и их сдвигов. Знание же наличных передаточных отношений в цепи необходимо для определения членов, содержащих $i\Delta\varphi$. Обычно эти передаточные отношения всегда известны, или же могут

быть легко установлены. В противном случае приходится идти на новые приближения, принимая, например, максимальное значение для всех членов подкоренной суммы, т. е. беря $\sin i_{\text{кл}} \Delta \varphi_{\text{к}} = 1$. Однако такое упрощение приводит к преувеличенным значениям, главным образом, в силу того, что целый ряд членов на самом деле обращается не в 1, а в 0 ($i_{\text{кл}} \Delta \varphi = 2\pi$) даже на небольших периодах (например на единичном шаге). Поэтому в подобных случаях лучше непосредственно переходить на метод грубо приближенной оценки, непригодный для исследовательских целей, но вполне применимый в производственной практике при подсчете возможных ошибок наладиваемого станка. Такой метод может быть построен на следующих соображениях: так как все i промежуточной цепи малы по сравнению



Фиг. 227.

с концевыми (см. выше, характеристику кинематики станков), их внутренними соотношениями можно пренебречь, считаясь только с концевыми передаточными числами. Однако, поскольку последние в общем случае не равны между собой, необходимо их искусственное выравнивание в расчете. Простейший и в то же время достаточно точный прием может быть предложен в следующем виде: ошибки обоих концевых звеньев учитываются, как и раньше, полностью; звено последующей цепи, ближайшее к тому

из концевых, которое имеет меньшее i (i_{min}), учитывается с коэффициентом $\frac{1}{i'_{\text{min}}}$, тогда как все прочие звенья — с коэффициентом $\frac{1}{i'_{\text{max}}}$, характеризующим другой крайний элемент, или же с коэффициентом $\frac{1}{i'_{\text{min}} i'_{\text{x}}}$ если таковой меньше $\frac{1}{i'_{\text{max}}}$. В остальном сложение ведется по предыдущему. В случае малости одного из крайних i можно включить в уточненный расчет не одно, а два из ближайших промежуточных звеньев.

Пример. Пусть по фиг. 227 однозаходный червяк A приводит стол через колесо B с $z = 125$, $m = 12$. Цепь состоит из сменных шестерен I, III, IV, V и постоянных I, VI, VII и VIII, из которых две последних прецизионные; фреза C нарезает изделие $z = 36$, $m = 8$. Максимальная ошибка червячной передачи на повороте, соответствующем одному угловому шагу изделия, $\pm 5\mu$. Ошибка шага фрезера $\pm 8\mu$, эксцентриситет шестерен VII и VIII в пределах 30μ ; шестерен I и VI — 50μ ; для насадных шестерен $e \leq 100\mu$. Определить приближенно максимальную ошибку шага изделия, если $D_3 = 280$ (т. е. $i_{32}' \frac{280}{8} = 35$), $i_{37}' = 3$.

Так как ясно, что меньшее i' — со стороны фрезы, расчет ведем отсюда:

$$\delta s_{\max} = \Delta t_{\max} = \pm \left[|\delta s_1| + |\delta s_2| + \sqrt{\frac{e_8^2 + e_7^2}{i_{82}^2} + \frac{\sum_{k=1}^6 (e_k)^2}{i_{82}^2 \cdot i_{67}^2}} \right] =$$

$$= \pm \left[5 + 8 + \sqrt{\frac{2 \cdot 30^2}{35^2} + \frac{2 \cdot 50^2 + 4 \cdot 100^2}{35^2 \cdot 3^2}} \right] = \pm [5 + 8 + 2,3] \approx \pm 15 \mu.$$

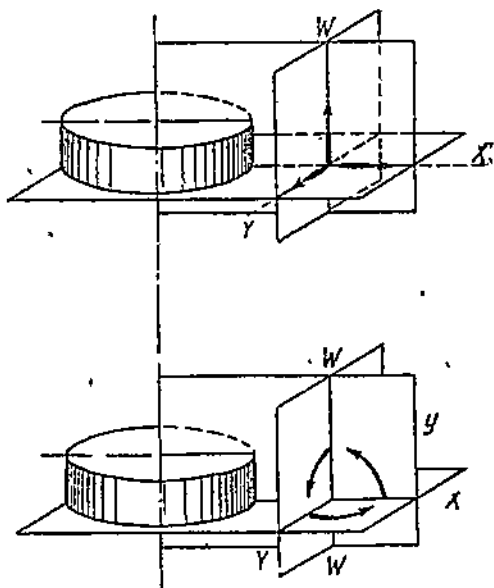
Так как речь идет о шаге, где переменное влияние инструмента исключено, т. е. данная ошибка фрезы (от номинала) присутствует всегда, применение чисто квадратной формулы, построенной по схеме уравнения (11), было бы неверно.

В тех случаях, где, как изложено выше, применимы схемы как уравнения (11), так и уравнения (12) можно, грубо говоря, считать, что первая дает максимальную вероятную ошибку, вторая — максимальную практически возможную, поскольку квадратичное сложение применяется лишь во второстепенном по значению члене. Там, где цифры дают не погрешности, а допуски на них, квадратичное сложение применимо везде и полностью.

§ 5. Влияние относительного положения элементов в обработке

В тройной пространственной комбинации: изделие — направляющие станка — инструмент — каждый из трех элементов может иметь относительно двух других: 1) сдвиги по координатным осям X, Y, W ; 2) повороты вокруг этих осей. Кроме того, для вращающихся тел возможны сдвиги и повороты геометрических осей относительно истинных осей вращения (биение). Этим, очевидно, исчерпываются все геометрические неточности, возможные при правильных: профиле инструмента и кинематике станка.

Для удобства рассмотрения принимаем за базу во всех случаях, кроме биения собственной оси, изделие, т. е. считаем, что ось изделия расположена правильно, а неверны могут быть только два остальных элемента (направляющие, инструмент) или порознь, или вместе. Последнее, очевидно, эквивалентно ошибочности расположения самого изделия. Тогда все случаи, кроме биения, исчерпываются двумя схемами (фиг. 228).



Фиг. 228.

I. Смещения¹

Смещения вдоль оси W , как направления резания, роли играть не могут.

Смещения вдоль оси Y при реечном поступательном инструменте, как и смещения по направлению обката, также роли играть не могут.

При вращающемся вокруг W инструменте они увеличивают лишь межцентровое расстояние A в обработке, меняя в то же время его положение в пространстве. Так как последнее роли не играет, единственный результат выражается в произвольном корригировании чрезвычайной малости, как это видно из фиг. 229.

По малости угла $\Delta\varphi$, принимаем:

$$\Delta Y \sin \Delta\varphi = 2x;$$

$$\cos \Delta\varphi = 1;$$

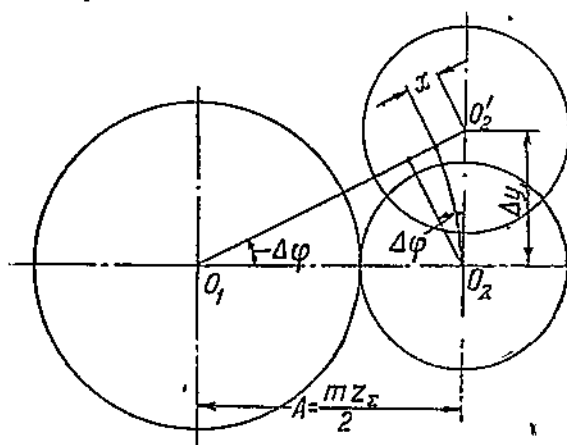
тогда

$$x = \frac{\Delta Y \sin \Delta\varphi}{2} \approx$$

$$\approx \frac{\Delta Y}{2} \operatorname{tg} \Delta\varphi =$$

$$= \frac{\Delta Y}{2} \cdot \frac{\Delta Y \cdot 2}{m z_z} =$$

$$= \frac{(\Delta Y)^2}{m z_z}. \quad (13)$$



Фиг. 229.

Формула (13) действительна и для $z_{инстр} = \infty$, т. е. для гребенки ($x = \frac{(\Delta Y)^2}{\infty} = 0$). Однако даже при самых небольших z_z , x получается ничтожно малым. Например, даже при $m = 1$ $z_z = 50$; $\Delta Y = 0,1$ мм; $x = 0,4$ м, т. е. практически этими сдвигами можно всегда пренебрегать. В дальнейшем подобные малые, но самостоятельные члены будут вводиться в общие формулы в фигурных скобках. Откидывать их не следует лишь из соображений сохранения соответственной проверки.

Смещение вдоль оси X при всяком инструменте равносильно неправильному корригированию на величину

$$x = \Delta X. \quad (13')$$

И т о г. Все возможные в обработке постоянные по величине смещения между изделием и остальными элементами или вовсе не влияют на изделие, или приводят к его ошибочной коррекции. Общее выражение для последней при произвольных малых сдвигах по всем трем осям:

$$x = \Delta X \left\{ + \frac{(\Delta Y)^2}{m z_z} \right\}. \quad (14)$$

¹ Согласно сказанному в § 1, здесь разбираются лишь смещения, постоянные по величине.

2. Повороты

Так как при поворотах в заданной плоскости играет роль положение центра поворота, а инструмент и направляющие станка взаимно подвижны, то, в отличие от смещений, повороты надлежит рассматривать отдельно для направляющих и для инструмента.

А. Направляющие

а) Поворот вокруг оси W . Перемещение в плоскости XU имеется лишь у гребенки и долбяка, причем у последнего налицо „обкаточное“ вращение вокруг рассматриваемой оси, т. е. тут влияние дополнительного начального поворота выпадает. (Ср. смещение вдоль Y для гребенки).

Остается гребенка, для которой рассматриваемый поворот эквивалентен переменному смещению в направлении X , т. е.

$$x = y \operatorname{tg} \Delta \Phi_w, \quad (15)$$

где y — расстояние по оси Y от начала координат, в котором x полагается расчетным; $\Delta \Phi_w$ — угловая ошибка поворота вокруг рассматриваемой оси W .

Напомним, что в зубострогальных станках типа Мааг гребенка фактически неподвижна и перемещение отнесено на изделие. Следовательно, в данном пункте речь может идти лишь о непараллельности направляющих изделия к опоре гребенки.

б) Поворот вокруг оси Y . Соответствует переменным по W смещениям в направлении оси X . По предыдущему:

$$x = w \operatorname{tg} \Delta \Phi_y. \quad (15a)$$

В просторечии явление называется „конусностью“ шестерни; однако из формулы видно, что это не конусность в буквальном смысле, а именно переменное корригирование.

Поворот вокруг оси X .

Для вертикальных направляющих: $y = w \operatorname{tg} \Delta \Phi_x$.

Так как с другой стороны $\frac{y}{w} = \operatorname{tg} \Delta \beta$, заключаем, что практическим следствием ошибки $\Delta \Phi_x$ является искажение угла наклона зуба на ту же величину $\Delta \Phi_x$.

В случае долбежного станка смещение вдоль оси Y вызывает, как указано выше, попутное увеличение межцентрового расстояния. Однако если таковое исчезающе мало даже по п. 1—б., то здесь с этим дополнительным явлением можно не считаться вовсе.

Для горизонтальных направляющих (только зубострогальные станки) $w = y \operatorname{tg} \Delta \Phi_x$. Подобный дефект может сказаться лишь в нарезке косозубых колес, где направление зуба непараллельно оси W .

С исчерпывающей для практики точностью он также может быть приравнен к искажению β на $\Delta \Phi_x$.

Заключение. Практически поворот вокруг оси X дает лишь ошибку угла наклона зуба:

$$\Delta \beta = \Delta \Phi_x. \quad (16)$$

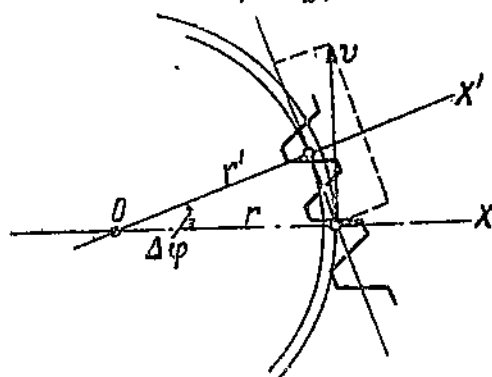
Гребенка. а) Поворот вокруг оси W (фиг. 230) приводит 1) к различным углам зацепления по правым и левым профилям, 2) к ошибке минимального расстояния от центра изделия до средней линии рейки $\Delta r = r - r'$ (фиг. 230). Если это расстояние устанавливаем непосредственно, т. е. если $r' = r_{теор}$, второй пункт отпадает и рассматриваемый случай объединяют с случаем 2 (см. выше). Для этого объединенного типа ошибки, т. е. непараллельности средней линии рейки направлению обката, можно написать¹:

$$x' = y \operatorname{tg} \Delta \Phi_{\omega'}. \quad (17)$$

Результатом подобной ошибки является так называемый „пьяный зуб“ на изделии, где получаются на разноименных профилях углы зацепления: $\alpha' = \alpha + \Delta \Phi_{\omega'}$; $\alpha'' = \alpha - \Delta \Phi_{\omega'}$. Этот дефект обычно легко

устраним, поскольку зубо-строгательные станки имеют специальное регулируемое приспособление для установки гребенки параллельно горизонтальным направляющим, по которым идет обкат.

б) Поворот вокруг оси Y приводит к тому, что в качестве исходного контура оказывается не профиль гребенки, а его проекция, причем по фиг. 231



Фиг. 230.

$$\begin{aligned} \Delta y &= \Delta h_x \operatorname{tg} \alpha_{теор} = \\ &= h_x \operatorname{tg} \alpha_{теор} (1 - \cos \Delta \Phi_y) \end{aligned} \quad (18)$$

(приписываем расстояниям от Y ; параллельным X , обозначения h_x , а не x , во избежание смещения с направленными по той же оси корригирующими сдвигами).

в) Поворот вокруг оси X дает по фиг. 231 аналогично предыдущему:

$$\Delta y = -y (1 - \cos \Delta \Phi_x) = y (\cos \Delta \Phi_x - 1). \quad (18a)$$

Таким образом оба эти вида ошибок переходят в разряд ошибок исходного контура.

С обоими видами искажений по настоящему пункту практически можно вообще не считаться, что ясно из следующих соотношений. Максимальное расстояние от исследуемой точки образования профиля до оси поворота может быть, примерно, не более одного шага (учитывая, что степень перекрытия не превосходит двух).

¹ Несовпадение направлений x и x' роли не играет, ни в других отношениях играть не может, поскольку соответствует повороту обкатки вокруг центра изделия.

Следовательно,

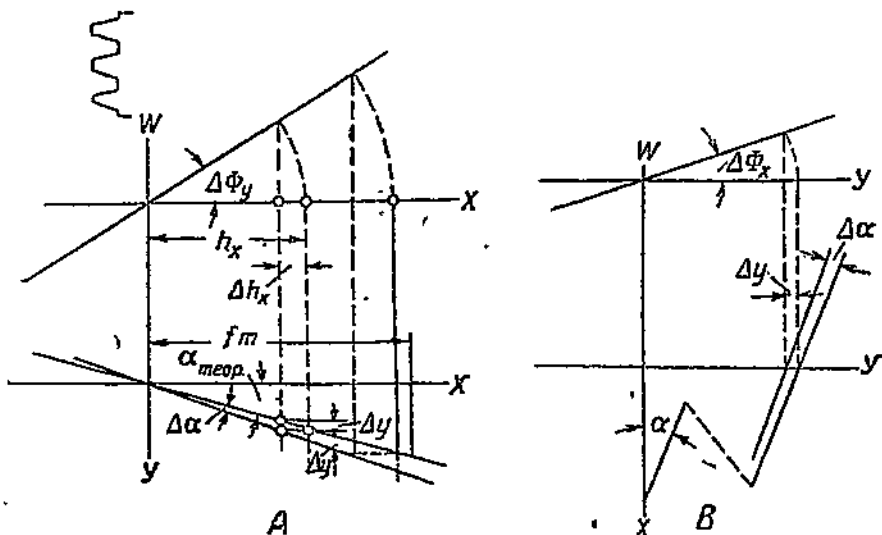
$$\Delta F_{\max} \approx \pm t(1 - \cos \Delta \Phi);$$

если считать, что шаг не превышает 50 мм, а угловая ошибка — $\pm 15'$ (!) получаем $\Delta F_{\max} = \pm 0,5 \mu$.

Укорочением зуба на величину $fm \cdot \operatorname{tg} \alpha_{\text{теор}} (1 - \cos \Delta \Phi_y)$ по фиг. 232, А заниматься не будем, как явно несущественным.

Долбяк. а) Поворот около оси W. Тождественно случаю 2 для того же типа обработки. Влияния не оказывает.

б) Поворот около оси X или Y под постоянным углом (к остальным осям) по конструкции долбежных станков невозможен. При переменном угле к осям (постоянном относительно собственной оси вращения) переходит в биение, которое рассматривается далее отдельно.



Фиг. 231.

Червячная фреза. а) Поворот около оси W. На основании изложенного выше для гребенки, существенен лишь угол между средней линией рейки и направлением обката. Для фрезы таковое определяется самим инструментом. Следовательно, при отсутствии конусности в нем, постоянный угол между направлением мнимого движения профилей и средней линией исходного контура невозможен. Переменный может получиться только за счет биения, рассматриваемого далее.

Таким образом остается только изменение r на r' (см. выше, фиг. 230), которое, как и в случае гребенки, должно рассматриваться как сдвиг по оси X.

б) Поворот вокруг оси Y. В силу совпадения с направлением вращения влияние отпадает.

Поворот вокруг оси X. Данный случай представляет особенности. С одной стороны, здесь должно было бы иметь место явление, аналогичное такому же перекосу гребенки, но с другой этот эффект компен-

сируется попутным изменением самого исходного контура фрезера относительно торцевой плоскости изделия. Не останавливаясь на детальном анализе явления, поскольку в противоположность всему остальному он исчерпывающе освещен в литературе¹, достаточно сказать, что для небольших углов поворота, порядка возможных ошибок установки, суммарное действие всех возникающих искажений практически равно нулю, т. е. можно считать, что в интересующих нас пределах поворот около оси X влияния на точность изделия не оказывает.

§ 6. Биение

Прямая AB , вращаемая вокруг произвольной оси OO' , описывает в пространстве поверхность однополлого гиперболоида (фиг. 232). Если AB есть геометрическая ось некоторого тела вращения (оправки, заготовки, начального цилиндра изделия или инструмента), явление называется биением тела.

В частном случае, когда прямая параллельна оси OO' (т. е. $\beta = 0$), гиперболоид обращается в цилиндр. Когда радиус горлового сечения гиперболоида $r_{\min} = 0$, гиперболоид превращается в конус.

Первый случай носит название радиального (фиг. 233, а), второй — торцевого биения (фиг. 233, б). Совпадение обоих приведенных частных условий ($\beta = 0$; $r_{\min} = r_x = 0$) уничтожает наличие биения и является идеальным как для изделия, так и для инструмента².

Общий случай может рассматриваться как сумма двух частных: 1) $\beta = 0$; $r_{\min} \neq 0$ и 2) $r_{\min} = 0$; $\beta \neq 0$. Поэтому достаточно ограничиться исследованием влияния каждого из последних в отдельности.

Для полноты картины, попутно с собственно биениями только что определенных видов, надлежит рассмотреть еще одно

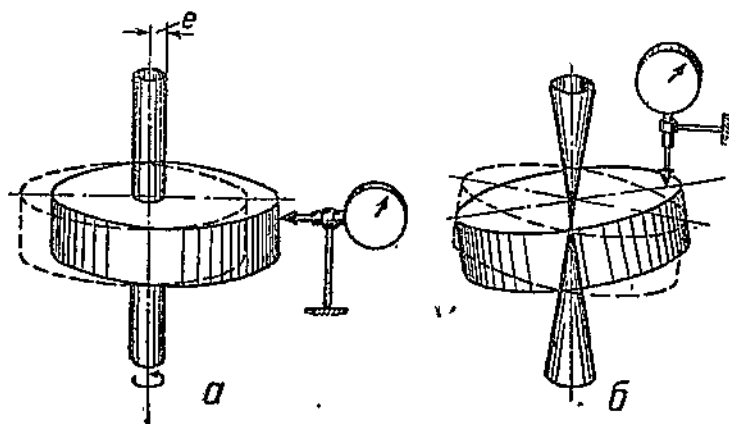
весьма близкое к ним явление, которое в широком смысле также может быть отнесено к биениям, несмотря на совпадение геометрической оси тела с осью вращения.

Мы имеем в виду периодическое смещение физической оси вдоль самой оси вращения. Этому явлению, обычно упускаемому из самостоя-

¹ См., например, Buckingham Spur Gears, стр. 388, а также Карты Ц. Б. Р. (работа инж. Тайи).

² Последний частный случай: $\beta = 90^\circ$ (плоскость) интереса здесь не представляет, так как практически β , как угловая ошибка, может иметь лишь весьма малые значения.

тельного рассмотрения, присвоим название осевого биения. Осевое биение может получаться за счет неперпендикулярности упорных поверхностей к оси вращения в подпятниках некруглости упорных шариков в подшипниках качения и т. п., как это схематически показано на фиг. 234¹.

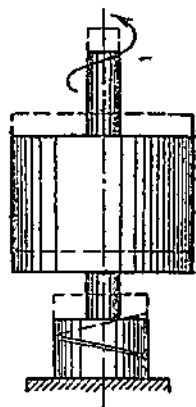


Фиг. 233.

Таким образом в дальнейшем будут проанализированы отдельно: радиальное биение (боковое смещение физической оси); торцевое биение (угловое смещение физической оси); осевое биение (продольное колебание физической оси).

Радиальное биение

Расстояние от геометрической оси тела до оси вращения (по предыдущему — r_{min}) называется эксцентриситетом (e); удвоенная величина эксцентриситета ($2e$) называется величиной биения, и определяется непосредственно индикатором или т. п., представляемым к цилиндрической поверхности тела во время его вращения (фиг. 233, а). При этом предполагается, что измеряемая цилиндрическая поверхность или сама характеристична для объекта, или полностью с такой поверхностью концентрична (например, что биение измеряется непосредственно по валу, или по точно концентричному с ним цилиндру).



Фиг. 234.

1. Биение заготовки. Радиальное биение заготовки приводит к нарезке правильного зацепления эксцентрично к геометрической оси изделия.

¹ Отличие этого явления от собственно биения в ранее охарактеризованном смысле заключается в том, что здесь при вращении обе оси совместно (геометрическая ось и ось вращения) не могут рассматриваться как жесткая система.

Таким образом относительно последней получается эффект, рассматриваемый в § 11 гл. IV, т. е. $\Delta F = \delta \bar{s} = e \sin \varphi$.

2. Биение долбяка. Радиальное биение долбяка приводит как бы к переменной коррекции из-за радиальных колебаний исходной рейки $\Delta x = e_u \sin \varphi_u$ при одновременных ее тангенциальных колебаниях:

$$\Delta y = e_u \cos \varphi_u.$$

Избыточное смещение профилей инструментальной рейки по линиям зацепления определяется по фиг. 235. Если считать ошибки X положительными в направлении от изделия, как всякую коррекцию, а ошибки профиля положительными, если они утолщают зуб, и отрицательными в противном случае, имеем:

$$\left. \begin{aligned} \Delta F_1 &= -\left(\Delta x - \frac{\Delta y}{\operatorname{tg} \alpha}\right) \sin \alpha = \\ &= -e_u \sin \varphi_u \sin \alpha + e_u \cos \varphi_u \cos \alpha = \\ &= e_u \cos (\varphi_u + \alpha) \\ \Delta F_2 &= -\left(\Delta x + \frac{\Delta y}{\operatorname{tg} \alpha}\right) \sin \alpha = \\ &= -e_u \cos (\varphi_u - \alpha). \end{aligned} \right\} (19)$$

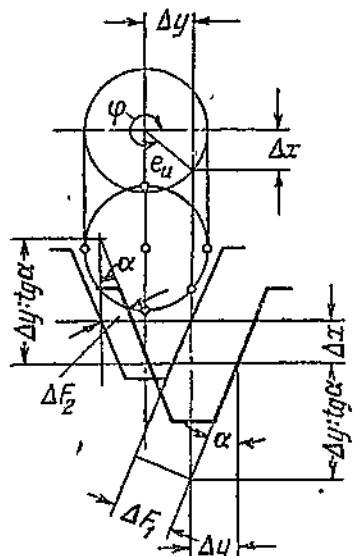
Изменив знаки на обратные, получим, очевидно, соответственные ошибки профилей изделия:

$$\left. \begin{aligned} \Delta F_1' &= -e_u \cos (\varphi_u + \alpha) = -e_u \cos (i\varphi + \alpha) \\ \Delta F_2' &= -e_u \cos (\varphi_u - \alpha) = e_u \cos (i\varphi - \alpha), \end{aligned} \right\} (20)$$

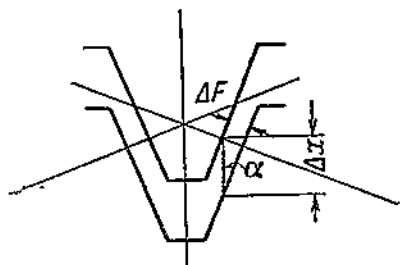
где φ — угол поворота изделия; i — передаточное отношение между инструментом и изделием.

Сопоставляя полученные формулы с ранее полученными для собственного эксцентриситета изделия (гл. IV), убеждаемся, что разница сводится только к величине периода и в частном случае $e_u = e$; $i = 1$ — исчезает вовсе, т. е. кинематические эффекты собственного эксцентриситета изделия и эксцентриситета долбяка в обработке этого изделия тождественны при $i = 1$, а в противном случае взаимно отличаются лишь по периоду. Поэтому удобно обобщать биение изделия, не вдаваясь в вопросы периодов и относительного положения по окружности максимумов и минимумов.

3. Биение червячной фрезы. Радиальное биение фрезы отличается от рассмотренного отсутствием тангенциальной составляю-



Фиг. 235.



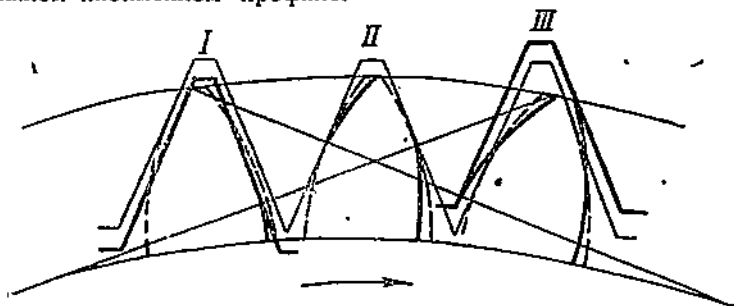
Фиг. 236.

щей $\Delta y = e_\mu \cos \varphi_\mu$, т. е. всецело определяется переменной коррекцией (наклоном оси фрезы пренебрегаем) $\Delta x = e_\mu \sin \varphi_\mu$, откуда по фиг. 236 $\Delta F = e_\mu \sin \varphi_\mu \sin \alpha$, причем весь цикл проходит на одном или нескольких зубьях изделия в зависимости от заходности фрезы.

Если для одного профиля направление обката положительно, а для другого (иноименного) отрицательно, можно написать:

$$\left. \begin{aligned} \Delta r_{01} &= \frac{d\Delta F}{d\varphi} = \frac{d(e \sin \varphi)}{d\varphi} = e \cos \varphi \\ \Delta r_{02} &= -\frac{d\Delta F}{d\varphi} = -e \cos \varphi, \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

т. е. угол зацепления увеличивается на одном профиле и уменьшается на смежном иноименном профиле.



Фиг. 237.

Если период образования целого профиля меньше полупериода колебания ΔF , т. е. если заходность фрезера больше $2e$, или если $i\gamma e < \pi^1$ — отдельные зубья, где в обработке налицо все время или сближение, или расхождение исходной рейки и изделия получаются целиком «пьяными», т. е. с разными углами зацепления для всего правого и всего левого профилей:

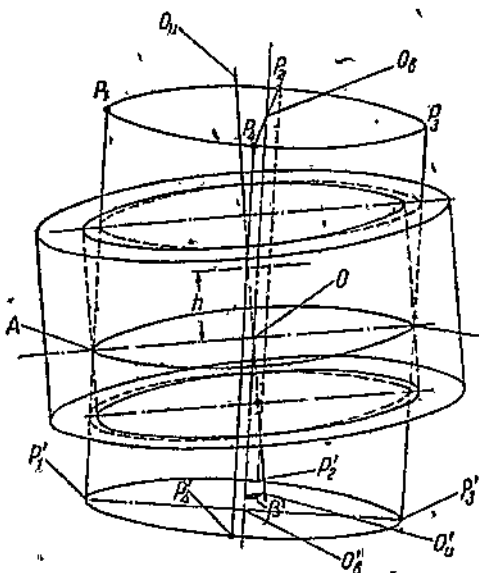
$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha_1 &= \frac{r_{om} + \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} e \cos \varphi d\varphi}{r_\partial} = \frac{r_{om} + e(\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1)}{r_\partial} \\ \cos \alpha_2 &= -\frac{r_{om} + \int_{\varphi_2}^{\varphi_1} e \cos \varphi d\varphi}{r_\partial} = -\frac{r_{om} - e(\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1)}{r_\partial} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Все изложенное наглядно иллюстрирует схема фиг. 237, где даны три правильных (тонким) и три постепенно отступающих от изделия (жирным) положения исходного контура в обкате и получаемый при этом «пьяный» зуб, сопоставляемый на той же схеме с правильным (пунктир). Однако, поскольку при чистовой обработке многозаходные фрезы применяются пока еще очень редко, подобный эффект в чистом виде должен рассматриваться как исключение.

¹ α — степень перекрытия в нарезке; γ — угловой шаг изделия; i — передаточное отношение от фрезера к изделию.

Торцевое биение

Значительно сложнее обстоит дело с торцевым биением, которое мы рассмотрим применительно к изделию и к вращающемуся инструменту.

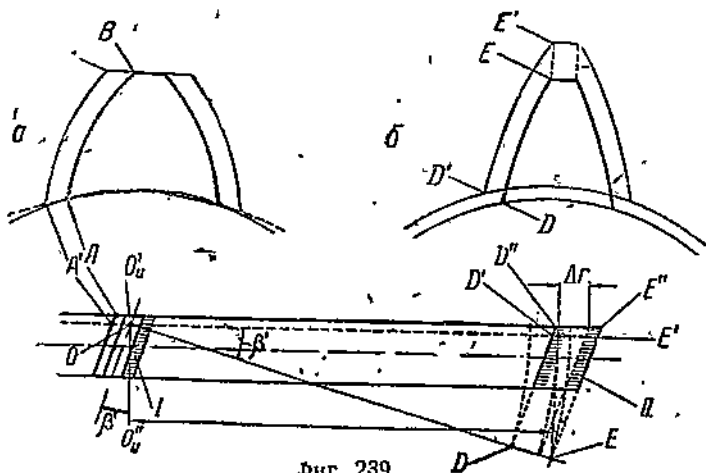


Фиг. 238.

1. Торцевое биение заготовки. Представим себе заготовку неподвижной, а полюс обработки вращающимся вокруг оси $O_b O_b'$, наклонной относительно оси изделия $O_u O_u'$ (фиг. 238). Сопоставляя следы резания в разных, относительно изделия, положениях ($P_1 P_1'$, $P_2 P_2'$, $P_3 P_3'$), нетрудно видеть, что результатом являются: переменная «конусность» (максимум в положениях 1, 3) и переменная косина зуба, т. е. ошибка β (максимум в положениях 2, 4), и что правильно нарезанное зацепление целиком наклонено к оси изделия под углом β' скрещения осей $O_b O_b'$ и $O_u O_u'$.

Так как рабочей осью изделия явится в монтаже его геометрическая ось $O_u O_u'$, объ-

ектом исследования должны быть искажения зацепления в сечениях, перпендикулярных оси $O_u O_u'$. Одно из этих сечений, именно OAB , «кон-



Фиг. 239.

центрично» оси $O_u O_u'$, тогда как остальные, подобные ему, сдвинуты на величину $h \tan \beta'$, где h расстояние взятого сечения до точки O скрещения осей.

Иначе говоря, для того чтобы полностью выявить ошибки произвольного сечения при наличии торцевого биения в обработке, достаточно исследовать плоскость OAB ; любое иное (параллельное) сечение повторяет в точности его ошибки с прибавкой эксцентриситета: $e = h \operatorname{tg} \beta'$.

На фиг. 239 (внизу) дан участок получаемой дефектной шестерни, достаточный для потребного исследования. В сечении OE имеем правильное, в сечении OE' действительное ошибочное зацепление.

Рассмотрим зуб I , лежащий в области максимального наклона $\beta'_{\max} = \beta'$ и нулевой конусности. Как для всякого косо́го зуба, тангенциальные размеры в торцевом сечении растягиваются против «нормальных»

в отношении $\frac{1}{\cos \beta'}$ как это показано на фиг. 239, а, где жирной линией дан правильный, тонкой — действительный (в сечении OE') контур зуба. Здесь имеем:

$$S_I = S_s = \frac{1}{\cos \beta'} S_n;$$

$$\operatorname{tg} \alpha_s = \frac{1}{\cos \beta'} \operatorname{tg} \alpha_n;$$

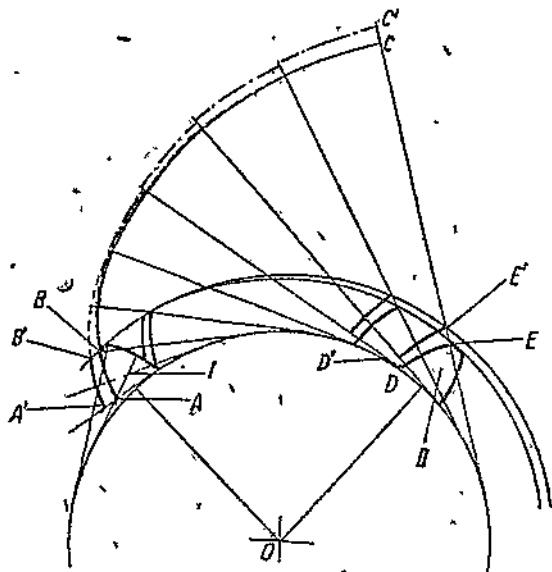
$$t_{ds} = \frac{1}{\cos \beta'} t_{dn};$$

$$t_{os} = \frac{1}{\cos \beta'_0} t_{on};$$

$$\Delta S_I = S_n \frac{(1 - \cos \beta')}{\cos \beta'} =$$

$$= S_n \frac{2 \sin^2 \frac{\beta}{2}}{\cos \beta'};$$

$$\Delta t = t \frac{\sin^2 \frac{\beta}{2}}{\cos \beta'}.$$



Фиг. 240.

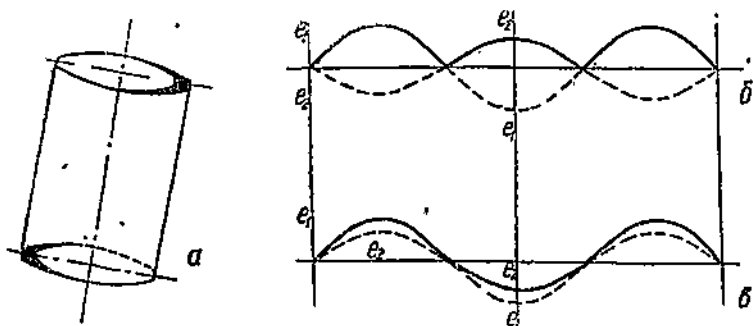
В последующих зубьях это явление ослабевает, и в зубе II , лежащем за $\frac{\pi}{2}$ от I , исчезает вовсе (отсутствие косины). Далее оно возобновится, достигая максимума на зубе, диаметрально противоположном зубу I . Таким образом период ошибки $= \pi$ (направление косины, т. е. знак угла β' , роли не играет).

Во II зубе, если совместить правильный контур сечения OE с действительным OE' (поворотом около O), зуб отойдет на больший радиус, приобретая меньший угол зацепления, вследствие увеличения радиальных размеров (фиг. 239, б) — явление, в свою очередь, исчезающее к зубу I (отсутствие конусности) и возобновляющееся до второго максимума на зубе, противолежащем зубу II . Таким образом и здесь период $= \pi$. Для зуба II можно считать: исходная рейка сечет теоретическую рейку под углом β' , так что $\operatorname{tg} \alpha_{II} = \operatorname{tg} \alpha_0 \cos \beta'$, причем произвольная заданная толщина S_x и шаг t_x расположены не на соответственном радиусе r_x , а на радиусе $\frac{r_x}{\cos \beta'}$. Отсюда, пренебрегая кривиз-

ной профиля на участке Δr и прочими малыми высших порядков, получаем на заданном радиусе, например делительном,

$$\begin{aligned}\Delta S_{II} &= \Delta r 2 \operatorname{tg} \alpha_{II} = 4r \sin^2 \frac{\beta'}{2} \operatorname{tg} \alpha_d > \Delta S_I \\ \left\{ \Delta F &= 2r \sin^2 \frac{\beta'}{2} \sin \alpha_d \right\} \\ \left\{ \Delta t_d &= -\frac{\Delta r}{r} t_d \approx -2t \sin^2 \frac{\beta'}{2} \right\} \\ t_0 &= \frac{t_{om}}{\cos(\beta' \sin \alpha_d)} \approx \frac{t_{om}}{\cos \frac{\beta'}{3}}; \left\{ \Delta t_0 \approx 2 \sin^2 \frac{\beta'}{6} \right\}.\end{aligned}$$

Приводя все ошибки к единому профилю, получим диаграмму, показанную на фиг. 240. Однако, учитывая, что все ошибки получились второго порядка малости (наличие множителя $\sin^2 \frac{\beta'}{n}$), следует считать, что в центральной, т. е. проходящей через точку скрещения O —(фиг. 238 и 239), плоскости косо нарезанной шестерни как приведенная ошибка, так и ошибки элементов практически отсутствуют.



Фиг. 241.

Действительно, даже наибольшая из полученных ошибок— ΔS_{II} дает при радиусе $r=1000$ и биении оправки 0,1 на 100 мм (т. е. в очень невыгодных условиях):

$$\beta' = \frac{0,05}{100} = 0,0005 < 2.$$

$$\Delta S_{II} = 0,4 \cdot 4000 \cdot \sin^2 1' < 0,2 \mu.$$

Введем влияние эксцентриситетов предельных торцевых сечений $e = l \sin \beta'$, где l —расстояние от рассматриваемого торца до точки скрещения.

Так как до приработки шестерни будут работать только наиболее выступающие сечения шестерни (фиг. 241, а), получим своего рода детектированную синусоиду, т. е. кривую, состоящую только из положительных полуволи (фиг. 241, б) в случае, если точка скрещения лежит в пределах изделия, и комбинированную из синусоид кривую (фиг. 241, в)—в противном случае.

Выводы

1. Первый из только что рассмотренных случаев (фиг. 241, б) дает минимую овальность шестерни, второй (фиг. 241, в) с трудом можно отличить от обычного эксцентриситета (при малой овальности).

2. Учитывая, что преимущественно в ошибках установки или направления торца первый случай наиболее вероятен, можно полагать, что так называемая овальность шестерни чаще всего есть не что иное, как результат „торцевого биения“ в обработке.

3. В случаях деформации шпинделя или оправки изделия, вероятнее второй случай. Поэтому при обработке широких колес полезно сопоставить радиальное „биение“ близ обоих торцов и отсюда делать соответственные выводы о торцевом биении.

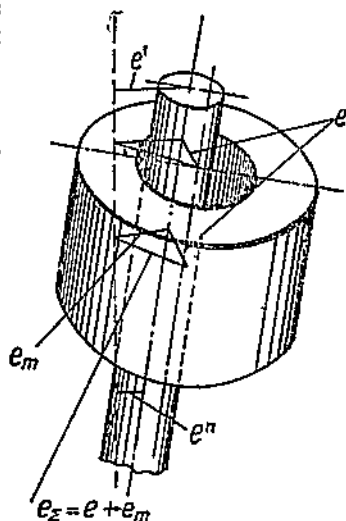
4. Из изложенного ясно, что второй случай торцевого биения (центр биения вне объекта) легко приводится к первому; для этого достаточно в точках, симметричных относительно объекта (изделия), выделить разностное биение $e_1 e_2$ близ обоих торцов по п. 3, а остаток отнести к радиальному биению, т. е. сложить его геометрически в торцевом сечении с прочими факторами радиального биения (фиг. 242). При этом центр торцевого биения автоматически окажется посередине между торцами, т. е. амплитуды e_1 и e_2 по фиг. 241, б окажутся равными (выделенная „овальность“).

5. В отличие от обычного эксцентриситета, искажение, получаемое за счет собственно торцевого биения („овальность“), не носит определенного, постоянного характера, в силу наличия углового касания зубьев и быстрого износа работающих кромок.

6. Так как в зацеплении торцевое биение в некоторых случаях может быть уловлено лишь с трудом, или даже вовсе выпасть из результатов промеров (узкие шестерни), иногда полезно, особенно для мелких шестерен, перенести внимание с „торцевого биения“ на биение оправки аналогично п. 3.

Торцевое биение долбяка. При торцевом биении долбяка, практически имеем дело с единственной его плоскостью. Поэтому, рассуждая аналогично предыдущему, легко можно убедиться, что в практически допускаемых пределах биения опасна лишь децентрирующая слагаемая. Однако эта слагаемая уже входит в промер при определении эксцентриситета (радиального биения) долбяка и отдельному рассмотрению не подлежит (о местном смещении плоскости резания см. далее — Осевое биение).

Торцевое биение червячной фрезы. Рассматривая, как и ранее, для каждого сечения инструмента смещения и повороты в данный момент, получаем по фиг. 243 результативное смещение по линии зацепления

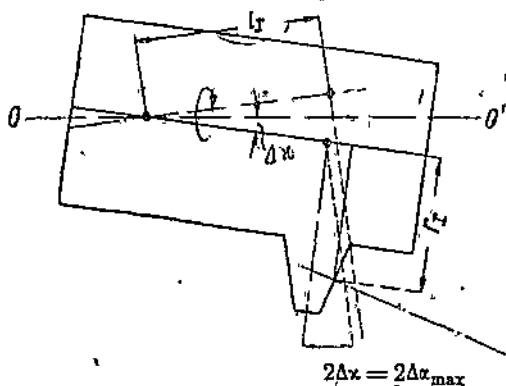


Фиг. 242.

$\Delta f_x = r_x \Delta \alpha \cos \alpha + l_x \Delta \alpha \sin \alpha$, где $\Delta \alpha$ — получаемая в данный момент ошибка угла режущего профиля, r_x и l_x — координаты нарезаемой точки, имеющие начало в точке скрещения.

Первый член выражает ошибку от поворота, второй — от смещения (эксцентриситета) данного сечения фрезы.

Но $\Delta \alpha$ есть функция угла поворота фрезы φ в ее торцевом сечении. Если выразить его через угол скрещения осей Δx , то $\Delta \alpha = \Delta x \sin \varphi$, причем φ отсчитывается от «нейтрального» положения, когда обе оси (вращения и геометрическая) лежат в плоскости, параллельной оси изделия.



Фиг. 243.

Следовательно,

$$\left. \begin{aligned} \Delta f_x &= r_x \Delta x \sin \varphi \cos \alpha + l_x \Delta x \sin \alpha \sin \varphi \\ \Delta f_{\max} &= \pm (r_e \cos \alpha + l \sin \alpha) \Delta x, \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

где l — расстояние от плоскости начальной режущей точки до центра биения, r_e — радиус окружности выступов фрезы.

Осевое биение

1. Осевое биение заготовки. Переменные смещения заготовки параллельно оси в процессе обработки опасны, очевидно, лишь в случае, когда зубья этой оси непараллельны (косозубое колесо), так как при прямом зубе здесь могут возникнуть только совершенно несущественные колебания скорости резания.

В косозубых колесах такие смещения вызовут ошибки профиля $\Delta F = \Delta L \operatorname{tg} \beta_0$, где ΔL — максимальная величина осевого биения.

В пределах единичного профиля

$$\Delta f = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \Delta L \sin \varphi \operatorname{tg} \beta_0 d\varphi = \Delta L \operatorname{tg} \beta_0 (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2),$$

где φ есть угол поворота изделия.

2. Осевое биение долбяка. Осевое биение долбяка сказывается, аналогично предыдущему, лишь в косозубых колесах (разница только в пе-

риоде). К этой же категории надлежит отнести пропущенную ранее рассмотрением осевую слагаемую от торцевого биения (см. стр. 245. Биение долбяка). Иначе говоря, безразлично, от чего происходит биение режущей грани параллельности (от торцевого биения, как такового, или же от периодических смещений вдоль оси). Разница здесь сводится лишь к тому, что смещение от торцевого биения пропорционально радиусу измерения, тогда как чистое осевое биение от него не зависит. Таким образом практически в производстве эти два рода объединяются и должны определяться по наибольшему радиусу долбяка, т. е. по окружности его головок.

При определении точности станка, как такового, лучше для более детальных и справедливых заключений измерять отдельно биение, параллельное оси близ центра оправки (чистое осевое биение), и на наибольшем возможном радиусе (сумма осевого и торцевого биений).

Для единичного профиля соответственно изложенному получаем

$$\Delta f = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \Delta L \sin i\varphi \operatorname{tg} \beta_0 d\varphi = \Delta L \operatorname{tg} \beta_0 (\cos i\varphi_1 - \cos i\varphi_2),$$

где угол поворота φ берется по изделию.

3. Осевое биение червячной фрезы. В отличие от предыдущих случаев, осевое биение червячной фрезы сказывается как на косозубых, так и на прямозубых колесах, поскольку направление этого биения перпендикулярно к линии обработки.

Сложение собственно осевого биения с соответственной составляющей торцевого биения производят по предыдущему, т. е. в общем случае их можно не разделять, прибегая к подобному разделению лишь при детальном анализе точности станка.

Ошибка профиля от осевого биения выразится непосредственно

$$\Delta F = \Delta L \cos \alpha_d$$

$$\Delta f = \Delta L \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sin i\varphi \cos \alpha_d d\varphi = \Delta L (\cos i\varphi_1 - \cos i\varphi_2) \cos \alpha_d.$$

Практически, для однозаходных и двухзаходных фрез пределы интегрирования приводят к выражению общего вида, т. е. $\Delta f_{\max} = \Delta F = \Delta L \cos \alpha_d$.

В заключение необходимо отметить, что практически особенно ощутительно дает себя знать биение червячной фрезы, в первую очередь — радиальное и особенно торцевое. Этот дефект зубофрезерования наиболее заметен по результатам¹. Поэтому следует признать особую целесообразность предложения Ол: плотно надетая на оправку и выверенная по ней фреза не снимается с оправки во время проверки и переточки и работает в таком виде до полного износа. В случае невозможности применения подобной системы (удорожание из-за увеличения числа оправок) следует рекомендовать переход на фрезы с коническим отверстием и такой же оправкой.

¹ Сказанное нетрудно установить по выведенным на основании настоящей главы формулам суммирования ошибок технологии (см. главу VI).

В предыдущем изложении рассмотрены все возможные причины возникновения ошибок за исключением деформаций, которые не поддаются в общем случае математическому анализу.

Возможны три основных вида деформаций¹:

1) От внутренних напряжений за счет предварительной горячей обработки. Во всех зубчатых колесах, кроме самых грубых, необходимые меры (например, предварительная обдирка литейной корки, в нужных случаях — старение и т. п.) принимаются заранее, так что с этим видом деформаций в нарезке зацепления практически иметь дела не приходится.

2) Установочные за счет неправильных затыгов при креплении изделия на столе; борьба с этим видом деформаций ведется обычными способами: приближением опор к нарезаемым зубьям, последовательной проверкой на биение ранее точно выверенного элемента (например изделие, выверенное на торцевое биение до закрепления болтов, повторно проверяется после затыжки таковых, или таким же порядком дважды проверяется на радиальное биение плотно центрирующая изделие оправка и т. п.).

3) Деформация нарезки за счет прогиба рабочих шпинделей или оправок и т. п. Это — наиболее не поддающаяся учету и устранению категория деформаций, к тому же, переменных в процессе нарезания из-за изменения тангенциальных к шестерне усилий резания². Единственная возможность борьбы с подобными явлениями заключается в массивной конструкции станка, надежности крепления, включая применение жестких подкладок под зубья резца и т. п.

Если деформации остаются все же значительными (в масштабе интересующих нас ошибок), то следует лишь установить их величину в работе станка путем соответственных измерений. После определения деформаций по всем надлежащим координатам ($\Delta X, \Delta Y, \Delta W$; $\delta \Delta X, \delta \Delta Y, \delta \Delta W$) применение введенных законов для определения их влияния на изделие никакого труда не представляет, поскольку эти законы остаются общими, независимо от причины появления дефекта.

§ 7. Определение чистоты поверхности зуба

Дефекты чистоты обработки делятся на 3 группы:

А. Дефекты чистоты профиля, определяемые прерывностью нарезки в обкате.

Б. Дефекты боковой или контактной линии зуба, определяемые той же причиной.

В. Дефекты самого резания.

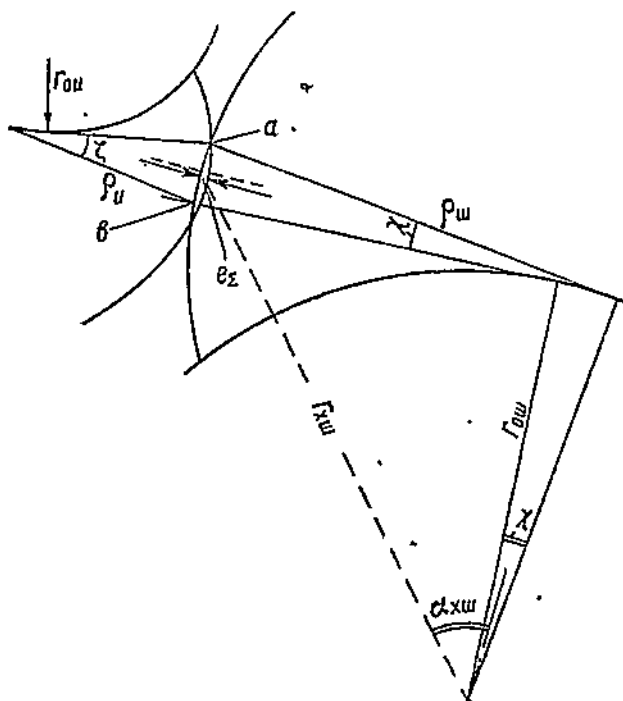
Последняя группа не является специфической ни для зубчатых колес, ни для метода обката и определяется на общих основаниях как функция соотношения материалов инструмента и изделия, остроты инструмента, его углов относительно направления резания, скорости последнего, а также жесткости станка и крепления изделия и инструмента. Таким образом вне собственно ошибок специальному рассмотрению подлежат только пункты А и Б. Здесь требуется индивидуальный подход к разным методам обработки, причем долбление и строгание могут быть объединены в одну категорию, а фрезерование составляет другую.

¹ Деформации закалки, как не связанные с процессом механической обработки, здесь не рассматриваются.

² Основная причина — переменное сечение не только единичных стружек, но, главным образом, сумм стружек, снимаемых правыми и левыми профилями.

А. Чистота профиля. Отклонения профиля от эвольвенты, происходящие от прерывности обката, называемые далее величиной огранки, могут быть определены в общем виде следующим образом.

Пусть (фиг. 244) r_{on} и r_{ow} — радиусы основных окружностей изделия и инструмента соответственно; χ — элементарный угол реза; s — хорда; ab — длина реза; e_r — искомая величина огранки, определяемая как сумма стрелок кривизны обоих профилей в месте сопряжения; ζ — участвующий в резе угол ин-



Фиг. 244.

струмента; ρ_w и ρ_u — радиусы кривизны профиля изделия и инструмента в месте зацепления (нарезки); r_{xw} — расстояние до центра изделия.

$$e_r = e_w + e_u = 2\rho_w \sin^2 \frac{\chi}{4} + 2\rho_u \sin^2 \frac{\zeta}{4} \approx \\ \approx 2\rho_w \left(\frac{\chi}{4} \right)^2 + 2\rho_u \left(\frac{\zeta}{4} \right)^2.$$

Принимая $s = \chi \rho_w = \zeta \rho_u$, имеем

$$e_r = 2\rho_w \left(\frac{\chi}{4} \right)^2 + 2\rho_u \left(\frac{\chi \rho_w}{4\rho_u} \right)^2 = 2 \left(\frac{\chi}{4} \right)^2 \rho_w \frac{\rho_u + \rho_w}{\rho_u}.$$

Учитывая, что $\rho_u + \rho_w = \text{const} = \frac{m}{2} (z_w + z_u) \sin \alpha$:

$$e_r = 2 \left(\frac{\chi}{4} \right)^2 \cdot \frac{\rho_w}{1 - \frac{2\rho_w}{m(z_w + z_u) \sin \alpha}}, \quad (1)$$

что и является общей формулой огранки зуба изделия.

Подсчет следует вести по самым невыгодным условиям, принимая $r_w = \sqrt{R_{ew}^2 - r_{ow}^2}$, так как у окружности выступов изделия как площадка обработки, так и кривизна профиля инструмента приобретают наибольшее значение. Если при этом выразить χ через отношение углового шага к числу приходящихся на него резцов, $\chi = \frac{\gamma_w}{K}$, получаем

$$e_s = \frac{1}{8K^2} \cdot \frac{\sqrt{R_{ew}^2 - r_{ow}^2}}{1 - \frac{2\sqrt{R_{ew}^2 - r_{ow}^2}}{m(z_w + z_u) \sin \alpha}} = \frac{\pi^2 m \sqrt{(z_w + 2f)^2 - z_w^2 \cos^2 \alpha}}{4z_w^2 K^2 \left(1 - \frac{\sqrt{(z_w + 2f)^2 - z_w^2 \cos^2 \alpha}}{(z_w + z_u) \sin \alpha}\right)} \quad (Ia)$$

Пример. $m = 5$; $z_w = 36$ ($\gamma = 0,175$); $z_u = 24$; $K = 20$; $f = 1$; $\alpha = 20^\circ$

$$e_s = \frac{0,175^2 \cdot 5 \sqrt{36^2 - 36^2 \cdot 0,94^2}}{6200 \left(1 - \frac{\sqrt{36^2 - 36^2 \cdot 0,94^2}}{60 \cdot 0,34}\right)} \approx 2,5 \mu.$$

При гребенке r_w и $z_u = \infty$, поэтому формула приобретает вид:

$$e_s = 2 \left(\frac{\chi}{4}\right)^2 r_w = \frac{\gamma^2}{8K^2} \sqrt{R_{ew}^2 - r_{ow}^2} = \frac{\pi^2 m}{4z_w^2 K^2} \sqrt{\left(1 + \frac{2f}{z}\right)^2 - \cos^2 \alpha}. \quad (Ib)$$

Эта же формула сохраняет силу и для фрезы, с той лишь разницей, что „ K “ здесь в обработке произвольно выбирать нельзя, так как оно в данном случае является не чем иным, как числом режущих пазов фрезы.

Продольные по зубу дефекты чистоты обработки (п. Б), которые, в отличие от огранки, мы будем называть рябью, свойственны только фрезерованию, так как строжка и долбление в этом направлении непрерывны. Величина ряби при фрезеровании может быть определена из следующих соображений.

Виток фрезы имеет относительно изделия сложное движение, определяемое вращением фрезы и заготовки и относительным наклоном их осей. Пренебрегая взаимно компенсирующимися слагаемыми, можем считать, что двойной конус, построенный на исходном контуре, вращается вокруг оси, проходящей через обе его вершины OO' , при неподвижном изделии (фиг. 245), т. е. переходим как бы к „сопряженной дисковой фрезе“.

После прохода вокруг всего колеса фреза вновь попадает в то же положение, но на величину h , равную вертикальной подаче за оборот, ниже чем в предыдущий раз. Требуется определить соотношение между подачей h и стрелкой кривизны траектории режущей кромки, т. е. величиной ряби.

Очевидно, что как в нормальном сечении LN , так и в сечении MM , параллельном OO' , будем иметь гиперболы, решение которых не представляет трудностей.

Однако с совершенно достаточной степенью приближения задачу можно решить несравненно проще: достаточно предположить, что в пределах элементарного реза радиус фрезы R_x постоянен. Это значит, что мы можем представить себе бесконечно тонкий диск, который как бы шлифует дорожку, передвигаясь для этого параллельно касательной к профилю (фиг. 246). Тогда стрелка и хорда этого диска находятся в соотношении:

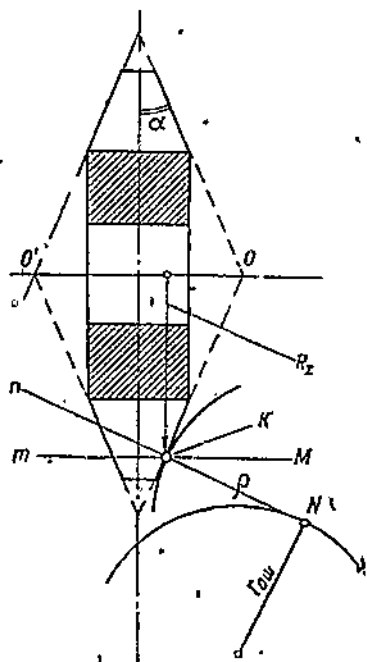
$$e_s = \frac{h}{2} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{4} \approx \frac{h^2}{8R_x},$$

$$e_n = e_s \sin \alpha = \frac{h^2}{8R_x} \sin \alpha \quad (II)$$

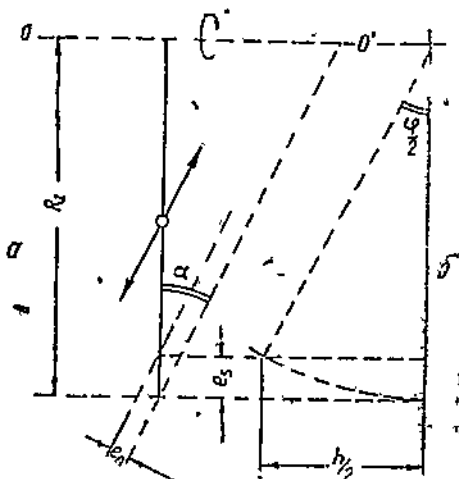
или, для $\alpha = 20^\circ$,

$$e_n = 0,045 \frac{h^2}{R_x^2} \quad \text{или} \quad \frac{e_n}{h} = 0,045 \frac{h}{R_x}. \quad (IIa)$$

В качестве наиболее опасного R_x осторожнее брать внутренний активный радиус фрезы $r_d - m$, но можно и учитывать степень перекрытия с изделием, что несколько увеличивает R_x . Более грубо в качестве R_x можно брать просто делительный радиус, что даёт „среднюю“ величину ряби в качестве e_n (h — вертикальная подача).



Фиг. 245.



Фиг. 246.

Если задаться величиной e_n , так, чтобы она не превосходила величины профильной огранки, то допустимая вертикальная подача определяется:

$$h = \sqrt{\frac{e_n R_x}{0,045}} \quad \text{или} \quad h = \sqrt{\frac{e_n r_d}{0,045}} \approx 5 \sqrt{e_n r_d}. \quad (116)$$

Однако e_n можно несколько увеличивать против указанного, так как продольная рябь не так неблагоприятно отражается до приработки, как огранка, особенно — прямозубых колес.

Глава VI

ДОПУСКИ НА ЗУБЧАТЫЕ КОЛЕСА

§ 1. Своеобразие допусков на зубчатые колеса по сравнению с допусками на гладкие изделия и т. п.

В 1934—1935 гг. на руководимую автором группу Центрального Бюро Редукторостроения была возложена задача разработки проекта общесоюзного стандарта допусков на зубчатые колеса.

Общий план работы, составленный тогда же автором, сводился к тому, чтобы, с одной стороны, собрать и наиболее тщательно обработать и проанализировать все имеющиеся литературные и практические материалы по вопросу, а с другой стороны, подвергнуть теоретической проработке и анализу все возможные взаимосвязи между отдельными факторами, отражающимися в итоге как на точности изделия, так и на удовлетворительности его работы.

Первая часть была возложена на инж. Е. В. Степанченко и Б. А. Тайц, а после ухода первого с работы в Ц. Б. Р. — всецело на последнего, который и справился с задачей исключительно успешно.

Вторая часть, после ряда различных поисков в этом направлении (среди которых интересно отметить работу инж. Степанченко), была взята автором персонально на себя и привела его к созданию тех основ теории реальных зацеплений, которые изложены выше, в частности — к формулам главы V.

Конечно, эти формулы ни в какой мере не могли бы послужить к созданию самостоятельной системы допусков, однако они явились, как мы увидим в дальнейшем, достаточными для критической оценки существующих систем и для сознательного манипулирования с экспериментальными данными и эмпирическими формулами.

Наряду с принципиальными положениями, вытекающими из изложенных теоретических предпосылок, в основу критики существующих систем нам пришлось положить и несколько соображений общего порядка, к изложению которых мы и переходим.

Понятие допуска, равно как и создание систем допусков, в машиностроении, развились из требований взаимозаменяемости деталей и серийного изготовления машин. В силу этого допуск и до сего времени в общем машиностроении мыслится почти исключительно как условие такой взаимозаменяемости, от которой он не отделяется.

Однако совершенно не таковы условия в зубчатых передачах, где взаимозаменяемость, как таковая, стоит на втором плане, а важнее то, что от ошибок изготовления, а следовательно, и от назначаемых допусков непосредственно зависит кинематика и динамика передачи. Эту специфичность вопросов допусков в исследуемой области необходимо четко усвоить.

Так как обе категории вопросов во многом переплетаются, следует, прежде всего, найти оптимальные показатели для их разграничения.

Здесь мы имеем дело с высшей кинематической парой, чем и обусловлено сказанное о кинематико-динамических свойствах, и что исключает взаимную замкнутость узла, естественную для той низшей пары, с которой нормально приходится иметь дело, т. е. для вращательной (вал — отверстие).

Общим для всех случаев назначения допусков является технологическое обеспечение надлежащих „посадок“ — или зазоров (положительных или отрицательных). Но во вращательной паре дело этим и ограничивается; этим же, в рассматриваемой области, надлежит ограничить и аналогию с общим случаем.

Зазоры при заданном межцентровом расстоянии определяются всецело относительным положением разноименных профилей на каждой шестерне. Так же как в общем случае компенсируются противоположные отступления от номинала (например и вал и отверстие имеют равное Δr^1), здесь компенсируются противоположные отступления от „толщины зуба“ или заменяющего ее фактора. Однако и здесь имеется специфичность: наличие третьего звена (корпус).

Элементы однопрофильные, очевидно, не играют непосредственной роли в вопросе зазоров, почему их нельзя относить к аналогии с общим случаем. Наоборот, именно эти элементы определяют кинематико-динамические свойства зацепления, поскольку последнее одновременно протекает лишь в одном направлении — только по рабочим профилям.

Однако, в то время как абсолютные величины однопрофильных и двупрофильных элементов взаимно-независимы (данный шаг можно, например, иметь при любой толщине зуба), колебание их стоит в непосредственной взаимной связи. Так, две положительных ошибки разноименных профилей (направленные по разноименности профилей в разные стороны), лежащие, например, на общей постоянной хорде, дают местное утолщение зуба.

Такая взаимосвязь относительных погрешностей разных категорий (т. е. однопрофильных и двупрофильных) выдвигает вопрос о том, по какой линии правильнее вести учет и регламентацию в подобном случае. Для этого надо предварительно решить, где эти погрешности опаснее, так как именно там их и следует в первую очередь ограничить.

Вопрос здесь ясен: некоторое колебание зазоров безусловно менее опасно, чем соответственное колебание самого зацепления, т. е. его передаточного отношения i . Следовательно, и решение должно быть таким:

1. К эксплуатационным показателям относятся все элементы однопрофильные, равно как и (связанные с ними) относительные колебания двупрофильных.

2. Абсолютные величины по двупрофильным показателям являются аналогом общего случая допусков и будут называться „монтажными“ факторами.

¹ Одинаковое Δr на валу и отверстии должно логически рассматриваться как противоположное отступление от номинала, поскольку в одном случае речь идет об увеличении, в другом об уменьшении тела (радиус отверстия есть вектор отрицательный).

Особенно легко проследить разницу между „монтажным“, и „эксплуатационным“ элементом на примере эксцентриситета.

Если имеется эксцентриситет шестерни (общий или чисто радиальный, т. е. без „кинематической“ слагающей), то налицо будет с одной стороны колебание передаточного отношения, с другой — периодическое изменение зазоров. Если устанавливаем некоторый зазор как минимальный, то при его обеспечении существуют возникающие колебания i , чем колебание зазора (хотя величина зазора и играет роль в динамике передачи как предел относительного пути, на котором может сказываться действие производящей удар силы). Поэтому эксцентриситет, как таковой, должен нормально учитываться в качестве эксплуатационного фактора, тогда как соответственным „монтажным“ фактором можно признать лишь минимальный зазор или минимальное межцентровое расстояние, на котором сопрягаются данные шестерни.¹

Так как термин „эксцентриситет“ ничего не говорит о том, какой фактор — монтажный или эксплуатационный — выдвигается на первый план, то при желании подчеркнуть тот или другой характер понятия, целесообразно пользоваться специальными терминами. Мы видели, что максимальное накопление общей однопрофильной ошибки не только неразрывно связано с эксцентриситетом, но и численно равно величине биения. Поэтому, при желании подчеркнуть однопрофильный характер (например измерения), лучше говорить не о биении или эксцентриситете, но о максимальной накопленной ошибке, например — шага. Из накопления ошибки целесообразно исходить еще и потому, что при дальнейшем развитии теории и практики приведения ошибок, можно будет назначать допуски уже не только на максимальную накопленную ошибку, но и на самый ход ее накопления. (Как попытка в этом направлении может рассматриваться Британский стандарт, однако обоснованность такой попытки при современном состоянии вопроса несколько сомнительна.)

Термину „биение“ надлежит придавать, наоборот, характер двупрофильности.

Мы позволили себе детально остановиться на своеобразии допусков в области зубчатых передач и на разделении всей проблемы на выдвинутые, две отдельных категории, придавая этому пункту весьма серьезное значение.

Во-первых, этим ставятся вместо некоторой общей и расплывчатой проблемы две совершенно конкретных отдельных задачи:

А. Получение наилучшего зацепления, т. е. зацепления с максимально возможным, при данных условиях, постоянством передаточного отношения i , или, иначе говоря, борьба за плавность зацепления.

Б. Получение удовлетворительно соединяемых между собою шестерен при заданном межцентровом расстоянии.

Во-вторых, мы придаем тем самым каждой из названных задач свой-

¹ Введенные нами термины „эксплуатационный“ и „монтажный“ факторы, исходящие из области их преимущественного выявления, надлежит понимать лишь как условные сокращения. При этом термин „монтажный фактор“ не следует смешивать с установившимся термином „сборочный допуск“ (в отличие от допуска на изготовление). Ясно, что по „монтажным“ элементам можно говорить особо как о допусках на изготовление, так и о допусках на сборку.

ственную ей значимость, ставя конечно п. А на первое, п. Б — на второе место.

Не трудно видеть, что вводимое разделение в точности соответствует примененному выше в теоретической части (приведенная ошибка и симметричные нормали).

О компенсации ошибок

В деталях сравнительно простой конфигурации вопросы компенсации ошибок представляют скорее второстепенный интерес, так как нередко проще оказывается выдержать более жесткий допуск, чем заниматься подбором, не говоря уже об усложнении проблемы запасных частей. В зубчатых передачах вопрос обстоит иначе.

Вопросы снабжения запасными частями здесь не так остры, поскольку, как правило, должна меняться вся пара в противоположность тому, как это бывает в обычной паре вал — отверстие, где в подавляющем большинстве случаев вопрос замены одного элемента является центральным в проблеме взаимозаменяемости.

Наоборот, вопросы компенсации ошибок во многих случаях в зубчатых передачах решаются проще, чем в иных узлах, так как здесь нередко имеет место сравнительно мало распространенный технологический случай, когда обе сопряженные детали обрабатываются одним и тем же инструментом (имеется в виду „метод обката“). Таким образом возникает новая особенность против „общего“ случая, которую также необходимо тщательно взвесить и учесть.

Наконец тесно связанной с предыдущим является и третья особенность: даже в обычных деталях, для облегчения производства и достижения более дешевыми технологическими методами более высоких качеств, вновь замечаются течения в пользу „ограниченной взаимозаменяемости“. Но там это не является вопросом столь острым. Что же касается зубчатых передач, то, учитывая сложность и дороговизну основных деталей, т. е. шестерен, подобный принцип заслуживает особого внимания.

Автор придерживается, где возможно, освещаемой далее „зональной“ системы, при которой допуск назначается относительно широкий, и все годные изделия получают „зональную маркировку“. Эта маркировка делит их на небольшое число групп, в каждой из которых допуск оказывается автоматически пропорционально суженным.

В тесной связи с ограничением взаимозаменяемости (по предыдущему) и еще больше — с задачей компенсации ошибок стоит следующий вопрос.

Если рассматриваемый узел, подлежащий ограничению допусками, состоит, как обычно, из двух сопрягаемых деталей, то лимитирование может переноситься с одной на другую, т. е. за счет уплотнения допуска на одной может быть расширен допуск на другой. Так же точно, очевидно, обстоит дело и с частным случаем полной или частичной взаимной компенсации ошибок. „Шестеренный узел“ состоит не из двух, а из трех деталей (две шестерни и корпус или иное несущее обе шестерни тело). Поэтому свобода маневрирования здесь значительно расширяется и соответственно следует всегда учитывать, где наиболее выгодно сосредоточить основную часть допуска или же дать компенсацию погрешностей двух остальных элементов. Нередко это может

оказаться именно корпус, что позволяет в отдельных случаях еще далее расширить поле допусков на некоторые элементы зубчатой пары.¹

С учетом всего изложенного можно констатировать.

В то время как в обычных условиях сопряжения гладких деталей (вал—отверстие) требования к допускам вытекают в основном из условий взаимозаменяемости и возможность маневрирования отдельными погрешностями для получения повышенного качества узла в целом сильно ограничена, в зубчатых передачах основные элементы лимитируются в отношении погрешностей, преимущественно, несколькими нумерами соображениями, и, с другой стороны, здесь (отчасти именно по этой причине) имеется довольно широкое поле для развития комбинаций, которые, при сравнительно сниженных отдельных допусках, могли бы привести к достаточно высокому качеству узла в целом.

Такое коренное отличие рассматриваемой области от прочих деталей машин, на которые уже разработаны системы допусков, заставляет выработать в отношении к зубчатым передачам специфические методы решения.

Это важное обстоятельство упускается обычно из виду и, как мы полагаем, является, наряду с отсутствием метода приведения и сличения различных ошибок зацепления, одним из основных препятствий к созданию „рациональной“ системы допусков, т. е. такой, которая в отличие от всех существующих в настоящее время, была бы построена не исключительно на эмпирических данных, но и на базе теоретического анализа.

Практические приемы компенсации ошибок

В соответствии с изложенным выше компенсация ошибок на элементы зацепления возможна только в изготовлении (компенсация в двухзвенной цепи), тогда как компенсация ошибок на элементы „монтажные“ — как в изготовлении, так и в монтаже зубчатой пары (компенсация в трехзвенной цепи).

Из первых не компенсируются вовсе:

а) эксцентриситет (компенсируется лишь в частном случае $i = 1$); зато этот элемент допускает исправление в монтаже за счет постановки соответственных втулок, перерасточки и т. д., когда это позволяет конструкцией и другими факторами;

б) изломы приведенного профиля (мелкие дефекты профиля исправляются приработкой).

Взаимно компенсируются при ошибках одного знака:

а) „делительный“ или „окружной“ шаг t ; однако, в силу неизбежного равенства номиналу средней величины шага (замкнутый контур), Δt обязательно знакопеременны, и, следовательно, практически компенсация отпадает (взаимное наложение кривых ошибки невероятно даже при $i = 1$);

¹ На общий ход принципиальных рассуждений это не влияет, почему в дальнейшем межцентровое расстояние полагается заданным.

б) основной шаг t_0 ; здесь, как известно, постоянная компонента ошибки наиболее вероятна, поэтому возможность компенсации практически особенно существенна;

в) угол наклона зуба.

„Монтажные“ элементы компенсируются на паре наоборот — при ошибках разных знаков, т. е. большей толщине зубьев одной шестерни должна соответствовать меньшая на другой.

В случае отсутствия взаимной компенсации монтажных элементов, таковая может быть перенесена на третье звено (корпус или т. п.), где она должна иметь тот же знак, что результирующая ошибка по предыдущим двум звеньям.

Широкие возможности компенсации ошибок делают нецелесообразным требование жесткой выдержки теоретических значений, если налицо такая компенсация.

Отсюда правило, которое должно быть положено в основу всякой системы допусков.

Предельные отклонения задаются, как правило, от теоретической величины. Но если обе шестерни пары изготавливаются совместно (т. е. одновременно и на том же заводе), при проверке погрешностей на компенсирующиеся элементы учитывается только некомпенсированная часть отклонений от номинала.

Ясно, насколько подобная постановка облегчает производство без ущерба для качества изделия, особенно если учесть, что парные шестерни вообще лучше нарезать на одном станке и даже, по возможности, тем же инструментом, и что подобный метод максимально обеспечивает требуемую компенсацию.

Компенсация „монтажных“ элементов на третьем звене (корпусе) может, наоборот, производиться лишь при наличии соответственных условий (практически — только с согласия заказчика). Что касается компенсации тех же элементов в самой паре, то здесь только требуется дать на втором колесе расширенный допуск, в пределах, не нарушающих прочностные расчеты.

Если ко всему изложенному добавить еще практическое соображение о построении кривых допусков, как $f(m, t, z)$ или т. п., то все принципиальные установки к созданию новой системы допусков можно будет считать исчерпанными.

Последнее соображение сводится к следующему: строить ли непрерывные кривые для допусков или же делать допуски ступенчатыми. Полагаем последнее правильнее из соображений простоты, с одной стороны, и оперирования с округленными цифрами, с другой, чтобы по возможности избежать сомнительных микронов в производственной практике. При переходах со ступени на ступень целесообразно идти по какому-нибудь „нормальному ряду цифр“. Однако подобное построение допустимо только на базе предварительно выведенных непрерывных функциональных зависимостей и построения непрерывных кривых, для которых дальнейшая ступенчатая форма будет только осуществлением практических округлений. С другой стороны, при разбивке на ступени необходима умеренность в округлениях, чтобы ступени были достаточно мелкими. Иначе возможны случаи, когда по существу весьма близкие изделия, попадая на разные стороны границы ступени, получают слишком различные допуски.

§ 2. Несколько специальных замечаний о косозубых колесах и допусках на них

Благодаря большому количеству зубьев в единовременном зацеплении (высокое значение ε_z), постепенному вступлению зуба в работу, наличию в каждой контактной линии участков с достаточными радиусами кривизны и т. п., косозубые колеса заметно отличаются в выгодную сторону по своим эксплуатационным качествам от прямозубых колес равного качества.

Специфика косозубых колес очень хорошо выявляется следующим парадоксом.

Пусть вся профильная поверхность косого зуба, за исключением точек, лежащих на некотором произвольном радиусе, утоплена по отношению к последним, тогда как только они расположены взаимно правильно, т. е. по заданной винтовой линии. В этом случае можно считать, что вся остальная рабочая поверхность как бы отсутствует и имеется только одна эта „рабочая винтовая линия“. Такая же единственная винтовая линия имеется на сопряженном колесе. Рассмотрим их взаимодействие в работе, отвлекаясь от вопросов деформации, износа и т. п.

Пусть (фиг. 247) $A'B'$ и $A''B''$ будут две таких „рабочих винтовых линии“ на некоторых сопряженных цилиндрах колес 1 (вц) и 2 (вм) соответственно.¹

Точка касания винтовых C лежит в пересечении осевой плоскости

$O_1O_2O_2'O_1'$ с плоскостью торцевого сечения I . При повороте колеса 1 на угол φ' (против часовой стрелки) на линию PP' придет точка C' винтовой линии $A'B'$. Следовательно, точка касания винтовых перейдет из плоскости I в плоскость II , отстоящую от I на величину

$$d = CC' \cos \beta' = \frac{PQ'}{\operatorname{tg} \beta'} = \frac{S'}{\operatorname{tg} \beta'} = \frac{r' \varphi'}{\operatorname{tg} \beta'}.$$

Колесо 2 вынуждено при этом повернуться на угол

$$\varphi'' = \frac{s''}{r''} = \frac{d \cdot \operatorname{tg} \beta''}{r''} = \frac{r' \varphi' \operatorname{tg} \beta''}{\operatorname{tg} \beta' r''}$$

или, при $\beta' = \beta''$,

$$\frac{\varphi''}{\varphi'} = \frac{r'}{r''},$$

т. е. правильность передачи обеспечивается.

¹ вц и вм — сокращения слов „ведущее“ и „ведомое“.

Так как в любой паре винтовых поверхностей можно найти такую пару радиусов, на которых сопряженные винтовые линии оказываются взаимно наиболее близкими, т. е. соответствующими только что рассмотренным, то приходим к выводу, что при наличии таких правильных винтовых линий конфигурация остальных участков рабочих поверхностей роли не играет и, независимо от отступления их от эвольвентности или иного заданного закона, они обеспечивают правильную передачу, хотя касание при этом и деградирует в точечное.

Пусть даже рассматриваемые винтовые линии лежат не на начальных окружностях, так что $\beta' \neq \beta''$ — все же по общей связи для винтовых имеем

$$\frac{\operatorname{tg} \beta_x}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{r_x}{r} \quad \text{или} \quad \frac{r_x}{\operatorname{tg} \beta_x} = \frac{r}{\operatorname{tg} \beta},$$

т. е.

$$\frac{\varphi''}{\varphi'} = \frac{r_x' \operatorname{tg} \beta_{x''}}{r_{x''} \operatorname{tg} \beta_{x'}} = \frac{r' \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta r''} = \frac{r'}{r''}.$$

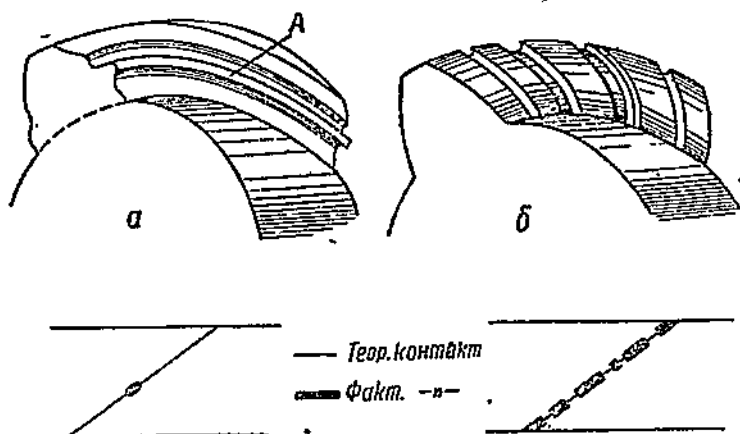
Это позволяет обобщить сделанный вывод о принципиальной кинематической правильности произвольной „линейной“ винтовой передачи на случай касания на любом радиусе и при любых ошибках межцентрового расстояния, лишь бы совершенно правильны были эти рабочие винтовые линии, по которым происходит взаимное касание.

Ничто принципиально не изменится и от того, что сопряженные винтовые линии будут не непрерывными, а принадлежащими различным последовательным зубьям, как это имеет место на практике, лишь бы все такие отдельные винтовые отрезки лежали на цилиндрах неизменных радиусов. Однако в главе V было показано, что при однозаходном инструменте любая кольцевая зона нарезается неизменно одной и той же режущей точкой инструмента. Следовательно, и потребная „выступающая“ винтовая, при идеальном станке, получится вполне точно, и любая форма инструмента, если таковой однозаходен или же переспрягается через каждый зуб, не может нарушить правильности сопряжения. От такого вполне правильного для точечного касания вывода недалеко, казалось бы, до вывода (совершенно уже неверного), что в косозубых колесах форма инструмента или исходной рейки несущественна и что здесь достаточно ограничиваться только проверкой правильности делительного механизма станка, а в готовых изделиях — проверкой винтовых линий, отбрасывая вовсе за ненадобностью проверку профиля.

Ввиду возникновения подобных тенденций, необходимо несколько осветить причины незаконности такого заключения.

Рассмотренный нами случай плавной точечной передачи посредством идеальной единичной винтовой линии может быть иллюстрирован фиг. 248, а, изображающей зубчатое колесо, в котором местные ошибки выступающей винтовой „линии“ А исчезающе малы по сравнению с ошибками формы (профиля) зуба. Однако совершенно иная картина работы получится для шестерен, в которых, наоборот, ошибки профиля исчезающе малы по сравнению с местными продольными ошибками зуба (фиг. 248, б). Здесь, как это легко видеть, результирующая плавность передачи обеспечивается, как и в прямозубых колесах, именно профилем.

Таким образом можно заключить, что плавность передачи определяется в общем случае, если при этом не ставить требования обязательности линейного контакта, тою из двух рассмотренных кривых (эвольвента или винтовая), точность которой выше. Как же обстоит дело, если эта точность, как это имеет место в действительности, лежит в одном и том же порядке? Очевидно, что выбор подхода зависит здесь от дополнительных условий. Передача может быть признана правильной только при касании зубьев по всей ширине. Это значит, что контактные линии обеих шестерен должны быть подчинены общему закону, так чтобы одновременно взаимно касались пары точек, произвольно удаленных друг от друга.



Фиг. 248.

Здесь вопрос отнюдь не решается тем, чтобы только увеличить „пятно касания“ до безопасной с точки зрения поверхностей прочности величины, а именно необходимо взаимное касание вдоль всей контактной линии. Если практически и делается скидка на неполный контакт по неизбежным погрешностям изготовления, то все же необходимо предусматривать возможно равномерное распределение точек фактического касания по всему зубу, так как без этого не только получается местная перегрузка материала за счет его неиспользования в другой части, но и отпадает возможность приработки шестерен.

