53
H-94

ИЛЛАК
ПЛОТОН



ИСААК НЬЮТОН
Гравюра с портрета Вандербанка, приложенная к третьему изданию «Principia»

1643

*

300

ΑΕΤ

*

1943

ACADEMY OF SCIENCES OF THE USSR

ISAAC NEWTON

1643/1727

THE THIRD CENTENARY
of his Birthday

*

SYMPOSIUM
EDITED BY
S.I. WAWILOW
MEMBER OF THE ACADEMY

1943
PUBLISHED BY ACADEMY OF SCIENCES OF THE USSR
Moscow - Leningrad

1139230б

АКАДЕМИЯ НАУК СОЮЗА ССР

ИСААК НЬЮТОН

1643/1727

СБОРНИК СТАТЕЙ

к трехсотлетию со дня рождения

*

ПОД РЕДАКЦИЕЙ
АКАДЕМИКА
С.И. ВАВИЛОВА

Допущено

1943
ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР
Москва — Ленинград

РЕСПУБЛИКАНСКАЯ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БИБЛИОТЕКА

ПРОВЕРЕНО 1958 г.

ОТ РЕДАКЦИИ

Ньютоновский сборник издаётся решением Комиссии Президиума Академии Наук СССР по ознаменованию трёхсотлетия со дня рождения Исаака Ньютона.

Сборник касается многих, но далеко не всех сторон деятельности Ньютона. Почти не затронуты, например, темы о Ньютоне-химике, Ньютоне-географе, о директорстве Ньютона на Монетном дворе. Одна из важных причин таких пробелов состоит в том, что ещё очень многие документы, касающиеся Ньютона и его рукописи, до сего времени не изданы на его родине. В ряде статей сборника разбирается влияние идей Ньютона на развитие науки и культуры на Западе и в России.

Фронтисписом книги выбрана гравюра с портретом И. Ньютона работы Вандербанка, приложенная к третьему изданию «Математических начал натуральной философии», просмотренному самим Ньютоном. Репродукция гравюры с другого, мало известного у нас гипотетического портрета молодого Ньютона, приписываемого П. Лели, приложена к статье о портретах Ньютона. Заставки и концовки взяты из ньютоновской литературы XVIII в.

Редакция с благодарностью отмечает огромную работу по организации сборника, выполненную учёным секретарём Комиссии М. И. Радовским.



Академик
А. Н. КРЫЛОВ

НЬЮТОН И ЕГО ЗНАЧЕНИЕ В МИРОВОЙ НАУКЕ

1643—1943

---

§ 1

Триста лет тому назад у зажиточного фермера деревни Вульсторп, расположенной в 150 км к северу от Лондона, — Исаака Ньютона — родился сын, получивший тоже имя Исаак. Этому мальчику было суждено стать гением математики; Ньютон, по словам Бертрана, стоит «рядом с Архимедом и выше всех других», ибо к возрасту 44 лет он издал труд «Philosophiae Naturalis Principia Mathematica», который через сто лет знаменитый Лагранж назвал «величайшим произведением человеческого ума».

При жизни автора это сочинение было издано три раза: первое издание в 1687 г., второе в 1713 г., третье в 1725 г. и дважды посмертно, именно в четвёртый раз в 1772 г. и в пятый в 1871 г. С этого последнего и сделан мой перевод на русский язык.

В этом сочинении всё было ново: начиная с аксиом или законов движения и кончая величайшим из законов природы — законом всемирного тяготения, математически выведенным из законов планетных движений, данных Кеплером. Но тогда царили философия Декарта и его теория вихрей, поэтому ко второму изданию предпослано предисловие (подписанное Р. Котсом, но просмотренное самим Ньютоном), в котором в весьма остроумной и местами резкой форме доказывается неосновательность теории вихрей. Это предисловие обидело Лейбница и отчасти послужило к разбору спора о приоритете открытия дифференциального исчисления, проводившегося комиссией Королевского Общества, в котором с 1703 г. Ньютон был бессменным президентом.

В 1695 г. Ньютон был назначен смотрителем Монетного двора, а в 1699 г. — начальником его.

Это не была синекура, ибо Ньютону было поручено перечеканить *всю* монету Англии, что он и исполнил в *два* года, увеличив в *восемь* раз производительность Монетного двора против крайнего предела, заявленного его предшественниками, *не прибавив ни одного станка*.

С 1686 по 1696 г. Ньютон по преимуществу занимался оптикой, а став

начальником Монетного двора, он говорил, что всё его время есть «the king's time», и занимался наукой лишь урывками, главным образом теорией Луны. В 1712 г. он потребовал от королевского астронома Флэмстида его наблюдения Луны, а когда Флэмстид отказался их выдать, Ньютон на заседании Королевского Общества пришёл в ярость и стал ругать Флэмстида такими словами, которым позавидовали бы и лондонские докеры, виртуозы в этом деле. Единственно доступные для печати были: «Silly puppy» (глупый щенок), хотя Флэмстиду было в это время 69 лет, а Ньютону 70. Видимо, будучи начальником Монетного двора, он для «поднятия производительности» прибегал к энергичному языку своих мастеров и подмастерьев.

§ 2

В предисловии к первому изданию «Principia» Ньютон пишет, что механика подразделяется на рациональную и практическую; в первой рассматриваются силы природы, во второй — разного рода машины.

«Principia» посвящены механике рациональной, задача которой: «по наблюдаемым явлениям определить силы природы и после этого изучить прочие явления».

Предисловие ко второму изданию занимает в моём переводе 17 страниц и имеет указанный выше полемический характер, опровергая декартову теорию вихрей и вместе с нею и Лейбница, который через два года после издания «Principia» приписывал движение планет не только притяжению их Солнцем, но и перегону их вихрем жидкости, движущимся вместе с планетой.

Предисловие к третьему изданию заключает несколько строк, содержащих перечень небольших изменений и добавлений к предыдущему изданию.

После этих предисловий идут самые «Principia», начинающиеся с определений и пояснений к ним (15 страниц) законов, или аксиом движения, занимающих с пояснениями 18 страниц, затем «учение о движении тел», подразделённое на три книги, а каждая книга — на отделы, которых в первой книге четырнадцать, во второй — девять и в третьей книге — один отдел, заключающий ряд теорем о движении планет, Луны и комет под действием закона тяготения. Из этого общего указания содержания «Principia» видно, что оно написано даже с внешней стороны по образцу древних авторов. В этом сочинении, подобно тому, как в элементах Евклида, сперва даны все определения, затем аксиомы и, наконец, самое изложение предмета.

Здесь мы не будем перебирать все эти 24 отдела, а постараемся изложить наиболее замечательные предложения каждой книги.

§ 3

Определения, даваемые Ньютоном, следующие.

Определение I. *Количество материи есть мера таковой, устанавливаемая пропорционально плотности и объёму её.*

Несколько ниже это количество материи называется *массою*; это название и сохранилось за ним. Таким образом, *масса служит мерой количества материи тела.*

Но Ньютон не дал определения того, что он разумеет под словами *материя* и *плотность*. Тогда, на ряду с геометрическим понятием — *объём*, вводятся два физических понятия — *материя* и *плотность*, определения коих не дано, — их Ньютон считает первоначальными.

Ясно, что определение плотности как массы единицы объёма заключало бы ложный круг, из которого, однако, легко выйти, определив плотность как отвлечённое число, показывающее отношение веса тела к весу равного ему объёма воды при температуре её в 4° С. Это число определяется так называемым гидростатическим взвешиванием; оно не зависит ни от объёма тела, ни от

ускорения силы тяжести и есть *абсолютная* постоянная, характеризующая тело.

В третьей книге Ньютон описывает опыты над маятниками, коими он установил пропорциональность массы весу тела, а затем показывает, как найти отношение массы планеты, имеющей спутника, к массе Солнца и как найти отношение массы Луны к массе Земли по приливам в данном порту.

Заметим, что неудачный термин *удельный вес* как раз даёт массу тела в указанном здесь смысле, и мы дойдём до Архимеда как давшего определение плотности, равносильное нашему.

При определении плотности как отвлечённого числа все прочие определения Ньютона сохраняются и получают полную ясность.

В определение массы входит физическое понятие — *материя*. Что такое материя, словами определено быть не может; можно привести примеры, что дерево, железо, бумага, на которой я пишу карандашом, и прочее есть материя; можно указать свойства материи, столь же важные для химии, как и для физики, сказав: *материей называется одно из 92 простых тел и их изотопов или их атомов и молекул, а также любое сложное тело или смесь таких тел с простыми или с другими сложными телами.*

Все 92 простых тела получены в чистом виде, и изучено до 500 000 их соединений между собой, но число таких соединений громадно даже по сравнению с этим, и едва ли можно сказать, сколько их.

Определение II. *Количество движения есть мера такового, устанавливаемая пропорционально скорости и массе.*

Определение III. *Врождённая сила материи есть присущая ей способность сопротивления, по которой всякое отдельно взятое тело, поскольку оно предоставлено самому себе, удерживает своё состояние покоя или равномерного прямолинейного движения.*

Эта сила всегда пропорциональна массе, и если отличается от инерции массы, то разве только воззрением на неё.

Инертность материи есть основное её свойство, и всякая величина или количество, не обладающие инертностью, не есть материя и механике Ньютона не подлежит.

По Ньютону, масса тела есть величина неизменная. Около 40 лет тому назад Эйнштейн дал механику относительности, в которой различают массу покоящуюся m_0 и массу движущуюся m_1, причём отношение между ними выражается формулой:

$$m_1 = m_0 \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

где v есть скорость массы m_0, c — скорость света (300 000 км в секунду). Механика Эйнштейна имеет приложение при движении электронов, нейтронов и пр., но в физике «материальных» систем вносимая ею поправка столь мала, что механика Ньютона для всех физических и технических приложений может считаться абсолютно верной.

Определение IV. *Приложенная сила есть действие, производимое над телом, чтобы изменить его состояние покоя или равномерного прямолинейного движения.*

Высказав это определение, Ньютон даёт следующее пояснение: «Сила проявляется единственно только в действии и по прекращении действия в теле не остаётся. Тело продолжает затем удерживать своё новое состояние вследствие одной только инерции. Происхождение силы может быть различное: от удара, от давления, от центростремительной силы».

Как видно из этого определения, Ньютон рассматривает силу *динамически*, между тем статика существовала со времён Аристотеля и Архимеда, т. е. около 2000 лет. Как же связать статическое определение с динамическим? Для ясности приведём параллельно оба определения.

Динамическое

Приложенная сила есть действие, производимое над телом, чтобы изменить его состояние покоя или равномерного прямолинейного движения.

Статическое

Приложенная сила есть действие, производимое над телом, чтобы изменить его состояние покоя или равномерного прямолинейного движения. Это действие может быть постигнуто нашим мускульным чувством и проявляться не только в изменении состояния покоя или равномерного прямолинейного движения, но в давлении, натяжении, вообще напряжении части тела, на которую сила действует, вызывая в нём, если тело упругое, соответствующую деформацию.

На этом основано измерение силы так называемыми динамометрами или пружинными весами.

Ньютон в пояснении к определению VIII говорит: «Движущая сила распознаётся по силе, ей равной и противоположной, которая могла бы воспрепятствовать опусканию тела». Ясно, что после приложения такой силы тело будет в покое (предполагая, что вначале оно скорости не имело); значит действие этой силы будет статическое. Но является вопрос, будет ли эта сила действовать на тело движущееся так же, как и на тело, находящееся в покое?

Ответ был дан ещё Галилеем. В поучении, в конце главы, Ньютон говорит: «При падении тела сила тяжести в отдельные, равные между собой, весьма малые промежутки времени, действуя одинаково, сообщает этому телу равные количества движения и производит равные скорости; следовательно, за всё время движения она сообщит телу полные количества движения и скорости, пропорциональные времени».

Словами «действуя одинаково» Ньютон и выражает то свойство силы, что сообщаемое ею данному телу количество движения в продолжение данного времени остаётся *постоянным* и от скорости тела не зависит. В этом и есть существенное различие механики Ньютона от механики Эйнштейна.

§ 4

После определений и обширного их пояснения Ньютон даёт аксиомы, или законы движения.

Закон I. *Всякое тело продолжает удерживаться в своём состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока и поскольку оно не понуждается приложенными силами изменить это состояние.*

Закон II. *Изменение количества движения пропорционально приложенной движущей силе и происходит по направлению той прямой, по которой эта сила действует.*

Закон III. *Действию всегда есть равное и противоположное противодействие, иначе — взаимодействия двух тел друг на друга между собой равны и направлены в противоположные стороны.*

К этим законам Ньютон даёт обширное поучение и ряд следствий, между прочим, такое:

Следствие I. *При силах совокупных тело описывает диагональ параллелограма в то же самое время, как его стороны — при раздельных.*

Из этого следствия Ньютон выводит так называемый параллелограм сил, даёт его применение к равновесию машин, получает движение центра тяжести системы тел, затем получает вновь условия равновесия всякой машины на основании общего начала, что «действительность и назначение машин в том только и состоят, чтобы, уменьшая скорость, увеличивать силу и наоборот,

ибо во всех подобного рода приборах решается задача: заданный груз двигать заданною силою или же заданное сопротивление преодолевать заданным усилием».

Наконец, в заключении введения Ньютон говорит: «Дальнейшее изложение учения о машинах сюда не относится, я хотел лишь показать, сколь далеко простирается и сколь благонадёжен третий закон движения. Если действие движущей силы оценивать пропорционально произведению этой силы и скорости и, подобно этому, противодействие сопротивлений оценивать для каждой части в отдельности пропорционально произведению из её скорости и встречаемого ею сопротивления, происходящего от трения, сцепления, веса и ускорения, то во всякой машине действие и противодействие будут постоянно равны, и поскольку действие передаётся машиною и, в конце концов, прилагается к сопротивляющемуся телу, то это последнее его значение будет обратно значению противодействия».

В этих словах гениальный Лагранж через 100 лет справедливо усмотрел начало возможных перемещений в его соединении с началом Даламбера и, выразив слова Ньютона формулой, включив в одну строку всю механику, указал способ составления дифференциальных уравнений движения любой системы при любых связях, сведя таким образом решение вопросов механики к математике.

§ 5

После этого введения Ньютон переходит к изложению учения о движении, т. е. собственно к «Principia».

Это сочинение им подразделено на три книги, каждая книга — на отделы, отделы же подразделены на отдельные предложения, причём каждому предложению даётся заглавие: лемма, теорема, проблема, поучение — по образцу древних авторов.

КНИГА ПЕРВАЯ

О т д е л I первой книги посвящён изложению тех новых в то время математических понятий, которыми Ньютон пользуется в дальнейшем, а именно: о первом и последнем отношениях зарождающихся или исчезающих количеств, о подразделении площади на бесчисленное множество входящих и выходящих прямоугольников, о предельном отношении дуги, хорды и касательной, о кривизне кривой и её радиусе, об отклонении, производимом силой, действующей на тело. Все эти понятия сохранились и до сих пор, будучи лишь уточнены в соответствии с современным учением о несоизмеримых величинах.

В о т д е л е II Ньютон даёт сперва своё знаменитое доказательство закона площадей при движении материальной точки под действием центральной силы и приводит ряд свойств при движении по коническому сечению под действием притяжения, направленного к его центру. Здесь, в предложении VI, следствии 5-м, он своеобразно выражает формулу Бине, которая была дана для определения силы по траектории примерно через 120 лет после Ньютона, как это показал Duhamel в т. IV своих «Méthodes dans les Sciences du raisonnement».

В о т д е л е III исследуется движение тела под действием силы, направленной к фокусу конического сечения, и показывается, что эта сила для любого конического сечения, т. е. эллипса, гиперболы или параболы, обратно пропорциональна квадрату расстояния до фокуса; решается затем ряд обратных задач, т. е. находится кривая, описываемая телом, пущенным из данной точки с данной скоростью.

Замечательны здесь следствия 3-е и 4-е предложения XVII, где кратким намёком указан способ нахождения изменений элементов орбиты под действием заданного импульса (натиска), изменяющего скорость тела, но без изменения его положения. На этом основании мною выведены все формулы изменений элементов, причём Тиссеран указывает, что две из них были известны Ньютону, а вернее, что все шесть; Ньютон пользуется ими в своей теории Луны.

Отделы IV и V — чисто геометрические и посвящены определению орбит, описываемых телом, по данным условиям.

Отдел VI посвящён решению задачи Кеплера — определение места тела на данной орбите в данное время.

Отделы VII и VIII посвящены движению тела, падающего прямо на центр сил или прямо удаляющегося от центра, при притяжении, обратно пропорциональном квадрату расстояний, и определению орбит для тела, движущегося под действием каких угодно центральных сил, причём Ньютон выводит и применяет закон живых сил.

В отделе IX рассматривается движение тела по подвижной орбите и доказывается теорема, что «*разность сил, заставляющих двигаться одно тело по неподвижной орбите, другое по такой же орбите, но равномерно вращающейся, обратно пропорциональна третьей степени расстояния этого тела до центра*». Затем Ньютон исследует примеры таких движений, когда возмущающая сила обратно пропорциональна разным степеням расстояния. В одном из примеров, взяв этот показатель так, что внешняя сила в 357,45 слабее, нежели сила, заставляющая Луну описывать эллипс (в таком отношении находится постоянная часть возмущающей силы Солнца к силе притяжения Луны Землею), он получает перемещение апсид в 1°31′28″ — вдвое меньше действительного. Впоследствии в бумагах Ньютона, пожертвованных в 1870-х годах Кэмбриджскому университету лордом Портсмутским, был обнаружен Адамсом расчёт Ньютона, где ряд был продолжен дальше, и получено движение апсид, почти равное действительному.

В отделе X разбирается движение по поверхности и приводится к квадратурам по теореме живых сил и площадей. Затем рассматривается движение маятников по эпициклоиде как обобщение решения Гюйгенса для циклоиды.

В отделе XI рассматривается задача двух тел, взаимно притягивающихся; в предложении XVI ставится задача трёх тел, и в 22 следствиях выводятся главнейшие неравенства в движении Луны. Лаплас в своей теории Луны говорит, что теория Ньютона представляет как бы чудо математического искусства Ньютона, выведшего все эти неравенства геометрическими рассуждениями.

В поучении к этому отделу Ньютон говорит: «Под словом «притяжение» я разумею здесь вообще какое бы то ни было стремление тел к взаимному сближению, происходит ли это стремление от действия самих тел, которые или стараются приблизиться друг к другу, или приводят друг друга в движение посредством испускаемого эфира, или это стремление вызывается эфиром или воздухом, или вообще какой-либо средой, материальной или нематериальной, заставляющей погружённые в неё тела приводить друг друга в движение. В этом же смысле я употребляю и слово «натиск» или «напор», исследуя в этом сочинении не все виды сил и физические свойства их, а лишь их величины и математические соотношения между ними, как объяснено в определениях. Математическому исследованию подлежат величины сил и те соотношения, которые следуют из произвольно поставленных условий. Затем, обращаясь к физике, надо эти выводы сопоставить с совершающимися явлениями, чтобы распознать, какие же условия относительно сил соответствуют отдельным видам обладающих притягательной способностью тел. После того как это сде-

лано, можно будет с большей уверенностью рассуждать о родах сил, их причинах и физических между ними соотношениях».

Отдел XII посвящён учению о притяжении тел сферических, причём сам Ньютон говорит в поучении: «Я дал изложение двух замечательнейших случаев притяжения, а именно, когда центростремительные силы или убывают пропорционально квадратам расстояний или же возрастают пропорционально расстояниям. Вследствие таких притяжений тела в обоих случаях обращаются по коническим сечениям, и полные составные притяжения тел шаровой формы следуют тем же законам возрастания или убывания при удалении от центра, как и силы между двумя частицами, что достойно того, чтобы быть замеченным. Разбирать в подробностях прочие случаи, приводящие к менее изящным выводам, было бы длинно, я предпочитаю их объять и определить все совместно общим методом».

Этот метод состоит в приведении притяжения к квадратурам кривых.

В отделе XIII приводятся к квадратурам притяжения тел несферических и, между прочим, круга на точку, лежащую на перпендикуляре к его плоскости, проходящем через центр круга, и притяжение эллипсоидом вращения точки, лежащей на его оси, причём видно, что Ньютону было известно представление интегралов, содержащих корень квадратный из трёхчлена второй степени.

Отдел XIV заключает оптические задачи, связанные с теорией истечения и движения частиц под действием притяжения плоским или сферическим телом или линзою.

Первая книга заканчивается поучением, в котором сказано: «Однако в действительности различная преломляемость разных лучей есть такое препятствие, вследствие которого в оптике сферическими или иными стёклами можно достичь лишь малого совершенства, и, покуда не будут в состоянии исправить происходящей от этого погрешности, будет вполне бесполезно затрачивать труд на исправление прочих погрешностей».

Доллонд открыл флинт-гласс через 70 лет после того, как эти слова были напечатаны в 1-м издании «Principia».

§ 6

КНИГА ВТОРАЯ

Эта книга заключает учение о движении тел в среде, сопротивление которой пропорционально первой или второй степени скорости, или отчасти первой, отчасти второй степени; истечение воды из сосуда через отверстие в дне или стенке сосуда и тому подобные вопросы.

Здесь особенно замечательны:

а) отдел VII, где излагается закон механического подобия, на который обратил внимание В. Фруд в 1870 г., устроив бассейн для испытания моделей судов, и затем определения потребной мощности механизмов для сообщения кораблю заданной скорости хода;

б) отдел VI, в котором излагается учение о движении маятников при сопротивлении и доказывается теорема, что если сопротивление выражается формулой вида:

$$R = Av^p + Bv^q + Cv^r + \ldots,$$

то погашение последовательных размахов будет выражаться формулой:

$$\Delta_{n+1} - \Delta_n = av^p + bv^q + cv^r + \ldots$$

того же вида, причём даётся и приближённая зависимость коэффициентов a от A, b от B и т. д.;

в) теория гидравлического маятника Ньютона и приложения её к выводу скорости бега волн и к скорости звука, причём общая формула Ньютона верна, что и обнаружилось примерно через 170 лет, когда учение о газах получило большее развитие, нежели было при Ньютоне;

г) наконец, замечательны опыты, произведённые Ньютоном над сопротивлением жидкостей, истечением их из сосудов, падением тел в воздухе и воде и анализ этих опытов;

д) в лемме II изложено основание метода флюксий, и здесь находится знаменитое поучение: «В письме к Д. И. Коллинсу от 10 декабря 1672 г., в котором я описывал методу (проведения) касательных, относительно которой я подозревал, что она та же самая, как и данная Слузием, тогда ещё не опубликованная, я добавил: «Это составляет лишь частный случай или следствие гораздо более общего метода, который распространяется без всяких трудных выкладок не только на проведение касательных к каким угодно кривым, как геометрическим, так и механическим, как бы то ни было связанным с другими прямыми или кривыми линиями, но и на решение других, более трудных родов задач: о кривизне, площадях, длинах и центрах тяжестей кривых и т. д., причём не приходится ограничиваться (как в методе Гуддена для наибольших и наименьших) случаем уравнений, не содержащих иррациональностей. Этот метод я сочетал с другим, относящимся к решению уравнений при помощи бесконечных рядов». Этой выдержки из письма достаточно. Последние же слова относятся к сочинению, написанному об этих предметах в 1671 г. Основание же этого общего способа содержится в предыдущей лемме».

Это есть то знаменитое место «Начал», которое в третьем издании заменяет следующее в первых двух: «В письмах, которыми около 10 лет тому назад я обменивался с весьма искусным математиком Г. Г. Лейбницем, я ему сообщал, что я обладаю методою для определения максимумов и минимумов, проведения касательных и решения тому подобных вопросов, одинаково приложимою как для членов рациональных, так и для иррациональных, причём я её скрыл, переставив буквы следующего предложения: «data aequatione quotcunque fluentes quantitates involvente fluxiones invenire et vice versa» (когда задано уравнение, содержащее любое число переменных количеств, найти флюксии, и наоборот). Знаменитейший муж отвечал мне, что он также напал на такую методу, и сообщил мне свою методу, которая оказалась едва отличающейся от моей, и то только терминами и начертанием формул».

Перестановка букв, упомянутая Ньютоном, была следующая: 6a, 2c, d, ae, 13e, 2f, 7i,3l, n, 4o, 4q, 2r, 4s, 9t, 5v, x;

е) наконец, он даёт ответ на две задачи вариационного исчисления, не приводя самого решения.

§ 7

КНИГА ТРЕТЬЯ «О СИСТЕМЕ МИРА»

В начале этой книги Ньютон даёт «Regulae philosophandi», что можно перевести словами: «правила умозаключений в физике». Вот эти правила:

Правило I. *Не должно принимать в природе иных причин сверх тех, которые истинны и достаточны для объяснения явлений.*

«По этому поводу философы утверждают, что природа ничего не делает напрасно, а было бы напрасным совершать многим то, что может быть сделано меньшим. Природа проста и не роскошествует излишними причинами вещей».

Правило II. *Поэтому, поскольку возможно, должно приписывать те же причины того же рода проявлениям природы.*

«Так, например, дыханию людей и животных, паденню камней в Европе и в Африке, свету кухонного очага и Солнца, отраженню света на Земле и на планетах».

Правило III. *Такие свойства тел, которые не могут быть ни усиляемы, ни ослабляемы и которые оказываются присущими всем тем телам, над которыми возможно производить испытания, должны быть почитаемы за свойства всех тел вообще.*

«Свойства тел постигаются не иначе, как испытаниями; следовательно, за общие свойства надо принимать те, которые постоянно при опытах обнаруживаются и которые, как не подлежащие уменьшению, устранены быть не могут. Понятно, что, в противность ряду опытов, не следует измышлять наавось каких-либо бредней, не следует также уклоняться от сходственности в природе, ибо природа всегда и проста и всегда сама с собой согласна»...

«Всеобщее тяготение подтверждается явлениями даже сильнее, нежели непроницаемость тел, для которой по отношению к телам небесным мы не имеем никакого опыта и никакого наблюдения. Однако я отнюдь не утверждаю, что тяготение существенно для тел. Под врождённою силою я разумею единственно только силу инерции. Она неизменна. Тяжесть при удалении от Земли уменьшается».

Правило IV. *В опытной физике предложения, выведенные из совершающихся явлений помощью наведения, несмотря на возможность противных им предположений, должны быть почитаемы за верные или в точности, или приближённо, пока не обнаружатся такие явления, которыми они ещё более уточнятся или же окажутся подверженными исключениям.*

«Так должно поступать, чтобы доводы наведения не уничтожались предположениями».

§ 8

Заглавие в подлиннике — «Regulae philosophandi» («Правила философствования»). Уже не раз приходилось обращать внимание на тогдашнюю терминологию, удержавшуюся в английском языке и по теперешнее время. По этой терминологии натуральной философией называлась наука о природе вообще, в частности физика, а под словом «physics» разумелась медицина.

В те времена была гораздо более тесная связь между «философией» и «физикой» в теперешнем смысле этих слов. Так, Маклорен свой «Отчёт о философских открытиях Ньютона» начинает словами: «Описывать *явления* природы, объяснять их причины, намечать соотношения и связи между этими причинами и исследовать всё устройство вселенной есть задача натуральной философии»... «Но натуральная философия подчинена и высшего рода целям и должна, главным образом, цениться потому, что она полагает надёжное основание естественной религии и нравственной философии, приводя удовлетворительным образом к познанию творца и вседержителя вселенной».

Философские системы, в особенности декартова, тогда ещё прочно царили над ученнем о природе и мироздании. Ньютоново воззрение, что при изучении природы надо от наблюдаемых явлений восходить к установлению причин, коими они объясняются, шло в разрез с декартовым учением, согласно которому надо проницательностью ума вперёд установить первопричины и из них выводить следствия.

С другой стороны, философия близко примыкала к религии и богословию. Связь эта бывала не только свободною, но и насильственною, чему примером может служить следующее «Заявление отцов Лесера и Жакье», предпосланное тому III их издания ньютоновых «Начал» в 1760 г.: «Ньютон в этой книге III принимает гипотезу о движении Земли. Предложения автора не могут быть

объяснены иначе, как на основании сделанной гипотезы. Таким образом, мы вынуждены выступать от чужого имени. Сами же мы открыто заявляем, что мы следуем постановлениям, изданным верховными первосвященниками против движения Земли». Это заявление не помешало, однако, учёным отцам иезуитам к 140 страницам, составляющим книгу III «Начал» Ньютона, добавить в своём издании 540 страниц толкований, из которых видно, что движение Земли едва ли рассматривалось ими как гипотеза, отринутая постановлениями римских пап, и, уже по одному этому, неверная.

§ 9

После этих правил Ньютон даёт сводку основных астрономических явлений, главным образом относительно спутников Юпитера и Сатурна, шести главных планет, тогда известных, и Луны, и показывает, что спутники Юпитера и Сатурна и Луна следуют законам Кеплера при движении около своих планет. Главные планеты и Земля следуют законам Кеплера при своём движении около Солнца и, следовательно, притягиваются к Солнцу с силою, обратно пропорциональной квадрату расстояния; на основании этого в предложении VII (теорема VII) он высказывает всемирный закон тяготения так: *тяготение существует ко всем телам вообще и пропорционально массе каждого из них.*

В объяснении к X предложению Ньютон говорит: «Так как обыкновенные верхние части земли примерно вдвое плотнее воды, немного же ниже, в рудниках, оказываются примерно втрое, вчетверо и даже в пять раз более тяжелыми, правдоподобно, что всё количество вещества Земли в 5 или 6 раз больше того, как если бы оно всё состояло из воды». Эта догадка Ньютона оказалась вполне справедливой, ибо, по новейшим определениям, средняя плотность земли равна 5,52.

В предложении XXXIX, задача XX, сказано: «Найти предварение равноденствий». Решение, данное Ньютоном, неверно, ибо он, вместо момента количества движения, берет величину, механического смысла не имеющую, а именно: сумму масс частиц, умноженных на абсолютную величину тех скоростей, коими они при вращении обладают. Ошибка эта была указана и исправлена в 1750 г. Т. Симпсоном в его «Miscellaneous Tracts». Случайное совпадение неправильно исчисленного результата с истинным ввело Ньютона в заблуждение. Затем Ньютон в предложениях XXV — XXXVI излагает теорию Луны, выводя некоторые главные её неравенства, но здесь он же указывает, что движение перигея у него получилось вдвое меньше истинного. Затем, через 150 лет после его смерти, в бумагах, подаренных лордом Портсмутским Кэмбриджскому университету, Адамс нашёл, что Ньютон, продолжив разложение этого движения в ряд, получил и верный второй член, после чего это движение почти сравнялось с наблюдением.

§ 10

Затем Ньютон переходит к определению орбит комет. Сперва он даёт общее описание комет и показывает, что они далее Луны, затем он доказывает, что кометы движутся по коническим сечениям, имеющим свой фокус в центре Солнца, и описывают радиусом, проводимым к Солнцу, площади, пропорциональные временам их описания, и что орбиты комет настолько растянуты, что ощутимую часть этих орбит можно принять за параболу. Вследствие этого скорость всякой кометы находится к скорости планеты, обращающейся около Солнца по кругу, в отношении, весьма близком к корню квадратному из отно-

шения удвоенного расстояния планеты до центра Солнца к расстоянию кометы до той же точки. Если радиус орбиты Земли, иначе большую полуось описываемого ею эллипса, принять за 100 000 000, то Земля проходит в среднем своем движении в сутки 1 720 212 частей, поэтому комета, находясь в таком же расстоянии от Солнца, как Земля, будет обладать скоростью, относящейся к скорости Земли, как $\sqrt{2} : 1$, т. е. в сутки при своём движении опишет 2 432 747 частей.

Число $0{,}01720212 = \frac{2\pi}{365{,}256 \cdot \sqrt{1+m}} = k$, где m есть отношение массы Земли к массе Солнца. Эта величина k есть основная при определении орбиты; при $m = \frac{1}{354\,710}$ и звёздном годе, равном 365,2563835, принятыми Гауссом в его «Theoria Motus», получается $k = 0{,}01720209895$. Как видно, это число лишь ничтожно мало разнится от ньютонова 0,01720212, и странно, что Вольферс в своём переводе «Principia» не понял, что это за число, обозначенное Ньютоном через X, и пишет, что «точка X на чертеже не показана».

Затем Ньютон в лемме V выводит свою формулу интерполяции по «разделённым разностям» и применяет эту формулу к определению мест кометы, в промежутках между наблюдениями, а также к приближённой квадратуре кривых. После этого Ньютон даёт пять лемм, охватывающих законы движения кометы, и в предложении XLI, задаче XXI, ставит вопрос: «*определить по заданным трём наблюдениям орбиту кометы, движущейся по параболе*», чему он и даёт примеры, довольствуясь приближённым построением поправочного параллелограма вместо точного.

Вопрос этот был подробно исследован мною в моей статье, помещённой в т. I «Известий Морской академии» и перепечатанной в т. VI моих трудов; достаточно подробное объяснение дано также и в примечании к этому месту в моём переводе «Principia». Заменяя приближённое построение Ньютона точным, можно получить результаты любой точности, вопреки мнению Баушингера, считавшего формулу Ньютона приближённой, когда ещё Лагранж показал, что эта формула вполне точная и равносильна формуле Эйлера — Ламберта.

Ньютон, приведя несколько примеров вычисленных и наблюдённых мест, говорит: «Этих примеров вполне достаточно для убеждения в том, что движение комет по изложенной теории представляется не менее точно, нежели движение планет по теориям их». Ньютон ясно сознавал, что согласие теории планет с наблюдениями не даёт наглядного доказательства истинности закона тяготения, выведенного из законов Кеплера. Движение же комет, ранее никем не объяснённое, здесь даёт полное подтверждение закона тяготения.

§ 11

Тиссеран заканчивает свою «Небесную механику» следующими словами:

«Закон Ньютона представляет в общем, с весьма большою точностью, поступательное движение всех небесных тел. Обращаясь к сказанному в конце тома III, можно поражаться, что столь многочисленные, столь сложные и некоторые столь значительные неравенства движения Луны представляются в такой мере точно теориею. Правда, кое-что остаётся: в промежуток времени около двух с половиною столетий (как производятся точные наблюдения) Луна постепенно уклоняется от вычисленного места до наибольшей величины этого уклонения в 15″, так что в продолжение этого столь длинного промежутка времени освещённый край Луны будет проходить или немного ранее,

или немного позднее перед нитями трубы меридианного круга, но это упреждение или опаздывание не будет превосходить одной секунды во времени.

Точно так же положение планет в продолжение полутора столетий точных наблюдений представляется с точностью до двух секунд. Есть одно исключение: Меркурий может иметь упреждение или опоздание на величину, составляющую в некоторых местах его орбиты до 8″, или около полусекунды по времени к концу ста лет. Несогласия для узла Венеры или перигелия Марса гораздо менее значительны.

В заключение, чувствуется глубокое восхищение перед гением Ньютона и его преемников, перед громадными работами Леверрье, который в продолжение тридцати лет производил свои последовательные изыскания над всею областью планетной системы, перед теми изысканиями, которые затем столь искусно развиты Ньюкомбом».

«Principia» заканчиваются общим поучением, в котором указывается, что гипотеза «вихрей» несогласна с природою планет и комет и что «изящнейшее соединение Солнца, планет и комет не могло произойти иначе, как по намерению и по власти могущественного и премудрого существа». Затем на трёх страницах перечисляются свойства бога и, между прочим, такое: *«бог не испытывает воздействия от движущихся тел, движущиеся тела не испытывают сопротивления от вездесущия божия»*.

В конце «Principia» Ньютон говорит: «Тяготение к Солнцу составляется из тяготения к отдельным частицам его и при удалении от Солнца убывает в точности пропорционально квадратам расстояний даже до орбиты Сатурна, что следует из покоя афелиев планет и даже до крайних афелиев комет, если эти афелии находятся в покое. Причину же этих свойств силы тяготения я до сих пор не мог вывести из явлений, *гипотез же я не измышляю*. Всё же, что не выводится из явлений, должно называться *гипотезою*. Гипотезам же метафизическим, физическим, механическим, скрытым свойствам не место в экспериментальной философии.

В такой философии предложения выводятся из явлений и обобщаются помощью наведения. Так были изучены непроницаемость, подвижность, напор тел, законы движения и тяготения. Довольно того, что тяготение на самом деле существует и действует согласно изложенным нами законам и вполне достаточно для объяснения всех движений небесных тел и моря.

Теперь следовало бы кое-что добавить о некотором тончайшем эфире, проникающем сквозь все грубые тела и в них содержащемся, коего силою и действиями частицы тел при весьма малых расстояниях взаимно притягиваются, а при соприкосновении сцепляются, наэлектризованные тела действуют на бо́льшие расстояния, как отталкивая, так и притягивая близкие малые тела, свет испускается, отражается, преломляется, уклоняется и нагревает тела, возбуждается всякое чувствование, заставляющее члены животного двигаться по желанию, передаваясь именно колебаниями этого эфира от внешних органов чувств мозгу и от мозга мускулам. Но это не может быть изложено вкратце, к тому же нет и достаточного запаса опытов, коими законы действия этого эфира были бы точно определены и показаны».

В этом поучении Ньютон как бы намечает путь для дальнейших изысканий науки, по которому она и следует в течение 250 лет. После Ньютона она стала особенно быстро развиваться.

Триста лет прошло со дня рождения Ньютона и 256 лет со времени первого издания его гениального произведения «Начала», содержание которого я постарался вкратце изложить в общедоступном виде.

Но не в этом одном слава Ньютона, а в том, что это сочинение в продолжение 250 лет служило главным первоисточником дальнейших открытий в общей механике, в небесной механике, в физике и в технике, преобразовавших всю жизнь культурного человечества.

Необходимо помнить, что Ньютон не только сам по методу древних открыл величайший закон природы — закон всемирного тяготения и его главнейшие приложения, но он дал и новый общий метод, названный им методом флюксий, который позволял решать по определённым правилам задачи вышеуказанных наук. Этот метод, независимо от Ньютона, был также открыт под названием дифференциального и интегрального исчисления философом Лейбницем, и в руках таких людей, как семья Бернулли, Эйлер, Клеро, Лагранж, Лаплас, гениальный Гаусс, Коши, Пуассон, Фурье, Остроградский, Фарадей, Максвелл, Менделеев, Ляпунов, Рузефорд, и бесчисленного множества профессоров и техников, начиная с Уатта, создал современную физико-математическую и физико-техническую науку в широком смысле этих слов.

Первоисточник их трудов — это «Principia» Ньютона, каждое предложение которых за 250 лет не только не забылось, но разрослось в целые библиотеки руководств, трактатов, диссертаций и десятки тысяч журналов; скромная рабочая комната Ньютона, в которой он один производил свои оптические исследования, выросла в величественные лаборатории не только университетов, но и заводов, в которых достижения науки претворяются в достояние практики.

Перейдём теперь к краткому перечислению того, что было сделано в области механики (включая и небесную механику) после Ньютона.

§ 12

В 1725 г., т. е. за два года до смерти Ньютона, была основана Петербургская Академия Наук. Её президентом был назначен бывший лейб-медик Петра I Блументрост, а в число членов были приглашены братья Бернулли, которые вскоре убедили своего друга, 20-летнего Эйлера, принять должность адъюнкта академии по кафедре медицины. Вскоре Эйлер перешёл на кафедру математики.

Братья Бернулли были учениками и поклонниками Лейбница, поэтому они придерживались его обозначений и его методов. Точно так же поступал и их ученик Эйлер во всех своих творениях, которые составят 69 громадных томов, из коих 43 уже изданы; были бы изданы и остальные, но помешали первая и теперешняя мировые войны.

Эйлер творил во всех областях; мы ограничимся тем, что он сделал для механики.

Через 9 лет после смерти Ньютона, в 1736 г., вышла в Петербурге, в издании Академии Наук, в двух больших томах, на латинском языке «Механика, аналитически изложенная Леонардом Эйлером».

Эйлер указывает в предисловии, что геометрическая метода Ньютона в руках её автора послужила ему к величайшим открытиям, но она не давала способа решения иных задач, кроме тех, к которым её прилагал сам Ньютон. Стоило немного изменить задание, и геометрия была бессильна дать решение. Поэтому Эйлер решил изложить механику аналитически.

Второй закон Ньютона при надлежащем выборе единиц указывал, что произведение массы материальной точки на её ускорение равно действующей на точку силе. Ясно, что это равенство можно проектировать на любую ось. Эйлер взял за оси проекций: касательную к траектории, главную нормаль и бинормаль и, получив соответствующие уравнения, уже трактовал их аналитически. Таким образом он решил множество систематически подобранных задач и исследовал множество вопросов.

§ 13

Через 7 лет после «Механики» Эйлера вышел в двух больших томах «Трактат о флюксиях» Маклорена. Здесь Маклорен прилагает учение о флюк-

2 4438
РЕСПУБЛИКАНСКАЯ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БИБЛИОТЕКА
Получено
1139235

сиях к решению задач механики, составляя проекции векториального равенства

$$F = mw,$$

где F — сила, m — масса точки, w — её ускорение, на неподвижные оси координат, пишет уравнения движения в виде

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F_1\left(x, y, z, \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}, t\right),$$

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = F_2\left(x, y, z, \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}, t\right),$$

$$m\frac{d^2z}{dt^2} = F_3\left(x, y, z, \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}, t\right)$$

и получает систему трёх дифференциальных уравнений второго порядка. Интегрирование этой системы вносит шесть произвольных постоянных, которые определяются по начальным условиям, т. е. по заданию места точки в начальный момент $t = t_0$ и трёх слагающих её скорости по осям координат в тот же момент.

Таким образом любая задача о движении точки приводится к математической задаче об интегрировании указанной системы дифференциальных уравнений.

Некоторое затруднение представляло составление дифференциальных уравнений движения системы материальных точек, пока в 1743 г. Даламбер не показал, высказав свой «принцип», что это составление при любых связях сводится к составлению уравнений статики, включив так называемые «силы инерции» точек системы.

Этим механика точки и системы точек была приведена к математической задаче. Оставалось составить уравнения движения сплошного, твёрдого, т. е. неизменяемого, тела. Здесь мы опять встречаем Эйлера, который в 1765 г. издал «Механику твёрдого тела».

Эйлер подразделил движение твёрдого тела на две части: поступательное движение его центра тяжести и вращательное движение около этой точки, сообразно чему он взял две системы прямолинейных прямоугольных осей координат: одну неподвижную в пространстве, другую — с началом в центре тяжести тела, неизменно связанную с телом.

Поступательное движение будет для всех точек тела такое же, как для его центра тяжести, дифференциальные уравнения этого движения напишутся по способу Маклорена. Этих уравнений будет *три второго порядка*, а к ним будет шесть начальных условий, служащих для определения шести произвольных постоянных, вводимых интегрированием.

Для составления уравнений вращательного движения Эйлер ввёл три угла, носящих его имя, которыми положение подвижной координатной системы определяется относительно неподвижной, и, составив сперва выражения проекции угловой скорости на оси подвижной системы в функции этих углов и их производных, вывел уравнения вращательного движения в следующем виде:

$$A\frac{dp}{dt} - (B - C)\,qr = \sum(Yz - Zy),$$

$$B\frac{dq}{dt} - (C - A)\,rp = \sum(Zx - Xz),$$

$$C\frac{dr}{dt} - (A - B)\,pq = \sum(Xy - Yx).$$

Таким образом он получил 9 дифференциальных уравнений: три уравнения второго порядка, определяющих движение центра тяжести тела, три уравнения

$$p = \psi' \sin\varphi \sin\theta + \theta' \cos\varphi,$$
$$q = \psi' \cos\varphi \sin\theta - \theta' \sin\varphi,$$
$$r = \psi' \cos\theta + \varphi',$$

определяющих проекции угловой скорости на подвижные оси координат тела через эйлеровы углы и их производные φ', ψ', θ', и, наконец, три уравнения вышеприведённые.

Эйлер затем дал несколько примеров решения задач на вращательное движение твёрдого тела, но полного и общего решения и до сих пор ещё не дано, хотя известен ряд частных случаев, в том числе случай С. В. Ковалевской.

Можно считать, что с появлением книги Эйлера «О движении твёрдого тела» механика была закончена, или, лучше сказать, приведена к математике.

§ 14

Так дело и обстояло до 1788 г., когда вышла в свет «Mécanique Analytique» («Аналитическая механика») Лагранжа.

Вот как сам Лагранж характеризует свою «Механику» в предисловии: «В этом сочинении нет чертежей. Методы, мною излагаемые, не требуют ни геометрических, ни механических построений, а единственно только алгебраических доказательств, подчинённых однообразному и правильному ходу. Те, кто любит анализ, с удовольствием увидят, что механика стала новою его отраслью, и будут мне признательны за такое расширение его области».

Необходимо заметить, что для составления уравнений он дал две формы, которые и называются первою и второй.

В первой форме он соединил начало возможных работ и начало Даламбера и для исключения зависимых вариаций применил способ множителей.

Во второй он преобразовал уравнения движения, исключая неизвестные реакции, вводя для этого произвольные координатные параметры, которые тождественно удовлетворяют уравнениям связей. Этим составление уравнений движений сведено к дифференцированию и, можно сказать, совершается почти автоматически. Эта вторая форма нашла обширное применение в технике и физике.

Между первым и вторым (1813 — 1816), посмертным, изданием его «Механики», в 1811 г. была издана «Механика» Пуассона, как учебник, заключающий почти всё, что есть у Лагранжа, но в более элементарном изложении; второе издание этой «Механики» было дано в 1833 г. После этого курсов механики появилось множество, причём надо отметить курс Штурма, читанный им в Политехнической школе.

Из отдельных вопросов необходимо упомянуть о работе Грина по теории потенциала и замечательную статью Гаусса о притяжении эллипсоидов.

В 1866 г. Клебш опубликовал курс, читанный Якоби, который привёл интегрирование уравнений механики к интегрированию одного уравнения в частных производных и этим не только решил несколько труднейших задач, но и создал весьма важный метод вычисления возмущений планет в «Небесной механике».

Затем число курсов и сочинений по механике достигло такого множества, что перечислить их невозможно. Из русских оригинальных курсов надо отметить: Остроградского, Брашмана, Бобылева, Суслова, Жуковского, Сомова и множество диссертаций и литографированных курсов. Начало же этому положил Ньютон своими «Principia» и Эйлер своими «Аналитической механикой» и «Механикой твёрдого тела».

§ 15

Ньютон в своих «Principia» не только дал основные законы движения и пояснил их многими чисто математическими примерами, не только посвятил всю третью книгу изложению системы мира с точки зрения закона тяготения, но и в остальных частях «Principia» беспрестанно берёт примеры из небесной механики, создателем которой он является. В особенности он много сделал для теории Луны, и если сперва у него не получалось движения перигея, то примерно через 150 лет после его смерти в его бумагах был найден расчёт, дававший верные два первых члена ряда, которыми это движение представляется. После Ньютона ряд учёных разрабатывал небесную механику. Из них мы упомянем:

а) *Клеро*, который в своей «Теории фигуры Земли» установил новый общий метод решения этой задачи и дал формулу, указывающую изменение силы тяжести в зависимости от широты места. Он же принял участие в конкурсе по теории Луны, объявленном С.-Петербургской Академией Наук, и, развив до более высоких степеней движение перигея, показал, что закон тяготения не требует поправки и что обратная пропорциональность второй степени расстояния имеет место в точности.

б) *Эйлер* дал в новом виде формулу времени для описания сектора, ограниченного дугою параболы и двумя радиусами-векторами в функции этих радиусов-векторов и хорды; но он не заметил, что эта формула была дана Ньютоном, на что обратил внимание Лагранж. Эта формула является основною при определении параболической орбиты кометы, для чего её и вывел Ньютон.

в) *Лагранж*. В полном собрании сочинений Лагранжа более 3000 страниц in 4° посвящено вопросам небесной механики и задаче трёх тел. Перечисление этих сочинений здесь невозможно.

г) *Лаплас*, кроме многих статей, дал пять громадных томов, в которых систематически изложил всю небесную механику, теорию приливов, теорию капиллярных явлений, теорию рефракции, теорию Луны и спутников Юпитера, открыл и объяснил причину великого неравенства с периодом 900 лет в движении Юпитера и Сатурна и довёл небесную механику до такого совершенства, что вычисленные по его теориям места планет отличались от наблюдённых на $1 - 2''$ дуги, и когда отклонения в движении Урана достигли $20''$, то на основании этих отклонений в 1846 г. Леверрье и Адамс, независимо друг от друга, по вычислениям показали, что причиною служит неизвестная планета, и указали её место, где она и была открыта. Леверрье закончил свою статью словами, что изложенный им способ расчёта есть общий, что исследование возмущений Нептуна может послужить к открытию новой планеты. Это его пророчество исполнилось, и, по вычислениям Лоуэлля, новая планета Плутон была открыта через 90 лет после предсказания Леверрье.

д) *Гаусс*, давший «Theoria Motus» и в ней изложивший способ определения орбиты малых планет по трём полным и близким между собой наблюдениям, дал примеры такового. Гаусс дал также способ наименьших квадратов, теорию поверхностей и её приложения к геодезии, изобрёл гелиотроп и дал теорию карт с сохранением подобия в малейших частях. Кроме того, Гаусс, можно сказать, показал способы точных астрономических вычислений. Его теория земного магнетизма и вообще работы по магнетизму являются основными, как и «приведение земной магнитной силы к абсолютной мере». Гаусс одновременно был, по свидетельству Лапласа, первым математиком в мире, теоретическим и практическим астрономом и геодезистом, магнитологом и физиком.

е) *Леверрье*, вычисления которого послужили к открытию Нептуна, после чего он в течение 30 лет пересмотрел всю теорию планет наново и дал те та-

блицы, по которым и до сих пор вычисляют их движение при составлении астрономических альманахов.

ж) *Ньюкомб* — составитель теории планет и всех таблиц, по которым вычисляется американский альманах.

з) *Тиссеран* — составитель четырёхтомной «Небесной механики», в которой пересмотрены теории Лапласа, Леверрье, Коши и представлены с единой точки зрения.

и) *Шарлье* в своей двухтомной «Небесной механике» занимается главным образом задачей трёх тел, из которых масса одного ничтожно мала.

§ 16

Мы выделим особо астрономов, занимавшихся теорией Луны после Ньютона: а) *Эйлер* и его ученики — *Крафт, Фусс и Лексель*, б) *Клеро*, в) *Лаплас*, г) *Адамс*. Последний, независимо от Леверрье, вычислил положение новой планеты (Нептун), производившей возмущение Урана; кроме того, он произвёл числовую проверку вычислений Плана, относящихся к теории Луны, и нашёл множество ошибок в его коэффициентах. Он составил весьма краткий, но весьма точный по результатам курс по теории Луны (читанный им в Кэмбридже). Адамс был замечательным вычислителем, например, он вычислил эйлерову постоянную с 273 знаками (все верны) после запятой, бернуллиевы числа до 62-го и дал теорию земного магнетизма, взяв в разложении 124 члена и приняв во внимание эллипсоидальный вид Земли; над этой работой он трудился около 40 лет, она занимает почти целиком весь громадный второй том его сочинений.

д) *Делонэ* составил теорию Луны, применяя метод Якоби (два громадных тома), причём широта Луны даётся в функции времени периодическим рядом в 2600 членов, долгота Луны — таким же рядом. Кажется, только Адамс проверил коэффициенты этих рядов.

Замечательна полемика Делонэ с Леверрье в Парижской Академии наук по поводу коэффициентов в разложении пертурбационной функции, причём Леверрье оправдывался так: «Делонэ говорит, что он нашёл ошибки в последних знаках последних коэффициентов последних рядов в разложении пертурбационной функции. Эти ошибки могли дать лишь 0,000007 секунды дуги в его расчётах». Чем бы эта полемика кончилась, не известно, так как Делонэ утонул, катаясь на яхте.

е) *Броун* дал современную теорию Луны, основанную на теории Эйлера.

Кроме этих полных теорий, есть множество диссертаций об отдельных лунных неравенствах, например князя Долгорукова о неравенствах лунных месяцев.

§ 17

Мы видели, что Ньютон дал способ вычисления параболической орбиты кометы. Первая ночь прошлого столетия (1 января 1801 г.) ознаменовалась открытием малой планеты астрономом Пиацци, работавшим в Палермо. Он наблюдал эту планету в продолжение примерно шести недель, она сместилась на 3° между звёздами. Пиацци заболел и наблюдения прекратил. Казалось, что планета будет вновь потеряна. Сношения тогда были весьма медленны, так как английский флот Нельсона блокировал Средиземное море, поэтому наблюдения Пиацци достигли европейских астрономов лишь в сентябре. Здесь они попали на глаза Гауссу, который через месяц составил новый способ вычисления орбиты планеты по трём полным наблюдениям, приложил его к наблюдениям Пиацци, и планета была вновь найдена в расстоянии нескольких секунд от места, указанного расчётами Гаусса.

После этого были открыты ещё три планеты, через небольшие промежутки, одна за другой. Для всех этих планет орбиты были вычислены Гауссом, который, наконец, в 1809 г. издал свою знаменитую «Theoria Motus cor-

porum coelestium in sectionibus conicis solem ambientium», в которой изложен его способ.

Теперь известно более 1500 малых планет, для которых вычисляются орбиты и для почему-либо замечательных составляются эфемериды, т. е. таблицы, показывающие место планеты в любое время. Замечательно, что метод вычисления орбиты кометы дал практикующий врач Ольберс, он же открыл и две малых планеты после Цереры. Затем, до 1840 года, открытие их прекратилось, после чего вновь началось.

По почину Гаусса и его друга Ольберса руководства по вычислению орбит малых планет принадлежат германским астрономам: Клинкерфюсу — два издания, из которых второе дано Бухгольцем (громадная книга, около 1000 стр.); врачу Оппольцеру — два тома по 600 страниц большого in 8°; Баушингеру — том в 700 страниц большого in 8°. Необходимо ещё упомянуть руководство Уотсона (Watson) «Theoretical Astronomy». Совершенно невозможно дать исчерпывающий список руководств, журнальных статей, диссертаций, посвящённых вопросу об определении орбит малых планет, вычислений их эфемерид, вычислений их возмущений и пр. Но необходимо отметить малую планету Эрос, орбита которой лежит вне пояса, заключающего орбиты прочих планет, заходит внутрь орбиты Марса и ближе всех прочих приближается к Земле. Этой планетой воспользовались для определения параллакса Солнца, обработав 2500 пластинок с местами Эроса. Этот параллакс оказался равным $8''{,}800 \pm 0''{,}001$, что почти в точности соответствует величине, данной Лапласом (не выходя из своего кабинета) по расчёту параллактического неравенства Луны.

§ 18

Уже было указано, что Ньютон сделал догадку о величине средней плотности Земли. В 1798 г. лорд Кавендиш построил особый прибор и попытался непосредственно измерить притяжение маленького свинцового шарика другим, большим. Эта попытка ему удалась, и он на основании этого опыта вывел среднюю плотность Земли около 5 или 5,5, т. е. результат Ньютона. После того, по предложению королевского астронома Маскелина, была использована одиночно стоящая гора Шехалин в Шотландии, чтобы, измерив разность широт двух пунктов, лежащих по разные стороны горы, и определив по этому измерению разницу между геодезическим и астрономическим определениями, обмерить гору (было взято более 2000 точек) и вычислить притяжение горы. Таким образом была найдена средняя плотность Земли около 4,5. В виду трудности наблюдений этот результат надо считать удовлетворительным. В Париже физик Корню непосредственно измерял изменения веса шара, когда под него подносили другой шар, и получил среднюю плотность Земли около 5,5. Наконец, Вернон Бойс около 1900 г. после четырёхлетних трудов, измерил притяжение золотого шарика другим — свинцовым, обставив опыт с необыкновенной точностью, подвешивая золотой шарик на кварцевой нити, работая по ночам, когда не было езды, и т. д., и нашёл коэффициент ньютоновского притяжения, т. е. величину μ в формуле $F = \frac{\mu \cdot m \cdot m_1}{r^2}$, равной $6{,}66 \cdot 10^{-8}$, если расстояние выражать в сантиметрах и силы в граммах. Эта величина даёт среднюю плотность земли 5,52. Таким образом догадка Ньютона получила полное подтверждение.

§ 19

Ньютон привёл результаты измерений приливов и пояснил двойные приливы Южно-Китайского моря. Наблюдения приливов в Бресте за многие годы были обработаны Лапласом и дали отношение массы Луны к массе Земли,

равное $\frac{1}{75}$, тогда как Ньютон считал его $\frac{1}{39}$. Затем, лет 80 тому назад, при Британской ассоциации поощрения наук был образован Приливный комитет для выработки методов наблюдения приливов и предсказания приливов для разных портов. Сэр В. Томсон (лорд Кельвин) изобрёл машину, которая за два часа работы исполняет предсказание прилива на целый год для данного порта, для которого составляющие прилива известны. При ручном вычислении это требовало три месяца работы трёх вычислителей. Подобная машина, кажется, есть ещё в США; в остальных странах эти вычисления делаются вручную или вовсе не делаются, а довольствуются прикладным часом порта и формулой Лапласа.

О приливах замечательны работы: Эри — «Приливы и волны» («Tides and Waves», 1830); Дарвина (сына знаменитого естествоиспытателя) и американца Хо (Hough), который составил как бы общую картину колебаний Атлантического океана. Но насколько она верна, сказать трудно, ибо в Атлантическом океане, кроме Бермудских островов и скалы Св. Павла других расположенных вдали от берегов островов нет.

§ 20

В «Principia» Ньютон дал теорию волн. Эта теория оказалась основанной на ложном допущении, что частицы воды колеблются по отвесным линиям, подобно гидравлическому маятнику, но она послужила исходным пунктом для последующих работ Герстнера, Коши, Пуассона, Остроградского и Гадамара.

В 1802 г. проф. Герстнер, долгое время живший в России, издал курс теоретической и прикладной механики, в котором он изложил, исходя из уравнений Эйлера, точную теорию трохоидальных волн. Вебер, неизменный сотрудник Гаусса, построил длинный ящик со стеклянной боковой стенкой и произвёл в нём наблюдения волн, подтвердившие, между прочим, и теорию Герстнера. Результаты своих обширных наблюдений Вебер в 1830-х годах опубликовал в отдельной книге под заглавием «Wellenlehre auf Experimente gegründet».

После этого прошло около 30 лет, пока Макгорн Ранкин вновь дал герстнерову теорию волн, видимо, не зная ни работы Герстнера, ни Вебера. Теория Ранкина изложена им с необыкновенным изяществом, чисто геометрически, вполне в ньютоновском духе. В. Фруд воспользовался этой теорией и приложил её к боковой качке корабля на волнении. Он же и одновременно с ним Е. Бертен составили подобную же теорию. Фруд и Бертен, независимо один от другого, построили маятниковые креномеры большого периода (около 80 сек.) и исследовали боковую качку корабля на волнении.

Ньютонов гидравлический маятник был в 1908 г. применён Г. Фрамом в большом виде (два бортовых отсека корабля соединены водопротоком между днами и воздушною трубой под палубой) для умерения качки корабля и использован на германских судах и подводных лодках.

Но вернёмся назад. В 1815 г. Парижская Академия наук поставила теорию волн темою для «Grand Prix des Mathématiques». В конкурсе приняли участие Коши и Пуассон. Премирован был обширный (около 300 стр. in 4°) мемуар Коши, мемуар Пуассона заслужил почётный отзыв. Оба мемуара, чисто математические, были напечатаны в «Трудах Парижской Академии наук».

В это же время (в 1822 г.) М. В. Остроградский, задолжавший вследствие задержки в высылке денег содержателю гостиницы, был им посажен в Clichy (долговая тюрьма в Париже). Здесь он написал «Теорию волн в сосуде цилиндрической формы» и послал свой мемуар Коши, который не только одобрил эту работу и представил её Парижской Академии наук для напечатания в её трудах, но, не будучи богатым, выкупил Остроградского из долговой тюрьмы и

рекомендовал его на должность учителя математики в один из лицеев в Париже. Ряд математических работ Остроградского обратил на него внимание С.-Петербургской Академии Наук, и в 1828 г. он был избран в её адъюнкты, а затем и в ординарные академики, имея лишь аттестат студента Харьковского университета, уволенного «по прошению», не окончив курс.

Замечательна также работа о волнах члена-корр. Академии Наук СССР Л. Н. Сретенского и работы ЦАГИ, числом более 400, составившие целую библиотеку по аэродинамике и гидродинамике.

Лет 25 тому назад Гадамар прочёл о теории волн систематический курс в Collège de France и издал его под заглавием «Théorie des Ondes». Здесь он обращает внимание на «поверхности раздела» в жидкости и на так называемые волны Hugoniot. Тесно примыкает к этому одна из работ Н. Е. Жуковского «Об определении места порчи водопроводной трубы». Жуковскому оказал просвещённое содействие строитель и затем заведующий водопроводом Москвы инженер Зимин, который предоставил возможность экспериментальной проверки теории Жуковского, вполне оправдавшейся в условиях пересечённой местности и грунта Москвы и сохранившей значительные средства при ремонте водопровода.

§ 21

Мы видели, что вторая книга ньютоновых «Начал» посвящена рассмотрению движения в сопротивляющейся среде при разных законах сопротивления, как то: пропорционально 1-й степени скорости, 2-й степени, частично 1-й степени, частично 2-й и, наконец, сумме разных степеней скорости.

Во всех этих случаях Ньютон выводит погашение размахов маятника или замедление поступательного движения тела против его движения без сопротивления. Он сперва считает среду однородной и сопротивление полагает пропорциональным её плотности.

Затем он переходит к рассмотрению движения в среде переменной плотности и, наконец, к решению обратных задач, т. е. к определению плотности, дающей заданный закон сопротивления; сверх того он ввёл понятие о вязкости жидкости, удержавшееся до сих пор.

В конце этой книги он описывает произведённые им опыты над маятниками и над падением тел в воздухе и в воде и даёт анализ этих опытов, чтобы вывести закон сопротивления.

Кроме того он исследует теоретически и опытами законы истечения жидкости из сосуда через одно или через два отверстия в его дне и показывает сжатие струи. Затем он переходит к теории «гидравлического маятника», к теории волн и выводит скорость звука.

Продолжателями теорий Ньютона были в XVIII в. Даниил Бернулли и Леонард Эйлер.

Д. Бернулли, применив закон живых сил к струйному течению жидкости, дал свою знаменитую формулу, что сумма трёх высот: высота уровня плюс высота, соответствующая давлению, и плюс высота, соответствующая скорости для данной струи жидкости, остаётся постоянной. Эта теорема является основной в гидравлике.

Эйлер дал уравнения движения жидкости, рассматривая, с какой скоростью жидкость протекает через данное место пространства, и — затем, через несколько лет, — как движется заданная частица жидкости, т. е. как изменяется её скорость и через какие места она проходит.

Этим были положены основания практической науки — гидравлики и теоретической гидродинамики. Дальнейшее развитие гидродинамики принадлежит Герстнеру, Коши, Пуассону, Гельмгольцу, Кирхгофу, Томсону (лорду Кельвину), Лэмбу и нашим Н. Е. Жуковскому, С. А. Чаплыгину, А. М. Ляпунову, В. А. Стеклову.

Перечислять подробно их работы было бы слишком длинно, мы ограничимся в прибавлении к этой статье очерком более чем 20-летних работ Ляпунова, воспользовавшись его некрологом, составленным Стекловым.

§ 22

Мы указали выше работы Клеро. Начиная с 1880 г., к ним тесно примыкают работы нашего академика А. М. Ляпунова.

В 1885 г. А. М. Ляпунов защитил магистерскую диссертацию «Об устойчивости эллипсоидальных форм равновесия вращающейся жидкости». Тогда же П. Л. Чебышев предложил ему заняться вопросом об изыскании устойчивости иных, близких к эллипсоидальным форм равновесия вращающейся жидкости. Этим вопросом, с небольшими перерывами, Ляпунов и занимался вплоть до своей трагической кончины в 1919 г., дав полное и строгое его решение.

Одновременно с этим Ляпунов написал ряд других статей, из которых особенно замечательна его статья «О рядах Hill'я в теории Луны».

Американский астроном Хилл в замечательных своих статьях дал новый и оригинальный способ исследования движения перигея Луны и представил это движение рядом, расположенным по степеням буквы $m = 0{,}0808$, причём этот ряд оказался практически весьма быстро сходящимся, но Хилл не исследовал в общем виде его сходимости.

Ляпунов анализом необыкновенной проникновенности установил, что, пока $m < \frac{1}{12}$, ряд Хилла остаётся равномерно и абсолютно сходящимся. Этим задача Ньютона получила вполне строгое и окончательное решение.

В высшей степени замечательна также работа Ляпунова, послужившая его докторской диссертацией: «Об устойчивости движения», находящая приложение в небесной механике. Дальше, в приложении, мы даём подробную научную биографию Ляпунова, составленную В. А. Стекловым.

§ 23

Последние параграфы второй книги «Principia» заключают теоремы о преломлении и отражении света и о бесполезности изыскивать способы уничтожения сферических аберраций разных порядков, пока не будет найден способ уничтожения хроматической аберрации, т. е. эти параграфы относятся к оптике или вообще к математической физике, так же как и заключительный параграф об эфире.

Вопросы математической физики рассматривали Лаплас, Коши, Пуассон, Навье, Фурье, труды которых опубликованы на французском языке и, следовательно, доступны специалистам, желающим их изучить; не то работы русских учёных, которые, кроме Остроградского и Ляпунова, публиковали свои работы на русском языке.

Остроградский все свои работы публиковал на французском языке и шёл вровень с Коши, Пуассоном и Фурье. Лишь один небольшой его мемуар об интегрировании двух уравнений механики опубликован в Морском сборнике на русском языке. Итти вровень и иногда опережать таких геннев, как Коши, Пуассон, — это показывает незаурядный талант нашего математика, скончавшегося 1 января 1861 г.

Из сорока лет около двадцати работал в нашей Академии, на ряду с Остроградским, П. Л. Чебышев, скончавшийся в 1894 г. Работы Чебышева относятся главным образом к функциям, наименее уклоняющимся от нуля, причём Бертран в своем «Calcul Différentiel», излагая эти работы Чебышева, называет применённый им анализ «un miracle d'analyse». Чебышев применил свой метод к построению параллелограмов и иных механизмов и к интерполированию

по методу наименьших квадратов; он же дал весьма простую формулу квадратур с числом ординат: 1,2,3,4,5,6,7 и 9. Для 8 ординат абсциссы получаются мнимые, то же и для любого числа, большего 9, что показал акад. С. Н. Бернштейн в своей замечательной статье, напечатанной в «Известиях Академии Наук СССР» за 1937 год. В этой формуле надо среднюю арифметическую ординату множить на основание площади. Работ Чебышева о непрерывных дробях, о теории чисел и других мы не упоминаем, ибо этих вопросов Ньютон не касался, кроме как в лемме XXVII первой книги, которую можно сопоставить с работой Чебышева об интегралах, содержащих корень квадратный из полиномов третьей и четвёртой степени и выражающихся в конечном виде.

Сочинения Чебышева изданы Академией Наук в двух больших томах, в которые, однако, не вошла его «Теория сравнений».

В 1860-х годах директор Главной физической обсерватории Купфер производил весьма обширную экспериментальную работу по теории упругости; к этой работе математическую теорию составлял профессор Петербургского университета М. Ф. Окатов, читавший механику.

Замечательны работы О. И. Сомова «О колебаниях эфира» и В. П. Ермакова на ту же тему.

В 1862 г. А. Н. Коркин защитил магистерскую диссертацию «О представлении произвольных функций» рядами, расположенными по так называемым фундаментальным функциям, являющимися решениями, удовлетворяющими граничным условиям линейных дифференциальных уравнений в частных производных.

Коркин перешёл затем на занятия по интегрированию уравнений в частных производных, и его знаменитая докторская диссертация носит название: «О дифференциальных уравнениях в частных производных и о задачах механики». Здесь он излагает свой способ интегрирования уравнений в частных производных и прилагает его к нахождению интегралов, общих многим вопросам механики. После этого Коркин вместе с Золотарёвым занялся вопросом о приведении квадратичных форм. Они после семилетних трудов дали точные выражения минимума квадратичных форм, содержащих до пяти переменных. Коркин говорил, что вопрос этот настолько труден, что пройдёт 50 лет, раньше чем кто-либо двинет его дальше. Это предсказание оправдалось, ибо американец Диксон лишь около 1920 г. двинул его дальше; Коркин же умер в 1908 г.; а Золотарёв в 1877 г.

В 1912 г. был избран в ординарные академики профессор Харьковского университета В. А. Стеклов, занявший одновременно кафедру математики в Петербургском университете. Из многочисленных работ Стеклова по математической физике мы обратим внимание на его «Математическую физику», в которой он излагает методы интегрирования уравнений распространения тепла, колебания струны и т. п., строго доказывая сходимость применяемых рядов фундаментальных функций по теоремам «полноты» и «замкнутости», им же развитым.

Наконец, необходимо упомянуть проф. Гюнтера, который, пользуясь интегралами Стилтьеса, дал строгие доказательства существования решений уравнений гидродинамики и теории потенциала.

§ 24

Ньютон в начале второй книги «Principia» касается вопросов баллистики.

В 1745 г. вышел перевод на немецкий язык книги Робинса, сделанный Л. Эйлером, со многими его дополнениями. Замечательно, что Эйлер не понял и отрицал значение нарезов на правильный полёт снаряда, хотя «винтовки», правда с шаровыми пулями, существовали ещё много раньше Робинса.

В Ленинградском артиллерийском музее хранится пушка XVI столетия, нарезная и с клиновым затвором, но без обтюратора. Она опередила свой век на 300 лет.

Затем баллистикой занялся Пуансон, давший изложение теории лафетов и теории полёта снаряда, учитывая сопротивление воздуха и вращение Земли. Позже появились бомбические пушки Пексана и дальнобойные «единороги». Потребовалось более точное знание траектории полёта и более точный способ вычисления таблиц стрельбы. Баллистический маятник Робинса примерно через 100 лет своего существования был заменён стрельбою через рамы и отметками на хронографе Буланже или Башфорда и, наконец, в последнее время быстро действующим кинематографом.

В начале 1860 г. применили сталь для выделки орудий, причём Крупп стал скреплять орудия кольцами. Наш акад. А. В. Гадолин дал теорию этого скрепления, и Обухов основал завод, названный впоследствии Обуховским, где и стали изготовляться стальные орудия. Дальность стрельбы увеличилась, потребовались более точные таблицы, орудия стали делать нарезными, баллистика становилась более точной наукой. Здесь с середины 1860-х годов выдвигается имя генерала Н. В. Маевского, который производил обширные опыты над сопротивлением воздуха и дал как методы расчёта траектории снаряда, так и теорию вращательного его движения. После Маевского его кафедру в Артиллерийской академии занял Н. А. Забудский, погибший в первый день Февральской революции 1917 г. Он оставил после себя «Курс баллистики», «Курс теории вероятности в применении к стрельбе» и отдельные сочинения: «О вращательном движении снаряда», «О давлении в канале 3-дюймовой пушки» и множество статей по баллистике и стрельбе.

Из этого беглого обзора видно, что каждое предложение Ньютона разрасталось за 250 лет в целую обширную науку, изложение которой занимало сотни и тысячи книг. Это лучше всего характеризует Ньютона как автора «Principia» и подтверждает слова Лагранжа, что этот его труд «есть величайшее произведение человеческого ума».

§ 25

«ОПТИКА»

Ньютон в 1669 г., получив Люкасовскую кафедру в Кэмбридже, стал читать математику и главным образом оптику, в которой он и производил свои изумительные по точности опыты. В 1668 г. он строит свой первый отражательный телескоп, в 1671 г.— второй такой же телескоп, представляет его Королевскому Обществу и избирается в его члены. С 1672 г. по 1686 г., когда вышло первое издание «Principia», он занимается почти исключительно оптическими экспериментальными исследованиями, в то же время составляет «Principia», изданное на средства Галлея в 1687 г. «Оптику» он публикует в 1704 г., присовокупив к ней трактаты «О флюксиях и квадратуре кривых».

После издания «Principia» он много занимается химией, но от этих работ почти ничего не осталось, ибо все его записки и химические труды сгорели в 1692 г. во время пожара в его кабинете. Повидимому, этот пожар и усиленные труды так повлияли на его здоровье, что он впал на два года в душевное расстройство. В 1695 г. он был назначен хранителем Монетного двора, в 1699 г. — начальником его. Наполеон I в 1802 г. поручил Лапласу, тогда министру внутренних дел, узнать, каким образом Ньютон достиг увеличения выпуска монет в восемь раз, но Лапласу оказалось легче из одного тома «Principia» создать пять громадных томов «Небесной механики», нежели проникнуть в тайники английского парламента, где хранятся до сих пор неизданные отчёты Ньютона.

После назначения начальником Монетного двора Ньютон, получавший на этом посту 1500 фунтов стерлингов жалованья (это соответствует, примерно, 15 000 фунтов в довоенное теперешнее время), считал, что его время принадлежит королю (is the king's time), и наукой, преимущественно теорией Луны и астрономией, занимался лишь урывками, по самый день своей смерти — 5 января 1727 г. (н. ст.). Похоронен Ньютон в Вестминстерском аббатстве.

Всю свою жизнь Ньютон провёл или в Лондоне, или в Кэмбридже, изредка наезжая в родную деревню Вульсторп, отстоящую от Лондона на 150 км. Дальше этого он нигде не бывал.

«Оптика» Ньютона имеется в превосходном русском переводе акад. С. И. Вавилова и снабжена им 202 примечаниями.

В «Оптике» Ньютон излагает только свои экспериментальные исследования, без всякой математики, которую он отнёс к «Лекциям по оптике» («Lectiones Opticae»), которые также переведены на русский язык акад. С. И. Вавиловым и скоро должны выйти в издании Академии Наук СССР.

При жизни автора «Оптика» была издана три раза: в 1704, 1717 и 1721 гг.; русский перевод сделан с третьего издания.

«Оптика» начинается следующим заявлением: «Моё намерение в этой книге не объяснять свойства света гипотезами, но изложить и доказать их рассуждением и опытами» [1]. Затем Ньютон даёт определение того, что он разумеет под словами луч, преломляемость лучей, отражаемость лучей, угол падения, угол отражения; синусы падения, отражения и преломления суть синусы соответствующих углов. Свет, коего все лучи одинаково преломляемы, называется простым; свет, у коего одни лучи более преломляемы, чем другие, — сложным, неоднородным и разновидным; цвета однородного света называются первичными, однородными и простыми; цвета не однородного света — неоднородными и сложными. Затем идут аксиомы, т. е. основные законы отражения и преломления света, и даётся построение изображения тела чечевицей и плоским зеркалом.

Высказав эти аксиомы, Ньютон даёт предложения и их доказательства опытами; таких предложений в первой части восемь. Первое предложение: лучи, отличающиеся по цвету, отличаются и по степеням преломляемости; второе предложение: солнечный свет состоит из лучей различной преломляемости. Ньютон доказывает это предложение несколькими опытами, из которых опыт шестой считает наиболее доказательным, ибо в нём он берёт отдельные лучи и определяет их показатели преломления. Последние предложения этой части относятся к описанию способа изготовления коротких отражательных телескопов: «телескоп в 4 фута длиной и 4 дюйма диаметром зеркала давал столь же отчётливое изображение, как телескопы Гюйгенса в 120 — 140 футов длиной».

«Оптика» заканчивается третьей книгой, в начале которой Ньютон описывает опыты с диффракцией света, а затем говорит, что он не имеет возможности их продолжить, и ставит 31 вопрос, где намечает опыты, которые могли бы быть в будущем произведены другими.

§ 26

«АНАЛИЗ»

Исчисление флюксий и квадратур за 285 лет, как оно сделано, обратилось в дифференциальное и интегральное исчисление, разрослось в огромную библиотеку книг, брошюр и специальных журналов. Его приложения как к чистой математике, так и к физике, механике, технике неисчислимы. Поэтому мы ограничимся упоминанием только тех отделов анализа, которыми

Ньютон владел и которые с таким мастерством перечислены в сочинении проф. Мордухай-Болтовского «Исаак Ньютон».

Из трудов Ньютона по анализу необходимо отметить:

а) его курс алгебры, изданный под заглавием «Arithmetica Universalis» («Всеобщая арифметика»);

б) его метод разложения в ряды корня уравнения любой степени с двумя переменными, так называемый параллелограм Ньютона, и, наконец,

в) метод флюксий и квадратур.

Метод разложения по правилу параллелограма изложен членом-корр. АН СССР Чеботаревым с подробным указанием литературы.

ПРИБАВЛЕНИЕ

Работа А. М. Ляпунова об определении форм равновесия вращающейся жидкости непосредственно примыкает к задаче Ньютона. Об этих работах имеется подробный отзыв В. А. Стеклова, напечатанный им в некрологе Ляпунова. Я помещаю ниже существенные выдержки из этой статьи Стеклова.

П. Л. Чебышев предложил А. М. Ляпунову [2] следующий вопрос:

«Известно, что жидкая однородная масса, частицы которой притягиваются по закону Ньютона и которая вращается равномерно около некоторой оси, может сохранить форму эллипсоида, пока угловая скорость ω не превосходит некоторого предела. Для значений ω, бо́льших этого предела, эллипсоидальные формы равновесия становятся невозможными.

Пусть ω какое-либо значение угловой скорости, которой соответствует эллипсоид равновесия E. Даём угловой скорости достаточно малое приращение ε. Спрашивается: существуют ли для угловой скорости $\omega + \varepsilon$ иные фигуры равновесия, отличные от эллипсоидальных, непрерывно изменяющиеся при непрерывном изменении ε и при $\varepsilon = 0$ совпадающие с эллипсоидом E».

В течение двух лет (1882 — 1883) Ляпунов усердно работал над этой задачей. Полного решения задачи Чебышева ему тогда получить не удалось, но зато оказалось возможным решить другой весьма важный вопрос, стоящий в связи с задачей Чебышева, а именно вопрос об устойчивости эллипсоидов Маклорена и Якоби. Решение этого вопроса составило предмет магистерской диссертации Ляпунова: «Об устойчивости эллипсоидальных форм равновесия вращающейся жидкости»[3] (СПб., 1884).

В 1885 г. Ляпунов был назначен приват-доцентом Харьковского университета и переехал с женою и её родителями в Харьков. Здесь в течение двух лет он составил записки к курсу механики, изложенные весьма сжато, полно и оригинально, после чего, как он сам говорил, «опять вернулся к учёной деятельности».

В 1888 — 1889 гг. он публикует работы: «О постоянных винтовых движениях твёрдого тела в жидкости» и «Об устойчивости движения в одном частном случае задачи трёх тел». Эти работы замечательны как по результатам, так и по методу, коим они получены.

В 1892 г. после самой тщательной обработки он издаёт свою докторскую диссертацию: «Общая задача об устойчивости движения» (Харьков, 1892, 250+XI стр. in 4°), доставившую ему всемирную известность первоклассного геометра.

П. Л. Чебышев скончался в 1894 г. Его кафедра седьмой год оставалась незамещённой. Тем временем Ляпунов опубликовал ещё ряд работ: «О потенциале двойного слоя», «О задаче Dirichlet» и замечательный мемуар — «О рядах Hill'я в теории Луны», где анализом необыкновенной проникновенности он показал, что эти ряды абсолютно и равномерно сходящиеся, пока

$m \leqslant \frac{1}{12}$, в теории же Луны $m = \frac{1}{14}$. Этот мемуар, напечатанный по-русски в «Известиях Русского общества любителей естествознания», остался мало известным не только за границей, но и у нас.

Учёные заслуги Ляпунова были общепризнаны, и, наконец, в ноябре 1901 г. он был избран в ординарные академики нашей Академии Наук. Он оставил профессуру в Харькове, переехал в Петербург и занялся «задачей Чебышева», составившей труд семнадцати последних лет его жизни.

Эти исследования он начал мемуаром: «Recherches dans la théorie de la figure des corps célestes», опубликованным в «Мемуарах Академии Наук» в 1903 г. Здесь он ввёл особый малый параметр, приняв за таковой известным образом определённое отклонение поверхности уровня от некоторой сферы, от которой незначительно уклоняется искомая поверхность уровня.

Установив законность им изобретённого разложения, он применил затем к решению вопроса метод последовательных приближений, дал способ составления приближений какого угодно порядка и доказал сходимость полученных им приближений, чего до него никто из учёных не пытался делать.

На следующий год он значительно развил и обобщил свои исследования в обширном мемуаре :«Sur l'équation de Clairaut et les équations plus générales de la théorie de la figure des planètes (Mém. de l'Ac. des Sc., v. XV, 1904).

Но это были только предварительные исследования по «задаче Чебышева». Начиная с 1905 г., стали появляться его исследования под общим заглавием: «Sur un problème de Tchebycheff», четыре части обширного сочинения «Sur les figures d'équilibre peu différentes des ellipsoides d'une masse liquide douée d'un mouvement de rotation», а именно в 1906, 1909, 1912, 1914 гг., составившие в большом in 4°: 225+IV; 203+IV; 228+IV; 112+IV, всего 768+XVI стр.[4].

Дальше я буду цитировать статью акад. В. А. Стеклова буквально:

«Почти за двадцать лет до этого времени в Acta mathematica (t. 7) был напечатан мемуар H. Poincaré «Sur l'équilibre d'une masse jluide animée d'un mouvement de rotation», где знаменитый французский геометр сделал попытку решить задачу Чебышева и пришёл к открытию бесчисленного множества новых форм равновесия вращающейся жидкости, отличных от эллипсоидальных.

Чтобы составить себе понятие о том впечатлении, которое произвели изыскания H. Poincaré, достаточно напомнить следующее: через год после появления этого мемуара H. Poincaré был избран в члены Парижской Академии наук (в 1887 г., 33 лет). В 1890 г. Лондонское Королевское Общество присудило ему почётную золотую медаль, которая была поднесена ему лично президентом этого общества, известным английским астрономом Darwin'ом (сын знаменитого естествоиспытателя).

Поднося эту медаль, Darwin назвал упомянутый мемуар как бы «откровением» и сказал, что этот труд отметит навсегда важную эпоху не только в теории эволюционной астрономии, но и обширной области общей механики.

Что же сделал H. Poincaré в этом мемуаре? Он применил к несколько иначе формулированной задаче Чебышева метод последовательных приближений, составил уравнения, характеризующие первое приближение, и из анализа формул этого первого приближения извлёк все свои выводы, так поразившие учёный мир Европы.

Но всё это уже было сделано А. М. Ляпуновым ещё в 1883 г., и выводы свои Александр Михайлович опубликовал в IV тезисе к своей магистерской диссертации, который привожу дословно:

Для всякого целого n, превосходящего 2, между эллипсоидами Jacobi можно найти по крайней мере один, а между эллипсоидами Maclaurin'a

Entier $\left(\frac{n+2}{2}\right)$ *таких, к которым бесконечно близки некоторые алгебраические поверхности n-ого порядка, для которых можно в первом приближении удовлетворить условию равновесия.*

Но Ляпунов не счёл возможным публиковать свои исследования, вполне аналогичные исследованиям H. Poincaré, считая, что ему не удалось решить задачу Чебышева.

Это обусловливалось, замечу кстати, коренным различием во взглядах этих двух геометров. H. Poincaré, получив свои результаты при помощи нестрогих суждений и часто простых аналогий, говорит: «Можно сделать много возражений, но в механике нельзя требовать такой же строгости, как в чистом анализе», а А. М. Ляпунов утверждал следующее: «Непозволительно пользоваться сомнительными суждениями, коль скоро мы решаем определённую задачу, будь то задача механики или физики — всё равно, как только она поставлена совершенно определённо с точки зрения математики, она становится тогда задачей чистого анализа и должна трактоваться как таковая» («Sur un problème de Tchebycheff», стр. 3).

Итак, мы видим, что те трудности, которые представляла задача Чебышева и которые остановили работу Ляпунова в 1883 г., не были устранены и H. Poincaré, который, по существу дела, не пошёл дальше первоначальных изысканий Александра Михайловича.

Вопрос и после трудов H. Poincaré оставался открытым».

Здесь необходимо заметить, что диссертация Ляпунова была переведена на французский язык лишь в 1904 г.; ясное дело, что тезис IV этой диссертации абсолютно не мог быть известен ни Лондонскому Королевскому Обществу, ни его президенту.

Продолжаю цитировать акад. Стеклова:

«Выше уже было упомянуто, что при употреблении метода рядов или последовательных приближений при решении какой бы то ни было задачи эту задачу можно считать решённой лишь в том случае, если установлена сходимость этих рядов или по крайней мере размеры погрешности, совершаемой при приближенных вычислениях. Это не есть прихоть чрезмерной строгости чистой математики, ибо без соблюдения этого требования можно получить ложные выводы.

Как раз подобный случай произошёл с задачей Чебышева. В мемуаре «The stability of the pear-shaped figures of equilibrium» проф. G. Darwin подверг исследованию устойчивость форм равновесия, которым H. Poincaré дал название грушевидных.

По формулам H. Poincaré, которыми пользовался Darwin, устойчивость или неустойчивость зависит от знака некоторой величины A. Употребляя приём приближённого вычисления, Darwin после весьма сложных выкладок нашёл, что A — отрицательно, т. е. равновесие устойчиво.

Грушевидные формы равновесия выводятся как частный случай из бесчисленного множества других форм равновесия, строго установленных А. М. Ляпуновым, причём для A получается точное выражение под видом некоторой алгебраической функции двух аргументов p и q. Это обстоятельство позволило Ляпунову после ряда весьма сложных вычислений установить пределы, между которыми должна заключаться величина A, — оба предела оказались *положительными*.

А. М. Ляпунов несколько раз различными приёмами проверил свои вычисления и окончательно убедился, что A — положительно.

Воспользовавшись приближёнными формулами без надлежащей предосторожности, Darwin получил ошибочный результат, из которого заключил затем, что грушевидные формы равновесия устойчивы, тогда как при строгой

постановке анализа, какая дана Александром Михайловичем, он должен был бы притти к результату прямо противоположному.

Если исследования H. Poincaré можно было назвать откровением, делающим эпоху в истории науки, то какими словами можно оценить труды А. М. Ляпунова?»

Настоящие слова нашёл П. Аппель.

В 1921 — 1927 гг. я был в заграничной командировке и в январе 1922 г. был две недели проездом в Париже. Мне было поручено передать Парижской Академии наук приглашение нашей Академии на Юбилейные торжества 1924 г. Кроме того, мне было поручено выяснить у попечителя Парижского учебного округа, которым тогда был знаменитый П. Аппель, допустит ли он докторантов Академии Наук СССР и университетов к занятиям в Сорбонне.

П. Аппель, весьма большого роста старик, принял меня с особенной любезностью в своём кабинете и объяснил мне, что он охотно допустит наших докторантов к занятиям в Сорбонне. Затем мы перешли к частной беседе, и я спросил Аппеля, как он смотрит на работы Ляпунова. На это он отвечал: «Эти работы настолько глубоки, что их нельзя ни *просмотреть*, ни *бегло прочитать* — их надо изучать. Мне пришлось бы на это потратить десять лет, а я слишком стар и слишком занят, чтобы на это решиться».

Через два или три года Аппель скончался, так, вероятно, и не изучив работ Ляпунова.

Приблизительно в 1917 г. секретарь Королевского Общества в Лондоне сэр Дж. Джинс сумел по новому методу, им созданному, определить, будет ли A отрицательным или положительным; получилось, как и следовало ожидать, что A — положительное, т. е. *грушевидные формы неустойчивы*.

Дарвин общими соображениями и аналогиями Пуанкаре был вовлечён в ошибку; едва ли он имел время, чтобы изучить 1000 страниц in 4°, труд семнадцати последних лет жизни Ляпунова, труд, которым Ляпунов показал себя как величайший из русских, а может быть и всемирных математиков своего времени.

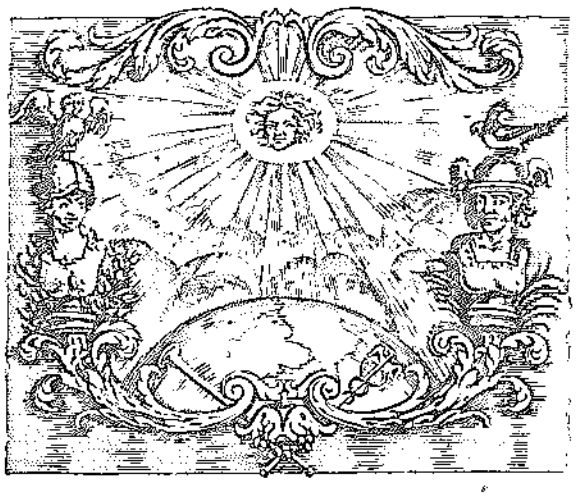
ПРИМЕЧАНИЯ

[1] Цитируем русский перевод акад. С. И. Вавилова.

[2] Ал. Мих. Ляпунов был сыном профессора астрономии Мих. Вас. Ляпунова. Моя мать была дочерью Вик. Вас. Ляпунова. Жена Ал. Мих. Наталья Рафаиловна была дочерью Екат. Вас. Ляпуновой; таким образом, Ал. Мих. был мне двоюродным дядей. Семья наша была дружная, и пока Ляпуновы жили в Харькове, моя мать была в постоянной переписке с Натальей Рафаиловной, вплоть до своей кончины в 1912 г.

[3] Через 20 лет, в 1904 г., этот труд был переведён на французский язык корабельным инженером Даво (Davaux) и помещён в «Annales de Toulouse».

[4] После его трагической кончины остался мемуар «Sur les figures d'équilibre d'une masse liquide hétérogène douée d'un mouvement de rotation», изданный Академией Наук.



Академик

С. И. ВАВИЛОВ

ЭФИР, СВЕТ И ВЕЩЕСТВО́ В ФИЗИКЕ НЬЮТОНА

1. Взаимоотношения принципов и гипотез Ньютона

В 31-м вопросе «Оптики» Ньютон даёт краткую характеристику своего основного метода исследования: «Вывести два или три общих принципа движения из явлений и после этого изложить, каким образом свойства и действия всех телесных вещей вытекают из этих явных принципов, было бы очень важным шагом в философии, хотя бы причины этих принципов и не были ещё открыты».

Ньютон был основателем этого особого индуктивного метода, который можно назвать «методом принципов», и дал его первые примеры. Под разными наименованиями — «термодинамического метода», «математической экстраполяции», «принципа наблюдаемости» — метод Ньютона непрерывно воскресает и развивается до наших дней, приобретая в особенности в новой физике необычайную эвристическую силу.

Нередко метод Ньютона называют эмпирическим, противопоставляя его рационализму. Это неверно, так как принципы вовсе не простой эквивалент опыта, а очень сложный результат сознательного выбора, математического обобщения опыта и системы определений и понятий. Нахождение и правильная формулировка таких принципов, как законы механики, первое и второе начала термодинамики, уравнения электромагнитного поля, принцип относительности, соотношение неточностей, — труднейший и самый важный этап создания научной системы, который никак нельзя приравнять простому установлению результатов опыта.

Историческим примером может служить второй закон движения Ньютона. Для его выражения необходимы общие и не легко извлекаемые из опыта понятия массы и силы, на языке которых из опыта, при надлежащем обобщении, можно получить закон:

$$f = m\dot{v}.$$

Общность этого векторного соотношения очень велика; однако Ньютон в основном тексте закона идёт дальше по линии математической экстраполя-

ции, утверждая, что «Изменение количества движения пропорционально приложенной движущей силе», т. е.

$$f = \frac{\cdot}{(mv)}.$$

Такое математическое расширение элементарного опыта не противоречит ему, но вместе с тем содержит и совсем новые возможности (зависимость массы от скорости), раскрытые только в новой физике. Обобщение, разумеется, заключает больший или меньший произвол, но в пределе принцип всегда совпадает с опытом, так как он возник из этого опыта.

Эта структура принципов определяет их жизненность и прочность. Подобно «Элементам» Евклида в геометрии, «Начала» Ньютона в своём существе остались и теперь бессменной основой классической физики. В релятивистской и квантовой физике принципы Ньютона удержали значение предельного случая, практически особенно важного. Между тем основная часть физики Декарта с её цепью остроумных произвольных гипотез, не следовавших непосредственно из опыта, а наоборот, придуманных для объяснения опыта, давно отжила своё время.

По словам ньютонианца Аюи, основателя научной кристаллографии: «Система (т. е. гипотеза. — *С. В.*)—это роман природы, а теория (т. е. физика принципов. — *С. В.*)—ее история, притом история, которая, никогда не отступая от истины, охватывает сразу прошедшее, настоящее и будущее» [1].

Ньютону были ясны преимущества метода принципов; в этом основание его пренебрежения к гипотезам. Между тем метод принципов вовсе не был универсальным, пригодным в своей беспримесной форме к созданию законченного физического учения, и Ньютону невольно пришлось прибегать к гипотезам.

В области астрономических явлений из наблюдений и опыта можно было получить сведения, необходимые для применения принципов, о действующих массах, скоростях и положениях, и теория доводилась безупречно до конца без произвольных предположений. Однако для распространения механических принципов на другие области физики и химии были неизбежны некоторые представления о строении вещества, которые по крайней мере до XX в. возможно было получить только гипотетическим путём, по аналогии с процессами, протекающими в мире крупных масштабов.

Таким образом, метод принципов нуждался для своего применения в гипотезах; крайности встречались, и автору «Оптики» и «Начал» приходилось с большими оговорками придумывать гипотезы для завершения, хотя бы предварительного, своей физической системы.

Существовало и другое, почти неотвратимое требование, вынуждавшее добавлять к методу принципов произвольные предположения. В цитированной характеристике своего метода Ньютон говорит о возможности принципов, «причины которых ещё не открыты», очевидно, считая открытие этих причин рано или поздно необходимой задачей. «Открытые причины», или объяснение принципов, не могли означать для Ньютона (до тех пор, пока он оставался в рамках физики и не переходил в метафизические области) ничего иного, кроме приведения к простейшим фактам, понятиям и представлениям, имеющимся у человека в результате обыденного опыта. Такими простейшими принципами были законы движения, дальнейшее упрощение или объяснение которых казались немыслимыми.

Отказываясь от немедленного «объяснения» принципов в физике, Ньютон чрезвычайно расширял теоретические возможности. Благодаря такой свободе принципов стало возможным развитие учения о тяготении, определилась крайняя общность термодинамики и возникла новая теоретическая физика. Необязательность объяснения принципов соединялась, впрочем, у Ньютона

с желательностью такого объяснения, т. е. с желательностью сведения принципов к механическим началам. Достигнуть этого можно было только путём гипотез.

Это особенно ясно на примере оптических исследований Ньютона. Принципы оптики слишком разнообразны. Ньютон устанавливает следующие независимые «изначальные свойства» световых лучей: прямолинейность, подчинённость законам отражения и преломления, скорость, цветовую неизменность простого света, его периодичность («попеременные приступы лёгкого отражения и лёгкого преломления»), поляризацию и диффракцию. Такое обилие принципов обращало оптику в громоздкую, трудно усвояемую и непонятную науку. Отсутствовал более общий принцип (или принципы), из которого вытекали бы все найденные изначальные свойства света. Такого принципа (удовлетворяющего необходимым требованиям) Ньютону найти не удалось, а потому возникала надобность в произвольном объединяющем предположении, т. е. в гипотезе.

В натуре Ньютона встретились две трудно соединяемые тенденции: стремление к точности, достоверности и осторожности научных заключений и желание, подобно прочим физикам и философам XVI и XVII вв., построить возможно более законченное и всеобъемлющее учение о мире. Первое удовлетворялось в методе принципов, второе было неосуществимо без гипотез. Поэтому физика Ньютона содержала то и другое, хотя сам автор метода принципов старался всеми доступными ему способами отгораживать принципы от гипотез, уделяя последним несравненно меньше внимания и никогда не доводя их до количественно разработанного конца. Только в этом смысле девиз «hypotheses non fingo» вполне соответствовал практике Ньютона.

Насколько принципы физики Ньютона были вполне свободными, при условии соответствия опыту, настолько ньютоновы физические гипотезы ограничивались требованием сводимости к механическим началам. В области физических гипотез Ньютон был механистом. Эпитет «физическая» в применении к гипотезе у Ньютона не тавтология. Религиозно-философские воззрения Ньютона, особенно во второй половине его жизни, доводились им до такой конкретности, что бог, «наполняющий пространство», осуществлял функции физического агента, определяя, например, тяготение. Поэтому у Ньютона, иногда на ряду с физическими, механическими гипотезами, фигурируют и метафизические гипотезы.

2. Первые варианты гипотезы эфира у Ньютона

Ещё в студенческие годы Ньютон, разумеется, был хорошо осведомлён о модных гипотезах начала XVII в. — об эфире и об атомах.

В физике Декарта пространство отожествлялось с материей; оно было заполненным; точнее говоря, пространство без материи, геометрический вакуум, полагалось только абстракцией. Такое пространство нужно было Декарту как вихревой двигатель при объяснении кинематики небесных явлений, как среда для распространения света и для магнитных действий. Пространство Декарта было синонимом эфира и первой, довольно детально разработанной, гипотезой эфира.

Знание картезианства у Ньютона в его молодые годы несомненно, и гипотеза эфира появляется у него очень рано, впервые в 1672 г. в ответе на полемические замечания Гука на «Теорию света и цветов» Ньютона [3]. Сравнивая эмиссионную и волновую гипотезы света, Ньютон пишет: «Колебания эфира одинаково полезны и нужны и в той и в другой, ибо если мы примем, что световые лучи состоят из маленьких частиц, выбрасываемых по всем направлениям светящимся телом, то эти частицы, попадая на преломляющие или от-

ражающие поверхности, должны возбудить в эфире колебания столь же неизбежно, как камень, брошенный в воду». Далее Ньютон поясняет, каким образом эта комбинированная корпускулярно-волновая гипотеза может быть применена для объяснения различных цветов и для понимания явлений тонких пластин. Представление об эфире в этом первом гипотетическом экскурсе Ньютона не уточняется. Можно лишь заметить, что для того, чтобы сравнение световой корпускулы с камнем, падающим на поверхность воды, было последовательным, нужно принять, что в отношении световой корпускулы эфир должен быть столь же непрерывным, как вода в отношении камня.

Применение гипотезы эфира в ответе Гуку вовсе не было простым полемическим приёмом, как и вся комбинированная концепция корпускул и волн. Через три года, в конце 1675 г., Ньютон прислал Ольденбургу большой мемуар под заглавием: «Одна гипотеза, объясняющая свойства света, изложенные в нескольких моих статьях» [3]. Такое, несвойственное Ньютону, «гипотетическое» название мемуара настолько удивляло учеников и последователей Ньютона, что даже в наиболее полном собрании трудов Ньютона, изданном в конце XVIII в. епископом С. Горслеем, этот мемуар отсутствует; он был опубликован Берчем в «Истории Королевского Общества»[4]. Мемуар был подробным развитием соображений, высказанных в возражении Гуку в 1672 г.

Достойны внимания мотивировка и оговорки, которыми начинается мемуар Ньютона: «Я заметил, — пишет Ньютон, — что некоторые, коих я не мог убедить в моём мнении, говоря отвлечённо о природе света и цветов, легко согласились бы с ним, если бы я пояснил моё рассуждение какой-либо гипотезой. По этой причине я полагал уместным послать вам описание подробностей этой гипотезы...Сам я не буду принимать ни этой, ни какой-либо иной гипотезы, полагая, что меня не обязательно касается то, объясняются ли открытые мною свойства этой гипотезой, или гипотеза м-ра Гука или другие гипотезы могут объяснить их. Однако, излагая гипотезу, во избежание многословия и для более удобного представления, я буду иногда говорить о ней так, как будто бы я её принял и верю в неё. Полагаю, что сказанного достаточно, чтобы никто не смешивал гипотезы с моими другими рассуждениями или судил об их достоверности по гипотезе, или считал бы меня обязанным отвечать на возражения против настоящего мемуара».

Как видим, Ньютон снимает с себя ответственность за свою же гипотезу. Изложение гипотезы начинается перечислением свойств эфира. Свойства эти такие: «Предполагается, что существует некая эфирная среда, во многом имеющая то же строение, что и воздух, но значительно более разрежённая, тонкая и упругая». Представления Ньютона об эфире вполне конкретны, он пишет: «Немаловажным аргументом существования такой среды служит то, что движение маятника в стеклянном сосуде с выкачанным воздухом почти столь же быстро, как и на открытом воздухе». Можно думать поэтому, что Ньютон предполагает, что после эвакуации колокола воздушного насоса в нём остаётся эфир, определяющий затухания колебаний маятника. Эксперименты с воздушным насосом, которыми увлекались современники Ньютона после знаменитых опытов Герике, на ряду с шлифованием линз, казались, таким образом, Ньютону источником возможных экспериментальных сведений об эфире.

Разнообразие функций, которые надо было приписать эфиру, заставляло Ньютона подозревать, что эфир в действительности есть смесь разных субстанций: «Нельзя, однако, предполагать, — рассуждает он, — что эта среда есть однородная материя: она складывается частью из основного, косного тела эфира, частью из других различных эфирных спиритусов, во многом подобно тому, как воздух слагается из косного тела воздуха, перемешанного с различными парами или выдыханиями. В пользу такой разнородности, повидимому, говорят эластические и магнитные истечения и начало тяготения». Эти соображения, похожие на известные фантазии Декарта, и дальней-

шее предположение о том, что «может быть, общий остов природы есть не что иное, как различные сплетения некоторых эфирных спиритусов, или паров, как бы конденсируемых осаждением», и что ...«может быть, все вещи произошли из эфира», — носят явно картезианский отпечаток.

После уничтожающей критики эфира за последние десятилетия ньютонов эфир 1675 г. может казаться совершенно архаичным. Но ещё недавно, в начале XX в., он не казался таким. Ограничусь одним примером. Обширные исследования Д. И. Менделеева об упругости газов при очень низких давлениях велись с целью экспериментально подойти к эфиру: «Уже в 70-х годах, — пишет Менделеев[5], — у меня настойчиво засел вопрос: да что же такое эфир в химическом смысле? Сперва и я полагал, что эфир есть сумма разрежённейших газов в предельном состоянии. Опыты велись мною при малых давлениях — для получения намёков на ответ».

Принципиально эти опыты Менделеева мало чем отличались от опытов Ньютона с маятником под колоколом воздушного насоса. Совершенно так же, как и Ньютон, Менделеев считал эфир смесью; он писал: «Мне кажется мыслимым, что мировой эфир не есть совершенно однородный газ, а смесь нескольких близких к предельному состоянию, т. е. составлен подобно нашей земной атмосфере из смеси нескольких газов».[6]

Едва ли зная о том, что его мысли об эфире во многом одинаковы с гипотезой Ньютона, Менделеев по курьёзному совпадению, поместив свой эфир в нулевую группу периодической системы, назвал его «ньютонием». Такое сходство представлений об эфире двух гениальных людей, разделённых веками, не случайно; оно доказывает, что в рамках механических образов в XX в. трудно было дать эфиру другой образ, чем в XVII в.

Изложив общие свойства эфира, Ньютон переходит в своём мемуаре к объяснению различных явлений при помощи гипотезы эфира. Он описывает электростатические опыты с притягиваниями и отталкиваниями натёртых бумажек стеклом и заключает: «Я не могу представить себе возникновение всех этих неправильных движений иначе, как через посредство некой тонкой материи, сгущённой в стекле и разрежаемой при трении, как вода разрежается в пар при нагревании; эта материя, разрежаясь, рассеивается в пространстве вокруг стекла на большое расстояние и, вынужденная двигаться и циркулировать различным образом, соответственно действует на бумажки, пока не вернётся снова в стекло и здесь не сгустится».

Объяснения гравитационного притяжения Земли Ньютон ищет также в непрерывной конденсации «эфирного спиритуса», но только иного. Гравитационный эфир имеет, по Ньютону, возможно, маслянистую или вязкую природу, вследствие чего легко прилипает к стенкам пор вещества, как пары к стенкам сосудов. Благодаря такой способности гравитационного эфира Земля может непрерывно сгущать его, вследствие чего эфир постоянно стремится сверху вниз, увлекая с собою тела, через которые он проходит, с силою, пропорциональной поверхностям всех частиц тела, на которые он действует. Гравитационный эфирный ток компенсируется медленным подъёмом такого же количества материи из Земли вверх (атмосфера, водяные пары, дождь), «ибо,— говорит Ньютон, — природа — вечный работник, производящий жидкости из твёрдых тел и твёрдые из жидких, стойкие вещи из летучих и летучие из стойких, тонкие из грубых и грубые из тонких». В этой широкой фантастической картине тончайший эфирный спиритус постепенно превращается в обычные газы, пары и жидкости.

Далее Ньютон наделяет эфир способностью колебаться, имея в виду световые явления. Колебания эти, в отличие от звуковых, очень часты и мелки и следуют друг за другом на расстоянии, меньшем стотысячной доли дюйма (т. е. меньше $2{,}5 \cdot 10^{-5}$ см). Ньютон разумеет, очевидно, световые полуволны. Помимо чисто оптических функций Ньютон приписывает эфирным колеба-

ниям роль посредника, «при помощи коего поддерживается движение частиц, бродящих или гниющих субстанций, текучих жидкостей, расплавленных горящих или других нагретых тел. Эти тела ударяются эфирными колебаниями, как корабль волнами». Эту функцию эфирных колебаний Ньютон связывает, как увидим, с резонансными явлениями.

Довольно много места Ньютон посвящает применению гипотезы эфира для объяснения возможности мускульных движений. Для этого, по Ньютону, можно предположить, что в человеке есть способность по произволу сжимать и расширять эфир, проникающий в мускулы. Такое сжатие или расширение должно сопровождаться изменением сжатия мускула, производимого окружающим внешним эфиром. Животный спиритус или эфир отличен у Ньютона от ранее рассмотренных видов электрического и гравитационного эфира. Такие разные эфиры могут не смешиваться. Любопытна в этой связи следующая совершенно картезианская фраза у Ньютона: «Подобная несмешиваемость возможна и в эфирных телах, как это, может быть, происходит между эфирами в вихрях солнца и планет».

«Химическое понимание» эфира у Ньютона идёт очень далеко. Пытаясь сделать понятным роль эфира в движениях животных, Ньютон опирается на то, что «некоторые несмешиваемые вещи становятся смешиваемыми посредством третьей вещи», и приводит несколько химических примеров. «Подобным же образом, — заключает он, — эфирный животный газ в человеке может быть посредником между эфиром и мускулярными соками, облегчая им более свободное смешение... Сделав ткани более смешивающимися с обычным внешним эфиром, этот спиритус позволяет эфиру на мгновение свободно проникать в мускул легче и обильнее, чем это произошло бы без его посредства; эфир снова свободно выходит, как только посредник смешиваемости устраняется... Благодаря этому произойдёт растяжение или сжатие мускула, а следовательно, и животное движение, зависящее от этого».

Казалось бы, трудно итти дальше по линии приравнивания свойств эфира обычному веществу, но молодой кэмбриджский профессор выражается ещё яснее: «Я не вижу, — пишет он, — почему бы брожение в сердце не могло поднять из его тканей такого тонкого газа, который вызывал бы эти движения, так же как трение стекла подымает газ, вызывающий электрическое притяжение, а горение подымает из пламени газ, проникающий через стекло, как показал мистер Бойль, а известь, оржавляя металлы, сплавляется с ними».

В письме к Ольденбургу от 14 декабря 1675 г., посланном вслед за мемуаром, Ньютон говорит о возможности экспериментальной проверки его предположений в опытах с воздушным насосом. «Моя идея поймать эфир в западню, — пишет Ньютон, вспоминая шутку Бойля,— думается мне, не так смешна, как ему казалось. Я надеюсь, что если он предполагает сделать ряд опытов со своим воздушным насосом, то он попробует также, как действует сжатие или расширение мускула на его размягчение или отвердение, удлинение и сокращение».

Основная часть мемуара 1675 г. — применение гипотезы эфира к объяснению световых явлений. Здесь Ньютон яснее, чем где-либо в другом месте, высказывает свои мысли о природе света. «Я предполагаю, — пишет он, — что свет — не эфир, не его колебательное движение, но нечто иного рода, распространяющееся от светящихся тел».

Ньютон оставляет свободу желающим подразумевать под этим «нечто» самые разнообразные вещи: поток корпускул, поток другой эфирной среды и даже просто аггрегат различных периодических свойств. Довод, заставляющий Ньютона в 1675 г. отказываться от отожествления колебаний эфира со светом, состоял в прямолинейности световых лучей. Ни он, ни Гук не умели объяснить прямолинейности на основе волновых представлений, а Гюйгенс, как известно, давал совсем ошибочное объяснение.

Положительные стороны волновой картины были вместе с тем очевидны для Ньютона, особенно в связи с явлениями цветов тонких пластинок; поэтому колебания эфира получают большую служебную роль в его световой гипотезе.

Для объяснения преломления и отражения света Ньютон принимает, что пространство наполнено эфиром, причём в веществе его плотность уменьшается. Изменение плотности эфира происходит постепенно. По предположению Ньютона, свет и эфир взаимодействуют. Свет нагревает эфир, а эфир давит на свет таким образом, что световой пучок, попадая в область градиента плотности эфира, отступает к более разрежённому эфиру. На этой основе объясняется преломление и полное внутреннее отражение при переходе света из менее плотного эфира в более плотный (т. е. из более плотного вещества в менее плотное).

Для понимания обычного и металлического отражения света Ньютон, снова уподобляя эфир обычным телам, вспоминает о том, что «жидкости вблизи их поверхностей менее гибки и уступчивы, чем во внутренних частях», т. е. о поверхностном натяжении. «Я предполагаю, — пишет он, — что эфир на границе двух сред менее гибок и податлив, чем в других местах; при том гибкость тем меньше, чем больше среды разнятся по плотности».

К этим гипотезам Ньютон добавляет следующее замечание. По его мнению, преломляющая эфирная поверхность обволакивает грубую шероховатую поверхность тела, делая её оптически гладкой. «Нельзя думать, — рассуждает он, — что при полировке стекла или металла песок, зола или другие трущие порошки могут настолько правильно сгладить поверхность, чтобы верх каждой частицы стал в точности плоским, а все эти плоскости будут направлены одинаково, как нужно для хорошо полированных тел, где отражение осуществляется их частицами. Такие полированные порошки сначала сглаживают тела до грубой шероховатости, так что она заметна, затем — до шероховатости всё более тонкой и тонкой, до тех пор пока она не станет столь тонкой, что эфирная поверхность обволакивает её ровно и тело принимает видимость полированного». Разумеется, для выполнения таких «сглаживающих» функций эфир должен быть непрерывным или, по крайней мере, состоять из частиц, очень малых по сравнению с частицами вещества.

Ньютон ставит вопрос, каким образом лучи, одинаково падающие на ту же поверхность, в одно и то же время, одни преломляются, другие отражаются. Ответить на это не просто даже в наше время. В формальной волновой теории света, в её упругом и электромагнитном вариантах, заранее предполагается, что волна разделяется на падающую, отражённую и преломлённую, после чего из основных уравнений, граничных и начальных условий определяются амплитуды этих волн (уравнения Френеля). Обязательность одновременного существования отражённой и преломлённой волн удалось доказать только на основании электронно-резонансных представлений (Эсмарх, Эвальд). Вопрос Ньютона носит, кроме того, явный отпечаток заранее принятой гипотезы о природе света. В самом деле, для волновой картины нет особо удивительного в одновременном разделении волны на отражённую и преломлённую; между тем, принимая свет за поток частиц, совсем не легко понять, почему же составные частицы, находящиеся в тождественных условиях, одни отражаются, другие преломляются.

Ответ Ньютона весьма остроумен, но и сложен. «Я предполагаю, — пишет он, — что, ударяясь о жёсткую сопротивляющуюся эфирную поверхность, лучи... вызывают колебания на поверхности. Эти колебания распространяются во все стороны, как в разрежённой, так и в плотной среде. Как колебания воздуха, производящие звук, они рождаются от удара и сильнее всего продолжаются там, где начались, попеременно сжимая и расширяя эфир в указанной физической поверхности, ибо из тепла, производимого све-

том в телах, явствует, что свет может привести частицы тела в движение и тем более может нагреть и привести в движение более нежный эфир. Более вероятно, что свет сообщает движение грубым частицам тела не непосредственно, а посредством эфира».

Далее следуют очень интересные соображения Ньютона о резонансе. Эти строки содержат, повидимому, первое применение идеи резонанса к оптическим явлениям. «Удар каждого отдельного луча, — рассуждает Ньютон, — может произвести много тысяч колебаний; посылая их через тело, луч движет все частицы, притом, может быть, с бо́льшим движением, чем он мог бы двинуть отдельную частицу при непосредственном ударе, ибо колебания, толкая каждую частицу вперёд и назад, могут непрерывно увеличивать её движение, подобно тому как звонарь делает с колоколом, часто ударяя по нему. Таким образом, частицы могут быть доведены до большой степени движения, каковая недостижима ни для простого удара луча, ни для какого-либо иного движения эфира, кроме колебательного. Так, движение частиц в воздухе, заключённом в сосуде, вызываемое нагреванием, хотя бы и очень сильным, неспособно сообщить телам, подвешенным в сосуде, колебательное или поступательное движение. Но если привести воздух в колебательное движение, ударяя в один или два барабана, он бьёт в стеклянные окна, в тело человека и другие массивные предметы, в особенности если тела имеют согласный тон; действительно, я наблюдал ясное сотрясение каменного пола в подвале под моими ногами в большом помещении, как этого не могли бы, полагаю, произвести непосредственные удары пятисот барабанных палок, разве только, может быть, если бы они следовали быстро друг за другом через равные промежутки времени».

Колебания эфира нужны Ньютону для того, чтобы поверхность эфира, о которой речь шла выше, определяющая преломление и отражение света, находилась в колебательном движении. «Если луч ударяется о среду во время большого сжатия, — рассуждает Ньютон, — то, предполагаю я, поверхность тогда слишком плотна и жёстка, чтобы пропустить луч; она отражает его. Но лучи, ударяющиеся о поверхность в другое время, когда она расширена в промежутке между двумя колебаниями, или не слишком сжата и сгущена, проходят насквозь и преломляются».

При помощи колебаний эфира, вызываемых светом, Ньютон объясняет цвета тонких пластинок и интерференционные кольца, добавочно принимая, что эфирные колебания распространяются быстрее, чем свет, их вызвавший. «При таком предположении, — пишет он, — при падении света на тонкую плёнку или пластинку какого-нибудь прозрачного тела волны, возбужденные прохождением света через первую поверхность, обгоняют лучи один за другим. Когда луч дойдёт до второй поверхности, то волны заставят его там отразиться или преломиться соответственно тому, какая часть волны обгоняет там луч, сгущённая или разрежённая».

В конце гипотетической части мемуара Ньютон применяет представление об эфире для объяснения диффракции. Он полагает, что явление огибания препятствий световыми лучами вызывается, может быть, тем, что внешний эфир начинает разрежаться ещё на некотором расстоянии от тела, непрерывно переходя от более плотного состояния вне тела к менее плотному внутри. Такой градиент плотности у поверхности, по мнению Ньютона, и причиняет преломление мимо проходящих лучей, соответствующее диффракции. Рассматривая случаи диффракции при прохождении света около непрозрачного острого клина, Ньютон отмечает, что область градиента в этом случае образует очень тонкую область, в которой при прохождении света возникают колебания эфира так, как и в тонких пластинках. Эти колебания могут быть, по Ньютону, применены для объяснения спектрального разложения, наблюдающегося при диффракции, так же как и для объяснения цветов тонких пластинок.

Этим исчерпываются применения гипотезы эфира в мемуаре 1675 г. Эфир Ньютона и по заданию своему и по свойствам мало похож на эфир Декарта. Отвечая на претензии Гука, что Ньютон пользуется его гипотезой, Ньютон с полным основанием мог ответить: «У меня нет ничего общего с ним, кроме предположения, что эфир есть среда, способная к колебаниям, но я пользуюсь этим предположением совсем иначе, чем он: он предполагает, что колебания представляют собой свет, а я предполагаю, что это не так». В этом большое различие как с ним, так и с Декартом.[8]

Эфир понадобился Ньютону в оптике в 1675 г. прежде всего для объяснения тривиальных явлений преломления и отражения. Ньютон этой эпохи считал, как и Декарт, единственным способом передачи движения непосредственный удар или соприкосновение. Поверхность тел необходимо должна быть шероховатой по сравнению со световыми корпускулами, и вместо регулярного отражения и преломления при любой полировке должно бы получаться диффузное рассеяние в обе среды. Эту трудность Ньютон, как видно из изложенного мемуара, преодолевает, мысленно заливая всё тело, включая его поверхность, непрерывным эфиром меньшей плотности, чем в окружающем пространстве.

Такой эфир, как легко понять, был совершенно необходим Ньютону, как только он переходил к механическому истолкованию оптических явлений. Другого выхода не было. Эфир, как мы видим, был построен по точному подобию с привычными жидкостями, с их подвижностью, упругостью, вязкостью и поверхностным натяжением. При этом подобие переходило в ближайшее родство, поскольку эфир, по Ньютону, мог превращаться в обычные вещества. Единственным принципиальным отличием от известных форм вещества была «тонкость» эфира. Ньютон ни одним словом ближе не определяет этой тонкости; под ней можно подразумевать непрерывность, но и мелкозернистость. В воображении Ньютона, как мы видим, частица эфира по сравнению с частицами вещества и света примерно то же, что молекула воды в сравнении с камнем.

Ньютон виртуозно пользуется своей гипотезой, создавая на её основе механические эскизы тяготения, электростатических действий, мускульных движений и всех известных ему в 1675 г. оптических явлений. Если бы он был любителем физики такого жанра, несомненно, на почве гипотезы 1675 г. могли бы вырасти фолианты фантазий, не менее увлекательных, но более последовательных и убедительных, чем у Декарта.

3. Письмо к Р. Бойлю об эфире

Мысли об эфире не были, впрочем, у Ньютона случайными и преходящими. В IV томе трудов Ньютона (издания Горслея) опубликовано по копии большое письмо Ньютона к Р. Бойлю от 28 февраля 1679 г.,[9] составляющее как бы добавление к мемуару 1675 г. и посвящённое применению ньютоновой модели эфира к физико-химическим процессам.

Как и в мемуаре, в этом частном письме к Бойлю Ньютон сам отмежёвывается от собственной гипотезы, снимая с себя всякую ответственность за неё. На этот раз только это декларируется не в начале, а в конце.

«Что касается меня, то я имею столь мало вкуса к вещам такого рода, что без поощрения Вашего, побудившего меня, я никогда бы, полагаю, не взялся за перо для такого дела».

Письмо начинается с пяти предложений, уточняющих представление об эфире и в значительной мере воспроизводящих идеи мемуара 1675 г.

1) Предполагается, что по всему пространству рассеяна эфирная субстанция, способная к сжатию и расширению и чрезвычайно упругая, «одним сло-

вом,— говорит Ньютон,— во всех отношениях похожая на воздух, но только значительно более тонкая».

2) Предполагается, что эфир проникает во все тела, но в порах тел он реже, чем в свободном пространстве, и тем реже, чем тоньше поры.

3) Предполагается, что разрежённый эфир внутри тел и более плотный вне их переходят друг в друга постепенно и не ограничиваются резкими математическими поверхностями.

4) Предполагается, что при сближении двух тел эфир между ними становится реже, чем прежде, и область постепенного разрежения простирается от поверхности одного тела к поверхности другого. «Причина этого в том, — пишет Ньютон, — что в узком пространстве между телами эфир уже не может двигаться и перемещаться туда и сюда столь свободно».

5) «Из четвёртого предложения следует, что при сближении тел и при разрежении эфира между ними при тесном сближении должно появиться сопротивление этому и стремление тел отойти друг от друга. Такое сопротивление и стремление разойтись будет возрастать при дальнейшем сближении вследствие всё большего разрежения промежуточного эфира, но, наконец, когда тела сойдутся так близко, что избыток давления внешнего эфира, окружающего тела, над разрежённым эфиром между телами станет настолько большим, что превозможет сопротивление тел к сближению, то избыток давления заставит тела с силою сблизиться и очень тесно сцепиться друг с другом».

Предложение второе Ньютон поясняет преломлением света, сцеплением полированных пластинок в вакууме, прилипанием ртути в эвакуированных трубках. Принцип, изложенный во втором предложении, по Ньютону, может быть причиной явлений фильтрации и подъёма воды в капиллярных трубках. «Ибо, — замечает он, — я подозреваю, что эфир может разрежаться не только внутри незаметных телесных пор, но даже и внутри вполне заметных полостей этих трубок». По той же причине растворители могут с силою врываться в растворяемые ими тела. Предложение третье, как и в мемуаре, поясняется диффракцией.

Сопротивление тел к сближению, формулированное в предложении пятом, поясняется Ньютоном тем, что насекомые ходят по воде, «не замочив ног». По той же причине полированные пластинки сцепляются только с применением давления, частицы красок и солей растворяются в воде, а не выпадают в виде осадка. На основании того же сопротивления частиц к сближению объясняется способность воздуха, паров и выдыханий к расширению.

Для понимания химических явлений перечисленных предложений недостаточно. Ньютон вынужден ввести «некое тайное начало в природе, коим жидкости соединяются с одними вещами и не соединяются с другими». Вода не смешивается с маслом, но смешивается со спиртом, проникает в дерево, а ртуть туда не проникает и т. д. На этой основе в комбинации с указанными предложениями Ньютон даёт качественное толкование растворения металлов.

Плотность эфира внутри частиц вещества должна быть тем меньше, чем больше размеры частиц. По этой причине, полагает Ньютон по предложению пятому, большие частицы должны сопротивляться соединению в одно тело сильнее, чем малые. В этом, может быть, кроется основание лёгкой конденсации паров. Таким образом эфир, по Ньютону, служит до известной степени регулятором размеров частиц вещества.

Письмо к Бойлю кончается соображениями о природе тяжести: «Я добавлю ещё одну догадку, пришедшую мне в голову во время писания этого письма, — сообщает Ньютон. — Она касается причины тяжести. Для этой цели я предполагаю, что эфир состоит из частиц, бесконечно разнообразно отличающихся друг от друга по тонкости. Я принимаю, что в порах тел меньше грубых частиц эфира, чем тонких, по сравнению с открытыми пространствами. Следовательно, в большом теле Земли много меньше грубого эфира по сравнению с тонким,

чем в воздушных областях. При этом грубый эфир воздуха действует на верхние слои Земли, а тонкий эфир Земли — на нижние слои воздуха таким образом, что от верхних слоёв воздуха к Земле и от поверхности Земли к её центру эфир постепенно становится всё тоньше и тоньше. Вообразим теперь тело, подвешенное в воздухе или лежащее на Земле. Эфир, по гипотезе, будет грубее в порах верхней части тела, чем в порах нижней части. Грубый эфир менее способен пребывать в этих порах, чем тонкий эфир, находящийся внизу; он будет стремиться выйти и уступить дорогу тонкому эфиру снизу. Этого не может быть, однако, если тело не будет опускаться, освобождая пространство наверху, в которое может войти более тонкий эфир».

Новая эфирная концепция Ньютона требует пояснения. Прежде всего, она сильно отличается от варианта 1675 г. В мемуаре тяготение вызывалось непрерывным эфирным потоком по направлению к Земле вследствие того, что эфир компенсируется Землёй. В письме к Бойлю причиной тяготения служит градиент степени тонкости эфира. Более тонкий эфир снизу вытесняет грубый эфир наверху. Повидимому, надо представлять себе, что вытесняемый сверху эфир, как снаряд, вылетающий из орудий, создаёт импульс в теле, направленный вниз.

Подводя итоги письму 1679 г., коротко можно заметить, что эфир Ньютона существенно осложнился. Понадобилось ввести разнообразные степени «тонкости» эфира, и, что особенно тягостно для единой концепции эфира, при толковании химических явлений потребовалось новое начало «соединяемости» частиц, являющееся первым намёком на будущие силы типа тяготения.

4. Эфир «Начал» и «Оптики»

Ньютонова концепция эфира в совокупности с атомистическими представлениями о веществе составляла в эскизной, черновой форме исчерпывающую физическую картину мира, объединявшую все разделы физических явлений: тяготение, электричество, свет, теплоту, звук и химические процессы. Не удивителен поэтому переход Ньютона через гипотезу эфира от оптики к механике и тяготению. С начала восьмидесятых годов XVII в. центр интересов Ньютона перешёл решительно из области света в механику, но вместе с тем резко изменился и стиль работы. Эксперимент и гибкая необязательная гипотеза уступили место строгому математическому методу и абстракции.

Величавый результат «Начал» — всемирное тяготение — следовало с полной необходимостью из применения законов механики к движению планет и Луны без каких-либо гипотез. Неопределённый, произвольный в своих свойствах эфир начинает казаться особенно неуместным и неподходящим к строгому, стройному стилю новой физики, создаваемой Ньютоном. Функции, выполнявшиеся эфиром, начинают заменяться формальными силами типа тяготения, действующими между массами или зарядами по определённым законам и имеющими притягательный, отталкивательный или смешанный характер.

Первая книга «Начал» кончается разделом XIV, целиком посвящённым предложениям, теоремам и задачам оптики на основе гипотезы о силах, действующих на световые лучи. В предложении XCIV и теореме XLVIII, таким образом, выводится закон преломления; в предложении XCVI и теореме L на той же основе получается закон отражения. В поучении к этой теореме указывается, что явления диффракции свидетельствуют о том, что силы, действующие на свет, сказываются уже на некотором расстоянии от тела, загибая лучи. Далее таким же приёмом решаются задачи геометрической оптики; они становятся даже по терминологии похожими на задачи небесной механики. Например, задача XLVIII выражается так: «Пусть вокруг оси *AB* опи-

сана некая притягивающая поверхность, например *CD*, правильная или неправильная, через которую должны проходить тела, исходящие из данного места *A*; требуется найти вторую притягивающую поверхность *EF*, которая может заставить эти тела сходиться в данном месте *B*». Между тем дело идёт о задаче геометрической оптики.

В первом издании «Начал» 1687 г. слово «эфир» почти не упоминалось,[10] хотя вторая книга «О движении тел» (в сопротивляющихся средах) одной из основных своих задач имела опровержение учения Декарта, в частности его эфирообразного пространства. Эфир появился в «Началах» только во втором издании 1713 г., в последнем абзаце знаменитого «Общего поучения», помещённого в конце книги. «Теперь, — пишет Ньютон, — можно было бы добавить нечто касательно некоего тончайшего спиритуса, проникающего во все грубые тела и скрытого в них. Силою и действием сего спиритуса частицы тел притягивают одна другую на близких расстояниях и сцепляются при соприкосновении; электрические тела действуют на больших расстояниях, как отталкивая, так и притягивая соседние тельца; свет испускается, отражается, преломляется, изгибается и нагревает тела; возбуждаются все чувства, члены животных тел движутся по приказу воли посредством колебаний его спиритуса, распространяющихся по твёрдым нитям нервов от внешних органов чувств к мозгу и от мозга к мускулам. Но в немногих словах нельзя объяснить эти вещи, да и недостаточно ещё опытов, требуемых для точного определения и указания закона, посредством коего действует этот электрический и упругий спиритус».

Эти строки, написанные, повидимому, с особой тщательностью и осторожностью, замечательны тем, что в них совсем не упоминается возможная роль эфира в осуществлении всемирного тяготения. Говорится только о действиях на небольших расстояниях. Пропуск этот, разумеется, не случаен, особенно в книге, главная тема которой всемирное тяготение. Приходится сделать вывод, что семидесятилетний Ньютон стал считать сомнительным существование эфира в межпланетных пространствах, ограничивая пределы его бытия телами. В остальном ньютонов эфир 1713 г. предназначался для выполнения тех же функций, что и в 70-х годах.

«Оптика» Ньютона, на ряду с мемуаром 1675 г., содержит в своей последней части, в так называемых «вопросах», очень много высказываний Ньютона об эфире. Однако, если судить по поздним изданиям «Оптики» (второму 1717 г., третьему 1721 г. и четвёртому 1730 г.), то от «вопросов» получается весьма противоречивое впечатление сборника иногда прямо противоположных мнений. Для выяснения изменений и развития взглядов Ньютона на эфир необходимо сравнить «вопросы» в разных изданиях «Оптики». [11]

В первом английском издании «Оптики» 1704 г. даже в «вопросах», имеющих совершенно предположительный и ни в какой степени не ответственный для автора характер, эфир вовсе не упоминается. Колебания эфира внутри тел, возбуждаемые световыми лучами и игравшие, как мы видели, важную роль в ньютоновом толковании ряда оптических явлений, неожиданно заменились в «Оптике» колебаниями в сетчатке глаза. [12]

«Не возбуждают ли лучи света, — спрашивает Ньютон, — падая на дно глаза в Tunica Retina, колебаний, распространяющихся вдоль твёрдых волокон оптических нервов до мозга, вызывая ощущение зрения?... Не может ли происходить гармония и разногласие цветов от пропорций колебаний, распространяющихся в мозг по волокнам оптических нервов, подобно тому, как гармония и разногласие звуков происходит от пропорций воздушных колебаний?» Далее спрашивается, не происходят ли цвета, наблюдаемые при нажиме на глаз пальцем, от движений, возбуждаемых на дне глаза давлением и движением пальца; подобных тем, которые производит свет при возбуждении зрения.

На этом и кончаются «вопросы» первого издания «Оптики». Какова природа этих колебаний в сетчатке и нервах, об этом в «вопросах» не говорится ни слова. Естественно возникает мысль, что во время публикации первого издания Ньютон очень скептически смотрел на гипотезу эфира. Это вполне подтверждается просмотром следующего по времени латинского перевода «Оптики», выполненного Клэрком и изданного в 1706 г. В латинском издании Ньютон сделал значительные дополнения. Здесь появились определённые высказывания об эфире, но вполне отрицательного характера.

Новый «вопрос», добавленный в 1706 г. и обозначенный в позднейших изданиях «Оптики» № 28, целиком посвящён эфиру. Он начинается постановкой проблемы: «Не ошибочны ли все гипотезы, в которых свет приписывается давлению или движению, распространяющемуся через некоторую жидкую среду?»

Аргументом против этого снова фигурирует прямолинейность распространения света. Правда, Ньютон, изучавший дифракцию, замечает: «Лучи, проходящие очень близко от краёв какого-нибудь тела, немного загибаются действием тела..., но это загибание направлено не внутрь, но от тени и происходит только при прохождении луча около тела и на очень малом расстоянии от него. Как только луч проходит мимо тела, он идёт дальше по прямой». Иначе говоря, Ньютон ошибочно считал дифракцию явлением совсем иным, чем обычное нарушение прямолинейности при распространении волн; факт полного затмения неподвижных звёзд при прохождении планет между ними и Землёй для него служил решающим аргументом того, что свет «не распространяется по извилистым проходам или загибается внутрь тени».

Совершенно скептически относится Ньютон к предположению Гюйгенса о наличии двух эфиров в кристаллах исландского шпата. Несмотря на блестящую формальную интерпретацию двойного преломления, Гюйгенс действительно чувствовал себя растерянно в отношении конкретно-физического понимания явления. Критикуя дальше гипотезу о природе света как волновом движении в эфире, Ньютон замечал, что столь же трудно с этой точки зрения понять, каким образом лучи могут находиться попеременно в приступах лёгкого отражения или лёгкого прохождения. «Разве только, — пишет он, — предположить, что во всём пространстве существуют две эфирные колеблющиеся среды, причём колебания одной из них составляют свет, колебания же другой быстрее, и всякий раз, как последние обгоняют колебания первой среды, они приводят их в указанные приступы».

Нам, знающим все дальнейшие сложные пути развития воззрений на природу света, ясна ошибочность всех этих аргументов Ньютона, но для своего времени они были неотразимыми по той причине, что учение о волнах находилось в начальной фазе, и сам Ньютон был физиком, относительно наиболее глубоко понимавшим эту форму движения в среде.

За перечисленными возражениями следует, наконец, самый сильный аргумент против эфира в пространстве. «Против заполнения неба жидкими средами, если они только не чрезвычайно разрежены, возникает большое сомнение в связи с правильными и весьма длительными движениями планет и комет по всякого рода путям в небесном пространстве, ибо отсюда ясно, что небесное пространство лишено всякого заметного сопротивления, а следовательно, и всякой ощутимой материи». Ньютон, исходя из закона Бойля, оценивает, что плотность воздуха на высоте 210 миль приблизительно в 10^{18} раз меньше, чем на поверхности Земли, и замечает: «Плотная жидкость бесполезна для объяснения явлений природы, движения планет и комет лучше объясняются без неё. Она служила бы только для возмущения и замедления движений этих больших тел и ослабления мироздания. В порах тел она служила бы только для остановки колебательных движений частей тел, в коих состоит их тепло и

активность, и, поскольку она бесполезна и мешает действиям природы, делая их слабыми, поскольку нет доказательств её существования, она должна быть отброшена. Если же её отбросить, то и гипотезы о том, что свет состоит в давлении или движении, распространяющемся через такую среду, отпадают вместе с нею».

После великого торжества небесной механики в «Началах» подобная аргументация против плотного эфира, который способен исказить регулярные движения небесных тел, вполне понятна. Как видно, однако, из последней цитаты, Ньютон идёт дальше, высказываясь отрицательно не только об эфире в пространстве, но и об эфире внутри тел. Весьма необычно для Ньютона, что далее, в подтверждение своего отрицания эфира, он ссылается на авторитет древних атомистов: «За то, чтобы отбросить такую среду, мы имеем авторитет тех древнейших и наиболее знаменитых философов Греции и Финикии, которые приняли vacuum и тяготение атомов как первые принципы своей философии, приписывая молчаливо тяжесть некоторой иной причине, а не плотной материи».

Какова же эта причина? Здесь перед нами неприкрытое указание на её метафизическую природу: «Позднейшие философы, — пишет далее Ньютон в 1706 г., — изгнали воззрение о такой причине из натуральной философии, измышляя гипотезы для механического объяснения всех вещей и относя другие причины в метафизику. Между тем главная обязанность натуральной философии — делать заключения из явлений, не измышляя гипотез, и выводить причины из действий до тех пор, пока мы не придём к самой первой причине, конечно не механической». Далее следуют туманные рассуждения, фокусирующиеся в конце концов в утверждении бытия живого, разумного, всемогущего существа, которое в бесконечном пространстве, «как бы в своём чувствилище видит все вещи вблизи, прозревает их насквозь и понимает их вполне, благодаря их непосредственной близости к нему».

Таким образом, если в первом издании «Оптики» 1704 г. эфир просто замалчивался, в 1706 г. в латинском издании он резко отрицается и заменяется метафизической причиной.

В 1937 г. Гискок опубликовал выдержки из записок Д. Грегори, [13] содержащие изложение некоторых разговоров с Ньютоном. По записи от 21 декабря 1705 г. тенденция латинского издания «Оптики» становится ещё яснее. Грегори записывает: «Сэр Исаак Ньютон был со мной и сказал, что он приготовил семь страниц добавлений к своей книге о свете и цветах в новом латинском издании; посредством «вопросов» он объяснил взрыв пороха и главные химические действия. Он показал, что свет не есть передача движения или давления. Он склоняется к тому, что свет состоит из маленьких телец. Он объяснил в «вопросах» двойное преломление исландского кристалла. У него были сомнения, может ли он выразить последний вопрос так: чем наполнено пространство, свободное от тел? Полная истина в том, что он верит в вездесущее божество в буквальном смысле. Так, как мы чувствуем предметы, когда изображения их доходят до мозга, так и бог должен чувствовать всякую вещь, всегда присутствуя при ней. Он полагает, что бог присутствует в пространстве, как свободном от тел, так и там, где тела присутствуют. Но, считая, что такая формулировка слишком резка, он думает написать так: какую причину тяготению приписывали древние? Он думает, что древние считали причиной бога, а не какое-либо тело, ибо всякое тело само уже тяжёлое».

Мы говорили уже, что в 1713 г., во втором издании «Начал» отринутый эфир вновь допускается к обсуждению в самых последних фразах книги, причём функции эфира ограничены телами и об эфире пространства речи нет.

Однако в 1717 г. во втором английском издании «Оптики», когда Ньютону было 75 лет, его позиции снова меняются. В книге появляется восемь новых «вопросов» об эфире, имеющих при всей своей вопросительности несомненно положительный характер. В 18-м вопросе спрашивается: «Не проводится ли тепло тёплой комнаты через вакуум посредством колебаний более тонкой среды, чем воздух, который остаётся in vacuo, после извлечения воздуха?... Не проникает ли эта среда легко во все тела? И не расширяется ли (благодаря её упругой силе) по всему небу?» В вопросах 19 и 20-м эфир применяется для объяснения преломления и диффракции на основании той же схемы, что и в рассуждениях 70-х годов. В 21-м вопросе градиент плотности эфира при переходе от тела в пространство применяется для объяснения тяготения. «Такое возрастание плотности, — пишет Ньютон, — на больших расстояниях может быть чрезвычайно медленным; однако если упругая сила этой среды чрезвычайно велика, то этого возрастания может быть достаточно для того, чтобы устремлять тела от более плотных частей среды к более разрежённым со всей той силой, которую мы называем тяготением». Напомним, что в письме к Бойлю при объяснении тяготения фигурировал градиент тонкости частиц эфира, заменённый здесь градиентом плотности. Здесь перед нами уже третий вариант механической эфирной модели тяготения Ньютона.

Из скорости света Ньютон вычисляет, что упругая сила эфира в отношении к его плотности должна превышать более чем в $4 \cdot 9 \cdot 10^{11}$ раз упругую силу в отношении к его плотности. Далее впервые Ньютон ставит вопрос об атомистическом строении эфира. В очень осторожной форме, как будто бы высказывая чужое мнение, он пишет: «Если кто-нибудь предположит, что эфир (подобно нашему воздуху), может быть, содержит частицы, которые стремятся отталкиваться одна от другой (я не знаю, что такое этот эфир), что его частицы крайне малы сравнительно с частицами воздуха и даже света, то чрезвычайная малость этих частиц может способствовать величине силы, благодаря которой частицы отталкиваются друг от друга, делая среду необычайно разрежённой и упругой в сравнении с воздухом и, следовательно, в ничтожной степени способной к сопротивлению движениям брошенных тел и чрезвычайно способной вследствие стремления к расширению давить на большие тела». Ньютон, таким образом, сам указывает возможность обойти затруднение, возникающее вследствие сопротивления эфира движению небесных тел и приведённое в вопросе 28-м. «Если этот эфир, — пишет он в следующем 22-м вопросе, — предположить в 700 000 раз более упругим, чем наш воздух, и более чем в 700 000 раз разрежённым, то сопротивление его будет свыше чем в 600 000 000 раз меньшим, чем у воды. Столь малое сопротивление едва ли произведёт заметное изменение движений планет за десять тысяч лет».

В следующих двух новых вопросах издания 1717 г. спрашивается, не происходит ли зрение благодаря колебаниям эфира в сетчатке и нервах и не определяют ли колебания эфира в мозгу, распространяющиеся по нервам и мускулам, движений животных. Между тем в издании 1704 г. почти такие же вопросы ставятся безотносительно к эфиру.

Если бы можно было судить о научных настроениях Ньютона только по новым добавлениям, то, конечно, можно было бы говорить о резком изменении взглядов Ньютона в отношении эфира в положительную сторону. В действительности положение осложняется тем, что во втором английском издании «Оптики» все варианты «вопросов» изданий 1704 и 1706 гг. в основном сохранены и напечатаны рядом с «проэфирными» вопросами 1717 г.

При этом едва ли случаен порядок расположения этих противоречивых «вопросов». Во втором (1717), третьем (1721) и четвёртом (1730) изданиях «Оптики», несомненно редактированных лично Ньютоном, «вопросы» по порядку располагаются такими группами:

1) № 1 — 17, преимущественно 1704 г. — вопросы, касающиеся свойств света, взаимодействий между светом и веществом и колебаний, возникающих в сетчатке и нервах при падении света, без какого-либо упоминания эфира.

2) № 18 — 24, 1717 г. — вопросы, подсказывающие реальность эфира.

3) № 25 — 28, 1706 г. — поляризация света и аргументы против эфира; утверждение немеханической первопричины явлений.

4) № 29 — 31, 1706 г. — вопросы, трактующие оптические и физико-химические процессы как результат движения частиц, между которыми действуют притягательные и отталкивательные силы.

Важно отметить, что в издании 1717 г. в последнем 31-м вопросе добавлены следующие «формалистические» строки, повторяющие «hypotheses non fingo» второго издания «Начал» 1713 г. «Гипотезы не должны рассматриваться в экспериментальной философии, и хотя аргументация на основании опытов и наблюдений посредством индукции не является доказательством общих заключений, однако это — лучший путь аргументации, допускаемой природой вещей, и может считаться тем более сильным, чем общее индукция».

Эта сентенция Ньютона может, повидимому, считаться ключом к сложной структуре «вопросов» в том виде, как они стали печататься, начиная со второго английского издания. На основе этого ключа структура предположительно прочитывается так:

«Важнее всего эмпирические свойства света, изложенные в основном тексте книги и в первых 17 вопросах. Некоторые из этих свойств могут толковаться при помощи гипотезы эфира (вопросы 18 — 24), но эта гипотеза противоречит другим свойствам (вопросы 25 — 28). Правильнее всего (вопросы 29 — 31), не создавая гипотез, описывать явления на основании опытов и наблюдений по методу индукции, точнее, по методу принципов».

Иначе говоря, Ньютон в конце концов в «Оптике», как и в «Началах», отказался ответить на вопрос об эфире. Ибо эфир для него, несомненно, гипотеза, а «гипотезы не должны рассматриваться в экспериментальной философии». Более чем пятидесятилетние размышления Ньютона над гипотезой эфира кончились отказом от самой постановки вопроса во славу принципа «hypotheses non fingo». В своем скептицизме по отношению к эфиру Ньютон оставался почти одиноким в XVIII и XIX вв., и только физика нашего времени решительно разделила этот скептицизм.

5. Атомизм Ньютона

Эфир дискутировался Ньютоном, как и другими физиками, в качестве возможного материального посредника между раздельными скоплениями вещества. Само вещество, так же как его раздробление на большие или меньшие части, разбросанные в пространстве, было бесспорным. В связи с этим как основная физическая задача с давних пор была поставлена проблема строения вещества, нашедшая первое свое решение в атомизме древних.

В опубликованных трудах и в рукописях наследия Ньютона не сохранилось попыток обоснования атомизма. Вместе с тем античный атомизм был ему хорошо известен. В «Лекциях по оптике», напечатанных в 1668 — 1669 гг., мы читаем: «Учившие о цветах до сих пор делали это либо только на словах, как перипатетики, либо стремились исследовать природу их и причины, как эпикурейцы и другие более новые авторы». Эти строки молодого Ньютона в самом начале его профессорской карьеры обнаруживают приверженца атомистической эпикуровой философии. Ссылки на Эпикура встречаются и в других местах у Ньютона. В третьем письме к Бентлею, написанном 25 февраля 1693 г., [14] Ньютон упоминает о мнении Эпикура по поводу врождённости

тяготения материи. В латинском издании «Оптики» 1706 г., как уже отмечалось, в связи с критикой концепции эфира имеется ссылка на авторитет греческих и финикийских философов, которые приняли vacuum и атомы, и тяготение атомов, как первые принципы своей философии. В библиотеке Ньютона, как можно видеть по её каталогу, имелся экземпляр эпикурейской поэмы Лукреция, издания 1686 г. [15]

Однако об атомах, как неделимых хотя бы в эпикурейском смысле, Ньютон никогда не говорит, предпочитая неопределённое и широкое понятие "частиц или корпускул".[16] Знаменитый физико-химический 31-й вопрос «Оптики» целиком касается взаимодействий атомов и молекул, если говорить на современном языке, но в нём термин «атомы» также не упоминается. Ньютон при этом не удовлетворяется общими представлениями и стремится уточнить представление о частицах, составляющих тела.

Третья часть второй книги «Оптики» посвящена проблеме постоянных цветов естественных тел и аналогии между ними и цветами тонких пластинок. Предложение V содержит очень смелую, но ошибочную гипотезу о природе окраски тел. «Прозрачные части тел (т. е. элементарные корпускулы. — *С. В.*), соответственно их различным размерам, отражают лучи одного цвета и пропускают другие на том же основании, как тонкие пластинки или пузыри отражают или пропускают те или иные лучи. Это, я полагаю, является причиной всех цветов тел». На основе этого Ньютон судит о размерах элементарных частиц по цветам тел. «Так, если желательно знать диаметр корпускулы с плотностью такою же, как у стекла, и отражающей зелёный цвет третьего порядка, то число $16^1/_4$ покажет, что её диаметр будет $\frac{16^1/_4}{1\,000\,000}$ дюйма». Иначе говоря, частицы, определяющие цвет естественных тел, оказываются, по Ньютону, имеющими размеры порядка длин видимых световых волн. В связи с этим автор «Оптики» в издании 1717 г. выражает надежду, «что со временем при усовершенствовании микроскопов, может быть, удастся открыть частицы тел, от которых зависит их цвет, если в некоторой мере микроскопы уже не дошли до такой степени совершенства». «Если это удастся — прибавляет он, — то, я опасаюсь, здесь будет крайний предел зрения. Ибо, повидимому, невозможно наблюдать далее тайные и благородные действия природы внутри корпускул в силу их прозрачности».

Свою аргументацию в пользу изложенной теории цветов естественных тел Ньютон считал настолько сильной, что поместил её в основном тексте «Оптики», не перенося в «вопросы».

Важнейшим нововведением в ньютоновом учении о веществе было, однако, вполне отчётливое представление о сложности частиц, составляющих тела. В этом, может быть, и находится причина, по которой Ньютон избегал говорить о неделимых атомах. Сложности структуры частиц прежде всего требовала ньютонова оптика. Как ясно из теории окраски тел, предлагаемой Ньютоном, частицы, определяющие эту окраску, очень велики; размеры их должны быть порядка длины световой волны. Но если эти частицы — сплошные, то как же объяснить при таких размерах прямолинейность распространения света сквозь прозрачные тела? Эта трудность всегда занимала Ньютона; она же впоследствии, в XVIII в., у Эйлера, Ломоносова и многих других физиков служила главной темой для нападок на эмиссионную теорию.

В мемуаре 1675 г. Ньютон искал разрешения трудности в выравнивающем неоднородности эфире. «Без сомнения, — рассуждал он, — в каждом прозрачном теле имеются поры различных размеров, а я сказал, что эфир находится в наибольшем разрежении в наименьших порах; поэтому эфир в каждой поре должен обладать различной разреженностью..., что должно привести

к рассеянию и уничтожению прозрачности тела. Надо, однако, принять во внимание, что эфир во всех плотных телах постоянно волнуется непрерывными колебаниями... Это должно распределить эфир равномерно по всем порам, не превосходящим некоторой ширины, положим, ширины колебания, и таким образом эфир будет иметь плотность, одинаковую во всем прозрачном теле сообразно среднему сорту пор».

Это мало убедительное объяснение было впоследствии оставлено. Вместо него в «Оптике» развивается представление о сложном строении частиц тела. Частицы, по Ньютону, на самом деле в своём объёме содержат больше пустых пор, чем материи, и поэтому вполне проницаемы для света. «Вообразим себе, — пишет он, — что эти частицы тел расположены так, что промежутки, или пустые пространства между ними, равны им всем по величине, что эти частицы могут быть составлены из других частиц, более мелких, пустое пространство между коими равно величине всех этих меньших частиц, и что подобным же образом эти более мелкие частицы снова составлены из ещё более мелких, которые все вместе по величине равны всем порам или пустым пространствам между ними...Если есть пять таких степеней в теле, будет в тридцать один раз более пор, чем твёрдых частей. При шести степенях в теле будет в шестьдесят три раза больше пор, чем твёрдых частей. И так далее, до бесконечности. [17] Есть и другие пути для понимания пористости тел. Но каково в действительности их внутреннее строение, мы ещё не знаем». В 31-м вопросе, появившемся в издании 1706 г., эта примерная картина сложного строения частиц поясняется в терминах учения о притяжениях и отталкиваниях: «Мельчайшие частицы материи могут сцепляться посредством сильнейших притяжений, составляя бóльшие частицы, но более слабые; многие из них могут также сцепляться и составлять ещё бóльшие частицы с ещё более слабой силой, и так в ряде последовательностей, пока прогрессия не закончится самыми большими частицами, от которых зависят химические действия и цвета природных тел».

Из этих слов Ньютона ясно, что по его представлениям *химические и оптические свойства вещества определяются сложными частицами, а не элементарными корпускулами*. Этот вывод мотивировался не только приведенными оптическими соображениями, сохранившими для нас лишь исторический интерес, но доводами, взятыми из алхимической практики Ньютона и вполне современными.

Известно, что химия и алхимия стояли всегда в центре интересов и работы Ньютона. Не менее тридцати лет, за время жизни в Кэмбридже, Ньютон много и усердно экспериментировал в своей химической лаборатории. Из сохранившихся записных тетрадей, из переписки с Бойлем и Локком, наконец, по воспоминаниям секретаря Ньютона, его однофамильца Гэмфри Ньютона, видно, что основная цель химических опытов была явно алхимическая — превращение металлов и получение золота. [18] Мы не предполагаем излагать и анализировать здесь результаты химических изысканий Ньютона. Можно сделать только само собой разумеющееся замечание, что вывод его алхимических опытов, как и у всех его современников и предшественников, был, разумеется, неутешительным. В отличие от прочих, Ньютон сумел, однако, сделать из отрицательных алхимических опытов крайне важное заключение. В небольшом мемуаре «О природе кислот» Ньютон пишет следующие замечательные строки, касающиеся золота и ртути. «Золото состоит из взаимно притягивающихся частиц; сумму их назовем первым соединением, а сумму этих сумм вторым и т. д. Ртуть и царская водка могут проходить через поры между частицами последнего соединения, но не через иные. Если бы растворитель мог проходить через другие соединения, иначе, если бы можно было разделить частицы золота первого и второго соединения, то золото сделалось бы жидким и текучим. Если бы золото могло бродить, то оно могло бы превращаться в какое-нибудь другое тело».

Насколько известно, историки науки и биографы Ньютона не обращали должного внимания на эти строки. Между тем в них содержится объяснение безуспешности попыток превращения элементов. Химические агенты и растворители, по мнению Ньютона, действуют только на «последние соединения частиц золота», т. е. на слабо связанные силами притяжения части. Между тем основные свойства тела характеризуются «первым соединением», наиболее крепким и прочным. Брожением Ньютон называет чрезвычайно мощные химические процессы. В случае золота такие мощные воздействия могли бы разрушить «первое соединение» и облегчить переход золота в какое-нибудь другое тело.

Если воспользоваться терминами современной физики, то мысль Ньютона можно передать так. «Частицы золота — сложные; часть корпускул, входящих в их состав, связана силами притяжения очень тесно и крепко, образуя маленькое, трудно разрушимое ядро; другие корпускулы, наоборот, притягиваются слабо и находятся поэтому на значительном расстоянии, на периферии частицы, и легко отрываются посредством различных агентов. Превращение золота в другие тела возможно только при разрушении его ядра».

Подобно древним атомистам, угадавшим за тысячелетия до настоящего доказательства атомную природу вещества, Ньютон, предваряя трёхвековое развитие физики и химии, различает принципиальные черты сложного строения химических атомов. Как сказано выше, на это наводили Ньютона распространение света в веществе и в особенности химические явления. Нельзя не отметить с сожалением, что современники и потомки Ньютона не поняли и не узнали этой мысли Ньютона, высказанной, правда, в сжатой и осторожной форме.

В заключение нельзя не выразить изумления перед беспримерной по своей безошибочности интуицией Ньютона не только на прочной почве опыта и принципов, но и в зыбком и многозначном море гипотез.

Окончательно отрицательная и в лучшем случае агностическая позиция Ньютона в старости по отношению к гипотезе механического, подобного веществу, эфира вполне оправдана развитием новой физики за последние 50 лет.

Упорная тенденция Ньютона сочетать в представлении о свете корпускулярные и волновые свойства, хотя и в грубой механической форме и по основаниям, далеко не всегда справедливым, также неожиданно получила воплощение в квантовой физике. Наконец, гипотетические мысли Ньютона о строении вещества, высказанные в общей принципиальной и в то же время отчетливой форме, на наших глазах были переведены на язык современной физики атома и атомного ядра.

Нужно вспомнить, насколько неожиданными и неправдоподобными казались вначале эти результаты физикам нашего поколения, чтобы оценить в полной мере дальновидность или по крайней мере случайную удачу Ньютона в его гипотезах.

ПРИМЕЧАНИЯ

[1] Abbé Haüy. Traité élémentaire de physique. 3-me éd., I, стр. VIII, Paris, 1821.

[2] I. Newtoni Opera (S. Horsley), IV, стр. 322. Londini, 1782.

[3] Мемуар переведен мною, см. „Успехи физических наук", VII, стр. 185, 1927.

[4] T. Birch. History of the Royal Society, III, стр. 248, 1757

[5] Д. И. Менделеев. Попытка химического понимания мирового эфира. Избр. соч., II, стр. 467, 1934.
[6] Ib., стр. 474.
[7] Birch, l. c., стр. 261.
[8] Ib., стр. 279.
[9] I. Newtoni Opera, IV, стр. 385.
[10] Только в первом определении, касающемся количества материи, упоминается „о среде, если таковая существует, свободно проникающей в промежутки между частями тел".
[11] Сравнение текстов разных изданий „Оптики" дано в т. IV Трудов Ньютона, изд. Горслея.
[12] Наш русский перевод сделан с 2-го английского издания 1721 г. (И. Ньютон. Оптика, 1927). В этом издании цитируемые вопросы идут под № 12, 13, 14, 15, 16.
[13] D. Gregory. I. Newton and their circle. Extracts from D. Gregory's memoranda (1677—1708). Edited by W. G. Hiscock, 1937.
[14] I. Newtoni Opera, IV, стр. 438, 1782.
[15] R. de Villamil. Newton: the Man, стр. 84.
[16] Можно, впрочем, отметить, что, например, Лукреций также не пользуется термином „атом", заменяя его другими обозначениями. Ср. Лукреций „О природе вещей", 1936, прим. 55.
[17] Отношение объёма пор V к объему твердых частиц v при n ступенях будет: $V : v = 2^n - 1$.
[18] Ср. С. И. Вавилов. Исаак Ньютон, 1943, стр. 142.





Академик
Н. Н. ЛУЗИН

НЬЮТОНОВА ТЕОРИЯ ПРЕДЕЛОВ

Каждая большая дисциплина имеет лежащие в ее глубине некоторые основания. При настоящем состоянии науки обычно добиваются обнажения *логических* оснований. И с этой точки зрения понятны ставящиеся часто вопросы: на каком именно логическом фундаменте стоит творение Ньютона? насколько он осознавался самим автором? какие следы понимания значения этого фундамента оставлены автором в тексте?

Флюксии Ньютона и дифференциалы Лейбница образуют то, что в настоящее время называется *анализом бесконечно малых*, а по причинам, которые будут разъяснены дальше, *малым математическим анализом*. Известно, что таковой имеет сейчас твёрдое логическое обоснование, получившее безупречную окончательную форму благодаря деятельности одного из сильнейших математиков XIX в. — Августина Коши.

Логическое обоснование анализа бесконечно малых Коши провел при помощи окончательно сформированной им *теории пределов*, которая своими корнями уходит в смутную даль прошлого, проходя через несколько имён (Даламбер, Маклорен и др.) и восходя, как мы увидим, к Ньютону. Редакция, которую Коши дал теории пределов, была исключительно счастливой и блестящей; она фигурирует без всяких изменений во всех современных учебниках «малого математического анализа». Столь же классическим является впервые данное Коши определение *непрерывности функции*. Теория пределов в редакции Коши сразу внесла в тогдашний математический анализ полное успокоение, приводя в порядок спутанные идеи и разъясняя массу недоразумений.

Современная теория пределов столь хорошо известна, что излишне касаться её содержания. Укажем лишь, что Коши построил её на понятии *переменной величины*, т. е. такой, которая *последовательно* проходит через ряд численных значений, из которых заведомо *ни одно не является самым последним*. Пределом же переменной величины называется такая постоянная величина, разность которой с рассматриваемой переменной *кончит* тем, что *станет* и *будет впредь* оставаться по абсолютной величине меньше всякого наперёд заданного положительного числа. Понятие времени, которым слегка окрашено это определение, не играет ни малейшей роли: такое «время» может

быть не только «реальным» временем, но даже и не-архимедовым. Как разъясняется в трактатах «большого математического анализа» эссенцией определения Коши являются какие угодно отвлечённые упорядоченные множества, состоящие из любых элементов, называемых «моментами» (т. е. «мгновениями»), лишь бы эти множества заведомо не имели самого последнего элемента. Исходя из этого, Коши мог, наконец, придать совершенную точность концепции определенного интеграла как *предела суммы*: эта важнейшая концепция впервые была введена Лейбницем, облекшим её в глубокий символ, но потом временно была покинута даже его последователями (Эйлер), для которых она не была ясной и которые поэтому не могли справиться с нею.

Теория пределов в редакции Коши окончательно обосновала анализ бесконечно малых, подведя под него безупречный логический фундамент. Понятие бесконечно малого получило, наконец, точный смысл: это — самая обыкновенная переменная величина, конечная в течение процесса своего изменения, но имеющая своим пределом нуль. Ньютон в таком случае говорил об «исчезающе малом», мы же, осторожности ради, дабы не вызвать здесь ложной идеи постоянного, говорим о «бесконечно умаляющемся» (Жегалкин), переходя на традиционный термин *бесконечно малого* тогда, когда в умах начинающих этот двусмысленный опасный термин уже не может вызвать никакого соблазна.

Перевод ньютоновых „Начал" академиком А. Н. Крыловым

Возвращаясь теперь к нашей теме, естественно спросить: имел ли в виду абсолютный ум Ньютона[1] осуществить логическое обоснование созидавшегося им анализа бесконечно малых на той или иной модификации современной теории пределов? Вопрос этот не раз дебатировался в литературе различных стран как с полным его пониманием, так и без всякого его понимания.

В нашей стране акад. А. Н. Крылов, напечатавший недавно одну из сильнейших работ по «Ньютоновой теории астрономической рефракции», в свое время дал исчерпывающе полный перевод с латинского языка на русский «Начал натуральной философии» («Philosophiae naturalis principia mathematica») Ньютона, исполненный, можно сказать, с подстрочною точностью и так, чтобы при точном сохранении не только смысла подлинника, но и самых слов Ньютона, была достигнута правильность и гладкость русского языка и избегнуто употребление латинских слов, которые от написания их русскими буквами не становятся русскими. Желающие могут найти подлинные слова Ньютона, доказательства и рассуждения, относящиеся к интересующему их вопросу.

Ньютон почти все свои рассуждения ведёт геометрически; из слов его предисловия к первому изданию видно, *какое значение он придавал точности чертежа*. Эта точность соблюдена и в русском переводе: акад. А. Н. Крылов перечертил все чертежи тушью, строго следя за полным их соответствием тексту; чертежи были выполнены тушью в удвоенном масштабе, фотоцинкография их уменьшила в два раза.

Отдельные места текста Ньютона по сжатости изложения или особенностям бывших в то время математических приёмов потребовали некоторых пояснений и толкований; все эти пояснения и толкования помещены акад. А. Н Крыловым при самом тексте и примечаниях, причем те места подлинника, которые в силу особенностей латинского языка допускали разное толкование, приведены в примечаниях ещё и по-латыни, с пояснением причин, заставивших переводчика остановиться на том или ином их толковании.

Если мы теперь обратимся к тексту «Начал натуральной философии», то, с совершенной ясностью убедимся не только в наличии у Ньютона теории пределов в почти современной её форме, но и в выполнении её с гораздо большею осторожностью, чем это было сделано Коши. Впрочем, пусть само дело говорит за себя.

Текст Ньютона и примечания академика А. Н. Крылова

Книгу I «Начал натуральной философии», её отдел I, носящий название «О методе первых и последних отношений, при помощи которого последующее доказывается», возглавляет поставленная Ньютоном в начале

«Лемма I. *Количества, а также отношения количеств, которые в продолжении любого конечного времени постоянно стремятся к равенству и ранее конца этого времени приблизятся друг к другу ближе, нежели на любую заданную разность, будут в пределе равны.*

Если это отрицаешь, то пусть они в пределе будут не равны, и их предельная разность пусть будет D; следовательно, они не могут ближе подойти к равенству, как до этой заданной разности D, в противность предположению».

Далее идет геометрическая

«Лемма II. *Если в какую-либо фигуру, ограниченную прямыми и кривою, вписывать любое число параллелограмов, имеющих равные основания и стороны, параллельные стороне фигуры, и дополнить параллелограмы, затем, уменьшая ширину этих параллелограмов, увеличивать их число до бесконечности, то я утверждаю, что в пределе отношения вписанной фигуры, описанной и криволинейной друг к другу, равны единице».*[2]

В качестве пояснения к тексту Ньютона акад. А. Н. Крылов присоединяет к формулировке этой леммы следующее примечание:

«Предельные отношения Ньютон называет или «primae relationes», т. е. «первые отношения», или «ultimae relationes», т. е. «последние отношения», причём первым термином он пользуется при определении предела отношения двух бесконечно малых величин: «зарождающихся», «nascentium», или «исчезающих», «evanescentium». Второй термин применяется безразлично для предела отношения величин, как конечных, так и бесконечно малых. Когда две величины в пределе равны, т. е. когда их отношение в пределе равно единице, то употребляется термин «sunt ultimo aequales», т. е. «наконец, равны», или «ultimae rationes sunt rationes aequalitatis», т. е. «последние отношения суть отношения равенства». В переводе все эти термины заменены употребляемыми теперь словами «предельное отношение» или «предел отношения». Переменные величины вообще Ньютон называет или «неопределёнными», «indeterminatae», или «текущими», «fluentes», величины постоянные всегда называет «заданными», или «данными», «datae». В переводе этот термин во многих местах сохранён».

Фигура, вычерченная Ньютоном при тексте леммы II, изображает основной криволинейный прямоугольный треугольник с прямолинейными катетами и криволинейной гипотенузой. Один катет — горизонтальный, вершина прямого угла в его левом конце, другой катет вертикальный и выше его. Кривая гипотенузы начерчена Ньютоном в виде монотонно ниспадающей непрерывной линии, обращенной своей выпуклостью вверх. Горизонтальный катет разделён на равные отрезки, служащие нижними основаниями двух серий прямоугольников. Прямоугольники первого рода содержатся в основной фигуре и упираются в кривую правыми верхними вершинами; их соединение образует *фигуру первого рода*, содержащуюся в основной. Прямоугольники второго

рода, опираясь на кривую своими левыми верхними вершинами, частично выступают из основной фигуры; их соединение образует *фигуру второго рода*, содержащую в себе целиком основную. Таким образом, основная фигура является промежуточной, содержа в себе фигуру первого рода и сама содержась в фигуре второго рода; поэтому обе эти фигуры являются по отношению к основной *крайними*. Периметр каждой крайней фигуры есть многоугольник, причём зубчатая верхняя часть его чрезвычайно близка к кривой, когда деления горизонтального катета чрезвычайно малы.

Самый большой прямоугольник второго рода, считая слева первый, Ньютон, в целях следующей леммы III, несколько расширил справа пунктиром, немного увеличив его основание и оставив прежнюю высоту.

Доказательство леммы II Ньютон даёт в следующих словах:

«Разность вписанной и описанной фигур есть сумма параллелограмов, которая (вследствие равенства всех оснований) равна прямоугольнику, построенному на одном из оснований и сумме (их) высот, т. е. (начальному) прямоугольнику (второго рода). Но этот прямоугольник, так как его ширина уменьшается бесконечно, может быть сделан менее любой заданной величины. Следовательно (по лемме I), в пределе фигура вписанная, фигура описанная и тем паче заключающаяся между ними криволинейная будут между собой равны».

Эту лемму расширяет следующая

«Лемма III. *Предельные отношения тех же сумм параллелограмов равны единице и в том случае, когда ширины их не равны между собою, но все уменьшаются бесконечно*».

Доказательство Ньютона таково:

«Пусть основание (пунктирного прямоугольника) равно наибольшей из ширин. Этот (пунктирный) параллелограм будет больше разности фигуры вписанной и фигуры описанной; при бесконечном же уменьшении ширины его площадь может быть сделана менее площади любого заданного прямоугольника.

Следствие 1. Таким образом, в пределе сумма этих исчезающих параллелограмов вполне совпадает с площадью криволинейной фигуры.

Следствие 2. В ещё большей мере прямолинейная фигура, ограниченная хордами дуг, совпадает с криволинейной фигурой.

Следствие 3. То же самое относится и к описанной прямолинейной фигуре, ограниченной касательными к сказанным дугам.

Следствие 4. Поэтому эти две последние фигуры [по отношению к периметру (криволинейному)] в пределе не суть прямолинейные, но составляют криволинейный предел прямолинейных фигур».

Кульминационным пунктом ньютонова учения о пределах является

«Лемма IV. *Если в каждую из двух фигур вписать (как указано выше) ряд параллелограмов так, чтобы число их было то же самое, и если при бесконечном уменьшении ширин пределы отношений площадей параллелограмов одной фигуры к параллелограмам другой (каждого к ему соответствующему) между собою равны, то я утверждаю, что и самые фигуры находятся в том же отношении*».

Для этой леммы Ньютон вычертил два криволинейных прямоугольника таких же точно, как и в лемме II, с одинаковым числом в каждом из них вложенных прямоугольников первого рода; прямоугольников второго рода (выступающих) совсем нет.

Доказательство важной леммы IV и ещё более важного вытекающего из нее следствия Ньютон проводит так:

«В самом деле, в каком отношении находится каждый из параллелограмов одной фигуры к ему соответствующему другой, в том же отношении друг к другу находятся и суммы всех их, т. е. площадь одной фигуры к площади

другой, ибо по лемме III пределы отношений площади первой фигуры к первой сумме и площади второй ко второй сумме равны единице.

Следствие. Совершенно так же докажется, что если вообще две какого угодно рода величины будут разделены на одинаковое число частей и, при бесконечном возрастании числа их и уменьшении каждой из них, отношение их соответственно друг к другу, т. е. первой к первой, второй ко второй и т. д., остается постоянным, то и самые величины будут находиться в этом же отношении; ибо если в относящихся к этой лемме фигурах взять параллелограмы так, чтобы они были пропорциональны сказанным частям, то суммы частей будут относиться между собою, как суммы параллелограмов, и, следовательно, когда число частей и число параллелограмов будет бесконечно возрастать, а самые части уменьшаться, предельное отношение сумм частей будет оставаться равным предельному отношению сумм параллелограмов; это же отношение равно отношению каждого параллелограма к ему соответствующему, т. е. (по предположению) пределу отношения части к части».

Исключительная важность этой части текста Ньютона побудила акад. А. Н. Крылова снабдить его следующим примечанием:

«Эта лемма и её следствие, составляющее в теперешнем изложении основную теорему интегрального исчисления, постоянно применяются в «Началах», в которых аналитический процесс интегрирования заменяется часто сопоставлением той кривой, коей площадь ищется, с другой известной кривой так, чтобы площади соответствующих параллелограмов (элементы интеграла) находились в постоянном отношении. Аналитически этот процесс равносилен интегрированию при помощи подстановки».

Этими словами акад. А. Н. Крылов указывает, что следует рассматривать лемму IV как то, что в настоящее время называется «вторым принципом анализа бесконечно малых», или ещё иначе: «принципом интегрального исчисления». Как известно, этот принцип при вычислении предела суммы бесконечно большого числа бесконечно малых слагаемых позволяет заменять эти бесконечно малые слагаемые другими, им *равномерно эквивалентными*.

Что же касается «первого принципа анализа бесконечно малых», т. е. принципа дифференциального исчисления, позволяющего при вычислении предела отношения двух бесконечно малых заменять эти бесконечно малые другими, им эквивалентными, то этот принцип полностью указан Ньютоном в следствии леммы VII и повторно в следствии леммы VIII. Полный текст Ньютона таков:

«Лемма VII. *При тех же предположениях (непрерывной кривизны) я утверждаю, что предельное отношение дуги, хорды и касательной друг к другу равно единице.*

Следствие 3. В виду этого все эти длины при всяком рассуждении о пределах отношений могут быть взяты одна вместо другой».

«Лемма VIII. *Я утверждаю, что в пределе эти три исчезающие треугольника (имеющие основанием хорду, дугу и касательную, а остальные две стороны соответственно параллельными двум заданным прямым) между собою равны и предельное отношение их площадей равно единице.*

Следствие. Следовательно, во всех рассуждениях о пределе отношений эти треугольники могут быть взяты один на место другого».

Для того чтобы сделать ещё более ясным построяемый метод пределов, чтобы обратить внимание на его характерные черты, условия его применимости и попутно ответить на могущие возникнуть недоумения, Ньютон препровождает длинный ряд своих лемм (лемма I—лемма XI) следующим в высшей степени замечательным окончанием отдела I:

«Поучение. Предыдущие леммы приведены, чтобы избежать утомительности длинных доказательств, основываясь по образцу древних на приведениц к нелепости.

Доказательства делаются более краткими и при помощи способа неделимых, но так как самое представление неделимых грубовато (durior), то этот способ представляется менее геометричным, почему я и предпочёл сводить доказательства всего последующего к пределам сумм исчезающих количеств и к пределам их отношений; поэтому я и предпослал сколь можно краткие доказательства свойств этих пределов. Способом пределов достигается то же, что и способом неделимых, и после того как его основания доказаны, мы можем им пользоваться с ещё большей уверенностью. Поэтому, если во всём последующем изложении я и рассматриваю какие-либо величины как бы состоящими из постоянных частиц или если я принимаю за прямые линии весьма малые части кривых, то следует разуметь, что это — не неделимые, а исчезающие делимые величины, что это — не суммы и не отношения определённых конечных частей, а пределы сумм и пределы отношений исчезающих величин, и сущность этих доказательств в том и состоит, чтобы все приводить к предыдущим леммам.

Делают возражения, что для исчезающих количеств не существует «предельного отношения», ибо то отношение, которое они имеют ранее исчезания, не есть предельное, после же исчезания нет никакого отношения. Но при таком и столь же натянутом рассуждении оказывается, что у тела, достигающего какого-либо места, где движение прекращается, не может быть «предельной» скорости, ибо та скорость, которую тело имело ранее, нежели достигло этого места, не есть «предельная», когда же достигло, то нет скорости. Ответ простой: под «предельною» скоростью надо разуметь ту, с которою тело движется не перед тем как достигнуть крайнего места, где движение прекращается, и не после того, а когда достигает, т. е. именно ту скорость, обладая которой тело достигает крайнего места и при которой движение прекращается. Подобно этому под предельным отношением исчезающих количеств должно быть разумеемо отношение количеств не перед тем, как они исчезают, и не после того, но при котором они исчезают. Точно так же и предельное отношение зарождающихся количеств есть именно то отношение количеств, с которым они зарождаются. Предельная сумма зарождающихся или исчезающих количеств есть та составленная из них сумма, которая образуется, когда они, увеличиваясь или уменьшаясь, только начинают или прекращают существовать. Существует такой предел, которого скорость может достигнуть в конце движения, но не может превзойти, — это и есть предельная скорость. Такова же причина существования предела отношения зарождающихся или исчезающих количеств и пропорций. Когда такой предел существует и величина его вполне определённая, то его нахождение есть задача истинно геометрическая. Всё же геометрическое может быть законным образом применяемо при геометрических изысканиях и доказательствах.

Можно возразить, что если существуют предельные отношения исчезающих количеств, то существуют и предельные величины их самих, и, следовательно, всякое количество должно состоять из неделимых, что опровергнуто Евклидом в книге X «Элементов», в учении о несоизмеримых величинах. На самом же деле это возражение основано на неверном допущении.

Предельные отношения исчезающих количеств не суть отношения пределов этих количеств, а суть те пределы, к которым при бесконечном убывании количеств приближаются отношения их, и к которым эти отношения могут подойти ближе, нежели на любую наперёд заданную разность, но которых превзойти или достигнуть на самом деле не могут ранее, чем эти количества уменьшатся бесконечно. Дело объясняется проще на бесконечно больших величинах. Если две величины, разность которых задана, будут обе увеличиваться до бесконечности, то между ними будет существовать предельное отношение, равное единице, однако не будет предельных значений для самих ве-

личин, т. е. таких наибольших их значений, отношение которых как раз было бы равно единице. Поэтому, если в последующем для простоты речи я буду говорить о величинах весьма малых или исчезающих, или зарождающихся, то не следует под этими словами разуметь количества определённой величины, но надо их рассматривать как уменьшающиеся бесконечно».

Во всем предыдущем тексте Ньютон выдвигает на первый план самую *теорию пределов*, которой он придал чисто геометрическую форму. *Бесконечно малые* отодвинуты на задний план и затеряны среди мира переменных величин, частным случаем которых они являются. Но Ньютону дальше пришлось в упор столкнуться с самостоятельной индивидуальностью бесконечно малых как таковых, когда ему оказалось уже недостаточно геометрической теории пределов и когда он был приведен к рассмотрению *аналитических выражений*. И первая же задача об отыскании флюксии многочлена принудила его войти в соприкосновение с *арифметикой бесконечно малых*.

Соответствующее место книги II, отдела II, гласит:

«Лемма II. *Момент произведения равен сумме моментов отдельных производителей, умноженных на показатели их степеней и коэффициенты*».

Важное пояснение к этой лемме помещено Ньютоном перед доказательством, и оно таково.

«Я называю «произведением» вообще всякое количество, которое в арифметике происходит от умножения, деления и извлечения корней из отдельных его сомножителей, в геометрии же оно образуется нахождением объёмов, площадей, сторон, крайних и средних пропорциональных, не делая сложения и вычитания. К такого рода количествам относятся: произведения, частные, корни, прямоугольники, квадраты, кубы, стороны квадратов и кубов и т. п. Я рассматриваю здесь эти количества как неопределённые и изменяющиеся и как бы возрастающие и убывающие от постоянного движения или течения, и их мгновенные приращения или уменьшения разумею под словом *моменты*, так что приращения почитаются за положительные или прибавляемые моменты уменьшения — за вычитаемые или за отрицательные.

Но следует озаботиться, чтобы не принимать за таковые конечных частиц. Конечные частицы не суть моменты, но сами суть количества, из моментов происходящие. Надо подразумевать, что они суть лишь едва-едва зарождающиеся начала конечных величин. Поэтому в этой лемме никогда и не рассматриваются величины моментов, но лишь их начальные отношения. То же самое получится, если, вместо моментов, брать или скорости увеличений, или уменьшения [которые поэтому можно называть движениями, изменениями или потоками (флюксиями) количеств], или же какие угодно конечные количества, этим скоростям пропорциональные. Коэффициент же при какой-нибудь переменной есть количество, получаемое от разделения произведения на эту переменную».

Из дальнейшего текста леммы, из приводимых в ней формул и из рассуждений легко усматривается, что «момент» Ньютона и есть, по существу, дифференциал Лейбница. В этой лемме, чрезвычайно сжатой по объёму и неизмеримо богатой по содержанию, Ньютон даёт дифференциалы многочленов и дифференциалы каких угодно степеней, как отрицательных, так и дробных, т. е. дифференциалы дробей и радикалов. Поразительным является полное совпадение взглядов Ньютона с современным воззрением на дифференциал. Согласно современным взглядам, дифференциал есть, *с одной стороны*, особого рода бесконечно малое, эквивалентное приращению функции, и, *с другой стороны*, неопределённая величина, пропорциональная производной. Та же самая двойственность природы «момента» полностью отражается в словах Ньютона, когда он говорит о нём.

Здесь читатель должен быть весьма осторожным и не вводиться в заблуждение кажущимся противоречием и расхождением между *словами* Ньютона

и его *делом*, ибо хотя Ньютон до доказательства и заявляет, что «в этой лемме никогда и не рассматриваются величины моментов», однако в самом доказательстве у Ньютона фигурируют *половины* моментов и *четверть* их произведения. Это вполне согласуется со взглядом Ньютона на моменты как на бесконечно умаляющиеся величины, подчиненные действиям арифметики.

Возражения

Приведённый выше текст Ньютона столь прост и ясен, что по поводу его трудно ожидать возникновения недоумений. Единственный пункт, который может задержать на себе внимание, это тот, где Ньютон вводит впервые в свое изложение «моменты» количеств и где он говорит, что «это суть лишь едва-едва зарождающиеся начала конечных величин». В первое мгновение можно подумать, что Ньютон имеет в виду бесконечно малые приращения, положительные или отрицательные, непрерывно во времени возрастающей или убывающей какой-либо конкретной величины. Это было бы совсем не верно, ибо дифференциал функции есть *линейное* выражение от приращения независимого переменного, т. е. бесконечно малое наипростейшей природы, эквивалентное сложному — по своей натуре — приращению функции[3].

Но, *во-первых*, здесь самое удвоение слова «едва» („едва-едва") показывает, что мы имеем дело с литературным приёмом (педагогического стиля), и, *во-вторых*, за этим *тотчас же* следует решающее и уже чисто математическое разъяснение: «то же самое получится, если вместо моментов брать или скорости, ... или же какие угодно конечные количества, этим скоростям пропорциональные». Принимая во внимание, что — по самому естеству вещей — скорость есть не что иное, как осуществлённый самою природою переход к пределу, разъяснение Ньютона имеет решающее и исчерпывающее вопрос значение, ибо оно представляет собою точное *математическое* определение дифференциала функции одного независимого переменного в вполне современном виде (т. е. в «облиненной» форме).

В остальном же текст Ньютона столь прозрачен, что, казалось бы, нельзя было ожидать, чтобы он был способен вызывать недоумения, особенно если при этом следить не за *словами* Ньютона, силою вещей не отделимыми от его эпохи, но за его *делами*: в своем же математическом поведении Ньютон молчаливо, но со всею уверенностью действует всегда так, как может вести себя лицо, чувствующее себя принадлежащим к *нашей* эпохе, воспитанным на *наших* определениях и идеях.

И, однако, текст Ньютона оказался способным вызывать дебаты, иногда принимающие горячий характер. В нашей стране русская редакция текста «Начал» вызвала настойчивые возражения со стороны математика С. А. Богомолова, с которыми, повидимому, солидаризировался проф. Д. Д. Мордухай-Болтовской.[4] Полагая, что в данном случае за различием убеждений высказывающихся лиц скрыта почва, уже не зависящая от личных настроений, вкусов и склонностей, и что обнажение этой почвы может представить более широкий интерес, мы решили войти в детали сделанных возражений.

Как мы уже заметили, причиною возражений явилось разночтение русского текста «Начал», обязанное различному пониманию латинского подлинника Ньютона. В качестве исходного пункта послужила формулировка леммы I, возглавляющая отдел I «Начал».

В латинском тексте Ньютона стоит:

«Quantitates et quantitatum rationes, quae ad aequalitatem dato tempore constanter tendunt et eo pacto propius ad invicem accedere possunt quam pro data quavis differentia, fi unt ultimo aequales».

Русский перевод А. Н. Крылова гласит:

«*Количества, а также отношения количеств, которые в продолжение любого конечного времени постоянно стремятся к равенству и ранее конца этого времени приблизятся друг к другу ближе, нежели на любую заданную разность, будут в пределе равны*».

Чтение С. А. Богомолова текста леммы в точности совпадает с переводом акад. А. Н. Крылова за исключением четырёх последних слов, которые он заменяет такими: «*делаются наконец равными*».

Проф. Д. Д. Мордухай-Болтовской читает всю лемму по-иному, но существенным в его чтении является перевод трёх последних слов латинского текста в виде: «*становятся, наконец, равны*».

Мы видим, что оба автора вполне согласны друг с другом в понимании трёх последних слов латинского текста и что это понимание идёт в разрез переводу А. Н. Крылова. Отправляясь отсюда, оба они приходят к доктрине, которую, пользуясь их языком, можно сформулировать так:

«У Ньютона переменная величина всегда достигает своего предела. Недостижение переменной своего предела является характерной чертой математиков лишь сравнительно недавнего времени».

Из этой доктрины оба автора выводят далеко идущие следствия. Из них для нас здесь самым важным является утверждение *о несуществовании у Ньютона теории пределов в смысле, сколько-нибудь близком к современному ее пониманию*.

Понятно, что столь важный тезис не мог быть базирован на одном только разночтении формулировки леммы I Ньютона. Поэтому оба автора ищут в подтверждение выдвигаемого ими тезиса ещё и других аргументов.

Аргументация проф. Д. Д. Мордухай-Болтовского идёт из истории философии и не лежит ни в области естествознания, ни в области математики. Поэтому мы ее касаться не будем. Я ограничусь только тем, что приведу лишь заключительные слова статьи автора[5], в которых он высказывается уже как *математик* и которые имеют прямое отношение к вопросу о достижимости или недостижимости переменной величиной своего предела. Вот эти слова:

«Если раньше отождествлялась бесконечно малая дуга стягивающей её хорде, то Ньютон такого отождествления уже не делает.

Для него ultima ratio arcus et chordae est ratio aequalitatis (последнее отношение дуги и хорды — это отношение равенства)».

Следовательно, пока дуга и хорда существуют, они не равны; поэтому их отношение отлично от единицы, т. е. не есть отношение равенства. А когда уже нет ни дуги, ни хорды, тогда нет и их отношения.

Этой цитаты, собственно, и достаточно.

С. А. Богомолов держится математической стороны дела и подвергает приведенные выше места текста Ньютона большому обсуждению. Однако я не мог притти к пониманию смысла его аргументации.

Так, в одном из первых же своих рассуждений[6] автор пишет:

«В следствиях леммы III Ньютон рассматривает некоторые геометрические переменные и совершенно ясно высказывает, что они совпадают со своими пределами в конце изменения; так, следствие 2-е гласит (привожу по возможности дословный перевод, отступая кое-где от перевода русского издания «Начал»):

«В ещё большей мере прямолинейная фигура, ограниченная хордами исчезающих дуг *ab*, *bc*, *cd* и т. д., совпадает в конце-концов с криволинейной фигурой».

Яснее нельзя выразить, что переменная достигает своего предела».

Насколько можно понять, С. А. Богомолов под «геометрической переменной» в данном случае разумеет изменяющийся *истинный* многоугольник, т. е. имеющий во всякое мгновение своего существования *конечное* число вер-

шин, расположенных на данной кривой, причём его стороны, служащие хордами, безгранично умаляются.

В этих условиях утверждение С. А. Богомолова о совпадении геометрической переменной со своим пределом в конце изменения невозможно понять: *кривая линия не есть многоугольник*.

Полагаю, что сказанного также достаточно.

Таким образом, разночтение текста леммы I Ньютона, повидимому, является в конечном счёте единственным основанием предложенной обоими авторами доктрины.

Смысл определений Ньютона

Прежде чем перейти к обсуждению по существу теории пределов Ньютона, полезно уточнить употребляемую обоими авторами русскую терминологию. Они употребляют два выражения: «достигать чего» и «совпадать с чем» как равнозначные. Между тем последнее выражение является гораздо более точным, чем первое, нередко получающее в текущей жизни и в науке смысл выражения: «простираться до чего», «доходить до чего», «догонять что», каковые вовсе не предполагают ни полного, ни частичного совпадения.

Про материальный брусок, ориентированный по оси OX и имеющий начало O своим центром, когда он мысленно разбит на две части — *левую* A, точки которой имеют *отрицательные* абсциссы, и *правую* B, являющуюся дополнением к левой части, выражаются так: *материя части* A *достигает материи части* B, ибо между этими частями не только невозможно осуществить материальной прокладки, но и математической. И, однако, совпавших точек здесь нет.

Про две движущиеся направо по оси OX точки, расстояние между которыми монотонным образом безгранично уменьшается, обычно выражаются так: *рассматриваемые движущиеся точки достигают друг друга*, хотя самого мгновения, когда действительно осуществляется их совпадение, может и не быть. Это может произойти по трём обстоятельствам: 1) либо вследствие *ухода времени совпадения в бесконечность*; 2) либо вследствие *ухода точек в бесконечность*; 3) либо, при конечном времени и месте намечающегося совпадения, потому что, *в силу самого задания движущихся точек*, в самый момент намечающегося совпадения *точки эти перестают существовать*.

Простым примером третьего случая является движение центра тяжести тяжелого однородного тора, *плотность которого остаётся неизменной*, и который, безгранично утончаясь, вырождается в математическую окружность. Движение предполагается происходящим в ограниченное время, и центр тяжести тора безгранично приближающимся к некоторой конечной точке, *совпадение с которой невозможно*, ибо в данных условиях[7] математическая окружность невесома и центра *тяжести* в собственном смысле этого слова иметь не может.

Эти соображения заставляют нас отказаться от расплывчатого выражения «достигать чего» и предпочесть ему точное выражение «совпадать с чем».

Таким образом, основная мысль обоих авторов та, что у Ньютона *переменная величина* в конце своего изменения принципиально всегда, без всякого исключения, *совпадает со своим пределом*.

Если мы теперь обратимся к самому тексту Ньютона, то не только не встретим там подтверждения этой мысли, но, напротив, находим энергичное предостережение против неё. И оно имеет тем большее значение, что основано не на сомнительном переводе выхваченных мест из текста Ньютона и отдельных, изолированно стоящих латинских слов[8], но на непосредственном восприятии целой чисто математической части этого текста, кото-

рая не может допускать никакого иного математического смысла и иного толкования.

Это предостережение содержится в знаменитом «Поучении», поставленном Ньютоном в конце отдела I книги I. В этом «Поучении» Ньютон предусматривает ряд вопросов, недоумений, сомнений и возражений, которые может встретить предлагаемое им учение о пределах, и точным образом отвечает на них. Такие вопросы касаются следующих пунктов: зачем нужна теория пределов, раз имеется «метод исчерпывания» древних? зачем выдвигать новую дисциплину, раз можно обойтись «методом неделимых»? исчезающе малые величины Ньютона не суть ли просто «неделимые»?

Для нас наиболее важными являются следующие два возражения, предусматриваемые Ньютоном:

1) «Делают возражение, что для исчезающих количеств не существует «предельного отношения», ибо то отношение, которое они имеют ранее исчезания, не есть предельное, после же исчезания нет никакого отношения».

2) «Можно возразить, что если существуют предельные отношения исчезающих величин, то существуют и предельные отношения их самих, и, следовательно, всякое количество должно состоять из неделимых, что опровергнуто Евклидом в книге X «Элементов» в учении о несоизмеримых величинах».

Наконец, совершенно исчерпывает вопрос следующее разъяснение Ньютона: «Дело объясняется проще на бесконечно больших величинах, — пишет Ньютон. — Если две величины, разность которых задана, будут обе увеличиваться до бесконечности, то между ними существует предельное отношение, которое равно единице, однако нет предельных значений для самих величин, т. е. таких наибольших их значений, отношение которых как раз было бы равно единице».

Таким образом, с совершенной ясностью Ньютон говорит о переменной величине, имеющей пределом единицу, и такой, у которой предел этот заведомо не совпадает ни с каким из численных значений рассматриваемой переменной величины.

Этот пример Ньютона имеет решающее значение, ибо он показывает, какой является самая сущность ньютоновых определений: рассматриваемая переменная величина есть *либо монотонно возрастающая, либо монотонно убывающая*, смотря по тому, будет ли числитель меньше знаменателя, или, наоборот, больше его. И пределом этой переменной величины является единица. Но в тот момент времени (предполагая его фиксированным и конечным), когда переменная величина могла бы обратиться в единицу, она — по самой сути своего определения — утрачивает смысл. Но это не мешает ей иметь единицу своим пределом.

В других же случаях, как на это указывает Ньютон своим примером скорости движения тела, может случиться, что переменная величина не утрачивает своего смысла в заключительное мгновение своего изменения и совпадает в этот момент со своим пределом. Но это обстоятельство есть *случайное* и не имеет ни малейшего значения, ни интереса. Как общее правило, переменная величина в самое последнее мгновение своего изменения утрачивает смысл, по крайней мере во всех сколько-нибудь серьёзных и ценных случаях, ради которых, собственно, и возникли оба исчисления. Ибо если бы это было не так, то интересующая величина предела прямо получалась бы вычислением или измерением переменной величины в этот заключительный момент, и тогда не было бы никакой необходимости ни в изменении переменной величины, ни в стремлении её к пределу, ни вообще в каких-либо новых теориях и исчислениях.

Сказанного, собственно, достаточно для того, чтобы видеть, что идеи и определения Ньютона, относящиеся к теории пределов, не расходятся с со-

временными. Но мы хотим сделать больше, а именно — дать объяснение некоторым особенностям и кажущимся странностям латинской терминологии Ньютона, вводящим в соблазн навязать Ньютону чуждую ему в «Началах» идею актуально малых. Это объяснение даст нам возможность видеть, что ньютонова теория пределов задумана Ньютоном гораздо осторожнее и тоньше, чем это сделал Коши, и что, следуя ей, может быть, удалось бы избежать тех последствий, которые повлекла за собою теория пределов Коши.

Если мы сделаем пересмотр всех тех случаев, в которых Ньютон оказывался в необходимости фактически применять свою теорию пределов, если мы пересмотрим все его схемы, рисунки и чертежи, мы немедленно заметим, что всюду Ньютон предполагал лишь *монотонное* изменение переменных величин, его переменные величины идут к пределу *либо* монотонно возрастая, *либо* монотонно убывая. Все кривые у Ньютона и, что важнее всего, все его объяснения к ним таковы, что не только всюду предполагается касательная имеющейся и перемещающейся непрерывно, но и наличие определённой выпуклости и вогнутости кривых, а также их непрерывная кривизна,[9] кроме, понятно, отдельных точек, встречаемых в *конечном*, относительно небольшом, числе.

С Ньютоном происходило в некотором отношении обратное тому, что происходило с Коши. Коши, формулируя своё определение функции, указывает, что течение численных величин функции всегда должно быть задано с помощью аналитического выражения, но *фактически* Коши этим ограничительным предположением *никогда не пользовался*, что и дало повод утверждать (Борель, Лебег), что определение функции действительного переменного по Коши идентично общему определению функции по Дирихле как голого соответствия, независимо от средств его установления. Ньютон же, формулируя свое определение предела, молчаливо предполагает как обстоятельство само собой разумеющееся, не указывая его explicite, что изменение величин есть *всегда* монотонное. Таким образом, Коши ставит своё определение функции *слишком узко* по сравнению с тем, чем *фактически* пользуется. Наоборот, Ньютон ставит своё определение предела *слишком широко*, так, что заставляет заподозрить немонотонное стремление переменных величин к их пределам, ибо он explicite не сделал никакого ограничительного указания. Но всюду им предполагается монотонное изменение переменных величин, по крайней мере именно вблизи своих предельных значений.

Те функции, за течением величин которых[10] следил Ньютон, могут быть разрезаны на конечное число частей, каждая из которых являет монотонность изменения. Таким образом, на первый взгляд можно было бы думать, что Ньютон ограничивался рассмотрением лишь тех функций, про которые принято говорить, что они «удовлетворяют условию Дирихле», т. е. имеют ограниченное число максимумов и минимумов. Но в некоторых местах Ньютон прибавляет, что предполагает непрерывную кривизну.

Без сомнения, функции, которые имел в виду Ньютон, как естественно думать, *безгранично дифференцируемы*. По крайней мере, легко себе представить удивление Ньютона, если бы ему было указано, что какая-либо его функция дифференцируема лишь до известного конечного числа раз, после чего она всюду утрачивает производную.

Наличие у всякого движения скорости и ускорения казалось Ньютону в природе вещей. Вот почему естественно думать, что *всякое* приближение к пределу Ньютон мыслит *монотонным*, но *отнюдь не осциллаторным*. Для Ньютона наличие движения без скорости или без ускорения, кривой без касательной или без кривизны, наличие переменной величины, хотя и непрерывно изменяющейся, но такой, что каждое её численное значение, как допредельное, так и предельное, является осциллаторным пределом,[11] было бы «противоестественным» и, без сомнения, вызвало бы резко отрицательную

реакцию на эту мысль.[12] Подобные кривые суть создания лишь нового времени, выросшие на почве теории пределов Коши.

Вот почему без малейшей натяжки следует думать, что всякое стремление к пределу переменной величины Ньютон предполагал *монотонным* и отнюдь не осциллляторным. Нужно иметь в виду, что актуальная бесконечность в современном понимании её теорией функций бесспорно была чужда Ньютону и что функции, хотя и непрерывные, но имеющие бесконечность нулей, накопляющихся вблизи предельной точки, казались невозможными, как кажется это невозможным неискушенному сознанию начинающего, который, не приобретя ещё привычки, действительной или кажущейся, охватывать эту бесконечность смаху, *помещает нуль за нулем постепенно*, без охвата их всех сразу.

Но раз переменная величина изменяется непрерывно и *монотонно*, то совокупность её численных значений, воспринятых *до* заключительного момента изменения (т. е. до самого конца изменения), всегда есть *открытый интервал*, т. е. отрезок, лишенный концевой точки, начальной или последней, смотря по направлению движения монотонно изменяющейся величины. В этом именно смысле Ньютон и говорил о *последнем* (или *первом*) значении переменного, потому что *такое* предельное значение в самом деле *видно на-глаз*, являясь начальной или конечной точкой совокупности численных значений переменной величины.[13]

Такое предельное значение сразу охватывается глазом, являясь таким образом *«оптическим пределом»*, и соответственно этому *входит в речь сразу же*. Таков именно смысл примера, приводимого Ньютоном: монотонно изменяющейся по величине дроби, числитель и знаменатель которой уходят в бесконечность при сохранении постоянной их разности. Единица есть оптический, т. е. *видимый глазом* конец совокупности фактически принимаемых этой дробью численных значений, но сама она не принадлежит к таковым, как на это указывает сам Ньютон.

Если же отказаться от монотонного изменения величин, как это — по крайней мере *формально* — сделано Коши, то тогда в общем случае мы имеем дело с осциллляторностью, и предельная точка, к которой стремится переменная величина, является уже не видной на-глаз, потому что она глубоко спрятана среди численных значений, фактически принимаемых переменной величиной до заключительного момента её изменения. Раз нет монотонности, никакое уменьшение размера интервала времени, в которое происходит изменение переменной величины, не может поместить предельное значение на самый конец совокупности численных значений переменной: всегда это предельное значение является глубоко запрятанным внутри этой совокупности; оно не видно на-глаз, т. е. оптически неразличимо, и извлечь его из совокупности допредельных значений, как показывает «большой математический анализ» (т. е. арифметизированный), нет возможности, если ещё раз не применять процесса перехода к пределу, что было бы idem per idem.

Трудно сказать без углублённого изучения, имеются ли у Ньютона следы *идеи аналитической функции*,[14] но безграничная дифференцируемость натурально предполагается. Вот почему выражение Ньютона «последнее значение» для переменной вовсе не употребляется в смысле *фактического* принимания его переменной, но лишь в том смысле, что для совокупности фактически принимаемых значений оно в самом деле является последним (замыкающим) или первым, смотря по тому, как смотреть.

Таким образом, выражение Ньютона «ultimo» вовсе не говорит о том, что переменная величина всерьёз становится равной пределу — это опровергается и самим Ньютоном, когда он приводит указанный выше пример дроби с безгранично увеличивающимися числителем и знаменателем, — но говорит

о том, что, в силу монотонности изменения, предельное значение в самом деле является оптически различимым концевым (последним или первым) *для* фактически принимаемых значений.

Мы видим, что здесь нет места ни для актуально малых, ни для неделимых, которые Ньютон отвергает, сославшись на опровержение их Евклидом в книге X «Элементов», в учении о несоизмеримых величинах.

Из истории математического анализа

На изложенном, собственно, можно было бы и остановиться, если бы нам ещё не казалось целесообразным и своевременным выяснить причины того, почему даже испытанные умы склонны приписать Ньютону употребление актуально малых. Это, нам думается, вовсе не есть только заблуждение индивидуального характера, но за чисто личными вкусами легко усматриваются импульсы уже внешнего происхождения, диктуемые самим состоянием вещей. Притягательность идеи актуально малого есть чисто внешний феномен, сказывавшийся в разные эпохи и проявлявшийся различно, в зависимости от общего хода науки и, в частности, от состояния математического анализа.[15] Будут ли это рассуждения элеатов, «зернистость пространства» средневековых мыслителей, «неделимые» Возрождения, «пространственная атомистичность» Римана и теперешние усилия говорить всерьёз о «квантовании пространства»,[16] на всём этом лежит отблеск притягательности упомянутой идеи. Для того чтобы сделать мысль более ясной, мы должны уделить немного внимания жизни математического анализа.

Математический анализ вовсе не есть совершенно законченная наука, как иногда склонны его себе представлять, с раз навсегда найденными принципами, из которых только остаётся извлекать дальнейшие следствия. Аналогия с «Элементами» Евклида вполне поверхностна, да и самые эти «Элементы» вовсе не такая окаменелость, как хотят думать. Математический анализ ничем не отличается от всякой другой науки и имеет свой ход идей, движущийся не только поступательно, но и кругообразно, с возвращением к группе прежних идей, правда, всегда в новом освещении. В этом отношении имеются аналогии с большими дисциплинами, какова, например, физика.

Если, для того чтобы составить себе представление о состоянии в настоящее время математического анализа, начинают просматривать *современные* учебники и курсы математического анализа, то немедленно отмечают громадную разницу в их изложении.

Во-первых, среди этих книг мы встречаем курсы «большого стиля», являющиеся, собственно, не учебниками, но трактатами, далекими от тенденций преподавания и преследующими преимущественно цели систематизации. Такие книги дают изложение математического анализа *без теории пределов*. В этих трактатах изгнана всякая идея возможного изменения и самое понятие переменной величины вместе с её пределом. Понятия эти объявляются чуждым инородным телом в стройном организме математического анализа и квалифицируются как лишь полезный, хотя и грубоватый, начальный педагогический прием, от которого следует затем освободиться в целях достижения надлежащей строгости. И в таких книгах не только нет переменных величин, но даже и *постоянных*: с самого начала заявляется, что имеются только *числа*, в соответствии с чем весь математический анализ получает строго стационарный характер. Но не следует обманываться на счёт этого характера: такая стационарность ничего общего не имеет с античной стационарностью, ибо если по тем или иным основаниям, лежащим в самой глубине античной мысли и античного мировоззрения, из геометрии и, значит, из всей античной мате-

матики было изгнано движение и всякие процессы изменения, то вместе с тем оттуда было сознательно и тщательно изъято и *бесконечное*.[17] Наоборот, в указываемых трактатах всё изложение, принципиально и *даже* технически базируется на рассмотрении *бесконечных множеств*, и не как становящихся (потенциально), но как уже ставших (актуально): концепция, глубоко чуждая античной мысли, однако придающая такому изложению математического анализа кажущуюся (или истинную) стационарность. В таких трактатах математического анализа нет места ни переменным, ни постоянным величинам: в них всё превращено в *число*; это достигается тем, что к миру всяких величин мы подходим с готовой уже «областью вещественных чисел». Более точно, в таком изложении математического анализа нет речи об измерении величин, ибо всякая величина является здесь лишь точкою *арифметизированного континуума* и, значит, мир тех или иных величин представляется, говоря образно, лишь качественно окрашенным экземпляром области вещественных чисел.[18] Такой приём изложения получил название *арифметизации анализа*, и ему нельзя отказать в известной цельности и завершённости; странным в таких трактатах является необходимое (по современным условиям) введение таких теорем, каковы теоремы Грина или Стокса, которые производят курьёзное впечатление отголосков каких-то утративших внутренний смысл традиций.

Во-вторых, среди современных книг по математическому анализу мы встречаем курсы «малого стиля», являющиеся в точном смысле учебниками и в самом деле преследующие несомненно педагогические цели. Характерною чертою этих курсов является самое широкое введение изменения и переменных величин. В этих книгах математический анализ подлинно является *анализом* бесконечно малых, ибо все его здание базировано *на теории пределов* и операциях с бесконечно малыми (точнее, с бесконечно умаляющимися), тогда как в трактатах «большого стиля» бесконечно малые, как и все переменные величины, совершенно изъяты, и лишь изредка позволяется говорить на их языке ради только краткости речи, но по существу все сведено к разрезам и сечениям в арифметизированном континууме, т. е. к чистым числам, каждое из которых является неизменяющимся индивидом. В противоположность этому, в курсах «малого стиля» континуум совершенно не арифметизирован, и ведущийся в нём безгранично продолжающийся математический процесс выхватывает из него одну предельную точку, получающую тотчас же соответствующее имя или определенный математический знак: это и является доведенным до конца измерением рассматриваемой постоянной величины. В соответствии с этим изложение математического анализа такими курсами (являющегося, как было сказано, в сущности анализом бесконечно малых) близко следует историческому его развитию. Это изложение, отличающееся большою гибкостью и живостью, отнюдь нельзя упрекнуть в нестрогости, т. е. в грубом нарушении научности. Упрёки, которые адресуются такому изложению математического анализа, касаются, *во-первых*, введения «излишних» понятий: изменения переменной величины, движения в геометрическом континууме, бесконечно умаляющегося и предела, и, *во-вторых*, что является собственно самым важным и наиболее болезненным упреком, это — «малая дальнодействительность» такого математического анализа, т. е. неразрешимость при помощи вводимых им понятий важных проблем, однако прекрасно ставящихся и формулируемых на языке этого малого анализа. Наиболее известным примером такого феномена служит классически просто формулируемая теорема Fischer-Riesz'a и связанное с нею условие замкнутости (fermeture) акад. В. А. Стеклова: известно, что исчерпывающая (т. е. необходимая и достаточная) формулировка этого условия требует введения интеграла Лебега, каковой, в свою очередь, требует полностью арифметизированного континуума, т. е. уже «большого анализа».

Это имеющееся в настоящее время наличие двух различных параллельных изложений математического анализа способно на первых порах вызывать недоумение. Но таковое рассеивается, когда принимают во внимание, что такая двойственность является результатом сложившейся исторической обстановки и что математический анализ, подобно другим великим дисциплинам — физике и химии — есть живая наука, имеющая внутри себя борющиеся течения.

В истории математического анализа можно различать четыре различные эпохи, частично налагающиеся друг на друга.

1. Эпоха, простирающаяся до решающей деятельности Ньютона и Лейбница и наполненная наивными и курьёзными, а порою и весьма глубокими (Уоллис)[19] изысканиями по проведению касательных, вычислению площадей и по «углам соприкосновения». *Это есть эпоха Возрождения: XVI и первая половина XVII в.*

2. Эпоха, начинающаяся с решительных открытий Ньютона и Лейбница и через имена И. Бернулли, Эйлера, Лагранжа, Лапласа и Даламбера простирающаяся до Гаусса. Расцвет этого великого создания мысли был похож на чудо. Едва решались верить тому, что видели. Открывали истины за истинами, казавшиеся проницательным умам, скептически настроенной эпохи невозможными. Такое значение имеют слова Даламбера. «Allez en avant et la foi vous viendra». Они относились собственно к дифференциальным выражениям. Казалось, сама логика восстает против этого, казалось, все предположения основаны на ошибках, и всё же цель была достигнута. По преимуществу, *это — вторая половина XVII и XVIII в.* При этом влияние идей и символики Лейбница было преобладающим.

3. Эпоха логического обоснования анализа бесконечно малых, выполненного Августином Коши. Масса накопившихся парадоксов и кажущихся взаимно противоречивыми результатов стала столь тягостной, что необходимо было провести освобождение выросшего и полного сил математического анализа от смутных идей и доведение оставленного до совершенной ясности. Эта огромная тягостная работа выпала на долю Коши (1789 — 1857). К счастью, Коши обладал не только критическим, но и выдающимся по своей чрезвычайной изобретательности и глубине умом. Поэтому производимая им реформа математического анализа не была только отрицательной, т. е. состоявшей в отбрасывании логически сомнительных частей, но и ярко творческой. Наука обязана Коши созданием больших методов и особых приёмов, из которых приём «доказательств существования» впервые выдвинут им. Наука обязана Коши и созданием математических областей, из которых на первом месте должна быть поставлена *теория функций мнимого переменного*, построение которой было выполнено Коши с гораздо большею осторожностью и глубиною, чем это было впоследствии проделано Вейерштрассом. Вообще исключительная творческая сила Коши предохраняла его от многих неправильных действий, на которые решались некоторые его последователи, не обладавшие во всей полноте ею; например, выбрасывание за борт математического анализа расходящихся рядов, о чем впоследствии пришлось пожалеть, было делом рук не самого Коши, но его учеников, полагавших, что они остаются верными заветам учителя. И, наконец, Коши принадлежит дело всей установки математического анализа *на понятиях переменной величины и её предела.*

Идея этой установки, несомненно, идет от Ньютона, как от истинного инициатора, набросавшего в «Началах» для этой цели определённый план. До Ньютона было бы тщетно искать родоначальников этих понятий: только у Зенона из Элеи (500 лет до н. э.) да в рассуждениях Gregory St. Vincent'a (1647), обсуждавшего его апории, можно найти следы вопроса о пределе.[20] Исходя от Ньютона, научная концепция предела, пройдя через ряд имён,

среди которых следует указать Robins'a, Jurin'a, Маклорена и Даламбера, дошла до Коши. Выход в свет в 1821 г. его знаменитого «Курса математического анализа» следует считать датой окончательно совершившегося устройства математического анализа на новом основании: понятии предела. Насколько дело Коши было хорошо подготовлено его предшественниками, следует из того, что делу обоснования анализа сам Коши не придал формы острого научного результата, но сообщил ему, скорее, характер окраски преподавания. Однако не следует заблуждаться в этом отношении и уменьшать заслугу Коши.

Коши остался верен основной идее Ньютона, но счёл нужным значительно расширить его концепцию, введя в рассмотрение пределы *немонотонно изменяющихся переменных*. С одной стороны, это значительно облегчило рассуждения, ибо сразу же придало им характер чрезвычайной общности и указывало для мысли определённые схемы. Достаточно указать на общее, до сих пор остающееся неизменным определение непрерывности функции. Но, с другой стороны, эта самая общность сразу же дала себя чувствовать в двух отношениях: *во-первых*, в появлении функций с всё более и более необычным, казавшимся странным и невозможным аллюром и, *во-вторых*, в появлении проблем, рождавшихся в недрах анализа Коши, на которые сам этот анализ оказался бессильным ответить. Как на пример первого достаточно указать на ужаснувшее многих открытие непрерывных функций, всюду лишенных производной. Примером второго служит проблема доказательства того, что непрерывная функция, изменяющая знак, должна пройти через нуль. Всем стало ясно, что дело устройства анализа удержаться на этой точке не может и что, как бы ни был безупречен с логической точки зрения анализ, обоснованный Коши (так называемый «малый математический анализ»), наличие всё увеличивающегося числа проблем, рождённых внутри этого анализа, ответить на которые он, исходя из одних только собственных ресурсов, не был в состоянии, принуждало сделать какие-то дальнейшие шаги. Это сознание и было началом последней эпохи в истории математического анализа, охватывающей и настоящий момент. Рассмотренная третья эпоха, возглавленная Коши, простирается от начала XIX в. до его последней четверти и протекает в русле идей Ньютона.

4. Эпоха перестройки математического анализа на ведущих идеях Кантора (1845 — 1918), первые опубликования которого начались в 1870 г. Эти опубликования, сначала встретившие недоумение и сильное противодействие, нашли затем горячих сторонников, особенно среди молодых учёных. Создалось общее сильное движение, возглавленное плеядой молодых французских математиков, образовавших идейно сплоченное ядро и примкнувших к идеям Кантора. Наиболее творческая и глубокая активность группы этих математиков падает на конец XIX и начало XX в. Активность и блестящий успех этой группы произвели сильное впечатление на молодых математиков всех стран и вызвали естественное подражание. Неузнаваемо изменился не только самый математический анализ, но и ряд смежных к нему областей и дисциплин. Отголоски этого и по сию пору чувствуются в далёких от анализа областях. Большой привлекательностью этой преобразовательной работы было отсутствие необходимости иметь в своём распоряжении огромный математический материал и чувствовать «органическую связь идей математики с идеями других наук» (Эрмит). Математические рассуждения достигли неслыханной до сих пор общности, в связи с чем главное внимание было перенесено на *схемы мысли*. Отсюда естественно возникло тяготение к самому абстрактному. В частности, в математическом анализе основные определения подверглись чрезвычайному обобщению. Одновременно с этим создавались и внимательно исследовались геометрические формы и функции с самыми необыкновенными свойствами и аллюром, наличие которых было невозможно предполагать, оста-

ваясь на почве анализа Коши и обычной привычной геометрии. Это дало возможность говорить видным математикам о превращении или вырождении математического анализа в «клинику и патологию функций» (Валле Пуссен), ибо правильное течение функций стало редчайшим [21] исключением.

Возвращаясь к математическому анализу, следует указать на то, что его перестройка была осуществлена изъятием из его фундамента основных идей Ньютона: переменной величины и предела. Взамен этого под математический анализ была подведена платформа широкого развития учения о бесконечных множествах, т. е. он был базирован весь на идее *актуальной бесконечности*, введение которой в основу математического анализа и вообще всей математики явилось делом Кантора. Эта идея, абсолютно чуждая Ньютону (и Коши), не имела ничего общего с понятием актуально большого и актуально малого, которые столь интересовали Лейбница, считавшегося с ними, и на которые полностью опирались приверженцы «метода неделимых». Но всё же по своим свойствам и результатам она оказалась идущей навстречу идеям Лейбница, ибо многие математические образования (геометрические формы, функции и т. д.) мыслились просто как совокупность геометрических точек, являвшихся «последними элементами» Лейбница, чем достигалась тонкая «зернистость» их структуры. Вскоре же этот приём был перенесен вообще на математические образования, в которых составлявшие их элементы, какова бы ни была их природа, получили имя «точек» в абстрактных пространствах.

Самое понятие величины также подверглось изъятию из математического анализа и заменилось отвлечённым понятием действительного числа как разреза множества всех рациональных чисел. В соответствии с возникновением указанного навыка, каждое действительное число получило название «точки» в арифметическом континууме, и всякая геометрическая точка в обычном линейном континууме, которым пользуется элементарная геометрия, стала соответствовать «точке» арифметического континуума. Это соответствие быстро перешло в *отождествление* благодаря навыкам аналитической геометрии. Этим был сделан завершающий шаг в направлении «арифметизации континуума», а, в дальнейшем, и всего математического анализа, отныне строящегося на множествах действительных чисел, причём понятие предела переменной величины заменилось стационарным (или кажущимся таковым) понятием разреза области действительных чисел. Преобразованный таким образом анализ получил название «арифметизированного анализа» или «большого анализа» в отличие от «малого анализа», построенного Коши.

Наличие в настоящее время курсов математического анализа двух различных стилей объясняется как-раз сосуществованием двух логически непротиворечивых математических анализов: «малого» и «большого».

Построенный «большой» математический анализ казался совершенным созданием мысли, недоступным возражениям логического порядка и несущим в себе все возможности для разрешения *всех* возникающих внутри его проблем.

Появление антиномий в общей теории множеств, которое сначала было обеспокоило сторонников арифметизированного анализа, в дальнейшем прошло бесследно, так как на указание этих антиномий следовал ответ, что таковые тут не имеют места, ибо здесь имеют дело со специальными множествами, которые не подлежат антиномиям.

Но потом тот же самый феномен, что и в «малом анализе» Коши, дал себя снова чувствовать и здесь: появление проблем *большого значения*, видимо не разрешимых в недрах арифметизированного анализа его собственными внутренними ресурсами. И тогда мнения относительно прочности воздвигнутой постройки стали расходиться.

Одни продолжали стоять за полную устойчивость возведенного здания «большого математического анализа» и, хорошо понимая роковое значение для судьбы воздвигнутой постройки наличия проблем, с абсолютной точностью и исчерпывающей полнотой формулируемых в недрах «большого анализа» (т. е. в его терминах) и, однако, не разрешимых его собственными внутренними ресурсами, — считали нужным лишь пополнять этот анализ от времени до времени новыми аксиомами, сопровождая их тщательно выработанными доказательствами непротиворечивости наращенному ранее материалу (Гильберт). Другие, столь же хорошо понимая, что разрешимость проблем, достигаемая постоянной гальванизацией «большого анализа» новыми аксиомами, не есть истинная и что предмет, предстоящий перед нашим умом как вполне сформированный индивид, не нуждается в аксиомах для установления его взаимоотношений с другими такими же индивидами, ранее нами изученными, усумнились в самом фундаменте «большого анализа» и, заявляя открыто о необходимости «деарифметизировать континуум», начали выдвигать, в противовес арифметизированному континууму, доктрину о континууме как *«среде свободного становления»* (Брауэр, Вейль). Следует прибавить, что к этому их побуждала не только вся тяжесть апории Ришара (Richard), [22] но ещё и яркое сознание того, что арифметизированный континуум — при условии мышления его *действительно арифметизированным* (и не на словах, но на деле), т.е. каждый его элемент фактически определяемым, отправляясь от единицы, — есть собственно иллюзия, ибо образование это есть чисто случайное, заведомо зависящее от исторического хода математической мысли. [23]

Это течение явным образом пошло на сближение с руслом идей Ньютона. При этом вспомнили о первоначальной борьбе с идеями Кантора при появлении первых его опубликований (Эрмит, Кронекер) и о словах Пуанкаре:

Cantor avait cru pouvoir constituer une Science de l'Infini; d'autres se sont avancés dans la voie qu'il avait ouverte, mais ils se sont bientôt heurtés à d'étranges contradictions... *Il n'y a pas d'infini actuel*: les Cantoriens l'ont oublié, et ils sont tombés dans la contradiction... les vraies mathématiques, celles qui servant à quelque chose, pourront continuer à se développer d'après leurs principes propres sans se préoccuper des orages qui sévissent en dehors d'elles...»

В настоящий момент большинство математиков ещё продолжают питать уверенность, что «большой математический анализ» преодолеет налетевший на него идейный шквал и что его здание останется нетронутым. Мнение меньшинства трудно формулировать: такая здесь ещё царит неясность. [24]

Возвращаясь к нашей основной теме об актуально малых, следует указать, что, подобно апориям Зенона, [25] мысль о них никогда не могла быть успешно изгнана из сознания. Имеются, очевидно, какие-то глубоко скрытые причины, еще до сих пор не выясненные полностью, которые заставляют наш ум быть расположенным всерьёз считаться с ними. Но когда в математическом анализе дела идут хорошо, тогда ничто не обнаруживает присутствия в нас этой идеи. А в такой сложной обстановке, какая имеется сейчас, нет недостатка в попытках возвратиться к актуально малым, и имеются все основания думать, что этот феномен явно выраженного тяготения к ним есть прежде всего симптом происходящей борьбы научных течений.

Но какова бы ни была судьба попыток серьёзного возвращения к ним, нет ни малейшего сомнения, что дело их чрезвычайно затруднено огромной проделанной работой по созданию тончайших и парадоксальных геометрических образов и функций. Представление же об актуально малых, говоря словами Ньютона, «грубовато» («durior»), а здесь приходится считаться с необходимостью удержания всего богатства достигнутых филигранных построений

(без огульного объявления их всех иллюзиями), сочетая это удержание с безукоризненною логическою строгостью.

И всё же — странная вещь! — символика и язык проблемы Пфаффа [26] целиком основаны на восприятии дифференциалов как актуально малых. Но пойдёт ли мысль дальше по этому пути или иному, окажется ли следующий этап математического анализа ещё более приближающимся к Лейбницу или, напротив, текущим в русле идей Ньютона, или ещё каким-либо иным, нельзя забывать о том, что математический анализ является просто *«наукой о бесконечном»*. Это старое его определение идёт через века и является более точным, чем известное вычурное определение Ресселя, имевшее лишь интерес момента. И, как далёкую цель, мы не должны забывать о страстном видении безграничного оптимизма Якоби (1804 — 1851), уверенного в наступлении такого порядка вещей, когда «из каждой теоремы математического анализа будет вытекать предложение теории чисел (натуральных), и всякая теорема теории чисел повлечет предложение математического анализа». Имеющееся в настоящее время разъединение этих двух великих дисциплин служит свидетельством не силы их, а слабости.

ПРИМЕЧАНИЯ

[1] Мы говорим здесь об „абсолютном уме" параллельно термину „абсолютный слух", употребляемому в музыке.

[2] Мы изъяли здесь и в дальнейшем буквенные обозначения Ньютона, относящиеся к его чертежам, которых мы не приводим.

[3] Приём, получивший впоследствии название „линеализации" (linealisation), т. е. облинеивания.

[4] Исаак Ньютон, Математические работы. Пер. с лат. и комментарии проф. Д. Д. Мордухай-Болтовского, 1937.

[5] Д. Д. Мордухай-Болтовской. Исследования о происхождении некоторых основных идей современной математики (Изв. СКГУ, 1928 г., стр. 108—109). V. Генезис и история теории пределов. § 3. Лейбниц и Ньютон.

[6] С. Богомолов. Общие основания ньютонова метода первых и последних отношений. Изв. Физ.-мат. общ. Каз. унив., 1916, стр. 24—25.

[7] Т. е. в условиях постоянной пространственной (трехмерной) плотности.

[8] Мы настолько далеко стоим от времени, когда жил Ньютон, что нам уже невозможно представить себе и почувствовать характер тех трудностей (проистекавших от манеры мыслить предшественников и окружавших Ньютона лиц), перед которыми стоял Ньютон. Точный адекват латинского текста Ньютона ни на одном из нынешних европейских языков иметь сейчас почти невозможно.

[9] См. „Начала", книга I, отдел I, лемма VI.

[10] В ограниченном интервале изменения независимого переменного.

[11] Мы здесь имеем в виду даже не пресловутые непрерывные функции без производной, впервые частично осуществлённые Вейерштрассом (с бесконечной производной) и полностью Данжуа (без производной, конечной и бесконечной ни в какой точке), но гораздо более замечательные непрерывные функции Кёрске, имеющие всюду (во всякой точке) определённую ограниченную производную, но *изменяющую свой знак во всяком интервале, где бы он ни лежал и как бы мал он ни был.* Такие функции труднее строить, чем функции без производной.

[12] Достаточно процитировать слова Эрмита из его письма к Стилтьесу (Stieltjes): „Я с ужасом и отвращением отстраняюсь от печальной идеи функций без производных, кривых без касательных, движений без скорости".

[13] На смешении закрытого отрезка (сегмента) и открытого промежутка (интервала) основано много недоразумений и среди них „доказательство" знаменитого постулата Эвклида о параллельных (Вржесневский).

[14] Однако Ньютон сообщил Лейбницу анаграмму, начинавшуюся так: aaaaabbbeeeeiii и т. д. Лейбниц, разумеется, ничего не понял. Но мы, имеющие ключ к ней, знаем, что, говоря современным языком, полная фраза Ньютона была: «Я умею интегрировать все дифференциальные уравнения». Ньютон этим хотел только сказать, что он может сформировать степенный ряд, формально удовлетворяющий предложенному уравнению.

[15] В этом отношении появление курса проф. М. Я. Выгодского („Основы исчисления бесконечно малых", 1932) глубоко симптоматично. Этот курс, внутренне цель-

ный и освещённый большой идеей, которой он остаётся верным, не укладывается в рамки современного этапа математического анализа, длящегося 150 лет и в настоящее время приходящего к своему завершению.

[16] Акад. И. П. Павлов говорил о возможности сближения процессов квантового характера в человеческом мозге с указанными тенденциями.

[17] Здесь не место обсуждать истинные причины этой тенденции (боязни бесконечного) античных математиков. Они чрезвычайно глубоки и не могут быть редуцированы к давлению доктрины элеатов,—скорее, наоборот: сама доктрина являлась выражением этих причин.

Принятие за истинные числа одних только „натуральных" чисел, избегание иррационального, не укладывавшегося в сознание, утверждение Эвклида, что несоизмеримые расстояния относятся между собой „не как числа", ограничение в геометрии рассмотрением фигур небольшого размера и избегание фигур астрономических размеров, наконец, знаменитая работа Архимеда о числе песчинок, направленная к исключению бесконечного,—все это феномены одного характера.

[18] Можно усматривать в этом заключительный акт тайной, долгой и, наконец, победоносной борьбы новой математики против понятия величины.

[19] Насколько глубоки исследования Уоллиса об „углах соприкосновения" (см. его обширный трактат „De angulo contactus et angulo semicirculi", занимающий 60 стр. in folio мелкой печати в его собрании сочинений), видно из того, что автор сознавал упорядоченность этих величин по закону не-архимедовой шкалы. В новейшее время один лишь Борель в своей „Теории роста" („Théorie de la croissance", 1908) сделал дальнейшую попытку подчинить величины этой шкалы алгорифму вычисления. На этом же пути лежит недавно сделанное Гаусдорфом (Hausdorf) открытие „алефической иррациональности" на не-архимедовой прямой ростов, достижимой дорожками прямого Ω и обращённого Ω^* типов. Открытие это можно сопоставить с открытием Пифагора обычной иррациональности (достижимой дорожками типов ω и ω^*).

[20] Мы оставляем в стороне замечательный индивидуальный случай арифметического предела, встреченный Уоллисом. Он рассматривал получение иррациональной величины дробями со все большим и большим приближением, причем уклонение таковых от нее становилось меньше наперед заданной положительной дроби.

[21] Здесь уместно заметить, что в последнем издании своего известного «Курса анализа бесконечно малых» Валле Пуссен изъял полностью метод теории множеств и этим приблизил свой текст к изложению курсов «малого анализа». А между тем его курс получил крупную известность именно благодаря замечательному изложению идей «большого анализа».

[22] Мы говорим «апория» Ришара, а не «парадокс» Ришара, принимая во внимание чрезвычайную глубину факта, указанного им. Важность рассуждения Ришара вполне сравнима с важностью рассуждений Зенона, хотя и имеет менее популярную форму. Сущность его та, что множество всех индивидуально определимых действительных чисел есть заведомо счетное; с другой же стороны, всякое счетное множество действительных чисел тотчас же диагональным приемом Кантора определяет индивидуальное действительное число, не принадлежащее этому множеству. Здесь имеется поразительная близость к основному предположению Кантора: «*континуум не есть счетное множество*».

[23] Иллюстрировать арифметизацию континуума можно следующим образом. Представим себе два кинематографических экрана, на одном из которых показывается непрерывное движение точки, перемещающейся вправо по оси OX, отправляясь от начала O. На другом экране показывается *формула* для той абсциссы, которую в данный момент имеет движущаяся точка. Эта формула может выражаться и бесконечным алгорифмом, например как сумма бесконечного сходящегося ряда, лишь бы *закон* этого алгорифма выражался конечным образом (например, чтобы течение членов бесконечного ряда было охарактеризировано конечным образом). Континуум арифметизирован, когда при *всяком* положении движущейся точки на первом экране ее абсцисса имеет соответственную формулу указанного рода на втором экране.

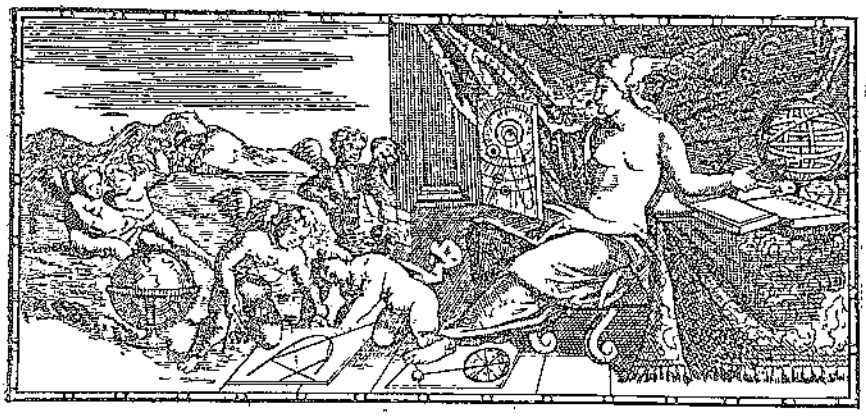
Но фактически лишь рациональные и алгебраические числа хорошо определимы, отправляясь от единицы. Множество их есть счетное. Чтобы выйти за его границы, необходимо ввести *новую* арифметическую операцию. *Естественным* является введение операции *возвышения в степень*, при данных основании и показателе степени, и обратное действие—логарифмирование данного числа при данном основании. Это даст бесконечность новых чисел, уже трансцендентных, и важной проблемой математики является решение вопроса о том, принадлежат ли две «натуральные трансцендентности» π и e этому действительному телу, инвариантному по отношению к алгебраическим и двум введенным операциям. Но тело это есть *счетное*, и, чтобы продолжать далее арифметизацию континуума, необходимо согласиться в выборе следующей расширяющей тело операции. И здесь мы всецело зависим от дальнейшего исторического хода математической мысли. Не существует единообразного, общеобязательного для

всех процесса арифметизации континуума, который охватил бы его *весь*. В каждый момент истории математики действительно арифметизированным будет лишь некоторое счетное множество точек континуума, причем возможным является и обеднение в дальнейшем этого множества, если какие-либо «арифметизирующие» операции будут впоследствии забыты.

[24] Неясность эта усилилась спорами относительно непротиворечивости самой арифметики и разрешимости в конечном виде ее проблем. Насколько в обсуждении принципов можно иногда встретиться с самыми неожиданными идеями, показывает, например, высказанная Борелем мысль о том, что трансфинитное число Кантора есть просто неиндуктивное число: «Fini, mais très grand». Мысль эта не была развита Борелем, так как трудности, очевидно, превысили имевшиеся возможности. Но будущий историк с удивлением констатирует наличие идеи, не принадлежащей собственно к нашей эпохе.

[25] Встречающееся иногда убеждение в том, что апории Зенона «разрешены» арифметизированным анализом, нельзя признать хорошо обоснованным.

[26] Мы имеем в виду русло *основных* изысканий по этой проблеме, приведших действительно к новым результатам, а не к перелицовке уже известного.



Профессор
С. Я. ЛУРЬЕ

ПРЕДШЕСТВЕННИКИ НЬЮТОНА В ФИЛОСОФИИ БЕСКОНЕЧНО МАЛЫХ

Вопрос о принципиальном обосновании ньютоновского исчисления бесконечно малых до последнего времени был предметом горячих споров и у нас и за границей. Так, акад. А. Н. Крылов [1] отмечал, что «Ньютон всегда в своих утверждениях и рассуждениях был абсолютно строг и абсолютно точен в языке». Другой автор, Цейтен, в своей «Истории математики в XVI и XVII веках» [2] писал, что Ньютон устанавливает общие понятия, соответствующие основным понятиям нынешней теории пределов, что «приближение переменной величины к некоторому пределу Ньютон характеризует тем, что разность между ними может быть сделана меньше любой данной величины», что «ньютоново определение флюксий можно рассматривать как определение дифференциалов, ясное и независимое от неопределенного понятия бесконечно малых», и т. д. Наоборот, Ф. Кэджори [3] подчеркивал как общеизвестный факт, что до появления «Principia» ньютонов метод опирался на неизменяемые бесконечно малые величины [4] и что после появления «Principia» и «Quadratura curvarum» введённые им «первые и последние отношения» отнюдь «не имели еще в виду постоянную, к которой стремится переменная величина. Ньютон в действительности имел в виду отношение двух величин, каждая из которых бесконечно близка к пределу нуль, а не предел некоторой переменной величины, являющейся отношением двух величин». [5] Лишь Робинс в Англии и Даламбер на материке, по мнению Кэджори, преобразовали теорию флюксий в исчисление бесконечно малых, основанное на пределах. Точно так же и профессор Мордухай-Болтовской [6] в своем комментарии к «Методу флюксий» подчеркивал, что у Ньютона «понятие скорости в данный момент ещё дано не как предел, а как отношение двух актуально малых исчезающих величин», что «хотя кинематическая точка зрения выдвинута Ньютоном для избежания элементов Кавальери, его положения могут быть доказаны только с помощью элементов Кавальери» (стр. 304), что в рассуждении о квадратуре кривых «Ньютон отходит от кинематической точки зрения и при этом сближается с Лейбницем» (стр. 314).

Ещё определённее высказывается проф. М. Я. Выгодский в примечаниях к переводу Цейтена; по его мнению, «Ньютон менял свои установки, то признавая бесконечно малые величины как исчезающие малые количества, то

отождествляя моменты с нулями, то приближаясь к концепции предела (стр. 372)... В «Методе флюксий» Ньютон (вопреки тому, что сказано у Цейтена) прямо стоит на точке зрения бесконечно малых и даже явно пользуется этим термином (infinite parvae quantitates)». Наоборот, «в „Квадратуре кривых" Ньютон стремится изгнать бесконечно малые количества и считает, что приращения величин обращаются в «чистые» нули... Этим он хочет освободиться от необходимости пренебрегать бесконечно малыми, ибо, как он говорит, в математике нельзя допускать даже самой малой ошибки; в то же время он часто довольствуется замечанием, что теми или иными членами он пренебрегает (negligo). Но, считая приращения нулями, ясности в определении флюксии он не достигает, так как результат получается с помощью деления на нуль» (стр. 389).

Из иностранных исследователей непоследовательность во взглядах Ньютона подчёркивали также де-Морган [7] и Кантор. [8]

Причиной неправильной оценки, дававшейся математикам прошедших эпох (в первую очередь это относится к Ньютону), является отрыв их от всего предшествующего развития и исторической среды, иными словами, неумеренная модернизация, являющаяся, кстати, главным грехом превосходной в прочих отношениях и остроумной книги Цейтена. Как указывал в своё время он сам,[9] Цейтен не был историком, а прежде всего творческим математиком; он никогда не прорабатывал основательно математической литературы прошлого по первоисточникам. Поэтому его всегда интересовало в истории математики не «как», а «что». Он, не задумываясь, модернизовал математические открытия прошлого, излагая их при помощи нынешних обозначений, символов и выкладок. Характерно, что, например, в его книге ни один отрывок из древних математиков не воспроизведён в точном переводе. Если автор прошлого не сделал ошибок в своих выводах и пришёл к тем же результатам, что и мы, то Цейтен готов приписать ему наш ход мыслей. В этом же отношении характерно замечание видного немецкого математика Отто Теплица по поводу статьи Г. Юнге о бесконечно малых у древних атомистов: «Я не понимаю, чего хочет автор, — писал он. — В математике существуют только либо верные, либо неверные решения; верные — хороши, неверные — плохи». С этим нельзя согласиться. Верные решения, взятые неизвестно откуда и преподнесённые нам в готовом виде, хотя бы они и были доказаны строжайшим образом reductione ad absurdum, удовлетворяют нас, в сущности, не больше, чем школьного учителя верный ответ для арифметической задачи, взятый учеником из задачника, хотя бы ученик и проверил этот ответ путём подстановки решения в условие задачи. Для нас сплошь и рядом самый способ нахождения решения много поучительнее, чем доказательство верности его; даже если решение окажется неверным, оно может навести нас на метод нахождения решений для ряда подобных проблем.

Вот почему, утверждая, что методы подхода к проблемам бесконечно малых у Ньютона сплошь и рядом не могут быть названы строгими с точки зрения нынешней математики, мы отнюдь не умаляем этим исторического значения и славы гениального английского математика. Более того, я убеждён в том, что и к строгости математических доказательств необходимо подходить не как к какому-то абсолюту, а как к исторически обусловленному явлению: в истории математики были моменты, когда наука запутывалась в ошибках и логических противоречиях, и ей грозила опасность пойти по пути приближённых решений, исправляя ошибки лишь на ходу и ощупью, — в эти моменты строгий метод спас математику, как точную науку. Были и моменты бурного роста, когда ригорическое требование строгости задерживало движение науки вширь и ощущалось лучшими умами, как преграда их научной деятельности; строгий метод оказывался сплошь и рядом мало плодотворным для открытия новых математических истин. Так, Цейтен [10] спра

ведливо замечает: «Будучи хорошим орудием для проверки и доказательства результата, уже заранее известного или, по крайней мере, угаданного, строгий метод исчерпания ни в каком случае не годится для нахождения ещё неизвестных решений».

Чтобы справедливо оценить, насколько правильным и прогрессивным для своего времени был путь, избранный в философии бесконечно малых Ньютоном, и в чём заключаются здесь его собственные заслуги, попробуем дать краткий исторический обзор тех путей, которые вообще существовали тогда в этой области.

Вопросы возникновения примитивного исчисления бесконечно малых в древности были освещены уже мной в работе «Теория бесконечно малых у древних атомистов». [11] В этой работе я показал, что примитивное суммирование бесконечно малых частиц, вызванное, повидимому, практическими потребностями, возникло в Греции уже в первой половине V в. Понятно, что оно было ещё плохо научно обосновано и внутренне противоречиво; оно вызвало резкую и справедливую критику Зенона Элейского. Но эта критика грозила погубить новый, столь плодотворный творческий метод прежде, чем он успел принести плоды. На защиту этого метода выступает атомистическая школа, руководимая Демокритом. Выдвинутая этой школой теория, которую я назвал математическим атомизмом, исходит из представления о границе делимости. Математические величины делимы не на бесконечное, а на конечное, хотя и очень большое число частей. Каждая такая частица неделима в том смысле, что не имеет частей — не имеет ни «правой», ни «левой», ни «верхней», ни «нижней», ни «задней», ни «передней» части (ἀμερές, indivisibile). Из соединения таких «протяжённых точек» получаются линии, т. е. полоски или прямоугольники минимальной ширины и толщины; путём наложения друг на друга этих «линий», т. е. прямоугольников с минимальной шириной и толщиной, получаются поверхности, т. е. тела минимальной толщины; наконец, из соединения этих поверхностей путём наложения их друг на друга получаются тела, воспринимаемые нами. В том же атомистическом духе было преобразовано и представление о времени и движении: и непрерывно текущее время и непрерывное движение были, с точки зрения атомистов, только нашим домыслом. Время они мыслили состоящим из отдельных мигов или моментов, из отдельных «теперь» (τὸ νῦν, momentum), а движение — скачкообразным и дискретным, подобно наблюдаемому на киноплёнке: в каждый отдельный момент тело неподвижно, но на разных кадрах оно занимает разное положение; поэтому если мы переводим быстро взор с одного кадра на другой, то у нас получается впечатление, будто тело движется. Тело никогда не *двигалось*, как говорили атомисты, но всегда *уже двинулось*. Эта концепция стояла в прямом противоречии с основами общепринятой античной математики, не только допускавшей, но и *доказывавшей* бесконечную делимость величин. Чтобы опровергнуть эти доказательства, необходимо было заново перестроить всю геометрию. Такая попытка была, как нам известно, действительно предпринята античными атомистами, доказывавшими, например, что теоремы о возможности разделить прямую или круг на две равные части или теорема Пифагора дают не абсолютно, а лишь относительно точный результат (с возможной погрешностью в одну неделимую). Итак, не может быть сомнения в том, что атомисты *пытались точно обосновать* свои инфинитезимальные процедуры. Насколько им это удалось, мы уже судить не можем в виду фрагментарности наших сведений. Надо думать, что без известных логических противоречий дело не обошлось.

Попробуем теперь ответить на вопрос, оказала ли эта атомистическая математика влияние на математиков XVII в. Прямое влияние было безусловно очень незначительным. Атомистическая математика была отвергнута и античной идеалистической наукой и затем христианской церковью. Работ античных

атомистов, кроме писем Эпикура и поэмы Лукреция, до XVII в. не дошло. Правда, в то время античные произведения читались гораздо серьёзнее и чаще, чем теперь, но и в античной литературе (например, у Аристотеля) учёные XVII в. находили только разрозненные отдельные указания на атомистическую математическую теорию, а не самую теорию. Атомистика входит в моду у передовых философов начиная с конца XVI в. Так, Бруно в своём сочинении «De minimo» и Бэкон подчеркивают свою связь с античными атомистами именно в области математики. Галилей решительно предпочитает Демокрита Аристотелю, что и было причиной нападок на Галилея. Кеплер изучал Демокрита. Наконец, и Котсом в предисловии ко второму изданию «Principia» Ньютона (1713 г.) Демокриту отдаётся решительное предпочтение перед схоластическими учениями Аристотеля. Правда, Демокрит здесь, как в большинстве случаев и у Галилея, по цензурным соображениям не назван по имени, но для всякого было понятно, о ком идёт речь. [12] Самый термин «indivisibile», встречающийся у Кавальери и других, представляет собой в конечном счете перевод демокритовского ἄτομος или ἀμερές. Термин этот сохранился, однако, только как пережиток, так как в математических теориях XVII в. столь существенное для атомистов свойство неделимости элемента не играет никакой роли.

Из письма Эйлера к Гольдбаху от 4 июля 1747 г. мы видим, что на точке зрения атомистов стояла одна из групп лейбницианцев. Что же касается Кеплера, Паскаля и самого Лейбница ранней эпохи, то их потому нельзя считать преемниками античного математического атомизма, что хотя они и исходили из протяжённых, не равных нулю элементов, но в противоположность древней атомистике о логическом обосновании этого допущения, как мы увидим ниже, вовсе не заботились.

В противовес учению атомистов математики IV в. до н. э. выдвигают метод исчерпания. Одним из основателей этого метода был Евдокс. На защиту этого метода выступил и Аристотель. Метод этот был положен и в основу геометрии Евклида. С точки зрения этого принципа во всех тех случаях, где невозможно прямое геометрическое доказательство, нельзя прибегать к «произвольным и не очевидным» допущениям, вроде допущения атомистической структуры пространства, а необходимо доказать, что полученный тем или иным образом или отгаданный результат отличается от действительной искомой величины менее, чем на любую заданную величину. При этом прибегали к косвенной аргументации, к ложному предположению, что разница между предположенным и истинным значением искомой величины не меньше, а больше заданной величины. Затем аргументировали приведением к абсурду, например, получали пропорцию, в которой одно из отношений больше единицы, другое меньше единицы. Применяя эту казуистическую аргументацию, заимствованную из судебных речей античных адвокатов, молодой математике не мог сразу уяснить себе даже того, что речь идёт о переменной величине, всё более и более приближающейся к пределу, и, таким образом, этот метод мало расширял его кругозор. Пусть этот *метод исчерпания*, носивший в XVII в. название «архимедова метода» и бывший частью математической системы, изучавшейся каждым молодым математиком, избавлял от необходимости прибегать к каким бы то ни было априорным метафизическим предпосылкам о структуре пространства; пусть он был безупречен с точки зрения математической строгости, зато он оказался не только бесплодным для нахождения новых математических решений, но и вредным, так как ригорическое требование строгости удерживало талантливых математиков от опубликования их часто очень остроумных и плодотворных открытий только потому, что им не удалось найти вполне строгого доказательства. А эти открытия могли бы послужить толчком для новых работ. Укажу хотя бы на такой пример. Во второй книге своей «Геометрии» Кавальери открыл весьма плодотворный

путь для алгебраизации интегральных выкладок. [13] На этой основе Кавальери мог бы построить прекрасный общий алгорифм интегрирования, как мы видим из одного письма Лейбница, в котором он сам говорит, [14] что его $\int l$ только видоизменённое сокращённое обозначение «omnes lineae» Кавальери. Но, к сожалению, именно эта система обозначений вызвала наиболее свирепые нападки на Кавальери со стороны ревнителей строгого метода, и он раз навсегда отказался от неё.

Вот почему математики XVII в. видели в «методе исчерпания» узду, наложенную на их творческую фантазию. Так, Торичелли («Об измерении параболы», стр. 56), сравнивая метод неделимых, предложенный Кавальери, со строгим методом древних, говорит следующее: «Несомненно геометрия Кавальери есть удивительное по своей экономии средство для нахождения теорем и даёт возможность разрешить огромнейшее число, казалось бы, неразрешимых теорем краткими, прямыми, наглядными доказательствами, что невозможно сделать по методу древних. Это — истинно царская дорога среди зарослей математического терновника... Метод Кавальери является действительно научным способом доказательства, всегда идущим путём прямым и свойственным самой природе. Жаль мне древней геометрии, которая потому, что она либо не знала, либо не хотела признавать учения о неделимых, ... оставила злополучное убожество в наследие нашему веку».

Такую же высокую оценку Кавальери даёт и Уоллис в «Arithmetica infinitorum». «Метод Кавальери — наиболее свободный от путаницы и удобный, а если он применяется надлежащим образом, то и наиболее верный и безошибочный». [15] Точно так же Лейбниц в «Acta Eruditorum» (1695, стр. 311) замечает: «Достаточно того, что всем понятно, в чём дело, и что метод неделимых полезен для нахождения, тогда как всё, что может быть найдено другим, по видимости более строгим методом (т. е. методом пределов), всегда не менее точно может быть выведено этим способом... Признаюсь, что я высоко ценю прилежание тех, которые всегда стараются всё свести строжайшим образом к первоосновам и нередко уделяют всё своё внимание таким вещам, но я не советовал бы вести рассуждение так, чтобы излишняя скрупулёзность служила преградой искусству нахождения решения или чтобы по такого рода основаниям отказывались от блестящих открытий и лишали самих себя их результатов».

Книга Кавальери становится поэтому знаменем, вокруг которого группируются все, кто тяготился громоздкостью процедуры исчерпания; «долой Евклида и Архимеда, да здравствует Кавальери» — вот боевой клич математиков этой эпохи.

«Новая геометрия неделимых, — говорит Торичелли («Lectiones Academicae»), — переходит из рук одних учёных к другим как чудо науки; она убедила мир, что века Архимеда и Евклида были годами младенчества ныне взрослой геометрической науки».

Нельзя не обратить уже здесь внимания на то, что (как мы убедимся ниже) сам Кавальери был менее всего повинен в том, что он оказался символом этой революции. Правда, и его в конце концов утомили нападки иезуитов и схоластиков на его книгу, и он замечал: «Все эти придирки и споры, скорее философские, чем геометрические, для меня всегда крайне мучительны, и я не считаю правильным тратить то время, которое мне ещё осталось для работы, на эти пустяки». Но это замечание он делает не потому, что считает свою аргументацию удовлетворительной, а только потому, что, по его мнению, его оппоненты придирались к мелочам, а сущности неувязок и противоречий, заключающихся в обоснованиях его геометрии, не замечали. [16] Можно не сомневаться в том, что если бы Кавальери знал, какое употребление сделают из его аргументации его легкомысленные преемники, это доставило бы ему мало удовлетворения.

Действительно, учёных следующего поколения характеризовала крайняя беспечность в деле обоснования своих выводов. Ещё предшественник Кавальери Кеплер ставил себе чисто практическую задачу. Он заранее мирился с тем, что его выводы могут оказаться лишь приближёнными и даже вести к ошибкам; к математической безукоризненности он и не стремился. Он рассуждал скорее как естественник, чем как математик. Теория бесконечно малых была для него только рабочей гипотезой, пригодной уже потому, что она даёт быстрый и короткий путь к разрешению ряда задач и, как правило, приводит к верным результатам. Он не брезгует не только неполной индукцией, но даже простой аналогией. Не удивительно поэтому, что его книга изобилует грубыми ошибками.

Аналогичные установки имеются и у поклонника Кавальери — Торичелли. Паскаль довольствуется априорным утверждением, будто «всё то, что доказано путём неделимых, можно доказать и методом древних», и поэтому раз навсегда освобождает себя от обязанности давать строгие доказательства своих положений, ограничиваясь ссылкой на «Геометрию» Кавальери. Но при этом основной аргументации Кавальери он не понял или не хотел понять и, якобы разъясняя мысль Кавальери, не задумываясь, заменил его *неделимые нулевой толщины* математическими атомами минимальной толщины; ссылка на Кавальери теряет поэтому всякую убедительность. [17]

Наконец, Лейбниц также присоединился к лозунгу: «за Кавальери против Архимеда». «Галилей и Кавальери, — говорит он, — впервые стали разоблачать сокровенные приёмы Архимеда». [18] Но опьянённый головокружительными успехами своей науки, он совсем не замечает опасности, скрытой в его аргументации, низводя в сущности инфинитезимальные операции до уровня приближённых вычислений с очень большой точностью. [19]

Смелые, а подчас просто недопустимые манипуляции с бесконечностями и нулями, жонглирование с несходящимися рядами — вот характерные черты молодой науки этого периода.

Создавшееся опасное положение Лагранж [20] метко характеризует следующими словами: «Довольные тем, что инфинитезимальные процедуры приводят их быстрым и верным путём к точным результатам, они не желали тратить время на доказательство верности их принципов».

Так мстила молодая живая буржуазная наука XVII в. схоластике, усвоившей скучный и громоздкий адвокатский аппарат античного официального предельного процесса. Путь, на который встало большинство учёных XVII в., как мы видели, был не только опасным, но и вёл к прямым ошибкам. Однако метод исчерпания отпугивал не только учёных, равнодушных к логическому обоснованию инфинитезимальных процедур: и те ученые, которые не хотели пойти по такому пути и считали необходимыми строгие и безупречные математические доказательства, жаждали прямого и непосредственно убедительного метода пределов, который открывал бы новые пути науке. По меткому замечанию Бреттшнейдера, [21] «задачей развивающейся науки является замена, где только возможно, как-никак несовершенного метода исчерпания прямыми доказательствами, которые одни только и в состоянии дать отчётливую картину взаимной внутренней зависимости между отдельными истинами и таким образом сделать их вполне очевидными».

Непригодность метода исчерпания для творческой работы в области бесконечно малых заметили, впрочем, уже древние. С того момента, как математический атомизм объявляется ересью и с точки зрения идеалистической философии и с точки зрения официальной науки, начинается непрекращающийся ряд попыток восстановить под тем или иным флагом инфинитезимальную процедуру, обойдя все эти рогатки. Непосредственными преемниками Демокрита в математическом лагере были, как показал Э. Франк, [22] пифагорейцы, вернее «так называемые пифагорейцы» (οἱ καλούμενοι Πυθαγόρειοι), как их назы-

вал Аристотель, желая подчеркнуть, что, хотя они и выдают своё учение за учение Пифагора, между ними и историческим Пифагором мало общего.

На учении этих «так называемых пифагорейцев» необходимо остановиться, так как оно имело большое влияние на всё развитие математической мысли до Ньютона включительно. До последнего времени единственным источником для восстановления инфинитезимально-философских предпосылок этой математической школы считались два кратких замечания — одно у Аристотеля в его сочинении «О душе» (стр. 409а), другое у Секста Эмпирика (III, 28 и сл., стр. 703 и сл.). Около двенадцати лет тому назад я случайно наткнулся в журнале «Zeitschrift für die Mathematik und Physik» за 1868 г. (XIII. Supplement-Band, стр. 85 и сл.) на небольшую заметку Курце (M. Curtze), преподавателя гимназии в Торне, в которой он сообщал, что в библиотеке этой гимназии имеется рукопись средневекового учёного Брадвардина «De indivisibilibus», и в виде образца приводил несколько цитат. Несмотря на чрезвычайную важность этих цитат заметка эта в науке не была никем использована. Я написал библиотекарю гимназии в Торне (перешедшей с 1918 г. в руки поляков), но мне сообщили, что, вопреки договору, рукопись эта была вывезена немцами при эвакуации ими Торна. Руководясь указаниями редактора «Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik» я обратился в различные места Германии (в Берлин, Лейпциг, Кёнигсберг), но отовсюду получил отрицательный ответ. Как мне потом объяснили, немцы тщательно скрывали местонахождение вывезенных из Польши рукописей, чтобы их не заставили в силу договора вернуть рукописи обратно. Таким образом, разыскать и прочитать рукопись целиком мне не удалось, но даже цитаты, приведённые Курце, содержат очень интересный материал. Мы находим здесь новые данные о позиции «Пифагора», т. е. «так называемых пифагорейцев», а также убеждаемся в том, что именно учение этих пифагорейцев стало официальной догмой схоластической христианской философии математики.

«Так называемые пифагорейцы» заменили, как сообщает Аристотель, протяжённые неделимые Демокрита непротяжёнными. Эти неделимые находятся в континууме, но континуум не состоит из неделимых. «Точка, *создающая линию своим движением*, никак не есть какая-либо часть линии. Ничто непрерывное не может состоять из неделимых... Все континуумы имеют бесконечное число неделимых, но *не состоят из неделимых*; всякий континуум состоит из бесчисленного числа континуумов того же рода». Эта пифагорейская теория, изложенная у Брадвардина, с одной стороны, совпадает с учением так называемых пифагорейцев у Аристотеля: «*Движущаяся* единица не имеет ни частей, ни отличий (т. е. она неделимое)... Линия, *двигаясь*, образует плоскость, а точка — линию». С другой стороны, это учение совпадает с христианской схоластической математикой в изложении Фомы Аквинского.

Что же касается атомистической математики, то на неё наложили запрет как идеалистическая математика, так и христианское богословие, запретив составлять континуум из неделимых: «Всякие науки истинны, кроме тех, которые основаны на предположении, что непрерывное состоит из неделимых», читаем мы у Брадвардина. По мнению христианских богословов (и несомненно, уже их предшественников — идеалистических философов античности), допущение, что весь мир состоит из материальных неделимых и пустоты, неизбежно приводило к выводу, что духовный мир — продукт чистой материи, а это было, с их точки зрения, недопустимой ересью. С другой стороны, и евклидов метод исчерпания церковь хотя и терпела, но не могла канонизировать, ибо, «отрицая существование неделимых», люди «ограничили бы могущество творца, который оказался бы не в силах создать неделимое тело». Непротяжённые и нематериальные неделимые, отожествлённые, как мы узнаем из Аристотеля, с душами, были самой подходящей основой мира. Материальный мир с точки зрения этих учёных не мог состоять сплошь из неделимых

являющихся духовными существами; но эти сущности создали материальный мир своим *движением*. Вместе с тем отрицание того, что пространство состоит из непротяжённых неделимых, парализовало и возражение математиков, основанное на том, что ex nihilo nihil fit, что из непротяжённых элементов нельзя составить протяжённое пространство. Эти непротяжённые элементы лишь *создают* пространство своим *движением*. Возможность заниматься интеграционными операциями так называемые пифагорейцы получили только благодаря тому, что они усвоили атомистическое учение о прерывности времени и движения: «Instans est certus athomus temporis» («момент есть определённый атом времени»). Если так, то линия, двигаясь в пространстве «от момента к моменту», скачкообразно, оставляет в каждый момент след; между этими следами расположен континуум. Стоит соединить такой след с куском континуума, лежащим между этим и следующим следом, и получается протяжённый элемент пространства, открывающий возможность примитивного интегрирования.

Изучая «Геометрию неделимых», мы убеждаемся, что эта одобренная церковными авторитетами философская основа математики была унаследована монахом Кавальери, и отступить от неё он нигде не решается. Так, в письме к Галилею от 28 июля 1639 г. (№ 3889) он пишет: «Я никогда не решался утверждать, что непрерывное *составлено* из неделимых»; в «Опыте I» он подчёркивает, что его неделимые «лишены какой бы то ни было толщины»; в «Опыте III» он полемизирует с Кеплером, который «составляет большие тела из мельчайших тел» и который признает, что они соприкасаются друг с другом. «Я никогда не утверждал, что тело и все плоскости одно и то же» (стр. 200). Эти неделимые, по мнению Кавальери, есть следы «текущей» (fluens), т. е. движущейся, плоскости, пересекающей данную линию, фигуру или тело (кн. II, теор. VIII, приложение) и оставляющей на ней «во все моменты времени» (quovis momento temporis) след (кн. II, теор. III, стр. 100); эти следы в каждом случае находятся на равных расстояниях друг от друга (опыт I). Ясно, что Кавальери, как и пифагорейцы, мыслил время состоящим из отдельных моментов; если бы он мыслил движение непрерывным, ни о каких следах, находящихся на равном расстоянии друг от друга, не могло бы быть и речи.

Я позволил себе несколько подробнее остановиться на этом вопросе, потому что ряд исследователей видел в этой «кинематической интеграции» заслугу Ньютона. Так, например, С. Бродецкий, творческий математик, профессор математики в Лидсе, автор одной из популярнейших книг о Ньютоне, [23] даёт совершенно извращённую и несоответствующую действительности картину развития обоснования учения о бесконечно малых до Ньютона, показывающую его полное незнакомство и с первоисточниками и с новейшей литературой вопроса.

Так, метод исчерпания, который был изобретён в ответ на античное исчисление бесконечно малых и надолго задержал развитие этого исчисления, с его точки зрения был отправным пунктом для развития этой теории (стр. 13: «was invented for the purpose» и т. д.). Архимед, который, как мы знаем из его «Эфода», приходил к своим инфинитезимальным выводам методом Демокрита, а метод исчерпания применял только для доказательства уже найдённых решений, по мнению Бродецкого, приходил к своим плодотворным выводам именно благодаря этому методу (стр. 23: «yielded useful results»). Точку зрения античных атомистов, по которой линия состоит из точек, плоскость из линий, тело из плоскостей, он считает *изобретением* Кавальери (стр. 25: «The Italian Cavalieri put forward in 1635 the epoch-making suggestion, that an infinite number of curves *make* a surface» и т. д.), *несмотря на то, что, как мы видели, Кавальери полемизировал с этой атомистической точкой зрения* с «кинематических» пифагорейских позиций. Бродецкий утвер-

ждает также, что элементы Кавальери имеют, как у атомистов, некую крайне малую толщину (что, например, точки Кавальери — очень короткие линии), что тоже не верно.

И, наконец, точку зрения античных пифагорейцев, усвоенную Кавальери, и от него Ньютоном, он считает не только *изобретением Ньютона, но его основной и единственной великой заслугой перед математикой!*

Привожу этот курьёзный вывод целиком в примечании.[24]

Подобно этому и в примечаниях проф. Д. Д. Мордухай-Болтовского к «Математическим работам» Ньютона (1937, стр. 282; ср. стр. 304) читаем: «Казалось бы, что Ньютон совершенно сближается с Кавальери... в своём понимании бесконечно малого... Но это не совсем верно. Здесь момент уже не вполне то, что неделимое: величина *не состоит* из элементов, но образуется из них, кривая не состоит из точек, но образуется из них». Таким образом, и здесь за нововведения Ньютона выдаётся то, что является характерными особенностями не только математики Кавальери, но и математики пифагорейских философов IV в. до н. э.

И сам Ньютон это прекрасно знает. В введении к «Рассуждению о квадратуре кривых» Ньютон пишет: «Я здесь рассматриваю математические величины не как состоящие из крайне малых (quam minimis) частей, но как образуемые непрерывным движением... Неограниченно [малые] величины я рассматриваю как возрастающие или убывающие в непрерывном движении, т. е. как притекающие или утекающие. *Таким же образом объясняли и древние образование прямоугольников посредством движения подвижных прямых вдоль неподвижных*».[25] Проф. Мордухай-Болтовской, повидимому, мало знакомый с соответствующими античными теориями, думает (стр. 35 комментария), что Ньютон здесь имеет в виду «геометрические определения объектов у древних, например определение сферы как поверхности, образованной вращением полуокружности вокруг диаметра». Это совершенно непозволительная натяжка, ибо Ньютон говорит об образовании прямоугольника движением прямой.

Правда, по поводу выставлявшегося утверждения, что одна из астрономических теорий Ньютона была заимствована им у Плутарха, Антониади в таком авторитетном журнале, как «Nature»,[26] было выставлено категорическое утверждение, что Ньютон греческого языка не знал, античной философией заниматься не хотел (he read little) и не имел времени, и поэтому всякого рода совпадения с греческими философами надо считать случайными. Это, однако, не верно по ряду причин: 1) Ньютон знал греческий язык (см. ниже, нашу статью «Ньютон — историк древности», стр. 271), а знать его в совершенстве Ньютону не было нужды, так как и Аристотель, и Секст, и Плутарх к его времени были многократно переведены на латинский язык, которым Ньютон владел в совершенстве; 2) Ньютон тщательно изучал Евклида и Аполлония, как нам хорошо известно; библиотека Ньютона после его смерти разошлась по рукам, лишь немногие книги из этой библиотеки удалось теперь собрать (в том числе Евклида с замечаниями Ньютона на полях); поэтому мы не можем утверждать, что той или иной книги в его библиотеке не было;[27] 3) нам известно, что с 1663 г. Ньютон находился в самом тесном общении со своим учителем Барроу, преподавателем математики и греческого языка, прекрасным знатоком античности и, в частности, Аристотеля, переводчиком ряда греческих книг (Евклида, Аполлония, Феодосия и т. д.). О соответствующих высказываниях Аристотеля и Плутарха Ньютон должен был узнать от Барроу, даже если бы он сам греческих авторов (в латинском переводе) не читал.

Действительно, IX и X лекции Барроу,[28] прочитанные в начале 1665 г., т. е. как раз в то время, когда Ньютон был его слушателем и открыл свою теорию флюксий, посвящены специально вопросу об атомизме и бесконечной

делимости. Барроу стоит на точке зрения христианских богословов и в основном повторяет их доводы против математического атомизма; он ссылается на Платона, почти на все произведения Аристотеля, на Плутарха, на стоиков, на христианских богословов. Ясно, что он был знатоком этих вопросов и посвятил в них и Ньютона.

Итак, как бы мы ни ответили на вопрос, знали ли Барроу и Ньютон соответствующие замечания Аристотеля и Секста, или они держали в руках Брадвардина или другой неизвестный нам средневековый источник по истории античной математики, но в силу собственного указания Ньютона остаётся несомненным, что ему известна была эта позиция одной из влиятельных групп античных математиков, хотя она оставалась не отмеченной в историко-математической науке до 20-х годов нашего века, когда Эрих Франк и автор этой статьи одновременно и независимо друг от друга на основании *разных* источников обратили внимание на двигающиеся непротяжённые неделимые так называемых пифагорейцев.

Конечно, было бы грубой ошибкой видеть в «кинематической» математике учёных XVII в. логическое продолжение развития пифагорейской математики, прерванного средневековым застоем. В науке часто важно не «что», а «как»; недостаточно сказать, что работы Коперника и Кеплера развивали астрономические взгляды Аристарха Самосского, а важно показать, почему эти взгляды в античности остались гласом вопиющего в пустыне и не были оценены современниками, а в XVI — XVII вв. получили широкую базу, признание, популярность и распространение. Равным образом и Мор[29] безусловно прав, когда в своей прекрасной книге указывает на влияние занятий астрономией и механикой и, в частности, трудов Галилея на замену в математике статического интегрирования точек кинематическим интегрированием путём изучения траекторий: «Теперь интересуются, — говорит он, — не линиями, как статическими данностями, а тем, как они были созданы, т. е. их рассматривают, как точные криволинейные пути непрерывно движущегося малого тела».[30]

Тем не менее, подобно тому как впервые гелиоцентрическая система была открыта «пифагорейцами» и Аристархом Самосским, так интегрирование бесконечно малых было впервые обосновано кинематически теми же «пифагорейцами». Католический священник Кавальери знал об этих учёных из христианской схоластической философии; хотя он и был учеником Галилея, он ещё не прибавил ничего нового к этим учениям, а только повторяет их.

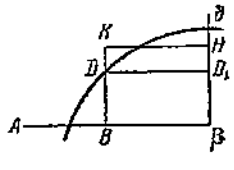
Когда мы говорим, что одной из крупнейших заслуг гениального Ньютона в обосновании исчисления бесконечно малых была кинематическая концепция, мы, конечно, имеем в виду не этот «кинематизм». В приведённых выше местах Ньютон только повторяет слова «древних» и Кавальери (которого, как мы увидим, он изучал очень тщательно), ничего от себя не добавляя. Самый термин «флюенты» (fluentes) также заимствован у Кавальери, характеризующего этим словом передвигающиеся плоскости. Точно так же, если Ньютон избегает термина «infinitum», заменяя его выражением «indefinitum» (неограниченное), то и это не его оригинальная мысль, как думает Мордухай-Болтовской, — он только следует терминологии Кавальери.

Однако влияние практических работ в области астрономии и механики, влияние Галилея и его школы, наконец, влияние всего научного духа XVII в. привели к тому, что Ньютон не остановился на «кинематической интеграции Кавальери». Так, в «Квадратуре кривых», написанной в 1711 г., в этом самом совершенном сочинении Ньютона в отношении философии бесконечно малых, предпосылки Кавальери являются только отправной точкой, исходя из которой Ньютон строит новые гениальные концепции. Но в самом раннем из его произведений, в «Анализе с помощью уравнений», написанном в 1669 г., Ньютон ещё всецело стоит на точке зрения «пифагорейцев» и Кавальери

(изд. 1744 г., стр. 19): «Представь себе,—говорит он,—что прямая DBK движется равномерно от AH, описывая площади ABD и AK и что (линии!) BK и BD суть моменты, на которые *раз за разом* (gradatim) увеличиваются AK и ABD (площади!); следует при этом заметить, что единица, полагаемая вместо момента, представляет собой поверхность, когда речь идёт о телах, линию, — когда о поверхностях, и точку, — когда о линиях. Я не боюсь говорить о точечной единице (de unitate in punctis) или о бесконечно малой линии, так как и при употреблении метода неделимых геометры (т. е. Кавальери) имели в виду только отношения». Ньютон не напрасно сослался здесь на Кавальери: здесь он действительно только повторяет рассуждения древних и Кавальери, включая характерную атомистическую концепцию времени как ряда отдельных моментальных ступеней (gradus, ср. gradatim). Как справедливо замечает в своём комментарии проф. Мордухай-Болтовской (стр. 261), Ньютон, как и Кавальери, представляет себе моменты времени как актуально бесконечно малые его частицы. Так, в первом предложении книги I «Principia» Ньютон рассматривает время как состоящее из равных бесконечно малых промежутков, а движение — не как непрерывное, а как дискретное, совершающееся отдельными *мгновенными толчками* (impulsus).

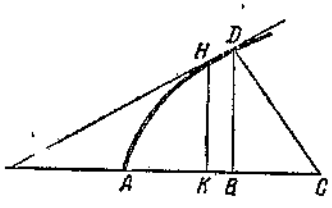
Мы говорили уже, что сами по себе пифагорейские непротяжённые неделимые были мёртвым грузом в науке, их нельзя было интегрировать, так как совокупность непротяжённых частиц также непротяжённа. Приходилось, присоединяя к непротяжённому «следу» полоску континуума, фактически оперировать с протяжённым элементом. Так поступил Кавальери. То же мы имеем у Ньютона («Метод флюксий»): «Моменты текущих величин есть неограниченно малые их части (части — следовательно, величина из них составлена. — *С. Л.*) и от прибавления их совокупности... величина увеличивается...» «Так как мы предположили «*о*» бесконечно малой величиной (infinite parvam quantitatem) для того, чтобы она могла выражать моменты величин, то и те члены, которые на неё умножены, можно считать за ничто в сравнении с другими. Поэтому я ими пренебрегаю». Любопытнее всего то, что эти *статические*, чисто атомистические представления мирно уживаются в трактате Ньютона с представлением о флюксии, как о скорости процесса.

Ещё интереснее доказательство квадратуры кривой в «Анализе с помощью уравнений» (стр. 22, русск. пер.). Чертёж, приложенный к этому доказательству (фиг. 15, предл. II), весьма необычен (фиг. 1). Зубчатая ломаная $ABKH\delta$, бесконечно приближающаяся к кривой $AD\delta$, изображена здесь не вписанной в кривую и не описанной вокруг неё, а пересекающей её, частью выходящей из неё, частью входящей внутрь её. Ньютон обозначает AB через x, площадь ABD через z, βB через o, BD через y. Прямая KH проводится так, чтобы площадь $BKH\beta$=пл. $BD\delta\beta$. Пусть $KB=v$; пусть дано уравнение $\frac{4}{9}x^3=z^2$. Если от фигуры ABD перейдём к фигуре $A\beta\delta$, то к абсциссе x надо добавить $B\beta = o$, а к площади z прибавить площадь $BD\beta\delta$ = пл $BKH\beta = ov$. Тогда $\frac{4}{9}(x+o)^3 = (z+ov)^2$ и т. д.; $\frac{4}{9}(3x^2+3xo+o^2) = 2zv+ov^2$. Теперь сближаем KB и $\delta\beta$ так, чтобы o стало равно 0; тогда, говорит Ньютон, v и y также делаются равными. Но это просто не верно, поскольку речь шла только о перемещении $\beta\delta$ к KB, а не об одновременном перемещении KH к DD_1. Ведь o до перемещения $\beta\delta$ вовсе не было бесконечно малой величиной, и поэтому прямоугольник, равновеликий криволинейной трапеции, перестанет быть равновеликим, как только мы станем $\beta\delta$ передвигать влево. Наоборот, если бы мы элементарный прямоугольник $BDD_1\beta$ обычным



Фиг. 1

образом вписали в кривую, если бы мы не вводили v, а сразу же говорили об y, то при сближении $\beta\delta$ и BD точка D_1 действительно бесконечно приближалась бы к D, и площадь $A\delta\beta$ бесконечно приближалась бы к пл. $ADB = z$. Мордухай-Болтовской, как мне кажется, неправильно понял это место: в действительности Ньютон исходит здесь из атомистического представления о кривой как о ломаной с бесконечно малыми ступеньками; ограничивая фигуру, которая должна быть *в точности* равновелика фигуре, образуемой кривой, она естественно должна изображаться как всё время пересекающая её. Ещё характернее для атомистической математики фиг. 10 табл. II (фиг. 2). По учению Демокрита и Антифонта, касательная касается кривой не в точке, а на небольшом неделимом прямолинейном «общем участке» (κοινὸν τμῆμα). Такое прямолинейное κοινὸν τμῆμα HD и изображено на рисунке Ньютона. Как замечает Мордухай-Болтовской (стр. 282), «это точка зрения метода неделимых, и она здесь сохраняется Ньютоном, который мыслит дугу здесь не образующейся, но уже образованной». «Кинематизм, как и у Кавальери, остаётся только мёртвой предпосылкой; оперирование с неделимыми и здесь чисто статическое, вместо динамического» (там же), «описание в конечном итоге сводится опять к составленности» (стр. 302).



Фиг. 2

Подчёркиваем ещё раз: Ньютон на этой «пифагорейской» концепции не остановился, но на ней не остановились и очень многие из его предшественников. Уже крупнейших математиков античности этот «пифагорейский» компромисс, как мы видели, не удовлетворил вовсе. Эти математики, правда, в принципе вовсе отказывались от каких бы то ни было бесконечно малых, довольствуясь методом исчерпания; но уже гениальный Архимед, как мы узнали из найдённого в начале настоящего столетия его «Эфода», для нахождения своих решений пользовался «нестрогим» (χωρὶς ἀποδείξεως, «без научного доказательства») методом Демокрита (которого он прямо называет по имени), а затем полученные результаты *доказывал* по методу исчерпания. Учёные XVII в. ещё (повидимому) не знали «Эфода», но они, внимательно изучая Архимеда, особенно его «Квадратуру параболы», убедились в том, что античный метод бесконечно малых занимает весьма важное место в работе Архимеда, но что он применяет этот метод как бы украдкой, немедленно переводя полученные таким путём выводы на язык евклидовых «Начал». Так, Барроу [31] замечает, что из пропорции, к которой Архимед сводит задачу о разделении шара на две части, объёмы которых имели бы между собой данное отношение, можно заключить, при помощи каких аналитических методов автор пришёл к своему выводу; [32] иначе, говорит Барроу, совершенно непонятно, как Архимед путём огромного числа сложений, делений, перестановок и обращений пропорций, лишённых логической целеустремлённости, мог притти к верному выводу. Верный результат мог бы быть при таком предположении только делом случая, а не логических рассуждений и искусства, но при этом было бы непонятно, почему случай каждый раз выводил Архимеда на правильную дорогу. Равным образом Лейбниц, как мы видели, считал заслугой Галилея и Кавальери то, что они «впервые стали разоблачать сокровеннейшие приёмы Архимеда». [33]

Пифагорейские неделимые не вызывали ни со стороны идеалистической философии, ни со стороны церкви таких возражений, как атомистическая математика Демокрита, а их, как мы видели, удалось *фактически* превратить в бесконечно малые, имеющие протяжение. Это давало в XVII в. наиболее глубоким и осторожным математикам возможность

находить решение атомистическим путём; но, найдя его, они ищут затем возможно более строгого обоснования полученных выводов; при этом, однако, Кавальери и его преемники объявляют открытую войну громоздкому и лишённому наглядности методу исчерпания и ищут нового вполне научного обоснования этого прямого пути.

Мы видели уже, что Кавальери был сторонником усвоенного христианской схоластической наукой учения о неделимых. Но в своё opus magnum он не желает вносить какой бы то ни было метафизики. В схолии к теореме I, кн. II он (прибегая, совсем как древние, к рогатому силлогизму) оставляет вопрос о структуре пространства открытым: «Непрерывное либо не что иное, как сами неделимые, либо что-то иное, чем неделимые». Он старается показать, что в обоих случаях его выводы верны. В глубине души его, как творческого математика, больше всего привлекала демокритова концепция, по которой непрерывное *состоит* из неделимых. Однако (в теореме III кн. II) он принуждён заметить: «Но пусть это не верно или пусть хотя это и верно, однако мы не нашли еще доказательства lege artis для этого положения», иными словами, он склонен считать демокритово интегрирование дающим правильные выводы, но ищет (хотя ещё и не нашёл) доказательства lege artis для правильности этого утверждения.

Вся научная жизнь Кавальери — это тяжёлая, но безрезультатная борьба за нахождение этого доказательства lege artis. В 1634 г. ему кажется, что он нашёл такое доказательство, но после письма, полученного от Галилея, он начинает сомневаться в правомерности оперирования суммами неделимых, не потому, что его смутили сделанные ему возражения (он их считал ничего не стоящими), а потому, что он сам находил всё новые и новые недостатки в своих предпосылках. «Я знаю, — пишет он Галилею 2 октября 1634 г., — что можно еще сказать многое; поэтому я решил в книге VII доказать те же положения иначе, как вы увидите». Он присоединяет к своей «Геометрии» книгу VII, где сравнивает уже не суммы неделимых, а отдельные соответственные неделимые в двух подобных фигурах или телах. Но и этот подход, в конце концов, не удовлетворил его, и он решает дополнить книгу VII ещё параллельным доказательством по методу Архимеда, т. е. методом исчерпания, но и этот выход не кажется ему убедительным.

Разумеется, Кавальери не осознал до конца, почему его путь ошибочен. Здесь не место говорить, что именно его не удовлетворяло (я делаю это в предисловии к моему переводу Кавальери); замечу только, что в некоторых случаях он инстинктивно понимал причину ошибочности своих обоснований. Например, в письме к Торичелли от 10 марта 1643 г. он пишет: «Если бы можно было доказать, что каждый остаток, получающийся при наложении друг на друга неделимых равновеликих фигур, меньше половины предыдущего, то можно было бы быть уверенным, что раньше или позже получится остаток меньший, чем любая заданная величина. Но доказать это невозможно; вот почему мой метод может вызвать сомнение». Характерно также, что в добавленной им книге VII он нашёл нужным придать одной из теорем книги I такой вид (лемма III в кн. II): «Если какая угодно данная кривая линия вся находится в одной и той же плоскости и если её пересекает прямая в двух точках,... то можно провести другую прямую, параллельную первой, которая коснётся отрезка указанной кривой линии, заключённого между указанными точками пересечения». Это примитивный прототип теоремы Ролля.

Как бы то ни было, Кавальери, в конце концов, сам пришёл к выводу, что его метод так и остался недоказанным lege artis. Тем не менее он продолжал считать самой ценной частью своего труда первые шесть книг, так как здесь доказательство ведётся непосредственно убедительным способом (per la demostrazione ostensiva), без помощи архимедовой процедуры (письмо

к Галилею от 30 апреля 1627 г.). Он считал, таким образом, своей величайшей заслугой то, что он обходился без метода исчерпания.

В предисловии к книге VII он говорит: «Может быть, философы будут негодовать, а геометры, привыкшие пить чистейшие струи из прозрачнейших источников, протестовать [говоря]: „Или развяжи этот гордиев узел твоей «Геометрии», или разруби его, если развязать не можешь". Признаюсь... я охотно бы совсем удалил метод неделимых,... если бы мне не казалось низким преступлением скрыть эти таинства геометрии от мудрейших мужей. Нет, пусть лучше эти основы... будут когда-либо более совершенным путём приведены в порядок трудами кого-либо другого, который в своё время найдёт желанный способ развязать этот узел».

Это стремление Кавальери к полной научной строгости, выгодно отличающее его от живших после него в XVII в. математиков европейского материка, справедливо отмечали такие знатоки дела, как Маклорен и Лагранж.

Маклорен [34] отмечает: «Кавальери чувствовал в равной мере и трудности и преимущества нового метода. Он так говорит о нём, как если бы он предвидел, что необходимо придать новой науке бесспорную форму, чтобы удовлетворить наиболее придирчивых геометров; этот «гордиев узел» он оставляет, по его собственным словам, некоему Александру»... Этим «Александром» Маклорен считает Ньютона, — насколько он прав, увидим ниже.

Близко к этому и высказывание Лагранжа. [35] Он утверждал, что противоречия, заключающиеся в понятии нулевой и в то же время не нулевой элементарной величины, которые мучили всю жизнь Кавальери, не были разрешены его преемниками не только в XVII, но и в XVIII в. — их только замолчали; следовательно, Лагранж не считал, что Ньютон разрубил гордиев узел Кавальери. [36] Наконец, Л. Карно замечает: «Кавальери признаёт, что он не в силах дать строгое доказательство своего метода. Великие математики, жившие после него,... не считались вовсе с возражениями, которые выдвигались против нового исчисления».

Действительно, на европейском континенте только один Такэ (Taćquet) в своей книге «Cylindricorum et annularium libri», вышедшей в 1651 г., вскоре после смерти Кавальери, выступает с требованием, чтобы каждое геометрическое положение доказывалось методом исчерпания. Но никакого нового алгорифма предельного перехода он не предложил, а старый евдоксовский метод был, как мы видели, бесплоден для творческой работы. Не удивительно поэтому, что ничего нового, принципиально интересного книга Такэ не содержит: она даёт лишь доказательство методом исчерпания для некоторых кубатур, уже найдённых методом неделимых.

Настоящих преемников в деле отыскания новых логических обоснований инфинитезимальных процедур Кавальери нашёл только в Англии. Между учёными XVII и начала XVIII в. имеет место своеобразное разделение труда: в то время как учёные континента, мало интересуясь логическим обоснованием, постепенно создают новые простые алгебраические методы дифференцирования и интегрирования и новые удобные обозначения, учёные Англии закладывают фундамент для простого и непосредственно убедительного метода предельного перехода. При этом характерно, что эти английские математики — не сухие схоласты, всецело занятые проверкой чужих выводов, а живые и смелые практические научные работники, у которых нет недостатка в творческой математической фантазии.

Крупнейшим и даровитейшим из предшественников Ньютона в этой области был Уоллис; его «Arithmetica infinitorum» появилась в 1655 г., вскоре после смерти Кавальери и незадолго до написания Ньютоном его «Анализа с помощью уравнений». Уоллису (через посредство Торичелли) был хорошо известен труд Кавальери; как мы видели, Кавальери сравнивает omnes lineae с omnes maximae abscissarum, т. е. сумму «всех ординат» со столько же раз

повторенной наибольшей из них; совершенно так же поступает и Уоллис.

Так же, как и Кавальери, Уоллис сделался жертвой несправедливой исторической критики, главным образом в Германии; обоих их обвиняют в отсутствии логических обоснований, в эмпирическом отгадывании решений, в несамостоятельности. В обоих случаях, кроме подчас шовинистических соображений, играет ещё роль то, что авторы этих высказываний часто не знакомились достаточно внимательно с произведениями этих учёных; я показал это, разбирая оценку, данную Кавальери Вилейтнером; проф. М. Я. Выгодский, разбирая (в примечаниях к переводу Цейтена) оценку, данную Уоллису Цейтеном, считает «Arithmetica infinitorum» именно тем и замечательной, что автор даёт ряд эмпирических приёмов, заключений по аналогии, основанных на неполной индукции, догадок и т. д., но делает это в евристических и педагогических целях для того, чтобы, в противоположность неизвестно откуда взятым решениям древних, сначала ввести читателя в научную лабораторию учёного и раскрыть тайны нахождения решений. Его цель — «следить до некоторой поры за самым ходом дела, наблюдать получающиеся отношения и сравнивать их друг с другом, чтобы в конце концов стало ясным общее предложение». Но Уоллис, прекрасно овладевший и античной и современной ему математикой, отнюдь не довольствуется этими индуктивными соображениями, а, обладая (на что указывает и Цейтен) «точным логическим умом», стремится дать точное доказательство на основании созданного им *нового метода пределов*, долженствующего прийти на смену старому, архимедовскому. Этот метод состоит в том, чтобы найти ряд последовательных значений переменной, все менее отличающихся от предела, и эту процедуру, как выражается Уоллис, «продолжать до тех пор, пока разность между большей или меньшей величиной не станет меньше любой заданной». [37] Чтобы знать, до каких пор надо брать эти значения, он даёт оценку погрешности при произвольном числе взятых членов; при этом главный член даётся в общем выражении. Правда, Уоллис давал иногда и выводы, полученные индуктивным путём и ещё им строго не доказанные, но делал это потому, что такие догадки могли оказаться плодотворными для научной работы его преемников; эти догадки он никогда не выдавал за научные доказательства.

Огромное значение Уоллиса в истории математики правильно охарактеризовано проф. Чайльдом в его статье: «Ньютон и искусство делать открытия» и вслед за ним Л. Т. Мором. [38] Чайльд замечает: «Факт тот, что «Arithmetica infinitorum» была рубежом в истории математики не по причине результатов, достигнутых Уоллисом, но потому, что принцип индукции он поднял до уровня науки». Из письма Ньютона к Ольденбургу от 24 октября 1676 г. мы знаем теперь, что Уоллис был главным и основным источником математических теорий Ньютона. «Теперь, — пишет Ньютон, — я скажу ещё о том, каким путём я впервые получил эти ряды... В начале моих занятий математикой, когда я натолкнулся на работу знаменитого Уоллиса, я рассматривал те ряды, путём интерполяции которых Уоллис получает площадь круга и гиперболы» и т. д. Чайльд на основании ряда примеров заключает: «Отсюда следует, что вся работа Ньютона в её раннем периоде покоилась на здоровом основании, на индукции, научно разработанной Уоллисом, путём аналогии и универсализации получаемых определений».

Но для нас интересно не только то, что именно Уоллис, главный предшественник и источник математической философии Ньютона, «нашёл применяемую вплоть до наших дней форму предельного перехода» (Кантор), но также и то, что он не остановился на этом методе пределов, а соединил его со своеобразной метафизикой бесконечно малого, с так называемым «исчислением нулей», защитниками и проповедниками которого впоследствии были Ньютон и Эйлер. Если с точки зрения наших представлений нахождение предела переменной величины является конечным результатом решения, то

с точки зрения «исчисления нулей» мы только для того демонстрируем, что разность между переменной величиной и её пределом становится и остаётся меньше любой заданной величины, чтобы *доказать*, что она становится равна своему пределу, совершенно достигает его. С чисто математической точки зрения это такая же метафизика, как учение о неделимых; в самом деле, нули, сохраняющие между собой определённое отношение, потеряв всякую величину, ещё менее умопостигаемая вещь, чем величины, не имеющие частей. Так, указав, что разница между переменной величиной и пределом, начиная с определённой величины, становится меньше любой заданной величины, Уоллис добавляет:

«Таким образом, если (уменьшение разности) будет продолжаться до бесконечности, то эта разность совершенно исчезнет. [39] Так как число большее, чем истинное, превосходит число меньшее, чем истинное, на такую часть, которая меньше любой заданной, то их разность будет бесконечно мала, *т. е. равна нулю* (hoc est nulla). Итак, — заключает он, — при дальнейшем продолжении процесса получим самое что ни на есть искомое число и притом точно» (esse ipsissimum quaesitum numerum et praecise; пер. М. Я. Выгодского).

Другим серьёзным мыслителем в области обоснования философии математики был учитель Ньютона Барроу. Разумеется, уже до выхода в свет его «Lectiones geometricae» наряду с проблемой квадратур и кубатур решались и задачи нахождения наклона касательной, максимума и минимума и т. д., т. е. применялось не только *примитивное интегрирование, но и примитивное дифференцирование*. В отдельных случаях решались и обратные задачи. Так, например, де-Бон уже в 1639 г. в письме к Декарту изучает некоторую кривую на основании зависимости между координатами её касательных, и уже Декарт отчётливо понимал, какое огромное значение может приобрести эта проблема в случае её универсализации. Но только учитель Ньютона Барроу, в своих «Lectiones geometricae», вышедших в 1670 г., дал универсальный ответ на вопрос о взаимообратности интегрирования и дифференцирования, правда ещё по образцу Кавальери и Торичелли, в чисто геометрической форме. Он изображает на чертеже две кривые, отличающиеся тем свойством, что площади криволинейных трапеций, образуемых одной из них, осью абсцисс и любой из ординат, пропорциональны соответствующим ординатам другой кривой; тогда, очевидно, площадь каждой из этих трапеций будет интегралом y; значит интегралом y будет и соответствующая ордината другой кривой $z=\int_0^x y\,dx$, а ордината y первой кривой—дифференциалом $z\left(y=\frac{dz}{dx}\right)$. Таким образом, взаимообратность интегрирования и дифференцирования здесь устанавливается в наиболее универсальном виде. Подобно тому, как Кавальери оторвал понятия «ординат» и «абсцисс» от вершины и оси конического сечения, так и Барроу оторвал понятие интеграла от площади и объёма, изобразив его *прямой*; интеграл (а следовательно, и дифференциал) стал просто одной из функций переменной величины, получаемой путём определённых операций.

Впрочем нельзя не отметить, что сам Барроу не понял огромного принципиального значения этой теоремы. Она ничем не выделена из окружающих её многочисленных теорем; [40] автор приводит её для того, чтобы на примере показать, как можно изучать касательные к кривым без скучных буквенных выкладок на геометрическом чертеже. [41] Правда, он всё же отмечает, что главное значение этой теоремы в её крайней всеобщности. [42]

Другой заслугой Барроу было то, что он приблизился уже к пониманию производной, как скорости процесса. Уже в 1644 г. одновременно Торичелли и ученик Роберваля дю-Вердю пришли к заключению, что «прямая, описы-

ваемая движущейся точкой (в каждый момент), есть диагональ параллелограмма, сторонами которого являются скорости, заданные в двух направлениях», иными словами, что направление кривой в каждый отдельный момент определяется как равнодействующая этих двух скоростей. Барроу в 1670 г. углубив и универсализировал эти наблюдения. Он выдвигает общий принцип, что свойства кривой могут быть выведены из сложения переменных скоростей — горизонтальной и вертикальной: propositum est nobis e compositione motuum emergentes linearum affectiones indagare. При этом он применяет метод неделимых Кавальери. Руководясь этим методом, он принимает κοινὸν τρῆμα древних атомистов, утверждая, что прямая касается круга по отрезку, неограниченно малой длины, который можно поэтому одновременно считать прямолинейным отрезком касательной; *так как он бесконечно мал, то можно вместо него взять какую угодно другую прямую*, соответственно увеличив чертёж (quod in calculum ingrediatur curvae cuiuspiam indefinita particula, substituatur eius loco tangentis particula rite sumpta; vel ei quaevis ob indefinitam curvae parvitatem aequipollens recta). Переводя на наш язык, производною функции, выражаемой кривой, является скорость перемещения движущейся точки. Впрочем, такой или сходной, само собой напрашивающейся формулировки у Барроу нет.[43]

Итак, и метод пределов, и доказательство взаимообратности интегрирования и дифференцирования и установление взаимосвязи между скоростью и производной — все это уже дело рук Уоллиса и Барроу. И тем не менее между этими предшественниками Ньютона и им самим целая пропасть. Если Барроу ещё действует чисто геометрическим методом, а Уоллис только вычислительно-арифметическим, то Ньютон нашёл настоящий научный путь — аналитически-алгебраический. В науке «как» гораздо важнее, чем «что», и только Ньютон смог подойти к этим вопросам так, что его подход создал прочный фундамент для современной науки.

С другой стороны, как мы только что видели, и Уоллис и Барроу чрезвычайно высоко ценили Кавальери и его метод, видя в нём своего предшественника в стремлении найти новое строгое обоснование метода бесконечно малых.

Не удивительно поэтому, что и Ньютон тщательнейшим образом штудировал труд Кавальери, отправлялся от его теорий, заимствовал их везде, где только считал нужным, и охотно ссылался на него, как на своего предшественника. Так, в 1716 г. в «Philosophical Transactions» (1714 — 1716, т. XXIX, стр. 173) он признаёт, что происхождение геометрических величин рассматривает по способу Кавальери. В «Анализе с помощью уравнений» он, как мы видели, прямо ссылается на Кавальери как на своего предшественника, а в схолии к XI лемме книги I «Principia» почти дословно повторяет одно место из книги VII «Геометрии неделимых», с употреблением и характерного выражения Кавальери durior.[44]

В чём же состоят собственные заслуги Ньютона в области логического обоснования исчисления бесконечно малых? Мы начнём с *метода пределов*, хотя главная заслуга Ньютона не в этом методе. В смысле принципиальном Ньютон, правда, стоит в этом вопросе ещё очень близко к Уоллису, но он во всяком случае подошёл к нынешнему понятию предела ближе, чем его современники.

Акад. А. Н. Крылов в своём переводе «Principia», как сам он указывает в примечании 26 на стр. 56, заменил разнообразные описательные выражения, вроде «первые отношения», «последние отношения», и даже выражение ultimo, «в конце концов», нынешними терминами «предельное отношение» или «предел отношения». Это вполне правомерно с точки зрения читателя-математика, которого интересуют только практические достижения Ньютона и которому мало дела до его предпосылок; но для понимания генезиса нынешней теории пределов необходим, конечно, вполне точный перевод.

Если же мы будем следить за терминологией самого Ньютона, то заметим, что слово limes (предел) употребляется у него в двух смыслах: в ненаучном, разговорном (так, о двух величинах, стремящихся к одному и тому же пределу, он говорит, что они приближаются друг к другу sine limite, т. е. без предела), и в научном. В этом последнем смысле слово limes появляется у Ньютона неожиданно и без всякого определения в следствии 4 из леммы III книги I «Principia», где говорится об общем криволинейном пределе двух зубчатых линий — объемлющей и объемлемой: «Итак, эти последние фигуры (поскольку речь идёт об их периметрах) не прямолинейны; это криволинейные пределы (limites) прямолинейных фигур». Как мы видим из леммы I, речь здесь идёт о двух величинах, непрерывно приближающихся друг к другу на определённом промежутке времени, причём разность между ними становится на этом промежутке меньше любой заданной величины. «Величины, — говорит Ньютон (стр. 38, изд. 1726 г.), — могут приблизиться к своим пределам на разность меньшую, чем любое данное число (propius quam pro data quavis differentia), но никогда не могут перейти через неё и не могут достигнуть её прежде, чем эти величины уменьшатся до бесконечности (in infinitum). Мы видим, что Ньютон понимает под пределом то же, что и мы теперь; правда, то же можно сказать и об Уоллисе, но формулировки Ньютона ещё отчетливее.

Метод пределов Ньютон рекомендует применять для *доказательства* уже найдённых положений, а для *нахождения* их он (как Уоллис и как фактически уже Кавальери и Архимед в своем «Эфоде») рекомендует применять бесконечно малые (стр. 37): «При применении метода пределов результат получается тот же, что и при пользовании методом неделимых, но мы сможем с большей уверенностью пользоваться полученными положениями. Вот почему, если в последующем я кое-где буду рассматривать количества как бы состоящими из частиц (ex particulis) или если я очень короткие отрезки кривых линий (lineolas curvas) буду рассматривать как прямые, то я прошу всегда подразумевать не неделимые, а исчезающие делимые, не суммы и отношения определённых частей, а пределы сумм и отношений... Поэтому, если в последующем для облегчения понимания вопроса я употребляю выражение «чрезвычайно малые» (quam minimas) или «исчезающие» количества или «последние» количества, то остерегайся понимать под этим количества, определённые по величине, но мысли себе всегда количества, беспредельно (sine limite) уменьшающиеся».

Против применения метода неделимых в *евристических целях*, разумеется, ничего возразить нельзя; так, если Ньютон в предложениях LXXIII и LXXIV книги I делит шар на тончайшие концентрические слои, то эта процедура применяется в подобных случаях и в наше время.

Вряд ли можно сомневаться в том, что Ньютону при его живом творческом темпераменте, как и его великим предшественникам и современникам, атомистический метод был более по душе, чем скучный и лишённый наглядности метод исчерпания. Будучи студентом, Ньютон купил себе «Начала» Евклида (в переводе Барроу), но, заглянув в них, не стал читать, в результате чего получил в 1664 г. на экзамене неудовлетворительную отметку по геометрии. «Надо отметить, что Ньютон не оценил гения этого писателя и важность содержания книги. С точки зрения его практического ума... старания Евклида доказать то, что производит впечатление самоочевидной истины, показывали лишь, что автор — праздный болтун. Впоследствии он понял однако важность строгого математического обоснования — это видно из многочисленных пометок и приписок на полях сохранившегося до нашего времени ньютонова экземпляра Евклида». [45]

Не удивительно поэтому, что Ньютон охотно пользуется атомистическим методом, как евристическим приёмом. Однако тонкость ума и точность Ньютона проявляются здесь в том, что он специально оговаривает исключительно

евристическое значение этого приёма, чего нигде не делает с такой ясностью, например, Уоллис.

Но, с другой стороны, и у Ньютона, совершенно так же, как и у Уоллиса, установление того факта, что переменная величина неограниченно стремится к такому-то пределу, не окончательная цель исследования, а только средство *доказать*, что эта величина становится *совершенно* равной своему пределу, достигает его, т. е. и он определённо становится на точку зрения «исчисления нулей». Заметим при этом, что, исключая «Principia», математические работы Ньютона в течение долгих лет после написания не печатались, так как Ньютон считал их ещё недостаточно убедительно сформулированными; «Principia» же были опубликованы сразу после написания, в 1686 г., следовательно, Ньютон был твёрдо уверен, что его доказательства вполне убедительны. Вот они (стр. 28 перевода): «Допустим, что последняя разность (т. е. разность между последними взятыми значениями переменных величин) не равна нулю, пусть тогда она равна D. Значит, эти величины не могут приблизиться к равенству меньше чем на величину D, что противоречит условию». Как я уже указыв ал в своей статье об Эйлере, здесь налицо логическая ошибка quaternio terminorum: вопрос заключается в том, останется ли разность между переменной величиной и пределом в конце концов равной актуально бесконечно малой величине, или она станет равной нулю, и переменная совпадёт с пределом. «Задать» можно только *конечную* величину D; поэтому нельзя исходить из предположения, что последняя актуально бесконечно малая разность равна заданной D, т. е. конечной величине; как нуль, так и актуально бесконечно малая меньше любой заданной конечной величины. И «исчисление бесконечно малых» и «исчисление нулей» — метафизические теории, одинаково неопровержимые и недоказуемые.

Повидимому, Ньютон сам чувствовал, что допущение существования, *нулей*, равных между собой арифметически, но не равных «геометрически», не отличается той непосредственной ясностью и убедительностью, к которой он стремился. Он вводит понятие о некотором состоянии переменной величины, среднем между нулём и какою бы то ни было протяжённостью. Если я правильно понимаю Ньютона и его ссылку на «древних», то по его концепции переменная величина, прежде чем превратиться в нуль, «принимает последнее значение и исчезает» evanescit, а прежде чем стать из нуля переменной величиной, «зарождается». [46] Не нули, а эти «последние зарождающиеся и исчезающие величины», не имея ещё никакой протяжённости, сохраняют или приобретают известное *кратное* отношение друг к другу. Так, он говорит («Principia», изд. 1726, стр. 37): «Последняя сумма зарождающихся или исчезающих количеств есть та составленная из них сумма, когда они, увеличиваясь или уменьшаясь, только начинают или прекращают быть». «Под последней скоростью тела разумеется та, с которой тело движется не до того, как оно достигает последней точки и перестаёт двигаться, и не после, но именно тогда, когда оно достигает её, т. е. именно та скорость, с которой тело достигает последней точки и с которой оно перестает двигаться». Это туманное выражение показывает только, на какие огромные трудности наталкивался Ньютон, когда пытался осмыслить теорию пределов метафизически, и Чайльд, пытаясь осмыслить это выражение с точки зрения последних достижений математической мысли, несомненно, впадает в ненаучную модернизацию. [47]

Сравним еще «Метод флюксий» (указ. изд., стр. 204): «Флюксии чрезвычайно близки (quam proximae) к отношению минимальных приращений флюент, имеющих место в равные, чрезвычайно малые частички времени, или, *выражаясь точно* (ut accurate loquar), они равны первому *отношению* зарождающихся приращений». Итак эти «исчезающие величины» *имеют между собой кратное отношение*; отметим, что сам Ньютон именно эту теорию последних отношений считает *особенно точной*.

В то же время Ньютон ясно даёт понять, что *арифметическое отношение* (разность) между этими величинами всегда *равно нулю*, ибо эти исчезающие величины не какие-то бесконечно малые неделимые, а настоящие нули. «Для того чтобы нашлись последние отношения,... необходимо, чтобы точки слились и совершенно совпали. В математике не следует оставлять без внимания и самые малые ошибки» («Квадратура», стр. 205). Наконец, оба эти свойства «зарождающихся» величин скомбинированы в «Principia», кн. II, раздел 2 (изд. 1726 г., стр. 243), лемма II: «Понимать надо только зарождающиеся начатки (principia iamiam nascentia) конечных величин... Рассматривается однако... *не величина моментов* (следовательно, они равны нулям), а первое отношение зарождающихся величин» (следовательно, они имеют кратное отношение!).

Ньютон знает, что против его теории исчезающих величин могут быть выставлены возражения, но он твёрдо убеждён в неопровержимости своей концепции исчезающих величин (см. стр. 37 того же издания «Principia»): «Мне возразят, что исчезающие величины не имеют никакого последнего отношения, так как, пока они не исчезли, это отношение не будет последним, когда же они уже исчезли, вообще не существует никакого отношения. Но, аргументируя так, можно с равным правом утверждать, что тело, достигая определённого места, не имеет никакой последней скорости, ибо, пока тело не достигло этого места, скорость не будет последней, а после того как оно достигает, никакой скорости уже не будет».

Разумеется, это возражение Ньютона не убедительно. Скорость в данный непротяжённый момент действительно можно считать равной нулю, ибо если промежуток времени равен нулю, то и тело в этот промежуток не пройдёт никакого пространства. Таким образом, и скорость «*в данный момент*» — в сущности метафизическое понятие, если мы не будем её понимать как предел скорости на всё уменьшающемся конечном отрезке. А основным недостатком этой теории Ньютона и является как раз то, что он говорит не о пределе отношения, являющегося переменной конечной величиной, а об отношении пределов двух актуально бесконечно малых величин.[48]

По мнению проф. Мордухай-Болтовского (l. c., стр. 365), «точка зрения первых и последних отношений, точка зрения «Начал натуральной философии» Ньютона — безусловно новая». Это утверждение, однако, противоречит фактам. Уже Галилей говорил о том, что, во избежание противоречий, связанных с понятием бесконечно большого и бесконечно малого, необходимо постулировать ещё величины «не конечные и не бесконечные». Но Ньютон, как видно из его собственных слов, имел здесь источником не Галилея, а тех античных учёных, у которых позаимствовал этот взгляд и Галилей. В «Квадратуре» (стр. 207) Ньютон говорит: «Подобное построение анализа посредством конечных величин и исследования первых и последних отношений зарождающихся или исчезающих конечных величин *согласно с геометрией древних*[49], и я желал обнаружить, что в методе флюксий нет необходимости вводить в геометрию бесконечно малые фигуры». Такое рассуждение мы действительно находим у древних. Из сочинения Плутарха «О противоречиях у стоиков» («De stoicorum repugnantiis») мы узнаем, что так аргументировали Хрисипп и другие стоики; и они, желая избавиться от необходимости вводить в геометрию бесконечно малые величины, постулируют «третий род» (τρίτον γένος) величин, не конечных и не бесконечно малых, которые, будучи арифметически равными между собой (конгруэнтными при наложении), в то же время сохраняют между собой определённое геометрическое отношение. Как известно из дошедшего до нас текста IX лекции Барроу, прослушанной Ньютоном,[50] Барроу ссылался на эту содержащуюся у Плутарха полемику стоиков с атомистами; стало быть, это место было известно Барроу, а через него, очевидно, и Ньютону.

Разумеется, эти «разъяснения» большой ясности в «исчислении нулей» не вносили, а только увеличивали метафизическую путаницу.

Итак, если Ньютон и подошёл к нынешнему методу пределов ближе, чем кто бы то ни было из его современников, то всё же и он не удержался в этом случае от метафизических по существу гипотез, несмотря на принцип, выставленный в третьем издании его «Principia»: «Hypotheses non fingo». С другой стороны, прогресс по сравнению с Уоллисом в этой области не настолько велик, чтобы можно было именно здесь искать заслугу Ньютона в философском обосновании математики.

Действительно бессмертная заслуга — истинно гениальное при всей своей кажущейся простоте открытие Ньютона — лежит в так называемом кинематическом обосновании инфинитезимального процесса. Но и здесь заслуга Ньютона не в том, что по принятой им теории плоскости получаются в результате движения линий и т. п. Об этом твердили и пифагорейцы, и христианские богословы, и Кавальери. Равным образом и в изучении кривых, как неких траекторий, возникших в результате сложения двух скоростей, направленных по ординатам, Ньютон также не был пионером; мы видели, что и здесь Ньютон имел предшественников в лице дю-Вердю и Торичелли.

Основная и величайшая заслуга Ньютона здесь в том, что он противопоставил друг другу флюксию как скорость процесса и флюенту как, так сказать, общий результат процесса в каждый отдельный момент. Как замечает Ньютон в своём «Методе флюксий» (изд. 1744 г., стр. 53 и сл.), все затруднения, заключающиеся в бесконечно малых, можно свести к двум следующим проблемам относительно пути: 1) дана длина проходимого пути, найти скорость движения в предложенное время (т. е. в любой момент); и наоборот: 2) скорость движения дана; требуется найти длину пройдённого в предложенное время пути.

Из дальнейшего видно, что концепция Ньютона имеет *универсальный* характер, а *пространственное* движение взято только в качестве наиболее простого и понятного примера: «Я буду в последующем рассматривать величины как порождаемые посредством непрерывного нарастания, *подобно* пути и т. д.». Этот универсальный характер виден также из концепции времени у Ньютона. О Ньютоне часто неправильно говорят, что у него единственным независимым переменным является время. Он специально оговаривает, что слово «время» у него имеет чисто условное значение: [51] под ним подразумевается та из переменных величин, о которой предположено, что она возрастает равномерно, и к которой отнесены все остальные величины. Он предупреждает, что всюду, где он употребляет слово «время», его надо понимать не в этом собственном (formaliter), а в условном смысле. Правда, и в этом случае Ньютон ещё не освободился окончательно от метафизического элемента; встречающееся у него понятие скорости в данный момент, как мы видели, ещё имеет в виду не предел отношений двух бесконечно малых величин, а отношение двух актуально бесконечно малых величин, вернее, отношение двух нулей. Но для того чтобы его построение не носило метафизического характера, он не отождествляет скорости движения в данное время с «моментом движения», а считает лишь, что скорости, с которыми величины текут и возрастают, *пропорциональны* моментам, иначе говоря, под скоростью в данное время Ньютон разумеет ту скорость, которую имела бы величина, если бы она, начиная с этого момента, стала двигаться равномерно.

Это вполне созвучная нашим понятиям концепция. И в ряде других мест у Ньютона можно заметить ту же понятную нам тенденцию заменить отношение бесконечно малых величин отношением пропорциональных им конечных величин (см., например, «О квадратуре», стр. 207): «Можно провести анализ на каких угодно фигурах и конечных... которые представляют себе подобными исчезающим... только при этом необходимо действовать с известной осторожностью». И дальше (стр. 204): «Флюксии могут быть изображены

(exponi) какими угодно линиями, пропорциональными им». «То же получится, если вместо моментов взять скорости возрастания или убывания или какие угодно величины, пропорциональные этим скоростям». [52]

Насколько универсальными понятиями, отнюдь не ограниченными локальным движением точки, стали ньютоновы флюенты и флюксии, видно прежде всего из следующих фактов:

1. Ньютон вводит понятие флюксии от флюксии, т. е. второй производной y, так что бывшая флюксия теперь играет роль флюенты.

2. Ньютон произвольно выбирает из числа переменных одну, которую он будет считать независимой переменной (т. е. «временем»); он производит замену переменных (заменяя, например, x через $1-x$, y через $1-y$); он вводит особые термины для независимой (quantitas relata) и зависимой (quantitas correlata) переменной. [53]

Универсальный взгляд на производную как на относительную скорость любого процесса является гениальным открытием Ньютона; нигде у его предшественников мы ничего подобного не найдём.

Пусть нынешняя наука в окончательном результате усвоила терминологию и обозначения Лейбница, соперника Ньютона: в философском отношении Ньютон нам несравненно ближе, чем Лейбниц с его дифференциалами-монадами и с его полным равнодушием к логическому обоснованию инфинитезимальных процедур.

Нельзя не закончить эту статью словами Эйлера. Вышедший из кругов, близких Лейбницу, и будучи воспитан на науке Лейбница, он тем не менее в вопросах философского обоснования отдаёт безоговорочное предпочтение Ньютону, считая и его терминологию более соответствующей философской сущности инфинитезимального процесса.

В своём «Дифференциальном исчислении» (стр. 100 — 101) он говорит: «Терминология Ньютона и более соответствует хорошему латинскому языку и в то же время вполне адэкватно выражает самую сущность процесса (res... satis commode exprimunt). В самом деле, переменную величину, принимающую при непрерывном возрастании всё новые и новые значения, можно рассматривать как бы текущей; отсюда и слово «флюксия», впервые применённое Ньютоном для характеристики возрастания скорости. Что касается словоупотребления и логического обоснования, то было бы неправильно спорить с англичанами, и мы перед лицом судьи... наверное потерпели бы поражение».

ПРИМЕЧАНИЯ

[1] Статья «Эйлер» в Эйлеровском сборнике Акад. Наук, стр 16.

[2] Второе русское изд. с примечаниями и предисловием проф. М. Я. Выгодского, стр. 400.

[3] Fl. Cajori. Newton's Fluxions. Сборник: Sir Isaac Newton (1727 — 1927). Baltimore, 1928.

[4] «It is well known that at first the method employed of Newton involved fixed infinitesimals».

[5] «Newton was really considering the ratio of two quantities, each of which was approaching the limit zero, rather than the limit of quantity that was the ratio of two quantities».

[6] Ньютон. Математические работы, М., 1937, стр. 303.

[7] De Morgan. On the early history of Infinitesimals in England. *Philosophical Magazine*, 1852, стр. 323 — 325.

[8] Cantor M. Vorlesungen zur Geschichte der Mathematik, III, 1898, стр. 273.

[9] *Bulletin de l'Acad. des Sciences de Danemark*, 1910.

[10] *Scientia*, V, 1909, стр. 30.

[11] S. Luria. Die Infinitesimaltheorie der antiken Atomisten. Berlin, Springer, 1932 (в серии «Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik», II, 2). С. Я. Лурье. Теория бесконечно малых у древних атомистов. Изд. Акад. Наук. Л., 1935.

[12] Насколько опасным считалось в Англии учение Демокрита еще в середине XVIII в., видно из замечания Маклорена (C. Maclaurin. An account of Sir I. Newton's

philosophical discoveries, 1738, стр. 31): «If Plato carries his fondness for his (atomistic) ideas too far, we must own, at least, that he erred on the most innocent side of the question, in opposition to the dangerous doctrines of Democritus and others».

[13] Он показывает, что если «все линии» фигуры равны «всем абсциссам», то они будут равны $\frac{a^2}{2}$; если они равны всем «максимам абсцисс», то будут равны a^2; если они равны всем «остаткам абсцисс», то будут равны $\frac{a^2}{2}$; если же они равны всем «квадратам абсцисс», то будут равны $\frac{a^3}{3}$ и т. д. В переводе на нынешний язык это готовые формулы интегрирования, избавляющие от необходимости каждый раз снова решать задачу геометрически. Это $\int_0^a y\,dx$, а в частных случаях $\int_0^a x\,dx=\frac{a^2}{2}$; $\int_0^a a\,dx=a^2$; $\int_0^a (a-x)\,dx=\frac{a^2}{2}$; $\int_0^a x^2dx=\frac{a^3}{3}$.

[14] Кавальери, Геометрия непрерывного, пер. С. Я. Лурье, М., 1940. Моя вступительная статья, стр. 78, прим. 1.

[15] Methodus indivisibilium, omnium expeditissimam et, modo rite adhibeatur, haud minus certam et infallibilem.

[16] Кавальери, Опыт III (против Гульдина).

[17] Карно, l. c., стр. 176 — 177.

[18] *Acta Eruditorum*, 1695, стр. 311.

[19] См. его письмо к Вариньону от 2 февраля 1701 г., где мы находим следующие строки: «Несравненно меньшее бесполезно принимать в расчёт по сравнению с несравненно большим: песчинка несравнима с земным шаром, земной шар — с мирозданием».

[20] *Mémoires de l'Acad. Royale de Turin*, 1784 — 1785, ч. II, стр. 141.

[21] Vorlesungen zur Gesch. d. Mathem., I, стр. 207.

[22] Plato und die sogenannten Pythagoreer. Halle, 1923.

[23] S. Brodetsky. Sir Isaac Newton, a brief account of his life and work. London, 1927, стр. 23.

[24] «But Newton went further. He realized that Cavalieri's ingenious idea contained the germ of something far greater. If a curve consists of an infinite number of infinitely short lines, cannot the length of the curve be considered as growing by the process of adding on little line after little line» и т. д. Consider a length... as *flowing* water (fluens — это как раз выражение Кавальери. — *С. Л.*) varies from moment to moment... *This is an idea that has changed the face of mathematics*» (курсив мой).