При одинаковом суммарном „пятне касания“ контакты по фиг. 249, а и 249, б отнюдь не равноценны именно потому, что после известной приработки контакт по фиг. 249, б перейдет в непрерывный линейный, тогда как контакт по фиг. 249, а навсегда останется более или менее „точечным“. Иначе говоря, качество контактной линии практически отнюдь не определяется длиной действительного контакта l , но (максимальным или же средним) „зазором“ δ , или, еще лучше, суммарной контактной длиной L .

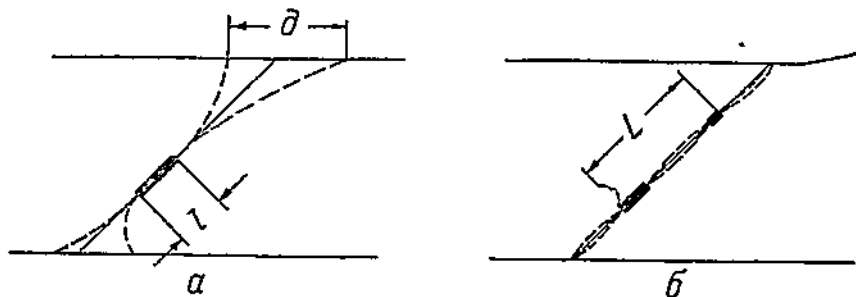
Следовательно, не эквивалентны между собою и две такие постановки задачи:

1. Возможное увеличение контактной линии при выдержанной „точечной“ кинематике.

2. Возможное улучшение реальной кинематики при выдержанной контактной линии.

Практически оба рассматриваемых качественных показателя неразрывно связаны между собой, и поэтому хорошо выполненная шестерня окажется равно удовлетворительной с обеих точек зрения.

Однако методически, с точки зрения выбора элементов для проверки и назначения допусков или же анализа работы шестерни, первая постановка задачи оказывается неправомерной. В свою очередь только эта первая постановка и возможна, если исходить из работы винтовой линии и пятна касания, тогда как если исходить из работы эвольвенты и „практически полного“ касания (т. е. такого, при котором после известной приработки нагрузка распределяется примерно по всему зубу), задача оказывается поставленной по второму, правильному варианту,



Фиг. 249.

хотя органически с ним и не связана, так как при этом можно исходить в сущности из любого из них. Правильность высказанных положений доказывается также и практикой, так как если бы имело место доминирующее значение винтовой линии, косозубые колеса, нарезанные самым грубым фасонным инструментом, не только не уступали бы нарезанным методами обката, но даже превосходили бы их по качеству, поскольку более простые кинематические цепи могли бы обеспечить здесь даже более точную винтовую. Как известно, подобное предположение в корне противоречит опыту.

Возможна, наконец, еще третья постановка вопроса: оптимальная винтовая при „практически полном“ контакте. Ясно, что эта постановка является разновидностью рассмотренного второго варианта лишь с заменой эвольвенты винтовой.

Тогда вопрос выбора между двумя этими кривыми всецело сводится к вопросу практических преимуществ, говорящих в пользу той или другой из этих кривых. Эти преимущества со всех точек зрения оказываются не на стороне винтовой. Действительно, с точки зрения легкости проверки винтовая не имеет преимуществ перед эвольвентой, так как здесь требуется такая же непрерывная связь между вращательным и поступательным перемещениями, как и для проверки эвольвенты; наоборот, с точки зрения ценности результатов проверка эвольвенты значительно целесообразнее.

В целом, объектом проверки является рабочая поверхность зуба. Всякая поверхность может быть наилучшим образом определена по двум

направлениям тогда, когда эти направления образуют между собою наибольший угол.

Одной координатой для проверки должна являться контактная линия, что рационально как с точки зрения предъявляемых к ней требований („практически полный“ контакт), так и с точки зрения простоты проверки, поскольку контактная линия в эвольвентном зацеплении есть прямая.

Поэтому второе направление надлежит выбирать опять-таки по эвольвенте, а отнюдь не по винтовой, пересекающей контактную линию всегда под очень острым углом. Наконец, эвольвента имеет еще преимущество общности методов проверки прямозубых и косозубых колес, чего, естественно, лишена винтовая.

Таким образом приходим к окончательному выводу о том, что рассмотренный выше парадокс нельзя класть в основу проверки и оценки зубчатых колес, но что здесь надлежит сохранять тот же принципиальный подход, что и в прямозубых колесах. Разница заключается лишь в том, что там мы имели дело с профилем как решающим фактором при проектирующей в точку контактной линии, тогда как здесь, с одной стороны, существенно допущение о необходимости „практически полного“ контакта, а с другой — возникает дополнительный благоприятный (но не решающий) фактор в виде рассмотренного свойства винтовых линий.

В связи с наличием такого благоприятного по сравнению с прямозубыми колесами фактора возникает еще вопрос о том, где и в какой степени он должен учитываться.

В отношении первого пункта может быть предложено два решения: 1) или с учетом этого, а равно и прочих благоприятных факторов, говорящих в пользу косозубых колес, допуски на них могут назначаться более грубыми, чем на прямозубые колеса того же класса; 2) или допуски на колеса данного класса должны сохраняться стабильными, тогда как все благоприятные факторы учитываются при выборе класса точности на данную передачу, если она выполняется косозубой. Например, предположим, что косозубые колеса в некоторых условиях считаются на $n\%$ лучше прямозубых. Снизить ли в данном классе допуски для косозубых колес на величину, соответствующую этим $n\%$, или же, сохранив общие допуски, учесть эти $n\%$ при выборе класса для данной передачи (например, допущением соответственно более высоких скоростей, чем разрешается для прямозубых колес того же класса)? Как с точки зрения классификационной, так и технологической, второй путь лучше. Класс точности должен всецело определять (для данного типа-размера) допуски, а выбор класса, который и без того должен учитывать целый ряд разнообразнейших наличных условий, должен включать и учет специфики косозубого колеса. Это тем более, что разные углы β , разные полные степени перекрытия и т. п. могут внести здесь дальнейшую дифференциацию. Подобное решение облегчает также и вторую часть задачи — в какой степени надлежит учитывать преимущества косозубых колес, так как самая легкость только-что отмеченной дифференциации дает оптимальные пути к правильному учету всех факторов. Наоборот, в случае назначения различных допусков в одном и том же классе, неизбежная схематичность построения шкалы будет в сильной мере связывать свободу выбора.

Последнее, чего необходимо коснуться в связи с разобранный в на-

стоящей работе спецификой косозубых колес, является применимость к ним теории приведенной действующей ошибки.

Став на принятую нами как единственно правильную точку зрения необходимости оптимальной кинематики при „выдержанной“ контактной линии, мы сохраняем в отношении косозубого колеса все те же построения, которые были в силе для прямозубого. Действительно, если исходить из предпосылки необходимости практически полного использования контактной линии, то совершенно безразличным становится, как эта линия расположена в плоскости зацепления; смена же целиком последовательных контактных линий полностью вкладывается в ту плоскую задачу, на базе которой разработана вся теория приведенной действующей ошибки.

Соответственно сказанному выше о возможности исходить из учета кинематики по винтовой линии, даже при практически полном контакте, можно, конечно, и приведение вести по винтовой линии, а не по эвольвенте, т. е. так же, как ранее мы предполагали одну бесконечную эвольвенту, взять по тем же углам развернутости одну бесконечную винтовую.

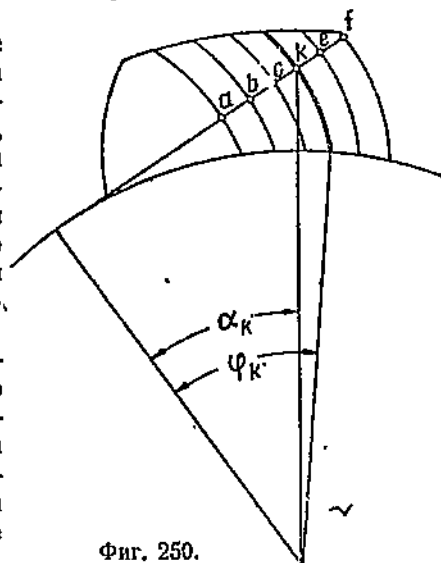
Однако если разобраться в подобной замене, то это есть всего лишь вопрос выбора системы координат. Поэтому, ввиду отсутствия каких-либо, хотя бы малейших преимуществ, надлежит остаться при той системе, которая в равной мере охватывает как прямозубые, так и косозубые колеса.

В смысле самого принципа приведения по принятому методу косозубые колеса не представляют каких-либо серьезных особенностей по сравнению с прямозубыми, если не считать того, что здесь можно говорить о приведении в пределах одной и той же боковой поверхности, т. е. отнесении точек a, b, c, e, f (фиг. 250) к общему углу развернутости φ_k , соответствующему точке k , лежащей на общей с ними контактной линии в торцевой плоскости, к которой производится приведение. Чисто кинематически определяющей явится наиболее выступающая из всех взятых точек, как это имело место в приведении различных плоских профилей в зоне перекрытия зубьев (см. гл. IV).

Последнее замечание применимо и в прямозубых колесах, однако там не приходится говорить о приведении как таковом, поскольку все точки, лежащие на общей контактной линии, и без того имеют общий угол развернутости.

§ 3. Обзор существующих систем допусков

Для того чтобы наиболее кратким образом дать достаточно исчерпывающий материал по существующим допускам различных предприятий,



Фиг. 250.

организаций и фирм, мы сочли полезным составить единую сводную таблицу, характеризующую допуски по отдельным элементам, применяемые на практике как в СССР, так и за границей, и ограничиваем свое изложение приведением означенной табл. 7¹ (см. вклейку в конце кн.).

Из таблицы нетрудно усмотреть, насколько различны не только цифровые данные, принимаемые разными системами, но даже положенные в основу функциональные зависимости. Более того, не совпадают иногда даже элементы, на которые назначаются допуски.

Так, например, единственно Британский стандарт вводит допуск не на эксцентриситет или биение, а на накопленную ошибку шага, что принципиально показательнее с точки зрения эксплуатационных качеств передачи. Так как приращения скоростей определяются не максимумом ошибки как таковым, но и ходом накопления максимума, то ограничение последнего весьма целесообразно, если только для этого будет найден подходящий закон. К сожалению, такого закона в Британском стандарте обнаружить не удастся, что и вызывает высказанные ранее сомнения.

На таблице даны формулы зависимости допусков от основных параметров зубчатого колеса не только для тех систем, где такие зависимости были установлены самими авторами данной системы, но и для всех других. В последнем случае уравнения подобраны приближенно, и графически показано изменение допусков по подлиннику (сплошным) и по подобранному уравнению (пунктир). Где имелись данные о пределах применимости, таковые поставлены справа в той же клетке, где даны уравнение и график.

Не останавливаясь на критическом разборе даваемых в таблице систем, так как: 1) общая оценка каждой из них с точки зрения, проводимой нами, не представляет затруднений после изложенного в предыдущем параграфе; 2) детальный анализ каждой системы потребовал бы значительно больше места, чем то может быть уделено в общем аспекте настоящей книги; 3) достаточно исчерпывающие данные по этому вопросу читатель найдет в книге инж. Б. А. Тайц, „Допуски на цилиндрические зубчатые колеса“.

§ 4. Формулы суммирования ошибок технологии и теоретическая база рациональной системы допусков. Система допусков Центрального бюро редукторостроения

Разработка изложенной в главах III, IV и V теории ошибок зубчатой передачи, их возникновения и влияния, дала возможность автору составить сводные таблицы суммирования ошибок технологии и их влияния на погрешность передачи.

Эти таблицы, после некоторой дополнительной коллективной проработки в руководимой автором группе Центрального бюро редукторостроения, приняли тот вид, в котором они приводятся на следующих страницах (табл. 8, 9 и 10, см. вклейку в конце книги).

¹ Таблица составлена Н. П. Леушевым по материалам и под непосредственным наблюдением инж. Б. А. Тайц.

Принципы построения формул, даваемых в таблице, вкратце таковы:
 1. На основании формул, типа даваемых в гл. V, устанавливаются факторы, влияющие на каждый данный элемент и результирующие ошибки последнего.

2. Суммирование отдельных членов, получаемых согласно п. 1 и приведенных всегда к линии зацепления, в основном производится квадратично, в соответствии с принципами теории вероятностей.

3. Отдельные группы членов, имеющих общий источник ошибок (например кинематическую цепь станка), объединяются и получают групповую нумерацию (см. горизонтальные скобки и цифры к ним). Расшифровка нумераций и символика дается табл. 11.

Таблица 11а

Символика, применяемая в формулах и графиках

- $e_{ш}$ — Эксцентриситет промежуточных шестерен кинематической цепи станка.
- e_k — Эксцентриситет нарезаемого колеса.
- e_k' — Одностороннее торцевое биение нарезаемого колеса.
- $e_{шн}$ — Суммарный эксцентриситет инструмента.
- $i_{шн}$ — Передаточное число промежуточных шестерен кинематической цепи станка.
- $i_{шн}'$ — Линейное передаточное число промежуточных шестерен кинематической цепи станка.
- z_n — Число зубцов (заходов) инструмента.
- z_k — Число зубцов нарезаемого колеса.
- $r_{ок}$ — Радиус основной окружности нарезаемого колеса.
- r_k — Радиус делительной окружности нарезаемого колеса.
- $r_{нап}$ — Радиус винтовых направляющих (для зубодолбежных станков).
- $r_{ошн}$ — Радиус основной окружности инструмента.
- $r_{хшн}$ — Радиус инструмента $r_{ешн} > r_{хшн} > r_{лшн}$.
- φ_k — Угол поворота нарезаемого колеса.
- α_0 — Угол профиля исходной рейки.
- β — Угол наклона зуба нарезаемого колеса.
- β_n — Угол наклона винтовых направляющих.
- $\Delta\beta_k$ — Неточность угла наклона винтовых направляющих.
- b — Ширина нарезаемого колеса.
- λ — Осевое биение инструмента.
- Δ_k — Угол перекоса оси инструмента при торцевом биении.
- Δ_x — Сдвиг инструмента.
- $\Delta s_{ш}$ — Местная ошибка промежуточной шестерни кинематической цепи.
- $\Delta s_{шн}$ — Ошибка толщины зуба инструмента.
- $\delta\Delta s_{шн}$ — Колебание толщины зуба инструмента.
- $\Delta t_{ошн}$ — Ошибка основного шага инструмента.
- $\Delta t_{пн}$ — Ошибка шага инструмента.
- $\Delta t_{сшн}$ — Накопленная ошибка шага инструмента.
- $\Delta f_{шн}$ — Ошибка профиля инструмента.
- $\delta\Delta x$ — Местная неточность направляющих в плоскости WX .
- $\delta\Delta y$ — Местная неточность направляющих в плоскости WY .
- $\Delta\Phi x$ — Неточность положения направляющих в плоскости WY .
- $\Delta\Phi y$ — Неточность положения направляющих в плоскости WX .
- $\Delta\Phi w$ — Неточность положения направляющих в плоскости XY .

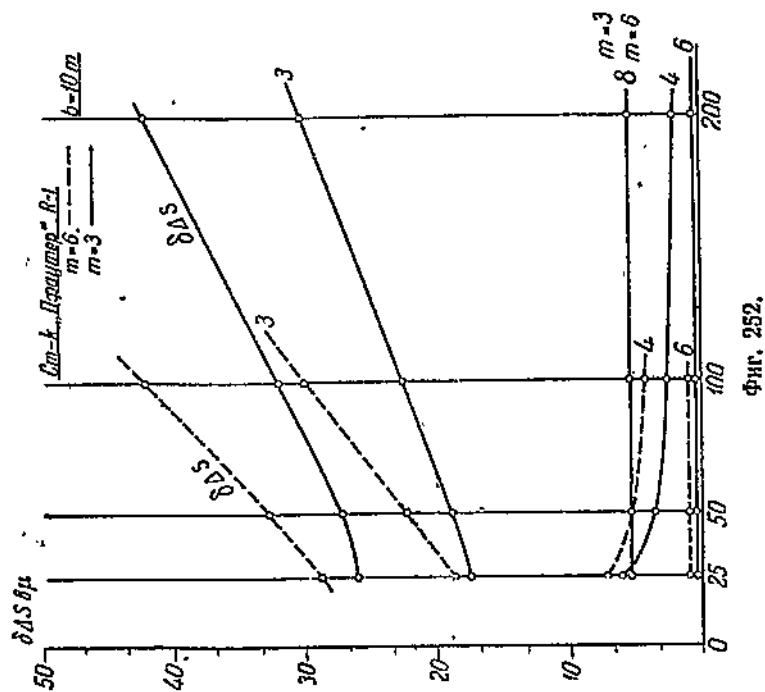
Условная нумерация в формулах и графиках

В формулах суммиро- вания	В гра- фиках	
1	—	Ошибки инструмента.
—	1t	Ошибки шага инструмента.
—	1f	Ошибки профиля инструмента.
2	2	Эксцентриситет инструмента.
3	3	Эксцентриситет заготовки.
4	4	Торцевое биение заготовки.
5	—	Ошибки кинематической цепи обката.
—	5a	Ошибки от эксцентриситета зубчатых колес в цепи обката.
—	5b	Местные ошибки конечных звеньев кинематической цепи (червячные и винтовые пары).
5'	—	Ошибки кинематической цепи подачи и дифференциала.
—	5'a	Ошибки от эксцентриситета зубчатых колес в цепи подачи и дифференциала.
—	5'b	Местные ошибки конечных звеньев цепи подачи и дифференциала.
6	—	Непараллельность и перекося инструмента и изделия, или неправильность положения направляющих суппорта:
—	6x	при повороте вокруг оси $X \rightarrow x$
—	6y	при повороте вокруг оси $Y \rightarrow y$
—	6w	при повороте вокруг оси $W \rightarrow w$.
7	7	Неточность винтовых направляющих штосселя.
8	—	Местные ошибки направляющих суппорта и люфты направляющих:
—	8x	в плоскости x
—	8y	в плоскости y .
9	—	Биеение фрезера:
—	9a	торцевое биеение фрезера
—	9b	осевое биеение фрезера.

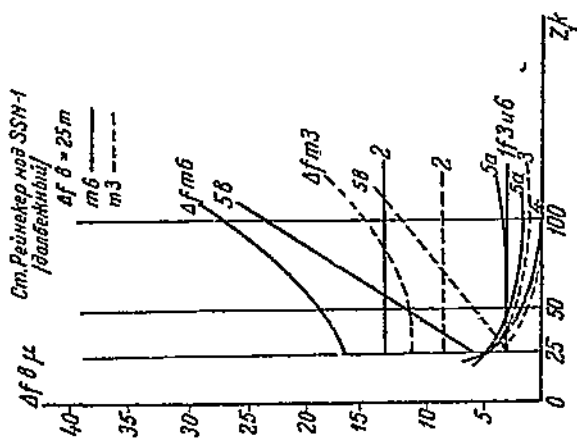
На основании „формул суммирования“ группой было построено большое число графиков двух типов: ¹

а) непосредственно иллюстрирующих формулы для различных кон-
кретных станков (фиг. 251—252).

¹ Основными творческими работниками во всей отмечаемой здесь коллективной работе и в дальнейшей разработке самого проекта стандарта были инженеры Б. А. Тайц, Л. А. Архангельский и Г. И. Ткачевский. Кроме того, в ней принимали участие, кроме уже отмечавшегося ранее инж. Е. В. Степанченко, инженеры Н. П. Прохоров и Н. Г. Поварков. Работа велась под совместным руководством автора и инж. Б. А. Тайца, который, как указано, ранее провел работу по сбору и анализу существующих данных, а также составил предварительный, объединяющий эти данные, вариант допусков для Оргаметалла и Ново-Краматорского завода им. Сталина.

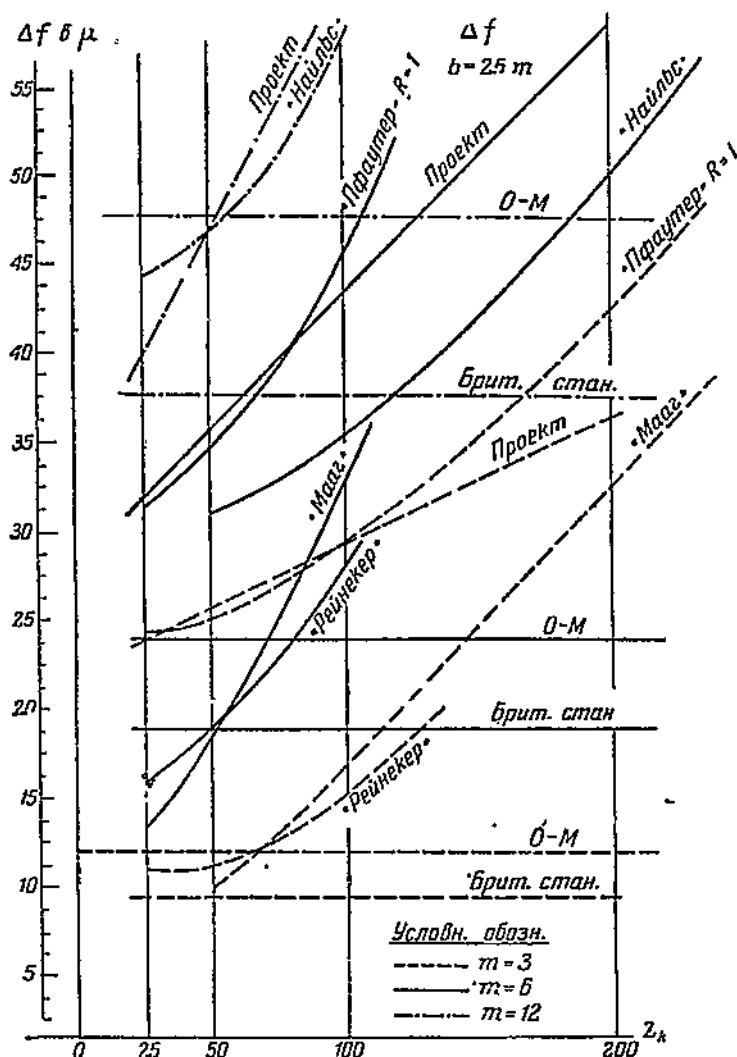


Фиг. 252.



Фиг. 251.

б) сопоставляющих по данному элементу результаты по разным станкам с применяемыми и намечаемыми допусками (фиг. 253—260)¹. Отдельные цифры в графиках имеют тот же смысл, что и в таблицах.

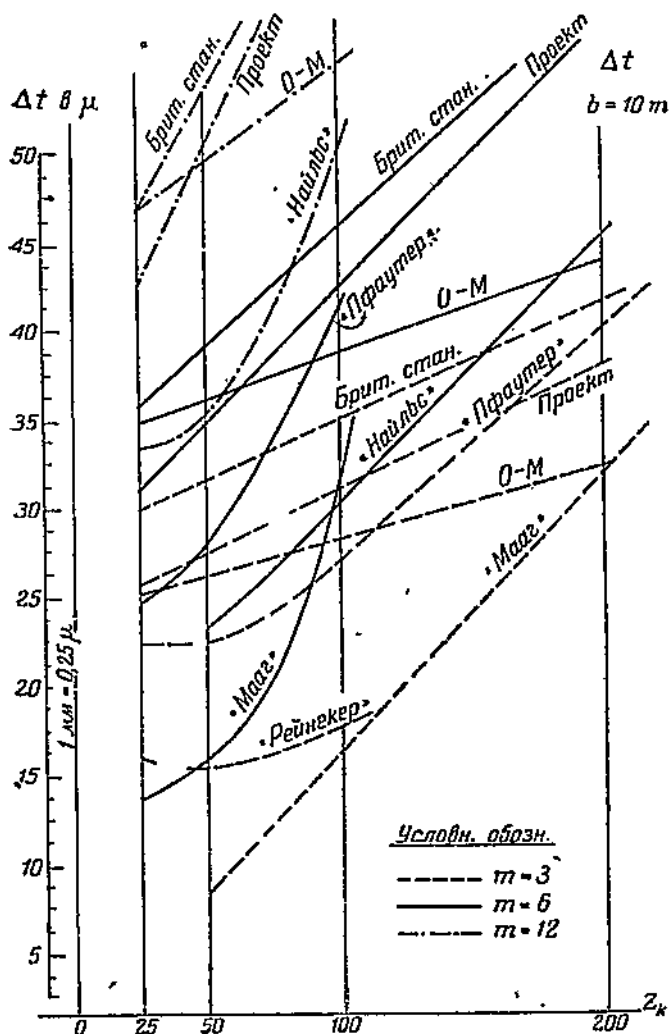


Фиг. 253.

Исследование формул суммирования и графиков показало, какие допуски можно задавать, как они между собою связываются и какова степень трудности выдержать их при разных предположениях.

¹ В этих материалах нам пришлось пользоваться формально установленными написаниями: Пфаутер и Феллоу (вместо Фаутер и Фелло).

То, что при столь своеобразном подходе к допускам не только не получилось серьезных противоречий с наиболее зарекомендованными из существующих систем, но даже удалось вскрыть основные причины их собственных взаимных невязок, позволяет надеяться, что найден действительно путь создания «рациональной», т. е. теоретически и логически

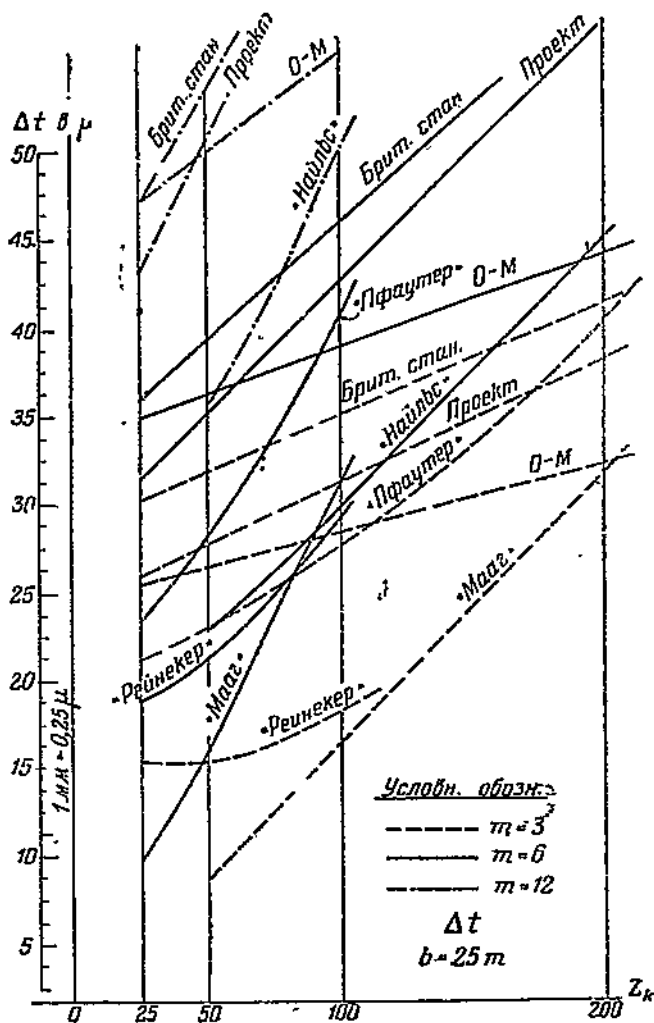


Фиг. 254.

связной системы. Конечно, даваемый проект ЦБР есть не более как первое приближение к ней.

В основу разбивки проекта по классам точности положен, как и всегда в допусках, технологический принцип, что нельзя, конечно, понимать как чисто технологический подход ко всей системе, ибо выше мы

видели, что все строится именно на связи первопричин с их эффектом. Это значит только, что задача создания рациональной эксплуатационной классификации всего многообразия существующих колес по даваемым классам точности остается еще открытой.



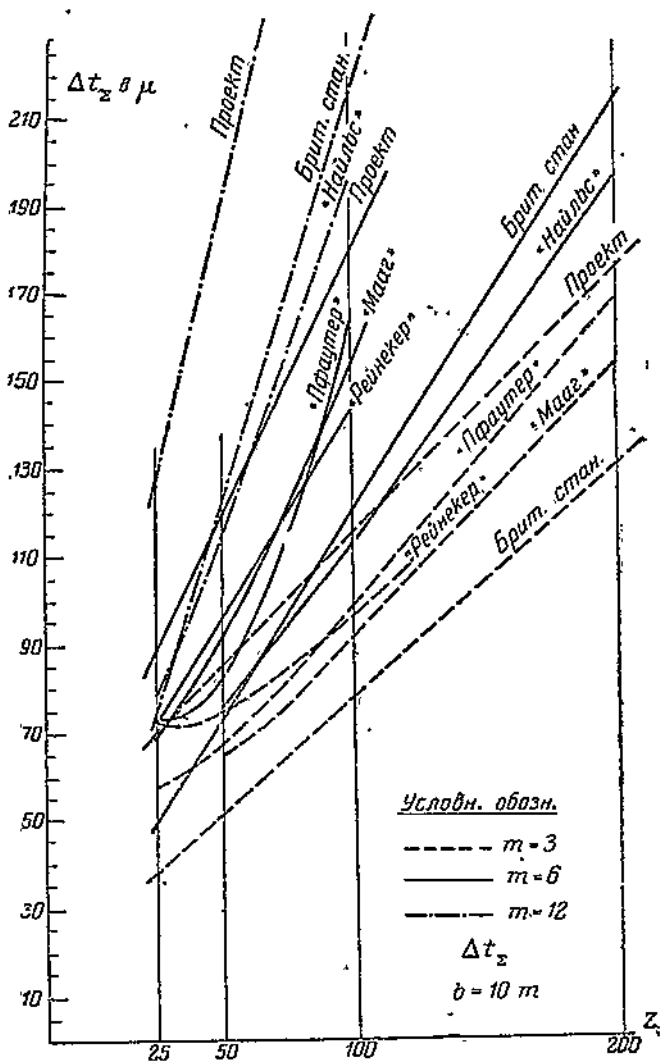
Фиг. 255.

В будущем к ее решению придется приложить те же самые методы, доработав их только с точки зрения динамики.

В дополнение можно ограничиться следующими краткими пояснениями:

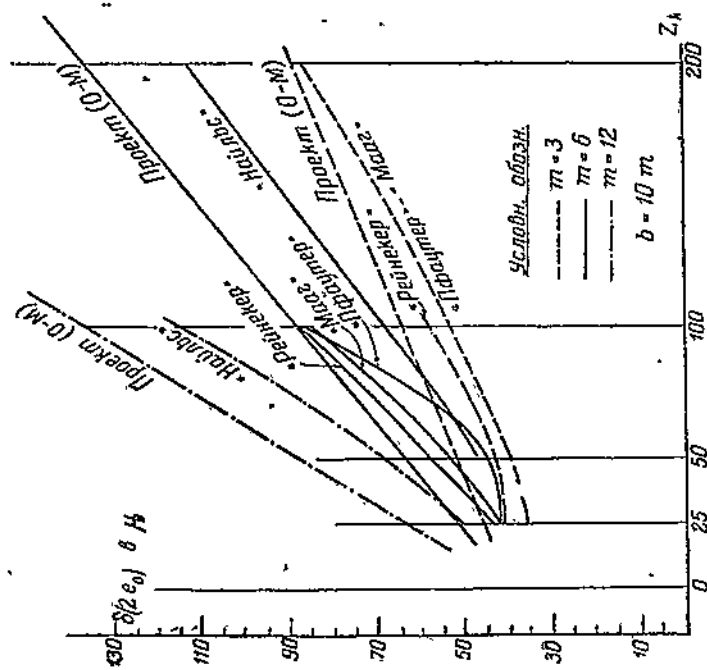
а) проект, вопреки всем существующим стандартам, предусматривает особый допуск на основной шаг t_0 . Мы уже знаем, с одной стороны,

весьма существенное влияние Δt_0 на всю динамику передачи, а с другой стороны — из таблицы 8, 9, 10 видно, что t_0 является практически функцией одного лишь инструмента. Следовательно, не только желательно, но и возможно выдерживать Δt_0 в более жестких пределах нежели Δt ;

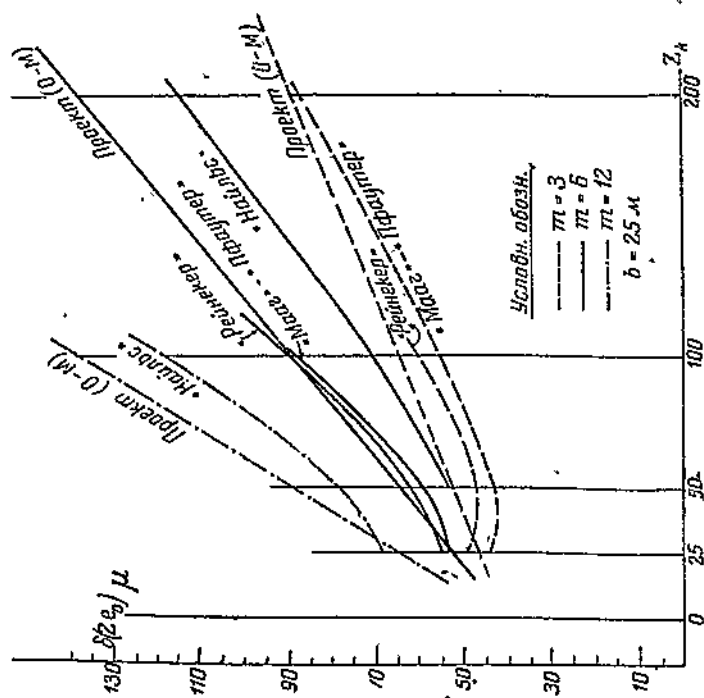


Фиг. 256.

б) толщина зуба заменена глубиной захода исходной рейки, нормируемой обязательным смещением последней. Это соответствует не только теоретической схеме, которая проводится в главах III—V, но и технологической стороне дела и более современному „тангенциальному“ мерительному инструменту (подробнее см. гл. VII);



Фиг. 257.

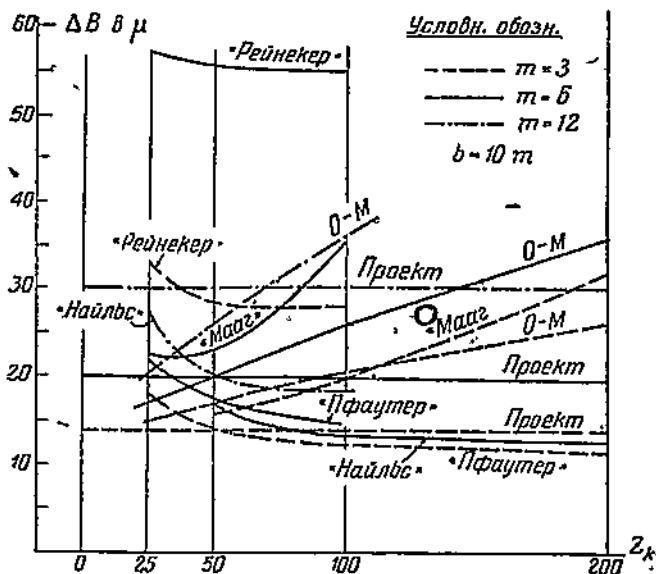


Фиг. 258.

в) допустимые погрешности угла наклона зуба и взаимного перекося осей определялись из условий достижимости практически полного контакта, освещенного в § 2 (особое исследование по этому вопросу было проведено инженером Л. А. Архангельским);

г) так как некоторые из даваемых допусков еще непривычны для нашего производства, все допуски разбиты на 2 категории: основные, рекомендуемые проектом, и вспомогательные, заменяющие.

Что касается профиля, то дача на него только поля допуска (без предельных отклонений) ясна из сопоставления со сказанным в главах III и IV. Более подробное изложение методов построения проекта



Фиг. 259.

интересующиеся могут найти в объяснительной записке к стандарту, в работах Ц.Б.Р.

По настойчивому требованию ряда заводов в специальное приложение к стандарту введены допуски на 2 комплексных поверки (тогда как сам проект стандарта дает лишь допуски на элементы), а именно: на поверку в плотном зацеплении и поверку между параллелями („шаговой скобой“). При наличии общей теории создание подобных допусков никакого труда не представило, однако необходимо помнить, что подобные измерения являются косвенными, почему могут всегда привести к результатам, несколько отличным от получаемых непосредственно.

Так как допуски построены по ступенчатой системе, то сами законы построения из таблиц не видны. Поэтому считаем полезным приложить сводку тех исходных уравнений, из которых получены даваемые в таблицах цифры (табл. 12).

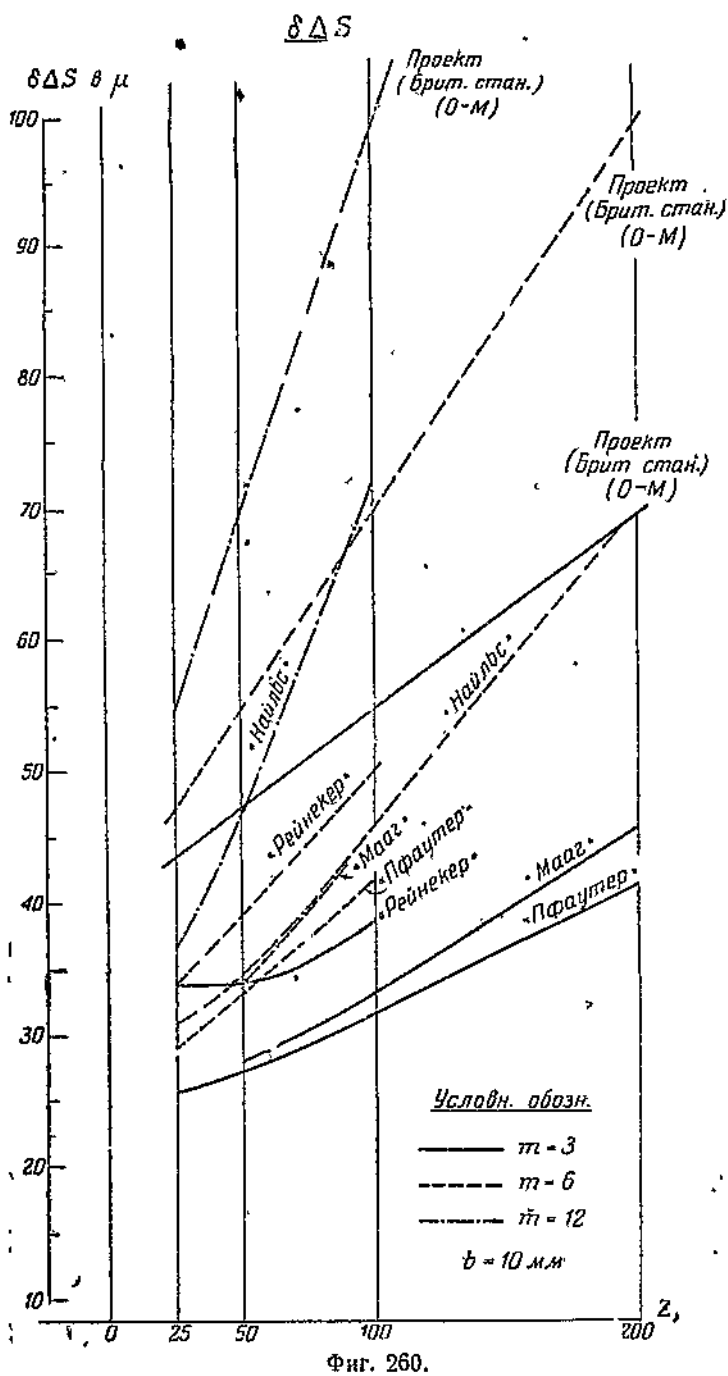
При применении даваемых допусков на практике может встать общий в подобных случаях вопрос: включают ли допуски ошибки самих измерений. В этом отношении мы придерживаемся такой установки:

**Сводная таб
для отклонений всех элементов зубчатых**

		Наименование элементов	Обозначение	1 класс
Основные нормы точности	Элементы зацепления	Основной шаг	Δf_0	$\pm [0,725m + 5,8]$
		Окружной шаг	Δf	$0,0145mz + 0,72m + 11,5$
		Профиль	δf	$0,01mz + 0,5m + 8$
		Максимальная накопленная ошибка шага	δf_{Σ}	$0,095mz + 0,58m + 23$
		Направление зуба	ΔB	$\pm [1,45m + 4,65]$
	Элементы монтажа	Утоняющее смещение исходного контура [непосредственно измеряемое тангенциальным зубомером] } верхи. нижн.	Δ_{Bh} Δ_{Hh}	$- [0,158mz + 2,06m + 36,5]$ $- [0,2mz + 3,2m + 74]$
		Межцентровое расстояние	δA	$\pm 4 \sqrt[3]{A}$
		Непараллельность осей	δx	$2,1m + 7$
		Перекос осей	δy	$1,54m + 5$
		Минимальный боковой зазор	$\Delta_H C_n$	$0,1mz_s + 12$
Вспомогательные нормы точности	Заготовка зубчатого колеса	Наружный диаметр	δD_e	$- [0,04mz + 35]$
		Биеение наружного диаметра	$2\delta e_D$	$0,032mz + 16$
		Торцевое биеение	$2\delta e_T$	$0,02mz + 10$
	Зубчатое колесо	Биеение основной окружности	$2\delta e_0$	$0,045mz + 23$
		Отклонение в толщине зуба верхи.	$\Delta_B S_x$	$- [0,115mz + 1,5m + 26,5]$
Монтаж передачи		Максимальный боковой зазор	$\Delta_B C_n$	$0,11mz_s + 4,05 \sqrt[3]{mz_s} + 3,13m + 67,5$

лица формул
колес, принятых по проекту (в микронах)

II класс	III класс	IV класс
$\pm [1,25m + 10]$	$\pm [2,2m + 18]$	$\pm [0,03mz + 1,4m + 24]$
$0,025mz + 1,25m + 20$	$0,043mz + 2,15m + 35$	$0,075mz + 3,5m + 60$
$0,02mz + m + 16$	$0,035mz + 1,7m + 28$	$0,06mz + 2,8m + 48$
$0,165mz + m + 40$	$0,3mz + 1,7m + 70$	$0,5mz + 3m + 120$
$\pm [1,9m + 8]$	$\pm [2,35m + 12,5]$	$\pm [2,7m + 25]$
$- [0,18mz + 2,34m + 65]$ $- [0,25mz + 4,4m + 112]$	$- [0,234mz + 2,55m + 132]$ $- [0,37mz + 6,15m + 215]$	$- [0,345mz + 2,66m + 275]$ $- [0,55mz + 8,8m + 420]$
$\pm 8 \sqrt[3]{A}$	$\pm 17,5 \sqrt[3]{A}$	$\pm 35 \sqrt[3]{A}$
$2,75m + 12$	$3,6m + 20$	$4,9m + 35$
$2m + 8,5$	$2,5m + 13,3$	$3,4m + 25$
$0,1mz_s + 16$	$0,1mz_s + 20$	$0,1mz_s + 30$
$- [0,07mz + 50]$	$- [0,12mz + 95]$	$- [0,21mz + 165]$
$0,056mz + 28$	$0,1mz + 50$	$0,18mz + 85$
$0,06mz + 20$	$0,12mz + 30$	$0,18mz + 40$
$0,08mz + 40$	$0,14mz + 70$	$0,24mz + 120$
$- [0,13mz + 1,72m + 47]$	$- [0,17mz + 1,86m + 96,4]$	$- [0,25mz + 1,93m + 200]$
$0,112mz_s + 7,2 \sqrt[3]{mz_s} + 3,73m + 92$	$0,15mz_s + 14,4 \sqrt[3]{mz_s} + 5,4m + 152$	$0,19mz_s + 30,4 \sqrt[3]{mz_s} + 8,25m + 224$



• Все ошибки измерительных приборов отдельному учету подлежать не должны, т. е. прибор должен быть дан поверителю в таком виде, чтобы его ошибками он имел право пренебрегать. Согласно § 11 главы II это значит:

а) что речь идет о Δx , а не о $\Delta_0 x$,

б) что δx прибора должно быть выдержано в указываемых нормах.

Наоборот, физиологические ошибки измерения полагаются исключенными, т. е. если измерение поручается недостаточно квалифицированному работнику, необходимо ужесточить допуск так, чтобы в норме уместились как ошибка изделия, так и возможная физиологическая ошибка измерения.

Только при такой системе будет гарантировано, что поверка, повторенная квалифицированным работником, не приведет к забракованию изделия.

§ 5. Допуски на конические зубчатые колеса

Значительно менее продвинутыми являются вопросы допусков на конические зубчатые колеса. Это обстоятельство объясняется тем, что конические передачи до недавнего сравнительно времени рассматривались

Таблица 13

1. Шаг и профиль

Класс точности изделия	Ошибка единичного шага (от номинала) в μ	Накопленная ошибка шага в μ	Ошибка профиля в μ
В — тщательно обработанные зубчатые колеса	$(0,02D + 0,4t + 25,4) \mu$	$(0,2L + 50,8) \mu$	$t \mu$
С — обработанные колеса „торгового“ класса („рыночные“)	$(0,02D + 0,8t + 50,8) \mu$	$(0,3L + 101,6) \mu$	$2t \mu$

2. Толщина зуба

Класс	Максимальное отклонение ниже номинала в μ	Минимальное отклонение ниже номинала в μ
В	$(0,11D + 4t + 50,8) \mu$	$(0,09D + 2t + 25,4) \mu$
С	$(0,16D + 5t + 76,2) \mu$	$(0,09D + 3t + 50,8) \mu$

Во всех приведенных формулах шаг t , диаметр делительной окружности D и длина дуги измерения L берутся в миллиметрах, результат читается в микронах.

как грубые и в тех случаях, когда предъявлялись более или менее строгие требования в отношении точности, по возможности даже заменялись передачами цилиндрическими. Однако успехи методов производства конических зубчатых колес, в частности, — введение обработки обкатом, заметно изменили положение, что и привело к возможности назначения более или менее жестких допусков. Работа по сбору и анализу имеющихся материалов по допускам на конические колеса, проведенная в Центральном бюро редукторостроения под непосредственным руководством инж. В. И. Мухина, показала, однако, что здесь и до сего времени имеется чрезвычайно мало оригинальных материалов. Почти единственным более или менее надежным источником является Британский стандарт, непосредственное влияние которого явно чувствуется во всех прочих предложениях. Поэтому на современном этапе развития дела, до окончания проекта Ц. Б. Р., мы считаем совершенно достаточным привести данные этого стандарта, почти совпадающие с данными двух нижших классов британского же стандарта на цилиндрические зубчатые колеса.

Допуски британским стандартом даются на единичную и накопленную ошибку шага, профиль и толщину зуба.

Глава VII

ИЗМЕРЕНИЕ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

§ 1. Выбор измерительной базы и учет ее ошибок

За исключением измерений, проводимых тангенциальными наконечниками по линии зацепления (основной шаг, общая нормаль), все остальные требуют вспомогательной базы установки прибора для измерения на заданном радиусе. От надлежащего выбора такой базы в сильной мере зависит полноценность измерения.

Идеальным условием является совпадение между собой всех трех характеристических баз, а именно:

- а) базы установки на металлорежущем станке („база обработки“),
- б) базы измерения;
- в) эксплуатационной или монтажной базы („рабочая база“).

Заранее заданной является последняя; следовательно, две первые должны либо совпадать с нею, либо, если это невозможно, максимально обеспечить исключение нарастания истинных ошибок (обработка) или введения мнимых (измерение).

В зубчатых колесах это играет особо важную роль в силу чувствительности профилей к правильности своего расположения относительно оси вращения шестерни. Очевидно, что именно эта ось вращения и является рабочей базой шестерни. Технологически вполне достижимым является достаточно близкое совпадение этой оси с осью вала, так как даже в случае отдельного вала может быть принята полная концентричность места посадки шестерни с подшипниковой шейкой. Следовательно, если налицо имеется такой вал, то именно он и является наилучшей базой как для обработки шестерни, так и для ее проверки.

Если вал отсутствует, то почти столь же надежной базой является посадочное отверстие (расточка втулки) шестерни. Однако непосредственное измерение от нее оказывается обычно затруднительным, что приводит к необходимости специальных оправок. В случае, когда измерение производится на зуборезном или измерительном станке, такая оправка, как правило, уже имеется налицо; однако, для того чтобы она могла считаться первичной базой, т. е. измерение от нее эквивалентным измерению от будущего вала, необходима достаточно плотная посадка. В противном случае неравномерное распределение зазора по окружности превращает поверхность оправки в „промежуточную“ или „вторичную“ базу, т. е. такую, которая приносит к измерению собственные ошибки.

Для исключения влияния зазоров посадки могут применяться следующие способы.

1. Назначение таких посадок и допусков, чтобы влиянием зазора можно было пренебречь вовсе.

Этот путь применяется лишь при специальных измерительных оправках и не всегда применим на металлорежущем станке.

2. Назначение несколько более свободных посадок, однако, с допусками достаточно узкими для того, чтобы можно было воспользоваться масляным клином. Тогда, если средний зазор не превосходит толщины возможного масляного слоя, последний, будучи предварительно нанесен на внутреннюю поверхность отверстия, стремится выровнять гидростатическое давление и центрует изделие относительно оправки. При последующем закреплении шестерни требуется особая осторожность, чтобы сохранить центровку. Этот способ применим лишь к шестерням сравнительно малых размеров.

3. Как на измерительных, так и на металлорежущих станках применимы также разрезные конические центрирующие втулки. Однако в то время как в отношении измерительных станков их конструкция пояснений не требует, в применении к станкам металлорежущим необходимо предусмотреть разгрузку таких втулок от усилий резания.

Во всех перечисленных случаях, когда оправка действительно становится первичной базой, необходима, особенно для колес средних и больших диаметров, точная перпендикулярность отверстия колеса к его опорной поверхности, т. е. к той торцевой плоскости, которая обращена к столу.

При непараллельных торцах это приводит к необходимости обращения к столу той из двух торцевых плоскостей, которая более строго перпендикулярна к отверстию, т. е. обычно той, которая была базой при его расточке.

В тех случаях, когда не удается обеспечить для нарезания и измерения ту же базу, которая впоследствии должна явиться базой рабочей, встает вопрос о наилучшем приспособлении к этим операциям какой-либо иной базы. В качестве таковой могут являться остальные теоретически концентричные к оси окружности: окружность выступов и окружность впадин; в качестве вторичной базы должна рассматриваться поверхность оправки в том случае, когда полная концентричность ее к отверстию не обеспечена по вышеизложенному.

Однако не все эти три базы равноценны.

Наилучшей является оправка, так как даже в случае наличия относительно большого зазора здесь исключена возможность накопления ошибок, тогда как в других случаях к тому же зазору изделия на оправке присоединяются еще ошибки обработки самой вторичной базы, почему измерение от таковой и надлежит, строго говоря, считать уже косвенным. Как и во всяком косвенном измерении, встает вопрос о технологии; поэтому только с учетом последней и можно оценивать каждую из подобных баз. Технология окружности выступов принципиально всегда одинакова и независима от метода обработки самих зубьев. Следовательно, вопрос в этом направлении сводится лишь к ее точности и чистоте обработки. Если оба эти показателя могут быть выдержаны в строгих пределах, или же если, как это иногда, хотя и редко, делается, окружность выступов служит базой для всех остальных обработок: нарезки

зацепления и расточки отверстия, — измерения от этой окружности вполне правомочны. Однако практически достижение надлежащей точности бывает иногда весьма затруднительно. Тогда возникают два вопроса: о степени влияния ошибок этой базы на точность измерений; о возможных путях снижения этого влияния.

В первом отношении дело обстоит по-разному для различных измерений. При измерениях шага ошибка измерения, протекающая из-за неточности базы, т. е. из-за неправильности радиуса, на котором производится измерение, определяется следующим образом:

$$t = r\gamma,$$

Дифференцируя в частных производных,

$$\Delta t = \Delta(r\gamma) = r\Delta\gamma + \gamma\Delta r.$$

Первый член правой части выражает собственно ошибки шага изделия, второй — ошибки, привносимые базой. Таким образом, последние пропорциональны γ или обратно пропорциональны z . Например, при $\Delta r = 2\Delta t$ и $z = 300$ ошибка от базы окажется всего лишь в порядке 4—5%, тогда как при $z = 30$ она займет уже почти половину допуска на шаг, т. е. база окажется практически неприемлемой. Если речь идет лишь о сравнительном измерении окружного шага, в базе тоже важна лишь возможная относительная ошибка, т. е. эксцентриситет.

Значительно хуже обстоит дело, когда по отдельным измеряемым шагам определяется их накопленная ошибка (см. гл. III, § 1), так как здесь накапливаются и погрешности базы *каждого* измерения. Поэтому, независимо от базы, в данном случае учет ее ошибок обязателен, если нет прямых контрольных проверок накопления ошибки сразу по ряду зубьев.

При измерении толщины зуба связь между радиальным смещением исходной рейки и утолщением выражается согласно формулам корригирования

$$\Delta S = 2x \operatorname{tg} \alpha,$$

откуда ясно, что ошибка базы привносит в измерение неточность, примерно:

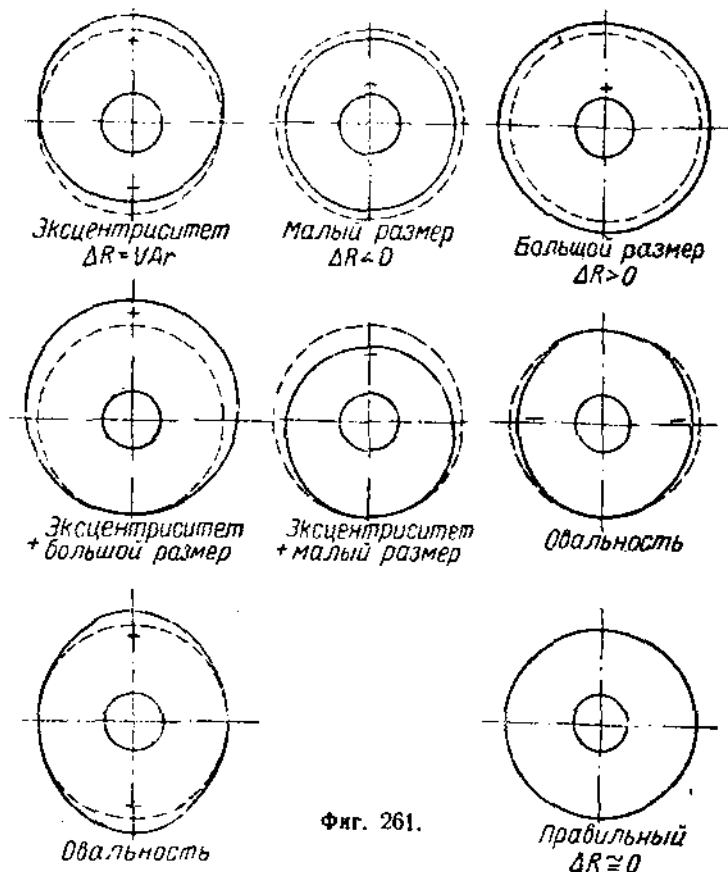
$$\Delta = 2 \operatorname{tg} \alpha \cdot \Delta r \approx 0,7 \Delta r,$$

т. е. измерение толщины чувствительно к ошибкам базы и требует жестких допусков на нее. Чтобы избежать фактически (в иных целях) ненужной, но дорогостоящей точности этой базисной окружности, можно вместо повышения точности изготовления этой базы ограничиться повышением точности учета получаемых от нее ошибок, что хотя и несколько кропотливо, но несравненно дешевле. Для упрощения этого процесса и приведения его в приемлемый для производства вид можно рекомендовать зональную систему маркировки.

Принцип этой системы заключается в том, что допуск на базу увеличивается в n раз против такой величины ошибки базы, которой можно пренебречь в основных измерениях. Весь этот увеличенный допуск делится на n зон, с тем, чтобы в дальнейшем измерении установить лишь, в какой именно зоне лежит фактический размер, и прибавить или вычесть из заданного допуска на самый элемент (например, толщину зуба) величину, соответствующую ближайшему целому числу зон. Очевидно, что все

измерения при подобных манипуляциях должны быть приведены к общему направлению.

Практически удобна лишь система трехзонная. Тогда на базу можно назначать допуск, вдвое превосходящий тот, который был бы приемлем по влиянию на основные измерения. На полученной заготовке надлежит маркировать согласно фиг. 261 „плюс“ (+), „ноль“ (0) или „минус“ (—) в зависимости от того, в какую зону попадает фактический размер, и



Фиг. 261.

учитывать этот условный знак при дальнейшем обмере готового изделия. Все несложные операции легко уясняются из конкретного примера.

Пусть на измерение толщины зуба тангенциальным зубомером¹ допуск дан $\pm 0,02$, что соответствует $\Delta S = \pm 0,7 \cdot 0,02 \approx \pm 0,014$ от некоторого заданного размера, соответственно которому настроен зубомер. При этом считается, что ошибка базы не должна поглотить более $\frac{1}{2}$ всей этой величины. Тогда при трехзонной системе на внешний радиус R_e дается допуск:

$$\Delta R_e = \pm 0,02 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 = \pm 0,03.$$

¹ Где отсчеты уже автоматически, по принципу прибора (фиг. 158), переведены в радиальное направление.

- Зоны назначаются: 1) минус — зона: $-0,03 \div -0,01$ (—)
 2) нулевая зона: $-0,01 \div +0,01$ (0)
 3) плюс — зона: $+0,01 \div +0,03$ (+)

каждая зона $= |0,02|$.

Пусть $R_{\text{факт}} = R_{\text{теор}} + 0,02$, т. е. Δr лежит между $-0,01$ и $+0,03$. Маркировка на заготовке: „+“. Это значит, что из показаний зубомера надлежит вычесть величину зоны, т. е. $|0,02|$. Измерение зубомером дает, допустим, $+0,035$; $0,035 - 0,02 = +0,015$, что менее $+0,02$, т. е. допуск на толщину, как таковую, выдержан, хотя самые показания зубомера и вышли за пределы.

При подобной системе измеритель должен помнить лишь одну единственную „величину зоны“ (в примере — $|0,02|$), которую он должен брать в измерении со знаком, обратным маркировке. Чтобы исключить возможность недоразумений, применение зональной системы следует условно отмечать уже в самой чертеже. Можно рекомендовать считать, что обычный зональный знак на изделии относится лишь к толщине зуба; если же его надлежит специально учитывать и в иных измерениях, он получает некоторую условную акцентировку (например — берется в кружок).¹

В отношении окружности впадин следует отметить следующее: для измерения толщины зуба она практически непригодна, так как независимо от метода нарезки она всегда, благодаря одновременности своей обработки с нарезкой профиля, повторяет примерно те же ошибки. В частном случае, если измерение вести по постоянным хордам, или, что то же самое, по принципу тангенциального зубомера (соответственно перестроенного), ошибки зуба исключились бы вовсе, поскольку смещение исходной рейки, одинаковое в обработке и в измерении, дало бы нулевые показания, независимо от самой величины такого смещения.

В отношении собственно шага окружность впадин вполне приемлема лишь для случая обработки гребенкой, так как здесь исключается возможность биения инструмента, т. е. окружность впадин принципиально концентрична оправке станка.

В случае других методов обработки прибавляются еще возможные влияния ошибок внешнего цилиндра инструмента. Поэтому в качестве общего заключения об окружности выступов как базы для измерения шага можно констатировать, что она лучше окружности выступов только в случае небольших z и не лучше в остальных случаях.

Единственно, где окружность впадин является незаменимой базой, это в случае определения кинематического эксцентриситета и вообще выделения качеств кинематики станка, которые непосредственно выявляются измерениями, проводимыми от этой базы (гл. IV, § 11).

В силу всего сказанного можно резюмировать: все измерения надлежит по возможности проводить от вала или оправки, как наилучшей базы. При переходе на иные базы необходимо предварительно точно

¹ Отметим, что зональная система применима не только в отношении баз, но и в отношении всех принципиально компенсирующихся элементов; например в массовом производстве для его облегчения можно маркировать „+“ уже готовые слишком полные шестерни и наоборот. Сборщик тогда должен знать, что в пару надлежит брать шестерни с противоположными знаками маркировки.

подсчитать возможные последствия такого перехода в смысле достижимой точности измерений и предпочесть окружность впадин только в том частном случае, если поверяется не изделие, но дединительный механизм нарезавшего его станка. Независимо от базы, от которой велось измерение в обработке, монтажные данные шестерни полезно и даже иногда необходимо поверить от рабочего вала, так как только эта поверка будет строго соответствовать рабочим условиям.

Отметим существующие в этом вопросе заблуждения. Проф. Берндт рекомендует окружность впадин как базу безоговорочно, не вникая в рассмотренные соображения цели поверки; еще хуже делает Периньон (J. Perignon, „Engrenages“), рекомендуя на стр. 262 II тома своего труда (фиг. 419) охарактеризованный нами выше „тангенциальный впадиномер“ для измерения толщины зуба или глубины захода (подобные приборы можно было бы применять лишь для исследования ошибок шага; однако на этом совершенно специальном методе мы останавливаться пока не будем).

§ 2. Поверка шага зубчатых колес

В общем случае можно проверять:

основной шаг (по линии зацепления);

окружный шаг (по дуге произвольной окружности, например $\frac{1}{2}$ по делительной или начальной);

угловой шаг (по центральному углу между двумя соответственными точками последовательных одноименных профилей).

Кроме того, возможна также параметрическая поверка шага через сумму толщины зуба и ширины смежной с ним впадины.

Напомним, что при всяком выборе метода поверки надлежит исходить из следующих предпосылок:

цель и назначение поверки;

значимость выбираемого элемента;

степень вероятности его ошибок;

возможная надежность и точность его поверки;

наличная измерительная аппаратура.

Во всех принципиальных рассуждениях от последнего соображения (практически — часто решающего) можно отвлечься и считать, что всякие вынужденные замены допустимы постольку, поскольку они вредят основным требованиям не более чем это разрешается наличными условиями.

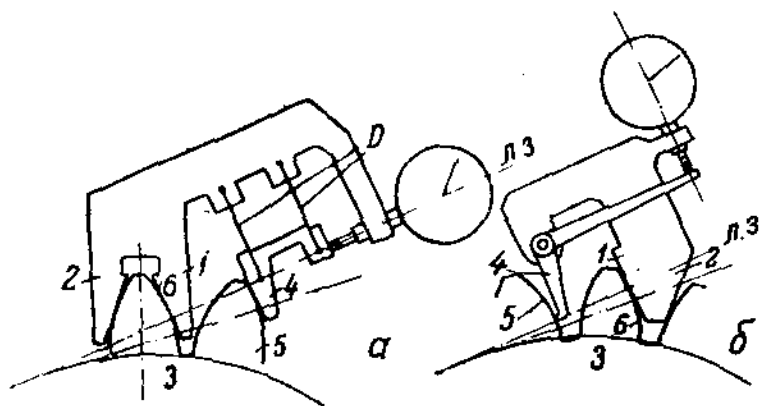
В отношении назначения поверки мы уже установили различие между «потребительской» поверкой (эксплуатационные требования) и «производственной» (технологические требования).

Как эксплуатационный фактор должен преимущественно поверяться основной шаг, так как смена рабочих пар профилей происходит по линии зацепления. Действительно, касание сопряженных профилей лежит на линии зацепления; в период перекрытия, т. е. когда в зацеплении находятся две пары профилей, обе точки контакта разделены между собой основным шагом; при выходе из зацепления первой пары безударность входа второй определяется правильностью относительного положения обеих точек контакта, т. е. основным шагом¹.

¹ По технологической линии, как известно, t_0 может характеризовать только инструмент.

Для проверки основного шага служат приборы типа, показанного на фиг. 262, а (одонтометр Пратта и Уитнея), или типа фиг. 262, б (шагомер завода Калибр). Рассмотрим принципиальные схемы обоих приборов. Впадина или зуб, выполненные по контуру исходной рейки 1—2, сопрягаются с изделием 3; тастер 4 производит замер по линии зацепления (л. з.), когда обе рабочие точки мерительных наконечников 1, 4 оказываются на общей нормали сопоставляемых профилей 5, 6. Из схем видно, что при тангенциальном тастере (фиг. 262, а, Пратт и Уитней) любая возможная линия зацепления всегда пройдет по направлению кратчайшего расстояния между наконечниками, так как оба они реализуют касательные к зубьям плоскости. Наоборот, при наличии кромочного тастера, последний только в частном случае попадает на линию зацепления.

Иначе говоря, если покачивать на зубьях изделия прибор первого типа (обкат изделия исходной рейкой), показания его останутся при правильных профилях неизменными, тогда как второй прибор при таком



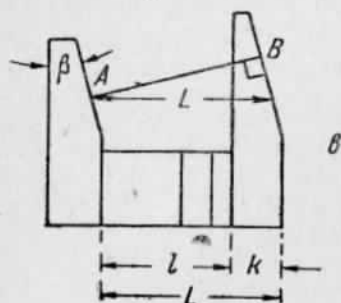
Фиг. 262 а, б.

покачивании будет все время менять показания. Только максимальное показание индикатора¹ является измерительным. Таким образом покачивание первого прибора дает ряд последовательных измерений основного шага по разным линиям зацепления, т. е. сверку профилей на участке, определяемом степенью перекрытия ϵ , тогда как покачивания второго необходимы для получения единственного замера, соответствующего данной глубине захода прибора (данной толщине зуба 1—2). Это приводит к значительно большей универсальности и к значительному ускорению процесса измерения в приборах первого типа. Только серьезное возрастание в них производственных трудностей (необходимость строгой параллельности мерительных наконечников) может до некоторой степени объяснить выпуск приборов второго типа.

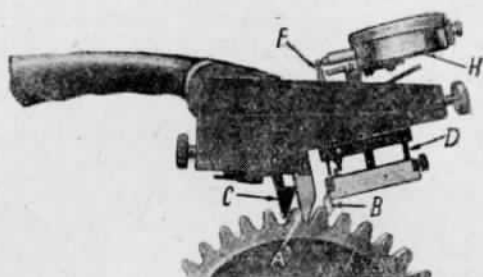
Преимущество первого типа станет особенно наглядным, если учесть, что момент фактического перехода работы с одной пары зубьев на другую нам неизвестен (ошибки, деформации) и что поэтому определение

¹ Максимальное показание индикатора соответствует максимальному входу плунжера в корпус, т. е. здесь — кратчайшему расстоянию между сопоставляемыми профилями.

какого-то одного произвольно выбранного шага может не выявить истинного качества изделия по этому показателю. Наоборот, если известна максимальная ошибка из всех возможных на данной паре зубьев, заключение будет вполне обоснованным.



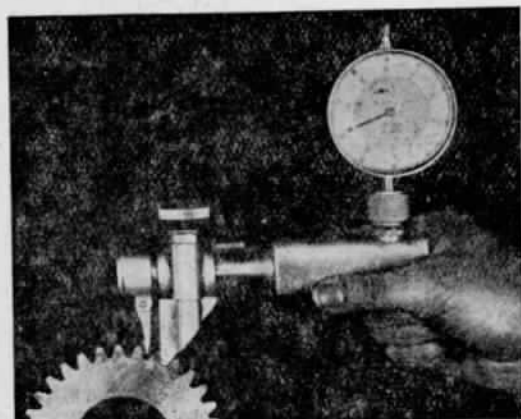
Фиг. 262 в.



Фиг. 263.

Для установки прибора на различные модули Пратт и Уитней (фиг. 263) применяют двойную микрометрическую регулировку: упора *C*, воспроизводящего один из профилей исходной впадины, и тастерной головки *B*, подвешенной на плоских пружинах *D* (*A*—основной зуб прибора,

H—индикатор, *F*—рычаг к нему) соответственно. „Калибр“ (фиг. 264) дает набор сменных исходных призм,¹ устанавливаемых на потребном расстоянии от тастера по концевым плиткам, набранным в струбцинок. Так как набор некруглых размеров $t_0 = \pi m \cos \alpha = 3,14159 \dots 0,9396 \dots m$ затруднителен и неточен, для подобных настроек автором предложена „косинусная линейка“, принцип которой ясен из фиг. 262, в; в специальный струбцинок набирается плитками размер *l*, составляющий вместе с по-



Фиг. 264.

стоянной *K* „круглый“ размер *L*—ближайший старший к искомому. Рабочие грани *A* и *B* скашиваются под углом β , косинус которого низводит размер до искомого. Пример для основного шага: при $k=6$ мм

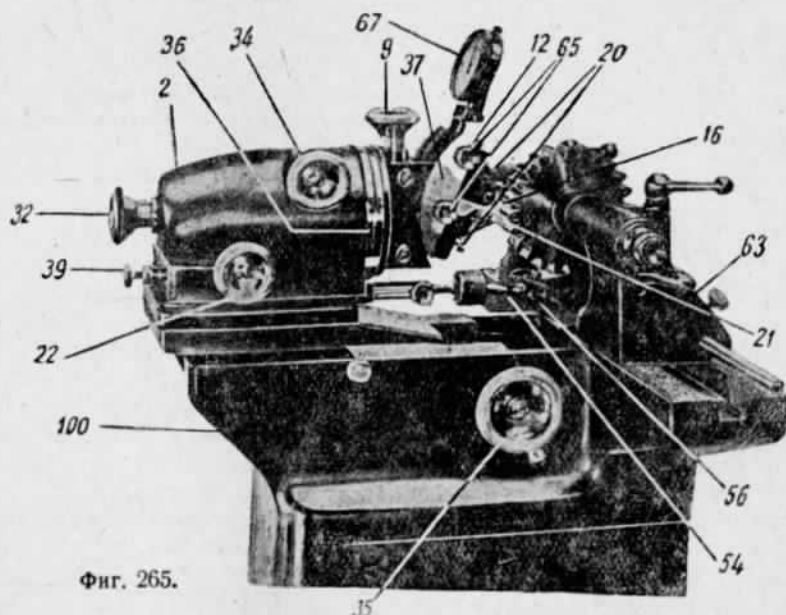
$$l = 3m - 6; L = 3m; \cos \beta = (\pi \cdot \cos 20^\circ) : 3 = 0,98405; \\ AB = 0,98405m = t_0.$$

Преимуществом встроенного в шагомер настроечного приспособления (Пратт и Уитней) является удобство сопоставления парных колес даже

¹ В первоначальном типе прибора „Калибр“ применялись шаровые опоры, замененные ныне на призмы исходного контура.

неизвестного шага. Зато отдельные настроечные приспособления по плиткам — точнее, а шагомер без микрометра проще по конструкции. Следует отметить, что именно сличение шага парных колес и является конечной целью измерения, так как если ошибки обоих колес по основному шагу устойчиво взаимно равны, качество передачи не страдает.

Несмотря на то, что основной шаг является одним из существеннейших показателей вероятных эксплуатационных качеств зубчатого колеса, проверке основного шага до сего времени уделялось сравнительно очень мало внимания. Объясняется это преимущественно сугубо-технологическим подходом к измерению шестерен. Действительно, как ясно из гл. V,



Фиг. 265.

с технологической точки зрения нередко приходится предпочесть проверку окружного шага, однако нельзя забывать, что в ряде случаев нас интересует именно эксплуатационная сторона вопроса, т. е. зубчатое колесо как элемент будущего механизма, а не как продукт того или иного технологического процесса.

Лишь в последнее время на это упущение обращено должное внимание. Показателем тому может служить хотя бы выпуск фирмой Illinois Tool Co специального, довольно сложного, станка, предназначенного в первую очередь для быстрой и точной массовой проверки основного шага (фиг. 265 и 266). Работа станка такова: два кромочных наконечника 21 и 16 подводятся поочередно к специально устанавливаемому на оправке бабки 63 эталонному основному диску 0 (фиг. 266) так, чтобы обе точки будущего касания с изделием оказались на касательной к основной окружности, т. е. на линии зацепления.

После этого к бабке подводится закрепляемый на направляющих упор, и основной диск заменяют измеряемым изделием. Специальная щеколда 56 вводится в подходящую впадину и служит в дальнейшем авто-

матическим переключателем, поворачивающим изделие на 1 зуб после каждого измерения. Бабка 2, несущая измерительную головку 12, свободно перемещается в направлении от изделия и возвращается до упора, так что все дальнейшее измерение, проводимое сплошь по всем зубьям, сводится к поворачиванию вперед и назад отводящего бабку маховичка 35 и наблюдению показаний индикатора 67. Все остальное устройство, включая поворотные приспособления мерительной головки 36 для измерения косых зубьев по нормальному основному шагу и 37 для установки на выбранную линию зацепления или же на измерение окружного шага (по эталону

$r = \frac{mz}{2}$), явствует из фиг. 265.

Достоинства станка: универсальность, быстрота и точность измерений. Недостатки: сложность, громоздкость и необходимость промежуточной перенатройки при измерении двух сопряженных шестерен с $i \neq 1$. Существенность последнего недостатка ясна из сказанного выше о сопоставлении шага парных шестерен.

Сплошная проверка профилей особенно желательна в случае, когда имеется в виду паспортизация изготовленной шестерни. В этом случае можно рекомендовать сплошную проверку как по правым, так и по левым профилям. Для полноты картины здесь необходима еще дополнительная сверка положения какого-нибудь правого профиля с левым. Тогда измерение замыкается, т. е. положение

всех вообще профилей относится к одному общему началу отсчетов. Сопоставления разноименных профилей никакой шагомер дать не может, поэтому необходимо одно соответственное дополнительное измерение или толщины зуба, или ширины впадины, или же какое-нибудь иное двухпрофильное измерение.

Если известно взаимоположение двух разноименных профилей, то, измеряя последовательно правые и левые шаги, немедленно можно наряду с таковыми определить все толщины зубьев и ширины впадин, т. е. произвести полную дифференциацию основных погрешностей. Чтобы такая дифференциация не несла в самом принципе источников возможных ошибок, существенно, чтобы измерение обоих разноименных шагов происходило за одну установку, что приводит вместо нормального к двустороннему шагомеру, производящему измерение сразу одного правого и одного левого шага. Измерение получается по схеме фиг. 267.

А и В — базисные профили. В имеет ошибку относительно А, равную ΔB_A .

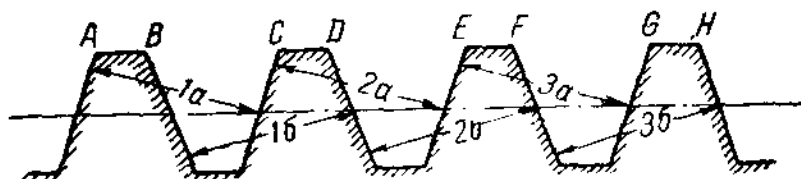
Измерение 1	дает	ΔC_A	и	ΔD_B
"	2	ΔE_C	и	ΔF_D
"	3	ΔG_E	и	ΔH_F

что полностью определяет ошибки шага по правым и левым профилям.

Ошибки толщины зубьев или ширины впадины определяются без дополнительных промеров.

$$\begin{aligned}\Delta C_B &= \Delta C_A - \Delta B_A \\ \Delta D_C &= \Delta D_B - \Delta C_B \\ \Delta E_D &= \Delta E_C - \Delta D_C.\end{aligned}$$

В процессе измерения все изложенное получается почти автоматически при надлежащем расположении записи результатов, особенно если изме-



Фиг. 267.

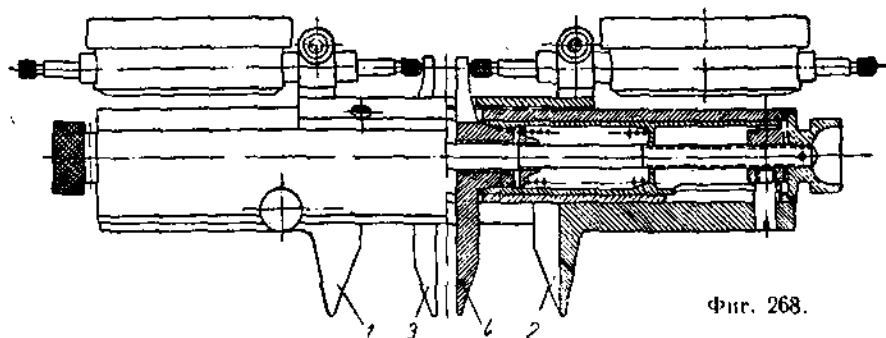
рение ведется одним лицом, а запись (и вычитание результатов) — другим, как это впрочем и всегда удобнее в измерительной практике. Все результаты измерений пишутся подряд в один столбец, тогда как во втором в первой строке заносится погрешность второй базы относительно первой, а в остальных строчках — результат вычитания, произведенного вдоль по предыдущей строке.

Если таблица расчерчена, как показано, то имеем, если измерение велось как выше:

Левый столбец
Под чертой . . . ошибки левого шага
Над чертой . . . ошибки правого шага
Правый столбец
ошибки толщины зуба
ошибки ширины впадины

ΔC_A	ΔB_A
ΔD_B	ΔC_B
ΔE_C	ΔD_C
ΔF_D	ΔE_D
ΔG_E	и т. д.

Таким образом именно двусторонний шагомер, дающий измерения в необходимой для подобной паспортизации последовательности и за одну общую установку для правого и левого шага, по своему су-

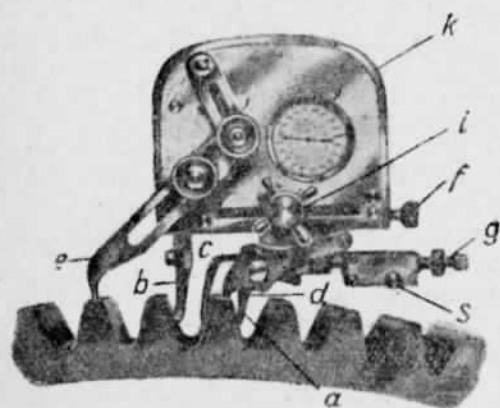


Фиг. 268.

ществом оказывается наиболее подходящим для такого рода сплошных измерений. Исходя из этих соображений, автор в 1935 г. и спроектировал подобный вид шагомера, представленный на фиг. 268. Здесь 1—2 — раздвиж-

ные под заданный модуль опорные зубья исходной рейки, 3 и 4 — правый и левый тастеры соответственно, которые раздвигаются под модуль совместно с раздвигом основного зуба. Остальное после всего изложенного пояснений не требует.

Как показатель технологических факторов обработки и, в первую очередь, состояния станка и его делительного механизма, поверяться должен в отличие от предыдущего окружный шаг. Его проверка производится посредством приборов или станкового типа, на оправку которых сажается исследуемое зубчатое колесо, или ручными приборами, опираемыми на подходящую окружность венца (т. е. или на окружность выступов, или на окружность впадин) и вводимыми между зубьев так, чтобы оба мерительных наконечника касались сопоставляемых профилей



Фиг. 269.

примерно на окружности общего радиуса (в общей кольцевой зоне). Для получения наиболее ценных результатов по данному измерению проверку лучше производить реже на выборочных изделиях, но, по возможности, исчерпывающе, с замыканием измерения по окружности, которое только и дает возможность суждения о кинематике станка и исключения ошибок самого измерения.

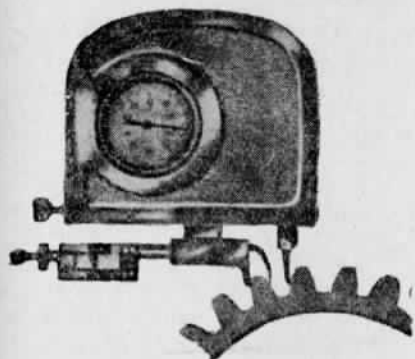
Прибор Маага (фиг. 269), для проверки окружного шага, состоит из поддерживаемого руками на венце корпуса *k*, заклю-

чающего в себе индикатор с передаточным к нему механизмом от тастера *b*, неподвижных наконечников *a* (мерительный) и *c* (упорный), а также опорных лап *d* и *e*, устанавливаемых на цилиндр выступов для фиксации окружности измерения. Настройка на заданный модуль производится винтами *g*, *f* и закрепляется барашками *i*, *s*. Прибор применим также для измерения основного шага, для чего упоры *e*, *d* снимаются и ставится укороченный тастер *b*, приходящийся не против кромки наконечника *a*, но против его плоской части. В подобной модификации прибор Маага существует и в самостоятельном виде (фиг. 270, *a* и *б*), в каком он принципиально мало отличен от уже описанного прибора „Калибр“, если не считать наличия микрометрического установочного винта. Это преимущество в данном случае не окупается сложностью конструкции. Для измерения малых шестерен фирма изготавливает к этому типу шагомера мерительный столик со стойкой и противовесом к прибору. Увеличение рычажной системы равно 10, так что деление индикатора соответствует ошибке в 1 μ , что фирма и считает точностью своего прибора. Однако это является заведомым преувеличением; такая точность и не требуется, поскольку обеспечиваемые прибором 2—3 μ исчерпывающе достаточны.

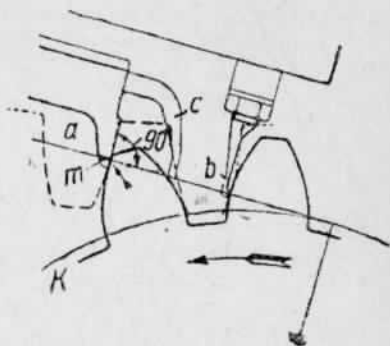
Почти не отличается от первой схемы Маага схема переносного прибора Круппа (фиг. 271), который только в дополнение к мерительным наконечникам 4 и 11 и упорам 1, 2, 8 снабжен еще торцевым упором 3.

Универсальный шагомер автора описывается ниже, в разделе проверки конических колес.

Из приборов, опирающихся на окружность впадин, можно отметить очень простой шагомер К. Мара (фиг. 262, а), который, при смене измерительного наконечника на обратный, может измерять также толщину зуба (фиг. 272, б). Устройство совершенно ясно из фотографий. Этот же прибор, укоротив упоры 2, можно опирать и на окружность выступов.



Фиг. 270а.