[25] De quadratura. Newtoni opuscula mathematica, 1744, стр. 204: «Et ad hunc modum veteres ducendo Rectas mobiles in longitudinem Rectarum immobilium Genesim docuerunt Rectangulorum».

[26] Antoniadi. Newton and Greek Philosophers. Nature, March 28, 1931, стр. 484.

[27] См. статью D. E. Smith, Newton's Library в сборнике: Isaak Newton (1642—1727), London, 1927, под ред. W. J. Greenstreet, стр. 168 и сл.

[28] Lectiones mathematicae, IX—X в книге: Is. Barrow. The Mathematical Works. Cambr. 1860, стр. 131 — 165.

[29] L. T. More. I. Newton. A biography. N.-Y., London, 1934, стр. 138 и сл.

[30] В противоположность Бродецкому, Чайльд (в сборнике: Is. Newton, 1642—1727, London, 1927) даёт правильную оценку также и математического атомизма в древности (стр. 117 и сл.). Только кинематическое учение «так называемых пифагорейцев» осталось ему неизвестным.

[31] Lectiones mathematicae, lect. XXVII, probl. IV, стр. 404 (W. Whewell, Cambridge, 1860).

[32] Quod ipsum satis prodit ac arguit, qualem is analysim usurpavit.

[33] *Acta Eruditorum*, 1695, стр. 311.

[34] «Traité des fluxions», trad. par Pezenas, I, стр. XLIX — L.

[35] *Mémoires de l'Académie Royale de Turin*, 1782 — 1788, II, стр. 141.

[36] Ср. сходное высказывание Даламбера в «Mélanges de littérature, d'histoire et de la philosophie», V, § XIV, стр. 249.

[37] Ad has continue propius accedens, ita ut differentia tandem evadat quavis assignabili minor.

[38] J. M. Child. Newton and the art of discovery в сборнике: Is. Newton (1642—1727), под ред. W. J. Greenstreet, London, 1927, стр. 117 и сл.; L. T. More, I. Newton. A Biography. N.-Y., 1927, стр. 183.

[39] Предл. XL: Si in infinitum procedatur, prorsus evaniturus esset. Предл. XLII (лемма): Adeoque in infinitum continuata evanescet.

[40] Barrow, изд. 1860 г., стр. 242 и сл., лекция X, теорема X, черт. 108.

[41] Subindicando modo, juxta quem, citra Calculi molestiam curvarum tangentia exquirere licet, unaque constructione demonstrare.

[42] Non aspernanda theoremata perquam generalia.

[43] О роли Барроу в выработке математической философии Ньютона см. в указанных выше статьях: J. M. Child. The art of discovery, стр. 122 — 125; L. T. More, Is. Newton. A Biography, N.-Y. —London, 1934, стр. 185.

[44]

Кавальери:	Ньютон:
Геометры возразят, что такой способ недостаточно утончен (durior), и это понятие всех линий и всех плоскостей труднее, чем это допускается.	Доказательства делаются более краткими при помощи способа неделимых, но так как самое представление неделимых недостаточно утончено (durior)...

[45] S. Brodetzky. Newton, London, 1927, стр. 15.

[46] Fl. Cajori. Newton's Fluxions, 1927, стр. 193: «The prime and ultimate ratios are ratios of two quantities just springing into being or vanishing».

[47] Child, l. c., стр. 125: «Newton's «expounders» did not realize for one thing the meaning of Newton's words: «neque antequam, neque postea, sed tunc», which show thahe had the true idea of the gradient of the tangent as being defined by an upper and lower set quence of secants, to neither of which it belonged».

[48] См. Fl. Cajori (l. c., стр. 193): «These prime and ultimate ratios do not contemplate... one constant which one variable approaches. Newton has really considering the ratio of two quantities, each of which was approaching the limit zero, rather than the limit of one quantity that was the ratio of two quantities».

[49] Consonum est Geometriae veterum.

[50] Barrow, изд. 1860г., стр. 141: «Tota schola stoicorum, et in iis acutissimus Chrysippus, ei suffragati dicuntur».

[51] «Principia», изд. 1744 г., стр. 54: «Idcirco in iis, quae sequuntur, tempus formaliter non considero, sed suppono, quod una ex propositis Quantitatibus homogenea cum aliis crescat aequabili fluxu, ad quam ceterae, *tamquam ad Tempus*, referantur, quae ideo per Analogiam non inconcinne dici potest Tempus. Quotiens igitur vox Tempus in sequentibus invenietur (eam autem... usurpavi perspicuitatis... causa), hoc verbum sumendum est, non quasi Tempus intellexissem in sua *formali* significatione, sed tanquam significans quantitatem illam a Tempore diversam, cuius aequabi i incremento vel Fluxu Tempus exponitur et mensuratur».

[52] «Eodem recidit, si loco momentorum usurpentur vel velocitates incrementorum et decrementorum, *vel finitae quaevis* quantitates velocitatibus hisce proportionales...» «Principia», кн. II, изд. 1726 г., стр. 244).

[53] См. Цейтен, l. c., стр. 308 и сл.



Член-корреспондент АН СССР
Н. Г. ЧЕБОТАРЕВ

МНОГОУГОЛЬНИК НЬЮТОНА И ЕГО РОЛЬ В СОВРЕМЕННОМ РАЗВИТИИ МАТЕМАТИКИ

Известна фундаментальная роль, которую сыграли исследования Ньютона в развитии анализа бесконечно малых. Большинство его идей растворилось в работах позднейших авторов, часто не сохранив ни имени Ньютона, ни его способа обозначений. Но в современной математике известно немало методов и результатов более частного характера, носящих имя Ньютона. Их значение было вскрыто лишь в гораздо более позднюю эпоху, когда общий прогресс математики дал возможность оценить важность того или иного результата Ньютона, записанного часто в виде небольшого замечания. К числу такого рода результатов относится «многоугольник», или, как его часто называют, «параллелограм» Ньютона, который и будет служить предметом настоящего обзора.

§ 1. В чем состоит метод «многоугольника Ньютона»

Метод, носящий название «многоугольника Ньютона», имеет целью разложение неявных функций по дробным степеням независимой переменной. Он состоит в следующем. Пусть переменные x и y связаны уравнением

$$f(x, y) = 0, \tag{1}$$

где $f(x, y)$ — аналитическая функция (которую в большей части исследований можно считать полиномом). Требуется представить y в виде бесконечного ряда по степеням $x - a$ (или, как говорят, разложить y в степенной ряд в окрестности точки $x = a$). Не нарушая общности, положим $a = 0$. Прежде всего определим значения, соответствующие значению $x = 0$. В частности, если $f(x,y)$ есть полином n-ой степени относительно y, таких значений всего n Если все они различны, то частная производная $\frac{\partial f}{\partial y}$, при подстановке вместо x нуля, а вместо y — одного из этих значений, не обращается в нуль, и тогда мы имеем возможность найти значения производных $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$, ..., при этих

значениях переменных и при помощи ряда Тейлора получить искомое разложение, которое будет сходиться внутри круга, на окружности которого лежит ближайшая особенная точка функции $y(x)$.

Если уравнение

$$f(0, y) = 0$$

имеет кратный корень b, то $\frac{\partial f(a, b)}{\partial y} = 0$. Тогда производные $\frac{d^k y}{dx^k}$ не могут быть вычислены, так что описанный способ разложения неприменим. В этом случае искомое разложение получается при помощи «многоугольника Ньютона», который состоит в следующем. Пусть

$$f(x, y) = A_n(y)\, y^n + A_{n-1}(x)\, y^{n-1} + \ldots + A_1(x)\, y + A_0(x), \qquad (2)$$

где

$$A_k(x) = a_k x^{\rho_k} + a_{k+1} x^{\rho_k + 1} + \ldots \quad (a_k \neq 0;\ k = 0, 1, \ldots, n);$$

Предположим, что искомое разложение y начинается с ε-й степени x:

$$y = cx^{\varepsilon} + c' x^{\varepsilon'} + \ldots \ (\varepsilon' > \varepsilon), \qquad (3)$$

и определим ε. Подстановка выражения (3) в (2) должна давать тождественный нуль. Раскрывая получаемое выражение, мы видим, что наименьшую степень x имеет один или несколько из следующих членов:

$$f(x, cx^{\varepsilon} + c' x^{\varepsilon'} + \ldots) = a_n c^n x^{\rho_n + n\varepsilon} +$$
$$+ a_{n-1} c^{n-1} x^{\rho_{n-1} + (n-1)\varepsilon} + \ldots + a_1 c x^{\rho_1 + \varepsilon} + a_0 x^{\rho_0} + \ldots \qquad (4)$$

Чтобы это выражение было тождественно равно нулю, необходимо, чтобы член, для которого показатель $\rho_k + k\varepsilon$ имеет наименьшее значение, не был единственным, так как иначе этому члену не с чем сократиться. Поэтому число ε надо подобрать так, чтобы из чисел

$$\rho_n + n\varepsilon,\ \rho_{n-1} + (n-1)\varepsilon, \ldots,\ \rho_1 + \varepsilon,\ \rho_0$$

по крайней мере два имели одно и то же значение, а остальные — бо́льшие значения. Ясно, что искомым значением ε является одно из $\frac{n(n-1)}{2}$ чисел

$$\varepsilon = -\frac{\rho_i - \rho_j}{i - j} \quad (i, j = 0, 1, \ldots, n).$$

Для выбора тех из этих значений, которые действительно дают решение вопроса, Ньютон предложил следующий геометрический приём. Нанесем на координатной сетке точки с координатами

$$(n, \rho_n),\ (n-1,\ \rho_{n-1}),\ \ldots,\ (1, \rho_1),\ (0, \rho_0)$$

и проведём через каждую из этих точек параллельные прямые с угловым коэффициентом ε. Каждая из этих прямых пересечёт ось ординат на высоте $\rho_k + k\varepsilon$ $(k = 0, 1, \ldots, n)$. Таким образом, требуется, чтобы по крайней мере две нижние из этих прямых совпадали, а остальные лежали выше. Отсюда вытекает следующий способ построения (см. фиг. 1).

Приставим к точке (n, ρ_n) линейку вертикально вниз и станем её вращать по часовой стрелке до того, как она впервые наткнётся на другую из нанесённых точек, например на (k, ρ_k). Положение линейки определит одно из искомых значений ε. Далее, станем вращать линейку в том же направлении

вокруг точки (k, ρ_k) до первого совпадения с дальнейшей точкой (l, ρ_l). Продолжая процесс, мы получим все возможные значения ε.

Получаемая на чертеже выпуклая ломаная носит название *многоугольника Ньютона*. Каждому из её отрезков соответствует столько различных или совпадающих значений коэффициента c, сколько единиц содержит длина её проекции на ось X. В самом деле, если крайние точки отрезка суть $\rho_i + i\varepsilon$ и $\rho_j + j\varepsilon$, то, для того чтобы в выражении (4) самые низшие члены сокращались, нужно, чтобы имело место

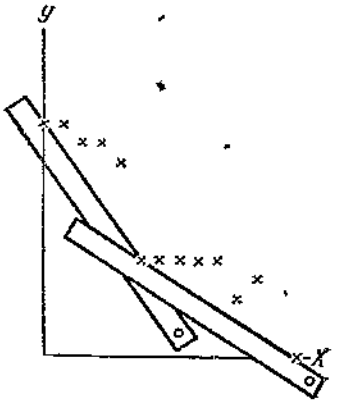
$$a_i c^i + \ldots + a_j c^j = 0,$$

т. е.

$$a_i c^{i-j} + \ldots + a_j = 0.$$

Это уравнение относительно c имеет $i - j$ корней и т. д.

С другой стороны, длина проекции всего многоугольника равна n. Отсюда следует, что мы получим всего n (различных или частично совпадающих) значений начального члена для разложения $y(x)$.



Фиг. 1

Для получения следующего члена разложения надо произвести в уравнении (1) подстановку

$$y = cx^\varepsilon + z$$

и находить низший член для z. Получаемые значения ε, ε',... суть, вообще говоря, дробные числа.

Часто отыскивают разложения не по возрастающим, а по убывающим степеням x, или, как принято говорить, степенные ряды в окрестности точки $x = \infty$. Производимые действия совершенно аналогичны. Оба типа разложений переходят друг в друга подстановкой

$$x = \frac{1}{x'}.$$

Ясно, что вместо геометрического приёма можно произвести соответствующие алгебраические выкладки.

§ 2. Теоремы относительно получаемых разложений

Теорема 1. *Получаемое разложение*

$$y = cx^\varepsilon + c'x^{\varepsilon'} + c''x^{\varepsilon''} + \ldots$$

расположено по возрастающим степеням x:

$$\varepsilon < \varepsilon' < \varepsilon'' < \ldots$$

Доказательство. Ограничимся доказательством неравенства $\varepsilon < \varepsilon'$, так как дальнейшие показатели получаются тем же путём. Кроме того, ниже мы увидим, что достаточно ограничиться изучением только одного разложения. Выберем в качестве изучаемого разложения то, в котором показатели ε, ε',... самые бо́льшие. В частности, если ε самое бо́льшее, то соответствующий ему отрезок ломаной — ближайший к оси Y, и из фиг. 1 нетрудно видеть, что

$$\varepsilon = \max\left(\frac{\rho_0 - \rho_1}{1}, \frac{\rho_0 - \rho_2}{2}, \ldots, \frac{\rho_0 - \rho_n}{n}\right).$$

Отметим побочный факт, весьма важный для дальнейшего.

Если максимум правой части достигается на k-ом члене, т. е. если $\varepsilon = \frac{\rho_0 - \rho_k}{k}$, то ε есть дробь, знаменатель которой есть k или делитель k.

Будем считать коэффициент c пока неопределенной переменной. Запишем $f(x, cx^\varepsilon)$ в виде

$$f(x, cx^\varepsilon) = \varphi(c)\, x^s + \varphi_1(c)\, x^{s_1} + \ldots,$$

где $s < s_1 < \ldots$ Мы уже знаем, что в качестве c мы должны выбрать один из корней полинома $\varphi(c)$. Пусть это будет $c = c_0$; предположим для общности, что c_0 — k-кратный корень.

Чтобы получить уравнение для z, где

$$y = c_0 x^\varepsilon + z,$$

напишем

$$f(x, cx^\varepsilon + z) = A_0(x) + A_1(x)\, z + \ldots A_{n-1}(x)\, z^{n-1} + A_n(x)\, z^n,$$

где

$$A_k(x) = \frac{1}{k!} \frac{\partial^k f(x, cx^\varepsilon)}{\partial y^k} \quad (k = 0, 1, \ldots, n),$$

или

$$A_k(x) = \frac{1}{k!} \frac{\partial^k f(x, cx^\varepsilon)}{\partial c^k} \cdot x^{-k\varepsilon} \quad (k = 0, 1, \ldots, n). \tag{5}$$

Обозначим через $R_0, R_1, \ldots, R_n$ порядки, с которыми обращаются в нуль при $x = 0$ функции $A_0(x), A_1(x), \ldots, A_n(x)$. Из (4) в силу $\varphi(c) = 0$ следует, что $R_0 \geqslant s_1 > s$. С другой стороны, дифференцируя по c k раз, получим

$$\frac{\partial^k f(x, cx^\varepsilon)}{\partial c^k} = \varphi^{(k)}(c)\, x^s + \varphi_1^{(k)}(c)\, x^{s_1} + \ldots,$$

и в силу $\varphi^{(k)}(c_0) \neq 0$ очевидно, что левая часть при $x = 0$ обращается в нуль ровно в s_1-ой степени. Принимая во внимание (5) и определение R_k, имеем

$$R_k = s - k\varepsilon,$$

откуда

$$\frac{R_0 - R_k}{k} \geqslant \frac{s_1 - s + k\varepsilon}{k} = \varepsilon + \frac{s_1 - s}{k} > \varepsilon.$$

Но так как

$$\varepsilon' = \max\left(\frac{R_0 - R_1}{1}, \frac{R_0 - R_2}{2}, \ldots, \frac{R_0 - R_n}{n}\right),$$

то

$$\varepsilon' \geqslant \frac{R_0 - R_k}{k} > \varepsilon,$$

и теорема доказана.

Отметим следующий факт, вытекающий из хода доказательства: уравнение, из которого определяется коэффициент c' при $x^{\varepsilon'}$, не превышает порядка k кратности корня c_0. В самом деле, степень этого уравнения равна наибольшему индексу u, при котором еще $\frac{R_0 - R_u}{u} = \varepsilon'$. Но при любом $u > k$ имеем

$$\frac{R_0 - R_u}{u} \leqslant \frac{R_0 - s + u\varepsilon^*}{u} = \frac{R_0 - s}{u} + \varepsilon < \frac{R_0 - s}{k} + \varepsilon = \frac{R_0 - (s - k\varepsilon)}{k} = \frac{R - R_k}{k} \leqslant \varepsilon',$$

---

* Дифференцируя формулу (4) u раз по c и пользуясь (5) при $k = u$, будем иметь $R_u \geqslant s - u\varepsilon$.

откуда и следует утверждение. Из отмеченного в середине доказательства факта следует:

Знаменатель дроби ε' может быть больше знаменателя дроби ε в число раз, не превышающее кратности корня c_0 полинома $\varphi(c)$.

Если теперь мы составим полиномы $\varphi(c)$, $\varphi_1(c)$, $\varphi_2(c)$, ..., корнями которых являются коэффициенты $c_0, c'_0, c''_0, \ldots$ разложения $y = c_0 x^{\alpha} + c'_0 x^{\alpha'} + c''_0 x^{\alpha''} + \ldots$, то степень каждого последующего полинома не превышает порядка кратности одного корня в предыдущем полиноме. Отсюда следует, что степени этих полиномов всё время убывают, за исключением единственной возможности, когда, начиная с какого-нибудь места, каждый полином есть какая-нибудь (одна и та же) степень линейной функции:

$$\varphi_{\mu}(c) = (c - c_0^{(\mu)})^{\nu}, \quad \varphi_{\mu+1}(c) = (c - c_0^{(\mu+1)})^{\nu}, \ldots$$

В этом случае (т. е. когда $\nu > 1$) мы будем получать ν одинаковых разложений, сколь далеко мы их ни продолжили бы. При этом даже в случае $\nu > 1$ мы в показателях $\varepsilon^{(\mu)}, \varepsilon^{(\mu+1)}, \ldots$ не будем получать растущих знаменателей. В самом деле,

$$\varphi_k(c) = (c - c_0^{(\mu)})^{\nu} = c^{\nu} - \binom{\nu}{1} c^{\nu-1} c_0^{(\mu)} + \ldots \pm (c^{(\mu)})^{\nu},$$

Здесь ни один член не равен нулю. Это значит, что на отрезке ломаной, который соответствует показателю $\varepsilon^{(\mu)}$, нанесенные точки $(i, \rho_i^{(\mu)})$ лежат на расстояниях, проекции которых на ось X равны единице. Так как, с другой стороны, разность ординат соседних точек является числом, кратным $\varepsilon^{(\mu-1)}$, то и угловой коэффициент отрезка есть число, кратное $\varepsilon^{(\mu-1)}$. Мы приходим к теореме:

Теорема 2. *В разложении*

$$y = cx^{\varepsilon} + c'x^{\varepsilon'} + c''x^{\varepsilon''} + \ldots$$

показатели ε, ε', ε'', ... являются дробями, у которых общий знаменатель есть конечное число.

Если этот общий знаменатель есть $\overline{a}$, и $\varepsilon = \frac{b}{\overline{a}}$, $\varepsilon' = \frac{b'}{\overline{a}}$, $\varepsilon'' = \frac{b''}{\overline{a}}$, ..., то, вводя обозначение

$$x = \xi^{\overline{a}},$$

получим для y ряд по целым степеням относительно ξ:

$$y = c\xi^{b} + c'\xi^{b'} + c''\xi^{b''} + \ldots$$

Введем, как обычно, обозначение для сравнений

$$u(\xi) \equiv v(\xi) \pmod{\xi^M},$$

если частное $\frac{u(\xi) - v(\xi)}{\xi^M}$ остается конечным при $\xi = 0$. Тогда, полагая

$$y_1 = c\xi^{b} + c'\xi^{b'} + c''\xi^{b''} + \ldots + c^{(\mu)}\xi^{b^{(\mu)}},$$

где μ — достаточно большое число, мы в силу самого способа получения членов разложения y будем иметь

$$f(\xi^{\overline{a}}, y) \equiv 0 \pmod{\xi^{\mu}},$$

откуда, применяя модифицированную теорему Bézout, получим при неопределенном η

$$f(\xi^{\overline{a}}, \eta) \equiv (\eta - y_1) f_1(\xi_1 \eta) \pmod{\xi^M},$$

где M — при достаточно большом μ — сколь угодно большое число, а $f(\xi, \eta)$ — новый полином. Применяя к $f(\xi, \eta)$ правило многоугольника Ньютона, получим вышеописанным способом новые разложения $y_2, y_3, \ldots, y_n$ и таким образом придём к сравнению

$$f(t^a, \eta) = a_n(t^a)(\eta - y_1)(\eta - y_2)\ldots(\eta - y_n) \pmod{t^N},$$

где a — некоторое новое целое число, $x = t^a$, $y_1, y_2, \ldots, y_n$ — некоторые полиномы (точнее говоря, более общие, чем полиномы, функции, так как они могут содержать члены с отрицательными степенями) относительно t, которые можно взять сколь угодно высокой степени, и при этом N тоже будет безгранично расти. Нетрудно видеть, что $y_1, y_2, \ldots, y_n$ — все возможные разложения для функции y, определяемой уравнением

$$f(t^a, y) = 0.$$

Поэтому теоремы 1 и 2 справедливы для всех разложений, получаемых методом многоугольника Ньютона.

Остаётся доказать сходимость бесконечных разложений, получаемых при безграничном возрастании N. Для этого обратим внимание на то, что y является функцией от t, аналитической в каждой точке, достаточно близкой к точке $t = 0$, так как производная $\frac{\partial f(t^a, y)}{\partial y}$ в достаточно малой окрестности точек $t = 0$ не обращается в нуль. Далее, так как при обходе вокруг точки $t = 0$ функция не меняет своего значения (об этом см. ниже), то её можно разложить в ряд Лорана по степеням t, причём в точке $t = 0$ она может иметь только полюс (так как существует такое k, что произведение $t^k y$ остаётся конечным при $t = 0$). Ряд Лорана сходится; с другой стороны, он совпадает с полученным нами рядом, так как разложение функции в степенной ряд единственно. Таким образом, переходя к переменной $x = t^a$, получим:

Теорема 3. *Получаемые методом многоугольника Ньютона разложения в ряды по дробным степеням x сходятся в достаточно малой окрестности точки $x = 0$.*

Чтобы считать доказательство этой теоремы полным, изучим поведение функции y при обходе вокруг точки $x = 0$. Возьмём $x = \rho e^{i\varphi}$, где $\rho > 0$ достаточно мало, и заставим φ пробежать значения от 0 до 2π. При этом в качестве начального значения y возьмём один из корней y_1 уравнения $f(\rho, y) = 0$. Тогда в силу непрерывности всё время будет соблюдаться равенство $f(x) = 0$, и при $\varphi = 2\pi$ мы придём к значению y_2, тоже удовлетворяющему уравнению $f(\rho, y) = 0$. Но так как это уравнение имеет всего n корней, то после некоторого числа $\overline{a}$ таких обходов мы придём к прежнему значению $y = y_1$. Если теперь мы положим $x = \xi^{\overline{a}}$, то $\overline{a}$ обходам вокруг точки $x = 0$ будет соответствовать один обход вокруг точки $\xi = 0$, откуда следует однозначность функции $y(\xi)$ при обходе вокруг точки $\xi = 0$, r и т. д.

Если $\overline{a} < n$, то, начиная обход со значения y, отличного от значений

$$y_1, y_2, \ldots, y_{\overline{a}},$$

мы опять после конечного числа обходов вокруг точки $x = 0$ придём к прежнему значению y. Таким образом, мы разобьём все значения

$$y_1, y_2, \ldots, y_n$$

на несколько систем, называемых *циклами*. Число $\overline{a}$ будем называть порядком соответствующего (в данном случае первого) цикла. Мы видим, что при обходе вокруг критической точки значения y претерпевают подстановку, состоящую из циклов порядков $\overline{a}, \overline{\overline{a}}, \ldots$ Нетрудно видеть, что число $\overline{a}$ есть не что иное, как общий знаменатель показателей одного из разложений функции $y(x)$ по дробным степеням x. В самом деле, пусть

$$y_1 = cx^{\frac{b}{\overline{a}}} + c'x^{\frac{b'}{\overline{a}}} + c''x^{\frac{b''}{\overline{a}}} + \ldots$$

Тогда после k ($k = 0, 1, \ldots, \overline{a} - 1$) обходов вокруг точки $x = 0$ мы будем приходить к значениям $y(x)$, получаемым из разложений

$$y_{k+1} = c\omega^{bk}x^{\frac{b}{\overline{a}}} + c'\omega^{b'k}x^{\frac{b'}{\overline{a}}} + c''\omega^{b''k}x^{\frac{b''}{\overline{a}}} + \ldots,$$

где

$$\omega = e^{\frac{2\pi i}{\overline{a}}} \quad (k=0,\ 1, \ldots,\ \overline{a}-1).$$

Все эти разложения различны, если $\overline{a}$ есть общий знаменатель показателей $\varepsilon = \frac{b}{\overline{a}}$, $\varepsilon' = \frac{b'}{\overline{a}}$, ..., т. е. если $b, b', b'', \ldots$ взаимно просты. После $(k+1)$-го обхода мы вернёмся к прежнему разложению. Мы приходим к следующей теореме:

Теорема 4. *Если показатели в разложении n-значной алгебраической функции $y(x)$ в окрестности критической точки имеют знаменатели $\overline{a}, \overline{\overline{a}}, \ldots$ ($\overline{a} + \overline{\overline{a}} + \ldots = n$), то при обходе вокруг этой критической точки значения $y(x)$ претерпевают подстановку, состоящую из циклов порядков $\overline{a}, \overline{\overline{a}}, \ldots$*

Ниже мы увидим, что определяемые таким образом подстановки составляют *группу монодромии* алгебраической функции, иначе говоря, её группу Галуа, знание которой позволяет решать много вопросов относительно природы функции, в частности, неприводимости уравнения.

Эти доказательства детально изложены в известной книге Гензеля и Ландсберга[22], из которой я заимствовал основные идеи.

§ 3. Форма, в которой метод изложен у самого Ньютона

Сам Ньютон изложил свой метод в форме, довольно далёкой от современной, и не дал доказательств предложений, необходимых для современного изложения, но которые в эпоху Ньютона не могли быть даже формулированы в виду отсутствия понятий сходимость, комплексная переменная, число корней уравнения и т. п. Однако идея метода выражена Ньютоном настолько чётко, что право приоритета должно безусловно принадлежать ему (если, конечно, впоследствии не будет открыто существование его предшественников), что здесь необходимо подчеркнуть, так как многие математики,

особенно ранние, излагая метод, или вовсе не упоминали о Ньютоне, или, как Лагранж [31], утверждали, что их метод отличен от ньютоновского, поскольку он изложен не в геометрической форме. Я считаю самым лучшим привести выдержку из сочинения Ньютона, в котором метод изложен наиболее полно. Приведу её в переводе проф. Д. Д. Мордухая-Болтовского:[37]

«Правило же это таково: из всех членов, в которых отсутствуют буквенные корни (y, p, q, r и т. д.), выбери тот, в котором неизвестная буквенная величина (x или z и т. д.) входит в наименьшей степени; затем выбери другой член, который содержит этот корневой вид и таков, что прогрессия, составленная из измерений каждого из упомянутых выше неизвестных, при продолжении её от члена, принятого за первый, до этого члена либо возрастает настолько, насколько это возможно, либо убывает столь мало, насколько это возможно; и если имеется несколько таких членов, измерения которых принадлежат этой прогрессии, сколь угодно далеко продолженной, то их все следует брать.

Приравняв, наконец, сумму выбранных таким образом членов нулю, найди значение неизвестного корня и припиши его к результату.

Для лучшего уразумения этого правила поясню его на следующей диаграмме.

Построй прямой угол BAC; стороны его BA и AC раздели на равные части и, восставив перпендикуляры, раздели угловую площадь на равные квадраты или параллелограмы, которые отметь вписанными в них измерениями букв x и y:

x^4	x^4y	x^4yy	x^4y^3	x^4y^4	x^4y^5	x^4y^6	и т. д.
x^3	x^3y	x^3yy	x^3y^3	x^3y^4	x^3y^5	x^3y^6	и т. д.
xx	xxy	$xxyy$	xxy^3	xxy^4	xxy^5	xxy^6	и т. д.
x	xy	xyy	xy^3	xy^4	xy^5	xy^6	и т. д.
1	y	yy	y^3	y^4	y^5	y^6	и т. д.

B — A — C

Затем, когда дано уравнение, отметь каким-либо знаком параллелограмы, соответствующие всем его членам, и приложи линейку к двум или же, что случается иногда, к нескольким из отмеченных таким образом параллелограмов, из которых один является самым нижним в столбце AB слева, другой попадает на линейку справа, а все остальные, не касающиеся линейки, находятся над ней. Затем возьми все те члены уравнения, которые содержатся в параллелограмах, задетых линейкой, и найди из них величину, которую следует положить в результате. Так, если следует определить корень уравнения

$$y^6 - 5xy^5 + \frac{x^3}{a}y^4 - 7aaxxyy + 6a^3x^3 + bbx^4 = 0,$$

то я обозначаю, как видишь (см. чертеж на стр. 107), параллелограмы, соответствующие членам этого уравнения, звёздочкой. Затем я прикладываю линейку DE к самому низшему из отмеченных параллелограмов в первом столбце слева, вращаю линейку снизу вверх в правую сторону, пока она не пройдёт через какой-нибудь один или несколько различных отмеченных параллелограмов.

При этом я вижу, что линейка заденет те места, в которых содержатся члены x^3, $xxyy$ и y^6. Поэтому я составляю из них уравнение

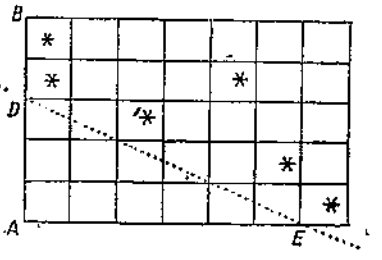
$$y^6 - 7aaxxyy + 6a^3x^3 = 0$$

(которое, если угодно, я затем, полагая $y = u\sqrt{ax}$, привожу к $u^6 + 7uu + 6 = 0$) и из него нахожу y, который имеет четыре значения, а именно: $+\sqrt{ax}$, $-\sqrt{ax}$, $+\sqrt{2ax}$, $-\sqrt{2ax}$. Из этих уравнений я могу взять за первый член искомого количества любое, но в различных случаях следует выбирать то из них, которое соответствует тому корню, который мы желаем найти».

Далее следуют примеры, весьма многочисленные. Я приведу из дальнейшего текста Ньютона ещё два места, имеющие теоретическое значение: способ получения дальнейших членов и обоснование метода.

«Затем таким же образом находятся из различных вспомогательных уравнений и остальные члены, которые следует прибавить к результату, причём большей частью с меньшим усилием, так как всё дело здесь сводится к тому, что низшие из этих членов, которые содержат бесконечно малые величины (x, xx, x^3 и т. д.) и не содержат буквенных корней (p, q, r и т. д.), делятся на выражение, которое стоит при буквенном корне в первой степени и уже не содержит неизвестной величины; то, что получается отсюда, записывается в результат».

«Для того чтобы убедиться в истине этих выводов, т. е. в том, что найдённые таким образом и сколь угодно продолженные результаты приближаются к корню уравнения так, что под конец отличаются от него на величину, меньшую всякой величины, и что поэтому при продолжении до бесконечности они совсем от него не отличаются, следует заметить, что величины, которые находятся в крайнем левом столбце правой стороны таблицы, суть последние члены уравнений, корнями которых являются p, q, r, s и т. д. При их исчезновении исчезают также и корни p, q, r, s и т. д., т. е. разности между результатом и искомым корнем, так что результат тогда ничем не отличается от истинного корня. Поэтому если ты в самом начале действия усмотришь, что члены, находящиеся в указанном столбце, все взаимно уничтожаются, то отсюда следует заключить, что доведённое до этого места решение и есть точный корень уравнения. Если же дело обстоит иначе, то ты всё-таки усмотришь, что все члены, в которых неопределённо малое неизвестное стоит в малых степенях, т. е. все наибольшие члены, выпадают из этого столбца так, что либо их, наконец, совсем не остаётся, либо же остаются только те, которые меньше любой назначенной величины, и поэтому при продолжении действия до бесконечности оказываются не больше нуля. И таким образом продолженное до бесконечности решение будет в конце концов истинным корнем.



Пусть, наконец, предполагается, что буквы, которые до сих пор предполагались неопределённо малыми, сколь угодно велики; решение и тогда остаётся верным, хотя не будет так быстро сходиться к истинному корню, что ясно из аналогии вещей».

Кроме того, Ньютон говорит о своём методе в более кратком виде в письме к Ольденбургу.[38] Далее, Стирлинг [51] указывает на *другую методу* Ньютона, помещённую в письме к Уоллису.[60] Я не имел возможности ознакомиться с этими произведениями, но, судя по заметке Д. М. Синцова,[50] другая метода

Ньютона представляет собой аналитическое изложение метода многоугольника, так что Лагранж неправ, называя свой метод отличным от ньютоновского.

Из приведённого текста Ньютона мы можем сделать следующие заключения.

1. Ньютон, в силу зачаточного развития математики в его эпоху, не мог извлечь из своего метода того, что оказалось в его методе наиболее плодотворным, — изучения поведения многозначных функций. Из последнего отрывка мы видим, что он рассматривал свой метод как приближённый метод вычисления значений неявных функций.

2. Ньютон пришёл к идее метода из аналогии с десятичными дробями, как это видно из приводимого ниже отрывка из главы «О решении уравнений с помощью бесконечных рядов» цитированного сочинения,[37] в который помещён и метод многоугольника. Эта глава посвящена технике арифметических операций над степенными рядами, по аналогии с операциями над бесконечными десятичными дробями. Сам Ньютон говорит об этой аналогии следующее:

«Действия, производимые над буквами (species), и действия над обыкновенными числами крайне сходны между собой и представляются различными только по тем характеристикам, которыми они выражаются, причём в первом случае характеристики неопределённые и общие, во втором же они определённые и частные. Меня удивляет поэтому, что никто (если только не исключить Николая Меркатора в открытой им квадратуре гиперболы) не направил своего внимания на приложение к буквам принципов недавно открытого учения о десятичных дробях, особенно потому, что при этом открывается путь к более трудным и более важным открытиям.

В самом деле, это учение о буквенных выражениях находится в таком же отношении к алгебре, как учение о десятичных дробях к обыкновенной арифметике. Поэтому тот, кто знаком с десятичной и с буквенной арифметикой и кто учитывает аналогию, существующую между десятичными числами и бесконечно продолжающимися алгебраическими выражениями, сможет тогда легко изучить сложение, вычитание, деление, умножение и извлечение корней. Ибо то, что случается с числами, именно, что, чем дальше они отступают вправо, тем больше убывают в десятичном отношении, то же имеет место и для букв, когда они, как это всего чаще будет в дальнейшем, расположены в бесконечную однородную прогрессию по степеням какого-либо числителя или знаменателя».

Из этого отрывка можно видеть, что у Ньютона при современном ему состоянии математики не могло быть и речи о доказательстве законности описываемых им операций в современном смысле сходимости получаемых рядов. Ньютон ограничивается формальным определением операций над бесконечными сходящимися рядами.

Тем не менее мы должны признать Ньютона творцом метода бесконечных степенных рядов, играющего фундаментальную роль в современной математике, в частности в теории аналитических функций. Дело в том, что пользование аппаратом бесконечных рядов далеко не исчерпывается теми случаями, когда эти ряды сходятся. Существует немало свойств функций, обнаруживаемых при помощи разложений в расходящиеся ряды. Теория расходящихся рядов ведёт свое начало от Пуанкаре,[40] давшего им название *асимптотических рядов*, и подробно изложена в книге Бореля.[5] Более того, в той же книге описаны способы суммирования расходящихся рядов, т. е. нахождения численных значений представляемых ими аналитических функций.

Особенно поразительно открытие Гензелем[21] p-адических рядов, т. е. рядов по возрастающим степеням простого числа p. Эти ряды всегда расхо-

дятся, но вместе с тем обнаруживают весьма тонкие арифметические свойства чисел, которые разложены в эти ряды. Здесь идея простейших арифметических рядов (десятичных дробей), приложенная Ньютоном к функциональным степенным рядам, вернулась опять к арифметическим рядам, но в изменённом виде и в приложении к другим задачам (о p-адических рядах см. далее, § 10).

Во всех этих теориях сходимость рядов не играет никакой роли, и формально введённая Ньютоном вычислительная техника вполне удовлетворяет требованиям математической строгости.

3. Определение дробных показателей можно производить также аналитическим методом, что было проделано и самим Ньютоном и затем Лагранжем.[31] Однако их аналитическое определение приводит к большому числу равенств и неравенств; для их систематизации применяют или многоугольник Ньютона, необычайно естественный и ясный по идее, или искусственный алгебраический приём, подобный применённому Лагранжем.

4. Мы видели в § 1, что для обоснования построения многоугольника Ньютона применяются элементы аналитической геометрии. В эпоху Ньютона аналитическая геометрия только зарождалась. Ньютон удачно заменяет проведение координат разделением плоскости на квадратные клетки, в каждой из которых вписывается соответствующий ей член: x^5yy, xy^3 и т. п.; такой приём в силу наглядности представляет даже некоторые преимущества.

5. Ньютон называет эти клетки «параллелограмами», откуда и ведёт начало название метода «параллелограм Ньютона». Это название неудачно хотя бы потому, что на каждой диаграмме много «параллелограмов», не говоря уже о том, что эти параллелограмы несущественны для диаграммы. Неудачность термина усугубляется тем, что слово «параллелограм» всегда вызывает в представлении скошенный четырёхугольник, что совершенно не соответствует построению.

6. Термин «многоугольник Ньютона» возник в силу того, что позднейшие авторы, с целью получить все возможные разложения неявной функции, наносили на чертёж несколько прямых, дающих все значения показателей, дающих решение задачи; это приводит к построению ломаной, или «многоугольника». У самого Ньютона никакого многоугольника не было, так как он наносил на диаграмме только одну прямую. Поэтому лучше было бы употреблять термин «диаграмма Ньютона».

7. Из построения на диаграмме полного многоугольника, как мы видели в § 1, вытекает, что корень $y(x)$ уравнения n-ой степени имеет ровно n разложений. Ньютон не мог получить этой теоремы хотя бы уже потому, что он не принимал в соображение мнимых корней, считая их несуществующими величинами. Об этом мы можем судить по следующему отрывку:

«Но существует и другая граница, а именно $x = 0$, вследствие невозможности $\sqrt{-ax}$, ...»

Между тем в цикле порядка больше двух непременно содержатся мнимые разложения.

8. Из приведённых выше отрывков можно заключить, что Ньютон не только не дал доказательства сходимости полученных им разложений, но даже не имел вполне отчётливого понятия о сходимости. С другой стороны, Ньютон прекрасно сознавал, что не всякий ряд сходится, что необходимо требовать сходимости ряда при его приложении к вычислениям, а также, что ряды могут перестать сходиться, если переменная принимает слишком большие значения. Это видно из следующего отрывка:

«Ограничивается же y при $x = a$, ибо если положить x бо́льшим a, то сумма всех членов

$$-\frac{x}{2a}\sqrt{ax}-\frac{xx}{8aa}\sqrt{ax}-\frac{x^3}{16a^3}\sqrt{ax}\text{ и т. д.}$$

возрастает до бесконечности».

§ 4. Развитие метода и его обобщение

Первые упоминания о методе Ньютона встречаются у Уоллиса в его «Алгебре» (1685)[60], у Тейлора в «Methodus incrementorum» (Propositio 9) (1755)[52] и у Стирлинга в «Lineae tertii ordinis» (Problema II), (1717).[51] Не имея возможности видеть эти сочинения, я не знаю, к чему они прилагали метод многоугольника. Судя по заглавию третьей из этих работ, можно думать, что он был приложен к изучению особых точек и асимптот кривых.

В 1740 г. вышло сочинение де-Гуа «Usage de l'Analyse de Descartes pour découvrir sans le secours du calcul différentiel les propriétés ou affections principales des lignes géométriques de tous les ordres».[13] Я знаю об этой книге по ссылке на неё Д. М. Синцова.[50] Повидимому, она тоже посвящена кривым. Изложение метода многоугольника у него другое, чем у Ньютона: он располагает основные оси под углом 45° к горизонтальному направлению и располагает «параллелограмы» в виде треугольника. Исходя из этого, можно думать, что он пришёл к идее метода самостоятельно.

В 1743 и 1745 гг. Кестнер опубликовал две диссертации,[27, 28] посвящённые многоугольнику Ньютона и его приложению к интегрированию дифференциальных уравнений. Не имея возможности ознакомиться с ними, приведу любопытное латинское четверостишие (Кестнер был также поэтом), написанное им по поводу многоугольника Ньютона:[29]

DE PARALLELOGRAMMO NEWTONIANO

Paucula iam series monstrat primordia nascens,
Lege sua partes haec sine fine regunt:
Sic a vita hominis, quam bis sex lustra coercent,
Aqua tenent formam non numeranda suam.

В 1776 г. Лагранж[31] предлагает новый метод, состоящий в сущности в переводе на алгебраический язык метода многоугольника Ньютона. При этом он оценивает значение своего метода следующим образом («Oeuvres», IV, стр. 304; перевод мой):

«Таким образом, всё сводится к определению величины α при помощи того условия, чтобы наименьшая степень x находилась по крайней мере в двух членах уравнения. Гг. Тейлор и Стирлинг дали для этого методы, которые можно видеть в «Methodus incrementorum» (Propositio 9) и в «Lineae tertii ordinis» (Problema II); но так как метод первого требует некоторого геометрического построения, а метод второго зависит от параллелограма Ньютона и, следовательно, должен быть рассматриваем как механический метод, я думаю что геометры будут очень рады видеть, как можно решить этот вопрос чисто аналитическим методом».

Вопрос о преимуществе аналитического или геометрического метода является, конечно, спорным. Отмечаю в словах Лагранжа курьёз: оказывается, что геометры предпочтут геометрическому методу аналитический, вопреки своей специальности. Спорным является и то, следует ли считать различными методы, проделывающие одно и то же, если один производит

это при помощи формул, а другой — при помощи чертежа. Наконец, как я уже упоминал, аналитическое проведение метода встречается уже у самого Ньютона.[37]

Изложение Лагранжа было перенесено в курс анализа Лякруа,[30] второе издание которого вышло в 1810 г. (см. t. I, n° 60, p. 192 etc.). В третьем томе этого курса (см. t. II, n° 667) упомянуто о приложении метода к разложению в ряды интегралов дифференциальных уравнений.

Я не стану перечислять книг и статей, в которых метод Ньютона прилагается к тем или иным вопросам: приложениям посвящены отдельные параграфы. Отмечу статью Пюизё,[41] посвящённую алгебраическим функциям и их интегралам. В ней впервые даётся доказательство сходимости ряда, получаемого методом многоугольника Ньютона. Пюизё не упоминает о Ньютоне и вообще о предшественниках, так что некоторые авторы называют этот метод методом Пюизё (Брио [6], М. Бауер [3]).

Метод многоугольника Ньютона был обобщен на случай двух уравнений с тремя переменными и вообще n уравнений с $n + 1$ переменными. Задача была поставлена в 1888 г. Бугаевым,[8] который называл этот метод методом наибольших и наименьших показателей. Впрочем, это новое название не привилось. Приём Бугаева заключается в следующем. Если даны два уравнения

$$f(x, y, z) = 0, \quad g(x, y, z) = 0,$$

то расположим их по степеням y и z

$$\sum_{\alpha,\beta} (x, m_{\alpha\beta})\, y^{\alpha}\, z^{\beta} = 0,$$

$$\sum_{\alpha,\beta} (x, n_{\alpha\beta})\, y^{\alpha}\, z^{\beta} = 0,$$

где под $(x, m_{\alpha\beta})$ разумеется полином, делящийся точно на x в степени $m_{\alpha\beta}$. Далее, полагая

$$y = x^{\rho} + u, \quad z = x^{\sigma} + v,$$

мы должны подобрать ρ и σ так, чтобы из показателей $m_{\alpha\beta} + \alpha\rho + \beta\sigma$ два были одинаковы, а остальные больше или равны; то же относительно показателей $n_{\alpha\beta} + \alpha\rho + \beta\sigma$. Задача приводится к решению каждой из всевозможных систем

$$m_{\alpha\beta} + \alpha\rho + \beta\sigma = m_{\alpha_1\beta_1} + \alpha_1\rho + \beta_1\sigma,$$

$$n_{\alpha_2\beta_2} + \alpha_2\rho + \beta_2\sigma = n_{\alpha_3\beta_3} + \alpha_3\rho + \beta_3\sigma \qquad (1)$$

относительно ρ и σ и проверке, будут ли остальные показатели иметь большее значение. В сущности, это не представляет никакого особого метода и может быть легко распространено на любое число переменных.

Настоящий геометрический метод для двух уравнений был дан Д. М. Синцовым в 1898 г. в его диссертации.[49] Сущность этого метода состоит в том, что на плоскости проводятся все прямые, выражаемые уравнениями первой и второй системы (1) (например, карандашами разных цветов). Затем отмечаются точки пересечений линий разных цветов и по их расположению относительно обеих систем прямых производится суждение о том, дают ли они решение задачи. Говоря о распространении метода на большее число переменных, автор указывает, что это должно было бы привести к чертежам в многомерных пространствах.

Предложив этот изящный метод, Д. М. Синцов выражает сожаление, что ему не удалось найти аналитического метода, имеющего, по его мнению, преимущество.

На уравнение, связывающее три или более переменных, метод не был до сих пор обобщен. В этом случае естественным обобщением проблемы является представление переменных, связанных алгебраическим уравнением, в виде функций от параметров, голоморфных вблизи рассматриваемой точки. Эта проблема имеет большое значение в теории алгебраических поверхностей (см. Гензель [20], Блэк[4], Юнг [26]).

§ 5. Приложение метода к изучению алгебраических кривых

Метод многоугольника Ньютона ранее всего получил применение к изучению внешней формы алгебраических кривых. Стирлинг[51] ещё в 1717 г. применял его к исследованию кривых 3-го порядка. Далее, к кривым высших порядков, повидимому, его применяли в 1740 г. де-Гуа [13] и в 1750 г. Крамер.[12] Метод исследования кривых при помощи многоугольника Ньютона изложен также в современных книгах Клебша [11] и Гензеля-Ландсберга.[22]

Метод многоугольника Ньютона применяется к изучению поведения кривых вблизи их особых точек, а также к исследованию асимптот. Чтобы получить понятие, каким образом исследуются особые точки, рассмотрим два примера.

1. Кривая $y^2 - 2yx^2 + x^4 - x^5 = 0$. Для точки (0, 0) многоугольник Ньютона имеет вид, изображённый на фиг. 2, откуда $\varepsilon = 2$. Если $y = cx^2 + z$, то

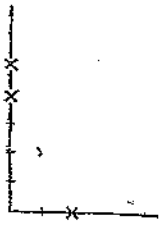
$$c^2 - 2c + 1 = 0,$$

т. е. $c = 1$. Подставляя в уравнение кривой, будем иметь

$$z^2 - x^5 = 0,$$

откуда видно, что ветви кривой составляют цикл

$$y = x^2 \pm x^{\frac{5}{2}}.$$



Фиг. 2

Придавая x отрицательные значения, придём к мнимым значениям y. Таким образом, кривая лежит справа от оси Y, в точке (0, 0) касается оси X (в силу $\varepsilon = 2 > 1$), и вблизи этой точки обе её ветви лежат выше оси X. Здесь мы имеем точку возврата 2-го рода.

Для получения асимптот этой кривой разложим y по убывающим степеням x. Получим очевидно

$$y = \pm x^{\frac{5}{2}} + x^2.$$

Из этого разложения видно, что при больших (положительных) значениях x переменная y стремится к $\pm\infty$, стремясь к вертикальному положению; однако асимптот кривая не имеет.

2. Кривая $x^3 + y^3 - 3xy = 0$. Для точки (0, 0) многоугольник Ньютона представлен на фиг. 3. Ветви кривой распадаются на два цикла:

а) $\varepsilon = \frac{1}{2}$, $\quad c^3 - 3c = 0$, $\quad c = \pm\sqrt{3}$, $\quad y = \pm\sqrt{3}x^{\frac{1}{2}} + \ldots$

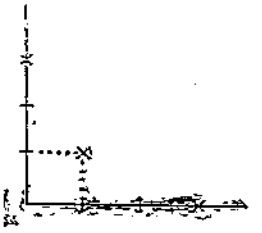
Эта ветвь лежит справа от оси Y, касается этой оси (в силу $\varepsilon = \frac{1}{2} < 1$) и идёт вверх и вниз.

b) $\varepsilon = 2, \quad 1 - 3c = 0, \quad y = \frac{1}{3}x^2 + \ldots$

Эта ветвь лежит выше оси X, касается этой оси (в силу $\varepsilon = 2 > 1$) и идёт и вправо и влево. Мы имеем пересечение двух обыкновенных ветвей (д в о й н у ю т о ч к у).

Для получения асимптот разложим y по убывающим степеням x. Пользуясь той же диаграммой, получим

$$\varepsilon = 1, \quad y = cx + \ldots, \quad c^3 + 1 = 0.$$



Фиг. 3

Из трёх ветвей цикла две мнимые. Для вещественной получаем

$$y = -x + z.$$

Подставим в уравнение кривой

$$3x^2z - 3xz^2 + z^3 + 3x^3 - 3xz = 0.$$

Составив диаграмму для этого уравнения, убеждаемся, что требуемым решением будет $\varepsilon = 0$. Подставляя $z = c + \ldots$, деля уравнение на x^2 и переходя к $x = \pm\infty$, получим

$$3c + 3 = 0,$$

так что уравнение асимптоты имеет вид

$$y = -x - 1.$$

Можно высказать несколько общих предложений о связи разложений с видом особой точки. Эти предложения очень легко доказываются.

I. Если общий знаменатель показателей разложения нечётное число, то ветвь, соответствующая циклу, идёт и вправо и влево от оси Y; если чётное, — то только по одну сторону.

II. Если наименьший показатель в разложении меньше единицы, то ветвь касается оси Y; если больше единицы, то она касается оси X; если равен единице: $y = cx + \ldots$, то ветвь касается прямой $y = cx$.

III. Если наименьший показатель в разложении есть нечётное число, то ветвь идёт и вверх и вниз от оси X; в противном случае только в одну сторону.

Аналогичные теоремы можно высказать относительно асимптот.

§ 6. Число решений системы двух алгебраических уравнений с двумя неизвестными

Если задано два алгебраических уравнения с двумя неизвестными:

$$f(x, y) = 0, \quad g(x, y) = 0, \tag{1}$$

то число её решений определяется теоремой Безу: *Число решений системы двух уравнений равно произведению их степеней относительно обеих неизвестных.*

Недавно ван-дер-Верден[50] распространил эту теорему на любое число уравнений.

При формулировке этой теоремы надо, однако, сделать оговорку, что она верна только, если мы сделаем уравнения однородными; другими словами,

надо принять во внимание бесконечные решения. В противном случае число решений может быть меньше, как это видно из тривиального примера двух окружностей, пересекающихся только в двух точках.

Миндинг [35] в 1841 г. задался целью определить число (конечных) решений в каждом заданном случае. Для этого он, применяя метод многоугольника Ньютона (Миндинг не называет его методом Ньютона, а говорит о нём как об общеизвестном методе, ссылаясь на книгу Лакруа [30]), разлагает корни одного из уравнений, например первого, в ряды по убывающим степеням x, а затем подставляет эти разложения в выражение результанта

$$A_0^n \prod_{\nu=1}^{m} g(x, y_\nu), \tag{2}$$

где A_0 — старший коэффициент первого уравнения, m, n — степени уравнений относительно y.

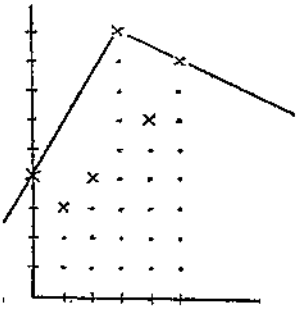
Получается ряд по убывающим степеням x, который должен оборваться на конечном месте, так как из теории симметрических функций вытекает, что это полином. Его степень, легко определяемая, как раз равна искомому числу решений.

Приведём пример, иллюстрирующий метод.

Этот пример взят из книги Серре,[47] в которой помещён метод Миндинга. Пусть

$$f(x, y) = (x, 8)\, y^5 + (x, 6)\, y^4 + (x, 9)\, y^3 + (x, 4)\, y^2 + (x, 3)\, y + (x, 4),$$
$$g(x, y) = (x, 2)\, y^4 + (x, 2)\, y^3 + (x, 4)\, y^2 + (x, 5)\, y + (x, 5),$$

где под (x, μ) мы разумеем полином μ-ой степени. Составим многоугольник Ньютона для первого полинома (фиг. 4). Получаем два разложения y_1, y_2 с $\varepsilon_1 = \frac{1}{2}$ и три разложения y_3, y_4, y_5 с $\varepsilon_2 = -\frac{5}{3}$. Степень $g(x, y_\nu)$ $(\nu = 1, 2)$ есть наибольшее из чисел



Фиг. 4

$$2 + 4 \cdot \frac{1}{2},\quad 2 + 3 \cdot \frac{1}{2},\quad 4 + 2 \cdot \frac{1}{2},\quad 5 + \frac{1}{2} \cdot 5, \text{ т. е. } 5\frac{1}{2}.$$

Степень $g(x, y_\nu)$ $(\nu = 3, 4, 5)$ есть наибольшее из чисел

$$2 - 4 \cdot \frac{5}{3},\quad 2 - 3 \cdot \frac{5}{3},\quad 4 - 2 \cdot \frac{5}{3},\quad 5 - \frac{5}{3} \cdot 5, \text{ т. е. } 5.$$

Подставляя в (2), где теперь $A_0 = (x, 8)$, $n = 4$, получим полином степени

$$4 \cdot 8 + 2 \cdot 5\frac{1}{2} + 3 \cdot 5 = 52,$$

в то время как, согласно теореме Безу, искомая степень равна $13 \cdot 6 = 78$.

Заметим, что при частном задании полиномов (x, μ) некоторые старшие

члены в результанте могут сократиться, и тогда придётся учитывать дальнейшие степени.

Пользуясь изложенным в § 4 методом Д. М. Синцова, мы сможем распространить метод Миндинга на бо́льшее число уравнений.

Миндинг ссылается на книгу Финка, [17] вышедшую одновременно со статьёй Миндинга, где изложен такой же метод.

§ 7. Роль многоугольника Ньютона в теории аналитических функций

Значение метода многоугольника Ньютона по настоящему определилось после того, как были открыты принципы теории функций комплексной переменной. Теорема Лиувилля, согласно которой всякая функция, лишённая особых точек, есть константа, выдвинула задачу определения типа функции по характеру её особых точек. В частности, тип многозначной функции определяется характером её *критических точек*, т. е. точек, вблизи которых функция перестаёт быть однозначной. Простейшим типом многозначной функции является алгебраическая функция, т. е. функция $y(x)$, удовлетворяющая уравнению

$$f(x, y) = 0, \qquad (1)$$

где $f(x, y)$ — полином от двух переменных. Она имеет конечное число критических точек, которые являются корнями уравнения $D(x) = 0$, где $D(x)$ — дискриминант уравнения (1) относительно переменной y. Отличие критической точки от обыкновенной состоит в том, что в её окрестности функция разлагается не по целым, а по дробным степеням. Это разложение может быть получено при помощи многоугольника Ньютона, который также даёт возможность узнать характер поведения сопряжённых значений y вблизи критической точки. Выразимся точнее. Если независимая переменная x совершит полный обход вокруг критической точки, то все значения y, непрерывно изменяясь, не перейдут в свои старые положения, а поменяются местами, т. е. претерпят какую-то подстановку, тип которой определяется характером разложений (см. § 2). Эти подстановки, составленные для всех критических точек данной алгебраической функции, служат исходным пунктом для построения так называемой *римановой поверхности*, которая была введена в 1857 г. Риманом [42] и которая до сих пор служит основой для полной теории алгебраических функций и абелевых интегралов. В частности, риманова поверхность играет в теории алгебраических функций роль, которую в теории алгебраических уравнений играет группа Галуа. Основой аналогии между обоими понятиями является следующая теорема монодромии: *Если считать областью рациональности поле рациональных функций от x с любыми коэффициентами, то наименьшая группа подстановок, содержащая все подстановки, совершаемые значениями алгебраической функции $y(x)$ при обходе вокруг критических точек, есть группа Галуа уравнения, которому удовлетворяет $y(x)$.*

В теории алгебраических функций важную роль играет порядок связности римановой поверхности, т. е. максимальное число разрезов, $2p$, которые можно на ней сделать, не нарушая её связности. Число p носит название ранга (Rang — по Вейерштрассу, Geschlecht — по Риману) поля $K(x, y)$ алгебраических функций. Оказывается, что существует ровно p линейно независимых абелевых интегралов 1-го рода $\int \varphi(x, y)\, dx$, где $\varphi(x, y)$ — рациональная функция, т. е. интегралов, остающихся конечными на всей римановой поверхности.

§ 8. История применения многоугольника Ньютона в теории алгебраических функций

Первый мемуар, посвящённый общей теории алгебраических функций и абелевых интегралов, был представлен Абелем [1] в Парижскую Академию наук в 1826 и напечатан в 1841 г. Он содержит доказательство теоремы, получившей название теоремы Абеля, о сумме абелевых интегралов, верхние и нижние пределы которых являются нулями и бесконечностями какой-нибудь функции φ поля $K(x, y)$, которая (сумма) равна рационально-логарифмической функции от коэффициентов функции φ. При этом мы можем по произволу задать все эти пределы, кроме некоторого числа γ, зависящего только от поля $K(x, y)$. Число γ есть не что иное, как ранг поля $K(x, y)$.

При доказательстве своей теоремы Абель применяет чисто алгебраические приёмы, и в том числе многоугольник Ньютона. Впрочем, он ни на кого не ссылается (в чём, собственно говоря, не было необходимости, так как метод вошёл уже в общераспространённый учебник Лакруа) и пользуется методом в сильно модифицированном виде, так что узнать в нём метод многоугольника Ньютона оказалось возможным только благодаря помещённому в мемуаре примеру («Oeuvres», éd. 2, I, § 8, стр. 181).

Впервые полностью использован метод многоугольника Ньютона Пюизё в 1850 г. [41] Пользуясь развитой Коши теорией функций комплексной переменной, Пюизё задался целью изучить поведение алгебраических функций и абелевых интегралов на всей плоскости комплексной переменной. Он ещё не пришёл к идее римановой поверхности, но уже ввёл понятие разреза (lacet) между критическими точками, так что функция остаётся однозначной на плоскости, снабжённой такими разрезами.

Чтобы исследовать поведение функции вблизи критической функции, Пюизё строит циклы разложений, соответствующие каждой критической точке (см. § 2). Для этого он должен был доказать разложимость алгебраической функции в окрестности каждой точки по целым или дробным степеням независимой переменной. Он выполнил это, впервые доказав сходимость рядов, получаемых при помощи многоугольника Ньютона. При этом он ни на кого не ссылался. Впоследствии многие авторы называли метод многоугольника Ньютона «методом Пюизё».

В 1875 г. вышла большая книга Брио и Буке по эллиптическим функциям, где был помещён «метод Пюизё»[7]. В 1879 г. Брио[6] выпустил книгу по абелевым интегралам, где он, пользуясь этим методом, провел чисто алгебраическое построение интегралов I-го рода. Брио подыскивает их в форме

$$\int \frac{\varphi(x, y)}{f_y(x, y)} dx,$$

где $\varphi(x, y)$ — полином, на который в силу конечности интеграла накладываются условия обращения в нуль в нулевых точках знаменателя. Все это очень изящно (к сожалению только, не вполне общим образом) подсчитывается на диаграмме Ньютона. Для числа p Брио получает риманову формулу

$$p = \frac{w}{2} - n + 1,$$

где w — число критических точек; точнее, это число циклов, где каждый a-членный цикл считается $a - 1$ раз.

Сходным путём решает эту задачу Фильдс;[16] однако при подсчёте он не пользуется диаграммой Ньютона, а просто считает характер разложений известным.

§ 9. Приложение метода в теории дифференциальных уравнений

Обосновывая метод Ньютона аналитическим путём, Лагранж [31] говорит о возможности применить его к разложению в степенные ряды интегралов дифференциальных уравнений. Лакруа (II, n° 667) тоже посвящает этому несколько строк.

Непосредственным методом, приводящим к решению задачи, многоугольник Ньютона служил для нахождения рациональных интегралов линейных дифференциальных уравнений. Эта задача первоначально была предметом исследований Лиувилля.[34] К ней Лиувилль привёл также задачу нахождения алгебраической части в абелевых интегралах.

Чтобы найти *целые* рациональные интегралы линейного дифференциального уравнения

$$P_0(x)\frac{d^n y}{dx^n} + P_1(x)\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \ldots + P_n(x)y = V(x); \qquad (1)$$

где $P_i(x)$, $V(x)$ — полиномы, надо прежде всего найти степень α возможного интеграла y. Разлагая все полиномы по убывающим степеням x:

$$P_i(x) = a_i x^{p_i} + \ldots, \quad V(x) = vx^{\nu} + \ldots,$$
$$y = ax^{\alpha} + \ldots,$$

видим, что среди показателей

$$p_0 + \alpha - n, \quad p_1 + \alpha - n + 1, \ldots, \quad p_n + \alpha, \quad \nu$$

по крайней мере два наибольших должны быть равны. Если система чисел

$$p_0 - n, \quad p_1 - n + 1, \ldots, \quad p_n$$

имеет единственный наибольший член, $p_k - n + k$, то искомым α является

$$\alpha = \nu - p_k + n - k; \qquad (2)$$

если же их несколько, например

$$p_{t_1} - n + t_1, \quad p_{t_2} - n + t_2, \ldots, \quad p_{t_k} - n + t_k,$$

то α получается или из алгебраического уравнения

$$a_{t_1}\frac{\alpha!}{(\alpha - n + t_1)!} + a_{t_2}\frac{\alpha!}{(\alpha - n + t_2)!} + \ldots + a_{t_k}\frac{\alpha!}{(\alpha - n + t_k)!} = 0,$$

или из (2). Затем надо попробовать подыскать коэффициенты полинома y методом неопределённых коэффициентов.

Для нахождения дробных рациональных интегралов типа $y = \frac{X}{Y}$, где X, Y — полиномы, Лиувилль прежде всего доказывает, что всякий линейный делитель $x - a$ полинома Y также делит $P_0(x)$. Остаётся определить степень α, с которой он может входить в Y. Лиувилль полагает $y = \frac{z}{(x-a)^{\alpha}}$, где z не обращается при $x = a$ ни в нуль, ни в бесконечность, подставляет это выражение в (1) и приравнивает нулю сумму членов, у которых $x - a$ входит

в наибольшей степени β в знаменатель (все они будут содержать множителем z) и в которые мы после умножения на $(x-a)^\alpha$ и деления на z подставляем $x=a$. Получается уравнение для α, и его наибольший корень, если он есть целое число, даёт искомый показатель. Избавляясь в $y(x)$ постепенно от всех линейных множителей в знаменателе, наконец, придём к уравнению, в котором надо искать интегралы в виде полиномов. (Это изложение схематизировано и упрощено по сравнению с лиувиллевским.) Эти приёмы представляют собой многоугольник Ньютона, хотя в очень упрощённом виде, поскольку все показатели располагаются всего на двух параллельных линиях. Если уравнение не линейно, то многоугольник Ньютона проявляется в полном объёме. Но во всяком случае, когда по поводу метода Имшенецкого,[24] сделавшего попытку избавиться от недостатков метода Лиувилля, между петербургскими и московскими математиками возникла полемика, один из её участников, Некрасов,[30] указал, что Лиувилль здесь в сущности применяет «начало наименьших и наибольших показателей», что у москвичей было синонимом многоугольника Ньютона. (Подробности см. в диссертации Д. М. Синцова[49].)

Фукс[19] поставил себе более широкую задачу изучения типов линейных дифференциальных уравнений, интегралы которых допускают в окрестности каждой точки разложения в сходящиеся ряды, в которых фигурируют также логарифмические члены. Получился строго очерченный класс уравнений «фуксова типа»:

$$\frac{d^n y}{dx^n}+p_1(x)\,\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}+\ldots+p_{n-1}(x)\frac{dy}{dx}+p_n(x)\,y=0,$$

где $p_k(x)$ — рациональные функции, причём в окрестности каждой точки $x=a$ произведения

$$(x-a)^k\,p_k(x)$$

остаются конечными. Наиболее совершенное исследование этих разложений принадлежит Фробениусу.[18] Здесь подбор показателей сводится к решению некоторого алгебраического уравнения (того самого, к которому приходил Лиувилль) и с известной натяжкой может считаться видоизменением метода многоугольника Ньютона.

Интегралы уравнений фуксова типа при обходе вокруг критических точек претерпевают линейные подстановки. Их совокупность для всех критических точек порождает группу монодромии, которая конечна в том и только в том случае, если интегралами уравнения являются алгебраические функции. Жордан,[25] пользуясь этим принципом, перечислил все типы линейных дифференциальных уравнений 2-го и 3-го порядков. Для этого он должен был углубиться в теорию конечных линейных групп. (См. также работы Отонна.[2])

Наиболее далеко продвинулся в изучении линейных дифференциальных уравнений и их групп монодромии Лаппо-Данилевский.[33]

§ 10. p-адические числа

Едва ли не большее значение, чем в теории алгебраических функций, многоугольник Ньютона приобрёл в теории алгебраических чисел. Аналогия между применениями многоугольника Ньютона в этих обеих областях становится особенно ясной, если мы сопоставим с разложением функций в степенные ряды разложение чисел в ряды по *положительным* степеням какого-нибудь простого числа p. Это так называемые p-адические ряды, введённые в рассмотрение Гензелем.[31]

Чтобы разложить данное число α в p-адический ряд, нужно иметь какое-нибудь определение *сравнения* по модулю p для чисел поля, образованного числом α. Это всегда можно сделать для алгебраических чисел.

Если α есть корень неприводимого алгебраического уравнения

$$f(x) = 0 \tag{1}$$

с целыми рациональными коэффициентами, то мы будем говорить, что α разлагается в бесконечный p-адический ряд

$$\alpha = a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \ldots + a_m p^m + \ldots,$$

если при любом m будем иметь

$$f(a_0 + a_1 p + \ldots + a_m p^m) \equiv 0 \pmod{p^M},$$

где $M = M(m)$ — показатель, который безгранично растёт вместе с m. В качестве коэффициентов a_i можем брать или числа из ряда

$$0, 1, 2, \ldots, p-1$$

или, если при таком выборе разложения не получается, корни двучленного уравнения

$$x^{p^f - 1} - 1 = 0,$$

где f — некоторое число, не превышающее n.

Получаемые таким образом p-адические ряды, как правило, расходятся. Это не мешает сопоставлять их формально с числами, согласно указанному правилу, а также производить над ними элементарные арифметические операции.

Описанное разложение числа α может быть найдено в том случае, если p не есть *критическое простое число*, т. е. если оно не есть делитель дискриминанта поля, образованного числом α. Если же p есть критическое простое число, то α допускает разложение по дробным степеням числа p. При этом разложение производится по тем же правилам многоугольника Ньютона, как и для алгебраических функций.

Всякое алгебраическое число n-й степени имеет ровно n p-адических разложений для каждого простого числа p. При этом каждому разложению, у которого общий знаменатель показателей есть g, соответствует *цикл* из g-разложений, у членов которого коэффициенты при тех же степенях отличаются друг от друга двумя корнями из единицы, как множителями. Это правило заменяется несколько более сложным в том случае, когда p есть *иррегулярное* критическое простое число, что может иметь место лишь, если p есть делитель порядка группы Галуа уравнения. Если разложение числа α по степеням простого числа p образует $g_1, g_2, \ldots, g_k$-членный циклы, то в группе Галуа уравнения (1) содержится подстановка, состоящая из циклов порядков $g_1, g_2, \ldots, g_k$.

В известной мере справедливо и обратное утверждение, которое опирается на следующую теорему Минковского: *Дискриминант алгебраического поля есть целое число, отличное от* ± 1.

В применении к p-адическим разложениям эту теорему можно формулировать так: *Для всякого иррационального алгебраического числа α существуют такие простые числа p, что α разлагается по дробным степеням числа p.*

Этот факт нетрудно обобщить. Мы уже видели, что для данного неприводимого уравнения каждому критическому простому числу соответствует определённый тип подстановок. И вот оказывается, что можно подобрать по

подстановке из типов, соответствующих всем критическим простым числам, таким образом, чтобы наименьшая группа, содержащая все эти подстановки (их *композит*), была полная группа Галуа уравнения (1). Эта теорема аналогична *теореме монодромии* (см. § 7).

Эта теорема допускает более точную формулировку, если мы выразим её в терминах *теории идеалов*. Будем считать уравнение (1) *нормальным*, т. е. таким, что все его корни рационально выражаются через один. Известно, что всякое алгебраическое поле есть часть некоторого нормального поля.

В нормальном поле каждому простому идеалу $\mathfrak{R}$ соответствует группа подстановок S, не меняющих элементов поля с точностью до кратностей идеала $\mathfrak{R}$. Эта группа была введена Гильбертом, назвавшим её *группой инерции*. Её подстановки S характеризуются сравнениями

$$\alpha^S \equiv \alpha \pmod{\mathfrak{R}},$$

справедливыми для всякого целого элемента α рассматриваемого поля.

Группа инерции отлична от единичной группы в том и только в том случае, если простой идеал $\mathfrak{R}$ критический. Она, кроме исключительных случаев иррегулярных простых идеалов, есть циклическая группа; во всех же случаях она разрешима. В числовых полях она играет ту же роль, какую играют степени подстановки, которую претерпевают значения алгебраической функции при обходе независимой переменной вокруг критической точки. Арифметическая теорема монодромии в терминах теории идеалов звучит так[55]: *Композит всех групп инерции, соответствующих всем критическим простым идеалам нормального поля, есть группа Галуа этого поля.*

Эта теория оказалась полезной для некоторых частных проблем теории Галуа. В частности, она даёт простое доказательство для знаменитой теоремы Кронекера-Вебера:[55] *корни уравнения, группа Галуа которого абелева в поле рациональных чисел, рационально выражаются через некоторые корни из единицы.*

§ 11. Неприводимость уравнений

Разложение корней алгебраических уравнений в p-адические ряды даёт большой ряд сравнительно простых критериев неприводимости уравнений. Самый старый и простой критерий неприводимости уравнений: *Уравнение неприводимо, если его старший коэффициент не делится на какое-нибудь простое число p, а остальные коэффициенты делятся на p, причём свободный член не делится на p^2,* — принадлежащий Эйзенштейну, выводится из многоугольника Ньютона непосредственно, так как диаграмма для уравнений этого типа даёт для показателя разложения значение $\varepsilon = \frac{1}{n}$, в то время как существует теорема:

Алгебраическое число, в p-адическом разложении которого общий знаменатель показателей есть k, не может быть корнем рационального уравнения степени ниже k.

Эта теорема почти очевидна; её можно доказать или при помощи теории идеалов, или, как это делает Дюма[15], при помощи следующей изящной теоремы:

Многоугольник Ньютона, соответствующий произведению двух полиномов, составляется из сторон многоугольников, соответствующих полиномам-множителям, если рассматривать эти стороны как векторы.

Эти теоремы позволяют существенно обобщить критерий Эйзенштейна во многих направлениях. Существующая литература по этому вопросу указана в моей книге «Теория Галуа»[58] (стр. 23).

Особого внимания заслуживают нижеследующие результаты Шура[44], устанавливающие неприводимость некоторых довольно общих типов полиномов:

$$1+g_1\frac{x}{1!}+g_2\frac{x^2}{2!}+\ldots+g_{n-1}\frac{x^{n-1}}{(n-1)!}\pm\frac{x^n}{n!},$$

$$1+g_1\frac{x^2}{u_2}+g_2\frac{x^4}{u_4}+\ldots+g_{n-1}\frac{x^{2n-2}}{u_{2n-2}}\pm\frac{x^{2n}}{u_{2n}},$$

$$1+g_1\frac{x^3}{u_3}+g_2\frac{x^4}{u_6}+\ldots+g_{n-1}\frac{x^{2n-1}}{u_{2n}}\pm\frac{x^{2n}}{u_{2n+2}}$$

(за исключением случаев, когда $2n=3^r-1$, $r\geqslant 2$),

$$1+g_1\frac{x}{2!}+g_2\frac{x^2}{3!}+\ldots+g_{n-1}\frac{x^{n-1}}{n!}\pm\frac{x^n}{(n+1)!}$$

(за исключением случаев, когда $n=2^r$, $r\geqslant 2$ и $n=8$), где $g_1, g_2, \ldots, g_{n-1}$— произвольные целые числа и $u_{2r}=1.3.5\ldots(2r-1)$ неприводимы.

В частности, полиномы Эрмита

$$H_m(x)=(-1)^m e^{x^2}\frac{d^m}{dx^m}\left(e^{-\frac{x^2}{2}}\right)$$

при чётном $m>2$ неприводимы, а при нечётном m становятся неприводимыми после деления на множитель x.

Доказательство своих утверждений Шур построил на теории идеалов; однако оно может быть упрощено при помощи многоугольника Ньютона. Доказательство Шура опирается на следующее обобщение «постулата Бертранда»:

В ряду k чисел n, $n-1$, $n-2$, ..., $n-k+1$ непременно найдётся число, содержащее простой множитель, бо́льший, чем k $\left(k\leqslant\frac{n}{2}\right)$, и проводится так. Допустим, что полином $n!f(x)$ имеет рациональный множитель степени $k\leqslant\frac{n}{2}$. Выберем простое число $p>k$, содержащееся в $n-m$ $(m<k)$, что в силу упомянутой леммы всегда возможно. Как известно, $n!$ содержит простое число p

$$h_n=\left[\frac{n}{p}\right]+\left[\frac{n}{p^2}\right]+\left[\frac{n}{p^3}\right]+\ldots$$

раз. Таким образом каждый (i-ый) коэффициент содержит p по крайней мере в степени h_n-h_i. При этом

$$h_n=h_{n-1}=\ldots=h_{n-m}=\left[\frac{n-m}{p}\right]+\left[\frac{n-m}{p^2}\right]+\ldots<$$
$$<\frac{n-m}{p}+\frac{n-m}{p^2}+\ldots=\frac{n-m}{p-1}.$$

Свободный же член содержит p ровно в h_n-ой степени. Можно убедиться, что для первого из шуровских типов многоугольник Ньютона состоит из двух прямых: одна состоит из отрезка оси абсцисс и имеет длину $n-(n-m)=m<k$; ей может соответствовать множитель полинома $n!f(x)$, который имеет степень $<k$; другая прямая имеет угловой коэффициент

$$h_n:(n-m)<\frac{1}{p-1}\leqslant\frac{1}{k},$$

а потому ей могут соответствовать множители степеней $>k$. Таким образом,

предположение, что $n!\,f(x)$ имеет рациональный множитель степени k, встречает противоречие, откуда мы заключаем, что полином $n!\,f(x)$ неприводим.

Аналогичным образом доказывается неприводимость остальных шуровских типов.

§ 12. Применение многоугольника Ньютона в теории Галуа

Известны два по существу различных принципа связи группы Галуа уравнения с его арифметической природой. Оба они принадлежат одному и тому же математику — М. Бауэру. Первый из них, основанный на структуре групп инерции, связан с многоугольником Ньютона. [3]

Бауэр ставит задачу построить уравнение любой степени без *аффекта*, т. е. имеющее группой Галуа симметрическую группу. Для этого он пользуется следующей теоремой теории групп:

Транзитивная группа подстановок, содержащая транспозицию, или симметрическая, или импримитивна.

Из этой теоремы следует, что уравнение имеет группой Галуа симметрическую группу, если ему соответствуют (по крайней мере) три критических простых числа p_1, p_2, p_3 такого рода, что числу p_1 соответствует цикл p-адических разложений n-го порядка, числу p_2 — цикл $(n-1)$-го порядка, а числу p_3 — двучленный цикл и $n-2$ разложения по целым степеням p_3. Эти условия подчиняют коэффициенты уравнения некоторым линейным сравнениям, которым нетрудно удовлетворить.

К первому методу Бауэра примыкает весьма удобный для фактического построения способ Перрона.[39] Описание этих способов содержится в моей книге[58] (стр. 94 — 96).

Наконец, весьма близки к первому методу Бауэра результаты Шура, позволяющие строить уравнения любой степени (если только n не типа $4k \pm 2$), имеющие группой Галуа знакопеременную группу [45,46].

I. Уравнение $L_n = 0$, где L_n — полином Лагерра,

$$L_n = \frac{e^x}{n!}\frac{d^n(x^n e^{-x})}{dx^n} = 1 - \binom{n}{1}\frac{x}{1} + \binom{n}{2}\frac{x^2}{2!} - \ldots + (-1)^n\frac{x^n}{n!},$$

имеет при всех n в качестве группы Галуа симметрическую группу.

II. Группа Галуа уравнения

$$E_n = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \ldots + \frac{x^n}{n!} = 0$$

есть знакопеременная группа, если n делится на 4, и симметрическая группа в других случаях.

III. Группа Галуа уравнения

$$I_n = \frac{1}{x}\int_0^x L_n dx = \sum_{\nu=0}^{n}\binom{n}{\nu}\frac{(-x)^\nu}{(\nu+1)!} = 0$$

есть знакопеременная группа при нечётных n, а также при тех чётных n, для которых $n+1$ есть полный квадрат; для других случаев это будет симметрическая группа.

§ 13. Квадрируемые луночки

Вопрос о квадрируемых луночках был довольно популярной задачей в античную эпоху и в средние века, когда при помощи луночек математики надеялись решить задачу о квадратуре круга. Литература об этом собрана

в тщательно написанной монографии Вилейтнера, изданной Гофманом. В 1840 г. Клаузен поставил задачу нахождения всех луночек (т. е. фигур, ограниченных двумя дугами кругов), которые могут быть построены циркулем и линейкой и в то же время имеют площадь, величина которой может быть построена циркулем и линейкой.[10] При этом он наложил на луночки ограничение, состоящее в том, что угловые меры обеих дуг луночки должны быть соизмеримы. Обозначая их через $m\alpha$ и $n\alpha$, где m, n — взаимно простые целые числа, он пришёл к уравнению

$$\sqrt{n}\,\sin m\alpha = \sqrt{m}\,\sin n\alpha,$$

которое должно решаться (относительно $\cos\alpha$) в квадратных радикалах. Кроме известной луночки $m=2$; $n=1$, он нашёл ещё четыре типа луночек, соответствующих условию задачи:

I. $m=3$, $n=1$, III. $m=5$, $n=1$,
II. $m=3$, $n=2$, IV. $m=5$, $n=3$.

Он высказал предположение, что других типов луночек, дающих решение задачи, не существует.

В 1903 г. Ландау [32] доказал, что если предположить, что $m=p$ есть простое число, а $n=1$, то p имеет форму 2^k+1. В 1929 г. Чакалов показал, что случай $m=17$, $n=1$ не даёт решения задачи.[54] Кроме того, он доказал, что не дают решения задачи следующие типы луночек:

1) $m>n$, $m=p^\alpha$, p — простое число, $\alpha\geqslant 2$.

2) $m>n$, n — простое число, причём ни одно из чисел $m-1$, $n-1$, $m-n$ не является степенью двойки.[53]

Для доказательства своих утверждений Чакалов пользуется теорией идеалов; однако его изложение было бы значительно упрощено, если воспользоваться методом многоугольника Ньютона.

В 1934 г. я доказал,[56] что в том случае, если m, n нечётные числа, решения задачи исчерпываются перечисленными Клаузеном случаями, если не считать типа $m=9$, $n=1$, который даёт решение задачи с алгебраической, но не с геометрической точки зрения, так как это решение мнимое. Для этого я пользовался методом многоугольника Ньютона. Исходя из уравнения

$$\frac{y^m-1}{y-1}\pm\sqrt{\frac{m}{n}}\,y^{\frac{m-n}{2}}\,\frac{y^n-1}{y-1}=0, \qquad (1)$$

я получил для простого числа p, входящего в m k раз, следующие значения показателя ε:

$$\varepsilon=\frac{1}{p^{\lambda+1}-p^\lambda}\quad\left(\frac{k}{2}<\lambda\leqslant k\right),$$
$$\varepsilon=\frac{2\lambda-k}{2p^\lambda}\quad\left(\frac{k}{2}<\lambda\leqslant k\right)$$

или

$$\varepsilon=\frac{2\lambda-k}{2(p^\lambda-1)}\quad\left(\frac{k}{2}<\lambda\leqslant k\right).$$

Чтобы тип луночки давал решение задачи, необходимо, чтобы некоторые из этих чисел имели в знаменателях только степени двойки. Это возможно только или при $p^k=27$, $p^k=9$, или при $k=1$, $p=2^s+1$. Раскладывая далее корень уравнения (1) по степеням простого делителя n и по степеням двойки, я исключил все случаи, кроме указанных Клаузеном, и случая $m=9$, $n=1$.

В своей диссертации [14] мой ученик А. В. Дороднов, ныне находящийся в действующей армии, продолжил мои исследования. Кроме указанных Клаузеном случаев, он исключил все типы, за исключением случаев, когда $m = 2^\lambda$, n — простое число вида $2^\mu + 1$, относительно которых вопрос остаётся открытым, а также шести единичных случаев:

I. $m = 16$,	$n = 9$,	IV. $m = 864$,	$n = 5$,
II. $m = 72$,	$n = 5$,	V. $m = 32$,	$n = 5$,
III. $m = 1152$,	$n = 5$,	VI. $m = 9$,	$n = 8$.

Кроме того, он исследовал более общий вопрос о луночках, квадрируемых при помощи конических сечений; для этого необходимо и достаточно, чтобы уравнение (1) решалось в квадратных и кубических радикалах. Здесь оказалось, что при многих m, n задача имеет положительное решение, а для нескольких классов луночек вопрос остался открытым.

§ 14. Алгебраические функции и алгебраические числа

Существует несколько вопросов, связывающих алгебраические функции с алгебраическими числами. В этих вопросах, как и следовало ожидать, оказался плодотворным метод многоугольника Ньютона, одинаково применимый и к функциям и к числам. К числу таких вопросов относится задача, рассмотренная в 1887 г. Рунге. [43] Пусть дано неприводимое алгебраическое уравнение

$$f(x, y) = 0 \qquad (1)$$

с целыми рациональными коэффициентами. Станем давать переменной x всевозможные целые рациональные значения. Может ли случиться, что из полученных таким образом уравнений бесконечное число их будет иметь рациональные корни? Рунге доказал, что для этого *необходимо*, чтобы подстановки, совершаемые значениями $y(x)$ при обходе вокруг критических точек, образовывали один единственный цикл.

В настоящее время Вейлем[61] и Зигелем[48] решена гораздо более общая задача: в каких случаях возможно, чтобы из полученных уравнений бесчисленное множество было приводимо? Они получили гораздо более полный результат: в этом случае изображаемая уравнением (1) кривая должна быть уникурсальна, т. е. x, y должны выражаться, как рациональные функции от одного параметра t, притом с рациональными коэффициентами.

В 1892 г. Гильберт [23] получил фундаментальный результат, носящий название *теоремы неприводимости*: неприводимое уравнение (1) после подстановки вместо x бесчисленного множества целых значений остаётся неприводимым. Существенным моментом в доказательстве является употребление разложений по убывающим дробным степеням x; Гильберт при этом ссылается на Пюизё, так что фактически имеет дело с многоугольником Ньютона. Результат Гильберта без труда переносится на любое число переменных

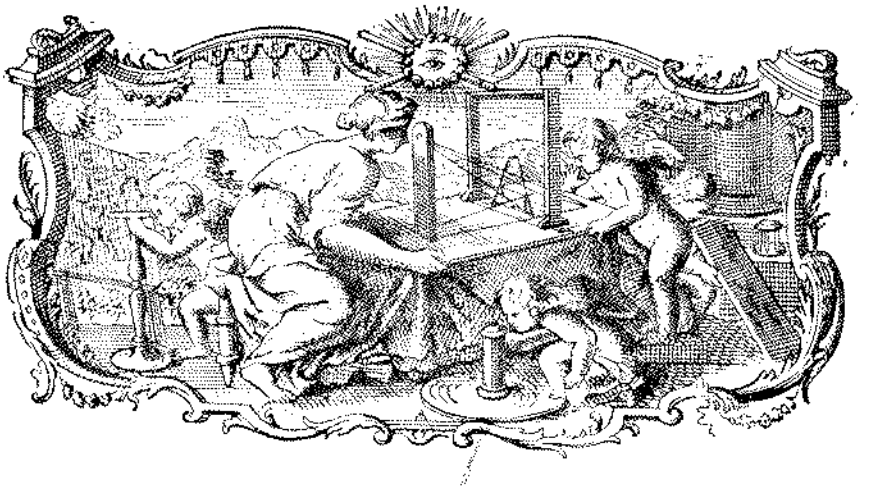
ЛИТЕРАТУРА*

[1] N. H. Abel. Mémoire sur une propriété générale d'une classe très étendue de fonctions transcendantes. Prés. à l'Acad. des Sc. à Paris le 30 Oct. 1826. Mém. prés. par divers savants 7, 1841. Oeuvres I (2-e éd.), p. 145—211.

* С работами, обозначенными звёздочкой (*), я не имел возможности познакомиться (примеч. автора).

[2] L'Autonne. Recherches sur les intégrales algèbriques J. de l'Ec. Polytechn. (1884), I, cah. 51 (1882), стр. 93 — 176; II, cah. 54 (1884), стр. I — 29.
[3] M. Bauer. Ueber Gleichungen ohne Affekt. J. reine ang. Math. 132 (1907), стр. 33 — 35.
* [4] Black. The parametric representation of the neighbourhood of a singular point of an analytic surface. Proc. of the Am. Ac. of Arts a. Sc. 37, Nr. 11.
[5] E. Borel. Leçons sur les séries divergentes. Paris, 1901.
[6] Ch. Briot. Théorie des fonctions abéliennes. Paris, 1879.
[7] Briot et Bouquet. Théorie des fonctions élliptiques. 2-me éd., Paris, 1875, стр. 40 — 49.
[8] Н. В. Бугаев. Различные применения начала наибольших и наименьших показателей в теории алгебраических функций. Мат. сб. 14 (1888), стр. 553 — 590.
[9] Н. В. Бугаев. Начало наибольших и наименьших показателей в теории дифференциальных уравнений. Целые частные интегралы. Мат. сб. 16 (1891), стр. 39 — 80.
[10] Th. Clausen. Vier neue mondförmige Flächen, deren Inhalt quadrierbar ist. J. reine ang. Math. 21 (1840), стр. 375 — 376.
[11] A. Clebsch. Vorlesungen über Geometrie. Bd. I, Lpz., 1876, стр. 331.
* [12] Cramer. Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques. 1750.
* [13] J. P.-De Gua de Malves. Usage de l'analyse de Descartes pour découvrir sans le secours du calcul différentiel les propriétés ou affections principales des lignes géométriques de tous les ordres. 1740.
[14] А. В. Дородное. Исследования по квадрируемым луночкам. Дисс. 1940.
[15] G. Dumas. Sur quelques cas d'irréductibilité des polynômes à coefficients rationnels. J. Math. pures et appl. (6), 2 (1906), стр. 191 — 258.
[16] J. Ch. Fields. Theory of the Algebraic Functions of a Complex Variable. Berlin, 1906.
* [17] P. J. E. Finck. System der Algebra. Leipzig, bei Barth, 1841.
[18] G. Frobenius. Ueber die Integration der linearen Differentialgleichungen durch Reihen. J. reine ang. Math. 76 (1873), стр. 214 — 235.
[19] L. Fuchs. Zur Theorie der linearen Differentialgleichungen mit veränderlichen Koeffizienten. J. reine ang. Math. 66 (1866), стр. 121 — 160.
[20] K. Hensel. Ueber eine neue Theorie der algebraischen Funktionen zweier Variablen. Acta Math. 23 (1900).
[21] K. Hensel. Theorie der algebraischen Zahlen, Lpz., 1908.
[22] K. Hensel u. G. Landsberg. Theorie der algebraischen Funktionen einer Variablen und ihre Anwendung auf algebraische Kurven und Abelsche Integrale. Lpz., 1902, стр. 37 — 77.
[23] D. Hilbert. Ueber die Irreduzibilität ganzer rationaler Funktionen mit ganzzahligen Koeffizienten. J. reine ang. Math. 110 (1892), стр. 104 — 192; Ges. Abh. 2, стр. 264 — 286.
[24] В. Т. Имшенецкий. Общий способ нахождения рациональных дробных частных интегралов линейных уравнений с рациональными коэффициентами. Прил. к т. 55, Зап. Акад. Наук, 1887.
[25] C. Jordan. Mémoire sur les équations différentielles linéaires à intégrales algébriques. J. reine ang. Math. 84 (1878), стр. 89 — 215.
[26] H. W. E. Jung. Darstellung der Funktionen eines algebraischen Körpers zweier unabhängigen Veränderlichen in der Umgebung einer Stelle $x = a$, $y = b$. J. reine ang. Math. 133 (1908), стр. 289.
* [27] A. G. Kaestner. Aequationum speciosarum resolutio Newtoniana per series. Lipsiae, 1743.
* [28] A. G. Kaestner. De resolutione aequationum differentialium per series. Lipsiae, 1745.
[29] A. G. Kaestner. Vermischte Schriften. Altenburg, 1755, стр. 212.
[30] S. F. Lacroix. Traité du calcul différentiel et du calcul intégral. 2-e éd., I (1810), n° 60 etc., стр. 192 etc.; II (1814), n° 667, стр. 426 — 427.
[31] Lagrange. Sur l'usage des fractions continues dans le calcul intégral. Nouv. Mém. de l'Acad. Roy. des Sc. et Belles Lettres de Berlin, 1776. Oeuvres 4 (1869), стр. 301—332.
[32] E. Landau. Ueber quadrierbare Kreisbogenzweiecke. Sitzber. Berl. Math. Ges. 2 (1903), стр. 1 — 6.
[33] J. A. Lappo-Danilevskij. Mémoire sur la théorie des systèmes des équations différentielles linéaires. Труды физ.-мат. инст. им. В. А. Стеклова 6 (1934), 7 (1935), 8 (1936).
[34] J. Liouville. Sur la détermination des intégrales dont la valeur est algébrique. J. de l'Ec. Polytechn., cah. 22 (1833), I, стр. 124 — 148; II, стр. 149 — 193.
[35] Ferd. Minding. Ueber die Bestimmung des Grades einer durch Elimination hervorgehenden Gleichung. J. reine ang. Math. 22 (1841), стр. 178 — 183.
[36] П. А. Некрасов. Способ В. П. Ермакова для нахождения рациональных интегралов линейных дифференциальных уравнений. Мат. сб. 18 (1896), стр. 275 — 288.

[37] Исаак Ньютон. Математические работы. Метод флюксий и бесконечных рядов с приложением его к геометрии кривых. Пер. с лат. Д. Д. Мордухай-Болтовского. ОНТИ, 1937, стр. 33 — 44.
[38] Исаак Ньютон. Второе письмо Ньютона к Ольденбургу, подлежавшее сообщению Лейбницу. 24 октября 1676 г. от Р. Х. Там же, стр. 251 — 252.
[39] O. Perron. Ueber Gleichungen ohne Affekt. Sitzber. Akad. Wiss. Heidelberg, 1923, Nr. 3.
[40] H. Poincaré. Sur les intégrales singulières des équations différentielles. Acta Math. 8.
[41] V. Puiseux. Recherches sur les fonctions algébriques. J. de math. pures et appl. 15 (1850), стр. 365 — 480.
[42] B. Riemann. Theorie der Abelschen Funktionen. J. reine ang. Math. 54 (1857); Ges. math. Werke, Lpz., 1876, стр. 81 — 135.
[43] C. Runge. Ueber ganzzahlige Lösungen von Gleichungen zwischen zwei Veränderlichen. J. reine ang. Math. 100 (1887), стр. 425 — 435.
[44] J. Schur. Einige Sätze über Primzahlen mit Anwendungen auf Irreduzibilitätsfragen. Sitzber. Berl. Akad. I, 1929, стр. 125 — 136; II, 1929, стр. 370 — 391.
[45] J. Schur. Gleichungen ohne Affekt. Sitzber. Berl. Akad., 1930, стр. 434 — 449.
[46] J. Schur. Affektlose Gleichungen in der Theorie der Laguerreschen und der Hermiteschen Polynome. J. reine ang. Math. 165 (1931), стр. 52 — 58.
[47] J. A. Serret. Cours d'algèbre supérieure. 6-me éd., Paris, 1910, стр. 636—647.
[48] C. L. Siegel. Ueber einige Anwendungen Diophantischer Approximationen. Abh. Berl. Akad., 1929, Nr. 1, стр. 3 — 70.
[49] Д. М. Синцов. Рациональные интегралы линейных уравнений (дисс.), Казань, 1898.
[50] Д. М. Синцов. Об «аналитическом параллелограме» Лагранжа — Ньютона. Изв. Каз. ФМО (2) 9 (1902), стр. 44 — 46.
[*51] J. Stirling. Lineae 3. ordinis sive illustratio tractatus D. Neutoni de enumeratione linearum 3. ordinis, cui subjungitur solutio trium problematum. Oxoniae, 1717.
[*52] B. Taylor. Methodus incrementorum directa et inversa. 1715.
[53] L. Tschakaloff. Anwendung der Theorie der algebraischen Zahlen und Ideale auf das Problem von den quadrierbaren Kreisbogenzweiecken. C. R. du Premier Congrès des Math. des pays Slaves. Warszawa, 1929, стр. 134 — 139.
[54] L. Tschakaloff. Beitrag zum Problem der quadrierbaren Kreisbogenzweiecke. Math. Zschr. 30 (1929), стр. 552 — 559.
[55] Н. Чеботарев. Доказательство теоремы Kronecker - Weber относительно абелевых областей. Мат. сб. 31 (1923), стр. 302 — 309.
[56] N. Tschebotaröw. Ueber quadrierbare Kreisbogenzweiecke. I. Math. Ztschr. 39 (1934), стр. 161 — 175.
[57] Н. Чеботарев. Основы теории Галуа, ч. I. ОНТИ, 1936.
[58] Н. Чеботарев. Теория Галуа. ОНТИ, 1936.
[59] B. L. van der Waerden. Moderne Algebra, 2. Berlin, 1931, стр. 22.
[*60] Wallis. Treatise of Algebra. 1685.
[61] A. Weil. L'arithmétique sur les courbes algébriques. Thèse. Acta Math. 52 (1928), стр. 1 — 35.



Профессор
Г. Г. СЛЮСАРЕВ

РАБОТЫ НЬЮТОНА ПО ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКЕ

Для оптика XX в., привыкшего к современному состоянию развития геометрической оптики, очень трудно оценить по достоинству работы Ньютона в этой особой отрасли физики.

Современная геометрическая оптика представляет собой чисто математическое построение, основанное на одном понятии — понятии светового луча, на одном положении — на принципе Ферма. От физики остались лишь некоторые слова, как преломление, отражение, «среда», «показатель преломления», длина волны и т. д., позволяющие несколько более наглядно представлять себе законы и результаты чисто геометрических операций.

Геометрической оптикой завладели математики, как Гамильтон, Плюкер, Брунс, Каратеодори, и превратили её в отдел геометрии, устанавливающий соотношения между пучками прямых, подвергающихся преобразованиям особого рода. С точки зрения таких математиков, работы Ньютона стоят немного, пожалуй даже излишни.

Есть еще другая, более обширная группа интересующихся геометрической оптикой. Это все те, которые имеют дело с оптическими приборами и для которых световой луч не просто прямая, уравнение которой удовлетворяет некоторому дифференциальному уравнению, а носитель энергии, связывающий нас с внешним миром, от небесных светил до мельчайших микробов. Для этой группы имя Ньютона приобретает громадное значение.

Не только в результате его научных открытий, но и потому, что Ньютон своими руками строил изобретённые им телескопы, он так глубоко вник в процесс изготовления зеркал, что мог по праву считаться искуснейшим мастером своего времени. Ньютон, впрочем, не был исключением. Все великие физики-оптики этой эпохи волей неволей должны были строить свои инструменты сами, так как доверить их изготовление невежественным и малоопытным мастерам-оптикам было рискованно. Как бы то ни было, эта работа оказала Ньютону большую пользу, уравновешивая чисто геометрическое направление ума, приобретённое им под влиянием своего учителя Барроу.

Каково было состояние развития геометрической оптики, когда Ньютон начал свои знаменитые эксперименты с дисперсией света? Говорить о геометрической оптике, по существу, еще нельзя. Можно лишь говорить о пер-

вых попытках выяснить сущность явления преломления света, извлечь из закона преломления закономерности, позволяющие качественно определить положение изображений предметов, даваемых линзами, и выяснить в самых общих чертах работу глаза.

Это состояние наиболее ясно, хотя кратко, но отчётливо изложено в книге Кеплера «Dioptrica» (1611), и краткое её описание может дать вполне ясное впечатление об уровне знаний учёного мира по оптике. Работы Кеплера по оптике вызваны появлением зрительных труб и микроскопов в самом конце XVI в. и необходимостью удовлетворительного объяснения их действия. Открытие зрительных труб было обязано простому случаю; хотя над ними работал такой выдающийся физик, как Галилей, их действие оставалось не объяснённым. Даже те линзы, из которых были составлены первые трубы, служили в качестве очков и изготовлялись самыми кустарными способами. Подбор очков к глазам производился на основании ощущения покупателя, и никакой необходимости в теории очковых линз не было, тем более что самый процесс зрения был совсем непонятен; сам Галилей представлял себе, что на сетчатке получается прямое изображение. Да и самое понятие «изображение» было ещё совсем свежим, только что созревшим, как из опытов Делла Порта с открытой им камерой-обскура, так и из исследований Мавролика с шарами, заполненными водой. На пути к правильному объяснению процесса зрения стояли такие препятствия, как существование мнимых изображений, т. е. изображений, образованных не самими лучами, а их математическим продолжением, и обратное изображение предметов на сетчатке, противоречащее впечатлению, которое мы получаем, глядя на эти предметы. Выяснение всех этих вопросов потребовало многих сотен лет.

Тяготевшее над Кеплером научное наследие предшественников было им с поразительной для его эпохи последовательностью приведено в порядок, очищено от метафизического сора, постепенно, так как в своей первой книге, посвящённой оптике, «Paralipomena ad Vitellionem», Кеплер был ещё во власти схоластических методов мышления и не чурался доказательств, в которых святой троице и ангелам отводилось почётное место.

Прежде всего Кеплер излагает закон преломления. На этом законе следует остановиться, так как этот закон — основание всей геометрической оптики. Погрешность в формулировке закона повлечёт за собой некоторые отклонения при определении положения хода лучей, проходящих через оптическую систему; в частности, аберрации оптической системы будут совсем другие, даже если закон для параксиальных лучей окажется верным. Предположим, например, что закон преломления выражается формулой: $n' \operatorname{tg} i' = n \operatorname{tg} i$, где i и i' — углы падения и преломления, n и n' — значения показателей преломления. При таком законе вся параксиальная оптика не потерпела бы никаких изменений; например, законы Ньютона, Лагранжа — Гельмгольца и др. остались бы в силе; положение главных плоскостей и фокусов оставалось бы неизменным. Но коэффициенты аберраций третьего, пятого и других порядков оказались бы другими; исправление оптических систем в отношении их аберраций потребовало бы совсем других форм линз и применения других материалов. В качестве аналогии можно привести из небесной механики те существенные изменения, которые произошли бы в движении небесных тел, если бы в формуле закона тяготения $f = k\frac{mm'}{r^2}$ показатель при r отличался от 2 даже на ничтожную величину, порядка миллионных долей единицы.

Кеплер пошёл дальше своих предшественников Птоломея и Вителлио, ограничившихся опубликованием таблиц зависимости угла преломления от угла падения. Он сам экспериментировал с водой и стеклом, но его гениальное

чутьё, то самое чутьё, которое открыло ему решение неизмеримо более трудной задачи — извлечения из запутанного материала своего учителя Тихо Браге основных законов движения двух тел,—изменило ему. Ничтожное обстоятельство — неудачный выбор угла, для которого искали связь с углом падения (Кеплер, как и его предшественники, пользовался не углом луча с нормалью после падения, а углом отклонения луча), пренебрежение к симметрии— скрыло от Кеплера исключительно простую зависимость. Кеплер формулировал закон преломления в выражениях, которые, в переводе на современный математический язык, гласят (по Ф. Гаммеру)

$$i' - i = mi \sec i', \qquad (1)$$

где m — постоянное число. Рассуждения, путём которых Кеплер пришёл к этому закону, настолько странны и непонятны [1] для современного физика, что мы на них останавливаться не будем, тем более что в своей «Диоптрике», чувствуя, очевидно, неудовлетворительность своего вывода, он о нём уже не упоминает, а ограничивается указанием, что для углов, меньших 30°, можно считать углы падения и преломления пропорциональными друг другу.

Неправильность закона преломления, выведенного Кеплером, нисколько не сказалась на его дальнейших выводах. Вопрос о построении изображения в линзе находился ещё в такой стадии, что требовалось лишь прочистить путь для дальнейшего развития теории и создать оптику параксиальных лучей. Кеплер так и поступил, что было далеко не так естественно, как можно сейчас думать. Это видно на примере основоположников оптики, многократно рассматривавших изображения Солнца и других предметов, даваемых глубокими зеркалами и стеклянными шарами, заполненными водой, но не сумевших за сложностью наблюдаемой картины ни экспериментальным путём, ни путём расчёта получить какие-нибудь закономерности.

Вся оптика параксиальных лучей вытекает из закона преломления, написанного в виде

$$n'i' = ni, \qquad (2)$$

где i и i' — бесконечно малые углы. Закон Кеплера при бесконечно малых i и i' принимает указанный вид. Предположение о том, что при углах до 30° формула (2) верна, не правильно, так как точные вычисления указывают на появление при таких углах больших аберраций. Но допущение такого предположения привело к крайней простоте математических выводов и позволило Кеплеру легко решить основные задачи геометрической оптики, не запутываясь в вычислениях аберраций, которые он при всём своём гении по состоянию математических знаний своего времени не в силах был преодолеть.

Говорят, что Кеплер вывел свои знаменитые законы движения небесных тел только благодаря тому, что наблюдения Тихо имели точность не более минуты дуги, вследствие чего возмущающее влияние других планет скрывалось. Это только отчасти верно. Большая точность наблюдений, возможно, вызвала бы у Кеплера сомнения относительно правильности своих законов, но скорее всего он поступил бы, как в оптике, по способу постепенных приближений, откладывая решение задачи об объяснении расхождений на другое время.

Мы находим в книге Кеплера главные оптические свойства линз и комбинаций линз: определение фокусов, закономерности, связывающие положение предмета и изображения, их величину; впервые ясно указывается, как строить изображение пересечением двух лучей; есть и намёки на энергетику лучей [2].

В этой книге находим объяснение роли окуляра в зрительных трубах, весьма необходимое, потому что она была непонята до Кеплера вследствие

неправильных взглядов на процесс зрения. Как и во всяком современном учебнике по теории оптических инструментов, можно найти у Кеплера описание процесса зрения, где все грубые ошибки его непосредственных предшественников исправлены. Роль сетчатки впервые правильно указана как приёмника световой энергии; даны не вполне точные, но по существу правильные описания и объяснения адаптации и аккомодации.

Наконец, можно найти в книге Кеплера и описание сферической аберрации и правильное указание, что при бесконечно удалённой точке она может быть исправлена применением приблизительно гиперболической поверхности. Любопытно, что Кеплер пришёл к этому выводу без всяких вычислений или геометрических выкладок, а скорее графическим путём; здесь его чутьё не обмануло. Декарт несколько десятков лет спустя доказал правильность его догадки.

Однако в книге Кеплера полностью отсутствуют численные соотношения; они заменены качественными закономерностями. Указаны границы, между которыми могут находиться изображения, фокусы. Только в частных случаях даётся точное положение фокуса, да и то в предположении, что показатель преломления стекла равен 1,5. Вообще отсутствие формул характерно для всех научных трактатов XVI и XVII вв. Формулы заменены длительными словоописаниями, редко точными, чаще всего приближёнными. Например, мы читаем такое определение фокуса:

«35-е положение. Если лучи падают параллельным пучком на вертикальную поверхность, они пересекаются с центральным лучом за поверхностью на расстоянии, приблизительно равном длине диаметра кривизны поверхности в предположении, что отверстие менее 30°».

Хотя книга Кеплера, несомненно, является крупнейшим вкладом в теорию оптических инструментов, но она вместе с тем страдает многими несовершенствами, вызванными новизной рассматриваемых вопросов, неумением подойти к ним, а также ещё сильным влиянием средневекового мышления, что явствует, например, из его вывода закона преломления. Ряд чрезвычайно важных вопросов Кеплером совершенно обойдён, он не понял значения дисперсии для теории оптических инструментов. Ни одной точной формулы из области параксиальной оптики он не дал. Он не смог объяснить причины плохих изображений, даваемых астрономическими трубами и микроскопами. Конечно, нельзя никоим образом ставить эти недостатки в упрёк Кеплеру — он достиг своей цели: объяснил действие оптических систем, подготовил почву для открытия телескопов Грегори, Ньютона, Кассегрена. Его можно считать предшественником Бугэ и Ламберта.

За период, отделяющий Кеплера от Ньютона, произошло крупное событие в оптическом мире. Была открыта точная формулировка закона преломления. Хотя здесь не место подробно рассматривать вопрос о приоритете, но затронуть его всё же придётся потому, что в курсах оптики довольно часто ему даётся неверное освещение. По свидетельству Гюйгенса, Снеллиус первый точно формулировал закон преломления, нигде не опубликовав его. Если это верно, то всё-таки заслуга открытия принадлежит Декарту, продолжившему закон в современном виде и выведшему его из общих соображений о природе света. Что же касается утверждения Гюйгенса, что Декарт видел рукопись Снеллиуса с изложением закона преломления и утаил это обстоятельство, то достаточно подробнее вникнуть в жизнеописание Декарта, чтобы убедиться в ложности этого утверждения.

Только точная формулировка закона преломления позволила выйти из параксиальной области и разработать общую теорию геометрической оптики.

Сам Декарт из своего закона получил возможность определить точную форму поверхностей линз, исправленных в отношении сферической аберрации. Хотя он сам интересовался оптикой и в качестве оптика-практика разработал

конструкцию шлифовального станка для изготовления несферических поверхностей, никаких работ по геометрической оптике, за исключением указанных, он не опубликовал.

Нельзя переходить к Ньютону, оставив без внимания его учителя Барроу. Исаак Барроу представляет собой курьёзную фигуру. Большой глубины эрудит, знаток древних языков, математик, физик, теолог, он объединял в себе все знания конца XVII в., но ни в одной из многочисленных областей, в которых он работал, он не оставил длительных следов. В основном математик, один из основателей новых веяний в анализе, он предложил ряд геометрических приёмов, позволяющих решать некоторые задачи на пределы; это дало повод как Лейбницу, так и Ньютону в период известной полемики, касающейся приоритета изобретения метода дифференциального исчисления, обвинять друг друга в замаскированном использовании идей Барроу.

Для Барроу оптика представляла главным образом широкое поле для геометрических упражнений, позволяющих иллюстрировать кое-какие не совсем ясные места из теории кривых; в частности, первое решение задачи об отыскании фокуса бесконечно тонкого пучка лучей, опирающееся на приложение метода пределов, принадлежит, повидимому, ему.

Его книга «Lectiones opticae et geometricae» (1674), первая часть которой посвящена оптике, представляет собой произведение, написанное трудным высокопарным языком, излагающим туманные, не связанные между собой мысли. Она содержит много геометрических построений, не представляющих никакого интереса для развития геометрической оптики, так как они не объединены никакой связующей руководящей идеей, а следуют друг за другом в хаотическом беспорядке. Судя по литературе, никто из составителей руководств по оптике не сумел использовать ни одного вывода, ни одного результата этой книги, а все ссылаются только на те его результаты, о которых сообщает Ньютон.

Книга лекций Барроу составлена не без некоторой помощи Ньютона; есть основания предполагать, что многие ценные места книги составлены или, по крайней мере, исправлены Ньютоном.

Естественно задать вопрос: какое влияние оказал Барроу на своего ученика Ньютона? Едва ли будет правильно приписать ему вкус и наклонность Ньютона к оптике. Более вероятно, что в этом повинна покорившая всех мода на только что появившиеся оптические приборы. Барроу можно быть благодарным за то, что он передал математические приемы и навыки, которые Ньютон сумел развить и использовать в несравненно большей мере, чем его учитель.

Ньютон, принимавший участие в просмотре книги Барроу, не мог не заразиться духом своего учителя; может быть, он понимал ложность пути, по которому шёл Барроу, но ряд причин не позволял ему свернуть на правильную дорогу, указанную Кеплером. Он занял кафедру математики (оптика считалась тогда отделом математики), и для него, как и для Барроу, нужно было предоставить своим слушателям поле для упражнений. Вместе с тем Ньютон, принявшись за собственноручное изготовление зрительных труб, не мог не поинтересоваться их действием и постараться их усовершенствовать, ибо они были крайне несовершенны: изображения, даваемые ими, были мутны и нерезки; причина этой нерезкости не была ясна, хотя предполагалось, что во всём виновата сферическая форма поверхностей, что побудило, например, Декарта заменить сферу другими поверхностями.

В то время как для астронома Кеплера теория зрительных труб представляла лишь вспомогательный интерес и разрабатывалась им беспристрастно, одинаково внимательно во всех её отделах, соединённых стройным, уравновешенным остовом, в то время как для математика Барроу оптика была предлогом для задач по геометрии, Ньютон подошёл к ней двояко: как преемник Бар-

роу по кафедре и как оптик-практик и экспериментатор, только что открывший дисперсию света.

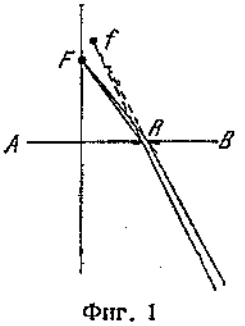
Было бы неправильно рассматривать его основные книги по оптике — «Лекции по оптике» (1669) и «Оптика» (1675) — как учебники или курсы по теории оптических инструментов или, тем более, как курсы по геометрической оптике. Главную тему первой из них составляет описание его открытия дисперсии света, остальное представляет собой частично материал для теории спектральных призм, частично (всего несколько страниц) посвящено преломлению через линзы. Вторая книга почти целиком относится к физической оптике и содержит описание явления дисперсии, теорию цветов, описание диффракционных явлений, объяснение радуги. Геометрической оптике и теории оптических инструментов предоставлено лишь несколько страниц.

Рассматривая более подробно содержание этих двух сочинений, мы оставим в стороне всё то, что не имеет прямого отношения к геометрической оптике или к теории оптических инструментов, понимая эти предметы так, как это принято в настоящее время.

Поэтому первый и второй отделы «Лекций по оптике» — о дисперсии света и об измерении дисперсии — мы пропустим, так как они носят экспериментальный характер; для нас важно только установление явления дисперсии.

Третий отдел касается преломления на плоских поверхностях и навеян Барроу; но у Ньютона мы встречаем впервые полное понимание поведения бесконечно тонкого пучка, который теперь принято называть астигматическим пучком.

Если у Барроу мы встречаемся с определением фокуса пучка лучей, лежащего в плоскости преломления, то у Ньютона находим не только определение положения обоих фокусов, меридиональных и сагиттальных, но и подробное рассуждение о картине, которую видит глаз, рассматривающий светящуюся точку, от которой он отделён плоской поверхностью. Ограничившись небольшого количеством положений, почерпнутых из Барроу, Ньютон отсылает читателя, интересующегося этим вопросом, к лекциям Барроу, и, очевидно чувствуя никчёмность этих мелких задач по геометрии, переходит к вопросу о преломлении неоднородных лучей. С точки зрения современного оптика метод трактовки этого вопроса, заимствованный Ньютоном у своего учителя, не представляет большого интереса.



Фиг. 1

В качестве примера укажем на одно свойство изображения точки F (фиг. 1) разноцветными пучками, проходящими через постоянную точку R, находящуюся на преломляющей поверхности AB. Это изображение (геометрическое место точек f, фокусов бесконечно тонких пучков, исходящих из F и проходящих через R) представляет собой циссоиду Диоклеса. Указанное свойство представляет чисто математический интерес и в настоящее время справедливо забыто.

Другим примером может служить одно из многочисленных аналогичных положений:

«Если неоднородные лучи преломляются через заданную плоскую поверхность, исходя из заданной точки по направлению к другой заданной точке, то чем меньше плотность наименее плотной среды, тем больше наклон по отношению друг к другу этих лучей».

Вся глава заполнена предложениями такого рода. Их изложение автором, открывшим дисперсию лучей и искавшим все её проявления в оптических системах, естественно; но теперь, когда явление дисперсии потеряло характер новизны и когда для задач по геометрии отведено особое место в курсах математики, произведения по геометрической оптике представляют совсем

иную картину, более близкую к кеплеровой «Диоптрике», чем к ньютоновой «Оптике».

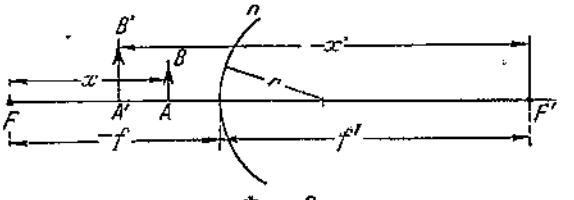
Во второй части той же третьей главы Ньютон рассматривает преломления через две поверхности, имея в виду то, что сейчас называется спектральными призмами. Здесь наличие конкретной оптической системы строго ограничивает выбор задач, подлежащих решению, и мы встречаем здесь всего 7 положений вместо 19 в первой части; из этих семи положений одно является основным для теории спектральных призм. Это — известное положение о том, что при преломлении однородных лучей через призму угол отклонения — наименьший, когда преломление одинаково на обеих сторонах. Ньютон доказывает эту теорему геометрическим путём.

Самый интересный и важный отдел книги — четвёртый, в котором рассматриваются преломления через кривые поверхности. В нем совсем отсутствует случайный, наносный математический балласт; проведено строгое если не по форме, то по содержанию разделение параксиальной оптики от оптики лучей конечного наклона; даны две основные формулы параксиальной оптики, а именно: так называемая формула Ньютона $xx' = ff'$ и формула, обычно называемая формулой Гаусса:

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r}, \qquad (3)$$

где (фиг. 2) x — расстояние от переднего фокуса до предмета AB; x' — расстояние от заднего фокуса до изображения $A'B'$; f, f' — переднее и заднее фокусные расстояния линзы; s, s' — расстояние вершины преломляющей поверхности до предмета и до изображения; n, n' — показатели преломления средин до и после преломления; r — радиус кривизны преломляющей поверхности.

Формулы в указанном здесь виде Ньютоном не приводятся, но они могут быть получены из предложенного в тексте геометрического построения. Для увеличения оптических систем Ньютон не приводит никаких формул.



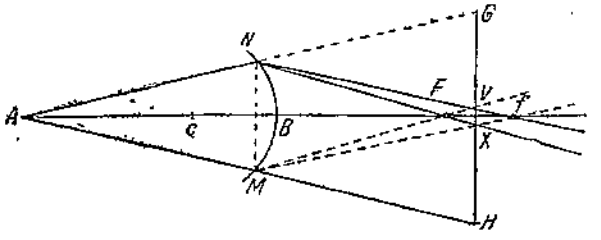
Фиг. 2

Наиболее значительным местом в лекциях следует признать вывод сферической аберрации третьего порядка для случая одной преломляющей поверхности. Этот вывод в эпоху Ньютона, несомненно, представлял значительные трудности. Вся литература, предшествующая «Лекциям по оптике» Ньютона (за исключением «Диоптрики» Кеплера), показывает беспомощность предшественников Ньютона решить задачу об определении положения изображения точки. Эта задача может решаться единственно методом разложения в ряды по степеням углов, образуемых лучами с осью системы; только Ньютону было под силу её решить, что он и сделал почти так же, как это принято в современных курсах, если отбросить внешний блеск и сокращённые обозначения.

Этим вычислением сферической аберрации для случая одной поверхности сферической формы Ньютон открывал новую страницу в теории оптических инструментов.

Существование аберраций оптических систем было известно давно, даже среди греческих физиков, т. е. было известно, что изображения Солнца получались крайне туманными и не заслуживали названия изображений. Р. Бэкон описывает аберрацию вогнутых зеркал, но численное определение было выполнено впервые Ньютоном.

Таким образом, Ньютон вычислил сферическую аберрацию и астигматизм сферической поверхности, т. е. самые существенные, наиболее бросающиеся в глаза аберрации. Он не мог не знать о существовании других аберраций, например комы, так как, наблюдая звёзды в свой телескоп, он не мог не обратить внимания на то, что звёзды на краю поля имеют вид птичек; однако время для полного анализа аберраций ещё не пришло. Основание было положено Ньютоном; его дело было продолжено Р. Смитом, Коддинтоном и закончено Зейделем.



Фиг. 3

Несмотря на большое значение работ Ньютона по определению двух важнейших аберраций монохроматических лучей, нужно признать, что главная его заслуга — объяснение хроматической аберрации и определение её величины. В конце четвёртого отдела своих лекций он даёт расчёт поперечной хроматической аберрации одной преломляющей поверхности (фиг. 3, воспроизведена из книги Ньютона) в виде отношения отрезка VX к отрезку GH

$$\frac{VX}{GH} = \frac{P-T}{P+T-2I}, \tag{4}$$

где I — синус угла падения,

P — синус угла преломления для наиболее преломляющегося луча;

T — то же для наименее преломляющегося луча.

Современный оптик закончил бы вывод формулы следующим образом.

Пусть n — средний показатель преломления, n_F и n_C — показатели для синей и красной частей спектра, $n_F - n_C = \Delta n$ — средняя дисперсия стекла. Тогда

$$\frac{VX}{GH} = \frac{P-T}{P+T-2I} = \frac{\frac{P}{I} - \frac{T}{I}}{\frac{P}{I} + \frac{T}{I} - 2} = \frac{\frac{n'_F}{n_F} - \frac{n'_C}{n_C}}{\frac{n'_F}{n_F} + \frac{n'_C}{n_C} - 2}.$$

Заметим, что

$$n'_F = n' + (n'_F - n'),$$
$$n'_C = n' + (n'_C - n'),$$

и аналогично для n_F и n_C.

Если считать разности вида $n_F - n$, $n_C - n$ и т. д. за величины малые, первого порядка малости по сравнению с n, то, пренебрегая квадратами этих величин по сравнению с n^2, получаем

$$\frac{n'_F}{n_F} = \frac{n'}{n} + \frac{n'_F - n'}{n} - \frac{n_F - n}{n^2} n,$$
$$\frac{n'_C}{n_C} = \frac{n'}{n} + \frac{n'_C - n'}{n} - \frac{n_C - n}{n^2} n'.$$

Числитель дроби принимает вид

$$\frac{n'_F - n'_C}{n} - \frac{n_F - n_C}{n^2} n' = \frac{n'}{n}\left(\frac{\Delta n'}{n'} - \frac{\Delta n}{n}\right).$$

Знаменатель можно заменить выражением

$$2\frac{n'}{n}-2=2\left(\frac{n'}{n}-1\right).$$

Отношение $\frac{VX}{GH}$ принимает вид

$$\frac{VX}{GH}=\frac{n'}{2}\,\frac{\frac{\Delta n'}{n'}-\frac{\Delta n}{n}}{n'-n}.$$

С другой стороны, удобнее и левую часть этого равенства преобразовать. Обозначая через α и α' углы IAM, NfB, через s и s' расстояния BA и BF, согласно принятым в настоящее время обозначениям и правилам знаков, имеем

$$\overline{VX}=\overline{Ff}\,\alpha',$$

$$\overline{GH}=-(s'-s)\,\alpha.$$

Но, с другой стороны,

$$\frac{\alpha'}{\alpha}=\frac{s}{s'},$$

$$\frac{VX}{GH}=Ff\,\frac{s}{s'(s'-s)}=\frac{n'}{2}\,\frac{\frac{\Delta n'}{n'}-\frac{\Delta n}{n}}{n'-n}.$$

Обозначая через Δ продольную хроматическую аберрацию, имеем

$$\Delta=Ff=\frac{n'}{2}\,\frac{\left(\frac{\Delta n'}{n'}-\frac{\Delta n}{n}\right)s'(s'-s)}{(n'-n)\,s},\qquad(5)$$

которое совпадает с приводимым (обычно в несколько ином, более симметричном виде) в курсах оптики выражением.

Дополнение к ньютоновскому выводу выполнено здесь с целью показать, в каком направлении развивалась теория лучевой оптики после Ньютона. Принципиально ничего нового нет, но форма, внешность значительно усовершенствованы. Формула Ньютона достаточна для того, чтобы найти в том или ином частном случае численную величину хроматической аберрации, но делать какие-нибудь обобщающие выводы из неё невозможно. Формула (5), где исключены неопределённые углы P, I, T, позволяет найти все закономерности, связывающие величину хроматической аберрации с положением предмета, с показателями преломления, с дисперсиями стёкол. Из неё легко получить величину хроматической аберрации для линзы, для системы тонких линз и т. д., что невозможно с формулой Ньютона[3].

То, что сделано для хроматической аберрации, может быть выполнено для сферической, для астигматизма.

Однако отшлифовывать свои выводы и придавать им законченный вид не входило в намерения Ньютона. Он стремился к одной цели: показать, почему рефракторы, изготовлявшиеся в его время, давали плохие изображения, и искать пути для устранения этого серьёзнейшего недостатка. Что это так, можно увидеть из последних заключительных строк «Lectiones», которые мы здесь приведём полностью с очень незначительными изменениями, облегчающими их понимание:

«Таким образом[4] VX (поперечная хроматическая аберрация) приблизительно в 1 500 раз больше PQ (поперечная сферическая аберрация); это настолько большая диспропорция, что PQ по сравнению с VX может быть рассматриваема

как ничтожно малая величина. Аберрация VX, равная $^2/_{49}$ дюйма (1,0 мм), так велика, что я поражаюсь, что можно так ясно различить объекты через такого рода телескопы (рефракторы). Но аберрация другого сорта PQ, равная $\frac{17}{633\,600}$ дюйма (0,0007 мм), настолько мала, что не может быть замеченной, и поэтому можно ею пренебречь, и нерезкость изображения должна быть приписана аберрациям, вызываемым неоднородностью света. Отсюда явствует, что усовершенствования телескопов не следует ожидать от применения конических сечений, так как сферическая форма поверхностей вполне пригодна для этой цели. В микроскопах, действительно, аберрации однородных лучей, вызываемых сферической поверхностью фронтальной линзы вследствие большой апертуры пучков, становятся громадными и очень чувствительными. Таким образом, эти линзы, если бы их поверхностям была придана форма конического сечения, были бы несколько совершеннее.

Но мне известен метод исправления этих аберраций без применения конических сечений, с помощью сферических поверхностей, которые должны достаточно точно преломлять однородные лучи, не говоря о том, что они должны преломить гораздо более аккуратно наклонные пучки лучей, чем линзы, ограниченные какими-либо другими фигурами. Я поэтому думаю, что сферические поверхности приспособлены лучше, чем всякие другие, для оптических целей».

В этих строках — результат первой серии работ Ньютона по теории оптических приборов. Хроматическим явлениям отдано должное внимание, хотя не забыты и другие аберрации, как сферическая; но не сделано отсюда никаких выводов относительно того, как обойти хроматическую аберрацию. Способ уничтожения сферической аберрации, на который намекает Ньютон, очевидно тот, который указан во второй книге «Оптики», и заключается в том, чтобы составлять сложную линзу, состоящую из двух отрицательных линз, между которыми налита вода. Идея Ньютона правильна, и мы вернёмся позже к этой системе.

Если Ньютон действительно читал своим малочисленным слушателям лекции, воспроизведённые в разбираемой книге, то навряд ли они могли получить ясное впечатление от геометрической оптики: для этой цели «Диоптрика» Кеплера была бы им полезнее. Но ряд вопросов, составляющих небольшой участок этой дисциплины, изучался глубоко, пожалуй, исчерпывающе.

Вторая книга Ньютона — «Оптика, или трактат об отражениях, преломлениях, изгибаниях и цветах света», — написанная частью в 1675 г., частью в 1687 г., посвящена почти целиком вопросам физической оптики, и лишь первые страницы относятся к геометрической оптике.

В первой части первой книги Ньютон приводит приблизительно тот же материал, что и в «Лекциях по оптике», но совсем в ином изложении, очищенном от геометрических излишеств Барроу. По сравнению с «Лекциями» в «Оптике» оставлено только несколько важнейших положений, с помощью которых можно построить изображения точек, даваемых отражающей или преломляющей поверхностью, а также и линзой. Даны также правила для определения положения изображения в общем случае, т. е. если светящаяся точка не лежит на оси оптической системы.

Несколько страниц посвящено теории глаза с вполне современным объяснением действия очковых стёкол. Все остальные части книг трактуют о физических свойствах света и выходят из рамок геометрической оптики. Однако необходимо остановиться ещё на одном положении Ньютона, относящемся к численной величине дисперсии прозрачных сред, имеющих очень большое значение для теории оптических инструментов и оказавших влияние на их развитие. Это — положение о том, что дисперсия света пропорциональна отклонению (преломлению).

Приводим основные пункты этого положения Ньютона (по русскому переводу академика С. И. Вавилова, стр. 105, опыт 8).

«Я нашёл, кроме того, что при прохождении света из воздуха через различные соприкасающиеся преломляющие среды, как, например, через воду и стекло и затем снова через воздух (независимо от того, будут ли преломляющие поверхности параллельными или наклонными одна к другой), свет, часто исправляемый противоположными преломлениями так, что он выходит по линиям, параллельным линиям падения, продолжает оставаться белым. Но если выходящие лучи наклонны к падающим, то белый выходящий свет по мере удаления от места выхода постепенно становится окрашенным по краям. Я испытал это, преломляя свет через стеклянную призму, помещённую внутри призматического сосуда с водой. Эти цвета указывают на расхождение и разделение разнородных лучей благодаря их неодинаковой преломляемости, что явствует полнее из дальнейшего. И, наоборот, остающаяся белизна доказывает, что при одинаковых падениях лучей не происходит разделения лучей выходящих, и, следовательно, не существует неравенств в их общих преломлениях. Отсюда, мне кажется, можно получить две следующие теоремы.

1. Избытки синусов преломления различных сортов лучей над их общим синусом падения в том случае, когда преломление происходит при переходе из различных плотных сред непосредственно в одну и ту же более разреженную среду — положим, воздух, — находятся друг к другу в данном отношении».

Теорему 2 опускаем, так как она не относится к вопросу о дисперсии.

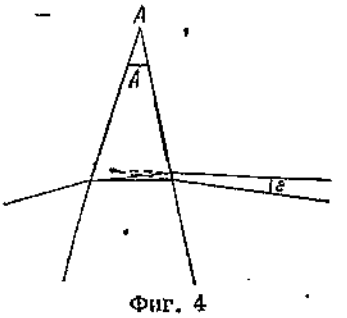
«При помощи первой теоремы преломления, лучи любого сорта, происходящие при выходе из какой-либо среды в воздух, становятся известными, если дано преломление лучей одного сорта».

Далее приводится численный пример, иллюстрирующий это положение, которое в настоящее время может быть формулировано следующим образом:

$$n = f(\lambda),$$

причём f — одинаково для всех прозрачных тел.

Ньютон, крайне осторожный и опытный экспериментатор, оказался в этом случае жертвой несчастного случая и последовавшей за ним навязчивой идеи, лишившей его критического отношения к своим собственным результатам; мы к этим опытам вернёмся позже, а сейчас напомним читателю несколько формул и положений, необходимых для понимания дальнейшего.



Фиг. 4

Обозначим через A (фиг. 4) угол у вершины преломляющей призмы, n — средний показатель преломления материала призмы, n_C и n_F — показатели материала для двух цветов, соответствующих длинам волн C и F водорода; обозначим через $\Delta n = n_F - n_C$ среднюю дисперсию материала.

Если угол A невелик, то отклонение ε луча призмой определяется по формуле

$$\varepsilon = (n-1)\,A. \tag{6}$$

Разность $\Delta\varepsilon$ отклонений, или дисперсия призмой для цветов C и F, равна

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_F - \varepsilon_C = (n_F - n_C)\,A = A\Delta n.$$

Если имеются две призмы с малыми углами у вершин A_1 и A_2, то полное отклонение получается как сумма двух отклонений, т. е.

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = (n_1 - 1)\,A_1 + (n_2 - 1)\,A_2. \tag{7}$$

Полная дисперсия равна

$$\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_2 = A_1\Delta n_1 + A_2\Delta n_2. \quad (8)$$

Если отношение $\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon}$ постоянно и не зависит от материала, то обязательно

$$\frac{n_1 - 1}{\Delta n_1} = \frac{n_2 - 1}{\Delta n_2}. \quad (9)$$

Обозначим через ν это отношение. Число ν, введённое Аббе, называется числом Аббе.

Если существует пропорциональность между отклонением и дисперсией, то, как мы только что видели, ν одинаково в обеих призмах.

Число Аббе встречается во всех вопросах, связанных с хроматическими аберрациями оптических систем. В частности, легко доказать (это было впервые для частного случая доказано Ньютоном), что продольная аберрация $\Delta s'$ бесконечно тонкой линзы равна

$$\Delta s' = -\frac{1}{\nu}\frac{s'^2}{f}, \quad (10)$$

где s' — расстояние от линзы до изображения; f — фокусное расстояние линзы.

Для частного случая, когда предмет находится на бесконечности, $s' = f$, и формула принимает вид

$$\Delta s' = -\frac{f}{\nu}. \quad (11)$$

В таком виде формула была известна Ньютону.

Если объектив состоит из двух линз, расположенных на очень малом расстоянии друг от друга, то хроматическая аберрация принимает вид

$$\Delta s' = -s'^2\left(\frac{1}{f_1\nu_1} - \frac{1}{f_2\nu_2}\right), \quad (12)$$

где f_1 и f_2 — фокусные расстояния первой и второй линз; ν_1 и ν_2 — числа Аббе для первой и второй линз. Если $\nu_1 = \nu_2 = \nu$, то

$$\Delta s' = -\frac{s'^2}{\nu}\left(\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}\right) = -\frac{s'^2}{\nu}\frac{1}{f}, \quad (13)$$

где f — фокусное расстояние всего объектива; из этой формулы ясно, что исправление хроматической аберрации невозможно[5].

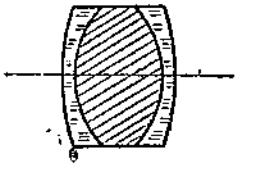
Теперь вернёмся к заключению Ньютона о невозможности исправления хроматической аберрации.

Поводом к этому утверждению оказались окончившиеся неудачей поиски комбинации призм, отклоняющих лучи без дисперсии. Как указывает Клюгель (G. S. Klügel) в переводе на немецкий язык книги Пристли «История оптики», в своих опытах с погруженными в воду стеклянными призмами для увеличения дисперсии воды Ньютон примешивал свинцовые соли и таким образом случайно уравнял числа Аббе ν для воды и для стекла. При этом он как раз поставил себя в условия, когда соблюдается пропорциональность между ε и $\Delta\varepsilon$ [см. выше формулу (9)]; он эту пропорциональность обнаружил и из неё сделал правильный вывод, который, если его перевести на современный язык, гласит, что стекло и вода, применяемые им, обладают одинаковыми ν. Соблазн обобщить этот вывод на все прозрачные тела был так велик, что Ньютон поддался ему, не проверив, и оставил без должного внимания указание своего современника Лукаса. Лукас указывал, что испытуемая им призма обладала меньшей дисперсией, чем призма Ньютона, при весьма близком угле у вершины. Из этого вытекала неправильность предложения Ньютона об универсальности числа ν, так как два стекла давали разные дисперсии при одном и том же отклонении. Однако

Ньютон объяснил расхождение результатов неточностью измерений Лукаса и не потерял веры в установленный им закон, тем более что он приводил к простым и изящным последствиям, в частности приближал явление дисперсии к звуку и позволял провести аналогию между цветами и музыкальной гаммой.

Но основным практическим последствием его закона была невозможность исправить хроматическую аберрацию объективов, даже применением двух линз из различных материалов. Это вытекает из формулы, которая нигде у Ньютона не приведена; однако нет никакого сомнения в том, что он её знал, так как его заключение не могло быть получено другим путём.

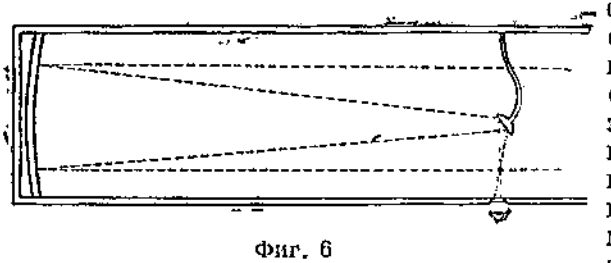
Обычно принято упрекать Ньютона в том, что своим неправильным утверждением о невозможности исправить хроматическую аберрацию он надолго остановил развитие рефракторов, между тем, предложив[6] для исправления сферической аберрации заполнить промежуток между двумя близко расположенными линзами водой (фиг. 5), он был на волосок от решения задачи об исправлении не только сферической, но и хроматической аберрации, т. е. он в сущности первый указал, как рассчитать хороший астрономический объектив.



Фиг. 5

Несомненно, что громадный авторитет Ньютона в корне заглушил всякие попытки улучшения рефракторов путём ахроматизации со стороны его современников (а попытки такие были), и только в 1747 г. Эйлер предложил новую, впрочем, также неверную, дисперсионную формулу; только Доллонд несколько лет спустя пришёл, наконец, к правильному решению. Современник Ньютона Гюйгенс, под давлением Ньютона, придавал объективам своих астрономических труб весьма большие фокусные расстояния — единственный способ уменьшить хроматическую аберрацию до терпимых размеров.

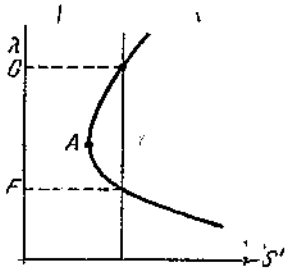
Однако сам Ньютон нашёл выход из создавшегося положения, построив впервые рефлектор хорошего качества, и сдвинул таким образом с мёртвого места застрявшее в практических трудностях развитие зеркальных телескопов. Джемсу Грегори — изобретателю отражательного телескопа — не удалось его изготовить вследствие новизны методики шлифовки и полировки металлических зеркал, а также потому, что для устранения сферической аберрации он стремился придать поверхности первого зеркала параболическую форму, а поверхности второго — эллиптическую. Ньютон понял, что погоня за параболической фигурой поверхности является существенным препятствием к удовлетворительной обработке, и придал первому зеркалу сферическую форму; кроме того, для укорочения инструмента он ввёл небольшое плоское зеркало по схеме, показанной на фиг. 6, заимствованной из первого издания книги Ньютона; но немалая его заслуга состоит в том, что он разработал методы шлифовки металлических пластинок, и мастера оптики начали обучаться у него искусству изготовления зеркал.



Фиг. 6

Таким образом, если Ньютон задержал на 50 лет развитие рефрактора, то он на 100—200 лет ускорил развитие отражательной оптики, показав пути, по которым оно должно итти. Эта его заслуга намного превышает тот вред, который он оказал в деле развития рефракторов, тем более что, отрицая возможность ахроматизации объективов, Ньютон был неправ только частично.

Применение двух стёкол, имеющих разные значения числа Аббе, позволяет исправить хроматическую аберрацию, но только в том смысле, что лучи определённых двух цветов могут быть сведены вместе, например синие F и красные C водорода. При этом лучи других цветов собираются в других точках, так что зависимость s' — абсциссы точки пересечения луча с осью от длины волны λ — может быть представлена кривой, изображённой на фиг. 7. Расстояние от точки A, наиболее удалённой от точки, где собираются синие F и красные C лучи, для всех существующих комбинаций стёкол (за очень малыми исключениями) равно 1/1200 от фокусного расстояния. Это — явление вторичного спектра, достигающее больших и очень мешающих величин в длиннофокусных астрономических объективах; до сих пор его не удалось полностью устранить, и только рефлекторы свободны от него. Поэтому в настоящее время самыми мощными инструментами всегда являются рефлекторы; ошибка Ньютона не принесла никакого вреда развитию практической оптики.



Фиг. 7

Имеется еще одна замечательная работа Ньютона, прямо относящаяся к геометрической оптике неоднородных сред; это — его теория астрономической рефракции. Эта теория нигде не опубликована, и она известна лишь из его переписки с астрономом Флэмстидом, из которой можно составить некоторое представление о ней, тем более что Ньютоном даны и численные значения рефракции в зависимости от угла между лучами и вертикальным направлением. С исключительным остроумием акад. А. Н. Крылов[7] на основании беглых замечаний Ньютона, разбросанных по его переписке, и самих таблиц рефракций восстановил эту теорию, придав ей понятную в настоящее время форму, не отклоняясь от методов мышления и способов вычисления автора теории. Работа Ньютона относится к 1694 г. или немного ранее.

Существование рефракции лучей, проходящих через земную атмосферу, было известно давно. Такие таблицы были составлены Тихо Браге и Ротманом на основании наблюдений; Кеплер дал первую теорию рефракции, но до Ньютона рефракция вычислялась в предположении, что плотность атмосферы постоянна.

Ньютон предполагает, что плотность, а также показатель преломления воздуха меняется с высотой по линейному закону, и, применяя только что разработанное им дифференциальное исчисление и метод численного интегрирования дифференциальных уравнений, вычисляет таблицы рефракции, почти не отличающиеся от современных.

Постараемся теперь ответить на вопрос: какова роль Ньютона в развитии геометрической оптики, в истории теории оптических приборов? Может быть она не так грандиозна, как следовало ожидать от Ньютона, если сравнить её с той революцией, которую он совершил в анализе, в астрономии, в физической оптике. Оптическими инструментами он интересовался мимоходом, отчасти побуждаемый модой, отчасти тем, что без оптических инструментов нельзя было заниматься и физикой. Отсюда и вытекает случайный кратковременный характер его работ по оптике. Получив кафедру по математике из рук Барроу, он стал рассматривать геометрическую оптику как предмет для упражнений студентов. Занявшись призмами и открыв дисперсию света, он стал искать, как она влияет на работу оптических инструментов. Оптика параксиальных лучей получила от Ньютона первые формулы, позволяющие определить положение изображений в виде геометрических построений, но только Гауссу удалось разработать вполне законченную теорию параксиальной оптики. Ньютон дал вполне отчётливое представление об астигматизме, с некоторым участием Барроу (среди большого числа результатов, полученных Ньютоном, трудно и

бесполезно пытаться определить, какая доля «открытия» приходится на долю учителя, какая — на долю ученика). Влияние дисперсии на качество изображения объяснено им совершенно верно как с численной стороны, так и с качественной: он сумел правильно объяснить, почему очень большие поперечные кружки рассеяния, вызываемые дисперсией, сравнительно мало портят изображение. Сферическую аберрацию он впервые сумел вычислить. Но и здесь он не развил теории аберрации дальше, предоставляя эту, уже наполовину выполненную работу другим.

Подход Ньютона к геометрической оптике чисто практический: натолкнувшись на новое явление, он его изучает до конца, доводит исследование до чисел, изобретает способы устранить его вредное влияние; иногда, мимоходом, изобретает новую область математики, если это ему нужно для обоснования своих опытов или для выявления их последствий. Но он не пытается в этой области обобщать свои выводы, строить глубокие гипотезы и не философствует на общие темы; вместо этого он двигает науку вперёд, обогащая её конкретными результатами.

ПРИМЕЧАНИЯ

[1] Эта непонятность привела к тому, что различные комментаторы «Paralipomena» толкуют по-разному его закон преломления. Согласно Рор'у, редактора немецкого перевода этого произведения Кеплера (издание «Ostwalds Klassiker», 1922), закон преломления у Кеплера следует понимать так:

$$n' \operatorname{tg} i' = n \operatorname{tg} i,$$

из чего Рор правильно заключает, что полное внутреннее отражение осталось для Кеплера неразрешимой загадкой. Гаммер из своего трактования слов Кеплера приходит к противоположному выводу и приписывает Кеплеру открытие правильного объяснения этого самого явления. Впрочем, вывод Гаммера сомнителен, так как из его формулы вовсе не вытекает невозможность углов, превышающих определенную границу.

[2] Кеплер один из первых опроверг возможность действия сжигателей на расстоянии, один проект которых, очень близко подходящий к бесчисленным изобретениям, поступающим в настоящее время в соответствующие учреждения, предлагался Порта. Любопытно, что Кеплер при этом рассуждал совершенно правильно, предугадывая чутьем как закон Лагранжа-Гельмгольца, так и одну из основных формул фотометрии («Dioptrica», стр. 65, изд. Энгельмана).

[3] Это не помешало Ньютону вывести хроматическую аберрацию линзы, но для частного случая, когда предмет на бесконечности, и первая поверхность—плоская, что сводит задачу к уже решенной.

[4] Имеется в виду объектив, состоящий из плосковыпуклой линзы, обращенной плоскостью (что невыгодно) к параллельным пучкам, с отверстием в 2 дюйма, фокусным расстоянием 240 дюймов, т. е. с относительным отверстием $^1/_{120}$. Не удивительно поэтому, что сферическая аберрация получается настолько малой.

[5] Системы, в которых толщина линз велика по сравнению с фокусным расстоянием, могут быть исправлены в отношении хроматической аберрации положения подбором радиусов кривизны, но они в качестве объективов астрономических труб непригодны.

[6] «Оптика». Русск. пер., стр. 86.

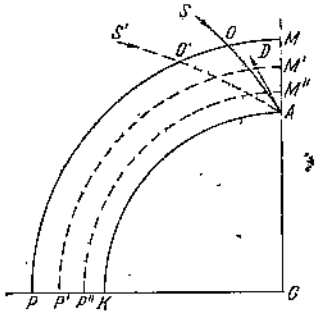
[7] А. Н. Крылов. Ньютонова теория астрономической рефракции. Изв. АН СССР, 1935.

Профессор
И. А. ХВОСТИКОВ

НЬЮТОН И РАЗВИТИЕ УЧЕНИЯ О РЕФРАКЦИИ СВЕТА В ЗЕМНОЙ АТМОСФЕРЕ

Плотность воздуха различна в разных точках атмосферы, причём в вертикальном направлении изменения плотности наиболее значительны, закономерны. Атмосфера представляет собой неоднородную в оптическом отношении среду, показатель преломления воздуха меняется от точки к точке соответственно изменению плотности. Поэтому траектория светового луча, проходящего сквозь атмосферу, всегда будет криволинейной. Это обусловливает известное явление рефракции света в атмосфере.

Если AK (фиг. 1) есть поверхность Земли, MP — верхняя граница атмосферы, а SOA — луч света, идущий от некоторого светила к наблюдателю, находящемуся в пункте A, то вместо истинного направления луча OS, т. е. истинного направления луча зрения от наблюдателя к светилу, наблюдатель будет воспринимать иное направление на светило — направление AD. Угол между OS и AD, который мы обозначим буквой Ω, есть угол рефракции. Астрономическое измерение положения светила на небе будет содержать в себе ошибку Ω вследствие рефракции.



Фиг. 1

Представим себе для простоты, что в горизонтальном направлении атмосфера однородна. В такой атмосфере вертикальный, зенитный луч MA пройдёт без преломления, но луч $S'O'$, идущий от светила с большим зенитным расстоянием, претерпит рефракцию Ω', величина которой, как это не трудно сообразить, будет больше Ω. Следовательно, величина рефракции Ω не остаётся неизменной, она возрастает по мере увеличения зенитного расстояния светила. Это делает ошибки астрономических определений, возникающие за счёт рефракции, ещё более существенными. Если бы величина рефракции оставалась во всех случаях одной и той же, то её можно было бы учесть единой для всех измерений поправкой, но это оказывается невозможным при имеющем место непостоянстве рефракции.

Как можно вычислить рефракцию? Понятно, нужно исходить из определённых представлений о структуре атмосферы. Задаваясь определённым законом изменения плотности воздуха с высотой и определяя отсюда закон изменения показателя преломления с высотой, можно, пользуясь законом преломления света, составить уравнение, позволяющее определить вид траектории светового луча. Задача о теоретическом вычислении рефракции сводится, очевидно, к задаче о распространении света в среде с переменным показателем преломления, причём для полного решения задачи нужно знать структуру среды.

Замечательно, что сравнительно точная таблица рефракции появилась во времена, когда в оптике ещё не знали закона преломления света, в геофизике совсем не знали чего-либо достоверного о строении атмосферы, а в математике не были ещё разработаны необходимые методы. Таблицу удалось составить (Тихо и Вильгельму) чисто эмпирически, по поправкам, определяемым из астрономических наблюдений. Лишь к середине XVII в. наука почти достигла того состояния, когда мог быть поставлен вопрос о теории рефракции в современном смысле этого слова. Мы говорим «почти», потому что если закон преломления света уже был к тому времени открыт, то соответствующие математические методы только ещё зарождались, а в вопросе о структуре атмосферы земли были получены существенные фактические данные, не нашедшие ещё нужного теоретического (физического и математического) истолкования. Ньютон явился тем человеком, который мог поставить всю задачу о рефракции в её общем виде, руководствуясь вполне конкретной моделью атмосферы и пользуясь сильным математическим методом.

Можно утверждать, что в истории учения о рефракции света в атмосфере, вовсе не завершённой и в наши дни, работы Ньютона представляли собой настолько существенный этап, что следует говорить о периодах «до Ньютона» и «после Ньютона», причём современный период развития вопроса был начат именно Ньютоном.

Работы по рефракции до Ньютона

О существовании астрономической рефракции догадывался ещё Архимед, как об этом можно заключить из замечания в комментариях Теона к «Оптике» Птоломея. Несомненно, что Клеомед в середине I в. в сочинении «Cyclyca consideratio meteorum» уже определённо обсуждал возможность так называемых горизонтальных затмений Луны в связи с рефракцией. Он писал, например: «Разве не возможно, чтобы световой луч, проходя сквозь влажные, туманные слои воздуха, искривлялся, почему и Солнце кажется находящимся над горизонтом. Это было бы явлением такого же рода, как то, когда круг на дне сосуда, который не виден в пустом сосуде, становится видимым после заполнения сосуда водой». Птоломей, которому мы обязаны первыми опытами по преломлению света, несколько более столетия позже указал даже способ для определения величины рефракции. Это относится к области наблюдательной астрономии. Угловое расстояние между какой-либо звездой и полюсом мира заметно меньше при восходе и заходе звезды, чем при её кульминации. Птоломей совершенно правильно объяснил это явление влиянием рефракции света в атмосфере, указав, что рефракция должна отсутствовать для лучей, идущих от зенита, и увеличиваться к горизонту. Он отметил это в своей «Оптике», хотя попытки фактически измерить и подсчитать этим способом величину рефракции не сделал. Осуществлено это было впервые, повидимому, Альгазеном (Alhasen).

В течение нескольких столетий после Альгазена вопрос о рефракции оставался забытым. Лишь у Вальтера (Walther) в конце XV в., в его «Scripta Regiomontani», можно найти рассуждение о рефракции. Вальтер первоначально

не знал сочинения Альгазена и сам, по данным собственных наблюдений, обратил внимание на то, что звёзды появляются над горизонтом несколько раньше, чем этого следовало ожидать по вычислениям. Он увидел в этом проявление рефракции и сделал попытку исключить её влияние на астрономические наблюдения.

Первая таблица астрономической рефракции была составлена Вильгельмом (Wilhelm) и Тихо (Tycho), которые консультировались друг с другом по этому вопросу. Они вывели свои величины из наблюдений над Солнцем, Луной и звёздами. Их результаты приведены в табл. 1, где для сопоставления в последней графе приведены истинные значения — результаты более поздних определений.

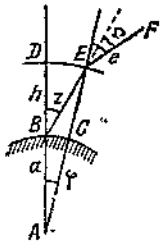
Таблица 1

Высота	Солнце		Луна	Звёзды		Истинное значение
	Вильгельм	Тихо	Тихо	Вильгельм	Тихо	
0°	—	34′00″	33′ 04″	—	30′ 0″	34′35″
5	9′35″	14 30	14 20	—	10 0	9 51
10	4 5	10 0	10 45	3′50″	5 30	5 19
15	2 0	7 30	8 0	1 35	3 0	3 34
20	1 0	4 30	5 30	0 45	0 0	2 39
25	0 35	2 30	3 20	—	—	2 4
30	0 10	1 25	1 40	0 0	—	1 40
45	0 0	0 5	0 0	—	—	0 58

Эта таблица рефракции была составлена эмпирически, причём Вильгельм и Тихо не вполне ясно представляли себе механизм возникновения рефракции. Для Солнца, Луны и звёзд у них получились несколько различные значения, они допускали, что величина рефракции может зависеть от яркости светила.

Кеплер был первым, кто ясно понял, как возникает рефракция в результате преломления света, и заключил отсюда, что рефракция должна быть одинаковой для всех светил, причём её величина должна быть отличной от нуля и для больших, чем у Вильгельма и Тихо, высот; она должна исчезать только в зените.

Результаты своих оптических исследований Кеплер изложил в двух трудах, из которых «Дополнения к Вителлону» («Ad Vitellionem Paralipomena, quibus Astronomiae pars optica traditur», Франкфурт, 1604) содержат учение о свете, а «Диоптрика» («Dioptrica», Аугсбург, 1611) посвящена главным образом преломлению света. Изложение вопроса о рефракции света в атмосфере дано в 4-й главе «Дополнений к Вителлону».



Фиг. 2

Кеплер предполагает атмосферу в виде однородного слоя, поэтому траектория луча в атмосфере прямолинейна. Таким образом, рефракция, по Кеплеру, возникает в результате одного преломления света на верхней границе атмосферы (фиг. 2). Путь луча есть FEB. Обозначим через e — угол падения луча, Ω — угол рефракции, a — радиус земли, h — высоту атмосферы. Из треугольника ABE имеем

$$\sin(e-\Omega)=\frac{a\sin z}{a+h}, \qquad (1)$$

где z — зенитное расстояние светила.

Чему положить равной высоту атмосферы h? Альгазен указал способ определения этой величины по наблюдениям сумерек. Переход от дня к ночи про-

исходит не мгновенно благодаря рассеянию света в атмосфере. Только тогда, когда Солнце настолько низко опустится под горизонт, что солнечные лучи не будут освещать даже самых высоких слоёв воздуха, наступает ночь. Правда, Альгазену не было известно влияние рассеяния света, и он предполагал, что сумеречное освещение возникает за счёт отражения солнечных лучей от верхней границы атмосферы, но сама идея определения высоты атмосферы по моменту наступления ночи весьма замечательна и совершенно правильна. Альгазен, полагая, что ночь наступает при погружении Солнца под горизонт на 19°, нашёл $h = 68$ км.

Кеплер берёт первоначально значение Альгазена $h_1 = 68$ км. В соответствии с имевшимися тогда данными о величине радиуса Земли он считает $h = 0{,}01397\,a$. Полагая в формуле (1) $z = 90°$, Кеплер получил $e - \Omega = 80°29'$, гораздо меньшее того, что можно было бы ждать по эмпирическим данным. Отсюда Кеплер делает вывод, что рефракция определяется действием только самых низких слоёв атмосферы. Это заключение следует признать тем более остроумным, что сама атмосфера представлялась Кеплеру имеющей одинаковую на всех высотах плотность.

Таким образом, можно сказать, что в руках Кеплера был ключ к открытию убывания плотности воздуха с высотой. Лишь почти полстолетия спустя Торичелли произвёл свой знаменитый опыт с «торичеллевой пустотой» и доказал, что давление воздуха убывает с высотой. Во времена же Кеплера воздух считался ещё невесомым.

Положив ориентировочно $h = 0{,}00095\,a$, Кеплер получил приемлемое значение

$$e - \Omega = 87°30'.$$

Для более тщательного изучения вопроса Кеплер положил в основу расчёта две пары значений, найдённых Тихо из наблюдений над солнцем:

$$z_1 = 86°10', \quad \Omega = 14'22'' \text{ и } z_2 = 89°25', \quad \Omega_2 = 31'10''.$$

Вычисления Кеплер производил, применяя своеобразный метод последовательных приближений. Помимо уравнения (1), Кеплер пользовался ещё соотношением

$$\Omega = Ce \sec (e - \Omega),$$

где C — некоторая константа, откуда

$$C = \Omega \cos (e - \Omega)/e. \qquad (2)$$

Из фиг. 2 видно, что $e - \Omega = z - \varphi$, следовательно, всегда $e - \Omega < z$.

В первом предположении Кеплер полагал разность $e - \Omega$ равной ранее найдённой величине 87°30', а именно $e_2 - \Omega_2 = 87°30'$, откуда $e_2 = 88°1'10''$. Подставляя в (1) и (2), он нашёл из второй пары наблюдённых значений величину константы $C = 0{,}00025743$ и $a + h = 1{,}000905\,a$. Подстановка этих величин в (1) и (2) даёт из первой пары наблюдённых значений последовательно $e_1 - \Omega_1 = 85°27'42''$, $e_1 = 85°42'4''$, $C = 0{,}00022107$. Недостаточное совпадение двух найдённых значений константы C явилось для Кеплера поводом сделать *второе предположение*, заключавшееся в том, что для исходной разности было взято другое круглое значение $e_2 - \Omega_2 = 89°0'$, откуда $e_2 = 89°31'10''$. Повторяя предыдущую последовательность вычислений, находим ряд значений $C = 0{,}00010127$, $a + h = 1{,}000100\,a$, $e_1 - \Omega_1 = 86°5'0''$, $e = 86°19'22''$, $C = 0{,}00018947$. Получилось опять, что два значения константы C плохо совпадают, но на этот раз второе её значение оказалось больше первого, а в предыдущем случае было наоборот. Следовательно, истинная величина должна была заключаться между двумя взятыми пределами. На этом основании Кеплер сде-

лал *третье предположение*, что разность $e_2 - \Omega_2 = 88°0'$. Далее он нашёл по второй паре наблюдений новое значение $C = 0{,}00020370$ и $a + h = 1{,}000578\ a$ и для пробы вычислил рефракцию Ω_1 для зенитного расстояния z_1 первой пары наблюдений. Обозначая $e - \Omega = x$, он имел по формуле (1) $\sin x = \frac{a \sin z}{a + h}$, а из формулы (2)

$$\Omega = \frac{C(\Omega + x)}{\cos x}$$

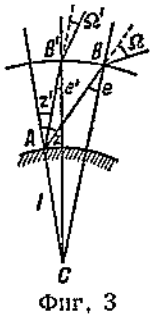
или

$$\Omega = \frac{Cx}{\cos x - C}. \qquad (3)$$

Вычисления дают $\Omega = 14'49''$, что достаточно хорошо совпадает с наблюдённой величиной $\Omega_1 = 14'22''$, чтобы положить найдённые значения в основу вычислений рефракции для других зенитных расстояний по формуле (3). В табл. 2 приведены результаты вычислений Кеплера и для сопоставления истинные значения рефракции. Совпадение можно считать весьма удовлетворительным для зенитных расстояний от 0 до 75°. Этот результат следует считать выдающимся достижением Кеплера, определившим новый этап в развитии учения о рефракции.

Таблица 2

z	Рефракция		z	Рефракция	
	по Кеплеру	истинная		по Кеплеру	истинная
0°	0′ 0″	0′ 0″	70°	2′ 31″	2′ 39″
15	0 11	0 15	75	3 32	3 34
30	0 25	0 33	80	5 36	5 19
45	0 47	0 58	85	11 30	9 51
60	1 28	1 40	90	61 30	34 35
65	1 53	2 4			



Фиг. 3

Прежде чем переходить к следующему периоду, необходимо упомянуть о работах известного современника Кеплера — Шейнера (Chr. Scheiner), о его трёх трудах: «Sol eclipticus» (1615), «Refractiones coelestes» (1617) и «Oculus sive fundamentum opticum» (1619). Содержащиеся в этих сочинениях результаты Шейнера, касающиеся рефракции, не имели такого значения для дальнейшего развития вопроса, как работы Кеплера, почему мы и не будем на них останавливаться.

Теория рефракции на основе закона преломления была дана Кассини (Cassini).

Кассини представлял себе атмосферу также совершенно однородной и считал, что рефракция света обязана действию нижнего слоя воздуха. Для воспроизведения его вычислений обозначим толщину этого слоя, выраженную в долях земного радиуса, через x. Если положить, что

$$\frac{1}{1 + x} = \cos u \text{ или } x = \sec u - 1 \qquad (4)$$

то из треугольников ABC и $AB'C$ (фиг. 3) следует

$$\frac{\sin e}{\sin z} = \cos u, \quad \frac{\sin e'}{\sin z'} = \cos u. \qquad (5)$$

Применяя закон преломления, имеем

$$\mu = \frac{\sin(e+\Omega)}{\sin e} = \cos\Omega + \sin\Omega \operatorname{ctg} e,$$
$$\mu = \cos\Omega' + \sin\Omega' \operatorname{ctg} e', \qquad (6)$$

где μ — показатель преломления. Из соотношения (5) получаем

$$\operatorname{ctg} e = \frac{\sqrt{1-\sin^2 e}}{\sin e} = \frac{\sqrt{\operatorname{tg}^2 u + \cos^2 z}}{\sin z},$$
$$\operatorname{ctg} e' = \frac{\sqrt{\operatorname{tg}^2 u + \cos^2 z'}}{\sin z'}. \qquad (7)$$

С помощью (6) выводим уравнение

$$\frac{\cos\Omega - \cos\Omega'}{\sin\Omega} = \frac{\sin\Omega'}{\sin\Omega \sin z'}\sqrt{\operatorname{tg}^2 u + \cos^2 z'} - \frac{1}{\sin z}\sqrt{\operatorname{tg}^2 u + \cos^2 z}, \qquad (8)$$

которое позволяет по известным парам значений z, Ω и z', Ω' найти u, а следовательно, с помощью (4) и x. Для $z = 90°$ Кассини берёт полученное им самим значение $\rho = 32'20''$ горизонтальной рефракции и полагает

$$A = \frac{(\cos\rho - \cos\Omega')\sin z'}{\sin\Omega'}, \quad B = \frac{\sin\rho \sin z'}{\sin\Omega'}. \qquad (9)$$

Тогда из (8) следует

$$A + B \operatorname{tg} u = \sqrt{\operatorname{tg}^2 u + \cos^2 z'},$$

или

$$\operatorname{tg} u = \frac{AB \pm \sqrt{A^2 - (1-B^2)\cos^2 z'}}{1-B^2}. \qquad (10)$$

Следует выбирать знак таким, чтобы u имело положительное значение. Полагая $z' = 80°$, Кассини брал из собственных наблюдений $\Omega' = 52'8''$ и с помощью (9), (10) и (4) получал $u = 2°0'12''$ и $x = 0{,}006115$. Если взять для радиуса земли 6400 км, то из найдённого значения u высота слоя атмосферы, влияющего на рефракцию, будет примерно 4 км, что не очень далеко от истины (высота однородной атмосферы составляет, как известно, 8 км). Поразительно точное значение Кассини получил из своих формул и из своих же измерений рефракции для показателя преломления воздуха. По формуле (5) для $z = 90°$, $u = 2°0'12''$ получается $e = 87°59'48''$, что по формуле (6) даёт $\mu = 1{,}000285$.

Из (6) и (5) можно теперь получить точное выражение

$$\Omega = (e+\Omega) - e = \arcsin\frac{\mu \sin z}{1+x} - \arcsin\frac{\sin z}{1+x}, \qquad (11)$$

или из (6) и (7) приближённое выражение

$$\Omega = \frac{\mu - 1}{\sin 1''} \operatorname{tg} e = \frac{(\mu-1)\cos m}{\sin 1''} \operatorname{tg} z \quad \left(\text{где } \operatorname{tg} m = \frac{\operatorname{tg} u}{\cos z}\right), \qquad (12)$$

которое позволяет сосчитать полную таблицу рефракции, как это и было сделано Кассини («Ephemerides novissimae motuum coelestium Marchionis Cornelii Malvasiae ab A. 1661 ad 1666. Additis Epheridibus Solis et Tabulis refractionum ex nov. hypothesibus J. D. Cassini, Mutinae 1662 in fol.»).

Результаты Кассини приведены в табл. 3, где приведены для сопоставления также и истинные значения. На всём интервале зенитных расстояний от 0 до 90° совпадения следует признать весьма хорошими. Результаты Кассини несомненно, являются первоклассными.

Таблица 3

z	Рефракция		z	Рефракция	
	по Кассини	истинная		по Кассини	истинная
0°	0′ 0″	0′ 0″	70°	2′39″	2′39″
15	0 16	0 15	75	3 38	3 34
30	0 34	0 33	80	5 28	5 19
45	0 59	0 58	85	10 32	9 51
60	1 42	1 40	90	32 20	34 35
65	2 6	2 4			

Кассини принадлежит ещё другое выдающееся достижение в области рефракции: он ясно сформулировал задачу о влиянии плотности атмосферного воздуха на величину рефракции. Правда, ещё Ротман (Rothmann) указал на зависимость рефракции от погоды. В своём труде он писал: «Из большого числа наблюдений мы нашли, что в ясную погоду рефракция *иная*, нежели в туманные, облачные дни, она *зависит от состояния атмосферы*». Но, не представляя себе отчётливо природы подобной зависимости, Ротман и в своих эмпирических исследованиях пришёл к неверным результатам. Кассини, имея правильное суждение о механизме возникновения рефракции в атмосфере, мог подойти к вопросу о зависимости рефракции от погоды физически обоснованно: он указал, что величина рефракции должна зависеть от плотности воздуха, следовательно, она должна *увеличиваться при возрастании атмосферного давления и при убывании температуры*. Как замечает сам Кассини, вычисленная им таблица рефракции относится к некоторому среднему состоянию атмосферы и представляет собой как бы астрономическую таблицу; поэтому, кроме этой таблицы, должна быть составлена ещё специальная физическая таблица поправок для зависимости рефракции от температуры и атмосферного давления. Трудности составления такой таблицы чрезвычайно велики, так как речь идёт о вторичной зависимости. Составить такую таблицу самому Кассини не удалось, она была составлена лишь гораздо позже.

Ознакомившись с результатами исследований Кассини, мы вплотную подошли к Ньютону. Ряд работ по рефракции, сделанных до Ньютона после Кассини, не внес существенных изменений, и потому мы не будем их здесь рассматривать, а перейдём к изложению ньютоновой теории рефракции.

Ньютонова теория астрономической рефракции

Ньютонова теория рефракции весьма мало известна, так как она Ньютоном не была опубликована. В руководствах по астрономии и даже в специальной литературе о теории Ньютона или упоминается как бы мимоходом, или же даётся неправильное освещение. Сущность работы Ньютона была полностью раскрыта лишь акад. А. Н. Крыловым в его труде «Ньютонова теория астрономической рефракции» (1935).

Ньютоном были вычислены две разные таблицы рефракции (1694—1695). Одна из них, при жизни Ньютона не опубликованная, была обнаружена в письмах Ньютона к Флэмстиду, королевскому астроному в Лондоне. Пере-

писка Ньютона с Флэмстидом была найдена в 1832 г. на чердаке одного из домов Лондона. Она была передана вице-президенту Лондонского астрономического общества Фр. Бэли, который привёл все материалы в порядок и издал их, по постановлению Королевского Общества, в виде отдельной книги под названием: An account of the Rev-d John Flamsteed, the first astronomer royal, compiled from his own manuscripts and other authenic documents never before published, to which is added his catalogue of stars corrected and enlarged by Francis Baily Esq. London, 1835, LXXIII +672 in 4°.

Пользуясь этими материалами, Био пытался восстановить ньютоновы вычисления рефракции, опубликовав свои соображения по этому поводу в статье «Analyse des tables de réfraction construites par Newton, avec l'indication des procédés numériques par lesquels il a pu les calculer» (J. des Savants, 1836).

Вторая таблица рефракции, составленная Ньютоном в 1695 г., была опубликована (с разрешения Ньютона) лишь в 1721 г. Галлеем (ставшим в 1719 г., после смерти Флэмстида, королевским астрономом) в журнале «Philosophical transactions», в заметке «Some remarks on the allowances to be made in astronomical observations for the refraction of the air. With accurate table of refraction».

Развитие теории рефракции до Ньютона шло путём постепенного усовершенствования оптического подхода к задаче. Только Кассини, как мы уже знаем, применил к выводу формул рефракции закон синусов — закон преломления. Математическая (способ вывода) и геофизическая (представления о структуре атмосферы) стороны оставались до Ньютона примитивными.

В работе Ньютона вопрос нашёл себе всестороннее и успешное развитие. В оптическом отношении вычисления Ньютона характеризуются обобщением постановки вопроса как задачи о распространении света в среде с переменным показателем преломления. Это есть уже наша, современная, постановка задачи. Подобная задача требует решения дифференциального уравнения. Ньютон, как показал А. Н. Крылов, в своих вычислениях таблицы рефракции впервые осуществил *численное интегрирование* дифференциального уравнения. Наконец, в решении задачи с геофизической стороны Ньютону принадлежит исключительная роль. Он не только ввёл в теорию представление об атмосфере, плотность которой быстро убывает с высотой, но показал также (при вычислении второй таблицы), что плотность воздуха должна убывать с высотой по *экспоненциальному закону*.

Вычисления Ньютона таблиц рефракции относятся к концу 1694 и к началу 1695 г. и связаны с таблицей наблюдений Флэмстида, которую последний сообщил Ньютону в письме от 11 октября 1694 г. В этом письме Флэмстид доставил Ньютону таблицу рефракции близ горизонта (табл. 4) и, кроме того, подробную сводку наблюдений, копии которой, к сожалению, в материалах, изданных Бэли, не оказалось.

Таблица 4

Зенитное расстояние	Рефракция			
	по Cassini	по La Hire	по Boucher	по наблюдениям
90°	32′20″	32′ 0″	30′ 0″	33′ 0″
89	27 56	26 25	25 12	23 0
88	21 4	20 43	18 24	17 30
87	16 6	15 44	13 55	14 0

В ответном письме от 24 октября Ньютон писал Флэмстиду (здесь, как и дальше, переписка Ньютона с Флэмстидом приводится по Крылову, loc. cit.):

«Сердечно благодарю вас за ваши сообщения, особенно за таблицу рефракции вблизи горизонта. Причину различной величины рефракции при той же самой высоте близ горизонта я усматриваю в различии нагревания воздуха в нижних его слоях, ибо, когда воздух от теплоты разрежен, он преломляет менее, когда же от холода он уплотнён, он преломляет сильнее. Эта разница должна быть более чувствительной, когда луч идёт по нижним слоям атмосферы на протяжении многих миль, ибо лишь эти слои то разрежаются, то уплотняются теплом и холодом, тогда как средние и верхние слои всегда холодные. Я того мнения, что рефракция в верхних слоях слегка изменяется вместе с весом воздуха, показываемым барометром, ибо, когда воздух тяжелее и, значит, плотнее, он преломляет более, нежели когда он легче и реже. Я бы желал, чтобы при всех ваших наблюдениях, где надо принимать во внимание рефракцию, вы записывали высоту барометра и теплоту воздуха, чтобы изменения рефракции от веса и теплоты воздуха могли впоследствии быть учтены, когда величины этих изменений станут известны».

Таблица 5

Первая Ньютонова таблица рефракции

Tabula refractionum

Altitudo apparens Видимая высота	Refractio aestiva Рефракция летом	Refractio verna et autumna Рефракция весной и осенью	Refractio hiberna Рефракция зимой	Altitudo apparens Видимая высота	Refractio verna et autumna Рефракция весной и осенью	Altitudo apparens Видимая высота	Refractio verna et autumna Рефракция весной и осенью
0°00′	31′30″	33′20″	35′10″				
0 30	26 06	27 45	29 24	31°	1′28″	61°	0′29″
1 00	21 50	23 12	24 34	32	1 24	62	0 28
1 30	18 51	20 2″	21 13	33	1 21	63	0 27
2 00	16 27	17 29	18 31	34	1 18	64	0 26
2 30	14 31	15 23	16 15	35	1 15	65	0 24
3 00	12 52	13 40	14 28	36	1 13	66	0 23
3 30	11 32	12 15	12 58	37	1 10	67	0 22
4 00	10 25	11 4″	11 43	38	1 8	68	0 21
4 30	9 29	10 5″	10 41	39	1 5	69	0 20
5 00	8 40	9 13	9 46	40	1 3	70	0 19
6 00	7 24	7 52	8 20	41	1 1	71	0 18
7 00	6 27	6 51	7 15	42	0 59	72	0 17
8 00	5 42	6 3″	6 24	43	0 57	73	0 16
9 00	5 5″	5 24	5 43	44	0 55	74	0 15
10 00	4 36	4 53	5 10	45	0 53	75	0 14
11 00	4 11	4 27	4 43	46	0 51	76	0 13
12 00	3 51	4 5″	4 19	47	0 49	77	0 12
13 00	3 58	3 46	3 59	48	0 48	78	0 11
14 00	3 18	3 30	3 42	49	0 46	79	0 10
15 00	3 4″	3 16	3 28	50	0 44	80	0 9
16 00	2 52	3 3″	3 14	51	0 43	81	0 8
17 00	2 42	2 52	3 2″	52	0 41	82	0 7
18 00	2 33	2 42	2 51	53	0 40	83	0 6
19 00	2 24	2 33	2 42	54	0 38	84	0 5
20 00	2 17	2 25	2 33	55	0 37	85	0 5
21 00	2 9″	2 17	2 25	56	0 35	86	0 4
22 00	2 2″	2 10	2 18	57	0 34	87	0 3
23 00	1 57	2 4″	2 11	58	0 33	88	0 2
24 00	1 51	1 58	2 5″	59	0 32	89	0 1
25 00	1 46	1 53	2 00	60	0 30	90	0 0
26 00	1 42	1 48	1 54	—	—	—	—
27 00	1 37	1 43	1 49	—	—	—	—
28 00	1 33	1 39	1 45	—	—	—	—
29 00	1 30	1 35	1 40	—	—	—	—
30 00	1 26	1 31	1 36	—	—	—	—

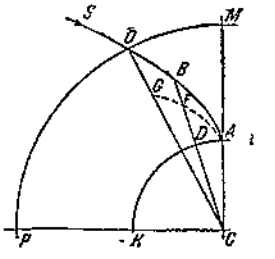
В этом замечательном письме Ньютон проявил себя как первоклассный геофизик.

При письме от 17 ноября 1694 г. Ньютон послал Флэмстиду свою первую таблицу рефракции (табл. 5).

В этом же письме Ньютон писал, что таблица рефракции «вычислена с помощью некоторой теоремы». Эту теорему Ньютон сообщает Флэмстиду в письме от 20 декабря 1694 г., в котором пишет:

«Я не держал в секрете основание, послужившее для составления таблицы рефракции, но опустил его вследствие поспешности, с которою я писал своё последнее письмо. Согласно вашему желанию, я изложу его теперь.

Пусть (фиг. 4) AK представляет земной шар; предположим, что этот шар покрыт атмосферою, плотность которой убывает равномерно от поверхности Земли до верхней границы атмосферы, представляемой здесь кругом MOP. Пусть луч SO падает на границу атмосферы в точке O и при прохождении через атмосферу до наблюдателя A, непрерывно преломляясь, изгибается в кривую OBA.



Фиг. 4

От произвольной точки B этой кривой проводится прямая BC к центру Земли, пересекающая поверхность Земли в точке D. Берём между CB и CD среднюю пропорциональную CF, и пусть AFG есть геометрическое место точек F, т. е. та кривая, на которой постоянно находится точка F; если эта кривая AFG пересекает прямую OC в точке G, то полная рефракция луча, проходящего от O до A, пропорциональна площади $AFGC$, рефракция же при прохождении частей OB или BA сказанной кривой пропорциональна площадям $GFCG$ и $FACF$.

Эта теорема может быть доказана геометрически, но доказательство слишком сложно для изложения в письме.

Так как таблица рефракции, вычисленная мною на основании этой теоремы, согласуется с вашими наблюдениями гораздо лучше, нежели обычные таблицы, то я полагаю, что вы признаете, что эта теорема представляет лучшее основание, нежели обычное предположение об однократном преломлении на границе атмосферы».

Таким образом, Ньютон исходил из предположения, что плотность атмосферы убывает равномерно с высотой. Что касается доказательства теоремы Ньютона, упоминаемой в этом письме, то оно было восстановлено А. Н. Крыловым, к упомянутой работе которого мы отсылаем интересующихся.

Существенно отметить, что для зенитных расстояний, близких к 90°, вычисления по формулам Ньютона, как это показал А. Н. Крылов, заметно и систематически отличаются от данных Флэмстида. Сопоставление всех материалов позволило А. Н. Крылову высказать следующее предположение. Вычислив по первой своей теории величину рефракции и заметив систематический ход отклонений, начиная от $z = 83°$, Ньютон присовокупил к вычисленным теоретически числам эти отклонения так, чтобы показанная в его таблице рефракция лучше согласовалась с наблюдениями Флэмстида. Иными словами, в свою теоретическую таблицу он ввёл эмпирическую поправку для значений от $z = 83°$ до $z = 90°$. Он не счёл нужным объяснять это Флэмстиду. Быть может, поэтому Ньютон не хотел опубликовать своих вычислений, и если он и разрешил через 26 лет (1721) Галлею опубликовать свою вторую таблицу (к которой тоже относится сказанное), то даже без малейшего намека на способ её составления. Чтобы можно было составить представление о величине расхождений, приведём сводку, составленную по данным, взятым из работы А. Н. Крылова. Подробно анализируя все данные и восстанавливая ход вычислений Ньютона,

А. Н. Крылов приходит к заключению, что Ньютон для вычислений рефракции мог пользоваться следующими формулами:

а) Для зенитных расстояний $z \leqslant 72°$

$$\Omega = K \operatorname{tg} z. \qquad (13)$$

Если взять $z = 45°$, то $K = \Omega_{45°} = 53''$, т. е.

$$\Omega = 53'' \operatorname{tg} z. \qquad (13')$$

В табл. 6 сопоставлены вычисления по формуле (13) с данными таблицы Ньютона.

Таблица 6

z	$53'' \operatorname{tg} z$	Рефракция по первой табл. Ньютона	z	$53'' \operatorname{tg} z$	Рефракция по первой табл. Ньютона	z	$53'' \operatorname{tg} z$	Рефракция по первой табл. Ньютона
12°	11″,3	11″	33	34″,4	34″	54°	73″,0	73″
15	14 ,2	14	36	38 ,5	38	57	81 ,6	81
18	17 ,2	17	39	42 ,9	43	60	91 ,8	91
21	20 ,4	20	42	47 ,7	48	63	104 ,0	103
24	23 ,6	23	45	53 ,0	53	66	119 ,0	118
27	27 ,0	27	48	58 ,8	59	69	138 ,0	137
30	30 ,6	30	51	65 ,5	65	72	163 ,0	162

Если принять во внимание, что числа Ньютона, повидимому, округлены до ближайшей целой секунды, то совпадение следует признать почти полным.

б) Для $z > 72°$, но не более 85°, рефракция вычисляется по формуле

$$\Omega = K \operatorname{tg} z - L \operatorname{tg}^3 z + M \operatorname{tg}^5 z, \qquad (14)$$

и так как не известно, какое значение было бы при вычислении получено Ньютоном и как он его округлил, то А. Н. Крылов берёт $\Omega_{45°}$ последовательно равными 53″,00; 52″, 75; 52″, 38, соответственно чему получаются такие же значения для K. Значения коэффициентов L и M отыскиваются по величине рефракции при других углах.

В табл. 7 сопоставлены вычисления по формуле (14) с данными Ньютона, причём отдельно приведены результаты, полученные в предположении, что $K = 53''{,}00$ (Ω_1), $K = 52''{,}75$ (Ω_2) и $K = 52''{,}38$ (Ω_3).

Таблица 7

z	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Рефракция по первой табл. Ньютона	z	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Рефракция по первой табл. Ньютона
12°	11″,27	11″,2	11″,1	11′	57°	81″,62	81″,2	80″,7	81′
15	14 ,21	14 ,1	14 ,0	14	60	91 ,62	91 ,2	90 ,5	91
18	17 ,22	17 ,1	16 ,6	17	63	103 ,7	103 ,1	102 ,5	103
21	20 ,35	20 ,2	20 ,1	20	66	118 ,7	118 ,1	117 ,2	118
24	23 ,60	23 ,5	23 ,3	23	69	137 ,4	136 ,7	135 ,8	137
27	27 ,01	26 ,9	26 ,7	27	72	162 ,0	161 ,2	160 ,1	162
30	30 ,60	30 ,4	30 ,2	30	75	195 ,9	194 ,9	193 ,6	196
33	34 ,42	34 ,2	34 ,0	34	78	245 ,9	244 ,3	242 ,7	245
36	38 ,50	38 ,3	38 ,1	38	81	325 ,4	323 ,8	321 ,7	324
39	42 ,92	42 ,7	42 ,4	43	82	367 ,3	363 ,0	360 ,5	363
42	47 ,72	47 ,5	47 ,2	48	83	413 ,5	413 ,0	409 ,0	411
45	53 ,00	52 ,7	52 ,4	53	84	476 ,3	474 ,2	471 ,1	472
48	58 ,87	58 ,6	58 ,2	59	85	560 ,4	557 ,9	554 ,4	553
51	65 ,45	65 ,1	64 ,7	65					
54	71 ,29	72 ,6	72 ,1	73					

Отклонения в редких случаях и то при больших зенитных расстояниях составляют 2″, что даёт основание предполагать, что для значений до $z = 85°$ Ньютон вычислял рефракцию или по формуле (14), или по формуле, ей эквивалентной.

в) Для самых больших зенитных расстояний, вплоть до $z = 90°$, используются две формулы. Первая из них имеет вид:

$$\Omega = \eta\left[\theta + \frac{1}{2}\alpha\theta^2 + \frac{1}{3}\beta\theta^3 + \frac{1}{4}\gamma\theta^4\right]. \qquad (15)$$

Угол θ определяется равенством $h = \alpha\theta + \beta\theta^2 + \gamma\theta^3$. Здесь h—высота атмосферы, выраженная в долях земного радиуса, а остальные величины имеют значения, определяемые из соотношений

$$\alpha = \frac{\sqrt{\mu_0^2 - c^2}}{c},$$

где μ_0— показатель преломления воздуха у земли, $c = \mu_0 \sin z$,

$$\beta = \frac{2\mu_0^2 - c^2 - \mu_0\eta}{2c},$$

где

$$\eta = \frac{\mu_0 - 1}{h}, \quad \gamma = \frac{6\mu_0^2 - c^2 - 8\mu_0\eta + \eta^2}{6c}\alpha.$$

η и h отыскиваются по значениям рефракции при каких-либо двух зенитных расстояниях. Другая формула имеет вид

$$\Omega = \frac{2K\sin z}{\cos z + \sqrt{\cos^2 z + 2h(1-\eta)}}. \qquad (16)$$

Предыдущие формулы (13), (14) и (15) получаются из (16) как приближённые.

В табл. 8 сопоставлены вычисления по формулам (15) и (16) с данными первой таблицы Ньютона. Разности, приведённые в графах 5 и 6, показывают, что, как и при меньших z (табл. 6 и 7), имеется хорошее совпадение вычислений с данными Ньютона до $z = 85°$. Начиная с $z = 86°$ имеют место быстро возрастающие расхождения. Совпадение для $z = 90°$ определяется просто тем, что $\Omega_{90°}'' = 2000''$ бралось в качестве исходной данной для расчётов.

Таблица 8

1 z	2 Рефракция по первой табл. Ньютона	3 Ω по ф-ле (15)	4 Ω по ф-ле (16)	5 Разница (3)—(2)	6 Разница (4)—(2)
78°	245″	244″,1	244″,3	— 0″,9	— 0″,7
81	324	323 ,8	324 ,1	— 0 ,2	+ 0 ,1
84	472	473 ,1	473 ,4	+ 1 ,1	+ 1 ,4
85	553	555 ,6	556 ,0	+ 2 ,6	+ 3 ,0
86	664	668 ,8	669 ,5	+ 4 ,8	+ 5 ,5
87	820	831 ,3	831 ,9	+11 ,3	+11 ,9
88	1049	1074 ,0	1074 ,2	+25 ,0	+25 ,2
89	1392	1443 ,8	1444 ,6	+51 ,8	+52 ,6
89°30′	1665	1695 ,0	1695 ,2	+30 ,0	+31 ,2
90	2000	2000	2000 ,0	0 ,0	0 ,0

По этому поводу А. Н. Крылов пишет в своем труде:

«Расхождение значений рефракции для $z \geqslant 86°$ с числами таблицы Ньютона показывает, что он предпочёл взять эти числа не по вычислению, а по наблюдённым Флэмстидом значениям, как это видно по табличке Флэмстида в его письме от 11 октября 1694 г.» (см. табл. 4).

Обратимся ко второй ньютоновой таблице рефракции.

В письме от 15 января 1695 г. Ньютон писал:

«Теорема о рефракции, посланная вам, обладает тем недостатком, что преломляющая сила атмосферы предполагается вверху атмосферы столь же большою, как и внизу. Это заставило меня подумать о новой теореме. Мне кажется, что я таковую нашёл, и я хочу рассмотреть её в дальнейшем. Площади в теореме, вам посланной, исчислены по лемме V третьей книги «Principia», но это вычисление весьма сложно».

26 января 1695 г. Ньютон писал Флэмстиду:

«Составление новой таблицы рефракции заняло всё моё время после праздников, но до сих пор я затратил свой труд на бесплодные вычисления вследствие трудности этого дела. Однако, приняв в соображение, что такая таблица является для астрономии основною и что вами затрачено столько трудов, чтобы доставить необходимый материал, я хочу её закончить, чтобы иметь возможность что-либо поднести вам за те труды, которые вы для меня потратили при ваших наблюдениях.

Однако я не вполне напрасно потратил свой труд, ибо я нашёл новую теорему, которая делает вычисление рефракции весьма лёгким и которой я могу удовольствоваться, если не придумаю чего-либо лучшего.

Сейчас я не совсем здоров, но надеюсь настолько поправиться через несколько дней, что смогу довести это дело до конца».

16 февраля Ньютон сообщил:

«Я всё ещё работаю над новой таблицей рефракции, но ещё не закончил её. Это очень сложная, требующая большого труда работа, но кое-что мною уже сделано, ибо, предполагая, что строение атмосферы такое, как указано в предложении 22-м второй книги «Principia» (которое, несомненно, и есть истинное), я нашёл, что если горизонтальная рефракция есть 34′, то рефракция при видимой высоте 3° составит 13′ 3″; если же рефракцию при видимой высоте 3° принять равной 14′, то горизонтальная рефракция составит немногим более 37′».

Для геофизики особо важной является та часть письма, в которой сказано, что *истинное строение атмосферы есть, несомненно, такое, как указано в предложении 22-м второй книги* «Principia».

Это предложение высказано Ньютоном в такой форме:

Предложение XXII. Теорема XVII.

Если плотность какой-либо жидкости пропорциональна давлению и эта жидкость находится под действием центростремительной силы, направленной вниз и обратно пропорциональной квадрату расстояния до центра, то я утверждаю, что когда расстояния образуют гармоническую прогрессию, то плотности жидкости в этих расстояниях образуют геометрическую прогрессию.

В связи с этой теоремой у Ньютона далее сказано: «...перебирать все случаи слишком долго; впрочем, опытами установлено, что плотность воздуха или в точности пропорциональна давлению, или весьма к тому близка, поэтому плотность воздуха в земной атмосфере пропорциональна весу всего накрывающего воздуха, т. е. высоте ртути в барометре».

Это и приводит к знаменитому экспоненциальному закону убывания плотности атмосферы с высотой, который и до сего времени лежит в основе учения об атмосфере. Таким образом, Ньютон, несомненно, является основоположником современной теории строения атмосферы.

15 марта 1695 г. Ньютон в письме к Флэмстиду писал:

«Теперь я закончил таблицу рефракции и посылаю вам прилагаемую копию её. При спокойном состоянии неба и высоте светила 3° рефракция составляет 13′ 20″; вы можете положиться, что для всех высот, превышающих 10°, таблица точна до одной секунды; при высотах от 10° до 3° наибольшая погрешность не превышает двух или трёх секунд. Если при высоте 3° рефракция больше или меньше 13′ 20″, то рефракцию при всех высотах, которые больше 3°, следует увеличить или уменьшить в той же пропорции. Через несколько дней я вышлю вам другие обещанные мною таблицы».

Приложенной к письму копии таблицы рефракции в бумагах, доставленных Бэли, не оказалось. Био в упомянутой выше статье в «Journal des Savants» за 1836 г. указывал, что приводимое в письме Ньютона от 15 марта значение 13′ 20″ рефракции при высоте 3° позволяет заключить, что опубликованная в 1721 г. Галлеем таблица и есть вторая таблица Ньютона. К этому мнению присоединяется и акад. А. Н. Крылов. Ниже мы приводим эту таблицу (табл. 9).

Таблица 9

Вторая Ньютонова таблица рефракции светил при видимых высотах

Tabula refractionum Siderum ad altitudines apparentes

Alt. appar. Видимая высота	Refractio Рефракция	Alt. appar. Видимая высота	Refractio Рефракция	Alt. appar. Видимая высота	Refractio Рефракция
0° 0′	33′45″	16°	3′ 4″	46°	0′52″
0 15	30 24	17	2 53	47	0 50
0 30	27 35	18	2 43	48	0 48
0 45	25 11	19	2 34	49	0 47
1 0	25 7	20	2 26	50	0 45
1 15	21 20	21	2 18	51	0 44
1 30	19 46	22	2 11	52	0 42
1 45	18 22	23	2 5	53	0 40
2 0	17 8	24	1 59	54	0 39
2 30	15 2	25	1 54	55	0 38
3 0	13 20	26	1 49	56	0 36
3 30	11 57	27	1 44	57	0 35
4 0	10 43	28	1 40	58	0 34
4 30	9 50	29	1 36	59	0 32
5 0	9 2	30	1 32	60	0 31
5 30	8 21	31	1 28	61	0 30
5 0	7 45	32	1 25	62	0 28
6 30	7 14	33	1 22	63	0 27
7 0	6 47	34	1 19	64	0 26
7 30	6 22	35	1 16	65	0 25
8 0	6 0	36	1 13	66	0 24
8 30	5 40	37	1 11	67	0 23
9 0	5 22	38	1 8	68	0 22
9 30	5 6	39	1 6	69	0 21
10 0	4 52	40	1 4	70	0 20
11 0	4 27	41	1 2	71	0 19
12 0	4 5	42	1 0	72	0 18
13 0	3 47	43	0 58	73	0 17
14 0	3 31	44	0 56	74	0 16
15 0	3 17	45	0 54	75	0 15

Что касается математической части вычислений второй таблицы рефракции, то кратких указаний в письмах Ньютона к Флэмстиду недостаточно, чтобы достоверно восстановить эту теорию, оставшуюся неопубликованной. Между прочим, в письме к Флэмстиду от 9 июля 1695 г. Ньютон сообщил: «Я не имею намерения писать о рефракции и не желаю, чтобы таблица рефракции была распространяема».

Лишь 26 лет спустя Ньютон разрешил, как мы знаем, Галлею опубликовать эту таблицу, но без каких бы то ни было указаний на способ её составления.

Акад. А. Н. Крылов в своём труде, на который мы уже неоднократно ссылались, показал, как мог вычислять Ньютон, хотя не известно, вычислял ли он именно так, или несколько иначе. Например, в связи с вычислением рефракции для $z = 90°$, когда формулы приближённых квадратур, выведенные А. Н. Крыловым, оказываются неприменимыми, так как знаменатель обращается в нуль, А. Н. Крылов пишет (стр. 45):

«Ньютон имел различные возможности для того, чтобы обойти это затруднение. Как он в данном случае поступил, — совершенно не известно; мы приводим некоторые из возможных приёмов, не выходящих из пределов тех аналитических методов, которыми Ньютон в то время владел».

Мы не будем приводить самих расчётов, подробно изложенных в работе А. Н. Крылова, отметим, лишь, что, на наш взгляд, наиболее существенное достижение Ньютона в связи с вычислением второй таблицы рефракции относится к геофизической стороне вопроса, а именно к принятой Ньютоном модели строения атмосферы: экспоненциальный закон убывания плотности воздуха с высотой.

Говоря о первой таблице рефракции, мы уже указывали, что для зенитных расстояний, близких к 90°, величины рефракции в таблице Ньютона заметно и систематически отличаются от вычисленных значений. С аналогичным положением приходится встретиться и во второй таблице Ньютона. Вот что пишет по этому поводу А. Н. Крылов (стр. 44):

«Значения при 88° и 89°, показанные в таблице Ньютона, заметно разнятся от вычисленных нами по формулам приближённых квадратур. Это показывает, что или Ньютон вычислял их как-нибудь иначе, или же что он воспользовался наблюдениями Флэмстида и придерживался не вычисленных теоретически значений, а этих наблюдённых, учтя всю совокупность наблюдений Флэмстида, произведенных столь тщательно, что Флэмстид называет их «неоспоримыми».

Но нужно иметь в виду, что величина рефракции лучей, идущих в атмосфере почти горизонтально, сама по себе не является вполне определённой, она может испытывать резкие колебания в зависимости от состояния атмосферы. Случается наблюдать горизонтальную рефракцию, отличающуюся от показываемых в таблицах (34′) не на несколько минут и секунд, а на несколько градусов. Причина колебаний была правильно указана самим Ньютоном в его письме к Флэмстиду от 24 октября 1694 г., которое приведено выше (стр. 150).

Таковы основные черты ньютоновой теории рефракции в том виде, как её себе можно представить на основании имеющихся материалов.

Чтобы иметь возможность лучше оценить значение работ Ньютона по рефракции, проследим в общих чертах, развитие вопроса после Ньютона.

Развитие теории рефракции после Ньютона

Со времени опубликования ньютоновой таблицы рефракции в 1721 г. и по настоящее время по теории рефракции печаталось множество работ. Тот факт, что в их числе были труды таких выдающихся деятелей науки, как Брадлей, Ламберт, Бугэ, Эйлер, Лагранж, Лаплас, Бессель, Рэлей, указывает, что теория несомненно нуждалась в серьёзном дальнейшем улучшении. До настоящего времени проблема рефракции не исчерпана, за последнее время в ней возникли новые увлекательные задачи. Но столь же несомненно, что результаты, полученные Ньютоном, полностью сохраняют своё значение и до сих пор. В этом убеждает нас рассмотрение основных направлений дальнейшего развития теории.

До самого последнего времени работы по теории рефракции возникали главным образом по запросу астрономии. По мере увеличения точности астрономических наблюдений возрастали требования к точности поправок на рефракцию. Но эти поправки не остаются постоянными, величина рефракции зависит от состояния атмосферы, она меняется от сезона к сезону и в зависимости от погоды. В своём письме к Флэмстиду от 24 октября 1694 г., которое мы приводили, Ньютон писал, между прочим: «Я бы желал, чтобы при всех ваших наблюдениях, где надо принимать во внимание рефракцию, вы записывали высоту барометра и теплоту воздуха, чтобы изменения рефракции от веса и теплоты воздуха могли впоследствии быть учтены, *когда величины этих изменений станут известны*». Подчёркнутая нами часть фразы содержит программу дальнейших работ, которая и выполнялась после Ньютона. Речь идёт о составлении формул рефракции, содержащих поправки на изменение температуры и давления воздуха. Не существует никаких указаний на то, что Ньютону пришлось составить подобные формулы, да и нельзя этому удивляться. Достаточно вспомнить, что во времена Ньютона не существовало термометра со шкалою, отнесённого к двум постоянным точкам (были лишь термоскопы с произвольными шкалами, не отнесёнными к определённым точкам). Соответственно этому не существовало систематических наблюдений над зависимостью рефракции от температуры (и от давления), на которые можно было бы опереться при составлении теоретической формулы. Сам Флэмстид совету Ньютона не последовал, хотя и записывал показания барометра в метеорологических целях.

Первым примером подобной формулы была формула Брадлея-Симпсона

$$\Omega' = \frac{b}{760}\,\frac{222}{210+t}\;57'',6\;\mathrm{tg}\,(z-3\,\Omega), \qquad (17)$$

где b — показание барометра в миллиметрах, t — температура в градусах Цельсия.

Улучшение формул подобного рода и было главной задачей в дальнейшем развитии теории рефракции. Одним из типичных решений такой задачи явилось вычисление таблицы рефракции для некоторой «средней» атмосферы и таблицы *физических* поправок на изменение температуры и давления воздуха, а в дальнейшим и влажности. Так, например, Бессель, давший в своём классическом труде «Fundamenta astronomiae» очень точные вычисления рефракции, за нормальные (средние) значения температуры и давления воздуха берёт 9°,3 С и 751,5 мм ртутного столба.

Попутно отметим, что таблицы рефракции Бесселя по своей точности долгое время оставались непревзойдёнными.

Формула (18), составленная Вольфом (Wolf) в 1874—1877 гг., может служить примером способа вычисления истинной рефракции с учётом поправок на высоту барометра b, температуру воздуха t и влажность воздуха f по «средней» рефракции Ω':

$$\Omega = \Omega'\,(1 - 0{,}00230\,\Delta b - 0{,}00406\,\Delta t + 0{,}00028\,\Delta f), \qquad (18)$$

где $\Delta b = 751{,}5$ мм$ - b$; $\Delta t = t - 9°{,}3$ и $\Delta f = f - 73$ (f — относительная влажность).

Согласно этой формуле, рефракция возрастает с увеличением влажности воздуха, как впервые на это указал ещё Лаплас в 1805 г.

Указанное направление работы по рефракции является геофизическим или, если определить уже, метеорологическим. Значительная часть опубликованных после Ньютона работ по рефракции характеризуется именно таким метеорологическим уклоном. Достаточно указать, что для каждой астрономической обсерватории приходится составлять свою таблицу рефракции, разную для

различных времён года, с учётом климата местности и даже её микроклимата. Например, в Казанской астрономической обсерватории, в стенах которой пишутся настоящие строки, потребовалась многолетняя работа по составлению таблиц рефракции с учётом тех особенностей, которые привносятся наличием возвышенного плато по одну сторону обсерватории и широкой долиной Волги — по другую. Если некоторая часть подобной работы осуществляется эмпирически, то всё же она не могла бы привести к успешному результату в отсутствие соответствующей теоретической разработки вопроса.

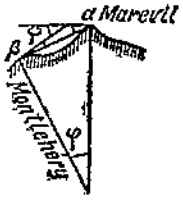
Один из примечательных результатов, относящихся к геофизической стороне проблемы и имеющих принципиальное значение, был получен Лапласом. Мы имеем в виду одну теорему, изложенную в «Mécanique céleste» (IV, 1805), в которой имеется специальный раздел, посвящённый теории рефракции. Согласно этой теореме, для некоторого интервала зенитных расстояний величина рефракции практически не зависит от закона изменения плотности воздуха с высотой. Это справедливо для тех случаев, когда в вычислениях можно пренебрегать квадратами и более высокими степенями ε, где $\varepsilon = \mu_0 - 1$, что имеет место приблизительно, пока $z \leqslant 80°$.

Есть все основания предполагать, что эта теорема была обнаружена ещё Ньютоном. Во всяком случае А. Н. Крылову (loc. cit.) удалось показать, что эта теорема весьма просто следует из общих формул Ньютона. Возможно, что именно эту теорему имел в виду Ньютон, когда писал Флэмстиду 26 января 1695 г.:

«Я нашёл новую теорему, которая делает вычисление рефракции весьма лёгким и которой я могу удовольствоваться, если не придумаю чего-либо лучшего».

Следовательно, и в этом вопросе Ньютон, повидимому, предвосхитил дальнейшие результаты теории рефракции.

До сих пор мы говорим только об *астрономической* рефракции, между тем ещё во времена Ньютона были получены определённые результаты, касающиеся рефракции *земной*. Летом 1669 г. Пикар (Picard) производил геодезические наблюдения между двумя станциями: Монтлэри и Марвиль во Франции. Во время нивелировочных работ он определил углы депрессии α и β: углы между горизонтом и прямой (световым лучом, лучом зрения), соединяющей оба пункта наблюдения (фиг. 5). Он получил $\alpha = 13'40''$ и $\beta = 8'20''$. Сумма этих углов $\alpha + \beta$ (в случае, если Земля есть шар однородный или шар неоднородный, но такой, что изменения плотности имеют место лишь вдоль радиусов, но не в поперечных направлениях) должна равняться угловому расстоянию φ между двумя пунктами наблюдения относительно центра Земли. Получается $\varphi' = \alpha + \beta = 22'0''$. Однако позже Пикар из тригонометрических наблюдений определил расстояние между двумя названными пунктами равным 25 643 туаза (1 туаз = 1,95 м). Сравнивая его с линейным протяжением по поверхности Земли одного градуса, которое он принимал равным 57 060 туаз, Пикар нашёл названное угловое расстояние между пунктами наблюдения равным $\varphi'' = 26'58''$. Разность углов $\varphi'' - \varphi' = 4'58''$ Пикар объяснил влиянием рефракции. Из этих данных он мог вычислить коэффициент рефракции — $4'58'' : 26'58'' = 0{,}18$. Конечно, вывод Пикара может рассматриваться только как ориентировочный, поскольку, как известно, особенности в строении земного шара (общие и местные) приводят к тому, что направление отвесной линии может не совпадать с направлением земного радиуса; однако найдённое им значение для коэффициента рефракции довольно хорошо подтвердилось дальнейшими измерениями. Так, Тобиас Мейер (Tobias Mayer) почти столетием позже («De refractionibus objectorum terrestrium», Геттинген, 1751) для коэффициента рефракции указывал значение 0,12. Гаусс дал среднее значение 0,13, Саблер



Фиг. 5

в своём описании измерений разности уровней в Чёрном и Каспийском морях (Петербург) указывал величину 0,18.

Проявления земной рефракции разнообразны и в условиях спокойной атмосферы (нормальная земная рефракция, приводящая к таким явлениям, как депрессия горизонта и др.) и особенно в условиях атмосферы, нормальное состояние которой нарушено местными температурными влияниями. Возникающая в последнем случае ненормальная земная рефракция наблюдается в виде различного рода миражей, в виде боковой рефракции. Эта последняя связана с тем, что геометрические места точек равной плотности воздуха перестают быть концентрическими поверхностями шара, и траекторию светового луча приходится, строго говоря, рассматривать как линию двойной кривизны.

Перечень вопросов, относящихся к земной рефракции и имеющих большое практическое значение (например, для геодезии), характеризует другое направление в развитии проблемы рефракции. Опубликовано не мало работ в связи с теорией земной рефракции. Впрочем, это направление тоже является в своём роде метеорологическим. Судя по всему, Ньютон вовсе не занимался подобными вопросами, но если снова перечитать отрывок из его письма к Флэмстиду от 24 октября 1694 г., приведённый выше (стр. 150), то приходится признать, что Ньютон отлично учитывал природу явлений, вследствие которых возникает земная рефракция как нормальная, так и ненормальная.

Так обстоит дело с геофизическим направлением развития теории рефракции после Ньютона.

Обратимся к другому направлению — математическому. Успехи, достигнутые математиками в таких разделах, как теория дифференциальных уравнений, теория рядов, теория специальных функций, позволили значительно усовершенствовать методы вычисления рефракции. Мы упомянем, не входя в их рассмотрение, исследования Эйлера, Лагранжа, Лапласа, Бесселя и др. Однако можно утверждать, что ничего принципиально нового, меняющего понимание проблемы и методы подхода к её разрешению эти работы не дали сравнительно с тем, что создал Ньютон. Можно полностью согласиться с акад. А. Н. Крыловым, который закончил свой труд «Ньютонова теория астрономической рефракции» следующими строками:

«Если развить ньютонову теорию теми элементарными методами анализа, которыми Ньютон обладал, и сравнить её с современными теориями, то сразу можно будет заметить, сколь простое и естественное получается изложение и сколь мало к нему, по существу, за 240 лет прибавлено; поэтому мне кажется, что эта теория как основная достойна подробного и внимательного изучения, а не того беглого о ней упоминания или полного умолчания, как это делается во всех известных мне учебных руководствах по астрономии».

Остаётся ещё одна сторона вопроса — оптическая. В формулы рефракции входит показатель преломления воздуха, и мы знаем, что ещё до Ньютона из определений рефракции удалось вычислить величину показателя преломления воздуха, которая с высокой степенью точности совпадает с современными прецизионными лабораторными измерениями. Сам Ньютон, как известно, исключительно глубоко исследовал многие вопросы, связанные с преломляемостью света. Относящиеся сюда опыты и рассуждения Ньютона принадлежат к числу его бессмертных достижений. Достаточно вспомнить, например, установленное Ньютоном по признаку преломляемости понятие однородного (монохроматического) луча, лежащее в основе всей современной физической оптики, или сделавшее эпоху в истории оптики ньютоново учение о цветах, основанное также на учёте преломляемости лучей. Ньютон великолепно владел разделом оптики, относящимся к преломлению света, в значительной степени им самим разработанным. Однако развитие физической оптики в XIX в. привело к результатам, которые Ньютон не предвидел и которые обусловливают новые

явления в рефракции света, обещающие в наше время привести к созданию нового, весьма интересного и важного раздела теории рефракции. Мы имеем в виду явления, связанные с аномальной дисперсией света.

Сам Ньютон установил, что показатель преломления любого вещества различен для лучей разного цвета: имеется *монотонное* убывание показателя преломления от синего конца спектра к красному. Но Ньютон не знал, что в поглощающей среде ход показателя преломления может быть не монотонным: это было открыто лишь в XIX в. (аномальная дисперсия). Если вещество поглощает свет лишь в весьма узком участке спектра, то вблизи и внутри этого участка ход показателя преломления претерпевает весьма значительные изменения: крутое возрастание по одну сторону участка и быстрый спад — по другую. Благодаря этому световые лучи некоторой длины волны преломляются гораздо сильнее, чем все остальные лучи.

На учёте этого явления основана создаваемая лишь в наше время теория «селективной рефракции» света в атмосфере. Воздух обладает несколькими линиями и узкими полосами поглощения в различных участках спектра. Лучи, длина волны которых лежит вблизи этих участков, способны испытывать гораздо бо́льшую рефракцию, чем это бывает обычно. Подобные лучи могут быть причиной целого ряда особых явлений. Например, не исключена возможность того, что самосвечение верхних слоёв атмосферы, наблюдаемое каждую ночь и широко известное под названием «свечения ночного неба», возбуждается такого рода лучами, идущими от Солнца и претерпевающими «селективную рефракцию». Подсчёт показывает, что эти лучи могут проникать в атмосферу от Солнца, даже если Солнце (ночью) находится на глубине нескольких десятков градусов под горизонтом. В результате возбуждается фотолюминесценция воздуха в верхних слоях атмосферы.

Можно было бы привести ещё несколько ярких примеров явлений, в которых, повидимому, проявляется «селективная рефракция», но это увело бы нас далеко в сторону. Нам достаточно лишь указать на это общее направление, характеризующее дальнейшее развитие теории рефракции после Ньютона в её, так сказать, оптической части.

Мы видим, таким образом, что работа Ньютона по теории рефракции привела его к результатам, которые были исчерпывающими как для его времени, так во многих отношениях и на долгое время вперёд. Этим результатам свойственно то гениальное проникновение в существо задачи и та замечательная техника выполнения, которые вообще отличают труды великого англича́нина, память которого в эти дни чтит всё передовое человечество.



Профессор
Н. Н. ИДЕЛЬСОН

ЗАКОН ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ И ТЕОРИЯ ДВИЖЕНИЯ ЛУНЫ

Введение

В 1750 г. Петербургская Академия Наук объявила следующую тему для очередной своей премии: «Показать, согласны ли все неравенства, которые наблюдаются в движении Луны, с ньютоновой теорией, и какой должна быть истинная теория всех этих неравенств, чтобы по ней можно было со всей точностью определять место Луны на любое время».[1]

Постановкой этой задачи самая молодая из академий Европы подходила к центральной и важнейшей теме физико-математических дисциплин на половине XVIII в. Прошло уже около 20 лет со дня смерти автора «Математических начал натуральной философии» и уже 60 лет после появления его бессмертной книги; однако ещё продолжались споры вокруг ньютонова учения; картезианство не сдавало окончательно своих позиций; как раз в те годы (1747—1748) три великих математика — Клеро, Эйлер и Даламбер — высказали, как мы увидим ниже, свои сомнения в отношении достаточности закона всемирного тяготения для объяснения всех особенностей движения Луны и планет; поэтому теперь назревала задача выяснить окончательно, насколько глубоко закон Ньютона может охватить всю астрономическую действительность, всю совокупность движений, наблюдаемых в солнечной системе; не есть ли этот закон и вся ньютонова динамика только первое приближение к начинающим раскрываться гармониям?

К решению этого фундаментального вопроса и был направлен конкурс, объявленный Петербургской Академией; его тема была сформулирована отчётливо и ясно; и, пожалуй, Академия не могла найти для неё лучшего предмета, как теорию движения Луны. Однако для того чтобы показать здесь, в чём состояла важность и глубокая трудность проблемы, мы должны отойти далеко назад и прежде всего выяснить, что понималось под словами «теория Луны» к моменту появления ньютоновых «Начал».

1. Циклы Гиппарха

Повидимому, невозможно уже больше установить, где именно и в какую эпоху были получены первые закономерности из наблюдений над непрерывным смещением Луны на небосклоне: уже самые смены лунных фаз давали первичному мышлению уверенность в извечной ритмике явлений в окружающей его природе; и когда на исходных ступенях цивилизаций возникла необходимость в упорядочении счёта времени, фиксации его интервалов, было естественно вести его счисление по месяцам, чтобы не потерять ориентировки в счёте монотонно бегущих дней; и было легко подметить, что лунные месяцы продолжаются то 29, то 30 дней и что на год приходится то 13, то 12 смен лунных фаз; но, несомненно, потребовались столетия внимательных наблюдений для того, чтобы убедиться в том, что 125 месяцев по 30 дней и 110 месяцев по 29 дней, вместе взятые, дают 6940 дней и, следовательно, почти в точности равны 19 солнечным годам по $365^1/_4$ дня.[2]

Установление подобных целочисленных соотношений между несоизмеримыми интервалами времени — день, месяц, год — имело само по себе глубочайшее философское значение, так как им утверждался тот факт, что астрономические явления не «расползаются» во времени, а протекают на фоне жёсткого временного скелета, связывающего их на долгие столетия как до, так и после эпохи наблюдения. И это было существенно важно именно в отношении движения Луны: ибо, помимо лунного месяца или месяца лунных фаз, еще иначе — *синодического*, по истечении которого Луна снова возвращается к тому же положению относительно Солнца, отмечается также и период, когда Луна, обойдя всё небо, возвращается к тому же положению относительно звёзд — *сидерический*, или звёздный, месяц. Быстрота перемещения Луны между звёздами всё время непрерывно меняется, и время между её возвращениями к точке наибольшей скорости и наибольшего приближения к Земле — к перигею — оказывается всегда несколько больше звёздного месяца (что можно объяснить тем, что самый перигей Луны имеет движение между звёздами, направленное в ту же сторону, куда движется Луна). Так был введён древними ещё один род месяца — от перигея к перигею, — получивший название *аномалистического*. Наконец, в течение каждого месяца Луна дважды пересекает тот большой круг небесной сферы, на который отображается видимое перемещение Солнца между звёздами — эклиптику; однако промежуток времени между двумя пересечениями эклиптики Луной в одном и том же направлении оказывается короче звёздного месяца: самые точки, в которых Луна пересекает эклиптику, — так называемые *узлы*, — отстают от Луны, перемещаясь между звёздами в сторону, обратную её движению; так создаётся понятие ещё одного месяца; греки называли его *возвращением по широте*.[3]

Казалось бы, нет никакой надежды связать эти четыре периода достаточно простыми целочисленными соотношениями. Однако мы читаем у Птоломея: «Древнейшие математики нашли из наблюдения лунных затмений, что за промежуток в $6585^1/_3$ дня заканчивается приблизительно 223 синодических месяца, 239 аномалистических, 242 возвращения по широте, 241 возвращение по долготе и сверх того $10^2/_3°$, которые Солнце прошло за то же время сверх своих 18 оборотов, считая их по отношению к неподвижным звёздам; и они назвали этот промежуток времени периодом (χρόνον περιοδικόν), так как после него все эти движения возвращаются к исходному положению».[4]

Кто были те древнейшие математики, которым удалось получить столь поразительные результаты, Птоломей нам не сообщает; они проходят у него под общим названием халдеев (χαλδαῖοι); поимённо он называет только своего великого предшественника Гиппарха и говорит про него:

«Но Гиппарх уже показал, пользуясь наблюдениями халдеев и своими собственными, что эти числа не являются достаточно точными. Действительно, он доказывает, что наименьшее число дней, после которого затмения повторяются через одинаковое число месяцев и при одинаковых движениях, равно 126 007 дням и одному равноденственному часу; он находит в нём 4267 полных синодических месяца, 4573 возвращения аномалии, 4612 возвращений по долготе, без $7^1/_2^\circ$, которых недостает Солнцу, чтобы закончить 345 оборотов по отношению к неподвижным звёздам»; он же нашёл далее, что в «5458 месяцев происходит 5923 возвращения Луны по широте».[5]

У нас нет оснований развивать здесь все численные соотношения, вытекающие из 345-летнего цикла Гиппарха; скажем только, что выводимая из него продолжительность аномалистического, драконического и синодического месяцев отличается лишь на немногие доли секунды от тех значений которыми пользуются теперь астрономы, накопив наблюдения ещё за 21 столетие. Но определим здесь же величину трёх параметров, играющих важнейшую роль во всех динамических лунных теориях, начиная с ньютоновой; пусть n, n_1, n_2, n' означают соответственно средние суточные движения лунной долготы, её перигея, её узла и долготы Солнца, считая их по отношению к неподвижным звёздам.

Положим:

$$\frac{n'}{n}=m;\quad \frac{n_1}{n}=1-c;\quad \frac{n_2}{n}=1-g$$

(обозначения $1-c$ и $1-g$ приняты со времён Лапласа); с данными Гиппарха находим:

$$\begin{aligned} m&=1-\frac{4267}{4612-7^1/_2/360}=0{,}074801,\\ 1-c&=1-\frac{4573}{4267}(1-m)=0{,}008452,\\ 1-g&=1-\frac{5923}{5458}(1-m)=-0{,}004023 \end{aligned} \qquad (1)$$

(знак минус указывает, что движение узла направлено обратно движению Луны); обозначая теперь через T_1 и T_2 периоды обращения перигея и узла, получаем, вводя длину звёздного месяца $t_1=\frac{2\pi}{n}$,

$$T_1=\frac{2\pi}{n(1-c)}=\frac{27{,}32166}{0{,}008452}=3232 \text{ дня}=8{,}85 \text{ юл. лет},$$

$$T_2=\frac{2\pi}{n(g-1)}=\frac{27{,}32166}{0{,}004023}=6791 \text{ дня}=18{,}59 \text{ юл. лет}.$$

По современным теориям $T_1=3232{,}38$ дня и $T_2=6794{,}4$ дня,[6] так что точность чисел Гиппарха и тут весьма велика.

Разумеется, нам важны здесь не только эти численные значения основных параметров, но и взятый сам по себе тот фундаментальный результат, к которому пришла древняя наука, доказав наличие у Луны определённых средних движений. Эти движения составляют как бы тот фон, на основе которого развивается наблюдаемое единое, неравномерное движение Луны. Грандиозная абстракция древних позволила им раз навсегда построить тот костяк движения, над которым периодически возникают и исчезают его уклонения от равно-

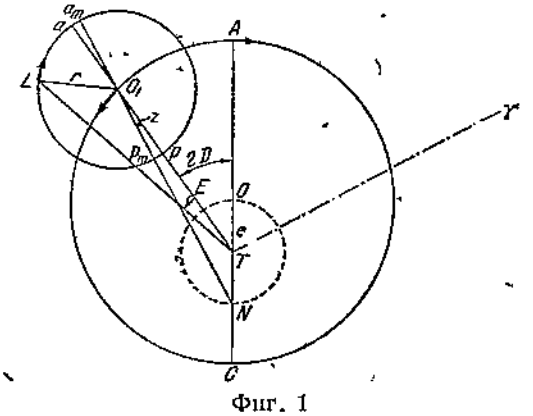
мерности; и эта концепция особенно важна именно для теории Луны, у которой эти уклонения, эти *неравенства* движения особенно велики. Ещё более поразительно, что, как выяснилось через много столетий, динамическая теория Луны не нуждается ни в каких других равномерно нарастающих углах, кроме тех четырёх, которые с таким дивным искусством вавилонская и греческая наука извлекли из наблюдений Луны.[7]

2. Птоломей; первое и второе неравенства

Выделение неравенств движения Луны началось уже в Вавилоне; здесь истинная, т. е. наблюдаемая, долгота Луны определялась по схеме:

$$\lambda = \lambda_0 + nt + E,$$

где $\lambda_0 + nt$ — средняя долгота, равномерно растущая от момента $t = 0$; E — неравенство долготы, зависящее от расстояния Луны от перигея, т. е. от её аномалии.[8] Гиппарх и Птоломей[9] пошли значительно дальше и дали для определения E стройные кинематические модели; конструкция Птоломея для нас существенна, и мы приведём её, опуская лишь некоторые детали. Мы допустим, что движение Луны происходит в плоскости эклиптики, отвлекаясь таким образом от наклона лунной орбиты, который тот же изумительный Гиппарх («муж трудолюбец и поклонник истины», как его называет Птоломей[10]) определил в 5°, с ошибкой всего в 8′ против его действительного (среднего) значения. Итак, пусть окружность с центром O есть «деферент» (фиг. 1). Земля T находится вне его центра, так что деферент есть в то же время и эксцентр; C — перигей эксцентра, A — его апогей, диаметр AC — линия апсид эксцентра,[11] OT — эксцентриситет; направление $T\Upsilon$ — начало счёта долгот. Направление на Солнце в схеме непосредственно не участвует, но элонгация Луны от Солнца, которую будем обозначать через D, играет в ней важную роль. Кстати заметим, что когда $D = 0$ или $D = 180°$, т. е. Луна в новолунии или полнолунии, говорят, что она в *сизигиях* (схождениях с Солнцем); когда $D = \pm 90°$, т. е. Луна в первой или последней четверти, говорят, что она в *квадратурах*.



Фиг. 1

В схеме осуществляются четыре движения:

1. По эксцентру движется в прямом направлении (против часовой стрелки) точка O_1, центр эпицикла, притом так, что угол ΥTO_1 при точке T растёт пропорционально времени, с угловой скоростью, равной среднему суточному движению Луны по долготе;[12] поэтому во всякий момент времени будет

$$\Upsilon TO_1 = \lambda_0 + nt.$$

2. Линия апсид деферента AC вращается вокруг T в обратном направлении (по часовой стрелке), притом так, что угол O_1TA при точке T также растёт равномерно со средней скоростью, равной удвоенному среднему суточному

движению Луны по элонгации; при этом, по условию, когда Луна в сизигиях ($D = 0$ или $180°$), точки O_1 и A совпадают; поэтому во всякий момент времени

$$O_1TA = 2D;$$

очевидно в сизигиях, т. е. дважды в синодический месяц, центр эпицикла проходит через подвижный апогей эксцентра; когда Луна в квадратурах, $O_1TA = O_1OA = 180°$, и центр эпицикла проходит дважды в месяц через перигей эксцентра.

3. По эпициклу движется в обратном направлении точка L, изображающая Луну; угловая скорость её равна среднему суточному движению Луны по аномалии; началом отсчёта средних аномалий по эпициклу древние принимали «средний апогей Луны» a_m (он же средний апогей эпицикла); в данной конструкции a_m лежит на продолжении прямой NO_1, причём положение точки N на линии апсид эксцентра определяется условием $NT = TO$.

4. На ряду со средним апогеем a_m (и средним перигеем p_m), Птоломей вводит «истинный апогей» Луны a (и перигей p), лежащие на эпицикле, на продолжении прямой TO_1; при движении эпицикла по эксцентру точки a и p несколько смещаются на эпицикле в ту и в другую сторону от их средних положений (в конструкции Птоломея не больше как на $\pm$ 13°);[13] в этом состоит последнее, четвёртое, движение в данной схеме.

Для того чтобы использовать всю эту кинематику, требуется прежде всего задать для некоторого начального момента среднюю долготу Луны λ_0, её среднюю аномалию l_0, среднюю элонгацию Луны D и их суточные движения; но нас интересуют здесь не столько эти элементы, сколько конструктивные постоянные схемы, именно: эксцентриситет деферента $e = OT = TN$ и радиус эпицикла $r = O_1L$, выраженные, разумеется, в частях радиуса эксцентра AO. Получение этих параметров из наблюдений — фактически из наблюдения лунных затмений — составляет особую главу истории астрономии; мы проходим мимо неё и приводим лишь результат Птоломея, записанный в его обычной вавилонской манере счёта:[14]

$$AT = 60^p; \quad OT = 10^p\,19'; \quad O_1L = 5^p\,15',$$

или в десятичном счислении:

$$e = \frac{OT}{AO} = \frac{10^p\,19'}{49^p\,41'} = \frac{619}{2981} = 0{,}20765, \qquad (2)$$

$$r = \frac{O_1L}{AO} = \frac{5^p 15'}{49^p 41'} = \frac{315}{2981} = 0{,}10567.$$

Обращаясь теперь к фиг. 1, повторяем и вводим обозначения:

$O_1T\Upsilon = \lambda_0 + nt$ — средняя долгота Луны,
$LTO_1 = E$ — неравенство долготы,
$LT\Upsilon = \lambda = \lambda_0 + nt + E$ — истинная долгота,
$p_mO_1L = l$ — средняя аномалия Луны,[15]
$pO_1p_m = z$ — неравенство аномалии,
$pO_1L = l + z$ — уравненная аномалия,
$O_1TA = 2D$ — удвоенная элонгация Луны,
$O_1T = \rho$ — переменный радиус-вектор центра эпицикла.

Средние углы $\lambda_0 + nt$, l и $2D$ считаются известными для данного момента времени; поэтому задача вычисления истинной долготы λ сводится к нахож-

дению неравенства E; эта задача решается, как легко видеть на фиг. 1, совокупностью формул

$$\rho = e\cos 2D \pm \sqrt{1 - e^2 \sin^2 2D},$$

$$\operatorname{tg} z = \frac{\frac{e}{\rho}\sin 2D}{1 + \frac{e}{\rho}\cos 2D}, \qquad (3)$$

$$\operatorname{tg} E = \frac{\frac{r}{\rho}\sin(l+z)}{1 - \frac{r}{\rho}\cos(l+z)}.$$

Обе последние формулы относятся к весьма частым в астрономии формулам «типа параллакса»[16] и допускают известные разложения в ряды; в данном случае, где можно ограничиться точностью порядка 10′ (дальше которой древние в своих наблюдениях не могли итти), пренебрегаем всеми членами четвёртого и некоторыми членами третьего порядка в отношении r и e и находим:

$$E = r' \sin e + r'l \sin(2D - l) + \frac{1}{2} r^2 \sin 2l, \qquad (4)$$

где

$$r' = r\left(1 + \frac{3}{4} e^2\right);$$

подставляя в (4) значения параметров (2) по Птоломею, получаем:

$$E = 6°15' \sin l + 1°18' \sin(2D - l) + 19' \sin 2l. \qquad (5)$$

К этой короткой формуле и сводится вся древняя теория Луны в отношении её долготы; но эта теория оказывается *великолепной*, так как современное разложение для E, — сохраняя в нём, разумеется, только члены с теми же аргументами, — гласит:

$$E = 6°17',3 \sin l + 1°16',4 \sin(2D - l) + 13°,0 \sin l. \qquad (6)$$

Согласие настолько замечательное, что его можно в известной мере считать делом случая;[17] нам важнее теперь сосредоточить внимание на каждом из членов этих формул в отдельности.

Первый из них носит название *главного эллиптического неравенства*; период его аргумента есть средний аномалистический месяц (27,55 дня); его амплитуда является одной из произвольных постоянных в динамической теории Луны и определяется только из наблюдений; третий член в (5) тоже относится к эллиптическим.

Второй член, с аргументом $2D - l$, как мы увидим ниже, имеет небесно-механическое происхождение: в нём отображается существенная часть возмущающего действия Солнца на движение Земли вокруг Луны (здесь уже начинает становиться понятной задача, поставленная Петербургской Академией!). В XVII в. это неравенство получило название *эвекции*;[18] его амплитуда, разумеется, к числу произвольных постоянных лунной теории не относится; период его равен 31,85 дня; можно было бы назвать этот период «птоломеевым месяцем».[19]

Вернёмся теперь к (5) и рассмотрим два частных случая.

а) Луна в новолуний или полнолуний, иначе говоря, в сизигиях, так что $D = 0$ или 180°; пусть λ' есть средняя долгота Солнца в момент этой сизигии; следовательно, истинная долгота Луны будет

$$\lambda = \lambda' \pm E \text{ или } \lambda = \lambda' + 180° + E,$$

так что, определяя E по (5), получаем

$$\lambda \text{ (или } \lambda - 180°) = \lambda' + 4°57' \sin l + 19' \sin 2l, \qquad (7)$$

где l — средняя аномалия Луны в момент этой сизигии.

В таком виде неравенство, налагающееся в сизигиях на среднее движение Луны, было раскрыто Гиппархом из наблюдения лунных затмений. Это неравенство получило у древних название *простого* или *первого*.

б) Луна в первой или последней четверти, т. е. в квадратурах, $D = \pm 90°$; если λ' есть средняя долгота Солнца в момент этой квадратуры, то истинная долгота Луны будет

$$\lambda = \lambda' \pm 90° + E$$

и потому, на основании той же формулы (5),

$$\lambda = \lambda' \pm 90° + 7°33' \sin l + 19' \sin 2l, \qquad (8)$$

где l — средняя аномалия Луны в момент данной квадратуры.

Сопоставляя (7) и (8), заключаем, что при переходе Луны от сизигии к квадратуре и затем к следующей сизигии, т. е. дважды в синодический месяц, амплитуда первого неравенства сначала увеличивается и затем уменьшается на 2°36′, причём эти изменения амплитуды не зависят от положения перигея Луны. Птоломей, сделавший это замечательное открытие (которого, как замечает не очень расположенный к нему Делямбр, достаточно, чтобы «поставить его в первые ряды астрономов»[20]), понимал это полумесячное колебание амплитуды первого неравенства как *второе* неравенство в движении Луны; и это вполне соответствует содержанию формулы (5), так как она может быть написана в виде

$$E = 4°57' \sin l + 2°36' \sin D \cos (D - l) + 19' \sin 2l. \qquad (9)$$

Таким образом, первое и второе неравенства являются только отображениями главного эллиптического неравенства и эвекции в сизигиях и в квадратурах: в первом случае их амплитуды 6° 15′ и 1° 18′ вычитаются, во втором — складываются; но, разумеется, обратный переход невозможен, и из обеих «древних» формул (7) и (8) «современная» формула (5) не выводится: конструкция Птоломея даёт несколько больше того, что могли извлечь из неё древние астрономы,[21] именно непосредственное выделение аргумента эвекции $2D - l$.

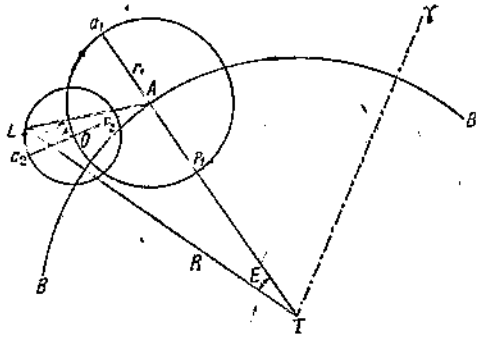
3. Эпициклическая кинематика Коперника

Глубочайший переворот всего миропонимания, связанный с именем великого польского астронома, не затрагивает теории движения Луны; как до, так и после Коперника не возникает сомнения в том, что Луна обращается вокруг Земли как центрального тела; говорить о гелиоцентрической системе мира здесь не приходится. Но автор «De Revolutionibus Orbium Coelestium» усматривал два существенных недостатка в птоломеевой теории движения Луны. Первый из них он раскрывал с философских, второй с астрономических позиций.

Действительно, у Птоломея центр эпицикла движется по эксцентру с неравномерной скоростью, и апогей эпицикла колеблется вокруг некоторого среднего положения. Коперник, верный в этом направлении традициям Платона и Аристотеля, не может оставить подобных гипотез в астрономии; движения небесных тел, по его убеждению, — круговые и равномерные, либо слагаются только из таковых. «Неравномерные движения, — говорит он, — под-

чинены определённым периодам; но это было бы невозможно, если бы эти движения не были круговыми; только на круге восстанавливается то, что уже было однажды».[22] Таково его первое возражение; второе касается расстояний Луны от Земли в птоломеевой схеме; в самом деле, наибольшее её расстояние, по Птолемею, имеет место, когда Луна в сизигиях, в апогее эксцентра и эпицикла; оно равно тогда $1+e+r=1{,}31$; наименьшее — в квадратурах, в перигее эксцентра и эпицикла ($1-e-r=0{,}69$) их отношение равно 1,9. Однако на памяти людей никто никогда не видал, чтобы угловой диаметр Луны почти удваивался; в этом отношении схема Птоломея была просто неверна.[23]

Нужно ли было по обоим этим основаниям отбросить всё учение Птоломея? Нет, Коперник в простом и изящном решении показал, что оно допускает существенное улучшение.[24] Пусть (фиг. 2) земля T находится в центре деферента BB; по этому кругу движения в прямом направлении точка A — центр первого эпицикла; её угловая скорость равна среднему движению Луны по долготе, так что во всякий момент средняя долгота Луны $\lambda_0+nt=AT\Upsilon$; по первому эпициклу движется точка O — центр второго эпицикла;[25] движение центра O обратное (по часовой стрелке), и его угловая скорость равна среднему движению Луны по аномалии; таким образом, средняя аномалия Луны отсчитывается здесь по первому эпициклу и выражается углом при центре A; началом счёта этого угла берём (по современной манере) перигей первого эпицикла p_1. По второму эпициклу движется в прямом направлении точка L, изображающая Луну; её угловая скорость равна удвоенной скорости элонгации Луны от Солнца, так что угол при центре O равен $2D$; он отсчитывается от OA в сторону движения L; при этом вводится следующее условие: когда Луна в сизигиях ($D=0$ или $D=180°$), точка L проходит через p_2, т. е. через ближайшую к A вершину диаметра второго эпицикла; когда же Луна в квадратурах ($D=\pm 90°$), точка L проходит через дальнюю вершину этого диаметра a_2; очевидно, в течение синодического месяца L дважды обходит второй эпицикл.



Фиг. 2

Пусть r_1 и r_2 — радиусы обоих эпициклов, ρ — радиус-вектор Луны относительно центра A, R — её радиус-вектор относительно Земли; из фиг. 2

$$\Upsilon TA=\lambda_0+nt;\quad p_1AO=l;\quad LOA=2D;$$
$$OAL=z;\quad ATL=E.$$

Неравенство долготы E, как легко видеть, вычисляется здесь по совокупности формул, вполне аналогичных формулам (3), именно:

$$\operatorname{tg} z=\frac{\frac{r_2}{r_1}\sin 2D}{1-\frac{r_2}{r_1}\cos 2D},$$
$$\rho^2=r_1^2+r_2^2-2r_1r_2\cos 2D, \qquad (10)$$
$$\operatorname{tg} E=\frac{\rho\sin(l+z)}{1-\rho\cos(l+z)}.$$

Значения параметров r_1 и r_2 получены Коперником частью из его собственных наблюдений лунных затмений, частью из данных Птоломея. Он нашёл [26]

$$r_1 = 0{,}1097; \quad r_2 = 0{,}0237 \text{ при } TA = 1. \tag{11}$$

Разложение (10) в ряд даёт здесь, в пределах требуемой точности:

$$E = r_1 \sin l + r_2 \sin (2D - l) + \frac{r_1^2}{2} \sin 2l, \tag{12}$$

или, подставляя значения обоих параметров r_1 и r_2,

$$E = 6°17' \sin l + 1°21' \sin (2D - l) + 21' \sin 2l. \tag{13}$$

Полученное выражение неравенства достаточно близко к формуле Птоломея (5), что и обнаруживает эквивалентность обоих решений; но Коперник, введя вместо эксцентрического круга второй эпицикл, достиг несомненного упрощения всей конструкции. Проблема расстояний тоже решалась в его схеме значительно лучше, чем у Птоломея; согласно условию, наложенному на движение точки L, находим для перигея и апогея ($l = 0$ и 180°):

перигей, при сизигии, $TL = 1 - r_1 - r_2 = 0{,}867$,

апогей, при квадратуре, $TL = 1 + r_1 + r_2 = 1{,}133$.

Отношение этих крайних расстояний есть 1,30 (в действительности оно равно 1,17); к тому же, Коперник пользуется уже очень хорошим значением ещё одной произвольной постоянной всех будущих лунных теорий, получаемой непосредственно из наблюдений; мы имеем в виду постоянную лунного параллакса, иными словами, среднее расстояние Земля — Луна, выраженное в единицах радиуса Земли. По Копернику, крайние значения этого расстояния[27] равны $68\frac{1}{3}$ и $52\frac{17}{60}$ земных радиуса; среднее между ними есть 60,308, и тогда, по определению параллакса p будет:

$$\sin p = 1 : 60{,}308;$$

отсюда $p = 57'0''$ с ошибкой всего лишь в $2''7$ против действительной величины (по современным определениям $p = 57'2''{,}7$).

Значение теории Коперника (в дальнейшие детали которой мы входить не будем) для истории науки весьма велико. Но здесь надо отличать, разумеется, эпициклическую конструкцию как таковую от того математического выражения, к которому она приводит и согласно которому неравенства лунной долготы представляются в виде суммы периодических синусоидальных членов. С этой стороны теория Коперника подходит к самой сущности лунной проблемы и даёт нам ту «форму познания» лунного движения, от которой астрономия в дальнейшем уже не отойдёт. Более того, как только появится теория тяготения, а с нею и динамические теории движения Луны, их главной задачей будет именно обоснование каждого отдельного неравенства, каждого синусоидального члена, вскрытого наблюдениями в выражении лунной долготы. Напротив того, кинематические модели, из которых вылились эти разложения и которые составляют самую основу древней «теории эпициклов», очень быстро должны будут отступить на далёкий план: в самом деле, уже на примерах теорий Птоломея и Коперника видны зачатки той фатальной болезни, которую носила в себе эта теория: на совершенно различных моделях Птоломей и Коперник дали приблизительно одинаково удовлетворительное представление движений Луны по долготе, но существенно различное представление изменений её расстояния от Земли. Так, у Птоломея наибольшее расстояние Луны всегда в сизигиях, у

Коперника всегда в квадратурах; разумеется, ни то, ни другое не верно; но и в самом деле, от эпициклического механизма нельзя требовать ничего иного, как воспроизведения определённой совокупности угловых скоростей. Поэтому, если, нагромождая эпициклы, и было бы возможно представить некоторый комплекс уже выделенных неравенств движения Луны по небесной сфере, то во всяком случае оказалось бы невозможным однозначно решить с их помощью проблему изменения расстояний Луны от Земли. Поэтому, как только Кеплер поставил перед астрономией задачу охватить движения небесных тел во всей их не только временной, но и пространственной реальности, схема эпициклических механизмов оказалась для этого принципиально непригодной и безвозвратно отошла в музей истории.

4. Открытия Тихо Браге. Итоги

Только через 14 с половиной столетий после Птоломея в лунную теорию был внесён новый и весьма существенный материал; его дал Тихо Браге (1546—1601), этот «феникс астрономов», как называл его Кеплер. Имея в своем распоряжении обширный ряд наблюдений Луны, произведённых с небывалой до того времени точностью (до $\pm$ 0′,5), Тихо обнаружил, что наблюдённое место Луны значительно уклоняется от теории Птоломея — Коперника, когда Луна проходит половину дуги между сизигиями и квадратурами; амплитуду этого третьего неравенства Тихо определил в 40′,5 и с огромной интуицией ввёл его непосредственно [28] в выражение для E, в виде члена

$$40',5 \sin 2D. \qquad (14)$$

Третье неравенство, исчезающее в сизигиях и квадратурах, естественно, не могло быть обнаружено из наблюдения лунных затмений; [29] оно достигает численного максимума в так называемых октантах, т. е. при $D = \pm 45°$ и $\pm 135°$. Это и есть знаменитая *вариация* Луны, играющая, как мы увидим, значительную роль в лунной теории Ньютона; она же послужила истоком новых методов небесной механики у Хилла и явилась прообразом периодических орбит Пуанкаре. Современное (теоретическое) значение коэффициента вариации есть 39′30″.

Помимо третьего неравенства, Тихо нашёл ещё четвёртое, так называемое *годичное* неравенство Луны; он обнаружил, что долгота Луны меньше теоретической, пока Земля движется от перигелия к афелию её орбиты (январь — июль), и больше теоретической в течение следующих шести месяцев; действие этого неравенства на долготу, по Тихо Браге, составляет $-4',5 \sin l'$, где l' — средняя аномалия Солнца (считаемая от перигелия, через который Земля проходит 1-2 января). Примерно в те же годы (1598—1600) Кеплер, независимо от Тихо, улучшил амплитуду годичного неравенства, дав для неё значение — 11′,0 (современная теоретическая величина есть — 11′ 10″,30). Впрочем и Тихо Браге и Кеплер понимали это неравенство как поправку к моменту наблюдения Луны, и только Флэмстид уже во времена Ньютона ввёл его непосредственно в её долготу. На четвёртом неравенстве фактически и закончился процесс их эмпирического выделения из наблюдений, в до-ньютоновой астрономии.

От Тихо Браге ведёт своё начало и более точная теория движения Луны по её второй полярной координате, т. е. по широте: в этом направлении и Птоломей и Коперник знали только то, что орбита Луны наклонена к эклиптике под углом в 5° и что линия пересечения этой орбиты с плоскостью эклиптики (линия узлов), проходя через Землю, непрерывно отступает с постоянной угловой скоростью и совершает свой оборот в 6791 день (см. стр. 163). Но Тихо сделал здесь следующие удивительные открытия: прежде всего, наклонность лунной

орбиты к эклиптике не остаётся постоянной: её среднее значение равно 5°8′, но оно уклоняется на ± 9′,5 от среднего, так что предельные значения наклонности равны 5°17′,5 и 4°58′,5; первого из них наклонность достигает, когда направления от Земли на Солнце и на лунный узел совпадают (узлы в сизигиях), второго — когда они взаимно перпендикулярны (узлы в квадратах); таким образом, период этого колебания равен половине промежутка между двумя соединениями Солнца с одним и тем же лунным узлом (так называемый «драконический год», равный 346,64 дням). Далее, из наблюдений обнаружилось, что и самое движение узлов неравномерное: вращение полюса лунной орбиты вокруг его среднего места вызывает колебание линии узлов вокруг её среднего положения; это неравенство также проходит свой цикл в течение половины драконического года, т. е. в 173,32 дня. Амплитуда колебания узлов была определена Тихо Браге в 1°46′; действие его сводится к тому, что узлы, отступая по эклиптике, уходят вперёд от их среднего места между сизигией и квадратурой и остаются позади его между квадратурой и следующей сизигией. При лунных затмениях Луна проходит через узел и находится в противостоянии с Солнцем; расстояние Солнца от лунного узла обращается тогда в 0 или 180°, неравенство узлов обращается в нуль: вот почему древние, строившие лунную теорию на наблюдениях лунных затмений, вовсе не могли обнаружить этого колебания узлов.

Из открытий Тихо Браге следовало, что движение Луны по широте отнюдь не так просто, каким его изображали и Коперник и Птоломей; на этом движении также обнаруживается некоторое своеобразное неравенство. Не входя в подробности, сопоставим лишь основные формулы. Таблицы для лунной широты (которую обозначим через β) построены у Птоломея и у Коперника по простейшей формуле

$$\beta = 5° \sin u, \tag{15}$$

где u — угловое расстояние Луны от её восходящего узла (так называемый «аргумент широты»); но по теории Тихо Браге

$$\beta = 5°8′ \sin u + 9′,5 \sin (u - 2D'); \tag{16}$$

здесь D' — угловое расстояние между Солнцем и восходящим узлом лунной орбиты; второй член в (16) и даёт главное неравенство лунной широты, раскрытое Тихо Браге. Оно получило название *эвекции по широте*; происхождение этого названия станет ясным, если преобразовать выражение аргумента $(u - 2D')$. Пусть θ — долгота восходящего узла Луны, λ и λ' — долготы Луны и Солнца; тогда

$$u - 2D' = \lambda - \theta - 2\lambda' + 2\theta = 2(\lambda - \lambda') - (\lambda - \theta); \tag{17}$$

но с достаточным здесь приближением можно заменить $\lambda - \lambda'$ его средним значением, т. е. средней элонгацией Луны D, а угол $\lambda - \theta$ — средним угловым расстоянием Луны от её восходящего узла; это последнее будем обозначать через F; тогда

$$u - 2D' = 2D - F,$$

и неравенство широты принимает форму

$$\delta\beta = 9′,5 \sin (2D - F). \tag{18}$$

Теперь бросается в глаза аналогия в структуре его аргумента $2D - F$ с аргументом эвекции по долготе $2D - l$; отсюда тождественность названий самих неравенств.

Период эвекции по широте равен 32,36 дня; действительное значение её амплитуды есть 10′42″. Заметим, что других неравенств широты до появления ньютоновых «Начал» известно не было; на открытиях Тихо Браге заканчивается, в основном, накопление и обработка наблюдательного материала за длинный ряд веков, предшествующих появлению теории тяготения.

Однако этот материал уже достаточно разнообразен и велик, и здесь уместно подвести его общие итоги. Прежде всего было установлено наличие средних движений Луны по отношению к звёздам, к её перигею и к узлу; из них выведены с очень большой точностью движения лунного перигея и лунных узлов. Далее, были раскрыты основные неравенства движения Луны по долготе (эллиптическое, эвекция, вариация и годичное) и по широте (эвекция). Наконец, еще древним было известно значительное неравенство в движении перигея (угол z в конструкции Птоломея, фиг. 1; величина его может доходить до 13°); из наблюдений было также обнаружено колебание лунной наклонности и неравенство узлов с амплитудой в 1°46′.

Такова была разнообразная совокупность фактов, которой обладала астрономия к началу XVII в. в отношении Луны; и эти данные были тем более замечательны, что в смежной области, в планетной астрономии, аналогичные явления или вовсе не наблюдались, или же не выявлялись столь интенсивно и рельефно, как у Луны; неравенства планетного движения, после того как Коперник снял с них отражение движения Земли, имели значительно меньшие амплитуды, чем неравенства Луны; и если намечались движения узлов и перигелиев, то они и в отдалённой степени не обладали быстротой обращения лунного перигея и узла.

При этих условиях перед астрономией XVII в. назревала великая и сложная проблема: надлежало решить, возможно ли связать в едином объяснении, в одной и той же теории всё разнообразие движений, наблюдённых у Луны и планет, всю совокупность их неравенств; наконец, установить зависимость движения лунного узла и перигея от прочих элементов движения Луны.

Но в то же самое время, все те построения, которыми пользовалась астрономическая мысль от Гиппарха и до Тихо Браге, были не чем иным, как отдельными, не связанными друг с другом кинематическими схемами, различными для Луны и не одинаковыми даже для всех планет, схемами, не дававшими к тому же и однозначного представления движений; наконец, громоздкость этих схем ставила под вопрос — по мере расширения наблюдательного материала — целесообразность их дальнейшего развития. Раскрывавшаяся в наблюдениях действительность перерастала приготовленные для неё формы; повидимому, теперь предстояло либо вовсе отказаться от рационального познания небесных движений, либо требовалось искать его на новых, неизведанных путях.

5. Кеплер, Галилей и Ньютон

Первая и притом важнейшая для истории науки попытка рассматривать явления с новой точки зрения принадлежит Кеплеру; уже самое название одного из его крупнейших трудов содержит многозначительные слова: «Astronomia Nova seu Physica Coelestis».[31]

В отличие от своих великих предшественников, Кеплер ставит и решает в ней новую задачу: найти действительную орбиту планеты в пространстве, связать друг с другом время движения, расстояния планеты от Солнца и угловые координаты, определяющие её положение на небесной сфере.

Каждый, кто знакомится теперь с простыми формулами эллиптического движения, неразрывно связанными с «законами Кеплера» и «уравнением Кеплера», воспринимает непосредственно ту окончательную форму, в которой Кеп-

лер нашёл решение задачи планетного движения; но нужно внимательное изучение «Astronomia Nova», чтобы отдать себе отчёт в том грандиозном вычислительном труде, в том изумительном упорстве, с которым Кеплер шёл к своей цели, отбрасывая постепенно одну за другой классические схемы планетного движения, строя новые гипотезы, заменяя их другими, пока, наконец, истина не раскрылась перед ним в её величии и простоте. «Первая моя ошибка, — говорит он, — состояла в том, что я считал орбиту планеты совершенной окружностью, и эта ошибка оказалась тем более злостным вором моего времени, что она была основана на авторитете всех философов, и в своем роде наиболее соответствовала метафизике».[32] Дерзновение Кеплера, впервые отказавшегося в планетных теориях от круга и заменившего его сначала на овал, затем на эллипс, действительно не имеет прецедента в истории астрономии; к тому же, оно сочетается с другой, столь же необычной концепцией: движение планеты не есть хотя бы и упорядоченное, но самопроизвольное блуждание; оно происходит под действием, под влиянием некоторого внешнего агента. В этом состоит его физическое обоснование астрономии; и пусть оно для нас теперь во многом является причудливым, фантастическим, навеянным астрологией, тем не менее от него невозможно отвернуться, так как только с этих позиций, которые он называл физическими, Кеплер шёл на приступ великой проблемы и в конце концов нашёл её решение. Откуда же исходит то действие, которое планета испытывает в своем движении? Его источник — Солнце; в Солнце находится «движущая душа» всей планетной системы; Солнце обладает способностью «virtus» — действия; это действие ослабевает по мере удаления планеты, усиливается при её приближении: оно же влечёт планету по её орбите. В знаменитых 33 и 34 главах «Astronomia Nova» Кеплер устанавливает «шесть аксиом» планетного движения: «Первое, — что тело планеты по природе склонно к пребыванию в покое во всяком месте, где бы ни поместить его одиноким. Второе, — что тем действием, которое (исходит) из Солнца, оно перемещается с места на место по всему кругу зодиака. Третье, — что если бы не менялось расстояние планеты от Солнца, то путь свой она проходила бы, после такого преобразования его, с постоянной скоростью. Четвёртое, — если бы одна и та же планета поочерёдно обращалась вокруг Солнца на двух различных от него расстояниях, не изменяющихся во всё время её обращения, то периоды относились бы как квадраты расстояний или радиусов окружностей.[33] Пятое — действие, заключающееся в самом теле планеты, взятое само по себе и отдельно, не достаточно для переноса её тела с места на место. Шестое — тем не менее приближение планеты к Солнцу и её отступление от него происходят в силу свойств (virtus), которые присущи самой планете».[34]

В некоторых построениях Кеплер идёт значительно далее и наделяет планету способностью осознания (perceptio) её движения; например, мы читаем: «если установлено, что планета имеет ощущение (sensum) величины углов, то не будет ничего абсурдного, если мы по нашему человеческому образованию понятий (conceptu) скажем, что ей присуще и сознание синусов углов».[35] Впрочем, этим последним допущением Кеплер практически не пользуется; и иногда он сам же констатирует, как подобные «физические гипотезы» обращаются в дым (in fumos abeunt[36]).

Тем таинственным свойствам, носителями которых оказывается Солнце и планеты, Кеплер ищет аналога в явлениях земных; где можно найти им лучшее пояснение, как не в действиях магнитных сил? «Что если, — говорит он, — тела всех планет представляют собой огромные шарообразные магниты? Ведь относительно Земли это доказано Вильямом Гильбертом».[37] И этого соображения для него достаточно, чтобы построить всю схему эллиптических движений планет вокруг Солнца, помещая определённым образом их магнитные полюсы так, чтобы расположение магнитных осей планет, в связи с основным направлением магнитного истечения (effluvium) Солнца, могло привести к

осуществлению изменения расстояний планет от Солнца в различных частях их орбит.

В этой своеобразной космической схеме тяготение непосредственно не участвует; по Кеплеру, оно действует только между покоящимися телами, но при их движениях тяготение роли играть не может; вообще Кеплер не знает ещё радиального действия: Солнце увлекает планету по орбите силой его virtus promotoria, направленной всегда в сторону движения, т. е. по касательной к траектории. Тем не менее, всё, что говорит Кеплер о тяготении, заслуживает внимания; во введении к «Astronomia Nova» по этому вопросу развивается такое учение:

«Всякой телесной субстанции, поскольку она телесная, свойственно покоиться в любом месте, где бы ни поместить её в отдельности вне сферы действия (virtus) сродственного тела.

Тяготение есть взаимное телесное расположение (affectio) двух сродственных тел к объединению и соединению (каковым по природе вещей являются магнитные свойства), так что гораздо более Земля притягивает камень, чем камень стремится к Земле.

Тяжёлые тела (в особенности, если мы помещаем Землю в центре мира) не устремляются к центру мира как таковому, но как к центру сродственного шарообразного тела, именно Земли. Поэтому, где бы ни находилась Земля, или куда бы она ни переместилась по своей внутренней способности (facultas animalis), всегда к ней устремляются тяжёлые тела.

Если бы два камня были помещены вблизи друг от друга в каком-либо месте мира, вне круга действия третьего сродственного тела, то эти камни сошлись бы в промежуточной точке, причём каждый из них приблизился бы к другому на такое расстояние, каким является громада (moles) второго камня сравнительно с первым.

Если бы Земля и Луна не удерживались своей естественной силой (vi animali) или любой ей равнозначной каждая на своей орбите, то Земля приблизилась бы к Луне на $^1/_{54}$ часть расстояния, а Луна опустилась бы к Земле на остальные 53 части его, и здесь бы они соединились; всё это, однако, в предположении, что плотности и той и другой равны и одинаковы.

Если бы земля перестала притягивать свои воды, то все воды морей поднялись бы и втекли в тело Луны». [38]

Кто станет отрицать теперь, что в этих тезисах заложены в какой-то мере положения, которые вошли затем в стройную архитектонику ньютоновой динамики? Но самое существенное здесь то, что у Кеплера все эти положения создаются почти вне всякого контакта с опытом, они налагаются на природу как некоторые умозрительные выводы, как предпосылки будущих опытов вообще.

Итак, в области астрономического знания Кеплер своими эмпирически найдёнными законами планетных движений дал вечный и незыблемый фундамент динамической астрономии; но, когда он пытается раскрыть их внутренний смысл и их содержание, он беспомощен, и в его творчестве историк культуры найдёт напластование традиций, идущих от древней философии, от астрологии, от средневековой мистики; и в их толще то новое слово, которое Кеплер болезненно пытается принести миру — физическое обоснование планетных движений, — совершенно теряется и не пробивается наружу.

Наименьшего успеха достиг Кеплер, стремясь применить свои физические концепции к теории движения Луны; разумеется, её движение ему нужно было уложить в эллиптическую схему, которая так блестяще подошла к движению планет, ибо, не забудем, эллипсы возникли именно на почве кеплеровой физики. Но здесь неравенства движения Луны ставили непреодолимую преграду его попыткам. Уже совокупность первых двух — основного эллиптического и эвекции — ясно указывала, что эксцентриситет эллипса должен быть переменным; значит, нужно было осложнять физические схемы, вводя, например, эф-

фект действия солнечных лучей. Обо всём этом было бы излишне здесь говорить детально, и мы ограничимся указанием, что в поисках физической схемы для вариации Луны Кеплер только ухудшил величину коэффициента, найдённого Тихо Браге, и вместо 40′,5 вывел для него значение 51′. Таким образом, в лунных теориях заслуга Кеплера ограничивается в основном тем, что он независимо от Тихо Браге открыл годичное неравенство, о чём было сказано выше.

В то самое время как Кеплер раскрывал новую астрономию и представлял её современникам как бы овеянной целым миром его догадок и грёз, другой гений, за Альпами, закладывал основы рационального познания движений и прежде всего движений, происходящих на Земле. Г а л и л е ю принадлежит самый метод подхода к действительности путём наблюдения и опыта и вывода математических зависимостей, связывающих их отдельные элементы между собой. Говоря его словами: «Философия написана в той величественной книге, которая постоянно лежит открытой у нас перед глазами — я имею в виду Вселенную, — но которую невозможно понять, если не научиться предварительно её языку и не узнать те письмена, которыми она написана; её язык — язык математики, и эти письмена суть треугольники, окружности, без помощи которых в ней невозможно понять хотя бы единое слово; без них мы можем только кружиться по тёмному лабиринту».[39] И одну из крупнейших ошибок схоластиков Галилей видит в том, что «когда им приходят в голову различные опыты, с помощью которых было бы возможно подойти к свету истины, они вовсе не производят их в действительности, а считают их сделанными и допускают, что эти опыты говорят в пользу их умозаключений».[40] И Галилей, оставаясь величайшим реалистом и практиком своей эпохи, даёт механике её самые общие и ценные начала: принцип возможных перемещений, закон составного движения, закон относительности в динамике, законы равноускоренного движения и параболического движения тел, брошенных наклонно к горизонту, закон живых сил в прямолинейном движении. Как некогда Леонардо-да-Винчи, он мог бы сказать: «Le mecchaniche sono il paradiso delle scienze mathematiche» (механика есть рай среди математических наук). А в этом раю нет места кеплеровой фантастической физике; ей места нет и во Вселенной вообще: «Из всех людей, рассуждавших об этом замечательном явлении — о приливах и отливах моря, — больше всех удивляюсь я Кеплеру; будучи человеком свободного и острого ума и владея теорией движений, приписываемых Земле, он стал потом уделять внимание и соглашаться с мнением о влиянии (praedominium) Луны на воды, о скрытых качествах и подобных детских выдумках».[41] Вот почему величайшие открытия Кеплера — закон эллиптического движения планет, закон постоянства секториальной скорости и закон возрастания периодов оборота планет в полукубическом отношении их расстояний от Солнца (1609 и 1619) — для Галилея просто не существуют; несомненно, он читал соответствующие трактаты Кеплера («Astronomia Nova» и «Harmonices Mundi»), но он отгораживается от них: «мой метод рассуждения (il mio filosofare) решительно отличен от его метода; разумеется, может оказаться, что в наших работах об одних и тех же предметах — однако только в отношении движений небесных тел — мы могли встретиться в некоторых, хотя и немногих построениях,... но этого не обнаружится и в одной сотой части моих мыслей».[42] Галилей не допускает, таким образом, чтобы зёрна рационального знания могли существовать в окружении тех квазифизических концепций, в которые они облечены у Кеплера. И в этом отчасти трагизм его положения: когда он трактует о движениях небесных тел, когда он снова и снова, несмотря на все трудности и личные страдания, вступает в борьбу со схоластиками за коперниканскую истину, он не идёт далее самых элементарных построений, он закрывает глаза на неравенства планетных движений, он охватывает в своих схемах, допускавших только круговые движения, гораздо меньше фактического наблюдательного материала, чем их охватывали Гиппарх и Птоломей. И во многих очень

ответственных случаях его решения небесно-механических проблем являются не больше как механическими фантазиями. Так, к самому концу последнего, «Четвёртого дня» знаменитого «Диалога»[43] Галилей говорит, очевидно намекая на Кеплера, что «не только теория Марса, но и теория Луны излагались за последнее время совершенно новым образом, даже после того как Коперник существенно изменил теорию Птоломея». Но Луна в новолуниях ближе к Солнцу, чем в полнолуниях, следовательно, утверждает Галилей, скорость её должна быть в первом случае больше, чем во втором; и он сравнивает затем Солнце с точкой подвеса маятника, а Землю и Луну с двумя грузами, прикреплёнными к его стержню, причём у одного из них, изображающего Луну, расстояние от точки подвеса может изменяться. Но при этом должен изменяться период колебаний маятника; следовательно, заключает Галилей, Земля должна двигаться медленнее во время полнолуния, чем во время новолуния.[44] Так, с удивительной смелостью переносятся на Космос законы и соотношения, выведенные для явлений земных.

В том же «Диалоге», например, ставится вопрос о том, сколько времени продолжалось бы падение Луны на Землю, и Сальвиати, этот alter ego Галилея, с триумфом сообщает, что оно длилось бы очень недолго, всего 3 часа 22 мин. 4 сек.[45] Откуда это? Галилей применяет к падению Луны законы равноускоренного движения, т. е. в современных обозначениях формулу $t = \sqrt{2s/g}$; и хотя его результат лишён всякого значения, так как о постоянном ускорении на всём пути воображаемого падения Луны говорить не приходится, тем не менее на этот раз Галилей подходит к самой грани ньютонова учения о тяготении: ускорение от массы притягиваемого тела не зависит.

Другим примером галилеевой космической механики может служить его теория приливов, изложению которой посвящён Четвёртый день «Диалога». Вводить в действие притяжение Луны на воды океана Галилей, как мы уже знаем, не может: это значило бы итти вслед за Кеплером и, хуже того, за астрологией, которая именно в приливах видела основной пример воздействия небесных тел на земные явления и распространяла его, по аналогии, на многое и многое иное. Нет, Галилей для объяснения приливов строит свою собственную оригинальную теорию: движение вод океана объясняется просто их «раскачиванием», происходящим потому, что частица воды, участвуя во вращении Земли вокруг её оси и в её обращении вокруг Солнца, дважды в сутки меняет не только направление, но и величину составной скорости, следовательно, непрерывно подвергается ускорению. Нечего и говорить, что эта теория, при изложении которой Галилей высказывает, однако, множество глубоких гидромеханических соображений (о периоде собственных колебаний воды в бассейне, о явлениях резонанса и т. п.), оказалась совершенно несостоятельной, и зерно истины в этом случае было предугадано именно Кеплером.

Так, в первые десятилетия XVII в. Галилей и Кеплер создают новую науку; но они стоят на глубоко различных культурно-исторических позициях; непроходимая пропасть их разделяет; к середине столетия ничто ещё не предвещает возможного синтеза их учений. Как раз тогда на сцену выступает картезианство; но это была уже чистая химера. Правда, Декарт мыслил мир механически (допуская при этом существенные механические ошибки); но он вводил в него гипотетических агентов, ту «materia subtilis», которая своими разнообразными вихревыми движениями захватывает и увлекает планеты в их обращениях вокруг Солнца. И эта своеобразная теория фантомов, попирающая всякую реальность, господствовала над умами в течение десятилетий, быть может, «за неимением лучшего», как заметил Вольтер.[46]

К самому концу XVII в. на всём этом сложном и полном глубоких противоречий фоне мировоззрений и доктрин появляется теория тяготения. Для историка астрономии величие ньютоновой «Системы мира»[47] заключается прежде всего в том, что ею достигается то, что ещё так недавно представлялось прин-

ципиально невозможным: она перебрасывает мост между Галилеем и Кеплером. Та истина, которая была заложена в их открытиях, объединяется и запечатлевается в окончательных формулах. Но для того чтобы достичь этого, недостаточно было, на наш взгляд, даже и ньютонова математического гения; нужно было создать новую, особенную схему подхода к природе, при которой сделалось бы безразличным и окончательно отпало бы всё то тёмное, недоговорённое и неверное, что осложняло оба исходных учения.

Эта новая, принципиально отличная от всего прежнего точка зрения Ньютона и есть та, которая резюмируется в знаменитом заключительном аккорде его «Начал»:

«Все, что не выводится из наблюдений, следует называть *гипотезой*; гипотезам же, либо метафизическим, либо физическим, либо скрытых свойств, либо механическим, нет места в экспериментальной философии».

Почему величайший механик и физик ставит здесь физические и механические гипотезы на одну доску с метафизическими схемами и «скрытыми свойствами» науки схоластиков?

Не потому ли, что и то и другое уже было представлено миру Кеплером и Галилеем, не говоря уже о Декарте, и притом представлено так, что отсюда ничего кроме споров и неясностей не произошло?

Но далее этого быть не должно и не будет: как титан поднимается Ньютон над всем строем научной мысли своей эпохи и, опережая её примерно на 150 лет, излагает свою доктрину так, как это будут делать великие математики французской школы XIX в. в своих трактатах по небесной механике и математической физике.

С этих новых позиций самые задачи науки о Вселенной, о действующих в ней силах уже отнюдь не те, какими они были для Галилея или для Кеплера. Ньютон подчёркивает в «Началах», что он «исследует не виды сил и свойства их, а лишь их величины и математические соотношения между ними»;[48] что ряд понятий нужно рассматривать как математические, ибо здесь «не обсуждаются физические причины и свойства сил»;[49] что в его сочинении «мы занимаемся математикой, поэтому, оставив в стороне физические споры, будем пользоваться более обычными названиями для сил».[50]

Это подчёркнутое отмежеванье «Натуральной философии» от всяких физических предпосылок тем более естественно и исторически тем более оправдано, что «Система мира» строится на основе учения о притяжении, о тяготении тел; при этом несомненно, что некоторые элементы этого учения перешли к Ньютону от тех тезисов Кеплера, которые были нами приведены. Поэтому здесь действительно создавалось очень деликатное положение вещей; от тяготения к «скрытым свойствам» путь не особенно далёк. Это очень отчётливо высказал Лаплас: «Этот великий человек, — говорит он про Ньютона, — несомненно заслужил бы упрёк в том, что он восстанавливает «скрытые качества», если бы он удовлетворился тем, что приписал всемирному тяготению эллиптическое движение планет и комет, неравенства лунного движения, изменения как длины градусов меридиана, так и силы тяжести, предварение равноденствий, приливы и отливы моря, не показав связи своего принципа с этими явлениями».[51]

Но Ньютон выявил эту связь, и притом с такой грандиозной полнотой и силой, что и сейчас невозможно без изумления перелистывать заключительные страницы его «Начал». Одна за другой, всё из той же простейшей формулы, раскрываются гармонии движений небесных тел; планеты обращаются по эллипсам вокруг Солнца, спутники обращаются вокруг центральных тел, и все эти движения подчинены законам Кеплера, которые только теперь получают своё общее и единое обоснование: вырванные из кеплеровой мистики, они оказались включёнными в схему рационального знания; к тому же сила, которая вызывает все эти движения, действует не только в небесных пространствах

но и у самой поверхности Земли. Далее, здесь строится понятие силы, возмущающей кеплерово движение планет или спутников, и устанавливается, что все особенности движения Луны — её неравенства — могут и должны быть объяснены, если. помимо центральной силы притяжения Луны Землею, учесть ещё силу притяжения Луны Солнцем, которая и является возмущающей в этой «Задаче трёх тел». Воды океана подчинены тому же действию притяжения Солнца и Луны; теория приливов, объяснение приливов суточных и полусуточных, квадратурных и сизигийных, скрыты в формуле всемирного тяготения, а вовсе не в той теории колебаний океана, которую развивал Галилей. Прецессия — явление, загадочное для всех прежних астрономов, — выводится Ньютоном путём гениальной интуиции на основе схемы движения спутников и смещения узлов их орбит на орбите главного тела; изучается фигура Земли, предполагаемой вращающейся однородной жидкой массой, и выводится зависимость между её сжатием и отношением центробежной силы к силе тяжести на экваторе. Наконец, устанавливается, что и движения таинственных комет входят в общую схему закона притяжения, и в заключение Ньютон учит вычислять их параболические орбиты.

Никогда, ни до, ни после появления «Начал», совокупность проблем такого порядка не ставилась совместно перед мыслителем и никогда природа не раскрывала сразу столько своих тайн перед одним, хотя бы и гигантским усилием; но Ньютон, заканчивая на этом свою могучую «Систему мира», этот вечный источник гордости всего мыслящего человечества, считает необходимым только ещё раз подчеркнуть, что в рассмотрение физической сущности открытой им силы он входить не будет:

«Довольно того, что тяготение на самом деле существует и действует согласно изложенным нами законам, и вполне достаточно для объяснения всех движений небесных тел и моря»[52].

И только теперь, при свете совершенно новых теорий и доктрин, нам начинает раскрываться, насколько Ньютон был не только осторожен, но и прав, поставив вопрос о тяготении именно так, как это сделано в его «Системе мира».

6. Тяжесть и тяготение

Из всех своих открытий Ньютон считал особенно важными два, именно: вывод самой формулы закона тяготения и доказательство тождества между силой тяготения и силой тяжести на Земле.[53] Это знаменитое доказательство проводится у Ньютона путём вычисления центростремительного ускорения Луны в её обращении вокруг Земли; затем Ньютон уменьшает это ускорение пропорционально квадрату расстояния Луны от Земли, после чего оно оказывается равным ускорению силы тяжести у земной поверхности. «Итак, — заключает Ньютон, — сила, которою Луна удерживается на своей орбите, если её опустить до поверхности Земли, становится равной силе тяжести у нас, поэтому она и есть та самая сила, которую мы называем тяжестью или тяготением».[54]

Вычисление Ньютона воспроизведено в бесчисленных руководствах и учебниках. Но здесь мы несколько перестроим его, чтобы показать, как именно на этом выводе происходит объединение законов Галилея и Кеплера.[55]

Действительно, из элементов галилеевой динамики равноускоренного падения тел у земной поверхности легко вывести, какую скорость нужно сообщить любому тяжёлому телу, например камню, бросая его горизонтально, с тем, чтобы этот камень не упал на Землю, а продолжал обращаться вокруг неё

наподобие спутника. Пусть v эта скорость; мы найдем

$$v = \sqrt{gR}, \tag{19}$$

где R — радиус экватора, g — ускорение силы тяжести; разумеется, от всяких сопротивлений движению мы отвлекаемся и считаем Землю сферой радиуса R.

Период обращения этого воображаемого спутника Земли будет:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}, \tag{20}$$

так что, полагая $R = 6400$ км, $g = 9{,}80$ м/сек.^{2},

$$T = 5080 \text{ сек.} = 0{,}0588 \text{ дня.}$$

Но у Земли есть и действительный спутник — Луна; по третьему закону Кеплера периоды обращений спутников вокруг центрального тела возрастают в полукубическом отношении их расстояний от центрального тела, а расстояние Луны от центра Земли в 60 раз больше расстояния камня; следовательно, период обращения Луны должен быть равен

$$T_1 = T \cdot 60^{\frac{3}{2}} = 27{,}3 \text{ дня.}$$

Но этот период таким и является в действительности (по наблюдениям $T_1 = 27{,}321661$ дня); следовательно, движение камня, удерживаемого у земной поверхности галилеевой силой тяжести, в такой же мере подчиняется третьему закону Кеплера, как ему подчиняется Луна, удерживаемая в её орбите ньютоновой силой всемирного притяжения; следовательно, Луна, будучи опущена до поверхности Земли, стала бы обращаться вокруг неё со скоростью камня, а при этом и непрерывно падать на Землю с ускорением силы тяжести; значит, обе силы, галилеева — земная и ньютонова — космическая, действуют одинаково, значит, они тождественны между собой.

Приведённый расчёт произведён нами с грубым приближением; но представляет некоторый интерес провести его со всей точностью современной астрономии, тем более что численные данные, которыми пользовался Ньютон, теперь устарели и всё его вычисление имеет только историческое значение. Для точного вычисления мы должны, прежде всего, применить третий закон Кеплера в его так называемой «исправленной» форме, данной Ньютоном,[56] в которой учитывается движение обоих тел вокруг их общего центра тяжести. Пусть M — масса Земли, R — радиус её экватора, μ — масса Луны, f — постоянная тяготения, a_0 — среднее расстояние Земли от Луны. Полагая массу камня равной нулю, имеем: для камня

$$\frac{4\pi^2 R^3}{T^2} = fM, \tag{21}$$

для Луны

$$\frac{4\pi^2 a_0^3}{T_1^2} = f(M + \mu),$$

Следовательно,

$$T_1 = T\left(\frac{a_0}{R}\right)^{\frac{3}{2}}\left(1 + \frac{\mu}{M}\right)^{-\frac{1}{2}}, \tag{22}$$

или, в виду (20):

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}\left(\frac{a_0}{R}\right)^{\frac{3}{2}}\left(1 + \frac{\mu}{M}\right)^{-\frac{1}{2}}. \tag{23}$$

Для численных подстановок в формуле (23) используем следующие данные: а) по геодезии: $R = 637\,838\,800$ см,[57] б) по гравиметрии: ускорение силы тяжести на экваторе[58] g_0=978,049 см/сек.^{2}, в) по наблюдательной астрономии: средний параллакс Луны[59] $p = 57'2'',700$; г) по небесной механике: отношение массы Луны к массе Земли[60] $\mu/M = 1 : 81{,}53$ (оно выводится из наблюдений одновременно с определением солнечного параллакса).

Из данного значения p получаем, по определению параллакса:

$$\frac{a_0}{R} = \frac{1}{\sin p} = 60{,}26652. \qquad (24)$$

Однако мы не можем подставить в (23) ни этого значения $\frac{a_0}{R}$, ни приведенного выше значения g_0, и вот почему: законы Кеплера относятся к движению только двух тел, в данном же случае движение Луны возмущается третьим телом, Солнцем, и наблюдённый период её обращения T_1 есть, таким образом, «возмущённый». В небесной механике показано, однако, что уравнение Кеплера сохранит свой смысл и для Луны, если ввести в него, вместо $\frac{a_0}{R}$ величину[61]

$$\frac{a}{R} = \frac{a_0}{R}\left(1 + \frac{m^2}{6} - \frac{179}{288}\,m^4 + \frac{m^2 e'^2}{4} + \ldots\right), \qquad (25)$$

где m — основной параметр лунных динамических теорий, определённый из наблюдений ещё Гиппархом (стр. 163); e' — эксцентриситет земной орбиты;

$$m = 0{,}07480133; \quad e' = 0{,}016771;$$

таким образом,

$$\frac{a}{R} = \frac{a_0}{R} \cdot 1{,}00091346 = 60{,}32158. \qquad (26)$$

Наблюдённая величина ускорения силы тяжести на экваторе g_0 зависит не только от силы притяжения, развиваемой массой Земли, но и от центробежной силы, происходящей от её вращения; однако эта последняя не имеет никакого отношения ни к движению Луны, ни к движению камня, как только он отделяется от Земли. Наконец, на наблюдённой величине g_0 сказывается и влияние сжатия Земли; но на сжатой Земле притяжение зависит от широты, и потому круговая траектория камня возможна только в плоскости земного экватора. Чтобы освободиться от всех этих дополнительных условий, мы должны в (23) вместо g_0 подставить то значение ускорения γ, которое определяется формулой:

$$\gamma = \frac{fM}{R^2},$$

т. е. соответствует только притяжению Земли, предполагаемой притом точечной массой. Зависимость между γ и g_0 выводится в теории фигуры Земли. По формулам Дж. Дарвина[62] имеем

$$\gamma = 1{,}0018181\; g_0; \qquad (27)$$

здесь коэффициент есть функция сжатия Земли и отношения центробежной силы к силе тяжести на экваторе, включающая члены второго порядка относительно этих величин; эти параметры известны теперь настолько точно, что и коэффициент Дарвина можно считать числом точным. Таким образом:

$$\gamma = 979{,}827 \text{ см/сек}^2.$$

В виду всего сказанного (23) принимает вид

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\overline{R}}{\gamma}} \left(\frac{a}{R}\right)^{\frac{3}{2}} \left(1+\frac{\mu}{M}\right)^{-\frac{1}{2}}; \qquad (28)$$

производя вычисления, находим

$$T_1 = 5069{,}448 \cdot 60{,}32158^{\frac{3}{2}} \cdot 0{,}9939232 = 2\,360\,601 \text{ сек.}$$

Между тем, наблюдённое значение равно

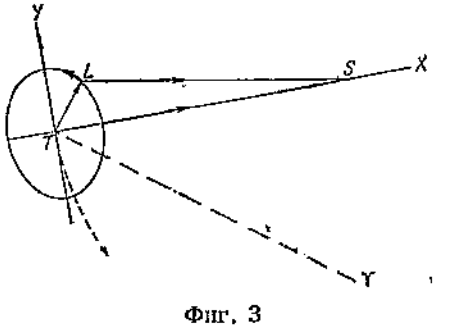
2 360 591,52 сек.

Итак, расхождение между вычисленным и наблюдённым значениями звёздного месяца получилось 9,5 сек.; его относительная величина равна $4 \cdot 10^{-6}$; но здесь необходимо учесть, что если бы мы увеличили постоянную лунного параллакса всего на $0''{,}01$ или взяли отношение масс Луны и Земли 81,47, вместо классического 81,53, то оба значения T_1 сошлись бы с точностью до 1 сек.; однако подобные отклонения обеих указанных величин лежат в пределах средних ошибок их определения из наблюдений, и потому более точный результат был бы здесь вообще нереален. Следовательно, нам остаётся только подчеркнуть, что данные, полученные из столь разнообразных по своей природе наблюдений и определений (геодезических, гравиметрических и астрономических), превосходно согласуются с теориями небесной механики, воздвигнутой на законах Галилея — Кеплера — Ньютона и имеющей в своей глубокой основе именно тождественность силы всемирного тяготения и силы тяжести на Земле.

7. Вариационная орбита

Одно из сильнейших неравенств лунного движения, именно вариация Луны, раскрытая Тихо Браге, есть результат возмущающего действия Солнца на движение Луны в поле сил земного притяжения: в этом заключается один из первых и глубочайших триумфов небесной механики Ньютона.[63] «Метод, которому здесь следовал Ньютон, представляет собой, — говорит Лаплас, — одно из самых замечательных мест во всём содержании «Начал».[64]

Действительно, модернизируя изложение, теперь можно легко и быстро показать на этом примере всю глубину ньютонова гения и выяснить к тому же значение некоторых ньютоновых построений для истории небесной механики вплоть до наших дней.



Фиг. 3

Пусть на фиг. 3 точки L, T, S изображают соответственно Луну, Землю и Солнце; массы их обозначим, как принято, через L, T, m'; пусть $\overline{r}, \overline{r'}, \overline{\rho}$ — радиусы-векторы TL, TS, LS; каждое ньютоново ускорение будем писать в виде $\overline{r}/r^3$, выделяя этим не только величину вектора $(1/r^2)$, но и его направление; пусть $\overline{j_L}$ и $\overline{j_T}$ — векторы абсолютных ускорений точек L и T; полагая постоянную притяжения $f = 1$, напишем два уравнения движения Луны и Земли в поле сил ньютонова притяжения:

$$\overline{j_L} = -\frac{T\overline{r}}{r^3} + \frac{m'\overline{\rho}}{\rho^3},$$

$$\overline{j_T} = \frac{L\overline{r}}{r^3} + \frac{m'\overline{r'}}{r'^3}, \qquad (29)$$

вычитая геометрически из первого уравнения второе и обозначая через $\bar{w}$ вектор «наблюдаемого ускорения» Луны относительно Земли, найдём

$$\bar{w} = -\frac{(L+T)\,\bar{r}}{r^3} + m'\left(\frac{\bar{\rho}}{\rho^3} - \frac{\bar{r}'}{r'^3}\right). \tag{30}$$

Но по фиг. 3:

$$\bar{\rho} = \bar{r}' - \bar{r},$$

так что

$$\bar{w} = -\bar{r}\left(\frac{L+T}{r^3} + \frac{m'}{\rho^3}\right) + m'\,\bar{r}'\left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{r'^3}\right). \tag{31}$$

Эта последняя формула и является единственной основой всех динамических теорий движения Луны; однако интегрирование трёх соответствующих ей уравнений движения оказалось, как мыслил ещё Эйлер, «сопряжённым с такими существенными и важнейшими трудностями, что оно представляется превосходящим силы человеческого ума».[65]

Как бы то ни было, пойдём немного далее и прежде всего спроектируем вектор $\bar{w}$ на направление радиуса-вектора $\bar{r}$; обозначим при этом через ψ разность истинных долгот Луны и Солнца:

$$\psi = \lambda - \lambda' = \Upsilon T L - \Upsilon T S;$$

тогда будем иметь, обозначая через w_r искомую проекцию,

$$w_r = -\frac{L+T}{r^2} - \frac{m'r}{\rho^3} + m'r'\cos\psi\left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{r'^3}\right). \tag{32}$$

Пусть n' — наблюдённое среднее суточное движение Солнца; a' — полуось земной орбиты, так что по третьему закону Кеплера

$$m' = n'^2 a'^3;$$

далее, пусть n — наблюдённое среднее суточное движение Луны, a — некоторая, наперёд точно не известная постоянная (близкая к среднему расстоянию Луна — Земля), вводимая раз навсегда под условием:

$$n^2 a^3 = L + T.$$

Помощью обоих этих соотношений из (31) исключаются массы m' и $L + T$; целесообразно ещё ввести в эту формулу хорошо известный нам «параметр Гиппарха» $m = \frac{n'}{n} = 0{,}07480133$ и переписать её в виде

$$w_r = -\frac{n^2 a^3}{r^2}\left[1 + m^2\frac{a'^3 r^3}{\rho^3 a^3} - m^2 a'^3\frac{r^2 r'}{a^3}\left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{r'^3}\right)\right]. \tag{33}$$

Полученное выражение — точное; теперь переходим к приближениям и замечаем, что

$$\rho^2 = r^2 + r'^2 - 2rr'\cos\psi,$$

так что

$$\frac{1}{\rho^3} = \frac{1}{r'^3} + \frac{3r}{r'^4}\cos\psi + \ldots$$

Подставляя в (32), учитываем, что параллакс Солнца (8″, 8) приблизительно в 390 раз меньше параллакса Луны (3422″,7), так что $a/a' \sim 1/390$; поэтому, отбрасывая члены, имеющие порядок не ниже

$$m^2 \frac{a'^3}{r'^4} \frac{r^4}{a^3} \sim m^2 \frac{a}{a'} \sim 1{,}4 \cdot 10^{-5},$$

найдём

$$w_r = -\frac{n^2 a^3}{r^2} \left[1 + m^2 \frac{a'^3}{r'^3} \frac{r^3}{a^3} (1 - 3\cos^2\psi)\right]. \qquad (34)$$

Эта важная формула раскрывает, что возмущающее действие Солнца пропорционально $m^2 = 0{,}00560$; поэтому если ограничиться только первой степенью возмущающего действия, то в членах, умноженных на m^2, можно положить

$$r' = a', \quad r = a,$$

т. е. допустить, что Солнце движется по круговой орбите, а Луна, в отношении её возмущений, также движется «без эксцентриситета» (как говорит Ньютон); сверх того, вместо разности *истинных* долгот ψ можно ввести разность *средних* долгот, т. е. хорошо известный нам аргумент D (средняя элонгация Луны)

$$D = (n - n')\, t = n\,(1 - m)\, t,$$

причём счёт времени t можно начать со среднего новолуния, когда $D = 0$. При всех этих условиях и допущениях приходим к *первой формуле лунной теории Ньютона*, дающей величину центростремительного ускорения Луны в её движении вокруг Луны

$$-w_r = \frac{n^2 a^3}{r^2} (1 + m^2 - 3\, m^2 \cos^2 D). \qquad (35)$$

Из этой формулы вытекают два удивительных на первый взгляд следствия:

1) Возмущающее действие Солнца *одинаково* как в ближней, так и в дальней части лунной орбиты (направо и налево от оси Y, фиг. 3); действительно, выражение в скобках в (35) не изменяется при замене D на $D + \pi$, поэтому с принятой здесь степенью приближения ничто не препятствует орбите Луны быть замкнутой кривой, симметричной относительно T.

2) Так как среднее значение $\cos^2 D$ есть $^1/_2$, то действие солнечных возмущений *в среднем* эквивалентно уменьшению центростремительного ускорения Луны к Земле в отношении

$$1 - \frac{m^3}{2} = \frac{356}{357},$$

или, иначе, наблюдённое (т. е. возмущённое) ускорение Луны к Земле в среднем таково, как если бы масса системы Земля — Луна была уменьшена на $^1/_{357}$ её величины. Поэтому, если мы вообразим некоторое фиктивное движение материальной точки вокруг Земли, подчиняющееся третьему закону Кеплера, с «наблюдённой» полуосью a_0, удовлетворяющей условию

$$n^2 a_0^3 = (L + T)\left(1 - \frac{m^2}{2}\right), \qquad (36)$$

и сопоставим это условие с формулой

$$n^2 a^3 = L + T,$$

то найдём, отбрасывая члены с m^4,

$$a = a_0\left(1 + \frac{m^2}{6}\right) = 1{,}00093. \tag{37}$$

Формула (37), даёт, с точностью до m^2, то соотношение между постоянной a и синусом лунного параллакса, которым мы уже пользовались в предыдущем разделе [см. (25)].

Вернёмся теперь к основной формуле (31) и сделаем новое допущение, именно примем, что движение точек L, T, S происходит в одной плоскости (в плоскости эклиптики), пренебрегая таким образом наклоном лунной орбиты. Умножая теперь (31) векторно на $\bar{r}$ и замечая, что

$$[\bar{r},\ \bar{w}] = \frac{d}{dt}[\bar{r},\ \bar{v}] = \frac{d}{dt}\left(r^2\frac{d\lambda}{dt}\right)\bar{p}_1,$$

где v — вектор скорости Луны в её движении относительно Земли, λ — её истинная долгота и $\bar{p}_1$ — единичный вектор, перпендикулярный к эклиптике, найдём

$$\frac{d}{dt}\left(r^2\frac{d\lambda}{dt}\right)\bar{p}_1 = m_1[\bar{r}\,\bar{r}']\left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{r'^3}\right),$$

или в проекциях на направление этого перпендикуляра:

$$\frac{d}{dt}\left(r^2\frac{d\lambda}{dt}\right) = -m'rr'\sin\psi\left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{r'^3}\right); \tag{38}$$

вводя, наконец, указанное выше разложение для ρ^{-3}, найдём с той же степенью точности, как и выше,

$$\frac{d}{dt}\left(r^2\frac{d\lambda}{dt}\right) = -\frac{3}{2}m'\frac{r^2}{r'^3}\sin 2\psi. \tag{39}$$

Разделив обе части на r, получаем, как хорошо известно, проекцию ускорения на перпендикуляр к радиусу-вектору; отсюда важный вывод: трансверсальная проекция ускорения при учёте первой степени возмущающего действия в среднем равна нулю; к тому же она исчезает как в сизигиях, так и в квадратурах Луны ($\psi = 0{,}180°$ или $\pm 90°$). В левой части (38) мы имеем производную от удвоенной секториальной скорости; обозначим её через h и заметим, что в невозмущённом круговом движении

$$h = na^2.$$

В правую часть (38) вводим $m' = n'^2a'^3$ и полагаем здесь, с тем же приближением, как и выше,

$$r = a;\ r' = a';\ 2\psi = 2D = 2n\ (1-m)\,t.$$

При этих условиях получаем

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{3}{2}n'^2a^2\sin 2D;$$

интегрируя и взяв за начальное (здесь среднее) значение $h = na^2$, приходим ко *второй формуле лунной теории Ньютона*:

$$h = r^2\frac{d\lambda}{dt} = na^2\left(1 + \frac{3}{4}\frac{m^2}{1-m}\cos 2D\right). \tag{40}$$

Отсюда мы опять заключаем, что секториальная скорость одинакова в симметричных точках на двух половинах лунной орбиты: она не меняется при замене D на $D + \pi$; в частности, она одинакова в *обеих* сизигиях и в *обеих* квадратурах.

Коэффициент при $\cos 2D$ равен 1 : 220,46, так что отношение значений h в сизигиях и в квадратурах есть 11 073 : 10 973, как и установлено Ньютоном.[66]

Из формулы (40) нужно получить λ; но сделать это пока невозможно, так как мы не знаем выражения r в функции D (т. е. в функции времени): «вид лунной орбиты неизвестен», как замечает Ньютон; но здесь именно и раскрывается перед нами изумительная глубина ньютоновой теории: уравнениями (35) и (40) устанавливается возможность существования лунной орбиты, симметричной не только по отношению к точке T, но и по отношению к прямой TS и перпендикуляру к ней, проведённому через T; иначе говоря, орбиты, симметричной по отношению к вращающимся осям X и Y, из которых первая (ось сизигий) всегда проходит через S, вторая ей перпендикулярна, а угловая скорость вращения осей равна угловой скорости Солнца, т. е. n'.

При этих условиях Ньютон *допускает*, что эта вращающаяся кривая есть *эллипс с центром в* T. Пусть x, y—координаты Луны на подвижном эллипсе; обозначим его полуоси через

$$a(1-\alpha) \text{ и } a(1+\alpha),$$

считая при этом α малой величиной порядка возмущений, т. е. порядка m^2, и снова подчёркивая этим, что собственный эксцентриситет лунной орбиты полагается равным нулю; имеем

$$x = r\cos\psi, \quad y = r\sin\psi,$$
$$\frac{\cos^2\psi}{(1-\alpha)^2} + \frac{\sin^2\psi}{(1+\alpha)^2} = \frac{a^2}{r^2},$$

или, отбрасывая члены с α^2, т. е. с m^4 и выше,

$$r = a(1 - \alpha\cos 2\psi),$$

вместо чего можно положить, отбрасывая квадраты возмущений,

$$r = a(1 - \alpha\cos 2D). \tag{41}$$

Таким образом, выражение для r как функции D найдено или, лучше сказать, предугадано, и вся задача сводится к вычислению параметра α. Ньютон достигает этого, определяя радиусы кривизны эллипса (41) в сизигиях и квадратурах, и производит это двояким способом.

а) *динамически*: в сизигиях и квадратурах трансверсальное ускорение, как сказано выше, исчезает, и полное ускорение сводится к радиальному w_r; оно уравновешивается центробежным ускорением Луны, т. е. величиной v^2/ρ, где ρ — радиус кривизны траектории; далее,

$$v^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)^2,$$

но здесь первый член можно отбросить, так как он порядка α^2; следовательно

$$v^2 = r^2\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)^2 = \frac{h^2}{r^2} = w_r\rho,$$

и поэтому в сизигиях и в квадратурах

$$\rho = \frac{h^2}{w_r r^2}.$$

По обеим формулам Ньютона (35) и (40) легко находим, отбрасывая m^4, отношение радиуса кривизны в сизигиях ρ_1 к таковому же в квадратурах ρ_2

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = 1 + 3m^2\left(1 + \frac{1}{1-m}\right); \tag{42}$$

б) *геометрически*: для эллипса (41) помощью надлежащих дифференцирований по аргументу nt (среднее движение Луны за время t) получается[67]

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = 1 + 2\alpha\,[4\,(1-m)^3 - 1]. \tag{43}$$

Приравнивая (42) и (43), получим

$$\alpha = \frac{3}{2}\,\frac{m^2\left(1+\frac{1}{1-m}\right)}{4(1-m^3)-1}. \tag{44}$$

В это выражение удобно ввести, по примеру Адамса, новый параметр m_1, положив

$$m_1 = \frac{m}{1-m}; \quad m = \frac{m_1}{1+m_1}; \quad m_1 = 0{,}08084893, \tag{45}$$

так что

$$\alpha = \frac{3}{2}\,m_1^2\,\frac{2+m_1}{3-2m_1-m_1^2} = 0{,}0072048. \tag{46}$$

Таким образом, полуоси ньютонова эллипса относятся как 1,0072 : 0,9928, или, по Ньютону,[68] как $70\frac{1}{24} : 69\frac{1}{24}$.

Так как с получением величины α выражение (41) для r окончательно определено, подставляем его в (40) и выводим, отбрасывая α^2,

$$\frac{d\lambda}{dt} = n\left[1 + \left(2\alpha + \frac{3}{4}\,\frac{m^2}{1-m}\right)\cos 2D\right];$$

интегрируя и учитывая при этом, что

$$2D = 2n\,(1-m)\,t,$$

найдём

$$\lambda = \lambda_0 + nt + \frac{2\alpha + \frac{3}{4}\,\frac{m^2}{1-m}}{2(1-m)}\sin 2D. \tag{47}$$

Коэффициент при $\sin 2D$ и есть наибольшее значение вариации Луны; обозначая его (по Адамсу) через b_2, получим

$$b_2 = \alpha\,(1+m_1) + \frac{3}{8}\,m_1^2. \tag{48}$$

Подставляя численные значения α и m_1 и обращая результат в секунды умножением на 206265″, находим

$$b_2 = 0{,}01028 = 2112'' = 35'12''. \tag{49}$$

У самого Ньютона результат гласит:

$$b_2 = 35'10''.$$

Как указывалось выше (стр. 170), значение b_2 по современным лунным теориям есть 39′ 30″; таким образом, уже первое ньютоново приближение даёт результат, очень близкий к действительности, и ставит вне сомнений гравитационное происхождение лунной вариации.

Вычислим в заключение прямоугольные геоцентрические кординаты Луны x, y, отнесённые к вращающимся ньютоновым осям; считая движение Солнца круговым, следовательно, и равномерным, имеем

$$\psi = \lambda - \lambda' = \lambda_0 + nt + b_2 \sin 2D - n't - \lambda'_0.$$

Условившись отсчитывать время от момента, когда $\lambda_0 = \lambda'_0$, можем написать

$$\psi = D + b_2 \sin 2D; \tag{50}$$

поэтому, применяя (41) и отбрасывая члены с произведением αb_2, находим

$$\frac{x}{a} = \frac{r}{a}\cos\psi = \left(1 - \frac{b_2}{2} - \frac{\alpha}{2}\right)\cos D + \left(\frac{b_2}{2} - \frac{\alpha}{2}\right)\cos 3D,$$

$$\frac{y}{a} = \frac{r}{a}\sin\psi = \left(1 + \frac{b_2}{2} + \frac{\alpha}{2}\right)\sin D + \left(\frac{b_2}{2} - \frac{\alpha}{2}\right)\sin 3D.$$

Но из (44) и (48) получается с точностью до m_1^2:

$$\alpha = m_1^2; \quad b_2 = \frac{11}{8}\, m_1^2,$$

так что предыдущие выражения приводятся к виду:

$$\frac{x}{a} = \left(1 - \frac{19}{16}\, m_1^2\right)\cos D + \frac{3}{16}\, m_1^2 \cos 3D,$$

$$\frac{y}{a} = \left(1 + \frac{19}{16}\, m_1^2\right)\sin D + \frac{3}{16}\, m_1^2 \sin 3D. \tag{51}$$

Эти важные формулы обнаруживают, что в ньютоновом решении координаты Луны по отношению к вращающимся осям являются периодическими функциями аргумента D, а следовательно, и времени; таким образом, уже Ньютоном *установлена возможность периодических решений в задаче трёх тел.*[70]

Через 100 лет после Ньютона Эйлер в своей второй лунной теории начал систематически применять метод вращающихся осей; ещё через 100 лет Хилл в знаменитом мемуаре 1877 г.,[71] пользуясь этими же осями, но предложив исключительно мощную методу последовательных приближений, вычислил координаты Луны с точностью до m^{10}; полученное им периодическое решение, определяемое по отношению к тем же ньютоновым вращающимся осям, имеет вид

$$\frac{x}{a} = A_1 \cos D + A_3 \cos 3D + A_5 \cos 5D + \ldots$$

$$\frac{y}{a} = B_1 \sin D + B_3 \sin 3D + B_5 \sin 5D + \ldots \tag{52}$$

Это решение обладает тем же периодом, что и ньютоново решение (51); кривая Хилла, определяемая уравнениями (52) и получившая название «вариационной орбиты», пересекает обе вращающиеся оси ортогонально; она обнаруживает по отношению к ним такую же симметрию, как эллипс Ньютона. Таким образом, ньютоновы формулы (51) дают по два члена рядов Хилла, и

коэффициенты их определены с точностью только до m^2. Но сущность дела от этого не меняется, и мы должны здесь подчеркнуть, что то могучее направление небесной механики, которое от Эйлера ведёт к Хиллу и от него к Пуанкаре,[72] имеет в своей глубокой основе мысли и построения, данные еще на страницах ньютоновых «Начал».

8. Сомнения

Включением лунной вариации в общую схему небесной механики, основанной на законе притяжения, содержание ньютоновой лунной теории отнюдь не исчерпано. Напротив, всё развитие задачи трёх тел, данное в «Началах», рассчитано преимущественно на теорию движения нашего спутника; так например, знаменитое предложение 66, кн. I с его 22 следствиями,[73] где Ньютон проводит качественное изучение возмущённого движения, служит как бы общим введением в эту теорию и находит затем применение только в том разделе «Системы мира», где изучается движение Луны. В настоящее время, после исследований Адамса и акад. А. Н. Крылова,[74] можно считать установленным, что за теми геометрическими методами, которыми пользуется Ньютон, скрывается гораздо более глубокое проникновение в проблемы небесной механики, чем то, которое дано непосредственно на страницах «Начал». Вся теория вариации произвольных постоянных эллиптического движения и те уравнения, которые были даны впоследствии Лагранжем, повидимому, были предвосхищены Ньютоном и применены им к решению проблем лунной теории. Но по странной особенности ньютонова гения, всё это осталось тщательно замаскированным от читателя «Начал»; за цепью труднейших геометрических построений он мог лишь созерцать, как значительные разделы лунных теорий, эмпирически развитых в минувшие века, теперь объединяются и находят единое объяснение в теории притяжения; то был, действительно, один из моментов истории культуры, на котором будет всегда останавливаться с гордостью человеческая мысль.

Одним из важнейших результатов новой лунной теории было: 1) объяснение движения узлов, притом как того среднего движения, выявленного, как мы знаем, ещё древними, так и неравенства с периодом в 346,6 дня, раскрытого Тихо Браге (см. стр. 171); 2) вывод колебаний наклонности лунной орбиты, которым вызывается важнейшее неравенство в широте Луны, именно её эвекция.

В рамках настоящей статьи было бы невозможно развить всю ньютонову теорию этих явлений, и мы подчеркнём здесь лишь её чрезвычайно высокую точность.

Так, по Ньютону,[75] среднее движение узлов в один звёздный год получается равным $19^\circ 18' 1'',38$; отсюда период оборота узлов

$$T_2 = 6812{,}9 \text{ дня}.$$

Между тем, по точным современным теориям и в соответствии с наблюдениями $T_2 = 6794{,}4$ дня; таким образом, погрешность ньютонова определения не превышает $^1/_{300}$; но мы знаем (стр. 163), что T_2 связано с лапласовым параметром g соотношением

$$T_2 = \frac{27{,}321661}{g-1}.$$

Знаменатель этого выражения получается в небесной механике в виде ряда расположенного по степеням параметра m, эксцентриситета лунной орбиты и

синуса половины угла её наклона к эклиптике[76] $\left(e = 0{,}05490 \text{ и } \gamma = \sin\frac{i}{2} = 0{,}04490\right)$:

$$g - 1 = \frac{3}{4}m^2 - \frac{9}{32}m^3 - \frac{273}{128}m^4 + \frac{3}{2}m^2e^2 - \frac{3}{2}m^2\gamma^2 = 0{,}0040202.$$

Между тем, по результату Ньютона: $g-1=0{,}0040103$; таким образом, Ньютон своим геометрическим методом сумел учесть не только первую степень возмущающего действия Солнца, но и члены высших порядков, притом почти с совершенной точностью.[77] Кроме того, им определено и периодическое неравенство в движении узла с амплитудой в 1°30′, тогда как из наблюдений Тихо Браге эта амплитуда была получена равной 1°46′; точно так же и колебание наклонности лунной орбиты, для которого Тихо Браге вывел из наблюдений значение 19′, у Ньютона, по гравитационной теории получилось равным 17′45″; следовательно, главное неравенство лунной широты — её эвекция, о которой мы упоминали на стр. 171,—нашло своё полное объяснение в теории тяготения. Так, во всём этом разделе согласие ньютоновой теории с наблюдениями оказалось превосходным.

Столь же значительные результаты получены Ньютоном и в отношении ряда неравенств лунной долготы; о том, как они выведены из теории или как они выделены из наблюдений, Ньютон не сообщает: только окончательные выводы даются им в том общем «Поучении», которым заканчивается в «Системе мира» раздел, относящийся к движению Луны.[78] О них же идёт речь в особой записке Ньютона, озаглавленной «Theoria Lunae», изданной посмертно, в 1772 г.;[79] её содержание во многом повторяет и отчасти дополняет указанное «Поучение»; из неё видно, что Ньютону были известны семь неравенств лунного движения, между ними — годичное неравенство, раскрытое Тихо Браге и Кеплером, амплитуду которого по теории тяготения Ньютон определил в 11′ 51″ (действительное значение 11′ 10″), и затем чрезвычайно важное неравенство третьего порядка (именно, порядка $m\,a/a'$), с амплитудой 2′5″, получившее название параллактического.[80] В «Theoria Lunae» дано также замечательное построение, позволяющее определить на любой момент времени эксцентриситет лунной орбиты и неравенство лунного перигея. Все это представляет собой глубокое развитие птоломеевой теории первого и второго неравенства; правда, здесь остаётся неясным, как получено значение главного неравенства долготы (эвекция) — по теории тяготения или просто взято из наблюдений; но «Theoria Lunae» во всяком случае обнаруживает, какой огромный труд был уделён Ньютоном лунной теории; и она раскрывает, что в отношении выделения неравенств лунного движения из наблюдений Ньютон столь же мало мог найти себе равного, как и по другим направлениям своего творчества.[81]

Однако этими достижениями ещё не все проблемы лунной теории были исчерпаны; в ней имелся ещё весьма существенный момент, а именно вопрос о среднем движении перигея, который ни в «Системе мира», ни в указанной здесь «Theoria Lunae» подробно не рассматривался. О движении перигея лунной орбиты читатель «Начал» узнавал как бы вскользь в книге I в разделе «О движении тел по подвижным орбитам и о перемещении апсид». Здесь Ньютон приложил полученные им общие, теперь классические теоремы, к движению Луны (о котором речь будет только в книге III «Начал») и тут, предвосхищая некоторые данные своей лунной теории,[82] он вывел для среднего движения перигея значение вдвое меньшее того, которое следует из наблюдений. Но в изложение «Системы мира» этот результат вовсе не вводится, быть может, для того, чтобы «не нарушать стройности теории», как полагал Лаплас; заключительное «Поучение» заканчивается глухим указанием на то, что до сих пор «среднее движение Луны и её апогея ещё не получаются с достаточной точностью».

В виду важности вопроса, приведём краткий вывод ньютонова результата; чтобы получить его, достаточно, как это и делает Ньютон в книге I «Начал,»

учесть только «осреднённое» значение возмущающей силы Солнца, или, как теперь принято говорить, её постоянную часть. Мы знаем, что возмущающее ускорение, перпендикулярное радиусу-вектору Луны, в среднем равно нулю (стр. 184); следовательно, «осреднённое» возмущённое движение есть центральное, и постоянная площадей равна в нём её среднему значению, так что по формуле (40) $h = na^2$; радиальное ускорение получается из формулы (34); предполагая, что движение Солнца происходит по кругу (так что $r' = a'$), и заменяя $\cos^2 D$ на его среднее значение, т. е. $^1/_2$, находим (учитывая, что $nm = n'$),

$$w_r = -\frac{n^2a^3}{r^2} + \frac{1}{2}n'^2r; \tag{53}$$

пусть теперь u — обратная величина радиуса-вектора Луны, λ — её истинная долгота; согласно формуле Бинэ для центральных движений[83]

$$\frac{d^2u}{d\lambda^2} + u = -w_r\frac{r^2}{h^2} \tag{54}$$

и, следовательно, в виду (53)

$$\frac{d^2u}{d\lambda^2} + u - \frac{1}{a} + \frac{m^2}{2a^4u^3} = 0.$$

Положим здесь

$$u = \frac{1}{r} = \frac{1}{a}\left(1 - \frac{m^2}{2} + x\right), \tag{55}$$

считая x малой величиной порядка эксцентриситета лунной орбиты, квадратом которой будем пренебрегать. Подставляя (55) в (54), найдём, отбрасывая m^4, дифференциальное уравнение для x

$$\frac{d^2x}{d\lambda^2} + \left(1 - \frac{3m^2}{2}\right)x = 0.$$

Таким образом, обозначая через e произвольную постоянную (вторая здесь не существенна, она связана с началом отсчёта долготы λ), находим

$$x = e\cos c\lambda,$$

где

$$c = \sqrt{1 - \frac{3}{2}m^2} = 1 - \frac{3}{4}m^2 = 0{,}995804, \tag{56}$$

так что согласно (55)

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{a}\left(1 - \frac{m^2}{2} + e\cos c\lambda\right). \tag{57}$$

Из полученного выражения видно, что максимальные и минимальные значения радиуса-вектора Луны повторяются после того, как её долгота λ возрастёт на угол

$$\delta\lambda = \frac{360^\circ}{\sqrt{1 - \frac{3m^2}{2}}} = 360^\circ \cdot 1{,}004223 = 361^\circ, 520;$$

следовательно, с каждым оборотом Луны её линия апсид (т. е. её перигей и апогей) перемещается в сторону движения Луны на $1^\circ{,}520 = 1^\circ 31' 20''$; и этот результат с точностью до $8''$ совпадает с тем, который получен у Ньютона как следствие его теории движения по вращающимся орбитам (по Ньютону,[84] перемещение апсид Луны за один её оборот равно $1^\circ 31' 28''$). То же самое движение

апсид получится, если написать аргумент $c\lambda$ в выражении обратной величины радиуса-вектора (57) в виде

$$c\lambda = \lambda - (1-c)\lambda = \lambda - \pi^*;$$

в таком понимании $c\lambda$ будет истинной аномалией Луны, отсчитываемой от подвижного перигея π^*, долгота которого определяется формулой

$$\pi^* = (1-c)\lambda,$$

так что отношение угловой скорости перигея к скорости движения Луны по долготе будет

$$\frac{d\pi^*}{d\lambda} = 1 - c = \frac{3}{4}m^2 = 0{,}004196. \qquad (58)$$

Но все эти выводы, как оказывается, весьма далеки от действительности: движение апсид Луны за один её оборот составляет не 1°31′28″, а 3°4′8″, и наблюдённое значение $1-c$, по циклам Гиппарха (стр. 163), есть 0,008452. Нечего и говорить, что если бы определение параметра c, данное в (58), было окончательным, то такой результат был бы фатальным для всей ньютоновой теории Луны; она была бы, как писал впоследствии Клеро,[85] «осуждена бесповоротно, так как приводила бы даже к бо́льшим отклонениям от наблюдений, чем теории тех древних астрономов, которые допускали равномерное круговое движение Луны вокруг Земли: при таком предположении их ошибка не могла превышать 6 или 7°, тогда как теперь (при уменьшении вдвое скорости вращения апсид) часто приходилось бы придавать к средней долготе Луны её неравенство в 6 или 7°, в то время как его необходимо вычитать, что повлекло бы ошибки в 13 или 14°».

В чём же причина этого существенного и значительного расхождения теории с действительностью? В приближённом ли характере приведённого вычисления, которым учтена только постоянная часть возмущений, вносимых притяжением Солнца в движение Луны? Или, быть может, эта причина лежит глубже, и встреченное затруднение свидетельствует о том, что теория тяготения натолкнулась здесь на непреодолимое для неё препятствие и, следовательно, обнаружила на нём свою неполноту?

Для вдумчивого читателя «Начал», для всей науки первой половины XVIII в. каждый из этих вопросов был своеобразной и неразрешимой загадкой, и потому впредь до их выяснения на всей ньютоновой теории лежал совершенно определённый изъян.[86] Но снять его или, напротив, утвердить окончательно, продвигаясь далее с помощью синтетических методов великого автора «Начал», было, повидимому, невозможно; необходимо было поставить всю теорию на иные основы и применить к исследованию движения Луны совершенно новую методу; только тогда, быть может, удастся установить, согласуются ли все неравенства лунного движения с ньютоновой теорией, как об этом ставила вопрос, объявляя свой конкурс 1750 г., Петербургская Академия Наук.

9. Великая Франция

Открытию закона тяготения предшествует в Англии период очень напряжённых и волнующих исканий, в которых, помимо Ньютона, участвуют крупнейшие математики и астрономы той эпохи: Гук, вечный противник и оппонент Ньютона, Галлей, его восторженный поклонник, Врен.[87] Но после выхода в свет ньютоновых «Начал» творчество английской науки по линии небесной механики надолго как бы иссякает; дальнейшее развитие теории тяготения, а

вместе с тем и её популяризация переходят на континент и делаются важнейшими из тех задач, какие ставят перед собой французская наука и культура.

Развитие ньютонианства во Франции в эпоху 1730—1750 гг., т. е. непосредственно после смерти Ньютона (1727), протекает двумя мощными руслами: одно из них связано с именем Вольтера, другое представлено рядом замечательных работ, прославивших Парижскую Академию Наук.

Изучение генезиса и развития научного мировоззрения одного из величайших публицистов, литераторов и мыслителей Франции, конечно, не относится к задачам настоящей статьи, и мы ограничимся напоминанием, что после ряда едких замечаний о декартовой и ньютоновой доктринах, разбросанных в «Lettres philosophiques» 1734 г., Вольтер издал в 1738 г. небольшой трактат под заглавием: «Элементы философии Ньютона в доступном для всех изложении».[88] В этой книге, предназначенной для читателя, который «и Ньютона и философию знает лишь по названию», Вольтер излагает ньютонову теорию света и тяготения. Ведя и тут жесткую полемику с картезианством, Вольтер говорит об этих предметах как о новых главах физики, рождённых в стране социального прогресса и индуктивного мышления. Он идёт довольно далеко в своём простом и ясном изложении: достаточно сказать, например, что из содержания 21-й главы читатель получает не мало сведений о возмущённом движении планет и Луны. Помимо этой прелестной книги, Вольтер навсегда связал своё имя с Ньютоном как инициатор французского перевода «Начал», выполненного Эмилией дю-Шатле.[89] Наконец, каждое новое подтверждение ньютонова учения получило как бы своё тонкое и остроумное заключение под его удивительным пером. Но как раз в те годы французская наука приносила эти подтверждения одно за другим. Парижская Академия Наук, для которой вопрос «Декарт или Ньютон» не только имел принципиально научное значение, но ставился и в порядке национально-политической гордости Франции, шла навстречу этим задачам и притом с очень широким размахом там, где надлежало решать вопросы большого научно-практического значения. Достаточно упомянуть про две знаменитые экспедиции, снаряжённые ею для измерения дуги меридиана в Перу, под экватором (Бугэ, ла-Кондамин и Годэн, 1735—1742), и в Лапландию, близ Торнео (Клеро, Мопертюи и др., 1735). Результатом их явилось не только подтверждение сжатия Земли у полюсов, как это и следовало по гравитационной теории, но и постановка проблем, существенно более сложных, чем те, которые исследовали по теории фигуры Земли Гюйгенс и Ньютон. Эта теория получает отныне свой незыблемый фундамент в произведениях Клеро и Бугэ[90]. Но здесь, в пределах основной темы нашей статьи, мы можем и должны говорить детальнее только о работах первого из них, с которыми почти по всем направлениям сталкивался другой замечательный представитель французской науки и культуры — Даламбер. Действительно, Клеро и Даламбер были теми математиками, которые почти непосредственно один за другим сняли с гравитационной теории тот существенный недостаток, который на ней лежал в отношении движения лунного перигея. Их бессмертная заслуга перед небесной механикой состоит в том, что они первые, применив к проблеме движения небесных тел под действием сил ньютонова притяжения методы анализа бесконечно малых, т. е. созданный самим же Ньютоном «метод флюксий», составили дифференциальные уравнения задачи трёх тел. Убедившись, что эти уравнения не интегрируются в конечном виде, они начали применять к ним способ последовательных приближений и сумели показать его высокую эффективность. Но знаменательно, что по теории Луны оба они пришли к своим замечательным результатам, только преодолев ряд существенных трудностей и сомнений.

Первая работа Клеро[91] по интересующей нас теме относится к 1743 г. Она озаглавлена: «De l'orbite de la Lune dans le système de Newton». В ней даны выражения для ускорений Луны по её радиусу-вектору и по перпендикуляру к нему, которые были выведены выше [формулы (34) и (40)]. Затем Клеро нашёл

отношение полуосей ньютонова эллипса в «вариационной кривой» и решил задачу о движении лунных узлов. Здесь далее Ньютона он не пошёл. Но он вернулся к лунной теории в 1747 г. и представил Парижской Академии Наук большой мемуар под заглавием: «О системе мира согласно началу тяготения».[92] Во введении к нему, говоря о простоте и величии ньютоновой доктрины, Клеро остановился на особенной трудности многих доказательств и выводов в «Началах». Разумеется, большинство читателей удовлетворяется одними результатами. «Разве было бы естественно, — спрашивает он, — отказать в доверии проводнику, который так часто вёл нас по верному пути, и не лучше ли пользоваться его открытиями, чтобы итти дальше, чем возвращаться на истоптанную дорогу, на которой нечего выиграть, кроме, быть может, частных результатов чисто математического значения?» Но в дальнейшем Клеро пошёл самостоятельным путём. «После долгих размышлений над теорией Ньютона, — пишет он несколько ниже, — и не достигнув той степени убеждённости, которой я ожидал, я решил больше ничего у него не заимствовать и самостоятельно искать определения движения небесных тел, при единственном допущении об их взаимном притяжении». За одну из важнейших проблем в этой области Клеро считал теорию движения Луны и находил, что наиболее существенно исследовать то неравенство, «которое получило у Ньютона наиболее тёмное развитие, именно движение лунного перигея». Но после исследования этой проблемы теми новыми методами, о которых мы будем говорить ниже, Клеро к величайшему своему удивлению пришёл к тем же самым результатам, о которых Ньютон сообщает на страницах «Начал». Значит, теперь уже не могло оставаться сомнений в том, что закон всемирного тяготения недостаточен для объяснения движения лунного перигея.