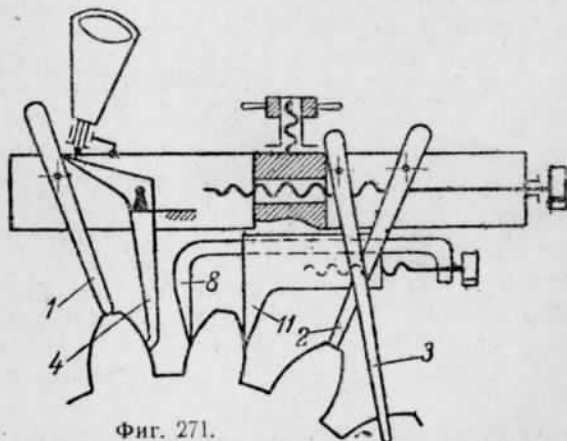


Фиг. 270б.

Преимущество каждой из этих опорных баз было уже рассмотрено в общем виде в § 1.

Так как самой точной измерительной базой является оправка или вал колеса, для точных измерений, особенно при сравнительно небольшом диаметре изделия, лучше всего пользоваться станковыми приборами.

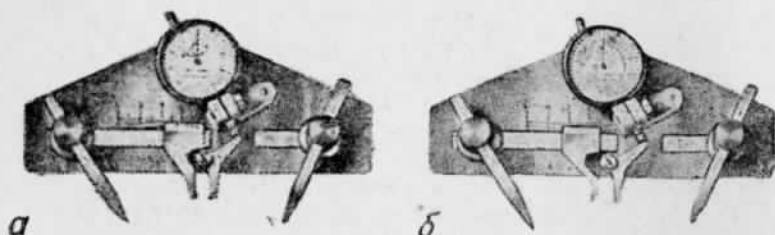
Типичным представителем этой разновидности, предназначенным для малых шестерен, является прибор Цейсса (фиг. 273—276), отличающийся своей универсальностью: на нем можно измерять окружный и основной шаг, а также эксцентриситет и прочие радиальные ошибки, включая глубину захода по отдельным зубьям (ширину впадины) и толщину зуба. При этом прибор приспособлен для измерения не только пря-



Фиг. 271.

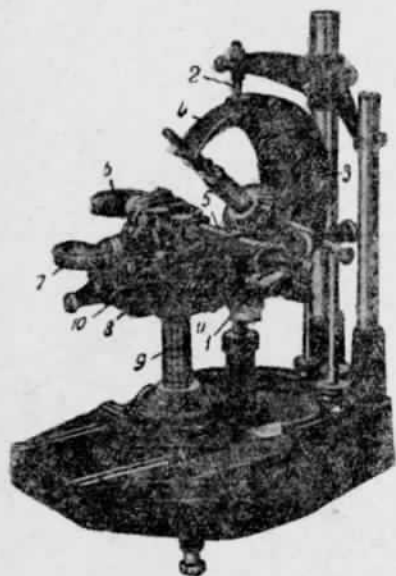
мозубых, но и косозубых, винтовых и червячных колес модулем 0,5—10 и диаметром до 400 мм. Последнее достигается тем, что изделие может укрепляться в центрах 1, 2, не непосредственно, но в поворотной дуге 3, имеющей внутренний, также дуговой, ползун 4. Последний, вместе с оправкой изделия может наклоняться под произвольным в пределах

0—60° углом к вертикали. Если измеряются конические колеса, угол наклона берется соответственно углу делительного конуса (фиг. 273—); если измеряются цилиндрические косозубые или же винтовые колеса,



Фиг. 272.

ползун наклоняется (в другой координатной плоскости) под углом β или β_0 , в зависимости от того что повернется, толщина зуба или основной шаг в нормальном сечении. Окружный шаг должен повернуться в торцевом сечении, так что наклон применяется лишь в конических колесах. Все тангенциальные измерения ведутся ортотэстом 6, радиальные — ортотэстом 7. Измерительная головка в целом 8, 10 может подниматься винтом — колонкой 9 и закрепляться на нужной для измерения высоте, а также отводиться вместе с колонкой на надлежащий радиус измерения. Сама головка состоит из нижней платформы 8 и измерительного супорта 10, несущего тастеры, передаточную систему, ортотэсты и органы управления. Супорт отводится от изделия в радиальном направлении при переходе измерений от зуба к следующему, и после нажатия спуска 12 автоматически возвращается в измерительное положение под действием пружины с регулятором, управляющим, во избежание поломки наконечников, скоростью хода супорта. Сами измерения производятся по следующей схеме.

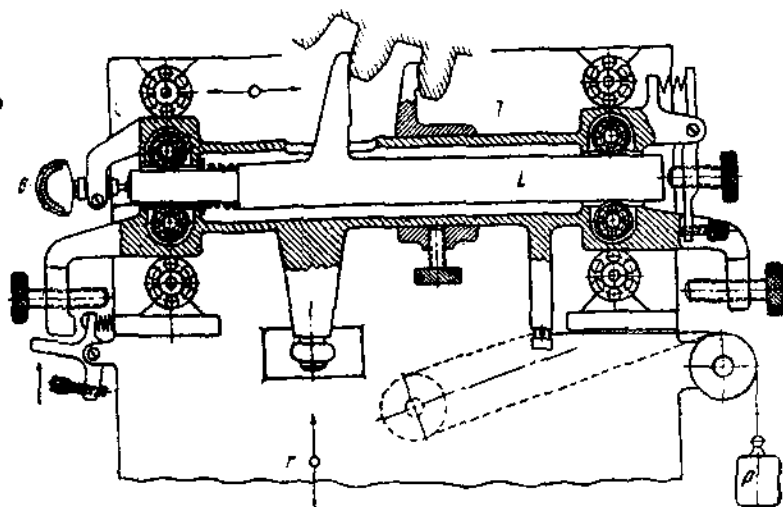


Фиг. 273.

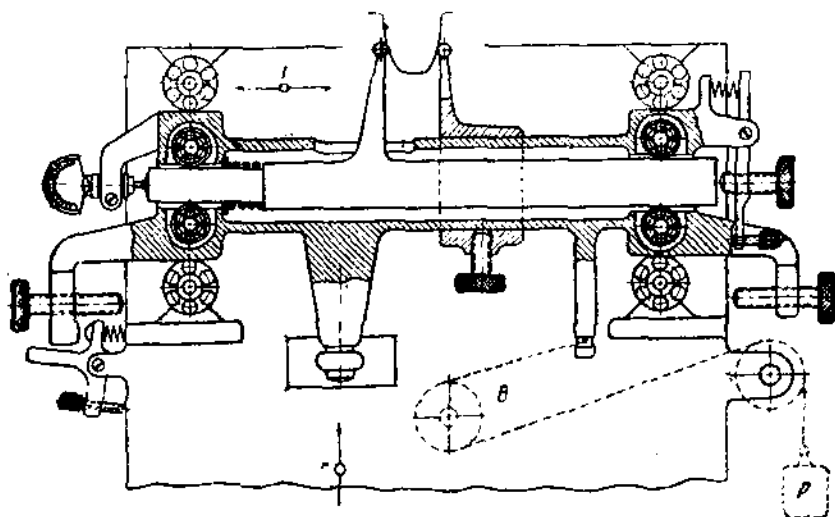
Измерение t_0 (фиг. 274): груз P прижимает легкоподвижную траверзу T с упорным наконечником к одному профилю, тогда как тоже легкоподвижный плунжер L отмечает ошибки на ортотэсте 6. Аналогично измеряется t и толщина зуба S (фиг. 275). В последнем случае меняется лишь направление усилия от груза P посредством введения в действие промежуточного блока B . Радиальные измерения (глубина захода, эксцентриситет) измеряются вторым ортотэстом 7 и шариком K по не требующей объяснений фиг. 276. На всех последних фигурах обозна-

чения r и t соответствуют радиальному и тангенциальному, по отношению к измеряемой шестерне, направлениям.

Только что описанная модель является новейшей и наиболее совершенной из довольно длинного ряда различных вариантов, выпущенных



Фиг. 274.

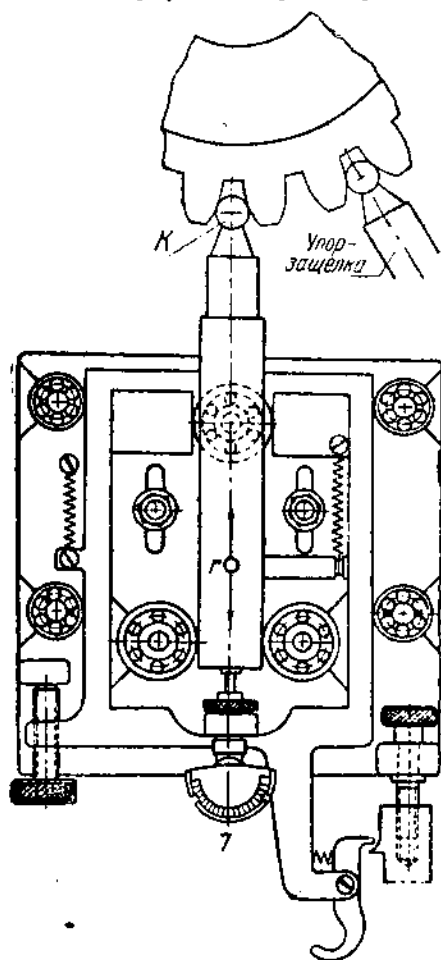


Фиг. 275.

Цейссом по этому типу в течение последнего десятилетия, и может считаться лучшим и наиболее точным прибором своего класса.

Для точного измерения шага непосредственно на зуборезном станке предназначен прибор „Фортуна“, показанный в плане на фиг. 277. На массивной стойке A , устанавливаемой в подходящем месте станка, по-коится траверза k , несущая направляющую N с двумя миниметрами m

и рычажными тастерами t . В процессе измерения оба тастера прижимаются к одноименным профилям и отсчет производится по обоим индикаторам сразу, причем разность их противоположных отклонений определяет искомую ошибку. Такая система принята в силу невозможности повернуть между измерениями стол с изделием абсолютно точно на заданный угол, без специального упора. С другой стороны, для остановки стола, особенно с большими изделием, упор должен был бы быть исключительно массивным и надежно закрепленным, чтобы его прогиб не искажал показаний. По окончании каждого отдельного измерения направляющая с миниметрами откидывается вокруг оси траверсы, так что тастеры выходят из впадин. В этом положении производится поворот колеса на следующий шаг, причем грузы O удерживают измерительную систему от обратного перекидывания вокруг траверсы и поломки тастеров.



Фиг. 276.

ностью осевого установочного перемещения под воздействием винтов 5. Рукоять 7 служит для откидывания (подъема) блока 3 с целью вывода из зацепления передаточных к микротасту рычагов 9. Упорные винты 10 на колонках 6 служат для установки зуба в измерительное положение, в том случае если измерение производится не на зуборезном станке, а на специальной станине.

Легко понять, что наличие точной регулировки относительного положения микротастов и измеряемого зуба является весьма серьезным преимуществом, которое, с одной стороны, повышает точность измере-

ния шага и толщины зуба больших зубчатых колес принципиально схож с предыдущим, но значительно более продуман по конструкции. Он состоит из покоящейся на направляющих станины каретки, несущей колонку 1, и кронштейна 2 с микротастами 4 (фиг. 278).

Кронштейн 2 может закрепляться посредством винта 8 на колонке 1 на нужной высоте и под заданным углом β поворачивать вокруг собственной горизонтальной оси. На кронштейне монтирован откидной блок 3, в котором закреплены микротасты с возмож-

ний, а с другой — дает удобную возможность приводить один микро-таст к нулю, снимая отсчеты только с другого. Применимость к косозубым колесам также существенна.

Аналогичный прибор для конических колес Крупп снабжает третьим вспомогательным микро-тастом, опирающимся на конус выступов для проверки отсутствия смещений в процессе измерения.

§ 3. Об «ошибках угла зацепления» и связанных с этим понятием погрешностях

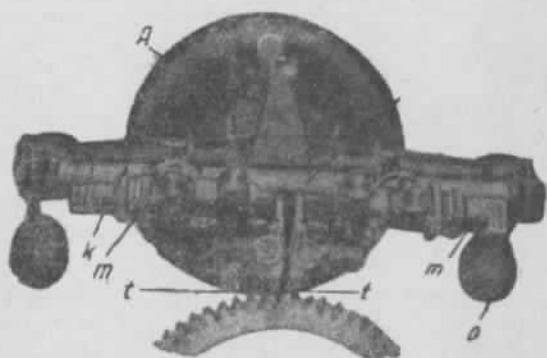
Заканчивая рассмотрение общих вопросов проверки шага, необходимо остановиться еще на одном понятии, непосредственно связанном с этим комплексом вопросов.

В литературе по проверке зубчатых колес нередко без всяких объяснений применяется термин «ошибка угла зацепления» даже тогда, когда речь заведомо идет об изделии-шестерне, притом — нарезанном любым инструментом. К применению этого термина следует относиться с большой осторожностью: во-первых мы знаем (гл. 1, § 3), что никакого заранее заданного угла зацепления зубчатое колесо не имеет; во вторых не существует ни приборов, ни методов для непосредственной проверки этого угла.

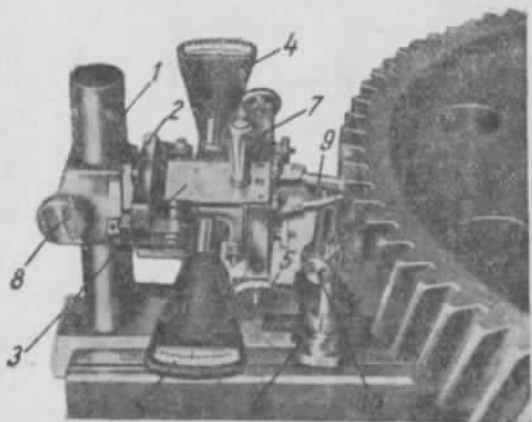
Рассмотрим, что же здесь надлежит разуметь и как этим термином пользоваться.

Под углом зацепления можно понимать угол давления как на начальной, так и на делительной окружности. Но начальная окружность определяется только в монтаже; следовательно, для условного «угла зацепления» единичной шестерни остается лишь угол давления на радиусе делительной окружности. Так как

$$\cos \alpha_0 = \frac{r_0}{r_d},$$



Фиг. 277.



Фиг. 278.

Как и ранее, в гл. IV и VI, будем исходить из заданности величин, входящих в правую часть последнего равенства, а следовательно, из неизменности r_0 . Иной подход, не давая никаких преимуществ, лишил бы нас того единственного параметра, который является исходной константой. Итак, если $r_0 = \text{const}$, то $\Delta\alpha$ может быть лишь функцией Δr_0 . Но r_0 в обработке получается автоматически:

Следовательно, речь может идти только или об ошибке угла зацепления исходной рейки или реализующего ее инструмента, или об ошибке отношения скоростей $\frac{v_d}{\omega}$.

На фиг. 279 представлены все возможные ошибки взаимоположения двух одноименных прямобоочных профилей (теоретический и фактический размеры обозначены индексами t и ϕ соответственно; выдержанный, т. е. правильный размер подчеркнут). Ошибка угла налицо при любой ошибке t_ϕ или t_0 , за исключением случая c : $\Delta t_0 = \Delta t_\phi \cos \alpha_m$. Случай d , равно как и более частный случай c , есть лишь комбинация случаев a и b , к которым мы и обращаемся.

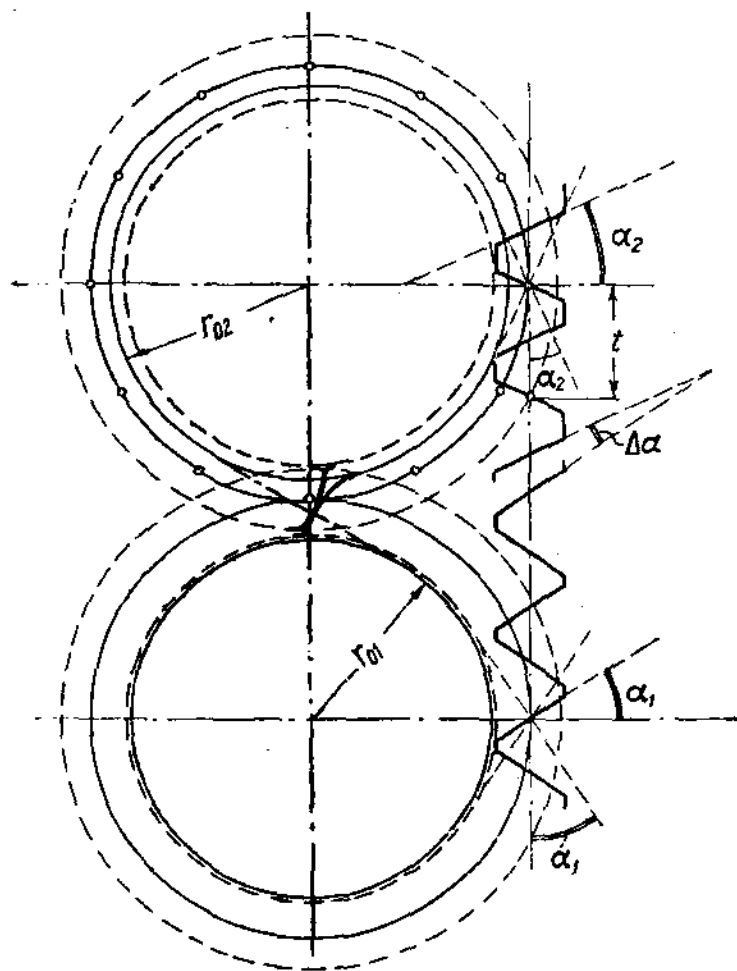
$$t_{\phi\phi} = t_{\partial\phi} \cos \alpha_{\phi} = t_{\partial m} \cos \alpha_{\phi}.$$

$$v_0 = v_d \cos \alpha_d,$$

откуда

$$\frac{t_{оф}}{t_{ом}} = \frac{v_0}{v_d} = \frac{r_{оф}}{r_{дф}} = \frac{r_{оф}}{r_{ом}}; \quad \frac{t_{оф}}{r_{оф}} = \frac{t_{ом}}{r_{ом}},$$

т. е. каждая отдельная такая шестерня будет абсолютно правильной эвольвентной шестерней основной окружности радиусом $r_{оф}$.



Фиг. 280.

Однако при сопряжении подобной шестерни с другой, имеющей $t_{оф} = t_{ом}$ получится картина фиг. 280 (для простоты как в так и i берутся равными 1). В процессе работы сопряженных профилей угловая скорость шестерни с меньшим α окажется слишком малой (r_0 велико!) и компенсация отставания произойдет лишь за счет кромочного сопряжения или той же пары зубьев при $\alpha_{вц} < \alpha_{вн}$, или смежной при $\alpha_{вц} > \alpha_{вн}$. Таким

образом, при равномерном вращении ведущей шестерни, диаграмма вращения ведомой выразится схематически фигурой 281 а или б.

б) $t_{оф} = t_{ом}$; $t_{дф} \neq t_{дм}$; по предыдущему $v_0 = v_d \cos \alpha_f$;

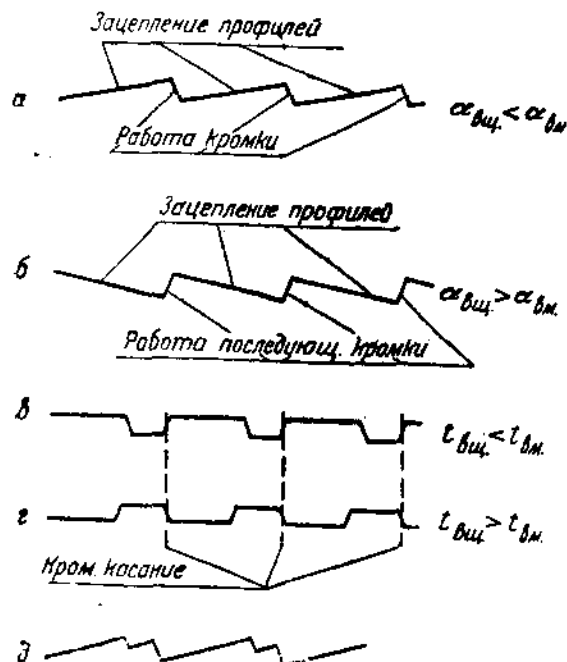
$$r_{оф} = r_{дм} \cos \alpha_f \neq r_{дм} \cos \alpha_m;$$

но, так как $t_{оф}$ правильно, то

$$t_{оф} = t_{дм} \cos \alpha_m = \frac{2\pi r_{дм}}{z} \cos \alpha_m;$$

следовательно, $t_{оф} z \neq 2\pi r_{оф}$, т. е. профиль не может быть правильным, так как основной шаг (по инструменту) не укладывается целое число

раз на действительной, основной окружности.



Фиг. 281.

Нетрудно проследить, что диаграммы сохраняются теми же (фиг. 281 а и б), с той только существенной разницей, что «обратный скачок» будет происходить уже не при переходе зацепления с зуба на зуб, а на самом профиле, там где имело место пересопрежнение инструмента при обработке. Действительно, $\Delta t_0 = 0$ обеспечивает закономерный переход работы на следующие профили; Δt_d инструмента (против $\frac{2\pi r_d}{z}$) дает скачок на профиле (см. выше § 2, гл. V), тогда как само $\Delta \alpha$ (т. е. и Δr_0) вызывает опережение или отставание в остальной части.

Рассмотрим еще случай с, хотя здесь и нет ошибки угла рейки.

Так как угол правилен, передача в пределах одной эвольвенты между пересопрежнениями реза тоже правильна, т. е. вращение ведомой шестерни соответствует здесь заданному, но при переходе на следующую пару зубьев за счет Δt_0 происходит кромочное касание и уступ скорости вращения.

Другой уступ — обратный — имеет место в точке пересопрежнения нарезки (фиг. 281 а и г), что ясно из сопоставления двух предыдущих вариантов. Очевидно, что случай d (по фиг. 279) привел бы к одновременности обоих уступов и к постепенному противоположному изменению скорости в промежутках между ними (фиг. 281, д).

2. Ошибка отношения $\frac{v_d}{\omega_m}$.

Местные ошибки такого рода, как известно (гл. IV и V), дают не что иное как ΔF .

Накопление подобной ошибки на полном цикле невозможно в силу его замкнутости. Остается возможность его местного накопления или, в пределе, — накопления по всей окружности с погашением на последнем обрабатываемом зубе, где неизбежно поглощение всего предыдущего накопления.

Этот случай практически возможен в станках, снимающих непрерывную стружку вдоль зуба, т. е. в зубострогальных и зубодолбежных. Причин может быть две: или неверная настройка всей кинематики станка, что нельзя отнести к ошибкам обработки, или наличие нескомпенсированной накопленной ошибки инструмента или его движения. Такое накопление может иметь место лишь у долбяка при числе зубьев, резко отступающем от кратности с числом зубьев изделия. В станках, обрабатывающих изделие по спирали, т. е. в зубофрезерных, накопление собственно ошибки отпадает (как и в зубострогальных), тогда как неверная настройка приводит лишь к ошибке угла наклона зуба β^1 .

Как видно из сказанного, ошибки отношения $\frac{\omega_0}{\omega_{ш}}$ не представляют никакой специфики в отношении угла зацепления и к ним можно было бы не возвращаться здесь вовсе, если бы не один интересный частный случай.

Этот случай представляет собой комбинацию возможностей 1 и 2, т. е. ошибок и инструмента и обката при пропорциональности между ошибками перемещений и шага исходной рейки. На практике он осуществляется автоматически при ошибке шага червячной фрезы, но при правильном угле зацепления воплощаемой им рейки. Так как в данном случае t и t_0 возрастают пропорционально мнимой скорости перемещения исходного контура, вся шестерня будет нарезана без каких-либо явных дефектов (т. е. при второй аналогичной шестерне передача будет абсолютно правильной), но с новой основной окружности и с новым модулем, вполне ей соответствующим.

Иначе говоря, на теоретической делительной окружности, где модуль имеет заданное значение, угол зацепления отступает от заданного. Здесь, как и в случае 1-а, можно говорить об ошибке угла зацепления изделия как таковом. Однако, так как здесь налицо опять-таки ошибка t_0 , и этот случай нет смысла выделять в специальную категорию, особенно в силу отмеченного отсутствия методов и приборов для измерения $\Delta\alpha$.

Из изложенного нетрудно сделать следующие выводы:

- 1) ошибка угла зацепления инструментальной рейки и «ошибка угла зацепления» изделия однозначно не связаны;
- 2) в изделии надо говорить не об угле зацепления, а об основном шаге, ошибки которого всегда опасны, если парное изделие не имеет тех же ошибок, и об окружном шаге;
- 3) в отношении инструментальной рейки можно базироваться с равным правом как на ошибку α_d , так и на ошибках t или t_0 . Выбор зависит от удобства и достижимой точности измерения.

¹ В силу изложенного следует обращать внимание на правильность β в колесах фрезерованных, а в строганых и долбленых целесообразно маркировать «зону смыкания нарезки» (т. е. место, где заканчивается обработка) с тем, чтобы проверять ее особо тщательно на шаг и толщину зуба.

1. Определение ошибок α , через Δt_∂ и Δt_0 . $\Delta \alpha$, а следовательно, и α_ϕ определяются:

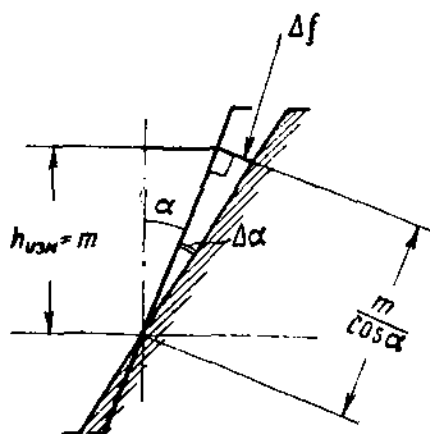
$$\cos \alpha = \frac{t_0}{t_\partial},$$

$$\Delta \cos \alpha = -\sin \alpha \Delta \alpha = \Delta \frac{t_0}{t_\partial} = \frac{t_\partial \Delta t_0 - t_0 \Delta t_\partial}{t_\partial^2},$$

$$\begin{aligned} \Delta \alpha &= \frac{t_0 \Delta t_\partial - t_\partial \Delta t_0}{t_\partial^2 \sin \alpha} = \frac{t_\partial \cos \alpha \Delta t_\partial - t_\partial \Delta t_0}{t_\partial^2 \sin \alpha} = \\ &= \frac{1}{t_\partial} \left(\frac{\Delta t_\partial}{\operatorname{tg} \alpha} - \frac{\Delta t_0}{\sin \alpha} \right). \end{aligned}$$

(Совершенно тот же результат мы получили бы дифференцированием в частных производных — см. гл. II.)

2. Определение $\Delta \alpha$ непосредственно, т. е. через отношение Δf к высоте между измерениями $h_{изм}$.



Фиг. 282.

Если измерить непосредственно Δf на высоте равной, например, m (для простоты берем рейку), то $\Delta \alpha$ определяется (фиг. 282)

$$\operatorname{tg} \Delta \alpha = \frac{\Delta f \cos \alpha}{m},$$

$$\Delta \alpha_{20} \approx 0,9 \frac{\Delta f}{m}.$$

Примеры:

$$m = 5; \alpha = 20^\circ; \Delta t_\partial = 0,02 \quad \begin{cases} \text{a) } \Delta t_0 = +0,01 \\ \text{б) } \Delta t_0 = -0,01 \end{cases}$$

Сопоставим определение $\Delta \alpha$ по обоим способам; воспользуемся первым:

$$\begin{aligned} \text{1а) } \Delta \alpha &= \frac{1}{\pi m} \left(\frac{\Delta t_\partial}{\operatorname{tg} \alpha} - \frac{\Delta t_0}{\sin \alpha} \right) \approx \\ &\approx \frac{1}{15} \left(\frac{0,02}{0,364} - \frac{0,01}{0,342} \right) = \frac{0,055}{15} - \frac{0,029}{15} = 0,0017 = 6'. \end{aligned}$$

$$\text{1б) } \Delta \alpha \approx \frac{1}{15} \left(\frac{0,02}{0,364} + \frac{0,01}{0,342} \right) = 0,0056 = 19,3'.$$

Теперь посмотрим, какие показания соответствовали бы этим ошибкам при пользовании вторым методом:

$$\text{2а) } 0,9 \frac{\Delta f}{m} = \frac{0,9}{5} \Delta f = 0,0017,$$

$$\Delta f = \frac{0,0017 \cdot 5}{0,9} = 0,0094 \approx 0,01.$$

$$\text{2б) } \Delta f = \frac{0,0056 \cdot 5}{0,9} = 0,031 \approx 0,03.$$

Таким образом убеждаемся, вопреки существующему мнению, приписываемому второму методу значительно более высокую чувствительность (причина предпочтения, отдаваемого многими фирмами этому виду проверки), что порядок цифр в обоих случаях примерно одинаков. Повышение чувствительности по второму методу может быть увеличено за счет увеличения базы измерения с m на $1,5 \div 2m$, однако последняя цифра (т. е. полная глубина захода), несмотря на частое применение, должна быть категорически отвергнута ввиду возможности завалки и других неточностей на границах рабочего профиля. Следовательно, максимальное увеличение базы даже при коэффициенте высоты $f \approx 1$ возможно лишь до $1,5 \div 1,6 m$, а при $f = 0,8$ — не выше чем до $1,2 m$. Таким образом взятая нами выше величина базы $h_{изм} = m$ не так далека от предела, являясь в то же время более удобной.

Чтобы дать более наглядное представление о всех только что рассмотренных ошибках инструментальной рейки, приводим табл. 14 (см. вклейку в конце кн.) основных ошибок пересопрягаемого инструмента и их влияния на изделие и равномерность передачи.

Именно непосредственная связь этих ошибок с α , t и t_0 не позволила поместить таблицу ранее, в гл. V, куда она относится по своему содержанию.

§ 4. Непосредственная проверка углового шага γ и другие угловые измерения зубчатых колес

Угловой шаг γ определяется:

$$\gamma = \frac{2\pi}{z} = \frac{360^\circ}{z},$$

причем первое значение определяет угловую величину шага в радианах, что удобнее для ряда тригонометрических подсчетов, второе — в градусах, минутах и секундах, как то получается при пользовании делительными (градированными) дисками и т. п. Значения углового шага для разных z от 12 до 210, а также соотношения между градусным и отвлеченным выражениями для γ находятся по приложению II в конце книги.

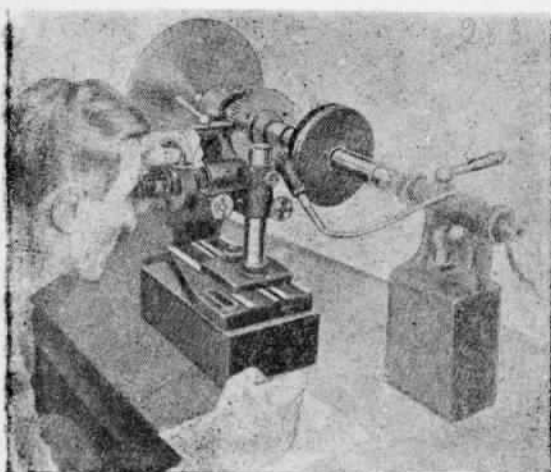
Проверка углового шага применяется во всех случаях, когда затруднительна проверка окружного шага с надлежащей точностью. В цилиндрических колесах к этому методу чаще всего приходится прибегать при отсутствии надежной базы и сравнительно малых числах зубьев z (см. предыдущий параграф), при аномально больших или, наоборот, весьма малых модулях, и в некоторых других специальных случаях. В конических и червячных зубчатых колесах угловые измерения шага являются, наоборот, преобладающими, если речь идет об измерениях наиболее точных.

Угловые измерения такого же типа применяются при проверке кинематики и, в частности, делительных механизмов зуборезных станков.

Поэтому принципы точных угловых измерений надлежит рассмотреть в общем виде, по возможности подробно, особенно в силу их роли в проверке зуборезных станков.

Поверка углов по лимбам

В зависимости от размеров поверяемого объекта, в частности — зубчатого колеса, или объект устанавливают на измерительном приборе,

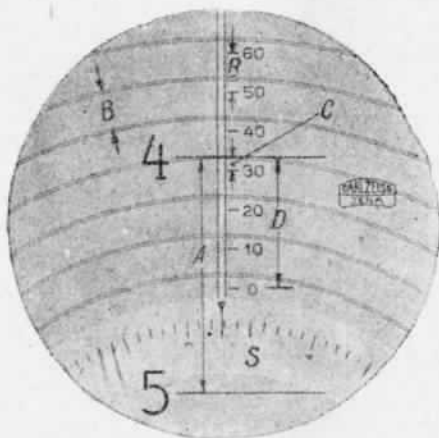


Фиг. 283.

или наоборот, — систему вместе с лимбом поворачивают на исследуемый угол и по лимбу, через оптическую увеличительную систему, снимают отсчет и определяют истинную величину искомого угла и его ошибки. Нагрузатель или иной прижим доводит очередной зуб до упора, точно фиксирующего положение исследуемого зуба. После того как отсчет снят с лимба, через зрительную трубку (сложную лупу или т. п.) упор выводят из зацепления и вновь вводят уже на сле-

дующий зуб, производят следующий отсчет и т. д. Разность двух последовательных отсчетов дает искомый угловой шаг между двумя данными профилями. В специально предназначенном для подобных поверок приборе Цейсса (фиг. 283), для повышения точности отсчета, применена окулярная двойная архимедова спираль, как в универсальном измерительном микроскопе той же фирмы (см. гл. I, § 5).

Поле зрения микроскопа прибора представлено на фиг. 284. На самом лимбе нанесены только целые градусы A , на неподвижной шкале окуляра — десятки минут B ; несовпадение наиболее близких делений обеих шкал, C определяют вращением поворотной пластины окуляра до совпадения витка с ближайшим делением шкалы градусов A .



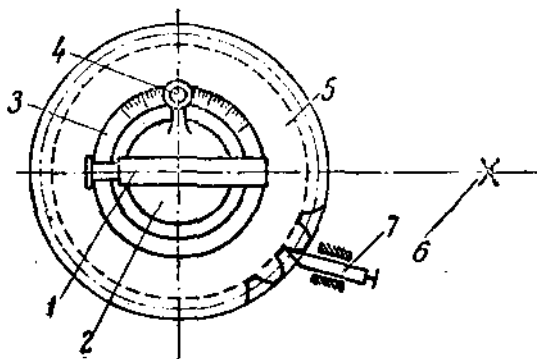
Фиг. 284.

Так, по фигуре имеем: $N = 4^\circ + D = 4^\circ + 30' + C = 4^\circ 33,28'$.

Шкалы хорошо освещаются проходящим светом, и прибор мог бы дать весьма высокую точность, если бы она резко не снижалась, при посадке диска и изделия на общую оправку, влиянием относительного

эксцентриситета (см. далее). Для подобных же угловых отсчетов можно пользоваться оптической делительной головкой Цейсса (гл. I, § 5) и другими приспособлениями, имеющими точные лимбы и визирные приспособления.

Если поверку изделия производят на станке, или же поверяют станок на точность деления, применяют приборы типа упрощенных, но точных теодолитов, которые устанавливают на самом вращаемом (обычно в горизонтальной плоскости) объекте. Схема теодолитного отсчета дана на фиг. 285. Теодолит 1+4 закрепляют центрально на поверяемом изделии 5 и его визирную трубку 1 наводят на некоторую неподвижную марку 6, в то время как само изделие зафиксировано в своем положении (например упором 7). Во вспомогательном окуляре 4 наблюдают показание A лимба 3. Затем изделие (совместно с теодолитом) поворачивают на поверяемый угол (например γ) и фиксируют заново 7. Подвижную головку теодолита 2—1—4 поворачивают в обратном направлении до повторной наводки 1 на 6, тогда как лимб оставляют повернутым вместе с изделием на угол γ из первоначального положения; поэтому новый отсчет B в лупе определяет истинное значение γ по равенству: $\gamma = B - A$.



Фиг. 285.

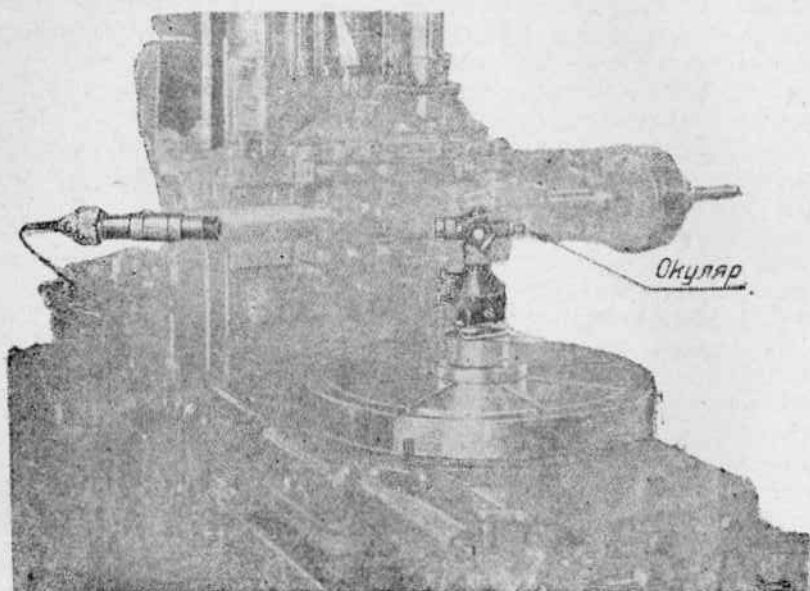
Повторением той же операции ($\gamma_2 = C - B$, $\gamma_3 = D - C$ и т. д.) поверяют последовательно всю окружность, или заданное количество шагов. В последнем случае надлежит провести дополнительно замыкающий отсчет, чтобы убедиться, что возвратившийся к исходному положению прибор дает первичное показание, т. е. не сбит в работе. Весьма компактный и точный прибор этого типа (фиг. 286), применяемый преимущественно для проверки делительного механизма зубофрезерных станков и т. п. точных измерений, выпускается фирмой Цейсс.

В этом приборе в качестве визира применена коллимационная трубка с крестом нитей (фиг. 287), в которой расходящийся от диафрагмы 2 пучок света от источника 1, пройдя крест нитей 3, собирается линзой 4 в параллельный пучок, вследствие чего крест нитей воспринимается окулярной системой теодолита в масштабе, независимом от взаимного расстояния визира и теодолита. Таким приемом весьма заметно повышают точность измерения, так как для точной наводки перекрестие должно иметь стандартную для данного прибора толщину нитей (штрихов).

При всех вообще измерениях, связанных с отсчетами по лимбам, возможны ошибки: шкалы, центровки, отсчета, установки.

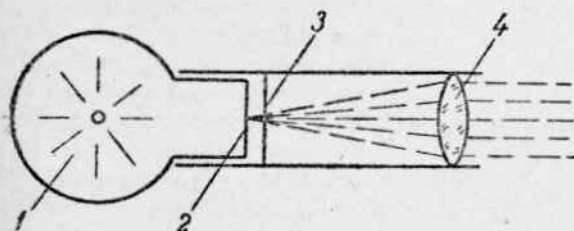
Ошибки шкалы в приборах данного типа относительно невелики, так как здесь применяются лишь высокоточные шкалы с ошибками деления, не превышающими $\pm 1 \div 2''$ и даже $\pm 0,5''$ (подобную точность дают, например, прецизионные делительные машины SIP).

В отношении ошибок центровки имеется весьма существенное различие между приборами с теодолитами и без таковых. Последние (фиг. 283) очень чувствительны по этой линии, что сильно снижает их



Фиг. 286.

точность. Картина влияния эксцентриситета на отсчеты совершенно аналогична, рассмотренной ранее (§ 11, гл. IV), где разбиралось влияние эксцентриситета на отсчеты дугового, т. е. окружного шага. При этом

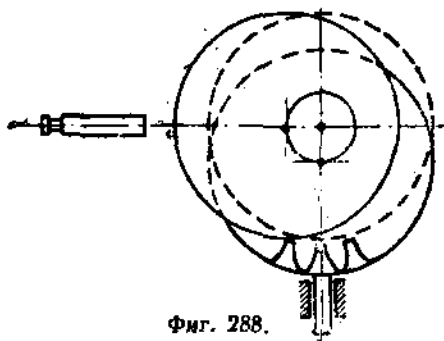


Фиг. 287.

одни и те же рассуждения применимы как к лимбу, так и к изделию с тою лишь разницей, что при одном и том же относительном направлении эксцентриситета в одном случае получается увеличение, в другом — уменьшение отсчета. Отсюда

вытекает и единственное средство борьбы с влиянием дефектов центровки. Как лимб, так и изделие должны иметь поясok или бурт, по которому эксцентриситет надетого на оправку тела мог бы быть определен относительно этой последней. Если посадочные зазоры одинаковы, величина эксцентриситета вероятнее всего окажется также одинаковой. Обычным способом через радиальное биение определяется угол между обоими эксцентриситетами; именно под этим углом надлежит установить трубку и упор, как схематически показано на фиг. 288. Тот же принцип может быть осуществлен и обратным поряд-

ком: зная угол между зрительной трубкой и упором, насаживают изделие и лимб так, чтобы оба эксцентриситета могли расположиться взаимно только под тем же углом (например соответственным смещением стопорных винтов, если таковые применяются и т. п.). Если по величине эксцентриситеты не равны, или один из них (обычно — лимб) вообще отсутствует, влияние посадочного эксцентриситета должно в точных измерениях вычисляться по данным в § 11 гл. IV формулам и сопоставляться с данными непосредственного его измерения. Цейсс гарантирует на своем приборе (фиг. 283) точность лишь порядка 20" при весьма тщательных измерениях, вследствие того, что эксцентриситет всего лишь



Фиг. 288.

в 3—4 μ приводит уже к ошибке порядка 10". Вычисление влияния эксцентриситета может заметно повысить даваемую фирмой точность.

Несколько иначе обстоит дело с приборами теодолитного типа. Основным преимуществом здесь является длина базы, т. е. большое расстояние от центра вращения до визира. Если бы последний был удален в бесконечность, эксцентриситет вообще не мог бы оказать влияния на измерение, так как при предварительном повороте всей системы он не участвовал бы в измерении, а в последующем обратном пово-



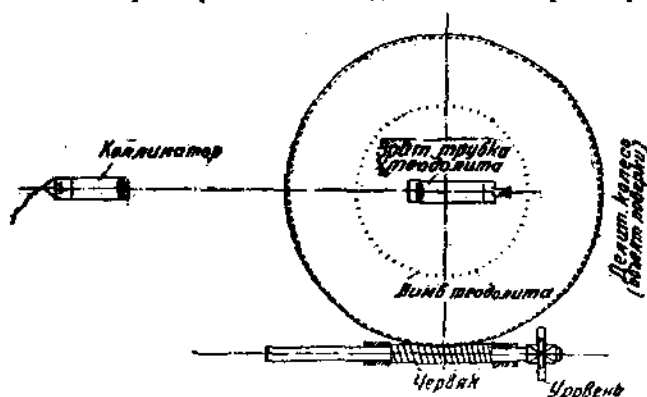
Фиг. 289.

роте головки возвращался бы в положение, параллельное исходному (фиг. 289). При конечном L максимальная накопленная ошибка возвратного поворота будет, очевидно, $\delta = \frac{e}{L}$, где e — эксцентриситет; L — база (фиг. 289). При базе в 1 м и $e = \pm 0,005$ (биение в 0,01), получаем накопленную ошибку всего лишь $\delta = \pm 0,000005 \approx \pm 1''$.

Точность шкал и первоклассная оптика приборов гарантируют точность измерения в $\pm 1,5$ —2".

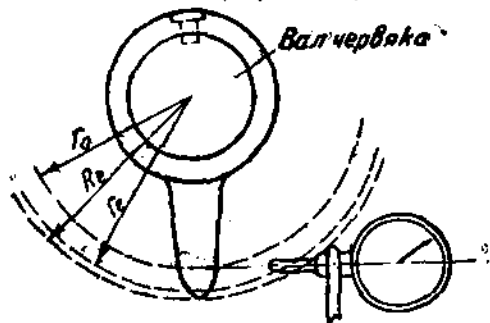
Что касается ошибок отсчета, то, как и для всех приборов с окулярами, она зависит от качества оптики, с одной стороны, и от субъективных ошибок наблюдения — с другой. Борьба с этими ошибками ведется лишь повторными отсчетами и последующей обработкой материалов по изложенному в § 11, гл. I.

Наконец, самыми неприятными, особенно при измерении больших объектов, могут оказаться ошибки установки. В то время как при малых изделиях их поворот на искомую величину легко фиксируется упорами, при больших размере и весе всегда возможен прогиб упора, даже

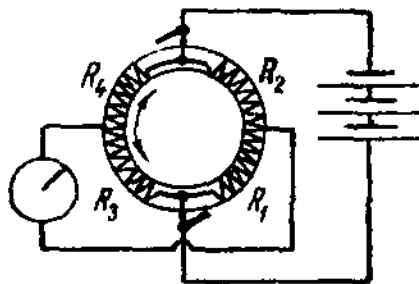


Фиг. 290.

при полном отсутствии люфтов. Борьбу с этими ошибками ведут посредством создания или достаточно массивных упоров, или в крайнем случае, наоборот, применением чувствительных упоров со стрелочными указателями нулевого положения. Последний путь хоть и обеспечивает более точные результаты, но весьма кропотлив. Еще сложнее обстоит



Фиг. 291.



Фиг. 292.

дело, когда возможность применения упоров исключена или ограничена. Так, например, обстоит дело при проверке делительных механизмов зуборезных станков. Сейчас применяют в этом случае к своему теодолитному устройству вспомогательный уровень (фиг. 290), который указывает после каждого полного оборота червяка (или фрезерной оправки, если поверяется кинематическая цепь станка в целом) возврат такового в точно исходное положение. Соответственный поворот поверяемого червячного колеса на 1 зуб, т. е. на угол γ , только и может быть объектом теодолитной или иной точной проверки. Под установку уровня на валу монтируют специальную площадку (для простоты уровень иногда закрепляют на валу и вращают

вместе с последним). Кроме уровней применимы и иные схемы для указания возврата вала в заданное положение, например схема с индикатором или электрическая. В первой из этих схем (фиг. 291) форма кулачка, воздействующего на индикатор непосредственно или через рычажную передачу, должна быть выдержана так, чтобы в зоне искомой отметки между кулачком и тастером было закономерное касание и чтобы в дальнейшем тастер и индикатор свободно пропускали кулачок при его вращении. Наиболее подходящим для этой цели является закругленный при вершине эвольвентный кулачок с индикатором, расположенным осью по линии зацепления (фиг. 291). Здесь закономерное касание обеспечивается в поясе между r_0 и r_e (эвольвента заканчивается в r_0), а достаточно плавный выход — зоной закругления между r_e и R_e . Электрические схемы, обладающие необходимой точностью, получаются, как правило, слишком сложными; наилучшим решением вопроса по этой линии можно считать введение электроизмерительного прибора в мостик между двумя переменными сопротивлениями, включенными в цепь параллельно и меняющимся соотношением парциальных сопротивлений R_1, R_2, R_3 и R_4 в зависимости от поворота вала (фиг. 292). При $R_1 : R_2 = R_3 : R_4$ нулевые показания прибора отмечают заданное положение (принцип мостика Уитстона).

Определение поворота вала (червяка или фрезы) требует значительно меньшей точности, чем определение поворота колеса (или стола). Для получения равных слагаемых ошибки здесь можно было бы допустить точность в i раз меньшую; однако, учитывая трудность получения тех высоких точностей, которые требуются при определении поворота стола, целесообразно повышать точность поворота вала, чтобы его ошибка практически не давала искажений отсчета.

Можно считать целесообразным, чтобы примерно:

$$\begin{aligned} \text{при } i = 18 \div 25 \quad \frac{\Delta\varphi}{i\Delta\Phi} &\leq 0,25 \\ \text{„ } i = 25 \div 50 \quad i\Delta\Phi &\leq 0,2 \\ \text{„ } i = 50 \text{ и более } i\Delta\Phi &\leq 0,1, \end{aligned}$$

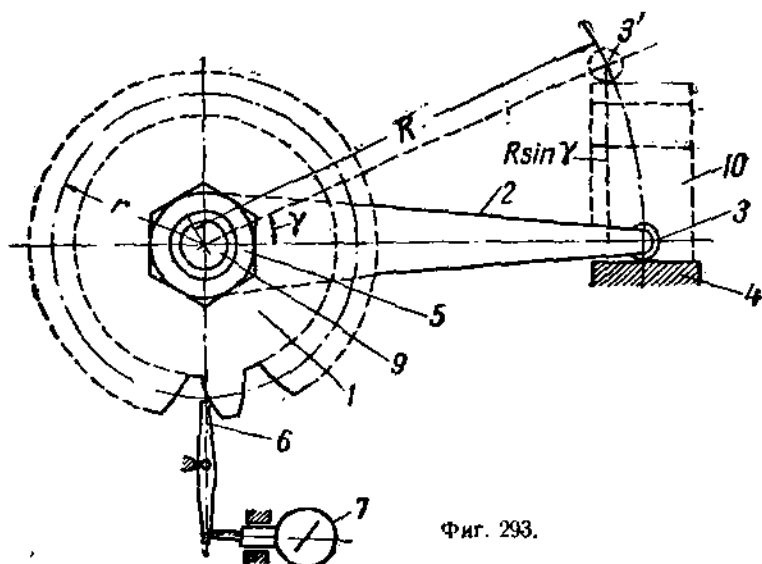
где $\Delta\varphi$ — ошибка угла поворота «вала», $\Delta\Phi$ ошибка поворота «стола».

Сравнивая дуговые (точнее хордальные) измерения по § 2 и измерения с помощью лимбов, легко видеть, что единичные измерения по первому способу не только значительно проще, но в общем случае и точнее. Например, линейное измерение шага колеса $m = 4$, $z = 180$ с точностью 3μ достаточно просто, тогда как в угловых измерениях это соответствует трудно достижимой точности $\frac{0,003}{r} = \frac{0,003}{360} \approx 2'$. Однако, измерение по лимбам имеет одно кардинальное преимущество — отсутствие накопления ошибок последовательных измерений. Это обстоятельство ясно из того, что там результат каждого предыдущего измерения являлся базой для последующего, тогда как здесь, т. е. при отсчете по лимбу, точка нуля сохраняется единой для всех измерений, поскольку все они ведутся по последовательным участкам единой шкалы. Из этого вытекает, что непосредственные угловые измерения по лимбам особенно ценны не только в тех случаях, когда прочие измерения почему-либо отпадают или становятся недостаточно точными (например при малом z из-за влияния базы см. § 1), но и вообще всегда в качестве контрольных измерений, по которым можно проверить отсут-

ствии накопления ошибок единичных измерений. Практика показывает, что при сплошном обмере шага зубчатых колес с большим z подобное накопление ошибок легко может оказаться настолько большим, что существенно исказит результаты обмера.

§ 5. Поверка углового шага тригонометрическим путем

Поверка по методу синусной линейки производится следующим порядком. Исследуемое колесо 1 жестко соединяется с рычагом 2 точно известной длины R , снабженным на конце роликом 3, так, чтобы эта система могла свободно вращаться на оправке 9 (фиг. 293). Вся установка размещается обычно в горизонтальной плоскости, т. е.



Фиг. 293.

имеет вертикальную оправку. Ролик 3 вводится в соприкосновение с шлифованным упором 4 последовательно: то непосредственно, то через промежуточный набор плиток 10, равный $R \sin \gamma$, если поверяется единичный шаг или $R \sin \varphi$ в общем случае поверки некоторого угла φ (например $\varphi = n\gamma$). Угловая ошибка между заданными профилями на произвольном радиусе r отмечается непосредственно по разности показаний индикатора 7. С этой целью его тастер 6 вводят до заданного r , в подходящую впадину до и после поворота, т. е. сначала — при отсутствии, а затем — при наличии плиток 10 (или наоборот). Способ — при достаточных R — точный, однако мало применяемый в измерениях шага из-за кропотливости (вывод и ввод индикатора с тастером при каждом измерении, разъединение и соединение шестерни и рычага — гайкой 5 — после каждой пары измерений). В других измерениях, где таких переоснащений не требуется (см. далее § 11 — поверка угла наклона зуба), этот способ применяется чаще.

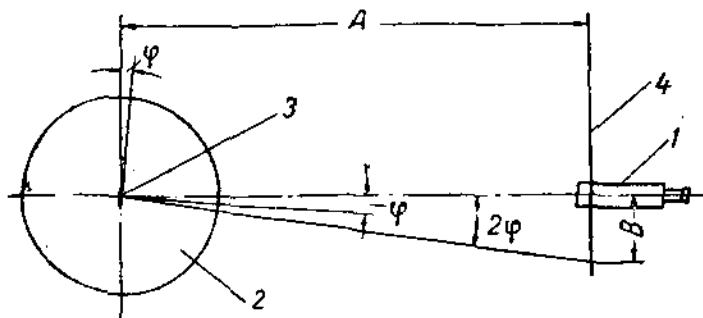
Оптический рычаг дает самые точные результаты, достижимые в угловых поверках. Принципы оптического рычага даны в гл. I § 6.

Там же были отмечены некоторые его применения, главным образом в измерениях малых углов, где законно допущение $\varphi \approx \operatorname{tg} \varphi$. Поверка шага исключает обычно такое допущение и расчет ведется чаще по точным тригонометрическим таблицам. Применение способа в данных условиях ясно из фиг. 294. В неподвижную зрительную трубку 1, через зеркальце 3, укрепленное на изделии 2, наблюдают отраженные показания обращенной к зеркальцу шкалы 4, для чего сама трубка имеет визирный волосок, риску или т. п. При повороте изделия с зеркальцем на угол φ , определяемый соответственно вводимыми упорами (как выше), луч падения и луч отражения составляют между собой угол 2φ , так что с визирным волоском будет оптически совпадать деление шкалы, отстоящее от осевого на

$$B = A \operatorname{tg} 2\varphi,$$

откуда

$$\varphi = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{B}{A}. \quad (1)$$



Фиг. 294.

Так как расстояние A может быть взято произвольно большим, например при хорошем освещении шкалы 10 м, поворот зеркальца всего лишь в $1''$ дает вполне уловимое линейное показание по шкале:

$$B = 10000 \cdot 0,0000097 \approx 0,1 \text{ мм.}$$

Если одно из двух последовательных наблюдений не совпадает с нулевым (осевым) делением шкалы, то, обозначая углы между перпендикуляром к зеркальцу и осью до и после поворота через φ' и φ'' , имеем:

1-е наблюдение:

$$B' = A \operatorname{tg} 2\varphi';$$

2-е наблюдение:

$$B'' = A \operatorname{tg} 2\varphi''$$

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{\operatorname{tg} \varphi' \pm \operatorname{tg} \varphi''}{1 \mp \operatorname{tg} \varphi' \operatorname{tg} \varphi''} = \frac{A(B' \pm B'')}{A^2 \mp B'B''}. \quad (2)$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{A(B' \pm B'')}{A^2 \mp B'B''},$$

Верхний знак соответствует расположению обоих отсчетов по разные стороны нулевой точки, нижний — по одну и ту же.

Порядок проведения самого измерения таков:

а) зеркальце устанавливают приблизительно перпендикулярно оси трубки; записывают отсчет B_1 , наблюдаемый в трубку;

б) стол вместе с зеркальцем поворачивают на искомый угол; записывают новый отсчет B_2 ; результаты сопоставления обрабатывают по предыдущему;

в) зеркальце возвращают (без стола) примерно в исходное положение, после чего снимают исходный отсчет для нового измерения и т. д.

Исследуем ошибки рассматриваемого метода.

Возвращаясь к формуле (1) единичного отсчета, имеем по дифференцированию:

$$\begin{aligned}\Delta\varphi &= \frac{1}{2} \Delta \arctg \frac{B}{A} \approx \frac{1}{2} \Delta \frac{B}{A} = \frac{1}{2A} \Delta B - \frac{B}{2A^2} \Delta A = \\ &= \frac{1}{2A} \left(\Delta B - \frac{B}{A} \Delta A \right).\end{aligned}$$

Поскольку $\frac{B}{A}$ может, в зависимости от соотношения направления ошибок, иметь как положительный, так и отрицательный знак, мы обязаны в качестве самого невыгодного случая брать

$$\Delta\varphi = \pm \frac{1}{2A} \left(|\Delta B| + \left| \frac{B}{A} \Delta A \right| \right).$$

Для $A = 1, 2, 5, 10$ м при ошибке базы в $\pm 0,5$ мм (большую точность выдержать иногда бывает трудно) и при ошибке отсчета по шкале $\pm 0,02$ мм имеем для проверки шага при $z = 469$:

$$\Delta A = \pm 0,5; \Delta B = \pm 0,02; \varphi \approx B : A = 2\pi : z = 2\pi : 469 = 0,0134,$$

$$\Delta_1\varphi = \frac{1}{2000} (0,02 + 0,0134 \cdot 0,5) = 0,000013 \approx \pm 2,7'',$$

$$\Delta_2\varphi = \frac{1}{4000} \cdot 0,0267 \approx \pm 1,35'',$$

$$\Delta_3\varphi = \frac{1}{10000} \cdot 0,0267 \approx \pm 0,54'',$$

$$\Delta_4\varphi = \frac{1}{20000} \cdot 0,0267 \approx \pm 0,27''.$$

Таким образом убеждаемся:

что точность измерения может быть действительно доведена до исключительной высоты;

что основная возможная ошибка заключается в отсчете по шкале, а не в ошибке расстояния, что поэтому надлежит именно обратить особое внимание на отсчеты по шкале.

Отметим, что в ошибку расстояния входит два слагаемых: постоянная слагаемая от неверной установки; переменная слагаемая от изменения A в процессе измерения. Исследуем возможности возникновения обеих и методы борьбы с каждой из них.

Постоянная ошибка

Как известно, постоянная ошибка в угловых измерениях не играет роли, если производить замыкание по окружности и если это замыкание возможно с полной точностью. Однако в последней не может быть абсолютной уверенности, поскольку в процессе измерения не исключена возможность сдвигов за счет вибраций, температурных деформаций и т. п.

Получается как бы задача с двумя неизвестными: или угловые измерения по всей окружности правильны, но числовое «незамыкание» получается за счет ошибки базы, или имеет место действительное незамыкание измерения. Отсюда вывод.

Несущественна ошибка расстояния A , против назначенного, но существенно правильное, точное определение фактического расстояния A_{ϕ} , чтобы не могло быть сомнения в результатах. Если ΔA нельзя определить с потребной точностью, выходом является одновременное производство измерений рассматриваемым методом и методом теодолитных отсчетов, которые принципиально исключают накопление угловых ошибок. Однако подобный прием, даже если теодолитные измерения стоят в программе, из-за сложности является нежелательным. Поэтому следует стремиться к тому, чтобы ту точность, которая предписана выше для измерения A ($\pm 0,5$ мм), во всяком случае выдержать, а по возможности даже повысить ее.

Переменная ошибка

Переменная ошибка δA состоит из двух возможных частей:

1) уже отмеченные ошибки за счет сдвигов от вибраций, температурных деформаций и т. п., отличные от рассмотренных выше лишь тем, что могут взаимно компенсироваться после некоторого ряда измерений; практически все такие измерения нетрудно выдержать в пределах 0,1 мм на каждый промер; эта часть особых опасений вызывать не может;

2) ошибка за счет неправильной центровки зеркала; если отражающая плоскость не проходит через центр вращения стола, имеем по фиг. 295, а.

$$\delta A = \Delta r \left(\frac{1}{\cos \varphi} - 1 \right) = \frac{\Delta r}{\cos \varphi} (1 - \cos \varphi).$$

На каждый миллиметр ошибки центровки зеркала имеем:

$$\delta A = \frac{1 - \cos \varphi}{\cos \varphi} = 0,000086 \approx 0,0001 \text{ мм} = 0,1 \text{ мк}.$$

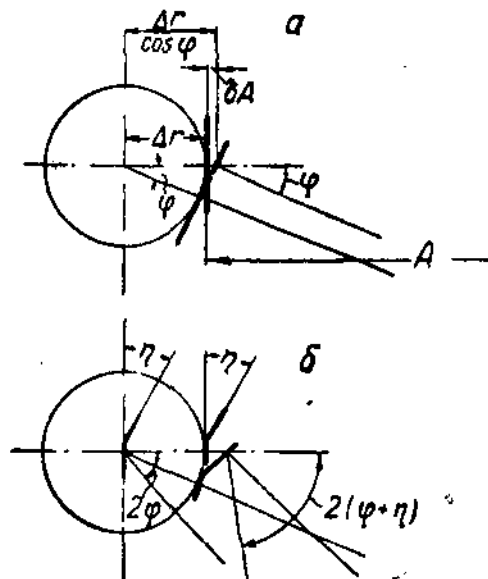
Отсюда ясно, что ошибки этой категории, обычно наиболее страшные в угловых измерениях, здесь практически отпадают, поэтому по наличным условиям, иногда даже в точных измерениях, зеркала ставят нецентрально (со сдвигом до 100 мм, если, например, центральному расположению мешает оправка).

Итак, по ошибке расстояния можно резюмировать: наиболее существенно определить с предельной, возможной при наличных условиях, точностью истинное расстояние A (допустимая ошибка порядка

0,5 мм), не заботясь особенно ни о точности самого заданного расстояния, ни о центральности расположения зеркальца, если для последнего нет особых причин (см. далее).

Перейдем к более существенным ошибкам отсчета по шкале. Они складываются из:

1. Аналогичных рассмотренным ошибкам возможных смещений и деформаций. Так как возможность смещения стола практически исключена, остается заботиться об отсутствии сдвига зрительной трубки, что делается обычными способами: тщательным креплением с периодической проверкой, соблюдением температурных режимов и т. п. Если трубку крепят на кронштейне (например, на стене), целесообразно у основания кронштейна сделать вертикальную шлифованную площадку, которая могла бы служить базой для проверки положения трубки штитмассом или т. п.



Фиг. 295.

К этой же категории ошибок следует отнести еще более неприятное угловое смещение (перекос) трубки, которое очевидно полностью вошло бы в ошибку измерения. Борьбу с этим явлением нужно вести следующим образом: позади оправки стола (считая от зрительной трубки) устанавливают коллиматор, по кресту нитей которого от времени до времени и проверяют сохранение направления трубки; то, что для такой проверки зеркальце придется снимать и ставить вновь, большой трудности не представляет.

2. Ошибок отсчета как такового. Здесь, с одной стороны, требуется качественная оптика,

впрочем отнюдь не экстраординарная, и, с другой стороны, четкие деления на шкале, достаточно ясные и тонкие, позволяющие производить отсчет с потребной точностью.

К качеству оптики относятся, кроме не требующих пояснений аберрационных свойств самих линз,¹ еще плоскостность зеркала и надлежащее качество визирной сетки. Очевидно, что именно здесь особенно существенна правильная центровка зеркальца, так как в случае его неплоскостности — чем ближе к центру вращения отражающая плоскость, тем меньше смещение точки отражения по этой плоскости. Следовательно, тем меньше влияние ошибок плоскостности зеркальной поверхности, что совершенно ясно из фиг. 295, где видно смещение точки и луча отражения при нецентральной позиции зеркальца в случае

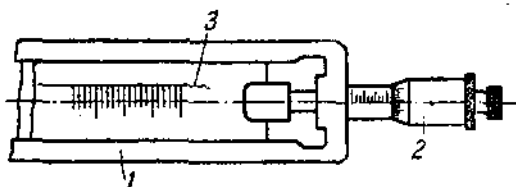
¹ Во избежание ухудшения оптики за счет избытка линз предпочтительно воздержаться от оборачивающей системы, что требует только расположения шкалы „вверх ногами“.

плоского зеркала (а) и излома на нем (б). Наоборот, при полной центральности установки, ошибки плоскостности роли фактически почти не играют (если не считать возможного светорассеяния и отсюда меньшей четкости отражения). Чтобы не усложнять, из-за подобного дефекта, центровки, лучше иметь зеркальце, проверенное на плоскостность интерференционным методом, что может быть сделано любым метрологическим органом и даже в хорошей заводской лаборатории.

В визирной сетке лучше вместо одного волоска иметь два возможно тонких, расположенных так близко друг от друга, чтобы при взятии в раствор между ними искомого деления, между всеми тремя штрихами оставались лишь самые минимальные просветы. Такой метод обеспечивает максимальную точность отсчета.

С другой стороны, возможность точного отсчета должна быть обеспечена самой шкалой. Шкалы с мелкими делениями для этого совершенно непригодны. Деления должны быть расположены во всяком случае не чаще чем через 1 мм, иначе точность отсчета будет неизбежно снижаться, не говоря о возможности прямых ошибок. Наилучшими шкалами являются шкалы молочного стекла с тонкими четкими делениями 1—2 мм, освещаемые сильным, но ровным, спокойным светом.

Для того чтобы при подобной шкале получить отсчеты наивысшей точности, во много раз превышающей цену деления, можно рекомендовать применение микрометрической установки шкалы по фиг. 296. Здесь с трубкой неподвижно соединена не сама шкала, но ее направляющие 1, в которых закреплен микрометр 2, подающий шкалу 3 в означенных направляющих 1. Для упрощения отсчетов нулевое положение шкалы должно фиксироваться точным односторонним упором. При соблюдении всех указанных выше предосторожностей, постоянстве температуры и при выверенном микрометре, возможное достижение точности $\pm 0,25'' \div \pm 0,3''$ даже при $A = 5$ м, не представляется преувеличением.



Фиг. 296.

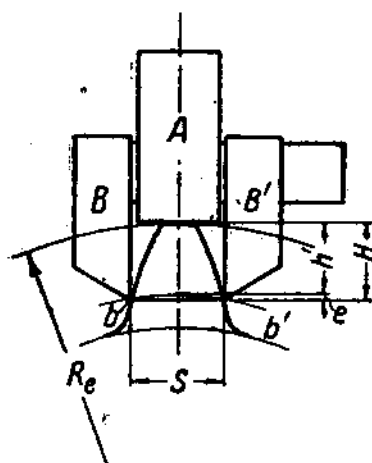
Сопоставляя теодолитный и зеркальный методы, можно отметить:

1. Зеркальный метод, т. е. метод оптического рычага, по единичным измерениям может быть доведен почти до произвольной точности, во всяком случае в несколько раз превышающей точность теодолитного метода. Однако, по накоплению ошибок по целому циклу измерений, он, как и всякий метод с последовательными единичными отсчетами, каждый раз от новой базы (см. выше), сильно уступает теодолитному. Если принять единичные измерения в первом случае в n раз более точными, то на $N = n^2$ последовательных промерах можно ожидать уже одинаковой ошибки, а при $N > n^2$ вероятная результирующая точность окажется на стороне теодолитного метода.

По простоте оборудования зеркальный метод проще и может быть осуществлен почти всегда без специальной прецизионной аппаратуры; наоборот, сами измерения здесь значительно сложнее.

§ 6. Измерение толщины зубьев. Кромочный зубомер¹

Измерение производится так называемыми зубомерами по хорде, расположенной на заданной высоте от окружности выступов, которая берется в этих приборах за базу измерения (фиг. 297). Нормально измерение производится по хорде делительной окружности, однако, как будет показано далее, более удобно и надежно измерение по постоянной хорде. В исключительных случаях, при наличии весьма больших сдвигов (корректированное зацепление), окружность постоянных хорд и даже делительная могут уйти из пределов рабочей зоны зубьев, выйдя



за окружность выступов при отрицательных сдвигах или войдя в корневую зону или тело колеса при положительных сдвигах. В этом случае принято измерение переносить на начальную окружность. В прямозубых колесах особых затруднений от этого не возникает, в косозубых же приводит к сложным пересчетам, которые необходимо иметь в виду (см. далее). Впрочем, практически это случай исключительно редкий.

Для настройки зубомера на теоретический размер H по высоте посредством установки вертикального упора A (фиг. 297) и для раздвигания его мерительных щечек BB' на хордальную толщину S по выбранной, допустим — делительной, окружности, служат нижеследующие формулы.

По делительной окружности дуговая толщина зуба копирует соответственный размер исходной рейки. Поэтому

$$\bar{S}_d = \frac{\pi m}{2} + 2x \operatorname{tg} \alpha_d = \frac{m}{2} (\pi + 4x \operatorname{tg} \alpha_d). \quad (1)$$

Угловая толщина зуба

$$\psi = \frac{\bar{S}_d}{r_d} = \frac{\pi + 4x \operatorname{tg} \alpha_d}{z}.$$

Хорда делительной окружности

$$\bar{S}_d = 2r_d \sin \frac{\psi}{2} = mz \sin \frac{\pi + 4x \operatorname{tg} \alpha_d}{2z}. \quad (2)$$

¹ Начиная с этого параграфа в настоящей главе, параллельно с теоретическими основами действия зубоизмерительных приборов, дается ряд описаний конкретных моделей таких приборов и их конструкций. Однако во избежание загромождения текста автор не стремился охватить все существующее на рынке многообразие их, останавливая внимание читателя лишь на наиболее интересных с той или иной точки зрения. Лич. интересующихся иными существующими типами автор направляет к книге Н. В. Пимкина, „Измерение зубчатых колес“, где добросовестно собраны подробные описания приборов. К сожалению, означенную книгу нельзя рекомендовать с точки зрения теории ввиду загромождения грубейших ошибок.

Так как $\frac{\pi}{z}$ не зависит от рода зацепления и коррекции, для табличного определения хордальной толщины удобнее вид:

$$\bar{S}_d = mz \cdot \sin \left(\frac{\pi}{2z} + \frac{\xi \operatorname{tg} \alpha_d}{z/2} \right).$$

Здесь $\frac{\pi}{2z}$ берется непосредственно из таблицы приложения II, а $\xi \operatorname{tg} \alpha_d$ для $\alpha_d = 20^\circ$ легко подсчитывается с помощью следующего:

$\xi =$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$\xi \operatorname{tg} 20^\circ =$	0,036397	0,072794	0,109191	0,145588	0,181985	0,218382
	0,7	0,8	0,9			
	0,254779	0,291176	0,327573			

Например,

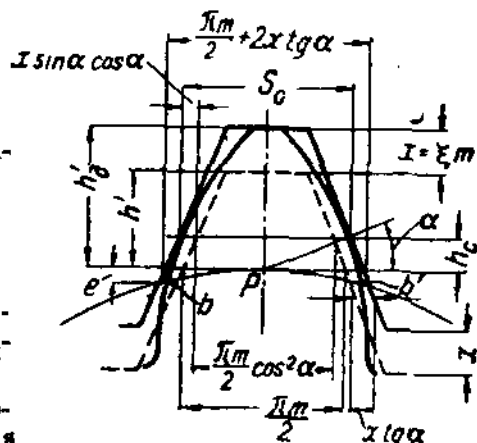
$$\xi = 0,16; \xi \operatorname{tg} \alpha = \frac{0,036397}{0,021838} = 0,058235$$

Для случая нормального зацепления ($\xi = 0$) имеем

$$\bar{S}_{da} = mz \sin \frac{\pi}{2z},$$

где $z \sin \frac{\pi}{2z}$ берется непосредственно из графы II табл. 15 „настрой“ ки зубомера.

Для высотной установки зубомера предварительно определяется стрелка e



Фиг. 298.

$$e_d = 2r_d \sin^2 \frac{\psi}{4} = mz \sin^2 \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2z} + \frac{\xi \operatorname{tg} \alpha_d}{z/2} \right)$$

(пользование теми же таблицами).

При нормальном зацеплении:

$$e_{da} = mz \sin^2 \frac{\pi}{4z}.$$

Установочная высота зубомера определяется по фиг. 298

$$H_d = h_d' + e = h' + x + e \approx f' m + x + e = m \left[f' + \xi + z \sin^2 \frac{1}{4} \left(\frac{\pi}{z} + \xi \frac{4 \operatorname{tg} \alpha_d}{z} \right) \right], \quad (4)$$

где f' есть коэффициент высоты головки, равный коэффициенту высоты зуба в O и ψ_0 зацеплениях, и иногда уменьшаемый в ψ — передачах (гл. I, § 5), ξ — коэффициент коррекции.

Для нормального зацепления:

$$H_{da} = fm + e = m \left(f + z \sin^2 \frac{\pi}{4z} \right) \quad (4')$$

или, при $f = 1$,

$$H_{da} = m \left(1 + z \sin^2 \frac{\pi}{4z} \right), \quad (4'')$$

в каком виде эту формулу и можно, обычно, встретить в прилагаемых к зубомерам таблицам (графа III).

Таблица 15

Настройка зубомера

I	II	III	I	II	III
z	$z \sin \frac{\pi}{2z} =$ $= \frac{1}{m} (S_{da})$	$1 + z \sin^2 \frac{\pi}{4z} =$ $= \frac{1}{m} H_{da}$	z	$z \sin \frac{\pi}{2z} =$ $= \frac{1}{m} (S_{da})$	$1 + z \sin^2 \frac{\pi}{4z} =$ $= \frac{1}{m} H_{da}$
10	1,5643	1,0615	32	1,5701	1,0192
11	1,5654	1,0559	34	1,5702	1,0182
12	1,5663	1,0513	35	1,5702	1,0176
13	1,5669	1,0473	36	1,5703	1,0171
14	1,5674	1,0441	38	1,5703	1,0162
15	1,5679	1,0411	40	1,5704	1,0154
16	1,5682	1,0385	42	1,5704	1,0146
17	1,5685	1,0363	44	1,5704	1,0141
18	1,5688	1,0342	45	1,5704	1,0137
19	1,5690	1,0324	46	1,5705	1,0134
20	1,5692	1,0308	48	1,5706	1,0128
21	1,5693	1,0293	50	1,5707	1,0123
22	1,5694	1,0281	55	1,5707	1,0112
23	1,5695	1,0268	60	1,5708	1,0103
24	1,5696	1,0257	70	1,5708	1,0088
25	1,5697	1,0246	80	1,5708	1,0077
26	1,5697	1,0237	97	1,5708	1,0064
27	1,5698	1,0228	127	1,5708	1,0063
28	1,5699	1,0221	135	1,5708	1,0045
29	1,5700	1,0212	Рейка	1,5708	1,0000
30	1,5700	1,0206			

Учет боковых зазоров при измерении по делительной окружности производится:

в скорректированных зацеплениях — подстановкой величины ξ с учетом не только корректирующего сдвига как такового, но и того дополнительного заглубления инструмента, которое предусматривает обязательное утонение зуба и образование бокового зазора;

в нормальных зацеплениях ($\xi = 0$) — принимается равенство утонений по дуге и хорде, т. е. при расчете пренебрегают углом между хордой и касательной в точках b и b' , что не вводит ощутительных погрешностей, упрощая в то же время расчет; тогда

$$\bar{S}_{da} = mz \sin \frac{\pi}{2z} - \frac{c_d}{2} \quad (5)$$

(если зазор по делительной c_d распределяется на обе сопряженных шестерни равным утонением)

$$H_{da} = m \left(1 + z \sin^2 \frac{\pi}{4z} \right) - \frac{c_d}{4} \sin \frac{\gamma}{4} \approx m \left(1 + z \sin^2 \frac{\pi}{4z} \right).$$

Допустимость последнего приближения ясна из того, что даже при таком грубом азоре, как 0,5 мм, и таком малом z , как 18, т. е.

$$\frac{\gamma}{4} = 5^\circ \quad \frac{c_d}{4} \sin \frac{\gamma}{4} = \frac{0,5}{4} \sin 5^\circ < 1,5 \mu.$$

Настройка зубомера по постоянной хорде обработки ведется по формулам:

$$S_c = \frac{\pi m}{2} \cos^2 \alpha_d + x \sin 2\alpha_d = m \left(\frac{\pi}{2} \cos^2 \alpha_d + \xi \sin 2\alpha_d \right); \quad (6)$$

$$\begin{aligned} H_c &= h_d' - h_c = f' m + \\ &+ \xi m - \left(\frac{\pi m}{8} \sin 2\alpha_d + x \sin^2 \alpha_d \right) = \\ &= m \left(f' - \frac{\pi}{8} \sin 2\alpha_d + \xi \cos^2 \alpha_d \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Эти формулы явствуют непосредственно из фиг. 298 на основе сказанного в § 8, гл. IV о постоянной хорде вообще.

Для 20-градусного зацепления:

$$S_{c20} = m(1,387 + \xi \cdot 0,6428); \quad (6')$$

$$H_{c20} = m(f' - 0,2524 + \xi \cdot 0,883). \quad (7')$$

В частности, для 20°-ного нормального зацепления ($\xi = 0$; $f = 1$):

$$S_{ca20} = 1,387 m; \quad (8)$$

$$H_{ca20} = m(1 - 0,2524) = 0,7476 m. \quad (9)$$

С учетом боковых зазоров формулы для корригированного зацепления сохраняют силу, если попрежнему в коэффициент сдвига ξ вводить и заглубление инструмента на обязательное утонение зуба.

В нормальном зацеплении $\xi = 0$; чтобы не вводить специально члена, учитывающего заглубление, принято исходить, как и при измерении по делительной, непосредственно из зазоров.

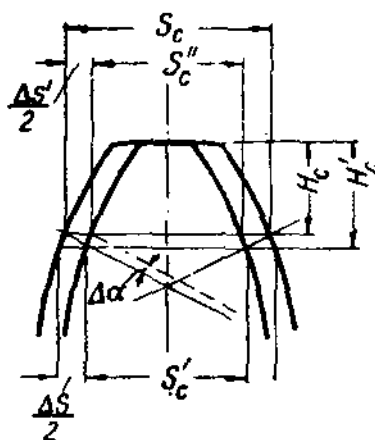
Тогда формулы 6 и 7 переписываются (фиг. 299):

$$S'_{ca20} = \left(m \frac{\pi}{2} - \frac{c_d}{2} \right) \cos^2 20^\circ,$$

$$H'_{ca20} = \left[m \left(1 - \frac{\pi}{8} \right) + \frac{c_d}{8} \right] \sin 40^\circ.$$

Однако значительно проще производить измерение на теоретической высоте

$$H_{ca20} = 0,7476 m, \quad (9)$$



Фиг. 299.

вычитая из теоретической хорды непосредственно полуазор:

$$S_{\text{сз0}} = 1,387 m - \frac{c_{\partial}}{2}. \quad (8')$$

Допускаемая при этом погрешность совершенно неуволнима в измерении, так как

$$\Delta S : \Delta S' = \cos \alpha : \cos (\alpha + \Delta \alpha),$$

где

$$\Delta \alpha < \frac{c_{\partial}}{2mz}.$$

Измерения по постоянной хорде имеют следующие преимущества перед измерениями по делительной.

1. Упрощается настройка, так как при постоянных сдвигах она зависит только от модуля, но не от числа зубьев. В частности для нормального зацепления она сохраняется одной и той же для обоих сопряженных колес, если на них одинаково утонение (для получения бокового зазора).

2. Повышается точность измерения, так как кройки касаются профиля всегда под одним и тем же углом; следовательно, если эталон, по которому от времени до времени должен поверяться зубомер, даст аналогичное касание с мерительными кройками, влияние износа последних может быть полностью исключено (подробнее см. поверка зубомера).

3. Измерение по постоянной хорде, как увидим далее, и принципиально правильное всякого иного.

В отдельных случаях, как отмечено выше, может возникнуть невозможность поверки зуба как по делительной, так и по постоянной хорде. Тогда для поверки зуба зубомером на произвольной высоте надлежит воспользоваться данными в § 3 гл. I формулами зависимости толщины зуба на разной высоте от его толщины на делительной окружности.

Возвращаясь к этим формулам (гл. I, § 4) имеем:

$$\left. \begin{aligned} \psi_x &= \frac{\pi}{z} + 2\theta_0 + \xi \frac{4 \lg \alpha_{\partial}}{z} - 2\theta_x \\ \alpha_x &= \arccos \frac{z}{z + 2f_x} \cos \alpha_{\partial} \\ \alpha_{x20} &= \arccos \frac{0,93969z}{z + 2f_x} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где f_x — радиальное расстояние от окружности измерения до делительной, выраженное в модулях.

Хорда S_x и стрелка e_x определяются соответственно:

$$S_x = 2r_x \sin \frac{\psi_x}{2} = m(z + 2f_x) \sin \left(\frac{\pi}{2z} + \theta_0 + \xi \frac{2 \lg \alpha_{\partial}}{z} - \theta_x \right), \quad (11)$$

$$e_x = m(z + 2f_x) \sin^2 \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2z} + \theta_0 + 2\xi \frac{\lg \alpha_{\partial}}{z} - \theta_x \right). \quad (12)$$

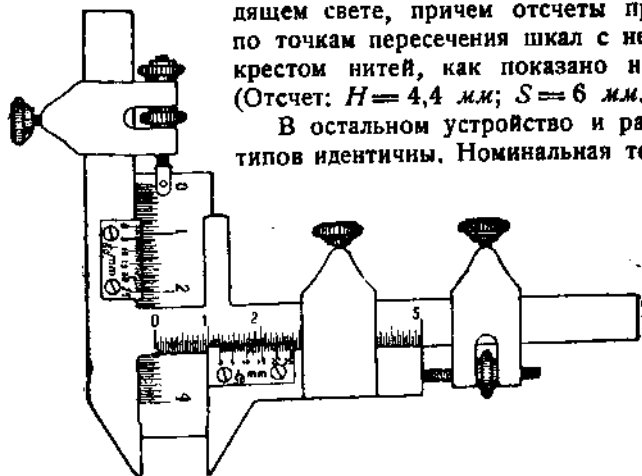
Так как необходимость в подобном измерении может встретиться лишь в корригированном зацеплении, то учет зазоров не представляет никакого труда через сдвиг ξ , как это объяснено выше.

Зубомеры, работающие кромками, существуют в двух основных видах:

1) штанген-зубомер по фиг. 300, выполняемый обычно для модулей: от 1 до 15 и от 5 до 35. Как высотная установка, так и измерение — микрометрическими винтами с отсчетом по нониусам;

2) оптический зубомер Цейсса по фиг. 301 для модуля от 1,5 до 18. Горизонтальный микрометр снабжен регулятором давления *a*, вертикальный — кроме того тормозом *C*.¹ Оба микрометра связаны с соответственными стеклянными шкалами, наблюдаемыми в лупу *b* в проходящем свете, причем отсчеты производятся по точкам пересечения шкал с неподвижным крестом нитей, как показано на фиг. 302. (Отсчет: $H = 4,4$ мм; $S = 6$ мм.)

В остальном устройство и работа обоих типов идентичны. Номинальная точность как



Фиг. 300.

для того, так и для другого обычно принимается 0,02 мм; тем не менее в штанген-зубомере на нее рассчитывать, как правило, не приходится, тогда как с оптическим зубомером, при точной базе и умелом пользовании, можно достичь точности и более высокой. Однако для этого требуется навык, так как все кромочные зубомеры чувствительны к перекосам, возможность которых конструкцией отнюдь не исключается.

Предварительную установку зубомеров надлежит делать по высоте H , а измерение — по хорде S , так как при обратной комбинации легко может пострадать точность в силу расклинивающего действия зуба.

Проверка зубомеров осуществляется по эталону. Лучше всего, если последний имеет вид зуба исходной рейки, для которой на любой высоте имеем (фиг. 303, а):

$$H_x = \frac{S_x - S_0}{2 \operatorname{tg} \alpha} \quad (18)$$

В случае отсутствия специальных эталонов, проверка может производиться по роликам разных диаметров (фиг. 303, б):

¹ Тормоз на горизонтальном микрометре (старая модель) более не применяется, что совершенно правильно.

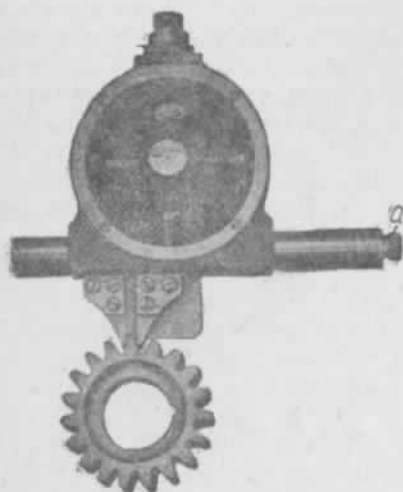
² На этой фигуре мерительные кромки изображены с отрицательным задним углом, как это делает Цейсс для уменьшения износа.

При настройке:

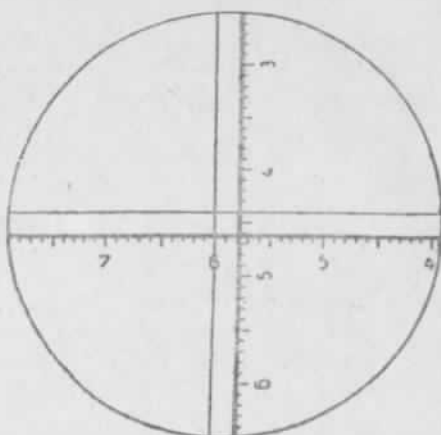
$$H = \frac{d}{2} (1 - \sin \alpha). \quad (19)$$

Зубомер должен показывать

$$S = d \cos \alpha, \quad (19')$$

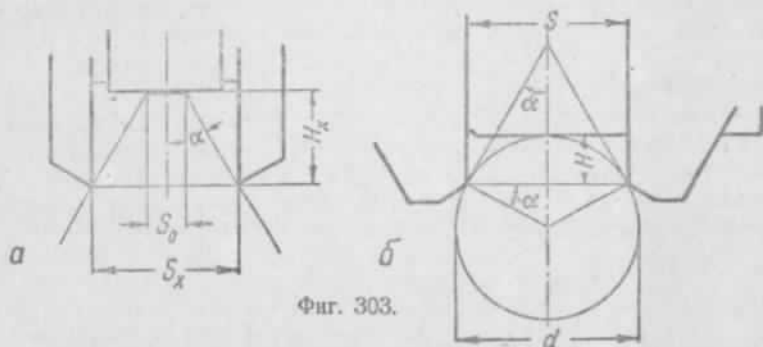


Фиг. 301.



Фиг. 302.

где d — диаметр ролика. Угол α рекомендуется брать одним и тем же во всей серии поверок (т. е. при всех d) и лучше всего: $\alpha = \alpha_0$. В противном случае, неизбежная в большей или меньшей мере затупленность кромок будет сказываться по-разному при переходе от одного повероч-



Фиг. 303.

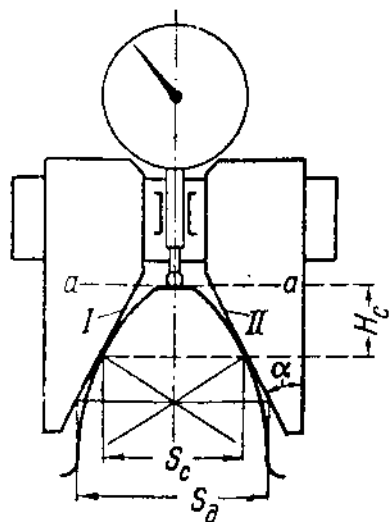
ного измерения к другому или при переходе к рабочим измерениям. Отсюда ясно, почему и рабочие измерения лучше всего вести всегда при одном и том же заданном α между направлением общей касательной и самой кромкой. Именно это и имеет место при измерении по постоянной хорде, образующей с профилем угол $90 - \alpha$, тогда как при измерении по делительной соответственный угол зависит от числа зубьев z .

§ 7. Тангенциальные зубомеры, их устройство, работа и проверка

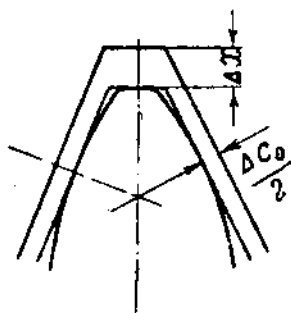
Тангенциальные зубомеры, в отличие от кромочных, определяют непосредственно не толщину зуба, а глубину захода и работают автоматически всегда по постоянной хорде обработки.

Принцип работы тангенциальных зубомеров ясен из схемы фиг. 304. Две плоскости I и II взаимно-наклонных под углом $2-\alpha$ касаются разноименных профилей зуба, воспроизводя совместно с касательной к окружности выступов aa контур исходной рейки. Если таковой не совпадает с заданным, т. е., если не выдержано соотношение S_c и H_c , отклонения

отмечаются индикатором. Сопоставляя этот принцип с принципом корригирования (§ 5, гл. I), а также со сказанным выше относительно постоянной хорды, не трудно видеть, что тангенциальный зубомер отмечает на индика-



Фиг. 304.



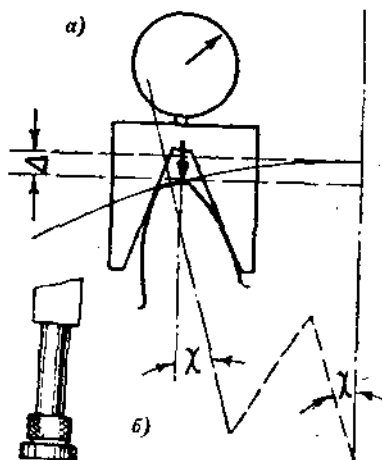
Фиг. 305.

торе не что иное, как разницу между сдвигом инструмента x и изменением R_c . Иначе говоря, при заданном R_c он дает отметку произвольного сдвига, полученного в обработке, т. е. ошибку глубины захода инструмента. Следовательно, в отличие от кромочного зубомера, отчитанная ошибка непосредственно показывает, на какую величину надлежало бы изменить расстояние между обрабатывающим инструментом и изделием, что особенно удобно при измерениях в процессе обработки. Однако и для последующих измерений „толщины зуба“ этот зубомер оказывается более удобным, так как показывает, на сколько уменьшается или увеличивается зазор в передаче по вине данного изделия; достаточно (фиг. 305) помножить удвоенное отклонение, отмечаемое индикатором ΔX , на синус угла зацепления, чтобы получить ошибку рабочего зазора (за счет данного колеса)

$$2 \Delta X \sin \alpha = \Delta C_{\alpha} \quad (20)$$

Мы же видели раньше (гл. IV, § 8 и 9), что в зацеплении существенны не ошибки толщины, как таковой, но ошибки рабочего зазора (игры). Кроме того, в тангенциальном зубомере не трудно вовсе

исключить ошибки от перекоса в плоскости профиля при установке. Для этой цели, в случае шарикового тастера у индикатора, достаточно, при неуверенности в правильной установке, покачиванием определить максимальное показание, которое и будет истинным. Сказанное ясно, из того, что перекос исходного профиля относительно зуба на угол χ эквивалентен их сопряжению при повороте зуба шестерни на угол χ из положения симметрии (фиг. 306, а); с другой стороны, при подобном повороте расстояние между окружностью выступов шестерни и линией впадин рейки возрастает (на величину Δ) независимо от направления поворота. Однако исключения влияния перекоса можно добиться еще проще: достаточно выполнить тастер с плоским по торцу наконечником фиг. 306, б.



Фиг. 306.

Тогда в пределах, пока касание не перейдет на кромку (зуба или тастера), показания зубомера не изменятся, что следует непосредственно из независимости расстояния между центром шестерни и исходной рейкой от перемещения последней.

В связи с таким свойством плоских наконечников, в тангенциальных зубомерах следует рекомендовать только их применение.

Наконец, еще одним преимуществом тангенциальных зубомеров, по сравнению с кромочными, является значительно меньший износ, так как у них не только выгоднее условия касания, но и самое

касание переходит на разные участки мерительных щечек, в зависимости от настройки зубомера. Однако самым существенным достоинством тангенциального зубомера является принципиальная правильность проводимых им измерений (по исходному контуру), так как исключаются приходящие факторы, с зазорами не связанные (кинематика станка и т. п.). Единственно, о чем в большей мере необходимо заботиться при конструировании тангенциальных зубомеров, это — о жесткости мерительных щечек, что здесь легко достижимо. В отношении ошибок базы тангенциальный зубомер, как и всякий другой прибор с базой на окружность выступов, предъявляет свои довольно жесткие требования.

Сопоставляя данные тангенциальных и кромочных зубомеров, нельзя не прийти к заключению о преимуществах тангенциального типа, который и следует рекомендовать предпочтительно перед кромочным.

Тангенциальные зубомеры в СССР намечены к производству. За границей они выпускаются фирмами Farrel, K. Мар (фиг. 307) и др. Индивидуальные зубомеры для данного модуля легко осуществляются в виде соответственных насадок на индикатор — „модульных седел“ (фиг. 308).

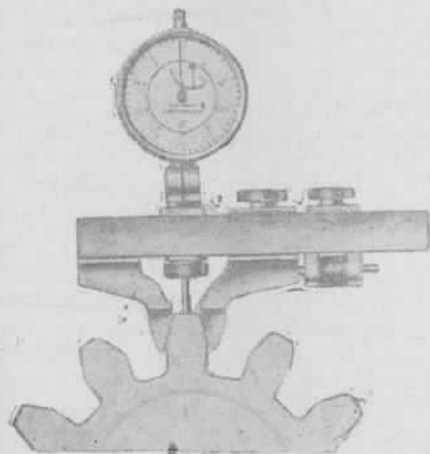
Настройку тангенциальных зубомеров производят по эталонному зубу рейки данного m ; так как измерение ведут по постоянной хорде, z не играет роли. Сама настройка весьма проста, так как требуется лишь заметить показание индикатора, даваемое при данном раздвиге и на за-

данном эталоне. Никакой более точной предварительной установки не требуется как для нормальных, так и для V-колес, если последние имеют нормальную высоту зуба; в противном случае необходимо учесть лишь снижение высоты головки.

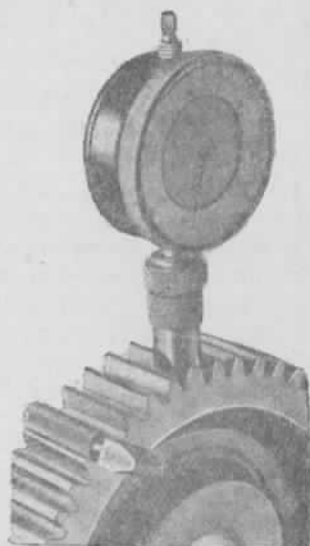
При отсутствии специальных эталонов, тангенциальные зубомеры можно настраивать посредством обычных эталонных плиток и роликов по схеме фиг. 309, *a* или *b*, на шабренной плите *A*, причем диаметр *d* роликов можно брать в довольно широких пределах произвольным. Если

$$\frac{d}{2m} = \frac{f' - \frac{\pi}{8} \sin 2\alpha}{1 - \sin \alpha},$$

где f' — коэффициент высоты головки зуба, то, независимо от высоты плиток *a*, установка оказывается произведенной по данному *m*, и, при переносе прибора на изделие, индикатор непосредственно укажет отклонения глубины захода от теоретической (в том числе и заглубление инструмента на утонение зуба).



Фиг. 307.



Фиг. 308.

Если

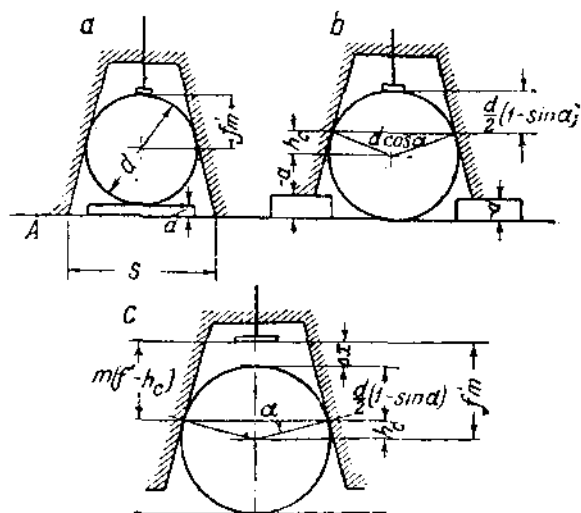
$$d \neq 2m \frac{f' - \frac{\pi}{8} \sin 2\alpha}{1 - \sin \alpha},$$

поправка на показания индикатора (фиг. 309, *c*):

$$\Delta x = H_c - \frac{d}{2} (1 - \sin \alpha) = f'm - \left[h_c + \frac{d}{2} (1 - \sin \alpha) \right],$$

где H_c — высота положения постоянной хорды от окружности выступов; h_c — то же от делительной (определяется по предыдущему); f' — коэффициент головки; для O — и V_0 — зацепления $f' = f$; для V — зацепления $f' \leq f$.

Если поправка ΔX слишком велика для сохранения точности индикатора¹, следует при настройке, не меняя раздвига зубомера: или вложить



Фиг. 309.

плитку размера ΔX между роликом и индикатором, или, при тех же опорах, заменить ролик плиткой размера $d + \Delta X$.

При отсутствии точно подходящих плиток, небольшую разницу можно всегда учитывать по индикатору.

Так как буквально мгновенная настройка по специальным призматическим эталонам несравненно проще настройки по роликам, рекомендуется иметь эталоны для всех ходовых модулей производства.

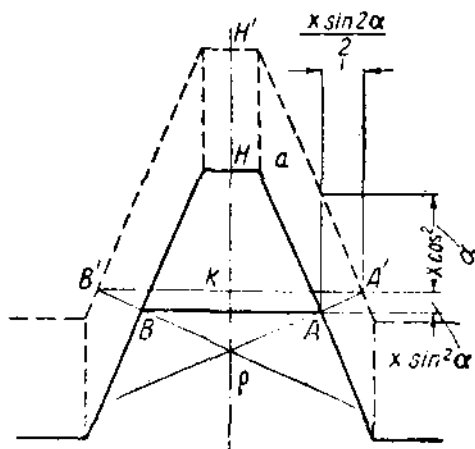
Из сказанного в начале настоящего параграфа относительно принципа работы тангенциальных зубомеров ясно, что настройка их не зависит от применяемого корригирования, если при последнем не снижается попутно головка зуба. Докажем это свойство тангенциальных зубомеров.

Уравнения постоянной хорды в общем виде пишутся:

$$S_c = \frac{\pi m}{2} \cos^2 \alpha_0 + x \sin 2\alpha_0,$$

$$PK = \frac{\pi m}{8} \sin 2\alpha_0 + x \sin^3 \alpha_0.$$

Первые члены соответствуют нормальному положению инструмента, вторые — вводят фактор корригирования. По этому фактору легко определить смещение тангенциального зубомера при измерении корригированных шестерен. Для этого достаточно определить отрезок $NN' = Aa$ (фиг. 310), соответствующий изменению постоянной хорды, по величине и положению, с BA на $B'A'$. Изменению одного катета по вели-



Фиг. 310.

¹ Обычные индикаторы резко снижают точность на больших диапазонах.

чине на $\frac{x \sin 2\alpha}{2}$ соответствует изменение другого на $\frac{x \sin 2\alpha}{2 \operatorname{tg} \alpha} = x \cos^2 \alpha$. Это дает „подъем“ зубомера, получаемый всецело за счет приращения толщины s_c . С другой стороны, непосредственное приращение высоты положения постоянной хорды, по только-что приведенным формулам, равно $x \sin^2 \alpha$. Таким образом, суммарное смещение зубомера $x_{зуб} = x (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = x$. Поэтому, если при корригировании радиус окружности выступов увеличивается на величину сдвига $\Delta R_c = x$, показания тангенциального зубомера сохранятся теми же, что и при нормальном зацеплении.

Вопросы постоянной хорды дают лишь частное применение данных в § 9 гл. IV формул 25—26, которые в общем виде устанавливают связь между любой хордой зуба и его дуговой толщиной, проходящей через пересечение нормалей, проведенных из крайних точек этой хорды.

Исследуем один случай такого применения полученной зависимости, представляющей особый практический интерес, а именно — измерение зуба тангенциальным зубомером с углом α_R , отличным от угла исходной рейки α_d . Подобная задача встает при необходимости измерения зубьев, например 15-градусного зацепления, и наличии лишь 20-градусного зубомера.

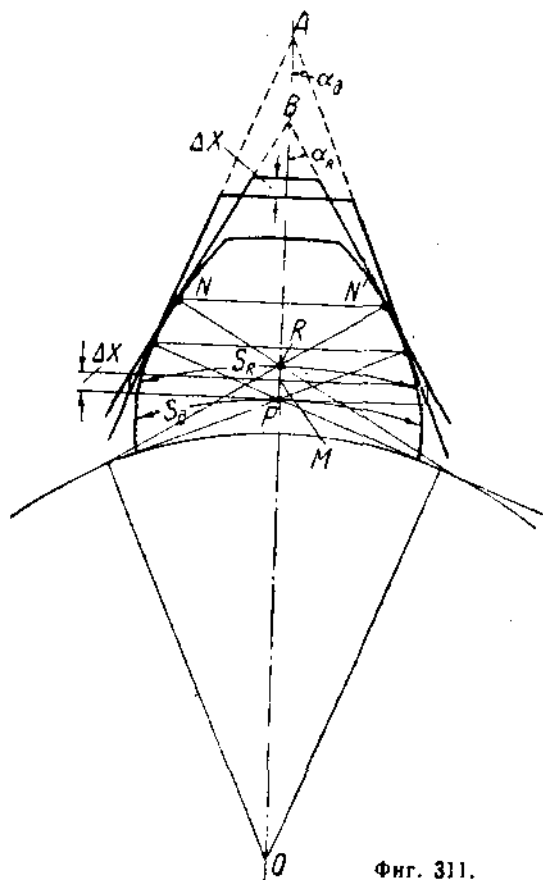
Требуется определить радиальное смещение зубомера против нормы, т. е., иначе говоря, определить его избыточное (в + или —) показание.

При этом предполагается, что обе исходных рейки (изделия и зубомера) имеют зубья равной высоты и равной толщины, т. е. что все отличие сводится лишь к углу α .

По фиг. 311:

$$\Delta x + AB = PA - MB = \frac{\bar{s}_d}{2 \operatorname{tg} \alpha_d} - \frac{\bar{s}_d}{2 \operatorname{tg} \alpha_R},$$

где Δx — искомый сдвиг зубомера, который определяем от делительной



Фиг. 311.

прямой (нарезки); AB — разность положения точек схода профилей обеих исходных реек; S_d — толщина зуба по делительной, принимаемая равной для обеих реек; α_d — угол рейки обработки; α_R — угол рейки прибора

$$AB = OA - OB = (OP - PA) - (OR + RB).$$

Но, по предыдущему для дуги S_R , как и для любой дуги вообще, можно написать

$$\widehat{S}_R = 2 \frac{\overline{NR}}{\cos \alpha_R},$$

так как

$$\frac{NR}{RB} = \sin \alpha_R, \text{ то } \widehat{S}_R = 2RB \operatorname{tg} \alpha_R,$$

$$\widehat{S}_d = 2PA \operatorname{tg} \alpha_d,$$

$$AB = OP + \frac{\widehat{S}_d}{2 \operatorname{tg} \alpha_d} - \left(OR + \frac{\widehat{S}_R}{2 \operatorname{tg} \alpha_R} \right) =$$

$$= r_d - r + \frac{\widehat{S}_d}{2 \operatorname{tg} \alpha_d} - \frac{S_R}{2 \operatorname{tg} \alpha_R},$$

откуда

$$\Delta x = r_d \left(\frac{\cos \alpha_d}{\cos \alpha_R} - 1 \right) + \frac{\widehat{S}_R - \widehat{S}_d}{2 \operatorname{tg} \alpha_R}.$$

По § 4, гл. I

$$\widehat{S}_R - \widehat{S}_d = \psi_R r_R - \psi_d r_d = (\psi_d +$$

$$+ 2\theta_d - 2\theta_R) r_d \frac{\cos \alpha_d}{\cos \alpha_R} - \psi_d r_d =$$

$$= \psi_d r_d \left(\frac{\cos \alpha_d}{\cos \alpha_R} - 1 \right) + 2(\theta_d - \theta_R) r_d \frac{\cos \alpha_d}{\cos \alpha_R}$$

или:

$$\Delta x = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha_R r_d \left(\frac{\cos \alpha_d}{\cos \alpha_R} - 1 \right) + \psi_d r_d \left(\frac{\cos \alpha_d}{\cos \alpha_R} - 1 \right) + 2(\theta_d - \theta_R) r_d \frac{\cos \alpha_d}{\cos \alpha_R}}{2 \operatorname{tg} \alpha_R} =$$

$$= \frac{mz}{2 \operatorname{tg} \alpha_R} \left[\left(\frac{\cos \alpha_d}{\cos \alpha_R} - 1 \right) \left(\operatorname{tg} \alpha_R + \frac{\psi_d}{2} \right) + (\theta_d - \theta_R) \frac{\cos \alpha_d}{\cos \alpha_R} \right]. \quad (21)$$

Так как формула состоит почти исключительно из первичных, или находимых прямо по таблицам данных, подсчет по ней весьма прост, несмотря на ее несколько громоздкий вид.

Следует обратить внимание, что здесь дан сдвиг из условия равенства толщин по делительной прямой. Поэтому для корригированных колес необходимо учесть высоту положения хорды прибора, равной заданной толщине по делительной, что легко делается на основании фиг. 312. Здесь хорда DD , о которой идет речь, оказывается при корригировании на величину x уже поднятой на высоту x' , которую

надлежит целиком вычесть из ранее полученного выражения. По чертежу видно:

$$\frac{x'}{x} = \frac{a}{b} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_R - \operatorname{tg} \alpha_d}{\operatorname{tg} \alpha_R} = \frac{\sin(\alpha_R - \alpha_d)}{\cos \alpha_R \cos \alpha_d \operatorname{tg} \alpha_R} = \\ = \frac{\sin(\alpha_R - \alpha_d)}{\cos \alpha_d \sin \alpha_R}.$$

Таким образом окончательное смещение Δx_R определяется

$$\Delta x_R = \Delta x - x \frac{\sin(\alpha_R - \alpha_d)}{\cos \alpha_d \sin \alpha_R} = \\ = \frac{mz}{2 \operatorname{tg} \alpha_R} \left[\left(\frac{\cos \alpha_d}{\cos \alpha_R} - 1 \right) \left(\operatorname{tg} \alpha_R + \frac{\pi + 4\xi \operatorname{tg} \alpha_d}{2z} \right) + (\theta_d - \theta_R) \frac{\cos \alpha_d}{\cos \alpha_R} \right] - \\ - x \frac{\sin(\alpha_R - \alpha_d)}{\cos \alpha_d \sin \alpha_R}. \quad (22)$$

Необходимо только отметить, что при измерении зубомером с $\alpha_R \neq \alpha_d$ его принципиальные достоинства (см. выше) опадают. Об этом подробнее — в § 12.

§ 8. Форма и толщина косого зуба в нормальном сечении. Приведенное число зубьев. Постоянная хорда в косозубых колесах. Проверка полной высоты зуба

Косой или криволинейный зуб имеет эвольвентный профиль в торцевом сечении (гл. I, § 7). В сечении, которое условно называется нормальным, эвольвентность профиля теряется; однако в ряде практических вопросов зуб приближенно принимается за эвольвентный и в этом сечении. Это приводит к особому понятию приведения нормальных профиля и толщины косого зуба к форме прямого. Рассмотрим принципы этого приведения.

Пусть по фиг. 313, а имеем концентричный с осью зубчатого колеса цилиндр произвольного радиуса r_x , причем r_x лежит в пределах, характеризующих рабочую зону шестерни, т. е. $R_e > r_x > r_f$. Боковые („профильные“) стороны зубьев образуют в пересечении со взятым цилиндром винтовые линии, постоянного — для случая косого зуба — шага. Разворачивая произвольный участок цилиндра в плоскость (фиг. 313, б), можем написать:

$$\widehat{S}_{nx} = \widehat{S}_{sx} \cos \beta_x. \quad (13)$$

В свою очередь:

$$\widehat{S}_{sx} = \left(\frac{\widehat{S}_{sd}}{r_d} + 2\theta_{sd} - 2\theta_{sx} \right) r_x = \left(\frac{\pi}{z} + 2\theta_{sd} + \xi_s \frac{4 \operatorname{tg} \alpha_{ds}}{z} - 2\theta_{sx} \right) r_x. \quad (14)$$

Таким образом дуговая толщина зуба по нормали без труда устанавливается по известным параметрам. Однако как в измерениях, так и в прочностных расчетах интересна толщина хордальная. Хорда рассмотренной дуги нормального сечения принимается за хорду эллипса. Радиус кривизны эллипса у малой полуоси определяется

$$\rho_x = \frac{b^2}{a},$$

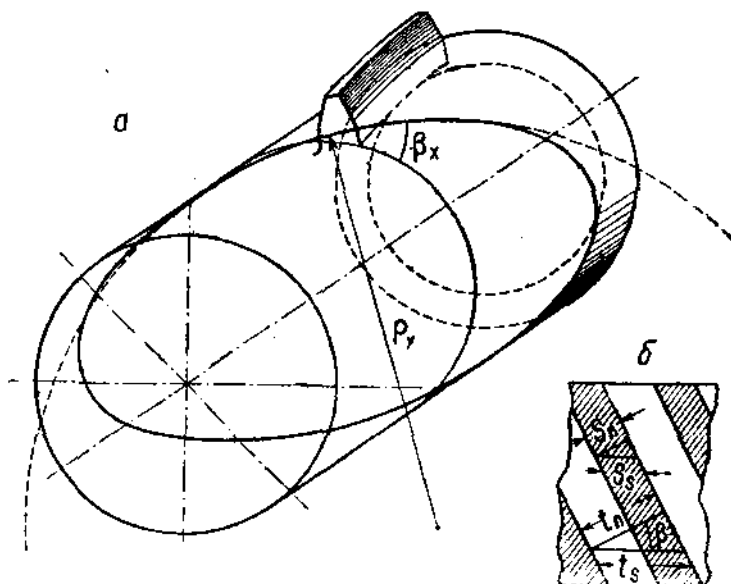
где ρ_x — искомый радиус кривизны, a — малая и b — большая полуоси.

Но, по фиг. 314,

$$a = r_x, \quad b = \frac{r_x}{\cos \beta_x},$$

т. е.

$$\rho_x = \frac{r_x^2}{\cos^2 \beta_x \cdot r_x} = \frac{r_x}{\cos^2 \beta_x},$$



Фиг. 313.

а так как

$$r_x = \frac{z}{2} m_s \frac{\cos \alpha_{ds}}{\cos \alpha_{xs}} = \frac{m_n z}{2 \cos \beta_x} \cdot \frac{\cos \alpha_{ds}}{\cos \alpha_{xs}},$$

$$\rho_x = \frac{m_n z}{2 \cos^3 \beta_x} \cdot \frac{\cos \alpha_{ds}}{\cos \alpha_{xs}}, \quad (15)$$

откуда

$$S_{nx} = 2\rho_x \sin \frac{\widehat{S}_{nx}}{2\rho_x} =$$

$$= \frac{m_n z}{\cos^3 \beta_x} \frac{\cos \alpha_{ds}}{\cos \alpha_{xs}} \sin \left(\frac{\pi}{z} + 2\theta_{ds} + \xi_s \frac{4 \operatorname{tg} \alpha_{dn}}{z} - 2\theta_{xs} \right) r_x \cos \beta_x =$$

$$= \frac{m_n z}{\cos^3 \beta_x} \cdot \frac{\cos \alpha_{ds}}{\cos \alpha_{xs}} \sin \left[\frac{\cos^4 \beta_x \cos \alpha_{xs} (z f_{xs})}{2z \cos \alpha_{ds} \cos \beta_d} \left(\frac{\pi}{z} + 2\theta_{ds} + \xi_n \frac{4 \operatorname{tg} \alpha_{dn}}{z} - 2\theta_{xs} \right) \right], \quad (16)$$

где f_{xs} — высота измерения, отнесенная к модулю и считающаяся от делительной окружности.

На самой делительной окружности

$$\begin{aligned}\bar{S}_{\partial n} &= \frac{m_n z}{\cos^3 \beta_0} \sin \left[\frac{\cos^2 \beta_0}{2} \left(\frac{\pi}{z} + \xi_n \frac{4 \operatorname{tg} \alpha_{\partial n}}{z} \right) \right] = \\ &= \frac{m_n z}{\cos^3 \beta_0} \sin \left[\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\cos^2 \beta_0}{z} + \xi_n 4 \operatorname{tg} \alpha_{\partial n} \cdot \frac{\cos^2 \beta_0}{z} \right],\end{aligned}\quad (17)$$

т. е. формула получается точно такой, какой она получилась бы для прямозубого колеса при числе зубьев не z , но $\frac{z}{\cos^2 \beta_0}$. Последнее выражение принято называть „приведенным числом зубьев“ косозубого колеса, обозначая его через z_i и вводя в расчеты толщины косого зуба по делительной окружности вместо действительного числа зубьев z , что позволяет пользоваться таблицами, составленными для прямозубых колес.

Вне делительной окружности, как видно из формулы (16), точки боковой поверхности в нормальном сечении заметно отступают от аналогичных точек прямозубого профиля, рассчитанного даже по z_i . Поэтому, приведением через z_i вне делительной окружности можно пользоваться только для прочностных расчетов (как это делается при определении „коэффициента формы зуба“), а также для выбора фасонного инструмента при нарезке грубых передач, но не для точных измерений.

Исключение по простоте настройки и пересчетов представляет только постоянная хорда.

Постоянная хорда в косозубых колесах

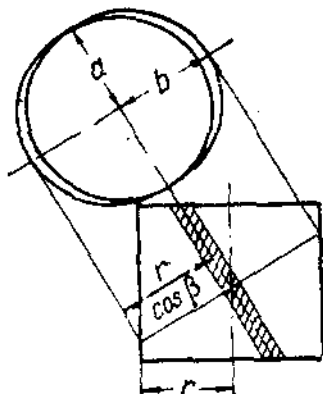
В торцевом сечении по формуле (12 б), § 4, гл. I: $\bar{S}_s = \hat{S}_s \cos^2 \alpha_s$. Установим отсюда постоянную хорду по нормали.

Пусть по фиг. 315: RK — контактная линия зуба, PK — перпендикуляр к ней, лежащий также в плоскости зацепления, KK' — искомая постоянная хорда по нормали, Pp'' — ее отстояние от полюса P . Обращаем внимание читателя, что искомая постоянная хорда (KK'), как стягивающая две точки одновременного контакта, не лежит в одном уровне (p') с RR' , т. е. не совпадает с линией NN' , иногда ошибочно за эту хорду принимаемой (чертеж составлен для впадины, что безразлично).

$$\begin{aligned}KK' &= 2PK \cos \alpha_n = 2PR \cos \beta_0 \cos \alpha_n = \\ &= \hat{S}_s \cos \alpha_s \cos \alpha_n \cos \beta_0\end{aligned}$$

$$\left(\text{так как } PR = \frac{\hat{S}_s}{2} \cos \alpha_s \right);$$

$$Pp'' = PK \sin \alpha_n = \frac{\hat{S}_s}{2} \cos \alpha_s \cos \beta_0 \sin \alpha_n.$$



Фиг. 314.

Настройка зубомера ясна из фиг. 316. Сперва устанавливается раздвиг щечек на хорду

$$S_t = R_i 2 \sin \frac{\gamma}{2} = m(z - 2f'') \sin \frac{\pi}{2},$$

затем проверяется полная высота:

$$\begin{aligned} H_z &= h + e_z = m(f' + f'') + R_i 2 \sin^2 \frac{\gamma}{4} = \\ &= m \left[f_z + (z - 2f'') \sin^2 \frac{\pi}{2z} \right] \end{aligned}$$

или, иначе,

$$H_z = R_e - R_i \left(1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{2z} \right).$$

Здесь: H_z — высота по зубомеру, h — высота зуба, f' — коэффициент головки (для v -передат $f' = f - \epsilon$, для остальных: $f' = f$); f'' — коэффициент ножки (включая зазор); R_e — радиус окружности выступов и R_i — радиус окружности впадин; ΔH_z , получаемая при измерении, показывает непосредственно ошибку глубины захода, т. е. требуемый сдвиг инструмента относительно изделия.

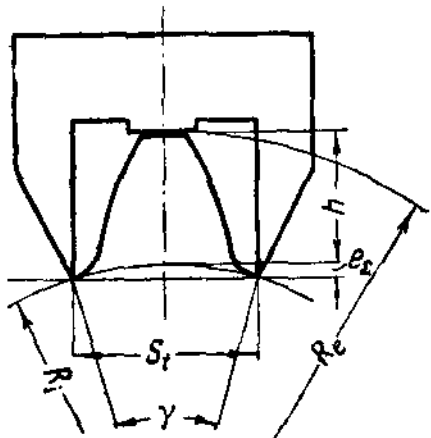
В косозубых колесах измерение ведется в торцевой плоскости по тем же самым формулам, причем все вычисленные коэффициенты берутся относительно торцевого модуля m_x . (При измерении косозубых колес ширина винтовой ленты по цилиндру впадин должна быть достаточна для размещения ширины мерительных щечек по образующим цилиндра.)

Простота получаемых соотношений и заставила, очевидно, некоторые фирмы, из числа пользующихся кромочными приборами, вообще отказаться от измерений толщины и перейти на описанный метод проверки глубины захода по полной высоте.

Зубомеры Цейсса для измерения полной глубины зуба непригодны из-за формы своих мерительных щечек (см. фиг. 303, б).

Учитывая все сказанное об измерении толщины зуба и глубины захода, можно резюмировать:

предпочтительно пользоваться только тангенциальными зубомерами; при необходимости пользоваться кромочными приборами следует, по возможности, избегать общепринятых измерений по хорде делительной окружности, применяя, в зависимости от наличных аппаратуры и условий, измерения или по постоянной хорде или по полной высоте зуба.

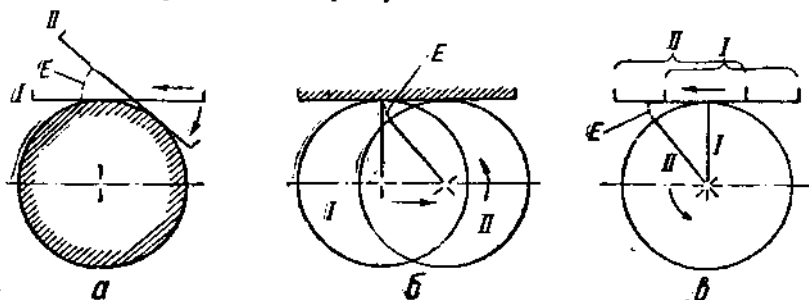


Фиг. 316.

§ 9. Приборы для проверки профиля (эвольвентомеры)

Все существующие эвольвентомеры построены на реализации основного принципа построения эвольвенты, как следа точки на прямой, обкатываемой по кругу. Единственным исключением являются мало применяемые на практике приборы, работающие прямо по копиру (универсальный копир Фельмера, индивидуальный копир в приборе Фелло для измерения долбяков).

Эвольвентомеры принципиально делятся на два класса: 1) с индивидуальными „основными“ дисками соответственно каждой основной окружности изделия и 2) универсальные. Последние, в свою очередь, подразделяются на рычажные и клиновые. Конструктивно эвольвентомеры взаимно различаются распределением движения обката между



Фиг. 317.

основными звеньями, и соответственно трем наличным возможностям делятся на 3 группы: а) оба движения, — поступательное и вращательное, — сосредоточены на обкатной линейке, несущей измеритель (эвольвентомеры с неподвижной оправкой — фиг. 317, а); б) оба движения сообщаются оправке, несущей измеряемую шестерню (эвольвентомеры с неподвижной линейкой — фиг. 317, б); в) вращательное движение сообщается оправке с изделием, поступательное — линейке с измерителем (эвольвентомеры с разделенным движением — фиг. 317, в).

По принципу мерительного контакта эвольвентомеры могут быть кромочными (выявление теоретической ошибки) и тангенциальными (выявление действующей ошибки).

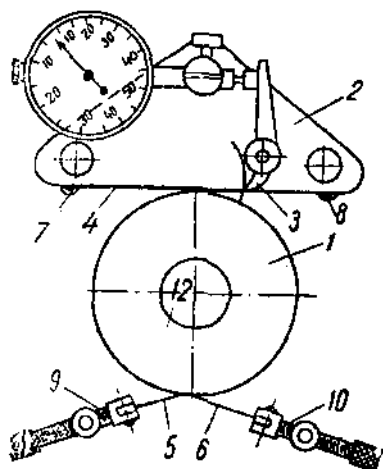
По роду фиксации показаний эвольвентомеры делятся на показывающие или индикаторные, дающие чисто визуальные показания и самопишущие, вычерчивающие диаграмму ошибок по профилю. Последние всегда выполняются с разделенным движением.

Эвольвентомеры с индивидуальными основными дисками

Простейшей конструкции приборов этого класса удастся добиться применением неподвижного диска и свободно обкатывающей его линейки. Однако наиболее простые приборы этого типа не могут быть признаны удовлетворительными, как будет ясно из рассмотрения некоторых реальных моделей этой группы.

Эвольвентомер фирмы Michigan Tool Co (старый тип)

Хотя эвольвентомер этого типа фирмой больше не выпускается, его следует рассмотреть, так как по этому образцу эвольвентомеры часто выполняются и до настоящего времени самими зуборезными предприятиями. Прибор весьма прост и принадлежит к типу индивидуально-дисковых с неподвижной оправкой и кромочным тастером. Необходимое наличие двух степеней свободы линейки заставляет ввести связь, обеспечивающую надлежащую зависимость между ними (обкат). Эта связь достигается тонкой стальной лентой. Устройство ясно из фиг. 318, где 1 — эталонный диск по размеру основной окружности, обкатываемый гранью 4 планки 2, несущей тастер 3 и индикатор. Ленты 5 и 6 закреплены на планке 2 в 7 и 8 соответственно и, охватив диск, заканчиваются натяжными винтами 9 и 10. Так как единственно возможным в плоскости чертежа движением планки 2 и остается обкат диска 1, тастер при покачивании планки описывает эвольвенту или, иначе, поверяет таковую на неподвижной шестерне, монтированной на оправке 12. Специфическим недостатком прибора, особенно при малых r_0 , является лента: диск приходится делать не по r_0 , а по $r_0 - \frac{\delta}{2}$, где δ — толщина ленты; упругость ленты, особенно заметная на малых r_0 , исключает плотное прижатие планки к диску, которое должно, таким образом, поддерживаться самим измерителем.



Фиг. 318.

Если хорду дуги отхода лент от плотного касания с диском, зависящую от натяга лент, их модуля упругости и толщины, обозначить через S_{II} и принять переходную от круга к прямой кривую за кубическую параболу, имеем приближенно искажение радиуса обката:

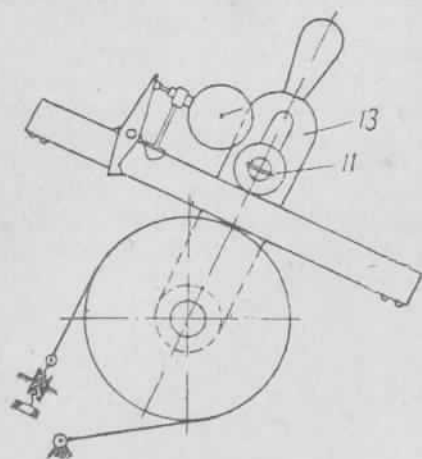
$$\Delta r_0 = \frac{S_{II}^2}{24r_0},$$

почему, особенно на малых радиусах, необходимо ставить возможно тонкие ленты ($\sim 0,1$ мм), создавая в них в то же время значительный натяг.

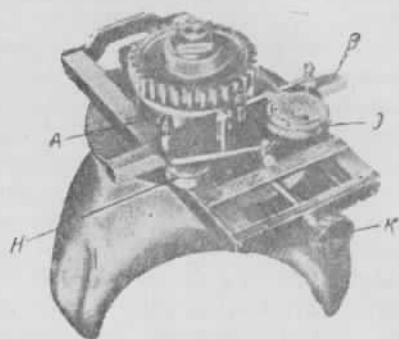
Эвольвентомеры Lees Bradner и автора

Устранение только-что отмеченных недостатков возможно по схеме фиг. 319, т. е. введением одного или двух прижимных роликов 11 на соответственной рукояти — коромысле 13. Лента становится при этом уже необязательной, так как трение может быть получено достаточным для осуществления обката. Подобный принцип положен в основу эвольвентомеров Лис-Брэдна и автора (для малых шестерен). Первый

из них (фиг. 320) представляет собой рамку, качающуюся в горизонтальной плоскости около оси изделия, свободно лежащую на станине и снабженную винтом *K*, прижимающим через ролики *H* линейку *B* с косынкой к основному диску *A*. Косынка с индикатором *J* совершенно аналогична по конструкции и действию такой же детали в приборе Мичиган.

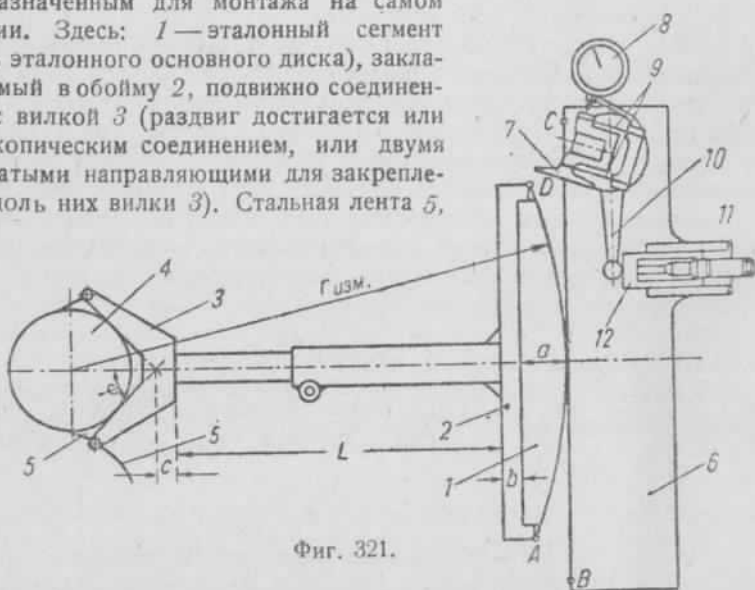


Фиг. 319.



Фиг. 320.

Специально для нужд тяжелого машиностроения, преимущественно индивидуального, автором разработан эвольвентомер для больших колес (1934—1935 г.) (фиг. 321). Этот прибор является накладным, т. е. предназначенным для монтажа на самом изделии. Здесь: *1* — эталонный сегмент (часть эталонного основного диска), закладываемый в обойму *2*, подвижно соединенную с вилкой *3* (раздвиг достигается или телескопическим соединением, или двумя трубчатыми направляющими для закрепления вдоль них вилки *3*). Стальная лента *5*,



Фиг. 321.

охватывая вал *4* изделия, прижимает к нему вилку *5*, центруя таким образом всю систему около оси изделия; обкатная линейка *6*, несущая измерительную часть, соединена с *1* стальными лентами *AC* и *DB*,

которые при больших диаметрах ($D \approx 1-2$ м) уже не искажают обката. Поворотная измерительная головка состоит из тангенциального тастера 7, воздействующего на индикатор 8 и подвешенного на двух плоских пружинах 9 по принципу параллелограмма. Поворот каретки производится рычагом 10, посредством микрометра 11 с ползуном 12 и может, таким образом, устанавливать α измерения в пределах $\sim 8-28^\circ$, т. е. производить обкат по окружности радиуса,

$$r_{изм} = \frac{r_0}{\cos \delta} \div \frac{r_0}{\cos 28^\circ}.$$

Иначе говоря, один и тот же радиус обката может, в зависимости от установки мерительной головки, применяться для r_0

$$r_{изм} \cos 8^\circ > r_0 > r_{изм} \cos 28^\circ.$$

Подобная комбинация избавляет от необходимости иметь специальный эталонный сегмент для каждого r_0 (что чрезвычайно существенно, особенно в индивидуальном машиностроении), ограничивая набором сегментов с последовательным отношением радиусов, равным

$$\frac{\cos 8^\circ}{\cos 28^\circ} = \frac{0,990}{0,883} \approx 1,12$$

(каждый последующий сегмент имеет r на 12% больше предыдущего). Это приводит, в зависимости от диапазона измерений, к нормальному ряду в 10—12 сегментов.

Так как индикатор поворачивается совместно с тастером и последний производит свои мерительные колебания поступательно, отсчеты ошибок профиля по нормали получаются без искажений.

Настройка прибора — штихмассом по размеру L :

$$L = r_{изм} - \left(a + b + \frac{\delta}{2} + c + \frac{d}{2 \sin \varphi} \right),$$

где δ — толщина ленты, d — диаметр вала, а остальные величины видны из чертежа; при этом переменны лишь $r_{изм}$ и d , тогда как все остальное относится к константам прибора. Вторая головка (для правых профилей) на схеме не показана.

Считая предлагаемый принцип комбинации *ограниченного набора дисков с поворотным тангенциальным тастером* единственным решением задачи сочетания универсальности с точностью, автор, как отмечено выше, сконструировал на тех же основах и эвольвентомер обычных габаритов, приводить который здесь нет смысла, так как принципиальных отличий от предыдущего он не имеет.

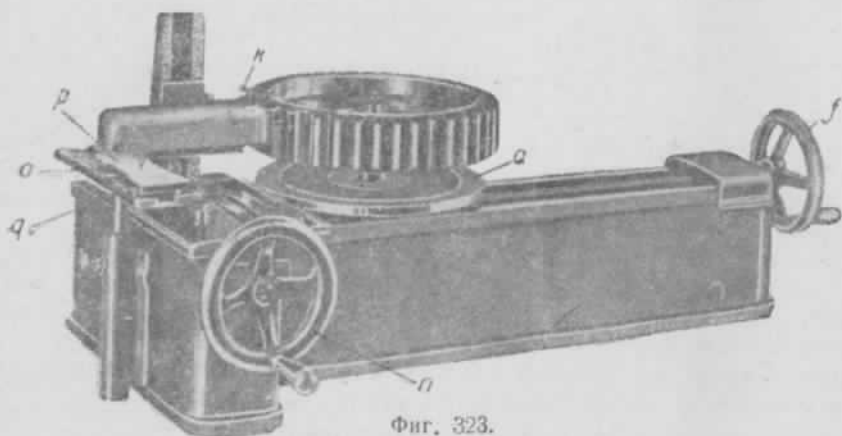
Эвольвентомер Маага

Эвольвентомер Маага — индивидуально-дискового типа, с разделенным движением, самопишущий, кромочный, является наиболее известным представителем не только своего класса, но и вообще одним из наиболее распространенных и качественных эвольвентомеров.

Его кинематическая схема дана на фиг. 322. Основной диск d , сидящий вместе с изделием z на оправке c , прижимается к линейке e . При перемещении последней по стрелке, трение между ним и диском вращает последний, создавая таким образом необходимое движение обката. В силу этого неподвижный относительно линейки тастер i (лежащий в плоскости рабочего среза линейки) описывает эвольвенту относительно системы диск — изделие. Будучи прижат к профилю последнего напряжением пружины u и тем самым будучи вынужден следовать за колебаниями профиля, он отходит от заданного положения, передавая свои перемещения относительно линейки в увеличенном виде самописцу l , вычерчивающему диаграмму ошибок профиля. Увеличение достигается рычагом s и малым роликом r (принцип ясен из чертежа) и дает соотношение:

$$V = \frac{l}{r} \cdot \frac{s}{i} = 350.$$

(В старых приборах — $V = 250$.)



Фиг. 323.

Диаграммная бумага при движении по ней самописца остается неподвижной, так что абсцисса диаграммы равна обкатываемой дуге основной окружности.

Контакт между тастером и профилем изделия достигается поворотом шестерни с диском или наоборот — сдвигом линейки с тастером, ранее чем обе системы окончательно прижаты друг к другу. Окончательная

подводка — специальным винтом, при прижатых линейке и диске. При правильном относительном положении профиля и тастера самописец располагается по ординате в средней части диаграммы. Для исследования профиля в различных торцевых сечениях, в новом типе прибора (фиг. 323) как диаграммный столик, так и увеличительный механизм с тастером сделаны подъемными. Самый тастер выполняется двусторонним (молоткообразным) по фиг. 322 и устанавливается на прижатие к правому или левому профилю посредством специального переводного рычажка k (фиг. 323) с указателем. Подобная возможность исследования всех профилей без переворачивания шестерни весьма существенна в отношении быстроты и точности замеров. Конструкция прибора ясна из приведенных фиг. 322 и 323, где помимо уже охарактеризованного: f — маховичок, прижимающий, через ходовой винт с предохранительной пружиной¹, диск d к линейке e ; m — каретка с линейкой e , перемещаемая вторым ходовым винтом от маховичка n ; p — диаграммная бумага в рамке o на столике q . Последние могут протягиваться под самописцем для получения нулевой линии при неподвижных каретке и тастере. Тастер должен при этом, в случае приведения ошибок, касаться профиля на высоте измерения шага (см. гл. IV).

Истинная нулевая линия для приведенной ошибки расположится параллельно полученной на высоте $Y_0 = -K\Sigma\Delta t$, где K — масштаб диаграммы (250 или 350).

Нормальный эвольвентомер Магг предусматривает поверку шестерен до $r_0 = 200$ мм; специальный эвольвентомер, выпущенный фирмой в последнее время, предназначен для шестерен с r_0 до 300 мм (старый тип предусматривает лишь $r_{0\max} = 175$ мм).

Точность прибора может полагаться порядка $\sim 2-3$ μ , в случае отсутствия заметных деформаций оправки.

Эвольвентомеры Illinois Tool Co и Рейнекера

Эвольвентомер Иллинойс № 224 того же типа, что и предыдущий, но без самописца, разработан весьма тщательно, особенно с точки зрения исключения вредных деформаций. С этой целью (фиг. 324) прижим основного диска к линейке осуществляется не непосредственно супортом, но через ролик 64 (от маховичка 41), так что действующие силы уравниваются в общей горизонтальной плоскости и момент, изгибающий оправку при прижатии диска, исключен.

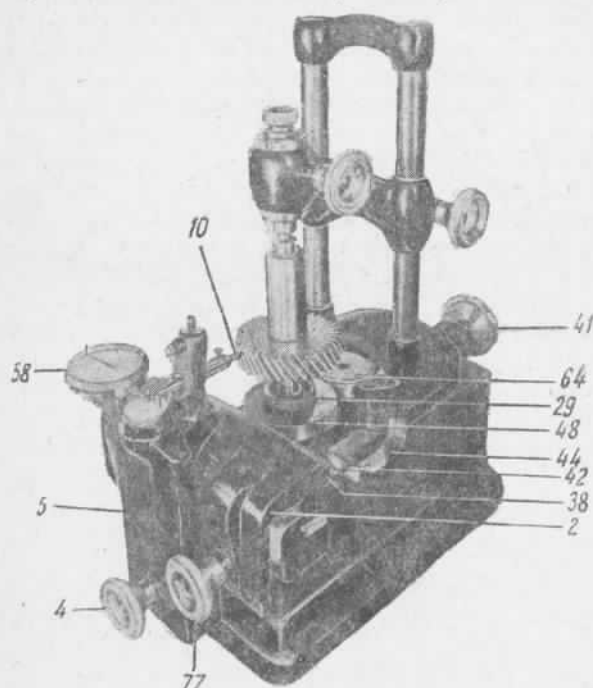
Верх оправки поддерживается специальным кронштейном, устанавливаемым по высоте. Высотную установку имеет также измерительный супорт 5 (посредством маховичка 4) для замера в произвольном торцевом сечении. Каретка — линейка 2, несущая мерительный супорт 5, обкатывает основной диск посредством кремальеры от маховичка 77. Положение обкатки отсчитывается на градуированном секторе 44. Тастер выполняется резцевидным. Его установка после переточки производится по плоско-параллельной плитке, зажимаемой между диском и линейкой. При переходе к поверке иномименных профилей, тастер поворачивается

¹ Некоторые авторы приписывают этой пружине обеспечение заданного прижима диска к линейке, что неверно, так как сжатие пружины не исключает ходового механизма.

на 180° вокруг собственной оси, а индикатор — на тот же угол около вертикальной оси своего крепления; такая относительно сложная манипуляция не может быть отнесена к достоинствам прибора.

По утверждению фирмы (вполне правдоподобному), точность измерений равна $2,5 \mu$, соответственно чему дается и цена делений.

Несколько упрощенным типом дискового эвольвентомера с разделенным движением является рейнекеровский (фиг. 325). В основном он отличается от Маага лишь перенесением оправки *b* на станину, а линейки — наприжимной суппорт *O* и отсутствием самописца. Перемена местами линейки и оправки сделана для удобства монтажа на

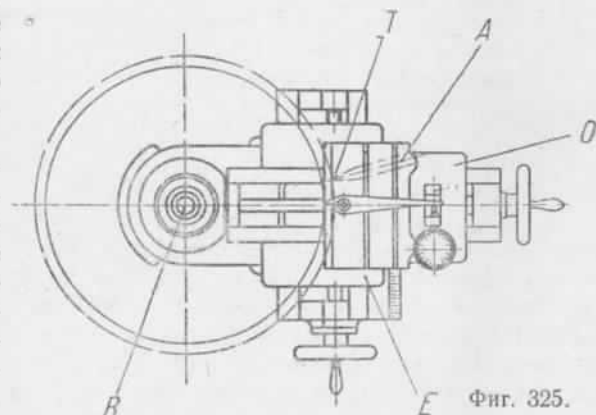


Фиг. 324.

суппорте дополнительного приспособления для проверки шага и толщины зуба; оно сводится к закреплению в соответственном пазу упору *A-T*, подводимому к тому профилю, положение которого сличается с измеряемым (диск в это время не должен касаться линейки).

Точность эвольвентомера Рейнекера вызывает сомнения, так как силовое замыкание диск — линейка осуществляется через двойной суппорт (нижний — поперечный *E*, верхний — продольный *O*).

Комбинированный прибор аналогичного типа (эвольвентомер-шагомер), с рядом усовершенствований как по Маагу и Иллинойсу, так и собственных, запускается в настоящее время в производство заводом «Калибр» в Москве (фиг. 326).



Фиг. 325.

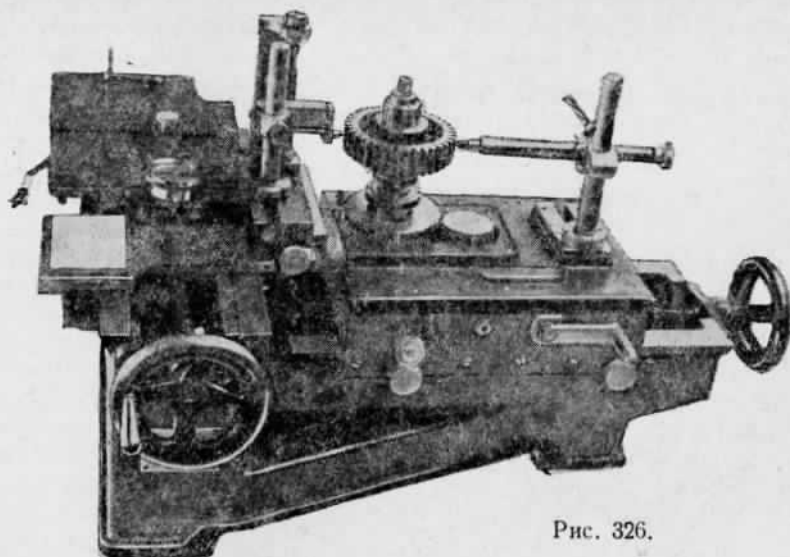
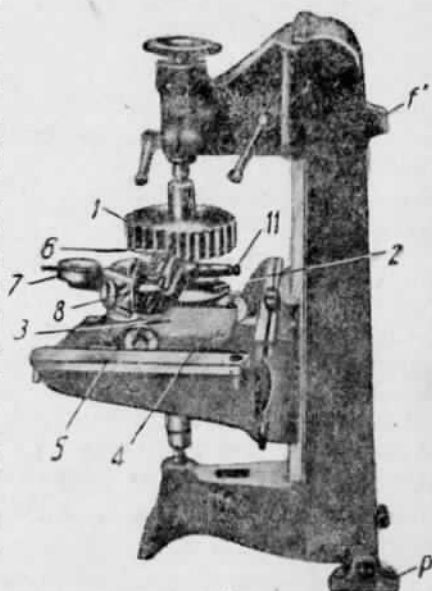


Рис. 326.

Эвольвентомер SIP

Приспособление SIP (Женевское общество физических приборов) для проверки эвольвентного профиля является частью комбинированного прибора этой фирмы, который служит также для проверки шага, впадины и эксцентриситета (см. далее). Станина прибора, вследствие наличия двух шарнирных ножек F и третьей опоры f, f' может принимать как вертикальное, так и горизонтальное положение; проверка профиля производится при первом (фиг. 317). Схема эвольвентомерного устройства видна из фиг. 318. Здесь 1 — исследуемое изделие, 2 — индивидуальный эталонный диск, 3 — обкатывающая его в направлении xx линейка (принцип разделенного движения), 4 — упорные ролики, катящиеся по контррельсу 5; 6 — подвижной тастер, передающий свои мерительные колебания на индикатор 7. Отличительная особенность прибора — тангенциальный тастер 6, выполняемый нормально в виде зуба рейки с углом 2α при вершине. Таким образом перемещения тастера по оси $X-X$, по которой производится замер, должны быть равны:

$$\Delta x = \frac{\Delta p}{\cos \alpha},$$

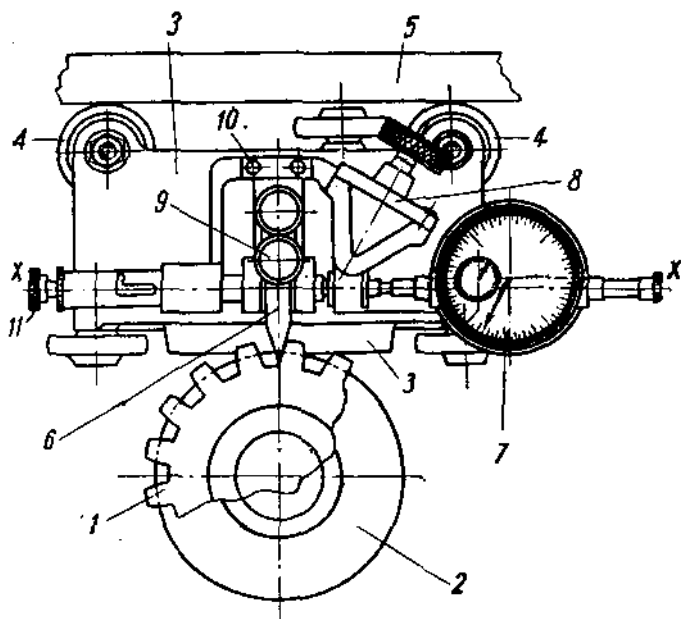


Фиг. 327.

где Δp — соответственные перемещения по нормали к профилю. Иначе говоря, эталонный диск должен иметь радиус $\frac{r_n}{\cos \alpha} = r_d$, т. е. выполняться по делительной окружности, а не по основной. Соответственно этому и ошибки как бы приводятся к делительной окружности, а те измеряются по нормали

$$\delta \Delta x = \frac{\Delta f}{\cos \alpha},$$

где Δf — ошибка профиля по нормали. Впрочем, в силу малости $\frac{1 - \cos \alpha}{1}$ для α порядка $15-20^\circ$, показания можно относить непосредственно к Δf (ошибка $\sim 5-6\%$).

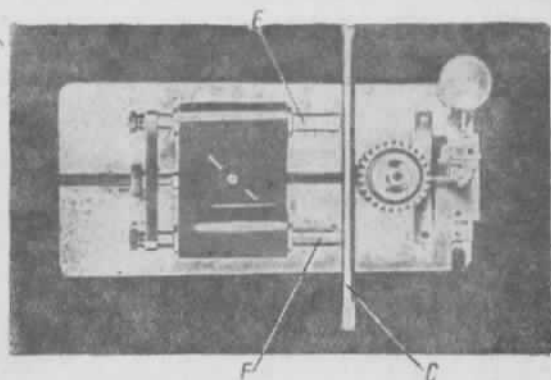


Фиг. 328.

Зуб-тастер может закрепляться слегка наклонно (поворот вокруг 9, закрепление винтом 10); это изменяет α и позволяет промер по начальной окружности, отличной от делительной (см. выше, описание прибора автора). Однако, поскольку прибор специально на подобные измерения не рассчитан, точная установка на угол не предусмотрена; кроме того, подобные измерения, при разных α не вполне сравнимы между собой из-за отмеченного искажения отсчетов в отношении $\frac{1}{\cos \alpha}$. Головка 11 переключает тастер на прижатие к правому или левому профилю. Максимальный диаметр измеряемого изделия 300 мм. Гарантируемую фирмой точность 0,01 мм можно считать вполне обеспеченной и даже скромной.

Эвольвентомер фирмы D. Brown

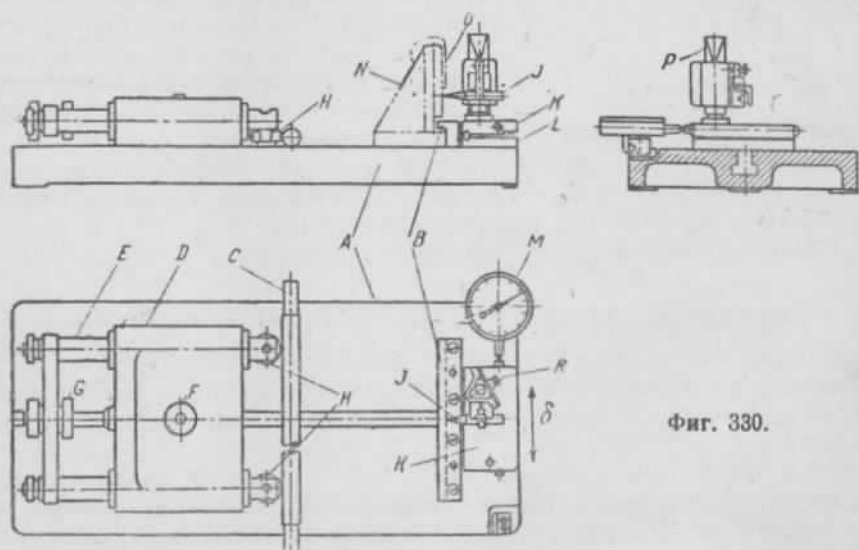
Эвольвентомер Брауна относится к дисковым приборам с неподвижной линейкой и кромочным (точечным) тастером (фиг. 329). Его отличительными особенностями, кроме качения «основного» диска по неподвижной



Фиг. 329.

линейке, являются: система прижима диска к линейке посредством пружинных плунжеров *E* и промежуточной скалки *C* и поступательное перемещение тастера. Схема явствует из фиг. 330. На шабренной плите *A* жестко закреплена обкаточная линейка *B* и свободно «плавает» в небольших пределах в направлении δ каретка *K*, на трех шариках в V-образных пазах. На ее граненой стойке *P*, на потребной высоте, жестко закрепляется винтом *R* кронштейник с неподвижным тастером *J*.

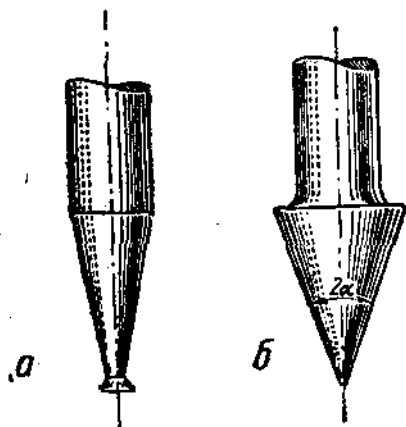
Основная плита *A* снабжена продольным Т-образным пазом, в который входит головка винта *F*, закрепляющего в необходимом положении бабку *D*, несущую два спаренных пружинных плунжера *E*. Последние



Фиг. 330.

снабжены на своих передних концах шарикоподшипниками *H*, внешние обоймы которых служат в качестве прижимных роликов в отношении к скалке *C*; между последней и линейкой *B* на плиту свободно кладется

основной диск с закрепленным над ним поверяемым изделием (фиг. 329). При надлежащем подводе и закреплении бабки *D* диск и скалка *C* оказываются плотно зажатыми между роликами *H* и линейкой *B*. Это обеспечивает качение диска по линейке *K* при протягивании скалки взад и вперед (параллельно δ), производимом от руки. (Все рабочие поверхности — линейка, диск, скалка, ролики, плунжеры — каленые и шлифованные.) Основная отличительная черта эвольвентомера Д. Браун заключается, помимо оригинальной конструкции, в прямолинейном движении тастера. Это обуславливает особую пригодность прибора для замера смешанных и даже незвольвентных профилей¹, а также для использования дисков, не соответствующих основной окружности, в случае отсутствия дисков точно надлежащего диаметра (см. выше).



Фиг. 331.

Для этого достаточно обычный фирменный тастер по фиг. 331, *a* заменить конусом по фиг. 331, *б* с углом при вершине $= 2\alpha$, где $\alpha = \arccos \frac{r_0}{R}$ (R — радиус диска, r_0 — истинный радиус основной окружности шестерни). Прибор является одним из наиболее точных, и фирма с достаточным основанием снабжает его индикаторами с делениями в $0,0001''$, т. е. в $0,0025$ мм.

Так как особенно существенно совпадение мерительной кромки тастера с плоскостью передней грани линейки, то проверка этого совпадения предусматривается специальным угольником *N* (фиг. 330). В силу отсутствия самописца, несмотря на высокую точность, прибор относится скорее к цеховым, чем к лабораторным.

Отрицательной стороной прибора является вытекающая из отсутствия однозначной связи между линейкой и диском трудность координации ошибок профиля с их местоположением.

Пределы измерения: $r_0 \leq 400$ мм.

Эвольвентомеры Fellow, National Tool Co и т. п.

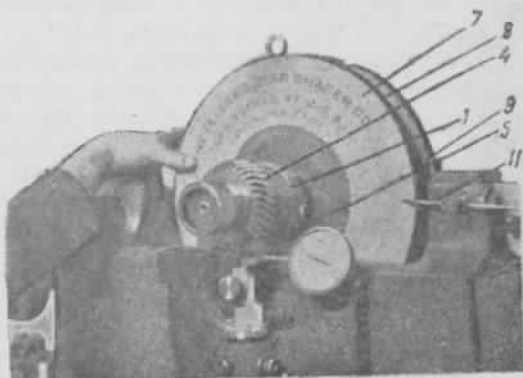
Станок Фелло (фиг. 332 и 333) относится к той же группе эвольвентометров с неподвижной линейкой, но отличается тем, что прижатие к ней дисков осуществляется собственным весом последних и связанной с ними системы.

Два одинаковые основных диска *1*, *2*, сидящие на общей горизонтальной оправке *3*, с изделием *4* перекатываются, как по рельсам, по линейкам *5* и *6*. Между дисками *1* и *2*, на той же оправке, сидит большой массивный диск *7*, снабженный по окружности V-образной канавкой *8*, по которой посредством специальных упоров *9* и *10* вся

¹ См. далее.

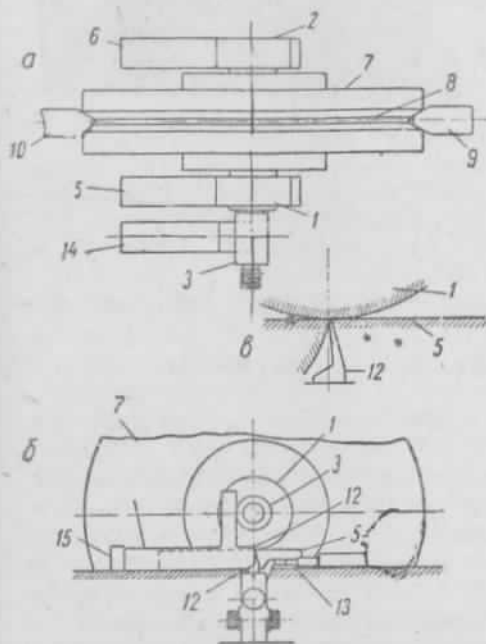
подвижная система перед измерением выравнивается по торцевой плоскости.

На том же диске нанесена градусная шкала, по которой посредством указателя 11 отсчитываются углы поворота при обкатке. Качающийся тастер 12 передает показания на индикатор 13. Предварительная установка ведется с помощью упоров 9, 10 и специального угольника 14, для которого предусмотрена особая площадка с упором 15 (фиг. 333, б). По удалении угольника, на оправку сажается изделие, упоры 9 и 10 отодвигаются и производится измерение. Для снятия дисков со станка на последнем предусмотрен своеобразный небольшой кран (фиг. 334).

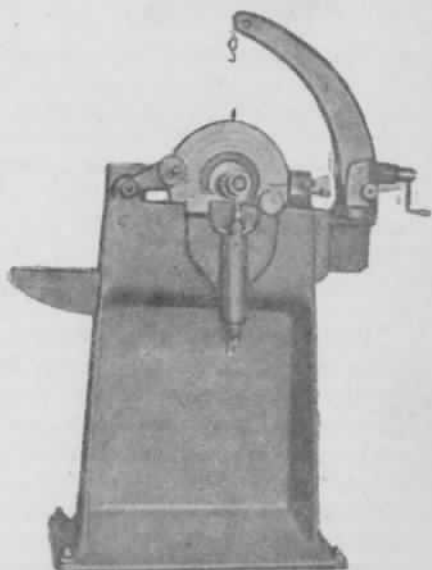


Фиг. 332.

Тастер 12 выполнен с передним углом, наподобие резца (фиг. 333, в). Это позволяет заднюю переточку в случае затупления, и тем самым



Фиг. 333.

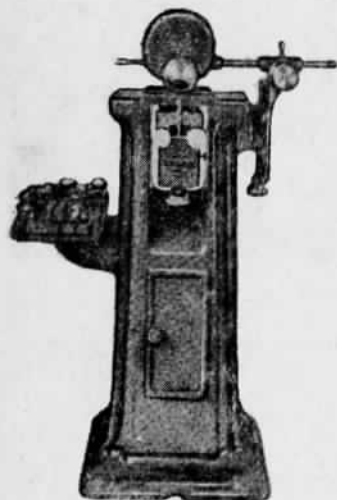


Фиг. 334.

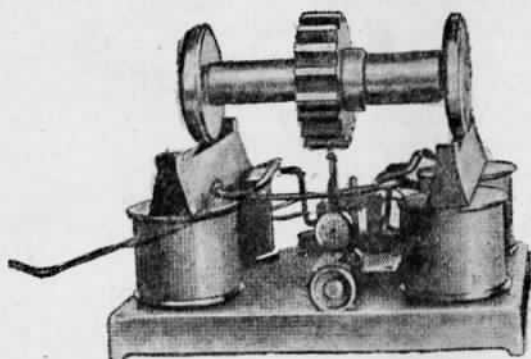
обеспечивает сохранение контакта всегда в плоскости среза линейки. Установка тастера после переточки ясна из фиг. 333, б и в.

Почти в точности по этому же принципу выполнен и американский эвольвентомер National Tool Co^o (Национальная К^o инструментов), некоторые чисто конструктивные особенности которого ясны из фиг. 335. В эвольвентомерах описываемого типа применяются иногда электромагнитные нагрузжатели (фиг. 336), где намагничиваемая линейка притягивает систему диска — изделие.

Все эвольвентомеры рассматриваемой группы — с двумя катающимися дисками — не могут быть признаны рациональными: во-первых, необходимость двух основных дисков для каждого изделия обременяет производство; во-вторых, диски должны быть не только точно равны друг другу и теоретической основной окружности, но и точно концентричны в монтаже,



Фиг. 335.



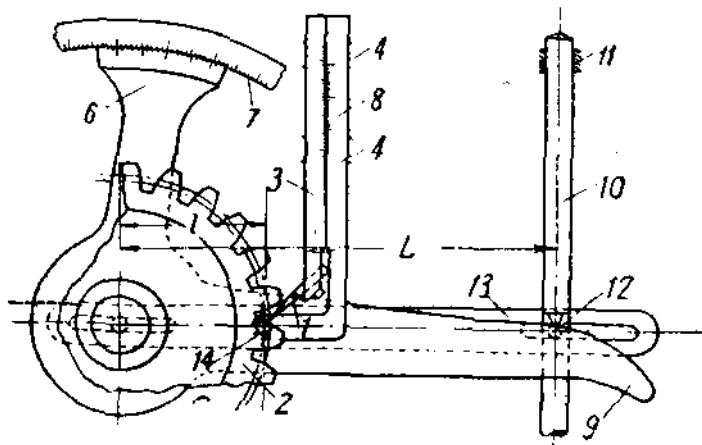
Фиг. 336.

что усложняет наладку прибора; в-третьих, необходимая массивность дисков утяжеляет без надобности всю конструкцию; в-четвертых, этот тип особенно чувствителен к ошибкам в горизонтальности станины и т. д. В силу всего сказанного этот тип совершенно не получает распространения в Европе и не может быть рекомендован для отечественного производства.

Эвольвентомер Фельмера (Fölmer)

Второй класс эвольвентомеров — универсальные приборы, не требующие отдельного основного диска для каждого r_0 , имеют серьезные преимущества, особенно в индивидуальном и мелкосерийном производстве. Прототипом приборов этого класса можно считать эвольвентомер Фельмера, использовавшего принцип подобия двух произвольных эвольвент. Эвольвента 9 (фиг. 337) перемещает при своем вращении около центра изделия O шток 10 в направляющих 11; этот шток, в свою очередь, поворачивает около той же оси O посредством штифта 12 рычаг 13, который вторым штифтом 14 перемещает параллельно 10 второй шток 8 (в направляющих 4). Если профиль 9 соединен жестко с изделием 2, движения обоих штоков относительно системы 2—9 будут подобны с отношением $L:l$, т. е. точка, связанная со штоком 8 и лежащая на расстоянии l от центра, будет описывать относительно изделия эвольвенту

окружности r_0 , причем $r_0:R_0=1:L$, где R_0 — радиус основной окружности копира 9. Следовательно, для проверки любой эвольвенты, характеризующей произвольным r_0 ($< R_0$) достаточно расположить направляющие 4 со штоком 8 так, чтобы L , l , R_0 и r_0 удовлетворяли указанному отношению и чтобы l было одинаково как для штифта 14, так и для тастера 1, т. е. чтобы они оба лежали в одной вертикальной плоскости, касательной к основному цилиндру исследуемой шестерни и параллельной оси 10¹.



Фиг. 337.

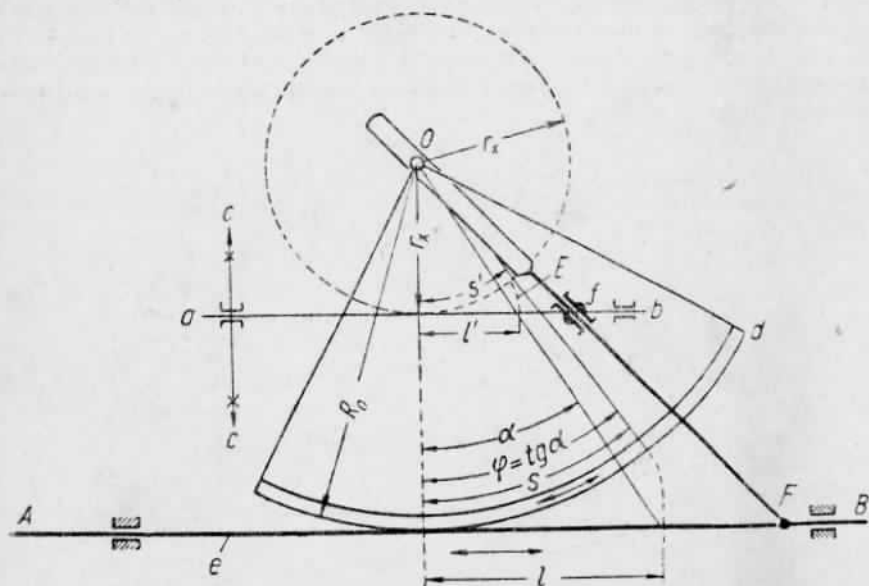
Шкалы на линейке 8 и на секторе 7 служат для отсчета перемещений: первая — по линии зацепления, вторая — угловых (по углам развернутости), т. е. для координации ошибок в линейной или в угловой системе.

Эвольвентомеры фирмы Carl Mahr и Zeiss

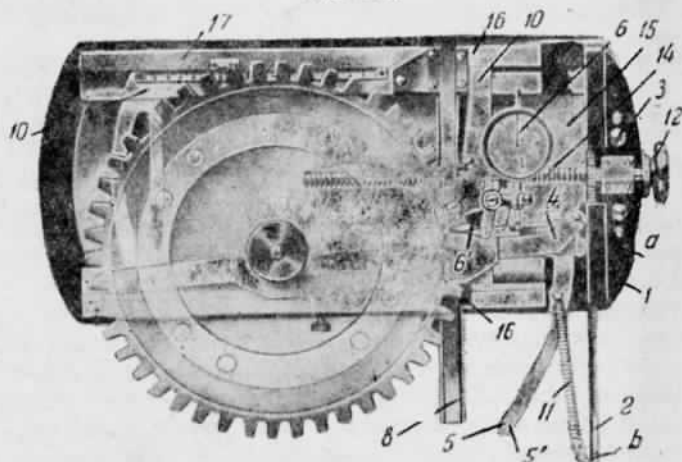
Совершенно очевидно, что изложенный выше принцип может быть использован и без копира 9, если создать взаимную обкатку линейки 10 с соответственным диском или сегментом, что дает ту же эвольвенту в относительном движении. Сказанное ясно из фиг. 338, дающей принципиальную схему прибора К. Мар. При движении линейки AB в своих направляющих и обкатке ею сегмента d радиусом R_0 , в относительном к последнему движению, произвольная точка O на касательной AB к диску d дает эвольвенту E . Вторая линейка ab , связанная с первой коромыслом FO , совершает движение, подобное AB , т. е. подчиненное условно: $l':l=r_x:R_0$. Если, по условию, $l=R_0\varphi=R_0\tg\alpha$, то $l'=r_x\varphi=r_x\tg\alpha$, т. е. достаточно взять $r_x=r_0$ испытуемой шестерни, чтобы проверить профиль e на последней, разместив на соответственной касательной, на линейке ab тастер измерительного прибора.

¹ В описании некоторых авторов принцип этого прибора совершенно искажен и получается, что для каждого r_0 требуется специальный копир, что лишало бы прибор всякого смысла.

В старой конструкции прибор Мара осуществляет описанную схему следующим образом (см. фиг. 339, представляющую вид прибора в плане): сегмент *б*, связанный с оправкой, несущей изделие, вращается посред-



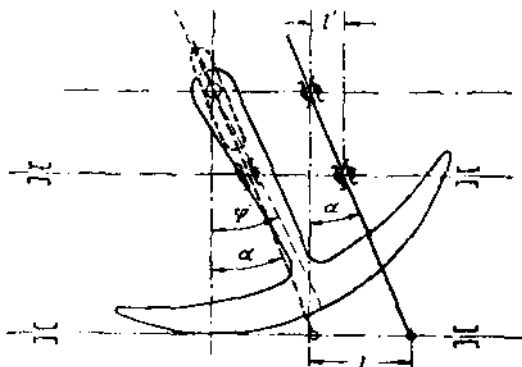
Фиг. 338.



Фиг. 339.