Но, быть может, его не трудно исправить, но так, чтобы не внести одновременно ухудшения в другие разделы «Системы мира», в частности в теорию движения планет? В своём ответе на этот вопрос Клеро встал на путь, предуказанный самим Ньютоном; он предложил принять выражение для ускорения по закону притяжения в виде двучлена такого типа:

$$F = \frac{m}{r^2} + \frac{\alpha m}{r^4}$$

или

$$F = \frac{m}{r^2} + \frac{\beta m}{r^3}.$$

Коэффициенты β или α можно подобрать, взяв их настолько малыми, чтобы на очень больших расстояниях (каковы расстояния планет от Солнца) вторые члены в F были исчезающе малы; но при малых r, как, например, на расстоянии Луны от Земли, их действие будет значительно, и приведёт к вращению апсид, как доказал сам Ньютон.[93] Такой выход и предложил Клеро, настаивая на том, что он установил окончательно недостаточность закона Ньютона для объяснения движения лунного перигея.

В том же томе мемуаров Парижской Академии за 1745 г., непосредственно за работой Клеро, помещено исследование Даламбера. В нём, так же как и у Клеро, доказывается, что под действием ньютоновского притяжения период обращения лунного перигея был бы 18 лет, а не 9, как показывают наблюдения, так что, по Даламберу, «Луна притягивается к Земле ещё другой, небольшой по величине силой, действующей не по закону обратной пропорциональности квадратам расстояний»; при этом Даламбер подчёркивает, что он пришёл к такому заключению, не зная о выводе Клеро, так же как и Клеро не знал о его результате. Таким образом, они оба, независимо друг от друга, установили недостаточность закона Ньютона в теории движения Луны.[94] Очевидно, ньютонова небесная механика проходила в этот

момент через серьезнейшее испытание; движение лунного перигея являлось тогда, как говорит акад. А. Н. Крылов, «пробным камнем не только для теории Луны, но и для теории тяготения вообще». [95]

Предложение Клеро о введении дополнительного члена в формулу Ньютона вызвало возражение с той стороны, откуда его можно было меньше всего ожидать: Бюффон, член Академии и знаменитый французский натуралист, выступил в тех же мемуарах с «Соображениями о законе притяжения». [96] Здесь он доказывал, что «всякий физический закон лишь потому является законом, что его выражение обладает единственностью и простотой»; но если бы мы решили ввести добавочный член в формулу Ньютона, то ничто не помешало бы включить впоследствии ещё третий и четвёртый и т. д., т. е. тем самым как бы уничтожить значение закона притяжения, действующего обратно пропорционально квадратам расстояний. «Нам предлагают, — говорит Бюффон, — нечто произвольное, вместо того, чтобы воспроизводить истину». Таким образом, натуралист, отвергая предложения Клеро, становился на точку зрения предустановленной простоты физических законов — точку зрения, которую Лаплас называл впоследствии метафизической. [97] Клеро возражал Бюффону, [98] и возражал даже после того, как своими новыми исследованиями по теории Луны он довольно быстро установил, что причина расхождения теории с наблюдениями лежит не в законе тяготения, а в недостаточности анализа, который он применял. Действительно, в самом конце того же замечательного тома мемуаров за 1745 г. помещено краткое «Извещение Клеро относительно мемуаров, данных им в 1747 и 1748 гг. по поводу «Системы мира», построенной на начале притяжения». Оно было доложено Парижской Академии 17 мая 1749 г. [99] Здесь Клеро сообщил, что, рассмотрев вопрос о движении лунного перигея «с такой точки зрения, на которую не становился ещё никто, он достиг достаточно точного согласования наблюдённого движения лунного перигея с теорией притяжения». Мы изложим несколько ниже, в чём состоял этот новый подход к проблеме у Клеро; здесь же заметим, что к такому же результату вскоре пришёл и Даламбер. [100]

Таким образом, французская наука весьма быстро разрешила затруднения с движением перигея Луны. Она развеяла этим единственную тень, лежавшую до тех пор на недосягаемых вершинах ньютоновых «Начал», и вслед за этим она стремительно пошла дальше в создании полной системы небесной механики на единственной основе закона всемирного притяжения. Так, Клеро дал классическое исследования движения кометы 1682 г., тождественность которой с кометой 1607 г. установил ещё Галлей. [101] В замечательных работах по теории кометных возмущений он установил, что следующий оборот этой кометы будет продолжаться не 75, а 77 лет, и назначил её возвращение к перигелию на апрель 1759 г.; [102] и тогда, впервые за историю человечества, астрономы начинают «ожидать» комету. Волнение, вызванное этим необычайным обстоятельством, передается широким кругам парижан. И комета приходит, на восторг народа, на славу Ньютона и Клеро! Далее, Клеро развивает теорию так называемого лунного неравенства в долготе Солнца и показывает, что значение отношения массы Луны к массе Земли, данное Ньютоном, именно 1 : 39,8, существенно больше действительного и не может превосходить 1 : 67. [103] В те же годы Даламбер дает первую строгую теорию предварения равноденствий (1754); а через несколько десятилетий пламень Дианы переходит к великим французским учёным следующего поколения — к Лагранжу, Лапласу и Пуассону. В теории спутников (в теории Луны и в теории спутников Юпитера) Лаплас делает свои величайшие открытия: он выясняет причину так называемого векового ускорения Луны, именно члена типа σt^2 в лунной долготе. Наличие такого члена (не имеющего аналога в теории движения планет) было поставлено вне сомнения ещё Галлеем из сопоставления «триоли» солнечных затмений, взятых из наблюдений древних, у арабов, и от новых времён. Лаплас разрешил эту пробле-

му, показав, что вековое ускорение отнюдь не противоречит закону Ньютона,[104] оно есть следствие векового уменьшения эксцентриситета земной орбиты и обнаруживается на движении Луны, потому что Луна, как некоторый манометр, воспринимает и усиливает влияние возмущений, развивающихся в солнечной системе. Наконец, в своей лунной теории[105] Лаплас вскрыл некоторые неравенства в движении Луны, остававшиеся еще неизвестными; особенно интересным оказалось параллактическое неравенство, амплитуда которого позволяет определить величину солнечного параллакса (о нём знал Ньютон) и неравенство, возникающее от фигуры Земли, т. е. из-за уклонения её от строго сферической формы. Лаплас установил этим, что астроном по наблюдениям Луны может, как он говорил, «не выходя из своей обсерватории»,[106] определить и размеры солнечной системы и сжатие Земли. Это явилось великим триумфом человеческого разума, это явилось ещё одним торжеством закона тяготения.

От эпохи Лагранжа и Лапласа наука, которой Лаплас дал многозначительное название «небесной механики»,[107] продолжает своё могучее развитие, оставаясь связанной какими-то особо прочными узами с великой французской культурой. Её главнейшими этапами в XIX и в начале XX в. являются работы Пуассона по устойчивости солнечной системы; ещё один, во многих отношениях очень ценный трактат Понтекулана по аналитической теории системы мира; грандиозные вычисления Леверрье по теории планет, завершённые таблицами их движения; теория Луны, данная Делонэ после двадцатилетней и устрашающей, как говорит Тиссеран, работы; замечательные трактаты Тиссерана и Андуайе; и над всем этим творчество великого Анри Пуанкаре, который не только дал в своих «Méthodes nouvelles de la Mécanique Céleste» новый облик всей проблеме трёх тел, но и развил до неожиданных глубин ряд классических и казавшихся застывшими теорий. Ему принадлежат и весьма важные теоремы по теории движения Луны.[108] Здесь, разумеется, немыслимо изучать строение этого огромного здания, возведённого на фундаменте столь простой формулы Ньютона; и мы возвращаемся к одному из его первых зодчих, навсегда связавшему своё имя с нашей Академией Наук.

10. Премия Петербургской Академии

На конкурс, объявленный Академией Наук в 1750 г., Клеро представил свои новые исследования по теории Луны. Они были направлены в Петербург, повидимому, к концу назначенного срока (1752 г.): Клеро опустил многие выкладки и детали «за краткостью остающегося ему времени», как он писал. Но самое существенное — его открытие относительно движения лунного перигея, доложенное, как мы знаем, Парижской Академии 17 мая 1749 г., — вошло полностью в этот Петербургский мемуар. Премия была ему присуждена, и в летописях Академии немаловажным останется тот факт, что работа Клеро под названием: «Теория Луны, выведенная из единственного начала притяжения, обратно пропорционального квадратам расстояний», была издана в Петербурге в 1752 г.[109]

Теория Клеро имеет в наши дни, разумеется, лишь исторический интерес; никто не станет вычислять теперь положение Луны по таблицам Клеро. Но его мысли глубоки и ясны, и потому данный им первый отчётливый вывод движения лунного перигея на основе закона тяготения стоит того, чтобы его изучать ещё и сейчас, в особенности когда этот вывод помещен в работе, изданной Петербургской Академией 190 лет тому назад.

Излагая основы теории Клеро, мы будем пренебрегать наклонностью лунной орбиты к плоскости эклиптики и допустим, что Земля движется по круговой

орбите, так что, обозначая через λ' долготу Солнца, через r' его радиус-вектор, будем иметь

$$r' = a'; \quad \lambda' = n't + \lambda_0';$$

истинную, иными словами, возмущённую долготу Луны обозначаем попрежнему через λ, а разность долгот Луны и Солнца через ψ, так что

$$\psi = \lambda - n't - \lambda_0' \tag{59}$$

Выше (стр. 183 и 184) были выведены выражения для проекций ускорения Луны на направление её радиуса-вектора r и на перпендикуляр к нему; вводя здесь для них обозначения S и T, находим по (34) и (39)

$$S = -\frac{n^2a^3}{r^2} + \frac{1}{2}\, n'^2 r + \frac{3}{2}\, n'^2 r \cos 2\psi, \tag{60}$$

$$T = -\frac{3}{2}\, n'^2 r \sin 2\psi.$$

Величина $n^2 a^3$, по определению, равна сумме масс Земли и Луны (стр. 182).

Выражения для проекций ускорения на оси полярных координат Луны, которыми в данном случае будут r и λ, даются в курсах кинематики (любопытно, что они принадлежат тому же Клеро и выведены им в связи с задачей трёх тел [110]); пользуясь ими, имеем:

$$\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)^2 = S, \tag{61}$$

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dt}\left(r^2\frac{d\lambda}{dt}\right) = T.$$

Пусть h — удвоенная секториальная скорость Луны

$$r^2\frac{d\lambda}{dt} = h, \tag{62}$$

так что по второму уравнению (61)

$$\frac{dh}{dt} = rT,$$

откуда

$$h\frac{dh}{dt} = r^3 T\frac{d\lambda}{dt},$$

и, следовательно, обозначая через h_0^2 произвольную постоянную,

$$h^2 = h_0^2 + 2\int Tr^3 d\lambda. \tag{63}$$

Для сокращения письма положим

$$h^2 = h_0^2(1+2\rho), \tag{64}$$

так что

$$\rho = \frac{1}{h_0^2}\int Tr^3\, d\lambda. \tag{64'}$$

Из формулы (62) имеем теперь

$$\frac{dt}{d\lambda} = \frac{r^2}{h_0\sqrt{1+2\rho}}, \tag{65}$$

и это есть *первое уравнение теории Клеро*, устанавливающее зависимость между временем и долготой Луны.

Второе уравнение этой теории мы найдём, преобразуя в независимой переменной λ левую часть первого уравнения (61); это преобразование не представляет труда и даёт

$$\frac{d^2u}{d\lambda^2}+u=\frac{-Sr^2+Tr\frac{dr}{d\lambda}}{h_0^2(1+2\rho)}, \tag{66}$$

где попрежнему $u=\frac{1}{r}$.

Выделим теперь в S по первому уравнению (60) его главный член $-\frac{n^2a^3}{r^3}$ и положим

$$\frac{n^2a^3}{h_0^2}=\frac{1}{p}. \tag{67}$$

Заметим, что ρ в знаменателе (66) есть величина порядка возмущений; поэтому, отбрасывая в правой части (66) величины порядка квадрата возмущающего действия, можем написать:

$$\frac{d^2u}{d\lambda^2}+u=\frac{1}{p}(1-2\rho)-\frac{\Phi}{h_0^2}+\frac{T}{h_0^2}r\frac{dr}{d\lambda}, \tag{68}$$

где, согласно (60),

$$\Phi=\frac{1}{2}n'^2r^3(1+3\cos 2\psi), \tag{68'}$$

$$T=-\frac{3}{2}n'^2r\sin 2\psi.$$

При отсутствии возмущений, т.е. при $\rho=\Phi=T=0$, интеграл уравнения (68) приводится к виду

$$u=\frac{1}{r}=\frac{1}{p}+\frac{e}{p}\cos(\lambda-\tilde{\omega}); \tag{69}$$

он соответствует эллиптической орбите с параметром p, эксцентриситетом e и долготой перигея ω; для неё постоянная площадей $h_0=np^2(1-e^2)^{-3/2}$; следовательно, отбрасывая в правой части (68) все произведения e^2 на члены, происходящие от возмущающих ускорений Φ и T, можем положить

$$\frac{n'^2}{h_0^2}\approx\frac{n'^2}{n^2p^4}=\frac{m^2}{p^4}.$$

Наконец, для удобства письма введём ещё безразмерную переменную r_1, всегда близкую к единице, положив

$$r_1=\frac{r}{p}. \tag{70}$$

Тогда уравнение (68) по подстановке в него выражений ρ (по 64'), T и Φ по (68') приведётся к окончательной форме

$$\frac{d^2u}{d\lambda^2}+u=\frac{1}{p}(1+m^2F), \tag{71}$$

где

$$F=3\int r_1^4 \sin 2\psi\, d\lambda - \frac{r^3}{2}(1+3\cos 2\psi) - \frac{3}{2} r_1^2 \sin 2\psi \frac{dr_1}{d\lambda}. \qquad (72)$$

Таково с очень незначительными упрощениями то уравнение, которое Клеро интегрирует методом последовательных приближений; но, чтобы приступить к этому, ему нужно: 1) задаться «исходным приближением» для r_1 и 2) выразить ψ через λ. Для этого приближения Клеро принимает эллиптическое движение на *вращающемся эллипсе* и полагает

$$r = \frac{p}{1+e\cos \lambda c}, \qquad (73)$$

где *e—произвольная* постоянная, играющая роль эксцентриситета в невозмущённом движении; она предполагается малой, квадрат её отбрасывается; *c—подлежащая определению* постоянная, характеризующая, как мы знаем, движение перигея (стр. 191).

Таким образом, в исходном приближении

$$r_1 = 1 - e\cos \lambda c. \qquad (73')$$

Далее, угол ψ определяется по (59); но выразить его через λ не так просто ибо в него явно входит время t, а зависимость t от λ может быть установлена в виду (65) только после того, как r будет выражен через λ, т. е. когда будет проинтегрировано основное уравнение (71); из этого затруднения (неизбежно возникающего перед всеми лунными теориями, применяющими независимую переменную, отличную от t) Клеро выходит, упрощая (65) и допуская, что в «исходном приближении»

$$\frac{dt}{d\lambda} = \frac{r^2}{h_0} = \frac{r_1^2}{n}; \qquad (74)$$

тогда, учитывая (73'),

$$dt = \frac{1}{n}(1 - 2e\cos c\lambda)\, d\lambda,$$

откуда

$$t = \frac{\lambda}{n} - \frac{2e}{cn}\sin c\lambda + t_0,$$

так что

$$n't = m\lambda - \frac{2em}{c}\sin c\lambda + n't_0,$$

и, следовательно, по (59)

$$\psi = (1-m)\lambda + \frac{2em}{c}\sin c\lambda. \qquad (75)$$

Произвольную постоянную Клеро полагает здесь равной нулю; таким образом, переменная ψ обращается в нуль вместе с λ.

С помощью (75) подготовляются выражения $\sin 2\psi$ и $\cos 2\psi$, входящие в функцию F; сохраняя в их разложениях только члены порядка em и обозначая через k известную наперёд постоянную

$$k = 1 - m = 0{,}925199,$$

получаем

$$\begin{aligned} \sin 2\psi &= \sin 2k\lambda + \frac{2em}{c}[\sin(2k+c)\lambda - \sin(2k-c)\lambda], \\ \cos 2\psi &= \cos 2k\lambda + \frac{2em}{c}[\cos(2k+c)\lambda - \cos(2k-c)\lambda]. \end{aligned} \qquad (76)$$

Теперь, действительно, уже нет препятствий к получению исходного приближения для функции F; пользуясь (73′) и (76), находим

$$F = E\cos c\lambda + A\cos 2k\lambda + B\cos(2k-c)\lambda + C\cos(2k+c)\lambda + P. \quad (77)$$

Такое разложение F в ряд косинусов, заключающих основной член с аргументом $c\lambda$ и ряд «комбинационных» членов с аргументами $2k\lambda$; $(2k-c)\lambda$; $(2k+c)\lambda$, представляет собой весьма важную часть методы Клеро; коэффициенты разложения E, A, B, C составляются определённым образом из всех трёх введенных постоянных: заданной наперёд k, произвольной e и подлежащей определению c; мы приведём здесь только значения E и P, которые, как оказывается, таковы:

$$E = \frac{3}{2}e;\quad P = -\frac{1}{2}. \quad (78)$$

При этих условиях и в виду (77) и (78) уравнение (71) может быть написано в виде

$$\frac{d^2u}{d\lambda^2} + u = \frac{1}{p}\left[1 - \frac{m^2}{2} + \frac{3em^2}{2}\cos c\lambda + Am^2\cos 2k\lambda + Bm^2\cos(2k-c)\lambda + Cm^2\cos(2k+c)\lambda\right]. \quad (79)$$

Если же ввести теперь вместо p его новое значение, изменившееся за счёт возмущений, положив

$$\frac{1}{p_1} = \frac{1}{p}\left(1 - \frac{m^2}{2}\right), \quad (80)$$

и отбросить в (79) члены порядка m^4, то уравнение для u приведётся к окончательной форме

$$\frac{d^2u}{d\lambda^2} + u = \frac{1}{p_1}\left[1 + \frac{3em^2}{2}\cos c\lambda + Am^2\cos 2k\lambda + Bm^2\cos(2k-c)\lambda + Cm^2\cos(2k+c)\lambda\right]. \quad (81)$$

В связи с этим уравнением; Клеро делает важное замечание: если бы для исходного приближения было взято эллиптическое движение с неподвижным перигеем, типа (69), то при соответствующих подстановках в правую часть (81) вошёл бы член вида $G\cos\lambda$; но он был бы для этого уравнения, как мы теперь говорим, «резонансным», так что в его интеграле u независимая переменная λ вышла бы за знак косинуса; в таком решении обратная величина радиуса-вектора возрастала бы неопределённо, что невозможно. Поэтому выбор исходного приближения в виде эллиптического движения с *подвижным* перигеем, типа (73), не только соответствует данным астрономии, но и имеет глубокое механическое значение, впервые учтенное Клеро.

Теперь остаётся произвести интегрирование уравнения (81); Клеро выполняет его несколько особенным образом; в конечном счёте он ищет только вынужденное колебание для переменной u, не требующее новых произвольных постоянных; при этом условии получается, как хорошо известно,

$$p_1u = \frac{p_1}{r} = 1 - \frac{3em^2}{2(c^2-1)}\cos c\lambda - \frac{Am^2}{4k^2-1}\cos 2k\lambda - \frac{Bm^2}{(2k-c)^2-1}\cos(2k-c)\lambda - \frac{Cm^2}{(2k+c)^2-1}\cos(2k+c)\lambda. \quad (82)$$

Сосредоточим наше внимание на втором члене; в исходном приближении он был взят в виде $e\cos c\lambda$; если мы попробуем теперь, чтобы после интегрирования уравнения (81), т. е. *после введения возмущений, этот член сохранил бы ту самую форму, которую он имел до их учёта*, т. е. чтобы его коэффициент равнялся e, то придём к условию

$$e = -\frac{3em^2}{2(c^2-1)}. \tag{83}$$

Произвольная постоянная e здесь сокращается, и мы получаем:

$$c^2 = 1 - \frac{3}{2}m^2,$$

откуда

$$c = 1 - \frac{3}{4}m^2.$$

Таким образом, движение перигея определено, и, надо сказать, оно выведено чрезвычайно изящным методом. Но, к изумлению, здесь оказывается, что полученное значение равно как раз тому самому, которое было найдено Ньютоном (см. стр. 191) и которое, как мы знаем, вдвое меньше истинного: это и был тот результат, к которому пришёл Клеро в работе 1747 г. и который привёл его к убеждению, что закон Ньютона недостаточен для объяснения движения лунного перигея и требует исправлений или дополнений, как мы о том говорили выше.

Так или иначе, постоянная c теперь определена, хотя бы и с грубой точностью. Таким образом, становятся известными зависящие от неё коэффициенты A, B, C в (82). Если провести их вычисление до конца, сохраняя лишь обусловленную точность, то найдём

$$\frac{p_1}{r} = 1 + e\cos c\lambda + m^2\cos 2k\lambda + \frac{15}{8}me\cos(2k-c)\lambda - \\ -\frac{5}{8}m^2e\cos(2k+c)\lambda, \tag{84}$$

где

$$k = 1-m; \quad c = 1-\frac{3}{4}m^2.$$

Более совершенные теории обнаружили впоследствии, что коэффициенты при третьем и четвёртом членах в (84) точны в пределах второго порядка малости (величины e и m считаются обе одинакового, именно первого, порядка).

Оставляя в стороне последний член в (84), имеющий очень малый коэффициент третьего порядка, выясним значение неравенств, соответствующих аргументам $c\lambda$, $2k\lambda$, $(2k-c)\lambda$. Для этого допустим на минуту, что λ изменяется пропорционально времени с угловой скоростью n. Тогда аргумент $c\lambda$ равен $cnt = l$, обозначая через l среднюю аномалию Луны (см. прим. 7). Таким образом, член с $\cos c\lambda$ даёт *главное эллиптическое неравенство* в обратной величине радиуса-вектора Луны (иными словами, в её параллаксе). Далее, аргумент $2k\lambda$ перешёл бы в $2(1-m)nt = 2(n-n')t = 2D$, т. е. он равнялся бы удвоенной средней элонгации Луны от Солнца, иными словами, он превратился бы в аргумент вариации (стр. 186). Таким образом, член с $\cos 2k\lambda$ соответствует *вариации* в параллаксе. Наконец, аргумент $(2k-c)\lambda$ превратился бы в $(2k-c)nt = 2D-l$, т. е., согласно сказанному на стр. 166, это был бы аргумент эвекции. Следовательно, член с $\cos(2k-c)\lambda$ даёт *эвекцию* в лунном параллаксе

Из сказанного видно, что теория Клеро была первой, обнаружившей возможность одновременного вывода основных неравенств лунного движения в разложении $1/r$ на единственной основе закона всемирного тяготения. Такой

же результат был получен Клеро, исходя из уравнения (65), и для долготы Луны его таблицы включают для неё уже 20 неравенств. Но на этих сторонах его теории мы останавливаться не будем.

Как же обстоит, однако, вопрос с движением перигея? В чём различие между теориями Клеро от 1747 и 1749 гг.? «Немного размышлений над предосторожностями, необходимыми в таких вычислениях, — говорит он, — покажет, что нельзя рассчитывать на точность предыдущего решения в отношении этого элемента лунной теории, и обнаружит, что его очень легко исправить последующими операциями».[111] Действительно, сущность этих операций напрашивается сама собой. При образовании «исходного приближения» для функции F [см. (72)] было принято такое выражение для r_1:

$$r_1 = 1 - e\cos c\lambda;$$

в результате интегрирования для r_1 получены дополнительные члены разложения; из них мы удержим здесь только вариацию и эвекцию и напишем соответственно (84):

$$r_1 = 1 - e\cos c\lambda - \beta\cos 2k\lambda - \gamma\cos(2k - c)\lambda, \qquad (85)$$

где $\beta = m^2 = 0{,}00560$; $\gamma = \frac{15\,me}{8} = 0{,}00770$, принимая, по наблюдениям, $e = 0{,}0549$.

Но чтобы исчерпать возможности первого приближения, мы должны подставить теперь в выражение для функции F новое выражение r_1 по (85) и выяснить, как изменятся коэффициенты E, A, B, C. При этом здесь опять наибольший интерес представит для нас коэффициент E; к тому же совершенно ясно, что если мы возьмём из (85) хотя бы наиболее сильное неравенство — эвекцию — и будем вводить её в (72), то от произведений типа $\cos(2k - c)\lambda \cdot \cos 2k\lambda$ и им подобных произойдут члены с аргументом $(4k - c)\lambda$, которые нас не интересуют, и члены с аргументом $c\lambda$, которые для нас очень важны, так как они существенно изменят как раз коэффициент при $\cos c\lambda$, т. е. E. Действительно, произведя такую подстановку и отбрасывая все члены порядка γe или γm, мы найдём для последовательных членов функции F в (72) следующие «приращения», как их называет Клеро:

$$\left(6\gamma + 0 + \frac{9}{4}\gamma - \frac{3}{4}\gamma\right)\cos c\lambda = \frac{15}{2}\gamma\cos c\lambda = \frac{225}{16}\,me\cos c\lambda.$$

Таким образом, коэффициент E изменяется на $\frac{225}{16}\,me$, так что его полное значение, в виду (78), должно быть принято равным

$$E_1 = \frac{3}{2}\,e + \frac{225}{16}\,me. \qquad (86)$$

Следовательно, соответствующий член в разложении (82) теперь будет

$$\frac{-E_1 m^2}{c^2 - 1}\cos c\lambda,$$

и если мы снова потребуем, чтобы это неравенство в возмущённом движении имело ту же форму, что и в исходном приближении, т. е. чтобы его коэффициент равнялся e, то это приведёт к условию

$$-\frac{3}{2}\,m^2 e - \frac{225}{16}\,m^3 e = e\,(c^2 - 1).$$

Произвольная постоянная здесь опять выпадает, как и в (83), и мы получаем

$$c^2 = 1 - \frac{3}{2} m^2 - \frac{225}{16} m^3,$$

откуда

$$c = 1 - \frac{3}{4} m^2 - \frac{225}{32} m^3, \qquad (87)$$

или, переходя к числам,

$$1 - c = 0{,}04196 + 0{,}02943 = 0{,}07139.$$

Это значение уже существенно ближе к «наблюдённому» 0,08452, чем первое приближение Ньютона.

Более совершенными лунными теориями было подтверждено, что оба члена в выражении (87) правильны. Впрочем, сам Клеро вовсе не приводит буквенных выражений для коэффициентов A, B, C, β, γ и постоянной c, а сразу даёт их значения в числах.

Итак, резюмируя, Клеро разъяснил загадку с движением лунного перигея тем, что, интегрируя уравнение (81), он ищет то вынужденное колебание переменной u, которое при отсутствии возмущений, т. е. при $m = 0$, $c = 1$, переходит в свободное [ср. (84) и (69)]. Период этого колебания, найдённый в первом приближении, Клеро исправляет, учитывая влияние одного из вынужденных колебаний, полученных при интегрировании уравнения (81) в этом же приближении, в данном случае — эвекции. С точки зрения специальных проблем небесной механики Клеро положил этим начало к определению последовательных членов знаменитого ряда[112] для $1-c$. В этом вопросе, как и во многих других, он оказался одним из основоположников небесной механики, и премия, присуждённая ему в Петербурге в 1752 г., оправдала себя во всей её исторической полноте.

11. Теория и наблюдения

Излагая результаты своей лунной теории, Лаплас в VII книге «Небесной механики» писал: «Из них бесспорно следует, что закон всемирного тяготения есть единственная причина неравенств движения Луны; и если учесть их значительное число и величину, а также близость этого спутника к Земле, то станет очевидным, что именно Луна среди всех небесных тел является наиболее подходящим для того, чтобы утвердить этот великий закон природы».[113]

Оправдалась ли эта уверенность Лапласа за истекшие полтораста лет? За это время лунные теории достигли такой степени законченности и совершенства, о которых в его эпоху едва ли было можно мечтать. Во второй половине XIX и в первое десятилетие XX в. Ганзен, Делонэ и Броун, работая по совершенно различным направлениям, ценою грандиозного и вызывающего изумление труда исчерпали не только теорию солнечных возмущений в движении Луны, но и значительно более сложную теорию «планетных неравенств», возникающих в движении нашего спутника под действием притяжения больших планет солнечной системы,[114] так что, в настоящее время, по общему убеждению астрономов, на теории и на таблицах Эрнеста Броуна гравитационная теория движения Луны может считаться законченной. Хотя в своё время Эйлер, как мы видели, не мог отрешиться от убеждения, что она «превосходит силы человеческого ума», мы вправе смотреть теперь на неё как на этап, уже окончательно пройденный наукой на очень сложном и трудном пути.

И теперь снова перед нами встаёт всё тот же вопрос, с которого мы начали нашу статью и который был поставлен ещё тогда, когда развитие ньютоновой теории только начинало намечаться в трудах Эйлера, Даламбера и Клеро.

Итак, совпадает ли наблюдаемое движение Луны с тем, которое даётся теорией, основанной исключительно на законе всемирного тяготения?

На этот вопрос современная астрономия во всяком случае не может дать утвердительный ответ: в наблюдённом движении Луны обнаруживаются отклонения от теории, и как теперь твёрдо установлено, эти отклонения являются окончательными. Рассчитывать на то, что их удастся уничтожить путём усовершенствования теории и таблиц, уже нельзя. «Если в прошлом, — говорит Броун,[115] — было затрачено много усилий на то, чтобы представить движение Луны с помощью одной гравитационной теории, то теперь признаётся, что это не может быть достигнуто полностью. Когда мы пытаемся представить древние и современные наблюдения с одной и той же совокупностью постоянных, то оказывается, что при любых способах уравниванья остаётся некоторое расхождение с теорией. То же самое имеет место и в отношении современных наблюдений. Здесь обнаруживаются знакопеременные разности, которые не соответствуют никакому гравитационному теоретическому неравенству и которые достаточно велики для того, чтобы исключить возможность объяснения их ошибками в теории или в наблюдениях». Ньюкомб, один из крупнейших теоретиков минувшего столетия, высказывался в этом вопросе с ещё большим пессимизмом: «Мы не можем предвычислять долготу Луны, и нам придётся вносить в неё поправки по наблюдениям через каждые 10 или 20 лет».[116] И это удивительное положение вещей нашло себе как бы окончательное признание в следующем факте: в Таблицах Броуна включено 751 неравенство лунной долготы. Начиная от эвекции с амплитудой в 1° 16′25″, 426, здесь учтены все солнечные и планетные неравенства, если только их амплитуды превосходят 0″,001; но среди них мы находим одно (за № 1374), с довольно значительной амплитудой в 10″, 71 и периодом в 260 лет, которому даётся название «Большого эмпирического» (Great Empirical Term); оно введено в таблицы только с тем, чтобы удовлетворить наблюдениям за время с 1750 по 1900 г.;[117] и надо признать, что появление его среди огромного количества гравитационных неравенств несколько странно действует на астронома, если только в памяти его живы заветы Лапласа и Клеро. В какой-то мере, хотя бы и в миниатюрном масштабе, оно возвращает нас к эмпирическим лунным теориям Гиппарха и Птоломея. К тому же «большое эмпирическое неравенство» ещё не спасает положения вещей. Мы уже знаем, что Таблицы Броуна не воспроизводят движения Луны во всей точности: так, для предвычисления ближайших солнечных затмений, астрономические ежегодники вводят поправку долготы Луны, доходящую теперь (1942) до 3″.

Вопрос о сопоставлении гравитационной лунной теории с наблюдениями представляет особенный интерес, когда имеется в виду охватить материал за всю дошедшую до нас историю астрономической культуры. В «Альмагесте» Птоломея сохранились данные о наблюдении лунных затмений в Вавилоне, на о. Родос и в Александрии от 720 г. до н. э. до 140 г. н. э. У древних авторов имеются более или менее правдоподобные описания нескольких солнечных затмений; и уже Галлей в XVII в. знал, что все эти наблюдения нельзя согласовать с средневековыми и с современными ему, не введя в долготу Луны квадратичного члена σt^2. Определение σ, начатое Лапласом (см. стр. 194), было закончено только Адамсом и Делонэ; его теоретическая величина, считая время t в столетиях, равна 6″ . Между тем, для получения согласия с древними наблюдениями для него требуется ровно вдвое большее значение, именно $\sigma = 12''$. За 25 столетий разность теоретического и эмпирического квадратичных членов составит больше 1°; но Луна проходит 1° в 1 час 40 мин.; за это время полоса фазы солнечного затмения уходит на сотни километров; отсюда ясно, что разница оказывается весьма существенной. Напротив, когда речь идёт о представлении точных наблюдений за два минувших столетия, эта разность не превзойдёт 24″ и имеет гораздо меньшее значение; но зато здесь возникает другое затруднение. Уже Лаплас заметил, что среднее движение Луны, определённое

по сравнению теории с наблюдениями до эпохи 1750 г., оказывалось бо́льшим того, которое определялось из позднейших наблюдений; но если бы весь вопрос сводился к вековому ускорению, получалось бы как раз наоборот;[118] поэтому Лаплас приходил к выводу о наличии в долготе «одного или нескольких неравенств долгого периода, которые могут быть раскрыты только теорией»; и действительно, мы знаем теперь, что имеется одно, но и только одно значительное неравенство такого типа — это знаменитое «большое неравенство от Венеры» (Great Venus Term) с теоретически определёнными амплитудой в 14″,3 и периодом в 273 года. Появление его в теории быстро движущейся Луны является одним из самых удивительных фактов в небесной механике;[119] однако оказывается, что после введения этого неравенства в таблицы остаются необъяснимые уклонения от наблюдений, почти такой же величины и такого же периода. Ими и объясняется появление «большого эмпирического неравенства», не могущего найти никакого оправдания в гравитационной теории. И наконец, над этим большим колебанием вырисовываются достаточно ясно флуктуации с меньшими амплитудами, порядка 5—4″, с периодами в 60 и 70 лет.

В чём же причина этих странных явлений? Её искали безуспешно в сжатии Солнца (ускользающем пока от непосредственных наблюдений), в магнитных силах, действующих между Землей и Луной; так просто объяснить их нельзя; не́ помогла здесь нисколько и теория относительности. Но астроном борется за великий закон Ньютона, и он готов скорее признать эти несомненные уклонения нереальными, чем окончательно порвать с классической теорией, раскрытой на страницах ньютоновых «Начал». Такой выход наметился ещё в середине минувшего столетия, когда Делонэ предложил усматривать в особенностях лунного движения лишь отображение особенностей вращения Земли, дающего нам единицу счёта времени, в котором мы познаём и изучаем движение Луны.[120] Совершенно естественно, что всякое ускорение движения Луны может явиться лишь кажущимся, будучи отражением замедления вращения Земли, следовательно, удлинения наших «суток» и потому запаздывания астрономического времени по отношению к тому «абсолютному времени», которое постулировал Ньютон.[121] Но этот вопрос приобретает очень большую сложность, если мы учтём, что замедление (или ускорение) вращения Земли должно отображаться также и на наблюдаемых движениях планет, по крайней мере ближайших к Земле и обладающих наибольшей скоростью, именно Меркурия и Венеры. Произведённые в данном направлении очень тщательные исследования не привели, однако, как кажется, к окончательному решению этих тонких и сложных проблем;[122] вопрос же о возможных причинах изменения скорости вращения Земли переходит от астронома к геофизику и требует развития соображений, в которые мы не можем здесь входить.[123] Но в этих сложных условиях астрономы, вооружённые тем «трудолюбием и любовью к истине», о которых когда-то говорил Птоломей, имеют перед собой одну важнейшую задачу: продолжать и умножать ряды наблюдений Луны и их методическую обработку, пока собранный материал не будет достаточно обширен и точен для того, чтобы позволить решить последние загадки в той проблеме, на изучении которой человеческая мысль, озарённая гением Ньютона, прошла уже столь длинный и славный путь.

ПРИМЕЧАНИЯ

[1] «An omnes inaequalitates, quae in motu Lunae observantur, Theoriae Newtonianae sunt consentaneae, et quaenam sit vera Theoria harum inaequalitatum unde locus Lunae ad quodvis tempus possit inveniri?»

[2] Так называемый «цикл Метона» (предложен в 433 г. до н. э.), составляющий основу не только древнегреческого, но и действующих еще теперь китайского, японского и еврейского календарей; по Делямбру (D e l a m b r e, Hist. de l'Astronomie ancienne, I, стр. 350) этот цикл был известен в Китае за 26 веков до н. э.; у грече-

ских астрономов был принят еще так называемый «период Калиппа», равный учетверённому метонову циклу без одного дня: 27 759 дней = 76 лет = 940 лунных месяцев; отсюда длина лунного месяца получалась равной 29,53085 дня (с ошибкой в 3 мин. 44 сек.).

[3] Средневековая астрономия поместила в узлах Луны голову и хвост дракона (caput et cauda draconis), пожирающего Луну во время затмения, и месяц возвращения по широте получил название *драконического*; нечего и говорить, что грекам это название не было известно. Заметим кстати, что звёздный, аномалистический и драконический месяцы носят у греков название «возвращений» Луны по долготе, по аномалии и по широте.

[4] «Альмагест», кн. IV, гл. II; см. Cl. Ptolomée, Almageste, ed. Halma, I, стр. 216; этот знаменитый вавилонский цикл (Сарос) и по настоящее время сохранил свое значение для построения таблиц затмения (см. Newcomb, Tables of the Solar Eclipses).

[5] Ptolomée, op. laud., стр. 216 и 218.

[6] E. Brown, An Introductory Treatise on the Lunar Theory, 1896, стр. 118 и 130.

[7] Эти углы следующие: 1) среднее угловое расстояние Луны от Солнца (средняя элонгация); обозначение её в дальнейшем D, среднее суточное движение $n - n' = n(1-m)$; 2) среднее расстояние Луны от перигея (средняя аномалия); обозначение его l, среднее суточное движение $n - n_1 = cn$; 3) среднее расстояние Луны от восходящего узла; обозначение F, его среднее суточное движение $n - n_2 = gn$; 4) наконец, последний угол — средняя аномалия Солнца (его среднее угловое расстояние от перигея орбиты Земли); обозначение l', среднее суточное движение $n' = mn$. Во всех этих выражениях n — среднее суточное движение Луны по долготе (по отношению к неподвижным звездам); об этих углах см., например, Л. Эйлер, Новая теория Луны (Собр. трудов акад. А. Н. Крылова доп. к т. V и VI, 1937, стр. 5); почему независимых аргументов здесь необходимо и достаточно именно четыре, вытекает из общих теорем небесной механики (см. H. Poincaré, Leçons de mécanique céleste, § 193).

[8] Tannery, Rech. sur l'hist. de l'astronomie ancienne, 1893, стр. 186 — 187; наибольшее значение E определялось в 7°7′; по вавилонской астрономии имеется длинный ряд специальных работ (Epping und Strassmayer, Neugebauer и др.).

[9] «Альмагест», кн. IV и V.

[10] Там же, кн. III, гл. II (ed. Halma, I, стр. 150).

[11] По средневековой терминологии: A есть aux; C — oppositum augis.

[12] Это условие формулировалось в средние века определением точки T как «эквантыя (punctum aequans) движения.

[13] Это движение носит у Птоломея название προσνευσις τῶν ἐπικύκλων — «киванье», т. е. колебанье эпицикла.

[14] В ней радиус круга принимался за 60 единиц или «частей»; всякая длина выражалась в долях радиуса и в свою очередь делилась на 60 частей и т. д.; таким образом, запись $OT = 10^p\ 19'$ (где p означает pars, часть) в нашем счёте равносильна: $OT = 619/3600 = 0{,}17194$.

[15] Мы будем считать средние аномалии от перигея Луны, а не от её апогея; так принято в астрономии со времени Эйлера.

[16] Это и естественно, так как основа схемы — перемещение наблюдателя из O в T.

[17] Делямбр и другие исследователи в формуле (4) принимали r вместо r', отчего согласие получалось у них значительно хуже, чем у нас (Delambre, Hist. astr. ancienne, II, стр. 206).

[18] Его ввел Bouillaud (Bullialdus у Ньютона) в своей «Astronomia Philolaica», Paris, 1634.

[19] Долгоруков. Теория движения Луны, стр. 319 и сл.

[20] Заметим, что, вместо фигурирующих в (9) амплитуд, Гиппарх и Птоломей получали: 5°1′ и 2°39′ («Альмагест», кн. V, гл. VII, ed. Halma, I, стр. 314); таким образом, коэффициент эвекции был бы у Птоломея 1°19′30″, т. е. всего на 2′ больше его действительного значения [см. формулу (6)]. Оба указанных угла и являются единственными элементами, с помощью которых Птоломей построил первую таблицу неравенств лунной долготы в результате действительно огромных вычислений (immenses calculs, как замечает Лаплас; см. Laplace, Oeuvres, 1846, VI, стр. 259).

[21] Ptolomée, Halma) II, стр. 147.

[22] «De Revolutionibus», кн. I.

[23] Птоломей обходит полным молчанием это очевидное обстоятельство. Не потому ли, что всю свою схему он считал не более как фикцией, предназначенной только для изображения обоих неравенств долготы?

[24] «De Revolutionibus», кн. IV, гл. 8.

[25] По Копернику epicepicyclus.

[26] Заметим, что r_1 у Коперника почти в точности равен удвоенной постоянной лунного эксцентриситета современных теорий, именно $e = 0{,}054899$.

[27] «De Revolutionibus», кн. IV, гл. 17.

[28] Строя свою эпициклическую схему лунного движения, на деталях которой в виду сказанного выше нет оснований останавливаться, Тихо включил новое неравенство так,

что оно не могло изменить амплитуд ни первого, ни второго, а налагалось на их суммарный эффект. В своей теории Тихо добился дальнейшего снижения отношения крайних расстояний Луны; оно равно у него 1,15, что весьма близко к действительности; но из даваемых им предельных значений ($52^1/_4$ и $61^1/_6$ радиуса Земли) получается невозможная постоянная параллакса $p = 61'10''$.

[29] В 1840-х годах французский арабист Sédillot выступил с утверждением, что вариацию открыл арабский астроном Аб-уль-Вефа (около 900 г.); на эту тему длился многолетний горячий спор; но в настоящее время вопрос исчерпан, и не в пользу Аб-уль-Вефы: вариация открыта Тихо Браге, как он сообщил об этом в 1598 г.; см. D r e y e r, History of the Planetary Systems, 1906, стр. 252 — 257.

[30] Кеплер, вычислявший астрономические ежегодники, обнаружил, что солнечное затмение 7 марта 1598 г. (н. ст.) и лунное затмение в феврале произошли на час позже, чем было дано в его календаре, а лунное затмение в августе случилось раньше, чем полагалось; и уже в Ежегоднике на 1599 г. Кеплер сумел определить отсюда годичное неравенство лунной долготы.

[31] Полное заглавие этой, вышедшей в 1609 г. книги в переводе: «Новая астрономия, причинно обоснованная, или небесная физика, изложенная в комментариях на движения планеты Марс по наблюдениям Тихо Браге».

[32] K e p l e r, Opera Omnia, III, стр. 320.

[33] В этом тезисе заключается одна из самых удивительных ошибок в кеплеровых рассуждениях; она вытекает непосредственно из его основной «физической гипотезы»: скорость планеты убывает пропорционально расстоянию планеты от Солнца; для эллипса это положение верно только, когда планета в перигелии и афелии. Разумеется, из «физической гипотезы» для круговых орбит немедленно получается $v : v' = r' : r$; $T : T' = r^2 : r'^2$; от этого тезиса Кеплер не отказался даже и тогда, когда открытие «третьего закона» сделало очевидным, что в круговых орбитах $v : v' = \sqrt{r'} : \sqrt{r}$. Ещё более замечательно, что коренная ошибочность «физической гипотезы» компенсируется у Кеплера второй ошибкой при определении среднего расстояния планеты; здесь сумма её радиусов неправильно отождествляется у него (в пределе) с площадью, описанной радиусом-вектором; но из обеих этих неверных предпосылок выводится правильное и классическое «уравнение Кеплера».

[34] Термин virtus трудно поддаётся точному переводу — он может означать свойство, качество, способность, действие. K e p l e r, Opera Omnia, ed. Frisch, III, стр. 315.

[35] Там же, стр. 395.

[36] Там же, стр. 359.

[37] Там же, стр. 387.

[38] Там же, стр. 151.

[39] G a l i l e o, Il Saggiatore, 1623, Ed. Nazionale, VI, стр. 232.

[40] G a l i l e o, Lettera a Fr. Ingoli, Ed. Nazionale, VI, стр. 543.

[41] G a l i l e o, Dialogo, Ed. Nazionale, VII, стр. 486.

[42] G a l i l e o, Lettera a Fulganzio Micanzio, 1634, Ed. Nazionale, XVI, стр. 163.

[43] G a l i l e o, Dialogo, Ed. Nazionale, VII, стр. 460.

[44] G a l i l e o, ib., стр. 478.

[45] G a l i l e o, ib., стр. 250.

[46] V o l t a i r e, Eléments de la philosophie de Newton, 1738. Весьма интересная и едкая критика астрономических фантазий Декарта имеется у D e l a m b r e, Histoire de l'Astronomie Moderne, т. II, гл. X, 1821.

[47] Таково заглавие книги III «Математических начал натуральной философии»; все цитаты из них приводятся в дальнейшем по переводу акад. А. Н. Крылова (Полное собрание трудов, изд. АН СССР, т. VII, 1936).

[48] «Начала», стр. 244.

[49] Там же, стр. 29.

[50] Там же, стр. 216.

[51] L a p l a c e, Oeuvres, 1846, VI, стр. 435.

[52] «Начала», стр. 662. В настоящей статье мы не касаемся ни тех последовательных этапов, которые привели Ньютона к открытию закона всемирного тяготения, ни его отдельных высказываний о сущности этой силы; к этим последним относятся прежде всего знаменитый «31-й вопрос» в «Оптике», 1704 г. (русский перевод под ред. акад. С. И. Вавилова, изд. 1927 г., стр. 10, 292, 331 — 332), и часто цитируемое письмо к Бентлею от 25/II 1692 г.; по всем этим вопросам отсылаем читателя к Р о з е н б е р г е р у, История физики, 1937, ч. II, стр. 188 — 207, и к Д а н н а м а н у, История естествознания, 1936, т. II, гл. VII и XII. В самих «Началах» имеются только указания, что под притяжением разумеется вообще «какое бы то ни было стремленье тел к взаимному сближенью» (там же, стр. 244); что сила тяготения подчиняется третьему закону движения (стр. 54); что она иного рода, чем магнитная (стр. 518), и, наконец, что обоснование её свойств из явлений Ньютоном не найдено (стр. 662).

[53] Письмо к Галлею от 20/VI 1686 г.

[54] «Начала», стр. 512.

[55] Этот путь вывода указан, в сущности, самим Ньютоном в «Поучении» к приведенному доказательству. «Начала», стр. 512, 513.

[56] «Начала», стр. 220.

[57] Большая полуось так называемого «международного эллипсоида», принятая в 1924 г. (по Hayford).

[58] Значение, принятое в 1930 г. для так называемой «международной формулы силы тяжести» (Cassinis).

[59] Значение постоянной лунного параллакса, принятое в таблицах Луны Броуна (E. Brown, Tables of the Motion of the Moon, 1919).

[60] Определение Hinks'a (1906), принятое в тех же таблицах Броуна.

[61] См., например, Долгоруков, Теория Луны, 1902, стр. 298.

[62] G. Darwin, On the Figure of the Earth, carried to the second order of small quantities (Coll. Works, III); по этим вопросам см. статью автора «Фундаментальные постоянные астрономии и геодезии» в «Астрономическом Ежегоднике» на 1942 г., стр. 429.

[63] «Начала», стр. 548 — 557.

[64] Laplace, Oeuvres, 1846, V, стр. 438.

[65] Л. Эйлер, Ук. соч., стр. 11.

[66] «Начала», стр. 552; разумеется, написание формул у Ньютона совершенно иное, и все его выводы геометрические.

[67] Вывод Лапласа, повторенный Тиссераном, можно найти в «Началах» (дополнения акад. А. Н. Крылова), стр. 671 — 672.

[68] «Начала», стр. 556; ньютоново отношение есть 1,00719 : 0,99281. Выражение (46) для α интересно сопоставить с тем, которое находит Адамс в его «Lecture on the Lunar Theories» (частично включены акад. А. Н. Крыловым в его издание «Новой теории Луны» Эйлера, стр. 160 — 163); у Адамса для α, в результате совершенно иного вывода, в знаменателе вместо $-m_1^2$ получается $+{}^1/_2 m_1^2$, так что у него α (называемое a_2) равно 0,0071795.

[69] «Начала», стр. 557; формула Адамса для b_2 совпадает с формулой (48), но его численный результат $b_2 = 35'06'',4$.

[70] Весьма замечательно, что формулы (51) в точности соответствуют тем, которые получаются у Дж. Дарвина как результат первого приближения к лунной теории Хилла; к сожалению, Дж. Дарвин не отметил тождества между этим решением и теорией лунной вариации у Ньютона (см. G. Darwin, Lectures on Hills Lunar Theory, Scient. Papers, V, стр. 25).

[71] G. Hill, Researches on the Lunar Theory (Coll. Works, I).

[72] H. Poincaré, Les Méthodes nouvelles de la mécanique céleste, I.

[73] «Начала», стр. 227 — 244.

[74] Там же, стр. 288 — 309.

[75] Там же, стр. 570.

[76] Долгоруков, Теория движения Луны, стр. 306.

[77] «Начала», стр. 676 (замечания Тиссерана).

[78] «Начала», стр. 580 — 584.

[79] Is. Newtoni, Opera quae extant omnia, ed. Horsley, III, стр. 245 — 250; насколько нам известно, «Theoria Lunae» никогда не была ещё комментирована.

[80] Оно получается из тех членов порядка $m^2 a/a'$, которые были отброшены при разложении радиального ускорения Луны.

[81] Известно, с каким настойчивым упорством Ньютон требовал от Флэмстида (директора обсерватории в Гринвиче) сообщения ему наблюдений Луны; отсюда долголетняя размолвка между ними, взаимные обиды и огорчения. Некоторые из писем Ньютона к Флэмстиду приведены у акад. А. Н. Крылова. «Ньютонова теория астрономической рефракции», изд. Акад. Наук, 1935, стр. 36 — 37.

[82] Именно отношение «осреднённой» возмущающей силы Солнца к притяжению Луны Землей, равное $m^2/2 = 1 : 357{,}45$ («Начала», стр. 198).

[83] Ньютон владел эквивалентными ей соотношениями, см. «Начала», стр. 83, примечание 42 акад. А. Н. Крылова.

[84] «Начала», стр. 198.

[85] Histoire de l'Académie Royale des Sciences, année 1745 (éd. 1749), стр. 336.

[86] Только в конце XIX в. после открытия манускриптов Ньютона, вошедших в так называемую «коллекцию лорда Портсмутского», выяснилось, что Ньютон путём рассуждений изумительной проницательности вывел почти точное значение движения перигея (см. об этом «Начала», стр. 683 — 685, где дано извлечение из статьи Adams, Studies in Newtons Lunar Theory). Однако для органического развития науки XVIII в. этот факт прошёл, разумеется, бесследно.

[87] В 1684 г. они встречаются втроем в Лондоне и дискутируют вопрос о движении под действием силы притяжения; здесь Гук заявляет, что у него уже готово решение, но он откладывает сообщение и самоуверенно обещает «подарить книгу в 40 шиллингов всякому, кто опередит его на этом пути». Но время идёт, Галлей замечает, что м-р Гук «не так хорош, как его слова» (not as good as his word), и обращается с письмом к Ньютону в Кэмбридж: какова должна быть орбита тела, движущегося вокруг центра притяже-

ния по д действием силы притяжения, обратно пропорциональной квадрату расстояния? Ньютон ответил немедленно, что это эллипс и что он уже с 1679 г. владеет решением. С этого момента и начинается напряженная работа Ньютона над созданием «Начал».

[88] Eléments de la philosophie de Newton, mis à la portée de tout le monde, par M. de Voltaire, Amsterdam, 1738, стр. 86.

[89] Marquise Emilie du Châtelet (1703 — 1749), которую Вольтер, посвящая ей только что упомянутую книгу, называет «vaste et puissant génie, Minerve de la France, immortelle Emilie, disciple de Newton et de la vérité» (обширный и могучий ум, Минерва Франции, бессмертная Эмилия, ученица Ньютона и истины). Прекрасные страницы написаны Вольтером в память этой выдающейся французской женщины в предисловии к первому тому её перевода ньютоновых «Начал»; этот перевод с примечаниями Клеро был издан через десять лет после смерти дю Шатле. Почти одновременно (в 1760) появился и другой перевод «Начал», выполненный иезуитами Le-Sueur et Jacquier. Если к этому прибавить, что в 1744 г. в Париже начало выходить латинское издание математических сочинений Ньютона, то все это ясно покажет, как велик был интерес к Ньютону во Франции в первую половину XVIII в.

[90] Хр. Гюйгенс (1629 — 1695), великий голландский механик и физик, был один из первых иностранных членов Парижской Академии, основанной в 1666 г. Гюйгенс допускал только притяжение частиц Земли к ее центру, но не друг к другу. Он создал таким образом, модель планеты, вся масса которой сосредоточена в точечном ядре. Сжатие такой планеты под действием центробежной силы и центрального притяжения было определено Гюйгенсом ещё в 1669 г., т. е. задолго до появления «Начал» (1687). Оно получалось в $2^1/_2$ раза меньше, чем то сжатие, которое было получено Ньютоном для принятой им модели жидкой и однородной гравитирующей вращающейся планеты. Ньютоновой теории тяготения Гюйгенс не признавал и в объяснении тяжести склонялся к декартовым вихрям. Говоря о Бугэ, мы имеем здесь в виду его книгу: «La Figure de la Terre, déterminée par les observations de Bouguer et la Condamine, envoyés par ordre de Roi au Pérou, pour observer aux environs de l'Equateur» (Paris, 1749). Некоторые главы этой книги и поныне сохранили свое значение для геодезии и гравиметрии. Здесь дана та «формула Бугэ», которой учитывается притяжение крупных надземных масс на материальную частицу на их поверхности, формула, постоянно применяемая при обработке наблюдения силы тяжести. О книге Клеро см. прим. 92.

[91] Alexis Claude Clairaut (1713 — 1765) был избран членом Парижской Академии в возрасте 18 лет за работу по теории пространственных кривых. В мемуарах Парижской Академии за 1728 г. имеется указание, что первая его работа, доложенная Академии его отцом, была написана Клеро в возрасте 12 лет и 8 месяцев.

[92] Первая из упомянутых работ опубликована в Histoire de l'Académie des Sciences, année 1743 (éd. 1746, стр. 17 — 32); вторая — в той же Histoire, année 1745 (éd. 1749, стр. 329 — 364). Томы мемуаров объединили материал за несколько лет, и Академия могла постановить включить в данный том работы, появившиеся после его начальной даты. Следует помнить, что между обеими этими работами по теории Луны появилась замечательная книга Клеро по теории фигуры Земли (Clairaut, Théorie de la figure de la Terre, tirée des principes de l'hydrostatique, Paris, 1743; второе издание дано Пуассоном в 1808 г. без дополнений или примечаний). Содержание этой классической книги, в которой впервые рассмотрен вопрос о равновесии медленно вращающейся неоднородной гравитирующей жидкости, явилось отправным пунктом исследований многих великих математиков — Лапласа, Пуанкаре, А. М. Ляпунова.

[93] «Начала», стр. 184 — 199. Тот факт, что при действии закона Ньютона перигелии и узлы планет в невозмущенном кеплеровом движении неподвижны, является источником величайших трудностей в задаче трёх тел. Любопытно отметить, что в теории относительности при объяснении той части движения перигелия Меркурия, которая не могла быть оправдана классической небесной механикой (42″,9 в столетие), действие ньютоньянского притяжения усиливается членом вида $\alpha m/r^4$ (см., например, Ландау, Теория поля, 1941, стр. 245). Однако, как только это установлено, окончательный результат, именно величина смещения перигелия за один оборот планеты, немедленно получается по формуле Ньютона («Начала», стр. 195), полагая в ней $b = 1$; $c = \alpha$; $m = 1$; $n = -1$, так что $\delta\varphi = \frac{2\pi}{p}\left(\sqrt{\frac{1+\alpha}{1-\alpha}} - 1\right) = \frac{2\pi\alpha}{p}$, где p — параметр орбиты.

[94] Dalembert, Méthode générale pour déterminer les orbites et les mouvements de toutes les planètes, en ayant égard à leur action mutuelle. Histoire de l'Académie des Sciences, année 1745, стр. 365 — 390, особенно стр. 384 и 389; к такому же выводу о недостаточности закона Ньютона пришёл в то же время и Эйлер, из-за некоторой ошибки, допущенной им же в исследовании взаимных возмущений Юпитера и Сатурна (Euler, Recherches sur le mouvement des corps célestes en général, Mémoires de l'Académie de Berlin, 1747, и в работе, премированной Парижской Академией в 1749 г.).

[95] Примечания к «Началам», стр. 679.

[96] Buffon, Réflexions sur la loi de l'attraction. Histoire de l'Académie, année 1745, éd. 1743, стр. 493 и 551.

[97] Laplace, Oeuvres, V, éd. 1845, стр. 423.

[98] Histoire de l'Académie, année 1745, стр. 529 и 578.

[99] Avertissement de M. Clairaut au sujet des Mémoires qu'il a donné en 1747 et 1748 sur le Système du Monde dans les principes de l'attraction, lu le 17 Mai 1749. Histoire de l'Académie, année 1745, éd. 1749, стр. 577.

[100] Dalembert, Recherches sur différents points importants du Système du Monde, I et III, 1754 и 1756. Впоследствии между Клеро и Даламбером возникла довольно острая полемика как по вопросам теории Луны, так и по теории комет; отзвуки её в ряде томов «Journal des Savants» (например, 1760, стр. 714, 751, 815; 1761, стр. 837 и др.).

[101] См. «Начала», стр. 656. «Но определение эллиптической орбиты этой кометы, — говорит Ньютон, — будет верно, если через 75 лет комета действительно возвратится по этой орбите».

[102] Clairaut, Mémoire sur la comète de 1759. Hist. de l'Académie, année 1759, éd. 1765, стр. 115 — 121; «Sur la théorie du mouvement des comètes». J. des Savants, 1760, стр. 714. Предвычисление появления кометы Галлея было выполнено Клеро в сотрудничестве с знаменитой тогда вычислительницей M-me G. Lepaute; результаты сообщены Парижской Академии 14 ноября 1758 г., т. е. за несколько месяцев до появления кометы; неточность предвычисления, как потом оказалось, не превышала одного месяца, что было действительно замечательным для той эпохи результатом.

[103] Clairaut, Mémoire sur l'orbite apparente du Soleil. Hist. de l'Académie, année 1754, éd. 1759, стр. 521, особенно стр. 557 — 559; действительная величина этого отношения есть 1 : 81,5; ближайшее к ней определение, данное в XVIII в., принадлежит Эйлеру (1 : 85).

[104] Laplace, Sur l'accélération séculaire de la Lune. Hist. de l'Académie, année 1786, éd. 1788, стр. 235 — 261; любопытно, что первоначально Лаплас полагал возможным объяснить вековое ускорение Луны конечной скоростью распространения действия притяжения (см. Mécanique céleste, Oeuvres, V, éd. 1846, стр. 420). После Лапласа вопрос о величине векового ускорения Луны имел очень сложную историю, подробно изложенную у Tisserand, Traité de mécanique céleste, т. III, гл. XIII.

[105] Laplace, Mécanique céleste, VII, Théorie de la Lune (III, éd. 1846, стр. 209—353).

[106] Laplace, Exposition du système du monde (Oeuvres, VI, éd. 1845, стр. 264).

[107] На самом этом названии ощущается веяние эпох революции, консульства и империи, когда издавалась «Небесная механика» Лапласа. Не забудем, что ее III том, содержащий теорию планет и Луны, вышёл с посвящением: «A Bonaparte, de l'Institut National» (Бонапарту, члену Национального института,—т. е. реорганизованной Конвентом Академии Наук); оно начинается словами: «Citoyen Premier Consul! Vous m'avez permis de vous dédier cet ouvrage...» (Гражданин первый консул! Вы позволили мне посвятить Вам это сочинение...).

[108] H. Poincaré, Leçons de mécanique céleste, II, 2-me partie (Paris, 1909). Théorie de la Lune, стр. 136.

[109] «Théorie de la Lune, déduite du seul principe de l'attraction réciproquement proportionelle aux quarrés des distances» par M. Clairaut, St.-Pétersbourg, 1752. Направление в печать («Imprimatur») подписано гр. Кириллом Разумовским. В 1765 г. Клеро дал в Париже второе издание этой книги, довольно значительно развив её содержание и присоединив к ней «Таблицы движения Луны, вычисленные по теории всемирного тяготения».

[110] Clairaut, De l'orbite de la Lune, en ne négligeant pas les quarrés de même ordre que les forces perturbatrices. Hist. de l'Académie, année 1748, éd. 1752, стр. 421—440.

[111] Clairaut, Théorie de la Lune, éd. 1765, стр. 27.

[112] Следует заметить, что буквенное выражение третьего члена в (87) было дано впервые Даламбером (1754). Ряд для $1 - c$ оказался исключительно медленно сходящимся; так, по теории Делонэ, с поправкой Андуайэ, коэффициент при m^9 равен дроби с числителем 29 726 828 924 189 и знаменателем 679 477 248 (см. Tisserand, III, стр. 412). С современной точки зрения величина c в терминологии Пуанкаре есть характеристический показатель периодического решения уравнений движения Луны, представляемого вариационной орбитой. Для вычисления c имеются исключительно мощные методы Хилла. Замечательный по своей простоте способ получения $1 - c$ без разложения в ряды дан в лекциях Адамса (см. «Приложение» акад. А. Н. Крылова к «Новой теории Луны» Эйлера, стр. 183 — 192; там же приведены достаточно детальные выдержки из классической работы Хилла).

[113] Laplace, Oeuvres, éd. 1846, III, стр. 200; VI, стр. 265 — 266.

[114] Появление Таблиц Ганзена, изданных, кстати сказать, Британским адмиралтейством (P. A. Hansen, Tables de la Lune, London, 1858), составило эпоху в истории лунной проблемы. Они заключают около трёхсот периодических неравенств. Солнечная часть возмущений в них весьма высока, но планетная только намечена и к тому же заключает ошибки. Так или иначе, считалось, что Таблицы Ганзена безошибочно представляют движение Луны с 1750 по 1850 г. Но затем в долготе стали обнаруживаться расхождения, дошедшие к эпохе 1900 г. до 20″. Тем не менее Таблицы Ганзена при-

менялись в астрономических ежегодниках (с так называемыми эмпирическими поправками Ньюкомба) до 1920-х годов. Лунная теория Делоне (Delaunay, Théorie de la Lune, Paris, 1860 и 1867) была переложена в Таблицы (очень неудобные) только значительно позже трагической смерти её знаменитого автора (он утонул в 1872 г.). Эти Таблицы применялись короткое время во «Французском Ежегоднике» («Connaissance des Temps»). Согласие их с наблюдениями было существенно лучше (к 1915 г.), чем Таблиц Ганзена с поправками Ньюкомба. Наконец, Таблицы Эрнеста Броуна, о которых мы уже упоминали (стр. 203), представляют результат его тридцатилетних работ по теории Луны, являющихся непосредственным продолжением работ Хилла. Таблицы Броуна изданы Yale University (США) в 1919 г. и с 1923 г. применяются во всех больших астрономических ежегодниках, в том числе и в «Ежегоднике СССР». Таблицы Броуна заключают около 1500 периодических неравенств лунного движения. Самые методы табулировки этого огромного числа тригонометрических членов содержат множество новых интереснейших приёмов. Краткую характеристику трёх упомянутых здесь лунных теорий («единственных, которые теперь идут в счёт», как заметил Пуанкаре) читатель найдёт в докладе Ньюкомба IV Математическому конгрессу (Ньюкомб, Теория Луны, изд. Mathesis, Одесса, без даты). Изложение и развитие теории Броуна дано Пуанкаре (H. Poincaré, Leçons de mécanique céleste, II, 2-de partie, 1909; см. также Рэссель, Дэган, Стюарт, Астрономия, М. — Л., 1934, т. I, стр. 232 — 235).

[115] Ernest W. Brown, Tables of the Motion of the Moon, 1919, I, Preface, стр. X.

[116] S. Newcomb, Researches on the Motion of the Moon, стр. 11 (Astr. Papers American Ephemeries, IX).

[117] Здесь должно отметить, что эти непрерывные ряды наблюдений Луны (на меридианном круге и на специальном инструменте — альтазимуте) производились только в Гриничской обсерватории; в этом один из величайших титулов её мировой славы.

[118] Действительно, среднее движение при наличии квадратичного члена определяется выражением $n + 2\sigma t$; оно убывает при $t < 0$ (см. Laplace, III, стр. 207).

[119] Другое неравенство долгого периода (239 лет), но с амплитудой всего в 0″,24 передается на движение Луны от возмущения в долготе Земли, вызываемого Венерой. Оно представляет собой пример «косвенного» планетного неравенства, в то время как «большое неравенство от Венеры» относится к разряду «прямых».

[120] По вопросу о сравнении лунной теории с наблюдениями имеется очень большая литература. Помимо классических работ (S. Newcomb, Researches on the Motion of the Moon) укажем на некоторые основные статьи (все они помещены в Monthly Notices of the Royal Astronomical Society): E. W. Brown, The Longitude of the Moon from 1750 to 1910, M. N. 73, стр. 692, 1913; The Elements of the Moons Orbit, M. N. 75, стр. 508, 1915; Fotheringham, The Longitude of the Moon from 1627 to 1918, M. N. 80, стр. 289, 1920; The Secular Acceleration of the Moon's Mean Motion, M. N. 83, стр. 370, 1923; Two Babylonian Eclipses, M. N. 95, стр. 719, 1935.

[121] «Начала», стр. 30.

[122] По вопросу о вращении Земли см. статью Андуайэ («Успехи астрономических наук», сб. V, М., 1935) и статью автора («Природа», № 1, 1928, где указана литература).

[123] См. Jeffreys, The Earth, ed. 1929, гл. XIV: Tidal Friction (Приливное трение).

Член-корреспондент АН СССР
Л. Н. СРЕТЕНСКИЙ

НЬЮТОНОВА ТЕОРИЯ ПРИЛИВОВ И ФИГУРЫ ЗЕМЛИ

Принципы динамики и теории тяготения, установленные Ньютоном в его основном труде «Математические начала натуральной философии», получили в этом произведении приложение главным образом к объяснению планетных движений, наблюдаемых в солнечной системе. Но одновременно же и не менее важное и глубокое приложение принципов механики дано Ньютоном в его «Началах» и к решению значительно более трудных задач, а именно к определению фигуры Земли и к изучению явления приливов.

В этой статье мы даём подробное математическое изложение теорий приливов и фигуры Земли в том виде и с помощью тех же самых методов, как они даны в книге III «Начал». При этом наша главная и единственная цель состоит в том, чтобы передать рассматриваемые теории с одновременным разъяснением всех деталей и кратко изложенных мест исследования Ньютона.

В нашем тексте больше формул, чем у Ньютона, но эти формулы, записанные в современных обозначениях, не замещают собою геометрического метода Ньютона, а имеют своей целью представить в более сжатой форме все те соотношения, которые у Ньютона описываются словами.

Изложению главной темы мы предпослали вводный параграф о некоторых теоремах теории притяжения. Этот параграф содержит только те результаты Ньютона в области теории притяжения, которые необходимы для изложения теорий приливов и фигуры Земли.

В качестве основного текста «Principia» мы взяли второе издание русского их перевода, выполненного в 1916 г. акад. А. Н. Крыловым. На этот именно текст мы и ссылаемся в соответствующих местах.

§ 1. О некоторых теоремах Ньютона в теории притяжения

Если мы имеем в пространстве две материальные точки масс m_1 и m_2, разделённые расстоянием r, то, согласно закону всемирного тяготения, эти две точки взаимно притягиваются друг к другу с силой F, прямо пропорциональной

произведению масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между этими точками. Если через γ мы назовём коэффициент пропорциональности, то будем иметь

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Этой формулой определяется величина силы, действующей со стороны одной точки на другую точку. Но если материальная точка притягивается телом конечного притяжения, то положение вещей осложняется, и мы не можем сказать, что какое-нибудь тело притягивает материальную точку с силой, пропорциональной произведению масс тела и точки и обратно пропорциональной квадрату расстояния между точкой и телом. Сила притяжения, действующая в этом случае на точку, будет зависеть от формы самого тела; благодаря этому вся теория притяжения получает весьма сложный вид, особенно в приложениях, когда ищется форма тела по тем условиям, которым должна удовлетворять сила притяжения в пространстве, окружающем тело.

Но есть один частный случай, когда закон притяжения телом материальной точки весьма прост. Этот случай был отмечен Ньютоном и подробно им изучен. Если мы допустим, что притягивающее тело имеет форму шара и на каждой сфере, концентрической с внешней поверхностью тела, плотность материала одна и та же, то материальная точка, находящаяся вне шара, притягивается всем шаром, как она притягивалась бы одной материальной точкой, с массой, равной массе всего шара и помещённой в его геометрическом центре. Если же притягиваемая точка находится внутри однородного шара, то сила притяжения пропорциональна расстоянию точки до центра шара («Начала», книга I, предложения LXX—LXXIV).

Эти две теоремы Ньютон получил, рассматривая притяжение, возникающее от тонких слоёв постоянной плотности, ограниченных двумя бесконечно близкими сферическими поверхностями. Здесь Ньютон показывает сначала, что такой слой не оказывает никакого притяжения на внутренние точки и притягивает внешние точки к центру сферы с силой, обратно пропорциональной квадрату расстояния точки до центра сферических поверхностей, ограничивающих слой.

Не останавливаясь на других результатах Ньютона, относящихся к притяжению сферических тел, изложим его метод вычисления величины силы, действующей со стороны однородного тела вращения на точку, помещённую на оси вращения тела («Начала», кн. I, предложения XC, XCI).

Ньютон разбивает тело вращения системой большого числа параллельных плоскостей на тонкие цилиндрики. Каждый такой цилиндрик, состоя из вещества постоянной плотности, притягивает точку, помещённую на его оси, с силой, идущей по этой оси; поэтому и результирующая притяжения всем телом точки, лежащей на его оси, будет направлена по оси и будет равна сумме всех сил притяжения, действующих от отдельных тонких цилиндриков.

Таким методом Ньютон приводит вычисление полной силы притяжения к определению силы, с какой тонкий круговой цилиндр притягивает точку, помещённую на его оси.

Покажем, как Ньютон находит эту последнюю силу.

Предположим, что D_1AD есть пересечение рассматриваемого цилиндра с какой-нибудь плоскостью, проходящей через ось цилиндра и содержащей притягиваемую точку P (фиг. 1). Вырежем из цилиндра тонкое кольцо, внешний радиус которого есть AE, а внутренний Ae, причём точка e очень близка к точке E. Это кольцо, вследствие симметрии, будет притягивать точку P с силой, направленной по оси цилиндра. Если через ρ мы обозначим массу вещества ци-

линдра, приходящуюся на единицу площади его основания, то рассматриваемая сила будет равна:

$$\gamma\rho \frac{2\pi \cdot AE \cdot Ee}{PE^2} \cdot \frac{PA}{PE},$$

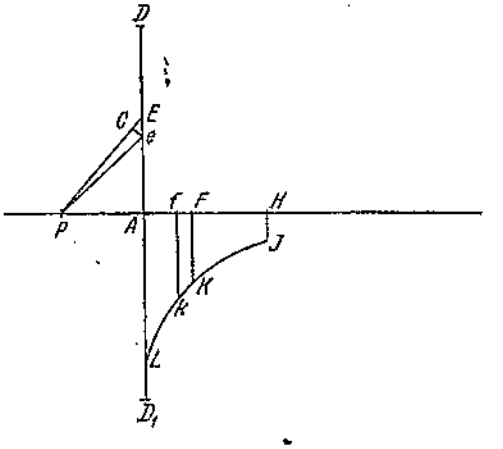
или

$$2\pi\gamma\rho \cdot PA \cdot \frac{AE}{PE^3} Ee. \qquad (1)$$

Отложим теперь от точки P по линии PA длину PF, равную PE, и длину Pf, равную Pe, и в точке F восстановим перпендикуляр к линии PA; отложим на этом перпендикуляре длину, равную FK:

$$FK = 2\pi\gamma\rho \cdot PA \frac{AE}{PE^3}.$$

Если мы построим прямоугольник $fkFK$ с высотой FK и основанием $fF = eE$, то площадь этого маленького прямоугольника будет равна силе, с какой рассматриваемое круговое кольцо притягивает точку P.



Фиг. 1

При движении точки E по прямой AD точка K будет описывать некоторую кривую линию LI. Числовое значение площади $AHIL$ будет равно, очевидно, величине той силы, с какой весь цилиндр притягивает точку P. Таким образом, для подсчёта этой силы необходимо найти площадь кривой, т. е. выполнить интеграцию.

К окончательному результату своего интегрирования Ньютон приходит на основе следующих соображений, в которых не представляет труда усмотреть способ вычисления интеграла заменой переменного. Вместо переменного радиуса кольца, Ньютон вводит при вычислении интеграла переменное расстояние PE и с помощью приводимых ниже вычислений находит его дифференциал CE.

Опишем из точки P как из центра окружность радиуса Pe; дуга Ce этой окружности образует с отрезками CE и Ee прямоугольный треугольник CEe, подобный треугольнику PAE; из подобия этих треугольников следует, что

$$\frac{Ee}{PE} = \frac{CE}{AE} \quad \text{или} \quad Ee = \frac{PE}{AE} CE.$$

Отсюда выражение (1) может быть записано так:

$$2\pi\gamma\rho \cdot PA \frac{AE}{PE^3} \frac{PE}{AE} CE,$$

или

$$2\pi\gamma\rho \cdot PA \frac{1}{PE^2} CE.$$

Обозначим теперь для ясности PE через r; тогда CE будет равно дифференциалу r, и предыдущая формула запишется так:

$$2\pi\gamma\rho \cdot PA \frac{dr}{r^2},$$

и полная сила притяжения, действующая на точку P, будет

$$2\pi\gamma\rho \cdot PA \int_{PA}^{PD} \frac{dr}{r^2}.$$

Вычисляя интеграл, получаем

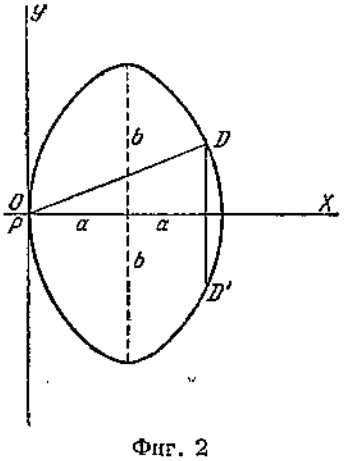
$$2\pi\gamma\rho \cdot PA \left(\frac{1}{PA} - \frac{1}{PD}\right),$$

или

$$2\pi\gamma\rho : \frac{PD - PA}{PD}; \qquad (2)$$

это выражение для величины силы притяжения и было получено Ньютоном.

Рассмотрим тело вращения; разобьём его семейством параллельных плоскостей на большое число тонких цилиндров; притяжение, с каким каждый из этих цилиндров действует на точку его оси, может быть найдено по формуле (2). Составляя сумму выражений (2), относящихся ко всем бесконечно тонким цилиндрам, мы находим полную силу, с какой тело вращения притягивает точку своей оси. Эта сумма приводится к интегралу от выражения (2).



Фиг. 2

Обозначим для краткости через x расстояние притягиваемой точки P до произвольного цилиндра, а через R — расстояние точки P до боковой поверхности цилиндра; тогда искомая сила F может быть представлена так:

$$F = 2\pi\gamma\rho \int_{x_1}^{x_2} \left(1 - \frac{x}{R}\right) dx,$$

где x_1 и x_2 — абсциссы точек пересечения поверхности тела с его осью.

При построении теории фигуры Земли нам необходимо будет знать величину силы F для эллипсоида вращения, когда притягиваемая точка лежит на полюсе эллипсоида. Мы найдём эту силу, обозначаемую в дальнейшем через F_p, предполагая, что сжатие эллипсоида мало.

Уравнение эллипса, вращением которого образуется эллипсоид, есть

$$y^2 = \frac{b^2}{a^2}(2ax - x^2);$$

начало координат взято в левом полюсе эллипсоида (фиг. 2). Найдём R, имеем

$$R^2 = x^2 + y^2,$$

откуда

$$R^2 = x^2 + \frac{b^2}{a^2}(2ax - x^2),$$

или

$$R^2 = 2a(1+e)x\left[1 + \frac{ex}{2a(1+e)}\right],$$

где

$$e = \frac{b^2 - a^2}{a^2}.$$

Следовательно, для силы F_p имеем следующее выражение:

$$F_p = 2\pi\gamma\rho \int_0^{2a} \left\{ 1 - \frac{x}{\sqrt{2a(1+e)}\sqrt{x}\sqrt{1-\frac{ex}{2a(1+e)}}} \right\} dx.$$

Разложим подинтегральную функцию в ряд по степеням параметра e. Считая этот параметр малым, мы имеем

$$F_p = 2\pi\gamma\rho \int_0^{2a} \left\{ 1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2a}} \left[1 - \frac{e}{4a}(2a - x) \right] \right\} dx,$$

откуда

$$F_p = \frac{4}{3}\pi\gamma\rho\, a \left(1 + \frac{2e}{5} \right).$$

Если через F_0 мы обозначим силу притяжения, действующую на точку поверхности сферы радиуса a

$$F_0 = \frac{4}{3}\pi\gamma\rho\, a,$$

то предыдущую формулу сможем переписать так:

$$F_p = F_0 \left(1 + \frac{2e}{5} \right).$$

Если, вместо параметра e, мы введём сжатие эллипсоида

$$\varepsilon = \frac{b-a}{b}, \quad \text{причём} \quad \varepsilon = \frac{1}{2}e,$$

то предыдущую формулу сможем переписать так:

$$F_p = F_0 \left(1 + \frac{4}{5}\varepsilon \right). \tag{3}$$

Эта формула даёт величину силы притяжения эллипсоидом вращения малого сжатия точки, лежащей на его полюсе.

Отметим, что наша формула справедлива и для сжатых и для удлинённых эллипсоидов вращения; в первом случае $b > a$ и, следовательно, $\varepsilon > 0$; во втором случае $b < a$ и, следовательно, $\varepsilon < 0$.

Вычислим затем силу, с какой эллипсоид вращения E_1 притягивает точку A, лежащую на его экваторе. Для вычисления этой силы рассмотрим сферу S радиуса b с центром в точке O и вытянутый эллипсоид вращения E_2, образованный вращением нашего эллипса вокруг его большой оси. Сфера S и эллипсоид E_2 будут проходить через точку A и будут заключать между собой основной эллипсоид E_1.

Покажем, что притяжение эллипсоидом E_1 точки A равно среднему арифметическому из притяжений эллипсоидом E_2 и сферой S. Доказав это положение, мы будем иметь возможность найти притяжение на точку экватора сжатого эллипсоида вращения, ибо притяжения сферы S и эллипсоида E_2 найдены выше.

Для доказательства этой теоремы заметим, что эллипсоид E_1 может быть получен из эллипсоида E_2 увеличением всех размеров этого последнего в направлении, перпендикулярном меридиану точки A, в $b:a$ раз. В силу этого каждый небольшой параллелепипед, находящийся внутри эллипсоида E_2 с рёбрами, параллельными главным его осям, преобразуется в параллелепипед

объёма, в $b:a$ раз большего; вследствие этого каждый из новых параллелепипедов будет притягивать точку A в $b:a$ раз сильнее, чем её притягивал первоначальный параллелепипед. Но с преобразованием эллипсоида E_2 в эллипсоид E_1 увеличивается и расстояние каждого маленького параллелепипеда от точки A. Благодаря этому второму фактору притяжение в точке A станет в $1+\frac{b-a}{a}k$ раз больше; k — число, зависящее от координат центра элементарного параллелепипеда. Таким образом, благодаря этим двум факторам притяжение увеличивается в $\frac{b}{a}\left(1+\frac{b-a}{a}k\right)$ раз, или, считая $\frac{b-a}{a}$ величиной малой, в $1+\frac{b-a}{a}(1+k)$ раз.

Мы можем сказать также, что сила, с какой элементарный параллелепипед эллипсоида E_1 притягивает точку A, состоит из силы, с какой соответствующий параллелепипед эллипсоида E_2 притягивает точку A, плюс некоторая добавочная сила, пропорциональная величине $(b-a):a$ и зависящая от координат центра параллелепипеда. Прилагая это рассуждение ко всем маленьким параллелепипедам, заполняющим эллипсоид E_2, находим, что сила притяжения F_e точки A эллипсоидом E_1 связана с силой притяжения Z той же точки эллипсоидом E_2 соотношением

$$F_e = Z + \frac{b-a}{a}K, \tag{4}$$

где K — некоторая сила, точное значение которой нам нет необходимости знать.

Рассмотрим затем сферу S и эллипсоид E_2. Сфера S может быть получена из эллипсоида E_2 увеличением всех размеров эллипсоида E_2, перпендикулярных к его оси вращения, в $b:a$ раз. Вследствие этого произойдёт увеличение объёмов в $(b:a)^2$ раз. Кроме того, каждый элементарный параллелепипед эллипсоида E_2 после преобразования изменит своё расстояние от точки A. Но так как рассматриваемое преобразование может быть получено с помощью двух последовательных растяжений эллипсоида E_2 вдоль двух взаимно перпендикулярных экваториальных осей, то увеличение расстояний даёт увеличение силы в $1+2\frac{b-a}{a}k$ раз.

Благодаря этим двум факторам — увеличению объёмов и увеличению расстояний — притяжение элементарного параллелепипеда увеличится в $\left(\frac{b}{a}\right)^2\left(1+2\frac{b-a}{a}k\right)$ раз, или, по малости числа $(b-a):a$, в $1+2\frac{b-a}{a}(1+k)$ раз. Отсюда, применяя предыдущие рассуждения, мы видим, что сила Z' притяжения точки A сферой S связана с силой притяжения Z точки A эллипсоидом E_2 соотношением

$$Z' = Z + 2\frac{b-a}{a}K. \tag{5}$$

Исключая из соотношений (4) и (5) постороннюю величину K, получаем

$$2F_e - Z' = Z,$$

откуда

$$F_e = \frac{1}{2}(Z+Z').$$

Это мы и имели в виду доказать.

Подставим сюда вместо Z и Z' их значения. Имеем

$$Z' = \frac{4}{3}\,\pi\gamma\rho\, b;$$

но по предыдущим вычислениям силы притяжения, действующей на точку, принадлежащую оси вращения, имеем

$$Z = \frac{4}{3}\,\pi\gamma\rho\, b\left(1 + \frac{4}{5}\,\frac{a-b}{a}\right).$$

Поэтому

$$F_e = \frac{4}{3}\,\pi\gamma\rho\, b\left(1 + \frac{2}{5}\,\frac{a-b}{a}\right),$$

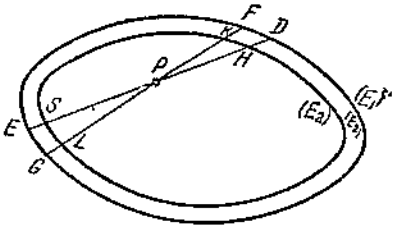
или

$$F_e = \frac{4}{3}\,\pi\gamma\rho\, b\left(1 - \frac{2}{5}\,\varepsilon\right). \qquad (6)$$

З а м е ч а н и е. Ньютон, не приводя доказательства, указывает («Начала», кн. III, предложение XIX), что сила F_e есть средняя пропорциональная (а не средняя арифметическая) между силами Z и Z'. Но, в виду малости отношения $(b-a) : a$, среднее пропорциональное сил Z и Z' равно их среднему арифметическому.

На ряду с приведенными выше результатами, Ньютону принадлежит в теории притяжения эллипсоидов, кроме того, одна простая, но исключительно важная теорема о притяжении точки, лежащей внутри тела, ограниченного двумя подобными эллипсоидами. Ньютон установил, что тело, ограниченное двумя подобными элдипсоидами, не притягивает точку своей полости.

Для доказательства этой теоремы достаточно установить, что тело, ограниченное двумя бесконечно близкими подобными эллипсоидами, не притягивает внутренней точки; ибо всякое тело, ограниченное двумя подобными эллипсоидами, может быть разбито на семейство тел, из коих каждое ограничено двумя бесконечно близкими подобными эллипсоидами.



Фиг. 3

Итак, рассмотрим тело (фиг. 3), ограниченное двумя бесконечно близкими подобными эллипсоидами E_1 и E_2. Возьмём внутри тела произвольную точку P и построим конус весьма малого телесного угла с вершиной в точке P. Одна полость этого конуса высечет из тела частицу $FDKH$, другая полость — частицу $SLEG$. Покажем, что объёмы этих частиц прямо пропорциональны квадратам их расстояний до точки P

$$\frac{\text{объём } FDKH}{\text{объём } SLEG} = \frac{PK^2}{PL^2}. \qquad (7)$$

Для доказательства этого положения отметим, что отрезок LG равен отрезку FK. В самом деле, эллипсоиды E_1 и E_2 подобны друг другу, и, значит, хорда KL делится пополам в той же точке, в какой делится пополам хорда FG; отсюда и вытекает, что $LG = FK$. Заметим теперь, что площади площадок KH и SL эллипсоида E_2 относятся друг к другу, как PK^2 относится к PL^2. Но так как $LG = FK$, то объёмы $FDKH$ и $SLEG$ будут находиться в этом же отношении, т. е. (7) доказано.

Если мы примем теперь во внимание, что силы, с которыми частицы $FDKH$ и $SLEG$ притягивают точку P, обратно пропорциональны квадратам расстояний, то найдём, что точка P от полного воздействия частиц $FDKH$ и $SLEG$ не испытывает притяжения. Но всё тело, ограниченное эллипсоидами E_1 и E_2, может быть с помощью построения конусов с вершиной в точке P разбито на пары частиц таких, как $FDKH$ и $SLEG$, т. е. не оказывающих притяжения на точку P. Отсюда и следует, что тело, ограниченное двумя бесконечно близкими подобными эллипсоидами, не оказывает на внутренние точки никакого притяжения. Это же положение сохраняется и для тел, ограниченных двумя произвольными подобными и подобно расположенными эллипсоидами.

Найдём теперь силу, с какой однородный эллипсоид притягивает точку, находящуюся внутри его. Для этого отметим сначала следующее положение: два подобных однородных тела оказывают на точки, сходственно по отношению к ним расположенные, притяжения, относящиеся друг к другу, как линейные размеры этих тел.

Возьмём внутри эллипсоида E какую-нибудь точку P и проведём через эту точку эллипсоид E', подобный данному; согласно теореме Ньютона, тело, ограниченное подобными эллипсоидами E и E', не будет притягивать точку P, и притяжение точки P эллипсоидом E будет равно в силу этого тому притяжению, какое на точку P оказывает лишь эллипсоид E'. Заметив это, рассмотрим точку M пересечения эллипсоида E с радиусом-вектором, проходящим через точку P. Расстояния r и R точек P и M от центра эллипсоидов относятся друг к другу, как линейные размеры подобных эллипсоидов E' и E. Отсюда, в силу сделанного выше замечания и следствия из теоремы Ньютона, сила f, с какой притягивается эллипсоидом E точка P, относится к силе F, с какой притягивается эллипсоидом E точка M, лежащая на его поверхности, как радиус-вектор r относится к радиусу-вектору R

$$\frac{f}{F} = \frac{r}{R}.$$

Эта зависимость связывает друг с другом силы притяжения, действующие на различные точки одного и того же радиуса-вектора однородного эллипсоида.

§ 2. Определение фигуры Земли по Ньютону

В эпоху, предшествовавшую великим астрономическим открытиям нового времени, было одно прочно установившееся мнение о форме Земли. Различные наблюдения над изменением высоты Полярной Звезды с перемещением по поверхности Земли, всем известные наблюдения над исчезновением корабля под линией горизонта, вид формы тени Земли на поверхности Луны во время лунного затмения и, наконец, философские представления о шаре как наиболее совершенном теле приводили к заключению, что Земля должна быть шаром. В этом мнении научная мысль утвердилась после ряда блестящих кругосветных путешествий героических веков (XVI, XVII) развития географии.

Нам известны различные попытки египетских, арабских и, в новое время, французских и английских исследователей измерить радиус земного шара. В ряде случаев эти попытки приводили в конце концов к верным результатам.

Существенно новое слово в вопросе о фигуре Земли было сказано Ньютоном. Цель, которую ставит себе Ньютон, — построить на основе общих законов динамики и теории тяготения теорию фигуры Земли — была при состоянии науки его времени исключительно трудно достижимой. Для успешного достижения этой цели не только нужно было обладать всеми принципами динамики — необходимо было построить теорию тяготения и притом не отдельных материаль-

ных точек, а сплошных тел. Создание всех отдельных звеньев этой цепи исследований принадлежит Ньютону. Основной результат, полученный Ньютоном, показывает, что законы динамики, управляющие всеми движениями нашего мира, определяют сжатие Земли, преобразовывая её из сферы в сжатый эллипсоид вращения. Этим результатом общего характера, исключительно важным уже самим по себе, не исчерпывается исследование Ньютона. Ньютон даёт вместе с тем и величину сжатия Земли, приближающуюся к тому её значению, которое принимается в настоящее время.

Ньютонова теория фигуры Земли дала толчок к сильному развитию как теоретических работ по форме фигуры жидкости, вращающейся вокруг неподвижной оси (Маклорен, Клеро, Лаплас), так и к организации широких научных геодезических работ по измерению размеров Земли. Среди различных геодезических работ, последовавших вскоре за временем Ньютона, следует отметить знаменитые экспедиции Французской Академии Наук (1735—1741), предпринятые под покровительством Людовика XV; эти экспедиции, направленные в Перу (под руководством Бугэ и де-ла-Кондамина) и в Лапландию (под руководством Клеро и Мопертюи), установили правильность воззрений Ньютона и доставили впервые точные данные о размерах Земли.

В основу теории фигуры Земли Ньютон кладёт предположение, что Земля произошла при охлаждении жидкой однородной массы, обладающей постоянной угловой скоростью вращения. Рассматривая условия гидростатического равновесия такой массы, Ньютон приходит, с одной стороны, к установлению общего соотношения, связывающего угловую скорость вращения жидкой массы с величиной сжатия её поверхности, а, с другой, на основе этого соотношения, получает оценку величины сжатия Земли.

Ньютон допускает с самого начала, что при небольшой угловой скорости вращения жидкая масса, между частицами которой действуют силы всемирного тяготения, принимает форму эллипсоида вращения.

Принимая это допущение, рассмотрим, следуя Ньютону, внутри вращающейся массы две тонкие колонны жидкости одинакового поперечного сечения. Пусть первая из них будет расположена по оси вращения, а вторая — по какому-нибудь диаметру плоскости экватора. Обе колонны сообщаются друг с другом в центре эллипсоида. Давление в центре эллипсоида, вычисленное из рассмотрения сил, действующих вдоль первой колонны, должно равняться давлению, вычисленному из рассмотрения сил, действующих вдоль второй колонны.

В виду симметрии фигуры, силы всемирного тяготения, действующие на частицы жидкости первой колонны, будут направлены вдоль колонны, и это будут единственные силы, действующие на частицы этой колонны. На частицы жидкости, расположенные вдоль второй колонны, будут действовать силы всемирного тяготения и, кроме того, центробежные силы.

Заметив всё это, рассмотрим некоторый эллипсоид, образованный вращением эллипса, у которого главные оси относятся друг к другу, как 101 к 100; вращение происходит вокруг меньшей оси.

Согласно вычислениям предыдущего параграфа, отношение силы притяжения, действующей со стороны эллипсоида на точку, помещенную на его полюсе, к силе, действующей на ту же точку со стороны сферы, вписанной в эллипсоид, равно

$$1+\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{101}=\frac{509}{505}.$$

Для этого же отношения Ньютон указывает другое число, равное $\frac{126}{125}$; разность между этими двумя числами меньше одной десятитысячной. Мы будем считать в дальнейшем, что указанные две силы притяжения относятся друг к другу, как 126 к 125.

Рассмотрим затем отношение сил притяжения, действующих на произвольную точку экватора со стороны эллипсоида вращения и со стороны сферы, описанной около эллипсоида. По вычислениям предыдущего параграфа [формула (6)] имеем для рассматриваемого отношения следующее значение:

$$1 - \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{101} = \frac{503}{505}.$$

Ньютон берёт для этого же отношения значение $\frac{125,5}{126}$; разность между этими двумя значениями меньше одной десятитысячной. Мы примем для рассматриваемого отношения число, указываемое Ньютоном.

Заметим теперь, что величины сил притяжения двух сфер на точки их поверхности относятся друг к другу как радиусы сфер. Это положение легко получить, применяя к сферам рассуждения конца предыдущего параграфа. В данном случае отношение сил притяжения двух введённых выше сфер равно $\frac{101}{100}$.

Теперь, чтобы найти отношение силы притяжения точки, лежащей на полюсе, к силе притяжения точки экватора, надо перемножить между собой отношения $\frac{126}{125}, \frac{100}{101}, \frac{126}{125,5}$. Выполнив вычисления, мы получаем $\frac{501}{500}$.

Разобьём обе колонны на одинаковое число маленьких частей, так, чтобы их длины были пропорциональны длинам самих колонн. Если поперечные сечения обеих колонн одинаковы, то массы частиц этих колонн относятся друг к другу, как 100 к 101. На основании свойства притяжения эллипсоидов силы притяжения, действующие на соответствующие частицы этих колонн, будут относиться друг к другу как силы притяжения, действующие на точки поверхности эллипсоида, умноженные соответственно на 100 и 101. Таким образом, сила притяжения, действующая на некоторую частицу полярной колонны, будет относиться к силе притяжения соответствующей частицы экваториальной колонны, как $501 \cdot 100$ относится к $500 \cdot 101$, т. е. как

$$\frac{501 \cdot 100}{500 \cdot 101} = \frac{501}{505}.$$

Так как в таком отношении находятся силы притяжения каждых двух соответственных частиц обеих колонн, то в этом же отношении будут находиться и силы давления в центре эллипсоида, происходящие от взаимного притяжения частиц эллипсоида друг к другу. Теперь ясно, что жидкость будет в равновесии лишь тогда, когда полное давление, возникающее в экваториальной колонне, от центробежной силы будет равно $\frac{4}{501}$ силы давления в полярной колонне у центра эллипсоида. Отсюда легко найти, что для рассматриваемого эллипсоида, сжатие которого есть $\frac{1}{101}$, отношение центробежной силы на экваторе к притяжению равно $\frac{4}{505}$. В самом деле, величина центробежной силы меняется вдоль экваториальной колонны пропорционально расстоянию частицы жидкости от центра эллипсоида, но совершенно так же меняется и притяжение вдоль колонны. Следовательно, отношение центробежной силы каждой частицы экваториальной колонны к силе притяжения равно отношению центробежной силы на экваторе к силе притяжения на экваторе, т. е. имеет для всех частиц жидкости одно и то же значение. Отсюда вытекает, что давление в центре эллипсоида, происходящее от центробежной силы, относится к давлению, обусловленному притяжением, как центро-

бежная сила на экваторе относится к притяжению на экваторе. Но первое из этих отношений равно

$$\frac{4}{501} : \frac{501}{505} = \frac{4}{505} \cdot \left(\frac{505}{501}\right)^2 = \frac{4}{505}\left[1 + 2 \cdot \frac{4}{501} + \left(\frac{4}{501}\right)^2\right],$$

и мы можем с достаточным правом заменить это число таким:

$$\frac{4}{505}.$$

Таким образом, отношение центробежной силы на экваторе к силе притяжения на экваторе, обозначаемое обычно через φ, есть $\frac{4}{505}$.

Ньютон считает угловую скорость вращения эллипсоида малой и в силу этого допускает, что избыток длины экваториальной оси над полярной, взятый в отношении к длине полярной оси, пропорционален числу φ.

Рассматривая эллипсоид с осями 101 и 100, мы нашли, что указанному избытку, равному $\frac{1}{100}$, отвечает число φ, равное $\frac{4}{505}$; отсюда неизвестный избыток x для земного эллипсоида, которому, как мы увидим ниже, отвечает число φ, равное $\frac{1}{289}$, будет находиться из пропорции

$$x : \frac{1}{289} = \frac{1}{100} : \frac{4}{505}.$$

Отсюда имеем с достаточной точностью

$$x = \frac{1}{229}.$$

Таким образом, экваториальная и полярная оси земного эллипсоида относятся друг к другу, как 229 к 230, и сжатие Земли, по теории Ньютона, есть $\frac{1}{230}$. Пользуясь теми же самыми числовыми результатами, относящимися к вспомогательному эллипсоиду, можно получить для сжатия Земли и несколько иное число.

Оставляя соглашение о малости числа φ, примем, что сжатие ε эллипсоида (а не избыток экваториальной оси над полярной, измеренный в долях полярной оси) пропорционально числу φ

$$\varepsilon = k\varphi.$$

Для определения коэффициента пропорциональности возьмём числа, относящиеся к вспомогательному эллипсоиду; $\varepsilon = \frac{1}{101}$, $\varphi = \frac{4}{505}$; следовательно, $k = \frac{5}{4}$. Таким образом, получаем соотношение: $\varepsilon = \frac{5}{4}\varphi$, связывающее сжатие эллипсоида с отношением центробежной силы на экваторе к притяжению на экваторе. Применим это соотношение к Земле.

Из наблюдений, о которых речь будет ниже, Ньютон нашёл значение φ равным 1 : 289. Отсюда: $\varepsilon = \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{289}$. Выполняя подсчет, находим: $\varepsilon = \frac{1}{231}$.

Не трудно видеть, что разность между двумя найдёнными значениями ε есть величина порядка ε^2.

Установленное соотношение между величинами ε и φ представляет собой крайний случай общих соотношений между этими величинами, даваемых теорией фигуры Земли, предложенной Клеро в 1743 г. Согласно Клеро, для всякой неоднородной вращающейся массы имеет место следующее двойное неравенство: $\frac{1}{2}\varphi \leqslant \varepsilon \leqslant \frac{5}{4}\varphi$. Равенство $\varepsilon = \frac{5}{4}\varphi$ имеет место в теории однородной жидкости Ньютона; равенство $\varepsilon = \frac{1}{2}\varphi$ соблюдается для другого крайнего случая: вся масса планеты сконцентрирована в её центре, откуда и распространяется тяготение к поверхности. Этот случай отвечает воззрениям Гюйгенса, который считал, что притяжение тела эквивалентно притяжению всей его массы, собранной в центре тяжести. По Гюйгенсу, сжатие Земли будет

$$\varepsilon = \frac{1}{578}.$$

Принятое выше значение $\frac{1}{289}$ для числа φ Ньютон получает из следующих наблюдений. Основываясь на измерениях Пикара и Кассини, Ньютон принимает длину окружности Земли вдоль экватора равной 123 249 600 парижским футам и, следовательно, полудиаметр Земли равным $b = 19\ 615800$ фут., если Землю считать за шар.[1] Отсюда легко найти, что точка, лежащая на экваторе, делая один оборот в течение звёздных суток, $23^h\,56^m\,4^s$, проходит в одну секунду дугу длиной в $s = 1433,46$ пар. фут. Таким образом, величина центробежной силы на экваторе имеет следующее значение:

$$b\frac{s^2}{b^2} = \frac{(1433,46)^2}{19\,615\,800} = 15,084 \text{ пар. линии.}$$

Вычислим теперь ускорение силы всемирного тяготения, действующего на точку, находящуюся на широте Парижа. Для этого воспользуемся тем, что, согласно наблюдениям, тяжёлая точка на широте Парижа (48°50′ 10″N) проходит в первую секунду в пустоте путь в 2174 линии. Это число, будучи умножено на 2, даёт величину ускорения силы притяжения, ослабленного проекцией на радиус Земли, центробежного ускорения в Париже. Эту проекцию мы получим, если умножим найдённое выше число 15,084 лин. на квадрат косинуса дуги в 48°50′ 10″; в результате вычислений найдём 23,267 лин. Отсюда следует, что половина ускорения силы притяжения в Париже будет 2174 + 3,267 = 2177,267 лин., т. е. 15 ф. 1 д. 5,267 пар. лин.

Отсюда вытекает, что отношение центробежной силы на экваторе к силе притяжения на широте Парижа будет равно отношению 15,084: 4354,535, т. е. $\frac{1}{289}$. Если бы вместо силы притяжения на широте Парижа мы взяли силу притяжения на экваторе, то получили бы вместо $\frac{1}{289}$ величину, весьма мало от неё отличающуюся. Следовательно, за величиной $\frac{1}{289}$ можно сохранить название отношения центробежной силы на экваторе к притяжению на экваторе же.

По измерениям Пикара, средний радиус Земли равен 19 615 800 пар. фут., т. е.

$$\frac{a+b}{2} = 19\,615\,800;$$

теперь же мы нашли, что

$$\frac{b-a}{b} = \frac{1}{230}.$$

Из этих двух уравнений мы находим значение полуосей земного эллипсоида:

$$a = 19\,573\,064 \text{ пар. фута}, \quad b = 19\,658\,536 \text{ пар. фут.}$$

Основываясь на предположении, что фигура Земли есть эллипсоид вращения, Ньютон находит затем закон изменения силы тяжести при изменении широты места.

Распространяя предыдущий метод исследования, возьмём внутри эллипсоида две колонны жидкости: экваториальную и боковую, проведённую через произвольно взятую точку M поверхности эллипсоида.

Разобьём затем экваториальную ось на большое число равных частей и через точки деления проведём эллипсоиды, подобные внешнему эллипсоиду. Семейство этих эллипсоидов разобьёт две взятые колонны жидкости на некоторое число частей; не трудно видеть, что линейные размеры в направлении длин колонн, каждых двух соответственных частиц, принадлежащих разным колоннам, будут относиться как длины самих колонн, т. е. как b к R, где R — радиус-вектор точки M.

Возьмём теперь какую-нибудь частицу жидкости боковой колонны и обозначим через r её расстояние до центра эллипсоида; сила притяжения f, отнесенная к единице массы и действующая на эту частицу, будет

$$f = F \cdot \frac{r}{R},$$

где F — сила притяжения, действующая на точку поверхности внешнего эллипсоида. Сила f направлена не по длине боковой колонны, но, имея в виду малость сжатия эллипсоида, мы примем, что эта сила будет направлена вдоль по самой колонне.

На взятую частицу жидкости действует, кроме того, и центробежная сила; слагающая c этой силы по длине колонны будет

$$c = C \frac{r}{R},$$

где C — центробежная сила, действующая на точку поверхности эллипсоида. Таким образом, на взятую частицу жидкости будет действовать сила, радиальная слагающая которой, отнесённая к единице массы, будет

$$f - c = (F - C)\frac{r}{R}.$$

Отношение силы, действующей на взятую частицу боковой колонны, к силе, действующей на соответствующую частицу экваториальной колонны, будет равно произведению отношения

$$\frac{(F - C)\,\frac{r}{R}}{(F_0 - C_0)\,\frac{r_0}{b}}$$

на отношение длин соответствующих частиц боковой и экваториальных колонн, т. е. на

$$R : b.$$

Таким образом, отношение указанных сил равно

$$\frac{(F-C)\,\frac{r}{R}}{(F_e-C_e)\,\frac{r_e}{b}}\cdot\frac{R}{b},$$

или

$$\frac{F-C}{F_e-C_e}\cdot\frac{R}{b},$$

так как $r:r_e=R:b$. Это отношение сохраняет одно и то же значение для всякой пары соответствующих частиц экваториальной и боковой колонн жидкости. Следовательно, полное давление, наблюдаемое в центре эллипсоида, вычисленное, исходя из рассмотрения сил, действующих в боковой колонне, относится к давлению, вычисленному из рассмотрения сил, действующих в экваториальной колонне, как $(F-C)R$ относится к $(F_e-C_e)b$. Но так как давление не должно зависеть от способа его расчёта, то рассматриваемое отношение есть единица

$$(F-C)\,R=(F_e-C_e)\,b;$$

отсюда

$$\frac{F-C}{F_e-C_e}=\frac{b}{R}.$$

Величина $F-C$, будучи разностью между силой притяжения и центробежной силой, есть ускорение силы тяжести g в точке M; величина F_e-C_e есть ускорение силы тяжести g_e на экваторе. Отсюда предыдущее равенство записывается так:

$$\frac{g}{g_e}=\frac{b}{R}.$$

Мы пришли таким путём к результату Ньютона: ускорение силы тяжести меняется обратно пропорционально расстоянию места наблюдения от центра Земли.

Пользуясь уравнением эллипсоида $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, имеем

$$\frac{1}{R}=\sqrt{\frac{\sin^2\theta}{a^2}+\frac{\cos^2\theta}{b^2}},$$

где θ — геоцентрическая широта точки M. Вводя сжатие эллипсоида и ограничиваясь лишь членами с первой степенью ε, имеем

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{b}\,(1+\varepsilon\sin^2\theta),$$

откуда получаем для ускорения силы тяжести следующую формулу:

$$g=g_e\,(1+\varepsilon\sin^2\theta).$$

Таким образом, мы приходим к следующему важному положению: если все гипотезы, на основе которых выведена эта формула, верны, то на разных широтах мы должны наблюдать разные значения для ускорения силы тяжести. К числу таких гипотез принадлежит гипотеза всемирного тяготения.

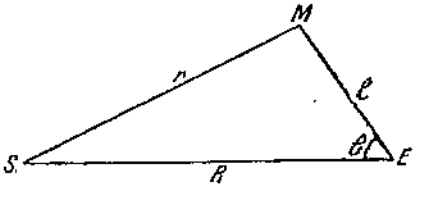
Уже сам Ньютон имел возможность убедиться, что предложенная им тео-

рия фигуры Земли в достаточной мере согласуется с наблюдениями. К такому заключению Ньютон пришёл, ознакомившись с наблюдениями над длиной секундного маятника, сделанными многими путешественниками под различными широтами Земли. В качестве основных данных Ньютон принял наблюдения, тщательно выполненные французским астрономом Рише в 1672 г. на острове Кайенна. Рише заметил, что его часы, безупречно показывавшие время в Париже, начали отставать каждые сутки на 2 мин. 28 сек. Заинтересовавшись этим явлением, Рише построил на о. Кайенна секундный маятник и нашёл его длину равной 3 фут. $7\frac{7}{20}$ лин. Возвратившись в Париж, Рише обнаружил, что длину своего маятника он должен увеличить на $1\frac{1}{4}$ лин., дабы маятник оставался секундным.

Из простой формулы, определяющей период колебания математического маятника, следует, что длина секундного маятника прямо пропорциональна ускорению силы тяжести. Следовательно, если при переезде из низких широт (о. Кайенна: $\theta = 4°55'$ N) в верхние (Париж: $\theta = 48°50'10''$ N) приходится увеличивать длину секундного маятника, то, значит, ускорение силы тяжести увеличивается с увеличением широты места наблюдения; этот последний факт и следует из формулы $g = g_e(1 + \varepsilon \sin^2\theta)$. Вычисления, сделанные по этой формуле, показывают, что отношение ускорения силы тяжести на о. Кайенна к ускорению силы тяжести в Париже равно 0,9976. По измерениям же Рише отношение длины секундного маятника на Кайенне к длине секундного маятника в Париже равно 0,9972. Эти два числа, которые должны были быть равными, несколько отличаются друг от друга, и Ньютон высказал предположение, что это различие происходит, возможно, от неоднородности строения Земли и от того, что материал маятника испытывал под экватором большее расширение, чем в Париже.

§ 3. Вычисление приливообразующей силы Солнца

Для определения величины прилива, создаваемого Солнцем или Луной, необходимо вычислить ту силу, с какой эти светила действуют на частицы воды океана. Проведём вычисление этих сил, следуя пути, пройдённому Ньютоном, записывая лишь аналитически те соотношения, которые он описывает не формулами, а словами. Мы получим выражение этих сил, пригодное не только для теории приливов, но и для теории Луны.



Фиг. 4

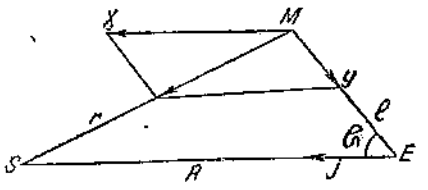
Допустим, что в некоторый момент времени расстояние между центрами Солнца S и Земли E есть R, расстояние между центрами Солнца S и Луны M есть r, а расстояние между центрами Земли E и Луны M есть l; обозначим далее через ϑ угол между линиями SE и EM (фиг. 4).

Солнце сообщает Луне ускорение J по прямой линии MS. (В дальнейшем большими буквами мы будем обозначать и массы светил, центры которых обозначены соответствующими буквами.) Величина этого ускорения, по закону всемирного тяготения, есть

$$J = \frac{\gamma S}{r^2}.$$

Ускорение J может быть разложено по правилу параллелограма на два ускорения: первое из них X располагается по линии, параллельной прямой, соединяющей точки S и E, а второе Y направлено к центру Земли (фиг. 5).

Из подобия треугольников SME и JMY следует, что



Фиг. 5

$$\frac{X}{R}=\frac{Y}{l}=\frac{J}{r},$$

откуда

$$X=\frac{RJ}{r}, Y=\frac{lJ}{r},$$

или, подставляя вместо J его значение,

$$X=\frac{\gamma S}{r^2}\frac{R}{r};\quad Y=\frac{\gamma S}{r^2}\frac{l}{r}. \tag{1}$$

Луна, под влиянием силы притяжения одной лишь Земли, описывает вокруг нее траекторию по закону площадей; сила Y, будучи постоянно направлена к центру Земли, не вносит изменения в закон площадей, и лишь под влиянием силы X этот закон нарушается.

Формулы (1) заменяют обычно приближёнными, основываясь на том положении, что в данных условиях отношение $l:R$ есть величина исключительно малая. Мы имеем:

$$r^2=l^2+R^2-2lR\cos\vartheta;$$

отсюда, пользуясь формулой бинома, получаем

$$\frac{1}{r}=\frac{1}{\sqrt{l^2+R^2-2lR\cos\vartheta}}=\frac{1}{R}\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{l}{R}\right)^2-2\frac{l}{R}\cos\vartheta}}=$$

$$=\frac{1}{R}\left[1+\frac{l}{R}\cos\vartheta+\ldots\right].$$

Следовательно,

$$\frac{1}{r^3}=\frac{1}{R^3}\left[1+\frac{3l}{R}\cos\vartheta+\ldots\right].$$

Это позволяет нам записать следующим образом формулы (1), если мы ограничимся лишь первыми степенями отношения $\frac{l}{R}$:

$$X=\frac{\gamma S}{R^2}\left[1+\frac{3l}{R}\cos\vartheta+\ldots\right]; \tag{2}$$

$$Y=\frac{\gamma S}{R^2}\frac{l}{R}. \tag{3}$$

Введём вместо ускорения X ускорение X', которое получится, если из первого ускорения отнимем ускорение j, равное и параллельное ускорению, сообщаемому Земле Солнцем. Ускорение j имеет следующее значение:

$$j=\frac{\gamma S}{R^2},$$

отсюда

$$X'=X-j=\frac{3\gamma lS}{R^3}\cos\vartheta.$$

В дальнейшем нам необходимо будет иметь слагающие ускорения X' по прямой ME и по прямой, к ней перпендикулярной.

Из фиг. 6 видно, что слагающие Y' и T имеют следующие значения:

$$Y' = X' \cos\vartheta, \quad T = X' \sin\vartheta,$$

или

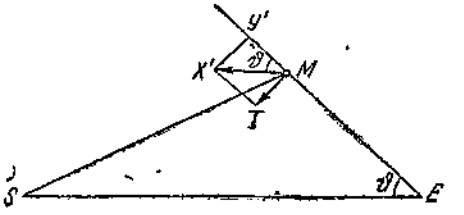
$$Y' = \frac{3\gamma lS}{R^3} \cos^2\vartheta; \quad T = \frac{3\gamma lS}{R^3} \sin\vartheta \cos\vartheta.$$

Найдём затем полную слагающую Z солнечного ускорения по направлению линии EM. Мы имеем $Z = Y' - Y$; отсюда

$$Z = \frac{3\gamma lS}{R^3} \cos^2\vartheta - \frac{\gamma S}{R^2} \frac{l}{R},$$

или

$$Z = \frac{3\gamma lS}{R^3} \left(\cos^2\vartheta - \frac{1}{3}\right). \qquad (4)$$



Фиг. 6

Ускорения T и Z представляют собой слагающие избыточного ускорения, сообщаемого Луне Солнцем, по отношению к ускорению, сообщаемому Солнцем Земле.

Для задач теории приливов особенное значение имеет ускорение Z; для численного определения Z необходимо знать величину коэффициента

$$\frac{3\gamma lS}{R^3} = 3Y. \qquad (5)$$

Значение этого коэффициента может быть найдено без знания величин S, R и постоянной всемирного тяготения γ. Для вычисления Y Ньютон поступает так: он вычисляет величину Y, предполагая, что Земля обращается вокруг Солнца по круговой орбите за время T, равное звёздному году; применяя к этому движению третий закон Кеплера, он находит

$$\frac{\gamma S}{R^3} = \frac{4\pi^2}{T^2},$$

отсюда

$$Y = \frac{4\pi^2}{T^2} l.$$

Пользуясь этой формулой, сравним величину Y с ускорением силы тяжести g на полюсе Земли. Рассмотрим для этого сначала ускорение h, сообщаемое Землей Луне:

$$h = \frac{\gamma E}{l^2};$$

преобразуем это выражение к новому виду, предполагая, что Луна и Земля обращаются равномерно в звёздное время τ вокруг их общего центра тяжести. Применяя к этому движению третий закон Кеплера в форме, исправленной Ньютоном, имеем

$$\frac{\gamma(E+M)}{l^3} = \frac{4\pi^2}{\tau^2},$$

где l есть, как и прежде, расстояние между центрами Земли и Луны. Это соотношение позволяет придать ускорению h следующий вид:

$$h = \frac{4\pi^2}{\tau^2} \frac{E}{E+M} l.$$

Найдём теперь отношение[2] ускорения Y к ускорению h:

$$Y : h = \frac{E+M}{E} \frac{\tau^2}{T^2}.$$

Отношение ускорения g силы тяжести на полюсе Земли к ускорению h равно отношению квадрата радиуса лунной орбиты l к квадрату радиуса Земли a; отсюда

$$Y : g = \frac{E+M}{E} \frac{\tau^2}{T^2} \frac{a^2}{l^2}. \tag{6}$$

Укажем числовое значение этого отношения. Мы имеем, используя числа, приводимые Ньютоном,

$$\tau = 27 \text{ дн. } 7 \text{ час. } 43 \text{ мин.}; \quad T = 365 \text{ дн. } 6 \text{ час. } 9 \text{ мин.};$$

$$\left(\frac{\tau}{T}\right)^2 = \frac{1}{178\frac{29}{40}}.$$

Ньютон принимает затем l равным $60\frac{1}{2}$ земным радиусам:

$$l = 60\frac{1}{2}\, a.$$

Обратимся, наконец, к отношению $(E + M) : E$. Обрабатывая данные, доставленные наблюдениями над приливами у берегов Англии, Ньютон нашёл, что отношение массы Земли к массе Луны равно 39,788. Отсюда имеем

$$\frac{E+M}{E} = \frac{40{,}788}{39{,}788} \approx \left(\frac{60\frac{1}{2}}{60}\right)^3.$$

Принимая все эти числа, находим

$$Y : g = \left(\frac{60\frac{1}{2}}{60}\right)^3 \frac{1}{178\frac{29}{40}} \frac{1}{\left(60\frac{1}{2}\right)^2},$$

или

$$Y : g = 60\frac{1}{2} : 60 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 178\frac{29}{40}.$$

Выполняя вычисления, мы получаем число, указываемое Ньютоном[3],

$$Y : g = 1 : 638\,092{,}6.$$

Мы нашли таким образом одну из слагающих ускорения, возмущающих движение Луны вокруг Земли.

Если бы мы приложили формулу (4) к вычислению ускорения, действующего на точку, находящуюся на самой поверхности Земли, то нашли бы

$$Z = \frac{3\gamma a S}{R^3}\left(\cos^2\vartheta - \frac{1}{3}\right), \tag{7}$$

причём коэффициент $\frac{3\gamma aS}{R^3}$ имел бы следующее значение:

$$\frac{3\gamma aS}{R^3} = \frac{3\gamma lS}{R^3} \cdot \frac{a}{l} = 3g : 60 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 178\,\frac{29}{40},$$

или

$$3g : 38\,604\,602 = g : 12\,868\,200.$$

Величина Z, даваемая формулой (7), называется приливообразующей силой Солнца.

§ 4. Ньютонова теория солнечных и лунных приливов

Основная заслуга Ньютона в исследовании явления приливов состоит, с одной стороны, в том, что Ньютон указал истинную причину происхождения этого явления, а с другой — предложил метод для вычисления величины приливов.

До Ньютона различные исследователи, например Кеплер, подмечали связь между приливными изменениями уровня океана и положениями Луны на небесной сфере. Но никаких точных законов, устанавливающих связь между этими двумя явлениями, дано не было. И лишь Ньютон, опираясь на свою систему динамики, теорию тяготения и новые, им открытые математические методы, первый установил несомненную связь между движениями Луны и распространением приливной волны по поверхности земного шара. Ньютон показал, что приливы являются необходимым следствием существования взаимного тяготения между всеми телами, составляющими солнечную систему.

В предложении LXVI книги I «Начал» Ньютон дает на основе приведённых выше формул подробное качественное изучение движения трёх тел, кладя тем самым основы теории планетных возмущений. Беря в качестве третьего тела частицу жидкости (первые два — Земля и Солнце), Ньютон в следствиях 19 и 20-м этого предложения указывает главные законы движения частицы жидкости и говорит, что таковыми движениями должны быть приливные и отливные движения моря. В книге III «Начал» Ньютон даёт достаточно подробное количественное развитие общих соображений, предложенных им в указанных следствиях предложения LXVI книги I.

При определении формы поверхности океана, возмущённого действием Солнца или Луны, Ньютон допускает с самого начала (и метод его вычисления требует этого), что весь земной шар представляет собой однородное жидкое тело; Ньютон допускает, кроме того, что под влиянием тяготения к внешнему светилу эта масса жидкости принимает форму эллипсоида вращения, полярная ось которого направлена к возмущающему светилу (книга III, предложения XXIV, XXXVI). При вычислении размеров этого эллипсоида Ньютон неявно допускает, далее, что в каждый момент времени существует равновесие между приливообразующей силой и силой всемирного тяготения, действующей на каждую частицу жидкости со стороны всей массы жидкости. Этим последним предположением Ньютон кладёт основание той теории приливов, которая в настоящее время известна как «статическая теория приливов» (см. следствие предложения XXXVI книги III).

Дальнейшее развитие статической теории приливов связывается с именами Маклорена, Эйлера и, главным образом, Даниила Бернулли.

Д. Бернулли предложил, в частности, некоторые исправления к статической теории приливов Ньютона, сделав возможным вычислять приливы для

морей, занимающих ограниченное протяжение на поверхности земного шара. Эта «исправленная статическая теория приливов» даёт в ряде случаев весьма точные результаты для величины прилива.

Честь создания полной динамической теории приливов принадлежит Лапласу. Лаплас освободился от допущения Ньютона, что форма поверхности моря обусловлена лишь мгновенным состоянием поля возмущающих сил, и построил динамические уравнения движения вод океана под влиянием возмущающего действия внешних тел (1775).

Возмущающая сила Солнца, поднимающая и опускающая частицы жидкости, направлена по радиусам Земли; слагающая возмущающей силы, направленная вдоль поверхности Земли, создаёт приливные течения. Величины этих сил могут быть определены по формулам предыдущего параграфа.

Найдём, пользуясь этими формулами, размеры приливного эллипсоида. Возьмём для этого, как и при определении фигуры Земли, две тонкие колонны жидкости одного и того же поперечного сечения. Одну колонну расположим вдоль оси вращения эллипсоида, а другую — в экваториальной плоскости эллипсоида. На частицы обеих колонн будут действовать, помимо сил притяжения самой массы жидкости, также и приливообразующие силы. Эти силы будут определяться формулой (7) § 3. Разбивая весь эллипсоид семейством подобных эллипсоидов на тонкие слои, мы можем вычислить давление в центре приливного эллипсоида, как и при определении сжатия Земли, исходя из рассмотрения сил, действующих вдоль полярной колонны, и из рассмотрения сил, действующих вдоль экваториальной колонны. Приравнивая друг к другу получаемые значения давления, мы находим следующую формулу для определения величины сжатия приливного эллипсоида:

$$\varepsilon = -\frac{\frac{3\gamma S}{R^3}a}{\frac{4}{5}\cdot\frac{4}{3}\pi\gamma\rho a + \frac{2}{3}\frac{3\gamma S}{R^3}a}; \qquad (1)$$

здесь a — полярная полуось. В знаменателе этой формулы мы можем отбросить второе слагаемое, ибо, пользуясь подсчётами предыдущего параграфа, можно установить, что оно в 15 441 840 раз меньше первого.

Таким образом, мы получаем для сжатия приливного эллипсоида следующую формулу:

$$\varepsilon = -\frac{5}{4}\left(\frac{3\gamma a S}{R^3} : g\right). \qquad (2)$$

Знак минус указывает, что приливный эллипсоид вытянут вдоль оси вращения, которая располагается по прямой, соединяющей центры Земли и Солнца.

Пользуясь вычислениями предыдущего параграфа, мы получаем для ε следующее значение:

$$\varepsilon = -\frac{1}{10\,294\,560}.$$

Примем ,что экваториальная полуось b приливного эллипсоида равна числу, указываемому Пикаром для среднего радиуса Земли:

$$b = 19\,615\,800 \text{ ф.}$$

Пользуясь найдённым значением ε, мы можем определить теперь, насколько полярная полуось эллипсоида длиннее его экваториальной полуоси:

$$a - b = 1 \text{ ф. } 10\frac{9}{10} \text{ дм.}$$

Мы изложили определение элементов приливного эллипсоида несколько иначе, чем это сделано в «Началах». Сам же Ньютон сводит задачу об определении приливного эллипсоида к задаче об определении фигуры Земли.

Но такое сведение одной задачи к другой не вполне безупречно, как нам кажется, ибо в задаче о приливах приливообразующая сила (при указываемом ниже предположении Ньютона) обращается в нуль вдоль экватора, в то время как в задаче о фигуре Земли центробежная сила обращается в нуль на полюсах. Кроме того, при этом сведении задачи о приливах к задаче о фигуре Земли формула для вычисления притяжения вдоль оси вращения применяется к точкам, лежащим на экваториальной полуоси эллипсоида и наоборот.

Приводим решение Ньютона. На частицы жидкости, лежащие на линии, соединяющей центр Солнца с центром Земли, когда $\vartheta = 0$, действует радиальная сила, равная

$$\frac{2\gamma rS}{R^3};$$

на частицы же, удалённые от Солнца на угловое расстояние в 90°, действует возмущающая радиальная сила Солнца, равная

$$\frac{\gamma rS}{R^3}$$

и направленная к центру Земли; здесь r есть расстояние частицы жидкости от центра Земли.

Ньютон *допускает*, что частицы жидкости, находящиеся непосредственно на линии Земля — Солнце, находятся под действием силы

$$\frac{3\gamma rS}{R^3}, \qquad (3)$$

равной сумме двух предыдущих сил, но зато частицы жидкости, лежащие на радиусе, составляющем 90° с линией Земля — Солнце, не испытывают действия внешней силы (книга III, предложение XXXVI). Эта сила (3), действующая здесь вдоль полярной оси, играет ту же роль в данной теории приливов, какую в теории фигуры Земли играла вдоль экваториальной колонны центробежная сила. Благодаря этому мы можем для определения величины сжатия приливного эллипсоида непосредственно воспользоваться всеми соображениями и результатами теории фигуры Земли.

Величина φ, которая в теории фигуры Земли была отношением центробежной силы на экваторе к силе притяжения на экваторе, должна быть в теории приливов заменена через

$$\frac{3\gamma aS}{R^3} : g.$$

Ньютон считает, что разность h между полярным и экваториальным радиусами приливного эллипсоида так относится к разности $b-a$ между экваториальным и полярным радиусами Земли, как число $\frac{3\gamma aS}{R^3} : g$ относится к числу φ, т. е.

$$\frac{h}{b-a} = \frac{\frac{3\gamma aS}{R^3} : g}{\varphi};$$

но

$$b - a = 85472 \text{ ф.}; \quad \frac{3\gamma aS}{R^3} : g = \frac{1}{12\,868\,200}; \quad \varphi = \frac{1}{289}.$$

Подставив все эти значения в предыдущую пропорцию, получим

$$\frac{h}{85\,472} = \frac{289}{12\,868\,200},$$

или

$$\frac{h}{85\,472} = \frac{1}{44\,527};$$

откуда

$$h = \frac{85\,472}{44\,527} = 1 \text{ ф. } 11\,\frac{1}{30} \text{ дм. } (= 62{,}37 \text{ см}).$$

Таким образом, благодаря приливу, высота воды под солнцем и в стороне, прямо ему противоположной, превосходит на 1 ф. $11\frac{1}{30}$ дм. высоту воды в местах, отстоящих на 90° от Солнца.

Если через b мы назовём ось приливного эллипсоида, перпендикулярную к оси его вращения, то возвышение ζ поверхности жидкости над некоторой сферой радиуса $b\left(1 + \frac{1}{3}\varepsilon\right)$, обусловленное приливом, будет равно по теории Ньютона

$$\zeta = \frac{5}{4}\,\frac{b}{g}\,Z, \qquad (4)$$

где Z — величина приливообразующей силы[4]. Таким образом, высота прилива пропорциональна приливообразующей силе.

Благодаря суточному вращению Земли и относительному перемещению Солнца около Земли приливный эллипсоид будет для земного наблюдателя перемещаться. Ньютон подробно исследует, какие повышения и понижения жидкости будут наблюдаться в различных местах Земного Шара и в различные времена года вследствие такого перемещения эллипсоида. Общее содержание результатов его рассмотрений является в настоящее время содержанием статической теории приливов. Имея в виду главным образом изложить метод Ньютона в изучении приливов, мы не будем приводить подробное изложение результатов статической теории приливов, содержащееся в курсах астрономии и гидродинамики.

Воды океана находятся также и под влиянием притяжения Луны. Вся построенная выше статическая теория солнечных приливов может быть, слово в слово, перенесена и на лунные приливы. Приливы, обусловленные Луной, могут быть представлены совершенно так же, как и солнечные приливы, с помощью эллипсоида, перемещающегося вслед за Луной. Изучая движение этого эллипсоида, Ньютон находит особенности лунных приливов, а изучая одновременное движение солнечного и лунного эллипсоидов, Ньютон получает полностью всё движение приливной волны по поверхности Земли, сплошь покрытой водой.

При оценке величины лунных приливов Ньютон встретился с некоторыми трудностями, на разъяснении которых следует остановиться.

Для определения величины солнечных приливов необходимо знать массу Луны; это следует из рассмотрения конца § 3 и из формулы (4). Знание массы Луны необходимо и для вычисления лунных приливов.

Для определения массы Луны Ньютон предложил воспользоваться наблюдениями над высотой солнечных и лунных приливов в новолуние и в первую четверть.

Так как высота прилива пропорциональна приливообразующей силе, то отношение приливообразующей силы Луны и Солнца в новолуние к приливообразующей силе этих же светил в первую четверть должно равняться отно-

щению высоты прилива в новолуние к высоте прилива в первую четверть. Пользуясь наблюдениями Самуила Штурми в Бристоле, Ньютон находит для отношения высот указанных приливов значение 9 : 5. Этому числу должно равняться и отношение приливообразующей силы Луны и Солнца в новолуние к приливообразующей силе Луны и Солнца в первую четверть.

Высказывая некоторые предположения о запаздывании полного развития прилива по отношению к максимальному или минимальному развитию приливообразующей силы, Ньютон, основываясь вместе с тем на соображениях, весьма кратко излагаемых (книга III, предложение XXXVII), находит, что величина множителя $\frac{\gamma aS}{R^3}$ в формуле приливообразующей силы Солнца относится к соответствующему множителю $\frac{\gamma aM}{l^3}$ в формуле приливообразующей силы Луны, как единица относится к 4,4815. Таким образом, имеем

$$\frac{S}{M}\,\frac{l^3}{R^3} = \frac{1}{4{,}4815}. \qquad (5)$$

Но, называя через d и d' видимые диаметры соответственно Солнца и Луны, имеем

$$\frac{\delta}{\delta'}\left(\frac{d}{d'}\right)^3 = \frac{1}{4{,}4815},$$

где δ и δ' — плотности Солнца и Луны соответственно.
Отсюда

$$\frac{\delta'}{\delta} = 4{,}4815\left(\frac{d}{d'}\right)^3,$$

но

$$d = 32'12''; \quad d' = 31'16''\,\frac{1}{2},$$

следовательно,

$$\delta' = 4{,}891\,\delta.$$

В предложении VIII книги III Ньютон находит, что плотность Солнца, в четыре раза меньше плотности δ_1 Земли. Принимая во внимание этот результат, находим

$$\delta' = 1{,}223\,\delta_1 = \frac{11}{9}\,\delta_1.$$

Наблюдения показывают, что диаметр Луны относится к диаметру Земли, как 100 к 365. Отсюда вытекает, что масса Луны относится к массе Земли, как 1 к 39,788.

Лаплас на основе обработки широко поставленных наблюдений над приливами в Бресте нашёл для массы Луны значение 1 : 74,946, хорошо приближающееся к значению 1 : 81,5, принимаемому в настоящее время по теории возмущений.

Вернёмся к формуле (2) и применим её к определению сжатия лунного приливного эллипсоида. Пользуясь результатом Ньютона, выраженным формулой (5), находим, что сжатие лунного приливного эллипсоида в 4,4815 раза больше солнечного. Отсюда следует, что, благодаря лунному приливу, высота воды непосредственно под Луной и в стороне, прямо ей противоположной, будет на 8 ф. 7,23 дм. (279,49 см) превышать высоту воды в местах, отстоящих от Луны на 90°.

Вернёмся в заключение к данным выше значениям высоты солнечного и лунного приливов. Мы нашли, что наибольшая высота солнечного прилива равна 62,37 см, а лунного 279,49 см. В настоящее же время соответствующие

высоты, вычисляемые по статической теории приливов, оцениваются в 24,08 см и 54,86 см. Такое большое различие между числами теории Ньютона и числами современной теории приливов не объясняется неточностью в значении, принятом Ньютоном для массы Луны. Причина этого в другом. Как отмечено выше, при построении теории приливов Ньютон считает Землю сплошь жидкой и определяет, следовательно, приливные возмущения жидкой массы, между частицами которой действуют силы всемирного тяготения. Пользуясь современной английской терминологией, можно сказать, что Ньютон построил, следовательно, статическую теорию объемных приливов (bodily tides). В настоящее же время при построении статической теории приливов принимают, что жидкость лишь тонким слоем покрывает твёрдое ядро Земли, и в этом предположении строят теорию. Таким образом, несогласие между числовыми результатами теории Ньютона и статической теорией приливов, в её современном построении, объясняется различием в принимаемых этими теориями основных предположениях.

ПРИМЕЧАНИЯ

[1] Здесь следует указать, что Ньютон везде пользуется старой французской системой измерений длин. В этой системе измерений имеют место следующие соотношения: 1 париж. фут = 12 дюймам; 1 дюйм = 12 линиям. В метрической системе измерений эти единицы длины — парижский фут, дюйм, линия—имеют следующие значения: 1 п. ф. = 32,490 см.; 1 п. д. = 2,707 см; 1 п. л. = 0,226 см Укажем в метрической системе значения приводимых ниже длин, выраженных в старых французских мерах:

123 249 600 п. ф.	= 4 004 379 504 см	85 472 п. ф.	= 2 776 985 см
19 615 800 » »	= 637 317 342 »	1433,46 » »	= 46 573,11 см
19 573 064 » »	= 635 928 849 »	15,084 п. л.	= 3,409 »
19 658 536 » »	= 638 705 835 »	2177,267 » »	= 492,082 »

[2] Не приводя подробностей своих вычислений, Ньютон записывает эту формулу без множителя $(E + M) : E$ (кн. III, предл. XXV). Мы считаем, что этот множитель здесь необходим.

[3] В настоящее время, основываясь на изучении неравенств Эроса, найдено, что масса Луны в восемьдесят один с половиною раз меньше массы Земли. Принимая это число, имеем

$$(E + M) : E = 82\tfrac{1}{2} : 81\tfrac{1}{2}.$$

Отсюда получаем

$$Y : g = 1 : 646\,068{,}8.$$

[4] Эта формула легко получается из сравнения полярного уравнения эллипса малого сжатия (2) с выражением приливообразующей силы (7) § 3.

Профессор
А. Д. ДУБЯГО

КОМЕТЫ И ИХ ЗНАЧЕНИЕ В ОБЩЕЙ СИСТЕМЕ НЬЮТОНОВЫХ «НАЧАЛ»

«Erit, qui demonstret aliquando, in quibus cometae partibus currant, cum tam seducti a ceteris errent, et quanti qualesque sint. Contenti simus inventis: aliquid veritati et posteri conferant».

Seneca. Quaestiones Naturales, lib. VII.

(Будет когда-нибудь тот, кто покажет, в каких областях движутся кометы, когда блуждают, столь удалившиеся от прочих светил, сколько их и каковы их свойства. Удовольствуемся узнанным: пусть и потомки что-нибудь принесут истине.

Сенека. Вопросы о природе, кн. VII).

На протяжении многовековой истории человеческой культуры внимание, уделявшееся кометам, и взгляды на их место и значение во вселенной не всегда были одинаковыми. В древности господствовало мнение, что кометы—просто атмосферные явления, величественные, но недолговечные. В средние века появление ярких комет вызывало самые фантастические суеверия. После изобретения книгопечатания появилась и литература о кометах, однако в подавляющем большинстве невежественная и ничтожная в научном отношении. Эта литература стала быстро разрастаться. Кульминационным пунктом её расцвета была эпоха, непосредственно предшествовавшая появлению ньютоновых «Начал».

Ньютон уделил в своём великом произведении достаточное место кометам. Перечитывая посвящённую кометам последнюю часть книги III «Начал», мы замечаем, что она несколько отличается стилем от всех предшествующих: в ней приведено много исторических данных, ведутся рассуждения о цитатах из древних писателей, высказывается много смелых гипотез, в отдельных местах чувствуется желание заинтересовать читателя предметом, живостью и популярностью изложения.

В «Началах» Ньютон разрешил задачу, которая оказалась не под силу его предшественникам, а именно найти орбиту кометы по немногим наблюдениям. Отсюда зародилась наша теоретическая астрономия, и главным образом на изучении движения комет она выросла и развилась. На протяжении XVIII

и XIX вв. эта область астрономии привлекала к себе внимание крупнейших теоретиков и многочисленных вычислителей орбит, и только с конца XIX в. быстрый прогресс астрофизики несколько передвинул наши интересы к другим объектам и проблемам.

Несмотря на то, что теперь кометы для нас довольно скромные члены солнечной системы, их движения и физическая природа и до сих пор не вполне разгаданы. В настоящее время накоплен огромный наблюдательный материал о кометах, и не будет преувеличением, если мы скажем, что он во многом ещё ждет своих исследователей. Только полное разрешение вопросов, связанных с кометами, прольёт новый свет на космогонические проблемы.

Здесь уместно также отметить, что и в физическом изучении комет подлинное начало положил Ньютон. Многие его гениальные выводы и догадки блестяще подтвердились только много позднее. И, может быть, в его высказываниях о физической природе комет следует видеть некоторые из первых камней, положенных в основание громадного здания современной астрофизики.

Ньютон затрагивает множество разнообразных вопросов о кометах, и уже отсюда очевидно то значение, какое он придавал им в своей «Системе мира» (такое, даже тогда несколько архаическое, название он дал третьей и последней книге «Начал»). Вместе с тем многообразие вопросов, выдвинутых Ньютоном, говорит за то, что не легко будет подвести полный итог всему, что он сделал нового в этой области, и сравнить его открытия с трудами астрономов, живших до него.

Всё дальнейшее развитие теоретической астрономии ведёт свои пути от Ньютона и было во многом им как бы предугадано с той истинной проницательностью, которая присуща гениям; поэтому только глубокое изучение его «Начал» даёт нам генезис теоретической астрономии в правильном свете. Это было показано совсем недавно академиком А. Н. Крыловым. И нам, в нашей теме о кометах, часто придётся обращаться к подлинным словам Ньютона.

«Теперь мы описали системы Солнца, Земли, Луны и планет, и остаётся кое-что добавить о кометах, — писал Ньютон в конце предложения XXXIX, задача XX, книги III «Начал» и вслед за тем высказал лемму IV: — *Кометы находятся далее Луны и бывают в области планет*».[1]

Однако были времена, когда многие думали не так.

«Некоторые из пифагорейцев считают комету за светило из числа тех, которые не всегда видны, но периодически появляются в определённые времена; другие — за истечение из Солнца перед нашим взглядом, подобно явлениям в зеркале; Анаксагор и Демокрит — за соединение двух или нескольких звёзд, которые через это объединяют свои лучи. Аристотель рассматривает кометы, как возникшую из сухих испарений и воспламенившуюся массу; Гераклид из Понта — как высокое облако, освещённое идущим сверху светом; Диоген объявляет, что кометы — действительные звёзды».

Этот отрывок,[2] ранее приписывавшийся Плутарху, принадлежит неизвестному писателю греку, называемому иногда Псевдо-Плутархом, и заимствован из сочинения, содержащего компиляцию мнений философов по самым разнообразным вопросам.

Из римлян следует отметить Сенеку младшего — стоика, поэта и естествоиспытателя, посвятившего кометам VII книгу своих «Вопросов о природе».[3] Его обзор и критика разнообразных воззрений философов на кометы любопытны по своей подробности; но здесь мы можем ограничиться лишь указанием, что сам Сенека придерживался взглядов Аполлония Миндия, жившего в III в. до н. э. и учившегося, по словам Сенеки, у халдеев. Якобы от них Аполлоний заимствовал, что кометы — настоящие светила, как Солнце и Луна, и отличаются лишь тем, что их пути не видны (целиком), ибо они лежат в наивысших областях неба; кометы только тогда наблюдаются, когда они проходят нижние части своих орбит.[4] Эти воззрения Сенека с силой защищает, указывая,

например, что космическая природа комет вытекает из их участия в общем суточном вращении звёзд; он бросает знаменитую фразу: «Придёт время, когда наши потомки будут удивляться, что мы не знали столь явных вещей».[5] Книга заканчивается предсказанием, которое поставлено в эпиграфе к настоящей статье.

Почему древние греки, создавшие стройную математическую систему движений планет по эпициклам, ограничились смутными и противоречивыми суждениями о кометах, которые ни один из их авторов не подверг серьёзной проверке?

Известно, что они не проводили наблюдений над кометами и не определяли их положений на небесной сфере, как это они делали для планет. Во всём «Альмагесте», этой сокровищнице древней астрономии, нет ни слова о кометах. Самое простое объяснение состоит, вероятно, в том, что яркие кометы (а только такие тогда замечались) появляются редко и видны недолго; движения их быстры и резко отличаются от закономерных перемещений планет.

То же самое, повидимому, относится и к учителям греков в астрономии — вавилонянам, и если Сенека ссылается на Аполлония, указывая, что халдеи, как сказано выше, следили за путями комет, то сейчас же он для полноты добавляет: «Напротив, Эпиген говорит, что халдеи ничего не понимали в кометах».[6]

В настоящее время прочитаны многие вавилонские клинописные тексты. Иные из них написаны задолго до эпохи Аполлония. Но вряд ли в них можно найти подтверждение его слов.

«Появилась комета, тело которой было ярким, как день, и из её блестящего тела исходил хвост, подобно жалу скорпиона». В таких выражениях, например, говорится о комете, появившейся во время войны в Эламе в 1140 г. до н. э.[7] Заметим мимоходом, что столь же преувеличенные и неопределённые, а потому и бесполезные для астрономии описания комет давали с тех пор и вплоть до нового времени многочисленные составители хроник и летописей у разных народов.

Аристотель, многие взгляды которого прочно входили в миросозерцание средневековья и кое-где доживали свой двухтысячелетний век ещё в ньютоновы годы, отнес, как мы видели, кометы в область земной атмосферы. Мы ещё вернемся к нему по другому поводу, а сейчас укажем, как на своеобразный анахронизм, что одним из последних эпигонов великого грека в учении о кометах был в 1702 г. автор «Теории конических сечений», «Гномоники» и «Астрономических таблиц» француз Лагир, одним из первых построивший лунный глобус, проводивший систематические метеорологические наблюдения и, как это ни удивительно, ревностно искавший новые кометы при помощи телескопа.

Однако уже XV век принёс решение задачи. Правда, этого не достиг ещё флорентинец Паоло Тосканелли, наставник Колумба, географ, врач и любитель книг, хотя вряд ли не он первым начал определять положения комет, тщательно нанося их на звёздные карты. Но эти наблюдения комет 1433, 1449, 1456, 1457 I, 1457 II и 1472 гг. оставались где-то погребенными вплоть до 1864 г., когда их нашёл итальянский астроном Челория и вычислил по ним орбиты — первые в хронологическом каталоге комет, которые мы теперь можем назвать надёжными.[8]

Но вся заслуга доказательства, что комета 1472 г. находилась от нас не ближе Луны, принадлежит нюренбергскому астроному Иоганну Мюллеру Регномонтану. Его орудием для измерения дуг на небе был инструмент, состоявший из двух взаимно перпендикулярных линеек с делениями, образовавших фигуру буквы Т с переменной высотой (baculus, жезл Иакова); угол, стягиваемый основанием при вершине, где помещался глаз, можно было отыскать, зная длину линеек и пользуясь таблицей тангенсов, вычисленной самим Регномонтаном. Будучи знатоком и одним из реформаторов тригонометрии, он не затруднился решить задачу о суточном параллаксе кометы несколькими ме-

тодами, в частности определяя её координаты по измерению угловых расстояний до двух известных звёзд.[9] Напомним, что под суточным параллаксом подразумевается тот угол, который образуют друг с другом направления к комете из данной точки земной поверхности и из центра Земли. Влияние суточного параллакса может быть найдено по наблюдениям кометы даже из одного места на Земле, пользуясь тем, что Земля, вращаясь вокруг своей оси, переносит наблюдателя в пространстве, и он занимает на протяжении суток различные положения относительно центра Земли и кометы. Уже греческие астрономы знали, что, чем больше суточный параллакс, тем светило ближе к нам, и наоборот. Они же нашли значение лунного параллакса в 57′, что очень близко к истине. Наблюдения показали Регномонтану, что суточный параллакс кометы 1472 г. не заметен, и он заключил, что комета должна быть во всяком случае дальше Луны. Этим впервые было доказано, что не может быть места прежним мнениям, и стало ясно, что кометы — отнюдь не земного происхождения, что они настоящие небесные тела и изучение их должно войти в область астрономии. Этот принципиальный вывод не был поколеблен несовершенствами в работе Регномонтана и, в частности, тем, что он не учитывал рефракцию в земной атмосфере, хотя странно, как она могла ускользнуть от такого внимательного наблюдателя, тем более что о её существовании знали уже Птоломей и Альгазен.

Вслед за Регномонтаном кометы наблюдались в XVI в. довольно систематически Апианом, Павлом Фабрицием, Геллером, Вильгельмом Гессенским и др.

Апиан сожалеет, что он ничего не может сказать о расстоянии кометы 1531 г., ибо для этого было бы нужно, чтобы «двое в один и тот же момент, находясь приблизительно больше или меньше ста миль друг от друга, наблюдали её высоту над горизонтом».[10] Итак, Апиан, подобно Регномонтану, ясно представлял, как влияет параллакс на положение кометы, в частности на её высоту. Способ, предлагаемый им, хорош тем, что при одновременном определении положения кометы двумя наблюдателями отпадает необходимость знать её движение. В противном случае нельзя находить параллакс из наблюдений в одном месте, которые неизбежно должны быть отделены несколькими часами друг от друга. Это было ещё одним слабым местом в методе Регномонтана, потому что перемещения комет по небу происходят иногда очень быстро и неравномерно, и они, конечно, не могли уверенно учитываться в XV и XVI вв. из-за полного незнания кометных орбит.

Через 100 лет после Регномонтана Тихо Браге наблюдал в своей только что построенной обсерватории в Уранибурге блестящую комету, появившуюся осенью 1577 г. Не все из его инструментов, прославленных позднее за их точность, были в ту пору готовы, но уже тот секстант, которым он пользовался, позволил ему определять положение кометы гораздо увереннее, чем это делалось раньше.[11] Тихо доказал окончательно, что комета не имела заметного суточного параллакса, подвергнув дискуссии не только свои наблюдения, но и наблюдения других авторов. Некоторые из последних (Хагеций, Скультет, Нольтий, Винклер) выводили из своих наблюдений суточный параллакс до 7°. Тихо Браге перевычислил их измерения, приняв исправленные положения звёзд и учтя рефракцию, и пришёл, как и следовало ожидать, к прямо противоположному выводу. На протяжении своей длинной книги о комете 1577 г.[12] он не раз называет этих лиц «учёнейшими, славнейшими мужами» и т. д., но в заключение восклицает: «Что за инструменты! Что за наблюдатели! Где глаза? Где понимание и прилежное раскрывание истины?» И Тихо не остановился на вычислении параллакса; он сделал дальнейший смелый шаг, попытавшись найти орбиту кометы.

Его выводы вызвали полемику, которую начал некто Кьярамонти, профессор философии в Пизе. Против Кьярамонти и в защиту Тихо, уже после его смерти, выступил Кеплер; в свою очередь, доводы Кеплера оспаривались иезуитом Риччиоли, который, надо сказать, добросовестно собирал и крити-

чески изучал всевозможные факты из истории астрономических и, в том числе, кометных наблюдений. Его выводы о расстояниях комет сформулированы нарочито осторожно и двусмысленно, что, конечно, диктовалось его принадлежностью к иезуитскому ордену. Они столь характерны для официального католического аристотелианства средины XVII в., что их стоит привести.

«I. Что некоторые кометы были ниже Луны по историческим преданиям, этого нельзя отрицать.

II. Ни для одной кометы до сих пор не доказано абсолютно, что она была выше Луны; это только гипотеза, правда, очень вероятная, но все-таки недостоверная.

III. Ни для одной из комет до сих пор не доказано абсолютно, математическим доказательством, что она была ниже Луны; это, всего навсего, гипотеза до некоторой степени вероятная.

IV. Вероятно, что некоторые кометы были выше Луны, другие — ниже, впрочем из числа тех, о положении которых ничего нельзя утверждать по голым данным истории.

V. Но даже, если бы все кометы были ниже Луны, равно как если бы некоторые из них были выше, другие ниже (Луны), достоверно, что они вращаются много выше паров или высоты сумерек и над наивысшими областями нашего воздуха»,[13]

Через 17 лет после издания «Нового Альмагеста» появилась «Кометография» Гевелия, и в ней эти тезисы Риччиоли сопровождаются довольно ядовитыми замечаниями.

На протяжении столетия, от Тихо Браге до Ньютона, отсутствие суточного параллакса у комет стало общеизвестным фактом, и Ньютон ссылается на него при обосновании своей IV леммы о расстояниях комет. Вслед за тем он обращается к годичному параллаксу, объясняя, как он влияет при прямом и попятном движениях кометы в различных её положениях относительно Солнца и Земли. Он даёт остроумное геометрическое построение для нахождения годичного параллакса в предположении, что движение кометы прямолинейно и равномерно. Влияние годичного параллакса — это та составная часть видимого перемещения светила на небе, которая отражает движение самой Земли по её орбите вокруг Солнца. Зная годичный параллакс, мы получаем расстояние до светила в единицах радиуса земной орбиты. Значительная величина этого параллакса «показывает, что исчезающие кометы гораздо ближе Юпитера. Отсюда следует, что в перигеях и перигелиях, когда они всего ближе к Земле (соответственно, к Солнцу), они часто заходят внутрь орбит Марса и нижних планет. Близость комет подтверждается также по свету их ядер».[14]

Что «свет убывает в обратном отношении воспринимающих его площадей», указал ещё Кеплер,[15] но Ньютон первый отчетливо сформулировал в приложении к кометам закон изменения яркости в обратном отношении квадратов расстояний от Солнца и Земли. Он берет случай, когда комета очень удалена от этих тел, что позволяет ему считать оба расстояния приблизительно одинаковыми, и поэтому в знаменателе выражения для яркости комет у него просто четвёртая степень расстояния кометы (считая его безразлично от Солнца или от Земли).

Ньютон сравнивает яркость кометы 1682 г. (позднее получившей имя Галлея) и кометы 1665 г. с яркостью Сатурна, учитывая отношение видимого диаметра ядра комет к диаметру Сатурна или, вернее, к диаметру воображаемой круглой планеты, эквивалентной по яркости Сатурну с кольцом, и вот его вывод:

«Все кометы в своих перигелиях располагаются или ближе Сатурна, или же немногим далее. Поэтому совершенно заблуждаются те, которые относят кометы в область близ неподвижных звёзд, ибо в этом случае они не более освещались бы нашим Солнцем, нежели находящиеся в наших областях планеты освещаются неподвижными звёздами».[16]

Ньютонов метод фотометрического сравнения кометных ядер с другими телами, отражающими солнечный свет, начал приводить к полезным результатам только в наше время. Основная идея осталась той же самой, но, конечно, теперь искомой величиной является не расстояние до комет, а общая масса твёрдых частиц, образующих комету. Для этого нужно знать их удельный вес, отражательную способность (альбедо) и их средние размеры. Наши оценки диаметров этих мелких телец ненадежны, и поэтому мы можем определить только порядок кометных масс. Бесспорно, что они очень малы; разные авторы и для разных комет получали значения массы от 10^{-6} до 10^{-14} массы Земли.[17]

«Мы рассуждали до сих пор, — продолжает Ньютон, — не рассматривая затемнения комет тем весьма обильным и густым дымом, которым постоянно окружена их голова, просвечивающая всегда как через густое облако».[18] Ньютон не мог думать, что плотность газообразных оболочек головы кометы так мала (порядка 10^{-22} г·см$^{-3}$, по данным Шевика),[19] что они не могут заметно ослаблять яркость ядра; поэтому мнение Ньютона, что кометы должны быть ближе к Солнцу, чем это определяется по непосредственно наблюдённой яркости ядер, будучи очень остроумным в его время, теперь утратило силу.

Близость комет к Солнцу, согласно Ньютону, «подтверждается по их хвостам, которые происходят или от отражения света Солнца дымом, распространяющимся в эфире, или же от света головы. В первом случае расстояние до комет должно быть уменьшено, ибо иначе пришлось бы приписать распространению дыма, производимого головой комет, совершенно невероятные скорости и протяжения. В последнем случае весь свет как головы, так и хвоста надо приписывать ядру», поэтому «придется помещать кометы внутри орбиты Венеры, когда их головы, скрываясь за Солнцем, испускают огромные и светлые хвосты, подобно огненным столбам, как то иногда бывает».[20]

Эта аргументация действует неотразимо. Мы ещё убедимся, как ясно Ньютон представлял механическую картину движения частиц в кометных хвостах. А второе мнение, ему самому чуждое, он развивает для тех, кто захотел бы думать, следуя Декарту,[21] что хвосты — только оптические явления в небесном пространстве.

Ньютон рассматривает изменения яркости комет 1665, 1683 и 1618 II и заключает:

«Вообще же яркость комет должна изменяться правильно и представляться наибольшей, когда головы их движутся всего быстрее, т. е когда они находятся в перигеях, кроме тех случаев, когда эта яркость больше вследствие близости кометы к Солнцу.