ством кремальерной передачи и связанных с кремальерой стальной ленты 15, закрепленной на сегменте 5 в точке 5' и натяжной пружины 11; в плоскости нейтрального слоя ленты к кремальере шарнирно прикреплен рычаг 4, имеющий скользяще-шарнирное соединение, как с линейкой 8, так и с оправкой; при этом, несмотря на ломаную форму рычага 4, обусловливаемую необходимостью миновать оправку, все три шарнира

лежат всегда в общей радиальной плоскости изделия. Линейка 8 может перемещаться в своих направляющих 16 только параллельно ленте 15 и кремальере 2 и несет на себе индикатор 6 с передаточным к нему рычагом 6', тастер которого касается исследуемого профиля. Направляющие 16 принадлежат суппорту 10, который может быть установлен на потребное расстояние r_0 от тастера до центра изделия, отсчитываемое по шкале 17. Действие прибора явствует из данной выше принципиальной схемы. Следует отметить, что в подобной комбинации, где лента огибает сегмент достаточно большого радиуса (около 200 мм) и где расстояние от центра вращения фиксировано, она уже не служит причиной искажений, как то имело место в приборах типа Мичиган.



$$d\vec{r} = \frac{r_0}{R_0} \Delta l = \frac{r_0}{R_0} R_0 \Delta \varphi = r_0 \Delta \varphi$$

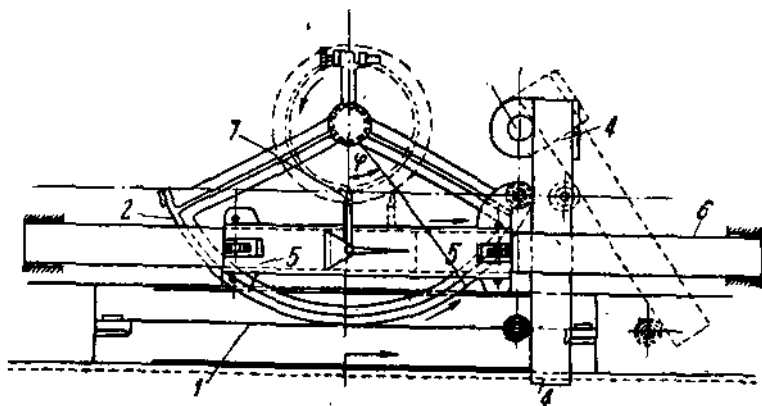
Фиг. 340.

Несколько отличаются от описанной модели построенные по тем же принципам, весьма близкие между собою, эвольвентометры С. Zeiss и только-что

выпущенная новая модель той же фирмы Мар.

Отличительными признаками этих приборов являются:

- 1) наличие самописцев;
- 2) симметричность относительно оправки с изделием, позволяющая разворачивать эвольвенту в обе стороны, т. е. проверять как правые.



Фиг. 341.

так и левые профили без переворачивания изделия, что невозможно на односторонней старой маровской конструкции;

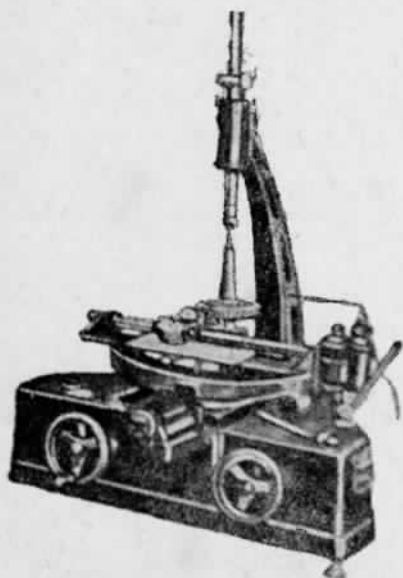
- 3) обкатка лентами в обоих направлениях с соответственным исключением натяжной возвращающей пружины (II по фиг. 339);

4) наличие кронштейна для поддержки сверху шестеренного валика, что существенно для проверки шестерен, обработанных заодно с валом;

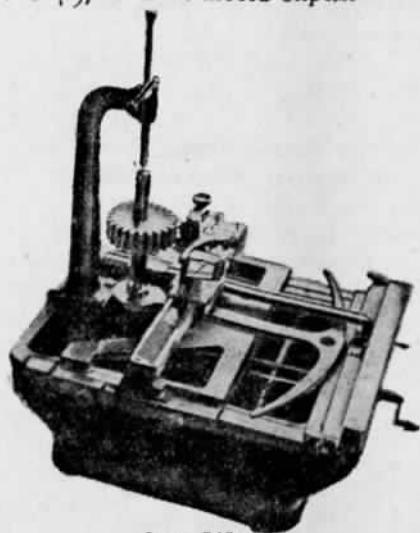
5) вынос в сторону рычага (коромысла), обеспечивающего подобие движения обеих линеек. Подобная система, упрощая конструкцию, не меняет существа дела, как это ясно из фиг. 340, если все три шарнира всегда остаются на общей прямой.

Схема прибора Цейсса дана на фиг. 341: 1 — лента, 2 — охватываемый ею сегмент, 3 — шарнир коромысла 4, 5 — каретка на передвижной линейке 6, несущая измерительную часть с тастером 7; общий вид прибора дан на фиг. 342; такой же вид нового прибора К. Мар представлен на фиг. 343.

К достоинствам прибора Цейсса следует отнести наличие специального микроскопа для отсчета положения индикаторной линейки ab , т. е. величины r_0 . Это позволяет сильно повысить не только точность настройки прибора (примерно до $2 \div 3 \mu$), но и точность определения



Фиг. 342.



Фиг. 343.

неизвестного r_0 любой данной шестерни. Последнее возможно на всяком универсальном эвольвентомере, однако не с такой точностью.

Эвольвентомер Orcutt

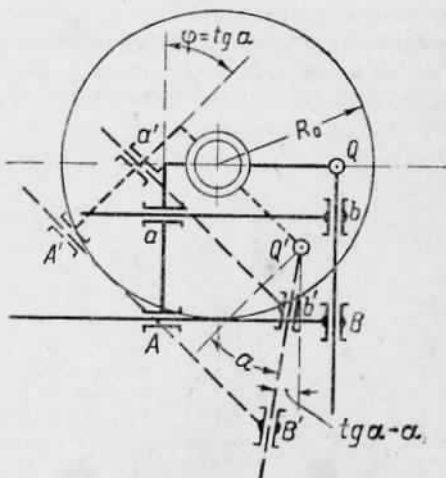
Универсальный эвольвентомер Оркетт, не имеющий самописца, отличается от предыдущих тем, что имеет неподвижный диск, обкатываемый линейкой. Схема его, понятная из фиг. 344, в остальном весьма близка с только-что рассмотренными схемами и легко уясняется из сопоставления с ними. Обкатка линейки AB по диску R_0 до произвольного положения, $A'B'$ поворачивает рычаг QB в положение $Q'B'$, т. е. на угол $\theta = \operatorname{tg} \alpha - \alpha$ тогда, как сама линейка AB и параллельная ей «индикаторная» линейка ab , установленная на r_0 , поворачиваются при этом на угол $\varphi = \operatorname{tg} \alpha$. Таким образом эвольвента получается здесь относительно неподвижных

диска и изделия, но в точности тем же способом, что у Мара и Цейсса. В конструкции прибора (фиг. 345) легко уловить сходство с прибором Лис-Браднера, что вызывается аналогичными условиями обката диска линейкой. Громоздкость и даже известная неуклюжесть конструкции наглядно показывают, что в универсальных приборах лучше оставаться при обычном для них разделенном движении. К достоинствам прибора надо отнести наличие микроскопа для отчета r_0 (как у Цейсса). Указываемая фирмой точность 2,5 μ очевидно сильно преувеличена; подобная цифра исходит скорее из цены деления индикатора (с учетом отношения плеч передаточного рычага), чем из действительных возможностей, обеспечиваемых конструкцией.

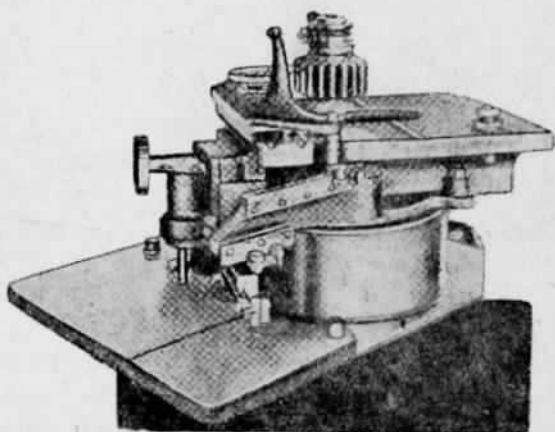
Эвольвентомер Michigan Tool Co (новый тип)

Наиболее интересным и своеобразным из универсальных эвольвентомеров является новый прибор Мичиганской К⁰, на котором следует остановиться подробнее. В отличие от других аналогичных приборов, здесь подобие двух относительных движений: направляющего и измеряющего создается не рычажной системой, а клиновой перекачей.

Направляющее движение, разделенное, как у Мара и Цейсса, производится как обычно обкаткой диска постоянного радиуса R_0 , а подобное ему относительное движение измерения достигается введением клина и происходит поэтому в направлении, перпендикулярном к направляющему движению, а не параллельно ему, как это имело место в рассмотренных приборах. Однако самый принцип подобия этим не нарушается, поскольку для воспроизведения эвольвенты, подобной заданной, достаточно, чтобы относительные перемещения, касательные к основной окружности r_0 , были бы равны $\frac{r_0}{R_0} \varphi$, где R_0 радиус заданной эталон-



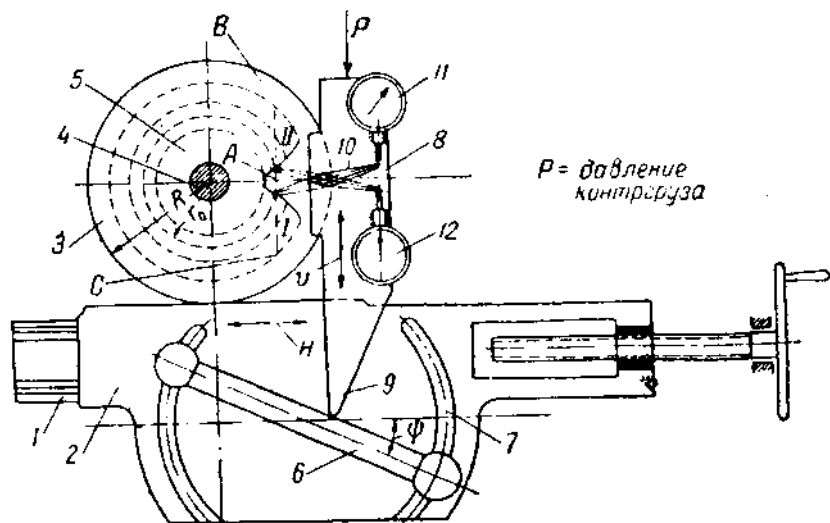
Фиг. 344.



Фиг. 345.

ной окружности и φ углы поворота (обкат). Сказанное ясно из рассмотрения схемы разбираемого прибора (фиг. 346).

На направляющих 1 скользит каретка 2, фрикционно сопряженная с постоянным диском 3. Последний наглухо закреплен на оправке 4, на которой монтируется измеряемое изделие 5. На каретке 2, в пазах 7 поворотно устанавливается направляющий стержень 6; вторая каретка 8, снабженная упором 9 и несущая передаточный рычаг 10 с индикаторами к нему 11 и 12, может перемещаться только в направлении v , перпендикулярном направлению H перемещения каретки 2.



Фиг. 346.

Если принять угловую скорость вращения оправки $4 = \omega$, то, очевидно, что для придания каретке 8 скорости $r_0\omega$ (в направлении v), при условии, что скорость каретки 2 (в направлении H) равна ωR , поскольку она сопряжена с диском 3, радиуса R , необходимо ввести между обоими поступательными движениями передачу с $i = \frac{r_0}{R}$. Это достигается соответствующим поворотом стержня 6, по которому скользит упор 9, определяющий таким образом перемещение v . Очевидно, что при таком устройстве $\frac{v}{H} = \operatorname{tg} \psi$, а следовательно, наклон стержня под углом ψ , где $\operatorname{tg} \psi = \frac{v}{H} = \frac{r_0}{R}$, обеспечит перемещение каретки 8 с линейной скоростью, равной теоретической окружной скорости на основной окружности испытуемого колеса ωr_0 . Принимая $\psi_{\min} = 0$ и $\psi_{\max} = 45^\circ$, т. е. $0 < \operatorname{tg} \psi < 1$, можно измерять по профилю любые шестерни до $r_0 = R$.

Процесс измерения в основном явствует из предыдущего: после того как исследуемое колесо монтировано на оправке 4, как показано на фиг. 346, и направляющий стержень установлен под углом ψ (см. выше),

наконечник рычага 10 устанавливается на требуемое r_0 при помощи верхнего суппорта 13 каретки 8 (фиг. 347). Установка по направляющей 14 фиксирует нужное положение тастера по высоте. Проверяется вначале один профиль той впадины, в которую введен наконечник, а затем переключением рычага на другой индикатор — второй профиль. При этом, конечно, профиль I (фиг. 346) повернется на участке АВ, а профиль II — на участке АС. Для перехода к следующей паре профилей достаточно продвинуть несколько далее каретку 2 так, чтобы наконечник вышел за пределы ВС (т. е. за точку С или В) и перевести изделие на следующий зуб.

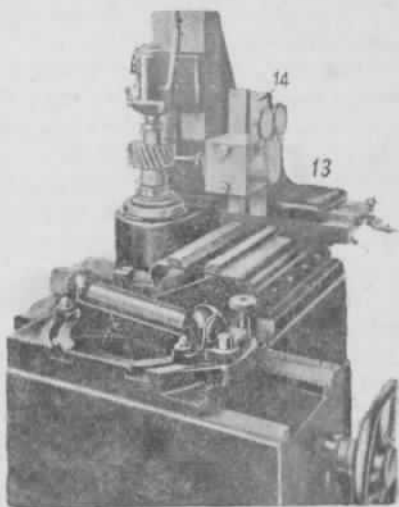
В процессе измерения каждая отдельная точка замера определяется по шкале на направляющих I и дополнительной цилиндрической шкале (с указателем на валу маховичка). Самопишущего устройства не предусмотрено.

Прибор может быть применяем для зубчатых колес диаметром до 12", т. е. до 300 мм и до того же размера по ширине венца. Применение возможно, как в цехе, так и в лаборатории, для индивидуальной, серийной и массовой продукции, так как хотя точность прибора и ниже, чем у дисковых эвольвентомеров, но значительно выше, чем у рычажных. При надлежащем состоянии прибора можно вполне доверять показаниям порядка 3—4 μ .

Положительной стороной прибора, по сравнению с дисковым, является универсальность, а по сравнению с рычажными — значительно большая точность, обязанная как более надежной кинематике, так и значительно более жесткой и массивной конструкции.

Недостатком прибора, по сравнению с дисковыми, является весьма значительное удлинение измерительной цепи.

В конструкции (фиг. 347) очень удачно применены: 1) цилиндрический стержень, дающий возможность поворотом около собственной оси немедленно по обнаружении износа переходить на новую образующую, 2) скользящий, а не роликовый упор 9, и 3) легко подвижная и точно направленная каретка 8 (шарики в V-образных пазах). Однако изложенный принципиальный (длинная цепь) недостаток потенциально сохраняется в силе, поэтому прибор необходимо периодически тщательно и всесторонне проверять.



Фиг. 347.

§ 10. Некоторые замечания по исследованию эвольвентных профилей

Сопоставление диаграмм ошибок разноименных профилей

В тех случаях, когда по полученным на эвольвентомере диаграммам требуется не только выяснить точность изделия, но и восстановить кар-

тину технологических дефектов обработки, надо иметь диаграммы правых и левых профилей нескольких зубьев. Ограничившись профилями только одного зуба, можно получить неточную картину, характерную лишь для данного участка, но не для венца в целом. Однако и в этом случае картина, хотя и чисто местная, вскрывается. Наоборот, имея диаграммы лишь одноименных профилей, разделить ошибки зацепления по группам технологических причин невозможно. Даже выделение ошибки общего направления профиля из прочих ошибок — единственно, что может быть связано с технологией по диаграммам одноименных профилей, — производится значительно полнее при сопоставлении диаграмм разноименных профилей.

Поэтому следует ясно представлять себе технику сопоставления таких диаграмм.

На фиг. 200 (гл. V) была дана развернутая картина образования двух смежных профилей в обработке. Возвращаясь к этому чертежу и учитывая сказанное об эвольвентах, можно отметить следующее: кольцевые зоны обработки имеют переменную ширину, равную $\eta \rho_x \cos \alpha_x = \eta r_0 \sin \alpha_i$; следовательно, приращение высоты зуба не может быть линейной функцией соответственного приращения линии зацепления. Так как абсциссой получаемых на эвольвентомере диаграмм является линия зацепления (по причине обката линейки с основной окружностью), то значит и отнесение этих диаграмм непосредственно к высоте зуба невозможно. Действительно, нетрудно убедиться, что если бы мы хотели связать высоту зуба с линией зацепления каким-то масштабом M_y , то этот масштаб получился бы в пределах диаграммы не только переменным, но и представлял бы собой нелинейную (тригонометрическую) функцию:

$$M_y = \frac{d\rho_x}{dh_x} = \frac{d\rho_x}{d(r_x - R_i)} = \frac{d(r_0 \lg \alpha_x)}{d\left[r_0\left(\frac{1}{\cos \alpha_x} - \frac{1}{\cos \alpha_i}\right)\right]} = \frac{d \lg \alpha_x}{d \frac{1}{\cos \alpha_x}} =$$

$$= \frac{d\alpha_x \cos^2 \alpha_x}{-\cos^2 \alpha_x d \cos \alpha_x} = \frac{1}{\sin \alpha_x},$$

где ρ_x — есть абсцисса данной точки диаграммы, равная радиусу кривизны эвольвенты в этой точке;

h_x — высота зуба в данной точке, отсчитанная от окружности впадин R_i (или другой заданной, где угол зацепления $= \alpha$).

Наоборот, если мы свяжем абсциссу диаграммы с высотой зуба изделия, но исходной рейки или с профилем этой рейки, масштаб получится постоянным и очень простым:

$$h_x' = (\rho_x - \rho_i) \sin \alpha_0$$

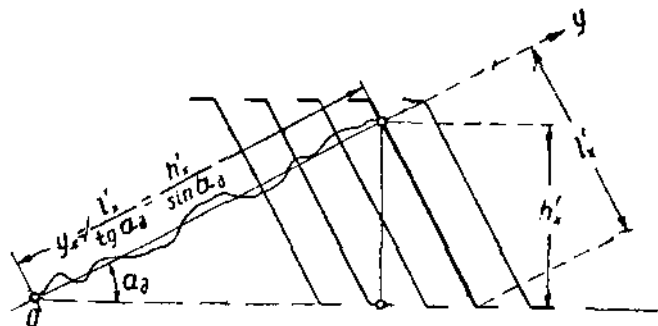
$$\frac{d\rho_x}{d(\rho_x - \rho_i) \sin \alpha_0} = \frac{1}{\sin \alpha_0} = \text{const},$$

т. е. диаграмма, полученная на эвольвентомере, дает возможность относить любую погрешность непосредственно к высоте зуба по исходной рейке, причем эта высота определяется простым умножением на $\sin \alpha_0$ абсциссы данной точки диаграммы. Аналогично, если желательно относить погрешности не к высоте зуба, а к положению на профиле исход-

ной рейки, масштаб получится $M_y' = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_2}$. То и другое легко видеть на фиг. 348, где Y есть ось абсцисс диаграммы, масштаб для которой получается, таким образом, заранее predetermined для всякого эвольвентомера¹. Масштаб M_w диаграммы по ординатам w определяется увеличением прибора.

Фактически, вследствие конечной длины пишущего рычага, ординаты получаются криволинейными (дуга круга); однако этим принято пренебрегать, хотя увеличение длины рычага весьма желательно и должно быть отнесено к серьезным достоинствам прибора, особенно заметным при детальном анализе диаграммы.

Точку начала координат можно выбирать произвольно, в зависимости от практических удобств. Иногда, как показано на фиг. 341, она совмещается с точкой O начала образования эвольвенты, однако это



Фиг. 348.

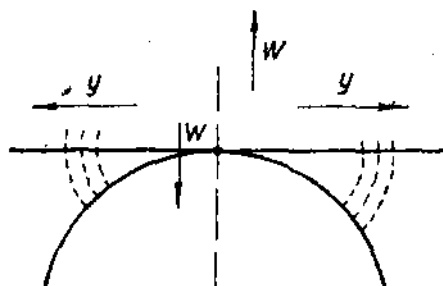
отнюдь нельзя возводить в правило. В разделе приведения разнородных ошибок (гл. IV) мы уже видели, что для такого приведения начало отсчетов надо брать на окружности измерения шага; при сопоставлении разноименных профилей мы увидим удобство отсчетов от постоянной хорды и т. д. В случае предполагаемого детального исследования, начало координат должно отмечаться на самой диаграмме до снятия ее с прибора.

Для сличения между собой отдельных диаграмм, кроме масштабов, необходимо знать положительные направления по обеим координатным осям. В этом отношении не все эвольвентомеры устроены одинаково. Направление оси абсцисс Y определяется самими условиями обката от центральной прибора к краям, так как углы развернутости и радиусы кривизны эвольвенты возрастают от точки обката (фиг. 349). Наоборот, положительное направление ординат (W), соответствующее положительной ошибке профиля (выступ) в зависимости от увеличительной рычажной системы может быть обращено как вверх, так и вниз. В наиболее

¹ Обратное имело бы место лишь для диаграмм, получаемых на универсальных эвольвентомерах, в случае, если бы движение самописца было связано с постоянной окружностью, по которой ведется фактический обкат линейки. Однако именно в силу такого неудобства подобная конструкция практически не применяется. Построение диаграмм по точкам для этого типа приборов рассмотрено далее.

распространенных системах эвольвентометров (например Мааг) оно меняется для разноименных профилей (фиг. 349) так, что при совмещении направления абсцисс одна из диаграмм получается не прямым, но зеркальным изображением своего профиля.

Пример. Положительная ошибка обеих профилей на общей высоте приводит к суммарной ошибке толщины зуба, а на диаграмме мы получим отклонение обеих кривых в общем направлении (фиг. 350). Наверху сплошным с подштриховкой указан зуб в увеличении $\frac{1}{100}$ раз, и на соот-

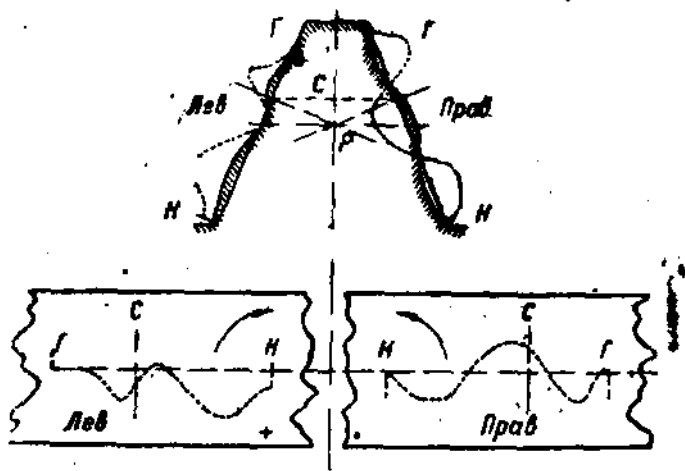


Фиг. 349.

ветственные профили пунктиром нанесены диаграммы их ошибок, полученные на приборе (имеющем увеличение, равное 4) в виде, указанном внизу чертежа. Буквы *H* и *G* соответствуют ножке и головке на диаграмме.

Чтобы получить картину, более отвечающую действительности, в последнее время в эвольвентометрах начали применять знакопостоян-

ные рычажные системы, схема которых показана на фиг. 351. Простой рычаг *I* и фасонный — *2* имеют центры качения в опорах *O*₁ и *O*₂ соответственно. При измерении профиля *I* тастер занимает положение *T'*



Фиг. 350.

и второе плечо рычага *I* воздействует на призму *A*, отводя тем самым указатель (или перо самописца) *C* вправо. При проверке профиля *II* тот же тастер занимает положение *T''*. При этом рычаг *I* воздействует на призму *B*, отводя указатель опять-таки вправо, хотя сам тастер отклонялся в первом случае (положительными ошибками профиля) вправо, а во

втором — влево. Чтобы и масштаб перемещений c сохранился в обоих случаях тем же, достаточно подобрать плечи рычагов в отношении:

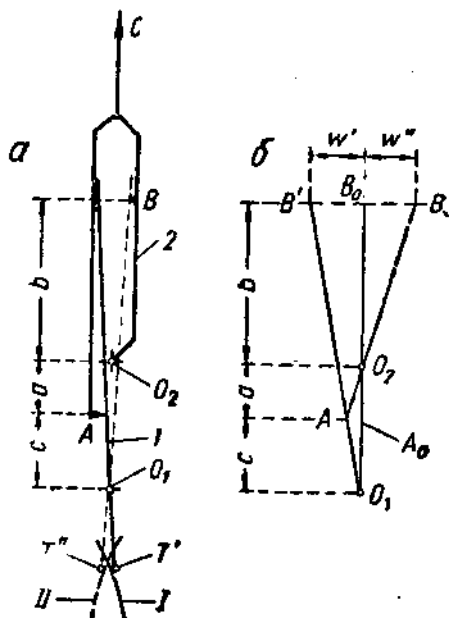
$$a + b + c = \frac{c}{a} b.$$

Это непосредственно следует из фиг. 351, б:

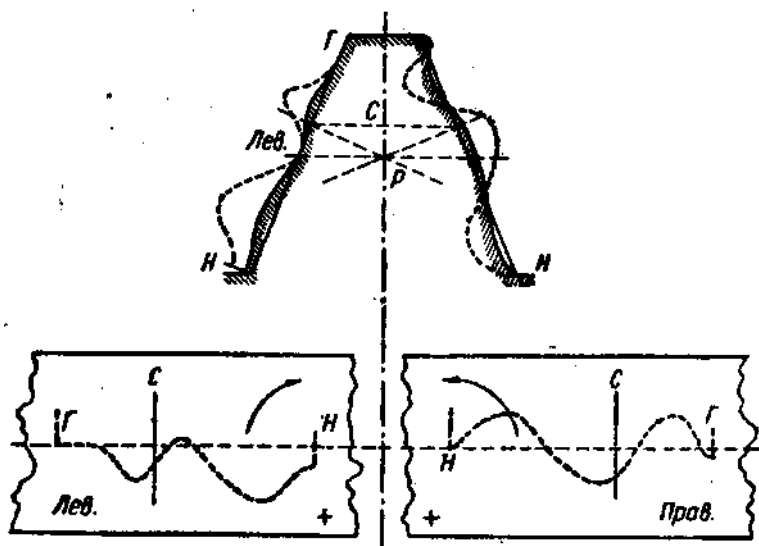
$$\frac{W'}{AA_0} = \frac{b + a + c}{c}; \quad \frac{W''}{AA_0} = \frac{b}{a}.$$

Для $W' = W''$ достаточно и необходимо: $a(a + b + c) = c \cdot b$.

Диаграммы, даваемые знакопостоянной рычажной системой и их положение на профиле зуба, показанного на фиг. 350, даны на фиг. 352. Знакопостоянные диаграммы дают более ясное впечатление о характере зуба и позволяют избежать ошибочных выводов при недостаточном внимании. Что же касается простоты обработки диаграмм, то она принципиально одинакова как для знакопостоянных, так и для знакопеременных систем. Необходимо лишь всегда точно знать, какой системой диаграмма записана, так как построения во многом противоположны.



Фиг. 351.



Фиг. 352.

В дальнейшем изложении мы будем всецело базироваться на обычном („знакопеременном“ фиг. 349, 350) типе диаграмм и лишь в конце дадим несколько замечаний о необходимых изменениях при пользовании диаграммами иного рода.

Примем за начало координат каждой отдельной диаграммы точку постоянной хорды. Для этого тастер вводится сначала в осевую плоскость прибора, в которой происходит касание диска и линейки. Затем дается обкат:

$$y_0 = r_0 \operatorname{tg} \alpha_0 \pm \left(\frac{\pi m}{2} + 2 x \operatorname{tg} \alpha_0 \right) \frac{\cos \alpha_0}{2},$$

где величина в скобках изображает толщину зуба по делительной¹. Знак $+$ соответствует постоянной хорде зуба, где мы принимаем начало отсчетов, знак минус — постоянной хорде впадины, которая также понадобится в дальнейшем. В обеих точках (y_0 , y_0') делаются засечки простым нажатием на пишущий рычаг. После этого диаграммы снимаются обычным порядком.

В разделе „симметричных нормалей“ (§ 11, гл. IV) мы убедились, что сумма высот по исходной рейке, отсчитанных до обеих точек единовременного касания зуба в плотном зацеплении от постоянной хорды, тождественно равна нулю, независимо от положения и конфигурации зуба изделия.

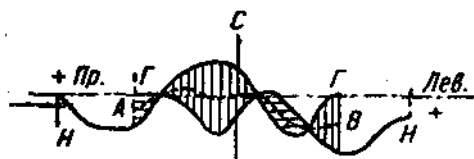
Так как масштаб диаграммы по абсциссам постояен, то точки диаграмм разноименных профилей одного и того же зуба, лежащие на равных, но отсчитанных в противоположных направлениях, абсциссах от точек постоянной хорды суть точки единовременного контакта в плотном зацеплении, или, технологически, — точки, образуемые общим резом. То же самое можно заключить и относительно равноотстоящих по диаграмме от постоянной хорды впадины точек двух профилей этой впадины. Следствие: если наложить одну из диаграмм зуба (впадины) на другую так, чтобы точки постоянной хорды зуба (впадины) совпали между собой, получим по любой ординате все ошибки данного реза. Сопоставляя их, легко можно судить о поведении зуба исходного контура в целом, т. е. в первую очередь расчленив его радиальные и тангенциальные (обкатные) ошибочные смещения в данный момент. Покажем это на примере диаграмм фиг. 350 и рассмотрим частные случаи, которые могут помочь дальнейшей дифференциации ошибок обработки.

Совместим диаграммы фиг. 350 по осям $Y: C - C$ (фиг. 353); получаем по ординатам между кривыми, на участке перекрестия, отрезки, характеризующие избыточную или недостаточную „толщину“ зуба по

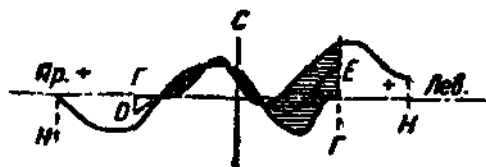
¹ Если прибор снабжен шкалой для отсчета поперечных перемещений, такие считаются непосредственно, без предварительной установки тастера по осевой плоскости. К сожалению, приборы индивидуальнo-дискового типа, на которых здесь построено изложение, как правило, такой шкалой не снабжаются. Причина этому лежит в непонимании не только измерителями, но и фирмами вскрываемых здесь возможностей расшифровки диаграмм по технологическим признакам. Это непонимание приводит к тому, что зуборезные заводы, располагаящие даже огромным количеством фактического материала в виде эволюентных диаграмм своей продукции, не извлекают из него и половины той пользы, которую он может принести, ограничиваясь составлением альбомов картинок, вроде даваемых наверху, фиг. 360 и 362, от которых, как мы сейчас увидим, еще далеко до состояния, годного для исчерпывающих выводов.

соответственной секущей. Средняя линия (пунктир AB) характеризует смещения средних точек, т. е. смещения оси симметрии зуба исходной рейки в процессе нарезания. Выпрямив эту кривую в ось абсцисс, получим симметричное относительно нее расположение исходных кривых, которые теперь, непосредственно, характеризуют симметричные относительно оси колебания ширины зуба исходной рейки. Чтобы избежать довольно кропотливого на практике выпрямления, одну из этих, совершенно симметричных ветвей кривой колебаний толщины можно получать иначе. Для этого достаточно одну из диаграмм обратить зеркально, т. е. перевернуть вокруг оси абсцисс (что совсем просто, если она сделана на кальке) и опять построить среднюю линию между обеими кривыми (фиг. 354 пунктир). Нетрудно видеть, что эта линия DE дает среднее из двух полутолщин, т. е. представляет собою одну

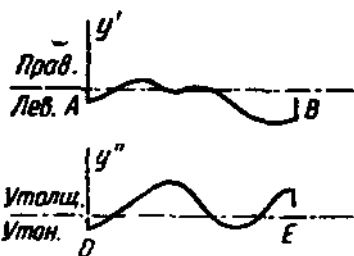
из двух искомым симметричных ветвей колебания толщины. Вынесем обе полученные кривые AB и DE (фиг. 355) и



Фиг. 353.



Фиг. 354.



Фиг. 355.

исследуем их. Допустим сперва полную точность исходной рейки. Тогда симметричные колебания могут характеризовать только переменные радиальные смещения инструмента (например биение фрезы), а смещения центровой — лишь колебания обката. Учитывая, что измерения в обоих случаях идут по нормали, получаем

$$\Delta y' = M \cos \alpha_0 \frac{mz}{2} \Delta \varphi,$$

где $\Delta \varphi$ — ошибка угла поворота изделия относительно инструмента, M — увеличение прибора (масштаб),

$$\Delta y'' = M \sin \alpha_0 \Delta X,$$

где ΔX — радиальное смещение.

Таким образом ошибки технологии разделены и установлены полностью.

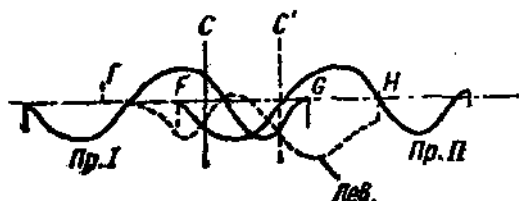
То же достигается и при искаженном инструменте, если его ошибки известны и их диаграммы предварительно вычтены из диаграмм ошибок соответственных профилей. В случае, если собственные ошибки инструмента неизвестны, полное разделение автоматически не получается и необходимо дополнительное исследование наличных условий, вероятных периодов и т. п. Например здесь следует учитывать такие моменты как практическое отсутствие радиальных переменных смещений на зубостро-

гальном станке, возможные периоды биения червячной фрезы, повторяемость ошибок однозаходного инструмента по всем кольцевым зонам, самый характер того или иного фактора и т. п. Даже чисто формальная сторона главы о влиянии технологических факторов (гл. V) может дать иногда совершенно исчерпывающие дополнительные указания, причем не исключена возможность частичного аналитического решения задачи (см. далее пример).

Если диаграммы получаются по фиг. 352 (знакопостоянные рычаги), их прямое наложение определяет радиальные сдвиги, а зеркальное — ошибки обката.

Если эвольвентомер не имеет самописца, диаграммы строятся по точкам. При этом в универсальном эвольвентомере перемещение масштабной линейки (всегда в этом типе приборов имеющейся), независимо от r_0 , но связано обкатом с постоянным сегментом радиуса R . Поэтому масштаб диаграммы по абсциссам получается соответственно с данной выше фиг. 348:

$$M_1 = M \frac{R}{r_0} = \frac{R}{r_0 \sin \alpha_0} \quad \left(\text{или же } M_1' = M' \frac{R}{r_0} = \frac{R}{r_0 \operatorname{tg} \alpha_0} \right).$$



Фиг. 356.

Пока все измерения относятся к одной шестерне (как в разбираемом нами здесь приведении разноименных профилей), это не вносит никаких принципиальных изменений в построении. Наоборот, это должно быть всегда учитываемо при сопоставлении профилей сопряженных

(гл. IV). Возвращаясь к последнему и сравнивая его с только-что наложенным, нетрудно заметить, что приемы приведения остаются везде теми же самыми, разница состоит лишь в том, какие берутся профили — одноименные или разноименные, и какая точка — полюс или точка постоянной хорды принимается за общее начало диаграмм.¹

Так как на паре двух профилей одного зуба получается лишь небольшой участок перекрытия кривых (фиг. 353—355), для полноты картины следует брать еще один профиль, перекрывающий неиспользованную по предыдущему часть одной из кривых. Приведенная, таким образом, диаграмма приобретает вид фиг. 356, где C' — постоянная хорда впадины для профилей *левого* и *правого* — II. Решение ведется по профилям попарно, т. е. *прав. I* сопоставляется с *лев. II* по постоянной хорде зуба, *лев. I* и *прав. II* — по постоянной хорде впадины. Несовпадение данных по дважды перекрывающимся участкам ($F—G$) может дать весьма ценные дополнительные указания для выделения дефектов инструмента, если таковые с потребной точностью неизвестны. Можно даже рекомендовать, как общее правило, проверку на выборку не единичных

¹ Обобщая и вспоминая сказанное о симметричных нормальных, можно формулировать: вопросы выявления работы передачи решаются методами однопроводного приведения, тогда как вопросы технологии и монтажа — методами двупроводного приведения, хотя самые методы и остаются тождественными.

профилей, но групп по три профиля: два одноименных и один иноименный между ними.¹ Подобные группы по три профиля подряд дают хорошие возможности и для обычно практикуемого сличения по одинаковой высоте (т. е. по кольцевым зонам), которое остается желательным в качестве подсобного средства и при изложенных методах сличения „по резам“. Число таких подвергаемых исследованию групп на венце установлено в виде общего правила быть не может. Желательно брать их не менее 3—5, на одинаковом между собою расстоянии. В случае нарезки долбяком следует рекомендовать еще 2—3 дополнительных группы, отстоящих от одной из уже измеренных на $\frac{z_{\text{долб}}}{n}$ зубьев, где $z_{\text{долб}}$ — число зубьев долбяка, а n — число берущихся по изделию групп (т. е. три или пять). При этом следует стремиться, чтобы в исследовании обязательно вошла зона смыкания нарезки, т. е. тот участок, где нарезан последний зуб изделия.

Ясно, что увеличение числа групп против указанного повышает точность и надежность результатов. Однако из практических соображений на такое увеличение следует идти лишь для прецизионных шестерен (1 класс), для инструмента (т. е. для самих долбяков, где надлежит по возможности проверять все зубья) и для первых изделий партий массового производства. В остальных случаях подобное увеличение групп можно считать скорее исключением, вызываемым индивидуальной ситуацией.

Для пояснения всего изложенного в настоящем параграфе разберем пример по фиг. 357.

Зубчатое колесо $z=24$, $m=5$; $\alpha_d=\alpha=20^\circ$ (некорригированное) $\beta=0$ (прямоугольное) нарезается на зубофрезерном станке, имеющем на делительном червячном колесе $z_{\text{см}}=154$. Фреза однозаходная, без буртика для точной проверки биения, переточенная, так что нет полной уверенности в отсутствии радиального биения.

Уже по общему виду диаграмм наличие биения заметно; однако без приведения уточнение исключается. Располагаем диаграммы профилей по изложенному, приводя профили зуба (лев. I и прав.) к симметричной хорде C , а профили впадины (прав. и лев. II) к такой же хорде впадины C' . Обращаем внимание на то, что мелкие колебания (зубчики), отмечаемые на всех диаграммах, совпадают при наложении не только по периоду, но и по фазе, т. е. обращены выпуклостями вверх на одних и тех же вертикалях (например у C'). Это позволяет сразу определить их асимметричный характер, т. е. искать их причин в станке, предварительно примерно установив их период.

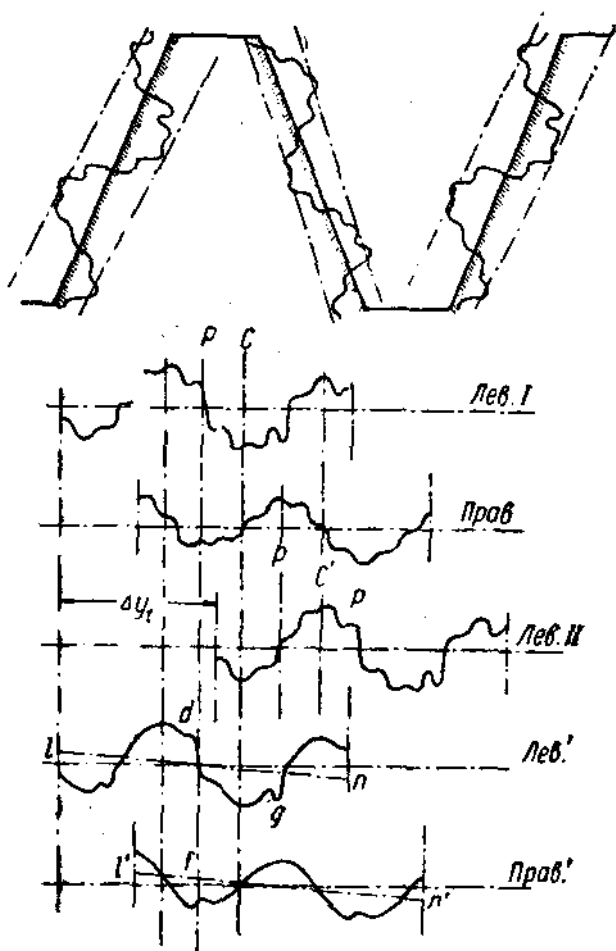
Определим сначала отрезок абсциссы, соответствующий собственному шагу изделия. Так как шаг в четыре раза больше полутолщины, искомым отрезком должен быть в четыре раза больше диаграммного расстояния между полюсом и постоянной хордой, т. е. $\Delta y_i = 4PC$.

Действительно, диаграммы лев. I и лев. II взаимно сдвинуты именно на $4PC$; иначе и быть не могло бы, поскольку их начала соответствуют общей кольцевой зоне и в то же время взаимно отстоят на один шаг.

¹ Если передача реверсивная, берутся два последовательных рабочих профиля и один промежуточный нерабочий.

Искомый период в станке очевидно определяется:

$$\frac{\varphi_x}{\gamma_{изд}} = \frac{\Delta y_x}{\Delta y_t} = \frac{\Delta y_x}{4PC};$$



Фиг. 357.

подсчитав на достаточном отрезке, кратном Δy_t , число зубчиков, получаем по чертежу отношение:

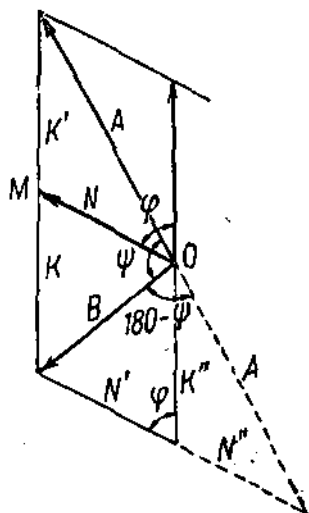
$$\frac{\varphi_x}{\gamma_{изд}} = \frac{\varphi_x 24}{2\pi} = \frac{5}{32},$$

$$\varphi_x \approx 2\pi : 154,$$

т. е. имеем ошибку на каждом зубе делительного колеса или же ошибку делительного червяка. Отсюда — необходимость проверки делительной пары, если сама величина ошибки того требует.

Сбросим полученную ошибку с диаграммы, т. е. выравниваем соответственно ее кривые. Ввиду того что диаграммы *лев. I* и *лев. II* получились тождественными, можем в дальнейших операциях последнюю отбросить. Получаем кривые „пр.“ и „лев.“, в которых ясно видны синусоиды периода Δu , несколько заваленные слева направо. Так как этот завал (т. е. опускание) имеет примерно одинаковую величину для обеих сопоставляемых диаграмм, приходим к заключению о наличии „пьяного“ зуба ($\alpha_{лев} > \alpha_0 > \alpha_{прав}$), что может быть следствием только неодинакового перемещения точки резания по правой и левой линиям зацепления. Для червячной однозаходной фрезы это означает или перекося зуба при одинаковом для обоих профилей угле подъема нитки, или, наоборот, разный подъем при правильно поставленном зубе, причем последнее значительно менее вероятно, чем первое.

Проведя прямые ln и $l'n'$ соответственно среднему уклону кривой, отсчитываем в дальнейшем ординаты уже от этих прямых (исключение Δa). Получаем амплитуды и сдвиг фаз обеих основных синусоид, имеющих, как видно из диаграммы, период, равный одному шагу, т. е. одному обороту фрезы; пусть это будет: $A, B = 0,6A$ и $\psi = 100^\circ$ влево (для правого профиля против левого) соответственно. По этим двум амплитудам и ψ требуется определить амплитуды симметричных колебаний, характеризующих радиальное биение фрезы, асимметричных колебаний, характеризующих ее осевое биение и сдвиг фаз между ними. По фиг. 358 задача сводится к разложению векторов A и B на 3 составляющих K, K' и N , из которых две первых равны по величине и взаимно обратны по направлению (симметричная слагающая, — радиальное биение), тогда как третья направлена под некоторым углом φ (асимметричная слагающая — осевое биение). Очевидно, что замыкающая A и B сторона $M = K' + K = 2K$, а медиана дает N .



Фиг. 358.

$$\begin{aligned}(2K)^2 &= A^2 + B^2 - 2AB \cos \psi = \\ &= A^2 + (0,6A)^2 - 2 \cdot 0,6 \cdot A^2 \cos 100^\circ = 1,57A^2, \\ (2N)^2 &= A^2 + B^2 - 2AB \cos (\pi - \psi) = 1,15A^2,\end{aligned}$$

т. е. имеем радиальное биение фрезы:

$$\Delta X_\varphi = 2E_\varphi = 2 \frac{K}{M \sin \alpha_0},$$

где E_φ — эксцентриситет фрезы, M — увеличение прибора.

Осевое биение:

$$\Delta Y_\varphi = \frac{2N}{M \cos \alpha_0}.$$

Сдвиг фаз φ определяется или решением соответственного треугольника

$$\cos \varphi = \frac{N^2 + K^2 - B^2}{2 \cdot NK},$$

или просто графически по чертежу типа фиг. 358.

Так как проверить осевое биение (индикатором по торцу оправки) весьма просто, получаем немедленное и полное определение эксцентриситета фрезы.

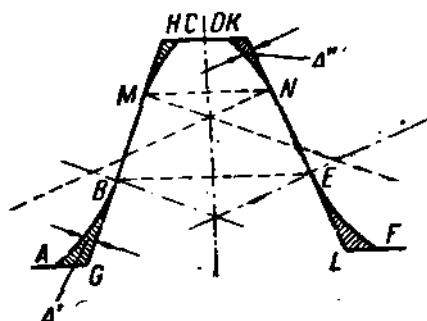
Возвращаясь к диаграмме фиг. 357, замечаем еще местные искажения в точках d, f, g . Два первых одновременны для обоих профилей и носят зеркальный в отношении друг к другу характер. Следовательно, это местное искажение обоих профилей фрезы одновременно. Очевидно это — ошибка заточки, т. е. ошибка окружного шага фрезы в соответственном месте. Ошибка g аналога на второй диаграмме не имеет, следовательно является местной ошибкой, принадлежащей одной из режущих граней. Отыскать последнюю так же, как и ошибочно заточенный шаг, нетрудно, поскольку положение основных синусоид уже фиксировано (по осевому биению).

Далеко не всегда практически задача так легко доводится до конца во всех деталях, однако из приведенного примера ясно, что рассмотренным методом приведения диаграмм к общим постоянным хордам полностью вскрывается целый ряд хотя бы основных дефектов и что недооценка эвольвентомеров производителями есть лишь следствие неумения надлежаще их использовать.

Проверка на эвольвентомерах смешанных и неэвольвентных профилей

На любом эвольвентомере можно проверить профиль зуба, отличный от эвольвенты.

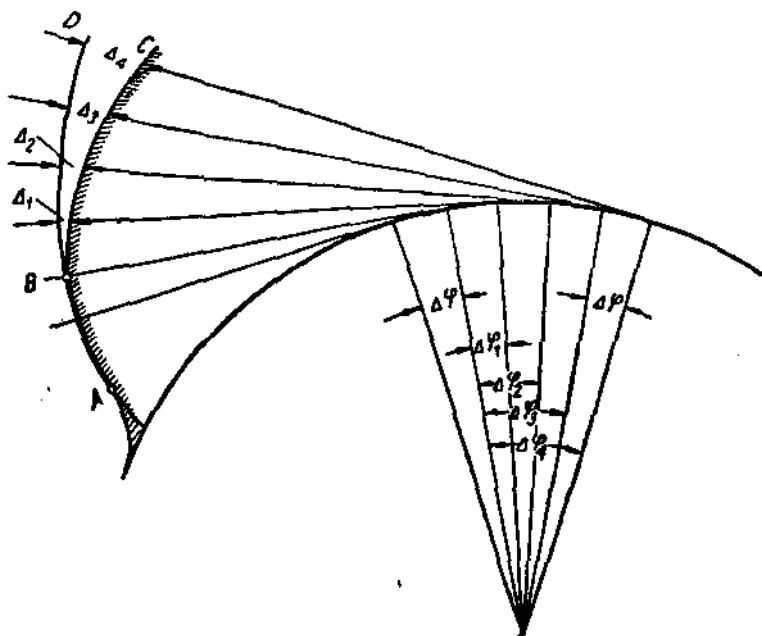
1. В случае наличия хотя бы некоторого участка, образованного по эвольвенте, и его дальнейшего перехода на иной закон образования („озонда“, завал кромки и т. п.), эвольвентомер настраивают на основную окружность этой эвольвентной части. На остальных участках отклонение от эвольвенты замеряют так же, как ошибку эвольвентных профилей. Разница состоит лишь в том, что эта „ошибка“ здесь заранее задана и требуется проверить, насколько она выдержана в изготовлении. Принципиально задачу решают двумя путями: все замеры относят непосредственно к положению на зубе изделия или по положению



Фиг. 359.

к исходной рейке. Хотя исследование ошибок эвольвентных профилей значительно удобнее, однако и второй путь не исключается. Пусть по фиг. 359 $ABMCDNEF$ — смешанный контур исходной рейки, накладывающийся на участках BM и NE на прямоочный контур эвольвентного

зацепления и отступающий от него на участках AB , MC , DN и EF (отступления заштрихованы). В любой точке профиля изделия, соответствующей этим участкам исходной рейки, эвольвентомер будет показывать отклонение по нормали к эвольвенте, т. е. по перпендикуляру к GH или KL , отмечая таким образом Δ' , Δ'' и т. п. в соответственном масштабе. Следовательно, достаточно составить уравнение кривых AB , MC в прямоугольных координатах, относя абсциссы к GH , увеличить эти абсциссы в $\frac{1}{\sin \alpha_0}$ раз, а ординаты в M_ω раз, где M_ω есть увеличение прибора, чтобы полностью определить теоретическую диаграмму измерения. Нанеся ее на фактическую диаграмму и сопоставляя соответ-



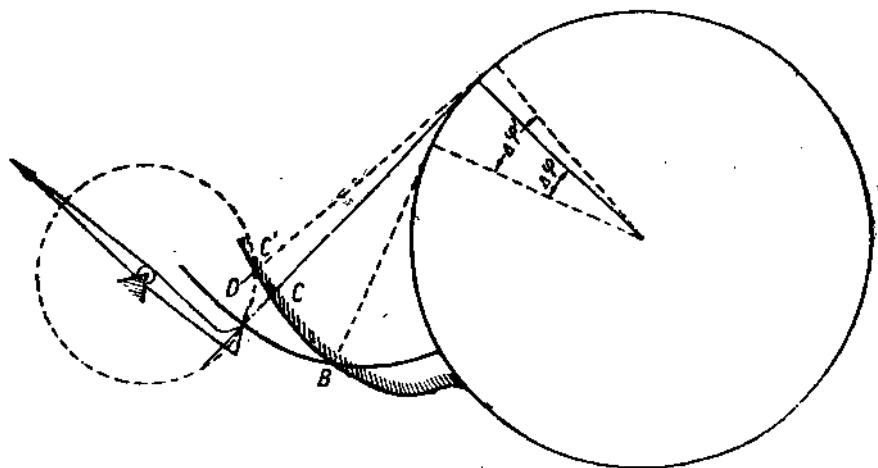
Фиг. 360.

ственные ординаты, получаем полную картину ошибок изготовления профиля. Если требуется отнести ошибки непосредственно к самому изделию, профиль последнего в сильно увеличенном виде вычерчивается по фиг. 360 совместно с эвольвентой, от которой он отклоняется, и с его основной окружностью. При повороте изделия последовательно на углы $\Delta\varphi$ показания индикатора должны давать соответственные теоретические отклонения Δ , приведенные в масштаб чертежа по предыдущему. Иначе говоря, вся разница от предыдущего случая (исходная рейка) сводится к решению вопроса не в декартовых, а в своего рода „полуэвольвентных“ координатах (абсцисса-эвольвента, ордината-нормаль к ней).

2. При отсутствии эвольвентной части на профиле можно считать длину эвольвентной части равной нулю и применить предыдущие рассуждения. Так как радиус основной окружности (диск или настройка прибора) становится, таким образом, неопределенным, его следует вы-

бирать по практическим удобствам, т. е. так, чтобы максимальные отклонения истинного профиля в плюс и в минус от воображаемой эвольвенты были примерно равны.

При очень больших отклонениях от эвольвентного профиля, строго говоря, в силу обычной в эвольвентомерах рычажной передачи к индикатору, перемещение тастера отклоняется от прямой (фиг. 361), почему истинное расположение замеренной погрешности переходит в точку C' , соответствующую углу $\Delta\varphi'$, однако в общем случае этим все же можно пренебрегать с точностью до малых следующего порядка. (При измере-



Фиг. 361.

нии эвольвенты об этом вопрос не поднимается, так как отклонения — лишь в пределах допусков, т. е. весьма малы.)

Определение неизвестного профиля зуба

Для возможности воспроизведения зубчатых зацеплений, имеющих в натуре, но обладающих неизвестными данными, иногда бывает необходимо определить профиль зуба (т. е. α_0 , r_0 и наличие или отсутствие отступлений от эвольвенты) по наличному образцу.

Принципы, на которых построены эвольвентомеры, дают такую возможность при условии, если исследуемый профиль еще не изношен и если имеется практическая возможность подбора основной окружности. Последнее условие предполагает наличия или универсального эвольвентомера, или большого числа основных дисков к индивидуально-дисковому прибору.

1. Первое приближение заключается в подборе такого расстояния r_x для линейки ab (фиг. 338), чтобы получить наименьшие колебания показаний. Это достигается весьма просто: чем быстрее „заваливается“ профиль, тем, очевидно, меньше основная окружность эвольвенты. Значит, если при переходе от ножки к головке зуба индикатор дает отклонения отрицательные, действительная основная окружность меньше выбранного r_x и наоборот.

2. Во избежание случайного результата полученный r_x проверяется на ряде зубьев, причем особое внимание уделяется участку, лежащему близ рабочей начальной окружности, так как при всяких отступлениях от чисто эвольвентного профиля именно эта зона обычно эвольвентна.

3. На основании средних данных вносится поправка в r_x и производится новая проверка.

4. $\cos \alpha_d$ определяется из отношения

$$\frac{r_x'}{r_1} = \frac{r_x' (1 + i)}{A} \text{ — для шестерни}$$

или

$$\frac{r_x''}{r_2} = \frac{r_x'' \left(1 + \frac{1}{i}\right)}{A} \text{ — для колеса.}$$

Здесь: A — межцентровое расстояние, полагаемое известным; i — передаточное число; r_1 и r_2 — радиусы начальных окружностей.

Корригирование, если таковое имеется, определяется из условий стандартности модуля и угла зацепления.¹

5. Участки, дающие регулярные отклонения даже после уточненного подбора r_x , исследуются по (соответственно обращенному) методу измерения колес с неэвольвентным профилем (см. выше).

6. По полученной теоретической основной окружности нормальным порядком производится проверка наличного профиля и определяются погрешности изготовления, что может быть полезно для назначения допусков при воспроизведении.

В случае невозможности исследовать оба парных колеса, что дает двойную проверку и надежнее, ограничиваются исследованием шестерни, которая чаще уместается в габаритах эвольвентомера.

По установленному теоретическому профилю восстанавливаются: исходный контур, линия зацепления и сопряженный профиль.

При наличии лишь индивидуально-дискового эвольвентомера с ограниченным числом дисков, r_0 определяется приближенно по ближайшему диску методами, рассмотренными выше для проверки неэвольвентных колес. После этого изготавливается специальный диск под полученную из определения $\Delta\alpha$ основную окружность. При этом диск следует изготовить несколько больший, чем получается из расчета, с тем чтобы дошлифовкой можно было подвести его уже под размер (слишком малый диск оказался бы в данном случае браком неисправимым). После проверки и окончательной доводки этот диск будет служить и для проверки всех шестерен, изготовленных по последнему образцу.

Вычерчивание профилей

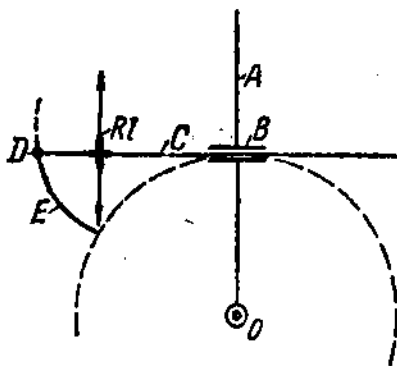
В тесной связи с проверкой профилей зуба стоит вопрос об их графическом воспроизведении.

Такое воспроизведение необходимо для построения всякого рода шаблонов, контуров для проекционной проверки и т. д. и особенно для изготовления фасонного инструмента. При этом желательно иметь

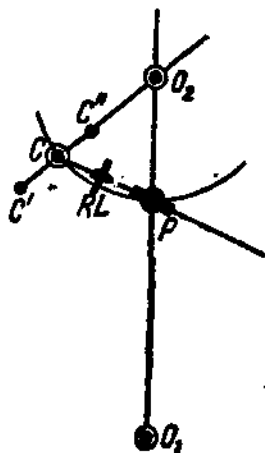
¹ См. также § 13.

возможность максимально быстрого простого и точного вычерчивания не только эвольвент, соответствующих нормальному профилю зуба, но и иных, смежных циклических кривых, для случая комбинированного эвольвентно-циклоидального („озонидного“) зацепления, профилировки корневой части зуба и т. д. Раньше подобные построения делались с грубым приближением, подбором двух-трех подходящих окружностей, однако точность, требуемая в настоящее время от зубчатых передач, заставляет переходить к более точным методам, общеизвестным из курсов прикладной механики. Кропотливость этих методов заставила искать механических решений вопроса в виде создания соответственных графических приборов.

Рассмотрим сначала известный в литературе прибор для механического вычерчивания эвольвенты. Штанга A , (фиг. 362), вращающаяся вокруг центра O , снабжена направляющими B , в которых скользит другая штанга C , снабженная карандашом D и роликом Rl типа, применяемого в плани-



Фиг. 362.



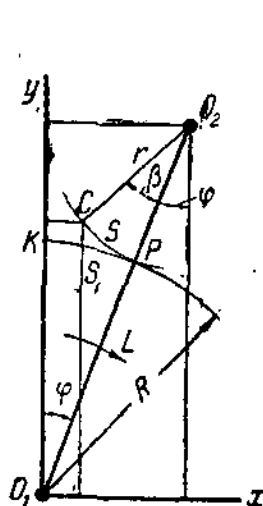
Фиг. 363.

метрах. Этот ролик, катясь непосредственно по бумаге чертежа, позволяет штанге C в каждый момент времени поворачиваться вокруг любой точки, лежащей на его оси, но препятствует всяким продольным смещениям штанги C относительно бумаги. Таким образом единственно возможным движением при повороте штанги A вокруг O является обкат по радиусу OB , в результате чего карандаш D вычерчивает на бумаге эвольвенту E .

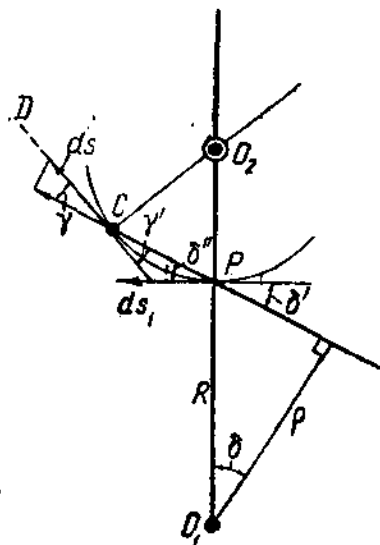
Из изложенных выше соображений, особенно с точки зрения профилирования фасонного инструмента, для нерассматриваемых здесь прочностных расчетов и проектирования индивидуальных зацеплений часто требуется возможность вычерчивания не только эвольвент, но и эпициклоид и гипоциклоид — нормальных и удлиненных. Эта задача может быть разрешена применением несколько иной схемы прибора, разработанной автором на основе следующих предпосылок: четырехзвенный механизм (фиг. 363) состоит из основной штанги O_1O_2 , устанавливаемой в O_1 как в неподвижном центре, вспомогательной штанги O_2C , соединенной шарнирно с подвижным центром O_2 , и из поперечины CP , свободно скользящей в направляющей, вращающейся

вокруг точки P пересечения O_1O_2 и CP . Штанга CP снабжена катящимся по бумаге заостренным роликом RI , препятствующим перемещениям бумаги в направлении CP , но свободно допускающим перпендикулярные с CP перемещения и повороты. При обводе O_2 вокруг O_1 карандаш, установленный в C , C' или C'' , будет чертить на бумаге нормальную удлиненную или укороченную эпициклоиду соответственно в том случае, если $O_2C = O_2P$, что достигается настройкой (O_1 , C и P путем зажимов устанавливаются на произвольном от O_2 расстоянии).

Чтобы доказать сказанное, достаточно установить эпицикличность движения точки C , так как C' и C'' жестко связаны с O_2C , но в то же время лежат на иных расстояниях от O_2 .



Фиг. 364.



Фиг. 365.

Рассмотрим предварительно возможные движения точки C при отсутствии связи CP , как показано на схеме фиг. 364. Если бы звено O_2C было радиусом окружности (ц. O_2), перекатываемой без скольжения по другой (ц. O_1) водилом O_1O_2 , то наличие эпициклоиды как следа точки C было бы несомненно по определению этой кривой. Следовательно, для точки C эпициклоида является одной из возможных траекторий, и для получения именно этой кривой достаточно наложить такие вспомогательные связи, которые исключали бы возможность иных движений. Формально это выражается следующим образом. При отсутствии каких-либо заданных соотношений между поворотами звеньев O_1O_2 и O_2C уравнение точки C в декартовых координатах по схеме (фиг. 364) будет:

$$X = L \sin \varphi - r \sin [\beta + \varphi];$$

$$Y = L \cos \varphi - r \cos [\beta + \varphi].$$

где $L = O_1O_2$; $r = O_2C$,

φ — угол поворота L от исходного положения Y ;

β — угол между L и r .

Если обозначить L через $R+r$ (где $R = O_1K$), то предыдущие уравнения примут вид:

$$\begin{cases} X = (R+r) \sin \varphi - r \sin(\beta + \varphi); \\ Y = (R+r) \cos \varphi - r \cos(\beta + \varphi). \end{cases} \quad (1)$$

С другой стороны, если бы окружность радиуса r по предыдущему перекатывалась по окружности радиуса R , т. е. дуги KP и CP были бы всегда равны, то добавочным условием к предыдущим уравнениям явилось бы лишь $KP = CP = r\beta = R\varphi$ или

$$\beta = \frac{R}{r} \varphi,$$

откуда самые уравнения (1) приобрели бы вид:

$$X = (R+r) \sin \varphi - r \sin \frac{R+r}{r} \varphi;$$

$$Y = (R+r) \cos \varphi - r \cos \frac{R+r}{r} \varphi,$$

что и является уравнениями эллипсоиды.

Таким образом доказано, что подлежащая наложению на схему (фиг. 364) связь должна лишь обеспечить

$$r\beta = R\varphi \text{ или } s_1 = s \text{ или } \Delta s_1 = \Delta s,$$

где

$$s = r\beta, \quad s_1 = R\varphi.$$

Для доказательства, что вводимая схемой фиг. 363 связь CP этому условию удовлетворяет, рассмотрим для простоты эту схему (фиг. 365) относительно звена O_1O_2 как неподвижного, предполагая, что перемещающийся ролик может увлекать за собой бумагу лишь в направлении слагаемой PC . Обозначим бесконечно малое дуговое перемещение точки C вектором ds , направленным по касательной CD . Проекция этого вектора на CP равна $ds \cos \gamma$. Именно это перемещение передается по условию бумаге. Следовательно, ее угловое перемещение определится как

$$d\varphi = \frac{ds \cos \gamma}{\rho},$$

где ρ — переменное расстояние линии CP от центра O_1 .

Дуговое перемещение на радиусе $R = O_1P$ будет

$$ds_1 = \frac{ds \cos \gamma}{\rho} R.$$

Для тождества $ds_1 = ds$ необходимо, следовательно, чтобы $\frac{\rho}{R} = \cos \gamma$, но так как $\frac{\rho}{R} = \cos \delta$, то условие перекатывания приводится к необходимости $\gamma = \delta$.

Но $\delta = \delta'$, как углы между перпендикулярами; $\delta' = \delta''$ и $\gamma = \gamma'$, как накрест лежащие и, наконец, $\delta'' = \gamma'$, как углы между касательными и соответственной хордой круга.

Следовательно, $\delta = \gamma$ и $ds = ds_1$, откуда и интегралы дуг могут отличаться лишь на начальную постоянную, что и требовалось доказать.

Нетрудно видеть, что достаточно снять штангу CO_2 и закрепить направляющую (P), чтобы она не могла вращаться, как прибор превратится в ранее описанный „эвольвентограф“. Перемена местами O_2 и P в этом же приборе превратит его из „эпициклического“ циркуля в „гипоциклический“, интересный с точки зрения нарезки внутренних зацеплений.

Параметрическое измерение профиля косозубых колес

Одной из характерных особенностей эвольвентного зацепления является сохранение прямолинейности контактной линии при косом зубе (§ 7, гл. I).

Отсюда в последнее время распространился метод косвенной проверки профиля косого зуба через проверку прямолинейности его контактной линии. Действительно, если прямая контактная линия характерна только для правильного эвольвентного зацепления, то ясно, казалось бы, что установление такой прямолинейности дает основания для заключения о точности эвольвентного профиля косого зуба. С другой стороны, проверка прямолинейности несравнимо проще проверки эвольвенты и имеет поэтому за собой серьезные преимущества.

Чтобы исследовать пределы законности охарактеризованной выше заменяющей проверки, необходимо учесть следующее.

Правило о связи эвольвентности профиля с прямолинейностью контактной линии предусматривает полную идентичность всех последовательных профильных сечений между собой. В случае же возможной неконгруентности¹ профилей, взятых в различных торцевых сечениях, прямолинейность контактной линии не дает еще никаких указаний на эвольвентность профиля.

Пусть по фиг. 366, а имеем некоторое произвольное семейство эвольвент с общей основной окружностью. По общим законам эвольвенты они все подчинены уравнению

$$A_x C = \rho_x = r_0 \varphi_x. \quad (1)$$

Если рассматривать взятые эвольвенты как последовательные профильные кривые одного и того же косого зуба в соответственных торцевых сечениях, можно написать по фиг. 366, а, б:

$$\varphi_x = \frac{\widehat{S}_{\alpha x}}{r_0} = \frac{y_x \operatorname{tg} \beta_0}{r_0},$$

где $\widehat{S}_{\alpha x}$ — дуга по основной окружности, соответствующая углу φ_x , β_0 — угол наклона зуба на основном цилиндре.

$$\left. \begin{aligned} \rho_x &= y_x \operatorname{tg} \beta_0 \\ \Delta \rho &= \Delta y \operatorname{tg} \beta_0 \\ \frac{\Delta \rho}{\Delta y} &= \operatorname{tg} \beta_0 = \text{const.} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

¹ Конгруэнтными кривыми называются такие, которые полностью сливаются при взаимном наложении.

Эти уравнения (2) и определяют прямолинейность контактной линии.

Но, с другой стороны, по уравнению 1, $\Delta p = r_0 \Delta \varphi + \varphi \Delta r_0$.¹

Первый член правой части соответствует здесь тому законному приращению, которое происходит от последовательного смещения рассматриваемых эвольвент. Второй член, наоборот, характеризует, согласно теории приведенной действующей ошибки, искажение самой эвольвенты.

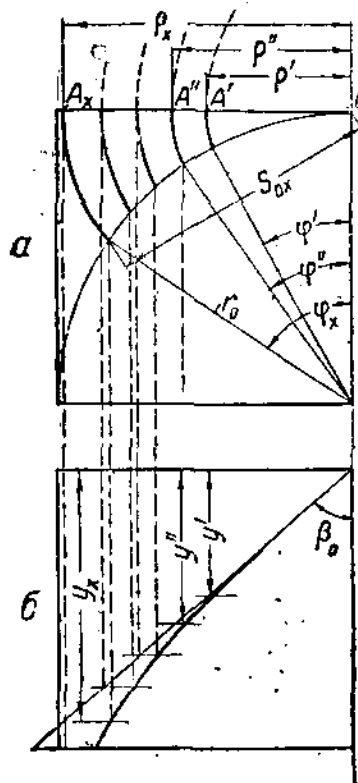
Картина различных подобных искажений, не отражающихся на прямолинейности контактной линии, дана для иллюстрации на фиг. 367, где на переднем плане показаны такие искажения, которые не отражаются на данной контактной линии, а на втором плане — такие, которые не отражаются ни на одной контактной линии. Как те, так и другие равно характеризуются вторым членом только-что приведенного уравнения.

Итак, ясно, что в общем случае искажения эвольвенты отнюдь не исключаются прямолинейностью контактной линии.

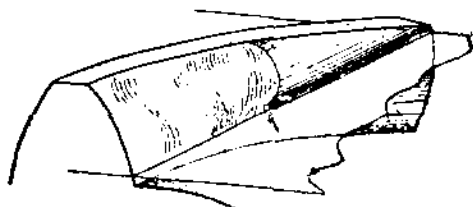
Частный случай

$$r_0 \Delta \varphi = \Delta y \operatorname{tg} \beta_0$$

получается лишь при $\Delta r_0 = 0$, т. е. в данном случае при идентичности основной окружности для всех последовательных профилейных сечений рассматриваемого зуба.



Фиг. 366.



Фиг. 367.

Сказанное легко усмотреть практически.

Если нарезать зуб так, чтобы резание шло по контактной линии в момент выключенной подачи, как то имеет место на зубострогальных станках, никакие ошибки обката (характеризующие профиль изделия) не могут, естественно, повлиять на прямолинейность этой контактной линии.

Наоборот, если нарезка ведется фасонным инструментом, где тождественность формы последовательных сечений вытекает из самого принципа обработки, однозначная связь между конфигурацией профиля и видом контактной линии неизбежна. Следовательно, здесь прямолинейность

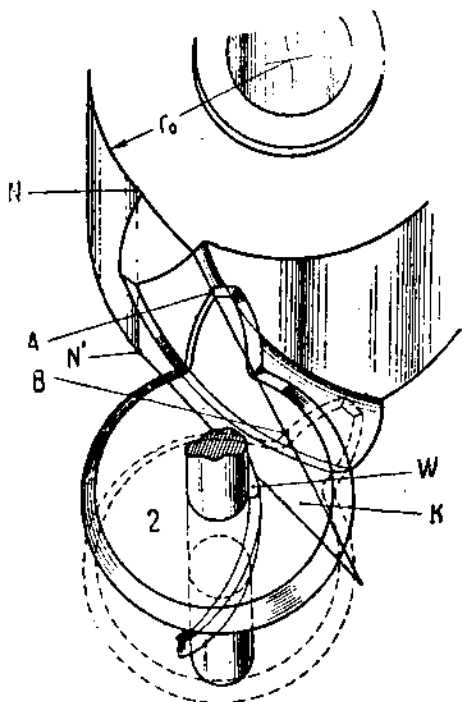
¹ Разностью между полным приращением и полным дифференциалом, $(\Delta \varphi \Delta r_0)$, как малой второго порядка, пренебрегаем.

контактной линии действительно полностью свидетельствует об эвольвентности профиля.

Рассмотрим с интересующей нас точки зрения нарезку двумя остальными методами, т. е.: 1) долбяком; 2) червячной фрезой.

При обработке долбяком, несмотря на наличие винтовых направляющих, резание происходит не по винтовой, а практически опять-таки по контактной линии, так как отступление от таковой характеризуется лишь элементарным углом реза η (так же как в прямозубых колесах), которым можно пренебречь.

Если же этим углом, появляющимся лишь потому, что в долбежных станках обкат ведется не между резами, а во время таковых, пренебречь, то картина нарезки косозубого колеса изображится фиг. 368. На этой фигуре для наглядности как изделие 1, так и долбяк 2 изображены однозубыми, изделие показано с уже обработанным зубом, а долбяк представлен прозрачным. При винтовом перемещении долбяка, определяемом винтовой же шпонкой W , из сплошного в пунктирное положение нарезка будет идти по прямой контактной линии от точки A к точке B . Обе эти точки лежат в плоскости зацепления K , касательной к основному цилиндру изделия (он же — цилиндр впадин) по образующей NN' .



Фиг. 368.

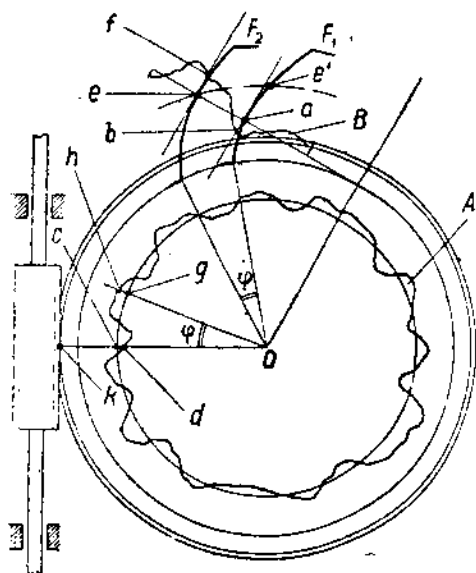
Отступление от контактной линии за счет элементарного угла η обката от реза к резу не может играть сколько-нибудь заметной роли, и потому на случай обработки долбяком можно распространить заключение, сделанное для строгального процесса: прямолинейность контактной линии ни в коей мере не определяет формы профиля.

Наиболее сложным случаем является нарезка червячной фрезой. Чтобы проанализировать этот процесс, применим такое рассуждение.

Пусть на фиг. 369 мы имеем условное изображение: 1) нарезаемого профиля F_1 и F_2 , 2) приведенной к основной окружности нарезаемого изделия диаграммы действующих ошибок делительного механизма A и 3) приведенной к линии зацепления в нарезке диаграммы действующей ошибки фрезы B^1 . В каждый данный момент нарезки образуемая на изделии ошибка профиля складывается из ошибки делительного механизма в точке сопряжения делительного колеса с червяком (ошибки

¹ Для фрезы приведенная ошибка эквивалентна „результатирующей ошибке“ по Olah.

промежуточной кинематической цепи также приводятся к этой точке) и из соответственной, т. е. пришедшей в данный момент на линии зацепления ошибки самой фрезы. Таким образом в точке a профиля F_1 ошибка определяется суммой отрезков ab и cd . В момент нарезки точки e , т. е. после поворота заготовки на угол φ , профиль F_1 переместится в положение F_2 и ошибка аналогично сложится из отрезков ef и gh . Теперь представим себе колесо косозубым и примем F_1 и F_2 за два различных профильных сечения в том угловом положении колеса, в котором нарезалась точка a профиля F_1 . На профиле F_2 в этот момент может, очевидно, нарезаться лишь точка e . Но делительное колесо в этот момент сопряжено еще в точке k , как и при нарезке точки a профиля F_1 . Следовательно, в точке e ошибка профиля F_2 , отличного от профиля F_1 , сложится из отрезков ef и cd . Как видим, получается новая комбинация $ef + cd$, отличная от двух предыдущих ($ab + cd$ и $ef + gh$). Это значит, что профили F_1 и F_2 в общем случае неконгруэнтны, поскольку ошибки любых аналогичных точек (например e_1 и e_2) могут взаимно отличаться. Изложенное показывает, что и в данном случае прямолинейность контактной линии не дает никаких непосредственных указаний на эвольвентность профиля. Лишь, если



Фиг. 369.

ошибки одного из технологических факторов (станка или фрезы) исчезающе малы по сравнению с ошибками другого, т. е., если одна из подлежащих сложению диаграмм (A или B по фиг. 369) практически выравнивается, прямолинейность контактной линии может служить показателем эвольвентности профиля (с той точностью, до которой выравнивалась отбрасываемая диаграмма). В этом случае такая проверка в сущности превращается в параметрическую поверку второго из факторов, т. е. станка, если ошибки фрезы ≈ 0 , и наоборот. По ранее данной фиг. 367 видно, что при прямолинейной контактной линии ошибки профиля могут быть двух видов: искажающие другие возможные контактные линии; не искажающие ни одной из них. Во всех случаях обработки, кроме резания, вдоль контактных линий, больше оснований опасаться первой категории ошибок профиля, как носящих более случайный характер. Поэтому зубья, обработанные фрезерованием, могут как исключение поверяться на профиль и по контактной линии (в отличие от строганных и долбленых), но лишь для приближенного суждения о качестве профиля и при обязательном условии проверки нескольких контактных линий на зубе.

Для проверки контактных линий всегда лучше пользоваться тангенциальными наконечниками, при которых линия проверки не может отойти от направления контактной линии. О приспособлениях, позволяющих осуществлять рассматриваемую проверку, см. § 11 настоящей главы (поверка угла β).

Резюмируя все изложенное относительно замены проверки профиля поверкой контактной линии можно сказать:

1) подобная замена вполне законна в отношении зубчатых колес, обработанных фасонным инструментом;

2) она совершенно незаконна для колес, обработанных на зубострогальных или зубодолбежных станках;

3) при отсутствии возможности прямой проверки профиля замена допустима (хотя и не полноценна) для фрезерованных колес при обязательном условии проверки ряда контактных линий на зубе.

Если червячная фреза предварительно проверена на приведенную ошибку (например на приборе фирмы Л. Лева), точность подобной параметрической проверки возрастает пропорционально точности фрезы.

Как самостоятельная проверка направления зуба, проверка прямолинейности контактной линии сохраняет свое существенное значение при всех условиях, независимо от метода обработки.

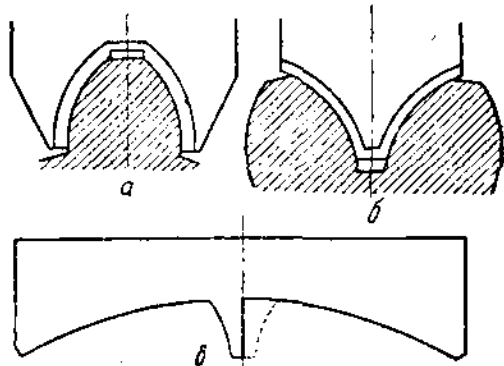
На подробно проанализированном здесь примере заменяющей проверки чрезвычайно наглядно подтверждается высказанное о параметрических поверках положение, что, в полное отличие от прямых поверок, здесь нельзя дать никакого заключения о ценности проверки, не учтя всех вопросов технологии.

Поверка профиля изделия по образцовому профилю

Методом проверки профиля, принципиально отличным от осуществляемого эвольвентомерами¹, является проверка его по другому образцовому профилю. Этот метод практически осуществляется двумя разными путями: 1) проверка шаблоном; 2) проверка способом проекции.

Оба эти варианта не могут быть, строго говоря, отнесены к измерениям, поскольку они не дают непосредственно никаких числовых величин. Однако они служат для качественной оценки, полезной тогда, когда прямые измерения затруднительны.

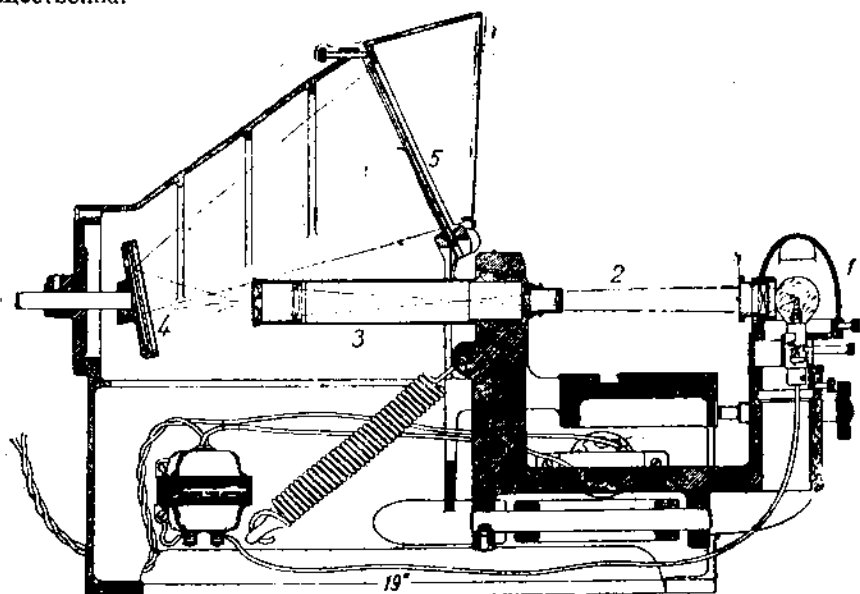
Проверка шаблоном. Шаблоны, прикладываемые непосредственно к поверяемому профилю для оценки его на просвет, изготовляются трех видов согласно фиг. 370. Наихудшим типом является *a* — по



Фиг. 370.

¹ Кроме фельмеровского (см. выше).

трудности точного изготовления и не всегда достижимому надлежащему освещению щели. Наилучшим типом следует признать *в*, дающий надежную опору на окружности выступов и проверяющий одновременно лишь один профиль, почему он и выполняется или однопрофильным, или под размер, меньший ширины впадины. Пользование шаблоном этого типа предполагает весьма точную обработку изделия по окружности выступов. Он, единственный из трех, не искажает картины в случае ошибки толщины зуба, которая сама по себе в этих пределах была бы несущественна.



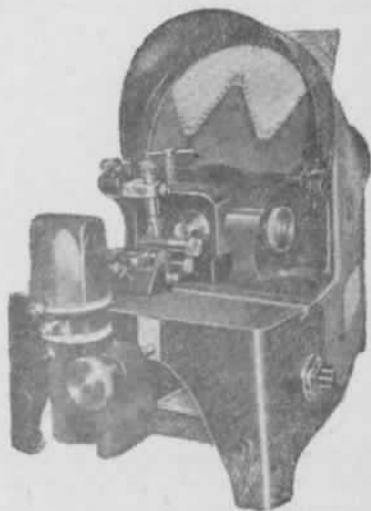
Фиг. 371.

Проекционную проверку ведут или в падающем свете (исследование тени объекта), или — в проходящем (исследование силуэта объекта). Первый способ осуществляют отбрасыванием на экран увеличенной тени изделия, второй рассматриванием в микроскоп или иное увеличительное устройство контуров изделия, освещенного сзади. Принципиальных отличий между обоими способами нет и их можно рассматривать совместно, тем более что некоторые приборы (как, например, рассмотренный в общей части измерительный микроскоп Цейсса) дают возможность работать по обоим вариантам.

Схема проекционного устройства видна на фиг. 371 («Компаратор» Джонса и Лэмсона, настольная модель).

Свет от лампы 1 проходит примерно параллельным пучком через трубку с линзами и промежуток 2, в котором помещается исследуемое изделие в увеличительную оптическую систему 3 и отбрасывается зеркалом 4 на матовый экран 5, на котором, таким образом, проектируется силуэт изделия, рассматриваемый снаружи. На экране имеется специальный контуродержатель, посредством которого вычерченный на прозрачном мате-

риале образцовый контур сопоставляется с реализованным на изделии, как это видно на фиг. 372. Подобного рода приборы снабжают обычно целым рядом специальных приспособлений для исследования тех или иных видов изделий (винтов, фрез и т. п.), а также микрометрическими подачами супорта для линейных измерений, в чем они принципиально полностью похожи на рассмотренные уже цейссовские измерительные микроскопы. Нередко имеются также поворотные шкалы для угловых отсчетов. Увеличение берется в зависимости от размеров изделий и потребного поля зрения, почему обычно и прилагается сменная оптика. Наиболее распространено увеличение 30—50 раз, а вообще встречается 10—200. Проекционный метод, наряду со своими недостатками (измерения лишь линейных величин, соответствующих перемещениям супорта, но не профилей), обладает и известными преимуществами: возможность исследования в пределах габарита прибора самых разнообразных предметов, наглядность всей картины в целом, возможность изучения не только единичной шестерни, но и сопряжения пары, биения шестерни на оси и т. п. Наибольшее распространение проекционный метод, особенно в отношении исследования профилей, получил на предельных размерах изделий, т. е. для проверки весьма малых шестерен, которые не могут быть исследованы на эвольвентомерах (точная механика, часовые механизмы и т. п.), а также на больших изделиях, не подходящих для других исследований вследствие своих габаритов. В последнем случае «компараторы» описанного типа неприменимы, но здесь их вполне заменяет самое простое проекционное приспособление, состоящее из конденсорной линзы после источника света и увеличителя — после изделия (само изделие должно быть в параллельном пучке во избежание получения картины одной торцевой плоскости и иных искажений). Проекционные устройства применимы лишь для прямозубых колес, что очень ограничивает их распространение. Изготавливаются как в СССР, так и иностранными фирмами (Jones, & Lamson, Bousch & Lomb, Zeiss и др.).



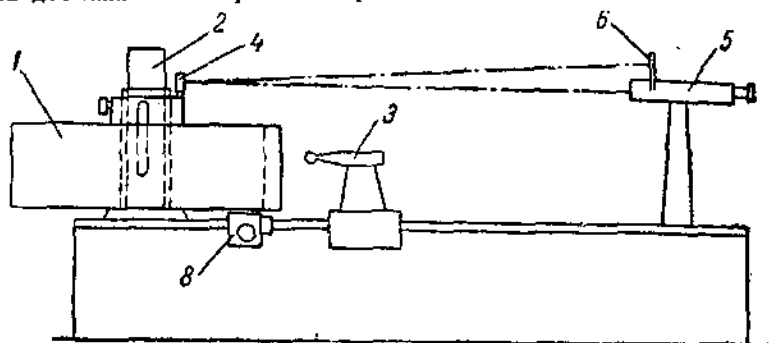
Фиг. 372.

§ 11. Измерение угла наклона зуба β или β_0 и прямолинейности контактной линии

Угол наклона зуба может измеряться двояко: или по совпадению его общего направления с некоторым другим, заданным направлением сопрягаемого с ним элемента, или по отдельным точкам. Первый способ дает лишь характеристику угла как такового, но ничего не говорит о местных отклонениях, второй, при увеличении числа проверяемых то-

чек, вскрывает и местные дефекты. Если в последнем методе не применять предварительной настройки по номинальному углу, вскрываются только местные отклонения. Ввиду прямолинейности контактной линии правильных эвольвентных колес, измерения практически значительно удобнее вести именно по ней, т. е. исходить из β_0^1 , однако в отдельных случаях применяется и проверка по углу β на произвольном радиусе, — в частности по делительному цилиндру.

Если поставить вопрос о том, что существеннее для суждения о качестве передачи, — проверка общего направления или же местных отклонений, то на основании § 2, гл. VI следует остановиться на проверке направления в целом, поскольку именно только она может дать указание на достижимость в работе «практически полного контакта».



Фиг. 373.

Исходя из технологий, можно считать, что проверка угла наклона в колесах, обработанных строжкой или долблением, может быть практически заменена проверкой поворота направляющих штосселя (зубострогальный станок) или угла специальных винтовых направляющих, определяющих движение долбяка при нарезке косых зубьев. Эта возможность не исключает желательности проверки угла наклона и на готовом изделии. Наоборот, при фрезерованных зубьях, проверка угла наклона становится почти обязательной, так как угол получается включением лишнего кинематического звена (дифференциала, см. гл. V) и физически может быть проверен только на изделии. По той же причине «кинематического» получения угла наклона и с учетом особенностей процесса фрезеровки, здесь следует рекомендовать по возможности проверку по точкам, т. е. дающую и местные отклонения, хотя такая проверка стоит на втором плане. Наилучшим решением является непрерывная проверка (являющаяся предельным развитием проверки по точкам), когда тастер прибора проводится по всей длине зуба, указывая все местные отклонения.

Одним из способов точной, скорее лабораторной, чем цеховой проверки угла наклона β , является проверка оптическим рычагом, по принципу проверки им окружного шага. Способ применим лишь к изделиям средних и малых размеров и заключается в следующем: изделие 1 (фиг. 373) совместно с закрепленным на нем зеркальцем 4 устанавливается на оправке 2 и фиксируется по угловому положению упором 3,

¹ Что, как мы уже знаем, правильное и принципиально.

к которому вплотную подводится исследуемый профиль. В зрительную трубку производится отсчет по шкале 6. После этого, не выводя упора, изделие поднимают на точно выбранную высоту (например — плитками), и вновь, доведя до упора, производят повторный отсчет. Если высота набора плиток равна H , то

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\varphi r}{H},$$

где угол поворота φ определяется согласно § 5 настоящей главы, а r должен быть точно известен, для чего упор 3 всегда нужно доводить до заданного ограничителя 8 с фиксированным расстоянием от упорной плоскости до центра оправки.

Все неточности подобного измерения складываются, с одной стороны, из неточностей определения φ (см. § 5), а с другой — из ошибки набора плиток и установки радиуса r

$$\Delta \operatorname{tg} \beta = \frac{H\varphi\Delta r + Hr\Delta\varphi - \varphi r\Delta H}{H^2}$$

или, если нам известны не истинные ошибки, а лишь допуски на отдельные слагаемые:

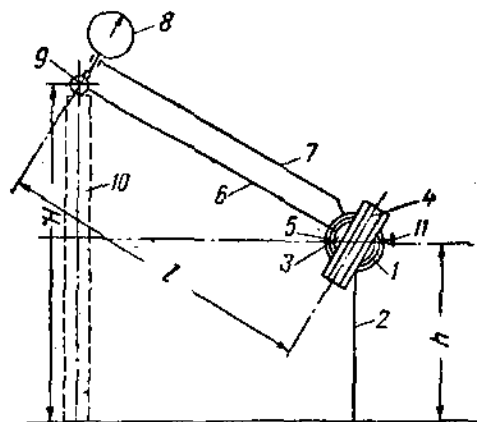
$$\Delta \operatorname{tg} \beta \approx \frac{1}{H^2} \sqrt{H^2\varphi^2\Delta r^2 + H^2r^2\Delta\varphi^2 + \varphi^2r^2\Delta H^2}.$$

Другой способ, наиболее простой и чисто цеховой, заключается в следующем: во впадину изделия вводится тело в виде зуба исходной рейки и определяется угол наклона этого тела в плоскости, касательной к изделию. Один из распространенных методов такого определения показан на фиг. 374. На оси 3 стойки 2 свободно шарнирно укреплен рычаг 5/6, жестко соединенный с зубом исходной рейки 4 и имеющий на конце ролик 9. На той же оси зажимается винтом 11 консоль 1/7, несущая индикатор 8; предварительная настройка плитками 10 по формуле: $H - h = l \sin \beta_0$.

Плитки убирают, исходный зуб 4 вводят плотно (двупрофильное касание) во впадину и разность показаний индикатора (Δ) в настройке и в измерении отмечают ошибку угла наклона $\Delta \approx l\Delta\beta$.

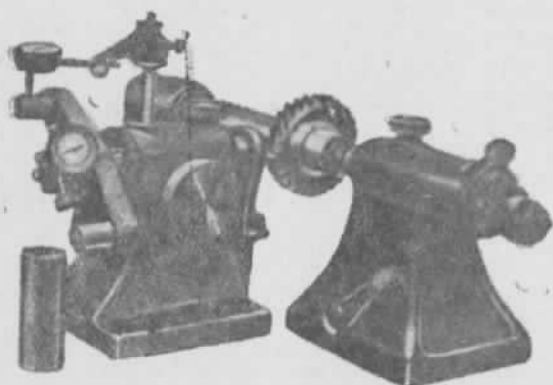
Этот метод осуществляют, например, измерительной бабкой Гудзоновой автомобильной К° (фиг. 375). Вместо применения заданного h , настройку велют здесь по разности высот роликов на концах двухплечевого рычага, что сути дела не меняет.

Недостатком метода является двупрофильность измерения (средний угол по двум разноименным профилям). Чтобы перейти на однопрофильное измерение при приборах подобного типа, достаточно не доводить эталонный зуб в радиальном направлении до упора во впадину (выключив для этого соответствующую пружину, которой снабжают по-



Фиг. 374.

добные приборы) и вручную прижать слегка лишь один из испытуемых профилей к плоскости зуба. Измерение все равно произойдет по делительной окружности, если угол между осью вращения эталонного зуба и его рабочей плоскостью равен α . Если, наоборот, выполнить этот угол равным 0, т. е. так, чтобы ось вращения эталонного зуба лежала в его измерительной плоскости, автоматически получается измерение β_0 . Данное положение вытекает из того, что $\alpha = 0$, имеет место лишь при $r = r_0$. Исходя из изложенного, для упрощенных цеховых измерений можно применять для определения β_0 шестеренный угломер (проект автора, фиг. 376). На оси 7 бруска 1 свободно вращается жестко стянутая система, состоящая из полки 4, с измерительной плоскостью, проходящей через ось, и консоли 2, воздействующей на индикатор, укрепленный на стойке 3 бруска 1. Последний кладется на базисный торец колеса, а полка 4, прислоняемая вплотную к профилю зуба, подводит (или отводит) плечо 2 к индикатору и меняет его показания в зависимости от ошибок β_0 , если предварительная настройка угла между 2 и 4 (до их затяжки) была сделана так, чтобы при $\beta_0 = \beta_{0\text{теор}}$ индикатор показывал нуль. При замене полки 4 на зуб исходной рейки измеряться будет автоматически β_0 .



Фиг. 375.

Для крупных зубчатых колес можно применять специальный угломер с

уровнем системы инж. Л. А. Архангельского (фиг. 377.)¹

На линейке 1 укреплен призма 2 с углом в 40° , которая имеет вид зуба рейки, сопряженной с измеряемым колесом.

Лимб 3 с угловыми делениями укреплен на той же линейке 1 с помощью винтов 5. Поворотная часть прибора (алидада) 6, несущая на себе два нониуса и уровень 4, посажена на коническом хвосте, находящемся в центре лимба, и может быть повернута на любой угол относительно лимба и надежно закреплена гайкой 7.

При проверке угла наклона зуба колеса по делительному цилиндру необходимо определить угол, под которым расположился прибор.

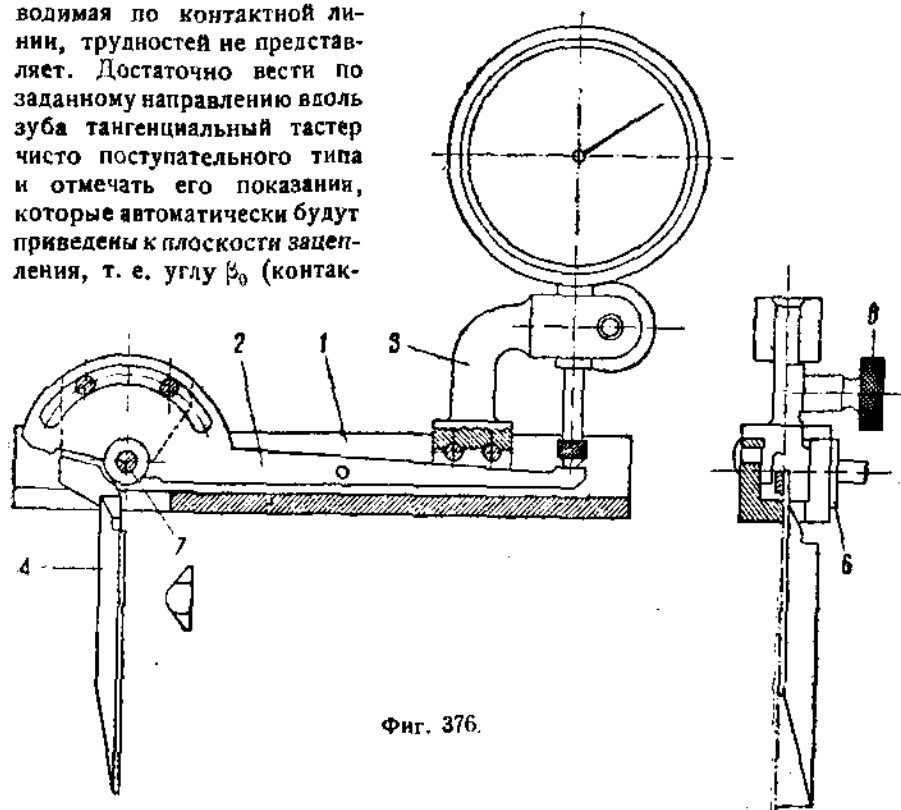
Определение это производится поворотом алидады на такой угол, при котором показания уровня будут нулевыми, после чего значение угла прочитывается по шкале лимба и нониуса алидады. Для удобства отсчета угла служит лупа 8.

Проверка угла наклона зуба колеса производится, когда последнее находится на станке и его ось расположена вертикально, или горизонтально.

¹ См. „Машиностроитель“ № 14, 1937.

Неправильность положения оси колеса, играющая в подобном измерении большую роль, может быть легко проверена обычным рамным уровнем с точностью не ниже уровня прибора и соответственным образом учтена.

Наиболее совершенными измерениями в рассматриваемой области являются, как сказано, такие, которые дают показания отклонений всех точек вдоль зуба непрерывно. Принципиально подобная поверка, проводимая по контактной линии, трудностей не представляет. Достаточно вести по заданному направлению вдоль зуба тангенциальный тастер чисто поступательного типа и отмечать его показания, которые автоматически будут приведены к плоскости зацепления, т. е. углу β_0 (контак-

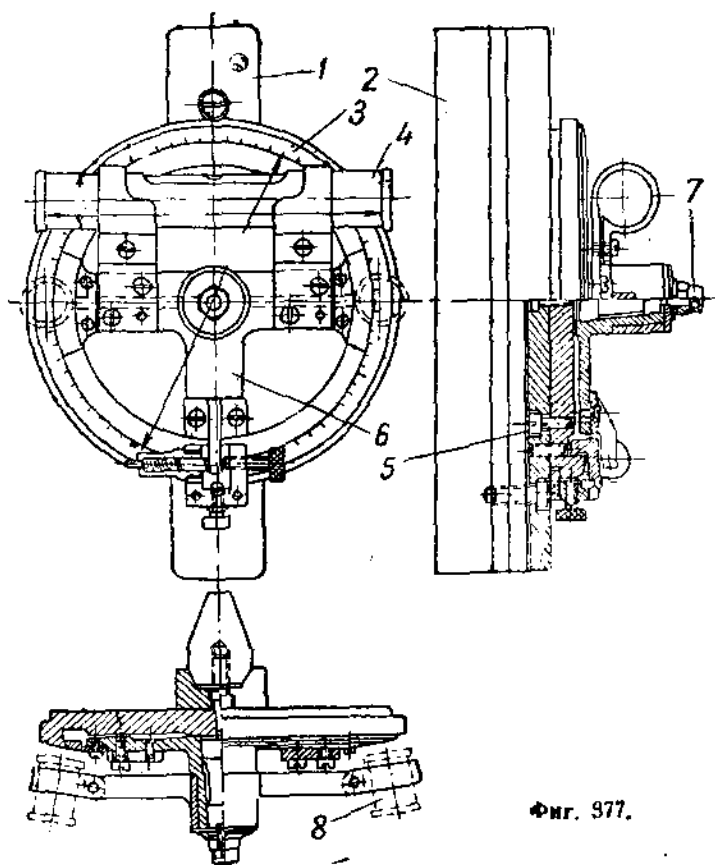


Фиг. 376.

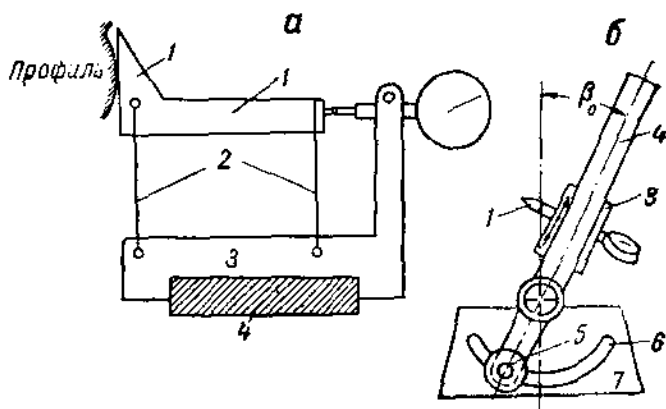
тометр автора). Схема устройства ясна из фиг. 378, где на фиг. а изображена измерительная головка, состоящая из подвешенного на плоских пружинах 2 мерительного наконечника 1¹ и основной каретки 3 с индикатором скользящей вдоль направляющей 4; на фиг. б показан общий схематический вид: направляющая 4 наклонена под углом β_0 и затянута стопором 5 в дуговой прорези 6 постаментов 7. Направление перемещения каретки с индикатором показано стрелками.

В конструктивном оформлении прибора (фиг. 378а) считаем полезным отметить прием, которым удалось одновременно создать жесткое крепление мерительных направляющих без излишнего увеличения габарита

¹ Ср. выше мерительную систему одоэтоматра Пратта и Уитнея или накладного эвольвентомера автора.



Фиг. 377.

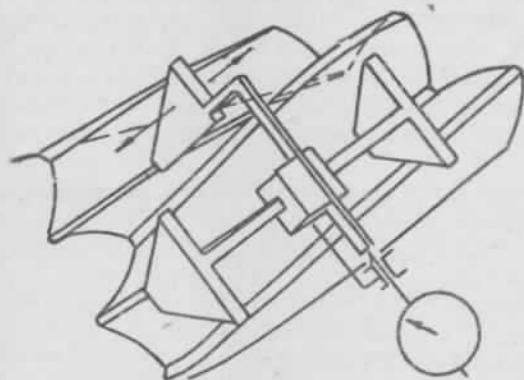


Фиг. 378.

прибора и, главное, добиться необходимой высокой точности в прямолинейности перемещения тастера. Прием этот заключается в следующем: сам индикатор и его передаточный рычаг (1:2) не получают линейных перемещений в процессе измерения, но зато короткое (приемное или мерительное) плечо рычага выполняется в виде линейки *Л*, по которой и скользит тыльная сторона тастера, выполненного, как сказано, по принципу пружинного параллелограмма. Таким образом все ошибки направляющих *р*, по которым скользит база параллелограмма, при прохождении тастера вдоль зуба полностью исключаются. Совершенно очевидно, что несравненно легче достичь прямолинейности единственной плоскости линейки *Л*, чем подверженных нагрузке и износу направляющих *р*. Кроме того, здесь совершенно устраняется возможность зазоров, почти неизбежных при включении направляющих в мерительную цепь.

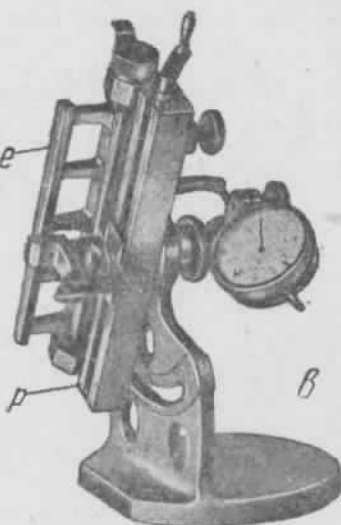
В тех случаях, когда применяются приборы типа фиг. 375—377, полезно проверять прямолинейность контактной линии особо, например прибором инж. Архангельского, схема которого (фиг. 379) ясна из сопоставления со схемой 378-б.

В заключение коснемся еще одного метода проверки β . Метод сводится к проверке винтовой линии на любом заданном радиусе посредством сообщения телу шестерни и тастеру таких координированных перемещений, которые дают в относительном взаимном движении требуемую винтовую линию.



Фиг. 379.

Так, например, устроен прибор фирмы Illinois Tool Co (фиг. 380). Центр 36, несущий оправку с испытуемым колесом, вращается вместе со своим шпинделем синхронно со вторым шпинделем 19 (передача стальными лентами) и сидящим на нем барабаном 16. Последний обкатывается вертикальной линейкой 5 (передача так же стальными лентами).



Фиг. 378в.

Линейка несет шайбу 41 с брусом 42, который мо-

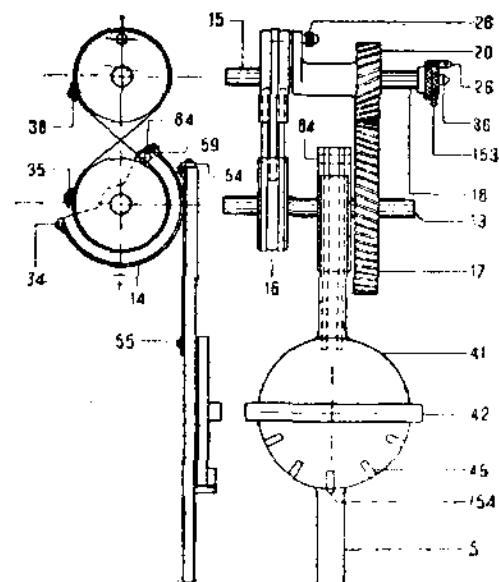
Величина этих перемещений определяется углом наклона бруска 42. Плунжер ведет по особым горизонтальным направляющим индикатор, тастер которого описывает таким образом в отношении изделия потребную винтовую линию.

Пара шестерен 17—20 и размыкатель 28 служат для свободного поворота изделия при перестановках между измерениями.

Других аналогичных конструкций мы здесь не касаемся, поскольку подобные приборы относятся скорее к области передач червячных, а не зубчатых.

§ 12. Измерение роликами. Радиальные измерения. Выбор зоны измерения

Один из простейших производственных способов измерения зубчатых колес заключается в определении положения вводимых во впадину роликов или шариков. Ролики могут закладываться во впадину свободно и после этого подвергаться измерению по их взаимному расстоянию; такой способ применим, однако, лишь к прямозубым колесам, где контактные линии разноимен-



Фиг. 380.

ных профилей параллельны между собой и поэтому могут касаться полностью образующих ролика, определяя таким образом его положение однозначно. Наоборот, шарики применимы и к косозубым колесам, но их свободная закладка во впадину неудобна, поэтому применимы они почти исключительно в качестве наконечников измерительного прибора. Условно обе разновидности данного метода называются обычно измерениями роликами.

Определим предварительно положение во впадине единичного ролика, произвольного в некоторых пределах диаметра d .

По фиг. 381

$$\theta_x + \frac{\psi_o'}{2} = \varphi + \theta_o.$$

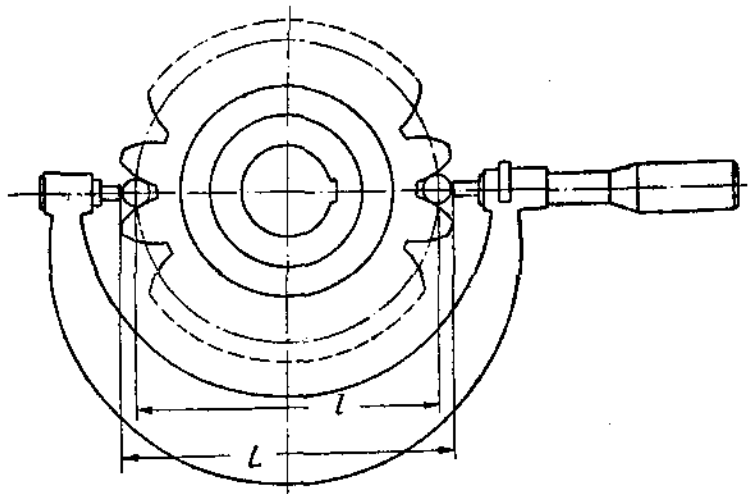
Но угловая ширина впадины на делительной:

$$\psi_o' = \frac{\pi}{z} - \frac{2x \operatorname{tg} \alpha_o}{r_o}$$

тогда как

$$\varphi = \frac{AB}{r_o} = \frac{d}{mz \cos \alpha_o},$$

Учитывая относительную сложность вычисления α_x , манипуляцию подобными формулами можно считать практически неприемлемой, поэтому обычно считают приближенно, пренебрегая изменением α_x при наличии $\Delta\xi$ (или Δx), $\Delta D = \Delta L \approx 2\Delta x$.

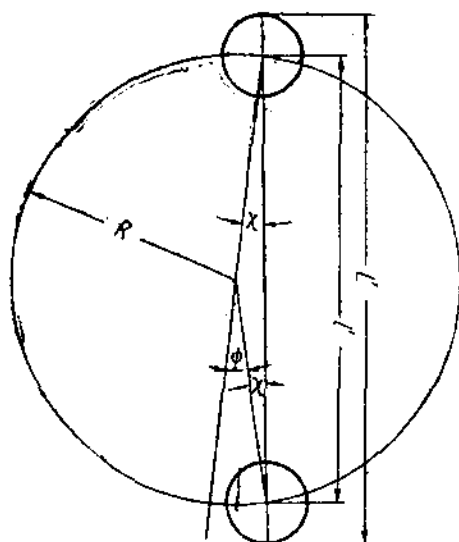


Фиг. 382.

2. Измерение по шагу.

Роликами возможно измерение только среднего шага между осями симметрии впадин.

По Фиг. 384



Фиг. 383.

$$l_t = 2R_x \sin \frac{\gamma}{2} =$$

$$= \frac{mz \cos \alpha_d}{\cos \alpha_x} \sin \frac{\pi}{z},$$

$$L_t = 2R_x \sin \frac{\gamma}{2} + d =$$

$$= \frac{mz \cos \alpha_d}{\cos \alpha_x} \sin \frac{\pi}{z} + d,$$

где α_x находится по предыдущему.

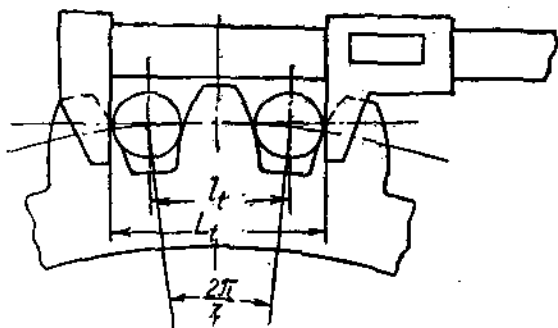
Обратно, угловой шаг γ определяется:

$$\sin \frac{\gamma}{2} = \frac{L_t - d}{2R_x} =$$

$$= \frac{(L_t - d) \cos \alpha_x}{mz \cos \alpha_d}.$$

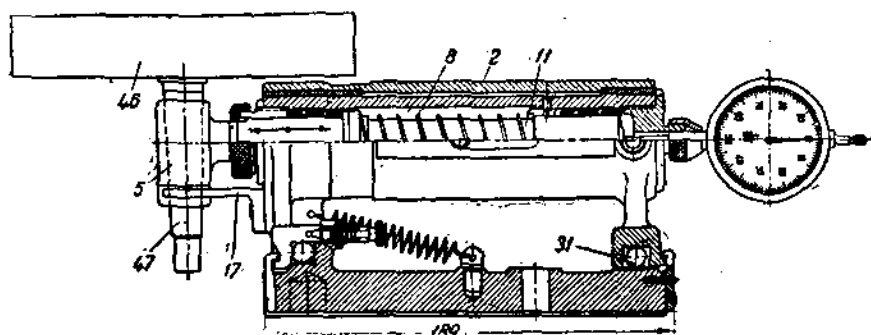
Измерение роликами и шариками, как и ранее описанное измерение тангенциальным зубомером, является разновидностью радиальных измерений. Вопрос только в форме мерительных наконечников и в выборе

базы: в зубомере ею является окружность выступов, здесь — другая пара профилей. В приборе Цейсса мы видели применение шарика для радиальных измерений на независимой базе (что по существу приводится к базе „оправка“, как ясно из измерительной цепочки прибора), и т. д. С другой стороны, в предыдущем параграфе мы видели, что и другие двупрофильные измерения, а именно угла β , тоже приводятся к аналогичному виду, требующему пружинного ввода эталона до упора в плотное зацепление. Все это показывает рациональность создания специальных приборов с радиальным прижимом мерительных наконечников и возможность сообщения им большой универсальности. Примером такого рода приборов могут служить уже упомянутая в § 10 мерительная бабка Гудзоновой компании (фиг. 375), прибор К. Мара, приспособленный как для тангенциальных (шаг, толщина зуба), так и для радиальных измерений посредством наконечников в виде шарика, зуба или впадины



Фиг. 384.

Примером такого рода приборов могут служить уже упомянутая в § 10 мерительная бабка Гудзоновой компании (фиг. 375), прибор К. Мара, приспособленный как для тангенциальных (шаг, толщина зуба), так и для радиальных измерений посредством наконечников в виде шарика, зуба или впадины



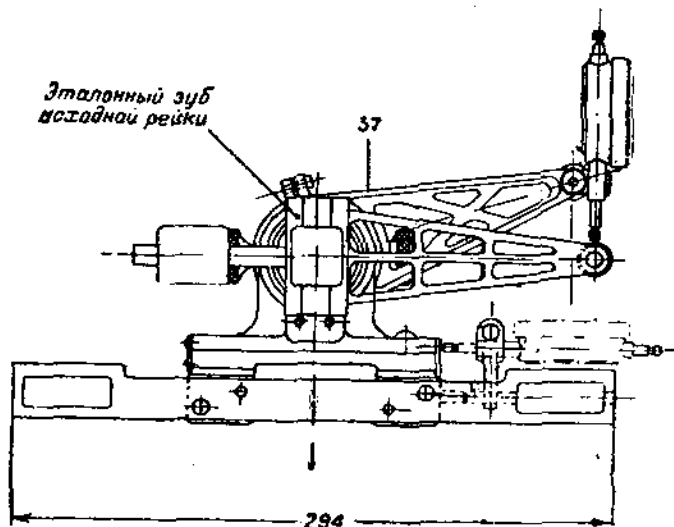
Фиг. 385.

(вилкообразные) и др. С целью создания прибора для самых различных измерений по подобному принципу, Центральным бюро редукторостроения сконструирована и выполнена, по эскизам автора, „универсальная измерительная бабка“ (фиг. 385, 386, конструктор — В. А. Кочуров).

Основной деталью является мерительный плунжер 11, несущий на одном конце наконечник потребной формы и воздействующий другим на индикатор. Плунжер 11 имеет две степени свободы: в собственном осевом направлении (мерительные перемещения под влиянием пружины 8) и в поперечном — установочные перемещения на шариках 31. На фиг. 385 мерительный наконечник заменен конусом 5, несущим эталонную шестерню 46 для измерения в обкате (см. далее § 14). Помимо основных

радиальных измерений (глубина захода, биение) прибор может осуществлять и ряд других, в том числе — измерение угла наклона зуба по принципу синусной линейки, изложенному в § 11. На фиг. 386 (поперечный вид) прибор изображен в соответственной настройке: на плунжере 11, освобожденном для вращения снятием сухаря 17, монтированы эталонный зуб и рычаг, воздействующий на индикатор, укрепленный на неподвижном кронштейне 57.

Накладной прибор для радиальных измерений был спроектирован автором специально для Ново-Краматорского завода им. Сталина (большая часть конструктивной работы проведена инж. Архангельским, изготовлял



Фиг. 386.

завод „Калибр“). Действие прибора ясно из фиг. 387. Штанга 1, снабженная или центрирующей втулкой или специальным ярмом 2' для колес на валу, несет мерительную головку 3, в корпусе последней скользит мерительный плунжер с потребным наконечником 4 (шарик, конус, призма, вилка или т. п.). Плунжер воздействует на индикатор обычным способом и снабжен необходимыми предохранительными приспособлениями.

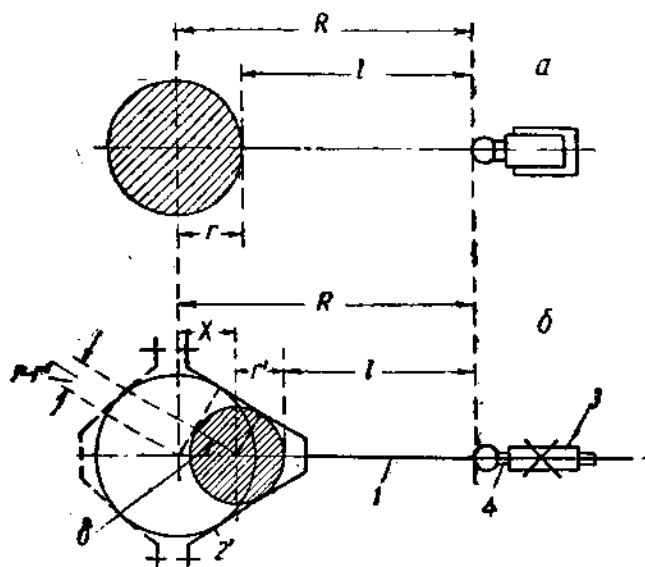
Наконец, тот же принцип дает возможность применения и легких ручных приборов, отличных от изложенной схемы лишь некоторыми деталями.

Особое внимание, уделенное автором радиальным измерениям на базе вала и созданию соответственных приборов, объясняется не только освещенными в § 1 преимуществами этой базы, но и тем, что эта группа приборов дает возможность точнейших измерений самых разнообразных элементов зацепления и монтажа на валу. В число их входят окружный шаг, равномерность обката на его drobных частях (см. далее „решетчатые диаграммы“) и т. д.

С другой стороны, этот же класс приборов обслуживает и измерение заготовок.

В главе II было показано, что измерение круглых тел по радиусу имеет ряд серьезных преимуществ. Эти преимущества возрастают, если методы поверки и приспособления являются едиными для разных стадий готовности изделия, так как здесь исключаются затемняющие различия во влиянии самого прибора на процесс и результаты измерения.

Настройка радиальных измерительных приборов на номинал, обязательная если речь идет о поверке заготовки, ясна из схемы фиг. 387. Если измерение производится бабкой или же штанговым прибором с оправкой, т. е. когда настройка ведется по той же оправке или валу, кото-



Фиг. 387.

рые в дальнейшем будут служить базой измерения, настройка не требует никаких пересчетов:

$$R = l + r,$$

где R — радиус настройки, l — длина настройки, r — радиус вала (фиг. 387, а). Если штанговый прибор снабжен ярмом или вилкой для измерения от вала изделия, настройка ведется отдельно, по оправке произвольного, но точно известного радиуса r' . По схеме (фиг. 387, б) видно, что в этом случае длина настройки определяется:

$$l = R - (r' + x),$$

причем x определяется по отношению:

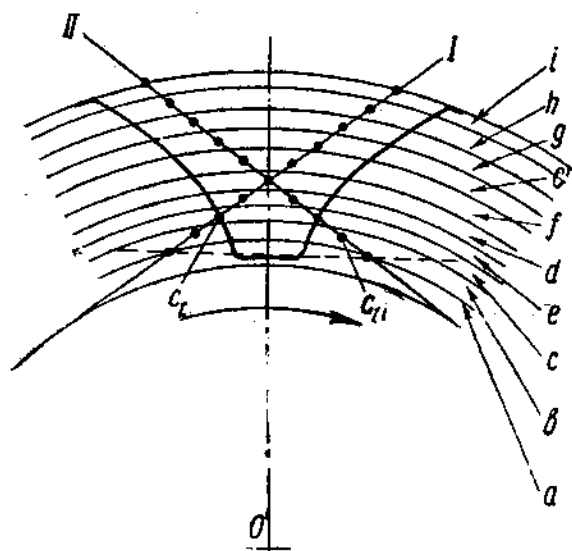
$$x = \frac{r - r'}{\sin \delta},$$

где δ — половина угла раствора вилки (в случае ярма вторая половина последнего, показанная на фиг. 387, б пунктиром, в настройке может не применяться).

Исследование ошибок, выявляемых хордальными и радиальными измерениями зуба или впадины. Выбор диаметра роликов (шариков) и зоны измерения.

После ознакомления с методами измерения зубьев не только зубомерами, но и иными приспособлениями, в частности с радиальным способом обмера, полезно остановиться на вопросе выбора радиуса шестерни, наиболее пригодного для производства измерений.

При исследовании вопросов связи зоны измерения с толщиной зуба (гл. IV, § 13) было освещено влияние угла давления на направление отсчета ошибки. Рассмотрим теперь влияние угла давления — или же



Фиг. 383.

угла развернутости — на величину и состав исследуемой ошибки. Такой вопрос представляет специальный интерес в измерениях, где схема прибора не приводится к исходной рейке, в частности в измерениях шариками (роликами).

Для решения поставленной задачи возвратимся к рассмотрению последовательности нарезки профилей в обкате.

Пусть (фиг. 388) зуб исходной рейки или инструмента, в среднем симметричном к линии скрещения по-

ложении, касается профилей в точках c_R , c_{II} , лежащих на постоянной хорде.

При вращении изделия по часовой стрелке левая контактная точка будет перемещаться по линии зацепления I в положения e_R , d_R , f_R , c'_R , g_R , h_R , i_R . В то же время по линии зацепления II, вторая (правая) контактная точка будет перемещаться из c_{II} в b_{II} , затем в a_{II} , после чего зацепление по этой линии прекратится (обозначение каждой контактной точки составлено из буквы кольцевой зоны и „номера“ линии зацепления в виде индекса).

При вращении против часовой стрелки, точки контакта перемещались бы в:

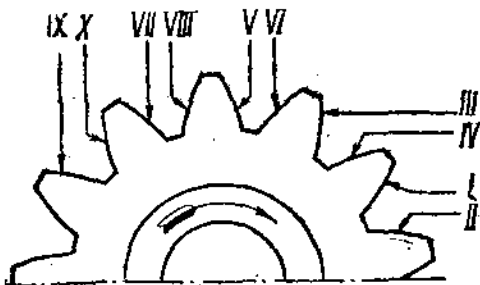
$$e_{II}, d_{II}, f_{II}, c_{II}', g_{II}, h_{II}, i_{II}, b_R, a_R.$$

Так как каждой кольцевой зоне соответствует свой угол развернутости эвольвенты, можно построить диаграмму зависимости зон нарезки от угла поворота шестерни в процессе нарезания. Та же диаграмма будет, очевидно, являться и диаграммой контакта профилей в плотном зацеплении вообще, при единственном условии сохранения номинального угла зацепления, т. е. отсутствия V — коррекции.

гурой 389 в целом, где номера прямых соответствуют номерам профилей (фиг. 380).

Чтобы полностью координировать полученную диаграмму, называемую далее „решетчатой диаграммой“ относительно рассматриваемых величин, установим следующее.

1. При повороте изделия на $n + \frac{1}{2} \gamma$ его зуб окажется в симметричном положении относительно линии скрещения; это значит, что на диаграмме, по абсциссам, посередине между точками постоянных хорд впадины лежат точки постоянных хорд зуба, что и подтверждается пересечением здесь ($\Delta\Phi = 0$) прямых, соответствующих разноименным профилям общего зуба (например I и IV пересекаются в A' , посередине между A и B , что соответствует их взаимному расположению по фиг. 390).



Фиг. 390.

2. Ординаты всех точек постоянных хорд впадины (A , B , C , D ...) определяются из угла развернутости профиля на посто-

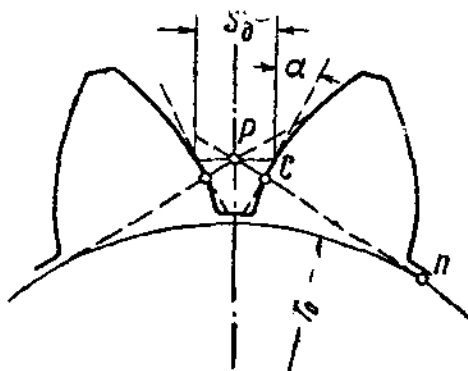
янной хорде впадины (фиг. 391)

$$\varphi_{\partial} = \frac{np}{r_0} = \frac{nc}{r_0} + \frac{cp}{r_0} = \\ = \varphi_c + \frac{\widehat{S}_{\partial}' \cos \alpha}{2r_{\partial} \cos \alpha},$$

$$\varphi_c = \varphi_{\partial} - \frac{\widehat{S}_{\partial}'}{2r_{\partial}} = \operatorname{tg} \alpha_{\partial} - \frac{\widehat{S}_{\partial}'}{mz},$$

где $\widehat{S}_{\partial}'$ — дуговая ширина впадины по делительной. Аналогично — ордината точек постоянных хорд зуба (A' , B' , C' ...):

$$\varphi_{cl} = \operatorname{tg} \alpha_{\partial} + \frac{\widehat{S}_{\partial}'}{mz},$$



Фиг. 391.

где S_{∂} — дуговая толщина зуба. При $\widehat{S}_{\partial}' = S_{\partial}$ ординаты, соответствующие делительной

$$\varphi_{\partial} = \operatorname{tg} \alpha_{\partial},$$

будут, таким образом, средними арифметическими из φ_c и φ_{cl} ординат.

3. Наконец совершенно автоматически устанавливаются пределы ординат диаграммы:

верхний:

$$\varphi_{\max} = \varphi_e = \operatorname{tg} \alpha_e = \operatorname{tg} \arccos \frac{r_0}{r_e},$$

и нижний:

$$\varphi_{\min} = \varphi_i = \operatorname{tg} \alpha_i = \operatorname{tg} \arccos \frac{r_0}{r_i},$$

где r_e и r_i — радиусы внешней и внутренней окружности, ограничивающей эвольвентную зону профилей шестерни (в отличие от R_e и R_i , включающих в общем случае и неэвольвентные участки, не подчиненные введенным зависимостям).

Таким образом вся диаграмма полностью определена (см. надписи слева на фиг. 389), и можно обратиться к ее исследованию.

Любая вертикаль, прочерченная на диаграмме (например $u-u$), дает в пересечении с прямыми профилей углы развернутости $\varphi_v, \varphi_{vII}, \varphi_{vIII}$ всех точек единовременного контакта как по правым, так и по левым профилям при данном Φ , т. е. при данном положении шестерни.

Любая горизонталь дает, в виде отрезка между произвольными пересекаемыми ею профильными прямыми, угол обката между нарезкой профилей (или их контактом вообще) на данной кольцевой зоне, т. е. на данном угле развернутости φ .

Таким образом для номеров, взятых в кружки на фиг. 389, имеем соответственно:

1. Угол обката между точками общей зоны последовательных одноименных профилей равен γ (что вообще самоочевидно); при этом фаза обката сдвигается по мере перехода к иным кольцевым зонам.

2. Угол обката между двумя профилями общей впадины (V и VI) на уровне постоянных хорд зуба равен также угловому шагу γ . То же самое относится к профилям общего зуба на уровне постоянной хорды впадины.

3. Угол обката между точками смежных профилей на делительной при $S = \frac{t}{2}$ равен $\frac{\gamma}{2}$.

4. Обкат между смежными профилями у окружности выступов даже при малых степенях перекрытия может достигать двух и более угловых шагов.

5. Под постоянной хордой и над ней угол обката между смежными профилями имеет разные знаки для данной зоны и данной последовательности профилей. Например, под A обрабатывается раньше профиль I, тогда как над A сперва обрабатывается профиль II.

Обратимся к следствиям установленного, частично резко противоречащим общераспространенным мнениям:

а. Из пункта 1 вытекает, что, измеряя в угловых величинах, не зависящих от r , один и тот же угловой шаг между разными профилями (например 1а и 1б), можно в ряде случаев расценить ошибки обката и инструмента, когда последний многозаходен.

б. Результат измерения „толщины зуба“ по делительной включает ошибки не только инструмента и его установки, но и ошибки обката на угле $\frac{\gamma}{2}$ (п. 3).

Это положение справедливо независимо от метода измерения (хордальный или радиальный) и системы прибора или приспособления.

Таким образом подобное измерение не определяет никакого единичного технологического фактора, так же как оно не определяет ни одного фактора зацепления (см. гл. IV).

Сказанное приводит к заключению о его принципиальной неполноценности (см. стр. 315). Эта неполноценность переходит в порочность, когда для него разрабатываются специальные системы и приспособления, не пригодные ни для каких иных промеров. Подобная ошибка допускается,

в частности, всеми многочисленными авторами, разрабатывающими специальные комплекты роликов (шариков) для измерения именно по делительной¹. Сказанное становится особенно ясно, если вспомнить простоту подсчета роликов для измерения по постоянной хорде.

в. Измерения толщины зуба даже кромочным зубомером правильнее вести по постоянной хорде (обработки). То, что подобное измерение удобнее и с практической точки зрения в смысле поверки и настройки, было уже освещено выше.

г. При измерении толщины зуба на высоте постоянной хорды впадины (или наоборот), в результат по п. 2 входит ошибка шага. Это дает возможность измерить шаг без шагомера. Достаточно сопоставить почленно две серии измерений толщины зуба: на уровне постоянных хорд зуба и постоянных хорд впадины. При однозаходном инструменте достаточно одной второй серии измерений, но проведенных на базе окружности впадины. Какой именно шаг повернется каждой парой промеров, определяется по решетчатой диаграмме.

д. Только-что указанными методами можно расчленил между собой также и различные виды эксцентриситета, в частности, выделить кинематический эксцентриситет.

е. Измерения по пунктам „г“ и „д“ могут быть осуществлены не только зубомерами, но и специально к данному случаю подобранными роликами. Достаточно измерить впадину на двух произвольных высотах, взаимно отличных на угловой шаг в обкате.

ж. Измерения по пп. „г“ и „д“ особенно удобно производить на базе окружности впадин наконечниками в виде зуба с углом при вершине $2\alpha_0 + \gamma$, что *автоматически* обеспечивает касание во впадине на уровне постоянных хорд зуба. Такой способ измерения изделия для косвенного определения качества кинематики зуборезного станка несравненно точнее обычного (помощью шагомеров), именно по обеспеченности включения в измерение точно одного углового шага γ . Подобные „модульные клинья“ (автора) применяются Центральным бюро редукторостроения.

з. Предыдущие пункты наглядно опровергают мнение о невозможности поверки шага радиальными методами. Однако существует еще более ошибочная точка зрения о соотношениях толщины и шага, а именно, будто ошибка шага есть всегда сумма ошибок толщины зуба и ширины впадины. Достаточно взглянуть на измерение № 4 фиг. 389, чтобы увидеть, что она может быть их *разностью* (V.VI—III.V).

§ 13. Измерение зубьев по общей нормали (между параллелями)

В § 9 гл. IV нами было получено общее выражение для длины общей нормали:

$$L = (n-1)t_0 + \bar{S}_0 = m \cos \alpha_d \left[\pi \left(n - \frac{1}{2} \right) + \theta_d z + 2\xi \operatorname{tg} \alpha_d \right]. \quad (1)$$

Симметричное касание по делительной будет иметь место при

$$L = 2r_0 \operatorname{tg} \alpha_d, \quad (2)$$

¹ Из подобных систем наиболее детально разработанной является система ЭНИМС, содержащая около 3000 цифровых данных (т. е. 3000 диаметров роликов для разных m и z !).

т. е. при

$$\pi \left(n - \frac{1}{2} \right) = \frac{2r_0 \operatorname{tg} \alpha_d}{m \cos \alpha_d} - \theta_d z - 2\xi \operatorname{tg} \alpha_d = \\ = \frac{mz \cos \alpha_d \operatorname{tg} \alpha_d}{m \cos \alpha_d} - z \operatorname{tg} \alpha_d + z \alpha_d - 2\xi \operatorname{tg} \alpha_d = z \alpha_d - 2\xi \operatorname{tg} \alpha_d, \quad (2a)$$

откуда

$$n = \frac{\alpha_d z - 2\xi \operatorname{tg} \alpha_d}{\pi} + \frac{1}{2}. \quad (3)$$

Так как число зубьев в растворе, n может быть только числом целым, убеждаемся, что касание по делительной возможно лишь при частных значениях z .

Для 20-градусного зацепления ($\alpha_d = 20^\circ$):

$$n_{\alpha=20} = 0,111z + 0,5 - 0,23\xi. \quad (3a)$$

В частности для некорректированного зацепления получаются следующие значения n и соответствующих z :

$n =$	3	4	5	6	7	8	9	10
$z =$	22—23	31—32	40—41	49—50	58—59	67—68	76—77	85—86

Впрочем, касание по делительной отнюдь не является обязательным; важно лишь, чтобы оно происходило в средней зоне, где гарантировано отсутствие заведомых искажений профиля, например завала. Возможность наибольшего обката профилей, т. е. наибольшей амплитуды покачивания прибора на профилях, определяется симметричным касанием на уровне средней точки активной линии зацепления, которая в общем случае (гл. I, § 6 по формулам степени перекрытия для головок и ножек) не совпадает с полюсом. Некоторые особенности представляет касание в точках постоянной хорды, т. е. когда в симметричном положении обе параллельных мерительных плоскости касаются в точках пересечения указанных хорд с соответственными профилями.

Оно будет иметь место при:

$$\frac{L}{2} = \rho_c = r_0 \operatorname{tg} \alpha_d + \frac{\widehat{S}_d}{2} \cos \alpha_d. \quad (4)$$

Подставляя значение L из формулы I, получаем

$$mz \cos \alpha_d \left[\frac{\pi}{z} \left(n - \frac{1}{2} \right) + \theta_d + \frac{2\xi}{z} \operatorname{tg} \alpha_d \right] = mz \cos \alpha_d \operatorname{tg} \alpha_d + \\ + \left(\frac{\pi m}{2} + 2\xi m \operatorname{tg} \alpha_d \right) \cos \alpha_d,$$

или

$$\frac{\pi}{z} \left(n - \frac{1}{2} \right) + \operatorname{tg} \alpha_d - \alpha_d + 2 \frac{\xi}{z} \operatorname{tg} \alpha_d = \operatorname{tg} \alpha_d + \frac{\pi}{2z} + 2 \frac{\xi}{z} \operatorname{tg} \alpha_d,$$

$$\frac{\pi}{z} \left(n - \frac{1}{2} \right) = \frac{\pi}{2z} + \alpha_d,$$

$$n = \frac{\alpha_d z}{\pi} + 1. \quad (5)$$

Здесь ρ_c — радиус кривизны в точке постоянной хорды; $\widehat{S}_d$ — толщина по делительной окружности.

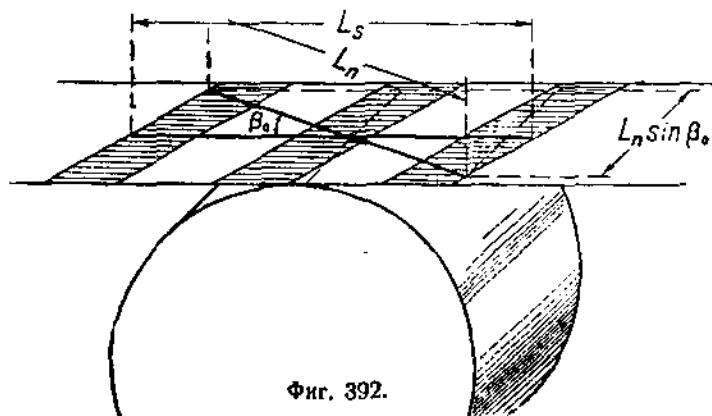
Таким образом при измерении по общей нормали между точками постоянных хорд число зубьев в растворе не зависит от сдвига рейки, оставаясь тем же самым как для нормальных, так и для корригированных зубчатых колес.

Для $\alpha_0 = 20^\circ$ имеем

$$n = \frac{0,349}{3,1416} z + 1 = \frac{20^\circ}{180^\circ} z + 1 = 0,111z + 1$$

или обратно: $z = 9(n - 1)$ (оба выражения весьма легко запоминаются).

Исходя из целых n , получаем, что касание по постоянным хордам при $\alpha_0 = 20^\circ$ осуществляется для колес со следующими числами зубьев: 9, 18, 27, 36, 45 и т. д., причем в раствор по общей нормали попадает соответственно 2, 3, 4, 5, 6 и т. д. зубьев.



Фиг. 392.

Поскольку для касания по делительной окружности мы раньше имели выражение

$$n_{\alpha=20} = 0,111z + 0,5 - 0,23\xi,$$

можно отметить, что касание произойдет в пределах между постоянной хордой и делительной при условии

$$n - 1 < \frac{z}{9} < n - 1 + (0,5 + 0,23\xi) \quad (6)$$

(n — есть число впадин в растворе).

Для некорригированных колес этому условию примерно удовлетворяют числа зубьев

$$9 \div 14; 18 \div 23; 27 \div 32; 36 \div 41 \text{ и т. д.}$$

В косозубых колесах, в торцевом сечении:

$$L_s = (n - 1) t_{os} + \widehat{S}_{os}. \quad (7)$$

По фиг. 392 ясно, что

$$\begin{aligned} L_n &= L_s \cos \beta_0 = [(n - 1) t_{os} + \widehat{S}_{os}] \cos \beta_0 = \\ &= \left[\left(n - \frac{1}{2} \right) \pi + 2\xi_s \operatorname{tg} \alpha_{ds} + z \theta_{ds} \right] m_s \cos \alpha_{ds} \cos \beta_0. \end{aligned}$$

Но

$$m_s = \frac{m_n}{\cos \beta_0}; \quad \frac{\cos \beta_0}{\cos \beta_0} = \frac{\cos \alpha_{0n}}{\cos \alpha_{0s}}; \quad \operatorname{tg} \alpha_{0s} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_{0n}}{\cos \beta_0};$$

$$\xi_s = \frac{x}{m_s} = \frac{x}{m_n} \cos \beta_0 = \xi_n \cos \beta_0;$$

$$L_n = \left[\left(n - \frac{1}{2} \right) \pi + 2 \xi_s \operatorname{tg} \alpha_{0s} + z \theta_{0s} \right] m_n \cos \alpha_{0n} =$$

$$= \left[\left(n - \frac{1}{2} \right) \pi + 2 \xi_n \operatorname{tg} \alpha_{0n} + z \theta_{0s} \right] m_n \cos \alpha_{0n}, \quad (8)$$

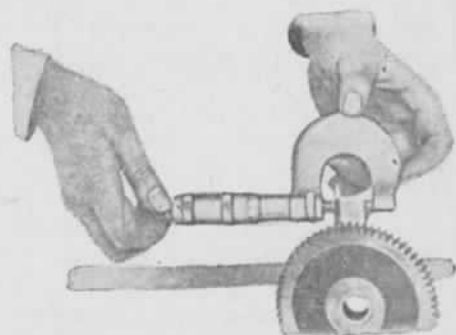
где $\theta_{0s} = \operatorname{tg} \alpha_{0s} - \alpha_{0s}$ должно быть определено предварительно через α_n и β .

Для измерения по общей нормали служат:

1) обычный штангенциркуль (вследствие недостаточной точности применять его здесь не рекомендуется);

2) специальные микрометрические скобы, устройство которых ясно из фиг. 393 (пригодны лишь для малых изделий);

3) иные специальные приборы типа штангенциркуля, но имеющие одну из ножек подвижной с воздействием на индикатор (перемещение ножки должно быть только поступательным, как в одонометре, но отнюдь не качательным);



Фиг. 393.

4) обычные предельные жесткие скобы; измерение между параллелями ограничено габаритами изделия, так как при больших L скобы, будь то микрометрические, индикаторные, или жесткие, получают слишком большими и точность измерений падает как из-за трудности манипуляций, так и из-за возможных прогибов; в косозубых колесах вторым ограничением применения этого метода является большой наклон зуба при малой ширине шестерни b , т. е. когда $L_n \sin \beta_0 > b$, так как тогда прибор не может быть установлен на изделии, как ясно из фиг. 392.¹

Ошибки зацепления, выявляемые измерением по общей нормали

Формально, для того чтобы определить ошибки зацепления, указываемые измерением по общей нормали, достаточно было бы продифференцировать выражение длины общей нормали L . Однако полученное, таким образом, для ΔL выражение оказалось бы лишенным всякого конкретного смысла и меняло бы свой облик соответственно тому, через какие первичные величины было бы выражено L . Иначе говоря, в одну и ту

¹ Практические таблицы значений L даны в приложении VI.

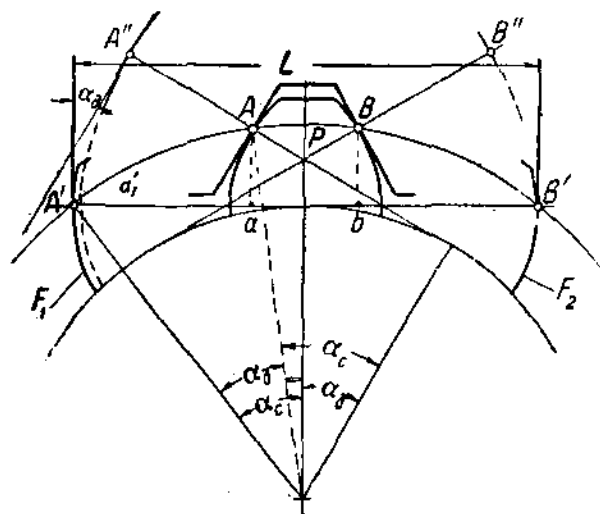
же формулу мы могли бы вкладывать самый разнообразный физический смысл и никогда не установить даже такой, например, простейшей вещи — ошибка каких именно шагов, основных (инструмент) или окружных (станок с инструментом или без такового), нами определяется. Сказанное ясно из того, что умножением или делением на косинус соответственного угла зацепления мы свободно могли бы заменить один шаг другим, поскольку математически этим косинусом и исчерпывается все дело.

Поэтому пойдем несколько иным путем, прежде всего основываясь на ранее (§ 1, гл. III) подчеркнутом положении о необходимом сохранении в измерении единой базы. Применяя этот кардинальнейший принцип к данному случаю, мы обязаны построить все выкладки так, чтобы

не уйти без специальных пересчетов с тех кольцевых зон, в которых происходит касание параллельных в данном случае мерительных щечек с изделием.

Для простоты рассуждений рассмотрим сначала случай симметричного касания щечек на высоте постоянных хорд зубьев (фиг. 394).

Снеся точки касания A' , B' дугой концентрической к шестерне окружности A' , B' на профили среднего в растворе зуба,



Фиг. 394.

получим точки A , B постоянной хорды этого зуба. Сделаем приведение близлежащих участков его профилей к профилям A' и B' соответственно. Точки A и B займут тогда положения A'' и B'' . $A'a'$ есть приведенная ошибка точки A' относительно точки A'' или, что то же самое, относительно точки A . Иначе говоря, это есть не что иное как ошибка обката на угле α_d

$$\Delta A_{A'} = A'a' = \Delta(r_0 \alpha_d). *$$

Если точка A имеет собственную ошибку, последняя может складываться из ошибки инструмента по постоянной хорде AB и ошибки его радиального положения, т. е. ошибочного сдвига Δx . Приводя обе эти ошибки к направлению линии зацепления, по которой идет измерение, имеем

$$\Delta A = \frac{\Delta S_{\text{сум}}}{2 \cos \alpha_d} + \Delta x \sin \alpha_d,$$

где $S_{\text{сум}}$ — хордальная ширина впадины инструмента на теоретической окружности постоянных хорд AB .

* $\Delta A_{A'}$ читается: ошибка A относительно A' .

Распространяя рассуждения на вторую половину чертежа и суммируя, получаем

$$\begin{aligned}\Delta L &= \Delta A_{B'} = 2\Delta(r_0\alpha_\partial) + 2\Delta x \sin \alpha_\partial + \frac{\Delta S_{\text{сум}}}{\cos \alpha_\partial} = \\ &= 2\alpha_\partial \Delta r_0 + 2 \sin \alpha_\partial \Delta x + \frac{\Delta S_{\text{сум}}}{\cos \alpha_\partial},\end{aligned}\quad (1)$$

где первый член выражен по методу приведенной действующей ошибки.

В случае, если измерение ведется не кромочным зубомером на заданной высоте, а тангенциальным, автоматически касающимся на линиях зацепления, формула (1) переписывается

$$\Delta L = 2\alpha_\partial \Delta r_0 + 2 \sin \alpha_\partial \Delta x + \Delta S_{\text{сш}} \cdot \cos \alpha. \quad (2)$$

Первый член правой части выражает измеренную по нормали погрешность обката на угле 2α , т. е. ошибку, накопленную по окружным шагам, хотя и отсчитанную по направлению нормали к профилю. Второй член дает ошибку радиального положения исходной рейки (т. е. инструмента) как постоянную (ошибка установки), так и переменную (например радиальное биение фрезера), третий член — ошибку толщины самого инструмента, по постоянной хорде.

Если мы не имеем в виду параметрического контроля инструмента, то ошибка толщины его зубьев по сравнению с заданной исходной рейкой не представляет интереса, поскольку она легко и точно компенсируется радиальным сдвигом. Само собой разумеется, что ошибки данного рода полагаются малыми по сравнению с допустимыми изменениями радиальных зазоров передачи, которые будут изменяться в зависимости от применяемых смещений.

Тогда можно вовсе отбросить последний член выведенных уравнений, соответственно конечно изменив смысл предыдущего члена $2 \sin \alpha_\partial \Delta x$, т. е. понимая под ним не ошибку установки как таковую, но полную необходимую для получения заданного зацепления поправку, которая в равной мере включает и поправку на ошибку самой рейки (Δx_1), и на ошибку ее положения (Δx_2), т. е.

$$\Delta L = 2\alpha_\partial \Delta r_0 + 2 \sin \alpha_\partial (\Delta x_1 + \Delta x_2). \quad (2)$$

Если $r_0' \neq r_0''$, т. е. обе разноименных эвольвенты развернуты с различных по величине окружностей, та же формула (2) в соответствии со сказанным переписалась бы:

$$\begin{aligned}\Delta L &= \alpha_\partial \Delta r_0' + \alpha_\partial \Delta r_0'' + 2 \sin \alpha_\partial \Delta x + \Delta S_{\text{сш}} \cos \alpha = \\ &= \alpha_\partial (\Delta r_0' + \Delta r_0'') + 2 \sin \alpha_\partial \Delta x + \Delta S_{\text{сш}} \cos \alpha.\end{aligned}\quad (3)$$

По фиг. 394:

$$A'A = \frac{n-1}{2} t_c = r_c \frac{n-1}{2} \gamma,$$

где γ — угловой шаг. Таким образом:

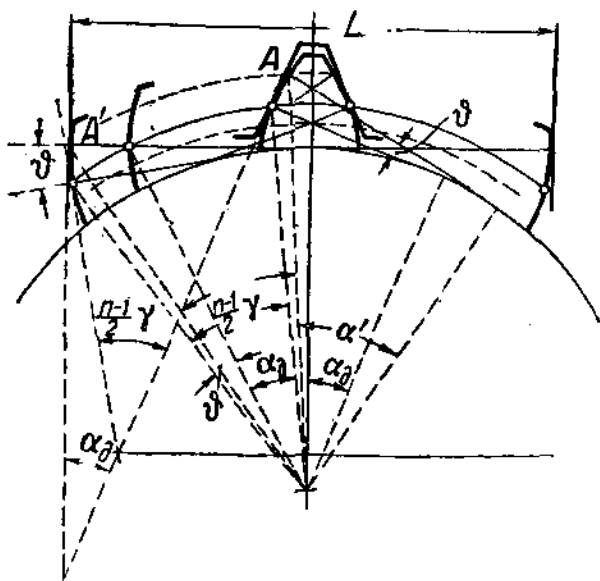
$$\begin{aligned}\alpha_\partial &= \frac{n-1}{2} \gamma, \\ \Delta L &= \frac{n-1}{2} \gamma (\Delta r_0' + \Delta r_0'') + 2 \sin \alpha_\partial \Delta x + \Delta S_{\text{сш}} \cos \alpha.\end{aligned}\quad (4)$$

Перейдем к более общему случаю, когда число зубьев шестерни исключает возможность одновременного контакта в точках постоянных хорд (фиг. 395).

Рассуждая аналогично предыдущему, получаем для радиуса касания скобы:

$$\Delta L' = \frac{n-1}{2} \gamma (\Delta r_0' + \Delta r_0'') + 2 \sin \alpha' (\Delta x_1 + \Delta x_2). \quad (5)$$

Чтобы не базироваться на воображаемых сдвигах инструмента с несуществующим углом α' и на произвольной высоте измерения, надо перейти на толщину зуба по постоянной хорде. Для этого нужно про-



Фиг. 395.

извести от точки A , как это видно из фиг. 395, обкат в обратном направлении на величину ϑ , что приводит к уравнению:

$$\begin{aligned} \Delta L &= \left(\frac{n-1}{2} \gamma - \vartheta \right) (\Delta r_0' + \Delta r_0'') + 2 \sin \alpha_0 (\Delta x_1 + \Delta x_2) = \\ &= \left(\frac{n-1}{2} \gamma - \vartheta \right) (\Delta r_0' + \Delta r_0'') + 2 \sin \alpha_0 \Delta x + \Delta S_{ca} \cos \alpha. \end{aligned}$$

Но по фиг. 395:

$$\frac{n-1}{2} \gamma - \vartheta = \alpha_0,$$

т. е. приходим и в данном случае к исходному уравнению (3):

$$\Delta L = \alpha (\Delta r_0' + \Delta r_0'') + 2 \sin \alpha_0 \Delta x + \Delta S_{ca} \cos \alpha.$$

Если бы касание происходило не над постоянными хордами, а под ними, для перехода на них требовался бы дополнительный обкат в том же направлении, т. е. ϑ надлежало бы брать со знаком $+$, что не

повлияло бы на общий вид окончательной формулы, поскольку в этом случае

$$\alpha_d = \frac{n-1}{2} \gamma + \vartheta.$$

При $r_0' = r_0''$ формула (3), как и прежде, превращается в формулу (2).

Обратимся, наконец, к наиболее общему случаю, когда точки касания лежат не только не на заданных, но и вообще на разных радиусах, т. е. когда касание по правому и по левому профилю не симметрично.

По фиг. 396 заключаем непосредственно, по аналогии с предыдущим случаем,

$$\Delta L = \alpha_d (\Delta r_0' + \Delta r_0'') + \Delta \overline{AB}_{AC} \cos \alpha_d$$

или, соответственно:

$$\Delta L = 2\alpha_d \Delta r_0 + \Delta \overline{AB}_{AC} \cos \alpha_d,$$

причем $\Delta \overline{AB}_{AC} (x_1 + x_2)$ означает суммарную (в данном выше смысле) ошибку положения исходной рейки не при симметричном контакте, но когда таковой происходит по секущей AB .

Чтобы и здесь перейти на постоянную хорду, достаточно опять-таки, как и выше, провести дополнительные обкаты для прихода в заданные точки касания. Своеобразие здесь будет заключаться лишь в том, что углы обката (η_1, η_2) будут для данного колеса переменными по величине и знаку, в зависимости от взятого положения на профилях, и что они будут в общем случае состоять из двух слагаемых каждый:

$$\eta_1 = \vartheta + x; \quad \eta_2 = \vartheta - x,$$

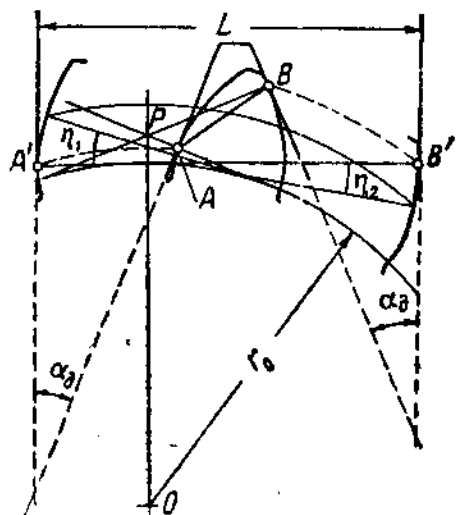
где $\vartheta = \frac{n-1}{2} \gamma - \alpha_d$ (как и выше), а x есть угол отклонения от симметричного положения.

Таким образом

$$\begin{aligned} \Delta L = & \left(\frac{n-1}{2} \gamma + \eta_1 \right) \Delta r_0' + \left(\frac{n-1}{2} \gamma + \eta_2 \right) \Delta r_0'' + 2 \sin \alpha_d \Delta x + \\ & + \Delta S_{cu} = (\alpha_d + x) \Delta r_0' + (\alpha_d - x) \Delta r_0'' + 2 \sin \alpha_d \Delta x + \Delta S_{cu}, \end{aligned}$$

что и является наиболее общим выражением для случая произвольного z и произвольного положения прибора на профилях.

К аналогичным результатам можно притти мгновенно и без выявления физического смысла вопроса, чисто формальным применением



Фиг. 396.

метода приведенной действующей ошибки. Пользуясь обозначениями фиг. 394, имеем

$$\begin{aligned}\Delta L &= \Delta F_1 + \Delta F_2 = \Delta F_{1A} + \Delta F_{2B} + \Delta \frac{AB}{\cos \alpha_0} = \\ &= \int_0^{\alpha+x} \Delta r_0' d\varphi + \int_0^{\alpha-x} \Delta r_0'' d\varphi + 2 \sin \alpha_0 \Delta x_z,\end{aligned}$$

где x — угол поворота от нейтрального положения. При $x=0$ получаем

$$\Delta L = \alpha_0 (\Delta r_0' + \Delta r_0'') + 2 \sin \alpha_0 \Delta x_z.$$

При $x \neq 0$

$$\Delta L = (\alpha_0 + x) \Delta r_0' + (\alpha_0 - x) \Delta r_0'' + 2 \sin \alpha_0 \Delta x_z,$$

где Δx_z означает общий сдвиг, потребный как для исправления положения инструмента, так и для компенсации неверного размера его постоянной хорды.

При покачивании прибора его показания будут колебаться на величину:

$$\begin{aligned}\delta \Delta L &= \Delta L_1 - \Delta L_2 = \int_{\alpha+x'}^{\alpha+x''} \Delta r_0' d\varphi + \\ &+ \int_{\alpha-x''}^{\alpha-x'} \Delta r_0'' d\varphi + 2 \sin \alpha_0 \Delta x_z.\end{aligned}$$

После всего изложенного легко перейти к практическим выводам. Так как рассматриваемое измерение по природе своей параметрическое, т. е. не дающее непосредственной проверки какого-нибудь изолированного элемента, детальная расшифровка его неотделима от технологии (гл. III).

Поэтому разберем каждый метод обработки отдельно.

1. Для случая обработки многопрофильным инструментом (долбяк, многозаходная фреза, гребенка, пересопрягаемая не через каждый зуб) детализовка причин погрешности в общем случае отпадает, и по измерению между параллелями можно сделать лишь заключения, непосредственно вытекающие из общего вида данных выше формул:

1) единичное измерение в симметричном положении включает ошибку мгновенного радиального положения инструмента (принимаем за ошибку установки) и ошибку обката на угле ($\alpha_{лев} + \alpha_{прав} \approx 2\alpha_0$);

2) если считать ошибки обката малыми по сравнению с ошибкой установки (инструмент и станок проверены заранее), абсолютная ошибка по общей нормали однозначно определяет ошибку установки; именно так нужно понимать это измерение в процессе нарезки;

3) если измерение по общей нормали повторяется по ряду групп зубьев, его средние абсолютные данные характеризуют попрежнему ошибку установки, тогда как колебания показаний характеризуют ошибки обката на угле $2\alpha_0$ или, иначе говоря, относительную суммарную ошибку по $n-1$ шагам $\pm$ ошибку профиля на угле $2\theta = (n-1)\gamma - 2\alpha_0$;

4) если измерение производится через каждый зуб, т. е. так, что каждая щечка прибора касается поочередно всех, без пропуска последовательных одноименных профилей, переходим, согласно § 1, гл. III, на относительное измерение единичных шагов; однако, поскольку здесь сопоставляются шаги разноименные, для замыкания измерения и получения истинной картины ошибок необходимо иметь сопоставление между собой хотя бы одного правого и левого шага; для этого требуется соответственный промер специально или шагомером, или каким-нибудь прибором, определяющим толщину зуба или ширину впадины; прибор последнего типа используется способом, изображенным на фиг. 397,

$$t_a = S + S'_a; \quad t_b = S + S'_b \\ \Delta t_{ab} = t_a - t_b = S'_a - S'_b;$$

5) если при наличных условиях дополнительные промеры исключаются, остается условно принять равенство двух взаимно-ближайших одноименных шагов, т. е. двух таких частично перекрывающихся шагов, как t_a и t_b на фиг. 387, что является, конечно, довольно грубым приближением;

6) при покачивании прибора около данных профилей выявляются, очевидно, относительные ошибки генерации таковых.

В том частном случае, когда период пересопряжений многопрофильного инструмента заключается целое число раз в числе зубьев, берущихся в промер, т. е. если, например, имеем $n = 4$ (при $z = 27 \div 35$) и работаем двухзаходной фрезой, группы зубьев по числу заходности можно, очевидно, объединить рассмотрением и делать более детальные выводы, аналогичные тем, на которые дает право однозаходный инструмент, к рассмотрению которого мы переходим.

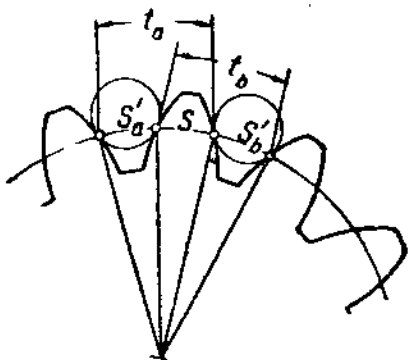
II. Случай обработки однозаходным инструментом (однозаходный фрезер, гребенка, пересопрягаемая через каждый зуб).

Здесь возможны, наряду с предыдущими, и выводы относительно самой обработки. Суммируя те и другие, получим:

1) единичное измерение дает, попрежнему, ошибку обката на угле 2α в сумме с ошибкой установки;

2) в установочном измерении принимается в расчет только последняя;

3) при повторных измерениях (по ряду одинаковых групп зубьев) колебания показаний дают ошибки генерации на угле 2α ; в отличие от рассмотренного, в случае симметричного касания (т. е. в общей кольцевой зоне обработки), ошибка инструмента исключается, т. е. выделяется однозначно ошибка делительного механизма станка; по предыдущему здесь можно перейти от суммарных (групповых) ошибок на относительные ошибки единичного шага;



Фиг. 397.

4) сопоставляя данные обката прибора по профилям и его переноса с группы на группу, можно по характеру и периоду колебания показаний сделать ряд интересных частных выводов.

Пьяный зуб характеризуется $\alpha_{лев} \neq \alpha_{прав}$ или $r_0' \neq r_0''$. Выражая длину общей нормали в виде:

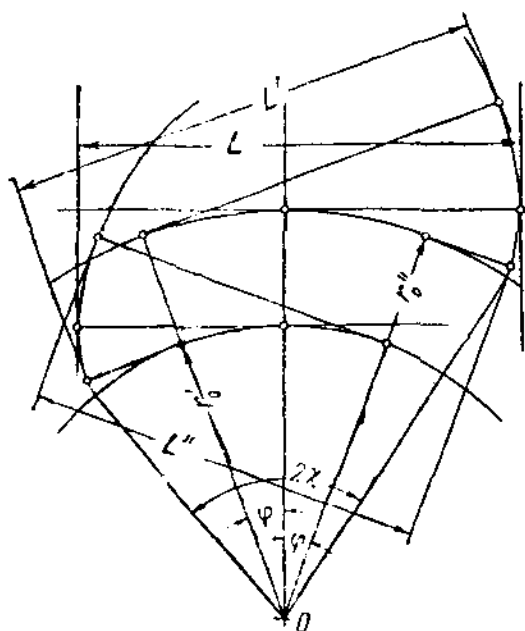
$$L = \chi r_0' + \chi r_0'', \text{ (фиг. 398),}$$

где χ — половина угла охватываемого измеряемыми эвольвентами; в нейтральном положении имеем при перекачивании на угол $\pm \varphi$:

$$L' = (\chi - \varphi) r_0' + (\chi + \varphi) r_0''$$

$$L'' = (\chi + \varphi) r_0' + (\chi - \varphi) r_0''$$

$$\Delta L = L' - L'' = (\chi + \varphi)(r_0'' - r_0') - (\chi - \varphi)(r_0'' - r_0') = \\ = (r_0'' - r_0') 2\varphi = 2\varphi \Delta r_0,$$



Фиг. 398.

т. е. при монотонном возрастании ΔL по всему обкату данных профилей речь идет о пьяном зубе, причем разность основных радиусов определяется делением относительной ошибки, показываемой прибором на полный угол его обката по профилям.

Тот из профилей, к головке которого показания возрастают, имеет «меньший угол зацепления» (точнее — больший r_0).

В случае периодичности колебаний r_0 именно период и дает основания судить о причине дефекта, причем здесь может произойти интерференция явлений, поскольку наблюдаем картину

сразу по двум профилям. Такой интерференции не произойдет, если измерение ведется по постоянным хордам, т. е. если z изделия соответствует подобной возможности. Тогда очень легко выделить, например, эффект биения фрезы, который приведет к полному циклу колебания показаний при повороте прибора на угол γ . Условием такого выделения является лишь отсутствие вероятности периода γ в ошибках кинематики станка. Выполнение этого требования обусловливается некрatностью z изделия и z делительной шестерни станка.

Изложенное приводит к тому, что в случае нарезки пробной шестерни и ее проверки методом общей нормали данные ее нельзя брать

произвольно. Если наряду со сказанным учесть еще желательную возможность максимального обката, определяемую по фиг. 399 равенством $l' = l''$, можно выдвинуть для пробной шестерни следующие обязательные требования:

а) она должна иметь z , кратное 9^1 , но не кратное числу зубьев делительного колеса стола;

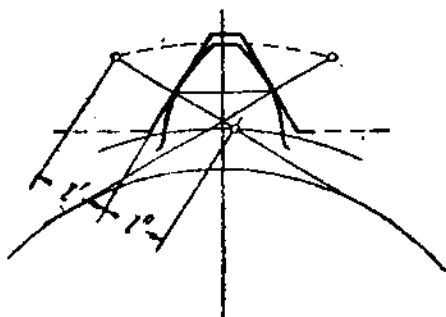
б) она должна быть скорректирована таким образом, чтобы длина активной линии зацепления делилась постоянной хордой, примерно, пополам.

Измерение специально шага изделия, нарезанного однозаходным инструментом, особенностей не представляет, если не считать уже отмеченной выделяемости влияния станка.

Несколько замечаний специально по вопросам измерения косозубых колес.

В случае нарезки гребенкой никаких отличий от прямозубых не имеется. Самая возможность сверки (не проверки!) профилей в нормальном сечении объяснена уже в § 2.

В случае нарезки долбяком следует считаться с возможностью привнесения ошибок винтовых направляющих на ширине, разделяющей обе точки измерения: $B_x = L \sin \beta_0$, что не требует пояснений.



Фиг. 399.

В случае нарезки червячной фрезой все ранее изложенное применимо с единственной оговоркой, что обкат между сопоставляемыми профилями равен не $2x$, а $2\alpha + \frac{B_x}{b} 2\pi$, где b — величина аксиальной подачи на оборот изделия. Впрочем, по исключении целых периодов всей кинематики, особой разницы не получается.

Если измерение между параллелями производится не как поверочное, а как установочное, можно исходить из следующих положений:

а) ошибки инструмента и станка ничтожно малы по сравнению с искомой ошибкой установки и в установочном измерении ими следует пренебрегать;

б) ошибка установки есть ошибка расстояния между инструментом и изделием, т. е. произвольная «коррекция», подлежащая устранению;

в) на основании п. б следует искать не ошибку толщины зуба, но непосредственно величину подлежащего устранению сдвига инструмента.

Учитывая изложенное и возвращаясь к формуле (1), пишем: раствор штангена (или т. п. прибора)

$$L = t_0 \left(n - \frac{1}{2} \right) + 2r_0 \theta_0 + 2x \sin \alpha_0,$$

¹ См. начало настоящего параграфа.

и, дифференцируя, исходя из п. а: $t_0 = \text{const}$; $\alpha_0 = \text{const}$, получаем

$$dx = \frac{dL}{2 \sin \alpha_0}$$

или потребный сдвиг режущего инструмента для ликвидации ошибочной коррекции

$$x^I = - \frac{\Delta L}{2 \sin \alpha_0}.$$

Эта формула дает чрезвычайно удобный метод непосредственного определения установочной поправки (знак минус означает сдвиг к центру изделия; если x^I получится положительным, — изделие «запорото», т. е. перерезано слишком глубоко).

Полученные формулы дают, кроме того, исключительную производственную возможность также для определения коррекции на наличной шестерне:

а) m и α известны; n подсчитывают приближенно без учета сдвига; по нему определяют L .

Фактическое L_ϕ для того же n получают обмером в натуре (или из чертежа)

$$X = \frac{L_\phi - L}{2 \sin \alpha_0};$$

б) основные данные шестерни неизвестны и подлежат определению. t_0 получают непосредственным замером по нескольким зубьям и среднее принимают за истинное значение.

Диаметр основной окружности получают как $t_0 \cdot \frac{z}{\pi} = 2r_0$. Остаются неизвестными: угол рейки и коррекция.

В общем случае решение может быть получено рейкой любого угла, при соответственной коррекции, но для использования стандартной рейки при заданной высоте и толщине зубьев вопрос решают подбором, начиная от наиболее ходового угла 20° .