Следствие I. Следовательно, кометы сияют отраженным от них светом Солнца».[22]

Это правильно, но этим не всё сказано. Кометы сияют светом Солнца, но простое отражение солнечных лучей дают лишь твёрдые частицы, и мы убеждаемся в этом, наблюдая непрерывный спектр около ядер комет. Шварцшильд, Цанстра, Бальде, Вурм и др. показали, что солнечный свет вызывает, сверх того, явления флюоресценции и резонансного свечения молекул в кометных газах. И если говорить о ярких кометах, то их блистательное развитие объясняется усиленным выделением газов при приближении к Солнцу и, сверх того, возрастающей интенсивностью процессов их свечения вследствие увеличения плотности солнечного излучения. Молекулы истекающих из ядра кометы газов частично диссоциируются, что ещё усложняет картину, и поэтому яркость комет изменяется иногда совсем неправильно, то нарастая внезапными вспышками при усиленном истечении газов, то столь же неожиданно убывая в десятки раз. В этих бурных феноменах тонут правильные изменения слабого отраженного света.

Размытый вид комет так затрудняет оценку их яркости, что даже теперь оценки разных наблюдателей часто противоречат друг другу; в меньшей сте-

пени это же относится и к фотографическим и фотоэлектрическим измерениям блеска, несмотря на кропотливый учет влияния фона и других возможных источников ошибок.

Визуальные яркости комет получаются так грубо, что Голечек, подвергший дискуссии наблюдения множества комет, всё ещё твёрдо придерживался закона, что яркость их меняется, как обратные квадраты расстояний от Солнца.[23]

И лишь в XX в., после работ Критцингера, С. К. Всехсвятского и С. В. Орлова, пересмотревших заново весь материал, было установлено, что показатель при обратном радиусе-векторе кометы обычно значительно выше 2, т. е. яркость комет при приближении к Солнцу возрастает значительно быстрее, чем по закону простого отражения света.

В руках Ньютона было мало данных по этому вопросу. Взятые им оценки яркости комет, хотя и были сделаны лучшими наблюдателями его эпохи (Цизатом, Гевелием, Флэмстидом), однако не могли помочь ему найти закон изменения блеска комет во всей полноте. И всё-таки в известном отношении Ньютон был, вероятно, прав.

По мере того как комета удаляется от Солнца, в ней всё более и более затихают процессы самосвечения газов и постепенно начинает проявляться, а затем и доминировать столь незаметный близ перигелия, непосредственно отражённый от твёрдых частиц свет Солнца. И если подвергнуть исследованию изменения яркости комет отдельно в тех частях их орбит, которые достаточно далеки от Солнца, — а это, кажется, ещё не сделано, — то весьма возможно, что ход яркости окажется, более простым и плавным и, в конце концов, протекающим обратно пропорционально квадратам расстояний от Солнца и от Земли, как это принимал Ньютон.

Но зато и в наше время остаётся в силе ньютоново следствие 2, что кометы открываются гораздо чаще в том полушарии неба, где находится Солнце, нежели в противоположном, и что это можно объяснить только допущением, что они становятся видимыми, когда они ближе Юпитера.

«Если бы они могли быть видимы в областях далеко за Сатурном, то они чаще бы появлялись в областях, противоположных Солнцу, ибо кометы, находящиеся тут, были бы ближе к Земле, прочие же утрачивались бы в лучах Солнца, расположенного между ними и Землей».

Но, если они наблюдаются ближе Юпитера, то:

«Большая часть объёма, заключённого внутри описанного около Солнца настолько малым радиусом шара, лежит от Земли в ту сторону, где Солнце, и в этой большей части кометы, будучи и ближе к Солнцу, сильнее им освещаются».[24]

Явно против теории вихрей Декарта заострено у Ньютона следующее положение:

«Следствие 3. Отсюда также становится очевидным, что небесные пространства лишены сопротивления. Ибо кометы, следуя по путям наклонным, а иногда даже противоположным обращениям планет, движутся повсюду вполне свободно и сохраняют своё даже противоположное ходу планет движение весьма продолжительное время. Я даже сомневаюсь, не составляют ли они рода планет, вечно обращающихся по орбитам.[25]

26 ноября 1818 г. известный «ловец комет» Понс в Марселе открыл новую комету, как это ему удавалось уже много раз. Но огромное значение его последнего открытия стало очевидным только в следующем году. Энке, тогда ещё молодой теоретик, нашёл, что новая комета Понса совершает свой оборот вокруг Солнца в течение всего $3^1/_3$ лет. Этот период значительно короче всех остальных, нам известных. Так как в то время вообще не знали комет с достоверно короткими временами обращения, то сенсация, вызванная статьей Энке,[26] была столь велика, что, например, Линденау назвал результат вычислений

Энке «прекраснейшим астрономическим открытием этого века». Однако после нескольких появлений кометы Понса Энке столкнулся с более поразительным по существу фактом. Оказалось, что при каждом возвращении к перигелию комета упреждает вычисленные с учётом возмущений от планет сроки приблизительно на 3 часа. Для объяснения этого странного явления Ольберс, крупнейший авторитет в кометной астрономии, выдвинул гипотезу о материальной среде, наполняющей солнечную систему. Эту гипотезу поддержал и Энке. Если подобная среда способна оказывать заметное сопротивление телам со столь малыми плотностями, как кометы, то не трудно убедиться, что возникающее отсюда уменьшение скорости кометы Понса-Энке вызывает укорочение (а не удлинение, как может показаться на первый взгляд) её периода. Действительно, если мы обозначим через k^2— константу притяжения, r — радиус-вектор кометы, a — полуось её орбиты и v — скорость по орбите, кроме того, примем массу Солнца за единицу и пренебрежём ничтожной массой кометы, то будем иметь известное соотношение

$$v^2 = k^2 \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right), \qquad (1)$$

из которого видно, что убыль v влечёт за собой уменьшение полуоси орбиты и связанное с ним по третьему закону Кеплера сокращение времени обращения вокруг Солнца. Комета, испытывая замедление движения, падает ближе к Солнцу и из-за этого приобретает прибавку скорости бо́льшую, чем первоначальная потеря скорости из-за прямого влияния сопротивления среды.

Гипотеза Ольберса-Энке получила сначала всеобщее признание и вошла во все учебники астрономии. Впоследствии она встретила и ряд возражений, в частности со стороны продолжателя работы Энке акад. О. А. Баклунда. Теперь её нужно оставить, хотя бы лишь потому, что явление ускорения кометы Энке оказалось не единичным фактом, как прежде думали; напротив, многим кометам свойственны такие аномалии, и не так давно вычисления Каменского доказали, что движение кометы Вольфа постепенно замедлялось между 1884—1919 гг. Мы должны прямо сказать, что мы не знаем, в чём причина этих загадочных ускорений и замедлений — в световом ли давлении Солнца, или в столкновениях с частицами метеорных потоков, движущихся в нашей системе (как это предполагал Баклунд, обнаруживший, что ускорение кометы Энке подвержено внезапным колебаниям), или в чем-либо ином. Ясно лишь одно, что сопротивление среды может вызвать только ускорение движения кометы, а замедление потребует особой гипотезы для своего объяснения. Но, говоря словами Ньютона: «Природа проста и не роскошествует излишними причинами вещей».[27]

Сказанное ничуть не противоречит тому, что межпланетная и межзвёздная среда реально существует. Её может увидеть воочию каждый, рассматривая млечный путь с тёмными полосами и «угольными мешками» на его фоне; этой среде уделяют астрофизики в последнее время особенное внимание. Но в движении комет мы обнаруживаем следы воздействия иных неизвестных нам причин, и изучение этого движения, само по себе столь трудное, едва ли даст в наше время что-нибудь новое для познания межпланетной среды. И мы можем, таким образом, сказать, что утверждение Ньютона «небесные пространства лишены» заметного «сопротивления» и до сих пор не опровергнуто.

Зато в последней цитированной выше фразе следствия 3 содержится поистине поразительное предчувствие того, что кометы являются постоянными членами солнечной системы, как это около полустолетия тому назад показали Фабри и Штремгрен. Из их вычислений вытекает, что кометы, движущиеся по гиперболам (эти случаи встречаются вообще редко, причём эксцентриситет гиперболических орбит лишь немного превышает единицу), приобретают эту

форму траекторий всегда лишь вследствие возмущений от больших планет. Вдали от Солнца пути комет являются эллипсами, замкнутыми кривыми.

Этот факт надо отграничить от трудной и далеко не ясной ещё проблемы происхождения комет. В недавно высказанной остроумной гипотезе Корлин предполагает,[28] что в мельчайших частицах тёмной туманности, окружающей солнечную систему, возникают под действием космических лучей электростатические силы притяжения, так что частицы постепенно слипаются, образуя всё большие тельца; этот процесс продолжается вплоть до возникновения комет. Таким образом, кометы родились не в самой солнечной системе, но породившая их космическая материя могла, по мысли Корлина, замедлить своим сопротивлением движение возникших в ней комет до такой степени, что все они стали обращаться по эллиптическим орбитам вокруг Солнца. Теперь кометы вошли в состав солнечной системы, и у нас пока нет никаких данных считать, что они могут её покинуть.

Ньютон заканчивает свою столь богатую содержанием лемму IV прямой критикой аристотелианцев, относивших кометы к метеорам. Слово это надо понимать не в обычном для нас смысле — падающих звёзд, с ними кометы как раз тесно связаны, а в том общем значении, какое оно имеет по-гречески: явления в воздухе. Давно было замечено, что вид и размеры голов комет подвергаются постоянным изменениям, но, по Ньютону, это ещё вовсе не говорит в пользу «мнений некоторых авторов, что это — метеоры... Все эти изменения усматриваются не в самых головах (теперь мы сказали бы — в ядрах) комет, а лишь в облаках, их окружающих».[29]

К этому остаётся только прибавить, что теория газовых оболочек головы кометы после замечательных и глубоких работ Бредихина, Эддингтона и С. В. Орлова всё ещё не дала безупречного общего объяснения размеров кометных голов, тем более всех наблюдавшихся аномальных форм и движений газовых оболочек. И здесь нет ничего странного: так сложна эта задача, стоящая перед теоретиками.

Со следующей, V леммы Ньютон начинает подготовку к решению основной проблемы об определении по трём заданным наблюдениям орбиты кометы, движущейся по параболе.

«Вы увидите, что способ Ньютона представляет собой образец самого чистого геометрического синтеза, той необычайной проникновенности, которою отличаются «Principia», поэтому если вы впоследствии забудете ход рассуждений Ньютона, то их возможно лишь припомнить, самому же до них никогда не дойти, не восстановить», так пишет акад. А. Н. Крылов.[30] Здесь невозможно, да и нет необходимости передавать в подробности, шаг за шагом, классический ньютонов метод определения кометных орбит. Это уже сделано в цитированной работе А. Н. Крылова, в беседе I, вместе с комментариями к трудным местам ньютонова текста, и в дополнение там же дано аналитическое переложение метода, позволяющее в практическом приложении сколько угодно повысить точность графических построений Ньютона. В качестве примеров дан ряд вычисленных А. Н. Крыловым кометных орбит, включая и пример самого Ньютона — орбиту кометы 1680 г. Способ Ньютона извлечён из забвения, и всякий желающий может теперь применить его на практике. В виду всего этого мы обратимся здесь только к одному вопросу, ставя себе задачу выяснить, каково значение ньютонова способа в истории астрономии.

Движения Солнца, Луны и больших планет протекают непрерывно, из века в век, перед глазами всех, кто созерцает небо. Простейшие из закономерностей этих движений — смена дня и ночи и времён года — открылись, конечно, уже на заре человеческой истории, ибо они властно влияют на весь ход жизни на Земле. Другие были обнаружены из долголетних наблюдений египтянами и вавилонянами. Математическая система планетных орбит была постепенно создана гением греков, и, когда пришла пора, её перестроили Коперник и Кеплер.

Появления ярких комет, которые только и наблюдались до Ньютона, всегда кратковременны: в лучшем случае несколько месяцев. Таким образом, задача нахождения кометных орбит была в ранние эпохи астрономии столь трудной, что она даже и не могла быть решена методами древних. В движениях комет отсутствует та периодичность, которая была выявлена из продолжительных наблюдений планет и позволяла постепенными шагами совершенствовать их теорию. Только одна яркая комета — Галлея — принадлежит к числу периодически возвращающихся, остальные периодические кометы, за редчайшими исключениями, вовсе не видимы простому глазу. Но время обращения кометы Галлея около 75 лет, и её последовательные появления падают на совершенно разные поколения. К тому же они приходятся на все времена года, а видимый путь кометы (при одной и той же гелиоцентрической орбите её) неузнаваемо меняется, если его рассматривать из различных положений Земли на её пути вокруг Солнца. Если ещё учесть, что благодаря быстрым изменениям вида нельзя отождествлять кометы по их внешним признакам, станет ясно, как снисходительно надо смотреть на те попытки найти орбиты комет, которые всё-таки делались и до Ньютона.

Выше упоминалось, что пионером в этом деле был Тихо Браге, который из наблюдений кометы 1577 г. вывел для неё сперва геоцентрическую орбиту; но, если орбита имеет Землю своим неподвижным центром, видимый путь кометы по небу должен составлять дугу большого круга. Интересно отметить, что это условие совершенно случайно достаточно точно было соблюдено у кометы 1577 г., хотя она прошла по небу дугу около 70°, а на таком протяжении видимой траектории в других случаях обычно уже сильно выявляется её кривизна, зависящая от сложения действительных движений кометы и Земли вокруг Солнца. Но для данной кометы погрешность геоцентрической гипотезы Тихо Браге не превысила бы всего нескольких минут дуги.[31] Почему же он от неё отошел и начал искать гелиоцентрическую орбиту?

С одной стороны, движение кометы 1577 г. по её геоцентрической орбите обладало весьма неравномерной скоростью. Может быть, Тихо пробовал, как это было общепринято, объяснить ускорение и замедление движения сложением равномерных круговых движений в стиле теории эпициклов. Но эти попытки должны были указать ему, что наилучшего согласия с наблюдениями можно добиться, полагая центр эпицикла в Солнце, а отсюда у него должна была естественно возникнуть мысль о гелиоцентрической орбите.

Но, с другой стороны, он мог и прямо обратиться к этой мысли. Ведь в системе мира Тихо Браге неподвижное центральное положение Земли вводилось из желания не противоречить духу времени, но имело подчинённое значение, ибо все планеты обращались вокруг Солнца как центра, а оно в свою очередь двигалось вокруг Земли. Однако первое объяснение вероятнее, так как Луна движется непосредственно по геоцентрической орбите и едва ли Тихо стал бы заранее исключать такую возможность для комет.

Гелиоцентрическая орбита, найденная Тихо Браге для кометы 1577 г., имела обычную круговую форму, но, чтобы согласоваться с наблюдениями, Тихо должен был допустить, что комета двигалась по ней с неравномерной скоростью, которая определялась им эмпирически. К сожалению, в эти его вычисления вкрались принципиальные ошибки,[32] которых он не заметил; в дальнейшем он больше за такую задачу не брался. Например, для кометы 1590 г. он ограничился нахождением геоцентрической орбиты.

Учитель Кеплера, Местлин, вычислил орбиту кометы 1577 г., опираясь уже на теорию Коперника. Он пробовал представить неравномерное движение кометы по круговому пути вокруг Солнца при помощи либрации, т. е. периодического упреждения и запаздывания кометы относительно некоторой точки, равномерно движущейся по кругу. В этой первой попытке (в которой и он не избежал ошибок Тихо) разложить движение небесного тела на два правильных

движения, одно из которых отражает неравенство действительной скорости, прежде чем данное тело успело сделать полный круг вокруг Солнца, и заключается главная заслуга Местлина. По этому поводу Тихо пишет, что если бы попытка Местлина удалась, «то он (Тихо) не мог бы предложить ничего более прекрасного и ученого». И тем не менее он считает, что все это бесполезно. «Между тем, как поистине этих кругов нет на небе, в противоположность тому, что явно следует из высказываний Местлина; однако эти круги предназначены для тех, кто придумывает орудия для спасения явлений; они существуют в качестве прыжка воображения, чтобы можно было охватить умом движение, которое светила совершают на своём пути, и посредством геометрии, через арифметику, разрешить (задачу) в числах: напрасно, кажется, предпринят (Местлиным) этот труд, что пытается исследовать существующий на самом деле (т. е. материально) круг, к которому прикреплена комета, так что она вместе с ним вращается».[33] И, оставляя в стороне иронию, он той же тяжёлой и выразительной латынью высказывает в другом месте даже такую возможность, что «комета наша совершает не тот, о котором шла речь до сих пор, совершенно круговой относительно Солнца путь, а несколько продолговатый, наподобие фигуры, которую обычно зовут яйцевидной».[34]

Но гениальные идеи только тогда бывают плодотворны, когда их можно проверить посредством опыта и наблюдений, а смелая мысль Тихо Браге, в которой он рвёт с привычной круговой формой орбит небесных тел, не могла быть доказана наблюдениями комет в XVI в. Так, например, Кеплер полагал, что кометные орбиты являются прямыми линиями. Если бы Земля была неподвижна, то при этом допущении видимые пути комет на небе представляли бы дуги больших кругов. На самом деле, это не так, и уклонение от большого круга происходит от движения Земли. Поэтому Кеплер и говорит: «сколько комет на небе, столько и доказательств, что Земля движется годовым движением вокруг Солнца». Добавим, что Кеплер из всех возможных форм гелиоцентрических орбит знал только эллипс, но он, по его мнению, не подходил для комет, так как они не возвращаются периодически. И хотя на самом деле кометы не движутся по прямолинейным путям, но отклонение ветви параболы от прямой не столь велико, чтобы не нашлась такая прямая, которая с умеренной точностью удовлетворяла бы наблюдениям. В особенности вдали от Солнца кривизна видимых путей комет главным образом происходит именно от движения Земли. Наблюдений же близ перигелия, где искривление кометных орбит делается очевидным, было у Кеплера слишком мало. Относительно скорости движения комет, которая, конечно, неравномерна, он делает произвольные и неясные предположения. Кеплер дал для определения кометных траекторий 30 теорем,[35] многие из которых остроумны, другие полемического характера, но всей их совокупности недостаточно для прямого и однозначного нахождения орбиты, и надо на деле прибегать к поискам и пробам, пользуясь теоремами лишь для общей ориентировки. Кеплер определил орбиты комет 1607 и 1618 гг., но хорошего согласия с наблюдениями у него не получилось, и он жалуется, что «по большей части наблюдения были грубы».[36] Наблюдения размытых кометных голов, конечно, не легки, и ещё 60 лет спустя Кассини, например, считал, что ошибки до четверти градуса вполне допустимы.

Гевелий, много наблюдавший кометы и издавший знаменитую «Кометографию»,[37] вычислил орбиты десяти комет по идее Кеплера. При этом казалось бы, что раз пути комет прямолинейны, то они должны простираться в обе стороны в бесконечность, т. е. Вселенная бесконечна. «Ни в коем случае, — отвечает Гевелий, — они не приходят из бесконечности, ибо они (кометы) возникают в планетной системе, и в бесконечность они не уходят, ибо они распадаются».[38] Ошибки его теории достигают в сравнении с наблюдениями в одном случае 66′ (комета 1532 г., наблюдавшаяся Апианом). Но затем Гевелий доходит до мысли, что кометные орбиты не прямолинейны, а суть линии кони-

ческих сечений, именно (исключая круги и эллипсы) параболы и гиперболы. Мы не будем рассказывать, как Гевелий объясняет искривление кометных путей сопротивлением эфира, базируясь, очевидно, на картезианских представлениях о вихрях, наполняющих мировое пространство, но важно отметить, что Солнце у него не лежит в фокусе конических сечений, как в действительности. Как и Кеплер, Гевелий пытался найти закон изменения скорости кометы и со столь же ненадежными результатами. Вычисления показали ему, что орбиты комет 1661 и 1664 гг. действительно искривлены, но исследовать этот факт глубже он не сумел, и всё, что он писал о параболах и гиперболах, осталось непроверенным предположением.

В собрании сочинений Ньютона, опубликованном Горслеем, имеется произведение, названное «О системе мира». Оно, возможно, представляет собой первоначальный вариант книги III «Начал» (имеющей то же название), напоминая её и по общему плану и местами по содержанию, впрочем, в целом гораздо более краткому,[39] и в нём довольно значительное место уделено кометам. Правда, большинство из всего написанного там сохранилось и в тексте книги III «Начал», но как раз про Кеплера и Гевелия Ньютон не пишет в «Началах», в то время как в упомянутой краткой книге «О системе мира» он сообщает, что метод нахождения прямолинейных кометных орбит был дан Кеплером и усовершенствован для четырёх наблюдений Реном и Уоллисом. И далее он указывает: «Посредством подобной прямолинейной гипотезы Гевелий поместил все кометы, наблюдения которых имеются, внутри орбиты Юпитера».[40]

Способ Рена изложен в разных местах и особенно хорошо А. Н. Крыловым;[41] он изящен, но он предложен слишком незадолго до работ самого Ньютона и поэтому не успел получить большого распространения.

Не менее интересны некоторые авторы, которых Ньютон не называет. Один из них, Борелли, профессор математики в Пизе, в своей переписке указывает, что он изучал комету 1664 г., опираясь на систему Коперника, называемую им, как было в то время принято, «пифагорейской гипотезой». Он нашёл, что эта комета, вероятно, двигалась по эллипсу, «или по какой-либо другой кривой линии». В другом письме он говорит о кривой, подобной параболе; впрочем, из упоминаемых им вычислений, повидимому, ничего не появилось в печати».[42]

В конце 1680 и начале 1681 г. на небе блистала комета, которая сыграла в истории этих светил выдающуюся роль. Наблюдения её охватывали впервые достаточный срок как до, так и после момента прохождения через перигелий, в котором она промчалась на расстоянии всего $^1/_3$ радиуса Солнца от его поверхности. Впервые удалось видеть комету на обеих ветвях её пути, которые притом, благодаря очень малому расстоянию перигелия, почти совпадали в пространстве. Комета двигалась после перигелия, можно сказать, по обратному направлению той же траектории, которую она прошла до перигелия. Это обстоятельство смутило, в частности, директора Парижской обсерватории Кассини, и он стремился доказать, что оба появления относятся к разным кометам: «потому что теперь ещё имеются крупные астрономы, — писал он, — которые предполагают, что ноябрьская и теперешняя комета одна и та же».[43] К числу этих астрономов впоследствии примкнул и Ньютон, в свое время подчеркнувший тожество обеих комет.[44]

Картезианскую теорию вихрей, имеющих центры в звёздах, применил к этой же комете Яков Бернулли. Он полагал, что вне орбиты Сатурна движется большая планета, имеющая, подобно Солнцу, собственный вихрь. Обозначая эту планету точкой F, он пишет: «На этой последней орбите принимаю точку F, около которой описываю ряд концентрических окружностей и в каждую из них помещаю особую комету, вследствие чего назовем всю периферию спутника (пресловутого F) «кометным вихрем».[45] Путём довольно сложных и местами ошибочных вычислений он находит для кометы 1680 г. период в 38 лет

147 дней, предполагая, что точка F движется на расстоянии 2573 поперечников земной орбиты, что, по его мнению, составляет половину расстояния до неподвижных звёзд, и совершает свой оборот (с чудовищной скоростью!) в 4 года 157 дней.

Ещё несколько раньше Пти высказывал мнение, что кометы 1618 и 1664 гг. идентичны, откуда их период равен 46 годам, и, стало быть, новое появление кометы надо ждать в 1710 г., а тот же Кассини объединял кометы 1653, 1665 1667 гг. с периодом в 12 лет, оперируя признаками сходства их геоцентрических путей (он был противником теории Коперника), что при больших наклонностях орбит (для этих комет около 100°) было довольно бесплодным занятием с современной точки зрения.

Нельзя отрицать, что мысль о существовании периодических комет могла в то время иметь положительное значение, однако породившая её декартова теория вихрей придала ей столь странную и фантастическую форму, что становится понятным, почему Ньютон и особенно Котс в его предисловии ко второму изданию «Начал» не могли равнодушно говорить о гипотезе вихрей («Допустим свободное пользование баснями»[46]) и часто обращались к кометам, как верным помощникам в приведении идей противников к абсурду.

Но не тем, что она была объектом этих беспочвенных спекуляций, отмечена в анналах астрономии комета 1680 г., и для нас безразлично здесь, что её блеск и огромный хвост вызвали панику в Европе и потоп астрологической макулатуры. Не говоря уже об астрологах, о ней писали не только Кассини и Бернулли (увы, столь неудачно), но также Дерфель и сам Ньютон.

Любитель астрономии Дерфель нам известен лишь сочинением, скромно подписанным одними инициалами, в своё время мало кем отмеченным, и теперь являющимся величайшей библиографической редкостью.[47] Мы приведём из него две цитаты.

«Но я не могу обойтись, чтобы при этом не открыть благосклонному читателю мое новейшее (хотя ещё незрелое) изобретение, посредством которого, может быть, эту гипотезу (Гевелия, о кривизне кометных орбит) можно улучшить и сделать совершеннее, ставя на его благоусмотрение, не является ли линия движения этой (и других) комет такой параболой, фокус которой надо поместить в центре Солнца. К этой мысли меня привело уже после изготовления чертежа (изображающего его наблюдения) явное сходство...

Поскольку моё теперь открываемое, вновь найденное добавление к гевелиевой гипотезе, именно что параболический фокус движения кометы нужно искать в центре Солнца, выдержит правильную пробу, то без моих дальнейших напоминаний другим, опытным в конических сечениях не будет тяжело дать в руки известные методы вычислений, как надо поступать в теории комет в этом случае, чтобы искусно найти интервал от вершины до солнечного фокуса и, следовательно, пропорцию суточного движения по траектории, возвышение над землей, образование хвоста, телесную прибыль и убыль».

Несомненно, что Ньютон не читал этого места, написанного тяжеловесными периодами, свойственными немецкому языку, но замечательного по предвидению возможности вычисления параболических орбит комет. Иначе, он, конечно, не мог бы, говоря о Рене, Уоллисе и Гевелии, умолчать о Дерфеле.

Если бы астрономические наблюдения давали нам непосредственно расстояния до светил, то мы имели бы полную картину их движений в пространстве, и трудностей в определении орбит почти не существовало бы. Но мы располагаем только направлениями на небесные тела и для наглядности представляем их точками на воображаемой небесной сфере. Центр сферы, наблюдатель на Земле, движется вместе с Землей вокруг Солнца, и видимое перемещение светила на сфере слагается из движений его самого и Земли в пространстве. Понадобились особо благоприятные обстоятельства: близость почти прямолинейных ветвей орбиты кометы 1680 г. друг к другу и быстрота, с которой комета про-

неслась по своему пути, а также немалая геометрическая интуиция, с которой Дерфель сумел вообразить в подвижном пространстве двухмерный чертёж его наблюдений, чтобы привести к открытию параболической формы кометных траекторий.

Но потребовалось создание динамики как науки и открытие закона всемирного тяготения, облекшего законы Кеплера в окончательную форму, чтобы можно было изобрести правила для определения орбит комет в любом случае и по немногим наблюдениям. Кропотливые методы, которыми Кеплер проник в тайны планетных движений, здесь были неприменимы; многолетних наблюдений комет мы не можем иметь.

Не даром Ньютон говорит про определение кометной орбиты, что «задача эта весьма трудна».[48] Мы уже видели, как мало успешно она решалась до него, но и он нашёл её решение не сразу: «Пытаясь её решить разными способами, я составил некоторые задачи, помещённые в книге I, которые предназначались для решения её».[49] Этот ряд задач на построение конических сечений по точкам, через которые они проходят, по касательным и фокусу для разных комбинаций этих данных имеет самостоятельный геометрический интерес, но для основной проблемы многое оказалось излишним. Мы часто не знаем тех путей, которыми Ньютон находил решение задач, предлагаемых им в «Началах», но для истории теоретической астрономии имеет немаловажное значение, что в книге «О системе мира» сохранился первоначальный способ Ньютона, до некоторой степени разъясняющий, как возник тот способ определения кометных орбит, который дан в «Началах».

В очерке «О системе мира» мы сперва находим указание, что кометы движутся по коническим сечениям вокруг Солнца, и немедленно затем даётся ссылка на следствие I, предложение XIII, книга I «Начал», что заданные положения и скорость (последняя по величине и направлению) небесного тела полностью определяют его траекторию.[50]

Далее Ньютон высказывает о кометах три гипотезы: что они зарождаются и исчезают, что они приходят из звёздных областей и уходят в них обратно, что они вечно обращаются по сильно эксцентрическим орбитам, и добавляет, что в первом случае их орбиты могут быть любыми коническими сечениями, во втором — они гиперболы, а в третьем — сильно эксцентрические и весьма близкие к параболам эллипсы. Сам Ньютон склоняется в пользу третьей гипотезы, но аргументирует тем, что «кометы по большей части посещают зодиак, т. е. движутся вблизи эклиптики, и едва ли когда-либо достигают гелиоцентрической широты в 40°».[51] Это неверное обоснование показывает, что, когда Ньютон писал эти строки, ему ещё мало было известно о действительных орбитах комет.

Вслед за тем даётся первая таблица времени, в течение которого комета с заданным расстоянием в перигелии пройдёт от перигелия до расстояния в 1, 2, 3, 4 астрономические единицы (радиуса большого круга; термин «большой круг» для обозначения земной орбиты был введен Коперником) от Солнца. В этой таблице — зародыш таблицы Баркера, так часто употребляемой при вычислении движения по параболическим орбитам. Вторая таблица содержит видимое суточное движение кометы по орбите, прямое и попятное, в различных угловых удалениях от Солнца, в предположении, что её радиус-вектор равен единице. Не совсем ясно, как Ньютон её составил (движение кометы по небу определяется не только знанием радиуса-вектора и элонгации от Солнца), но он применял её для приближённого нахождения дат, когда комета 1680 г. находилась на расстоянии единицы от Солнца. Полусумма этих моментов даёт Ньютону время прохождения кометы через перигелий, а полуразность их поверяется данными первой таблицы. Для этой цели Ньютон получает грубым расчётом расстояние перигелия от Солнца, и тогда искомый интервал времени находится из таблицы.

Позднее Ламберт дал изящную формулу, по которой легко решить и эту и любую аналогичную задачу без помощи таблиц.[52]

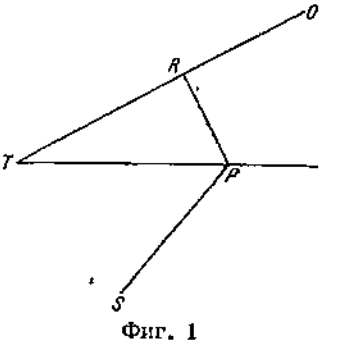
Подобные и ещё более упрощённые расчёты сделаны Ньютоном для комет 1618 II, 1607, 1665, 1682 и 1472 гг. Приближённое согласие наблюдённых и вычисленных интервалов между моментами, когда комета была в перигелии и когда её радиус-вектор равнялся единице, служит Ньютону доказательством, что кометы движутся по параболам или близко параболическим эллипсам.

«Откуда возникает такая задача: дано соотношение между скоростью кометы и её расстоянием от центра Солнца; требуется траектория. Если будет решена эта задача, будет иметься точнейший метод определения траекторий комет».[53]

Скорость кометы зависит от её расстояния от Солнца и большой полуоси орбиты, и Ньютон, упомянув, что можно довести решение до полного совпадения с наблюдениями путём попыток (regula falsi), пишет, что таким образом можно будет точно знать движения комет, размеры и формы их хвостов и даже не возвращаются ли они через определённые периоды.

«Решается же задача получением из трёх или нескольких наблюдений часового движения кометы для данного момента, а затем выводом траектории из этого движения. Итак, предстоит нахождение траектории из одного наблюдения и часового движения в момент этого наблюдения».[54]

На самом деле решать задачу, следуя букве этих правил, невозможно. Ещё до Ньютона были установлены те шесть элементов, которые полностью определяют орбиту небесного тела вокруг Солнца. Для их отыскания всегда требуется не менее шести данных, полученных из наблюдений. Лаплас, гораздо позже, предложил метод чисто аналитический, в котором за исходные величины взяты координаты светила на небесной сфере и их первые и вторые производные по времени для одного из моментов наблюдений.[55] У Ньютона нет речи о вторых производных, но чем же он заместил их отсутствие?



Фиг. 1

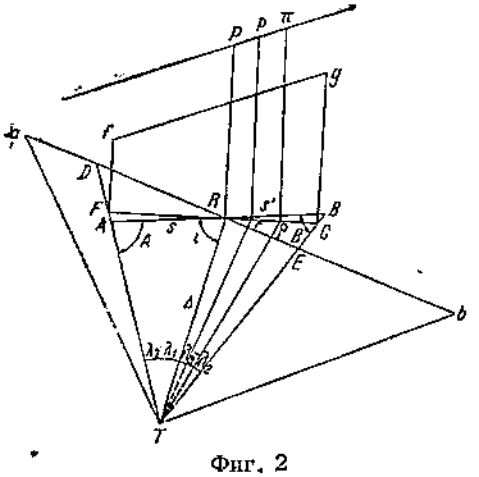
Проследим вкратце за ходом рассуждений, которыми заканчивается первый вариант книги «О системе мира».

В лемме I задаются прямые OR и TP, точки O и S (фиг. 1) и требуется провести прямую RP перпендикулярно к OR так, чтобы произведение длин $SP \cdot OR^2$ равнялось заданной величине M^2N. Задача эта решается последовательными приближениями, и Ньютон приводит графический, тригонометрический и арифметический способы. Изложение их завело бы нас довольно далеко; аналогичные приёмы применяются и в разных местах «Начал», но характерно заключительное замечание Ньютона.

«И заметь, что этим вводится общий метод решения более трудных задач, как тригонометрических, так и арифметических, вместо тех запутанных вычислений и решений соответствующих уравнений, которые до сих пор были в употреблении».[56]

Лемма II. *Пересечь три заданных по положению прямых четвёртой, проходящей через данную точку на одной из них, отрезки её (четвёртой прямой), должны иметь заданное отношение друг к другу.*[57] Лемма эта совершенно тождественна с леммой VII книги III «Начал». Пользуясь элементарным построением, которым решается эта задача, Ньютон в лемме III отыскивает часовое движение кометы по долготе. В качестве трёх заданных прямых берутся три направления TA, TR, TB на комету по долготе (фиг. 2), точка R фиксируется на среднем направлении произвольно, затем строится по лемме II прямая ARB, отрезки которой AR и RB относятся друг к другу, как промежутки времени между наблюдениями.

«И если тело за всё время пробегает равномерно всю линию AB и между тем усматривается из точки T, то его видимое движение будет около точки R близко к тому, которое имела комета в момент наблюдения TR».[58] Для уточнения Ньютон привлекает ещё два более удалённых по времени наблюдения долгот Ta и Tb. Таким же построением, как и прежде, находятся точки a и b. «Она (линия aRb) пересекает линии TA, TB в D и E, а так как ошибка наклона TRA возрастает почти в удвоенном отношении (т. е. пропорционально квадрату) времени между наблюдениями, проведи FRG по такому правилу, чтобы или угол DRF к углу ARF, или линия DF к линии AF были в удвоенном отношении всего времени между наблюдениями aTb к времени между наблюдениями ATB, и место выше найдённой линии AB займёт найдённая сейчас линия FG».[59] В этом построении положено в основу, что движение кометы прямолинейно и равномерно и таково же движение Земли, ибо только в этом случае можно все положения Земли в разные моменты наблюдений перенести в одну точку T, сохраняя прямолинейное и равномерное движение кометы. Аналогичные допущения делались нередко и в первой половине XVIII в.; например, остроумный способ определения кометных орбит, придуманный Шезо,[60] или способ Босковича[61] основаны на идее равномерного движения, но, конечно, после «Начал» они являлись только шагом назад.



Фиг. 2

Однако почему Ньютон считает, что линию FG надо проводить между линиями AB и DE? Ведь если предположить, что точки D и E весьма близки к точкам a и b, то каков бы ни был точный смысл выражения «ошибка наклона TRA», — ошибка эта будет того же знака как для линии AB, так и для весьма близкой к ней линии DE; т. е., отыскивая более верное направление линии FG, логически следовало бы помещать её, экстраполируя её направление относительно линий AB и DE, а не интерполируя, как это рекомендует Ньютон. Но вопрос здесь вовсе не так прост. Рассмотрим фигуру $TARB$ (фиг. 2). Обозначим моменты трёх наблюдений TA, TR, TB через t_1, t_2, t_3, соответствующие долготы кометы через λ_1, λ_2, λ_3, угол наклона TRA через i, длину TR через Δ, AR через s, RB через s'. Искомая угловая скорость кометы в момент t_1 может быть выражена через постоянную скорость прямолинейного движения v:

$$\frac{d\lambda}{dt} = \lambda' = \frac{v}{\Delta}\sin i = \frac{(s+s')\sin i}{\Delta\,(t_3 - t_1)}. \qquad (2)$$

Рассмотрим, как влияет на неё поворот прямой AB около точки R, иначе — изменение наклона i на di.

$$d\lambda' = \frac{(s+s')\cos i\, di + \sin i\,(ds+ds')}{\Delta\,(t_3 - t_1)}. \qquad (3)$$

Из треугольников TAR и TRB имеем

$$s\cdot\sin A = \Delta\sin(\lambda_2 - \lambda_1), \qquad (4)$$
$$s'\cdot\sin B = \Delta\sin(\lambda_3 - \lambda_2).$$

Первые части здесь постоянны, и, замечая, что $dA = -di$, $dB = di$, легко находим

$$ds = s\cdot\operatorname{ctg} A\, di,$$
$$ds' = s'\cdot\operatorname{ctg} B\, di. \qquad (5)$$

Если мы подставим (5) в (3) и ещё учтём, что

$$A+i=180°-(\lambda_3-\lambda_1),\quad B-i=-(\lambda_3-\lambda_2),$$

то после простых преобразований получим

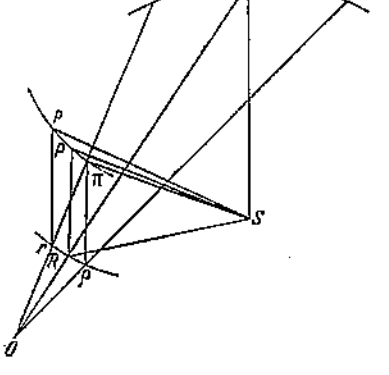
$$d\lambda'=\frac{1}{\Delta(t_3-t_1)}\left[\frac{s\cdot\sin(\lambda_2-\lambda_1)}{\sin A}-\frac{s''\cdot\sin(\lambda_3-\lambda_2)}{\sin B}\right]di,$$

или, на основании (4) и (2)

$$d\lambda'=\frac{s^2-s'^2}{\Delta^2(t_3-t_1)}\,di=\frac{(s+s')(s-s')}{\Delta^2(t_3-t_1)}\,di=\frac{v^2}{\Delta^2}(2t_2-t_1-t_3)\,di. \qquad (6)$$

Мы видим, что приращение угла наклона траектории вызывает такое изменение угловой скорости, что самый знак его зависит от того, ближе ли второй момент наблюдения к первому, или к третьему, или же если промежутки времени между наблюдениями равны, то небольшие изменения наклона совсем не будут влиять на угловую скорость. Но так как на этот счёт не дано заранее указаний ни относительно моментов наблюдений TA, TR, TB, ни относительно моментов Ta, TR, Tb, то искать уточнённую величину λ' простым построением фиг. 2 бесполезно.

Тем не менее, некоторое приближённое часовое движение кометы по долготе найти можно, и мы условимся считать, что оно определяется скоростью точки, пробегающей линию Fr. Тогда лемма IV учит, что, откладывая по этой линии расстояния Rr, $R\rho$, пропорциональные каким-либо заданным промежуткам времени, и проводя линии Tr и $T\rho$, найдём соответственные долготы кометы. Лемма V дает аналогичные указания для широт. В точках F, R, G восстанавливаются к плоскости чертежа нормали Ff, RP, Gg, равные тангенсам наблюдённых широт, умноженным на соответственные длины TA, TR, TB. Точки f, P, g должны изобразить действительные положения кометы в пространстве, и если бы гипотеза прямолинейного движения удовлетворяла наблюдениям, то точка P легла бы на прямую fg. На самом деле Ньютон допускает, что она может несколько уклониться от этой линии. Проводя через P прямую, параллельную fg, он ищет на ней точки p и π, представляющие вершины нормалей, проведённых из точек r и ρ. Тогда отношения $rp : Tr$ и $\rho\pi : T\rho$ будут (конечно, только приближенно) тангенсами широт для соответствующих моментов наблюдений.



Фиг. 3

После этого Ньютон переходит к изложению сущности своего способа; здесь лучше всего передать его собственные слова.

«З а д а ч а I. Из принятого отношения скорости определить траекторию кометы.[62]

Пусть S обозначает Солнце (фиг. 3), t, T, τ — три равностоящих места Земли на её орбите; p, P, π — столько же соответствующих мест кометы на её траектории с промежутками между каждыми отдельно в один час; pr, PR, $\pi\rho$ — перпендикуляры, опущенные на плоскость эклиптики, и $rR\rho$ — след траектории на этой плоскости. Пусть будут соединены Sp, SP, $S\pi$, SR, ST, tr, TR, $\tau\rho$, и пусть сходятся tr, $\tau\rho$ в O; если TR также проходит весьма близко к O, то ошибкой скачка (расхождения) можно будет пренебречь».

Заметим здесь, что линии tr и $\tau\rho$ не всегда будут сходиться в направлении к комете и их точка пересечения может лежать сзади за положениями Земли t и τ. Но это не играет существенной роли.

«По предыдущим леммам задаются углы rOR, $RO\rho$ (часовые движения кометы по долготе) и пропорции pr к tr, PR к TR, $\pi\rho$ к $\tau\rho$ (тангенсы наблюдённых широт). Даётся также фигура $tT\tau O$ по величине и положению вместе с расстоянием TS и углами STR, PTR и STP». Не трудно убедиться, что действительно все эти данные мы получаем из наблюдений и таблиц движения Солнца. «Мы утверждаем, что скорость кометы в месте P относится к скорости планеты, обращающейся по кругу на том же расстоянии от Солнца SP, как v к 1, и по этому закону подлежит определению линия $pP\pi$ так, чтобы пространство, пройдённое кометой за два часа, $p\pi$ относилось к пространству $vt\tau$, которое есть пространство, что Земля опишет за то же время, умноженное на число v, в половинном отношении (отношении квадратных корней) расстояния Земли от Солнца ST к расстоянию кометы от Солнца SP и так, чтобы пространство pP, описанное кометой за первый час, относилось к пространству, описанному кометой за второй час, как скорость в p к скорости в P, т. е. в половинном отношении расстояния SP к расстоянию Sp, или в отношении $2SP$ к $SP + Sp$. Во всем этом деле я пренебрегаю мелочами (малыми величинами), которые не могут создать чувствительной ошибки».[63]

Пусть v есть скорость кометы в точке P, v_0—скорость в той же точке планеты (с бесконечно малой массой), движущейся по круговой орбите; SP обозначим через r, полуось орбиты кометы через a. Тогда будем иметь уже приведённое ранее общее соотношение

$$v^2 = k^2\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right) \tag{7}$$

и, как следствие из него,

$$v_0^2 = \frac{k^2}{r}. \tag{8}$$

Их отношение будет

$$\frac{v}{v_0} = v = \sqrt{2 - \frac{r}{a}}. \tag{9}$$

Для параболы $a=\infty$ и $v = \sqrt{2}$, если же дано время обращения периодической кометы, то мы тем самым знаем по третьему закону Кеплера a и находим из (9) определённое значение для v. Одно из этих допущений всегда может быть положено в основу отыскания первоначальной кометной орбиты. Но последняя фраза Ньютона потребует ещё нашего обсуждения в дальнейшем.

«Итак, прежде всего, так же как в разрешении соответствующих уравнений математики, сперва берут корень по догадке, так и в этой аналитической работе я, строя предположения, отыскиваю, насколько возможно, требуемое расстояние TR и (по лемме II) провожу $r\rho$, сперва так, чтобы rR и $R\rho$ равнялись друг другу, затем (когда будет отсюда замечено отношение SP и Sp) так, чтобы rR относилось к $R\rho$, как $2SP$ к $Sp + SP$, и нахожу отношение линий $p\pi$, $r\rho$ и OR друг к другу».[64] В этом рассуждении Ньютона затрагивается коренной вопрос всей проблемы. Если мы найдём наклон линии $r\rho$ (проекции отрезка орбиты кометы на эклиптику) к TR (проекции направления к комете на ту же плоскость), то данных для решения орбиты будет достаточно. Но выше мы вывели, как следствие из уравнения (6), что если наблюдения отделены равными промежутками (в данном случае по одному часу), то изменения наклона $r\rho$ к TR не скажутся заметно на угловой скорости кометы, а ведь только её и можно непосредственно наблюдать с Земли. И ещё проще: за два часа перемещение кометы будет мало и линии tr, TR и $\tau\rho$ пойдут почти параллельно, благодаря чему отношение отрезков rR и $R\rho$ почти не будет зависеть от наклона линии $r\rho$ к TR. Если к этому добавить, что по той же причине положение O точки будет засе-

каться достаточно плохо и утверждение, что три прямые tr, TR и $\tau\rho$ пересекаются в ней, практически нельзя будет проверить, то станет понятно, почему этот метод не мог оправдать себя и почему Ньютон умалчивает о нём в «Началах».

И всё-таки здесь нельзя не видеть зародыша той идеи, которая была с полным успехом разработана Лапласом в его способе определения орбит: разность двух часовых движений кометы по долготе (если бы её можно было найти) эквивалентна второй производной от долготы по времени, а вместо второй производной от широты Ньютон берет величину v, что, как мы видели выше, равносильно знанию периода кометы. И после этого затруднительного этапа решение Ньютона идёт к концу с той же естественностью и быстротой, как и у Лапласа.

«Пусть будет положено отношение M к $v \cdot \tau$, как OR к $p\pi$ (этим вводится новая величина M); и вследствие пропорции $p\pi^2 : (v \cdot t\tau)^2 = ST : SP$ будет равным образом $OR^2 : M^2 = ST : SP$; к тому же содержание объёма (попросту произведение) $OR^2 \cdot SP$ будет равно заданному $M^2 \cdot ST$. Откуда, если треугольники STP, PTR будут теперь помещены в одну плоскость, зададутся TR, TP, SP, PR (по лемме I). Все это я исполняю сперва графически наскоро и грубо; затем графически с вящею тщательностью и наконец числовым расчётом.[65] Потом заново определяю положение линий $r\rho$, $p\pi$ точнейшим образом вместе с узлами и наклонностью плоскости $Sp\pi$ к плоскости эклиптической и в этой самой плоскости $Sp\pi$ (по предложению XVI книги III «Начал») описываю траекторию, по которой будет двигаться тело, выпущенное из данной точки P вдоль заданной прямой $p\pi$ с такой скоростью, которая относилась бы к скорости Земли, как $p\pi$ к $v \cdot t\tau$ (явная описка: надо — как $p\pi$ к $t\tau$). Что и надлежало сделать ($Q.\ E.\ F.$)».[66]

На последней странице «О системе мира» дана: «З а д а ч а II. Исправить принятое отношение скорости и найденную траекторию». После изложенного решения её можно пропустить.

Таково содержание первого ньютонова способа определения кометных орбит. Теперь он почти никому не известен, и единственное беглое упоминание о нём в астрономической литературе мы находим у А. Н. Крылова.[67]

Ньютон, как мы видели выше, при изложении своего первого способа упоминает о том, как он практически поступал при отыскании кометных орбит, но нам остается неизвестным, какие кометы он брал для своих изысканий, что ему удалось получить и к каким выводам в отношении своего метода он пришёл.

Анализ бесконечно малых не достиг в руках своего творца всего того развития, которое дали ему несколько позже работы Эйлера и французских математиков XVIII в. Тем не менее несомненно, что попытки практических вычислений кометных орбит должны были скоро показать Ньютону, что нельзя «пренебрегать мелочами», что упрощения могут «создать чувствительные ошибки». Однако углубить и разработать до конца основную идею первого ньютонова способа, идею аналитическую по существу, нельзя было при помощи средств анализа XVII в. Должно было пройти около ста лет, чтобы Лаплас снова напал на плодотворную мысль Ньютона и получил на этот раз простое и изящное аналитическое решение проблемы определения орбит, при самых общих предпосылках о виде конического сечения, описываемого небесным телом.

Если бы всё определялось формальным совершенством теории, то не нужно было бы вообще заниматься этим вопросом после Лапласа. Но проблема нахождения орбит небесных тел относится к области астрономии, а не чистой математики. Уже давно критерии пригодности всякого метода ставят вычислители-практики, которые интересуются только возможной краткостью числовых расчетов и надёжностью результатов, т. е. хорошим согласием с наблюдениями. В первоначальном своём виде способ Лапласа не удовлетворял второму из этих условий: из немногих наблюдений трудно получить хорошие значения для

первых и вторых производных от координат по времени, и поэтому получаемая орбита обычно плохо представляет исходные наблюдения. Позднее не раз были сделаны попытки усовершенствовать метод Лапласа. Особенно много усилий приложил к этому Лейшнер, разработавший приёмы улучшения первоначальных неточных орбит при помощи дифференциальных поправок.[68] Таким путем ему удавалось добиться полного согласия с наблюдениями, но зато вычисления становились длинными и запутанными. Теперь способ Лапласа почти вышел из употребления.

После того как Ньютон составил первоначальный текст книги «О системе мира», он не отложил в сторону «весьма трудную» задачу определения кометных орбит и стал искать её решение тем методом, которым он владел в совершенстве, именно геометрическим.

Здесь прежде всего Ньютон отказался от допущения прямолинейного и равномерного движения кометы и Земли и перестал пользоваться часовыми движениями кометы по долготе (т. е. производными от долготы по времени), в чём и заключались главные несовершенства его первоначального метода. Вместо этого, он берёт теперь три непосредственно наблюдённых направления на комету, строит чертеж в проекции на плоскость эклиптики и ищет путём проб положение кометы на среднем из этих направлений. Соединяя это место кометы с Солнцем, он получает проекцию радиуса-вектора кометы в момент второго наблюдения на плоскость эклиптики. На нём Ньютон откладывает в направлении к Солнцу проекцию стрелки дуги параболы, пройдённой кометой между первым и третьим наблюдениями. Другими словами, Ньютон находит проекцию точки, в которой средний радиус-вектор кометы пересекается хордой между первым и третьим положениями кометы. В первом приближении эта хорда делится радиусом-вектором на отрезки, пропорциональные промежуткам времени между наблюдениями, что позволяет найти построением её направление и длину (задача о проведении прямой, отрезки которой между тремя другими прямыми находятся в заданном отношении). Но Ньютон не удовлетворился этим и с изумительной изобретательностью осуществляет построение линии, соединяющей второе место кометы с такой точкой хорды, в которой она уже гораздо точнее, чем по первоначальному допущению, делится в отношении промежутков времени. После этого он заново и с большей точностью строит хорду, притом так, чтобы длина её удовлетворяла динамическому условию движения кометы по параболе. Именно хорда выражается у Ньютона через промежуток времени между первым и третьим наблюдениями и через длину некоторого отрезка, который может быть построен, исходя из имеющихся на чертеже первого и третьего радиусов-векторов кометы. Согласие между непосредственно изображённой на чертеже хордой и длиной её, полученной из динамического соотношения, достигается путём варьирования положения кометы на втором наблюдённом направлении на неё с Земли, после чего нахождение элементов орбиты не встречает особых затруднений.

Мы весьма кратко обрисовали здесь главнейшие принципиальные моменты ньютонова метода для параболической орбиты кометы по трём наблюдениям. Подготовительные положения к нему даны в основном в леммах VIII, IX, X и XI, а ход самого построения орбиты — в предложении XLI, задача XXI книги III «Начал».[69] Между обоими способами Ньютона имеется несомненное сходство в их основной идее, именно в выборе геоцентрического расстояния кометы в момент второго наблюдения в качестве варьируемой величины; но сколь могущественные средства введены в «Началах» для решения этой задачи!

После исследований А. Н. Крылова[70] здесь можно ограничиться напоминанием, что лемма X Ньютона равносильна теореме Эйлера-Ламберта, выражающей хорду между двумя радиусами-векторами кометы через величину этих радиусов-векторов и через протекшее время, причём элементы параболической орбиты могут оставаться неизвестными. С другой стороны, лемма VIII

позволяет выполнить основную операцию при отыскании параболической орбиты — деление хорды на отрезки, пропорциональные временам между наблюдениями,— с такой точностью, которая не достигается ни в каком позднейшем способе первоначального определения орбит комет. Следует сразу сказать, что и до нашего времени не найдено в этом вопросе никаких новых общих положений или теорем, которые могли бы существенно дополнить глубокие идеи, заложенные в старых высказываниях Ньютона, и что наши методы бессильны дать бо́льшую точность, чем та, которая достигается, если должным образом переложить на язык формул графические построения Ньютона, как это выполнил и подтвердил примерами А. Н. Крылов.[71]

Быть может, сказанного достаточно, чтобы понять, почему Ньютона нужно считать основателем теоретической астрономии как науки, изучающей движения планет и комет под действием притяжения Солнца. Из нашего краткого обзора истории исследований над кометами до Ньютона очевидно, что проблема определения орбит представлена в «Началах» во всей её дотоле не осознанной глубине и разрешена с совершенной зрелостью гения. Чтобы это выявилось ещё сильнее, необходимо дать понятие о крупнейших последователях Ньютона по кометной проблеме, ограничиваясь здесь лишь самыми краткими данными.

Прежде всего следует указать, что сам Ньютон приложил свой метод к комете 1680 г., и в книге III «Начал» собраны многочисленные наблюдения как положений кометы, так и формы и величины её хвоста. К числу наблюдателей принадлежал и сам Ньютон. Он определял координаты кометы при помощи микрометра, интерполируя её положения между слабыми звёздами и прибегая к мысленному построению линий, соединяющих эти звёзды между собой и с кометой.[72] Несомненно, что таким путем могли быть получены вполне удовлетворительные по точности результаты, даже учитывая небольшую точность микрометра. Ньютонова методика наблюдений свидетельствует, что он уже совершенно отчетливо учитывал трудность фиксировать положение размытого объекта, что позволяло ему отбросить некоторые педантичные предосторожности.

Для определения орбиты Ньютон избирает три наблюдения, из числа сделанных Флэмстидом; пример его, весьма кратко изложенный в «Началах»,[73] детально проанализирован и перевычислен А. Н. Крыловым, восстановившим пропущенные в тексте этапы работы Ньютона.[74] Отсылая читателя к этому интереснейшему образцу воссоздания несохранившихся вычислений Ньютона, мы напомним, что, повидимому, из всех современников Ньютона только его друг Эдмунд Галлей смог полностью освоить метод Ньютона.

Галлей собирал все наблюдения комет, которые были хоть в некоторой степени пригодны для определения их орбит, и уже в 1705 г. мог опубликовать первый список, содержавший 24 кометы, наблюдавшиеся между 1337 и 1698 гг., в том числе три появления кометы, позднее по праву названной его именем; это были ее появления в 1531, 1607 и 1682 гг.[75]

Результаты вычислений Галлея отчасти приводятся в третьем издании «Начал» в ряде мест,[76] и Ньютон, столь сжато излагавший теорию своего способа, не жалеет места для сообщения всех подробностей о наблюдениях кометы 1680 г. и других комет; он включает даже наблюдения, сделанные в отдалённом Бостоне в Новой Англии, точность которых очень не велика.

Это стремление к собиранию полного наблюдательного материала есть, в сущности, прообраз той кропотливой работы, которую проделывает теперь каждый астроном, вычисляющий так называемую окончательную орбиту той или иной кометы. Оно наилучшим образом характеризует одну из главных черт метода, который мы столь привыкли теперь применять во всяком исследовании из области точных естественных наук; и мы даже не всегда сознаём, что и весь этот стиль нашей научной работы был целиком создан тем же Ньютоном.

в применении к задачам астрономии и физики. Прекрасно говорит об этом Э. Т. Уиттекер:

«У Ньютона мы встречаем полную технику исследования, как она применяется сегодня, именно: во-первых, точное измерение явлений, во-вторых, создание в воображении физической гипотезы, которая могла бы их объяснить, затем вывод при помощи математики детальных следствий из этой гипотезы и, наконец, сравнение результатов вычислений с наблюдениями».[77]

Сомнения нет, что эти слова в самой полной мере относятся к ньютоновым исследованиям в области кометных задач.

Сравнение вычисленных Галлеем орбит комет с наблюдениями обнаруживает расхождения, не превышающие немногих минут дуги, а орбита кометы 1723 г., вычисленная Брадлеем,[78] даёт уклонения, нигде не достигающие даже 1′. Вот насколько повысилась точность наблюдений со времени Кеплера, Гевелия и даже Кассини.

Как уже неоднократно упоминалось выше, Ньютон считал вполне возможным, что кометы периодически возвращаются к Солнцу.

Первый пример такого рода не был особенно удачен: он касается той же кометы 1680 г. Для нее Галлей вычислил эллиптическую орбиту с временем обращения в 575 лет, отожествляя её с тремя яркими кометами, наблюдавшимися в далёком прошлом, и, в частности, с той, которая появилась в год смерти Цезаря. Что орбита Галлея хорошо представила наблюдения в 1680 г.,[79] в этом нет ничего удивительного: при столь длинном периоде уклонение эллипса от параболы мало ощутимо. Но данные о более древних появлениях столь скудны и неопределённы, что из них нельзя ничего извлечь для серьёзной проверки. Поэтому вряд ли можно теперь принять точку зрения Ньютона, когда он говорит:

«Это согласие доказывает, что то была одна и та же комета, которая появлялась всё это время, и что её орбита определена правильно».[80]

Но второй пример этого рода[81] имеет существенно большую важность для астрономии: он относится к знаменитой комете Галлея; мы вернемся к ней несколько ниже.

Последнее предложение «Начал», именно XLII (оно же задача XXII) ставит целью «исправить найденную орбиту кометы».[82]

Если даны три наблюдения кометы и если, сверх того, в нашем распоряжении имеются ещё две величины, определяемые её движением, но непосредственно не наблюдаемые (например, геоцентрические расстояния для двух наблюдений или положение плоскости орбиты, характеризуемое долготой восходящего узла и наклоном к эклиптике), то этих данных вполне достаточно, чтобы вывести все элементы орбиты путём несложного прямого вычисления. Полученная орбита, однако, не будет полностью удовлетворять либо наблюдениям, либо требованиям законов Кеплера, если только мы случайно не угадаем верных значений для наших двух параметров.

Применяемый в современной теоретической астрономии приём для сравнительно простого и быстрого улучшения орбит состоит в том, что варьируют два геоцентрических расстояния кометы, всякий раз представляя её наблюдения (их может быть и более трёх) при помощи получаемых элементов орбиты, и останавливаются на таких значениях геоцентрических расстояний, при которых согласие с наблюдениями явится наилучшим.

Идея Ньютона, несколько менее практическая с нашей точки зрения, заключается в варьировании долготы узла и наклонности орбиты. При этом три наблюдения будут всегда точно представляться, но площади секторов, описанных радиусом-вектором кометы между моментами наблюдений, не будут совпадать с их значениями, вытекающими из второго и третьего законов Кеплера, до тех пор, пока не будут найдены истинные значения узла и наклонности.

Теоретически таким путём можно определить все шесть элементов орби-

ты и в том числе период обращения кометы, если она движется по эллиптической орбите.

«Впрочем, — замечает Ньютон, — времена обращений и малые оси орбит определяются с недостаточной точностью, если только не сопоставлять между собой комет, которые появились (повторно) в различное время».[83]

О тех результатах, которых достигли при помощи этого метода Галлей и Брадлей, мы уже упоминали выше.

Во многих книгах по астрономии приводится фраза, сказанная Галлеем о его комете:

«И если она, по нашему предсказанию, возвратится около 1758 г., беспристрастное потомство не забудет, что это было впервые открыто англичанином». Но не всегда подчеркивают, что эти слова Галлея появились в печати только после его смерти.[84]

Когда комета действительно показалась в 1759 г. и подтвердились обширные вычисления Клеро (в пределах заранее установленной точности в один месяц), то в этом был справедливо усмотрен триумф закона всемирного тяготения, а вместе с тем и всей натуральной философии Ньютона, которую незадолго перед тем с такой смелостью и силой начал пропагандировать во Франции Вольтер.

Предвычисление последнего появления кометы Галлея в 1910 г. было выполнено его и Ньютона соотечественниками Коуэллем и Кроммелином с высокой степенью точности при помощи нового метода учёта планетных возмущений, который в сущности своей опирается на непосредственное использование дифференциальных уравнений движения тела под действием силы ньютонова притяжения Солнца и планет, написанных в их простейшей форме, т. е. в прямоугольных координатах. Но, кроме того, Коуэлль и Кроммелин приближенно определили влияние главных планетных возмущений на прошлые появления кометы Галлея, вплоть до III в. до н. э., и их результаты были дополнены и продолжены в глубь веков, до VII в. до н. э., в прекрасной, хотя, к сожалению, и мало известной работе Вильева, где в качестве древнейшей даты прохождения кометы через перигелий устанавливается 16 декабря 623 г. до н. э., причём автор очень осторожно говорит о возможности, что видение Иеремии в Библии (датируемое историками приблизительно этой же эпохой) относится к комете Галлея — отождествление, как кажется, очень сомнительное. Ещё одно прохождение через перигелий падало на 11 апреля 467 г. до н. э., но в данном случае уже гораздо больше оснований считать, что наблюдавшаяся в этом году в Китае при императоре Тинг-Ванге комета была кометой Галлея.[85]

На первый взгляд может показаться странным, почему после законченных теоретических результатов Ньютона и замечательных вычислений Галлея вопрос об определении параболических орбит опять возник в XVIII в. и начал своё развитие чуть ли не заново. Вспомним, что Шезо и Боскович вернулись к гипотезе прямолинейного движения, затем Эйлер и Ламберт открыли свою теорему независимо друг от друга, но никто до Лагранжа не понял, что эта теорема есть следствие леммы X Ньютона. Наконец, Ольберс построил свой действительно «самый лёгкий и удобный метод для вычисления орбиты кометы»[86] на том главном положении, что хорды путей, пройдённых кометой и Землёй, в первом приближении делятся радиусами-векторами в средний момент в отношении, пропорциональном промежуткам времени, но он не видел того, что совершенно подобные выкладки содержатся в способе, который дю-Сежур предложил незадолго до того, и что в способе Ньютона деление хорды совершается много точнее, а мы знаем со слов самого Ольберса, что он читал эти труды.

В течение XIX в. в способ Ольберса были внесены главным образом Гауссом и Энке некоторые преобразования, сокращающие процесс логарифмических вычислений и упрощающие применение теоремы Эйлера-Ламберта, а в наше время способ Ольберса был приспособлен для работы с арифмомет-

ром, что потребовало более серьёзных изменений (например, введения экваториальных координат вместо эклиптикальных); однако основная идея метода осталась при этом незатронутой.

Все эти усовершенствования, которыми занимались крупнейшие знатоки теоретической астрономии, доказывают, конечно, только жизненность способа Ольберса, столь очевидную для практиков в этой области, прибегающих к нему при каждом открытии новой кометы.

Почему, однако, метод Ньютона, могущий принципиально дать бо́льшую точность, чем метод Ольберса, постепенно пришёл в забвение? Ньютоново решение задачи геометрическим построением было заменено ещё Галлеем на вычисление, и мы уже видели, с каким практическим успехом. Если труды Галлея получили сразу признание и излагались в сочинениях его современников[87], то в дальнейшем, кажется, единственным теоретиком, который до А. Н. Крылова взял на себя труд переложить способ Ньютона во всей его полноте на язык аналитических формул, был Плантамур. К сожалению, его работа не нашла большого распространения.[88]

Но зато часто высказывались совсем превратные мнения, что метод Ньютона основан на таком же, как и у Ольберса, приближенном делении хорды вторым радиусом-вектором на отрезки, пропорциональные временам; что, вместо теоремы Эйлера-Ламберта, Ньютон довольствуется приближённым соотношением между радиусами-векторами, хордой и протекшим временем, как это писал Баушингер в своём трактате по определению орбит;[89] или даже, по словам Вольфа, будто в способе Ньютона требуется по двум радиусам-векторам и углу между ними вычислить соответственные истинные аномалии и через них найти промежуток времени между крайними наблюдениями, который затем надо сравнивать с его действительным значением.[90] Для чего написал это Вольф, непонятно, и вообще вдаваться в разбор его изложения способа Ньютона не стоит. Он сам достаточно ясно охарактеризовал свой подход к вопросу в первой части своего резюме:

«Хотя вышеприведенное изложение необычайно упрощено против данного самим Ньютоном благодаря отбрасыванию различных тонкостей, основывающихся на некоторых свойствах параболы (!), этот метод остаётся — трактовать ли его графически, как у самого автора, заменить ли вместе с Галлеем построение вычислением — необычайно утомительным и теперь никто больше не решится им пользоваться».[91]

Если вдуматься в эту фразу, написанную, правда, не теоретиком, но зато видным историком астрономии, она может дать ответ на поставленный нами вопрос.

Хотя было бы неверным утверждать, что Ньютон отыскивает параболическую орбиту, пользуясь методами одной геометрии, тем не менее геометрическая аргументация занимает у него в этой проблеме главное место и является очень продуманной, тонкой и, скажем вместе с ним самим, трудной.[92] Весьма немногие захотят, да и смогут, проникнуть в неё до конца, как А. Н. Крылов. Большинство же поступает, как Вольф, и даже не замечает, что именно при таком подходе точнейший из существующих методов определения параболических орбит сводится чуть ли не до уровня примитивных приёмов Бугэ и Шезо.

Зато второе утверждение Вольфа, хотя и чересчур резкое, по существу теперь справедливо. Ньютонов способ определения орбит гениален в той же мере, как другие, прекраснейшие из задач «Математических начал»; однако вспомним, что сказано выше при оценке метода Лапласа, который, быть может, не менее замечателен по силе и глубине анализа.

Астрономы могут иногда плохо ориентироваться в теоретических проблемах, но они почти никогда не обманываются в оценке практических преимуществ. Можно ручаться, что если бы способ Ньютона был удобнее способа Ольберса, то по первому из них и вычислялись бы всегда параболические орбиты. В эпоху

Ньютона техника наблюдений и вычислений стояла гораздо ниже, чем теперь. Поэтому тогда графический метод Ньютона не только был целесообразен, ибо точность построений являлась достаточной в сравнении с зачастую очень грубыми наблюдениями, но он приводил к цели быстрее численного. Кроме того, как указывает А. Н. Крылов, в то время приходилось брать большие промежутки между наблюдениями, следовательно Ньютон обязан был заботиться о том, чтобы его построения не включали заметных теоретических погрешностей.[93]

И только позднее все три упомянутых ограничения отпали, и через столетие после Ньютона был по необходимости создан метод Ольберса, приспособленный лишь к вычислениям. В этом разрезе он настолько короче ньютонова, что, вероятно (ибо этого, кажется, никто прямо не сравнивал), можно быстрее вычислить и улучшить параболическую орбиту по способу Ольберса, чем закончить вычисление одной орбиты по способу Ньютона. Поэтому и меньшая точность метода Ольберса не наносит ему ущерба, даже при больших интервалах времени между наблюдениями.

После того как Ньютон излагает в «Началах» вычисление орбиты кометы 1680 г. и сопоставляет наблюдения её с результатами вычислений, присовокупляя наблюдения, определяющие положение хвоста, он возвращается снова к физическим вопросам, которые остались ещё неисчерпанными в лемме IV. Здесь он начинает с совершенно правильного заключения, что тела комет должны быть твёрдыми, ибо иначе комета 1680 г. должна была бы в перигелии рассеяться от действия солнечных лучей. Нагревание он исчисляет по закону обратных квадратов расстояний, откуда получается, что нагревание кометы в момент перигелия было в 28 000 раз сильнее, чем летнее нагревание на Земле.

Конечно, при столь малом удалении от поверхности Солнца ($^1/_3$ его радиуса) нельзя пользоваться правилом обратных квадратов, так как это правило строго верно только для точечных источников, и для нагревания получится гораздо меньшее значение, но всё же достаточное, чтобы подтвердить заключение Ньютона. Мимоходом Ньютон делает ещё одно замечание, по существу также вполне справедливое:

«Кроме того, надо заметить, что в декабре комета, после того как она была накалена таким образом Солнцем, испускала гораздо более длинный и сияющий хвост, нежели в ноябре, пока она ещё не достигла перигелия».[94] Обобщая это, он делает вывод, что «хвосты есть не что иное, как тончайший пар, испускаемый головой или ядром кометы вследствие его теплоты».[95]

Частично приведенные уже в лемме IV мнения о природе кометных хвостов Ньютон рассматривает теперь более подробно и критически.

«Впрочем мнение о хвостах комет троякое. Одни полагают, что это не что иное, как отблеск лучей Солнца, распространяемый головами комет, другие — что хвосты происходят от преломления света при распространении его от кометы до Земли и, наконец, третьи — что это есть облако или пар, непрестанно поднимающийся с головы кометы и уходящий в сторону, противоположную Солнцу».[96]

Первое из этих воззрений, конечно, решительно отвергается Ньютоном.

«Второе мнение представляет также много трудностей. Хвосты комет никогда не представляются окрашенными, преломление света непременно сопровождается изменением цветов».[97]

Бесполезно было бы вдаваться в изложение всех других аргументов ньютоновой критики воззрений на оптическую природу кометных хвостов, воззрений, встречавшихся у ученых всего XVII в. от Галилея[98] до Лейбница[99] и получивших наибольшее распространение у последователей картезианской системы. Как раз здесь ничто не заменит чтения самих «Начал», где на двух страницах[100] новая физика в лице Ньютона сокрушительными доводами обращает в ничто метафизические представления, о которых мы выше читали у Псевдо-

Плутарха и над которыми в этом вопросе не сумели подняться лучшие представители точных наук в XVII в. Поистине нельзя не изумляться, как далеко ушёл от них в понимании природы Ньютон и как, в исторической перспективе, мы недалеко ушли от него.

И на самом деле, Ньютон ошибся только в следующем небольшом замечании: «сообщения же о том, что неподвижные звёзды представлялись иногда египтянам косматыми, что бывает весьма редко, должно быть приписываемо случайному преломлению света облаками».[101]

Ньютон в этом месте опирается на свидетельство Аристотеля; однако Аристотель, упоминая, что звёзды хотя и не имеют тесной связи с Солнцем или планетами, но могут быть, как и они, окружены сиянием, добавляет: «Мы не только должны в этом верить египтянам, ибо они это говорят, но и мы сами видели это: звезда в Бедре Пса имеет на самом деле слабое сияние; если резко посмотреть на нее, то сияние видно слабо, а если только немного посмотреть, то сильно».[102]

Взглянув в телескоп, Ньютон увидел бы вместо указанной Аристотелем звезды рассеянное скопление из ярких звезд (обозначаемое теперь, как Messier 41), которое простому глазу заметно в виде маленькой туманности (кстати, здесь удачно отмечен Аристотелем так называемый астрономами «эффект бокового зрения», при котором слабые объекты становятся лучше заметными).

Вслед за этой критикой Ньютон говорит, что хвосты комет направлены в плоскости орбиты от Солнца (что ранее было замечено Сенекой, Апианом, Фракастором и Кеплером), и, анализируя их искривление при различных положениях наблюдателя относительно плоскости орбиты, заключает:

«Таким образом, представляемые хвостами явления зависят от движения головы кометы».[103]

Касаясь этого вопроса с другой стороны, Ньютон выясняет огромную степень разрежения воздуха на большой высоте над Землёй и делает два замечания, подтверждаемые современной астрофизикой:

«О весьма сильной разреженности кометных хвостов можно также заключить по просвечиванию через них звезд... Вместе с тем яркость большей части хвостов обыкновенно не больше яркости слоя нашего воздуха, толщиною в 1 или в 2 дюйма, отражающего свет Солнца своим блеском в тёмной комнате».

Здесь Ньютон проявляет такую же гениальную прозорливость, как, например, в вопросе об определении средней плотности Земли, имея под руками столь же мало данных.[104] Но, конечно, самое важное в ньютоновой теории, это — вычисление времени, в продолжение которого пар восходит от головы кометы до конца хвоста.

Этот промежуток времени получается, если взять путь, пройдённый кометой с момента, когда она находилась на пересечении радиуса-вектора конца хвоста с орбитой кометы, ибо, если частица, находящаяся в конце хвоста, двигалась прямо от Солнца, то в приведённый выше момент она вылетела из головы кометы. Но частица при этом уже обладала скоростью головы кометы в целом, «поэтому, — говорит Ньютон, — решение задачи будет точнее, если проводить указанную секущую (т. е. упомянутый радиус-вектор) параллельно длине хвоста, или, ещё лучше, вследствие криволинейности движения кометы, под небольшим углом к этой линии. Таким образом я нашёл, что пар, бывший в конце хвоста 25 января, начал подниматься от головы 11 декабря, и, следовательно, время его подъёма составляло около 45 дней. Весь же тот хвост, который был виден 10 декабря, поднялся в продолжение тех двух дней, которые прошли после прохождения кометы через перигелий».[105]

Переходя к вопросу о причине движения хвостов, Ньютон пишет:

«Поднятие хвостов из атмосфер голов и их распространение в сторону, противоположную Солнцу, Кеплер приписывает действию лучей Солнца, захватывающих с собой вещество хвостов.

Что нежнейшие испарения в свободных пространствах уступают действию лучей, не противоречит здравому смыслу, несмотря на то, что в наших областях грубые вещества не воспринимают заметных движений от действия лучей Солнца».[106]

Таким образом, мы вправе заключить, что механическая теория кометных форм была впервые обрисована и притом вполне отчетливо на страницах «Начал». Её развивали далее Ольберс и Бессель, но только в наши дни она достигла высокой степени законченности, и мы считаем её теперь гордостью русской астрономии, а плеяду русских учёных от Бредихина до С. В. Орлова, посвятивших ей глубокие и плодотворные изыскания, достойными наследниками того, кто применил созданную им динамику к вычислению ненаблюдаемых движений невидимых частиц кометных хвостов.

Закончив изложение своих теорий, Ньютон выдвигает самые разнообразные предположения: о причинах поднятия кометных хвостов, о смешении кометных газов с атмосферами планет, откуда, по его мнению, происходит «тот газ, который составляет меньшую, но тончайшую и лучшую часть нашего воздуха и который требуется для поддержания жизни во всем живущем»;[107] о том, что дым, выделяясь сильнее близ перигелия, закрывает голову кометы и она становится меньше и слабее как раз тогда, когда она испускает наибольший и самый яркий хвост, всё это он поддерживает не только современными ему наблюдениями, но и средневековыми летописями и привлекает даже описание кометы 372 г. до н. э., сохранившееся у Аристотеля;[108] о возмущениях, которые оказывают кометы друг на друга в их афелиях, и о проистекающих отсюда колебаниях эксцентриситетов их орбит и времён обращений, о сопротивлении солнечной атмосферы движению комет, которые проходят сквозь неё, как комета 1680 г., в силу чего кометы могут падать на Солнце и на звезды, вызывая явление новых звезд. Коснувшись в заключение даже химии в вопросе о составе земных веществ, Ньютон заканчивает на этом книгу III «Начал» и переходит к «Общему поучению».[109]

Мы читаем все эти написанные красивым слогом вольные порождения научной фантазии Ньютона и его экскурсы в область истории с тем же чувством восхищения, которое мы испытываем, когда, проникнув в строгую и сжатую форму математических положений «Начал», внезапно постигаем их мудрую сущность.

Остаётся повторить, что трудно подвести итог всему, что Ньютон высказал и установил о кометах: его наблюдениям, теориям, вычислениям и гипотезам. Поэтому в нашем обзоре многое по необходимости изложено не полно. Но тем не менее, как я надеюсь, уже приведенного достаточно, чтобы сказать: Ньютон дал очень много для познания комет со всех точек зрения, посвящая им ряд лучших страниц «Начал», потому что эта область астрономии особенно привлекала его гений.

ПРИМЕЧАНИЯ

[1] И. Ньютон. Математические начала натуральной философии. Собрание трудов академика А. Н. Крылова, VII, 1936, стр. 601.
[2] Plutarchi. De placitis philosophorum, III, гл. 2.
[3] Seneca. Quaestionum naturalium, VII, гл. 3—4.
[4] Там же, стр. 17.
[5] Там же, стр. 25.
[6] Там же, стр. 4.
[7] A. H. Sayce. Babylonian inscriptions. Цит. по C. Olivier. Comètes, 1930, стр. 2.
[8] J. G. Galle. Verzeichniss der Elemente der bisher berechneten Cometenbahnen. 1894.
[9] Scripta Regiomontani. De Cometae magnitudine, longitudineque ac de loco ejus vero Problemata, XVI, Norimbergae, 1544. Однако результаты Региомонтана стали, ве-

роятно, известны ученым уже вскоре после 1472 г. См. R. Wolf. Handbuch der Astronomie, I, 1890, стр. 576 — 577.

[10] Apian. Practica auf das 1532 Jar. Landshut 1531. Цит. по R. Wolf. Handbuch der Astronomie, II, 1892, стр. 573.

[11] М. А. Вильев. Комета 1577 г. Изв. Русск. общ. любит. мироведения, VII, 1918, стр. 171.

[12] Tycho Brahe. Astronomiae instauratae progymnasmata. Uraniburgae, 1567—1589.

[13] Riccioli. Almagestum novum, II, 1651.

[14] И. Ньютон, стр. 603.

[15] J. Kepler. Ad Vitellionem Paralipomena. Francfurti, 1604.

[16] И. Ньютон, стр. 604.

[17] H. N. Russell, R. S. Dugan, J. Q. Stewart. Astronomy, I, 1926, стр. 443 — 444. Из новейших работ: H. Schewick. Photographisch-photmetrische Untersuchung am Kometen Finsler (1937). Zeitschrift f. Astrophysik, 21, стр. 142.

[18] И. Ньютон. Стр. 604.

[19] H. Schewick, стр. 157.

[20] И. Ньютон, стр. 604 — 605.

[21] Oeuvres de Descartes, IX, 1904, Principes Philosophiques, ч. 3, стр. 184 — 185.

[22] И. Ньютон, стр. 606.

[23] J. Holetschek. Untersuchungen über die Grösse und Helligkeit der Kometen und ihrer Schweife, I, 1896.

[24] И. Ньютон, стр. 606 — 607.

[25] Там же, стр. 607.

[26] J. F. Encke. Ueber einen merkwürdigen Kometen. Berliner Astronom Jahrbuch für 1819, 1822.

[27] И. Ньютон, стр. 502.

[28] A. Corlin. La densité d'une nébuleuse obscure entourant le système solaire, calculée d'après les mouvements cométaires. Ann. d'Astrophysique, I, 1938, стр. 247.

[29] И. Ньютон, стр. 607.

[30] Собрание трудов акад. А. Н. Крылова, VI. Беседы о способах определения орбит комет и планет по малому числу наблюдений, 1936, стр. 2.

[31] N. Herz. Geschichte der Bahnbestimmung von Planeten und Kometen. II. Die empirischen Methoden, 1894, стр. 122.

[32] Там же, стр. 125 — 126.

[33] Tycho Brahe. Progymnasmata.

[34] Там же.

[35] J. Kepler. De cometis libelli tres. Opera omnia, ed. C. Frisch, VII, 1868.

[36] Там же.

[37] J. Hevelius. Cometographia, Cometarum naturam et omnium a mundo condito historiam exhibens. Gedani, 1668.

[38] Там же.

[39] Isaaci Newtoni. Opera quae extant omnia. Commentariis illustrabat Samuel Horsley. III. De Mundi Systemate liber, Londini, 1782, стр. 176.

[40] Там же, стр. 217.

[41] А. Н. Крылов, т. VI, стр. 8.

[42] R. Wolf, II, стр. 507 — 508.

[43] J. D. Cassini. Abrégé des observations et des reflexions sur la Comète, I, Paris, 1681.

[44] Is. Newton, l. c., III, стр. 234.

[45] J. Bernoulli. Conamen novi systematis Cometarum. Amstelodami, 1682.

[46] И. Ньютон, стр. 15.

[47] «Astronomische Betrachtung des grossen Kometen, welcher im ausgehenden 1680 und angehenden 1681 Jahre höchstverwunderlich und entsetzlich erschien». 1681.

[48] И. Ньютон, стр. 616.

[49] Там же, см. IV и V отделы кн. I «Начал».

[50] Is. Newton, l. c., III, стр. 231.

[51] Там же.

[52] J. H. Lambert. Insigniores orbitae cometarum proprietates. 1761.

[53] Is. Newton, l. c., III, стр. 232 — 236.

[54] Там же, стр. 236.

[55] P. S. Laplace. Traité de mécanique céleste, I, ч. I, кн. II, 1799.

[56] Is. Newton, l. c., III, стр. 237 — 238.

[57] Там же.

[58] Там же, стр. 239.

[59] Там же.

[60] Loys de Chezeaux. Traité de la Comète qui a paru 1743 et 1744. Lausanne, 1744; R. Wolf, l. c., II, стр. 361.

[61] R. J. Boscovich. Dissertatio de cometis, Romae, 1744.
[62] Is. Newton, l. c., III, стр. 240.
[63] Там же, стр. 241.
[64] Там же.
[65] См. А. Н. Крылов, т. VI, стр. 39.
[66] Is. Newton, l. c., III, стр. 241 — 242.
[67] А. Н. Крылов, т. VI, стр. 99.
[68] A. O. Leuschner. Publications of the Lick Observatory, VII, 1911.
[69] И. Ньютон, стр. 611 — 621.
[70] А. Н. Крылов. Судьба одной знаменитой теоремы, т. VI, стр. 227.
[71] А. Н. Крылов, т. VI, стр. 4.
[72] И. Ньютон, стр. 623 — 626.
[73] Там же, стр. 626 — 627.
[74] А. Н. Крылов, т. VI, стр. 83.
[75] Ed. Halley. Astronomiae cometicae Synopsis. Oxoniae, 1705.
[76] И. Ньютон, стр. 628, 630, 649, 653, 654, 656.
[77] E. T. Whittaker. Some disputed questions in the philosophy of physical sciences Philosophical Magazine, XXXIII, 1942, стр. 356.
[78] И. Ньютон, стр. 655.
[79] Там же, стр. 631.
[80] Там же, стр. 630.
[81] Там же, стр. 656.
[82] Там же, стр. 647.
[83] Там же, стр. 649.
[84] Ed. Halley. Tabulae astronomicae. London, 1749.
[85] М. А. Вильев. Исследования по теории движения кометы Галлея. Изв. Русск. общ. любит. мироведения, VI, 1917, стр. 215.
[86] W. Olbers. Abhandlung über die leichteste und bequemste Methode die Bahn eines Kometen zu berechnen. 1797.
[87] D. Gregory. Astronomiae physicae et geometricae Elementa. 2 ed., Genevae, 1726; T. Barker. Account of the discoveries concerning comets, with the way to find their orbits. London, 1757.
[88] E. Plantamour. Disquisitio de methodis traditis ad cometarum orbitas determinandas. 1839.
[89] J. Bauschinger. Die Bahnbestimmung der Himmelskörper, 1906, стр. 389. Ср. А. Н. Крылов, т. VI, стр. 228.
[90] R. Wolf, l. c., II, стр. 360 — 361.
[91] Там же, стр. 361.
[92] И. Ньютон, стр. 616.
[93] А. Н. Крылов, т. VI, стр. 126.
[94] И. Ньютон, стр. 638.
[95] Там же, стр. 639.
[96] Там же.
[97] Там же.
[98] G. Galilei. Il Saggiatore, 1623.
[99] См. R. Wolf, l. c., II, стр. 527.
[100] И. Ньютон, стр. 639 — 640.
[101] Там же, стр. 639.
[102] Там же, стр. 641.
[103] Там же, стр. 642.
[104] Там же, стр. 525.
[105] Там же, стр. 643.
[106] Там же.
[107] Там же, стр. 645.
[108] Там же, стр. 646 — 647. В более поздних изданиях Аристотеля, например в указанном выше, фраза, стоящая в конце ньютоновой цитаты, отсутствует.
[109] И. Ньютон, стр. 643 — 658.

Академик
М. В. КИРПИЧЕВ

НЬЮТОН О ПОДОБИИ

Учение о подобии механических явлений изложено Ньютоном в его знаменитом сочинении «Principia mathematica Philosophiae naturalis». Седьмой отдел книги II «Principia» «О движении жидкостей и сопротивлении брошенных тел» начинается двумя предложениями (XXXII и XXXIII), содержащими две теоремы о подобии: XXVI теорему, налагающую условия на силы, действующие на систему тел для того, чтобы движение их было подобно, и теорему XXVII, устанавливающую подобие для случая движения твёрдых тел в жидкой среде, оказывающей движению сопротивление.

Закон подобия Ньютоном излагается не в том общем виде, который непосредственно вытекает из II закона Ньютона, а выводится для частного случая центростремительных сил; точно так же и движение тел в жидкой среде рассмотрено Ньютоном лишь для случая, когда сопротивление пропорционально квадрату скорости.

Теоремы имеют основную цель показать, как можно распространять результаты опытов по сопротивлению тел, движущихся в жидкой среде, на различные другие случаи.

Теоремы подобия помещены в книге II, посвященной тому разделу механики, который называется в настоящее время гидромеханикой, и замечательна та прозорливость, с которой Ньютон предвидел значение учения о подобии именно для этой области механики.

Содержание первой теоремы следующее.

Теорема XXVI. Пусть [1] *две материальные системы подобны между собою и состоят из одинакового числа подобным образом расположенных частиц, причём каждая частица одной системы подобна и масса её пропорциональна массе частицы, ей соответствующей другой системы, и плотности частиц находятся в постоянном отношении; пусть* [1] *эти частицы, по прошествии пропорциональных промежутков времени, начинают двигаться подобным образом (принадлежащие одной системе друг относительно друга и принадлежащие другой также друг относительно друга); если при этом частицы той же системы не касаются друг друга, за исключением моментов соударений,*

взаимно не притягиваются и не отталкиваются ни с какими силами, за исключением ускорительных сил,[2] *обратно пропорциональных линейным размерам соответствующих частиц и прямо пропорциональных квадратам их скоростей, то я утверждаю, что частицы каждой из этих систем будут продолжать находиться в конце пропорциональных промежутков времени в подобном друг относительно друга движении* (стр. 381).

Разберём в отдельности каждую из трёх фраз, составляющих теорему.

а) В первой фразе даётся исчерпывающее определение подобия системы тел. Через 250 лет к нему нечего прибавить. Особенно обращает на себя внимание требование, чтобы отдельные частицы, из которых составлена система, были геометрически подобны в подобных системах. В нём содержится указание на то, что размеры отдельных частей системы должны быть настолько велики по сравнению с молекулами, что их можно было бы рассматривать как континуумы — условие, являющееся основным в современной теории подобия и позволяющее выполнять требование о пропорциональности конечным размерам их дифференциалов.

б) Вторая фраза ставит условия подобия систем в начальный момент. Латинский текст её: «et inter se temporibus proportionalibus similiter moveri incipiant» переведен дословно. Смысл его тот, что системы рассматриваются «в начальный момент времени движущимися подобно». Далее, это подобие будет иметь место в пропорциональные промежутки времени. Ньютон не даёт количественной меры подобия времени, но несомненно оно было хорошо ему знакомо при рассмотрении движения небесных тел по подобным орбитам. Всё изложение в «Principia» проникнуто евклидовым духом, и Ньютон обыкновенно избегает алгебраических выкладок, повидимому, считая их само собой понятными. Несомненно Ньютону было очевидно такое рассуждение:

Скорость w есть отношение пройдённого за промежуток времени $\Delta\tau$ отрезка пути Δl к этому последнему

$$w = \frac{\Delta l}{\Delta \tau}.$$

Напишем это уравнение для сходственных частиц двух подобных явлений. Имеем

$$w' = \frac{\Delta l'}{\Delta \tau'} \text{ и } w'' = \frac{\Delta l''}{\Delta \tau''}.$$

Деля почленно второе равенство на первое, получим

$$\frac{w''}{w'} = \frac{\Delta l''}{\Delta l'} : \frac{\Delta \tau''}{\Delta \tau'}.$$

Так как в подобных системах $\frac{\Delta l''}{\Delta l'} = \frac{l''}{l'}$ — отношению любых сходственных размеров, то отношение промежутков времени, в которое должны сравниваться системы, есть

$$\frac{\Delta \tau''}{\Delta \tau'} = \frac{l''}{l'} : \frac{w''}{w'}. \qquad (1)$$

Из (1) следует

$$\frac{w'\Delta\tau'}{l'} = \frac{w''\Delta\tau''}{l''}.$$

Это значит, что $w\frac{\Delta\tau}{l}$ есть инвариант, сохраняющий во всех подобных системах одинаковое значение. Таким образом, надо считать, что критерий гомохронности (или, как его также называют, Струхаля) был Ньютону известен.

в) После того как заданы начальные условия подобия, Ньютон утверждает, что подобие сохранится и в дальнейшем, если ускорительные силы в обеих системах будут обратно пропорциональны линейным размерам и пропорциональны квадратам скоростей соответствующих частиц.

Замечательно, что Ньютон не устанавливает, какие силы могут сохранить кинематическое подобие, а наоборот, задает силы и доказывает, что они обусловят подобное движение.

Такая трактовка вопроса настолько отличается от современной, что Вольферс, переводя «Principia» на немецкий язык, самовольно в конце теоремы добавил: «und umgekehrt» (и обратно), что совершенно искажает содержание первой теоремы. Ньютон вовсе не имел в виду изложить общее учение о подобии, и ход мыслей Ньютона был совершенно иной. Он станет ясным, если вспомнить последовательность в изложении книги II «Principia»: первые шесть отделов трактуют о движении тел при сопротивлении, пропорциональном скорости, пропорциональном второй степени скорости, пропорциональном частью первой степени скорости, частью второй; затем о круговом обращении в сопротивляющейся среде, о плотности и сжатии жидкостей и о гидростатике, о движении маятников в сопротивляющейся среде.

Седьмой отдел, начинающийся двумя теоремами о подобии, посвящён главным образом установлению законов сопротивления, оказываемого жидкостью движению твёрдых тел (шаров, цилиндров). При этом, в отличие от первых глав книги II, разбирающих различные гипотетические случаи, в отделе VII устанавливается закон сопротивления, который в действительности существует в природе. Теоремы о подобии дают предпосылки для распространения его на все подобные случаи. В соответствии с этим Ньютон в своих двух теоремах рассматривает только те силы, которые он ожидает встретить в жидкой среде. Слова теоремы «ни с какими силами за исключением» и т. д. (nisi viribus...) имеют ограничительный, а не исключительный смысл и «nisi viribus» следует понимать: «только с силами» и т. д. Это ясно из самого доказательства теоремы, которое приводим полностью:

«Я называю движения подобных и по прошествии пропорциональных промежутков времени подобным образом расположенных тел подобными, когда в конце любых таковых промежутков времени относительное расположение этих тел подобно, предполагая, что частицы одной системы сопоставляются с соответствующими частицами другой. Поэтому промежутки времени, в продолжение которых соответствующие частицы описывают подобные и пропорциональные части подобных фигур, пропорциональны. Следовательно, если имеются две системы такого рода, то соответствующие частицы, вследствие подобия начальных движений, будут продолжать двигаться подобным образом, пока не встретятся, ибо если на эти частицы никакие силы не действуют, то по I закону они будут двигаться равномерно и прямолинейно; если же они действуют друг на друга с какими-либо ускорительными силами, обратно пропорциональными линейным размерам соответствующих частиц и прямо пропорциональными квадратам скоростей, то в виду подобия расположения частиц и пропорциональности этих сил, полные ускорительные силы, действующие на частицы, слагающиеся по следствию II закона из частных, будут направлены сходственным образом, т. е. как будто бы к сходственно между частицами расположенным центрам. Эти полные силы будут относиться между собою, как и их составляющие, т. е. будут обратно пропорциональны линейным размерам соответствующих частиц и прямо пропорциональны квадратам их скоростей; поэтому вследствие действия таких сил соответствующие частицы будут продолжать описывать подобные фигуры. Это будет происходить таким образом (по следствиям 1 и 8 предложения IV книги I) не только, когда эти кажущиеся центры будут находиться в покое, но и тогда, когда эти центры будут двигаться; расположение их относительно частиц,

в виду подобия перемещений, остаётся сходственным, значит и производимые изменения в фигурах, описываемых частицами, будут подобны.

Следовательно, движения соответствующих и сходственных частиц будут оставаться подобными до первой встречи их друг с другом, а так как эта встреча и удар будут подобны, то будет подобно и отражение, и значит (по вышепоказанному) вновь будет подобно относительное движение частиц, пока снова не произойдет удар, и так будет продолжаться до бесконечности».

После доказательства теоремы Ньютон тотчас же переходит к движению твердого тела в жидкой среде. Этому случаю посвящены два следствия, заключающие предложение XXXII:

«Следствие 1. Таким образом, если два каких-либо подобных между собою тела, расположенных сходственным образом по отношению к соответствующим частицам, начнут по прошествии пропорциональных промежутков времени двигаться подобным образом и если их величины и плотности находятся в том же отношении, что и величины и плотности соответствующих частиц, то в конце пропорциональных промежутков времени эти тела будут продолжать двигаться подобным образом, ибо всё относящееся до частиц обеих систем в равной мере относится и до больших частей их.

Следствие 2. Если все подобные и подобным образом расположенные части систем находятся в относительном покое и две из этих частей, которые больше прочих и в обеих системах соответствуют друг другу, начнут двигаться подобным образом по линиям, сходственным образом расположенным, то они произведут в прочих частях системы подобные движения, и в конце пропорциональных промежутков времени будут продолжать двигаться между ними подобным образом, описывая при этом пространства, пропорциональные своим линейным размерам».

Заканчивая на этом предложение XXXII, Ньютон в XXXIII предложении излагает теорему XXVII, устанавливающую, какое сопротивление будут испытывать тела, движущиеся в жидкой среде.

Содержание второй теоремы подобия и её доказательство следующие: «*При тех же предположениях я утверждаю, что бо́льшие части систем будут испытывать сопротивления, пропорциональные квадратам их скоростей, квадратам линейных размеров и плотностям частей системы*» (стр. 283).

Сопротивление происходит частью от центробежных и центростремительных сил взаимодействия между частицами, частью от ударов частиц о бо́льшие части систем и отражений от них.

«Сопротивления первого рода относятся между собою, как полные движущие силы, от коих они происходят, т. е. как произведения полных ускорительных сил на массы соответствующих частей; по предположению это одинаково с прямой пропорциональностью квадратам скоростей и массам соответствующих частей и обратной пропорциональностью расстояниям между соответствующими частицами; но расстояния между частицами одной системы относятся к расстояниям между частицами другой, как диаметры этих частиц или как размеры частей одной системы к размерам соответствующих частей другой, массы же пропорциональны плотностям этих частей и кубам их размеров, следовательно, сопротивления будут пропорциональны квадратам скоростей, квадратам сходственных размеров и плотностям частей системы.

Сопротивления второго рода пропорциональны числу и силе соответствующих ударов и отражений. Числа отражений прямо пропорциональны скоростям соответствующих частиц и обратно пропорциональны расстояниям между местами их встреч. Силы же отражений пропорциональны скоростям, объёмам и плотностям соответствующих частей, т. е. скоростям, кубам размеров и плотностям частей. По перемножении всех этих отношений окажется, что сопротивления, испытываемые соответствующими частями систем, отно-

сятся между собою, как произведения квадратов скоростей на квадраты линейных размеров и на плотности частей».

Далее следует шесть следствий из теоремы. В них Ньютон делает попытку распространить выведенную теорему на случай упругой среды. Ньютон делает предположение, что при достаточно быстром движении тел в упругой жидкости сопротивление будет почти такое же, как если бы частицы были лишены отталкивательных сил.

В задачу нашей статьи не входит разбор воззрений Ньютона на структуру жидких средин. Для дальнейшего важно только отметить, что пропорциональность сопротивления, оказываемого жидкостью движению твёрдого тела, квадрату его скорости выведено Ньютоном не только из теоретических соображений, но и из весьма обстоятельных опытов, поставленных им над падением тел в жидкости и над качанием маятника в сопротивляющейся среде. Эти опыты и получающиеся из них выводы о пропорциональности сопротивления плотности жидкости и квадрату скорости тела изложены им в предложении XXXI отдела VI и в XI предложении отдела VII книги II.

Летом 1915 г., по инициативе академика А. Н. Крылова, С. В. Вяхирев повторил опыты Ньютона над сопротивлением воздуха качаниям маятников и получил хорошее совпадение с опытами Ньютона. Опыты Визельбергера над сопротивлением шаров показали, что в пределах от $Re = 5000$ до $Re = 100\,000$ имеет место квадратичный закон. Таким образом, нельзя говорить о неверности закона Ньютона, который сам считал его не универсальным.

Подведём итог сделанному разбору двух теорем Ньютона о подобии.

1. Первая теорема о подобии механических систем выведена Ньютоном для частного случая, когда ускорительные силы пропорциональны квадрату скорости и обратно пропорциональны линейным размерам.

Если пересчитать ускорительные силы на движущие путём умножения их на массы, пропорциональные плотностям и кубам линейных размеров, то получится, что подобие систем сохранится, если движущие силы будут пропорциональны квадрату скорости, квадрату линейных размеров и плотности частиц системы.

2. Никаких ограничений на величину действующих сил, в частности требования инвариантности критерия подобия, теорема не накладывает. Как увидим далее, для заданных Ньютоном сил этого ограничения и не требуется.

3. Для рассмотренного частного случая движущих сил вторая теорема устанавливает и силы сопротивления пропорциональными квадрату скорости, квадрату линейных размеров и плотности.

Естественно возникает вопрос, знал ли Ньютон теорему о механическом подобии в её общем виде. Чтобы получить её, ему достаточно было лишь применить свой II закон механики к подобным явлениям.

Проследим, каков был бы в этом случае ход его мыслей.

Ньютону, несомненно, было известно выражение для ускорения в форме отношения изменения скорости к промежутку времени, в течение которого оно произошло:

$$a = \frac{w_2 - w_1}{\tau_2 - \tau_1} = \frac{\Delta w}{\Delta \tau}.$$

Что это так, видно из сопоставления текста II закона с предшествующими его изложению определениями, VII и VIII (стр. 4 — 5). Из этого сопоставления явствует, что «изменение количества движения» (mutationem motus) подразумевается отнесённым к соответственному промежутку времени.

Таким образом II закон гласит

$$F = Am \frac{\Delta w}{\Delta \tau}.$$

Множитель пропорциональности у Ньютона не равен единице, так как ему не была известна абсолютная система единиц. Применение II закона к двум каким-либо сходственным частицам подобных систем дает:
для первой системы

$$F' = Am' \frac{\Delta w'}{\Delta \tau'},$$

для второй системы

$$F'' = Am'' \frac{\Delta w''}{\Delta \tau''}.$$

Деля почленно эти два равенства друг на друга, получим

$$\frac{F''}{F'} = \frac{m'' \Delta w''}{m' \Delta w'} : \frac{\Delta \tau''}{\Delta \tau'}.$$

В подобных системах $\frac{\Delta w''}{\Delta w'} = \frac{w''}{w'}$. Имея это в виду и исключая отношение $\frac{\Delta \tau''}{\Delta \tau'}$ посредством ранее выведенного соотношения (1), имеем

$$\frac{F''}{F'} = \frac{m'' w''^2}{m' w'^2} : \frac{l''}{l'},$$

а заменяя отношение масс $\frac{m''}{m'}$ через $\frac{\delta'' l''^3}{\delta' l'^3}$, получим окончательно

$$\frac{F''}{F'} = \frac{w''^2 l''^2 \delta''}{w''^2 l'^2 \delta'}; \qquad (2)$$

Отсюда следует, что для сохранения подобия отношение сил должно быть равно отношению произведения из квадрата скорости, квадрата линейного размера и плотности, или, иначе говоря, $\frac{f}{w^2 l^2 \delta}$ есть инвариант подобия. Вебер в 1919 г. предложил назвать его критерием Ньютона.

В теоремах Ньютона это ограничительное условие отсутствует. Легко понять, почему это произошло. Им рассматривается частный случай, когда сами силы, а не их отношение, пропорциональны указанному произведению. Следовательно, у Ньютона силы, как движущие, так и сопротивления, равны: в первой системе

$$F' = Aw'^2 l'^2 \delta',$$

во второй системе

$$F'' = Aw''^2 l''^2 \delta''.$$

Деление этих равенств друг на друга даёт

$$\frac{F''}{F'} = \frac{w''^2 l''^2 \delta''}{w'^2 l'^2 \delta'}.$$

Отсюда следует, что требование (2) выполнимо для любых значений F' и F''.

Таким образом, вопреки мнению Германа, [3] надо признать, что Ньютон вывел свою теорему подобия только для частного случая так называемой автомодельной области. Но общая теория механического подобия содержится во втором законе, как ядро в скорлупе, и возможно, что впоследствии Ньютон сделал из него надлежащие выводы.

В заключение вернёмся ещё раз к первой теореме подобия. Особенность её, состоящая в задании сил, которые обусловливают подобие, вызвана тем,

что Ньютон ищет условия, необходимые и достаточные для существования подобия механических систем. Тем самым Ньютоном впервые установлена та точка зрения на учение о подобии, которая только через 250 лет была высказана и развита в СССР.

Около 200 лет идеи Ньютона оставались в забвении. Если не считать отдельных упоминаний о подобии, например нескольких слов о подобии явлений теплопроводности в твёрдых телах, сказанных Лагранжем в его трактате «Sur les racines imaginaires», то можно сказать, что теория подобия вновь возникла лишь в середине XIX столетия (Бертран, Фруд, О. Рейнольдс и др.).

Всё учение Ньютона о подобии занимает в «Principia» лишь пять страниц. Но эти немногие слова Ньютона о подобии звучат так, как будто они сказаны совсем недавно. В них заложены основы всего современного учения о подобии. Невольно останавливаешься в изумлении перед великой силой ньютонова ума, предвосхитившего мысли десятка следующих поколений.

ПРИМЕЧАНИЯ

[1] В подлиннике *si* — если. Текст цитируется по переводу акад. А. Н. Крылова.
[2] Ускорительными силами Ньютон называет движущие силы, отнесенные к единице массы.
[3] Z. d. VDI, № 20, 1931.

Профессор
С. Я. ЛУРЬЕ

НЬЮТОН—ИСТОРИК ДРЕВНОСТИ

I

Все серьёзные курсы истории древности обычно содержат историографический обзор; прежде чем излагать основы науки, читателю сообщают, кто эту науку создал. Как правило, эти обзоры начинаются с Августа Вольфа, Шамполиона, Бека и Нибура, т. е. с самого конца XVIII и начала XIX вв. У читателя получается впечатление, что до этого времени историей древности никто не занимался. Другое дело — классическая филология; здесь уже во всяком случае с конца XVI в. идёт оживлённая работа, заложившая фундамент нынешней науки. Всякому филологу известны имена Скалигера, Анри Этьенна (Stephanus), Меурсиуса, иезуита Петавиуса, Фабрициуса и др. Большой словарь греческого языка, так называемый Thesaurus linguae graecae, составленный Анри Этьенном и вышедший первым изданием ещё в XVII в., до сих пор не имеет соперников и является необходимым пособием для каждого серьёзного филолога; ещё до сих пор подчас приходится обращаться к Bibliotheca Graeca Фабрициуса, этой 14-томной энциклопедии греческой литературы.

Обычно картина развития науки о классической древности представляется такой. В XVII и XVIII вв. учёные, стоя ещё всецело на позициях античной науки, занимаются только приведением в порядок античного наследства: они издают критически проверенные тексты древних авторов, пишут комментарии к ним, составляют словари и грамматики, собирают разбросанный материал о каждом из великих деятелей античности и пишут курсы так называемых древностей, т. е. изучают быт, государственное и частное право и т. д. В XIX в. начинается уже критический анализ этого материала и пишутся первые научные курсы античной истории.

Эта картина не верна уже потому, что выражение «стоять на позициях античной науки» вообще не имеет смысла. Любознательность и даровитость греков, с одной стороны, и господствовавшая в эпоху расцвета Эллады широкая свобода слова — с другой, приводили к тому, что уже в древности существовали резко различающиеся между собой и подчас противоречащие друг другу взгляды на методы, задачи и структуру исторической науки.

Чтобы убедиться в этом, достаточно сопоставить между собой точки зрения Геродота, Фукидида, Феопомпа, Гекатея с Евгемером и, наконец, Флавия Иосифа и его последователей — христианских апологетов. Нельзя ограничиваться утверждением, что учёные XVII — XVIII вв. стояли «на позициях античной науки», надо ещё показать, на позициях какой именно из этих групп античных учёных они стояли. Ознакомление с наукой XVII — XVIII вв. показывает, что различные учёные этой эпохи примыкали к различным направлениям античности и что между различными направлениями в эту эпоху шла оживленная борьба. Если обо всей этой борьбе не упоминается в историографических обзорах нынешних курсов античной истории, то причина этого вполне понятна: с расшифровкой иероглифов и клинописи, с открытием огромного количества греческих надписей и папирусов, в частности «Афинской политии» Аристотеля, все эти исторические исследования сразу же устарели, тогда как филологические работы XVII — XVIII вв. не утратили интереса и поныне.

Другая причина заключается в том, что учёные этих веков мало и неохотно занимались той эпохой древности, изучение которой базировалось на достоверных показаниях современников, т. е. эпохой после Греко-персидских войн в Греции, после Пунических — в Риме. Как это бывает на первых шагах любой науки, учёные сперва берутся как раз за наиболее трудные и наименее разработанные вопросы, открывающие наибольший простор для творческой фантазии. Такими вопросами в древней истории были: история Востока, история Греции до начала Олимпиад, история Рима эпохи царей. Не только дошедшие до нас сообщения из истории Греции и Рима в указанные периоды по существу относятся не к области истории, а к области мифологии, но такой же характер носила и вся история древнего Востока до расшифровки иероглифов и клинописи.

Поэтому, прежде чем перейти непосредственно к труду Ньютона, необходимо сказать несколько слов о тех течениях исторической мысли в античности, которые оказали наибольшее влияние на XVII и XVIII вв. Уже с конца VI в., с появления первого большого исторического труда на греческом языке, Гекатея Милетского, наиболее передовым «освободительным» методом при толковании мифов считалась их *рационалистическая интерпретация*. Этот же приём широко был использован и в середине V в. Геродотом. Миф как целое рассматривался как *исторический рассказ*. Задачей историка было только перетолковать, а в случае невозможности — устранить всё то, что противоречит естественному ходу вещей в природе. Так, например, если миф сообщал, что в Додону прилетели чёрные голубки и вдруг заговорили человеческим голосом, то Геродот перетолковывал это в том смысле, что в Додону прибыли чёрные египетские жрицы и затем научились говорить по-гречески. Этот метод был широко распространён во всей античности, и только гениальный Фукидид им принципиально пренебрёг. В действительности же в мифе, как и в сказке, фабула, с одной стороны, и собственные имена и обстановка, с другой — восходят к совсем различным средам и эпохам. Фабула обычно даёт поэтическую трактовку общественных отношений самых отдалённых доисторических эпох или даже природных явлений (борьбы лета с зимой, дождя с засухой и т. д.); имена и историческая обстановка к ней прибавляются случайно, часто одна и та же фабула проецируется в самые различные исторические эпохи; герои её носят в различных версиях самые различные имена; эти имена часто вставляются просто в угоду тому или иному знатному роду (имя родоначальника). Но более того: часто в одном и том же мифе или сказке можно усмотреть наслоения самых различных эпох. Иногда миф оказывается придуманным в сравнительно позднюю эпоху как объяснение происхождения обычая или религиозного обряда. Вот почему объяснение мифа даже при нынешних средствах, при наличии огромного этнологического материала, собранного

среди первобытных народов нашего времени, очень трудная задача. Прямолинейное рационалистическое перетолкование мифа приносит только вред науке.

Другой приём перетолкования применялся также уже со времён Геродота для устранения противоречий в исторических и мнимоисторических рассказах. Это — *синкретизм* и его антипод — *дупликация*. Как я говорил уже, наиболее постоянной и древней частью мифа была его *основная фабула*. Таких фабул сравнительно немного, и они в большинстве случаев одинаковы у всех народов Европы, Передней Азии и Северной Африки. Естественно, что греки, знакомясь с «историей» других греческих же городов, а также с «историей» Египта, Вавилона и т. д., находили здесь уже известные им рассказы, но с другими собственными именами; особенно много сходства было в рассказах о богах и героях, где рассказчик почти не привносил настоящих исторических реминисценций. Понятно, что исследователь, слушая эти рассказы, приходил к мысли, что речь идёт о тех же лицах, но только *называют* их по-разному: например, спартанская Халкиойкос и Совозидная Дева Афинская — одна и та же богиня, тождественная с гомеровской Афиной, Осирис это Дионис, римский Марс это Арес и т. д. Наоборот, если об одном и том же герое сообщались факты, противоречащие друг другу, то прибегали к удвоению: из одного Геракла делали двух, из одной Ариадны — двух; сын Одиссея Телемах раздробился в двух сыновей — Телемаха и Телегона.

Третьим приёмом, применявшимся уже в древнейшие времена, от которых не осталось никаких памятников письменности, была *секуляризация* богов. Когда боги различных греческих городов были объединены в один пантеон и между ними была установлена родственная связь и иерархия, для верховных богов многих небольших городков и деревень не оказалось места в этом пантеоне, и они были разжалованы из богов в смертные. Так верховный бог беотийского города Акрефии Амфиарай был либо отожествлён с Зевсом (в этом случае имя «Амфиарай» стало лишь эпитетом Зевса), либо превращён в простого смертного, участника похода семи против Фив. То же произошло с Агамемноном (Зевс-Агамемнон), Еленой и т. д.

Своеобразный приём применялся при изложении фактов историко-культурного характера: вместо развития культуры, говорили о ее «изобретателях» (εὑρεταί). Каждое завоевание культуры по этой теории было открытием отдельного лица — бога, героя или человека. Разведение хлебных злаков «изобрела» богиня Деметра или смертный Триптолем; разведение винограда — Дионис, огонь — Прометей, ремёсла — Гефест, буквы — Паламед и т. д. Дело историка культуры только назвать на своем хронологическом месте этого изобретателя.

Наконец, для хронологической фиксации в тех случаях, когда точная дата не могла быть установлена документально (а для древнейшей эпохи так обстояло всегда), применялись метод *поколений* и метод *синхронизмов*. Каждый царский и вообще знатный род имел свою родословную таблицу, которой он гордился. В этих таблицах только последние имена были историческими; выше шёл ряд мифических героев, и родоначальником обычно оказывался тот или иной бог. Для определения даты того или иного мифологического события находили имя одного из его участников в той или иной из родословных таблиц, а затем рассчитывали время жизни этого участника по принципу: три поколения в 100 лет.

Таковы были наиболее своеобразные приёмы исторической методологии в эпоху расцвета Греции, т. е. в V и IV вв. Прежде чем перейти к изложению методологических приёмов, характеризующих следующую, *эллинистическую* эпоху, нам придётся несколько подробнее остановиться на «Египетской истории» (Αἰγυπτιακά) Геродота, составляющей ныне II книгу его исторического труда. Это необходимо сделать потому, что Ньютон в своей трактовке

истории Египта отдал решительное предпочтение Геродоту перед Диодором, Иосифом Флавием и Евсевием, имеющими основным источником Манефона, египетского историка, жившего в эллинистическую эпоху и писавшего на греческом языке. В принципе метод Ньютона, конечно, правилен — более древний источник заслуживает предпочтения перед более поздним; но в данном случае он попал впросак, так как Манефон базировался на письменных источниках (хотя часто и извращал их), а Геродот имел источником устную, полусказочную традицию малограмотных египетских проводников. Найденные впоследствии египетские хроники показали, что схема Манефона в основном правильная.

Схема рассказа Геродота такова: египетская держава существует уже более 15 000 лет от Диониса до Амасиса. В основу этой преувеличенной цифры положен счёт по поколениям: правление смертного царя принимается равным человеческому поколению (II, 100: γενεαὶ ἀνθρώπων), т. е. $33^1/_3$ года; правление бога на земле принимается гораздо более длительным. Сначала Египтом правили боги; первым царем-богом был Пан. В каждом поколении богов было 12 царей; наиболее известен первый царь третьего поколения Осирис, «имя которого в переводе на греческий язык — Дионис» ("Οσιρις δέ ἔστι Διόνυσος κατὰ Ἑλλάδα γλῶσσαν, II, 144). Мифы об Осирисе и Дионисе действительно сходны — здесь мы имеем древнейший классический образец *синкретизма*. Геродот отдаёт решительное предпочтение длинной египетской хронологии перед короткой греческой: он считает, что правы египтяне, помещая Диониса за 15 000 лет до его времени, а Геракла — ещё раньше, а не греки, по мнению которых Дионис жил на земле за 1600 лет, а Геракл — за 900 лет до его времени. Грекам известен лишь небольшой отрезок времени, и в этот отрезок они втискивают всё прошлое.[1] Геродот — верующий человек; с большим благоговением он относится не только к греческой, но и к египетской религии. В то, что египетские боги некогда правили на земле, он свято верит и протестует против попыток тех учёных (быть может, Гекатея Милетского), которые, применяя метод дупликации, отличали небесных египетских богов от земных царей, случайно носивших те же имена и потому смешанных с богами.[2]

Из смертных царей Геродот первым считает Минаса (II, 99, то же, что Менес). Затем следует 330 царей, не совершивших ничего особенно замечательного, поэтому на них можно и не останавливаться (II, 102: παραμειψάμενος ὧν τούτους); в числе их была одна женщина — Нитокрис (II, 100). Последним из этих царей был Мерид (Μοιρίς), выкопавший знаменитое Мередово (впоследствии Фаюмское) озеро и построивший пирамиду (II, 101). Далее следует самый замечательный, по мнению Геродота, из всех фараонов — Сесострис (II, 102 — 110). Он был великим завоевателем: покорил побережье Красного моря, прошёл всю Азию, перешёл в Европу, где покорил скифов и фракийцев. Покорил он и восточное побережье Чёрного моря (Колхиду), где оставил колонистов. Любопытен метод, при помощи которого Геродот определяет размеры завоеваний Сесостриса. В различных местах Европы и Азии в эпоху Геродота стояли поставленные первобытными людьми столбы (στῆλαι). Такие столбы сохранились кое-где и до нашего времени; мы называем их *дольменами*. Древние считали, что эти столбы поставлены различными богами и героями, например Дионисом или Гераклом. Геродот придерживается традиции, по которой эти столбы поставлены фараоном Сесострисом, поэтому все те области, где стоят такие столбы, он считает завоёванными Сесострисом. С другой стороны, у египтян было принято обрезание; обрезание совершали также колхи (жители Колхиды) и евреи. Поэтому колхов и евреев Геродот считает египетскими колонистами, выведенными Сесострисом. Сесострис прокопал ряд оросительных каналов в Египте; отсюда и берёт своё начало геометрия; что же касается астрономии, то ей египтяне научились

у вавилонян. Сесострис был убит своим братом. После Сесостриса цари Египта следуют у Геродота в таком порядке: Ферон, Протей, сказочный царь Египта, заимствованный из греческой мифологии, — он современник Троянской войны (следовательно, примерно XII в.); затем Рампсинит (т. е. исторический Рамсес II, живший в XIII в.), затем исторические фараоны Хеопс, Хефрен и Микерин (жившие за 3 тыс. лет до н. э.!), затем Анисис, упоминаемый лишь по имени. Этот Анисис, повидимому, тожественен с Сесонхисом или библейским Сусаком (Сесак) — исторический фараон 22-й династии (X в.); на нём нам придётся ещё не раз останавливаться. Из дат, поставленных в скобках, мы видим, насколько нелепой оказалась в свете египетских текстов таблица царей Геродота, усвоенная в основном Ньютоном. Что же касается Сесостриса, то такого царя вообще никогда не существовало: это — сводный образ, составленный из царя Сенусерта 12-й династии (около 2000 л. до н. э., к 12-й династии относил Сесостриса Манефон) и из знаменитого завоевателя Рамсеса II с преобладанием, однако, трафаретных, чисто мифологических мотивов.

Подход величайшего из историков древности, Фукидида, к мифологической традиции был совсем иной. Он в *принципе* не доверял ей, а для восстановления древнейшей истории Греции применял метод обратных умозаключений из пережитков, сохранившихся в последующие эпохи. Это — единственно возможный метод. Если бы учёные XVII — XVIII вв. пошли по пути Фукидида, то многие из открытий XIX в. были бы сделаны гораздо раньше. Но это было невозможно: с одной стороны, вера в непререкаемость священного писания была слишком велика, с другой стороны, ещё не были сделаны те замечательные открытия (расшифровка иероглифов, клинописи и т. д.), которые показали, что легендарная история древнего Востока и древнейшей Греции базой для научной работы вообще служить не может.

Учёные XVII — XVIII вв. предпочли в основном следовать за исторической наукой *эллинистической эпохи*. В чем состояли её методы? Отношение образованного общества к богам гомеровской религии становилось всё более скептическим; наоборот, примитивные народные верования и обряды, поощряемые правительственными кругами и частью реакционных философов, завоёвывали себе всё больше поклонников (мистерии, оргиастические обряды и т. д.). Широко распространялись в Греции восточные обряды. С другой стороны, образование огромных эллинистических монархий на основе восточных государств и проникновение восточной культуры в Грецию вели к *дальнейшему пышному развитию синкретизма*. Такой синкретизм, в конечном результате приводивший к монотеизму, был на руку эллинистическим правительствам, так как эта новая религия отображала на небо власть единого земного правителя, повелевавшего и греками и варварами. Так, до нас дошли, например, гимны в честь Исиды, в которых все остальные боги представлены лишь различными образами («ипостасями») этой богини. С другой стороны, скептическое отношение к «безнравственной» олимпийской религии вело к дальнейшему росту *рационализма*, последней ступенью которого и был характерный для эллинистической историографии *евгемеризм*. С точки зрения исторической науки и синкретизм и евгемеризм лишь признаки упадка и одряхления науки, достигшей удивительной высоты в труде Фукидида.

Евгемеризм назван так по Евгемеру, писателю конца III в., написавшему наделавшую много шума историю государства Панхея. Фактически эта история была выдумана им. Никакого такого государства не существовало, и мы имеем здесь дело с *историческим романом*. Из приводившейся Евгемером старинной надписи, поставленной Зевсом, выяснялось, что никаких богов не существовало; боги — это древние цари, оказавшие много благодеяний своим народам и установившие для себя ещё при жизни божеские почести; отсюда и появилась вера в богов. Эта теория развилась из

широко применявшегося Александром Македонским и его преемниками *обожествления при жизни*. Но в более широком смысле слова евгемеризмом называют учение, которое вовсе не отрицает веры в небесных богов: сторонники этого направления утверждали только, что многие из чтимых впоследствии богов первоначально были царями на земле, а затем в награду за их благодеяния при жизни или после смерти были удостоены божеских почестей. Этот «евгемеризм» древнее Евгемера. Древнейшим историком этого направления считается Леонт из Пеллы, написавший «Священную историю» (ἱερὸς λόγος), в которой он, на основании египетской традиции, доказывал, что Исида, Осирис и их предки были не богами, а обоготворенными древнейшими царями. [3] Впрочем, об этом Леонте нам почти ничего не известно. Зато нам хорошо известна «Египетская история» Гекатея Абдерского, последователя Демокрита, который был основным источником книги Евгемера.[4] Пересказ книги Гекатея дан в I книге «Библиотеки» Диодора; другие цитаты из него содержатся у Флавия Иосифа и христианских писателей. Ньютон сам указывает, что важнейшими его источниками, кроме Геродота и собраний греческих мифов, были Диодор, Иосиф и христианские писатели; не удивительно поэтому, что он находится всецело в плену у евгемеризма. Поэтому нам необходимо несколько подробнее остановиться на Гекатее Абдерском.

Его книга была в своё время последним криком моды, так как в это время был особенно большой спрос на исторические труды этнографического типа. Из ряда других подобных же псевдоисторических трудов, на которые ссылается Диодор (Динарх, Дионисий Скитобрахион, Филон из Библа), мы видим, что все эти труды изготовлены по одному шаблону, только имя бога каждый раз меняется: то это Дионис, то Аммон, то Осирис и т. д.[5] Особенную популярность эта новомодная литература имела среди эллинизированных евреев, так как она давала им лишний козырь для пропаганды своей религии и для борьбы против «язычества», а также и потому, что Гекатей был первым греческим историком, говорившим довольно подробно о евреях. Влияние Гекатея и вообще евгемеризма можно обнаружить уже в так называемой еврейской Сивилле, псевдоэпиграфическом собрании оракулов, составленном под еврейским влиянием, в трагедии «Исход», написанной в стиле Еврипида на греческом языке евреем Езекиелем, но больше всего в «Древностях» и сочинении против Апиона Флавия Иосифа.

Гекатей становится как раз на ту точку зрения, которую, как мы видели, отвергал Геродот: древнейшие земные цари Египта были, по его мнению, только одноимённы с небесными богами. Настоящими бессмертными небесными богами являются только спекулятивные боги философов — мужское и женское начало в природе, Осирис и Исида, и пять стихий — пневма, огонь, воздух, вода и земля. Все же прочие боги египетской религии были смертными, а стали богами только в евгемеристском смысле: «После этих пришли к власти земные боги, которые сначала были смертными, а затем за разум и за благодеяния для всего человеческого общества удостоились бессмертия; некоторые из них были царями в Египте». Так, Гефест стал богом за то, что изобрёл огонь; Зевс — это то же, что Аммон; Осирис II — то же, что Дионис, Исида II — Деметра. Осирис и Исида положили конец прежнему образу жизни, основанному на пожирании друг друга (ἀλληλοφαγία); Исида открыла зёрна пшеницы и ячменя. Они же изобрели справедливость и законы. Они построили города и научили людей строить храмы; в этих храмах люди должны были воздавать почести родителям Осириса и Исиды. Больший храм построен был в честь небесного Зевса, меньший в честь их отца, бывшего царя того же имени, которого некоторые называют также Аммоном. Осирис и Исида заставили также воздавать божеские почести изобретателям искусств и вообще всего полезного для жизни (Диодор, I, 13 — 15), особенно Гермесу, который изобрёл

членораздельную речь, письмо, музыку и оливу, изобретение которой греки неправильно приписывают Афине.

Далее (гл. 17 — 20) Диодор (resp. Гекатей) рассказывает подробно о походе Осириса (Геродоту об этом ещё ничего не было известно). Поход этот Осирис предпринял, стремясь заработать бессмертие; целью похода было просвещение человечества, но также и взимание дани (sic! I, 18). Он привёл в порядок дела в Египте, передал всё управление Исиде, приставив к ней в качестве советника Гермеса, начальником войска оставил Геракла; своими наместниками он назначил в приморских областях и Финикии — Бусириса, в Эфиопии и Ливии — Антея; сам же двинулся в путь с братом, которого греки называют Аполлоном. Он вывез с собой и труппу музыкантов (περιάγεσθαι — характерный глагол для сопровождающих влиятельных лиц актеров, маркитантов, проституток и т. д.), в числе которых было девять девушек, умеющих петь и наученных разным другим вещам; греки называют их музами. Капельмейстером этого хора был Аполлон. Обратим внимание на эту повторенную впоследствии Ньютоном крайнюю рационалистическую переработку мифа с неограниченным применением синкретизма греческих и египетских мифов; — это исторический роман, подчас производящий даже впечатление пародии; так, рассказ об Аполлоне и музах невольно напоминает пародическое стихотворение Гейне «Der Apollogott».

В то время как Осирис со своим отрядом подошёл к Нилу, Нил разлился, затопив значительную часть той области, губернатором которой был Прометей. Прометей чуть не покончил с горя самоубийством. Река Нил, вследствие бурного напора волн, была названа Орлом (Ἀετός); великодушный Геракл помог Прометею справиться с последствиями наводнения; отсюда миф об орле, терзавшем Прометея, и о Геракле, убившем орла. Ещё один характерный образчик рационалистического перетолкования! Другое сходное рационалистическое перетолкование мифа о Прометее даст впоследствии Ньютон.

Далее описывается маршрут похода Осириса: он покоряет побережье Красного моря и Аравию, идёт через Переднюю Азию в Индию и доходит до конца мира; на всём пути своего похода он ставит столбы (στῆλαι). Покорив всю Азию, он переходит через Геллеспонт и проходит во Фракию. Его сын Македон воцаряется в Македонии; Триптолема он оставляет в Аттике для организации здесь сельского хозяйства. Покорив весь мир, Осирис вернулся в Египет и по общему приговору получил бессмертие и равный с небесными богами почёт. Этот Осирис тождественен с Дионисом, и если греки рассказывают, будто Дионис родился в Греции, в Фивах, то это выдумка, имеющая целью прославить греческую древность. Осирис был убит своим братом Тифоном (I, 21). От Осириса до Александра Македонского прошло, по мнению одних, 10 тысяч лет, по мнению других, 23 тысячи (I, 23). Далее рассказывается о походах египтянина Геракла; он тоже обошёл весь мир, тоже ставил всюду столбы (I, 24). Уже в эпоху Осириса и Геракла были основаны египтянами во всех странах мира (I, 28) колонии. Так, египетский полководец Бэл основал Вавилон, халдеи — египетские переселенцы, и они принесли в Вавилон астрономию (I, 28, 81); это — явная полемика с Геродотом, который, как мы видели, считал, что астрономии египтяне научились у вавилонян. В эту же эпоху выведены колонии в Колхиду и Иудею; колхи и евреи — египетские колонисты, так как они, подобно египтянам, совершают обрезание. Афиняне — также колонисты из египетского Саиса; отец афинского царя Менесфея был египтянином (гл. 28). Египтянином же был и афинский царь Эрехфей: когда во всём мире, кроме Египта, случилась засуха и неурожай, Эрехфею в виду его родственных отношений с египтянами удалось получить большое количество хлеба для Афин; за это облагодетельствованные им сограждане сделали его своим царем-благодетелем (εὐεργέτην).

Это очень любопытный анахронизм, тем более что он заинтересовал Ньютона,

который повторяет слова Диодора дословно: в V и последующих веках афиняне действительно нередко получали большие партии хлеба из Египта, а люди, снабжавшие Афины хлебом, получали титул «благодетеля» (εὐεργέτης). Это положение вещей перенесено в эпоху Осириса. Обратим попутно внимание на то, что Осирис здесь, как уже у Геродота, отожествлен с Дионисом; более того, здесь взяты отдельные черты из египетского мифа об Осирисе и из греческого о Дионисе и слиты в одно целое (например, Фракия взята из греческого мифа). Отожествление Осириса с Дионисом к этому времени стало общим местом в греческой науке (см., например, трактат Плутарха «Об Осирисе и Исиде»). На это обратил внимание уже Ньютон (стр. 143, II, 3 по изд. Horsley 1785 г.).

Затем Диодор переходит к смертным царям Египта. На его рассказе мы останавливаться не будем, так как в этом случае Ньютон следует не Диодору, а Геродоту. Перейдем прямо к гл. 55, где рассказывается о походе Сесостриса, которого Диодор называет Сесоосисом (и здесь Ньютон сохраняет имя, данное Геродотом). Сесоосис — величайший из царей Египта; он покорил Эфиопию, затем побережье Красного моря, *дошел до Индии* и покорил всю Азию до Океана, т. е. до пределов мира. Отметим попутно, что Геродот ещё ничего не говорил о покорении Сесострисом Индии; здесь несомненно влияние походов Александра. В этом случае Ньютон следует не за Геродотом, а за Гекатеем-Диодором; почему — увидим ниже. Затем Сесоосис покоряет скифов и доходит до Колхиды, *здесь он оставляет колонистов-колхов, которые, как и евреи в Палестине, совершают подобно египтянам обрезание*. Очевидно, либо Гекатей забыл, что эти колонии были выведены уже в эпоху Осириса, и рассказывает о том же вторично, говоря уже о времени Сесоосиса, либо это место вставлено самим Диодором из Геродота. Покорив всю Азию и большую часть Кикладских островов, Сесоосис перешел в Европу и прошел через всю Фракию; дальше он не мог двигаться, так как у него нехватило припасов.

Этими извлечениями из Диодора мы ограничимся. Во всём прочем Ньютон, как мы уже сказали, руководится схемой Геродота. Только рассказ Манефона о захвате Египта нечистыми он включает в свою схему, несмотря на отсутствие его у Геродота; так как соответствующее место Диодора в его «Библиотеке» утрачено, Ньютон заимствует этот рассказ из ссылки на Диодора у патриарха Фотия (см. Ньютон, стр. 54, I, 20; стр. 151 — 152, II, 9), а также из Иосифа Флавия и христианских писателей.

Как мы убедились, для рассказа Гекатея характерны две черты: чрезвычайно далеко идущий рационализм и преклонение перед Египтом и его культурой. Всё египетское истинно, безупречно и достойно подражания. То уважение, с которым ионийские историки VI — V вв. относились к древней культуре Египта, здесь выродилось в слепое восхищение всем египетским вообще, в настоящую египтоманию, «панегиптизм». Всё, что имеют греки, начиная от государственных учреждений и науки и кончая членораздельной речью, заимствовано ими у египтян; и греческие поэты, начиная от Орфея и Гомера, и греческие учёные вплоть до Евдокса ходили учиться в Египет. Всё это Гекатей якобы почерпал из египетских священных книг. В результате всего этого он приходит (I, 96) к выводу: «Всё то, чем прославлены афиняне среди эллинов, перенесено ими из Египта».[6]

Мы уже указали выше, насколько выгодна была для еврейской пропаганды теория, выставленная Гекатеем и Евгемером. Книги еврейского историка Флавия Иосифа «Против Апиона о древности еврейского народа» и «Древности иудейские» были, как мы видим из ссылок Ньютона, одним из главных его источников. Поэтому необходимо остановиться на цели и содержании первого из этих произведений.

Иосиф начинает с утверждения, что евреи — древнейший в мире народ. Как видно из Библии, евреи существуют уже 5000 лет; те, кто отрицает это,

либо невежды, либо завистники (гл. I). Возмутительно, что доверяют только эллинским писателям, а сообщениям евреев и других народов Востока не доверяют. У греков всё — недавнее и свеженеспеченное.[7] Сама историография их очень молода. Греки сами соглашаются, что их мудрость заимствована ими у египтян, халдеев и финикиян; что эти народы сохранили память о более древних временах, чем греки. Даже письменность греки усвоили в очень позднее время от финикиян. Например, от времени Троянской войны не дошло ни одного памятника. Если бы греки уже тогда имели письменность, то не могло бы существовать столько разногласий по поводу этой войны. Историки появились в Греции незадолго до Персидских войн, а греческие философы Ферекид, Пифагор и Фалес, по единогласному мнению самих греков, были учениками халдеев и египтян (гл. 2). Поэтому нельзя не удивляться претензии греков на знание того, что было в древнейшие времена. Действительно, ознакомление с греческой исторической наукой убеждает, что греки ничего точно не знают, а говорят то, что каждому кажется наиболее правильным. Они, не задумываясь, противоречат друг другу, спорят друг с другом, обвиняют друг друга в ошибках; так, все эти учёные обвиняют в ошибках Геродота. Спорят даже о столь недавних событиях, как Греко-персидские войны; обвиняют в ошибках даже Фукидида, который считается у них самым точным из историков (гл. 3). Причина этого в том, что историография здесь — частное дело, не регулируемое государством, главным же доказательством исторической достоверности служит то, что все пишут об одном и том же одно и то же (гл. 4).

Этот выпад чрезвычайно любопытен. Автор, живущий в среде, где вся история канонизована, стандартизована и освящена авторитетом религии, где все обязаны верить каждому слову священного писания, как бы нелепо оно ни было, с высокомерным самодовольством и полным непониманием относится к науке, основанной на свободном, критическом исследовании, где по каждому вопросу допускаются и существуют самые различные взгляды. Эта точка зрения на непререкаемость священного писания во всех решительно мелочах пройдёт красной нитью через всю христианскую историографию и останется той основой, на которой будет строить свою историческую систему Ньютон.

Цель работы Иосифа — собрать все высказывания греческих и восточных народов о евреях и тем доказать древность и большую историческую роль этого народа. К сожалению, таких свидетельств немного, и почти все они не древнее эллинистического времени; Иосифу приходится цепляться за каждое указание, даже враждебное евреям. Именно благодаря этой тенденции Иосиф и сохранил нам отрывок из Манефона о нашествии пастухов-гиксосов на Египет: александрийские антисемиты сблизили этот рассказ с библейским рассказом о пребывании евреев в Египте, отождествив таким образом евреев с проклятыми безбожниками гиксосами. Для нашей цели в этом рассказе важно лишь следующее: азиаты вторгаются в Египет из Азии, покоряют Египет и водворяются в Нижнем Египте, в долине Нила, где строят город Аварис. Они подвергают Египет всяческим насилиям, пока, наконец, фараону Верхнего Египта Амасису не удаётся их изгнать. Они бегут в Азию, захватывают Иудею и основывают Иерусалим. Иосиф не возражает против отождествления гиксосов с евреями, но даёт всему рассказу другое, благоприятное для пришельцев освещение, руководясь рассказом Библии.

Для нашей цели интересно одно место из I главы этого сочинения. Стремясь доказать, что вся греческая культура заимствована, и в довольно позднее время, из Египта, Иосиф (или его источник) отождествляет Даная греческой мифологии с фараоном Армаисом, а его брата Египта — с Сетосисом. По этому мифу Данай с пятьюдесятью дочерьми бежал из Египта в Аргос, так

как его брат Египет требовал, чтобы пятьдесят дочерей Даная вышли замуж за пятьдесят сыновей Египта (по мнению этнологов, это — этиологический миф, имеющий целью объяснить исчезновение института группового брака punalua. Фараоны конца XVIII в. Армаис и Сетосис выбраны для отожествления с Данаем и Египтом потому, что они царствовали примерно в XVIII в., когда, по расчётам греков, Данай пришел в Грецию и воцарился в Аргосе). По имени Даная греки и носят название «данайцев», как их часто называет Гомер.[8]

Из другого сочинения Иосифа, из «Древностей иудейских», для нас интересно только одно место (VIII, 10, 2). При сыне Соломона Ровоаме Иудея была покорена египетским фараоном 22-й бубастской династии Шешонком или, как его называли евреи, Сесаком или Сусаком. Это было уже в эпоху глубокого упадка Египта, и фараоны этой династии никак не могли в каком-либо отношении равняться с великими фараонами старого времени Яхмосом, Тутмосом или Рамсесом. Покорение маленькой Иудеи, конечно, было победой не мирового, а местного значения. Но на евреев колоссальная и импозантная армия египтян, конечно, не могла не произвести потрясающего впечатления. Покорение Палестины им не могло не представиться величайшим фактом мировой истории, а сам Шешонк (по принципу «сильнее кошки зверя нет») величайшим завоевателем. Вот почему, когда Иосиф прочитал у Геродота о великих завоеваниях Сесостриса, он не мог не вспомнить о Сесаке, единственном великом завоевателе-фараоне, упомянутом в Библии. Ему не могла не притти в голову мысль, что Сесострис это и есть Сесак, тем более что и имена очень схожи. В доказательство этого отожествления Иосиф приводит следующее соображение: Геродот говорит, что в тех странах, которые сдавались Сесострису без боя (ἀμαχητί), он ставил столб с изображением женских половых органов. Такой столб, говорит Геродот, был поставлен и в Сирии, причём в этой завоеванной Египтом области было введено обрезание. Из всех жителей Сирии обрезание совершают только евреи; Библия сообщает, что Ровоам действительно сдался Сесаку без боя. Следовательно, и у Геродота как раз речь идет о походе Сесака на Иудею; он только спутал имя фараона. «Геродот ошибочно приписал Сесострису дела Сусака... Геродот ошибся только в имени».[9]

Догматическая точка зрения осталась обязательной и для христианской апологетики. Ньютон хорошо знал эту литературу, хотя и не находит нужным останавливаться подробно на ней, так как выдвинутые ею установки остались общепринятыми и в его эпоху. Он ссылается на целый ряд христианских писателей: на Августина, Арнобия, Киприана, Климента Александрийского, Евсевия, Исидора, Макробия, Орозия, Татиана, Тертуллиана. Эти произведения в значительной мере направлены против эллинской «языческой» мудрости, прежде всего религии, а также и мифологии и отчасти истории. Значительная часть этих сочинений носит название «Contra gentes», «Adversus paganos», «De idololatria».

Наиболее важное из них — часто цитируемая Ньютоном хроника Евсевия, давшего на основании Манефона и греческих историков связную хронологию библейской, древневосточной и греческой истории. Его целью было привести в гармонию библейскую и «языческую» хронологии; но, к нашему счастью, он в принципе только механически соединял ту и другую хронологии, где это только возможно было, не противореча прямо библейским свидетельствам. Вот почему хроника Евсевия, за утратой многих более древних источников (например, Манефона) остаётся весьма важным хронологическим источником до наших дней. Что касается остальных христианских писателей, то нет нужды останавливаться на каждом из них; это серое однообразное бездарное чтиво, с одними и теми же общими установками:

1. Всё, что сказано в Библии, включая и мелочи,—святая непререкаемая

истина. Из языческой мудрости можно сохранить только то, что не противоречит Библии и Евангелию; всё остальное — от лукавого.

2. Первоначально все люди инстинктивно чтили единого истинного бога и руководились его заветами, вложенными в душу от рождения. По наущению дьявола, человек впадает в языческую мерзость и начинает поклоняться идолам. Эти языческие боги — либо черти, злые губительные духи, враги рода человеческого, которых надо искоренять, либо праздное измышление.

Не удивительно, что Евгемер и евгемеризм вообще были весьма на руку христианским писателям: ведь он на основании подлинного документа — стэлы, поставленной Зевсом в Панхае, доказал, что Зевс был только царем, добившимся божеских почестей. Правда, уже в древности поняли, что сочинение Евгемера — только литературная фикция, политический роман; но это прошло мимо ушей христианских писателей, которые уже не были в состоянии разобраться в таких тонкостях, тем более что и Диодор (VI, 1, 9) принимал рассказ Евгемера за историческую истину. Если древние справедливо обвиняли Евгемера в безбожии, то это с точки зрения христианских писателей было лучшим комплиментом для него — ведь он отрицал существование «языческих» богов, сиречь дьяволов. Христианские писатели награждают Евгемера почетным названием ἱστορικός [10] и широко применяют в своей аргументации сообщенные им «факты». Так Лактанций (de ira, 9, inst. I, 2), переписывая из Цицерона список безбожников (ἄθεοι), вычеркивает из него без всяких оговорок Евгемера, а Климент Александрийский (Protrepticus, II, 24), характеризует Евгемера как «человека добродетельной жизни» (σωφρόνως βεβιωκώς) и видит в нём предшественника «истинного знания». [11]

Таковы были предпосылки науки о древней истории в XVII и XVIII вв.

II

XVII и XVIII века характеризуются появлением целого ряда трудов по древней мифологии, хронологии и истории. Мы уже говорили выше о тех причинах, которые делают эти труды устаревшими и ненужными для научной работы в наше время. Но если из этих работ можно почерпнуть лишь очень немного для изучения древности, то они очень важны как подготовительная стадия для того переворота, который был произведен в науке в начале XIX в.

Античная мифология и история в эту эпоху рассматривались почти исключительно как вспомогательная богословская дисциплина, нужная для того, чтобы лучше понять свидетельства Библии и Евангелия. Уже в это время, главным образом, на континенте, были люди, которые относились скептически к библейским и евангельским чудесам, так называемые деисты; против них направлены полемические стрелы ряда писателей того времени, в том числе и Ньютона. Но в основном авторитет священного писания ещё не подвергался никакому сомнению; вопрос шёл только о его истолковании, а здесь спор шёл по линии борьбы *католичества с протестантизмом*. С ортодоксально католической точки зрения ветхий завет для христианина — вещь второстепенная, устаревшая с появлением нового завета. Постановления соборов и папские буллы — это главный источник истины; Библия есть непререкаемый источник лишь постольку, поскольку он не противоречит «Новому завету». Наоборот, лозунгом протестантов было: «Назад к Библии!»; изучение библии, этой данной богом Моисею книги, — основное богоугодное дело христианина. Только слова иудейских пророков и христианских апостолов представляют собой божественные откровения; постановления соборов и пап исходят от таких же людей, как все другие люди, и с ними надо считаться лишь постольку, поскольку они правильно толкуют божественные откровения. Радикальное протестантство этого времени было весьма близко к еврей-

скому правоверию, к правоверию фарисеев. Библия богооткровенна, и, значит, в ней каждое слово истинно: это — аксиома, не нуждающаяся в доказательстве. Библия была таким образом превращена в пробный камень, при помощи которого производилась оценка всех сообщений древневосточной и раннегреческой истории.

К сожалению, по условиям военного времени я лишён возможности даже просмотреть эту литературу и дать здесь ее автентичную характеристику; я вынужден в основном довольствоваться сведениями, приводимыми в книгах Авг. Бека, основоположника и патриарха науки XIX в., и в новой работе П. Азара. [12]

События из мифологической истории Греции во всех этих книгах излагаются, как исторические факты, — авторы довольствуются лишь небольшими рационалистическими исправлениями. Евгемеризм был впервые широко применён при толковании античных мифов Леклерком (Jean Leclerc = Joannes Clericus) в его работе по методологии филологической науки уже в 1696 г. [13] и оставался в моде, главным образом, во Франции вплоть до середины XVIII в. Курс мифологии, написанный в 1739 — 1740 гг. Банье [14] и бывший в то время настольной книгой по этому вопросу, всецело стоит на той точке зрения, что мифы — это своеобразно искажённая история.

Другой характерной чертой всей этой литературы было стремление, выделив из всех «языческих» религий поздние добавления и искажения, обнаружить в них подлинное монотеистическое ядро. Эта теория вполне совпадала с библейским рассказом, по которому до Ноя всё человечество составляло единую семью, говорившую на одном и том же языке и усвоившую себе путём божественного внушения общечеловеческие принципы и заповеди еврейской религии. Многобожие же было, по мнению этих учёных, поздним видоизменением монотеистической религии, дьявольским наваждением. [15] Характерно, что и сам знаменитый Авг. Бек, с презрением отметающий эту ненаучную теорию, в сущности очень недалеко от неё ушёл. Вся разница между ним и его предшественниками в сущности лишь в том, что он считает первичный монотеизм характерным лишь для индоевропейских, арийских народов, а остальные народы оставляет погрязать в идолопоклонничестве с самого их появления на свет: богоизбранничество евреев здесь заменено богоизбранничеством «арийцев». [16]

Третьей характерной чертой этой литературы была попытка обосновать ряд положений лингвистическими спекуляциями, прежде всего толкованием собственных имён. При этом материал брался, главным образом, из малоизвестных языков, благодаря чему возможны были самые смелые сопоставления и комбинации. Больше всего злоупотреблял этим приёмом Бохарт — один из главных авторитетов для Ньютона, Ньютон цитирует его шесть раз. [17]

Наконец, наиболее характерной чертой для разбираемой нами литературы был повышенный интерес к хронологии. Этот интерес также объяснялся, главным образом, богословскими соображениями: было очень трудно увязать сообщения Библии с античной хронологией; выходило, что египтяне и вавилоняне много древнее евреев и что библейская датировка сотворения мира, разделения языков и потопа противоречит действительности. Необходимо было найти противоречия и ошибки в датировке, принятой у античных писателей — у Геродота, Манефона, Беросса, Диодора,— и доказать, что евреи действительно самый древний народ в мире; для этого надо было по возможности сократить древневосточную, прежде всего египетскую, хронологию. Ньютон цитирует целый ряд хронологических трудов: Маршэма, [18] Петавия, [19] Скалигера, [20] Вазея. [21] Кроме этих существовал ещё целый ряд хронологических трудов, которые были очень популярны во время Ньютона и которые, как указывает его комментатор Горслей, были частично привлечены им, хотя он и не находил нужным на них ссылаться; таковы работы Конрингия, [22]

Додуэлля,[23] Гэля,[24] Джэксона,[25] Перизония,[26] Торнелия, Ушера.[27] Все эти работы основаны на предпосылке о непререкаемости библейской хронологии. Даже Перизоний, который в области древнейшей римской истории произвёл настоящую революцию,[28] подвергнув критическому разбору и отвергнув ряд мифологических рассказов о древнейшей истории Рима,[29] в своей книге о Египте и Вавилонии в общем идёт теми же путями, что и его современники. Необходимость сокращения египетской хронологии диктовалась такими соображениями. Фараоны до саисского времени были распределены у Манефона (как это было известно из Евсевия) на 25 династий; для каждой династии было указано число фараонов и число лет правления. Даже если откинуть фараонов-богов, получалось, что первые смертные фараоны правили много раньше, чем был, согласно Библии, создан мир. Чтобы выйти из этого затруднения, прибегали к различным способам. Одни, например Дж. Маршэм, утверждали, что многие из этих династий правили не одна за другой, а одновременно, в разных частях Египта; таким путём достигалось большое сокращение. Другим путём, применённым уже в древности, было отожествление разных фараонов и выбрасывание промежуточных фараонов, как выдуманных из национального тщеславия с целью удлинить хронологию. Мы видели, что уже Иосиф отожествил Сесостриса с Шешонком; из учёных XVII в. по этому пути пошли Конрингий, Торнелий и тот же Маршэм в уже указанных выше трудах. Ньютон на стр. 55 (I, 20) для придания большего веса своим выкладкам ссылается на Маршэма как на своего предшественника «Our great chronologer, sir John Marsham, was also of opinion that Sesostris was Sesac». Маршэм был первоклассной знаменитостью в его время; потомство оценило Маршэма иначе, и его имени даже нет в «Британской энциклопедии».

Прежде чем перейти непосредственно к Ньютону, скажем ещё о попытках обосновать библейскую хронологию *астрономическими соображениями*. Здесь Ньютон также не был пионером: уже иезуит Петавий в его указанной выше книге «De doctrina temporum», трижды цитированной Ньютоном, относил, на основании астрономических соображений, поход аргонавтов к 37-му году после смерти царя Соломона; другой труд того же автора, вышедший в 1633 г., «Rationarium temporum» имеет яркую иезуитскую окраску, обнаруживая истинные цели научной работы Петавия.

Любопытно, что попыток написать связную историю древности с точки зрения этих установок сделано не было. Мне известен по названию только один такой труд — это книга Стэньэна,[30] оставшаяся для меня, к сожалению, недоступной.

Из сказанного, конечно, не следует, что во времена Ньютона в Англии вовсе не было людей, начисто отрицавших всё чудесное и сверхъестественное как в греческой и египетской мифологии, так и в Библии и Евангелии. Мы уже говорили о французских деистах. На такой же точке зрения стояли и в Англии некоторые люди, например, автор памфлета, выпущенного в 1695 г. в Лондоне под псевдонимом «магистр искусств L. P.». Здесь автор указывает на целый ряд ошибок, нелепостей и противоречий в книге Бытия (например, Каин говорит: «Меня может убить всякий, кто меня встретит», — значит, тогда существовали уже какие-то люди, а между тем, по Библии, существовали только Адам и его сыновья) и приходит к выводу: «История персов, мидян и ассириян — это нагромождение нелепостей; такова же и Библия». Ее надо относить... «к восточным сказкам».[30a] Одной из основных задач книги Ньютона и была борьба с этими неверующими: путём устранения противоречий в древней истории и нового толкования отдельных мест Ньютон (как и Локк) хотел спасти веру в божественное откровение и библейские чудеса, в непререкаемость Библии в целом.[31] Однако в исторической литературе того времени атеисты и деисты не оставили и по цензурным условиям

не могли оставить сколько-нибудь значительного следа. Интересно отметить, что церковь считала религиозных реформаторов гораздо более вредными, чем прямых атеистов.[32] Галлею, несмотря на его открытый атеизм, в конце концов дали кафедру в Оксфорде, не потребовав от него отречения от заблуждений. Наоборот, когда горячий поклонник системы Ньютона, математик Уистон (Whiston) открыто и публично выступил с пропагандой возвращения к первобытному христианству и с отрицанием догмата триединства божества, он был изгнан из Кэмбриджского университета как «неисправимый еретик». *Характерно, что этот протест против «новшеств» христианской церкви у Уистона (как и у Ньютона) шёл рука об руку с слепой верой в непререкаемость Библии.* Уистон выпустил книгу под заголовком: «Новая теория земли, от её начала до конечного уничтожения всех вещей, в коей доказывается, что сотворение мира в шесть дней, всемирный потоп и всемирный пожар (в конце мира), как всё это изложено в священном писании, вполне согласуется с разумом и философией».[33]

III

Ньютон, как и Уистон, был теснейшим образом связан с учёными этого протестантского направления; он был одним из их среды.[34] В детстве Ньютон воспитывался в религиозной атмосфере; когда он вырос, он решил посвятить себя священнической деятельности.[35] И впоследствии, когда он писал свои «Principia» и «Оптику», он вовсе не имел в виду доказать, что в мире господствует механическая закономерность: наоборот, он хотел раскрыть природу бога и показать, как мудро устроил бог мир, сделав излишним свое непрерывное вмешательство в ход вещей.[36] Ньютон не только не думал отрицать возможность чудес и пророчеств, но считал, что на первой стадии мировой истории бог постоянно должен был прибегать к чудесам и приостанавливать действие законов природы, чтобы демонстрировать людям свое всемогущество, тогда как в наше время это излишне. Итак, «Principia» и «Оптику» Ньютон посвятил изучению законов, на основании которых бог управлял уже готовым миром. Хронологический же его труд должен был показать, как создавалось человеческое общество в ту эпоху, когда бог ещё приходил в тесное соприкосновение с людьми, открываясь им в чудесах и пророчествах: отдельных людей он одарял чудесной силой, при помощи которой эти люди могли изменять движение светил и приостанавливать действие естественных законов. Эта сила была отнята у людей, после того как откровение было дано людям полностью через смерть и воскресение помазанника божия.[37] Итак, люди, действительно, когда-то обладали даром пророчества; когда-то в мире, действительно, происходили чудеса, нарушавшие естественные законы. Поэтому ничто не препятствует тому, чтобы в Библии всё с начала до конца было истиной. Подобно тому, как в основу своих «Principia» Ньютон кладёт как аксиому закон инерции, так в его историческом труде такой же исходной аксиомой является непререкаемость Библии. Задача историка состоит в том, чтобы привести всю гражданскую историю в согласие с историей священной.[38]

Но признавать непререкаемость Библии ещё не значит признавать непререкаемость дошедшего до нас текста Библии. Священен лишь текст, написанный в ту эпоху, когда бог ещё открывался непосредственно людям; изменения, внесённые в этот текст в более позднюю эпоху, от кого бы они ни исходили, есть лишь человеческие изменения, а не божие откровения. Поэтому задача серьёзного историка и верующего христианина — одна и та же: восстановить Библию в том виде, какой она имела в ту эпоху, когда она была дана людям как откровение.