Если ни одна из реек не дает $x = 0$, выбирают ближайшую, приводящую к наименьшему x (который и определяют по предыдущему) или же к стандартным m (или питчам) по делительной окружности.

На основе полученных данных подсчитывают постоянную хорду зуба и ее положение относительно головки. Если соответственно настроенный по толщине зубомер (тангенциальный или кромочный) дает отступления по высотной шкале, это указывает, что зацепление имеет укороченный зуб в силу применения $f' < 1$, или ввиду предназначения в V —передачу.

В первом случае соответственно укороченной окажется также и ножка, что легко проверить; во втором случае, если считать, что в V -зацеплении имелось в виду сохранить нормальный радиальный зазор, отсчет дает непосредственно значение для установления величины суммарного сдвига. Зазоры учитываются обычным порядком.

Таким образом во всех случаях передача полностью определена.

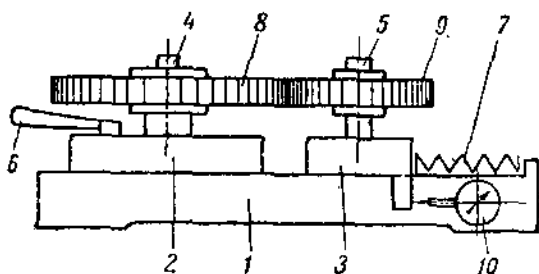
При установке прибора на шестерню необходимо обращать внимание, чтобы при приближении его оси к центру колеса и удалении от центра не менялись бы показания (или чтобы он не заклинивался и не ослабевал), так как противное явилось бы доказательством кромочного, а не тангенциального касания (при кромочном касании все выводы не применимы ввиду отсутствия общей нормали).

§ 14. Комплексные измерения зубчатых колес

Измерительная обкатка в плотном сопряжении. Вигглекаторы

В качестве наиболее быстрого метода, позволяющего в общих чертах оценить точность шестерен, применяют обкатку сопряженных зубчатых колес на оправках.

Простейшей модификацией подобного метода является обкатка на взаимно неподвижных оправках; на такого рода приспособлениях возможно, кроме проб на краску, проводить грубую проверку зазоров и межцентровых расстояний. Для этой цели оправки с надетыми на них шестернями устанавливают на расстояние $a = A - \frac{C_{\min}}{2 \sin \alpha_d}$, где A — расчетное межцентровое расстояние, $C_{\min}$ — минимальный боковой зазор, α_d — угол зацепления. При полном повороте большого колеса не должно иметь места заедание. По игре можно примерно судить о колебаниях зазора; освободив одну из бабок с оправкой, по ее удалении из заданного плотного зацепления можно определить минимальное возможное расстояние между осями при монтаже.



Фиг. 400.

Подобные примитивные приспособления, выпускавшиеся фирмой Штифельмейер и др., в настоящее время почти не применяются. Их заменили, с одной стороны, моторизованные испытательные установки, с другой, — так называемые «вигглекаторы». Последние отличаются от описанного примитива тем, что обкатываемые колеса сохраняют все время плотное зацепление вследствие пружинного прижима одной оправки в направлении к другой, с замером перемещений индикатором. Поскольку в идеальной паре межцентровое расстояние при плотном зацеплении должно все время оставаться постоянным, его колебания, замеряемые индикатором, дают возможность определить в общих чертах степень точности выполнения шестерен. Принципиальная схема подобного прибора, являющегося в настоящее время из-за своей простоты наиболее распространенным для общей оценки качества зубчатых колес, сводится к следующему (фиг. 400). На направляющих 1 общей станины перемещаются два суппорта 2 и 3 с оправками 4 и 5 соответственно. Один из суппортов — 2 закрепляется в произвольном вдоль станины положении зажимом 6, тогда как другой — 3 может получать лишь самые ограниченные (порядка 1 ÷ 3 мм) перемещения под влиянием пружины 7, с одной стороны, и изменений минимального межцентрового расстояния в испытуемой паре 8/9 — с другой. Колебания суппорта 3 отмечаются индикатором 10 или помещаемым на его место увеличительным самописцем. В качестве исходного положения принимается в простейшем случае, примерно, среднее из возможных

положений супорта 3, в котором он и заклинивается на время настройки не показанным на схеме стопором; супорт 2 подводится к нему до отказа (т. е. до захода в упор зубьев 8 и 9 в сопряженные впадины), после чего супорт 3 освобождается. Чтобы этот супорт после выключения стопора был возможно более подвижным, его монтируют обычно на шариках.

На приборах подобного типа возможны проверки следующих видов

1. Проверка с эталоном

Одна из шестерен заменяется эталоном соответственного m , ошибки которого полагаются ничтожными в сравнении с поверяемой шестерней. Тогда все колебания да супорта 3, который мы впредь условимся называть вигглекаторной головкой (иначе — «плавающий супорт»), принимаются как показатели ошибок испытываемой шестерни. Колебания периода 2π (все угловые меры относительно поворота испытываемой зубчатки) рассматриваются как эксцентриситет; колебания периода π — как овальность. Местные колебания с «волной» в 1—2 зуба или менее рассматриваются как ошибки шага, толщины зуба и, наконец, самые мелкие — как ошибки профиля. Условность подобной классификации будет выяснена далее.

2. Проверка сопряженной пары

Эту проверку рекомендуется проводить не как самостоятельную, а как дополнение к предыдущей или к измерению по отдельным элементам, так как в противном случае можно допустить весьма грубые ошибки в выводах в силу неопределенности местонахождения ошибки. Меньшую шестерню (в предыдущем случае — эталон) рекомендуется, в случае отсутствия противопоказаний конструктивного или иного происхождения, монтировать на вигглекаторной головке, во избежание излишнего увеличения инерции последней. Описываемая проверка нередко характеризуется как проверка на плавность хода или зацепления, что неверно, так как картина плотного зацепления и колебаний в нем межцентрового расстояния существенно отличается от картины обычного — «однопрофильного» зацепления и получаемой при этом плавности хода.

Чтобы убедиться в справедливости сказанного, достаточно рассмотреть простой пример. Две эллиптических шестерни с $i = 1$ дадут наибольшее колебание a при таком сопряжении, когда их одинаковые оси (т. е. большие или малые) попадут на линию центров одновременно и практически не дадут колебаний a , если на линию центров малая ось одного будет приходить одновременно с большой осью другого. Но, с другой стороны, относительные колебания рабочих радиусов, а следовательно, и $i = \frac{r_2}{r_1}$ будут максимальны именно в последнем случае и минимальны в первом, т. е. работа шестерен будет наилучшей именно тогда, когда по вигглекатору она признана наихудшей (для простоты разъяснений мы отвлекаемся от влияния угла α на фазу эксцентриситета — см. гл. IV, § 12¹⁾).

¹ Насколько подобный вывод является неожиданным для лиц, привыкших работать с вигглекатором, ясно хотя бы из такого случая: на одном крупном заводе имела место эллиптичность шестерен с $i = 1$; инженер, знавший только что изложенное, потребовал соответственного пересопряжения шестерен, что вызвало на заводе общий протест.

3. Поверка зазоров

Поверка зазоров ведется по предыдущему; различие лишь в предварительной установке: после заклинивания вигглекаторной головки второе зубчатое колесо на своем супорте 2 (фиг. 400) подводится не в упор, а лишь на монтажное межцентровое расстояние; индикатор или самопиसेц устанавливается на нуль, после чего головка освобождается. Индикатор показывает в обкате зазоры, обеспеченные монтажом (без учета температурных изменений, деформации валов и пр.), пересчитанными на радиальное направление.

Исходное межцентровое расстояние устанавливается или по шкальной линейке (на станине) с нониусом (на супорте 2) или измерительными плитками, вкладываемыми между специальными шлифованными упорами на супортах. Хотя последний способ применяется пока еще мало, его следует безоговорочно предпочесть. Разновидностью этого способа является применяемый Фелло метод дисковых эталонов (по радиусу начальной окружности), устанавливаемых на тех же оправках; это сводит измерительную цепь к минимуму, но требует точных специальных для каждой шестерни дисков и перемотажа (для замены на шестерню) в процессе исследования, что несколько умаляет принципиальные достоинства подобного метода.

Чтобы при испытании с эталоном начальная окружность совпадала с будущей эксплуатационной, некоторые фирмы применяют специальные эталоны с толщиной зуба:

$$\bar{S} = \frac{t}{2} + C_a.$$

Тогда все параметры α , l и A или a естественно приводятся к номиналу (в отличие от заданного межцентрового расстояния A , расстояние между оправками вигглекатора в измерении обозначаем через a).

4. Предельные измерения (браковка)

Для классификации шестерен только на годные и негодные применяются предельные измерения, которые должны подготовляться как и поверка зазоров (п. 3), т. е. с предварительной установкой от теоретического межцентрового расстояния, от которого отсчитывается сначала приведенный к радиальному направлению минимальный зазор — для установки высшего предела, а затем поле допусков — для установки низшего. Сами пределы могут отмечаться марками на индикаторе или т. п.

5. Конические колеса¹

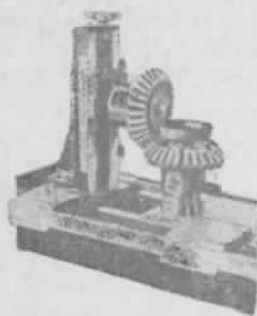
Для получения полной аналогии с рассмотренным прибор для конических колес должен был бы получать угловые колебания вигглекаторной головки около точки общей вершины конусов. Однако практически и здесь ограничиваются прямолинейным движением, причем даже не в плоскости перпендикулярной к общей касательной к обоим начальным конусам, как это следовало бы, но по перпендикуляру к оси меньшего конуса, устанавливаемого на головке (фиг. 401).

¹ Все основные измерения конических колес выделены в § 15; в отношении вигглекаторной поверки подобное выделение излишне, почему мы и касаемся ее здесь же.

Таким образом дело здесь сводится лишь к специальному расположению оправки на неплавающем супорте (с направлением оси вдоль станины), что легко достигается на вигглекаторе любого типа, предназначенном для цилиндрических колес.

Приборы для комплексной проверки в плотном зацеплении (вигглекаторы) изготавливаются почти всеми зуборезными и приборостроительными фирмами самых разнообразных моделей — от простейших, снабженных только индикаторами, без привода, до весьма сложных моторизованных, с самописцами и т. п. Большинство их имеет приспособления для проверки самых разнообразных колес. Для примера даем иллюстрации по нескольким подобным приборам. В целях универсальности некоторые фирмы приспособливают приборы такого типа к иным измерениям (по элементам).

Фиг. 402, 403, 404 — приборы фирмы Магг с самописцем и без него в различных специальных настройках (на фиг. 403 — с дополнительным приспособлением для особо малых шестерен); фиг. 405 — К. Мар с самописцем, фиг. 406 — одна из больших моделей Паркинсона; фиг. 407 — своеобразный прибор Клингелнберга, где плавающая каретка *б* со столом 2 имеет не поступательное, но качательное движение, равно как и в массивном приборе Фелло Red Liner (фиг. 408). Последний, равно как Gear Charter Иллинойской инструментальной К⁰ (фиг. 409), принадлежит к числу наиболее сложных, но и наиболее совершенных приборов этого типа. Два последних прибора, равно как прибор Магга, имеют не дисковую, а ленточную диаграмму, что также является серьезным преимуществом в смысле;



Фиг. 401.

расшифровки явления. Образцы таких диаграмм даны на фиг. 410, *а* — ориентировочно можно считать, что диаграмма *а* соответствует эксцентриситету, диаграмма *б* и *в* — различным комбинациям ошибок шага с ошибками профиля, *г* — кромочному касанию.

Подобное определение является весьма приближенным, так как нам уже известно из предыдущего, насколько неточными могут быть подобные расшифровки. Вообще говоря, основными трудностями на пути к четким и правильным заключениям можно считать следующие.

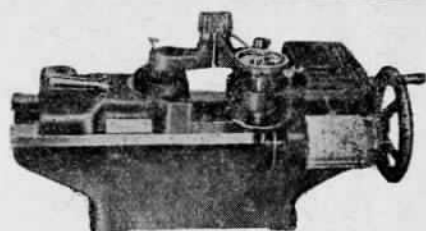
1. Двупрофильность зацепления. Следствие — отражение не ошибок обката, но лишь „радиальных“ погрешностей (подробно § 10, анализ эвольвентных диаграмм).

2. Степень перекрытия, доводящая число возможных контактных точек до четырех (вместо одной или двух в однопрофильном зацеплении). Так как практически две точки контакта, т. е. сопряжение двух разноименных пар профилей уже определяют *а*, то остается всегда неизвестным, какие именно из восьми участвующих в данный момент в касании профилей являются носителями обнаруженных ошибок.

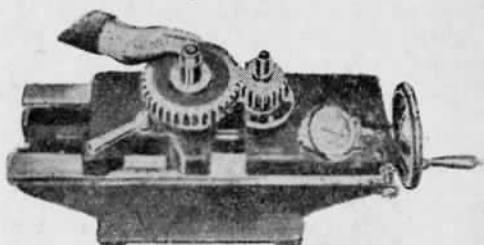
Если первый пункт является принципиальным свойством плотного сопряжения, и борьба с ним в вигглекаторах невозможна, то последнее из двух отмеченных препятствий к расшифровке получаемых результатов устраняется в обкатке с эталоном сведением к минимуму, приближаю-



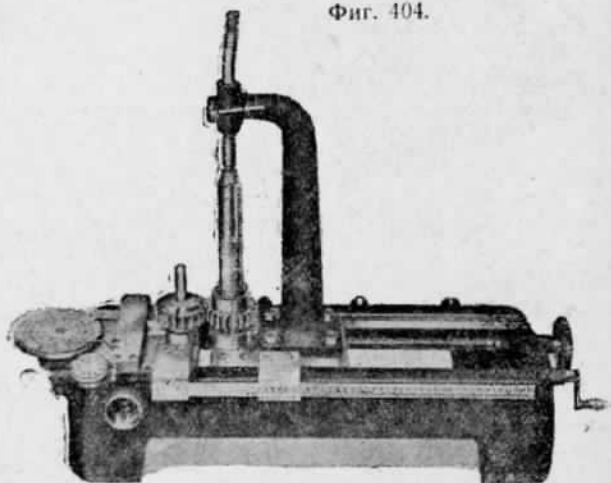
Фиг. 402.



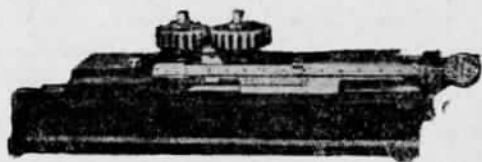
Фиг. 403.



Фиг. 404.



Фиг. 405.

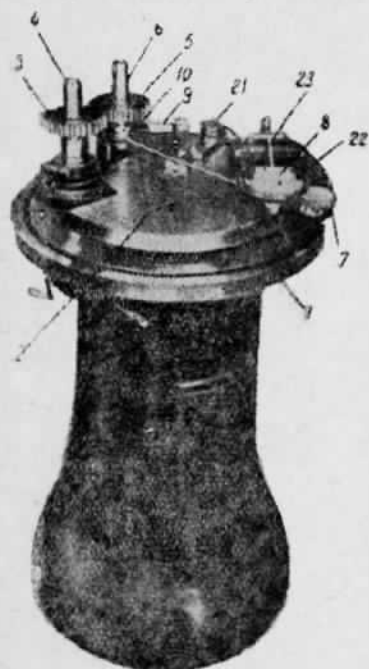


Фиг. 406.

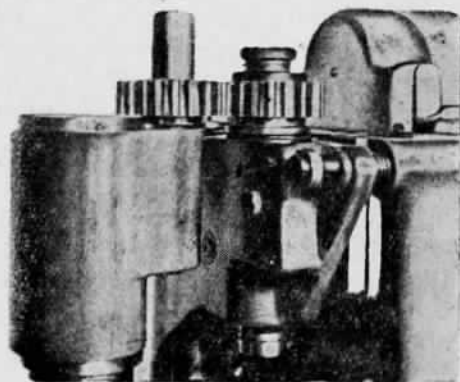
щаемся к единице степени перекрытия. Для того чтобы эта степень перекрытия оставалась постоянной при любом числе зубьев исследуемого изделия, надлежит использовать подрезку, так как известно, что в случае, когда подрез достигает определенной величины, степень перекрытия зависит лишь от данных подрезанной шестерни (см. гл. I, § 6). С другой стороны, чтобы не увеличивать подрез далее необходимого, можно «укорачивать» зуб сверху, т. е. снижать его головку. Если то и другое делать соответственно, можно всегда добиться того, чтобы полюс зацепления оставался примерно в середине зацепления, т. е. чтобы исследовалась самая интересная средняя часть порфиля, где наверное нет ни завала, ни нерабочих участков. Подобные специальные обкатные эталоны с $\varepsilon \approx 1$ (чуть более) и запроектированы нами к описанной в § 12 уни-

версальной бабке. При подобных эталонах ряд отдельных ошибок расшифровывается вполне четко, а именно: толщина зубьев, ширина впадин, основной шаг (отдельно левый, отдельно правый) и эксцентриситет (последний впрочем без труда узнается и в обычных диаграммах). Такое свойство эталонов с укороченным зубом ясно из того, что при них определяется, какие именно профили дают показания в данный момент (толщина зуба, ширина впадины), а момент смены профилей есть не что иное, как переход от одного t_0 к другому.

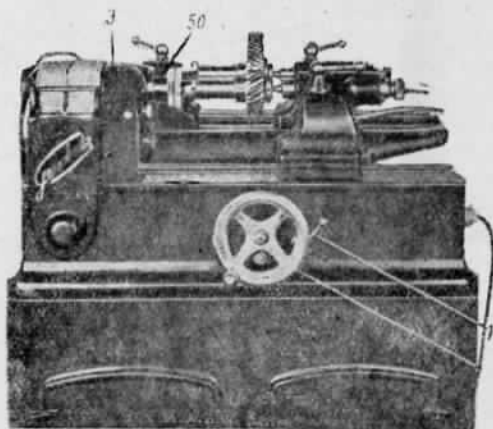
Все сказанное весьма легко усматривается из решетчатых



Фиг. 407.



Фиг. 408.



Фиг. 409.

диаграмм (фиг. 389). При $\varepsilon = 1$ вся диаграмма разместились бы, например, между уровнями 1б и 1а. Около вертикали у „IV“ имелись бы в действии: слева — только профили III и IV (впадина), справа — только III и VI (зуб). Момент смены характеризует основной шаг IV/VI (фиг. 390). Если, наоборот, увеличить ε до обычной величины (расширение диаграммы фиг. 389 вверх или вниз), увидим, что толщина зуба (ширина впадины) участвует в двупрофильном зацеплении данного момента (вертикаль!) либо отдельно, либо совместно с основным шагом. Так как в пространственной задаче в ошибки t_0 входят и ошибки направления контактной линии и так как ошибка t_0 может, независимо от ее знака, только увеличить a , то ясно, что допуск на a , при условии квадратичного

суммирования ошибок и при назначении δh всегда в минус, должен назначаться:

$$a_{\text{этал}} = a_0 \left| \frac{+ \sqrt{\Delta L_0^2 + \Delta B_0^2}}{-\delta h} \right|;$$

где $a_0 = A - \Delta h_{B2} = \frac{m}{2} (z_1 + z_2) - (\Delta h_{B1} + \Delta h_{B2})$, причем Δh_B — обязательное заглубление инструмента, δh — допуск на него.

Именно так нами и был решен вопрос (см. проект ОСТ).

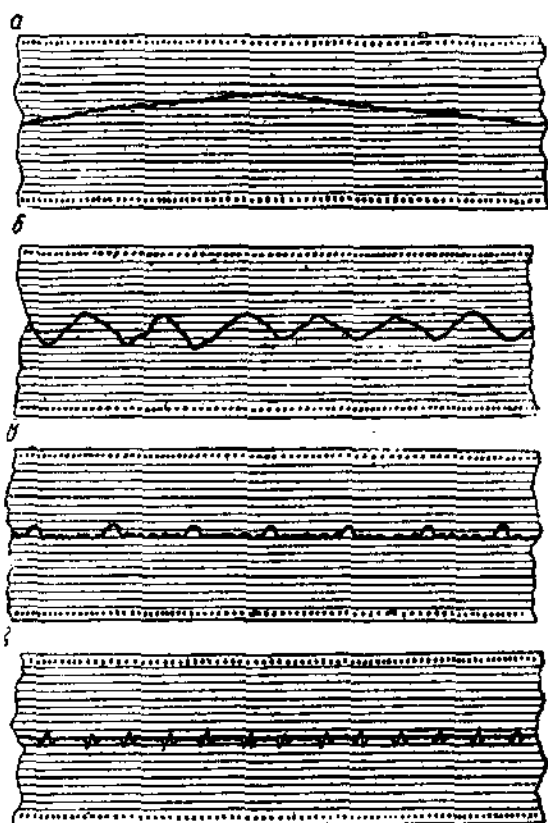
Проверка плавности зацепления и приведенной ошибки.

На основании изложенного, особенно — гл. IV, ясно, насколько велика принципиальная разница между описанной лупрофильной обкаткой в плотном сопряжении и проверкой плавности зацепления, т. е. колебаний i . Последняя может быть достигнута непосредственно только непрерывным сличением углов поворота ведомой шестерни с теми, которые она получала бы при $i = \text{const}$.

Подобный метод был предложен Заурером и является с эксплуатационной точки зрения (шестерня, как будущий элемент механизма) наиболее ценным из всех существующих, и даже более показательным, чем проверка отдельных элементов. С точки зрения технологической, в существующем виде, он значительно менее характерен, почему практически этих проверок отнюдь не исключает.

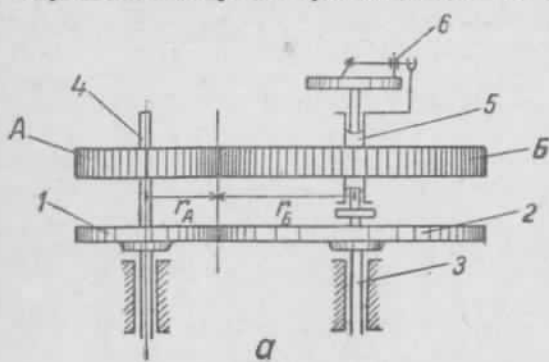
Если i определяется не по сопряжению в действительности паре, а по сопряжению с эталоном, очевидно, непосредственно будет выявлена приведенная действующая ошибка изделия (соответственными ошибками эталона, по малости, пренебрегают).

Принцип, на котором построен прибор Заурера, ограничивает возможность применения его лишь на изделиях с относительно небольшими габаритами и весом. Поэтому дальнейшее изложение нужно относить именно к таким шестерням ($A \sim$ до 0,5 м), но в этой области он завоевывает все большее внимание, по мере развития понимания процесса за-

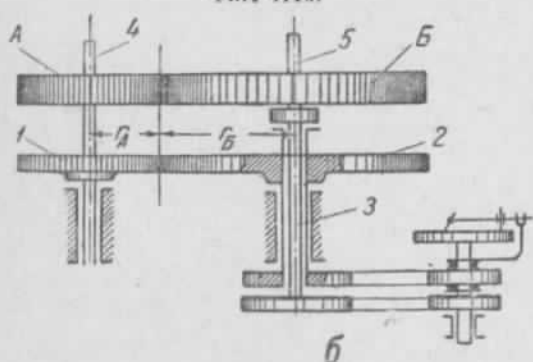


Фиг. 410.

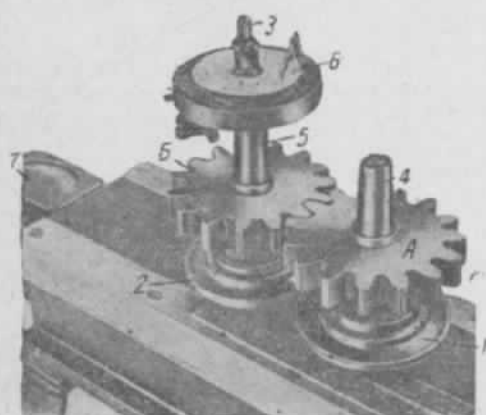
цепления. Так, в последнее время появился ряд новых аналогичных приборов. Поскольку они принципиально не отличаются от своего прототипа, ограничимся рассмотрением последнего прибора.



Фиг. 411а.



Фиг. 411б.



Фиг. 412.

может быть превращен в обычный вигглекатор, причем колебания A улавливаются специальным индикатором 7.

Прибор имеет два существенных недостатка: 1) необходимость пары

Первоначальная схема

Заураера изображена на

фиг. 411, а: шестерни A и B

сопрягаются между собою

на оправках 4 и 5, из коих

последняя пустотела и имеет

внутри шпindel 3 с наса-

женным на него шлифован-

ным диском 2, в точности

соответствующим, по ради-

усу, начальной окружности

шестерни $B(r_B)$. Другой

диск 1, радиусом r_A , связан

непосредственно с мониро-

ванной на супорте оправ-

кой 4. Диски доводятся до

плотного взаимного прико-

сновения, обеспечивающего

как передачу трением между

ними, так и правильное

взаиморасположение шесте-

рен (т. е. на заданном меж-

центровом расстоянии). По-

следующее вращение систе-

мы $A-1-4$ передается: через

зубчатую пару A/B оправ-

ке 5, а через фрикционную

пару $1/2$ шпindelю 3. В слу-

чае нарушения теоретиче-

ского передаточного отноше-

ния между шестернями, т. е.

при $i_{AB} \neq i_{12}$ происходит

относительное угловое сме-

ещение между 2 и 3, улавли-

ваемое увеличительным само-

писцем 6, вычерчивающим

полярную диаграмму подоб-

ных ошибок. Общий вид

прибора показан на фиг. 412;

при снятии одного из дис-

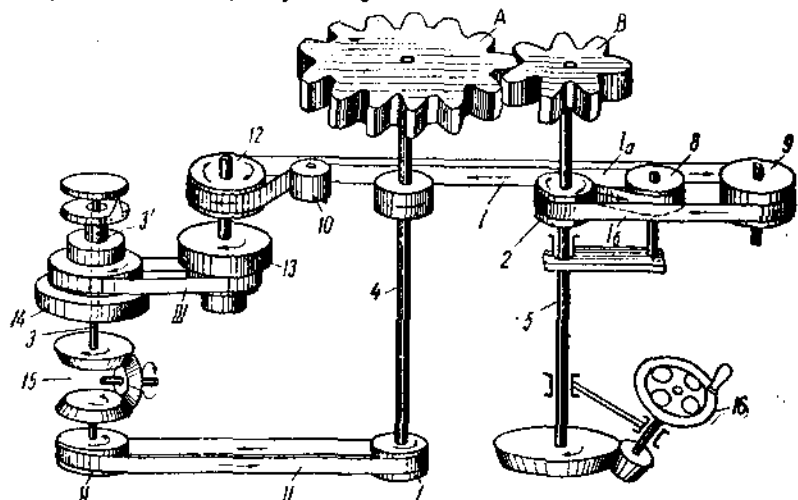
ков 1 или 2, этот же прибор

вследствие наличия соответ-

ственного приспособления

эталонных дисков для каждого типоразмера передачи (т. е. для каждого r_A и r_B) и 2) неудобный самописец, демонтаж которого необходим при любой смене испытуемых шестерен. Из последнего затруднения фирма Заурер вышла довольно просто, вынеся в новой конструкции прибора самопишущее устройство в сторону, как показано на схеме 411, б и, пересядив соответственно диск 2 на внешнюю, а шестерню B — на внутреннюю оправку.

Стремление устранить неуниверсальность прибора привело к разработке следующей схемы (фиг. 413). Диски 1 и 2 имеют постоянный и равный радиус и сидят непосредственно на оправках 4 и 5. Бесконечными стальными лентами I и II вращение передается шкивам 11 и 12 соответственно; от шкива 12, через ступенчатые шкивы 13 и 14 и стальную



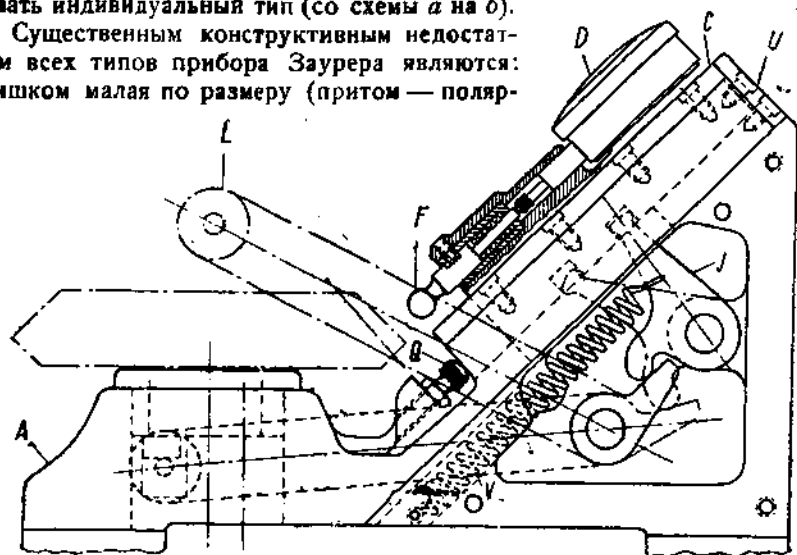
Фиг. 413.

ленту III, вращение передается пустотелому валу 3', внутри которого проходит вал 3, получающий вращение от шкива 11 через фрикционный дифференциал 15 (на схеме изображен условно); таким образом принципиальная схема мало отличается от фиг. 411, но вследствие наличия ступенчатых шкивов 13 и 14 при любом i_{AB} можно выдержать $i_{33'}$ сравнительно близким к 1. Более точная подгонка $i_{33'}$ к единице достигается специальным устройством дифференциала 15, где промежуточный шар может касаться обоих сопряженных с ним конусов по различным радиусам. В свою очередь теоретическое $i_{33'} = 1$ обуславливает по предыдущему правильную работу системы при любом i_{AB} . Следует обратить внимание на расположение ленты I, которая огибает систему роликов 8, 9, 10 таким образом, что при смещении супорта с оправкой 5 в ту или другую сторону удлинение ветви 1а всегда равно укорочению ветви 1б и наоборот; таким образом прибор может работать на любом межцентровом расстоянии в конструктивно предусмотренных пределах без перенастройки ленты.

Точность универсального варианта прибора Заурера вызывает серьезные сомнения. Действительно, мы имеем здесь последовательно девять

фрикционных соединений в измерительной цепи, причем только четыре из них — осуществляемые лентами II и III по шкивам I и II, 13 и 14 — не вызывают сомнения в точности. Что касается ленты I, то ее большая длина (свыше 2 м) при пяти шкивах вызывает опасения относительно точности передачи. Еще большее сомнение вызывает точность дифференциала и плавность передачи при столь длинных лентах. Во всяком случае диаграммы, полученные для одной и той же пары шестерен на индивидуальном и универсальном приборах Заурера, оказались отличными, что подтверждает сказанное. Фирма, очевидно, сознает отрицательные стороны своего прибора, так как иначе она вряд ли стала бы модернизировать индивидуальный тип (со схемы а на б).

Существенным конструктивным недостатком всех типов прибора Заурера являются: слишком малая по размеру (притом — поляр-



Фиг. 414.

ная) диаграмма и необеспеченность равномерности вращения первого шестеренного вала.

Другими методами определения Δi , ΔF или Δr_0 являются приборы, сопоставляющие вращение, получаемое от данной пары, с вращением, получаемым от эталонной зубчатой пары (замена фрикционных дисков эталонными шестернями), и приборы сопоставляющие перемещения шестерней зуба или нескольких зубьев эталонной рейки с перемещениями, сообщаемыми посредством соответственной фрикционной пары. Подобные приборы стоят уже, очевидно, на грани эволютомеров.

§ 15. Поверка конических зубчатых колес и колес внутреннего зацепления

На базе, данной в гл. I общей характеристики особенностей конических колес, исследуем вопросы их измерения, отвечающего современным требованиям в смысле точности.

В приборах станкового типа вопрос в отношении основных элементов — шага и толщины зуба — решается относительно просто, так как здесь принципиально действительны те же методы, что и для цилиндри-

ческих колес, нужно только выдержать неизменной конусную дистанцию измерения, т. е. расстояние от вершины конуса. Поэтому целый ряд приборов (например Цейсса, Мара) могут с одинаковым успехом мерить как цилиндрические, так и конические шестерни, причем все специальное приспособление для измерения последних сводится к произвольно наклоняемой оправке.

Иногда, наоборот, наклонной делается измерительная головка при вертикальной оправке изделия. Такая комбинация часто применяется в приборах радиального типа вроде изображенного на фиг. 414. На станине *A*, по наклонным на угол начального конуса направляющим *U*, скользит каретка *C*, прижимаемая к установочному упору *Q* пружиной *V* и отводимая между последовательными замерами рычажной системой *L—J*. Измерительный наконечник *F* указывает отклонения на индикаторе *D*. Аналогичные приборы делаются и универсальными, с произвольно устанавливаемыми радиусом и углом наклона.

Так же просто обстоит дело и с приборами вигглекаторного типа для конических колес. Правда, в них допускается заведомая неточность (см. § 14), но особой практической роли она не играет.

Однако станковые приборы могут обслужить лишь самые небольшие размеры шестерен; подобные сооружения для больших колес получаются весьма громоздкими и дорогими. С другой стороны, приборы вигглекаторного типа (тоже лимитируемые размерами изделия) в условиях современных требований к зубчатым передачам совершенно недостаточны.

Наконец, последний применяемый в проверке конических колес метод — на краску или блики — хотя и не ограничен размерами, так как его проводят обычно в монтажных условиях, тем менее может быть признан исчерпывающим, поскольку (и то условно) выявляется качество лишь пары, а не единичных колес.

Таким образом вопрос о проверке конических колес стоит в настоящее время особенно остро, тем более, что методика подобной проверки совершенно не разработана.

При переходе к вопросам проверки конических колес естественно взять за отправную базу аналогии из области колес цилиндрических. Однако мы уже видели, что конические колеса вследствие своеобразной формы зацепления требуют несколько специальных методов. Разберем те основные задачи и препятствия, которые возникают при переходе от измерения цилиндрических колес к измерению конических.

Основных трудностей к переносу на конические колеса практики измерения цилиндрических имеется две.

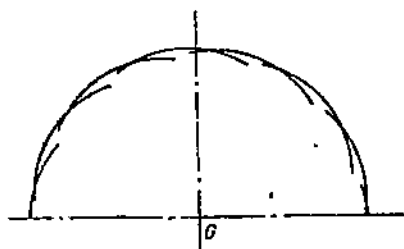
Первая из них заключается в том, что зацепление не является, как сказано, в точности эвольвентным. Поэтому здесь приходится идти одним из двух путей: или исходить все-таки из эвольвентного зацепления, рассматривая все отступления от последнего как безвредные и законные взаимно компенсирующие отклонения (см. § 5 гл. IV — суммирование ошибок сопряженных профилей), или отказаться от подобной базы и строить все измерения как для принципиально отличного вида зацепления.

Практически, благодаря относительной незначительности рассматриваемых отклонений, преобладающее распространение имеет первый метод.

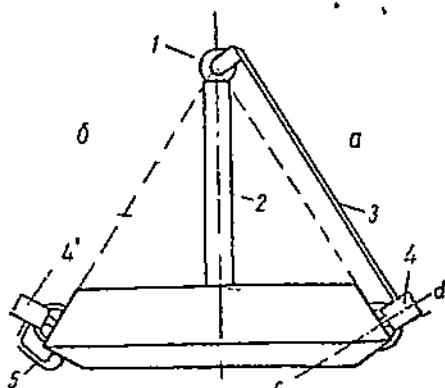
Поэтому рассмотрим прежде всего, с какими специфическими вопросами приходится сталкиваться исходя из подобной позиции.

Рассмотренная в гл. I неравномерность перемещений касательной плоскости по одному из двух конусов: или начальному, или основному, при равномерном перемещении по второму из них, уничтожает понятие основной окружности (конуса) в конических колесах. Эта кривая заменяется здесь рядом отдельных участков переменной кривизны, соответствующих числу зубьев и носящих характер, показанный в чрезвычайном грубом виде на фиг. 415, причем наиболее выдающиеся зоны соответствуют приближенно зацеплению зуба близ полюса обработки. Это приходится учитывать во всех измерениях, так или иначе связанных с основной окружностью или с линией зацепления.

Второй принципиальной трудностью измерения конических колес является необходимость вести измерения по всему венцу на одной конусной дистанции, т. е. в неизменном расстоянии от вершины конуса колеса. Это может быть достигнуто двумя способами:



Фиг. 415.



Фиг. 416.

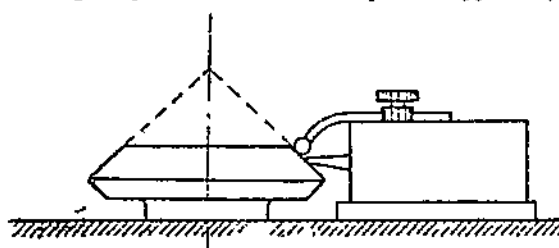
1) расположением по фиг. 416, а в вершине конуса пространственного шарнира 1, связывающего оправку колеса 2 со штангой 3, несущей собственно мерительную головку 4;

2) снабжением, по фиг. 416, б, измерительного прибора 4' примерно обычного типа (т. е. такого же как для цилиндрических колес) специальными щечками 5, для упора во внешний дополнительный конус.

Первый путь может дать несколько более точные результаты, но сложнее: прибор не может быть признан ручным, но должен рассматриваться

скорее как накладной. Второй не всегда достаточно просто осуществим.

Как его вариант можно рассматривать проверку на плите, когда свободные изделие и прибор кладут на общую плоскость, так что дистанционной базой оказывается не дополнительный



Фиг. 417.

конус, но торцевая плоскость втулки (фиг. 417). Если шестерня при этом получает направляющую оправку, а мерительная головка — ограничитель движения, устройство превращается в обычный станковый прибор.

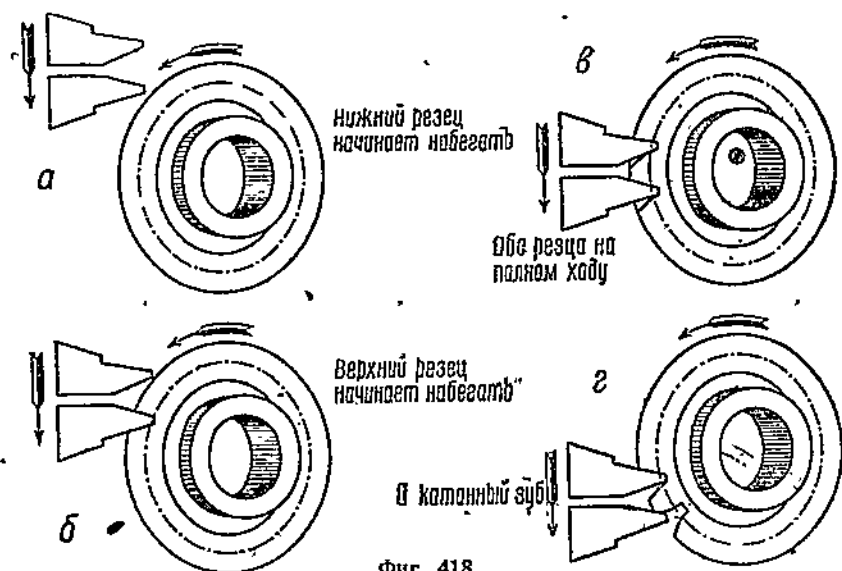
Таким образом оба варианта поверки на плите (свободная и координированная) можно самостоятельно не рассматривать, и говорить лишь о трех основных типах (станковые, накладные и ручные приборы), из которых и надлежит в каждом случае делать выбор.

После этих оговорок можно приступить к рассмотрению измерения отдельных элементов.

Окружной шаг

Поверка шага конических колес должна быть признана совершенно обязательной по тем же причинам, что и цилиндрических.

В данном измерении наиболее серьезным вопросом является отмеченная уже необходимость сохранения конусной дистанции. В остальном, измерение ничем не отличается от измерения шага цилиндрических ко-



Фиг. 418.

лес, если не считать того, что при обработке методом обката нарезка всех одноименных профилей ведется полностью одной режущей кромкой, что несколько упрощает дело (см. поверку цилиндрических колес).

Как и при всяком измерении шага, наиболее опасны, особенно при малых числах зубьев, относительные ошибки базы измерения (биеение и т. п.). Так как в данном случае приходится пользоваться двумя базами, рассмотрим влияние ошибок каждой из них. При этом из рассмотрения исключаются станковые приборы, поскольку здесь ошибка базы может возникнуть лишь за счет неправильной установки.

1. Радиальная база (расстояние измерения от оси конуса).

а. Конус впадин в случае обработки методом обката является мало подходящей базой, так как нарезка впадины двумя различными резцами (правым и левым, фиг. 418) делает ее недостаточно чистой (порог в середине).

б. Конус выступов, наоборот, вполне подходит в качестве измерительной базы и может быть использован как в ручных, так и в накладных

приборах. Плоскость измерения cd (см. фиг. 416) принимается, грубо говоря, перпендикулярной к образующей начального конуса (или конуса базы).

2. Дистанционной базой (расстояние от вершины конуса) в накладных приборах служит сама оправка, следовательно здесь имеются оптимальные условия для соблюдения точности; в ручных приборах ошибки дополнительного конуса складываются с ошибками радиальной базы и влияние тех и других нетрудно установить как в совокупности, так и порознь.

Для цилиндрических колес мы имели $\Delta l = r \Delta \gamma + \gamma \Delta r$, где второй член дает влияние ошибки базы.

Угловой шаг $\gamma = \frac{2\pi}{z}$ для данного

колеса — величина теоретически постоянная. Следовательно, все ошибки баз, независимо от количества последних, могут влиять лишь постольку, поскольку они меняют радиус измерения, отсчитанный от оси конуса.

По фиг. 419:

$$\gamma \Delta r = \gamma (\Delta l \sin \eta + \Delta R \cos \eta), \quad (1)$$

где Δl — ошибка дистанционной базы; ΔR — ошибка радиальной базы.

Если обработка обоих конусов — выступов и дополнительного производится за одну установку — их ошибки совпадают по периоду и

$$\frac{\Delta l}{\Delta R} = \operatorname{tg} \eta,$$

т. е. в этом, наихудшем, случае:

$$\gamma \Delta r' = \gamma \left(\Delta l \sin \eta + \Delta l \frac{\cos^2 \eta}{\sin \eta} \right) = \gamma \frac{\Delta l}{\sin \eta} = \gamma \frac{\Delta R}{\cos \eta}. \quad (2)$$

Таким образом мы убеждаемся:

1) что суммарное влияние ошибок обеих баз здесь равно влиянию ошибки единственной базы цилиндрического колеса, или же меньше его;

2) что, следовательно, от дополнительного конуса как от базы нет причин отказываться;

3) что поверять биевание заготовки надо по более острому из двух конусов, так как его ошибки сказываются всегда сильнее.

В случае если дистанционной базой является торец втулки (поверка на плите), то, пренебрегая отраженным влиянием относительных перекосов, можем принять (фиг. 420):

$$\Delta r = \Delta Y_R \operatorname{tg} \eta = \frac{R}{r} \Delta Y_r \operatorname{tg} \eta.$$

Если шестерня сидит на оправке, ΔY_r сказывается непосредственно, без отношения плеч, т. е. $\Delta r = \Delta Y_r \operatorname{tg} \eta$.

Следует отметить:

1) если биение конуса выступов определялось нормально к образующей, то в измерении зубьев оно скажется увеличенным в $\frac{1}{\cos \eta}$ раз (см. фиг. 420);

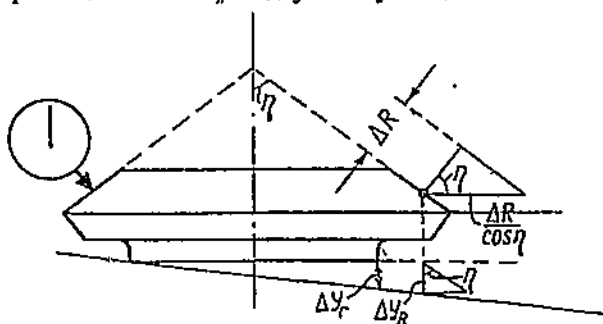
2) биения конуса выступов и торца втулки, в отличие от предыдущего, обычно являются величинами взаимно независимыми;

3) из сопоставления скаванного с формулой (2) видно, что при измерении на плите вводится дополнительная ошибка от базы против того, что получается при измерениях с базой „на двух конусах“.

Более значительные трудности возникают при измерении шага непрямоугольных конических колес из-за получающейся здесь, при наложении прибора на зубья, слагающей реакции, отжимающей прибор в направлении образующей конуса.

Поэтому в данном случае следует особо заботиться о надежности

дистанционной базы, переходя даже на угловые измерения шага, которые в конических колесах не отличаются особой спецификой и не будут рассматриваться отдельно.



Фиг. 420.

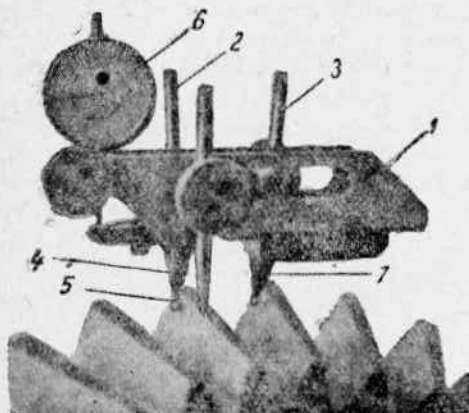
Приборы для проверки шага конических колес

Станковые приборы данного назначения сравнительно мало специфичны и зачастую выполняются универсального типа — как для цилиндрических, так и для конических колес и потому отдельного описания не требуют.

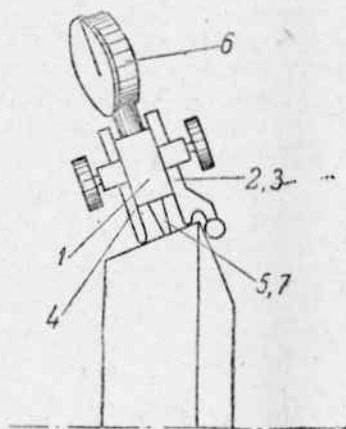
Что же касается приборов ручного и накладного типа, то такие автору даже не известны; это и заставило его сконструировать собственный подобный прибор (фиг. 421). Корпус прибора устанавливается (на конусе выступов) на трех зажимных ножках-опорах 2, 3, 4, из которых две первые, расположенные по одну сторону корпуса, выполнены вильчатыми (фиг. 422) и таким образом фиксируют и дистанционную базу. Установка неподвижного упора 7 на шаг t от тастера 5 производится по месту, при арретированном (выключенном) тастере. По освобождении последнего и переносе прибора на другие зубья, его отклонения отмечают на индикаторе 6 ошибки шага. В остальном действие прибора ясно из фиг. 421 и 422. Боковые плоскости прибора, несущие опоры, устроены так, что позволяют производить измерение на плите (ножки 2 и 3 снимаются, а рядом с ножкой 4 устанавливается вторая такая же), а также на штанге, соединяемой с оправкой в вершине конуса (ножки 2,

3 заменяются обычными — типа 4, а последняя заменяется зажимной тайкой штанги).

Прибор предназначен для измерения колес внешнего модуля 3—15 мм при ширине венца по образующей: при ручном измерении — не менее 42 мм, при измерении на плите или на штанге — не менее 24 мм. Пригодность прибора для измерения цилиндрических колес очевидна.



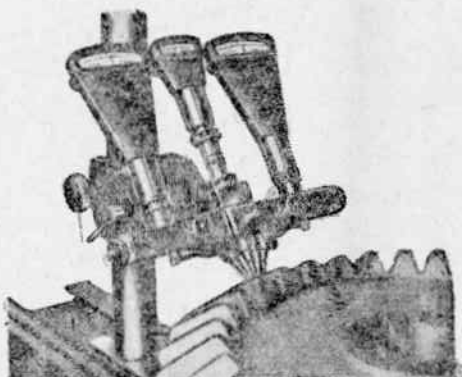
Фиг. 421.



Фиг. 422.



Фиг. 423.



Фиг. 424.

Для прецизионных измерений шага на плите фирма Давид Браун изготовляет откидное приспособление с отсчетом по оптиметру (фиг. 423), не требующее пояснений. Станковый прибор Круппа (фиг. 424), предназначенный для проверки как шага, так и толщины зуба, достигает повышенной точности и чувствительности тем, что оба мерительных наколенника являются указательными, тогда как упор отсутствует, чем исключается влияние его деформаций на результат измерения. Отсчет снимается дифференциальный.

Этот метод, в силу вносимого усложнения, рекомендуется специально только для станочной поверки больших колес. Третий (малый) микро-таст служит для одновременной с основным измерением поверки конуса выступов и concentричности последнего к окружности измерения.

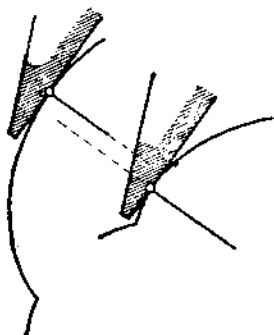
Основной шаг

Поверка основного шага в конических колесах не представляет тех специальных преимуществ, что в цилиндрических. Во-первых, разрывность и переменность „основной окружности“ (фиг. 425) приводит к тому, что два последовательных одноименных профиля имеют точки касания с параллельными между собою прямыми не по общей нормали, а по двум параллельным, взаимно сдвинутым (фиг. 425), хотя подобный сдвиг и весьма мал. Во-вторых, инструмент (см. фиг. 408) не имеет шага вообще, следовательно, отпадает технологический мотив поверки. В-третьих, из-за предыдущего обстоятельства затруднительно и вряд ли целесообразно назначать на основной шаг специальные допуски, следовательно снижается стимул к поверке и с этой стороны.

Правда, опасность ударов в передаче грозит, как и в цилиндрических колесах, именно отсюда, и если бы подобная поверка осуществлялась так же просто, как в цилиндрических, этого было бы достаточно для ее проведения. Но, к сожалению, здесь приходится вводить слишком много различных допущений, так как, не говоря об отсутствии эвольвенты, в измерении не удастся сохранить даже „сферичности“, т. е. соблюдения общей конусной дистанции не только для последовательных измерений, но и для обоих мерительных наконечников в каждом из измерений.

В колесах прямозубых это не отражается, поскольку данный рез захватывает данную коническую („кольцевую“) зону по всей длине зуба. В непрямо зубых колесах это приходится принимать во внимание. С другой стороны, в непрямо зубых колесах влияние удара смягчено так же, как в цилиндрических. Поэтому мы считаем рациональным поверять „основной“ шаг только у прямозубых конических колес. При этом от приборов, обнаруживающих ошибку „основного шага“ в покачивании (как, например, Мааг, Калибр в цилиндрических колесах), здесь следует отказаться вовсе, равно как и от определения отклонений от номинала. Сопоставлению подлежит лишь равномерность, и, если прибор сам обеспечивает соблюдение заданной конусной дистанции, — совпадение величин сопряженных шагов. Приборы надлежит предпочитать с тангенциальными наконечниками, по их способности к самоустановке.

Из приборов станкового типа для поверки основного шага необходимо отметить полуавтомат „Иллинойс“ тот же, что и для цилиндрических колес (фиг. 426), который, несмотря на свои некоторые принципиальные недостатки (касание кромочного наконечника по кромке изделия, необеспеченность сравнения сопрягаемых шагов), является одним



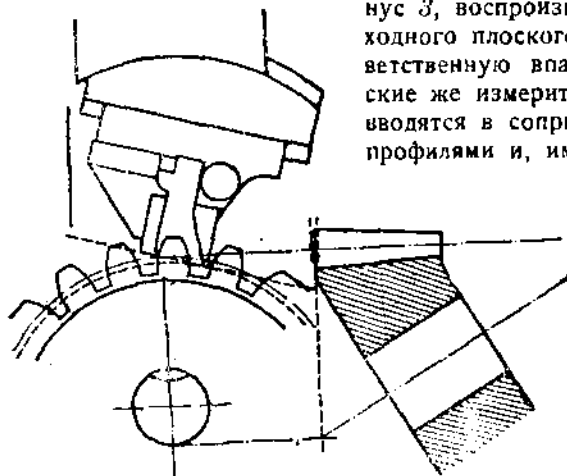
Фиг. 425.

из наиболее известных приборов этого типа. Вторым является универсальный прибор Цейсса, уже известный из методики измерения цилиндрических колес и лишенный основных отмеченных недостатков прибора фирмы „Иллинойс“.

Накладной прибор для проверки основного шага с фиксацией в вершине конуса и с очень выгодными условиями касания с профильными поверхностями разработан инж. Л. А. Архангельским (фиг. 427). Основная штанга фиксируется шариком 2 в зацентровке оправки. Конус 3, воспроизводящий контур зуба исходного плоского колеса, вводится в соответствующую впадину, тогда как конические же измерительные наконечники 4 и 5 вводятся в соприкосновение со смежными профилями и, имея возможность поворота

вокруг осей 6 и 7, воздействуют на соответствующий (8 или 9) индикатор, прижимая его тастером к диску 10. Более подробных объяснений прибор не требует, поскольку он является анаморфозой „двустороннего шагомера“ (см. § 2).

В приборе инженера Архангельского, как интересное конструк-



Фиг. 426.

тивное решение обычно сложной проблемы пространственного шарнира, надо отметить мысль свободно вкладывать шарик, которым снабжается штанга 1, непосредственно в „центр“, т. е. коническую зацентровку основной оправки, что заметно упрощает всю систему.

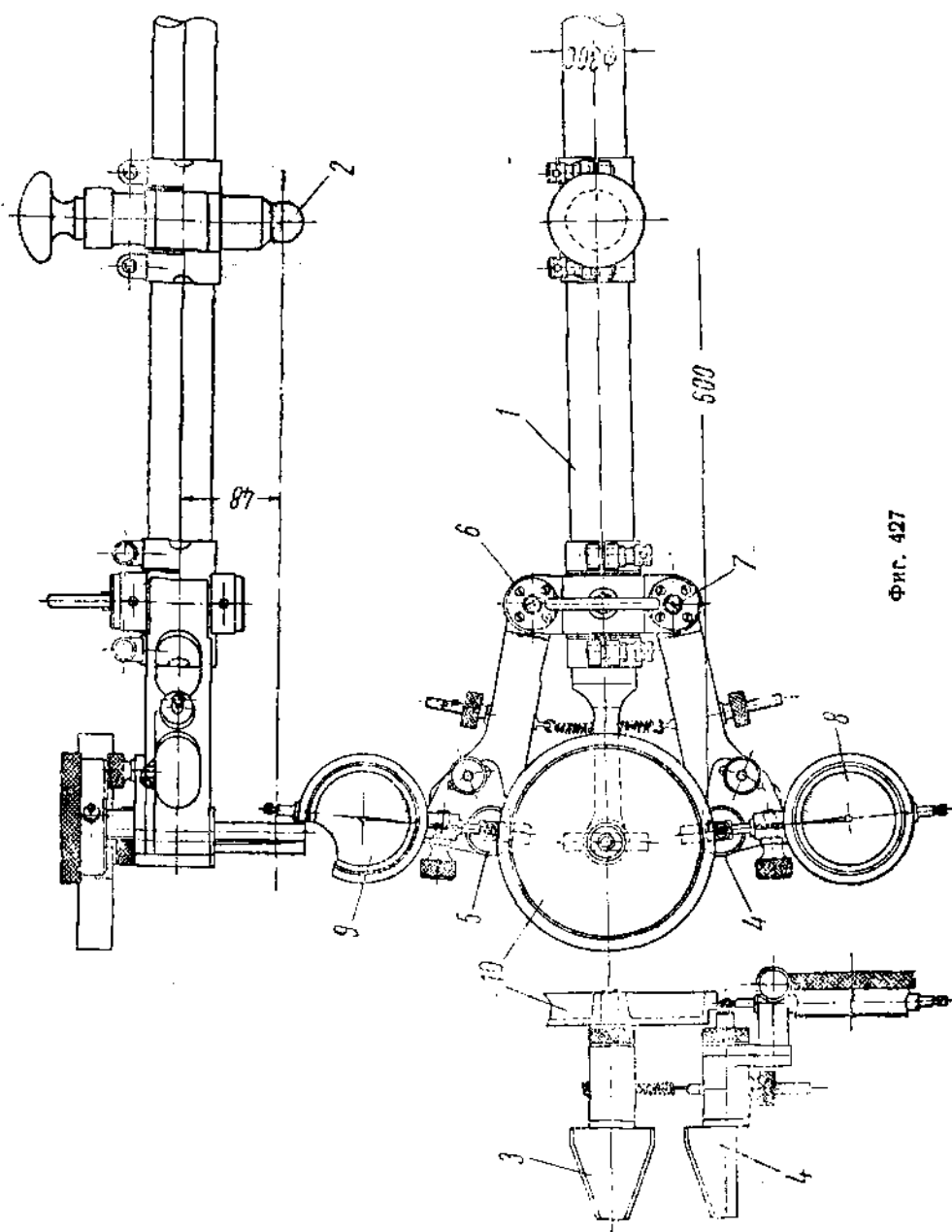
Толщина зуба

В производственной практике чаще всего прибегают к измерению толщины зуба в сечении, перпендикулярном или оси колеса, или образующей начального конуса, то и другое с опорой по внешнему конусу, так что зубомер опирается на самую кромку зуба (пересечение конуса выступов, а во втором случае и боковых поверхностей зуба с внешним дополнительным конусом).

Такой прием по указанным выше соображениям одобрен быть не может, так как кромка всегда может иметь завалы, заусенцы и забоины, лишаящие измерения какой бы то ни было точности.

Если пользоваться зубомером, то лучше делать это по изложенному принципу со специальным упором в дополнительный конус, что в данном случае решается совсем просто: достаточно или вертикальный движок зубомера, или его корпус снабдить соответствующим упорным хвостовиком или планкой и, если надо, развить его опорную (на головку зуба) площадку.

Ясно, что при такой системе измерений толщину зуба надо назначать уже не по дополнительному конусу, а по раз навсегда выбранному



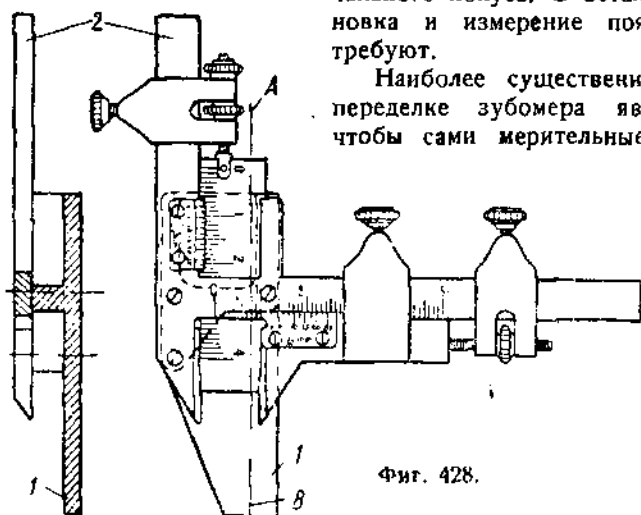
Фиг. 427

расстоянию от него, что никаких неудобств не представляет, так как зубомер без подсчетных таблиц все равно использовать нельзя.

Схема переделки зубомера для измерения конических колес по изложенному принципу дана на фиг. 428, где 1 фасонная планка, прикрепляемая к корпусу 2 так, чтобы обеспечить достаточную базу их прилегания (слева дан схематический разрез по АВ). Опыт применения подобного зубомера в Ц. Б. Р. дал достаточно положительные результаты, однако автор рассматривает его лишь как переходный этап (см. далее).

Установка зубомера на колесе производится так, чтобы планка 1 касалась при измерении образующей дополнительного конуса, что и обеспечивает перпендикулярное положение зубомера к образующей начального конуса. В остальном установка и измерение пояснений не требуют.

Наиболее существенным в такой переделке зубомера является то, чтобы сами мерительные губки да-



Фиг. 428.

вали возможность фиксирования единой плоскости измерения. С этой точки зрения ножевидные губки наиболее подходят, и, если зубомер выполнен по этому типу, переделка ограничивается изложенным.

Однако чаще зубомеры выполняют с плоскими губками, причем вертикальный движок проходит не сзади губок, как в предыдущем типе, а внутри их, в специальных прорезах. В этом случае возможны два варианта дальнейших переделок: вертикальный движок в обоих случаях заваливается так, чтобы его мерительная кромка представляла лежащий полуцилиндр, тогда как самые губки или тоже заваливаются аналогично (вертикальными полуцилиндрами), или снабжаются двумя впаиваемыми калиброванными калеными шариками, между которыми и происходит измерение.

Последний вариант несколько сложнее как в изготовлении, так и в подсчете хорды, но зато надежнее в измерении. Что касается предварительной юстировки зубомера, т. е. приведения его показаний в соответствие с действительностью, то это в случае впайки шариков (равно как и при большом износе) может быть достигнуто всегда соответственной установкой нулевой шкалы.

Исследуем вопросы настройки зубомера для измерений в плоскости, перпендикулярной начальному производственному (т. е. делительному)

конусу, в частности и по принципу, приведенному выше, т. е. отступя от дополнительного конуса.

Задача сводится к следующему (фиг. 429): требуется измерить толщину зуба на конусной дистанции, равной $Oc = Of - fc = Of - DF$, где $DF = K$ есть, по предыдущему, „постоянная зубомера“ (расстояние его мерительной плоскости от упорной), а $Of = L$ — полная конусная дистанция.

Геометрически задача решалась бы определением дуги на местной высоте cd от внешнего конуса.

Однако из всех точек делительного конуса в плоскости измерения могут оказаться только A и B , так что измерению поддается лишь хорда AB , на высоте gd , равной:

$$\begin{aligned} H_3 &= gd = cd + gc = h + \\ &+ gC \cos \eta = h + 2r \sin^2 \frac{\gamma_s}{8} \cos \eta = \\ &= h + 2r \sin^2 \frac{\pi}{4z} \cos \eta; \end{aligned} \quad (4)$$

$$S = AB = 2r \sin \frac{\gamma_s}{4} = 2r \sin \frac{\pi}{2z}, \quad (5)$$

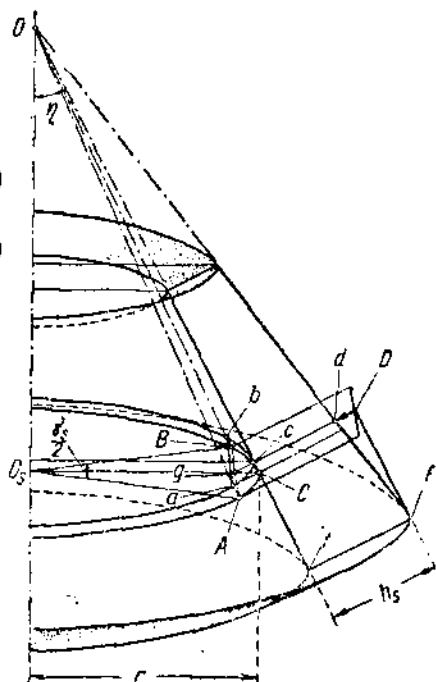
где

$$r = (Of - fc + Cc) \sin \eta = (L - K + gC \sin \eta) \sin \eta.$$

По предыдущему:

$$\begin{aligned} gC &= 2r \sin^2 \frac{\pi}{4z}, \\ r &= \left(L - K + 2r \sin^2 \frac{\pi}{4z} \sin \eta \right) \sin \eta = \\ &= \frac{L - K}{\frac{1}{\sin \eta} - 2 \sin^2 \frac{\pi}{4z} \sin \eta}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$h = h_s \frac{L - K}{L} = f \cdot m_s \frac{L - K}{L}. \quad (7)$$



Фиг. 429.

Так как $2 \sin^2 \frac{\pi}{4z} \sin \eta$ весьма мало по сравнению с $\frac{1}{\sin \eta}$, для обычной практики в формуле 6 можно этим членом пренебрегать, полагая

$$r = (L - K) \sin \eta. \quad (6')$$

Дальнейшие преобразования полученных выражений не имеют смысла, так как именно в данном виде формулы удобнее для пользования: сперва по формулам (6) и (7) определяются r и h , а затем уже эти значения подставляются в формулы (4) и (5). При этом $\sin^2 \frac{\pi}{4z}$ и $\sin \frac{\pi}{2z}$ берутся непосредственно из зубомерных таблиц. Что касается зазоров, то таковые более точно можно учесть через их угловые выражения, путем

вычитания последних везде из величины γ_s , однако для практики вполне достаточно их непосредственного учета по показаниям зубомера, аналогично тому как это достигается для случая цилиндрических колес.

Нетрудно видеть, что наличие постоянной K в формулах (6) и (7) почти не усложняет расчетов, так что измерение по дополнительному конусу не может быть оправдано.

Измерение зубьев по постоянной хорде тангенциальными наконечниками

Хотя профильные кривые и не являются по существу эвольвентами, но они соответствуют, по самому закону образования конических шестерен, прямобочному плоскому колесу. Это обстоятельство с большой выгодой может быть использовано в измерении толщины, путем применения тангенциальных наконечников.

Если зуб в положении симметричном к полюсной прямой вписывается в прямобочную пирамиду заданных размеров, то, очевидно, измеряя его подобной же пирамидой, не надо искать ни величины, ни положения постоянной хорды, но достаточно обеспечить лишь надлежащий раcтвор между боковыми, взаимно наклонными под углом 2α гранями измерительного прибора.

Пусть фиг. 430 изображает единичный зуб „исходного плоского колеса“ в части, взятой над длительной плоскостью и ограниченной произвольным радиусом R , с которым связываем измерение. AB есть хорда дуги $R'\gamma_0 = R \frac{\gamma_0}{2}$, где ψ_0 и γ_0 — соответственно угловая толщина зуба и угловой шаг плоского колеса. Введем обозначения:

z и z_0 — числа зубьев шестерни и плоского колеса соответственно;

γ — угловой шаг шестерни;

ψ — угловая толщина ее зуба;

$r = \frac{m_z z}{2}$ — внешний делительный радиус шестерни;

L — полная конусная дистанция;

K — расстояние от образующей дополнительного конуса до плоскости измерения зуба ($K = L - R$);

h — высота головки зуба;

η — угол делительного конуса шестерни.

Пусть, при этом, индекс s обозначает отнесение к внешнему дополнительному конусу. Тогда можем вывести следующие зависимости между данными плоского колеса и шестерни:

$$\frac{z}{z_0} = \frac{2\pi r}{2\pi L} = \frac{r}{L} = \sin \eta,$$

$$\gamma_0 = \frac{2\pi}{z_0} = \frac{2\pi}{z} \sin \eta,$$

Фиг. 430.

откуда хорда AB определяется:

$$AB = 2 \cdot Op \operatorname{tg} \frac{\eta}{4} = 2(L - K) \operatorname{tg} \frac{\pi \sin \eta}{2z},$$

а хорда ab в „плоскости зубомера“, перпендикулярной к OP

$$ab = 2(L - K) \operatorname{tg} \frac{\pi \sin \eta}{2z} \cos^2 \alpha \quad (8)$$

и лежит от хорды AB на высоте:

$$cp = \frac{L - K}{2} \operatorname{tg} \frac{\pi \sin \eta}{2z} \sin 2\alpha. \quad (9)$$

а от вершины зуба на высоте:

$$\begin{aligned} h_c &= h - \frac{L - K}{2} \operatorname{tg} \frac{\pi \sin \eta}{2z} \sin 2\alpha = \\ &= \frac{h_s(L - K)}{L} - \frac{L - K}{2} \operatorname{tg} \frac{\pi \sin \eta}{2z} \sin 2\alpha = \\ &= (L - K) \left(\operatorname{tg} \vartheta' - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{\pi \sin \eta}{2z} \sin 2\alpha \right), \end{aligned} \quad (9a)$$

где ϑ' — угол головок зуба, h — высота в плоскости измерения (в отличие от h_s , соответствующей всей конусной дистанции).

Если настроить тангенциальный зубомер по формулам (8) и (9a), т. е. так, чтобы хорда ab лежала на высоте h_c от кромки вертикального движка, и притом в средней зоне прямолинейных участков губок, то такая настройка окажется совершенно точной и для измерения октондальных шестерен, по постоянной хорде, хотя ни эта хорда, ни высота ее положения не будут строго совпадать с выведенными величинами.

Так как $\sin 2\alpha$, $\cos^2 \alpha$ — константы данного зацепления, $\frac{\pi}{2z}$ берется из таблиц, а $\sin \eta$ и $\operatorname{tg} \vartheta'$ известны, подсчет по данным формулам и настройка прибора по ним получаются совершенно несравнимыми по своей простоте с обычными методами измерения толщины.

Учитывая также повышенную точность и надежность как настройки, так и измерения, считаем возможным рекомендовать в дальнейшем проектирование и применение исключительно тангенциальных зубомеров по изложенному принципу. Конструктивно такие приборы ничем кроме губок, скошенных под углом α (20°) каждая, не будут отличаться от зубомера, представленного на фиг. 438. Правда, здесь отпадает вопрос о приспособлении существующих зубомеров обычного типа, но даже специальное изготовление прибора оправдывается вносимыми в измерение упрощениями и универсальностью. Последняя заключается еще в том, что подобные приборы были бы весьма удобны для измерения скорректированных колес.

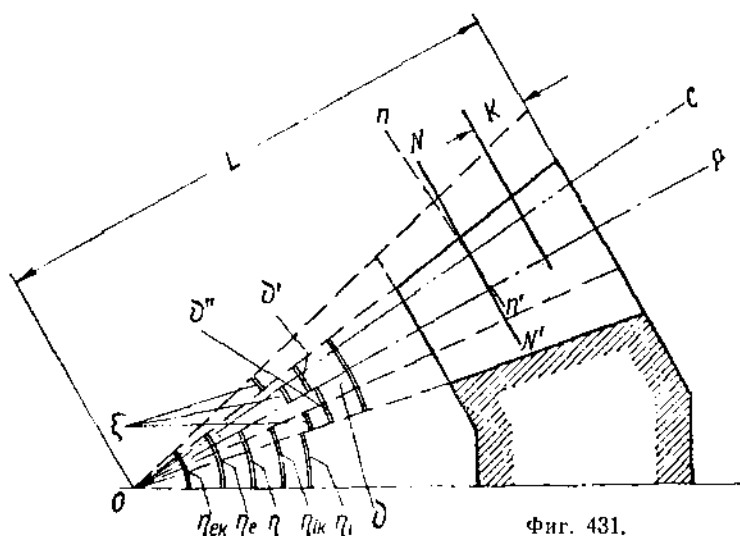
Корректирование конических колес совершенно аналогично корректированию цилиндрических и имеет то же назначение. Разница заключается лишь в том, что соответственно природе конических колес корректирование определяется угловым сдвигом, поскольку вершина конуса должна оставаться точкой общего схода (фиг. 441). Это приводит к одному принципиально важному обстоятельству: угол зацепления исходного

плоского колеса у корригированных шестерен несколько изменяется против шестерен нормальных.

Если NN' (фиг. 431) нормальное сечение, в котором расположен исходный контур, то после корригирования плоскость последнего перейдет в nn' , составляя с образующей делительного конуса OP угол ξ , откуда угол нового „исходного контура“ определяется:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{1}{\cos \xi}; \quad \operatorname{tg} \alpha' = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \xi}.$$

Ввиду относительной сложности пересчетов измерений на нестандартном угле зацепления при пользовании тангенциальным зубомером, можно или пренебрегать этим отклонением в силу его малости, или прибегнуть к следующему искусственному приему, дающему точное решение.



Фиг. 431.

Построение и обработку внешнего дополнительного конуса надлежит делать исходя не из делительного конуса (OP), но всецело из „конуса равнотолщинности“ (OC), соответствующего средней линии исходного контура. Для некорригированных колес это против обычного способа ничего не меняет, так как здесь оба указанных конуса совпадают.

Для корригированных колес это значит, что полная конусная дистанция исчисляется по OC (а не по OP) и образующая дополнительного конуса перпендикулярна тоже OC , а не OP .

Не представляя никаких технологических и расчетных неудобств, поскольку здесь надлежит лишь представить в соответственный подсчет $\eta + \xi$ вместо η , подобный прием одновременно весьма упрощает измерение. Действительно, все предыдущие рассуждения можно при подобных предпосылках в точности повторить, рассматривая только хорду AB (фиг. 430) не как делительную, а как хорду, расположенную на угловой высоте δ' от конуса выступов.

Очевидно, что это не внесет никаких изменений в расчеты и что настройка зубомера не зависит от корригирования при сохранении нор-

мальной высоты зуба. Так как в конических колесах в общем случае применяется только V_0 корригирование¹, последнее требование всегда вообще выполняется.

Так как зазоры в конических передачах достигаются иными приемами, чем в цилиндрических, т. е. не являющимися частным случаем отрицательного корригирования, учитывать их в измерении надлежит непосредственно.

Это значит, что в формулы (8) и (9а) вносят поправку на зазор, причем $\cos \frac{\psi}{2}$ не учитывают. Таким образом для практического применения означенные формулы переписывают:

$$H_3 = (L - K) \left(\operatorname{tg} \beta' - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{\pi \sin \eta}{2z} \sin 2\alpha \right) \quad (9б)$$

$$S_3 = (L - K) \left(2 \operatorname{tg} \frac{\pi \sin \eta}{2z} \cos^2 \alpha - \delta \psi_0 \right), \quad (9а)$$

где $\delta \psi_0$ — угловое утонение зуба по плоскому колесу, определяемое из условия: $\delta \psi_{01} + \delta \psi_{02} = \delta \psi_{0\sum}$ (угловой зазор по плоскому колесу). Через угловое утонение на данной шестерне $\delta \psi$ величина $\delta \psi_0$ выражается:

$$\delta \psi_0 = \frac{\delta \psi \cdot r}{L}$$

Проверка конических колес по общей нормали

Основным преимуществом проверки цилиндрических колес по общей нормали к двум разноименным профилям является независимость от какой-либо базы.

Эта независимость выражается двумя наличными условиями:

взаимная параллельность касательных к профилям в точках измерения освобождает от радиальной базы;

взаимное равенство абсолютных величин приращений симметричных нормалей в обкатке освобождает от влияния перекоса в плоскости измерения.

В конических колесах необходимость фиксации конусной дистанции создает третье требование: автоматичность сохранения этой дистанции в измерении. Последнее требование может быть удовлетворено только в случае использования для измерения самого дополнительного конуса.

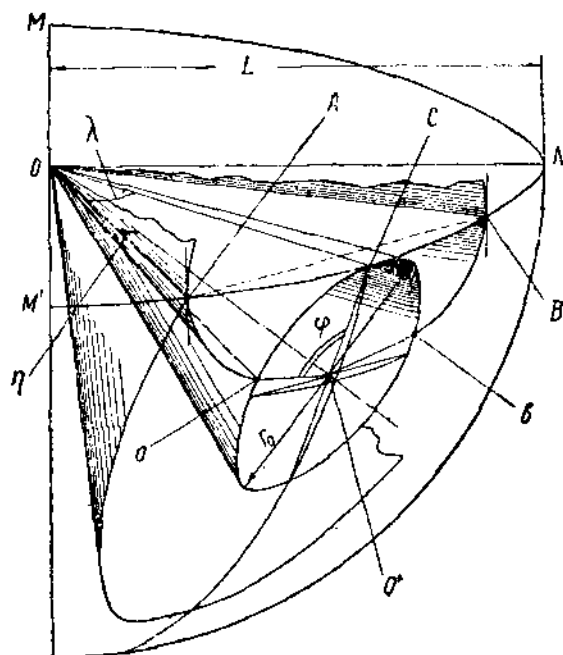
Таким образом применение данного метода в конических колесах органически обуславливает весьма нежелательное измерение по кромкам зуба, т. е. по ребру, образуемому пересечением их боковых поверхностей с внешним дополнительным конусом. Уже по одному этому подобное измерение не может считаться точным.

Но есть и другие условия, еще дальше снижающие эту точность:

1) так как профиль образован не по эвольвенте, а по октоиде, сумма длин обеих нормалей не может быть величиной постоянной, не зависящей от угла поворота (обката) мерительных параллелей;

¹ То-есть $\xi_1 = -\xi_2$; в противном случае $\eta_{\sum} = \eta_1 + \eta_2 + \xi_1 + \xi_2 \neq \eta_{\sum}$, где $\eta_{\sum}$ — угол между осями; это значит, что при таком корригировании меняется исходный межосевой угол (в обычных передачах $\eta_2 = \eta_{\sum} = 90^\circ$), или что 90-градусная V — передача должна исходить из первоначального межосевого угла $\neq 90^\circ$.

2) так как дополнительная поверхность обтачивается не по сфере, а по конусу, различные точки упомянутых выше кромок находятся на различной конусной дистанции, что привносит еще новую ошибку. Отмеченное непостоянство суммарной длины общей нормали не ограничивает своего влияния ошибками перекося, но сказывается еще и в том, что даже в симметричном измерении результат последнего зависит от кольцевой зоны касания, а так как последняя меняется в соответствии с числом зубьев изделия, то ясно, что здесь для подсчета длины общей нормали потребовалась бы практически особая формула для каждого z .



Фиг. 432.

Таким образом единственным реальным решением данного вопроса является пренебрежение всеми только-что отмеченными ошибками и принятие измеряемой кройки за сферическую эвольвенту, что совершенно исключает применение данного метода к измерению колес высших классов точности, особенно учтя сказанное выше об измерении по кромкам вообще.

Для настройки раствора параллельных губок со сделанными оговорками можно принять следующий метод расчета.

Пусть основной конус с осью OO' (фиг. 432) обкатывает диск MNM' , образуя на себе эвольвентные поверхности AOa и BOb . По свойству обката без скольжения:

$$\widehat{AC} = \widehat{aC} = OC\lambda = O'C\varphi = L\lambda = r_0\varphi.$$

Дуга $\widehat{AB}$ должна, по условию, охватывать n зубьев и $n-1$ впадин, где число n пока неизвестно. Тогда

$$\begin{aligned} 2\lambda &= (n-1)\gamma_0 + \frac{\gamma_0}{2} - \delta\psi_0 = \frac{\pi}{z} \sin \eta (2n-1) - \delta\psi_0 = \\ &= \frac{\pi}{z} \cdot \frac{r}{L} (2n-1) - \frac{\partial \psi}{\partial r} \cdot r \cos \alpha. \end{aligned}$$

В этом уравнении $\delta\psi_0$ есть угловое утонение в плоскости основного диска, равное $\frac{\partial \psi}{\partial r} \cdot r_0 \approx \frac{\partial \psi}{\partial r} \cdot r \cos \alpha$, причем $\delta\psi$ — угловое утонение зуба данной шестерни. Зацепление полагается некорректированным. (Отличие $\delta\psi_0$ от данного в уравнении (8а) понятно из различия условий обката.)

Хорда AB определяется:

$$AB = 2L \sin \lambda = 2L \sin \left\{ \frac{r}{2L} \left[\frac{\pi}{z} (2n-1) - \delta\psi \cos \alpha \right] \right\} = \\ = \frac{2r}{\sin \gamma_1} \sin \left\{ \frac{\sin \gamma_1}{2} \left[\frac{\pi}{z} (2n-1) - \delta\psi \cos \alpha \right] \right\}, \quad (11)$$

Для того чтобы касание происходило по точкам делительного конуса, необходимо, чтобы $\angle AOO'$ был равен η . Это приводит к условию, чтобы λ было сферическим косинусом угла между плоскостями, содержащими λ и η . Учитывая, что этот угол равен $90^\circ - \alpha$ и применяя уравнения сферической тригонометрии¹, получаем

$$\cos(90 - \alpha) = \operatorname{ctg} \eta \operatorname{tg} \lambda,$$

откуда

$$\lambda = \operatorname{arctg} \frac{\cos(90 - \alpha)}{\operatorname{ctg} \eta};$$

подставляя это значение в уравнение (10), определяем n

$$2 \operatorname{arctg} \frac{\cos(90 - \alpha)}{\operatorname{ctg} \eta} = \sin \eta \cdot \left[\frac{\pi}{z} (2n-1) - \delta\psi \cos \alpha \right], \\ 2n-1 = \frac{2 \operatorname{arctg} \frac{\cos(90 - \alpha)}{\operatorname{ctg} \eta} + \sin \eta \delta\psi \cos \alpha}{\frac{\pi}{z} \sin \eta}, \\ n = \frac{z}{\pi} \left[\frac{\operatorname{arctg} \frac{\cos(90 - \alpha)}{\operatorname{ctg} \eta}}{\sin \eta} + \delta\psi \cos \alpha \right] + \frac{1}{2} = \\ = \frac{z}{\pi} \left[\frac{\operatorname{arctg} \frac{\cos(90 - \alpha)}{i}}{\sin \eta} + \delta\psi \cos \alpha \right] + \frac{1}{2}. \quad (12)$$

Порядок расчета раствора штангенциркуля² тот же, что и в цилиндрических колесах: сначала по формуле (12) определяем n и подставляем в уравнение (12), причем в случае дробного его значения подбираем ближайшее целое. Решение уравнения (11) дает после этого искомый раствор штангенциркуля.

Надлежит отметить, что для непрямоугольных колес этот метод измерения не годится, так как один из углов, образуемых боковыми линиями зуба с дополнительным конусом, — тупой. Наоборот, непосредственное измерение толщины при достаточно острых кромках зубомера в довольно широких пределах применимо и для не прямых зубьев, вызывая лишь необходимость пересчета зацепления на „торцевые“ данные.

В тех случаях, когда такой пересчет затруднителен или же угол направления зуба слишком велик, от измерения его толщины приходится вообще отказываться, перенося центр тяжести на установочные шаблоны в нарезке и переходя на косвенную последующую поверку на вигглекаторе или т. п.

¹ См., например, Н. Н. Степанов, Сферическая тригонометрия, § 35.

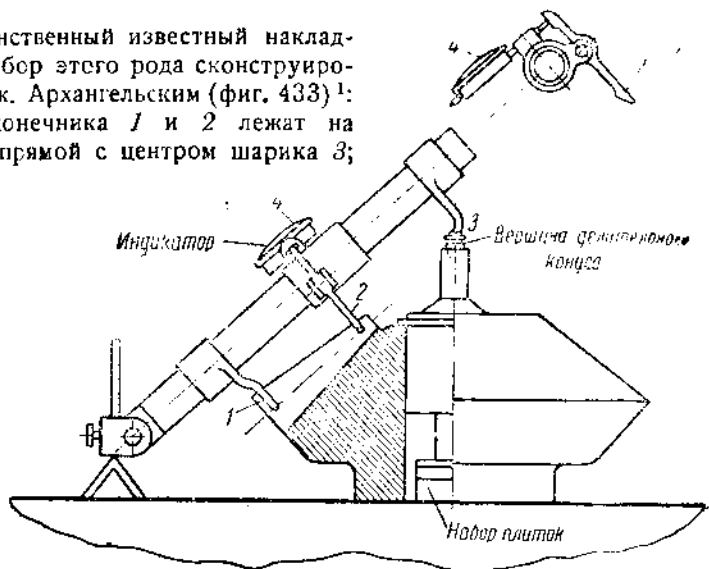
² В конических колесах речь идет только о нем, так как применение общераспространенного прибора является единственным достоинством всего метода.

Направление зуба

К вопросу о направлении зуба в конических передачах нужно относиться еще более внимательно, чем в цилиндрических. Особенно сказывается здесь то, что даже при правильных колесах и правильно расположенных валах нарушение практически полного контакта возможно еще за счет расхождения вершин конусов. Поэтому направление зуба нужно обязательно проверять в паре (на краску или же на блики приработки).

Проверка направления зубьев единичного колеса желательна, но она практически довольно сложна и требует, как правило, станковых приборов.

Единственный известный накладной прибор этого рода сконструирован инж. Архангельским (фиг. 433)¹: два наконечника 1 и 2 лежат на общей прямой с центром шарика 3;



Фиг. 433.

в случае отклонения зуба от образующей конуса, индикатор 4 указывает соответственные перемещения наконечника 2.

Ясно, что прибор применим лишь для прямозубых колес. Таким образом вопрос проверки направления зуба в общем случае еще не может считаться решенным. Поэтому проверка на краску или блики приобретает особое значение — значительно большее, чем в цилиндрических колесах. В этом случае, если подобная проверка показывает неудовлетворительные результаты, желательна численная проверка несовпадения направлений зубьев сопряженных колес посредством сопоставления зазоров у обоих дополнительных конусов (внешнего и внутреннего) и отнесения результатов к конусной дистанции.

Отклонение точки схода от вершины делительного конуса дает меру искажения относительного направления зубьев обеих шестерен.

¹ См. журнал „Машиностроитель“ № 14 за 1937 г.

Зазоры лучше поверять по рабочим профилям, т. е. колеса должны занимать такое относительное положение, какое они имели бы при вращении в сторону, обратную предназначенной для их работы.

Поверять зазоры можно по смятию свинцовых пластинок наподобие проверки зазоров цилиндрических колес прокаткой свинцовых проволок. Последние следует заменять здесь пластинками, чтобы получить отпечаток внешних кромок зуба, т. е. дополнительных конусов, без чего нельзя установить расстояние промеряемой точки наибольшего сплющивания от этих конусов, и найти „точку схода“ зазоров.

Подобный метод, хоть и не достаточно точен для проверки самого монтажа, может дать все же ценные указания относительно направления зубьев и зазоров, если он проведен многократно, что является здесь обязательным условием.

Проверка прецизионных конических колес

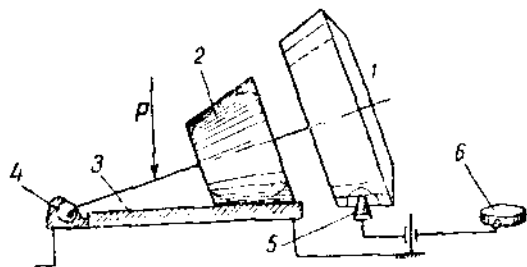
Профиль точных конических колес невозможно проверить ни на одном существующем приборе даже станкового типа; требования же, предъявляемые в настоящее время к точности конических передач, настоятельно это диктуют¹.

Сказанное побудило автора спроектировать специальный прибор соответственного назначения (1934 г.). Основной трудностью, которая, очевидно, и была причиной отсутствия подобных приборов, является незвольственность профиля конических колес. Однако необходимо учесть, что эта незвольственность порождается тем, что колесо нарезается под углом зацепления $\alpha \neq 0$ (см. выше).

Если бы нарезка велась в точечном зацеплении (см. гл. I), профиль получался бы, при применяемых методах обработки, эвольвентным. Это обстоятельство подсказывает и решение вопроса: достаточно перейти от точечного (кромочного) тастера к тангенциальному, поставленному под углом α к плоскости обката (плоское колесо), чтобы тастер в точности воспроизводил при соответственной кинематике теоретическое относительное движение резца. Тогда отклонения тастера непосредственно дадут ошибки изготовления.

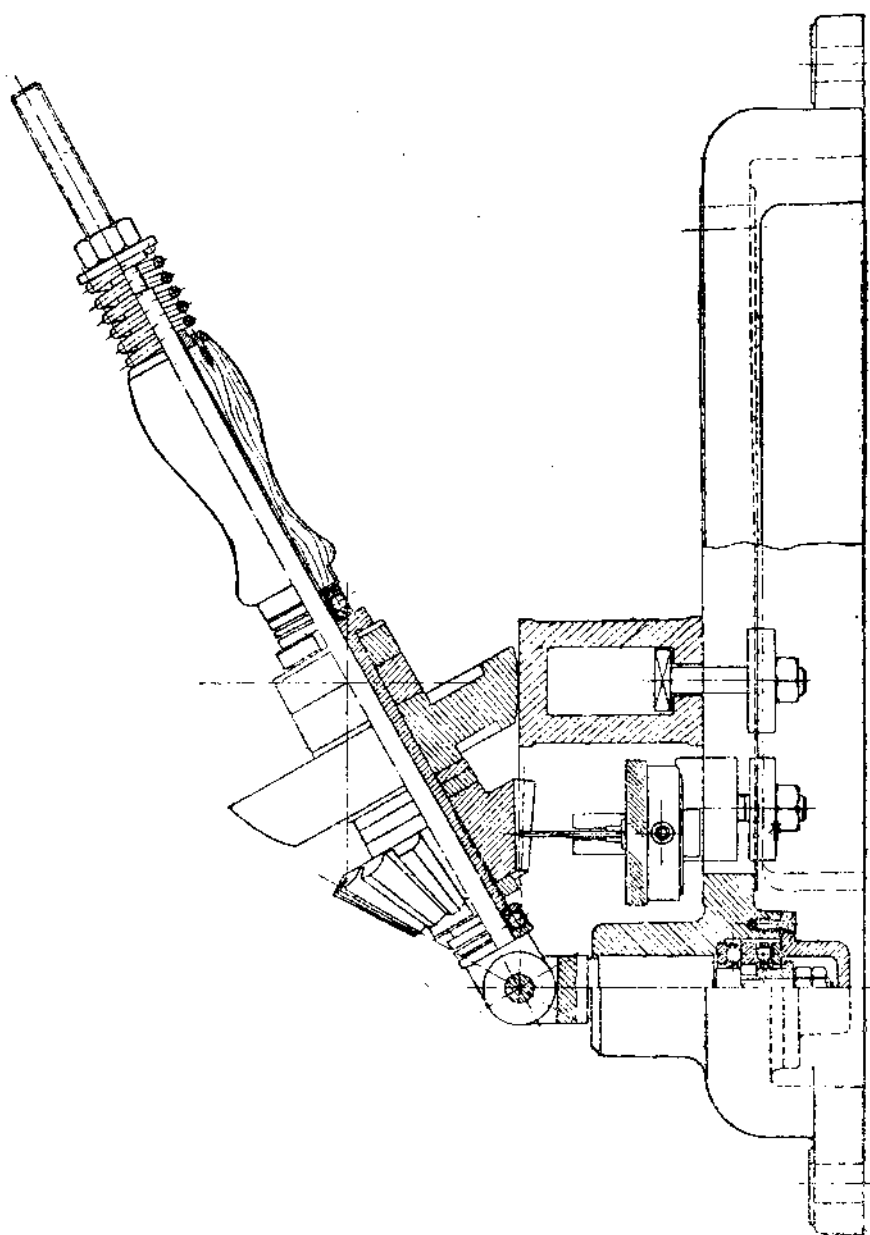
Принципиальная схема прибора ясна из фиг. 434; начальный конус шестерни 1, материализованный в виде усеченного конуса 2, катится по плоскости 3, ведомый сферическим шарниром 4 (с центром в вершине конуса) и нагруженный силой P , обеспечивающей обкат.

Измерительный конусок 5 (тело вращения по зубу исходного контура) остается неподвижным, если профильная кривая правильно обра-



Фиг. 434.

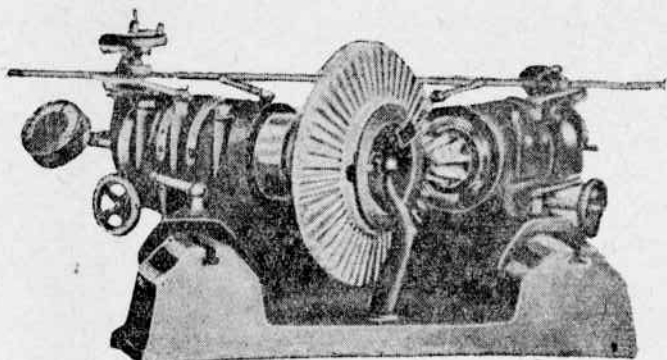
¹ Начиная с британского стандарта, ошибка профиля (даже лимитируется допусками.



Фиг. 435.

зована идентичным обкатом, и воздействует на индикатор 6 в противном случае.

Во избежание применения индивидуальных начальных конусов можно применить сферический пояс, как показано пунктиром; тогда его расстояние от центра шарнира полностью определяет угол η и перекрывает целый ряд начальных конусов различного угла, так что в этом отношении имеется даже преимущество перед цилиндрическими индивидуально-дисковыми эвольвентомерами, аналогом которых является рассматриваемый прибор. Если придать мерительному конусу угол $\alpha = 0$ (цилиндр) или, что принципиально то же самое, заменить его кромочным тастером, лежащим в плоскости обката, индикатор будет указывать отклонения уже не от заданной октоиды, но от теоретически правильной эвольвенты, причем конус 2 превращается в основной.



Фиг. 436.

Однако такое сопоставление истинного профиля с эвольвентой интересно лишь с исследовательской, но не с производственной точки зрения.

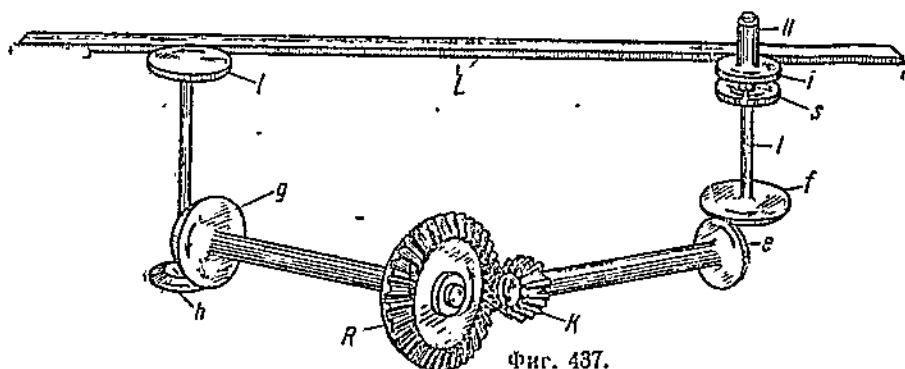
Если требуется исследовать конусооктоидальный профиль (станки: Глисон, Гейденрейх и Гарбек), достаточно применить нормальный конусный тастер и действовать в дальнейшем в точности, как изложено для случая проверки незвольвентных профилей на цилиндрическом эвольвентомере, т. е. построить по точкам отклонения профиля от теоретической кривой (здесь — октоиды) и сопоставить расхождение по сопряженным профилям.

Ввиду новизны самой области применения описываемого прибора автор и его сотрудники решили конструировать первоначальную модель прибора до предела упрощенной, не столько для пуска в серийное производство, сколько для исследования и использования по специальному назначению, связанному с разработкой окончательного проекта допусков.

В этом виде прибор имеет конструктивное оформление по фиг. 435 (конструировал, под руководством автора, инж. Л. А. Архангельский).

Впредь до внедрения в производство таких или подобных приборов проверка конических зубчатых колес может производиться лишь параметрически по плавности, обеспечиваемой шестерней передачи, т. е. в обкатке с эталоном на приборе Заурера специального типа (фиг. 436).

Принципиальную схему этого прибора можно уяснить из фиг. 437: подлежащее замеру взаимное скручивание валов *I* и *II* получается за счет того, что первый получает вращение от ведущей шестерни *K* лишь через фрикционную пару *e, f*, тогда как второй — через испытуемую зубча-



тую пару (и фрикционные пары *g, h; l, L; L, i*). При этом теоретические суммарные передаточные отношения, конечно, равны по обеим ветвям, считая от *K*.

Измерение колес внутреннего зацепления

Колеса внутреннего зацепления поверяются исключительно обкаткой в паре или с эталоном и вопросы их проверки являются совершенно неразработанными. Однако не исключена возможность и их проверки по элементам.

1. Шаг

Проверка шага принципиально полностью укладывается в способы, которые применяются для колес внешнего зацепления, соответственно изменяются лишь конструкции шагомеров при сохранении основной схемы. Эти изменения ограничиваются лишь габаритами прибора и применением упоров, соответствующих вогнутой конфигурации опорных поверхностей (окружность впадин или выступов), но самый факт необходимости в специальном приборе может явиться неудобством.

Поэтому можно рекомендовать проверку шага скобой или подобным устройством по роликам, закладываемым в смежные впадины. Этот метод, недостаточно точный для высших классов обычного зацепления, (так как проверяется средний шаг по правым и по левым профилям), здесь может считаться исчерпывающе достаточным для подавляющего большинства случаев.

Рассмотрим предварительно заход единичного ролика во впадину колеса внутреннего зацепления. Рассуждая по фиг. 438, аналогично тому как мы делали это для внешнего зацепления (§ 12), имеем:

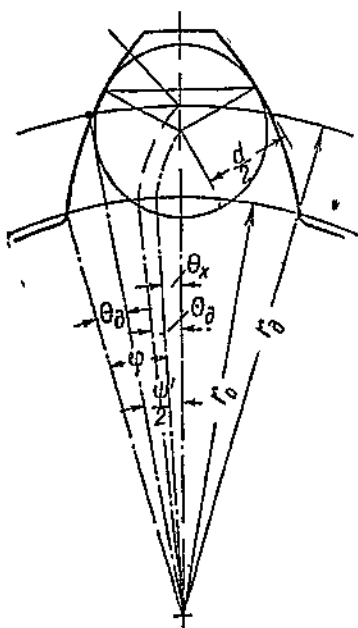
$$\theta_d + \frac{\psi'}{2} = \varphi + \theta_x = \frac{d}{2r_0} + \theta_x,$$

$$\theta_x = \theta_d + \frac{d}{mz \cos \alpha_d} - \frac{\pi + 4\epsilon \lg \alpha_d}{2z}, \quad (1)$$

где Θ_x — эвольвентный угол в центре ролика; ψ' — угловая ширина впадины; d — диаметр ролика; ξ — относительный сдвиг исходной рейки (корректировка или зазор).

Обозначая, как и прежде, угол зацепления, соответствующий эвольвентному углу Θ_x , через α_x , получаем для шага по фиг. 439 раствор скобы:

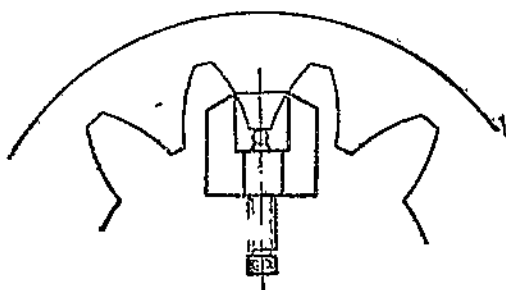
$$L_t = 2R_x \sin \frac{\gamma}{2} + d = \frac{mz \cos \alpha_d}{\cos \alpha_x} \sin \frac{\pi}{z} + d, \quad (2)$$



Фиг. 438.



Фиг. 439.



Фиг. 440.

где γ — угловой шаг. Таким образом это выражение ничем не отличается от аналогичной формулы для внешних зацеплений, если не считать, что здесь соотношение α_x и α_d — иное и что сдвиги влияют в обратном направлении.

2. Толщина зуба

Глубина захода инструмента может замеряться двояким способом.

1. Зубомером по толщине зуба, причем вертикальный движок зубомера должен быть скруглен или выполнен с шариковым наконечником. Ввиду возникновения и здесь вопросов габаритов прибора (особенно основной линейки зубомера) удобнее применять специальные скобы на ограниченное число модулей (по схеме фиг. 440), не придерживаясь обязательно делительной окружности, но подсчитывая для разных m и z высоту зуба, соответствующую заданной раствором толщине. Все эти соотношения легко получаются из приведенных в § 5—7 формул;

необходимо лишь помнить, что в данном случае толщина зуба соответствует ширине впадины внешнего зацепления минус зазор, когда последний вводится в расчет.

2. Значительно удобнее и глубину захода поверить шариками или роликами по диаметру, например снабженным концевыми шариками штихмассом (фиг. 441). Расстояние между центрами шариков или роликов определяется опять-таки, как в § 12:

$$l_d = 2R_x = \frac{mz \cos \alpha_d}{\cos \alpha_x}, \quad (3)$$

если число зубьев четное, и

$$l_d' = 2R_x \cos \frac{\gamma}{4} = \frac{mz \cos \alpha_d}{\cos \alpha_x} \cos \frac{\pi}{2z} \quad (3')$$

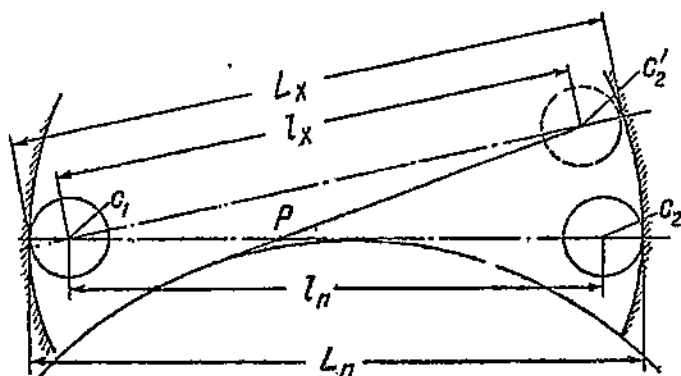
при нечетном числе зубьев.

Полная длина штихмассы выразится соответственно

$$\left. \begin{aligned} L_d &= \frac{mz \cos \alpha_d}{\cos \alpha_x} + d \\ L_d' &= \frac{mz \cos \alpha_d}{\cos \alpha_x} \cos \frac{\pi}{2z} + d, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где α_x определяется через Θ_x по формуле (1). Таким образом и здесь полная аналогия с § 12.

3. Одним из наиболее удобных методов проверки глубины захода (совместно с колебаниями суммарного шага) может явиться и для колес внутреннего зацепления измерение по общей нормали. Весь процесс и выявляемые факторы ошибок полностью соответствуют внешнему зацеплению. Различие заключается



Фиг. 442.

лишь в том, что здесь измерение по общей нормали уже не может являться измерением между параллелями и должно вестись опять-таки посредством роликов или шариков. По фиг. 442 расстояние между

центрами роликов I окажется максимальным при их расположении по общей нормали. Действительно,

$$\overline{PC_2'} = PC_2 - 2\theta_p < \overline{PC_2},$$

где θ_p — эвольвентный угол в точке P ,

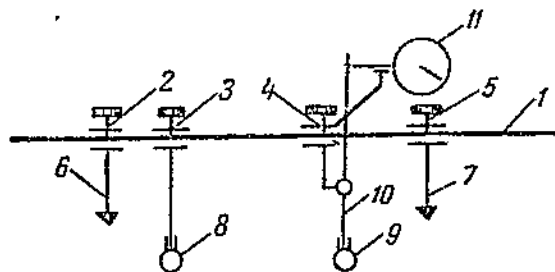
$$l_x = C_1C_2' < C_1P + PC_2' < \overline{C_1C_2},$$

т. е. $L_x < L_n$.

Следовательно, максимальное расхождение роликов определяет общую нормаль. Выражение ее остается, очевидно, тем же, что и для внешних зацеплений (§ 13), если учитывать с надлежащим знаком сдвиги исходной рейки для образования вазора (это значит, что, при отсутствии корригирования, L_n здесь на величину вазора больше, чем при внешнем зацеплении). Таким образом, располагая прибором с шариковыми или роликовыми наконечниками, свободно входящими во впадины, можно найти и измерить общую нормаль простым покачиванием его в торцевой плоскости.

Универсальность шарико-роликовых измерений в применении к внутренним зацеплениям делает полезным для соответственных производств

наличие прибора, выполненного примерно по схеме фиг. 443, где 1 — основная штанга; 2, 3, 4 и 5 — зажимы; 6, 7 — опоры на торец изделия; 8, 9 — сменные мерительные шарики; 10 — рычаг к индикатору 11. Подобный прибор в равной мере мог бы быть использован для измерения диаметра, шага и по общей нормали; если все эти величины сильно разнятся, штанги 1 могут быть сменными с тем, чтобы наиболее короткая применялась, например, для измерения шага; наиболее длинная — для диаметра („толщины зуба“). Излишне оговаривать возможность применения этого же прибора к внешнему зацеплению.



Фиг. 443.

Глава VIII

ПОВЕРКА И ЮСТИРОВКА ЗУБОМЕРНЫХ ПРИБОРОВ

С точки зрения поверки и юстировки¹ зубомерные приборы разделяются на 1) приборы для определения линейных и угловых величин; 2) приборы, измеряющие более сложные зависимости, к которым относятся только эвольвентомеры.

Первая категория приборов в смысле поверки и юстировки почти ничем не отличается от других приборов для измерения длин и углов; в основном поверка их производится общеизвестными методами метрологии. В частности, сказанное относится и к поверке собственно мерительных узлов, включая индикаторы, микрометры и т. п. Здесь известной спецификой обладают лишь различные зубомерные приборы с тангенциальными наконечниками.

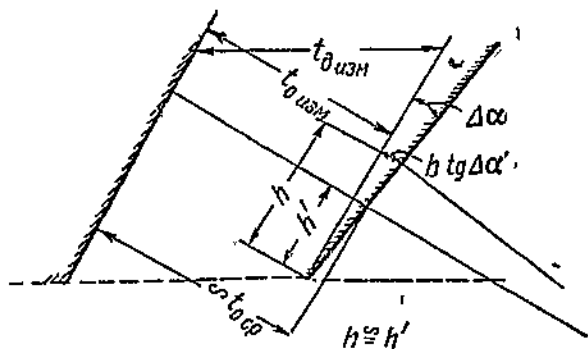
Исключительные преимущества тангенциальных мерительных наконечников в зубомерном деле непрестанно увеличивают область их применения. Но изготовление приборов, снабженных подобными наконечниками, представляет большие технические трудности, чем изготовление кромочных приборов. Главная причина этого заключается в том, что приборы должны почти всегда строго выдерживать некоторый заданный угол наконечников; это ясно, поскольку в данном типе установка определяется именно углами (см. § 12, гл. II). Поэтому и к приемке и поверке этих углов следует относиться весьма тщательно.

Двумя наиболее типовыми случаями являются: 1) параллельность плоскостей подвижного и неподвижного наконечников (например — шагомеры) и 2) положение биссектрисы угла наконечника (радиальные приборы).

1. Параллельность мерительных щечек играет особо важную роль, если прибор предназначен для сверки профилей в разных точках („обкат по профилям“). На основании фиг. 444, пренебрегая малыми второго порядка, нетрудно видеть, что линейная ошибка в параллельности в пределах обката непосредственно отражается на показаниях прибора. Действительно, если первоначальная установка была произведена на нижней

¹ Под поверкой прибора разумеется определение его максимальных собственных погрешностей; под юстировкой — поверка совместно с обезвреживанием ошибок путем их прямого устранения или, если таковое невозможно, путем полной паспортизации для возможности исправления любой получаемой диаграммы измерений.

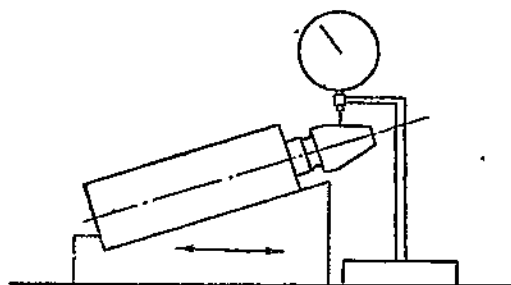
кромке правого наконечника, непараллельного левому, то по мере отхода измерения вверх, т. е. при обкатке против часовой стрелки, показания (в данном случае по t_0) будут уменьшаться на величину $h \operatorname{tg} \Delta \alpha$ (сходом с линии зацепления пренебрегаем), которая и принимается в линейных величинах за меру непараллельности. То же можно сказать и о местных ошибках прямолинейности, почему и допуск на обе эти величины следует задавать непосредственно в микронах. Проверка готового прибора в этой части производится миниметром, имеющим собственные перемещения, параллельные сличаемым плоскостям, тогда как его тастер скользит сначала по одной из них, затем по другой. Особо строгая параллельность хода миниметра с мерительными плоскостями роли не играет, так как сверка проводится по обем. Полученные диаграммы сличаются так, чтобы сопоставляемые измерения относились к общей нормали. Относительные отклонения не должны превосходить 2—5 μ в зависимости от назначения прибора.



Фиг. 444.

Проверка отдельных наконечников в виде зуба исходной рейки (например, к прибору К. Мара)

Отдельные измерительные наконечники в виде призмы, сечением по исходному контуру, удобнее всего поверяются следующим образом (фиг. 445).



Фиг. 445.

Изготавливается специальный брусок с коническим отверстием и двумя шлифованными боковыми поверхностями. Этот брусок со вставленным в него (своим конусом) поверяемым наконечником кладут на наклонную под углом 20° плоскость и проводят совместно с этим приспособлением под неподвижным индикатором, так чтобы пуговка последнего

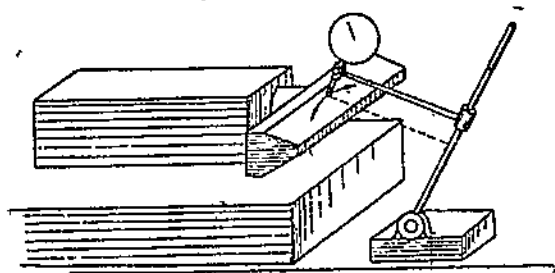
прошла по всему профилю в направлении от основания к вершине зуба, после чего брусок совместно с наконечником переворачивается и проверка повторяется. Расхождение показаний индикатора по обоим профилям определяет их асимметричность.

Точность угла в 20° применяемой подкладки незначительна, так как

ошибка скажется одинаково на обоих промерах в виде той же разности между максимальным и минимальным показаниями, а важна именно эта разность (по каждой стороне), так как только разность этих разностей и определяет ошибку симметричности угла, а линейная ошибка симметричности положения профилей во всех приборах рассматриваемого типа не существенна.

Для проверки самого бруска, несущего наконечник своим коническим отверстием на параллельность оси последнего к боковым поверхностям (или, в случае взаимной непараллельности последних, что неважно, на симметричность их направления относительно оси отверстия), достаточно провести следующий промер: после измерения по предыдущему одной стороны наконечника перевернуть на 180° одновременно как брусок, так и наконечник в нем, чтобы индикатор касался того же профиля, что и в первый раз, и повторить измерение, которое и выявит неправильность оси отверстия.

При отсутствии подходящей клиновидной подкладки можно обойтись без нее, положив наконечник в бруске неподвижно на плиту и



Фиг. 446.

проводя по нему индикатором, поворачиваемым на своем плече вокруг наклонной под 20° основной стойки (фиг. 446). Метод менее точный.

Призмовидные или иные аналогичные наконечники, у которых только одна сторона является измерительной, а другая — чисто упорной (например, призмы шагомера, выпускаемого заводом „Калибр“), не требуют никаких специальных проверок описанного типа. Изложенные методы в основном применимы к наконечникам относительно больших размеров. Когда речь идет о мелких модулях, приходится довольствоваться исследованием, например под микроскопом. Плоскостность наконечников, как таковая, проверяется обычными методами, по возможности — интерференционными.

Кромочные наконечники требуют специальной проверки лишь в особых случаях, как например — при необходимости сохранения контакта на заданном уровне (некоторые конструкции эвольвентометров) и т. п. Подобные проверки всегда предусмотрены в фирменных инструкциях и не подчиняются какой-либо общей методике, равно как и те специфические проверки, которые освещены при описании некоторых отдельных приборов.

Проверка эвольвентометров

Среди проверок зубомерных приборов особое место занимает проверка эвольвентометров.

Это объясняется следующим. Во-первых, на качество профиля проверяются наиболее точные и ответственные шестерни, долбяки и т. п., где требуется большая чувствительность и точность, чем в рядовой про-

дукции. На эвольвентомерах же должна проводиться и основная поверка эталонных шестерен. Во-вторых, поверка и юстировка прочих приборов, даже в случае предъявления к ним тех же требований в смысле точности, подходят под аналогичные процессы для общих измерительных приборов, тогда как эвольвентомеры требуют совершенно специфических приемов, чем и объясняется полная неразработанность вопросов подобной поверки.

Если для поверки эвольвентомеров имеются специальные точные эталоны эвольвентных профилей (т. е. эталонные шестерни точностью выше 1-го класса), то поверка эвольвентомера весьма проста. Однако такие высокоточные эталоны у нас пока не изготавливаются и, кроме того, их собственная поверка требует, очевидно, каких-то иных приемов, не зависящих от эталона.

Поэтому приходится говорить о независимой от эталонов поверке и юстировке эвольвентомеров как в плане производственном, т. е. на месте производства и поверки шестерен, так и в плане лабораторном, т. е. с точки зрения возможности поверки приборов при их выпуске, а также для паспортизации шестеренных эталонов.

Не останавливаясь на поверке эвольвентомеров посредством эталонов, как поверке самоочевидной по методам, и на уточненной поверке, как выходящей за рамки настоящего изложения, коснемся в дальнейшем лишь двух основных вопросов.

1. Производственная поверка эвольвентомеров.

2. Конструкция, производство и поверка шестерен-эталонов.

Так как лучше присвоить различные названия эталонам, предназначенным для поверки изделий в сопряжении, и тем, которые должны служить поверке эвольвентомеров и эвольвент, условимся в дальнейшем называть первую группу модульными эталонными шестернями, а вторую — профильными эталонными шестернями, или просто — профильными эталонами.

Специфика модульных эталонов (подрез) известна из § 14, так что в дальнейшем речь будет идти лишь о профильных эталонах.

Производственный способ

Ошибки эвольвентомера могут быть:

- 1) постоянными;
- 2) ошибками направления (возврата);
- 3) симметричными;
- 4) нарастающими;
- 5) местными.

1. Постоянные ошибки. Так как измерение эвольвенты производится или без установления точки нуля (производственные измерения), или от некоторой условной точки нуля, лежащей на самой эвольвенте (лабораторные измерения), постоянные ошибки эвольвентомера в промерах исключаются и следовательно интереса не представляют.

2. Ошибки направления (возвратного движения). Эти ошибки могут происходить от двух причин: люфты, деформации.

Вторая группа может или, подобно люфтам, иметь некоторое постоянное для данного направления значение, или быть переменной. В первом

случае ее можно объединить с ошибками от люфтов, во втором — с местными ошибками.

(Постоянные для обоих направлений ошибки деформаций на основании п. 1 не учитываются.)

В силу изложенного, настоящий раздел будет рассматриваться как „ошибки от люфтов“.

Если на диаграмме „путь x — ошибка y “ принять за ось абсцисс прямую, даваемую прибором, не имеющим погрешностей, то прибор с люфтами даст, очевидно, две параллельных этой оси прямых: одну для хода вправо, другую — для хода влево, т. е. одну для прохождения идеального профиля от корня к головке (или наоборот), а другую — для обратного прохождения того же профиля.

Совершенно очевидно, что этот род ошибки можно установить при проверке любого профиля, вне зависимости от собственных ошибок последнего. Достаточно пройти профиль в обоих направлениях и вычислить величину ординаты между обеими кривыми. Если этот отрезок ординаты оказывается постоянным, люфт можно считать безвредным, так как все равно все измерения надлежит вести обязательно в одном направлении. Если, наоборот, отрезок ординаты между обеими диаграммами оказывается переменным, то максимум минус минимум, т. е. величину колебаний этой ординаты, надлежит считать за подлежащую учету ошибку прибора.

3. Симметричные и асимметричные ошибки. Если какой-либо один и тот же произвольный профиль, измеренный на обеих сторонах эвольвентомера (т. е. и как правый и как левый профиль), дает одинаковые диаграммы, это служит показателем отсутствия асимметричных ошибок прибора.¹

Расхождение кривых должно быть признано асимметричной ошибкой прибора.

К симметричным ошибкам следует отнести те, которые обнаруживаются последующим промером (п. 4), и не обнаруживаются по изложенному.

Все описанные выше проверки не зависят от типа эвольвентомера. Наоборот, способы дальнейших проверок различны для дисковых и рычажных эвольвентомеров. Продолжим сначала рассмотрение дисковых.

4. Местные ошибки. Местные ошибки выявляются последовательным измерением одного и того же профиля при различных сопряжениях обкаточной пары (диск и линейка), так, чтобы при заданном угле развернутости эвольвенты основной диск касался по очереди разных точек по длине линейки.

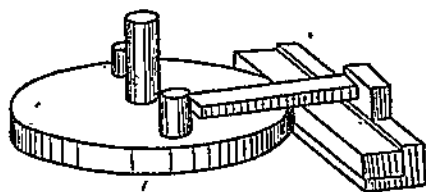
5. Нарастающие ошибки. Нарастающие ошибки зависят от обкатки и определяются несоответствием угла поворота диска длине перемещения линейки, следовательно, для определения нарастающих ошибок требуется сопоставление дуги, соответствующей углу поворота диска с перемещением линейки.

Перемещение линейки определяется плитками отдельно или совместно с миниметром. Так как местные ошибки считаются выявленными по предыдущему, перемещение можно производить сразу на большие отрезки,

¹ Конструкции эвольвентомеров, измеряющие лишь одноименные профили, выходят из употребления, как устаревшие.

Измерение угла поворота можно производить любым из известных способов точного замера углов. Однако удобнее всего пользоваться оптическим рычагом в полном соответствии с изложенным в § 5 этой главы или же принципом синусной линейки. На основном диске закрепляются по диаметру на равном расстоянии от центра два ролика. Индикатор при повороте перед ним диска устанавливает разность их радиального положения, тогда как их взаимное расстояние и диаметр каждого определяются микрометрической скобой или другим аналогичным прибором. Таким образом точно определяется радиус отстояния любого ролика от центра, после чего он совместно с нормальными измерительными плитками и соответствующим жестко закрепленным в подходящем месте шлифованным упором образует своего рода двуплечую горизонтальную синусную линейку (фиг. 447), по которой, путем пересчета по диаметру основного диска и устанавливается ошибка обката при повороте на заданный набором плиток угол поворота.

Только что описанное выявление нарастающих ошибок, несмотря на свою принципиальную простоту (в отличие от остальных проверок здесь не вводится никаких искусственных методов), является наиболее сложным технически.



Фиг. 447.

Во-первых, требуется создание относительно сложных приспособлений; во-вторых, как приспособления, так и работа с ними требуют наивысшей точности. Это объясняется тем, что поверяется кинематика очень простого и в тоже время высокоточного фрикционного узла.

Поэтому можно считать, что подобная проверка приведет к надлежащим результатам лишь в случае отсутствия непосредственного обката, например в эвольвентомерах типа Мичиган. Там же, где подобно эвольвентомеру Маага речь идет о проверке единственной фрикционной пары, такой проверки следует по возможности избегать. Методы исключения непосредственного выявления нарастающих ошибок будут освещены в дальнейшем.

6. Суммарная ошибка. Выявление суммарной ошибки, хотя и не дает никаких указаний на источник погрешностей, все же наиболее ценно, так как сразу определяет качество прибора. Однако мы не видим никаких возможностей полностью выявить суммарную ошибку дискового эвольвентомера, если исключить пользование профильным эталоном. Зато нетрудно предложить способ, выявляющий ошибку „суммарную“, с известной оговоркой, который при использовании некоторых ранее освещенных приемов может практически полностью разрешить задачу.

Способ заключается в следующем: два разноименных профиля произвольного чисто обработанного зубчатого колеса проверяют по отдельности; составляют приведенную диаграмму колебаний общей нормали, для чего профили выбирают соответственно (см. § 13); в случае отсутствия у прибора шкал обката, таковые без труда могут быть приспособлены для данного случая временно. После этого шестерню

отъединяют от основного диска, чтобы дать ей возможность свободного вращения.

На линейке, в плоскости ее среза и на расстоянии подсчитанной общей нормали от тастера, устанавливается поводок, обращенный к соответствующему зубу, т. е. в сторону, обратную тастеру. Тастер вновь наводит на профиль и производят повторную обкатку поводком по принципу измерения общей нормали, без участия диска как ведущего звена. Эта обкатка должна дать копию ранее полученной диаграммы.

Расхождение диаграмм дает „суммарную“ ошибку прибора, из которой, по самому принципу измерения, окажутся исключенными лишь взаимно компенсирующиеся ошибки и ошибки возврата (люфты). Но последние выявляются по п. 2. Что же касается взаимно-компенсирующихся ошибок, если они асимметричны, то они выявляются по п. 3; если же нет, то местные выявятся по п. 4, и останутся невыявленными лишь нарастающие симметричные ошибки. Чтобы установить и их, достаточно на том же приспособлении для „суммарной“ ошибки промерить общую хорду по взятым в раствор зубьям по верху и по низу эвольвентных участков профилей (т. е. у r_e и r_f) и сопоставить ее с соответственными теоретическими, точно подсчитанными величинами, что и определит „общее направление“ профильной линии, долженствующее совпасть с показаниями эвольвентомера.

При подобной проверке надо иметь в виду следующее:

а) величины хорд и общих нормалей подсчитываются на базе фактического радиуса обкатного диска в качестве радиуса основной окружности;

б) высота замеряемой хорды определяется плитками, закладываемыми между линейкой и оправкой колеса (диск при этом измерении приходится снимать);

в) тастер и поводок должны занимать приблизительно симметричное (с точностью до $0,1 \pm 0,2$ мм) положение относительно „линии скрещения“, т. е. оси прибора; последнюю определяют угольником, прикладываемым одновременно к линейке и оправке, с учетом радиуса оправки.

Таким образом в итоге получаем комплекс проверок весьма простых и точных, исключающих необходимость наиболее трудной проверки по п. 5, и в то же время оптимальный с точки зрения расшифровки, а частично — и локализации ошибок эвольвентомера.

В предыдущем изложении проверки классифицированы несколько произвольно и неоднотипно, однако наилучшая возможность выявления и локализации отдельных ошибок привела к подобной искусственной классификации.

Если суммарная ошибка лежит в пределах разрешенного на нее допуска, равного примерно $\frac{1}{4} - \frac{1}{5}$ допуска на профиль, прибор может быть признан производственно годным. В противном случае требуется юстировка, которая не может быть произведена без описанных отдельных промеров.

Несложные, относительно, приспособления, требующиеся для проверки суммарной ошибки, желательно заказывать с эвольвентомером и иметь в числе нормального мерительного инструмента. Было бы весьма

целесообразно, если бы возможность подобных проверок предусматривалась заранее конструкцией эвольвентомера.

Следует особенно подчеркнуть, что при всех поверках, требующих каких-либо перестановок шестерни, необходимо проверять по индикатору или миниметру идентичность величины „линии скрещения“, т. е. сближения шестерни и центра диска с линейкой, что может при идентичных установках не иметь места за счет посадочных зазоров. Поверку производят по окружности выступов какого-либо одного определенного зуба.

Если предыдущими методами будет обнаружена недопустимая погрешность эвольвентомера, искать таковую надлежит прежде всего во фрикционной паре и ее движениях. Это означает необходимость проверки: среза линейки — прогонкой последней по тастеру неподвижного индикатора, окружности диска — проворачиванием диска по тастеру неподвижного индикатора.

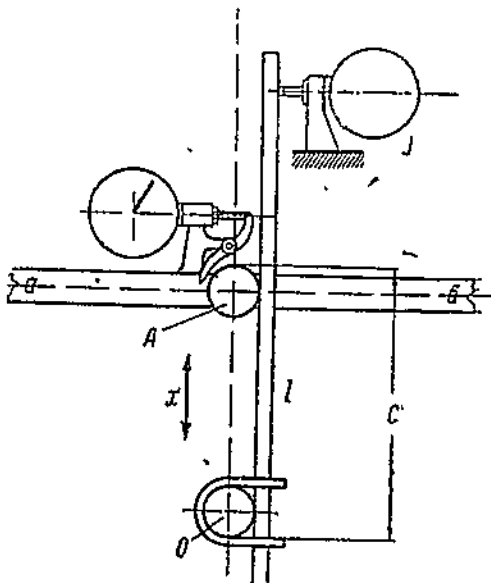
Последнее лучше всего осуществлять так: диск надлежащей точности делается уширенным, частично выступающим над линейкой, и проверка ведется по верхней части диска над точкой сопряжения его с линейкой, при плотном нажатии ходового винта, т. е. в условиях, аналогичных нормальной работе прибора.

Если ошибка окажется лежащей вне фрикционной пары как таковой, проверка требует весьма сложных специальных методов, которые не могут быть причислены к производственным и интересуют лишь изготовителя эвольвентомеров, но никак не их потребителя¹.

Помимо изложенных специальных проверок должна быть проведена проверка индикатора, или пишущего механизма эвольвентомера совместно с передаточными к нему рычагами.

Поверка производится по плиткам в обоих рабочих направлениях, если эвольвентомер двусторонний. Рекомендуется провести эту проверку в двух разных положениях каретки, чтобы убедиться, что таковое на отсчеты не влияет.

Установку измерительного наконечника эвольвентомера нельзя отнести к юстировке прибора, однако на ее существенную роль необходимо обратить внимание. Как известно, тастер должен лежать



Фиг. 448.

¹ Эта совершенно специальная часть нами здесь опускается. Интересующиеся могут найти эту часть, тоже в разработке автора, в трудах Оргаметалла.

своей кромкой строго в плоскости среза линейки. Для этой цели его установку принято и рекомендуется поверять по подводимому вплотную к срезу линейки основному диску или просто по плоской плитке, прикладываемой к срезу. Однако даже новый наконечник не может иметь острого строго в торцевой плоскости, к которой только и может быть подведен любой упор; работавший наконечник еще дальше отступает от этого требования. В силу этого целесообразно предварительно исследовать наконечник и его острие под измерительным микроскопом (например на „инструментальном микроскопе“) и определить расстояние от торца до мерительной кромки.

При установке тастера на место надлежит проложить между основным диском и линейкой калиброванную пластинку, толщиной, равной определенному ранее отстоянию наиболее выступающей точки кромки от торца тастера. Совершенно очевидно, что подобная установка тастера должна быть проведена до юстировки прибора, а не после нее.

Перейдем к рычажным эвольвентомерам. В силу относительной грубости этого рода приборов, здесь не представляет труда сразу и полностью установить суммарную ошибку, хотя три первых пункта изложенного и сохраняют здесь силу (при односторонних эвольвентомерах отказ от пункта 3 ущерба не причинит). Поверка ведется следующим порядком.

Устанавливают линию скрещения и по ней нуль поперечной шкалы. Для этого в отверстие, находящееся под кромкой тастера, вставляют контрольный штифт *A* (фиг. 448), диаметром, равным диаметру основной оправки *O*. На последнюю надевают хомутиком подходящую точную линейку *L*, к которой подводят неподвижный индикатор *J*, который прижмет ее к штифту *A*. Поперечную рейку прибора стопорят в нулевом положении, тогда как переставную линейку *ab*, несущую измерительную часть прибора, прогоняют по стрелке *x* ходовым винтом. При правильности нуля поперечной шкалы индикатор *J* не покажет при этом отклонений.

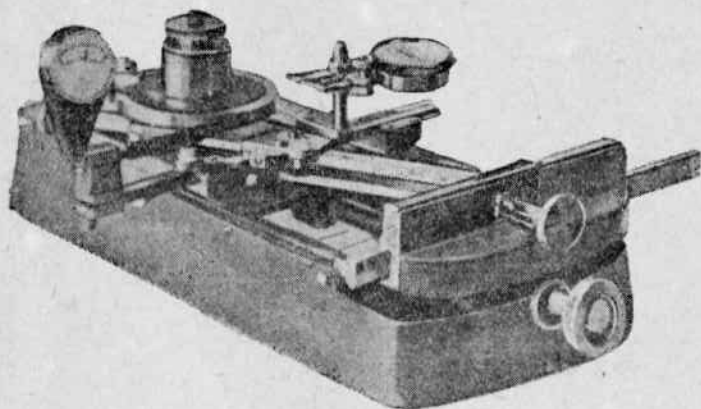
Установив, с точностью до десятых, истинный нуль поперечной системы прибора и поправив соответственно положение поперечной шкалы, поверяют скобой расстояние *C* в произвольном положении. Если диаметр оправки и штифта равен *d*, то $C = d$ должно в точности соответствовать показаниям продольной шкалы прибора. Подобная проверка должна быть произведена при нескольких различных *C* для проверки не только положения, но и делений шкалы.

После изложенного возможна суммарная поверка. Она производится посредством сажаемого на место шестерни эталонного шлифованного диска¹ и гибкой стальной ленты толщиной $\sim 0,1$ мм (отходы производства безопасных бритв). Один конец ленты закрепляют струбиночкой на диске (охват около полуокружности), другой снабжают продольным штифтом. Последний вводят в гильзу, закрепляемую вместе с точным индикатором (удобнее всего — фейнцейгер) на соответственном конце подвижной измерительной линейки *ab*, и прижимаются к тастеру посредством введенной в гильзу пружинки. Эвольвентомер на-

¹ Автором использовались для этой цели диски от эвольвентомера Маар.

страивают на радиус диска и производят измерительный обкат, все неправильности которого вызовут изменения натяга поверочной ленты, относительные смещения штифта и, следовательно, отклонения стрелки фейнцейгера. Общий вид описанного несложного приспособления показан на фиг. 449.

В случае обнаружения недопустимых ошибок прибора их следует искать прежде всего в неправильности обкатного сектора. Для этого снимают основную ленту прибора и проверяют сектор индикатором. В случае надобности его надлежит перешлифовать, не снимая с прибора. Весьма существенна также параллельность самой обкатной ленты прибора измерительной линейке ab (легко достигается регулировкой соответственного сухарика).



Фиг. 449.

Если после этих исправлений прибор не дает надлежащей точности — причиной ошибок, почти наверное, являются шарниры (убедиться в правильной работе шарнирных зажимов и проверить concentricity всех зажимных роликов!).

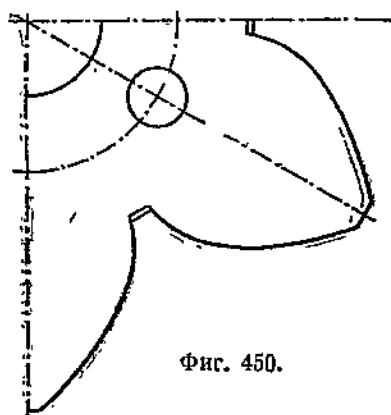
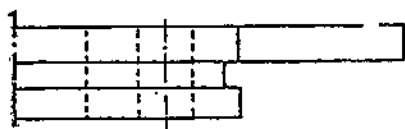
О шестернях-эталонах

Ввиду исключительных удобств, представляемых профильными эталонами для простой и быстрой проверки находящихся в эксплуатации эвольвентометров, следует сказать несколько слов о требованиях, которые к ним должны предъявляться¹.

1. Размеры эталонов. Так как нормальные эвольвентометры охватывают диапазон шестерен примерно от $120 \div 150$ до $350 \div 400$ мм и для проверки эвольвентометра вполне достаточно двух шестерен различного d_0 , можно рекомендовать два эталона: 1) $d_0 = 160 \div 200$; 2) $d_0 = 280 \div 320$, например: $d_{01} = 180$; $d_{02} = 300$.

¹ Вопрос о производстве шестерен эталонов, их стандартизации и разработке допусков на них поставлен на очередь нашими метрологическими органами.

Число зубьев не играет роли; наоборот, возможно большая длина профиля, перекрывающая все потребные углы развернутости, весьма желательна. (Поскольку ошибка интегрируется по углу обката). Поэтому рекомендуется минимальное число зубьев (например 5 ÷ 6), доводимых почти до заострения с оставлением лишь небольшой площадки порядка 4 ÷ 5 мм по окружности выступов, для возможности измерений. Минимальная ширина впадины у корня должна удовлетворять габаритам шупа; достаточно иметь здесь 8 ÷ 10 мм. Ширина венца достаточно 12 ÷ 15 мм.



Фиг. 450.

2. Конструкция эталона (фиг. 450). Весьма существенно, чтобы эталон был всегда абсолютно концентричен работающему с ним основному диску.

Поэтому категорически рекомендуется эталонную шестерню изготавливать заодно с диском, разделяя рабочую часть (зубья) последнего от шестерни лишь небольшой круговой канавкой, необходимой для выпуска профилеобразующего инструмента.

Диск должен быть тщательно отшлифован и отполирован; также тщательно отшлифованными должны быть профили и окружность выступов эталона.

Эталонные шестерни должны чисто обрабатываться целиком за одну установку, за которую должны

быть пройдены: базисный торец, основной диск по окружности, отверстие под вал, профили, окружность выступов.

Достигается это обработкой в патроне, на хвостовике, впоследствии удаляемом.

Окончательную доводку профилей надлежит производить попеременно при обкатке в одну, затем в другую сторону.

Проверка и маркировка эталонов

Эталоны поверяются самым тщательным образом по всем профилям, причем каждая проверка должна быть повторена минимум три раза. Каждый профиль должен иметь свой номер, рядом с которым маркируется его максимальная ошибка. К каждому эталону должен прилагаться полный комплект диаграммы проверки профилей, которые по номерам должны соответствовать маркировке на самом эталоне. Маркировка должна производиться в достаточном отдалении от профиля на верхней стороне шестерни, т. е. обращенной от основного диска, которая не является базисной.

Проверка эталонов, находящихся в эксплуатации, должна производиться периодически, по требованию потребителя централизованно, т. е. или заводом-изготовителем, или метрологическими органами, но относительно не зуборезным заводом.

КАЛИБРЫ ПРЕДЕЛЬНЫЕ ГЛАДКИЕ

(жесткие пробки, штихмассы и скобы)

Технические условия

ОСТ	8104
НКТП	992

Внесен Главстанкоинструментом, Утвержден
КС НКТП 26/II 1935 г. Срок введения 1/V 1935 г.

А. КЛАССИФИКАЦИЯ И ОПИСАНИЕ

По назначению гладкие калибры разделяются на:

Рабочие калибры (Р — ПР и Р — НЕ).

Приемные калибры (П — ПР и П — НЕ).

Контрольные калибры (К — РП, К — НЕ, К — П и К — И).

Назначение и условные обозначения калибров по ОСТ 1201 и 1220.

По конструкции гладкие калибры разделяются на:

1) Рабочие и приемные калибры для отверстий и контркалибры для скоб:

а) Пробки и шайбы с полными цилиндрическими мерительными поверхностями (цельные и составные).

б) Пробки с неполными цилиндрическими мерительными поверхностями (цельные или составные).

Примечание 1. Перечисленные выше типы могут выполняться в виде двусторонних предельных, односторонних предельных и однопредельных пробок, причем односторонние предельные пробки применяются только в качестве рабочих и приемных калибров.

Примечание 2. Изготовление цельных калибров перечисленных выше конструкций (за исключением листовых предельных пробок) допускается лишь на заводах, которые сами для себя изготавливают калибры.

в) Штихмассы сферические и цилиндрические.

г) Нутромеры сферические и цилиндрические.

2) Рабочие калибры для валов и контркалибры для пробок.

а) Скобы цельные двусторонние предельные, односторонние — предельные и однопредельные.

б) Скобы с приваренными или крепленными иным путем мерительными губками: односторонние — предельные и однопредельные.

Примечание. В качестве контркалибров к пробкам применяются однопредельные скобы.

Б. МАТЕРИАЛ

1. Материалом для мерительных частей калибров служат: инструментальные — углеродистые, инструментальные — легированные и цементуемые стали.

Рекомендуется применение следующих марок стали:

Наименование	Марка	ОСТ	Назначение
Инструментальная легированная сталь	Х и ХГ	4958	Для мерительных деталей пробок, мерительных губок к скобам, нутромеров и штихмассов
Инструментальная углеродистая сталь	У10А и У12А	4956	Для мерительных деталей пробок, мерительных губок к скобам, нутромеров и штихмассов
Цементируемая сталь	"С" не выше 0,20%		Для цельных скоб, неполных пробок, мерительных деталей пробок, мерительных губок к скобам, а также для нутромеров и штихмассов

Примечание 1. Сталь для калибров, подвергающихся азотизации, настоящим стандартом не нормируется.

Примечание 2. Материал для ручек калибров, корпусов скоб с крепленными мерительными губками и крепежных деталей не регламентируется, при этом материал корпусов скоб должен иметь коэффициент линейного расширения в пределах $(11,5 \pm 2) \cdot 10^{-6}$.

2. Твердость мерительных поверхностей калибров должна лежать в пределах: для калибров, предназначенных для проверки калиброванных изделий, и всех контрольных калибров 56—64 RC (прибор Роквелла, шкала С); для калибров, предназначенных для проверки некалиброванных изделий, 50—64 RC.

Примечание. В случае отсутствия сведений от заказчика о том, для каких деталей эти калибры предназначаются, рабочие калибры 1-го и 2-го класса точности и калибры для изделий по ОСТ 1016 и 1026 должны выполняться с твердостью мерительных поверхностей в пределах 56—64 RC, а калибры 3-го и более грубых классов должны выполняться с твердостью в пределах 50—64 RC.

3. Рабочие и приемные калибры для изделий от 1-го до 4-го класса точности включительно, а также контркалибры для всех классов точности должны подвергаться старению в процессе производства.

В. РАБОЧИЕ РАЗМЕРЫ

1. Рабочие размеры калибров и контркалибров должны укладываться в пределы допусков на изготовление по ОСТ 1201—1220.

Примечание 1. Погрешности геометрической формы мерительных поверхностей пробок, шайб и скоб, а также цилиндрических нутромеров и цилиндрических штихмассов (конусность и овальность пробок и шайб, непараллельность мерительных плоскостей и скоб и т. д.) не должны выходить за пределы допуска на неточность изготовления по перечисленным выше ОСТ.

При этом для калибров, изготавливаемых по допускам 5-го и более грубых квалитетов ISA, устанавливаются следующие ограничения погрешностей геометрических форм:

а) для рабочих калибров к валам и отверстиям посадок $H_8 - H_7$ и $A_4 - C_4 - X_4 - H_4$ (допуски соответствуют 5-му и 6-му квалитету ISA) погрешности геометрических форм ограничиваются допусками рабочих калибров отверстий $A_3 - C_3 - L$ и III и валов $III - B_3 - C_3$ (соответствуют допускам 4-го квалитета ISA);

б) для рабочих калибров к валам и отверстиям 5-го и более грубых классов точности (допуски по 7-му и более грубым квалитетам ISA) погрешности геометрических форм ограничиваются допусками рабочих калибров для изделий 4-го класса точности (соответствуют допускам 6-го квалитета ISA).

Примечание 2. Под рабочими размерами сферического нутромера понимаются расстояния между диаметрально-расположенными точками мерительных поверхностей. При этом диаметр основания сферических сегментов этих поверхностей должен быть не менее 8 мм.

Примечание 3. Под рабочим размером сферического штихмасса понимается расстояние между максимально удаленными точками мерительных поверхностей.

Г. ОТДЕЛКА ПОВЕРХНОСТИ

1. Степень чистоты отделки рабочих поверхностей калибров, а также наличие максимально допустимых изъянов рабочих поверхностей должны соответствовать образцам отделки, принятым на заводе-изготовителе калибров и утвержденным Центральным управлением мер и весов.

Степень чистоты отделки	Назначение калибров	Назначение контркалибров	Неточность изготовления калибров по квалитетам ISA
1-я	Для отверстий и валов 1-го и 2-го класса, а также посадок A_3, C_3 и B_3	Для рабочих калибров всех классов точности	От 2-го до 4-го
2-я	Для посадок H_8, H_7 и 4-го класса	—	От 5-го до 6-го
3-я	Для 5-го и более грубых классов	—	От 7-го до 8-го

Примечание 1. Для повышения износостойкости и антикоррозийности рекомендуется применять хромирование мерительных калибров.

Примечание 2. Нерабочие поверхности калибров, прилегающие к рабочим и не подвергающиеся специальному защитному покрытию (воронению и т. д.), должны быть шлифованы.

Угловой шаг γ в градусах и минутах и четверти шага в радианах $\left(\frac{\pi}{22}\right)$ в зависимости от числа зубьев z

z	Гра- дусы	Ми- нуты	$\left(\frac{\pi}{2z}\right)$	z	Гра- дусы	Ми- нуты	$\left(\frac{\pi}{2z}\right)$	z	Гра- дусы	Ми- нуты	$\left(\frac{\pi}{2z}\right)$
12	30	—	0,130900	33	10	54,5	0,047600	54	6	40,0	0,029089
13	27	41,5	0,120830	34	10	35,3	0,046200	55	6	32,7	0,028560
14	25	42,9	0,112200	35	10	17,1	0,044880	56	6	25,7	0,028050
15	24	—	0,104720	36	10	—	0,043633	57	6	18,9	0,027558
16	22	30	0,098175	37	9	43,8	0,042454	58	6	12,4	0,027083
17	21	10,6	0,092400	38	9	28,4	0,041337	59	6	6,1	0,026624
18	20	—	0,087266	39	9	13,8	0,040271	60	6	—	0,026180
19	18	56,8	0,082674	40	9	—	0,039270	61	5	54,1	0,025751
20	18	—	0,078540	41	8	46,8	0,038312	62	5	48,4	0,025335
21	17	08,6	0,074800	42	8	34,3	0,037400	63	5	42,9	0,024933
22	16	21,8	0,071400	43	8	22,3	0,036530	64	5	37,5	0,024544
23	15	39,1	0,068296	44	8	10,9	0,035700	65	5	32,3	0,024166
24	15	—	0,065450	45	8	—	0,034907	66	5	27,3	0,023800
25	14	24,0	0,062832	46	7	49,6	0,034148	67	5	22,4	0,023445
26	13	50,8	0,060415	47	7	39,6	0,033421	68	5	17,6	0,023100
27	13	20,0	0,058178	48	7	30	0,032425	69	5	13,0	0,022765
28	12	51,4	0,056100	49	7	20,8	0,032068	70	5	8,6	0,022440
29	12	24,8	0,054165	50	7	12,0	0,031416	71	5	04,2	0,022124
30	12	—	0,052360	51	7	03,5	0,030800	72	4	—	0,021817
31	11	36,8	0,050671	52	6	55,4	0,030208	73	4	55,9	0,021516
32	11	15,0	0,049087	53	6	47,5	0,029638	74	4	51,9	0,021234

[illegible]

ТАБЛИЦА ЗНАЧЕНИЙ $\theta = \text{inv } \alpha$ ДЛЯ УГЛОВ α от 1 до 60°

Пользование таблицей: даваемое число представляется справа к данным соответственной строки графы, порядка"

Пример: $\text{inv } 15'10'' = 0,0063611$. В пределах меньших $5'$ —применяется линейная интерполяция.

α	Пор.	0'	5'	10'	15'	20'	25'	30'	35'	40'	45'	50'	55'	Пор.	α
1	0,000	00177	00225	00281	00346	00420	00504	00598	00704	00821	00950	01092	01248	0,000	1
2	0,000	01418	01603	01804	02020	02263	02533	02771	03058	03364	03699	04035	04402	0,000	2
3	0,000	04790	05201	05634	06091	06573	07078	07610	08167	08751	09362	10000	10668	0,000	3
4	0,000	11364	12090	12847	13634	14453	15305	16189	17107	18059	19045	20067	21125	0,000	4
5	0,000	22220	23352	24522	25731	26978	28266	29594	30963	32374	33827	35324	36864	0,000	5
6	0,000	03845	04008	04175	04347	04524	04706	04892	05083	05280	05481	05687	05898	0,000	6
7	0,000	06115	06337	06564	06797	07035	07279	07528	07783	08044	08310	08582	08861	0,000	7
8	0,000	09145	09435	09732	10034	10343	10659	10980	11308	11643	11984	12332	12687	0,000	8
9	0,000	13048	13416	13792	14174	14563	14960	15363	15774	16193	16618	17051	17492	0,000	9
10	0,000	17941	18397	18860	19332	19812	20299	20795	21299	21810	22330	22859	23396	0,000	10
11	0,000	23941	24495	25057	25628	26208	26797	27394	28001	28616	29241	29875	30518	0,000	11
12	0,000	31171	31832	32504	33185	33875	34575	35285	36005	36735	37474	38224	38984	0,000	12
13	0,000	39754	40534	41325	42126	42938	43760	44593	45437	46291	47157	48033	48921	0,000	13
14	0,000	49819	50729	51650	52582	53526	54482	55448	56427	57417	58420	59434	60460	0,000	14
15	0,000	61498	62548	63611	64686	65773	66873	67985	69110	70248	71398	72561	73738	0,000	15
16	0,000	07493	07613	07735	07857	07982	08107	08234	08362	08492	08623	08756	08889	0,000	16
17	0,000	09025	09161	09299	09439	09580	09722	09866	10012	10158	10307	10456	10608	0,000	17
18	0,000	10760	10915	11071	11228	11387	11547	11709	11873	12038	12205	12373	12543	0,000	18
19	0,000	12715	12888	13063	13240	13418	13598	13779	13963	14148	14334	14523	14713	0,000	19
20	0,000	14904	15098	15293	15490	15689	15890	16092	16296	16502	16710	16920	17132	0,000	20
21	0,000	17345	17560	17777	17996	18217	18440	18665	18891	19120	19350	19583	19817	0,000	21
22	0,000	20054	20292	20538	20775	21019	21266	21514	21765	22018	22272	22529	22788	0,000	22
23	0,000	23049	23312	23577	23845	24114	24386	24660	24936	25214	25495	25778	26062	0,000	23
24	0,000	26350	26639	26931	27225	27521	27820	28121	28424	28729	29037	29348	29660	0,000	24
25	0,000	29975	30293	30613	30935	31260	31587	31917	32249	32583	32920	33260	33602	0,000	25
26	0,000	33947	34294	34644	34997	35352	35709	36069	36432	36798	37166	37537	37910	0,000	26

α	Пор.	0'	5'	10'	15'	20'	25'	30'	35'	40'	45'	50'	55'	Пор.	α
27	0,0	38287	38666	39047	39432	39819	40209	40602	40997	41395	41797	42201	42607	0,0	27
28	0,0	43017	43430	43845	44264	44685	45110	45537	45967	46400	46837	47276	47718	0,0	28
29	0,0	48164	48612	49064	49518	49976	50437	50901	51368	51838	52312	52788	53268	0,0	29
30	0,0	53751	54238	54728	55221	55717	56217	56720	57226	57736	58249	58765	59285	0,0	30
31	0,0	59809	60335	60866	61400	61937	62478	63022	63570	64122	64677	65236	65798	0,0	31
32	0,0	66364	66934	67507	68084	68665	69250	69838	70430	71026	71626	72230	72838	0,0	32
33	0,0	73449	74064	74684	75307	75934	76565	77200	77839	78483	79130	79781	80437	0,0	33
34	0,0	81097	81760	82428	83100	83777	84457	85142	85832	86525	87223	87925	88631	0,0	34
35	0,0	89342	90058	90777	91502	92230	92963	93701	94443	95190	95942	96698	97459	0,0	35
36	0,0	98822	99899	99977	10055	10133	10212	10292	10371	10452	10533	10614	10696	0,0	36
37	0	10778	10861	10944	11028	11113	11197	11283	11369	11455	11542	11630	11718	0	37
38	0	11806	11895	11985	12075	12165	12257	12348	12441	12534	12627	12721	12815	0	38
39	0	12911	13006	13102	13199	13297	13395	13493	13592	13692	13792	13893	13995	0	39
40	0	14097	14200	14303	14407	14511	14616	14722	14829	14936	15043	15152	15261	0	40
41	0	15370	15480	15591	15703	15815	15928	16041	16156	16270	16386	16502	16619	0	41
42	0	16737	16855	16974	17093	17214	17335	17457	17579	17702	17826	17951	18076	0	42
43	0	18202	18329	18457	18585	18714	18844	18975	19106	19238	19371	19505	19639	0	43
44	0	19774	19910	20047	20185	20323	20463	20603	20743	20885	21028	21171	21315	0	44
45	0	21460	21606	21753	21900	22049	22198	22348	22499	22651	22804	22958	23112	0	45
46	0	23268	23424	23582	23740	23899	24059	24220	24382	24545	24709	24874	25040	0	46
47	0	25206	25374	25543	25713	25883	26055	26228	26401	26576	26752	26929	27107	0	47
48	0	27285	27465	27646	27828	28012	28196	28381	28567	28755	28943	29133	29324	0	48
49	0	28516	29709	29903	30098	30295	30492	30691	30891	31092	31295	31498	31703	0	49
50	0	31909	32116	32324	32534	32745	32957	33171	33385	33601	33818	34037	34257	0	50
51	0	34478	34700	34924	35149	35375	35604	35833	36063	36295	36529	36763	36999	0	51
52	0	37237	37476	37716	37958	38202	38446	38693	38941	39190	39441	39693	39947	0	52
53	0	40202	40459	40717	40977	41239	41502	41767	42034	42302	42571	42843	43116	0	53
54	0	43390	43667	43945	44225	44506	44789	45074	45361	45650	45940	46232	46526	0	54
55	0	46822	47119	47419	47720	48023	48328	48635	48944	49255	49568	49882	50199	0	55
56	0	50518	50838	51161	51486	51813	52141	52472	52805	53141	53478	53817	54159	0	56
57	0	54503	54849	55197	55547	55900	56255	56612	56972	57333	57698	58064	58433	0	57
58	0	58804	59178	59554	59933	60314	60697	61083	61472	61863	62257	62653	63052	0	58
59	0	63454	63858	64265	64674	65086	65501	65913	66340	66763	67189	67618	68050	0	59

ДЛИНА ОБЩЕЙ НОРМАЛИ НЕКОРРЕГИРОВАННЫХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС
И ЧИСЛО ЗУБЬЕВ В РАСТВОРЕ ПО ДАННЫМ ЭНИМС

(Технические условия на узлы и детали станков — Москва 1937)

Таблица величин L в мм при угле зацепления 20°

Модуль	Число зубьев изделия z									
	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
	Число зубьев в растворе $n =$									
	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3
2,5	11,49	11,53	11,56	11,60	11,63	11,67	11,70	19,12	19,15	19,19
2,75	12,64	12,68	12,72	12,75	12,79	12,83	12,87	21,03	21,07	21,10
3	13,79	13,83	13,87	13,91	13,96	14,00	14,04	22,94	22,98	23,02
3,25	14,94	14,98	15,03	15,07	15,12	15,16	15,21	24,85	24,90	24,94
3,5	16,09	16,14	16,18	16,23	16,28	16,33	16,38	26,76	26,81	26,86
4	18,38	18,44	18,50	18,55	18,61	18,66	18,72	30,59	30,64	30,70
4,25	19,53	19,59	19,65	19,71	19,77	19,83	19,89	32,50	32,56	32,62
4,5	20,68	20,75	20,81	20,87	20,93	21,00	21,06	34,41	34,47	34,53
5	22,98	23,05	23,12	23,19	23,26	23,33	23,40	38,23	38,30	38,37
5,5	25,28	25,36	25,43	25,51	25,59	25,66	25,74	42,05	42,13	42,21
6	27,58	27,66	27,75	27,83	27,91	28,00	28,08	45,88	45,96	46,05
6,5	29,88	29,97	30,06	30,15	30,24	30,33	30,42	49,70	49,79	49,88
7	32,16	32,27	32,37	32,47	32,57	32,66	32,76	53,52	53,62	53,72
8	36,77	36,88	36,99	37,11	37,22	37,33	37,44	61,17	61,28	61,40
9	41,37	41,49	41,62	41,74	41,87	42,00	42,12	68,82	68,94	69,07
10	45,96	46,10	46,24	46,38	46,52	46,66	46,80	76,46	76,60	76,74
11	50,56	50,71	50,87	51,02	51,17	51,33	51,48	84,11	84,26	84,42
12	55,15	55,32	55,49	55,66	55,83	56,00	56,16	91,76	91,92	92,09

Таблица величин L в мм при угле зацепления 20°

Модуль	Число зубьев изделия z									
	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
	Число зубьев в растворе $n =$									
	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4
2,5	19,22	19,26	19,29	19,33	19,36	19,40	26,81	26,85	26,88	26,92
2,75	21,14	21,18	21,22	21,26	21,30	21,34	29,49	29,53	29,57	29,61
3	23,06	23,11	23,15	23,19	23,23	23,27	32,17	32,22	32,26	32,30
3,25	24,99	25,03	25,08	25,12	25,17	25,21	34,85	34,90	34,95	34,99
3,5	26,91	26,96	27,01	27,06	27,11	27,15	37,54	37,58	37,63	37,68
4	30,75	30,81	30,87	30,92	30,98	31,03	42,90	42,95	43,01	43,07
4,25	32,68	32,74	32,79	32,85	32,91	32,97	45,58	45,64	45,70	45,76
4,5	34,60	34,66	34,72	34,79	34,85	34,91	48,26	48,32	48,39	48,45
5	38,44	38,51	38,58	38,65	38,72	38,79	53,62	53,69	53,76	53,83
5,5	42,29	42,36	42,44	42,52	42,60	42,67	58,98	59,06	59,14	59,22
6	46,13	46,21	46,30	46,38	46,47	46,55	64,35	64,43	64,52	64,60
6,5	49,97	50,07	50,16	50,25	50,34	50,43	69,71	69,80	69,89	69,98
7	53,82	53,92	54,01	54,11	54,21	54,31	75,07	75,17	75,27	75,37
8	61,51	61,62	61,73	61,84	61,96	62,07	85,80	85,91	86,02	86,13
9	69,20	69,32	69,45	69,57	69,70	69,83	96,52	96,65	96,77	96,90
10	76,88	77,02	77,16	77,30	77,44	77,58	107,25	107,39	107,53	107,67
11	84,57	84,73	84,88	85,03	85,19	85,34	117,97	118,12	118,28	118,43
12	92,26	92,43	92,60	92,77	92,93	93,10	128,69	128,86	129,03	129,20

Таблица величин L в мм при угле зацепления 20°

Модуль	Число зубьев изделия z									
	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41
	Число зубьев в растворе $n =$									
	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5
2,5	26,95	26,99	27,02	27,06	27,09	34,51	34,54	34,57	34,61	34,65
2,75	29,65	29,68	29,72	29,76	29,80	37,96	38,00	38,04	38,07	38,11
3	32,34	32,38	32,43	32,47	32,51	41,41	41,45	41,49	41,53	41,58
3,25	35,04	35,08	35,13	35,17	35,22	44,86	44,90	44,95	45,00	45,04
3,5	37,73	37,78	37,83	37,88	37,93	48,31	48,36	48,41	48,46	48,51
4	43,12	43,18	43,23	43,29	43,35	55,21	55,27	55,32	55,38	55,43
4,25	45,82	45,88	45,94	46,00	46,06	58,66	58,72	58,78	58,84	58,90
4,5	48,51	48,58	48,64	48,70	48,76	62,11	62,18	62,24	62,30	62,36
5	53,90	53,97	54,04	54,11	54,18	69,01	69,08	69,15	69,22	69,29
5,5	59,29	59,37	59,45	59,52	59,60	75,91	75,99	76,07	76,15	76,22
6	64,68	64,77	64,85	64,94	65,02	82,82	82,90	82,98	83,07	83,15
6,5	70,07	70,16	70,26	70,35	70,44	89,72	89,81	89,90	89,99	90,08
7	75,46	75,56	75,66	75,76	75,86	96,62	96,72	96,82	96,91	97,01
8	86,24	86,36	86,47	86,58	86,69	110,42	110,53	110,65	110,76	110,87
9	97,03	97,15	97,28	97,40	97,53	124,22	124,35	124,48	124,60	124,73
10	107,81	107,95	108,09	108,23	108,37	138,03	138,17	138,31	138,45	138,59
11	118,59	118,74	118,89	119,05	119,20	151,83	151,98	152,14	152,29	152,45
12	129,37	129,54	129,70	129,87	130,04	165,63	165,80	165,97	166,14	166,31

Таблица величин L в мм при угле зацепления 20°

Модуль	Число зубьев изделия z									
	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51
	Число зубьев в растворе $n =$									
	5	5	5	5	6	6	6	6	6	6
2,5	34,68	34,72	34,75	34,79	42,20	42,24	42,27	42,31	42,34	42,38
2,75	38,15	38,19	38,23	38,27	46,42	46,46	46,50	46,54	46,58	46,62
3	41,62	41,66	41,70	41,74	50,64	50,68	50,73	50,77	50,81	50,85
3,25	45,09	45,13	45,18	45,22	54,86	54,91	54,95	55,00	55,04	55,09
3,5	48,55	48,60	48,65	48,70	59,08	59,13	59,18	59,23	59,28	59,33
4	55,49	55,55	55,60	55,66	67,52	67,58	67,64	67,69	67,75	67,80
4,25	58,96	59,02	59,08	59,14	71,74	71,80	71,86	71,92	71,98	72,04
4,5	62,43	62,49	62,55	62,62	75,96	76,03	76,09	76,15	76,22	76,28
5	69,36	69,43	69,50	69,57	84,39	84,47	84,54	84,61	84,68	84,75
5,5	76,30	76,38	76,45	76,53	92,83	92,92	93,00	93,08	93,15	93,23
6	83,24	83,32	83,40	83,49	101,28	101,37	101,45	101,54	101,62	101,71
6,5	90,17	90,26	90,35	90,45	109,72	109,82	109,91	110,00	110,09	110,18
7	97,11	97,21	97,31	97,40	118,15	118,26	118,36	118,46	118,56	118,66
8	110,98	111,09	111,21	111,32	135,03	135,16	135,27	135,38	135,50	135,61
9	124,85	124,98	125,11	125,23	151,91	152,05	152,18	152,31	152,43	152,56
10	138,73	138,87	139,01	139,15	168,79	168,95	169,09	169,23	169,37	169,51
11	152,60	152,75	152,91	153,06	185,67	185,84	186,00	186,15	186,31	186,46
12	166,47	166,64	166,81	166,98	202,56	202,74	202,91	203,08	203,24	203,41

Таблица величин L в мм при угле зацепления 20°

Модуль	Число зубьев изделия z									
	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61
	Число зубьев в растворе $n =$									
	6	6	6	7	7	7	7	7	7	7
2,5	42,41	42,45	42,48	49,90	49,93	49,97	50,00	50,04	50,07	50,10
2,75	46,65	46,69	46,73	54,89	54,93	54,96	55,00	55,04	55,08	55,12
3	50,89	50,94	50,98	59,88	59,92	59,96	60,00	60,05	60,09	60,13
3,25	55,14	55,18	55,23	64,87	64,91	64,96	65,00	65,05	65,09	65,14
3,5	59,38	59,43	59,48	69,86	69,91	69,95	70,00	70,05	70,10	70,15
4	67,86	67,92	67,97	79,84	79,89	79,94	80,00	80,06	80,12	80,18
4,25	72,10	72,16	72,22	84,83	84,89	84,94	85,00	85,06	85,12	85,18
4,5	76,34	76,40	76,47	89,82	89,88	89,94	90,00	90,07	90,13	90,19
5	84,82	84,89	84,96	99,80	99,87	99,94	100,01	100,08	100,15	100,22
5,5	93,31	93,38	93,46	109,77	109,85	109,93	100,01	110,09	110,16	110,23
6	101,79	101,87	101,96	119,75	119,84	119,92	120,01	120,09	120,17	120,25
6,5	110,27	110,36	110,45	129,73	129,82	129,92	130,01	130,10	130,19	130,28
7	118,75	118,85	118,95	139,71	139,81	139,91	140,01	140,11	140,20	140,30
8	135,72	135,83	135,94	159,67	159,78	159,90	160,01	160,13	160,23	160,34
9	152,68	152,81	152,94	179,63	179,76	179,88	180,01	180,14	180,26	180,38
10	169,65	169,77	169,93	199,59	199,73	199,87	200,01	200,15	200,29	200,43
11	186,61	186,77	186,92	219,56	219,70	219,86	220,01	220,17	220,32	220,47
12	203,58	203,75	203,92	239,51	239,68	239,85	240,02	240,19	240,36	240,52

Таблица величин L в мм при угле зацепления 20°

Модуль	Число зубьев изделия z									
	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71
	Число зубьев в растворе $n =$									
	7	7	8	8	8	8	8	8	8	8
2,5	50,14	50,18	57,59	57,63	57,66	57,70	57,73	57,77	58,80	57,84
2,75	55,16	55,20	63,35	63,39	63,43	63,47	63,51	63,54	63,58	63,62
3	60,17	60,21	69,11	69,15	69,20	69,24	69,28	69,32	69,36	69,40
3,25	65,19	65,23	74,87	74,92	74,96	75,01	75,05	75,10	75,14	75,19
3,5	70,20	70,25	80,63	80,68	80,73	80,78	80,83	80,88	80,92	80,97
4	80,23	80,28	92,15	92,20	92,26	92,32	92,37	92,43	92,48	92,54
4,25	85,24	85,30	97,91	97,97	98,03	98,09	98,15	98,21	98,27	98,33
4,5	90,26	90,32	103,67	103,73	103,79	103,86	103,92	103,98	104,05	104,11
5	100,29	100,36	115,19	115,26	115,33	115,40	115,47	115,54	115,61	115,68
5,5	110,31	110,39	126,70	126,78	126,86	126,94	127,01	127,09	127,17	127,24
6	120,34	120,43	138,22	138,31	138,39	138,48	138,56	138,64	138,73	138,81
6,5	130,37	130,46	149,74	149,83	149,92	150,02	150,11	150,20	150,29	150,38
7	140,40	140,50	161,26	161,36	161,46	161,55	161,65	161,75	161,85	161,95
8	160,46	160,57	184,30	184,41	184,52	184,63	184,75	184,86	184,97	185,08
9	180,51	180,64	207,34	207,46	207,59	207,71	207,84	207,97	208,09	208,21
10	200,57	200,71	230,37	230,51	230,65	230,79	230,93	231,07	231,21	231,35
11	220,63	220,78	253,41	253,56	253,72	253,87	254,03	254,18	254,33	254,49
12	240,69	240,85	276,45	276,62	276,78	276,95	277,12	277,29	277,46	277,62

Длина общей нормали для питчевых шестерен при единичном питче ($DP=1$), по данным журнала Machinery (Lnd) для 20°-ного некорригированного зацепления¹

<i>n</i>	<i>z</i>	<i>L</i> в мм	<i>n</i>	<i>z</i>	<i>L</i> в мм
2 зуба в растворе	12	116,7409	5 зубьев в растворе	37	350,5835
	13	117,0965		38	350,9391
	14	117,4521		39	351,2947
	15	117,8074		40	351,6503
	16	118,1633		41	352,0059
	17	118,5189		42	352,3615
3 зуба в растворе	18	118,8745		43	352,7171
	19	194,2160		44	353,0727
	20	194,5716		45	353,4283
	21	194,9272	6 зубьев в растворе	46	428,7672
	22	195,2828		47	429,1228
	23	195,6384		48	429,4784
	24	195,9940		49	429,8340
	25	196,3496		50	430,1896
	26	196,7052		51	430,5452
	27	197,0608		52	430,9008
4 зуба в растворе	28	272,3998		53	431,2564
	29	272,7554	7 зубьев в растворе	54	506,5954
	30	273,1119		55	506,9510
	31	273,4666		56	507,3066
	32	273,8222		57	507,6622
	33	274,1778		58	508,0178
	34	274,5334		59	508,3734
	35	274,8890		60	508,7290
	36	275,2446		61	509,0846
				62	509,4402

¹ При иных DP , даваемое значение L делить на DP .

СЛОВООБРАЗОВАНИЕ СПЕЦИАЛЬНЫХ ТЕРМИНОВ ИНОСТРАННОГО ПРОИСХОЖДЕНИЯ

Метрология	— μέτρον — мера, λόγος — слово, учение (греч.)
Монохроматический, полихроматический	— μόνος — единственный, πολύς — многой, χρώμα — цвет (греч.)
Интерференция, интерференц-компаратор	— interfere — перебивать, сопрагаге — сличать
Нониус	— novus — девятый (лат.)
Микрометр	— μικρός — малый, μέτρον — мера (греч.)
Миниметр	— minimus — наименьший (лат.)
Микротаст	— tasten — щупать (нем.)
Индикатор	— indicare — указывать (лат.)
Фейнцейгер	— zeigen — указывать; fein — тонкий, точный (нем.)
Пассметр	— Passung — пригонка, посадка (нем.)
Ортотэст	— ὀρθός (греч.) — прямой, to taste (англ.) — пробовать
Опотоэст	— ὀπτιήδης — зрительный (греч.)
Микролюкс	— lux — свет (лат.)
Толериметр	— tolerare — терпеть, допускать (лат.)
Лимб	— limbus — кайма, ободок (лат.)
Юстировка	— justus — законный, справедливый, верный (лат.)