Любя человечество, бог не стал бы открываться людям в туманных, запутанных и спорных выражениях: слово божие может поражать нас своей

чудесностью и сверхъестественностью, но оно не может не быть ясным. Эту мысль Спинозы проповедует и Ньютон. То, что не ясно, запутано, что не может быть понято разумом, то не от бога. Так, по поводу стиха 7 «Послания апостола Иоанна», который Ньютон справедливо считает подложным (см. ниже, стр. 288), он говорит: «Пусть тот, кому это по силам, найдёт здесь логический смысл. Я этого сделать не умею. Говорят, что наш собственный разум не в состоянии определить, что есть священное писание, а что не является им. *Что касается мест, не вызывающих никаких споров, я согласен с этим;* но в спорных местах я предпочел бы ограничиться тем, что я могу уразуметь. Для взбалмошной и суеверной части человечества характерна как раз страсть ко всему таинственному и непонятному, и поэтому этим людям нравится больше всего то, что они меньше всего понимают». [39] Всё это — те принципы, которые легли в основу протестантского движения, те принципы, с которыми ожесточённо боролась католическая церковь. Не удивительно, что Ньютон теряет спокойствие и уравновешенность учёного, когда говорит о католической церкви: он пылает негодованием и возмущением. Цель разбираемой здесь его работы поэтому не только борьба со скептиками, которые в его время начали уже сомневаться в чудесах и пророчествах Библии, но и замена авторитета римской церкви авторитетом *подлинного текста Библии.*[40]

Если Ньютон однажды сказал, что историей он занимается в часы отдыха от работ по математике и физике, то этих его слов, как давно уже указали исследователи, нельзя принимать всерьёз. Своей хронологией он начал заниматься много ранее 1690 г., когда его труд был в основном готов, [41] и занимался им до самой своей смерти. Прежде чем приступить к этому труду, Ньютон проделал огромную предварительную работу. Достаточно просмотреть цитаты, ссылки и полемику, содержащуюся в его труде, чтобы убедиться, что он был глубоко начитан и в Библии, и в христианской литературе и в античных авторах; каталог его библиотеки содержит большое количество книг классических и богословских. «Можно не сомневаться, замечает Мор, [42] что он приобретал эти книги для того, чтобы изучать их: на него не походило, чтобы он стал тратить деньги на книги только для показа». В течение всей своей жизни Ньютон непрерывно читал книги по истории и филологии и постоянно делал себе заметки и выписки: он оставил множество листов бумаги с материалами по этому вопросу.[43] И тем не менее, он всё время считал, что его труд ещё не готов, что это только предварительный набросок. Только краткий эксцерпт своей работы. «Краткую хронику первых событий в Европе, о которых сохранились воспоминания, до завоевания Персии Александром Великим»[44] он по просьбе принцессы Уэльской дал в пользование Конти, благодаря нескромности которого это произведение с примечаниями и полемическими замечаниями Фрэрэ (Freret) было опубликовано во французском переводе. [45] Ньютон, возмущённый этим, опубликовал в том же году резкий полемический ответ на замечания Фрэрэ, [46] а сам продолжал неустанно работать над своей «Хронологией». Перед самой смертью, имея 81 год от роду, он три года, не отрываясь, сидел и неустанно переделывал свою «Хронологию», пока не придал ей исправный, по его мнению, вид; однако она увидела свет только после его смерти. [47]

Как мы говорили уже, Ньютон с энтузиазмом примкнул к протестантскому движению. Борьба с римской церковью — одна из основных целей его работы: «хронологические и богословские произведения Ньютона были одной из главных движущих сил в остром конфликте между протестантизмом и романизмом (католицизмом) в Англии». [48] Он стремится показать, что власть, доставшаяся в удел римской церкви, не дана ей богом, а узурпирована ею. Мы говорили уже, что эпоха чудес и пророчеств окончилась, по мнению Ньютона, с нисхождением на землю Христа. Поэтому постановления соборов и папские

буллы имеют для верующего человека не большее значение, чем постановления всяких иных земных властей. «Слово императоров, королей и князей — от людей. Слово соборов, епископов и священников — от людей. Слово пророков — от бога, и в нем заключена вся религия, причём Моисея и апостолов. я тоже считаю пророками. *Но если ангел придёт с неба, чтобы проповедывать какое-либо иное Евангелие, чем то, что нам дали пророки, то пусть он будет проклят*».

Показательно, что в четвёртом звере пророчества Даниила Ньютон видит Римскую империю, а в малом роге этого четвёртого зверя предсказание о римской церкви.[49]

Все ужасы, которые рассказаны об этом «малом роге» в пророчестве Даниила, Ньютон относит к римской церкви и для этой цели даёт подробный обзор ранней истории церкви и её отношений со светской властью, причём проявляет поразительную эрудицию в этих вопросах. Но основная его задача — показать, что уже Даниилом было предсказано крушение папской власти и грядущее господство святых на земле. [50] В самом начале трактата «О двух замечательных искажениях текста священного писания» [51] мы читаем такие замечательные слова о практиковавшихся римской церковью с благочестивой целью подделках текста Библии: «Для вас, хорошо знающего те многочисленные злоупотребления, которые применяли господа из римской церкви, вряд ли будет лишним убедиться ещё на одном примере в том, что общеизвестно... Если мы выступаем с протестом против благочестивой лжи (pia fraus) Римской церкви и считаем своим религиозным долгом презирать и отвергать все подобные приёмы, то мы должны признать, что попустительство таким приемам *с нашей стороны* является ещё бо́льшим преступлением, чем *со стороны папистов*, которых мы так ругаем за это; поступая так, они действуют *согласно* своим религиозным взглядам, а мы — вопреки *нашим* взглядам». [52] Не удивительно поэтому, что Ньютон уделяет много внимания истории Никейского собора, постановления которого имели первенствующее значение для формирования католической религии. Он показывает, что постановления этого собора были приняты под давлением императора и благодаря коварным махинациям Афанасия; поэтому авторитет его у католиков совершенно незаслуженный. [53]

Ньютон не только принадлежал к протестантской оппозиции против католической опасности: он принадлежал к крайнему, радикальному крылу этой оппозиции. Мор окончательно и с несомненностью показал, [54] что Ньютон был близок к так называемой арианской ереси, он был *унитаристом*, отрицая основной христианский *догмат триединства божества*. Таким образом, он был единомышленником Уистона (выше, стр. 284); но в то время как Уистон открыто проповедывал свои взгляды, желая принять мученическую кончину, Ньютон искусно вуалировал их, делая упор на научную, филологическую сторону вопроса. Он делал это отчасти из отвращения к полемике и к научным спорам, отчасти же просто из боязни, не желая подвергнуться участи Уистона, тем более что по закону за упорствование в унитаризме грозило ещё более строгое наказание — тюремное заключение. [55]

Отрицание триединства божества Ньютон обосновывал филологическими и логическими соображениями:

1) Он доказывал в уже цитированной статье «О двух замечательных искажениях текста Писания», что стих 7 «Послания апостола Иоанна» — поздняя подделка — факт, ставший теперь прочным достоянием науки (см. ниже, стр. 288), что в стих 16 «Послания Тимофея» внесено сторонниками триединства божества небольшое изменение в одном слове (в этой аргументации Ньютон имел предшественником Симона: см. ниже, там же). А эти места являются единственными в «Евангелии», содержащими догмат триединства.[56]

2) В неопубликованной до сих пор, но известной мне по цитатам в книге Мора рукописи Ньютона приводятся и *логические* возражения против триединства: «Сын назван «словом», значит он не бог, а только как бы рупор бога, через который бог обращается со своим словом к людям; так как Иисус был зачат богом, то он не мог существовать до зачатия, а следовательно, не извечен, подобно богу; так как сказано, что отец превыше сына; так как сказано, что сын не знал своего последнего часа; так как сын получил всё от отца; так как сын мог быть облечён в бренную плоть». [57]

На основании всех этих соображений Ньютон приходит к выводу, что Иисус — один из пророков божьих, пророк, наиболее любимый богом и обладающий наибольшей духовной силой и наибольшим пророческим даром. В той же неопубликованной рукописи Ньютон писал: «Иисус Христос — это пророк; единственный из пророков, которому бог открылся сразу и который поэтому и называется Словом Бога... Поэтому он *в смысле, употребляемом в писании,* [58] называл себя богом, не совершая этим богохульства; тем более он имел право называть себя сыном божиим». [59]

Существование святого духа как особой отделённой от бога ипостаси Ньютон отрицал совершенно, а в Иисусе видел только одного из пророков. В связи с этим Ньютон категорически отрицал, что в книге Даниила содержится предсказание пришествия Христа. [60]

Издание полного собрания сочинений Ньютона было поручено епископу Горслею, который и выпустил Opera omnia в 1785 г. (по этому изданию мы и цитируем Ньютона), с обширными подстрочными примечаниями. Горслей не мог не включить сочинения «О двух искажениях текста Писания», так как оно уже получило широкое распространение в рукописном виде. Но в комментарии он пишет с возмущением: «Содержащуюся здесь инсинуацию, будто учение о триединстве не вытекает непосредственно из слов, предписанных обрядом крещения, мы не ожидали бы найти у писателя, который не был социнианцем» (социнианцы — унитаристская ересь, считавшаяся ещё более вредной, чем арианство). Что же касается других рукописей Ньютона, где учение унитаристов аргументировано ещё более открыто, то Горслей вовсе не нашёл нужным включить их в полное собрание сочинений Ньютона; они впервые опубликованы в выдержках Мором. [61] Как указывает Мор (стр. 641—642) еще в середине XIX в. церковь (в лице епископа салисберийского) позволяла себе вмешиваться в вопросы издания биографии Ньютона, препятствуя опубликованию фактов, доказывающих, что Ньютон не принимал догмата триединства. [62]

Вследствие отрицания основных догматов христианской веры точка зрения Ньютона (как и многих других протестантов) оказывается более близкой к точке зрения еврейских раввинов, чем католических богословов, почему не удивительно, что для него по существу основной священной книгой было не Евангелие, а Библия. Вот почему реабилитация Библии, доказательство её непогрешимости стало для Ньютона основной задачей. Вот почему он неустанно трудился всю вторую половину своей жизни над трудом по древней хронологии. «Из случайных упоминаний о не-еврейских государствах, вкрапленных в еврейскую историю, из тщательного изучения классических авторов и туманных астрономических указаний древних Ньютон нашёл возможность, проверяя их путём перекрестного опроса, построить связную хронологию других великих государств, и эта хронология была, по его мнению, вполне точной». [63]

Ньютон умирал в твёрдой уверенности, что и в области древней хронологии он достиг таких же точных и обоснованных результатов, как в механике. На чём основывается эта уверенность и в чем причина его ошибок, мы скажем в конце следующей главы, а сейчас остановимся еще на *критике античных текстов* у Ньютона.

Мы видели уже, что словом божиим Ньютон считал священное писание лишь в том виде, в каком оно было изречено богом. Он знал, что в это слово божие впоследствии людьми, не бывшими пророками божиими, были внесены, иногда недобросовестно, изменения. *Поэтому критика текста писания была для него*, как мы уже говорили, *вопросом не только научной, но и религиозной совести.*

В этом случае Ньютон был прямым продолжателем первых критиков библейского текста, знаменитых вольнодумцев Спинозы и Р. Симона. Спиноза в своем Tractatus theologico-politicus ставил критике библейских книг как раз те же задачи, которые филологи тогда ставили критике текста «языческих» авторов; кроме того, он требовал, чтобы были выяснены условия творчества автора каждой библейской книги и политическая роль его,— по какому случаю и для кого он ее писал и как отдельные книги были собраны в единый корпус. Это, впрочем, были лишь добрые пожелания; осуществил их правоверный католик Р. Симон (1638—1712). На основании детального филологического изучения он пришел к выводу, что Моисей был автором только законов и заповедей; всё остальное — оформление, добавления, сокращения и т. д. — дело рук ряда поколений учёных-пророков. В течение долгого времени листы рукописей библейских книг перепутались, при переписке вкрались ошибки и нелепости, различия в языке и стиле, повторения, противоречия, неудачные попытки согласования и т. д. Впрочем, речь идет *только о мелочах: все эти учёные-пророки писали, как и Моисей, под непосредственным наитием духа божия; поэтому Библия в целом содержит лишь святую истину.* Симону пришлось сжечь все свои рукописи; его книга еще до выхода была осуждена и внесена церковью в Index librorum prohibitorum. В 1678 г. всё издание было в Париже изъято и уничтожено; но в библиотеке Ньютона имелся экземпляр второго роттердамского издания. [64]

Знакомясь с ньютоновым разбором истории текста двух мест из «Посланий апостольских», мы убеждаемся, что и Ньютон вполне владеет приёмами научной *филологической критики текста*. Стих 7 «Послания Иоанна» он считает, как и Симон, позднейшей вставкой из следующих соображений: он указывает, что этот стих не встречается в текстах, более древних, чем 385 год, и никогда не цитируется у более ранних христианских писателей, хотя мы и ожидали бы в ряде мест такой цитаты. Но наиболее важный довод: во время дебатов на Никейском соборе в 325 г. между сторонниками и противниками триединства первые ни разу не ссылаются на этот стих, хотя он сразу же положил бы конец спорам, ибо здесь чёрным по белому сказано: «Ибо есть трое единомышленных в небе: отец, слово и святой дух, и эти трое суть одно». Очевидно, в 325 г. этот стих еще не читался в Евангелии, а был подделан после этого года тринитарианцами, чтобы обосновать их новый догмат текстом священного писания. В стих 16 «Послания Тимофея» было, по мнению Ньютона, внесено лишь небольшое изменение: вместо ὁ написали ᶜθ, что является сокращением слова ὁ θεός и даёт нужный для сторонников доктрины триединства текст; но все тексты и цитаты ранее V в. дают чтение ὁ. [65]

Ньютон прекрасно понимал, таким образом, как ведётся критика текста. К сожалению, он плохо знал, как указывает и Мор, греческий язык; обычно он пользовался латинским переводом, обращаясь к греческому тексту только в сомнительных случаях. С другой стороны, он так увлекался своей теорией, что из всех разночтений и толкований склонен был, не задумываясь, отдать предпочтение тому, которое наиболее соответствовало его теории.

Вот примеры недостаточного знания языка. У Павсания (V, 18,7) в рукописях читается: Κυψέλῳ καὶ τοῖς προγόνοις ἐκτὸν ἦν γένος ἐξ ἀρχῆς Γονούσης τῆς Σικυῶνος. Ньютон (стр. 47; I, 14), не задумываясь, переводит это место

так: «При Кипселе и предках было шестое поколение от начала, от Гонуссы, дочери Сикиона». Такой перевод, однако, невозможен, ибо γένος никогда не означает «поколение», а «род» в целом; Гонусса — это не женщина, а название города. Однако данный Ньютоном перевод был очень удобен для его теории, ибо, приняв, что Кипсел правил около 654 г. и прибавив сюда на 6 поколений 180 лет, он получал для Гонуссы и её отца Сикиона 834 год, что вполне подтверждало его теорию. В действительности текст этот в дошедшем до нас виде вообще смысла не даёт.[65a]

Тем же недостаточным знакомством с греческим языком обусловлено у Ньютона следующее недоразумение (стр. 65, I, 30). Он утверждает, что керкирцы приписывали изобретение астрономического глобуса Навсикае, ссылаясь при этом на Свиду (s. v. Ἀνάγαλλις). Ему, очевидно, не известно, что слово σφαῖρα, кроме смысла «сфера, небесный глобус», имеет еще гораздо более простой и употребительный смысл «мяч», гораздо более подходящий для юной царевны феаков, чем занятие астрономией. Как известно, Навсикая была выведена Гомером и Софоклом играющей в мяч. Приводимое Ньютоном место Свиды другого толкования, впрочем, и не допускает: «У Гомера выводятся пляски — и пляски жонглеров, и пляски с мячом (διὰ τῆς σφαίρας)... изобретение мяча керкирская женщина-грамматик Анагаллида приписывает Навсикае..., ибо её одну из всех героинь Гомер выводит играющей в мяч (σφαιρίζουσαν)». Не понятно, как можно получить какой-либо смысл в этой фразе, если переводить σφαῖρα — «астрономический глобус». Но Ньютону такой перевод был необходим, чтобы показать, что расцвет занятий астрономией в Греции относится ко времени похода аргонавтов.

В других случаях конъектуры Ньютона безукоризненны с языковой стороны, но произвольны и предлагаются только с целью дать лишнее подтверждение принятой Ньютоном хронологии. Так, Геродот (II, 99) называет фараона, построившего пирамиды Ἐνέφης; Ньютон (стр. 173, II, 35) предполагает, что левый край рукописи истлел или стёрся, благодаря чему первая одна или первые две буквы исчезли. Вначале читалось: Ἀμενέφης или Μενέφης; когда стёрлись первые буквы, стало Ἐνέφης. Это очень остроумное предположение, но оно совершенно излишне; нужно оно Ньютону только для того, чтобы найти лишнее подтверждение его теории.

Вот ещё пример. Во всех рукописях 13 гл. I книги Фукидида говорится, что Ликург жил за 400 лет до конца Пелопонесской войны; это противоречит хронологической схеме Ньютона; Ньютона устроило бы, если бы здесь читалось: «за 300 лет». И вот он обнаруживает, что в латинском переводе Анри Этьенна вместо 400 действительно читается «300 лет». Ньютон (стр. 44, I, 11), не задумываясь, считает это чтение правильным, полагая, что Этьенн руководился соответствующей рукописной традицией, сохранившейся в каком-то греческом подлиннике, бывшем в распоряжении Этьенна. Между тем, в действительности тот же Этьенн в изданном им греческом тексте Фукидида даёт цифру «400»; очевидно «300» — простая опечатка, с которой вовсе не следовало считаться. Так же поступает Ньютон при выборе одной из нескольких исторических версий: он выбирает ту, которая больше подходит к его схеме, ибо достоверность этой схемы ему a priori кажется несомненной. Так, Ньютону очень важно установить, что Данай пришёл в Грецию за одно поколение до аргонавтов. У Гигина (14) он нашёл среди многих других генеалогий и такую («по другим»), по которой участник похода аргонавтов Аргос — сын Даная. Он сразу же (стр. 52, I, 19), не задумываясь и ничем этого не обосновывая, отдаёт предпочтение этой версии перед всеми другими. Поэтому, издатель Ньютона, архиепископ Горслей, прав, когда, по другому поводу, замечает: «Сэр Исаак Ньютон отдаёт всегда предпочтение той версии, которая наиболее выгодна для теории, за которую он борется».

IV

После того как мы в первых двух главах в основном познакомились с достижениями предшественников Ньютона в изучении истории древности как античных, так и современных ему, мы сможем установить, что было сделано самим Ньютоном в исследованной им области.

Мы видели уже, что задача Ньютона — доказать непререкаемость авторитета Библии и что в известном отношении, в плоскости спора между католиками и протестантами, эта тенденция была боевой и прогрессивной. Первоначальный монотеизм человечества представляется Ньютону несомненным: «Прежде чем финикияне ввели обожествление покойников, греки имели в каждом городе совет старейшин, управлявших общиной, и место, где старейшины чтили *своего* (мой курсив) бога жертвоприношениями» (стр. 131, кн. I, гл. 87). Доказательства этого положения Ньютон не приводит, но это не значит, что он его не имел: целый ряд таких доказательств он мог почерпать и из Библии и из греческой литературы: действительно, жители городов Средиземноморского побережья в древности чтили одного бога, *но каждый город своего бога*. Люди не отрицали в это время существования других могущественных богов, но, поскольку эти боги были «хозяевами» («Ваалами») и покровителями других городов, а все города были в принципе в состоянии войны друг с другом, они обязаны были чтить только своего бога и ненавидеть всех чужих богов: всякое другое поведение было бы изменой родине. Это не *монотеизм* (единобожие), а *генотеизм* (однобожие). Еврейский монотеизм несомненно развился из этого генотеизма, но это не тот монотеизм, которого искал Ньютон; однако при предубеждениях Ньютона эта ошибка вполне понятна. Несомненно также, что и ряд альтруистических инстинктов появился у человека уже в очень раннее время; но видеть в этом доказательство непререкаемости Библии можно только, приняв библейское же положение о том, что все эти инстинкты переданы людям в виде приказа («заповеди») бога, а это circulus vitiosus. С другой стороны, на ряду с этим культом городского бога уже с древнейших времён у всех средиземноморских народов существовало почитание божеств второго ранга — колдунов, животных, фетишей, духов предков. Если Ньютон, чтобы опровергнуть эти факты, утверждает, что он «не встречал ни одного случая обоготворения покойников в Греции до прибытия Кадма в Европу» (стр. 120, I, 74), то это весьма наивно: вообще греческая традиция сохранила очень мало рассказов из жизни смертных до Кадма, а после того как Ньютон путём хронологических манипуляций, о которых мы скажем ниже, превратил греческих богов и героев в обожествлённых после смерти земных царей, правивших после Кадма, никакого материала, который можно было бы отнести ко времени до Кадма, у него не могло остаться. Поэтому, получался опять же circulus vitiosus: для доказательства исконности монотеизма Ньютон хочет базироваться на не-библейском материале, но в конце концов его окончательный вывод (стр. 141, I, 99) основан только на тенденциозной библейской мифологии, на которую он, в конце концов, и ссылается: «Итак, вера в то, что мир создан верховным богом и им же управляется; любовь к нему и почитание его; почёт, воздаваемый родителям; завет любить ближнего, как самого себя, сострадание даже к диким зверям — вот древнейшая из всех религий». Когда же, наоборот, Ньютон встречается после Кадма с философской монотеистической религией у народа, не имевшего ничего общего с евреями, он вынужден тем или иным способом доказать, что этот народ — отпрыск древнейших евреев. Так он поступает с индийскими брахманами. Здесь на помощь приходит «лингвистика»: сыновья Авраама, рождённые от второго брака с Кетурой, назывались якобы Abrahamani. Отсюда получилось Brahmani. Эти сыновья Авраама были воспитаны отцом в единобожии и потому чуждались культа идолов (стр. 247, VI, 2).

Многобожие появляется у египтян и греков, по мнению Ньютона, только после прибытия к ним финикиян, эдомитов и т. д., изгнанных из Палестины Иисусом Навином и его преемниками (стр. 120, I, 74; стр. 131, I, 87). Это, разумеется, противоречит указаниям самой Библии, где не только говорится об языческих культах до возвращения евреев из Египта, но в некоторых местах и прямо принимается существование других, враждебных Иагве богов («Исход»: «И над богами Египта учинил суд Иагве»; «Бытие»: «Чтобы люди не стали как один из нас [богов!]»). Но эти места раввины перетолковали в духе единобожия; Ньютон, не знавший еврейского языка, не мог не следовать этим толкованиям.

Для объяснения, почему появилось многобожие, Ньютон, как и большинство его современников, становится на точку зрения античного евгемеризма: могущественные цари либо сами ещё при жизни потребовали, чтобы их обоготворяли, либо это обожествление было предоставлено им постановлением надлежащих властей после смерти. Разумеется, ни собственный приказ царя, ни постановления властей после смерти не могут фактически превратить смертного в бога; значит, это не боги, а лжебоги, что́ и требовалось доказать в интересах торжества христианства.

Античные евгемеристы при этом проецировали в прошлое прижизненный культ великих монархов, главным образом египетских фараонов и эллинистических царей, начиная с Александра Великого. Ньютон и здесь подходит к вопросу значительно глубже. Интерпретируя замечание Диодора (I, 15), согласно которому лишь Осирис и Исида научили египтян впервые строить храмы, он справедливо указывает, что и вообще сооружение великолепных храмов — сравнительно позднее нововведение; что первоначально в честь богов ставились лишь алтари на так называемых «высотах».[66] Но именно на таких высотах греки сооружали и алтари в честь своих предков, устраивали в честь их поминальные обряды (κτερίζειν), особые праздники, приносили им жертвы. По мере развития роскоши в крупных богатых общинах чествуют людей, пользовавшихся почитанием целой общины, великолепными могилами в форме храмов с алтарями и статуями, по образу первого храма, воздвигнутого истинному богу царем Соломоном. В честь их совершаются публичные жертвы и моления. «То, что отдельные люди делали по отношению к своим предкам, то теперь целые города делают по отношению к своим знаменитым героям» (стр. 120, I, 75). Это — в основном совершенно правильные наблюдения (если исключить замечание о храме Соломона); в древнейшее время действительно не было резкой границы между человеком, одарённым сверхъестественной силой (mana, orenda), и божеством; культ покойников сыграл действительно большую роль в формировании религии (образцов такого рода научного «евгемеризма» читатель найдёт много в классической книге Фрэзера «Золотая ветвь») Ньютон (стр. 163, II, 21) вслед за Иосифом Флавием («Древности», IX, 4, стр. 404) указывает на пример такого обожествления земных царей: «И бог в течение всех дней (царя Иоахаза) отдал Израиль в руки Газаэля, царя Сирии, и Бен-Адада, его сына». Иосиф замечает: «Сирийцы до нынешнего дня почитали и Адара, т. е. Адада или Бен-Адада, и Газаэля как богов за их благодеяния и за их постройки храмов, которыми они украсили город Дамаск». Пример этот, однако, не очень убедителен: дело могло обстоять как раз наоборот: оба царя (и Бен-Адад и Газаэль) могли носить теофорные имена, т. е. имена уже чтившихся в их время богов (так обстояло дело несомненно с Бен-Ададом). Впрочем случаев обожествления отдельных смертных и в до-эллинистическую эпоху было не мало (например, Софокл был героизован после смерти). Но это обожествление обычно совершалось таким образом, что царь отожествлялся с уже почитавшимся небесным богом (например, египетские фараоны с Ра или Аммоном). Сам Ньютон высказывает правдоподобное и остроумное предположение, что некогда каждый греческий царь ото-

жествлялся с Зевсом (Юпитером). «Поэтому, — говорит он, — нет ничего удивительного, что в некоторых мифах Минос смешивается с Зевсом (мать Миноса называется Реей; на Крите есть гробница Зевса), а в других он назван сыном Зевса: «Both Minos and his father were Jupiters» (стр. 115). Это, если угодно, предвосхищение нынешних взглядов, но примеры такого обожествления не убедительны для вопроса возникновения культа богов. В тех же случаях, когда божество носит и имя покойника, обычно этот культ, как указывал уже Плутарх, не держится дольше 2 — 3 поколений.

Выведение религии из культа покойников несомненно интересная и правильная мысль, хотя и взятая Ньютоном очень односторонне. И здесь, как и в вопросе о единобожии, Ньютон мог бы притти к интересным выводам и предвосхитить науку XIX в., если бы он не связал себя авторитетом Библии. В угоду Библии ему и приходилось считать, что этот культ покойников и сильных людей существовал первоначально только у ханаанеян; это они, будучи изгнаны из Палестины, разнесли его по всему миру. Всё, что привнесли египтяне, а вслед за ними греки в этот культ, сводилось к тому, что они упразднили финикийские (ханаанейские) человеческие жертвоприношения в честь покойников и, вместо предков отдельных родов, «стали обоготворять своих собственных царей, основателей новой державы, начиная историю страны правлением и великими делами своих богов и героев» (стр. 120, I, 74; стр. 199, II, 6). Точно так же, мысль о сравнительно позднем возникновении пышных храмов совершенно правильная, но Ньютон полемизирует с Маршэмом и Спенсером, утверждавшими, что евреи научились сооружению храмов у египтян, и доказывает это тем, что «он нигде не встречал пышных храмов ранее дней Соломона» (стр. 162, II, 20); поэтому он считает храм Соломона прототипом всех храмов мира. [67] Здесь мы имеем ошибку, основанную, с одной стороны, на преувеличенной вере в авторитет Библии, а с другой—на его сокращенной хронологии (см. ниже, стр. 295 и сл.), основанной опять же на вере в непререкаемость Библии. С этим сопоставим приведенную у Мора, ук. соч., стр. 621, беседу Стекелея с Ньютоном. Ньютон говорил: «Храм Соломона самый древний из больших храмов. По его образцу Сесострис построил свои храмы в Египте, и отсюда греки заимствовали свою архитектуру и религию» (sic!).

Это не единичные случаи. Мы можем привести и ряд других примеров, когда гениальные предвосхищения Ньютоном науки XIX в. оказываются бесплодными вследствие убеждения в непререкаемости Библии. Так, на стр. 157 (II, 15) содержится воистину гениальная мысль: «Повидимому, письмо и астрономия и плотничье ремесло были изобретены купцами... для записывания их товаров и расчётов, для ведения судов ночью по звёздам и для постройки кораблей». Возникновение удобного и практичного финикийского алфавита, действительно необходимо объяснять только таким путём. Ньютону логически приходится считать, что письмо изобретено финикиянами; он и допускает это, считая, что финикийские купцы занесли письмо в Азию и Европу. Но ... евреи оказываются здесь исключением: их письмо изобретено самим господом богом и передано сначала Аврааму, а затем Моисею в виде написанных законов (II, 13)! Однако «никто, кроме потомства Авраама, не владел этими письменами», ибо «до дней Давида мы ничего не слышим о письме, исключая потомство Авраама... ничего не слышим об астрономии, исключая созвездия, упомянутые у Иова». Мы «ничего не слышим», потому что Ньютон при помощи искусных хронологических манипуляций относит почти всю историю Египта и Греции ко времени после Давида! Вместо того чтобы на основании этих мест отвергнуть принятую тогда датировку книги Иова, Ньютон делает эту датировку исходным пунктом своих рассуждений.

Примеры такого неограниченного доверия к показаниям Библии можно сколько угодно умножить, например: Шешонк и Сесострис это одно и то же лицо,

ибо «священная история не допускает существования какого-либо египетского покорителя Палестины до этого царя» (стр. 143 — 4, II, 3).

Может быть, наилучшим образчиком слепой веры Ньютона в непререкаемость Библии является его доказательство того, что в древнейшее время цари имели привычку делить царство между сыновьями: «Так Ной был царем всего мира, а Хам уже только царем Африки, а Яфет — Европы и М. Азии» (стр. 195, III, 3).

Точно так же в библейских «писаниях» эллинистического времени, представляющих собой, с нашей точки зрения, поучительные исторические романы, сохранившие лишь самые смутные воспоминания об описываемом ими времени (книги Даниила, Юдифи), Ньютон видит исторические хроники, современные описываемым событиям. Так, в книге Даниила преемником Киаксара оказывается Дарий (Даниил, IX, 1); Ньютон вслед за Иосифом, кроме Дария Гистаспа принимает ещё «Дария Мидянина», предшественника Кира,[68] не смотря на то, что он в принципе протестует против метода удвоения исторических лиц и подвергает этот метод осмеянию (ниже, стр. 296).

Евгемеризм — это частный случай принципа, применяемого в греческой науке уже с древнейших времен: «нет дыма без огня», всё, что рассказывается, основано на истине, и поэтому всякий миф — это разукрашенная история прошлого. Чтобы получить из мифа историю, надо только отбросить или перетолковать всё невероятное, невозможное. Сказочная старина снабжается подробностями, взятыми из будничной жизни классической или эллинистической эпох. Так, по греческому мифу богатыри из разных городов Греции отправились на корабле Арго в Колхиду за золотым руном барана, охраняемым страшным драконом. Такая экспедиция, говорит Ньютон, экспедиция, в которой принял участие цвет Греции, юноши из столь многочисленных городов, не могла иметь какой-либо иной цели, кроме целей государственной международной политики (state policy). Но в это время (если принять хронологию Ньютона) царь Сесострис был убит; это было наиболее подходящим моментом для восстания. И вот отправляется экспедиция с целью убедить народы, живущие по побережью Черного и Средиземного морей, восстать и отложиться от Египта, вступить в союз с греками и стать независимыми, как поступили уже евреи и эфиопы. Таким образом, эта экспедиция вызвана политической борьбой и торговой конкуренцией с Египтом. Очевидно, она была предпринята по приказу дельфийского оракула, следовательно, с одобрения совета амфиктионов. Чтобы скрыть от египтян истинную цель похода, была пущена в ход басня о золотом руне; в действительности, изображение золотого барана было только украшением на корабле Фрикса. И в самом деле после этой экспедиции участвовавшие в ней народы перестают подчиняться Египту (стр. 79, I, 43; стр. 176, II, 33). Другой пример: по греческому мифу Ликаон приносил в жертву детей. Но по теории Ньютона, все народы в древнейшее время верили в единого бога и исполняли его заповеди; только ханаанейские пастухи, изгнанные из Египта, были язычниками и людоедами. Значит отец Ликаона был ханаанеем, изгнанным из Египта вместе с другими пастухами, приносившими в жертву людей в Аварисе.

Еще пример: греческий потоп Девкалиона нельзя отожествить с библейским потопом Ноя, так как их мифическая хронология не совпадает. В виду непреложности Библии пострадать, конечно, пришлось греческому потопу: Ньютон превращает его в простой разлив рек в Фессалии (стр. 109, I, 65).

В основном переработка мифа сводится к тому, что из него берётся всё, подтверждающее священное писание, и отвергается всё, противоречащее ему. Нарисованная в библейской книге «Исхода» картина могущества, богатства и организованности египетского государства во время пребывания там Иосифа как бы проходит мимо Ньютона; зато он хватается с радостью за слова фараона в книге «Исхода», I, 9 и 22, о том, что еврейский народ размножается

и становится многочисленнее и могущественнее египтян. Эта мотивировка избиения еврейских младенцев, разумеется, наивна и характерна для сказки, где с временем не считаются, и небольшая семья может через несколько поколений превратиться в большой народ; Ньютон (стр. 199) делает отсюда (будучи убежден в непререкаемости Библии) обратный вывод, что население Египта было тогда ещё очень малочисленно, что соответствует его общей конструкции о появлении государственной и культурной жизни в Египте только много позже исхода евреев, в правление Соломона в Палестине и Осириса - Сесостриса в Египте; он опирался при этом, разумеется, на Диодора, по которому всю культуру передали египтянам Осирис и Исида. Другой пример: по рассказу Диодора (сохранённому Фотием) пастухи-гиксосы, будучи изгнаны из Египта, двинулись под командованием Моисея; он покорил Палестину и построил Иерусалим. Как правильно заметил Ньютон, здесь скомбинированы два рассказа: египетский — об изгнании гиксосов, и еврейский — о Моисее и покорении Палестины. Ньютон прав, считая, что этот рассказ ничего не дает по вопросу о пребывании евреев в Египте и их исходе; тем не менее, на основании этого места он датирует изгнание гиксосов из Египта временем царствования Соломона: «But however he lets us know, that the shepherds were expelled from Egypt by Amosis a little before the building of Jerusalem and the Temple» (стр. 54, I, 20; стр. 151 — 152, II, 9).

Насколько примитивно «источниковедение» Ньютона и с каким легковерием он относился к сообщениям чисто мифологического характера, видно из следующего. Вергилий и его комментатор Сервий рассказывали, что Тевкр прибыл после взятия Трои в Кипр в дни Дидоны. Это сопоставление двух сказочных эпизодов, вызванное у Вергилия чисто литературными, поэтическими соображениями, обычный синхронизм (см. выше, стр. 273). Но оно приводит Ньютона к глубокомысленному выводу, что Вергилий и Сервий имели доступ к архивам Тира, Кипра и Карфагена и там получили эти архивные сведения (стр. 51, I, 17)! Другой пример: Платон для иллюстрации своих политических идеалов рисует в «Критии» фантастическое государство Атлантиду. Применяется обычный литературный приём — «ложный адрес»: об этом якобы египетские жрецы рассказывали Солону. Ньютон (стр. 170, II, 25) видит в этом рассказе вымысел, но не Платона, а мнимых египетских жрецов: «Они всё это насочиняли Солону... Столь велико было тщеславие египетских жрецов, жёлавших возвеличить свою древность».

Установленная Ньютоном новая хронология служит для него критерием для толкования мифов. По греческому преданию, возделыванию хлебных злаков греков впервые научил Триптолем. По хронологии Ньютона, Триптолем — современник Диониса - Шешонка; царь Эрехфей и мифический Мил (Μύλης, «Мельник»), изобретатель ручной мельницы (Paus. 3, 20) жили до него; значит, они жили, когда греки ещё не умели взращивать хлебные злаки! Но тут на помощь Ньютону приходит Гекатей - Диодор, который, как мы видели, дал рационалистическое перетолкование мифа об Эрехфее: Эрехфей получил сан царя-благодетеля за то, что *ввёз* зерно из Египта. Ньютон ухватывается за этот домысел Гекатея и в том же духе толкует и рассказ о Миле: Мил изобрёл ручную мельницу для перемола получающегося из Египта зерна; ему помогали в этом присланные из Египта мастера (стр. 166, II, 23; стр. 124, I, 83).

Иногда выводы Ньютона курьёзны и поражают своей наивностью. По его мнению, к мысли изображать богов в виде животных египтяне пришли под влиянием символического иероглифического письма. Даже собственные имена они изображали не буквами, а символами; например, Аммона — с рогами барана, так как он покорил Ливию, изобилующую баранами; когда хотят изобразить бога моря Нептуна с его экипажем пятидесятивесельного судна (пентеконтеры), рисуют великана Эгеона с 50 головами и т. д. (стр. 166 — 167, II, 23).

К теории εὑρεταί, «изобретателей», Ньютон, разумеется, присоединяется полностью. Культуре хлеба научил греков Тлеполем, с ремёслами их познакомил Гефест, ручную мельницу выдумал Мил и т. д. Перечислив всех таких «изобретателей», Ньютон думает, что тем самым он написал полную историю культуры человечества. «Я довёл теперь хронологию греков до очень далекого момента — до первого применения букв... до первого применения плуга и первого сева зерна... до изобретения обработки меди... железа... до начала торговли и плотничьего дела» (стр. 125, I, 79). Всё это, оказывается, принесли в Грецию специалисты из числа бежавших из Египта гиксосов — даже уменье строить дома и жить в них (стр. 131, I, 86).

Как и у других его современников (выше, стр. 282), большую роль в системе Ньютона играет толкование собственных имен из малоизвестных языков; этот приём, как известно, до сих пор даёт возможность доморощенным лингвистам срывать дешёвые лавры. Древнейшие финикийские поселенцы в Греции были названы пеласгами потому, что их вождем был Пелопс (стр. 127, I, 81). Амфиктиония (буквально: «организация окрестных жителей» — слово, казалось бы, настолько ясное, что не нуждается в дальнейших толкованиях!) названа так потому, что основана царем Амфиктионом (Short Chronicle, 276, под 1014 г.), ручная мельница названа μύλη потому, что её изобрёл Μύλης (стр. 124, I, 83). В действительности, конечно, дело обстояло как раз наоборот: мифические Амфиктион и Мил придуманы к уже существовавшим «амфиктионии» и «мельнице», как Ромул к уже существовавшему Риму. Но тут же Ньютон делает тонкое и остроумное замечание, достойное его гения: в древнейших списках государств-амфиктионов как раз Афины вовсе не упомянуты; значит, Амфиктион не мог быть афинским царём; это тенденциозная версия. Другие примеры такого же этимологизирования: Iupiter есть сокращение Iao + pater; Iao — финикийское название верховного бога; значит, его культ занесен в Грецию и Рим финикиянами (стр. 115); Атлант и Антей — две формы одного и того же имени; они восходят к корню atal «проклятый» (стр. 171, II, 26). Не только Moeris, Maris, Myris, Meres, Marres и Smarres—одно и то же имя фараона, но также Ayres, Tyris, Byires, Soris, Uchoreus, Lacharis, Labaris и т. д., ибо «M с порчей языка перешла в A, T, B, S, U, L» (стр. 182, II, 71). Точно так же Ахсуэрис, Ассуэрис, Оксиарес, Аксерес, Киаксар («Киаксер»=Ки-Аксерес, где Ки значит «принц») — всё это различные формы одного и того же имени (стр. 221, IV, 18). Вулкан — это исковерканное слово Baal-Chanaan; Сарданапал = Assarhadon + Pul (в действительности Сарданапал это искаженное Assurbanipal). Одного и того же корня следующие слова: народ Naphtuhim, упоминаемый в Библии («Бытие», X, IX), Нептун, Нефтида; Нептун — означает якобы «царь морского побережья»; Нефтида — «царица морского побережья». Ньютон ссылается при этом на Бохарта, который считал, что Нептун и Иапет — две формы одного и того же имени (стр. 171, II, 26). На таких отожествлениях построен ряд важнейших хронологических выводов Ньютона, например на отожествлениях: Мемнон=Аменофис=Менес=Меноф=Моф=Ноф=Менуф (арабское название Мемфиса) (стр. 176, II, 32); Filii Abrahami, т. е. Abrahamani=Brahmani (стр. 247, VI, 2).

Главной задачей Ньютона было такое сокращение египетской и греческой хронологий, чтобы они пришли в гармонию с хронологией библейской. Так как, по Манефону, египетские цари непрерывно царствовали более 15 000 лет, то простые приемы (сокращение длительности каждого царствования и т. п.) не могли привести к нужным результатам. Оставался радикальный приём — отожествление и выбрасывание: царь A отожествлялся на основании ряда признаков с царем B, жившим за много лет после него. Так как A и B тождественны, то ясно, что царей, правивших между A и B, в действительности, не могло существовать; значит, они выдуманы египетскими жрецами, чтобы прославить древность своего народа.

Ньютон прав, когда полагает, что древнейшие цари или патриархи, жившие и правившие сотни лет, ничего общего с историей не имеют. Но это не в меньшей мере относится и к древнейшей истории евреев, где рассказывается, что Мафусаил жил почти 1000 лет, что Сарра зачала первого ребенка, будучи около 100 лет от роду, и т. д. Но сомневаться в показаниях Библии Ньютон считает невозможным, как и его предшественники (напр. Додвелль: „Certe nulla est, *praeter sacram*, historia quae non primas suas origines fabulis immixtas habeat).

Свой труд Ньютон начинает правильным замечанием (стр. 28, I, 1): «Все нации, прежде чем они начали вести точный учёт времени, были склонны возвеличивать свою древность. Эта склонность увеличивалась ещё больше в результате состязания между нациями». Из другого такого же замечания мы видим, однако, что еврейская хронология противопоставляется всем этим хронологиям как безусловно достоверная: «Из тщеславия египтяне сделали свою монархию на тысячи лет более древней, *чем самый мир*» (стр. 142, II, 1). «Как боги, т. е. древние обоготворенные цари и принцы Греции, Египта и Сирии были сделаны много древнее, чем они были в действительности, так же было и в Халдее и в Ассирии» (стр. 193, III, 1 — следовательно, всюду, кроме Иудеи).

Ньютон остроумно подметил ненаучный, рационалистический приём, к которому прибегали древние в тех случаях, когда в различных рассказах об одном и том же герое излагались мифы, хронологически исключающие друг друга; в этих случаях применялась дупликация, один и тот же герой превращался в двух, живших в разные эпохи. «Поздние египтяне придумали двух Бэлов: один — отец Осириса, Исиды и Нептуна; другой — сын Нептуна и отец Египта и Даная; так же жители Наксоса считают, что было два Миноса и две Ариадны. В действительности, отец Египта и Даная был отцом Осириса, Исиды и Тифона; а Тифон — не дед Нептуна, а сам Нептун» (стр. 143, II, 3; стр. 158, II, 16). Мы видим, что к правильной мысли о недопустимости искусственной дупликации Ньютон пришёл из практических соображений: он стремился каким бы то ни было способом сократить хронологию и устранить всё, что этому сокращению мешало. По существу же искусственная дупликация — такой же недопустимый приём, как и искусственное отожествление, на котором построена вся система Ньютона.

Мор (стр. 614) справедливо замечает: «Можно чрезвычайно восторгаться работой Ньютона и его гениальными приёмами в установке дат, его трактовкой такого огромного количества легендарных и исторических событий, но практическое значение его работы сводится к нулю; так как и Ньютон и его противники принимали как факт свидетельство Библии о создании мира и помещали его приблизительно за 4000 лет до н. э., им приходилось неизбежно сжимать до крайности всю засвидетельствованную и не засвидетельствованную историю человека и Земли вообще, дабы вогнать её в рамки этого периода».

В основу своей хронологии, как я уже говорил, Ньютон кладёт таблицу царей Геродота, а не Манефона-Евсевия, конечно, не только потому, что Геродот жил раньше Манефона. Двадцать пять династий Манефона с множеством имен фараонов с большим трудом поддаются обработке в нужном Ньютону направлении. У Геродота после правления богов сперва идёт Менес, затем 330 фараонов; исключая двух (Нитокриды и Мерида), эти фараоны ничем не замечательны и даже не названы по имени. Затем следует ещё 19 фараонов до Псамметиха, названных по имени. Ньютон предполагает, что 327 фараонов без упоминания имён и ничем не замечательных вставлены только из тщеславия, чтобы удлинить хронологию. Остаётся 22 имени; если считать среднее правление каждого фараона в 25 лет, то получим 550 лет, цифру, вполне подходящую для целей Ньютона. Но, как увидим ниже, Ньютону надо было во главе списка царей поставить Сесостриса; поэтому трёх предыдущих царей,

названных по имени, он расставляет после Сесостриса: Сесострис, Ферон, Протей, Менес, Рампсинит, Мерид, Хеопс, Хефрен, Микерин, Нитокрида, Асихис и далее, как у Геродота.

Это отбрасывание длинного Манефонова списка фараонов надо было обосновать и показать, что фараон Сесострис действительно правил примерно за 500 — 600 лет до Псамметиха. С другой стороны, надо было доказать правомерность отбрасывания эпохи правления богов на земле и первых 327 «ничем не замечательных» фараонов и правомерность перестановки Менеса, Нитокриды и Мерида.

Первая задача, как мы видели, была выполнена уже Флавием Иосифом, выступившим с утверждением, что Сесострис и современник Соломона Шешонк (Сесак, Сусак) — одно и то же лицо. Мор (ук. соч., стр. 618), очевидно, недостаточно внимательно познакомился с аргументацией Ньютона, если он утверждает, что единственным основанием такого утверждения было для Ньютона сходство имен «Сесострис» и «Сесак» («первые слоги имен совпадают»). Если это соображение и имело кое-какое значение, то во всяком случае Ньютон на него не ссылается. Уже Флавий Иосиф, у которого в окончательном счёте Ньютон позаимствовал это отожествление, как мы видели (стр. 280), приводил более веские доводы для такого отожествления. Он указывал на то, что оба они были великими завоевателями, и *оба покорили Палестину*, что обоим Палестина сдалась без боя. Несомненно правоверный еврей Иосиф считал, что о том, кто покорил Палестину, не могло не быть рассказано в Библии, и если Библия знает только одного такого покорителя — Сесака, то, очевидно, Геродот ошибается, и походы, которые он приписывает Сесострису, были совершены Сесаком. Прямо так Иосиф не аргументировал, очевидно, потому что, он писал для пропаганды иудаизма среди греков и римлян, а для них непреложность Библии даже в вопросах истории Палестины далеко не была аксиомой.

Для Ньютона, наоборот, боевой задачей, как мы видели, было демонстрировать свою аксиому о непреложности Библии. Поэтому он *трижды* подчеркивает: «Нигде в священном писании мы не читаем, чтобы какой-нибудь царь Египта, царствовавший раньше (чем Сесак) и который в то же время был бы царём и ливийцев, и эфиопов, и египтян, выступил из Египта с большой армией, чтобы покорить другие страны. Священная история Израиля, от дней Авраама до дней Соломона, не позволяет допускать существование такого победителя. Между тем Сесострис, как и Сесак, господствовал над ливийцами, эфиопами и египтянами» и т. д. (стр. 54, I, 20; стр. 151, II, 9). «Ни о каких других завоевателях Палестины (до Сесака) священная история не говорит, следовательно, их не было» (стр. 143 — 4, II, 3). *Если принять аксиому Ньютона* о непреложности и богооткровенном характере Библии, то этот довод Ньютона *безусловно неопровержим*. Епископ Горслей, которому с его религиозных позиций не по душе чрезмерное превознесение Ньютоном авторитета Ветхого Завета (ср. выше, стр. 281), в комментарии к этому месту замечает, что «пропуски отдельных фактов, особенно в период царей, мы должны *во всяком случае* допускать в священной истории («The Chasms in the Sacred history in the period of the judges, admit *of any thing*»). Такое возражение было бы уместно в устах нынешнего учёного, который считает, что вся священная история до прихода евреев в Палестину носит чисто легендарный характер и что у евреев почти не сохранилось воспоминаний об исторических событиях этой эпохи. Но епископу, видящему в Библии священную книгу и допускающему в ней лишь отдельные пробелы, не следовало допускать, чтобы такой факт, как покорение Палестины Египтом, мог быть вовсе обойдён в Библии; в этом случае с логической точки зрения прав Ньютон, а не Горслей.

Чтобы сделать свою тезу ещё убедительнее, Ньютон подчеркивает, что он не первый пришёл к такому выводу: уже до него, говорит он (стр. 55, I, 20), на

этой точке зрения стояли Флавий Иосиф и «величайший из (современных Ньютону) хронологистов» сэр Джон Маршэм. Мы говорили уже, что до Маршэма на эту же точку зрения стали уже Конрингий и Торнелий; а Перизоний в VIII и IX главах своей „Aegyptiarum originum et temporum antiquissimorum investigatio, *in qua Marshami Chronologia funditus evertitur*" (Lugd 1711) подверг её резкой критике с католических позиций. И здесь Горслей не прав, считая (стр. 55), что Ньютон исказил мысль Иосифа, что Иосиф не отождествляет Сесостриса с Сесаком, а только считает, что поход в Палестину, совершённый Сесаком, Геродот неправильно приписал Сесострису. Иосиф ясно говорит, что Геродот приписал Сесострису *все дела Сесака* (τὰς πράξεις αὐτοῦ Σεσώστρει προσάπτει); значит, если даже допустить, что Иосиф принимал существование Сесостриса как отдельного царя, то на его долю ничего не останется, кроме имени, а это практически равносильно отождествлению. Итак, Ньютон поступил вполне логично, отождествив обоих царей и сделав отсюда соответственные логические выводы; таким путем он сократил хронологию Египта примерно на 2400 лет.[69]

Такое сокращение, как мы говорили уже (стр. 295), ещё не давало нужного Ньютону эффекта: чтобы получить его, надо было ещё отбросить эпоху правления богов на земле и первых 327 «ничем не замечательных» фараонов. Для этой цели Ньютон сделал остроумное (я сказал бы гениальное, если бы у нас единственным мерилом гениальности не был успех!) предположение о тождественности Осириса-Вакха с Сесострисом. *В этом отождествлении он оригинален и никаких предшественников не имеет.*

Мы выше уже заметили, что сходство в рассказах Гекатея-Диодора об Осирисе-Вакхе и Сесострисе действительно поразительное; это совсем не то внешнее и случайное сходство, которое Иосиф усмотрел между рассказом Геродота о Сесострисе и рассказом Библии о Сесаке. Оба были цари Египта, «великие победители, покорившие Азию, доходившие до Индии, перешедшие через Геллеспонт, завоевавшие Фракию, вернувшиеся с триумфом; как Осириса, так и Сесостриса (см. выше) убил родной брат; оба ставят на своем пути столбы». Наконец, как мы видели, рассказывая об основании колонии в Колхиде и о покорении Палестины, Диодор, говоря о Сесострисе, почти дословно повторяет то, что он говорил об Осирисе. Возражение Горслея, что Вакх-Осирис покорил мир с целью мирной пропаганды, для распространения культуры и религии, а Сесострис с агрессивной целью, совсем не убедительно: Гекатей-Диодор (I, 18), как мы видели, подчёркивал, что целью похода Осириса было не только просвещение человечества, но и взимание дани.

Такое совпадение не может быть случайным: Ньютон безусловно прав. Не убедительны не только возражения Горслея, написанные в 1785 г., но и возражения Мора, автора новейшей книги о Ньютоне. На стр. 618 он авторитетно заявляет, что «Сесострис Геродота известен нам (из памятников) как Сенусерт, правивший Египтом за 1000 лет до Рождества» (стр. 618). А на стр. 617, противореча сам себе, говорит, что не Сенусерт, а «Рамсес II — это Сесострис греков». А Рамсес II правил около 1350 г. до н. э. Кто же такой Сесострис: Сенусерт, правивший за 2100 лет до н. э. или Рамсес II, правивший за 1350 лет? Я вместе с Ньютоном скажу: ни тот и ни другой, а Осирис. Здесь на лицо фольклорный сюжет с подвижной датой. Подвиги легендарного героя приписываются то Зевсу-Аммону (у Евгемера), то Вакху, то Осирису, то Гераклу, то Сесострису. «Все эти труды (эллинистической эпохи — Динарха, Дионисия Скитобрахиона, Филона из Библа, Евгемера, Гекатея) изготовлены по одному шаблону. Только имя бога каждый раз меняется: то это Дионис, то Аммон, то Осирис... Рассказывается о походе героя в далекие края, о кровавых боях, доставивших ему господство над всей вселенной, о его широкой деятельности по распространению цивилизации»[70]. По законам бытования легенд, каждая эпоха отслаивается в мифе в виде исторических реминисценций: постепенно

эта легенда впитала в себя кое-какие черты и из истории фараона среднего царства Сенусерта и из истории фараона нового царства Рамсеса II и, наконец, из истории Александра Великого (индийский поход); однако в основе всё это варианты *одного и того же рассказа*. Итак, *если принять евгемеристическую, унаследованную от древности предпосылку Ньютона, что всякий миф — это одетый в чудесные одежды исторический рассказ*, то его вывод о тождественности Вакха-Осириса и Сесостриса *единственно возможный и правильный*.

Стоит принять этот вывод, и цель Ньютона достигнута. Из уравнений: Осирис = Сесострис; Сесострис = Сесак с несомненностью следует: Осирис = Сесак. А если это так, то правление египетских богов на земле (которых Ньютон, верный принципам евгемеризма, считает земными царями, обожествлёнными их подданными) относится ко времени Соломона и Ровоама, т. е. начало египетского государства относится примерно к XI в. до н. э., что и требовалось доказать.

Таким образом были получены хронологические координаты для истории Египта. Чтобы получить такие же координаты для истории Греции, Ньютону надо было, разумеется, исходить из отождествления Сесака с Вакхом-Дионисом. Вакх был в связи с Ариадной; если, по евгемеристическому принципу считать Вакха обожествлённым земным царем, то он неизбежно должен был жить в то же время, что и Ариадна. Это представляется Ньютону настолько самоочевидным, что он даже не упоминает об обычной греческой концепции, по которой Вакх был бессмертным богом, спускавшимся на землю и сходившимся со смертными женщинами в различные эпохи. На такой же точке зрения, как Ньютон, стояли и те греки, которые во избежание хронологических противоречий постулировали двух Ариадн: одну — любовницу Вакха, другую — Тезея. Ньютон справедливо протестует против такой дупликации. Но Ариадна — также любовница афинского царя Тезея и мать двух аргонавтов.[71] Мы получаем, таким образом, возможность точно датировать правление Тезея в Афинах и поход аргонавтов. Дальнейший опорный пункт Ньютон получает из произведенного уже источником Иосифа отождествления 14-го фараона 18-й династии Армаиса с Данаем, а его брата Сетосиса — с Египтом. Название «Египет», очевидно, перенесено на страну от первого наиболее знаменитого правителя; таким был безусловно Сесострис. Очевидно, Сетосис только видоизменение имени Сесострис, а Армаис — Данай, брат Сесостриса; получаем дату для Даная (стр. 54, I, 20). При этом Ньютон каждый раз проверял, не получается ли противоречия между датировками, полученными с помощью всех этих приёмов; кто занимался подобной историко-филологической работой, знает, какой это мучительный и неблагодарный труд и сколько времени он берёт. Но, наконец, Ньютону удалось получить хронологию, как ему казалось, совершенно свободную от всяких внутренних противоречий.

Начнём с вопроса о том, что было в Египте до Сесостриса. По всем сообщениям древних (см. Диодор, I, 15), так называемые боги были древнейшими царями Египта, они научили египтян культуре, земледелию, ремёслам, построению городов и храмов, письму. Значит до отца Осириса Сесостриса никакого единого египетского государства не существовало, не существовало городов, культуры, храмов. Египет был раздроблен на ряд отдельных областей; «впервые Египет объединился при Аммоне и Сесаке» (стр. 199, II, 6). Когда же были в Египте пастухи-гиксосы? Манефон, а вслед за ним Диодор (у Фотия) сообщают, что пастухи, изгнанные из Египта, захватили Палестину и построили иерусалимский храм. Вопреки мнению Иосифа, Ньютон справедливо считает этот рассказ путаницей, основанной на смешении гиксосов с евреями. Тем не менее он не видит основания сомневаться в самой датировке этого изгнания: около времени построения Соломоном храма в Иерусалиме (стр. 54, I, 20). Это рассуждение, конечно, не убедительно: если самое отождествление основано на путанице, то нет основания принимать и эту дату. Отсюда

Ньютон делает вывод, что пастухи были в Египте, когда здесь ещё не правили так называемые боги, т. е. когда Египет ещё не был объединён в единое государство. К ещё более ранней эпохе относится пребывание евреев в Египте; как мы видели (стр. 294), Ньютон пытался из слов самой Библии сделать вывод, что Египет в эту эпоху был ещё очень мало населён. Астрономия, плотничье дело, алфавит естественнее всего должны были появиться у народа, занимающегося торговлей и мореплаванием (см. выше, стр. 292); такими были эдомиты-финикияне, изгнанные из Палестины царём Давидом, значит именно они занесли культуру в Египет; это произошло в правление царя Аммона (стр. 153, II, 11). Аммон же впервые вводит в Египте земледелие. В Short Chronicle, стр. 275, под 1034 г. до н. э. мы читаем: «Аммон царствует в Египте. Он покоряет Ливию; заставляет этот народ из кочевников-дикарей стать культурными; учит их культивировать плоды земные; поэтому Ливия и была названа «Аммония». До этого времени египтяне не знали земледелия; Египет заливался разливами Нила и был мало населён. Царь (Аммон), как изобретатель земледелия, удостоился почитания в виде быка или тельца — сельскохозяйственного животного (стр. 149, II, 6).

Если гиксосы были изгнаны из Египта в правление Соломона, то они пришли туда ещё раньше. Ньютон видит в них хананеян, изгнанных из Палестины Иисусом Навином. Изгнали же их из Египта один из местных царей Верхнего Египта Мисфрагмутосис и его сын Амосис.[72] Амосис, тождественный, по мнению Ньютона, с Тутмосисом,[73] изгнав гиксосов из Египта, впервые стал объединять Египет в одну монархию; это объединение было закончено его преемниками — Аммоном и Сесаком. Изгнав гиксосов, «египтяне отменили их религию, основанную на человеческих жертвоприношениях, и, согласно моде того времени, стали обоготворять своих собственных царей, основателей новой державы, начиная историю своей империи правлением и великими делами своих богов и героев».

В этой оригинальной системе одно противоречие осталось не замеченным Ньютоном и не устранённым. Неизбежным выводом из этой реконструкции является отсутствие земледелия у египтян до Аммона, а подавно и во время пребывания евреев в Египте. Между тем, из рассказа книги «Исход» совершенно ясно, что Египет во время пребывания там Иосифа и Иакова был богатейшей земледельческой страной с огромными запасами хлеба. За это противоречие не мог не ухватиться один из религиозных противников Ньютона — епископ Варбуртон.[74]

Собрав воедино и отождествив и ряд мифологических рассказов и сообщения Библии, Ньютон получает красочную картину дальнейших событий. Мы познакомились уже выше с рационалистическим толкованием мифа о Прометее, данным Гекатеем: Прометей — это наместник одной из частей Египта, который не смог предохранить посевы от разлива реки Орла-Нила и поэтому чуть не покончил самоубийством. Рационализация этого мифа, предложенная Ньютоном, в виде соревнования с Гекатеем-Диодором, гораздо менее плоска и более естественна (стр. 52, I, 19). Завладев Колхидой и возвращаясь в Египет, Сесострис оставил здесь наместником Ээта, отца Медеи, известного нам из мифа о золотом руне. Ээт и царствовал здесь до прихода аргонавтов с Ясоном. Прометея же Сесострис оставил охранять проход у горы Кавказа. Эта тяжёлая служба в течение 30 лет и была в виде преувеличения охарактеризована словами: «Прометей прикован к скале»; недаром Эсхил в «Скованном Прометее» говорит, что Прометей *сторожит* скалу. От этой службы его через тридцать лет освободил аргонавт Геракл, отсюда — соответствующий миф.[75]

В основу изложения дальнейших событий в Египте Ньютон кладёт сообщение Библии (Хроники, 14, 16) о том, что Иудея, бывшая подвластной Египту при Сесаке и еврейском царе Ровоаме, при следующем царе Асе на десять лет

освободилась от господства Египта. Ньютон (стр. 78, I, 42) объясняет это тем, что Сесак-Осирис был убит его братом Тифоном-Пифоном-Нептуном. После этого ливийцы под руководством Япета и его сына Атланта напали на Египет. Это и есть война между богами и гигантами. Сын Осириса Гор-Аполлон с помощью эфиопов одержал верх над Тифоном (здесь миф об Осирисе и Сете-Тифоне смешан с историческими фактами: переходом власти от бубастской 22-й династии, к которой принадлежал Шешонк, к ливийской, а затем к эфиопской 25-й династии). После восстания Осарсифа, о котором рассказывал Манефон, Египет у Ньютона снова объединён Менофисом или Аменофисом, которого Ньютон на основании «лингвистических» соображений отождествляет с Мемноном и делает таким образом современником Троянской войны. Как я указывал выше (стр. 297), Ньютону необходимо было убрать первых 237 фараонов, в том числе первого из них Менеса, так как по его схеме первым объединителем Египта был Аммон. По созвучию Менес отождествляется с тем же Аменофисом (стр. 176, II, 32). От Аменофиса же производится и название города Мемфиса. Но, если Аменофис жил во время Троянской войны, то куда девать Протея, который, согласно мифу о Елене, был царём Египта в это время? Ньютон делает из него *наместника* Аменофиса-Мемнона. Так как крепость Суз носила название Мемнонии, то, очевидно, она построена Мемноном; значит он ходил сюда походом; своим заместителем в Египте он оставил Протея, современника Троянской войны (стр. 79, I, 43; Short Chronicle, 283, под 909 г.).

Неизвестно, для какой цели Ньютону понадобилось (стр. 80, I, 46) ещё отождествить Вакха-Сесострис с Аресом; вряд ли, как думает Горслей, единственным доводом было то, что у Гомера (VIII, 361) Арес после свидания с Афродитой удаляется во Фракию (Θρηΐκήνδε), а Фракия была покорена Вакхом-Сесострисом. Как бы то ни было, Ньютон совсем уже в стиле поздней травестии мифов (ср. выше, стр. 277) рассказывает, как Вакх (Одиссея, VIII, 292) был пойман в постели во Фригии с Венерой, перед тем как он со своей армией прибыл в Геллеспонт и направился во Фракию. Обманутый муж утешается тем, что ему соблазнитель его жены дает царский трон на Кипре.

Несмотря на то, что Ньютон в своей «исправленной» («amended») хронологии принял меры к устранению противоречий, некоторые из них остались неисправленными. Согласно указанию на стр. 78 (I, 42), Япет был вождём ливийцев, выступивших против Египта, где власть захватил Тифон. На стр. 199 (II, 6) мы читаем, что начальником флота Сесострида был Япет, он же Нептун, он же Тифон. В этом же месте говорится, что генералом сухопутного войска Сесострида был Геркулес; на стр. 154 (II, 17) говорится, что Геркулес есть слово нарицательное, означающее «герой»; что сам Сесострис был «геркулесом» в правление своего отца.

Мы видели уже, что в Греции одни и те же мифы рассказывались о разных лицах; по евгемеристическому принципу Ньютона эти люди — исторические личности, и их необходимо отождествить между собой. Поэтому, в виду сходства мифов о борьбе Солнца с Нептуном, Аполлона с Пифоном, Гора с Тифоном, он отождествляет: Солнце = Аполлон = Гор, Нептун = Тифон = Пифон (стр. 171, II, 26).

В результате всех этих разнообразных отождествлений и при помощи этимологического толкования неизвестных слов, нахватанных из разных неизвестных языков (стр. 77, I, 42), Ньютон приходит к такому пышному выводу относительно Осириса-Сесострида, напоминающему синкретические гимны в честь Исиды:

«Халден называли его Бэлом («господином»), арабы — Вакхом («великим»), фригийцы и фракийцы — Ma-fors, Ma-vors, Mars («сильный»)... Египтяне называли его Героем или Геркулесом. В честь его Нил назвали Sihor'ом, Нилом или Египтом. Греки слышали крик: «О-Сигор, Бу-Сигор», и назвали

его Осирисом или Бусирисом». Стр. 161, II, 19: «В священном писании эта река названа Шихор или Sihor; отсюда греки образовали слова: Сирис, Сиринус, Сер-Апис, О-Сирис. Плутарх говорит (de Is. et Os. II, стр. 572), что слог «о», поставленный греками перед «Сирис», делал это слово непонятным для египтян».

Конечно, эта «вакханалия сравнительного языкознания» производит на нас впечатление бреда сумасшедшего. Но мы научились читать иероглифы; с другой стороны, у нас есть точно обоснованное индоевропейское языкознание, методы которого мы переносим и на другие языки. То, что делал Ньютон, делали и сами греки, делали и все его современники, например, Бохарт. Он ни в чём не отстал от них. А разве мало в наше время подобных лингвистических спекуляций, которые будут вызывать смех, когда новые группы надписей будут расшифрованы или когда будет найден ключ к пониманию неизвестных ещё языков?

Отнесение Мемнона и Протея, современников Троянской войны, ко времени после иудейского царя Асы, т. е. по счёту Ньютона к 909 г. до н. э., противоречило общепринятой дате падения Трои — 1184 г. до н. э. или около этого. Со времени появления персов на историческую сцену, т. е., по вычислениям Ньютона, примерно, с 535 года, по его мнению, хронология греков основана на хороших источниках и довольно точна. По обычной датировке от Троянской войны до этого года 640 лет, по ньютоновской, по его мнению правильной,— 374 года. Как же быть со всеми прочими датами? *Чтобы не нарушить хронологической последовательности и синхронизмов, необходимо для всего времени от Троянской войны до появления персов конформно преобразовать всю историю во времени, уменьшив масштаб, т. е. сократив все временные промежутки в отношении 4:7.*

Но правомерность такого радикального приёма должна быть доказана. Для этой цели Ньютон стремится прежде всего показать, что все даты греческой истории до 535 года носят не точный, а приблизительный характер. «До времени Персидской империи европейцы не имели никакой хронологии; всякая хронология, которая у них впоследствии была для более древних времён, была основана на догадках и предположениях» (стр. 30, I, 3). «Как боги, т. е. древние обоготворённые цари и князья Греции, Египта и Сирии, были сделаны значительно более древними, чем они были в действительности, так же были сделаны более древними, чем в действительности, и цари Халдеи и Ассирии». На той же странице Ньютон приводит ещё такой любопытный довод. Даже древнейшие философы писали стихами. «Евдокс, Гесиод и Фалес писали в стихах об астрономии». Здесь, конечно, какая-то путаница. Из этих трёх писателей только Гесиод писал стихами. О стихах Фалеса нам не сообщает ни один источник, а Евдокс — это математик IV в., который писал, конечно, прозой. Он продолжает: «Так как они писали стихами, то у них не могло быть ни хронологии, ни вообще какой бы то ни было такой истории, которая не была бы перемешана с поэтическими вымыслами». Конечно, стихотворная форма здесь не при чём, и в стихах можно излагать самые точные факты. Но по существу Ньютон прав: в греческой историко-генеалогической литературе VI в. ещё не было резкой грани между историей и мифом. Как правильно указывает Ньютон, для этого времени в основу хронологических расчётов кладётся счёт по поколениям: три поколения считаются за 100 лет; каждый аристократический род в Греции вёл счёт своих предков и помнил их имена. Далее, на стр. 32—33, Ньютон приводит свидетельство Плутарха в начале биографии Нумы, в котором говорится, что Аполлодор, Эратосфен и многие другие рассчитывали время по царям Лакедемона (ср. стр. 36 — 39, I, 6). Дошедшие же до нас хронологические таблицы: паросская надпись (она известна Ньютону, он цитирует ее как Arundelian marble) и хроника Евсевия в основном восходят к этим двум главным

авторитетам древности — к Аполлодору и Эратосфену. Правление каждого царя здесь принималось в среднем равным 33 — 35 годам. Ньютон собрал огромный материал и из истории древности и из истории Франции и Англии и показал, что если действительно поколение можно принимать равным 33 — 35 годам, то правление царя никогда не имеет такой средней продолжительности: его средняя продолжительность 18 — 20 лет (стр. 36 — 41, I, 6).[76] Отсюда и получается необходимость сокращения всех дат, более древних, чем образование Персидской империи, в отношении 20 : 35, т. е. 4:7, что и требовалось. Правда, Ньютону известно, что на сформирование античной хронологии оказал большое влияние и Гиппий, составивший список победителей на Олимпийских играх. Но, как указывает Плутарх в том же месте, гиппиев список составлен в позднее время, без какого-либо надёжного критерия, которому мы были бы обязаны верить»[77] (стр. 31, I, 3). Ещё более недостоверна, как замечает Ньютон (стр. 34 — 35, I, 5), древнейшая римская хронология; на это указывали уже Плутарх и Сервий.

Итак, Ньютон рекомендует поступать по следующей формуле (α — традиционная дата, выраженная в годах до н. э.; β — искомая точная дата):

$$(\alpha - 535) \cdot \frac{4}{7} + 535 = \beta$$

(стр. 92; I, 52).

Ньютон прекрасно понимает, что в числе дат, полученных при помощи счёта по правлениям царей могло сохраниться и некоторое число вполне точных дат. Поэтому он делает в том же месте оговорку: «Этим методом можно пользоваться только в тех случаях, когда нет других аргументов; где такие аргументы налицо, необходимо предпочесть более точный способ доказательства». И он приводит несколько случаев, когда применение этого приближенного метода приводит к хорошим результатам, устраняющим существующие хронологические противоречия и объясняющим исторические факты. Например, обычно считают, что аргосский тиран Фидон жил до начала Олимпийской эры, т. е. до 776 г. Применив рекомендованный Ньютоном приближённый метод, Фидона придётся отнести примерно к 630 г. Эта дата прекрасно согласуется со свидетельством Геродота (VIII, 137), по которому в числе претендентов на руку сикионской принцессы Агаристы был сын Фидона Леокед, ибо свадьба Агаристы имела место не ранее 600 г. (стр. 91 — 92, I, 51). Другой пример: Плутарх в биографии Солона очень сокрушается о том, что такой жизненный и поучительный рассказ, как сообщение Геродота о встрече Солона с Крезом, античные хронологисты на основании их хронологических построений отвергали, так как Солон в 594 г., в свое архонтство, был уже в преклонном возрасте и не мог дожить до 550—545 г., когда он только и мог встретиться с Крезом. Применяя метод Ньютона, архонтство Солона придётся отнести к 568 г., и встреча Солона с Крезом окажется вполне возможной.

Как надо расценить эти рассуждения Ньютона с точки зрения нынешней исторической критики? Нынешние историки согласятся с Ньютоном, что древнейшая история Греции искусственно растянута. И нынешние историки, сделав это наблюдение, пытаются найти единообразный алгоритм для сокращения древнейшей хронологии. Так Lenschau в своем вышедшем недавно в журнале «Klio» (за 1938 г.) исследовании о хронологии VIII — VI вв. предлагает такой метод: он считает, что до конца VII в. Олимпийские состязания имели место не раз в 4 года, а ежегодно; Гиппий же и другие позднейшие исследователи, не зная этого, считали, что и в это время состязания происходили один раз в четыре года и годичные промежутки превращали в четырехлетние. Поэтому все промежутки до конца VII в. он предлагает сокращать в 4 раза — метод, очень сходный с ньютоновским.

Что касается спартанских царей, то Ньютон скорее всего ошибается. Спартанцы считали годы по эфорам, а не по царям. Официальных списков царей не велось; но каждый спартанский царский род, как мы узнаем из Геродота, по обычаю знати, знал всех своих предков вплоть до Геракла. Но эти предки не должны были быть непременно царями, и, наоборот, в эти списки не входили цари, которые не унаследовали власть от отца, т. е. это были как раз списки поколений, а не правивших царей. [78] Что касается частных примеров Ньютона, то полученная им дата для Фидона — 630 год — *точно совпадает с датой, полученной нынешней наукой*, [79] несмотря на то, что, поскольку мне известно, прекрасный и убедительный довод Ньютона, основанный на сватовстве Леокеда, нынешней наукой не привлекается. Наоборот, что касается встречи Креза с Солоном, то здесь сказался рационализм Ньютона, считавшего всякий исторический рассказ, не нарушающий законов природы, достоверным. Искусственный синхронизм, как мы видели (выше, стр. 273),— излюбленный приём древних, а поучительные рассказы относятся к области фольклора. Что же касается времени архонтства Солона, то здесь мы, руководясь принципом самого же Ньютона, не в праве что бы то ни было менять: *афиняне с середины VII в. вели точный список архонтов*, по которым велся счёт годам; *каждый школьник, по словам Платона, знал наизусть в хронологическом порядке всех архонтов, начиная с Солона.* В 1939 г. в журнале «Hesperia» был опубликован найденный при раскопках в Афинах последовательный список архонтов VI века, вырезанный на мраморе в середине V в. [80] При таких условиях имеющиеся у нас даты для VI в., особенно афинские, можно считать точно установленными, и поправок Ньютона принять нельзя.

И вообще метод Ньютона неприемлем потому, что он слишком однообразен и недостаточно гибок, смешивая в одну кучу и даты VI в. и даты VIII — IX вв. Когда мы говорим, что списки афинских архонтов, спартанских царей, олимпийских победителей не достоверны, то это не значит, что они выдуманы целиком из головы Гиппием или кем-либо другим. Материалы воспоминаний и письменные памятники сохранились в лучшем случае от середины VII в., и здесь мы сплошь и рядом имеем дело с вполне достоверными именами и датами. Более древние части генеалогий и списков фабрикуются на основании легенд, мифов, народных этимологий и т. д., и здесь нет смысла исправлять и сокращать — в этой части эти списки вообще никакой цены не имеют.

V

Поскольку результаты, достигнутые Ньютоном, были лишь приближёнными (он исходил из средней длительности царствований), они нуждались ещё в дополнительной проверке. Ньютон и провел такую проверку, исходя из, казалось бы, вполне объективных и научных *астрономических* соображений. Этим астрономическим выкладкам Ньютон посвящает целых 20 страниц (55—75) первой части своей работы. Исходным пунктом для этих вычислений является замечание Евдокса (у Гиппарха, Phaenomena, II, 3) что на сферах (астрономических глобусах) древних точка весеннего равноденствия находилась в середине созвездий Овна, Рака, Скорпиона и Козерога. Вследствие предварения равноденствий, открытого тем же Гиппархом и впервые научно объяснённого Ньютоном в 1686 г., точка весеннего равноденствия перемещается примерно на 50″ в год. Положение точки весеннего равноденствия при Ньютоне, в 1689 г., отличалось от этого положения, начертанного на сферах древних, на 36°44′. Разделив 36°44′ на 50″ Ньютон получил, что «сфера древних» была составлена за 2627 лет до 1689 г. или за 938 л. до н. э. (стр. 71, I, 34).

Не будучи астрономом, я не берусь судить, насколько убедительно это рассуждение. Мор указывает (стр. 620 — 621), что, по мнению нынешних

астрономов, которых он консультировал по этому вопросу, наблюдения, о которых сообщает Гиппарх, были «слишком неопределёнными (too vage), чтобы ими можно было пользоваться как основой для хронологии».

Но допустим, что эти вычисления точны. И в этом случае, они, казалось бы, ничего не дают, так как мы не знаем, при каких обстоятельствах была составлена эта сфера древних.

Ньютон пытается выяснить эти обстоятельства, кладя в основу унаследованный им у древних метод рационализации мифов, ибо мифы он, как мы говорили, считал изложенными в поэтической форме историческими фактами.

Климент,[81] ссылаясь на какую-то древнюю поэму «Titanomachia» говорит что кентавр Хирон и его дочь Гиппо начертили «фигуры Олимпа» (σχήματα Ὀλύμπου). По мнению Ньютона (стр. 62, σχήματα Ολύμπου — это астеризмы, и речь здесь идет о «сфере», о небесном глобусе. А следовательно: Евдокс, говоря о «сфере древних», имел в виду сферу Хирона, одного из участников похода Аргонавтов.

При нашем отношении к мифам нас не может не поразить крайнее легковерие Ньютона. Кентавр Хирон, получеловек, полулошадь, — конечно, личность чисто мифическая; если бы даже автор какой-то «Титаномахии», мифологической поэмы, и приписал ему изобретение небесного глобуса, то это не имело бы никакого исторического значения, тем более что нет никакого основания думать, что Евдокс имел в виду именно эту «сферу». Но для Ньютона не существовало пропасти между мифологией и историей. Для него и то и другое — история. Мы имеем только два свидетельства об астрономических занятиях в древнейшей Греции: приведённое свидетельство о Хироне и свидетельства Геродота и Диогена Лаэрция о Фалесе. Но Фалес жил, как известно, приблизительно за 600 л. до н. э. (стр. 72, II, 36); поэтому положение эклиптики, соответствующее 938 году, из его трудов почерпано быть не могло. Значит, заключает Ньютон, оно соответствует глобусу Хирона.

Так подходил к вопросу не только Ньютон, но и все его современники. Епископ Горслей, критикующий Ньютона в примечаниях к его книге, не возражает против вывода Ньютона по существу: он только указывает (и справедливо), что приводимая Климентом цитата из «Титаномахии» ничего не говорит о «сфере», т. е. астрономическом глобусе (прим. к стр. 62). Здесь мы читаем:

> Смертных... Хирон по пути справедливости вел, указав им
> Правила клятв, умолительных жертв и фигуры Олимпа. [82]

О дочери же Хирона Гиппо сказано, что она умела

> Пророчествуя, предрекать грядущее
> Иль по восходам звёзд его угадывать.

Из этих мест Горслей сделал справедливый вывод, что под σχήματα Ὀλύμπου разумеются какие-то астрологические таблицы для гадания по звёздам, а никак не астрономический атлас.

Еще более наивно рассуждение Ньютона о том, что царевна феаков Навсикая впервые познакомила греков с астрономическим глобусом, причём, по его мнению, она научилась сооружать его от аргонавтов. Мы указали уже выше (стр. 322), что в цитируемом Ньютоном месте речь идёт не об астрономическом глобусе, а о мяче, который, как и небесный глобус, назывался у греков «сферой»!

Ньютон старается подтвердить свой вывод и косвенным путём. При каких условиях возникает астрономия? Она возникает из непосредственных потребностей мореходного дела. При плавании на близкое расстояние вдоль берега в астрономии нет нужды. Она должна была возникнуть при первом большом морском походе в отдалённые страны, а таким походом был поход аргонавтов.

Действительно, восклицает Ньютон, если мы взглянем на карту звёздного неба и переберем названия звёзд, то увидим, что все они теснейшим образом связаны с походом аргонавтов и могли быть даны только аргонавтами (стр. 65, I, 30)!

Вот эти звёзды: Овен (баран) — это тот златорунный баран, за которым плыл Ясон; Телец (бык) — это тот бык, которого укротил Ясон; близнецы Кастор и Поллукс — оба они аргонавты; Лебедь — этот тот лебедь, в образе которого Зевс сошелся с матерью Кастора и Поллукса Ледой; Дракон — это тот неусыпный дракон, который сторожил золотое руно; Кубок — это кубок Медеи; Ворон — это тот ворон, который сидел на корме корабля, предрекая смерть; Хирон — аргонавт с его Алтарем и Жертвой; Геркулес — аргонавт, с его Копьём и Орлом; Лев—тот, которого он убил; Арфа—аргонавта Орфея; Орион—охотник, сын Нептуна, со своим Псом, Зайцем и т. д. Можно себе представить восторг Ньютона, когда из названий созвездий он убедился в правильности своего предположения, что астрономия впервые изобретена для практических нужд мореплавателями-аргонавтами!

Мы, однако, склонны отнестись скептически к этому открытию. По принципу синхронизации древние сгруппировали вокруг похода аргонавтов значительную часть героев до-троянского времени. Что ещё оставалось неприсоединённым сюда, присоединилось в результате хронологических манипуляций Ньютона. Многие объяснения Ньютона являются к тому же натянутыми, это — результат увлечения поразившей его идеей. Почему баран и бык именно те баран и бык, о которых говорит легенда о Ясоне, почему лебедь обязательно тот Лебедь, который сошелся с Ледой, а ворон тот, который сел на корму Арго? Многие названия, вдобавок, выдуманы впервые в эллинистическое, а некоторые лишь в новое время и античности вообще не известны, как, например, название созвездия Геркулес. Поэтому на нас это сближение уже не производит такого впечатления, какое оно произвело на самого Ньютона.

Из всех этих рассуждений Ньютон делает решительный вывод (стр. 75, I, 40): «Итак, соображения, основанные на наблюдениях античных астрономов, делают несомненным (we may reckon it certain), что поход аргонавтов был не раньше правления Соломона, особенно если привлечь сюда еще доводы, основанные на средней продолжительности царствований».

VI

Астрономическая проверка дала Ньютону возможность с удовлетворением заметить, что его результаты, достигнутые чисто филологическим путём, оказываются верными и при проработке их методами точных наук. Поэтому он свою «Краткую хронику» (A Short Chronicle), подводящую итог его сорокалетней усидчивой и кропотливой работе, заканчивает таким бодрым «Exegi monumentum» (стр. 271): «Я составил эту хронологическую таблицу, чтобы привести хронологию в согласие с ходом естественных событий, с астрономией, со священной историей и с самой собой, устранив многочисленные противоречия, на которые жаловался уже Плутарх. Я не претендую на то, что эта таблица точна до одного года. Здесь возможны ошибки в пять или десять лет, может быть, кое-где и в двадцать, но не на много больше».

Уже Уистон, современник и восторженный поклонник Ньютона, как математика и физика, отнёсся крайне скептически к хронологическим и историко-религиозным работам Ньютона. В своих «Воспоминаниях» (Memoirs), стр. 38 и 40, он писал: «Сэр Исаак в области математики нередко прозревал истину только путём интуиции, даже без доказательств... Но этот же сэр Исаак Ньютон составил хронологию. Первую и основную главу этой хроники он переписывал 80 раз собственноручно, причём каждый экземпляр лишь очень незначительно отличался от другого. Однако эта хронология убеждает

не больше, чем остроумный исторический роман, как я окончательно доказал в написанном мною опровержении этой хронологии. О, каким слабым, каким чрезвычайно слабым может быть величайший из смертных людей в некоторых отношениях» (стр. 40: «How weak, how very weak, the greatest of mortal men may be in some things!»)[83].

Мор, охарактеризовав Ньютона как «наиболее выдающегося из хронологистов своего времени, заложившего основы для преемников», справедливо замечает (стр. 615), что для нынешнего исследователя в области древней истории исследования Ньютона практического значения не имеют, и это, конечно верно: «Нынешние археологические раскопки при всех их недостатках отодвинули рамки истории, известной прежде только из литературных источников, очень далеко назад. Мы теперь убеждены, что для образования известных нам государственных цивилизаций необходимо было предварительное медленное развитие первобытных народов, продолжавшееся много тысячелетий, и это убеждение так изменило наши взгляды, что хронология Ньютона стала практически бесполезной». Но Мор совершенно не прав, когда приведенные нами слова Ньютона иронически называет «скромными» (modest), желая этим подчеркнуть излишнюю самоуверенность, самодовольство, и как раз отсутствие скромности у Ньютона (стр. 616): «Ньютон был так убеждён в непоколебимости своих обоснований, что заканчивал свою речь скромным утверждением... (цитировано выше, стр. 306). Но что значит самодовольство человеческого ума! Его ошибки надо измерять не 5 — 10 годами, как он утверждает, а гораздо чаще столетиями и тысячелетиями». *Я думаю, наоборот, что Ньютон субъективно был совершенно прав, что, оставаясь скромным и чуждым тщеславия, он мог взирать с полным удовлетворением на плоды своего сорокалетнего труда.* Если Уистон, доказывавший в своей книге (см. выше, стр. 284) доводами математики и физики, что о сотворении мира в шесть дней, о всемирном потопе и о всемирном пожаре в конце мира в священном писании рассказано согласно с последним словом физической науки, назвал труд Ньютона «остроумным историческим романом», то ему можно только ответить словами крыловской мартышки, увидевшей в зеркале свой образ. Я думаю, что биограф Ньютона Брюстер прав, говоря, что Ньютон из споров со своими противниками (Фрэрэ и др.), разгоревшихся по поводу его хронологии, всегда выходил с блестящей победой. Выше я показывал на отдельных примерах, что, исключая отдельные мелочи, критика противниками Ньютона его хронологии всегда была неумной или несправедливой.

Предположим, что талантливому, аккуратному и безукоризненному вычислителю поручено произвести сложное вычисление на основании определённых заданных начальных условий. Проделав эти вычисления остроумнейшими путями и с величайшей тщательностью и аккуратностью, проверив результаты всеми доступными ему способами, вычислитель сдает работу, заверяя, что максимальная ошибка — на 5, 10, максимум 20 последних десятичных знаков, ибо он знает, что бóльших ошибок у него никогда не бывает. Но оказывается, что заданные начальные условия взяты тупыми и ленивыми бюрократами с потолка и не соответствуют никакой реальной действительности; поэтому и результаты, полученные вычислителем, не имеют никакого практического значения; в них ошибка на сотни и тысячи. Можно ли при таких условиях обвинять вычислителя в самоуверенности, в недостаточной скромности? Ни в каком случае!

Так же обстояло дело с Ньютоном. Та научная и религиозная среда, в которой он вращался, та наука, продолжателем которой он был, задала ему два начальных условия: 1) всё, что сказано в священном писании — святая истина, в которой нельзя сомневаться, и 2) мифы, это — историческая действительность, приукрашенная поэтически. Ньютон сделал буквально всё, что было возможно, чтобы устранить недостатки в древней хронологии, не нарушая этих аксиом.

Не считаясь с традицией, он прибег к смелым перетолкованиям и перестановкам, которые и вызвали протесты со стороны цеховых историков, увидевших, что их многовековое непоколебимое здание хронологии разлетается вдребезги. Во многом Ньютон, как мы показали выше, *предвосхитил методы нынешней науки: в привлечении астрономии для датировки, в сокращении хронологии для X — VII вв., основанной на счёте царствований и поколений, в сближении между собой мифов, имеющих при одинаковом сюжете различные собственные имена, в восстановлении картины древнейших религиозных представлений* (культ предков, отсутствие храмов), *в уничтожающей критике приёма дупликации, в правильной оценке значения торговли и мореплавания для возникновения письма и астрономии, в ясном понимании значения критики текста для научной истории* и т. д. Можно, кажется мне, смело утверждать, что Ньютон сделал всё, что от него зависело, и нашёл лучшее из всех решений, которые только были возможны при его предпосылках. Но эти предпосылки были гнилыми, и поэтому его блестящие выводы оказались построенными на песке. Я убеждён, что искусная строго научная аргументация Ньютона, не приведшая тем не менее к убедительному выводу, не могла не привлечь внимания к его предпосылкам, обусловившим эту неудачу, и не могла не поколебать их. Если у людей, чуждых истинных научных устремлений, она вызвала скептическое отношение к истории вообще («неопирронизм»), то, с другой стороны, после смерти Ньютона начинается и научное движение по новым путям. Через четверть века после смерти Ньютона, в 1753 г. врач Астрюк, так же как Ньютон, напишет анонимное сочинение, не имеющее отношения к его естественно-научной специальности «Conjectures sur les Mémoires originaux qui ont servi à Moïse pour écrire la Génèse» (Bruxelles-Paris, 1753): в нём он докажет, что книга «Бытия» не могла быть непосредственным откровением бога Моисею, так как Моисей написал эту книгу на основе письменных записей двух различных людей, так называемого «Ягвиста» и «Элогиста». Этим будет нанесён первый сокрушительный удар вере в непререкаемость библейского текста. В 1795 г. Август Вольф в своих «Prolegomena ad Homerum» покажет что «Илиада» и «Одиссея» — это собранные воедино народные песни; этим будет нанесён не менее серьёзный удар рационалистическому толкованию мифов как поэтически приукрашенных исторических событий. Разумеется, и Астрюк и Вольф не вырастут из земли; работа их была подготовлена непосредственными предшественниками (напр., Вико и уже упомянутым на стр. 288 Р. Симоном), а почву для неё в значительной мере расчистил Ньютон, гениально исчерпав все мыслимые возможности научного толкования на базе старых предпосылок. И если Ньютону, при его гениальном подходе к античной истории не удалось открыть тех новых путей, по которым впоследствии поведут историю Вико, Астрюк, Вольф, Нибур, Бек и другие пионеры новой науки, то в этом *виноват не Ньютон, а косная религиозная традиция*, душившая в своих объятиях ростки новой мысли. По самой их сущности, науки точные — математика, механика, физика — смогли сбросить с себя эти путы раньше, чем науки гуманитарные; позже всего это сможет сделать гражданская история, служившая тогда только придатком к так называемой священной истории.

ПРИМЕЧАНИЯ

[1] II, 146: ἀπ'οὗ δὲ ἐπύθοντο χρόνου, ἀπὸ τούτου γενεηλογέουσι αὐτῶν τὴν γένεσιν.
[2] II, 146: οὗτοι ἄλλοι, ἄνδρες γενόμενοι, ἔχουσι τὰ ἐκείνων ὀνόματα τῶν προγεγονότων θεῶν.
[3] Augustinus, De civitate dei, XII, 1.
[4] См. Pauly-Wissowa, Realencyclopädie, статьи M. Wellmann, Euemerus (VII, 1909, 952 и сл.) и F. Jacoby, Hecataeus (VII, 1911, 2759 и сл.).

[5] M. Wellmann, ук. м., 971. Ed. Schwartz, Fünf Vorträge über den griechischen Roman, 1896, стр. 107.

[6] ἐξ Αἰγύπτου μετενεχθῆναι πάντα, δι' ὧν παρὰ τοῖς ϵ'Ελλησιν ἐθαυμάσθησαν. F. Jacoby, ук. ст., стр. 2960 — 2961.

[7] Πάντα νέα καὶ χθὲς καὶ πρώην γεγονότα.

[8] В таблице египетских фараонов у Евсевия Египет отожествлен не с Сетосисом, а с Рамсесом.

[9] Βαβυλέα Σούσακον, περὶ οὗ πλανηθεὶς Ἡρόδοτος τὰς πράξεις αὐτοῦ Σεσώστρει προσάπτει... καὶ ὁ Ἀλικαρνασσεὺς Ἡρόδοτος περὶ μόνον τὸ τοῦ βασιλέως πλανηθεὶς ὄνομα.

[10] Minuc. Octav. 21, I; Lactant. I, 11, 33; epist. ad. Pentad. 13, 1; August. de civit. dei, VI, 7.

[11] M. Wellmann, ук. статья, стр. 966.

[12] Aug. Boeckh. Encyclopädie und Methodologie der philologischen Wissenschaften, herausgegeben von E. Bratuschek. 2-te Aufl, Leipzig, 1886. Paul Hazard. La crise de la conscience européenne (1680—1715). 3 тома. Paris, 1935.

[13] См. M. Wellmann, ст. Euemerus, Pauly-Wissowa, VI, стр. 966.

[14] Banier Antoine. La mythologie et les fables, expliquées par l'histoire. Paris, 1739 — 1740 (переиздан в 1754 г.).

[15] См. например, Gerh. Joh. Vossius. De theologia gentili et physiologia christiana sive de origine et progressu idololatriae. Amstelodami, 1642 (4-ое изд., 1700). Aug. Boeckh, ук. кн., 582.

[16] Ук. соч., стр. 582: «Die vergleichende Mythologie zeigt, dass die Urreligion der indogermanischen Völker schon vor der Trennung der Hauptstämme monotheistisch war, aber noch eine Ineinsbildung des Polytheismus mit einem zugrunde liegenden Monotheismus darstellte».

[17] Bochart, Geographia sacra. Chanaan. Caen, 1646. Цитирована у Ньютона I, 4; 15; 24; 34; 39. II 13. Переиздавалась в 1674, 1692 и 1707 гг.

[18] Marshamus Joannes (Marsham, Sir John). Chronicus canon. Aegyptiacus, Hebraicus, Graecus. London, 1672. Переиздавалась в 1676 г. (в Лейпциге), в 1696 г. (во Франкфурте). Ньютоном использованы следующие главы: VIII. Cecrops; XIV. Ophir; XV. Olympia; XVI. Prima Olympias vulgaris; XVII. Babylon condita.

[19] Petavius, Dionysius. Opus de doctrina temporum, 2 тома in folio, Paris, 1627 (с добавлением: Paralipomenon librorum de doctrina temporum); Его же. Uranologia; Его же. Variae dissertationes; Его же. Rationarium temporum, Paris. 1633.

[20] Scaliger Josephus. Opus de emendatione temporum. Paris, 1583 (2-е изд. Genavae, 1629); Его же. Animadversiones in Eusebium.

[21] Vasaeus. Chronicon Hispaniae,

[22] Conringius, De antiquitatibus. Переиздано в его Opera в 1660 г.

[23] Dodwell H. De veteribus Graecorum Romanorumque cyclis. Oxford, 1701.

[24] Gale. Differentia de scriptoribus mythologicis.

[25] Jackson. Chronology.

[26] Perizonius. Aegyptiarum originum etc. (См. стр. 298). Lugduni 1711.

[27] Usher J. Annales Veteris et Novi Testamenti. Una cum rerum Asiaticarum et Aegyptiarum chronico. London, 1650.

[28] Perizonius J. Animadversiones historicae. Amstelodami, 1685.

[29] Он был в этом отношении настоящим предшественником Нибура.

[30] Stanyan. J. History of Greece. London, 1707. 3 тома. Была в 1744 г. переведена на французский язык не кем иным, как Дидро.

[30a] Two Essays sent in a letter from Oxford to a Nobleman in London. The first concerning some errors about the Creation, General Flood, and the Peopling of the World... The second concerning the Rise, Progress and Destruction of Fables and Romances. By L. P., Master of Arts, London, 1695.

[31] L. T. More, Isaac Newton. A biography. N.-Y. 1934, стр. 622 — 623.

[32] Там же, стр. 561 прим.

[33] Там же, стр. 559 — 560.

[34] В основу этой главы положен материал, заимствованный из книги. L. T. More, Isaac Newton, A biography, N.-Y., 1934, стр. 608 — 647 (Chapt. XVI. Ancient chronology. Theology. Religious beliefs). Я буду цитировать эту книгу просто: «More».

[35] More, 609.

[36] More, 612.

[37] More, 646.

[38] More, 616, 618.

[39] Newton, Two Notable Corruptions of Scripture, Opera, ed. Horsley, t. V. стр. 529; More, стр. 637.

[40] More, 608 — 609.

[41] More, 611, прим. 6.

[42] More, 611.

[43] More, 609.
[44] A short Chronicle from the First Memory of Things in Europe to the Conquest of Persia by Alexander the Great. C. Horsley, Opera Newtoni, V, стр. 265—291.
[45] Abrégé de Chronologie de M. Chevalier Newton, fait par lui-meme et traduit sur le manuscript Anglais. Paris, 1725.
[46] Remarks on the Observations made on a Chronological Index of Sir Isaac Newton, translated into French by the Observator, and published at Paris. *Philosophical Transactions*, 1725.
[47] The Chronology of Ancient Kingdoms Amended. London, 1728. Теперь составляет основное содержание V тома изд. Horsley, London, 1785. Ссылки в дальнейшем всегда имеют в виду это издание.
[48] More, 611.
[49] Newton. Observations upon the Prophecies of Daniel and the Apocalypse of St. John. Opera omnia, t. V.
[50] More, 627—628.
[51] An historical account of two notable corruptions of scripture, Opera omnia, ed. Horsley, V.
[52] More, 636. Дело в том, что протестанты времени Ньютона, отнюдь не занимаясь подделкой текста священного писания, тем не менее протестовали против разоблачения вошедших в обиход подделок, боясь уронить авторитет Библии и Евангелия.
[53] More, 643.
[54] More, 630—636, 642—644.
[55] More, 636.
[56] More, 633—636.
[57] More, 642.
[58] «In the sense of the Scriptures». Библейские пророки часто говорят от имени бога, волю которого они творят, например: «И за то, что вы нарушили мои заповеди» и т. д.
[59] More, 643. 644.
[60] More, 626.
[61] More, 637, прим. 50.
[62] В некоторой степени этими соображениями, вероятно, объясняется резкий тон полемики Горслея (в его примечаниях) с хронологией Ньютона, полемики, не всегда удачной. Догмат полной непогрешимости «Ветхого завета» был не по душе епископу; поэтому в своем комментарии он указывает на пробелы Библии. Эти замечания производят впечатление религиозного либерализма, но, в действительности, часто вызваны ненаучными соображениями. Впрочем, мы не собираемся отрицать огромную начитанность и осведомлённость Горслея в античных авторах и древней истории.
[63] More, 616.
[64] Simon, Richard. Histoire critique du Vieux Testament. Paris, 1678. Rotterdam, 1685. Histoire critique du Texte du Nouveau Testament. Rotterdam, 1689.
[65] More, 633—634.
[65a] Horsley предлагает исправить так: Κυψέλῳ καὶ τοῖς προγόνοις <αὐτοῦ> ἦν γενος ἐξ ἀρχῆς <ἐκ> Γονούσης τῆς <ὑπὲρ> Σικυώνος (Coll. Paus. 2, 4: Μέλας... δὲ ἐκ Γονεούσσης τῆς ὑπὲρ Σικυώνος, т. е. «Род Кипсела и его предков происходил первоначально из Гонусы, лежащей над Сикионом».
[66] «Древнейшие маленькие храмы существовали лишь как прикрытия для статуй» (стр. 162, II, 20). И здесь Ньютон предвосхитил взгляд нынешней науки.
[67] Marsham, ук. соч.; I. Spencer, De legibus Hebraeorum ritualibus, Cambr., 1685. Ньютон, посвящает поэтому в своем труде большую главу (гл. I) описанию устройства храма Соломона.
[68] More, 626.
[69] Любопытно отметить, что уже в древности, повидимому независимо от Иосифа, было произведено отожествление Сесостриса и Сесака (Σεσόγχωσις — так Шешонк называется у Евсевия, resp. Манефона): мы находим такое отожествление в схолии к «Аргонавтике» Аполлония, IV, ст. 277. Но здесь отожествление проведено в обратном направлении: Шешонк датирован 3712 годом до нашей эры.
[70] M. Wellman. Pauly-Wessowa, см. Euemerus, VI, 1909, стр. 931; Ed. Schwartz, Fünf Vorträge über den griechischen Roman, 1896, стр. 107.
[71] Стр. 80, I, 64; стр. 52, I, 19; стр. 164, II, 22 на основании Hygin. fab. 14, Apollon. Argon. II, 115.
[72] Это утверждение, в отношении Амосиса соответствующее исторической действительности, взято Ньютоном у Манефона (через Диодора, Иосифа и Евсевия). Главный источник Ньютона Геродот ничего об этом не говорит.
[73] В действительности Тутмосис правил прибл. в 1450 г., а Амосис в 1580 г. Мисфрагмуфосис же, по Манефону, предшественник Тутмоса. Здесь Ньютона обманула сходство имен Амосис и Тутмосис.
[74] Bishop Wartburton, Divine Legation, book IV, sect. V.

[75] Разумеется, эти отожествления основаны уже на хронологии Ньютона, которую он считает окончательно доказанной. Horsley (стр. 52) указывает на то, что в «Аргонавтике» Аполлония Родосского (IV, 276—277) Ээт говорит о походе Сесостриса как о далёкой седой старине: значит, Сесострис не мог сам же оставить здесь Ээта за 30 лет до похода аргонавтов. Но если Ньютон был логически обязан, в силу своих предпосылок, принимать каждое указание Библии, то он вовсе не был обязан считаться с каждой мелочью в поздних мифологических поэмах, часто противоречивших друг другу.

[76] Ср. Moge, стр. 618.

[77] ἂπ' οὐδενὸς ὁρμώμενον ἀναγκαίου πρὸς πίστιν.

[78] Beloch. Griechische Geschichte, 2-te Aufl., I, 2, стр. 172.

[79] Там же, стр. 196.

[80] См. мою заметку в «Вестнике древней истории», 1939, № 2 (11), стр. 45 и сл.

[81] Stromata, I, стр. 132, 352.

[82] οὗτος εἷς τε δικαιοσύνην θνητῶν γένος ἤγαγε, δείξας ὄρνιν καὶ θυσίας ἱλαρὰς καὶ σχήματ' Ὀλύμπου.

[83] С этими словами Уистона небезынтересно сопоставить очень сходное замечание Даламбера об Эйлере в его письме к Лагранжу (см. мою статью в сборнике Акад. Наук «Эйлер», стр. 66): «Что касается нашего друга Эйлера, то трудно поверить, что столь великий гений в области геометрии и анализа, в области философии оказывается... скажем, хуже последнего школьника, чтобы не употребить выражение: оказывается плоским и тупым. Вот когда подлинно уместно выражение: Non omnia iidem Dii dedere». Я там же показал несправедливость этой критики.



Профессор

Т. П. КРАВЕЦ

НЬЮТОН И ИЗУЧЕНИЕ ЕГО ТРУДОВ В РОССИИ[1]

Судьба благословила Ньютона долгим веком (1643 — 1727), и этот век совпал с знаменательной порой в английской и европейской истории.

30 января 1649 г., когда Ньютону было шесть лет, в Уайтголле, в Лондоне, королю английскому Карлу I Стюарту при звоне колоколов и ликовании народа «всеподданнейше» отрубили голову. Отрочество Ньютона совпало с годами гражданской войны между «кавалерами» и «круглоголовыми», с временем, ознаменовавшимся суровыми деяниями Кромвеля, борьбой за власть «общин» и борьбой против этой власти, анархией и произволом солдатчины. Юношей он мог прочесть о том, как новый король Англии Карл II, сын казнённого Карла I, тоже при звоне колоколов и кликах ликования совершил 29 мая 1660 г. торжественный въезд в «свою» столицу. Ньютон дожил и до бегства из Англии последнего из реставрированных Стюартов — этой галантной династии упрямых нарушителей конституции, — а последние годы провёл при дожившей до наших дней ганноверской династии, которой удалось стабилизовать отношения между короной и народным представительством. Эти смены нашли, конечно, своё отражение в жизни великого мыслителя.

Нам, однако, важнее и интереснее культурное окружение Ньютона. Томас Мор (1480—1535) написал свою благородную сказку о незнаемой стране счастья за 125 лет до рождения Ньютона. Фрэнсис Бэкон (1561—1626) умер за 17 лет до рождения Ньютона. Еще ранее умер Шекспир (1564—1612). Один из творцов раннего английского материализма Гоббс (1588—1679), автор злых афоризмов о людях и людских отношениях,—уже старший современник Ньютона, а другой знаменитый философ, Локк (1639—1704), — почти ровесник его; с ним Ньютон состоял, между прочим, в дружеских отношениях и в переписке. В старости Ньютон мог прочесть нравственную повесть не слишком высоконравственного Даниэля Дефо (1659 — 1730) о приключениях Робинзона Крузо (1719). В самые последние дни его жизни появилось и знаменитое произведение Джонатана Свифта (1667—1745); вряд ли Ньютон успел познакомиться с этим произведением, хотя с автором, повидимому, был лично знаком. Конечно, мимо него прошли прославленные творения кори-

феев французского ложноклассицизма—Корнейля (1606—1684), Расина (1639—1699), Мольера (1622—1673). Он мог прочесть перевод на английский язык Илиады, подслащенный Попом (1688—1744). Тот же Поп сочинил эпитафию для самого Ньютона. Наконец, в последние годы жизни Ньютона родились Дэвид Юм (1711—1776) и Адам Смит (1723—1790).

Каждое из этих имён скажет что-то современному образованному человеку, и по ним без труда можно восстановить мысленно тот культурный уровень, до которого во времена Ньютона поднялось человечество, вернее, его самый цивилизованный слой, его верхушка.[2] Но ещё важнее, ещё интереснее рассмотреть то прямое наследие, которое Ньютон получил для собственной работы в избранных им областях точной науки.

Проще всего установить до-ньютоновскую традицию в механике. Ньютон родился в год смерти Галилея (1564 — 1642), и творчество этих двух великих людей не требует промежуточного звена для того, чтобы установить между ними прямую связь. Торичелли (1608—1642) и Блэз Паскаль (1623—1662) были между ними только промежуточными эпизодами. Впрочем, нельзя не упомянуть еще Гюйгенса с его выводом центростремительной силы. А продолжателями Ньютона были жившие ещё при нём швейцарец Дан, Бернулли (1699—1783), известный своей гидродинамикой, член Петербургской Академии Наук, и несколько позже другой член этой же Академии и тоже швейцарец—Леонард Эйлер (1707—1782); уже после смерти Ньютона — французы Даламбер и Лагранж.

По линии астрономии творчество Ньютона берёт корни в учении польского каноника Николая Коперника (1473—1543). Дальше путь идёт через многолетние труды датчанина Тихо Браге (1545—1602), давшего знаменитые наблюдения над видимыми движениями тел солнечной системы. По ним Иоганн Кеплер (1571—1630) определил форму орбит планет и эмпирические законы движения их по этим орбитам. На долю Ньютона осталось подвести под эти кинематические законы динамическое обоснование. Это — его закон всемирного тяготения. Напомним, что последний только в наши дни удалось трудами Альберта Эйнштейна подчинить другому, более общему принципу.

Труднее столь же ясно установить преемство ньютоновых работ в области оптики. Приходится сознаться, что до-ньютоновская физическая оптика остаётся недостаточно изученной. Основные геометрические законы оптики были установлены до Ньютона Снеллем (1591—1626) и Декартом (1593—1660); скорость света была вычислена из астрономических данных уже при нём Олафом Ремером. Учитель Ньютона Барроу (1630—1679) написал на весьма вычурном латинском языке «Оптику»,[3] которая не могла остаться без влияния на Ньютона. Она также мало изучена. Корпускулярная теория, часто приписываемая Ньютону, на самом деле укрепилась в умах учёных гораздо раньше его; в её терминах мыслил и рассуждал, например, уже Кеплер. В оптике мы можем назвать также весьма мало крупных последователей Ньютона. Самым последним был Ж. Б. Био (1774—1862). В оптике чрезвычайный авторитет Ньютона был преодолен ранее, чем в других областях, вследствие успехов волновой теории, в трудах Юнга (1773—1827) и Френеля (1787—1827). Нынешний поворот в сторону учения о «фотонах» и «квантах», конечно, знаменует собой возврат к Ньютону, который, к слову сказать, был очень далёк в своих воззрениях от примитивной прямолинейности.[4]

Весьма сложного вопроса о предшественниках и преемниках Ньютона в математике мы касаться не будем. Здесь же обратим внимание на одно не безынтересное обстоятельство — слабое наличие немецких имён в фигурирующем выше перечне. За объяснением ходить недалеко: обстоятельства ужасной 30-летней войны и её бесславного окончания дают его в полной мере. Приходится, напротив, ещё изумляться, как в условиях этой войны для Германии могла сохраниться такая фигура, как Лейбниц.

Теперь мы поставим основной вопрос, который будет нас интересовать: что делалось в эту эпоху на нашей родине? В каком состоянии была ее общая и специально научная культура? Мог ли установиться известный резонанс на идеи Ньютона хотя бы в наиболее образованных слоях тогдашнего русского общества или, по крайней мере, в умах отдельных, исключительных его представителей?

Несколько сопоставлений и цифр дадут нам недвусмысленный ответ на все эти вопросы.

Одной из первых вех, отмеченных нами выше, является рождение Николая Коперника. Когда ему было семь лет, Россия только лишь освободилась от 250-летнего татарского ига (1480). Но это был далеко не единственный враг: с запада на неокрепшую Русь бросали жадные взгляды Польша и шведы. За тридцать лет до рождения Ньютона поляки завоевали всю западную часть России, занимали Москву, осаждали Троице-Сергиеву лавру и ушли, хотя и побитые, но разорив страну до тла. Борьба с захватами шведов продолжалась и после Ньютона, приняв, впрочем, к этому времени уже форму обратного завоевания у шведов исконных русских земель.

И тем не менее скоро в России заговорили о «Невтоне» и его творениях, стали спорить об их значении, сомневаться в них и в конце концов убеждаться их всепобеждающей мудростью. Произошло это потому, что в 1725 г., по решению Петра Великого, в Санкт-Петербурге открылась Академия Наук.

В истории Академии, в «Протоколах заседаний Конференции Академии», в «Материалах по истории Академии» мы находим рассыпанные здесь и там указания по интересующему нас вопросу. Случайно — а, впрочем, случайно ли?—имя Ньютона попадается уже в первом известии о действиях Академии.

Как известно, царь Петр лично знал Лейбница, встречался с ним за границей и переписывался с ним, находясь в России. Лейбниц был в курсе забот Петра о создании Академии, а особенно энергичное участие в трудах по её формированию принял его горячий сторонник, а впоследствии учитель Ломоносова, философ и физик Христиан Вольф (1679—1754). Он неоднократно указывал русскому правительству кандидатов на посты академиков, служил посредником в переговорах заинтересованных сторон. К числу его ставленников относятся, между прочим, и те два лица, о которых сейчас будет речь — Герман и Бильфингер, первые иностранные учёные, приехавшие в Россию.

Протоколы заседаний новой Академии начинаются ранее её официального открытия. В первом из сохранившихся, от 13 ноября 1725 г., мы читаем: «Hermannus de figura telluris sphaeroide, cuius axis minor sit intra polos, a Newtono in Principiis philosophiae mathematicis synthetice demonstrata analytica methodo deduxit. Opposuit Bülfingerus has demonstrationes locum habere, si terra antequam circa axem rotaretur sphaerica fuisset, sed de hoc ipso dubitari posse.[5]

Итак, первое же известие о научных работах новой Академии было соединено с именем Ньютона и было посвящено одному из его предложений.[6] Это, казалось, было и вполне естественно, так как имя Ньютона — самое яркое светило на научном небосклоне того времени, и дань уважения ему современников не нуждается в какой-либо мотивировке.

Однако ближайшее рассмотрение вносит в это первое впечатление некоторые существенные поправки.

И Герман и Бильфингер, один швейцарский, другой немецкий учёные, являлись несомненно проводниками идей Вольфа, а через него Лейбница; впрочем, в этом отношении едва ли не все учёные на континенте держались той же линии.

При таком положении дозволителен такой вопрос: точно ли к прославлению имени Ньютона клонился доклад Германа на вышеописанном заседании? В этом приходится весьма сомневаться, так как выступление Бильфингера

было направлено лишь слегка прикрытым острием именно против автора «Начал». Бильфингер стремился доказать, что ньютоново рассуждение вообще имеет ограниченное значение, поскольку ещё не доказано, является ли земля вообще шарообразной. Дело в том, что по своему анти-ньютоновскому настроению Бильфингер (1693—1750) примыкал к другой, враждебной Ньютону, группировке — к картезианцам. Он, повидимому, не допускал и всемирного тяготения, а старался мыслить в терминах выдвинутой Декартом теории вихрей, якобы уносящих в своём потоке тела солнечной системы. В первом томе «Commentarii Academiae Petropolitanae» было напечатано сочинение Бильфингера: «De directione corporum gravium in vortice sphaerica et figura nuclei. Dissertatio experimentalis»[7] — явный отзвук декартовских воззрений, которые по какому-то недоразумению поднял на свой щит Лейбниц. Напомним также, что Ньютон резко обрушился на защитников этой теории в своём предисловии ко второму изданию «Начал».[8]

Однако, куда бы ни было направлено острием выступление Германа, оно показывает, что без имени Ньютона в тогдашнем культурном мире невозможно было открыть обсуждение ни одной мало-мальски крупной и важной темы.

Второй раз мы встречаемся в академических анналах с именем Ньютона в 1726 г. Академия была тогда уже официально открыта. Она получила, повидимому, некоторые указания на желательный с её стороны образ действий и решила организовать публичные чтения по дисциплинам, по которым имелись уже на лицо академики. В постановлении от 14 января 1726 г. говорилось: «Того ради конца профессоры сея Академии сего 1726 года в будущий 24 день месяца генваря учение своё публичное начнут во дни: понедельник, среду, четверток и субботу, и впредь таким определением и учреждением поступать будут, о котором всем любителям добрых наук, а наипаче рачителям к учению сим для известия объявляется... с 4-х до 5 Георг Бернгард Бильфингер, физики экспериментальной и феоретической профессор, искусства физикальные восприемет с изъяснениями их и конклюзиями, следствуя в том Гравезанду в институциях философии Невтонианской, для пользы академической в 1723 году изданных».

Итак, первые публичные чтения новоучрежденной Академии также не обходятся без имени Ньютона.

Но и в этом случае не следует спешить с выводами без соответствующего критического разбора. Действительно, что за «искусства физикальные восприемет» уже знакомый нам академик Бильфингер? Напомним, что русской научной терминологии в то время не существовало, её приходилось изобретать и вырабатывать на ходу. Приехавшие иностранцы русского языка не знали и предпочитали говорить друг с другом по-латыни. Очевидно, и первоначальный текст указанного объявления был составлен на латинском языке. Для перевода же на русский язык при штате Академии состояли специальные переводчики (в первое время Горлецкий, Ильинский и Сатаров). Вот на их-то долю и доставалось трудное дело сообщать русскому обществу на русском языке о вещах, для которых на русском языке ещё не существовало выражений... Отнесёмся поэтому с глубоким уважением к их нелегкому труду. Их роль в этом деле еще недостаточно оценена и изучена.[9]

«Искусства физикальные» означают здесь «физические опыты». Итак, академик Бильфингер должен был проводить физические опыты. Слово «искусство», ныне употребляемое совсем в ином значении, представляет собой довольно точный перевод латинского «experimentum».

Анализируя дальше это академическое объявление, постараемся установить, что означают слова «следствуя Гравезанду в институциях философии Невтонианской»?

Как известно, Вильгельм Якоб Сторм фан Гравесанд (1688—1742), голландец по происхождению, был в своё время весьма популярным физиком

и философом и автором первого [10] курса физики. Гравесанд был большим поклонником Ньютона и назвал свой труд: «Physices elementa mathematica, experimentis confirmata, sive introductio ad philosophiam Newtonianam» (2 тома, 1720 и 1721). К этому курсу в 1725 г. вышло «Supplementum», а несколько ранее, в 1723 г., более краткое и элементарное издание того же курса «Philosophiae Newtonianae Institutiones». Вот эти «институции» и суть те, о которых упомянуто в означенном объявлении о публичном выступлении Бильфингера: последний, очевидно, должен был показывать слушателям физические опыты, следуя в изложении книге Гравесанда: «Институции (основы) Невтонианской философии». Собственно имя Ньютона было названо здесь совсем случайно.[11] И все же первые публичные лекции новой Академии также не обошлись без его упоминания.

Первые годы Академии украшены блестящими работами братьев Бернулли — Николая (1695—1726) и Даниила (1700—1788). Впрочем, первый скончался уже через год после своего приезда в Петербург; второй прославился своими работами по гидродинамике. Кто из физиков не знает его теории «установившегося движения» и связанной с ней «теоремы Бернулли»? Работы эти не могли производиться без основательной предварительной проработки «Начал». Но история не сохранила нам каких-либо инцидентов, связанных прямо с именем Ньютона по этому поводу. Отец и дядя «русских» братьев Бернулли, швейцарцы Иоанн (1667—1748) и Яков (1654—1705) Бернулли, знаменитые математики, создатели вместе с Ньютоном и Лейбницем дифференциального исчисления, а также интегрального и вариационного, как известно, приняли горячее участие в полемике между сторонниками Ньютона и Лейбница и явили учёному миру курьёзное зрелище двух полемизирующих друг с другом братьев. Но эта история, проходившая за пределами нашей родины, естественным образом выпадает из рамок нашего изложения.

Нам приходится теперь сделать скачок почти в четверть века, чтобы вновь встретиться в летописях Академии с именем Ньютона. Эта встреча соединена с именами Эйлера и Ломоносова.

Леонард Эйлер (1707—1782), один из величайших математиков, самый крупный преемник наследства Ньютона и Лейбница, был по рождению швейцарцем, как и Герман, как и братья Бернулли. Повидимому, он испытал в своём творчестве меньшее влияние со стороны Лейбница и Вольфа, чем, например, Герман. Уже 16 лет он заслужил звание магистра, а затем в кругу ближе его знавших приобрел такую научную репутацию, что братья Бернулли не побоялись предложить его, 20-летнего юношу, в сотрудники Петербургской Академии. В 1727 г. Эйлер, уже адъюнктом, приехал в С.-Петербург, и с тех пор не порывал с Академией связей,[12] хотя в течение 25 лет (1741—1766) работал не в Петербурге, а в Берлине. На этот промежуток и падает как раз один любопытный инцидент, о котором мы расскажем несколько ниже.

Эйлер работал в области математики, механики, оптики и астрономии, короче говоря, во всех тех областях, к которым приложил свою руку Ньютон. В математике он один из создателей дифференциального исчисления как системы математического анализа. В механике он навеки завоевал себе имя, выведя уравнения движения твёрдого тела. В оптике он отошел от Ньютона особенно далеко, так как явился одним из создателей волновой теории света. Для нас, на родине П. Н. Лебедева, особенный интерес представляет то, что Эйлеру принадлежит первая, хотя вряд ли удачная, попытка обосновать существование светового давления с волновой точки зрения.[13] Наконец, нам известен и целый ряд астрономических работ Эйлера.

Повидимому, Эйлер никогда не высказывался против Ньютона ни в математике, ни в механике. Но в астрономии его мнения иногда расходились с ньютоновыми. Например, он хотя и верил в существование всемирного тяготения, но, повидимому, подозревал существование и других сил, другого про-

исхождения и действующих по другому закону. Это усматривается из того инцидента, к рассказу о котором мы и переходим; он любопытен тем, что вводит нас в самую гущу тогдашних академических отношений.

В 1749 г. президент Академии граф Кирилл Разумовский (брат фаворита Елизаветы) пожелал воспользоваться существовавшим у Академии правом объявлять о премиях за решение каких-либо поставленных Академией задач. Дело это было новое, и президент боялся попасть в просак, предложив задачу не вполне серьезного научного значения. Поэтому он решил обратиться за содействием к Эйлеру, проживавшему тогда, как сказано, в Берлине. Эйлер охотно откликнулся на предложение президента и в июле 1749 г. прислал несколько задач. Известный деятель Академии, злой её гений, Шумахер, писал по этому поводу Эйлеру: «как только гг. профессора прочитали задачи, то закричали, что их составил Эйлер». Находившийся тут же Ломоносов открыто выразил свое недовольство тем, что по делу, принадлежащему Академии, обратились к кому-то помимо её. Он заявил (в заседании 21 августа 1749 г.), что и он от себя предложит несколько задач для отсылки президенту, если они будут одобрены Академией. Но своего обещания он не выполнил, и объявленной на премию оказалась лишь первая из задач, присланных Эйлером. Шумахер по этому поводу писал: «Скажу Вам только, что, заметив, что г. Ломоносов казался рассерженным присылкой задач, так как он думает, что в этом случае надлежало положиться на академиков, я ему говорил, что от него зависит предложить задачи, какие считает он нужным, и что их также пошлют к его снятельству. На это он согласился. Господин этот выказывает себя ужасным гордецом».

Задача, предложенная Эйлером, состояла в том, чтобы исследовать неравенства в движении Луны и показать, насколько ньютоновский закон всемирного тяготения достаточен для их полного объяснения. Сам Эйлер полагал, что «предложенная публично... (эта) задача есть величайшей важности, и нет никакого сомнения, что на неё поступят превосходные статьи... С давнего времени этот вопрос сильно меня занимает», писал он в том же письме несколько ниже. В другом его письме мы находим по этому же поводу следующие строки: «Хотя я довольно долго работал над этим предметом, однако снова примусь за него, употребив притом всё возможное старание». Между прочим, он просил в этом письме назначить его членом комиссии для рассмотрения представляемых по этому предмету статей.

На конкурс было представлено четыре статьи. Лучшей оказалась статья, написанная по-французски. Эйлер писал о ней: «прекрасная французская статья чем далее, тем более мне нравится. Я вначале не разделял мнения, чтобы теория Ньютона была достаточна, как доказывается в этой статье, для объяснения всех неравенств Луны, однако ныне, после разысканий об этом предмете по своему способу, нашёл дело иным и переменил свое мнение. Впрочем, это разыскание требует чрезвычайных вычислений, которыми я был занят непрерывно в течение двух недель и буду занят ещё несколько недель».

В своё время было выяснено, что статья, о которой здесь говорится, принадлежит знаменитому французскому математику Алексису Клоду Клеро,[15] который уже в 1743 г. прославился в качестве исследователя формы Земли (так называемая «задача Клеро»). В заседании 6 сентября 1751 г. он публично был удостоен премии в 100 червонцев, о чем записано так: «В оном собрании, во-первых, правящий секретарскую должность при Академии профессор астрономии Августин Нафанаил Гришов[16] именем Академии объявил, что предложенную в 1749 году следующую задачу: все ли неравности, которые в течении Луны примечаются, с невтоновой теорией сходны или нет? И буде не все сходны, то которая самая справедливая теория всех оных неравностей, по которой место Луны можно было определить на всякое время по самой точности? по рассуждению её между полученными в ответ на объявленную задачу диссер-

тациями к крайнему её удовольствию решил и удостоен за то обещанного ста червонных награждения славной господин Алексей Клеро, член Парижской Академии наук».

Блестящее созвездие имён на петербургском горизонте, как видно, собралось здесь вокруг одного притягательного центра — теории Ньютона, и последней от блеска обрамления суждено было не затмиться, а загореться новой славой.

Закончим изложение инцидента упоминанием, что впоследствии появилась и работа Эйлера по тому же предмету под заглавием: «Theoria motuum Lunae exhibens omnes corporum inaequalitates cum additamento» (1753, в Берлине); во втором петербургском издании (1772) она носит название: «Theoria motuum Lunae nova methodo peracta, una cum tabulis astronomicis, unde ad quodvis tempus loca Lunae expedite computare licet».

Нам уже пришлось встретиться с именем Ломоносова, смелого защитника академических прав. Это — русский академик и по имени и по происхождению. В последние годы сделано весьма много для того, чтобы восстановить во всем значении эту своеобразную, самобытную и выдающуюся личность. Он младший современник Ньютона (родился в 1711 г., умер в 1765 г.). Как он относился к наследию Ньютона и его личности?

Здесь прежде всего вспоминается его знаменитая ода: «Царей и царств земных отрада» с запоминающейся с юных лет строфой:

„О вы, которых ожидает
Отечество от недр своих
И видеть таковых желает,
Каких зовет от стран чужих;
О ваши дни благословенны!
Дерзайте, ныне ободренны,
Раченьем вашим показать,
Что может собственных Платонов
И быстрых разумом Невтонов
Российская земля рождать.“

Хочется верить, что не только для рифмы здесь упоминается Ньютон и что наш поэт и учёный не смог найти большего имени, когда указывал «рачительному» русскому молодому поколению самое возвышенное мерило для его будущего творчества.

Но и здесь трезвая критика обнаруживает двойственность. Напомним, что в юности Ломоносов был учеником неоднократно нами упоминавшегося Христиана Вольфа и всегда сохранял благоговейную память о своем учителе; в 1746 г. он издал книгу «Вольфианская экспериментальная физика с немецкого подлинника на латинском языке сокращённая, с которого на российский язык перевёл Михайло Ломоносов, Императорской Академии Наук член и химии профессор». Мог ли он при таких обстоятельствах уберечься от огромного влияния Вольфа в вопросе об оценке Ньютона? Прямых высказываний Ломоносова о Ньютоне мы не знаем, но имя Ньютона дважды попалось нам в сочинениях Ломоносова и оба раза с отрицанием утверждений Ньютона.

Такой случай приходится отметить в речи: «Слово о происхождении света, новую теорию о цветах представляющее, в публичном собрании Академии Наук июля 1 дня 1756 г. говоренное Михайлом Ломоносовым». Здесь автор с энергией и запальчивостью восстает против корпускулярной теории света, одним из авторов которой он называет Ньютона. «Приступаю к мнению времён наших, яснейшими физическими знаниями просвещённых. Из оных два суть главнейшие: первое — Картезиево, от Гугения подтверждённое и изъяснённое, второе — от Гассенда[17] начавшееся и Невтоновым согласием и истолкованием важность получившее. Из сих мнений которое есть правое и довольно ли к истолкованию света и цветов, о том со вниманием и осторожностью подумаем».

Автор не сомневается, что свет представляет собой некоторое движение, но какое? «Первое движение может быть текучее или проходное,[18] как Гассенд и Невтон думают, которым Ефир (материю света с древними и многими новыми так называю) движется от солнца и от других великих и малых светящихся тел во все стороны на подобие реки непрестанно...Второе движение может в Ефире быть зыблющееся...[19] Третье движение может быть коловратное,[20] когда каждая нечувствительная[21] частица, Ефир составляющая, около своего центра или оси обращается».

Далее приводится ряд доводов против корпускулярной теории. Один из них: куда девается световая материя, поглощаемая небольшой песчинкой, выставленной на солнце? Идея Кирхгофа о соответствии между испусканием и поглощением ещё не пришла, да приход её затруднен незнанием инфракрасного спектра и тождества между «световыми» и «тепловыми» лучами. Темная песчинка светлых лучей не испускает, значит свет в ней застревает. Расчёт показывает, что этой световой материи в песчинке скопляется очень много. «Скажите мне, любители и защитники мнения о текущем движении материи, свет производящей, куда оная в сем случае скрывается? Сказать инако не можете, что собирается в песчинку и в ней остаётся. Но возможно ли в ней толикому количеству материи вместиться?»

Особенно интересно следующее возражение Ломоносова: «Между известными вещами, что есть тверже алмаза? что есть его прозрачнее? Твердость требует довольной материи и тесных скважин; прозрачность едва ли из материи составлену быть ему позволяет, ежели положить, что лучи пропускаются текущим движением Ефирной материи».

Ниже мы читаем у Ломоносова ещё следующие строки:

«Сие положив, алмаз не токмо должен состоять из редкой и рухлой материи, но и весь должен быть внутри тощей. От твёрдости следует расположение его частиц, тесно соединённых, от прозрачности заключается не токмо рухлость, но и почти одна полость, утлой скорлупой окружённая. Сии следствия понеже между собой прекословят, следовательно произвольное положение, что свет от солнца простирается текущим движением Ефира, есть неправда».

История повторяется: в 1887 г., т. е. через 131 год после ломоносовского «Слова», почти теми же доводами Гертц — знаменитый Гертц — доказывал и, с точки зрения современников, доказал, что катодные лучи не представляют собой потока заряженных частиц, иначе они не могли бы проходить через отведенную к земле тончайшую алюминиевую фольгу (опыт Гертца). Мы все теперь уверены, что катодные лучи суть поток частиц — электронов. Как для опыта Гертца, так и для доводов Ломоносова существенно, что атом почти пуст, и ничтожно малые электроны свободно пронизывают его, как комета солнечную систему.

Итак, Ломоносов не принимает корпускулярной теории «Невтона» и склоняется к представлению «коловратного» движения частиц Ефира. Он не прецизирует свойств этого движения: продольно или поперечно; он не замечает необходимости с этой точки зрения тех явлений, которые Био назвал (весьма неудачно) поляризацией света, не замечает и того, что «коловращение» эквивалентно двум взаимно перпендикулярным «зыблениям». Но настроение его против «Гассенда» и «Невтона» несомненно.

Второй раз мы встречаем его критикующим «Невтона» в другой речи: «Рассуждение о твёрдости и жидкости тел,... в публичном собрании Императорской Академии Наук сентября 6 дня 1760 года читанное господином коллежским советником и профессором, Королевской шведской Академии наук членом Михайлом Ломоносовым». Оратору не нравится определение всемирного тяготения как основного свойства материи. Впрочем, он обвиняет в такой постановке не столько самого Ньютона, сколько его слишком усердных истолко-

вателей. Ломоносову чудится в этом определении что-то в роде «скрытого свойства», излюбленного схоластиками и высмеянного Мольером:

«Quia est in eo virtus dormitiva
Cuius est natura sensus assupire».[22]

В дальнейшем о Ньютоне больше не говорится, и мы на содержании речи останавливаться не будем.[23]

Мы исчерпали «древнюю историю» отношений между учением Ньютона и русскими учеными кругами. Упомянем весьма кратко об их «средней» истории.

В энциклопедиях и курсах первой половины XIX в.,[24] т. е. немного более 100 лет назад, кроме корпускулярной «теории Ньютона» и «колебательной теории» Юнга — Френеля, только что одержавшей свои блестящие успехи, начинает упоминаться, как отдельная, третья теория света. Она принадлежит Парроту.

Георг Фридрих Паррот (1767—1852) был членом нашей Академии Наук с 1826 г. Он положил много труда на организацию и приведение в порядок физического кабинета Академии. В своей книге «Uebersicht des Systems d. theoretischen Physik» (1809—1811), во втором томе (стр. 221), он и изложил свою теорию. Нам не пришлось видеть книги Паррота в подлиннике. Но мы знаем, что в его теории световая жидкость ещё более, если так можно выразиться, материализуется и наделяется целым рядом химических свойств. Нужно напомнить, что фотохимия была в конце XVIII и в начале XIX в. в большой моде, что привело, между прочим, и к открытию фотографии. Поэтому «химическая» теория Паррота была принята сочувственно и цитировалась в одобрительных тонах. Но уже лет через 25 о ней основательно и прочно забыли. Не знаем, правильно ли противополагать ее другим двум. Вернее признать её разновидностью корпускулярной теории. Тогда в России, наравне с Францией, мы имели бы последнюю по времени защиту этой теории, и последним, запоздалым паладином ее, наравне с французским академиком Био, был бы русский академик Паррот.

Если я не ошибаюсь, Араго где-то сказал, что всякое научное открытие вначале проходит три фазы: в первой отрицают его истинность; во второй доказывают его невозможность, так как оно противоречит религии и нравственности; наконец, в третьей полагают, что «это всем всегда было известно». Такая своеобразная триада с некоторой атрофией второй части наблюдается и в истории великого дела Ньютона. Уже через 100 лет после его смерти никто не сомневается в его «Началах»; школьники усваивают их, как некоторую догму, не вызывающую вопросов; труды математиков, механиков, астрономов уходят далеко от истоков той науки, которой они служат. Наша родина знает имена многих наших блестящих соотечественников, наследовавших дело Ньютона. В математике — Лобачевский, Остроградский, Чебышев; в механике — Ляпунов, Стеклов; в физике — Столетов, Лебедев развивали науку по пути, указанному Ньютоном, но уже вдали от его области. Ньютон как таковой не изучался и не исследовался.

Отметим некоторые проявления интереса к личности и делу Ньютона за последние десятилетия дореволюционной России.

Биография Ньютона издавалась и печаталась у нас четыре раза: в первый раз в 1856 г. в «Отечественных записках». Это перевод из «Revue de deux mondes» статьи Ремюза. Второй биографией на русском языке является также переводный труд: «Биография Ньютона» (с портретом). Сочинение Ж[ана] Б[атиста] Био,[25] пер. с франц. В. Ассонова, М., 1869. Последняя из биографий

интересна личностью автора и его высказываниями. Перевод не блещет особыми достоинствами, статья довольно обширна (около $5^1/_2$ листа).

Следующие две биографии представляют собой уже оригинальные работы. Из них одна — Н. Н. Маракуев: «Ньютон, его жизнь и труды» — выдержала четыре издания (последнее в 1908 г.) и читается, особенно молодежью, с живейшим интересом. Теперь её общая трактовка, конечно, устарела. В ней уделяется большое внимание культурному окружению Ньютона.

Второй явилась книжка М. М. Филиппова: «Ньютон, его жизнь и научная деятельность» (СПб., 1892), вышедшая в известной павленковской серии «Жизнеописаний замечательных людей». Ни одна из этих книг (кроме книги Био) не может претендовать, однако, на название подлинно научного жизнеописания Ньютона.

Кроме биографий, появились ещё отдельные статьи о Ньютоне. Так, в «Современнике» (т. 33, 1852 г.) была помещена реферативная статья Д. Перевощикова: «Новые материалы для истории ньютоновской книги «Математические начала естественной философии» (отд. II, стр. 97—112), в которой подробно излагается переписка между Ньютоном и Котсом (автор читает его фамилию по-французски: Кот) на основании исследований Эддльстона (1850). Статья интересна, как написанная крупнейшим в своё время специалистом. Автор весьма мотивированно и притом в весьма сочувственных тонах оценивает роль Котса в редактировании второго издания «Начал».

Вторая статья напечатана в «Журнале Министерства народного просвещения» за январь 1854 г. (отд. II, стр. 10—30) под заголовком: «О трудах Ньютона, преимущественно вне области физико-математических наук». Автор ее укрылся за начальной буквой Х (в оглавлении — М.Х.).[26]

Кроме весьма кратких биографических сведений о Ньютоне и некоторых поверхностных и снисходительных суждений о его главнейших трудах, автор занимается опровержением ньютоновой хронологии; особенно ошибочной он считает дату «похода аргонавтов» (!). Логика и философия Ньютона трактуются довольно сурово. Статья уделяет много внимания религиозным высказываниям Ньютона; в этой части она написана соответственно не‚атеистическому духу Николаевской эпохи.

Наконец, на русском языке имеются ещё две книги, в которых хотя и преследуются более общие задачи, но не мало страниц уделяется и Ньютону. Мы имеем в виду: 1) Ф. Араго — Биография знаменитых астрономов, физиков и геометров. Перевел Д. Перевощиков, СПб., 1859.[27] Здесь, на стр. 106—131, даётся биография Ньютона; она написана с горячностью и изяществом, свойственным перу знаменитого непременного секретаря Парижской Академии Наук; 2) Н. А. Любимов — История физики, в трёх томах. В т. III Ньютону специально отведены стр. 318—354, хотя имя его неоднократно упоминается и в других местах сочинения в числе учёных XVII и XVIII вв.

Следует упомянуть ещё об одном случае, когда русская дореволюционная общественность вспоминала Ньютона. Мы имеем в виду празднование двухсотлетия со времени первого издания «Начал». Оно было организовано Обществом любителей естествознания, антропологии и этнографии, совместно с Московским математическим обществом и состоялось 20 декабря 1887 г. в большом зале Политехнического музея.[28] Произнесённые на этом юбилейном собрании речи и составили содержание сборника «Двухсотлетие памяти Ньютона» (1888). В числе напечатанных речей отметим: А. Г. Столетова — «Жизнь и личность Ньютона», Н. Е. Жуковского — «Ньютон как основатель теоретической механики», В. К. Церасского — «Ньютон как творец небесной механики», А. Г. Столетова — «Ньютон как физик», В. Я. Цингера — «Ньютон как математик».

Все эти имена много говорят уму и сердцу старейшего поколения русских учёных. А. Г. Столетов — несомненный вождь русской физики того времени,

блестящий оратор строгого, но несколько пышного стиля — замечательны его речи о Гельмгольце, о Леонардо да Винчи, о кинетической теории газов. Н. Е. Жуковский — всеобщий любимец на кафедре, с глубоко продуманной и прочувствованной речью, как учёный не нуждается в особой рекомендации. В. К. Церасский — один из популярнейших ораторов физико-математического факультета; слушать его курс «Описательной астрономии» сбегались студенты и других факультетов.[29] Наконец, В. Я. Цингер — в то время один из старейших московских математиков, любивший и философские вопросы, а кроме того, небезызвестный ботаник.[30] Организованное в таком составе чествование памяти Ньютона не могло не произвести на публику глубокого впечатления. Сборник даёт о нём только слабое представление: статьи не дают какого-нибудь нового материала и по нашему времени представляются нам чрезмерно элементарными. Выделяется по красочности и живости изложения статья В. К. Церасского.

Нам осталось изложить новейшую историю изучения трудов Ньютона в России. Здесь темпы ньютоноведения обнаруживают резкий скачок: за последние четверть века в этой области сделано неизмеримо больше, чем за предшествующие два с половиной столетия. Если прежде мы, чтобы не упускать из виду сделанного, должны были вооружиться хорошим увеличительным прибором, то теперь возникает противоположная трудность: надо отойти подальше, в сторону, чтобы охватить всю картину и не потерять перспективы. Для историка, обязанного к беспристрастию, существует трудность и другого рода: главные деятели этой эпохи, к счастью, все продолжают здравствовать, и хвалить их (а их нужно хвалить) приходится, можно сказать, «в глаза» — занятие, несомненно, конфузное и неприятное.

Начало этой эпохи положил профессор Морской академии, а ныне академик Алексей Николаевич Крылов; исходная дата эпохи — 1916 год, когда в переводе А. Н. Крылова вышел в свет в «Известиях Морской академии» русский перевод «Математических начал натуральной философии».[31]

Напомним, что основной текст «Начал» — латинский, что существуют переводы их на трех главных европейских языках —английском 1729 г. (Мотта),[32] французском 1759 г. (маркизы дю-Шатле, с примечаниями Клеро) и немецком 1871 г. (Больферса). Последний перевод А. Н. Крылов считает неудовлетворительным.

«Начала» — монументальный труд, занимающий на русском языке 48 печатных листов; из них примечаний и дополнений переводчика — немного более четвёртой части общего листажа. Уже по одним своим размерам перевод представляет собой огромный труд. По «Воспоминаниям» А. Н. Крылова нам известно, что переводчику понадобилось предварительно основательно подновить свои знания в латинском языке, что вызывает у нас ещё больше уважения к его решительности и настойчивости, которые только и позволили ему довести до благополучного конца этот громадный труд.

В числе других трудностей, встреченных переводчиком, немаловажное место занимал тот уже не филологический, а логически-математический аппарат, которым пользовался в своей книге её гениальный автор: это, к удивлению начинающего, не тот аналитический метод исчисления бесконечно малых, который им же создан «à tous les temps, à tous les peuples», а старый, нами забытый и нам чуждый геометрический метод Архимеда, Евклида, Аполлония и других классиков. Далее, терминология Ньютона в сильнейшей степени отличается от современной, и, если её сохранить, для чтения создалась бы почти такая же трудность, как при чтении на мало известном иностранном языке. Затем, прогресс науки сделал то, что многие понятия, введённые Ньютоном, до чрезвычайности усложнились и вызывают в уме читателя много ассоциаций, совсем

не известных во времена написания «Начал». И, наконец, изложение Ньютона вообще не принадлежит к числу лёгких, и существует в «Началах» не мало мест, знаменитых главным образом своей темнотой. Как же А. Н. Крылов вышел из всех этих затруднений? Он перевёл «Начала», разумеется, вполне точно, следуя в изложении автору: геометрический метод Ньютона таким остался и в переводе. Но переводчик снабдил текст обширными примечаниями, и из числа этих примечаний более трети посвящено аналитическому изложению ньютоновских предложений и выводов, что составляет, конечно, огромную работу, которая далеко не каждому под силу. Терминологию А. Н. Крылов применяет в большинстве случаев новую, также оговаривая эту замену в примечаниях. Исторические указания занимают 20% всех примечаний. Почти треть примечаний посвящена разъяснению тёмных мест, почти 10% — мотивировке перевода, где он вызывал то или иное сомнение. Всего примечаний разного размера, от одной строчки до нескольких страниц, около 210. Все эти данные подчёркивают уровень и количество труда, положенного переводчиком-редактором.

Приведём из предисловия А. Н. Крылова несколько строк, в поучение всякому, кто берет на себя работу над классическим сочинением, подобным «Началам»: «Я придерживался латинского текста издания 1871 года и, переведя его сперва почти подстрочно, неоднократно перечитывал и исправлял этот перевод так, чтобы, при точном сохранении не только смысла подлинника, но и самых слов автора, достигнуть правильности и гладкости русского языка и избегнуть употребления латинских слов, вроде: импульс, эффект, факт и т. п., которые от написания их русскими буквами не становятся русскими. Затем, для еще более тщательной чистки, я этот перевод вновь переписал сам для подготовки его к печати».

Значение русского перевода «Начал» громадно: он открыл читателю, не получившему классического образования, — а таких теперь подавляющее большинство, — доступ к тем неисчислимым сокровищам, которые заключены в бессмертной книге. Воспользовались ли русские ученые круги новой открывшейся им возможностью? Не упало ли брошенное семя на камень?

В дальнейшем мы увидим, насколько быстро и широко разрослось дерево познания Ньютона. И мы, конечно, будем правы, если не менее как на половину припишем этот выдающийся успех тому переводу, который четверть века тому назад задумал, выполнил и обнародовал А. Н. Крылов.

Этот успех перевода целиком оправдывает взятую переводчиком линию: она — средняя линия и, как таковая, не может не встретить упреков как с одной, так и с другой крайней стороны. Напомним по этому поводу остроумное изречение Гельмгольца в его предисловии к «Lehre von den Tonempfindungen». Его упрекали, с одной стороны, в чрезмерной склонности к механическим объяснениям, с другой — в слишком больших уступках психологическим факторам. Из того, что эти противоположные упреки делались одновременно, он позволил себе сделать вывод, что его линия была правильной.

Также должна быть признана правильной и линия, взятая академиком А. Н. Крыловым при переводе «Начал» Ньютона.[33]

Повидимому, занятия Ньютоном не проходят, если так можно выразиться, безнаказанно: занимающийся навек остаётся в плену ньютоновских мыслей и представлений. Так случилось и с академиком А. Н. Крыловым. Сделавшись одним из лучших в мире знатоков трудов Ньютона и его эпохи, он с тех пор уже не переставал разрабатывать в своих произведениях то ту, то другую тему из наследия Ньютона. Таким образом, по его почину русская научная литература обогатилась целым рядом трудов и статей, посвященных более узким и частным вопросам, как поднятым самим Ньютоном, так и возникшим впоследствии при изучении его творений.

Остановимся прежде всего на некоторых работах самого А. Н. Крылова. В статье «О силах инерции и начале Даламбера» (Собр. трудов, V, стр. 495—511), посвященной 250-летию со времени издания «Начал» (доклад, прочитанный 26 декабря 1936 г.), А. Н. Крылов вскрывает всю ту невероятную путаницу, которая прочно водворилась в наших школьных пособиях и более солидных курсах вследствие двойственного понимания терминов и недостаточного внимания к вопросу о точке приложения сил. Он начинает с цитаты из Ньютона, приводит примеры толкования пятью разными авторитетными авторами злосчастных «фиктивных» сил и кончает следующими словами: «достойна удивления та прозорливость, которую проявил Ньютон в учении о силе инерции, и то, сколь многое он выразил в немногих словах».

Статью «Беседы о способах определения орбит комет и планет по малому числу наблюдений» (Собр. трудов, VI, стр. 1—149) А. Н. Крылов начинает с изложения метода Ньютона. Он доказывает (в противоположность утверждениям многих авторитетов, или замалчивающих способ Ньютона, или считающих его только приближенным), что способ Ньютона, данный в виде графического построения, может быть доведён до любой степени точности и выражен в чисто аналитическом виде. А. Н. Крыловым даны исчерпывающие примеры применения способа к реальным задачам, в том числе к знаменитой задаче о нахождении элементов орбиты кометы Галлея. Тут мы не можем отказать себе в удовольствии привести несколько выдержек из написанного по этому поводу А. Н. Крыловым: «Я должен сознаться, — писал он, — что анализ этого примера потребовал порядочного труда: я перечислил этот пример полностью трижды, вычисляя каждую величину для контроля совершенно различными манерами... Произошло это потому, что я сперва не получал тех чисел, которые показаны у Ньютона, а так как в числах, приводимых у Ньютона, ошибки быть не может, то и надо было доискаться способа, каким он свои числа получил... Приняв для радиуса-вектора данные Леверрье, я произвёл вновь расчёт, опять-таки воспроизводя буквально все указания Ньютона, получил более близкое согласие, но все-таки не полное...Тогда я переделал построение Ньютона, выполняя его в плоскости орбиты, а не в проекции, и притом не приближенно, а точно..., после чего я и для примера кометы 1680 года (Галлеевой) получил полное согласие длины хорды, расчисляемой по теореме Ньютона и по теореме Эйлера».

Автор приводит подробные вычисления, относящиеся к этому случаю, и заканчивает такими словами: «Все эти примеры и подробное их развитие показывают, что данная Ньютоном метода определения параболической кометной орбиты есть метода абсолютно точная, полная и в равной мере совершенная со всеми остальными творениями этого величайшего гения, но его творения требуют и достаточного внимания и тщательности при изучении, не упуская из виду ни единой буквы, ни единой цифры».

В статье «Судьба одной знаменитой теоремы» (Собр. трудов, V, стр. 227—248) А. Н. Крылов рассказывает, как теорема, положенная Ньютоном в основу своего способа, последовательно открывалась Эйлером и Ламбертом и под именами последних приводилась в знаменитых курсах; только Лагранжем она была закреплена за Ньютоном. Все же понадобились и новые изыскания А. Н. Крылова для окончательного установления её автора.

В работе «Sur la variation des éléments des orbites elliptiques des planètes» (Собр. трудов, V, стр. 249—266) А. Н. Крылов опять говорит о способе, предложенном Ньютоном. Не излагая её содержания, приведём в русском переводе лишь заключительную фразу автора: «Мы видим из этой заметки то значение, которое имеет замечание Ньютона, и то упрощение, которое оно вносит в основной вопрос «небесной механики», а также тот способ, которым можно преодолеть трудности, помешавшие, по мнению Лагранжа, им воспользоваться».

В небольшой заметке «On Sir Isaac Newton's formula for the attraction of a spheroid on a point of its axis» (Собр. трудов, V, стр. 267 — 271) речь идёт о выводе формулы Ньютона в современных терминах. Читателям «Начал» он известен из примечаний 125 и 189 к «Началам».

Упомянем ещё о двух статьях А. Н. Крылова (в том же томе, стр. 273 —277, 279—298): «Об одной теореме сэра И. Ньютона» и «О способе сэра И. Ньютона определять параболическую орбиту кометы». Жалеем, что мы не можем остановиться несколько подробнее на труде А. Н. Крылова: «Ньютонова теория астрономической рефракции» (Собр. труд., V, стр. 151 — 225). Хотя тема, казалось бы, принадлежит к области оптики, тем не менее она своими корнями гнездится в «Началах» и от них, как мы увидим, не отделима.

Ньютон сообщил Флэмстиду сначала одну, а потом и другую таблицу значений астрономической рефракции для различных зенитных расстояний, указав при этом в очень туманной и краткой форме, как к ним можно притти. А. Н. Крылов поставил себе задачу восстановить способ получения и первой и второй таблицы, и для этого, пользуясь своим исключительным знанием как «Начал», так и всей при-ньютоновской математической техники, указал вероятный путь их нахождения. По всему аппарату, с которым А. Н. Крылов подходит к задаче, по тем результатам, которые он при этом получает, и по тем выводам, которые он отсюда делает, следует назвать эту статью настоящим шедевром математической реконструктивной работы.[34]

То, что для «Начал» сделано акад. А. Н. Крыловым, то для оптических работ Ньютона исполнил акад. С. И. Вавилов. В 1927 г. им издана на русском языке «Оптика» — очень изящный томик, с вводной статьей и с примечаниями. В том же году им переведено два оптических мемуара Ньютона; перевод помещён в юбилейном номере «Успехов физических наук».[35]

К трехсотлетию со дня рождения Ньютона С. И. Вавиловым переведены «Lectiones optices» и написано исследование об эфире и материи у Ньютона (см. в настоящем сборнике). Можно считать, что оптические работы Ньютона в настоящее время для русского читателя представлены в должной полноте.

Наконец, в 1935 г. проф. Д. Д. Мордухай-Болтовским переведены с издания Кастильона главнейшие математические работы Ньютона — большой том с обширными примечаниями переводчика.

Чтобы покончить с ньютоновской литературой послереволюционного периода, укажем ещё на две книги. Первая — весьма интересная по мысли книга Л. Цейтлина: «Наука и гипотеза». Автор задался целью доказать неньютоновское происхождение многих изменений, введённых во второе издание «Начал». Он приписывает их влиянию Бентлея и Котса, действовавших в интересах клерикальной группировки. Сюда относится и знаменитое изречение «Hypotheses non fingo». Нам все же представляется, что картина, рисуемая автором, является несколько односторонней, так как он недостаточно учитывает всю огромную работу чисто научного характера, которую проделал Котс как редактор второго издания «Начал». Необходимо также принять во внимание, что взгляды Ньютона не представляли собой в течение всей его жизни чего-то застывшего и неподвижного. Желательно рассмотреть вопрос с точки зрения их постепенного развития, проследив его и по другим источникам (переписке Ньютона и т. п.).

Вторая книга — только что вышедшая новая биография Ньютона, написанная С. И. Вавиловым. Биография преследует задачу проследить главным образом развитие научного творчества Ньютона. Все остальные жизненные происшествия отодвинуты по сравнению с ней на задний план. Мы позволяем себе высказать полное одобрение такого рода трактовке; книга по своему уровню намного превосходит все те биографические попытки, которые делались на русском языке до сего времени.

Я думаю, что следует ещё упомянуть о «ревизии» ньютоновской физики и о том участии, которое в ней приняли русские учёные. Мы говорим, конечно, о принципе относительности. Мы можем назвать здесь работы покойного А. А. Фридмана и В. А. Фока. Первый выдвигал видоизменение общей теории относительности, при котором радиус Вселенной не остаётся постоянным, а равномерно изменяется. Творец общего принципа относительности А. Эйнштейн после некоторых контроверз должен был признать теорию вполне законной. В. А. Фоку принадлежит одна из крупнейших работ по теории относительности. Ведя до конца вычисления, что по трудности дела обыкновенно не делалось, он показал, что различие между теорией относительности, с одной стороны, и классической теорией, с другой, может быть прослежено для точки, лежащей очень далеко от скопления материи, — скажем, галактической системы или системы таких систем. Теория относительности даёт для такой точки обычное значение потенциала тяготения, только к массе всех тел системы прикладывается ещё дополнительный член, представляющий собой величину энергии системы, делённой на квадрат скорости света.

Есть произведения и обратного направления. Перу нашего соотечественника, покойного Г. А. Ботезата принадлежит вышедшая в Америке книжка «Back to Newton» («Назад к Ньютону»), возражающая против самых основ теории относительности.

ПРИМЕЧАНИЯ

[1] Речь, произнесённая на торжественном заседании Академии Наук СССР 4 января 1943 г.

[2] Укажем еще физиков и математиков, которые были современниками Ньютона, а отчасти состояли с ним в личных отношениях: это Гюйгенс (1620—1695), который до работ Ньютона был безусловно первым физиком своего времени. Далее следует Лейбниц (1646—1716)—соперник Ньютона по открытию дифференциального исчисления; Р. Котс (1682—1716)—редактор второго издания «Начал»; Р. Бойль (1626—1691)—знаменитый создатель первого закона газообразного состояния, личный друг Ньютона; Гук (1625—1703)—постоянный оппонент Ньютона по вопросам всемирного тяготения и разложения света; братья Бернулли, Яков (1654—1705) и Иоанн (1667—1748), разделяющие с Ньютоном и Лейбницем славу создателей дифференциального исчисления; Тейлор (1685—1731) и Маклорен (1698—1746) — единственные в Англии математики, которых можно считать последователями Ньютона. Р. Декарт умер в 1660 г., когда Ньютону было всего 17 лет; Ферма (1593—1665) упоминается самим Ньютоном как один из его предшественников по теории пределов.

[3] Lectiones opticae et geometricae, in quibus phaenomenon opticorum genuinae rationes investigantur et exponuntur et generalia curvarum linearum symptomata declarantur. 1674.

[4] Об этом см., например, «Усп. физ. наук» за 1927 г., где С. И. Вавилов опубликовал два оптических мемуара Ньютона. Там же помещена и собственная статья С. И. Вавилова, в которой он отмечает «корпускулярно-волновую» гипотезу Ньютона (стр. 94—101).

[5] «В них же рассуждали в 1725 г. 13 ноября: Герман сфероидальную форму Земли, у коей меньшая ось проходит через полюсы, — форму, доказанную Невтоном в математических началах физики, синтетически вывел аналитическим методом. Возражал Бильфингер, что эти доказательства имеют место, если, раньше чем вращаться вокруг оси, Земля была шарообразна, но в этом именно возможно сомневаться».

[6] Это — предложение XIX, задача III третьей части «Начал», напечатанное на стр. 531—537 тома VII Собрания трудов А. Н. Крылова; переводчик снабдил его подстрочным примечанием, в котором также аналитически решает эту задачу. Таких примечаний у А. Н. Крылова свыше двухсот. Отсюда видно, как анализ шагнул вперед за 200 лет — теперь никто не подумал бы сделать содержание отдельного примечания предметом целого академического заседания.

[7] «Экспериментальное рассуждение о направлении тяжёлых тел в сферическом вихре и о виде ядра».

[8] См. об этом подстрочное примечание А. Н. Крылова, l. c., стр. 14—15.

[9] С удовольствием отмечаем значительное участие в создании этих замечаний проф. А. И. Андреева.

[10] Впрочем, на полвека ранее появился под подобным же названием курс француза Рого («Physique», 1671). «Физика» Рого написана, конечно, в картезианском духе. Любопытную справку об историческом значении этой книги для преподавания физики в Англии см. в примечаниях Кэджори к английскому изданию «Начал» 1940 г. (стр. 629—632).

[11] Гравесанд был, повидимому, блестящий экспериментатор-демонстратор. Многие из его приборов прочно вошли в состав физических кабинетов. Один из них — знаменитое «кольцо Гравесанда» для демонстрации теплового расширения — доселе сохранило нам имя своего автора.

[12] Потомки Эйлера остались в России, в значительной степени обрусели и дали ряд дореволюционных русских деятелей.

[13] См. об этом, например, в одном обзоре П. Н. Лебедева (Собр. соч., стр. 383, 384).

[14] Пекарский. История Академии, I, стр. 267—270; II, стр. 409. В позднейшее время Ломоносов действительно представлял Академии задачи на премии. См. также «Протоколы Конфер. Акад. Наук», т. II, стр. 206, 255, 258.

[15] Клеро (1713—1765), член Парижской Академии с 18-летнего возраста; сочинение, о котором идёт речь, имеет заглавие: «Théorie de la Lune, déduite d'un seul principe de l'attraction».

[16] Гришов (1726—1760) — сначала член Берлинской Академии (1749—1751), а затем профессор астрономии и секретарь Конференции Академии в Петербурге.

[17] Гассенди (1592—1655) — французский учёный и философ, в своё время пользовавшийся большим влиянием и авторитетом.

[18] т. е. поступательное.

[19] т. е. колебательное.

[20] т. е. вращательное.

[21] т. е. неосязаемая.

[22] «Так как в нём сокрыта сила усыпленная,
Действием которой чувства замирают».

[23] Уже по окончании нашей статьи нам пришлось познакомиться с рукописью Т. И. Райнова «Ньютон и русское естествознание». Автор указывает на ускользнувшее от нашего внимания письмо Ломоносова к Эйлеру, в котором Ломоносов высказывает сомнения в ньютоновском положении о пропорциональности между «массой инертной» и «массой активной» (тяготеющей). Вопрос — весьма тонкий и существенный, который после Ньютона решался, каждый раз с новой, большей точностью, Бесселем, а потом Этвешем. И здесь, значит, опять отмечается некоторое психическое отталкивание между Ломоносовым и Ньютоном.

[24] Sehlers Physikalisches Wörterbuch, «Licht» (т. VI, стр. 368—372 и сл.); Д. Перевощиков. Руководство к опытной физике. М., 1833.

[25] Мы уже говорили о Био как о «последнем» защитнике оптической теории Ньютона.

[26] Повидимому, это М. С. Хотинский (1810—1866), в своё время довольно известный популяризатор и переводчик (им переведена известная «Популярная астрономия» Араго).

[27] Д. М. Перевощиков (1788—1880). Он упоминается у нас в третий раз: в первый раз как автор учебника, обсуждающего теорию Паррота; во второй — как автор реферата о книге Эддльстона. Он был профессором Московского университета (до 1851 г.), а впоследствии академиком.

[28] О самом заседании 28 декабря 1887 г. сохранились некоторые воспоминания, о которых см. юбилейный том «Учёных записок МГУ», посвящённый астрономии, в статье проф. С. Н. Блажко.

[29] От него я услышал в первый раз изречение Араго о трёх стадиях в отношении к новым научным истинам.

[30] Известный автор превосходных учебника и задачника по физике, покойный А. В. Цингер, был его сыном; другой сын — Н. В. Цингер, тоже покойный, — ботаник.

[31] Уже в 1936 г., т. е. всего через 20 лет, понадобилось второе издание «Начал», которые и напечатаны в «Собрании трудов А. Н. Крылова» (т. VII, изд. АН СССР). В дальнейших указаниях мы пользуемся этим изданием.

[32] Этот перевод, вновь просмотренный известным историком математики американским профессором Фл. Кэджори, издан уже после смерти последнего, но с его историческими примечаниями в 1934 г. Кэмбриджским университетским издательством.

[33] Нам пришлось познакомиться с двумя критиками перевода «Начал»: С. Богомолов в своей статье (Физ.-мат. общ. при КГУ, 1916) «Общие основания ньютонова метода первых и последних отношений» указывает на наличие в переводе трёх (!) неточностей. Проф. Д. Д. Мордухай-Болтовской в особенности ополчается против одной из них: А. Н. Крылов позволил себе сказать, что «отношения в пределе делаются равны», а надо было перевести «в конце концов делаются». Проф. Д. Д. Мордухай-Болтовской (Изв. СКГУ, 1928, т. III, стр. 108) называет это даже «искажением». Мы, однако, полагаем, что даже

если здесь имеется грех со стороны А. Н. Крылова, то «за этот вольный, краткий грех не будет гнев Аллаха долог!» (М. Шагинян — «Orientalia»). (См. об этом также статью акад. Н. Н. Лузина «Теория пределов Ньютона» в настоящем сборнике.)

Ещё одно заключительное замечание: накануне войны 1914—1918 гг. известное одесское издательство «Матезис» намеревалось выпустить перевод «Начал», сделанный Чакаловым. По обстоятельствам войны и последовавшей разрухи издание не могло состояться. Но вёрстка перевода сохранилась; по отзыву видевших его он обладает большими достоинствами. Нам кажется, что мы могли бы позволить себе роскошь двух переводов «Начал».

[34] Она подробно излагается в помещённой в настоящем сборнике статье И. А. Хвостикова.

[35] Этот превосходный номер заключает в себе, кроме указанных, статьи В. К. Фредерикса, Я. И. Френкеля и С. И. Вавилова (на последнюю мы указывали ранее, см. выше примеч. 4). Уровень этого номера служит весьма показательной иллюстрацией к тому, насколько выросли запросы читателей к юбилейным популярным статьям с 1887 г., о чём мы говорили выше.

Чтобы не возвращаться к вопросу об юбилеях, укажем здесь же на сборник, выпущенный в том же 1927 г. Академией Наук СССР, со статьями В. А. Белопольского, А. А. Иванова, А. Н. Крылова и П. П. Лазарева.

Профессор
Т. П. РАЙНОВ

НЬЮТОН И РУССКОЕ ЕСТЕСТВОЗНАНИЕ

I. Вводные замечания

Учёные мирового значения, каким был Ньютон, живут в последующей науке не как неподвижные памятники достигнутых некогда успехов, а как не умирающие факторы непрестанной работы по расширению и углублению приобретенных в прошлом познаний. Эту роль Ньютон играл и играет в науке всех стран и народов, в том числе и в русской науке.

Падая на почву этой последней, зароненные Ньютоном зёрна творческой мысли проявили себя не как бесспорные директивы, получаемые и принимаемые к безоговорочному исполнению, а как призывы к новым и новым возбуждениям творческой активности. Ньютон «влиял» на русскую науку, вызывая признание и в то же время поднимая против себя критику во имя новых, более далёких перспектив развития знания. Жизнь идей Ньютона в творческой среде русской науки являлась жизнью неустанно созидаемой и перерабатываемой истины.

Сейчас мы ещё не в состоянии написать всю историю этой жизни Ньютона на русской почве, потому что изучение истории русской науки проходит только первые, еще предварительные и подготовительные этапы. Рано судить исчерпывающим образом о роли Ньютона в процессе, фактическое содержание которого нам до сих пор весьма недостаточно известно.

Поэтому обширная и сложная тема о месте Ньютона в развитии русской науки может ставиться и разрабатываться пока только частично, эпизодически и отрывочно.

Но и такая постановка не лишена интереса.

Мы остановимся лишь на трех эпизодах. Мы покажем сперва, как уже в русской науке XVIII в. идеи Ньютона встретили яркий и мощный отклик и побудили к постановке и обсуждению ряда принципиальных вопросов. Мы обратимся затем к науке 50—80-х годов XIX в. и проследим, как некоторые идеи Ньютона, попав на русскую почву, содействовали грандиозному взрыву творчества одного из титанов русской науки, как в ходе этого творчества влияние Ньютона, сперва положительное, частично становилось затем отрица-

тельным, переходя от роли возбудителя к роли тормоза, против которого пришлось бороться в интересах движения вперёд. Мы закончим рассмотрением замечательного примера продолжения творческой жизни идей Ньютона в русской науке XX в.

II. Ньютон и Ломоносов

В русской науке XVIII в. произошёл ряд интереснейших встреч с влиянием Ньютона. Среди этих встреч эпизод «Ньютон и Ломоносов» не был самым ранним. Но он явился одним из самых убедительных выражений той неожиданной для многих, но издавна подготовленной творческой зрелости и активности, которые обнаружила русская наука XVIII в.

Как естествоиспытатель Ломоносов вырос и сложился на теоретической основе механистической науки XVIII в., одним из творцов и завершителей которой был Ньютон. Поэтому Ломоносов всегда ценил и высоко ставил Ньютона, особенно за его достижения в области астрономии или небесной механики. «Едва понятно, — писал Ломоносов в 1746 г., 20 лет спустя после смерти Ньютона, — коль великое приращение в астрономии неусыпными наблюдениями и глубокомысленными рассуждениями Кеплер, Галилей, Гугений, де-ла-Гир и великий Ньютон в краткое время учинили: ибо толь далече познание небесных тел открыли, что ежели бы ныне Ипарх и Птоломей читали их книги, то бы они тое же небо в них едва узнали, на которое в жизнь свою столь часто сматривали». Хотя постановка «великого Ньютона» в один ряд с посредственным учёным XVII в. де-ла-Гиром кажется нам теперь странной, все же Ньютон для Ломоносова «великий». Это величие, основанное на признании высокой роли Ньютона в утверждении или обосновании системы Коперника, Ломоносов подчеркивал не раз и позднее. Вероятно, эта заслуга Ньютона была в глазах Ломоносова одним из главных оснований пожелать, чтобы и «русская земля» начала рождать людей такого же «быстрого разума».

Ломоносов никогда не оспаривал многих общих установок Ньютона, таких, например, как подчёркнутую Ньютоном «аксиому», что одни и те же действия происходят от одних и тех же причин. Ломоносов тоже сочувственно цитирует эту «аксиому». Подобно Ньютону, и Ломоносов понимал эти причины как механические и притом высоко ценил математику как методическое средство механистического синтеза, утверждая, что все существующее в природе обладает математической точностью и определённостью и что без геометрии нельзя войти в таинственный храм природы. Если сам Ломоносов мало пользовался математикой в своих оригинальных работах, он всё же изучал «Математические начала» и «Арифметику» Ньютона, понимая их принципиальную важность.

Всё это, однако, не мешало Ломоносову иногда выступать против Ньютона. В вопросах естествознания у Ломоносова с Ньютоном были два капитальных расхождения. Одно касалось вопроса об отношении между массою и весом, другое — некоторых вопросов оптики.

По первому вопросу Ломоносов высказался ещё в 1748 г. в обширном письме к Л. Эйлеру и затем повторил почти буквально весь текст этого письма в 1757 г. в диссертации «Об отношении количества материи и веса».

По Ломоносову, «спорным представляется вопрос, будет ли отношение тяжести тел равняться отношению количества материи их же. Хотя, — продолжает Ломоносов, — многие считают это доказанным, и ещё большее число учёных пользуется, вместо аксиомы, положением: количества материи тел относятся между собой как веса их; однако имеется много фактов, говорящих против этого, и настолько существенных, что они заслуживают внимания ученого мира. Действительно, — поясняет свою мысль Ломоносов, — это поло-

жение бесспорно для однородных тел. Но до сих пор удовлетворительно не доказано, что оно имеет место для тел разнородных; и хотя оно и считается правильным, но оно не только недостаточно для объяснения явлений природы, но даже, повидимому, во многом им противоречит».

Пропорциональность массы весу содержится в первом из тех физических «определений», которыми открываются «Математические начала» Ньютона. Не доказывая здесь идеи пропорциональности, Ньютон возвращается к ней в дальнейшем дважды: сперва — в разделе, посвящённом движению маятников при сопротивлении, затем в специальном предложении, при изъяснении которого приводятся итоги экспериментального доказательства пропорциональности массы весу. Ньютон выполнил это доказательство, изучая время качания маятников. Между прочим, он показал, что маятники одинакового веса, но из разных, в том числе разнородных, сложных веществ (золото и дерево) ведут себя одинаково в отношении пропорциональности массы весу. Следовательно, Ломоносов был не прав, утверждая в своей упомянутой диссертации, будто в доказательстве теоремы о пропорциональности массы весу Ньютоном предусмотрен только случай однородных тел. Не прав был Ломоносов и в другом суждении о ньютоновском доказательстве этой теоремы. Он уверяет, будто здесь «весь ход доказательства вращается около его (Ньютона) гипотезы, что эфирная жидкость или не существует, или настолько редка, что в отношении сопротивления может считаться за ничто». Доказательство Ньютона никак не зависит от его отношения к гипотезе эфира, ибо соответствующий эксперимент Ньютона производился в одной и той же среде и оказалось, что в этой именно среде, есть в ней эфир или нет, массы золота и дерева пропорциональны их весу.

Доказательство Ньютона было неоднократно повторено — сперва Бесселем в 1828 г., потом Этвэшом в 1896 г., наконец, Этвэшом и его сотрудниками в 1909—1910 гг. Результат был повсюду один и тот же; он подтвердил справедливость истины о пропорциональности массы весу. В XX в. Д. Д. Томсон доказывал, что, независимо от того, весóм эфир или не весóм, он всё же не может влиять на вес тел, находящихся в нём. Следовательно, не только с точки зрения Ньютона, но и вообще для доказательства справедливости теоремы о пропорциональности массы весу вопрос о роли эфира безразличен.

Чем же объяснить упорное нежелание Ломоносова вникнуть в доказательство Ньютона и его дальнейшую попытку развивать ход мыслей, исходящих из отрицания упомянутой теоремы Ньютона? Повидимому, здесь играли роль две причины: одна, связанная с духовной атмосферой, в которой складывалось научное мировоззрение Ломоносова, другая, коренящаяся в более длительных условиях.

Что касается первой причины, она восходит к картезианству и, в частности, к кинетизму в мировоззрении Ломоносова. В своём доказательстве теоремы о пропорциональности массы весу Ньютон мимоходом задел сторонников взгляда, по которому эфир или какое-либо иное тело может быть либо совершенно лишено тяжести, либо обладать тяжестью меньшею, чем пропорционально массе их. Для представителей такого взгляда, к числу которых Ньютон относил и Декарта, вес мог бы зависеть и от формы тел. Ломоносов в качестве картезианца почувствовал себя задетым этим замечанием Ньютона.

Согласно механистической натурфилософии Декарта и самого Ломоносова, физические свойства тел зависят, между прочим, от формы элементарных корпускул, слагающих тела. Для Декарта и Ломоносова это положение носило бесспорный характер. Ломоносов не раз формулировал его, например, в своей ранней диссертации 1744 г. «О нечувствительных физических частичках, составляющих тела природы». Здесь, например, читаем: «Достаточное основание частичных качеств [всех тел] заключается в притяжении, силе инерции, фигуре и движении нечувствительных физических частичек». Исходя из идеи

о решающем влиянии фигуры или формы корпускул на свойства тел, Ломоносов, как и многие представители кинетической натурфилософии XVII в. до него, попытался построить такую теорию тяготения, в которой тяжесть зависит не только от ударов особой «материи тяжести», падающих на тела, но и от формы частиц, составляющих тела и воспринимающих удары материи тяжести.

Эта конструкция заставила Ломоносова a priori отвергать самые экспериментальные факты, приводимые Ньютоном в оправдание теоремы о пропорциональности массы весу и о независимости веса от формы тел.

Другая причина, объясняющая пренебрежение Ломоносова этими фактами, должна была лежать глубже, чем указанное умонастроение Ломоносова и его картезианских единомышленников. Существование этой причины необходимо допустить, исходя уже из того, что не один Ломоносов сомневался в пропорциональности массы весу. Эта пропорциональность была фактом, но фактом непонятным, а Ломоносов в той же диссертации о массе и весе не без основания указывал, что «явления становятся более ясными и очевидными в их действиях, когда известна причина их». Непонятные факты всегда вызывают сомнения и потребность в проверке. Мы уже упоминали о том, что такая проверка ставилась в отношении пропорциональности массы весу после Ньютона несколько раз, вплоть до начала XX в. Только в общей теории относительности Эйнштейна было дано первое объяснение связи инертной массы с тяготением и таким путем непонятная, хотя экспериментально и обоснованная теорема Ньютона получила то объяснение, какого ей недоставало ни во времена Ньютона, ни при Ломоносове, ни долгое время после них. И вот почему такой квалифицированный в вопросах механики судья, как Эйлер, ознакомившись с идеями Ломоносова относительно массы и веса, не занял простой и лёгкой позиции порицателя Ломоносова за пренебрежение фактами, а только посетовал на трудность вопроса, поставленного Ломоносовым. Эйлер писал: «Предложенный Ломоносовым вопрос, пропорционально ли количество материи весу тела, сам по себе был бы весьма важным, если бы можно было хоть сколько-нибудь надеяться получить основательные работы, вполне освещающие вопрос. Но я готов поручиться, что если даже предлагать этот вопрос десять раз подряд, мы все-таки не добьёмся большой достоверности». Действительно, достоверность (и то не безусловная) пришла только через 188 лет после смерти Ньютона и через 167 лет после диссертации Ломоносова о массе и весе.

Другое капитальное расхождение Ломоносова с Ньютоном относится к области оптики. Занимаясь вопросами оптики по крайней мере с конца 40-х годов XVIII в. и до конца своей жизни, Ломоносов не мог не сталкиваться с оптическими идеями Ньютона. Повидимому, Ломоносов был знаком с «Оптикой» или другими соответствующими трудами творца закона тяготения, по крайней мере, из вторых рук, если не по оригиналам, на которые у русского учёного прямых ссылок не имеется. Ломоносов оспаривал оптические воззрения Ньютона в двух пунктах.

Один касается вопроса о простоте семи элементарных спектральных тонов, на которые Ньютон впервые разложил белый свет в 1666 г. В одной черновой заметке Ломоносов указывал, что Ньютон ошибался, приписывая этим тонам простоту. В «Слове о происхождении света» (1756) Ломоносов противопоставлял Ньютону точку зрения Мариотта, утверждавшего, что число простых основных цветов не семь, а три (голубой, жёлтый и красный). Присоединяясь к Мариотту, Ломоносов пытался подкрепить его данные своими наблюдениями и теоретическими соображениями.

В этом противопоставлении своих взглядов взглядам Ньютона Ломоносов сделался невольной жертвою одного исторического недоразумения.

По существу своего понимания основных цветов Ломоносов был до известной степени прав. Не только опыты Мариотта, но и собственные опыты Ломоносова относительно получения окрашенных мозаичных составов из

комбинации окрашенных же исходных веществ показали, что действительно можно получить состав любого цвета путём сочетания в различных пропорциях исходных веществ голубого, желтого и красного цветов. Ломоносов и его современники не знали ещё более широкой истины, установленной лишь через 100 лет после Ломоносова, что любой данный цвет смеси можно получить не только из веществ указанного цвета, но также из веществ других цветов, каждый раз — трёх.

Но ни эта истина, ни более частная её форма, известная Мариотту и Ломоносову, не может быть противопоставлена установленному Ньютоном положению о составе белого света из семи простых цветных тонов. Дело в том, что этот факт относится к физическому составу света, а вопрос, поднятый Ломоносовым, касается более сложной проблемы цвета. Для постановки и решения этой проблемы, как показала история её развития, недостаточно данных физики. Здесь необходимо привлечь ещё данные химии, физиологии и психологии, ибо цвет — сложная функция физических, химических, физиологических и психологических условий. Ломоносов занимался преимущественно химической стороной проблемы цвета и не стоял ни в каком действительном противоречии с Ньютоном, который сделал крупный вклад в изучение физических предпосылок явления цвета. Но во времена Ломоносова эта принципиальная ситуация далеко не отличалась ясностью, и не только для Ломоносова, но и для Ньютона. Это обстоятельство и дало Ломоносову повод неосновательно противопоставлять свое понимание некоторых химических условий цвета данным Ньютона о физическом составе света.

Ломоносов ещё усложнил это кажущееся серьёзным, а на деле мнимое противопоставление своей попыткой основать учение о трёх исходных цветах на гипотетической теории эфира. Это не могло усилить его позиций и не сделало их по существу враждебными взглядам Ньютона, который если не в данном вопросе, то в других вовсе не был чужд интереса к гипотезе эфира.

Другое противопоставление Ньютону в плоскости оптики Ломоносов сделал в вопросе о природе света. Кое-что и здесь объясняется недоразумением. Хорошо известно теперь и хорошо было известно желающим знать это и во времена Ломоносова, что у Ньютона не было окончательно сложившегося мнения о сущности света. Он отдавал должное эмиссионной теории, разработанной им же в подробностях, но не отрицал и некоторых удобств волновой, ондуляционной, теории, которую подробнее его разработал Гюйгенс. Правда, защита эмиссионной теории звучала у Ньютона увереннее, и это заставляло многих забывать об его не враждебном в сущности отношении к теории волновой. Ломоносов был в числе этих многих. В «Слове о происхождении света» он объявил Ньютона сторонником только эмиссионной теории и подверг эту теорию оригинальной критике, доказывая невозможность тех движений гипотетических световых частиц, какие требуются эмиссионной теорией, и защищая волновую теорию Гюйгенса.

В свете последующей истории оптики и физики вообще эти контроверзы должны рассматриваться не как борьба защитников ондуляционной истины против сторонников эмиссионного заблуждения, а как диалектически необходимые (в философском смысле) и неизбежные споры между представителями двух не полных и не точных истин. В этих спорах у Ньютона было то преимущество перед Ломоносовым и любым другим исключительным сторонником каждой из обеих теорий, что великий творец «Математических начал естественной философии» до известной степени предчувствовал или предугадывал относительную справедливость и вместе с тем несправедливость каждой из теорий, взятой независимо одна от другой. Отсюда его колебания между ними вплоть до конца его научной жизни. Ломоносов не ведал таких колебаний, но и за ним остаётся давно уже отмеченная в истории заслуга, что он защищал ондуляционную теорию как раз во времена её наименьшей популярности.

III. Ньютон и Менделеев

Небесная механика с механикой теоретической являлись в первой половине XIX в. основными областями, в которых тогдашняя наука всего отчетливее ощущала длящееся влияние идей Ньютона.

Начиная с 50—60-х годов XIX в., возрождение механицизма во всех областях естествознания после периода его значительного забвения должно было расположить и другие науки к восприятию и развитию идейного наследия Ньютона. Из физики, где это возрождение началось всего раньше, оно должно было перекинуться в химию — в меру её сближения с физикой, в меру её проникновения физическими началами. Физические начала означали тогда прежде всего начала механические, т. е. опять-таки начала, связанные преимущественно с именем Ньютона.

Оба основные русла, через которые вообще распространялось тогда влияние Ньютона, — русло небесной механики, или теоретической астрономии, и русло механистической физики — сыграли свою роль и в России, где в 50—80-х гг. XIX в. Ньютон оказал решающее влияние на великого химика Д. И. Менделеева.

Ещё в период студенчества, в 50-х годах, в Педагогическом институте в Петербурге Менделеев испытал сильное впечатление от ньютонианской небесной механики под влиянием лекций проф. А. Н. Савича. Последний опирался на Лапласа и Гаусса — величайших продолжателей Ньютона в небесной механике. Кроме того, в числе пособий, рекомендованных Савичем для прохождения курса, значилось известное популярное сочинение Лапласа «Изложение системы мира», которым увлекался Менделеев-студент. В этом сочинении Ньютон поставлен на пьедестал, и Лаплас развивает мысль, что вся теоретическая астрономия представляет развитие закона тяготения Ньютона.

Хотя учителя Менделеева в Педагогическом институте — физик Ленц и химик Воскресенский — не были активными борцами за механистическое естествознание, тем не менее и в их преподавании должны были отразиться его принципы, начавшие в 50-х годах своё победное шествие. Во всяком случае Менделеев имел возможность усвоить эти принципы также и прямо, из современной научной литературы. Это было тем легче, что, владея иностранными языками, Менделеев-студент, как доказывает его кандидатская диссертация об изоморфизме, хорошо был знаком с этой литературой в подлинниках.

В итоге, ко времени начала самостоятельной научной деятельности Менделеев был уже отъявленным ньютонианцем. Очень ярко демонстрируется это письмом Менделеева, адресованным в 1860 г. из места его заграничной командировки попечителю Петербургского учебного округа. «Главный предмет моих занятий, — писал молодой Менделеев, — есть физическая химия. Ещё Ньютон был убежден, что причина химических явлений лежит в простом молекулярном притяжении, обусловливающем сцепление и подобном явлениям механики. Блеск чисто химических открытий сделал современную химию совершенно специальной наукой, оторвав ее от физики и механики; но, несомненно, должно настать время, когда химическое сродство будет рассматриваться как механическое явление, подобно тому как настало уже для нас время считать свет и теплоту подобными же явлениями. Я выбрал своею специальностью те вопросы, решение которых может приблизить это время потому особенно, что подобные занятия при их новизне представляют и множество частных интересов на каждом шагу. Первым предметом для занятий должно по многим причинам выбрать определение сцепления химических соединений, т. е. заняться капиллярностью и расширением тел».

Идеи этого программного заявления Менделеева нашли воплощение уже в первых его работах. Например, в статье «О сцеплении некоторых жидкостей

и об отношении частичного сцепления к химическим реакциям» (1860) Менделеев поставил себе целью собрать ряд важных данных, «необходимых для молекулярной механики». Сюда относятся: вес частицы или молекулы, удельный вес твердых и жидких тел и его изменение от нагревания, наконец, сцепление тел, которое «стоит в прямом и близком отношении с мерою взаимного притяжения частиц, а это-то притяжение, конечно, и обусловливает физические и химические явления».

Итак, свою самостоятельную научную деятельность Менделеев начинает с именем Ньютона на устах, провозглашением механической природы химических процессов и в уверенности, что в них вещества подчиняются взаимному притяжению.

Когда позднее, в 60-х годах, Менделеев приступает к работе над будущими «Основами химии» в свете периодического закона, к этим ньютонианским предпосылкам он присоединяет еще один принцип. Хотя и не высказанный Ньютоном непосредственно, этот принцип стоит в тесной связи с идеями Ньютона. Мы имеем в виду убеждение Менделеева в первичном и руководящем характере атомного веса по сравнению со всеми остальными физико-химическими свойствами вещества. Свои «Математические начала» Ньютон не даром открывает определением массы и указанием, что она пропорциональна весу,—именно масса являлась для Ньютона носителем физических свойств, а её вес, её связь с тяготением — ближайшим из этих свойств.

Массы, точечные и телесные, соединённые друг с другом тяготением или силами веса и вообще центральными силами, аналогичными тяготению, — такой образ лежал в основе ньютоновской картины мира.

В отличие от Ломоносова, который еще сомневался в пропорциональности массы весу, Менделеев в общем принял и усвоил эту идею. В качестве химика он подошёл к теории весомой массы со стороны её связи с элементарными, атомными химическими единицами, и, таким образом, для него оказался подготовленным и убедительным принцип, что атомный вес является свойством вещества, определяющим все остальные его физико-химические свойства.

Впрочем, как ни подготовлен был Менделеев к усвоению этого принципа уже в конце 60-х годов, когда он приступал к писанию «Основ химии» в духе периодической системы, принцип этот не был для него простой и самоочевидной аксиомой. Он сам засвидетельствовал это в 1877 г. в третьем издании «Основ химии». «Когда, — писал он там, — (в 1869) я предлагал её (т. е. идею связи между количественной стороной химических превращений, воплощённой в атомном весе, и химическими качествами.—*Т. Р.*) в первом издании этого сочинения, во мне ещё не было полной уверенности в общей применимости основного начала, выражаемого словами: *свойства атомов и частиц зависят прежде всего от их массы*. Теперь эта уверенность родилась». Чтобы убедить себя самого в справедливости этого положения, Менделеев должен был построить сперва всю периодическую систему, что им и сделано в статьях конца 60-х и начала 70-х годов и в первом издании «Основ химии».

Теперь мы лучше самого Менделеева понимаем, как основательна была его осторожность при возвещении фундаментального значения атомного веса для построения химической системы. Во-первых, в Менделееве, может быть, ещё жива была частица тех сомнений в пропорциональности массы остальным физико-химическим свойствам, начиная с веса, которые, как мы знаем, разделяли ещё Ломоносов в 1748 г. и Бессель в 1828 г. Ведь и для Менделеева эта пропорциональность оставалась в сущности непонятной, какой она была и для всего XIX в., вплоть до появления общей теории относительности и тяготения Эйнштейна. Всякому естествоиспытателю, раз он пускался с этой ньютонианской мыслью в плаванье среди необозримого моря конкретных фактов, надлежало проверить, как и насколько эта непонятная, но привлекательная идея оправдывается экспериментально и систематически. Другого пути, кроме

построения целой системы, не существовало и для Менделеева, чтобы убедиться в правомерности знаменитого ньютонианского принципа в области химии.

При систематической проверке этого принципа у Менделеева сразу же возникло еще одно капитальное препятствие к окончательному принятию этой идеи. Не забудем, что зависимость химических свойств от массы открылась Менделееву в *осложненной* форме. Ведь он не просто обнаружил однозначную зависимость химических свойств от массы, т. е., ближайшим образом, от атомного веса элементов: одним и тем же творческим актом он открыл и «периодическую» форму этой зависимости. Свойства элементов изменялись в его глазах не прямо в связи с возрастанием атомного веса элементов. До поры эта простая связь вскрывалась ясно и наглядно, но затем наступало осложнение, выражавшееся в периодическом возвращении известных химических свойств у новых элементов, в то самое время как атомный вес их продолжал возрастать.

В сущности, этот замечательный факт мог поколебать уверенность Менделеева в руководящем значении массы среди других физико-химических свойств. И теперь мы знаем, что, обнаружив такое колебание, он поступил бы по существу правильно. Как известно теперь, химические свойства элементов объясняются, в первую очередь, не массою, а строением атома, вскрытым современной квантовой механикой. Масса не лишена *некоторого* частичного значения в механизме возникновения химических свойств, но её роль в этом отношении далека от *определяющей*.

Если бы Менделеев мог сколько-нибудь догадываться об этом в 1869 г., мы, вероятно, не получили бы периодической системы элементов. Но такая далеко идущая догадка не пришла в голову Менделееву ни в 1869 г., ни долгое время спустя.

Мало того, можно утверждать, что в первые годы по создании периодической системы Менделеев даже не ощутил и не осознал всего повелительного значения открытой им периодичности химических свойств для переоценки и ограничения всеобщности и обязательности ньютонианского принципа, что «свойства атома и частиц зависят прежде всего от их массы».

В самом деле, просматривая многочисленные формулировки периодического закона, данные Менделеевым с 1869 г. и до конца 80-х годов, мы всюду встречаем рядом друг с другом, иногда в одной и той же фразе, констатирование зависимости химических свойств элементов от их массы и периодического характера этой зависимости. Но ни разу Менделеев не останавливается при этом на вопросе, как объяснить эту периодичность, нарушающую простую пропорциональность химических свойств массе. Если не ошибаемся, только около 1889 г. Менделеев впервые заметил, или, вернее, сформулировал возникающий здесь вопрос.

Вероятно, поводом к этому явилась необходимость продумать еще раз всю совокупность имеющихся фактов и замеченных в них закономерностей для своего рода международного юбилея периодического закона, каким явилось приглашение Менделеева выступить с так называемым «фарадеевским» докладом в английском Химическом обществе. Доклад состоялся 4 июня н. ст. 1889 г. и был посвящён, по выбору самого Менделеева, «периодической законности химических элементов».

Здесь Менделеев, наконец, затронул интересующий нас вопрос в отчетливой и весьма своеобразной форме. Позволим себе напомнить по этому поводу несколько характерных мест из доклада Менделеева.

Он заявляет: «периодические функции давно известны и очевидны для выражения зависимости многих явлений от перемены времени и места; они стали привычны уму, когда дело идёт о замкнутых формах движений или о всяких уклонениях от устойчивого положения, подобных колебаниям маятника. Такая-то периодическая функция для элементов оказалась явною в зависимо-

сти от массы или веса атомов. Первичное понятие о массе вещества вообще или в частности о массе атома принадлежит к числу категорий, которых дисциплина наук до поры до времени не допускает трогать, так как ничто поныне не даёт нам способов расчленить, анализировать это понятие. Все же, что было известно в отношении функциональной зависимости от масс, ведя свое начало от Галилея и Ньютона, показывало, что по мере возрастания массы переменные функции падают или растут, как притяжение небесных светил. *Всегда,*— подчеркивает Менделеев, — *выражение явлений оказывалось пропорциональным массе и не было ни разу, чтобы с возрастанием массы начиналось через некоторый период повторение свойств, как оказалось в периодической законности для химических элементов. Это составило такую новость в изучении явлений природы, которая хотя не тронула завесы, скрывающей от нас истинное понятие о массах, но указала на то, что разрешения понятия о массах вообще должно искать в массах атомов, тем более что всякие массы суть не что иное, как суммы или сложения тех химических атомов, которые лучше было бы называть химическими индивидуумами*».

Перед нами поистине революционный поворот мысли!

В самом деле, до сих пор Менделеев, следуя ньютонианской традиции, искал объяснения химических свойств элементов или атомов только в массе. Теперь, продумав глубже значение нарушения простой функциональной зависимости этих свойств от массы, Менделеев не только перестаёт искать в массе последнюю основу химических свойств атомов, но начинает считать, что самая масса должна быть объяснена из природы или строения атома, или, как он выражается, из химического индивидуума.

В других местах того же доклада Менделеев формулирует эту мысль о первичности и основном характере индивидуума для объяснения природы вообще — ещё резче и ярче: «Связав понятие о химических элементах новыми узами с дальтоновым учением о кратном или атомном составе тел, периодический закон открыл в естественной философии новую область для мышления. Канту казалось, что в мире есть „два предмета, постоянно вызывающих людское удивление и благоговение: нравственный закон внутри нас и звёздное небо над нами". Вдумываясь в природу элементов и в периодический закон, следует сюда присовокупить третий предмет: «природу элементарных индивидуумов, рядом с ними всюду выраженную», так как без них немыслимо само звёздное небо и так как в атомах единовременно открывается и своеобразность индивидуальностей, и беспредельная повторяемость особей, и подчинённость кажущегося произвола индивидуумов гармоническому порядку природы».

Дополняя эти выразительные формулировки новыми оттенками своей мысли, Менделеев заявляет наконец: «естествознание нашло всюду в мире единство плана, единство сил и единство вещества, и убедительные доводы науки нашего времени заставляют каждого увериться в этих видах единства. Признавая единство во многом, необходимо, однако, произвести индивидуальность и видимое множество, всюду проявляющееся. Давно сказано: дайте точку опоры, и землю легко сдвинуть Так должно сказать: дайте что-либо индивидуализированное, станет легко понять возможность видимого многообразия. Иначе — единое как же даст множество? Естествознание нашло после великого труда исследований индивидуальность химических элементов, и потому оно может ныне не только анализировать, но и синтезировать, понимать и охватить как общее, единое, так и индивидуальное, множественное. Единое и общее, как время и пространство, как сила и движение, изменяется последовательно, допускает интерполяцию, являя все промежуточные фазы. Множественное, индивидуальное, как мы сами, как простые тела химии, как члены своеобразной периодической функции элементов, как дальтоновские кратные отношения, характеризуется другим способом: в нём везде видны — при связующем общем — свои скачки, разрывы сплошности, точки,

исчезающие от анализа бесконечно малых, отсутствие промежутков. Химия нашла ответы на вопросы о причине множества, и она, держась понятия о многих элементах, подчинённых дисциплине общего закона, указывает выход из индийского исчезания во всеобщем, даёт свое место индивидуальному. Это место индивидуальности притом столь ограничено охватывающим всесильным всеобщим , что составляет не более как точку опоры для того, чтобы понять множество в единстве».

Итак, ломая ньютонианскую традицию, которой он сам следовал с начала своей научной деятельности, Менделеев отказывается теперь видеть объяснение периодического характера системы элементов в массе, как последней основе природы. Самую массу, а в связи с нею, очевидно, и периодичность свойств элементов Менделеев возводит теперь, в 1889 г., к определяющему влиянию природы индивидуума, в частности химического индивидуума.

Красноречивая защита значения индивидуального в мире, звучащая так убежденно в приведённых фразах Менделеева, не привела у него, однако, к действительному объяснению массы и периодичности свойств элементов. Менделеев, по его же словам, только указывает «новую тайну природы, еще не поддающуюся рациональной концепции».

Нужно подчеркнуть, что его чутье правильно подсказало ему направление, в котором следовало искать здесь рациональную концепцию. Менделеев был прав, ожидая ее от исследования атомов. Если самому Менделееву по многим историческим причинам не было суждено действительно пойти по этому пути, то позднейшая наука, уже в наше время и независимо от Менделеева, не без успеха воспользовалась им.

Правда, она при этом оставила в стороне тот принцип, который казался Менделееву всё разрешающим — принцип индивидуальности. Квантовая механика не говорит о нём. Но мы позволим себе напомнить, что, не пользуясь этим понятием, она заменила его *эквивалентным* и более доступным математической формулировке принципом Паули.

В самом деле, для объяснения того, что атомы и их свойства не образуют непрерывного ряда, а укладываются в своеобразную периодическую функцию, Менделеев прибегал к идее индивидуума, каким-то, ближе не объяснённым образом требующей, чтобы атомы и их свойства отвечали этой функции. Принцип же Паули гласит, что на каждой из так называемых (условно) «орбит», занимаемых электронами в их движении вокруг атомного ядра, не может быть двух электронов, характеризуемых четырьмя одинаковыми специфическими численными величинами. Отсюда в квантовой механике выводится количество «орбит» и число электронов в них, причем химическая индивидуальность атома, его физико-химические свойства как раз определяются этими «орбитами» и числом электронов, движущихся по ним. Отсюда выводят затем и периодичность свойств в системе элементов. Конечно, принцип индивидуальности, выдвинутый Менделеевым, является несравненно более «иррациональной» концепцией, чем принцип Паули. Но и в этом последнем скрыто ещё немало загадочного, хотя он в своих применениях даёт ряд рациональных выводов и предсказаний. Мы хотим сказать, что, продвигая науку несравненно дальше в её революционном отходе от ньютонианского примата массы, чем это мог сделать Менделеев, принцип Паули и вся квантовая механика, в которую входит этот принцип, продолжает всё же дело, начатое Менделеевым, далеко притом не освободившись от следов той иррациональности, которой так много в принципе индивидуума у Менделеева.

После этого понятно, с какой трудностью и медленностью шёл Менделеев по пути отказа от примата ньютонианского принципа массы. Ведь это означало в его глазах и в глазах его современников отказ от самой основы механической химии, а Менделеев до конца жизни повторял или, точнее, переиздавал в «Основах химии» написанные им раньше слова, что «все явления природы

составляют только различные виды и формы движений, видимых и невидимых», и настаивал на «понимании химических явлений в смысле механическом», а химической энергии как «невидимого движения, побуждающего вступать в реакции». Понятно и то, что, замечая несоответствие периодического характера зависимости химических свойств от атомного веса обычным и привычным формам функциональных зависимостей, Менделеев долго не решался додумать до конца это несоответствие и подчеркнуть единственное в своём роде своеобразие этой зависимости. Заметив же и констатировав впервые это своеобразие, кажется, в пятом издании «Основ химии» (1880), Менделеев не решился сделать из него выводы, формулированные им только через 9 лет, в 1889 г., в указанном выше «фарадеевском» докладе.

Характерно, что эти выводы не были впоследствии введены Менделеевым в текст «Основ химии»; он ограничился только тем, что напечатал «фарадеевский» доклад как добавление к «Основам химии» (1889). Позднее это добавление не переиздавалось в составе «Основ химии». Мало того, в последнем издании «Основ», вышедшем при жизни Менделеева, именно в восьмом (1906), в главе о периодической системе (гл. 15), Менделеев не поместил ни одной оговорки о том, что масса, или атомный вес, не является последней основой периодической системы, а таковою является возвещённый Менделеевым в 1889 г. принцип индивидуальности.

Нет достаточно решительных оговорок в этом смысле и в тех многочисленных дополнениях, которые Менделеев печатал в конце последних изданий «Основ химии». Правда, в одном из них (№ 413) можно найти некоторое отражение сомнений Менделеева в основном для химии значении понятия массы. «С своей стороны, — пишет он, — я вовсе не желаю чем-либо поколебать плодотворное учение о массах, но желаю только выставить на вид, что для меня понятие о химических элементах и о том (помимо всякого учения об атомах), что мы считаем атомным их весом, принадлежит к числу таких же исходных во всём естествознании, как и понятие о массе, или количестве веществ, а затем я полагаю, что в будущем, когда возраст химии будет почти такой же, как у механики,...наступит между ними своего рода соглашение, и тогда количество вещества будут считать, быть может, совершенно иначе, чем считают ныне, хотя понятия о массе и атомных весах сохранятся». Если здесь Менделеев кладёт в основу химии не только понятие о массе, но также и, повидимому, независимое от него понятие об элементе, химическом индивидууме по терминологии Менделеева, то в этом как бы ослабленном воспоминании о концепции «фарадеевского чтения» 1889 г. ещё нет характерной для этого «чтения» мысли, что в последнем счете и масса, т. е. атомный вес, со всеми производными от неё химическими свойствами, должна быть объяснена из принципа индивидуальности. Менделеев так далёк от этого, что в тех же дополнениях, страницею выше (№ 411), выставляя в качестве двух основных свойств вещества «массу» и «индивидуальность» элемента, он ставит знак равенства между «индивидуальностью» и «химическими особенностями элементов» и утверждает, что эти особенности, эти «свойства элементов стоят в периодической зависимости от их атомного веса».

Значит ли это, что после 1889 г. Менделеев вовсе отказался от революционных идей «фарадеевского» чтения? Повидимому, нет, не значит. В 1895 г. Менделеев переиздал свои «лондонские чтения» отдельно, как бы демонстрируя этим, что он не отказывается и от «фарадеевского» доклада, вошедшего в состав этих чтений. Но в то же время, не вводя основной идеи доклада в текст «Основ химии», Менделеев желал, повидимому, сказать, что, не придавая ей общеобязательного значения, он сохраняет её как своего рода личное мнение.

Таким образом, поднявшись около 1889 г. до понимания того, что основой периодичности в химической системе не может служить ньютонианский, т. е. механический принцип массы или атомного веса, Менделеев не решился раз-

вить эту мысль дальше, не осмелился объявить начало конца механистической химии и вообще перестал говорить на тему о недостаточности атомного веса или массы в качестве основной категории в химии.

Чем это объяснить? Мы не знаем личных мотивов, влиявших на Менделеева в этом вопросе, хотя возможно, что при лучшем ознакомлении с его литературным наследием и его перепиской эти мотивы когда-либо выяснятся. Но если бы мы даже никогда их не узнали, для нас остаётся понятным, что, осмыслив однажды, в минуту творческого озарения, факт, ломавший все механистические установки его собственной научной деятельности и всей современной ему химии, великий русский учёный не нашёл в себе ни решимости, ни ресурсов для капитальной, революционной перестройки химии, которая требовалась усмотренной им недостаточностью понятия массы для объяснения периодичности свойств химических элементов.

Менделеев сделал свое создающее эпоху открытие за 5—6 лет до начала той революции в физике, которая радикально перестроила все представления о веществе, массе, атоме и пр. Только в середине 90-х годов началась эта перестройка. Только с накоплением прочного экспериментального материала в новой физике, только с возникновением теории квант в начале XX в., наконец, с переработкой теории строения атома на основе квантовой и волновой механики стало возможным понять до конца действительный источник химических свойств атома, осмыслить теоретически периодичность этих свойств в таблице Менделеева и придать всей химии не механистический характер.

Было бы чудом, если бы Менделеев один, и притом до 1907 г., выполнил даже часть этой грандиозной работы всей мировой науки первой половины XX в. Было бы невероятным, чтобы без этого чуда Менделеев мог преодолеть долговечную традицию ньютонианства в химии.

А с другой стороны, как спокойно, благополучно и стройно выглядело все, если оставить в стороне, во мраке забытого доклада, тревожную мысль о том, что понятие о массе, или атомном весе, отказывает в самом решительном месте, в объяснении периодичности химических свойств элементов. Без этой тревожной мысли, ничем тогда не подкрепляемой и открывавшей её автору только ощущение «новой тайны природы, еще не поддающейся рациональной концепции», можно было сохранить всю классическую простоту и стройность «Основ химии», получивших мировое признание.

Те же факторы обусловили и отказ Менделеева признать реальность радиоактивных превращений, тоже колебавших основы механистической химии и прежде всего принцип неизменности атомного веса или массы. Вместе с тем, удерживая этот принцип, Менделеев сохранял право ощущать и объявлять себя носителем и продолжателем традиций Ньютона. Не только в 70—80-х годах, но и незадолго до своей смерти (1905), в отдельном издании «Попытки химического понимания мирового эфира» Менделеев считал необходимым и обязательным для себя подчёркивать, что «со времен Лавуазье, Дальтона и Авогадро-Жерара химия получила все внешние права гражданства в обществе наук о природе, и, поставив массу (вес) вещества во главе всех своих обобщений, пошла за Галилеем и Ньютоном».

Так влияние одной из ньютонианских традиций, оказав сперва на Менделеева прогрессивное действие в процессе выработки периодической системы, затормозило мысль Менделеева, когда ему пришлось глубже задуматься о теоретической основе периодического характера химических свойств в таблице элементов. Впрочем, задерживающая сила этого тормоза объясняется не только приверженностью Менделеева к Ньютону, но и всею совокупностью исторических условий разработки химии в эпоху Менделеева.

Менее двойственным и противоречивым было влияние Ньютона на Менделеева в другом вопросе. Любопытно отметить, что эта вторая решающая встреча Менделеева с кругом основных идей Ньютона произошла около того же 1889 г.,

когда Менделеев был так близок к полному разрыву с ньютонианством по вопросу о роли понятия массы в периодической системе. В этой второй встрече Менделеев использовал одну из идей Ньютона для решения важной проблемы теоретической химии. Вероятно, он пришёл к мысли об этом не в 1889 г.; перспектива прочтения доклада на общую химическую тему в Королевском Обществе в Лондоне, куда Менделеев был приглашен в то же время, что и для «фарадеевского» доклада в английском Химическом обществе, вероятно, явилась толчком к окончательному оформлению бродивших ранее догадок и соображений. В результате получилась статья Менделеева, озаглавленная: «Попытка приложения к химии одного из начал естественной философии Ньютона». Эта статья, в отличие от «фарадеевского» чтения того же года, явилась *кульминационным выражением ньютонианства* Менделеева.

Её идея родилась в основной и общей установке Менделеева ещё с 50-х годов, в духе которой он привык смотреть на «Математические начала естественной философии» Ньютона как на библию естествознания. В соответствии с этим, Менделеев заявлял и теперь, что «между бессмертными принципами *ньютоновой* или *естественной* философии должно прежде всего искать таких, которыми возможно объяснить разные стороны современных химических сведений, дабы приблизить время истинной химической механики». И свои последующие соображения в этом докладе Менделеев развивал в качестве, как он выражается, «поборника всеобщности ньютоновых начал, могущих охватить весь механизм мировых явлений — от вращения неподвижных звезд до перемещения химических атомов».

Стремясь в свете универсального ньютонианства приблизить «полное подчинение химической доктрины той дисциплине, которая создана в «Principia» Ньютона», Менделеев привлёк специально третий закон Ньютона, именно закон равенства действия и противодействия. «Эта простая истина, — замечает Менделеев, — и составляет исходную точку для понимания возможности подвижных равновесий, т. е. консервативных систем». Следуя смыслу ньютоновского закона, Менделеев выводит сперва так называемый принцип замещения в химии, а из него затем «не только частности состава, изомерии и отношений, но и общие законы сложнейших соединений».

Нужно заметить, что принцип действия и противодействия Ньютона принадлежит к числу относительно наименее механических законов, изложенных в «Математических началах естественной философии» Ньютона. Повидимому, Менделеев сознавал это, потому что, переходя к заключительным строкам своего доклада, он закончил не столько призывом к объяснению химических явлений ньютоновскими принципами механики, сколько указанием на необходимость объяснения астрофизических явлений с химической точки зрения. «В системах небесных сфер, — говорит Менделеев, — в неисчислимые астрономические времена, вероятно, совершались и продолжают совершаться изменения, подобные тем, какие перед нами быстро протекают при химических реакциях частиц, и успехи частичной механики, будем думать, позволят со временем объяснить те изменения в мире звёздном, которые не раз уже наблюдали астрономы, ныне столь тщательно их изучающие. Грядущий Ньютон найдёт законы подобных изменений. В химии они хотя и своеобразны, но, конечно, представляют только вариации на общую тему гармонии, царствующей в природе». Впрочем, ожидая лишь в будущем нового Ньютона в химии, Менделеев всё же кончает тем, с чего начал: «Постижение законов... гармонии в химических эволюциях мне кажется возможным лишь под тем знаменем ньютонианской динамики, которое давно развевается над областями механики, астрономии и физики».

Кончая столь уверенным механистическим лозунгом в химии, Менделеев ошибся, — над химией теперь развевается не знамя ньютоновских «Математических начал естественной философии», а знамя квантовой механики и фи-

зики, весьма далеких от классической механики Ньютона. Эта ошибка понятна и вполне объяснима в свете общих механистических установок Менделеева.

Труднее понять, как могли ужиться в сознании Менделеева в одно и то же, повидимому, время две такие противоположности, как острое ощущение совершенной непригодности ньютонианских традиций в химии для объяснения периодической системы элементов и столь же живое убеждение, что все и всякие успехи в химии возможны только под знаменем «Математических начал естественной философии» Ньютона. Повидимому, эта психологическая загадка объясняется, во-первых, тем, что, на фоне своего исконного и прочного механицизма, Менделеев не чувствовал всей силы сопротивления этому механицизму, исходившего только из понимания сверхмеханичности основ периодической системы. А затем нужно вспомнить, что и это понимание, давшееся Менделееву в порядке острого творческого озарения, с течением времени, как мы видели, потускнело в сознании нашего великого учёного. Как постороннее общему строю его мышления, это озарение скоро было вытеснено из центра сознания на периферию. И соответственно этому идея фарадеевского доклада не была допущена Менделеевым в святилище «Основ химии». А между тем ньютонианско-механистические соображения Менделеева в его втором лондонском чтении 1889 г. совершенно естественно остались в центре его механистически настроенного сознания и были поэтому включены позднее в основной текст «Основ химии».

Мы далеко не исчерпали всех точек соприкосновения между Менделеевым и Ньютоном. Мы не коснулись, в частности, и любопытного эпизода творческого использования Менделеевым ньютонианских идей в его книге «Исследование водных растворов по удельному весу» (1887), именно—в вопросе об отношении между дифференциальными и интегральными свойствами растворов. Мы оставили вне разбора также некоторые метрологические работы Менделеева, по поводу которых он снова и снова вспоминал о Ньютоне. Есть и ряд других частностей в этом роде. Ради краткости мы опускаем их рассмотрение.

IV. Ньютон и А. Н. Крылов

Если одна из наиболее знаменательных встреч Ньютона с Менделеевым демонстрирует ту истину, что даже и такие всеобъемлющие гении, как Ньютон, неспособны предусмотреть и охватить принципиально новые повороты в науке, которые приносит с собою её позднейшее творческое развитие, то дальнейшая после-менделеевская судьба наследия Ньютона на русской почве демонстрирует и другую истину. Она заключается в том, что творческая работа великих гениев, проделанная в условиях их эпохи и в рамках её возможностей, никогда не отменяется в своих существенных достижениях последующими успехами знания. Время, напротив, делает эти достижения ещё более бесспорными и научает потомков извлекать из них новые и новые плодотворные применения и следствия.

Современные физико-химическое естествознание и математика характеризуются довольно явственным различием проблем и методов «классических» и «современных». Некоторые методы и проблемы, возникшие в ряде областей науки на совершенно новых путях её развития, по существу не укладываются в рамки прежних средств, проблематики и направления знания. Тем не менее остаётся огромный круг вопросов, в которых обычные для прежней науки понятия и методы сохраняют свою силу, предоставляя полную и широкую возможность дальнейшей разработки знания в определённых направлениях.

Научное наследие Ньютона особенно богато такими «классическими» в указанном смысле понятиями и приёмами. Естествознание и математика жили

ими более 250 лет, далеко не исчерпав доступных для них задач и не разрешив всех возможных для них проблем.

Именно в этой области «классических» методов естествознания Ньютон продолжал и продолжает встречать творческие отклики в после-менделеевской русской науке. Одним из ярких примеров живости и научной плодотворности подобных новых откликов являются некоторые работы академика Алексея Николаевича Крылова. Правда, его почтенный возраст (он родился в 1863 г.) не позволяет причислить его к молодым учёным по годам. Но значительная часть научной деятельности Крылова, и как раз в связи с научным наследием Ньютона, протекала в последние 25—30 лет, представляя один из примеров реагирования совсем современной науки на идеи Ньютона.

А. Н. Крылову русская наука и вся русская культура обязаны прежде всего крупным вкладом, сделанным маститым учёным переводом на русский язык «Математических начал естественной философии» Ньютона. Это величайшее из творений Ньютона, написанное на латинском языке, давно переведено на европейские языки. Русский перевод А. Н. Крылова, выполненный частично в годы перед первой мировой войной, а частично в 1914—1915 гг. и вышедший впервые в 1915—1916 гг. в составе «Известий Морской академии» (3 и 4 выпуски), был затем переиздан в 1936 г.

Этот перевод, как и всякий другой, является интерпретацией. Достоинство его заключается в стремлении автора к возможно близкой передаче не только текста, но и духа произведения Ньютона. Являясь одним из лучших в мире знатоков Ньютона, глубоко проникшим в круг идей и в язык великого английского учёного, А. Н. Крылов вместе с тем обладает и самой высокой квалификацией в той области, которую трактуют «Математические начала», и это обстоятельство придает особый вес переводу Крылова. Вдобавок, перевод снабжён ценными комментариями. Отличный русский язык, на котором переданы идеи Ньютона, — не последняя особенность перевода Крылова, достойного как Ньютона, так и русской научной и литературной культуры.

Среди оригинальных работ А. Н. Крылова, посвящённых Ньютону, одни относятся к механике теоретической и небесной, другие — к оптике. Их своеобразие состоит в том, что они соединяют задачу истолкования и передачи подлинных мыслей Ньютона с задачей дальнейшей исследовательской разработки предметов, которых касаются эти мысли. Связанные прямо с Ньютоном работы Крылова являются поэтому не только историческими. Они представляют в действительности оригинальные попытки творческой разработки ряда очередных вопросов в «классических» областях математического естествознания, проводящиеся в духе идей Ньютона и часто также с помощью созданных еще им же методов. Кажется, мы не ошибёмся, сказав, что эти работы А. Н. Крылова — единственные в своём роде во всей современной мировой литературе.

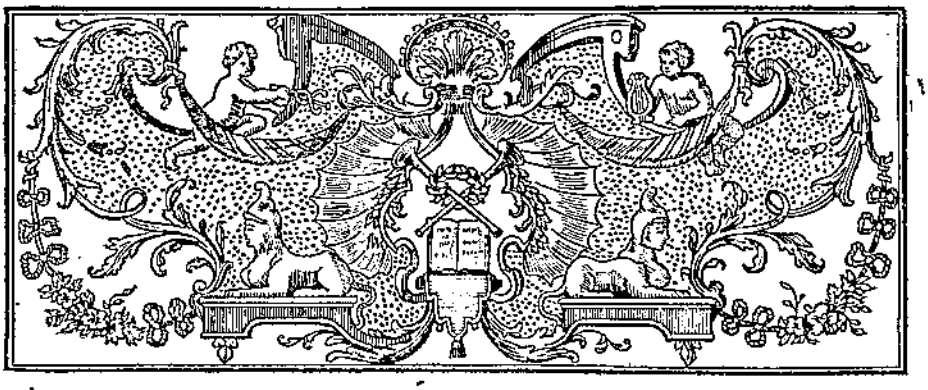
Ньютонианские исследования А. Н. Крылова собраны почти все в VI томе собрания его трудов. Но и в некоторых других его работах Ньютону посвящены особые, всегда высокоинтересные разделы.

Не входя в подробный разбор всех этих исследований, далеко не ставших ещё достоянием истории и обладающих во многом всем интересом современности, отметим среди них прежде всего «Беседы о способах определения орбит комет и планет по малому числу наблюдений». Предложенному Ньютоном способу посвящены две трети всей работы, трактующей задачу определения параболической орбиты кометы по трем наблюдениям. Характеризуя общее значение ньютоновского решения этой задачи, Крылов подчеркивает, что «способ Ньютона представляет собой образец самого чистого геометрического синтеза, той необычайной проникновенности, которой отличаются «Principia», поэтому, если вы впоследствии забудете ход рассуждений Ньютона, то их возможно лишь припомнить, самому же до них никогда не дойти, не вос-

становить». Изложив геометрический метод, предложенный Ньютоном для определения параболических кометных орбит по трём наблюдениям, Крылов указывает на высокую точность результатов, достигаемых с помощью этого метода, превосходящую точность методов некоторых позднейших астрономов. В виду больших удобств чисто аналитических приёмов решения задач в современной небесной механике, Крылов берётся за аналитическое *развитие* метода Ньютона, исправляя попутно некоторые ошибки астрономов XIX в. в их суждениях об этом методе. Иллюстрируя это развитие некоторыми примерными конкретными расчётами, Крылов показывает, что метод Ньютона не уступает по своей точности ставшему классическим позднейшему аналитическому методу Эйлера, доставляя в то же время превосходное средство взаимного контроля результатов, получаемых параллельно по способам Ньютона и Эйлера. Сопоставляя по частному поводу приёмы вычислений Ньютона и одного из авторов конца XVIII и начала XIX в., Лежандра, Крылов показывает, что способ Ньютона даёт результаты более высокой точности. Заканчивая раздел о Ньютоне, Крылов справедливо и вместе с тем характерно для себя самого заявляет: «Все эти примеры и подробное их развитие показывают, что данная Ньютоном метода определения параболической кометной орбиты есть метода абсолютно точная, полная и в равной мере совершенная со всеми остальными творениями этого величайшего гения, но его творения требуют и достаточного внимания и тщательности при изучении, не упуская из виду ни единой буквы, ни единой цифры».

Уже эта краткая характеристика одной из работ Крылова о Ньютоне показывает, как своеобразно он трактует свой великий образец, удачно комментируя и развивая дальше предложенные им идеи. Упомянем ещё об одной подробной работе Крылова о Ньютоне, написанной в этом же роде. Это «Ньютонова теория астрономической рефракции», вышедшая в свет всего 6—7 лет тому назад (1935). Великолепно изложив, а местами впервые расшифровав и аналитически развив соответствующие воззрения Ньютона, Крылов в то же время показал, что по сравнению с современными нам теориями рефракции ньютоновы идеи нисколько не устарели и могут служить для решения многих текущих оптико-астрономических задач.

Совсем недавно (1936—1937) А. Н. Крылов опять избрал Ньютона своим путеводителем для решения проблемы актуального научного значения. Имеем в виду его интереснейшее исследование «О силах инерции и начале Даламбера», напечатанное в V томе собрания его трудов. В запутанном вопросе о реальности или мнимости сил инерции и действительном значении в механике принципа Даламбера, связанного с вопросом об инерции, Крылов нашёл ясный, чёткий и интересный путь, обобщая рассуждения, вызванные у него изложением и разбором взглядов Ньютона на закон действия и противодействия и на принцип возможных перемещений.



Академик
А. М. ДЕБОРИН

НЬЮТОН В ИСТОРИИ КУЛЬТУРЫ

I

Фундамент современной науки заложен в XVI и XVII вв. в эпоху формирования капитализма. В 1543 г. Николай Коперник обнародовал свое бессмертное творение «De revolutionibus orbium coelestium», и с этого времени в истории науки начинается новая эпоха, выдвинувшая ряд великих учёных и мыслителей — Кеплера, Галилея, Гюйгенса, Декарта, Бэкона, Гоббса и Ньютона, — являющихся творцами нового научного мировоззрения. Исаак Ньютон занимает в этом ряду исключительное место. С одной стороны, он завершает первый блестящий этап развития науки, начало которому было положено Коперником и Галилеем, с другой — он своими открытиями начинает *новую эпоху*.

Новая наука XVI — XVII вв. характеризуется тем, что она в корне разрушила старое, средневековое представление о мире, в основе которого лежало религиозное мировоззрение и которое явилось отражением и выражением феодальных общественных отношений. Иерархически сословный аристократический строй феодального общества с его *качественной* оценкой сословий и людей наложил свою печать на все мировоззрение и понимание строя космоса. Новое научное мировоззрение складывается по мере развития нового капиталистического общества. Мануфактурный способ производства, новая техника и процесс разложения иерархически сословного феодального общества определяют в значительной степени характер новой науки и создающегося на её основе мировоззрения *механического материализма*.

Механика — первоначально наука *о машинах* — становится основной дисциплиной эпохи и является научным обобщением мануфактурного способа производства. Всякая работа сводится постепенно к абстрактному общечеловеческому труду, к известным формам *движения*. С другой стороны, субстрат труда сводится к чистой *материи*, вместо прежних качественно определенных её форм. Все *качества* материи, как и человеческого труда, сменяются понятиями абстрактной материи, абстрактного труда, поддающимися *количе-*

ственным, квантитативным определениям. Мануфактурный способ производства и одновременно с ним идущий процесс *разложения* феодальных общественных отношений и высвобождения отдельных *индивидов* из сословных, цеховых и всяких других организаций с их понятиями иерархии, ранга и т. п. являются основной предпосылкой и базисом для развития новой науки — механики и математики — и нового механистически-материалистического мировоззрения.

Итак, новая наука носит по сравнению с предшествующей феодальной эпохой совершенно иной характер. Развитие производительных сил, потребности овладения силами природы, постепенно складывающиеся новые капиталистические производственные отношения заставили учёных и мыслителей перейти от *анализа слов и понятий* к изучению *природы и общества* путём опыта, наблюдения и рациональной их обработки в целях открытия законов, внутренней причинной связи явлений *единого* мира. С точки зрения феодально-схоластического мировоззрения вещи, стало быть и мир в целом, представляли собой совокупность неизменных и неразложимых форм или *качеств*, находящихся в состоянии *покоя*, что является отражением неподвижного феодального мира.

Огромным шагом вперёд по пути познания и овладения миром является сведение качеств к количествам, к механически и математически определяемому движению материи. Этот переворот в науке и философии соответствует процессу формирования нового капиталистического общества.

В нашу задачу не входит изложение и анализ открытий Ньютона. Для нашей цели достаточно ограничиться некоторыми общими соображениями об основных идеях великого английского учёного и об его влиянии на последующую научную и философскую мысль. Ньютон открыл закон всемирного тяготения, дал формулировку трёх основных законов движения, приведя этим классическую механику в законченную систему, и разработал метод анализа бесконечно малых под названием *флюксионного* исчисления. Эти открытия Ньютона вызвали подлинную революцию в науке и технике, а также в философии.

Ньютон в своих физических работах занимал в общем материалистические позиции. В его системе имелись известные предпосылки даже для преодоления метафизического материализма. Однако Ньютон не пошёл по этому пути. Материя оказалась у него лишённой движения, а время и пространство — эти формы существования материи — оторванными от материи. Материя оказалась мёртвой, пассивной, метафизической абстракцией, нуждающейся для своей активности во внешнем толчке, т. е. во вмешательстве бога. В дальнейшем Иммануил Кант устранил этот недостаток ньютоновской системы. «Кант,— говорит Энгельс, — обратил неизменную солнечную систему, которую предполагал Ньютон, и вечное (с тех пор как был дан первый толчок) пребывание этой системы в исторический процесс возникновения Солнца и всех планет из первоначальной туманной массы, а через пятьдесят лет после этого Лаплас математически формулировал выводы из этой гипотезы во всех деталях, и теперь она принята всеми естествоиспытателями».[1]

Влияние Ньютона на последующее развитие науки, философии и всей культуры огромно. Энгельс указывает на то, что французы XVIII в. боготворили Ньютона. Вольтер был первый, кто, так сказать, импортировал Ньютона во Францию. Вольтер провел в Англии три года; он изучал политический и общественный строй страны, изучал английскую философию и науку, став горячим последователем Ньютона, учение которого он с большим усердием пропагандировал во Франции. Философия Ньютона (и Локка) оказала большое влияние на французское просвещение и материализм XVIII в. и позже на утопический социализм Сен-Симона и Фурье. Учение Ньютона вошло в качестве одного из составных элементов в культурную жизнь Франции, наравне с передовыми английскими политическими идеями.

Вольтер был идеологом нового буржуазного общества, развившегося в недрах старого феодального режима. Он принадлежал к умеренному крылу французских просветителей XVIII в., являясь выразителем интересов аристократически буржуазной верхушки общества; он отстаивал конституционную монархию, ведя в то же время борьбу против феодального дворянства, абсолютизма и католической церкви. Его ненависть к феодально-абсолютистскому режиму и католической церкви, его пропаганда передовых научных идей и страстная борьба за свободу мысли создали ему огромную популярность. Его исключительное влияние во Франции, а затем и на всём европейском континенте способствовало революционизированию умов и распространению более передовых идей в области религии, науки, философии и политики. Он стремился доставить торжество авторитету человеческого разума. Молодое поколение просветителей, воспитавшихся на произведениях Вольтера, сделало радикальные выводы из его же умеренных идей.

Бэкон, Локк и Ньютон были его учителями. Вольтер оставил Францию поэтом, а возвратился в нее философом, трибуном и вождём, говорит справедливо Морлей. Кондорсе подчеркивает, что Вольтер по возвращении своём из Англии понял, что он призван разрушить предрассудки, рабом которых было его отечество. В Англии он стал страстным сторонником Локка и Ньютона, которые открыли перед ним новый мир идей. В учении Ньютона его увлекал, наряду с конкретным содержанием, *научный метод*, которым пользовался великий английский учёный. Вольтер был врагом всякого умозрения; под влиянием Ньютона он ведёт борьбу с теорией вихрей Декарта, с монадологией Лейбница и со всяким умозрением, считая наблюдение и опыт источником познания. Он восхваляет Ньютона за то, что он, отбросив все умозрительные теории, обратился к изучению явлений природы. «Если истинное величие, — пишет Вольтер, — состоит в полученном в дар от неба могучем разуме и в пользовании этим разумом для просвещения себя и других, то такой человек, как Ньютон (а подобных людей едва ли можно насчитать одного в течение десяти столетий), есть поистине великий человек. Ему, владычествующему над нашими умами силой истины, а не тем, кто порабощает людей насилием, ему, понимающему природу мира, а не тем, кто искажает её, ему мы обязаны воздавать наше уважение».[3]

Огромной заслугой Вольтера является то, что он понял значение Ньютона и видел одну из своих задач в пропаганде и популяризации учения великого учёного. Он пропагандировал учение Ньютона в своих «Lettres philosophiques», осуждённых декретом Парижского парламента и во исполнение декрета сожженных в 1734 г.; он пропагандировал его в специальном труде «Eléments de la philosophie de Newton», где Вольтер старался в доступной форме изложить учение английского учёного; он пропагандировал взгляды Ньютона в письмах, в записках, представлявшихся в Академию Наук. Наконец, по инициативе Вольтера его подруга мадам дю Шатле, изучавшая Ньютона, перевела «Математические принципы натуральной философии» на французский язык. Благодаря неутомимой деятельности Вольтера в деле пропаганды учения Ньютона оно завоевало европейский континент и стало впоследствии органическим элементом современной культуры и основой нового научного миросозерцания.

В этой связи следует подчеркнуть, что Вольтеру приходилось преодолевать в этой своей деятельности, по крайней мере на первых порах, косность патентованных учёных, подвергаться нападкам, насмешкам, клевете и преследованиям. Вольтер исходил из того, что наука и философия не должны быть оторваны от жизни, а наоборот, должны находиться в теснейшей связи с ней. Ставя своей целью раскрепощение человеческого разума, завоевание свободы, разрушение укоренившихся предрассудков и феодального режима, он нашёл в учении Ньютона одно из могущественных средств для достижения

этой цели. Таково *общекультурное* значение, которое приобрело учение Ньютона в глазах Вольтера. Ньютоновское учение было усвоено французскими материалистами XVIII в. Оно составляло естественно-научную основу нового мировоззрения, подготовившего французские умы к великому социально-политическому перевороту, т. е. к французской буржуазной революции XVIII в.

Благодаря пропаганде ньютоновских идей Вольтером взгляды великого английского учёного получили широкое признание на всём европейском континенте и в значительной степени определили дальнейшее развитие науки и философии. Несмотря на то, что сам Ньютон, как мы видели, признавал творца в качестве первого двигателя вселенной и создателя солнечной системы, его взгляды, однако же, способствовали, в особенности во Франции, развитию атеизма, так как французскими мыслителями из учения Ньютона были сделаны более правильные выводы.

До Ньютона учёные исходили из признания существования в природе одной лишь силы — силы отталкивания. Ньютон резко критиковал в этом отношении позицию Декарта и отчасти Лейбница, не признававших, кроме силы удара, никакой иной силы. Движение представлялось им как результат прямого соприкосновения тел посредством удара или толчка. Величайшая заслуга Ньютона состояла в том, что он ввел новое понятие, что он открыл новую силу — силу притяжения, свойство, присущее телам как в состоянии движения, так и в состоянии покоя. Этим открытием было установлено существование двух противоположных сил, действие которых открывает возможность научного объяснения всех явлений природы.

Французский материализм отбросил идею первого толчка, считая, что материя наделена собственным движением и не нуждается для своей активности в каких-либо внешних воздействиях. Сам Вольтер не освободился от теологического привеска Ньютона, но такие люди, как Гольбах, признали движение атрибутом материи и таким образом устранили то противоречие, которое содержало в себе учение Ньютона. Именно идея притяжения, как свойство всей материи, и привела к отказу от первоначального толчка и содействия творца ходу мировой машины.

«Если бы, — пишет Гольбах, — к наблюдению природы подходили без предрассудков, то давно убедились бы, что материя действует по своим собственным силам и не нуждается ни в каком внешнем толчке, чтобы быть приведенной в движение».[3]

Говоря о формах и способах движения, Гольбах подчёркивает, что все возникающие в природе движения следуют постоянным и необходимым законам. Некоторые из этих законов имеют всеобщий характер. На взаимоотношении веществ и тел основываются те способы действия, которые в физике обозначаются словами: притяжение и отталкивание, симпатии и антипатии, сродства или отношения. Моралисты обозначают это взаимодействие и вытекающее из него следствие словами: любовь или ненависть, дружба или отвращение. Таким образом и люди, как все существа в природе, по словам Гольбаха, испытывают движения притяжения и отталкивания. При этом Гольбах подчеркивает, что хотя принцип притяжения очень древнего происхождения, но только Ньютон развил и обосновал систему притяжения. Сохранение есть общая цель, к которой устремлены все силы и способности существ. Физики, говорит Гольбах, называли это стремление или направление тяготением к себе. Ньютон называет его силой инерции. Моралисты называли его по отношению к человеку любовью к себе.

«Следовательно, это тяготение к себе является необходимой склонностью в человеке и во всех существах, которые всячески стремятся сохранить полученное ими существование, пока ничто не нарушает порядка или первоначального стремления их машины».[4]

Уже из сказанного видно, в каком направлении Ньютон влиял на французских моралистов и материалистов XVIII в.

Сила притяжения, на ряду с известной до Ньютона силой отталкивания, в своем взаимодействии дала новые исходные позиции для понимания процессов природы. «Большинство физиков считало неодушевленными или лишенными способности двигаться те тела, которые приводились в движение лишь с помощью какого-нибудь внешнего агента или причины; они считали возможным заключить отсюда, что составляющая эти тела материя вполне инертна по своей природе; они не хотели расстаться с этим заблуждением, хотя и видели, что всякий раз, когда какое-нибудь тело предоставлено самому себе или освобождено от препятствий, мешающих его действию, оно стремится упасть или приблизиться к центру земли равномерно ускоренным движением; они предпочитали допустить какую-то воображаемую внешнюю причину, о которой они не имели никакого представления, чем признать, что тела эти обладают своим движением по своей собственной природе. Точно так же, хотя философы эти видели над своей головой бесчисленное количество огромных шаров, движущихся очень быстро вокруг общего центра, они не переставали сочинять фантастические причины движений, пока бессмертный Ньютон не доказал, что они являются следствием взаимного тяготения этих небесных тел».[5]

II

Великие утописты Сен-Симон и Фурье были живыми свидетелями французской революции. Они воспитались на идеях просветителей и материалистов, но в своих построениях пошли своим особым путём. Однако философия Ньютона заняла в этих построениях исключительное место, поскольку именно она должна была, по мысли утопистов, послужить фундаментом новой общественной науки и основанной на ней новой общественной организации. Закон всемирного тяготения провозглашается законом, лежащим в основе социальной и экономической жизни. *Социальная физика,* т. е. физика общественного тела, становится частью общей физики, физики космоса. В социальной физике господствуют будто бы те же открытые Ньютоном законы, что и в физике космоса. Идея *мировой гармонии,* мирового порядка, благодаря которой прежде всего закону тяготения подчинена вселенная в целом, должна проникнуть и в общественную организацию. Одинаковые по существу математические и механические законы господствуют в обеих областях. Идеи *закона* и основанного на нем *порядка* благодаря главным образом Ньютону проникают постепенно во все отрасли знания. Ньютон дал наиболее совершенную формулировку *понятия закона*; он дал и соответствующий *научный метод* изучения природы и открытия господствующих в ней законов. Великие достижения Ньютона на этом пути не могли не поразить умы. И поэтому вполне естественно, что научный метод Ньютона, т. е. наблюдение, опыт и нахождение законов, стал образцом для всех положительных наук. В этом смысле влияние Ньютона на развитие науки в новое время было огромно; с другой стороны, учение Ньютона сыграло большую роль в формировании нового миросозерцания. Оно наложило свою неизгладимую печать на французский материализм XVIII в., оно же послужило теоретической основой промышленного переворота в Англии и, можно сказать, впервые дало возможность широкого применения механики, математики, и в особенности метода анализа бесконечно малых, к технике, т. е. поставить производство на *прочные научные основы,* что означало в перспективе коренное преобразование материальных основ современной цивилизации.

Переходя к вопросу о влиянии учения Ньютона на образ мыслей великого утопического социалиста Сен-Симона, позволим себе прежде всего напомнить, что в 1813 г. им была написана специальная работа под названием «Всеобщее

тяготение». Сен-Симон говорит там о необходимости построения новой системы философии, в основу которой должна быть положена идея всеобщего тяготения. Необходимо возможно скорее ввести в народное просвещение курс философии, основанной на идее тяготения и имеющей своей задачей выводить из этого принципа, насколько возможно непосредственно, объяснение явлений всех разрядов. Он ставит перед собой задачу показать влияние идеи тяготения как абсолютно общей идеи, заменяющей идею бога. Сен-Симон считает, что из идеи всеобщего тяготения можно вывести более или менее прямым путем объяснение всех явлений; что единственное средство преобразовать систему наших знаний — это положить в их основу идею тяготения, рассматривать ли её в отношении научном, религиозном или политическом; что идея о всеобщем тяготении есть не что иное, как идея о неизменном законе, по которому бог управляет вселенной, и что *философия тяготения*, как он выражается, может заменить все принципы утилитарной морали, которую преподает теология, более ясными и определёнными идеями.[6] Он предлагает организовать специальную академию философии (на ряду с двумя другими академиями), которой следует поручить «выводить или связать воедино, смотря по тому, будут ли они мыслить a priori или a posteriori, все известные явления, уходя или приходя к идее всеобщего тяготения». История, утверждает Сен-Симон, ещё не вышла из детских пелёнок, она представляет собой лишь собрание фактов, более или менее точно доказанных, но эти факты не объединены никакой теорией, не связаны в порядке последовательности. Поэтому задача, стоящая перед учёными, заключается в том, чтобы создать историческую теорию, чтобы история стала наукой. Единственная наука, положительная с точки зрения Сен-Симона, — это математика, астрономия, физика. История и наука об обществе должны стать такими же положительными науками, причём надо понять, что в основе всего мира, как неорганического, так и органического и человеческого, лежат одни и те же законы, действуют одни и те же причины. Идея тяготения является итогом и обобщением всего нашего знания о природе. Сен-Симон ставит задачу создания новой научной теории, которая охватила бы все явления и для которой требуется содействие многих учёных, в частности людей, занимающихся философией.

Эта новая наука или *новая философская система* будет, по его мнению, содержать прежде всего идею о мировой системе и затем науку о человеке.

«Все системы идей, изложенные до сих пор, — говорит Сен-Симон,— основывались на космогонии, и всем вновь созданным будет дано то же обоснование, ибо в природе вещей — описывать сосуд, прежде чем говорить о содержимом. До сих пор во всех космогониях рассматривали солнечную систему как общую систему. При современном состоянии наших познаний такой способ рассмотрения не имел бы в достаточной степени общности. Итак, мы будем говорить об общей организации мировой системы».[7]

Таким образом, Сен-Симон приходит к выводу, что возможно построить общую теорию наук, как физических, так и нравственных, основанных на идее тяготения, рассматриваемой как закон, которому бог подчинил вселенную и по которому он ею управляет.

Сен-Симон исходил из того, что кризис, который переживало европейское общество, имел своей причиной отсутствие такой целесообразной системы, несвязность общих идей, и он полагал, что как только появится теория, соответствующая уровню науки, достигнутому главным образом в учении Ньютона, общее устройство европейских народов восстановится само собою. Характерно, что с торжеством этой теории и основанной на ней общественной организации он считал неизбежным одновременно прекращение всяких войн и установление всеобщего мира. Последствием его теоретических трудов, основанных на идее тяготения, он считал реорганизацию европейского общества посредством особого учреждения, общего для всех народов. Сила учёных Европы,

соединённых в одну общую корпорацию, имеющую своей главной связью философию, основанную на идее тяготения, будет неисчислима.

Итак, идея всеобщего тяготения должна лечь в основу новой философской теории, а новая политическая система явится следствием новой философии. Задача, которую ставит перед собой Сен-Симон, сводится к тому, чтобы придать политике *положительный* характер. А это возможно при условии выведения принципов политики из познаний, приобретенных в области наук физико-математических. Сен-Симону импонирует в особенности научный метод, которым пользовался Ньютон, и он хотел бы его распространить и на все другие науки, в том числе и на общественные науки, которые приобрели бы *позитивный*, положительный характер.

Физика является высшей наукой, говорит Сен-Симон. Она распадается на физику неорганических тел и физику органических тел, т. е. физиологию, частью которой является *наука о человеке* в широком смысле слова. Человеческий разум вступил на путь исследования фактов, на путь наблюдения и обсуждения фактов и явлений природы только в новое время, начиная примерно с XV в. На этой позитивной основе разум преобразовал астрономию, физику, химию. Тот же метод должен быть применён и к физиологии. Философия как общая наука должна также стать *наукой наблюдения*. Общая политика станет позитивной наукой, когда философия сделается во всех своих частях положительной наукой, так как общая политика есть применение общей науки, т. е. философии. Сен-Симон осуждает современных ему физиологов за то, что они не считают физиологические явления «следствием притяжения», словом он порицает их за отрицание ими всеобщего характера закона тяготения. «Очевидно, что физиологи, не признавая тяготения причиной жизненных явлений, удлиняют существование предположительной системы. Это отрицание с их стороны создает непреодолимое препятствие организации научной позитивной системы, так как фундаментом этой системы может быть только единый закон, управляющий вселенной, в её деталях и её совокупности». [8]

Конечной целью Сен-Симона является преобразование общества на основе позитивной философской теории, в частности позитивной науки о человеке. Общество должно быть организовано на началах *взаимного согласования интересов*, на началах *солидарности* и *любви*, *на началах ассоциации*, что и является выражением всеобщего закона тяготения в применении его к обществу.

Такова была первоначальная концепция Сен-Симона, которая впоследствии подверглась известным видоизменениям, причём основная идея о значении закона всеобщего тяготения осталась, как мне кажется, в силе.

Во главе новой общественной организации, по плану Сен-Симона, будут стоять три академии: академия наук, ядро которой составят представители физических и математических наук, академия искусств, которая займётся развитием нашего воображения и чувств, и философская академия, носящая название Высшей академии, которая будет иметь своей задачей создание и разработку общей доктрины, положенной в основание общественного образования. Этим трём академиям должна принадлежать духовная или научная власть. Наука должна играть в обществе исключительную роль, так как она даёт возможность предсказывать и предвидеть будущее. В *первоначальном* плане преобразования общества исключительное место отводится Ньютону. Во главе объединённого человечества учреждается совет двадцати одного избранника; этот совет носит название *Совета Ньютона*, который должен приложить все усилия к тому, чтобы уяснить все следствия закона тяготения — единственного закона, которому подчинена вселенная. О других фантастических идеях Сен-Симона, связанных с именем Ньютона (как, например, построение храмов с мавзолеями в честь Ньютона), достаточно лишь упомянуть.

Другой великий представитель утопического социализма — Шарль Фурье,

также исходит в своих построениях из идеи всемирного тяготения Ньютона, являясь противником философов и горячим сторонником точных наук. Под философами Фурье разумеет творцов неточных наук — политиков, моралистов, экономистов, чьи теории не уживаются с опытом, являясь плодом досужей фантазии их авторов. Настало время создания новой науки, которая была бы способна исцелить общество от социальных бедствий. Творцом этой новой науки является, как думает Фурье, он сам. Исходный пункт всех его построений и рассуждений — отрицательное отношение к цивилизации, т. е. к существующему буржуазному обществу, с его позорящими человечество бедствиями — бедностью, безработицей и пр. Философы ничего не сделали для устранения социальных бедствий. Новая социальная наука должна быть наукой точной и базироваться на опыте и наблюдении.

Фурье считает, что им «открыта» новая наука — *теория притяжения страстей*. Он открыл, что притяжение является истолкователем предначертаний бога относительно социального строя, и это привело его к аналитическому и синтетическому исследованию *притяжения и отталкивания* страстей. «Скоро я понял, — говорит Фурье, — что законы влечения страстей по всей линии соответствуют законам материального притяжения, открытым Ньютоном и Лейбницем (Фурье ошибается: Лейбниц не только не открыл силы притяжения, но он отрицал ее. — *А. Д.*), и что *существует единство движения мира материального и мира духовного*».[9]

В своем произведении «Теория всеобщего единства» он развивает свою концепцию о всеобщности движения, о единстве вселенной — природы и человеческого общества. Одни и те же законы движения господствуют в мире физическом, животном и социальном. Всеобщее мировое движение распадается на четыре главные формы движения: социальное, животное, органическое и материальное. Позже он внёс поправку, прибавив пятую форму движения, так называемое аромальное движение. Социальное движение объясняет законы социальных механизмов, т. е. законы общественного развития; движение животное раскрывает законы движения страстей; движение органическое объясняет законы распределения свойств, форм, цветов, вкусов вещей; движение материальное устанавливает законы тяготения материи для различных планет. Как ни велик Ньютон, ему удалось, однако, сделать лишь полдела, утверждает Фурье. Ньютон исследовал только одну отрасль мирового движения и то не полностью; он лишь наполовину истолковал закономерность движения небесных тел. Но Ньютон совершенно пренебрёг другими формами движения. Он оставил без внимания движение страстей или социальное движение. От уяснения, истолкования и открытия законов социального движения, теории притяжения страстей зависит *единая организация человеческого рода*. Фурье в виду этого считает себя продолжателем Ньютона и завершителем его дела.

Все указанные выше формы движения, и в частности *социальное движение*, которое стало для Фурье единственным предметом изучения и внимания, являются *частью всеобщего материального движения*, открытого Ньютоном, но не доведенного им до конца. Фурье считает, что ему, в отличие от Ньютона, удалось открыть *всеобъемлющие законы* для всей совокупности движения и создать новую точную науку—«аналогию четырёх движений — материального, органического, животного и социального, или аналогию модификации материи с математической теорией страстей, свойственных человеку и животному».[10] Поскольку в основе всех форм движения лежат одни и те же закономерности, поскольку повсюду действуют *законы всеобщего тяготения и притяжения*, знание законов движения одной ветви даёт возможность *по аналогии* установить законы, действующие в других ветвях. Например, подобно тому как небесные тела, согласно закону всемирного тяготения, притягиваются друг к другу, так и люди стремятся друг к другу в силу закона *социального*

притяжения. Движение социальное в иерархии пяти движений занимает по своему значению, по рангу первое место. «Движение социальное, — говорит Фурье, — типично для трёх остальных; движения животное, органическое и материальное координированы по социальному, первому по рангу; иными словами, свойства животного, растения, минерала и даже круговорот небесных тел воспроизводят какие-либо проявления человеческих страстей в общественном строе, и все в совокупности, от атома до небесного светила, воспроизводят картину свойств страстей человеческих».[11]

Исходя из этой фантастической позиции, он утверждает, что Ньютон допустил ошибку, начав свое исследование с изучения законов материального, а не социального мира. Фурье считает, что, поскольку он открыл законы высшей формы движения — социального движения, он тем самым выполнил по сравнению с Ньютоном более важную задачу.

Фурье ставит своей задачей создание нового общественного строя на основе законов притяжения страстей, являющихся формой проявления закона всеобщего тяготения, открытого Ньютоном. На этой основе должен быть совершён переход от цивилизации к *универсальной гармонии*, которая должна охватить все человечество. «Для бога, — говорит Фурье, — человеческая раса — единая семья, и все её члены имеют право на его благодеяния; он хочет, чтобы счастливы были все, в противном случае ни один народ не может наслаждаться счастьем».[12] Необходимо создать такой социальный строй, который применим ко всему земному шару. Надо понять, что управлять, в частности, народами отсталыми, дикарями и варварами можно лишь на основе притяжения, а не принуждения. Этот новый социальный строй должен быть построен на началах *притяжения страстей* путём создания *притягательной* ассоциации, путём вовлечения рода человеческого *«в орбиту всеобщего притяжения»*, где люди будут увлекать друг друга и творить чудеса в области производства и наук. Единственным их двигателем будет пламенная страсть и великая преданность любимому делу.

III

Огромное влияние оказал Ньютон на Канта, который, с одной стороны, поставил своей задачей завершить работу Ньютона путём создания теории происхождения мировой системы, а с другой стороны, на основе метода Ньютона разработать новый метод в области философии.

«По́длинный метод метафизики[13], — пишет Кант,—в основе своей тождественен с тем, который Ньютон ввёл в естествознание и который там имел столь плодотворные последствия. Надлежит, как предписывается им, опираясь на надёжные опыты и, разумеется, пользуясь также помощью геометрии, отыскать правила, по которым протекают те или иные явления природы. Хотя первого основания этих правил и нельзя усмотреть в телах, всё же вполне достоверным является то, что тела эти действуют по указанному закону и что запутанные явления природы находят себе объяснение, если удастся ясно показать, как они подчиняются этим хорошо доказанным правилам. Совершенно так же обстоит дело и в метафизике: старайтесь отыскать, опираясь на надёжный внутренний опыт, т. е. на непосредственно очевидное сознание, те признаки, которые несомненно содержатся в понятии какого-либо общего свойства, и хотя вы и не познаете таким образом всего существа исследуемого предмета, вы все-таки будете в состоянии с уверенностью пользоваться им и сможете многое вывести из этих признаков о самой вещи».[14]

Кант поставил себе целью обоснование математического естествознания, достигшего в «Математических началах натуральной философии» Ньютона высшего своего развития. Опираясь на математическое естествознание Ньютона, Кант стремился разработать достоверный научный метод философии.

Математика и физика являются для Канта образцами науки. Философия должна заключить прочный союз с естествознанием. Канта в эту пору больше не удовлетворяет догматическая философия Лейбница и Вольфа и под влиянием своего учителя физики Мартина Кнутсена он усердно изучает сочинения Ньютона, оказавшие огромное влияние на его развитие.

Кант способствовал популяризации и дальнейшему развитию идей Ньютона в Германии. Система Ньютона в основном была построена на материалистических основах, несмотря на то, что сам Ньютон признавал существование бога в качестве перводвигателя мировой системы. То новое, что должно было внести коренное изменение в материалистическую философию и что составляло великое открытие Ньютона, был закон всемирного тяготения.

Декарт признавал только отталкивающую силу, отрицая тяготение. Лейбниц был противником Ньютона, отрицая притяжение, но так как без тяготения нельзя объяснить происхождения и порядка мироздания, то только Ньютон своим открытием притяжения дал возможность объяснения возникновения мироздания. В связи с этим старое учение о силе должно было потерпеть крушение. Что касается декартовской теории вихрей, то Кант считает их искусственными измышлениями, которыми нельзя объяснить явления природы. Надо изображать природу такой, какова она есть, без множества диковинных движений и без запутанных гипотез. Кант считает также, что для объяснения существования движущихся тел не следует прибегать к помощи бога, к его могущественному действию. Из философии должны быть устранены все воззрения, которые не согласны с опытом и с природой вещей. Кант в виду этого становится сторонником натуральной философии Ньютона и его учения о притяжении.

Естественно, что Канта не удовлетворяла старая метафизика Декарта и Лейбница с её представлениями о движении и силе отталкивания, так как она пришла в противоречие с опытом и с достижениями естествознания.

Таким образом, получилось наличие двух противоположных сил притяжения и отталкивания, действия которых дают возможность объяснить все явления природы.

В своей работе «Физическая монадология» Кант ставит себе задачу примирения учения Лейбница о монадах с учением Ньютона о притяжении. Здесь он доказывает, что физическое тело возможно только при условии постоянного воздействия отталкивания и притяжения в каждой частице материи. В работе «Новое учение о движении и покое и связанных с этим следствиях в основных началах естествознания» (1758) он доказывает, что «движение есть перемена места, а так как место вещи определяется только её положением и внешним отношением к окружающему, то движения состоят в изменении внешних или пространственных отношений тела. Поэтому оно вполне *относительно*.

То же самое можно сказать о покое. Поэтому тело может быть одновременно и в покое и в движении, если оно сохраняет свое место относительно известных тел, меняя его относительно других».[15]

Таким образом, Кант пришёл к новому учению об относительности движения и покоя.

В работе Канта «Мысли об истинном определении величины живых сил» даётся анализ ньютоновского понятия сил, которое противопоставляется старой догматической метафизике. Кант обрушивается на догматическую метафизику за то, что она всячески препятствует прогрессу научного познания, и это именно объясняется тем, что и у неё нет настоящего метода и она при этом претендует на господство в других областях знания. Чтобы философия могла стать наукой, она должна точно установить свой объект, границы познания и выработать надёжный метод. В связи с этим должны быть подвергнуты критическому исследованию понятия силы, движения, пространства, так как новые результаты естествознания требуют преобразования философии.

Следует считать общепризнанным, говорит Кант, что в природе движение возникает не иначе, как посредством материи, которая сама находится в состоянии движения. В силу этого движение, которое исчезло в какой-нибудь части мира, не может быть иначе восстановлено, как при помощи нового второго действительного движения, и Кант доказывает, что материя, которая находится в состоянии покоя, может сообщать движение другому телу. Этот факт приобретает для Канта огромное значение, ибо отсюда он делает вывод, что первичное движение в мире возникло не через посредство бога, а через действие материи, находившейся в состоянии покоя. Если движение есть результат такой материи, то мир сохраняется благодаря ей, и её видимое исчезновение в данном месте не требует непременного, неизбежного её возникновения в другом месте, иначе говоря, мёртвая сила переходит в живую, живое в мёртвое; отсюда следует вывод, что нет пространства и протяжения, если тела не имеют силы действия вне себя.

В 1755 г. Кант обнародовал свое гениальное произведение «Всеобщая естественная история и теория неба, или опыт изложения устройства и механического происхождения вселенной по принципам Ньютона». Всем известно, какую роль сыграла в истории науки и культуры кантовская космогоническая гипотеза.

Великие открытия Коперника, Галилея, Кеплера и Ньютона дали возможность познать устройство мира, его механизм. Кант же на основании ньютоновских принципов ставит перед собою задачу объяснения *происхождения* мировой системы, механического возникновения всего мироздания. «В самом изложении моей гипотезы, — говорит Кант, — я буду исходить из предположения истинности всеобщего тяготения материи по учению Ньютона». Сам Ньютон стоял на той точке зрения, что солнечная система не подвержена каким-либо изменениям и что она была создана богом, от которого она получила «первый толчок». Кант впервые выдвинул идею *развития* солнечной системы, чем преодолел метафизическое представление на этот счёт Ньютона; вторая заслуга Канта состоит в устранении им бога, игравшего у Ньютона роль первого двигателя. По вопросу о боге Кант указывает, что, кто хотел бы строение мира передать непосредственно в руки бога, ничего тем самым не доверяя механическим законам, тот должен привести серьёзные основания в пользу того, почему он здесь считает необходимым то, что в других случаях он не так легко допускает в науке о природе. И Кант приводит ряд весьма важных аргументов в пользу механического происхождения планетной системы.

Он хочет объяснить происхождение мира из *естественных причин*, действующих в природе, не прибегая к помощи бога — этого «жалкого» для философа решения, как он выражается. Кант набрасывает величественную картину истории развития мира, положив в основу единственные действующие в природе силы — силу отталкивания и притяжения. Борьба этих двух противоположных сил порождает и поддерживает жизнь природы. Ни одна проблема естествознания, говорит Кант, не разрешена с такой точностью, как проблема истинного устройства мироздания, проблема, в которую «философия Ньютона внесла такое проникновение, какого напрасно было бы искать в других вопросах естествознания». И подобно тому, как Ньютон так блестяще решил задачу *устройства* мироздания, так Канту хотелось бы основательно исследовать и разрешить проблему *происхождения* мира.

«С крайней осмотрительностью я избегал всяких произвольных выдумок,— говорит Кант.—Приведя мир в состояние простейшего хаоса, я для развития великого порядка природы не применял никаких других сил, кроме силы притяжения и силы отталкивания, двух сил, одинаково несомненных, одинаково простых и в то же время одинаково начальных и общих. *Обе заимствованы из ньютоновской философии*» (курсив мой.—*А. Д.*).[16] Мы не станем изла-

гать здесь космогоническую теорию Канта в целом, а остановимся лишь на тех элементах её, которые необходимы для нашей задачи.

Исходя из представления о первобытном хаосе, Кант предполагает, что вся материя в начале вещей была разложена на элементарные части и заполняла все пространство вселенной. Материя в этом состоянии кажется совершенно инертной и бесформенной. На самом же деле материя в самом простейшем своем состоянии имеет стремление преобразоваться в более организованную и упорядоченную. Элементы материи сами по себе являются *источником движения*. Движение происходит в результате борьбы силы отталкивания с притяжением. «Притяжение есть, без сомнения, столь же широко распространённое свойство материи, как само существование материи в пространстве; оно связывает вещества взаимной связью или, собственно говоря, *притяжение есть именно та общая связь*, которая соединяет части природы в пространстве, следовательно, оно распространяется на всё протяжение, на всё расстояние его бесконечности».

Таким образом, Кант сделал огромный шаг вперёд по сравнению с Ньютоном, поставив перед собою задачу изобразить историю *происхождения мира* на тех же ньютоновских принципах. Ньютон открыл *порядок* природы, *устройство* вселенной, но Ньютон не занимался вопросами *истории развития* природы, мало того, он считал это даже невозможным. Кантовская космогоническая гипотеза рассматривается самим творцом её как необходимое продолжение ньютоновского учения. Принципы Ньютона он распространяет как на нашу солнечную систему, так и на все другие космические системы, которые подчинены тем же механическим ньютоновским законам. История космоса предстала теперь в работе Канта как вечный процесс изменения материи. В этом бесконечном процессе возникают и исчезают все новые и новые солнечные системы. Из первоначального хаоса возникает порядок, *космос*, который в свою очередь по истечении миллионов и миллионов лет снова превращается в хаос. Идея развития впервые внесена Кантом в историю мироздания. Кант набрасывает величественную картину этого вечного процесса изменения, возникновения и исчезновения миров. Всё, что конечно, говорит Кант, носит в себе начало своей гибели; тление присуще всей конечной природе и постоянно работает над разрушением мира, но вечность содержит в себе все возможные периоды.

Природа показывает, что она одинаково богата, одинаково неисчерпаема в производстве как самых выдающихся, так и самых ничтожных творений и что самая гибель их есть необходимая тень в разнообразии её солнц, потому что произведение их ей ничего не стоит.

«Вредные действия заражённого воздуха, землетрясения, наводнения уничтожают целые народы на земле. Однако не видно, чтобы природа терпела от этого какой-либо ущерб. Подобно этому целые миры и системы миров покидают сцену после того, как они сыграли свою роль... Если мы через всю бесконечность времени и пространства проследим этот феникс природы, который лишь затем сжигает себя, чтобы вновь молодым возродиться из своего пепла, если обратим наше внимание на то, как природа даже там, где она распадается и стирается, неисчерпаема в новых образованиях, а на другой границе творения, в пространстве неоформленной грубой материи, непрестанно идёт к расширению плана божественного откровения, чтобы как вечность, так и всё пространство наполнить чудесами, то дух наш, размышляя обо всем этом, погружается в глубокое удивление».

Творение Канта представляет собою не только гениальную теорию космогонии, но оно вместе с тем является первой работой, в которой дана *диалектическая картина* истории мира. Это первый образец диалектического подхода к истории мироздания, и поэтому Энгельс не даром говорит о том, что, во-первых, кантовская теория сама по себе была величайшим завоеванием астро-

номии со времени Коперника, во-вторых, впервые было показано, что природа имеет историю во времени. Кант в господствовавшем метафизическом способе мышления своей работой пробил первую брешь.

Кант провозгласил *самодвижение материи*, что дало ему возможность сделать впервые в новой истории гордое заявление: *дайте мне материю, я построю из нее мир*. «Мне кажется, — говорит он, — здесь можно было бы, рассуждая здраво, сказать без всякой дерзости: *дайте мне материю, я построю из нее мир*, то-есть, *дайте мне материю*, и я покажу вам, как из неё должен образоваться мир. Потому что, если существует материя, которая по существу одарена силой притяжения, то не трудно определить те причины, которые могли содействовать устроению мировой системы».[17] В сущности Кант своей теорией происхождения мироздания дал новый толчок развитию материализма, хотел он этого или не хотел. Оказалось, что мир может быть объяснен или «построен» из материи и присущих ей сил. Разум, говорит Кант, приходит в восхищение при мысли, что великолепие и величие вселенной проистекает *из одного общего закона*. Из первобытного хаоса путём самодвижения материи, действием присущих ей противоречивых сил создаётся космос—организованный мир, который в силу внутреннего своего развития возвращается снова к своему исходному началу, т. е. к бесформенному и хаотическому состоянию, к разложению организованного космоса на элементарные частицы.

«Неизбежное стремление к погибели, которое несёт в себе каждое доведенное до совершенства мироздание, может быть причислено к основаниям, которые доказывают, что вселенная, напротив, должна быть в одних местах богата мирами, чтобы возместить недостаток их в других местах, — говорит Кант. — Значительные части обитаемой нами суши будут опять погребены в море, из которого они вышли в благоприятное время; но в других местах природа восполняет недостаток и вызывает наружу другие местности, скрытые в глубинах, чтобы распространить на них новые богатства своего плодородия. Точно так же погибают миры и системы миров и поглощаются бездной вечности; однако созидание никогда не прекращается: в других местах неба возникают новые образования, и убыль восполняется с избытком». По чисто диалектической идее Канта, которая почерпнута им из самой жизни природы, достигшая совершенства система действием заложенных в ней сил и противоречивых движений постепенно начинает приходить в упадок и, наконец, полностью разрушается. Созидание и разрушение, возрождение разрушенного, его восходящее развитие до высшего совершенства и организованности и снова нисходящее «развитие» вплоть до полного разрушения — таков закон развития всего существующего, в том числе и системы миров. Природа живёт, она вечно творит и разрушает, создает и уничтожает. Природа неустанно работает над созданием миров из рассеянных элементов, и, стареясь в одном месте, она в другом месте молода и богата новыми образованиями.[18]

«Поэтому организованный мир находится в границах между развалинами разрушенных миров и хаосом ещё несформировавшейся природы».

Так Кант, вдохновлённый Ньютоном, создал гениальную теорию происхождения мира. Материя и присущие ей противоположные силы — силы притяжения и отталкивания — вот всё, что нужно было Канту для построения мира. Первобытный хаос содержит в себе «семя космоса», содержит в себе те силы, которые неизбежно приводят к образованию космоса. И наоборот, организованный мир, космос, содержит в себе *зародыш хаоса*, т. е. те силы, которые неизбежно приводят к его разрушению. Но возвращение в хаос не есть уничтожение, а начало обновления мира. Одновременно с разрушением старых миров происходит возникновение новых. Таков мировой диалектический процесс. Но снова приходится напомнить, что Кант мог построить свою космогонию, только исходя из ньютоновских основных положений.

Однако Кант, создав свою гениальную теорию происхождения мира, доказав, что Земля, солнечная система и вся вселенная имеют свою историю во времени, остановился перед миром органическим, не видя возможности объяснить естественными причинами происхождение травинки или гусеницы, т. е. историю растительного и животного мира. Эта великая задача была блестяще выполнена Чарльзом Дарвиным.

«Итак, — пишет Энгельс, — точное представление о вселенной, об её развитии и о развитии человечества, равно как и об отражении этого развития в головах людей, может выработаться лишь диалектическим путём, только принимая постоянно в соображение общее взаимодействие между возникновением и исчезновением, между прогрессивными и регрессивными изменениями. На такую точку зрения стала новейшая философия. Кант обратил неизменную солнечную систему, которую предполагал Ньютон, и вечное — с тех пор как был дан первый толчок — пребывание этой системы в исторический процесс возникновения Солнца и всех планет из туманной первоначальной массы, а через пятьдесят лет после этого Лаплас математически формулировал выводы из этой гипотезы во всех деталях, и теперь она принята всеми естествоиспытателями. Гегель завершил эту философию, создав систему, в которой весь естественный, исторический и духовный мир был впервые представлен как *процесс*, т. е. в непрерывном движении, изменении, преобразовании и развитии».

Однако Гегель был идеалистом. Что же касается природы, то он оставался даже на почве *неизменности её*.

Чисто научным образом на основе диалектического материализма весь естественный, исторический и духовный процесс был раскрыт Марксом, впервые открывшим законы исторического и общественного развития.

Мы лишены возможности подвергнуть здесь анализу работу Канта «Опыт введения отрицательных величин в философию» (1763). Эта замечательная по тому времени работа имела своей целью подвести общефилософский базис под учение *о борьбе противоположных сил* в природе, дать анализ понятия *реальной противоположности и роли отрицательных величин* в науке и философии, исходя опять-таки из ньютоновских «Начал». Не останавливаясь здесь на этих сложных вопросах, посмотрим, как Кант применяет тот же принцип борьбы противоположных сил к историческим и общественным явлениям.

В основу своей философии истории Кант положил *идею прогресса*, совершающегося в силу *борьбы антагонистических сил*. В человеке действуют две противоположные силы: сила притяжения и сила отталкивания—понятия, которые Кантом переносятся теперь на исторический процесс и на психологию человека. Природа пользуется, говорит Кант, *принципом антагонизма* в интересах развития и прогресса человеческого рода. Этот принцип антагонизма принял у сен-симонистов форму *антагонизма классов* и был перенесен в область социологии.

В человеке, говорит Кант, борются начало общественное, общежительное и начало необщежительное, стремление к «отъединению». Под антагонизмом поясняет Кант, он разумеет «необщежительную общежительность» (ungesellige Geselligkeit) человека. Мир и раздор — вот те силы, которые лежат в основе прогресса. В результате этой борьбы возникает *солидарность*.

Ученик Канта Гердер в своей капитальной работе «Идеи к истории человечества» идёт в основном по тому же пути. История человечества есть продолжение истории и развития природы. Противоположность между «природой» и «культурой», говорит он, исчезает; культура есть естественное порождение природы. Развитие и прогресс есть всеобщий закон универсума. Мировая история человечества есть часть истории вселенной. Прогресс совершается через борьбу противоположных сил. Целью исторического прогресса является по-

беда и торжество *человечности* (гуманности, Humanität), единство и солидарность человеческого рода, а также всестороннее развитие всех духовных сил и способностей людей.

Кант занимает в вопросе о целях мировой истории, развития и прогресса человечества такую же позицию. Человек может жить и развиваться только в обществе, однако эгоистические интересы людей направлены против общества, против солидарности коллектива. Из борьбы этих двух тенденций рождается в конечном счёте справедливое *гражданское общество*.[10] Но проблема создания совершенного гражданского общества зависит от разрешения проблемы установления *справедливых отношений между государствами*. Каждое государство находится в окружении других государств и может подвергнуться в любой момент нападению со стороны соседей. В результате развития из этого антагонизма между государствами родится *гармония, всеобщая солидарность человеческого рода*. Бесконечные войны и непрекращающиеся вооружения, говорит Кант, истощают народы, но они неизбежно должны превратиться в свою противоположность, так как народы неминуемо будут искать выхода из состояния дикости и варварства. И Кант мечтает о *федерации государств и о вечном мире*. Каждому государству, даже самому маленькому, должны быть гарантированы независимость и безопасность всей мощью и всем авторитетом *объединённого человечества*.

И Кант верит, что культура в его понимании, т. е. в смысле солидарности всего человечества, в результате борьбы антагонистических сил, восторжествует над природой, разум—над *господством инстинктов и дикости*.

Подводя итоги всему изложенному, следует констатировать, что ньютоновское учение дало мощный толчок дальнейшему развитию научной и философской мысли.

Благородные умы человечества — Сен-Симон и Фурье, Кант и Гердер — пытались разрешить жгучие проблемы социальной и исторической жизни человечества. Сен-Симон и Фурье стремились создать *новую теорию*, которая явилась бы могучим идейным орудием для преобразования человеческого общества. Они пытались сделать это, исходя из ньютоновских принципов. Много гениальных мыслей разбросано в их произведениях. Однако в целом их построения оказались ненаучными, фантастическими, утопическими. Кант сделал великое дело созданием гениальной космогонической теории. Что же касается его философии истории (как и философии истории Гердера), то она для своего времени была передовой. Но в целом философско-исторические концепции Канта и Гердера для современной науки оказываются неприемлемыми, ненаучными и устарелыми.

Блужданиям этих благородных и великих умов был положен конец гением Маркса, создавшего совместно с Энгельсом новое научное мировоззрение диалектического материализма, ту новую науку, о которой мечтали Сен-Симон и Фурье. Истинными завершителями великого движения в области философии, исторической науки, социологии и экономики явились Маркс — Энгельс — Ленин — Сталин, переработавшие в духе диалектического материализма все крупные достижения предшественников. На основе созданной ими *новой науки* об обществе на одной шестой части суши создано социалистическое общество. В основу этого общества положены принципы гуманизма и солидарности, свободы и справедливости. Наша социалистическая родина воплотила в жизнь, под руководством титанов человечества — Ленина и Сталина—мечты и чаяния самых благородных умов.

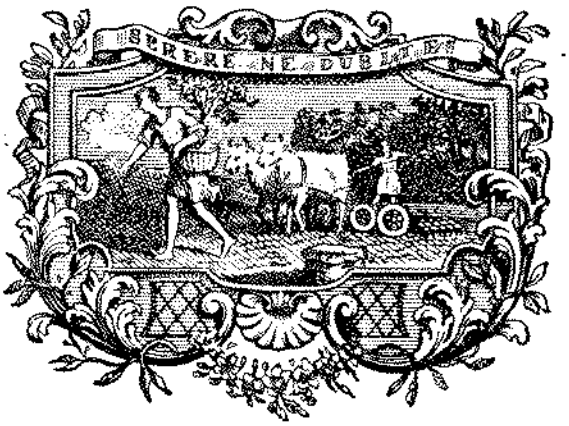
Гитлеровская Германия издевается над идеалами гуманизма, прогресса и культуры, представляя собою ныне воплощение дикости и варварства: звериные инстинкты восторжествовали в ней над разумом. *Избиение человече-*

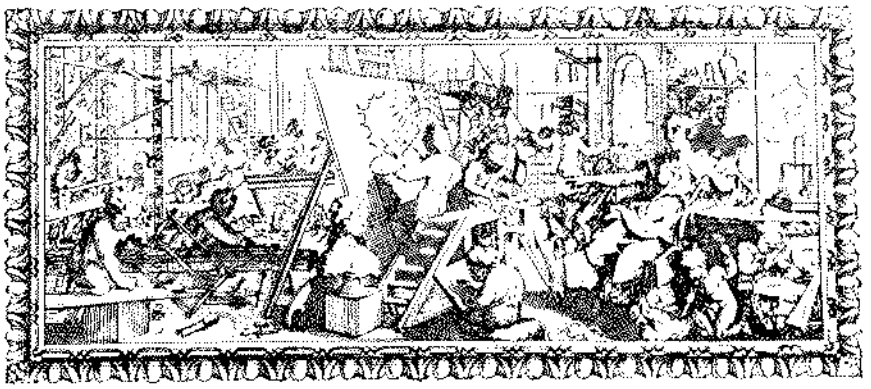
ства — вот та задача, которую поставили перед собою гитлеровские людоеды. Но объединённые свободолюбивые народы во главе с СССР уничтожат эту язву человечества во имя торжества культуры, гуманизма, прогресса, демократии и свободы народов.

ПРИМЕЧАНИЯ

[1] Ф. Энгельс. Анти-Дюринг, 1934, стр. 270—271.
[2] Цит. по кн. Д. Морлей. Вольтер, 1889, стр. 64.
[3] П. Гольбах. Система природы, стр. 24.
[4] Там же. стр. 44.
[5] Там же, стр. 25.
[6] Анри Сен-Симон. Соч., 1923, стр. 61.
[7] Анри Сен-Симон. Соч., 1923, стр. 68.
[8] Там же. Очерк науки о человеке, стр. 167.
[9] Ш. Фурье. Теория четырёх движений и всеобщих судеб, 1938, стр. 43.
[10] Ш. Фурье. Теория четырёх движений, стр. 44.
[11] Там же.
[12] Ш. Фурье. Теория четырёх движений, 51, стр. 61.
[13] Под метафизикой Кант здесь разумеет философию.—*А. Д.*
[14] И. Кант. Сочинения, т. II, 1940, стр. 287—288.
[15] Куно Фишер, стр. 158—159.
[16] Immanuel Kant. Sämtliche Werke, VII. B. Herausg. von Karl Vorländer, стр. 33.
[17] Там же, стр. 17.
[18] Там же, стр. 128 — 130.
[19] Кант пытался перенести закон тяготения в область нравственности. Куно Фишер по этому поводу замечает: „То, что в телесном мире производится тяготением, в мире духов, по мысли Канта, производится любовью; в этой аналогии заключается глубочайшее основание для проведённой Кантом параллели между Ньютоном и Руссо (Куно Фишер, История новой философии, 4, 1901, стр. 287).

В „Грёзах духовидца" Кант пишет: „Так, Ньютон назвал положительный закон стремления материальных предметов к сближению тяготением, вовсе не желая свои математические изыскания впутывать в досадные философские споры, которые могут происходить о причинах тяготения. Точно так же он не задумался трактовать это тяготение как действительный результат всеобщей взаимодеятельности материальных предметов и назвал его поэтому притяжением. Не окажется ли возможным представлять себе проявление нравственных склонностей мыслящих существ в их взаимных отношениях точно так же, как следствие некоторой действительности активной силы, посредством которой они проникают друг в друга. Нравственные чувства явились бы при этом некоторой ощущаемой зависимостью частной воли от общей, результатом естественного и всеобщего взаимодействия, которым нематериальный мир достигает своего нравственного единства, образуя по законам этой свойственной ему связи систему духовного совершенства" (И. Кант. Соч., 2, 1940, стр. 333—334.





А. Д. ЛЮБЛИНСКАЯ

К ВОПРОСУ О ВЛИЯНИИ НЬЮТОНА НА ФРАНЦУЗСКУЮ НАУКУ (СПОР НЬЮТОНИАНЦЕВ С КАРТЕЗИАНЦАМИ)

В 1927 г., в юбилейный год двухсотлетия со дня смерти Ньютона, академик В. Г. Фесенков писал: «В высшей степени удивительно, что труды Ньютона встретили на континенте сильную оппозицию, которая продолжалась в течение нескольких десятков лет. В числе его убеждённых противников были такие математики, как Гюйгенс, братья Бернулли и др. Не подлежит сомнению, что ни один из них не изучал трудов Ньютона, так как иначе отрицание его теории было бы отрицанием очевидности. С другой стороны, горячим защитником Ньютона во Франции сделался Вольтер, который, без сомнения, не мог прочитать и понять «Principia». Достойно сожаления, что даже в среде учёных новые идеи с таким трудом пробивают себе дорогу, даже в случае своей полной бесспорности, если этому мешает национальное самолюбие. Помимо этого, успеху распространения учения Ньютона мешало то обстоятельство, что его закон всемирного тяготения предполагал существование действия на расстоянии и, казалось, наделял вещество скрытыми свойствами, которые с таким ожесточением изгонялись тогда из всех отделов физики». [1]

Действительно, на первый взгляд это явление кажется удивительным. Понадобилось около полувека, чтобы учение Ньютона получило на континенте, и особенно во Франции, признание и в учёных кругах и в обществе. Цитадель картезианства — Парижская Академия наук долго выдерживала осаду и лишь постепенно сдавала свои позиции. Но дело было не только в национальном самолюбии. Кажущееся теперь бесспорным учение Ньютона отнюдь не было таковым в глазах его современников. Прежде чем получить всеобщее признание, оно должно было сперва весьма существенно изменить *весь* строй мысли физиков XVII — XVIII вв. и ориентировать её в ином направлении. Процесс этот растянулся в сущности на срок одного поколения. Маститые академики сошли со сцены, а молодые исподволь воспитывались в ньютонианстве в таком же порядке, как их предшественники ранее в картезианстве. Острота спора сгладилась потому, что постепенно растаял самый предмет спора, вопрос о причине тяготения.

Что касается успеха вольтеровских книг и его собственного пристрастия к философии Ньютона, то главной основой и того и другого явления была англофилия, столь характерная для первых годов общественной деятельности

великого просветителя. В данном случае национальное самолюбие оказалось вывороченным наизнанку.

Завоевание ньютонианством признания во Франции представляет интерес со многих точек зрения. Вряд ли нужно доказывать тезис, что история науки, в равной степени как и история в любом другом разрезе или отрезке времени, — не только цепь открытий, ведущих науку по пути прогресса. Все явления, изучение которых восстанавливает научную атмосферу эпохи, все противодействия новым теориям также принадлежат истории науки. В борьбе нового со старым наиболее ярко выступает диалектика развития человеческой мысли. Как и во всякой борьбе, партии оформлены резче и громче заявляют о себе. В таком аспекте полувековая борьба ньютонианства с картезианством принадлежит к интересным страницам в истории науки. Она тем более знаменательна, что именно Франция явилась во второй половине XVIII в. истинной наследницей ньютонианства. Французские математики, астрономы и физики особенно плодотворно развили и углубили научное наследие гениального англичанина, столь упорно отвергавшееся их учителями и предшественниками. Но это уже выходит за хронологические рамки настоящей статьи. Она ограничивается рассмотрением истории «натуральной философии» (т. е. физики) во Франции с середины XVII до середины XVIII в. [2]

Чтобы понять, с каких позиций континентальные, и преимущественно французские, учёные критиковали и отвергали теорию Ньютона, надо представить себе вполне отчетливо состояние картезианской физики к концу XVII в. Путь, пройдённый ею за полвека развития, был отнюдь не гладким и не лёгким в смысле завоевания признания. Что касается самой доктрины, то, сохраняя свои основные направления, она претерпела немалые изменения. К рассмотрению этих двух сторон в развитии картезианской физики мы и обратимся.

Основы её были положены Декартом в его первом печатном произведении «Рассуждение о методе» [3] и в капитальном труде «Начала философии».[4] Отдельные части учения стали известными из посмертных трактатов и из интереснейшей переписки, опубликованной в 1657 — 1666 гг. Наследие Декарта в физике сводится к следующим главным положениям: отожествлению материи и пространства и, следовательно, отрицанию пустого пространства, корпускулярному строению материи и её тождественности, кинетической и релятивистской концепции движения и теории вихрей.[5] Последний пункт требует более подробного рассмотрения.

Космогония Декарта исходит из признания первоначального хаоса, который путём движения упорядочивается в известную систему, космос.[6] В процессе движения однородная первоначально материя распадается на три вида или «элемента», причём решающей причиной упорядочения их является центробежная сила. Наиболее крупные и твёрдые частицы представляют собой «элемент земли»; «элемент воздуха» состоит из малых и округлых частиц, являясь прототипом эфира, и, наконец, тончайшая, всепроникающая жидкость составляет «элемент огня».[7] Круговращательное движение мирового вихря удаляет от его оси наиболее плотные и крупные частицы материи, из которых затем образуются планеты. В центре остаются только частицы третьего элемента, огня, образующие центральное светило, Солнце. Планеты сами принимают затем вращательное движение, вызывающее вращение малого вихря, движущегося в большом. Материя вихрей состоит из частиц второго элемента. Самый термин «вихри» (vortices, tourbillons) навеян сравнением с течением реки, завихряющимся вокруг несомых ею предметов.[8] Кометы относятся к планетам, но они блуждают по весьма неправильным изогнутым орбитам из вихря в вихрь, т. е. из одной солнечной системы в другую. Таким образом, движение небесных тел объясняется движением вихря, увлекающего их с собой подобно судам, предоставленным течению реки.

К этой теории примыкает гидродинамическая теория тяжести Декарта. Попытка Роберваля дать математическую разработку теории тяготения казалась Декарту недопустимой схоластикой, поскольку дальнодействие (actio in distans) было в его глазах перипатетическим страшилищем и мистической силой. Поэтому он признает только механический принцип, но не разрабатывает его математически. Он выводит тяжесть, т. е. центростремительную силу, из центробежной силы вихря, увлекающего Землю. Тяжесть — это меньшая лёгкость; земные тела относительно менее легки, будучи менее скорыми, чем частицы вихря. Таким образом, тяжесть является центростремительной реакцией земных тел на центробежную силу, развиваемую вихрем.[9]

В учении Декарта о методе подчеркнём априорно-догматический характер картезианской гипотезы. Опыт как таковой отнюдь не был чужд методу Декарта, но играл второстепенную и подчинённую роль. Декарт очень интересовался опытами, например, Паскаля и даже подсказал ему знаменитый эксперимент на Пюи-де-Дом. Опубликование писем Декарта обнаружило в нём экспериментатора.[10] Своим ученикам он завещал именно производство опытов, на которые у него нехватило ни времени, ни денег. [11] Но эти опыты должны были лишь подтверждать те основные принципы, которые были установлены раз навсегда и составляли базу науки. Эта точка зрения вполне соответствует оценке Декартом своей роли в науке. Открытие нового метода связано было у него, рационалиста, с почти мистическим чувством «откровения». Он полагал сначала, что закончит грандиозное дело построения новой науки в несколько лет; затем ему пришлось растянуть этот срок на несколько поколений. [12] Ему была чужда идея непрерывного прогресса науки, и своим ученикам он предоставил лишь конечное завершение начатого им дела.

Но ирония судьбы заключалась в том, что среди картезианцев не нашлось ни одного блестящего экспериментатора, а единственный настоящий физик, Рого, умер слишком рано. [13] Картезианству неминуемо приходилось считаться с экспериментами *всех* учёных того времени, что и определило отчасти эклектизм течения. Причиной же, обусловившей самую возможность такого эклектизма, явился распад дуалистической системы Декарта по её наиболее уязвимому месту,— т. е. по связи физики с метафизикой. То, что у учителя составляло единое целое, у учеников естественно разложилось на две несовместимые части, причём именно физики (Регий, Рого, Режи) проявляли всё большее и большее равнодушие к метафизике, покуда она не оказалась почти совершенно изгнанной из круга занимавших их вопросов, а сами они не шагнули к материализму значительно дальше, чем Декарт. Школа очень жадно и интенсивно впитывала все научные веяния и открытия и перерабатывала их в духе своей механистической системы, все шире и шире раздвигавшей свои рамки. Эта тенденция, обнаружившаяся в первом же картезианском учебнике Регия,[14] обеспечила школе длительную жизненность.

Картезианство быстро распространилось в Голландии и имело там большой успех. Многие утрехтские и лейденские профессора излагали взгляды Декарта и строили на них свои курсы.[15] Хорошо оно было принято и в Англии.[16] Но ещё при жизни Декарта началось преследование его учения. Наибольшие опасения возбуждал его методологический скептицизм, особенно в применении его к теологии. «Его (т. е. Декарта. — *А. Л.*) бог так мало походил на ортодоксальное божество, что философа обвиняли в атеизме».[17] Известны старания Декарта опровергнуть это обвинение. Но оно прочно присоединилось к его имени как раз в протестантских странах, особенно в Англии, где церковники, информируемые из Голландии, были совершенно убеждены в безбожии никогда ими не читанного Декарта.[18] Впоследствии этот аргумент вновь всплывет в конце знаменитого предисловия Котса ко второму изданию «Начал» Ньютона.[19]

В Голландии, после двадцатилетнего перерыва (1650 — 1670) преследования возобновляются, но к 1690 г. учение полностью торжествует. Оно исподволь проникло в протестантскую теологию; модифицируясь само в эклектическом духе (де-Рей), оно модифицировало и её в духе рационализма. Главным представителем такого эклектического картезианства был лейденский профессор Гравесанд, ставший позднее (в начале XVIII в.) ньютонианцем.[20] Несколько иной была судьба учения Декарта на его родине.

Церковные круги отнеслись к новой доктрине настороженно, и авансы Декарта иезуитам не имели успеха. В учёном кругу сразу наметилась и оформилась оппозиция (Паскаль, Роберваль, Ферма и др.), рассмотрение которой увело бы слишком далеко от нашей темы. Но любопытно подчеркнуть, что априорность гипотезы Декарта сразу оттолкнула от него Паскаля, развивавшего чисто экспериментальное понятие гипотезы.[21] Эфир Декарта был в глазах Паскаля такой же схоластически субстанциальной формой, какой для Декарта являлось, например, действие на расстоянии в теории тяготения Робервaля. Этот постоянный страх перед возможными рецидивами схоластических категорий чрезвычайно характерен для всей натурфилософии XVII — начала XVIII в., и огромная заслуга Ньютона состоит в том, что он не был ему подвержен и спокойно шел по пути экспериментально-математических рассуждений, хотя ему пришлось не раз защищаться от обвинений в возрождении «скрытых качеств» перипатетиков.

Потерпев неудачу в Сорбонне, у иезуитов и в узком кругу учёных, Декарт обратился к светскому обществу. Его ученик Клерселье продолжил эту тактику. Она и в дальнейшем оказалась наиболее успешной.

Признанным главой школы становится в 1660-х годах Жак Рого. Талантливый экспериментатор, он с неослабным вниманием следил за опытами всех других учёных; в свой основной труд[22] он вложил все новейшие открытия в области астрономии и механики, сделанные в только что основанной Парижской Академии наук, в частности открытие Гюйгенсом колец Сатурна.[23] У него мы наблюдаем критический интерес к явлениям природы; он их ищет и воспроизводит в своих опытах. Далеко отойдя от априорности Декарта, он разрабатывает свое понятие гипотезы в духе Паскаля. Он требует для науки независимости от метафизики, в результате чего его картезиански-механистическая физика превращается в почти технический трактат.[24] Недаром рецензент «Journal des savants» благодарит автора за полезные и любопытные сведения, преподнесенные без философских «тонкостей» (subtilités). И именно этими своими особенностями книга Рого завоевала в Англии длительный и прочный успех.[25]

Публичные лекции Рого с многочисленными демонстрациями опытов (о тяжести воздуха, с магнитом, с искусственной радугой) имели громадный успех. Картезианская физика входила в моду, проникая в светские салоны и вербуя себе высоких покровителей. Вокруг Рого собирается группа физиков, их журфиксы привлекают множество гостей. Рого в качестве главы оформляющейся школы организует в 1667 г. праздник по поводу прибытия в Париж праха Декарта. Он же берёт на себя защиту картезианства от начинающихся преследований.

Ещё в 1663 г. в «Индекс запрещённых книг» было включено амстердамское издание (1650) «Размышлений» Декарта. Но запрещение было направлено только против положений, задевавших догмат пресуществления,[26] и физики не касалось. Во Франции с ним на первых порах посчитались мало. Картезианство завоевывало себе ораторианские коллежи, бенедиктинские аббатства и протестантские академии с таким же успехом, как салоны академиков и вельмож.[27] Но к концу 1660-х годов обстановка изменяется не в пользу картезианства. Обострение конфессиональной борьбы, приведшее к искоренению янсенизма и отмене Нантского эдикта, ударило и по «новой» философии.

Именно связь её с янсенизмом определила её судьбу в те годы.[28] В 1671 г. устное распоряжение короля запретило преподавание картезианства.[29]

Как раз в эти годы картезианская физика проникает на юг Франции. Ученик Рого и его будущий преемник Режи пропагандирует её в провинции (в Гиэни и Лангедоке). Шумный успех сопровождает его публичные лекции с демонстрацией опытов. Ещё больше его успех в Париже в 1680 г., когда после смерти Рого он занимает его место главы картезианской школы. Стечение публики на его лекциях было таково, что места удерживались заранее, как в театре. Через полгода Режи получает распоряжение парижского архиепископа[30] прекратить лекции. Правда, никто не мешает ему заниматься пропагандой картезианства в узком частном кругу, где тот же парижский архиепископ является частым посетителем наравне с испанским послом и другими вельможами. Таким образом, в самый напряжённый момент конфессиональной борьбы картезианство было лишено всякой более или менее широкой аудитории и вынуждено было услаждать досуги опальной знати, вроде принца Конде или кардинала Реца.

Параллельно с этой борьбой за социальное признание идёт и дальнейшее проникновение эклектизма в картезианскую физику. Режи обладает большой эрудицией и систематически использует достижения современной ему науки (опыты Мариотта, Мальпиги, Левенгука и др.). Это законченный популяризатор и компилятор. В его труде[31] завершается намечавшееся уже раньше распадение картезианства на философию и механистическую физику. Последняя больше не связана с метафизикой и не базируется на незыблемых основах. Она является скорее сводом правдоподобных гипотез, согласующихся с известными правилами. С такой точки зрения сама система Декарта тоже не более как гипотеза с большей долей вероятности, чем прочие.[32] Лишенная математических расчётов, она настолько гибка, и её очертания настолько расплывчаты, что в неё безболезненно могут быть включены и в ней переработаны все новые опыты и открытия, над которыми трудится целая плеяда учёных.

Таков характер картезианской физики к последнему десятилетию XVII в. К этому же времени конфессиональный конфликт оказывается в основном ликвидированным, и при изменившейся обстановке модифицированное картезианство перестаёт быть опасным и с теологической и с полицейской точки зрения. Оно добивается полного признания и торжества. Всякий новый трактат по физике, выходящий во Франции, может рассчитывать на успех только при условии соблюдения принципов «новой» философии;[33] другие книги «пугают издателей».[34] Иезуит Даниэль[35] не отвергает в целом картезианского механицизма; он возражает лишь против некоторых положений картезианской физики и склонен к примирению.[36] Картезианство, гассендизм и аристотелизм смешиваются в учебниках в самых различных пропорциях.[37] Почти всякий трактат по химии, анатомии, физиологии и т. д. отдаёт дань картезианству. Этот эклектизм добирается и до Сорбонны.

Как раз накануне появления «Начал» Ньютона Фонтенель вводит в моду космогонию Декарта. Его популярная книга «Беседы о множественности миров»,[38] имевшая огромный успех, перемещает акцент в картезианстве с физики на астрономию.

Школа не раз получала сильные удары. Не будучи правоверными картезианцами, Гюйгенс и Лейбниц внесли очень важные изменения, реформируя оптику и механику (волновая теория света, теория удара, теория живой силы). Но, несмотря на вызванную ими полемику, эти реформы были осуществлены внутри картезианства,[39] лишний раз доказав всю его гибкость и приспособляемость.

Книга Ньютона «Математические начала натуральной философии», появившаяся в 1687 г., т. е. годом позже книги Фонтенеля, пришлась на период

полного торжества картезианской физики. Но она же и явилась началом упадка последней. Система Ньютона в корне противоречила теории Декарта и опрокидывала её основы: вместо наполненного пространства, она принимала пустое, где движение совершалось действием силы тяготения, а вихри совсем отвергались. [40]

Критика Ньютона шла по двум линиям: 1) опираясь на математическую гидродинамику, он доказывал несовместимость теории вихрей с законами Кеплера и 2) взамен отвергаемой точки зрения он выдвигал новую — теорию всемирного тяготения.

Отдел IX второй книги «Начал» содержит исследование кругового движения жидкостей. Предложения LI и LII трактуют о временах обращений частиц жидкости вокруг вращающегося цилиндра и вращающегося шара. [41] В первом случае времена обращений частиц оказываются пропорциональными их расстояниям до оси цилиндра, во втором — квадратам их расстояний до центра шара. [42] В следствии 2 к предложению LII Ньютон переходит к рассмотрению движения жидкости вокруг вращающегося шара, движению, подобному вихрю; в дальнейших следствиях исследует это вихреобразное движение и суммирует выводы в «Поучении», начало последнего абзаца которого гласит: «Я старался исследовать свойства вихрей в этом предложении, чтобы испробовать, могут ли небесные явления быть объяснены вихрями». [43] Такое объяснение оказывается невозможным. Времена оборотов планет вокруг Солнца находятся в полукубическом отношении к их расстояниям до его центра — астрономические наблюдения засвидетельствовали это отношение с совершеннейшей точностью. Если предположить, что планеты переносятся вихрями, то последние должны вращаться по таким же законам [44]. Однако, согласно доказанным теоремам, «времена обращений частей вихря оказываются пропорциональными квадратам расстояний, и это отношение не иначе может уменьшиться и привестись к полукубическому, как если вещество вихря тем более текуче, чем оно дальше от центра, или же если сопротивление, происходящее от недостатка скользкости частей жидкости, при увеличении скорости разделения частей друг от друга возрастает в большем отношении, нежели эта скорость. Однако ни то ни другое разуму не представляется сообразным». [45] При условии же разных скоростей различных концентрических слоев вихря (как предполагали картезианцы) вообще нельзя получить ни полукубического, ни какого-либо иного отношения. Считая доказательство оконченным, Ньютон бросает своим противникам вызов: «Пусть философы сами посмотрят, при каком условии может быть объяснено вихрями явление, заключающееся в существовании указанного полукубического отношения». [46]

Итак, реальное движение планет не соответствует теоретическому движению вихрей. В следующем предложении (LIII) доказывается тожественность движения планеты с движением вихря: «Тела, которые при переносе вихрем описывают постоянно одну и ту же орбиту, должны обладать одинаковою с вихрем плотностью и двигаться по тому же закону скорости и её направления, как и части самого вихря». [47] Следствием этой теоремы является положение: «тело, обращающееся вместе с вихрем по неизменной орбите, находится в покое по отношению к жидкости, в которой оно плавает». [48] В «Поучении» Ньютон применяет эти выводы к движению небесных тел: «Отсюда следует, что планеты не могут быть переносимы материальными вихрями». Действительно, ведь планеты обращаются вокруг Солнца по эллипсам и движутся медленнее близ афелия и быстрее близ перигелия; «по законам же механики вещество вихря [49] должно двигаться быстрее в более узком пространстве..., нежели в более широком..., т. е. быстрее в афелии, нежели в перигелии. Одно другому противоречит». [50] Итак, поскольку планета движется одинаково с увлекающим её вихрем, она должна была бы, следуя его движению, замедлять своё движение в перигелии и убыстрять в афелии; на деле происхо-

дит обратное. «Таким образом, гипотеза вихрей совершенно противоречит астрономическим явлениям и приводит не столько к объяснению движений небесных тел, сколько к их запутыванию». [51] На этом Ньютон заканчивает опровержение теории вихрей, предлагая ознакомиться в третьей книге «Начал» с законами, по которым на самом деле происходит движение планет в свободном пространстве.

Эта последняя часть озаглавлена «О системе мира» и даёт сводку основных астрономических явлений на базе закона всемирного тяготения, формулированного в предложении VII: «Тяготение существует ко всем телам вообще и пропорционально массе каждого из них». [52]

Весь труд оканчивается (можно сказать, обрывается) главой о вычислении орбиты комет и не имеет никакого подытоживающего заключения. Краткая формулировка метода дана в предисловии: «Вся трудность физики, как будет видно, состоит в том, чтобы по явлениям движения распознать силы природы, а затем по этим силам объяснить остальные явления». [53] Там же указан и план книги и выражено пожелание, чтобы вышеуказанный метод был применён для исследования сил, «с которыми частицы тел вследствие причин, покуда не известных, или стремятся друг к другу и сцепляются в правильные фигуры, или же взаимно отталкиваются и удаляются друг от друга».

В поучении к отделу XI, посвящённому движению тел, взаимно притягивающихся центростремительными силами, Ньютон заявляет, что притяжение исследуется им не с точки зрения его физических свойств, а лишь математически. «Математическому исследованию подлежат величины сил и те соотношения, которые следуют из произвольно поставленных условий. Затем, обращаясь к физике, надо эти выводы сопоставить с совершающимися явлениями, чтобы распознать, какие же условия относительно сил соответствуют отдельным видам обладающих притягательной способностью тел. После того как это сделано, можно будет с большей уверенностью рассуждать о родах сил, их причинах и физических между ними соотношениях». [54]

Итак, в первом издании «Начал» ничего не говорилось о причине тяготения, а причина стремления друг к другу частиц материи объявлялась покуда (nondum) не известной. [55]

Если отвлечься от нынешнего, ретроспективного взгляда на значение «Начал» в последующем развитии мировой науки и постараться представить себе научную атмосферу конца XVII в., то основные спорные положения труда Ньютона можно формулировать следующим образом:

1. Все небесные тела двигаются так, как будто от прямолинейного движения их отвлекает постоянно некая сила, сосредоточенная в центре системы и обратно пропорциональная квадрату расстояний до тел.
2. Эта сила идентична земной тяжести.
3. Всемирное тяготение действует пропорционально массе тел, оно взаимно и распространяется на все частицы материи.
4. Законы движения небесных тел не согласуются с вихрями Декарта.

Появление «Начал» не вызвало никакой бури, да для неё и не было ещё оснований. Ожесточение спора родилось позднее в полемическом пылу битв с Лейбницем и после второго издания книги. Значение её как творения математического гения было оценено с самого начала. Но современники просмотрели и не поняли физической стороны труда Ньютона, так как выловить её между строк было не так просто. [56] Исследуя отзывы картезианцев, приходится констатировать, что они достаточно сдержанны и корректны и, главное, отнюдь не склонны рассматривать положения Ньютона как смертный удар по картезианству. Дело в том, что критика вихрей отнюдь ещё не означала невозможности приспособить эту теорию таким образом, чтобы согласовать её с законами Кеплера, рассмотрев, например, плотность материи вихрей под иным углом зрения, чем Ньютон. Кроме того, большинство полагало, и

не без оснований, что Ньютон не до конца разрешил проблему тяжести и к математическому доказательству должно быть присоединено рассмотрение ее физических свойств.[57]

Автор анонимной рецензии в «Journal des savants» за 1688 г.[58] согласен, что «Начала» дают «наилучшую механику», но сразу же добавляет: «следует признать, что все эти доказательства следует рассматривать только как механические». Что касается претензий Ньютона построить новую систему мира, то они основаны по большей части на произвольных гипотезах. А в физике гипотезы доказываются их соответствием определённым законам. Поэтому Ньютон сможет дать физику только в том случае, если на место вымышленных форм движения поставить истинные.[59] Таков смысл рецензии.

Научные связи Гюйгенса, его длительное пребывание во Франции и активное участие в работах Парижской Академии наук вполне достаточны для включения его в ряды французских картезианцев, хотя он и относился к этой доктрине с чрезвычайным свободомыслием. Но в основных своих воззрениях он был картезианцем, внося в физику недостававшую ей математику.[60] Подобно Декарту, Гюйгенс полагал, что «причину всех естественных явлений постигают при помощи соображений механического характера..., в противном случае приходится отказаться от всякой надежды когда-нибудь и что-либо понять в физике».[61] При построении своей теории тяжести он исходил от эфира (т. е. картезианского вихря), в силу вращения которого вокруг Земли наиболее тяжёлые тела относятся к центру Земли.[62]

К своему «Трактату о свете» и присоединённому к нему «Рассуждению о причине тяжести» Гюйгенс прибавил специальное дополнение, посвященное разбору «Начал».[63] Он вполне согласен с тезисом о взаимном притяжении планет и считает доказательство Ньютона безупречным. Признавая, что Ньютон прекрасно объяснил явления, не поддающиеся истолкованию при помощи теории вихрей, он указывает, что, по Декарту, солнечная система походит на часовой механизм, в котором колёсики (т. е. вихри) вращаются, зацепляясь друг за друга. В действительности же планеты более схожи с волчками, связанными с центром невидимой нитью, т. е. притяжением, точно рассчитанным Ньютоном.

Главное возражение Гюйгенса заключается в том, что если взаимное притяжение планет возможно и даже доказано закономерностью их движения, то невозможно доказать взаимное притяжение мелких частиц материи: «Причину такого притяжения невозможно объяснить каким бы то ни было механическим принципом или законами движения. Не убежден я также и в необходимости взаимного притяжения целых тел».[64] По вопросу о пустом или наполненном пространстве Гюйгенс выдвигает теорию эфира настолько тонкого, что частицы его, находясь в быстром движении, вполне могут пропускать тела любой тяжести. Этот эфир и объясняет явление тяжести, являясь её единственной причиной. «Иначе было бы, если предположить, что тяжесть является неотъемлемым свойством (qualité inhérente) материи. Но я не думаю, что таково мнение Ньютона, ибо такая гипотеза далеко увела бы нас от математических или механических принципов».[65]

Итак, не будучи правоверным картезианцем, Гюйгенс полемизирует с Ньютоном с позиций картезианства. Теория тяготения доказана лишь для небесных тел, это теория астрономическая, а не механическая или физическая и обязательно требует физической интерпретации.[66]

Эти возражения Гюйгенса встретили во Франции и в Германии широкое признание, в особенности утверждение о недоказуемости взаимного притяжения мелких частиц материи.[67]

Этим и ограничилась прямая и открытая критика «Начал».[68] Но их появление чрезвычайно стимулировало научное усердие картезианцев. Появился

ряд работ, отвечавших на возражения Ньютона против теории вихрей или оспаривавших отдельные части его системы.

Что же характерно для этих французских работ конца XVII — начала XVIII в., примерно до 1710 г.?

Ещё очень слабо и лишь спорадически звучит в них нота осуждения силы тяготения как перипатетического «скрытого качества». Но уже достаточно отчётливо формулировано нежелание променять *объяснённое* Декартом устройство вселенной на *непонятную* силу тяготения. Вот один из пассажей, касающихся этого вопроса: «при рассмотрении наших представлений о физических причинах движения оказывается, что ясным и отчетливым является только представление удара или натиска. Именно этим принципом и надо объяснять движение, иначе придётся вовсе отказаться от надежды *понятно* и *разумно* (подчеркнуто мной. — *А. Л.*) объяснить явление тяжести. Если же нам такое объяснение не удаётся, вина не в принципе, а в недостаточности наших знаний». Не следует считать тяжесть «неотъемлемым свойством тел и возвращаться к осуждённым идеям скрытых свойств и тяготения. Не будем обольщаться, что в наших физических изысканиях мы сможем преодолеть все трудности, но надо прекратить философствования насчёт ясных принципов механики, ибо, отступив от них, мы потушим всякий свет и снова погрузимся в дебри перипатетизма, от чего да хранит нас небо».[69]

Что касается защиты картезианских положений, атакованных Ньютоном, то она пошла по следующему пути.

Прежде всего надо было согласовать теорию вихрей с законами Кеплера, как к тому приглашал Ньютон; это попытался сделать Вильмо.[70] Обрабатывая математически теорию вихрей и соглашаясь с Ньютоном, что скорости движения планет и несущих их вихрей должны совпадать (предложение LIII), он полагал, что теория вихрей отнюдь не противоречит законам Кеплера. Выход он видел в различной скорости движения различных частиц самого вихря.[71] «Многие точки, вращающиеся с различной скоростью, описывают периферии, пропорциональные квадратам скоростей, с которыми эти периферии описаны».[72]

Во многих мемуарах, представленных в Академию Наук, Вариньон (Varignon) строил математические расчёты движения небесных тел, основываясь на предположении большей скорости движения вихря, нежели планет.[73]

Мальбранш в XVI разъяснении к своему «Разысканию истины»,[74] в соответствии со своей теорией тяжести (о чем ниже), отказывался признать единую природу небесного и земного тяготения. В первом случае мы имеем дело с тяготением периферическим, вызываемым сжиманием (compression) солнечного вихря с внешней стороны; в результате, планеты двигаются, поскольку «всякое тело, испытывающее большее воздействие с одной стороны, чем с другой, двигается, пока эти воздействия не сравняются». Поэтому скорость движения планет, согласно закону Кеплера, равна той скорости, которую развила бы центробежная сила, уравновешивая указанное внешнее сжимание. Центробежная сила, получающаяся в результате скорости движения планет, постоянна, что доказывает, что она уравновешивает такую же внешнюю силу. Путём математического расчёта Мальбранш доказывал, что квадраты скоростей обратно пропорциональны большим осям (следовательно, и орбитам), и эта пропорция и является как раз той, которая необходима для уравнения центробежной силы.[75]

Та же задача о согласовании движения вихрей с законами Кеплера получила экспериментальную трактовку у академика Сольмона (Saulmon). Он протестовал против положения Ньютона (на его взгляд необоснованного) о веществе вихря, как однородного по плотности и текучести (поучение к LII предложению). По мнению Сольмона, текучесть должна увеличиваться по направлению от центра, и тогда в движении отдельных частиц вихря можно

установить отношение, требуемое законом. Защищая картезианский тезис о вихрях как причине тяжести и движения планет, он поставил опыт, стараясь усовершенствовать технику знаменитого эксперимента Гюйгенса.

Сосуд диаметром в $18^1/_2$ вершков и 15 вершков высоты был наполнен водой на высоту в $11^1/_2$ вершков. Вращательное движение сообщалось не сосуду (как это делал Гюйгенс), а только воде, при помощи палки. По удалении последней наблюдалось вихревое вращение воды, длившееся очень долго и с известной регулярностью. При этом два одинаковых тела, помещенных на разных расстояниях от оси вихря, вращались с разными скоростями; ближе к оси скорость была большей. Сольмон разнообразил условия опыта, используя тела различной формы и объёма, помещая их на разных уровнях вихря. Фонтенель очень приветствовал эту сложную методику, надеясь создать таким путём «искусственные небеса» и изучить движения тел, а затем распространить результаты по аналогии и на движение планет.[76]

Но Сольмону не удалось обобщить результаты своих опытов, к тому же он вынужден был констатировать, что именно наиболее массивные тела имели тенденцию удаляться от оси.

Опыты Сольмона вызвали живейший интерес. Он наблюдал также вращение тел не только вокруг оси вихря, но и вокруг их собственных центров, что приводило к выводу о прямой зависимости такого вращения от движения тел в вихре, т. е. давало ценное доказательство картезианской гипотезе о вращении луны вокруг своей оси и притом именно в предполагаемые сроки. Однако Фонтенель призывал не слишком увлекаться аналогией между этими «искусственными» небесами и настоящими. Он указывал на постоянство движения небесных тел, на отсутствие у вихрей твёрдых границ (как стенки сосуда), на иное соотношение массы планет к размерам увлекающего их вихря и т. д. Но все же эти опыты с учетом указанных отклонений внушали большие надежды.

Итальянец Полени[77] также применил эксперимент, но для доказательства правоты исходной картезианской гипотезы без каких бы то ни было изменений. Сделав деревянный шар со свинцом в такой пропорции, чтобы удельный вес шара был равен удельному весу воды, он погрузил его в реку и наблюдал отставание его движения от течения реки,[78] что, по его мнению, опровергало LIII предложение Ньютона об одинаковых скоростях вихря и планеты.

К вопросу о согласовании вихрей с законом Кеплера тесно примыкал вопрос о тяжести. Ещё Гюйгенс вычислил, что движение вихря вокруг Земли будет в 17 раз быстрее движения Земли, если принять гипотезу Декарта об отставании планет от движения вихря. Следовало объяснить, как такая скорость вихря не увлекает тела с поверхности земли.[79] Академик Сорен объяснял это слабой плотностью материи вихря, а возможно, и чрезвычайной тонкостью вихревой материи. Но, не будучи в состоянии вообразить эту быстроту движения вихря без последствий для тел на поверхности Земли, он предлагал просто «переварить эту абсурдность», как и многие другие нелепости в физике.[80]

Что касается Мальбранша, то в этом вопросе он исходил из своей теории эфира как скопления не малых твёрдых частиц (Декарт), а малых вихрей, которые и сообщают эфиру равновесие.[81] Тяжесть представляет собой явление гидростатического порядка. Тяжёлые тела нарушают равновесие среды, т. е. эфиры, и он действует на них путём центростремительного давления. Таким образом, взамен картезианского движения эфира, Мальбранш вводит его давление (pression). Для него тяжесть не является свойством материи, но выражает отношение между двумя её видами: эфиром и материей в обычном смысле слова.[82]

Другим, атакованным Ньютоном вопросом было движение комет. Картезианской теории было особенно трудно объяснить их попятное движение,

которое совершенно противоречило однообразному движению солнечного вихря с запада на восток.[83] Поэтому Вильмо предлагал разместить их выше Сатурна, где можно допустить любые, неправильные течения по различным направлениям.[84] Ньютон же размещал кометы ближе Юпитера, а в перигеях и перигелиях даже внутри орбиты Марса и нижних планет. Понятно, что, как ни заманчиво было предположение Вильмо, оно не имело за собой никакой опоры, и Фонтенель, указав на случай, когда в 1701 г. комета была лишь в 5 раз выше Луны и обладала попятным движением, вынужден был признать, что отказ от теории вихрей сразу упростил бы дело. «Но такой способ избавиться от трудностей может породить их в ещё большем количестве», заключал он, отдавая тем самым предпочтение методологическим соображениям.[85]

Немало было затруднений с теорией приливов и отливов. Декарт объяснял их давлением Луны на вихрь Земли. Но Вильмо не соглашался с этой теорией в виду малых размеров Луны и предлагал гипотезу специального вихря Луны, который, двигаясь в обратном направлении к земному вихрю, оказывает на него сильное давление, воздействующее на воды океана. Этим объяснялось также запаздывание наибольших приливов по отношению к сизигиям, что было установлено специальными наблюдениями, организованными Парижской Академией наук во всех французских портах. Последнее обстоятельство очень укрепляло теорию Вильмо, но всё же она не могла разрешить многих вопросов. Так, Кассини подчёркивал зависимость высоты приливов от расстояния Луны до Земли; при прочих равных условиях прилив ниже всего при наибольшем удалении Луны. На ряду с давлением Луны на земной вихрь Кассини вводил также, но в меньшей степени, и давление Солнца. Это комбинированное давление действует наиболее сильно в периоды новолуний и полнолуний. «Смысл этих постепенных модификаций картезианской теории вполне ясен; самое в них интересное — это непрерывность, ярко подчеркивающая тенденцию постепенного признания ньютонианства», говорит Брюне.[86] За фасадом вихревой теории скрывается признание плодотворности ньютоновской теории тяготения. Так, Кассини в 1713 г. проводит параллель между ньютонианством и картезианством в вопросе приливов и оказывает первому некоторое предпочтение. Правда, это делается ещё с крайней осторожностью, и сама гипотеза Кассини является скорее амальгамой, но факт знаменателен сам по себе.

Таким образом, по всем перечисленным вопросам картезианцы не смогли дать исчерпывающего положительного ответа. Они вводили всё новые и новые соображения, искали в математике и эксперименте подтверждения своей гипотезы. Усложняя последнюю, они невольно должны были сравнивать её громоздкость с простотой ньютоновской системы. Но следует при этом подчеркнуть упорство их стараний, напряжённость мысли, повышенный интерес к своим и чужим опытам.[87] Во всяком случае они не считали себя побеждёнными, а свою теорию уничтоженной книгой Ньютона.[88]

За период, разделяющий два издания «Начал» (1687 — 1713), вышла в свет «Оптика» Ньютона (1704), переведенная в 1706 г. на латинский язык, а в 1720 г. на французский. Она встретила везде, в том числе и во Франции, признание и восхищение.[89] Несколько лет спустя Фонтенель оценил её как заново созданную Ньютоном науку.[90] Все особенно подчёркивали блестящий экспериментаторский талант Ньютона. Однако, несмотря на признание, эта книга значительно заострила научную полемику, хотя и не столько по вопросам оптики, сколько по общим философским и методологическим пунктам.

В латинское издание 1706 г. к серии вопросов, заключающих это произведение, было добавлено ещё несколько, в том числе 31 вопрос, касающийся молекулярного движения, где Ньютон высказал несколько принципиальных

мыслей относительно тяготения. Он подчёркивает, что употребляет это слово лишь для обозначения некоей силы, притягивающей тела друг к другу, безотносительно от её причины. Самую же силу тяготения он зачисляет в общие законы природы, обнаруживающиеся в явлениях, хотя причины этих законов пока еще и не открыты. Эти свойства явны из явлений, скрыты лишь их причины; перипатетики же называли скрытыми качествами вовсе не явные свойства, но качества, скрытые в телах и являющиеся неизвестными причинами различных явлений (т. е. в данном случае причинами тяжести, магнетизма, электричества и т. д.). [91] Потому-то рассуждения о скрытых качествах мешали прогрессу физики. Если же из явлений природы вывести два-три общих принципа движения и затем проследить, в какой мере свойства и действия всех тел согласуются с этими принципами, это будет значительным прогрессом в науке, хотя причины этих принципов пока ещё не известны. «На этом основании я и предлагаю вышеизложенные принципы движения..., заботу же о раскрытии их причин я возлагаю на других».

Что касается общей значимости «Оптики» в картезианско-ньютонианском споре, то следует подчеркнуть следующее. Ко времени её распространения на континенте за «Началами» прочно установилась репутация чисто математической спекуляции (к тому же весьма трудной для понимания), не исключавшей возможности примирить с ней картезианскую теорию путём различных модификаций последней. К тому же областью спора была почти исключительно астрономия.

В «Оптике» же Ньютон опровергает не один из элементов декартова учения, теорию вихрей, но объявляет эфир, т. е. основу всех кинетических теорий, бесполезным для объяснения оптических явлений, а для небесной механики даже вредным. [92] Этим подрывалась вся система картезианства. Поэтому борьба начала постепенно разгораться и достигла большой остроты. [93]

В начале XVIII в. в спор вступают ученики Ньютона, в первую очередь Кейль. В его работе «Введение в истинную физику» [94] и в более поздней «Введение в истинную астрономию» [95] Ньютон почти обожествлен. [96] В них резко и прямолинейно проводится полемический девиз: «Кто не за нас, тот против нас», подчеркивается физическое значение ньютонианства, категоричнее формулируется полное отрицание картезианства. Все это заставляло картезианцев не только пытаться и дальше согласовывать свою астрономическую теорию с опытными данными, но и заостряло их внимание на философской стороне спора.

К характеристике этой, уже достаточно накалённой атмосферы надо добавить упоминание о страстях, разгоревшихся в связи со спором Ньютона и Лейбница о приоритете открытия дифференциального исчисления. [97]

В такой напряженной обстановке появилось второе издание «Начал». К книге было добавлено составленное Ньютоном «Общее поучение» и предисловие издателя Котса. «Общее поучение», заключив собой весь труд, придало ему недоставшую в первом издании конструктивную законченность и стройность. В нем легко проступает деление на три части: 1) суммирующее 3-ю книгу опровержение вихрей, 2) рассуждение о боге (против упрёка Лейбница в атеизме) и 3) рассуждение о причине тяготения. Остановимся вкратце на первой части и подробнее на третьей.

В краткой и отчетливой форме Ньютон перечисляет трудности, которыми «подавляется теория вихрей», и суммирует: «Вращение Солнца и планет вокруг своих осей, которое должно бы согласоваться с движениями вихрей, совершенно не согласуется с этими пропорциями. Движения комет вполне правильны и следуют тем же законам, что и движения планет, и не могут быть объяснены вихрями». [98] Небесные тела двигаются в пустом пространстве по постоянным орбитам, согласно закону тяготения, но это «изящнейшее соединение Солнца, планет и комет не могло произойти иначе как по наме-

рению и по власти могущественного и премудрого существа... Сей управляет всем не как душа мира, а как властитель вселенной». [99]

Последняя часть «Общего поучения» посвящена вопросу о причине тяготения. «До сих пор я изъяснял небесные явления и приливы наших морей на основании силы тяготения, но я не указывал причины самого тяготения. [100] Эта сила происходит от некоторой причины, которая проникает до центра Солнца и планет без уменьшения своей способности и которая действует не пропорционально величине *поверхности* частиц, на которые она действует (как это обыкновенно имеет место для механических причин), но пропорционально количеству твёрдого вещества, причём её действие распространяется повсюду на огромные расстояния, убывая пропорционально квадратам расстояний... Причину же этих свойств силы тяготения я до сих пор (nondum) не мог вывести из явлений, гипотез же я не измышляю. Всё же, что не выводится из явлений, должно называться *гипотезой*, гипотезам же, метафизическим, механическим, скрытым свойствам не место в экспериментальной философии. В такой философии предложения выводятся из явлений и обобщаются помощью наведения. Так были изучены непроницаемость, подвижность и напор тел, законы движения и тяготения. Довольно того, что тяготение на самом деле существует и действует согласно изложенным нами законам, и вполне достаточно для объяснения всех движений небесных тел и моря». [101]

Подчеркнём экспрессию последней фразы. Она как бы ставит точку в споре: нет нужды доискиваться до непонятной покуда причины, довольно того факта, что явление неоспоримо существует и им можно объяснить небесные явления.

Что же касается взаимного притяжения мелких частиц материи, то нет ещё достаточного запаса опытов, из которых можно было бы вывести законы действия эфира, «проникающего все сплошные тела и в них содержащегося»,— такова концовка второго издания «Начал», ставящая акцент, повидимому, не на гипотезе эфира, а на тяготении мелких частиц материи. [102]

Во всём знаменитом пассаже нет упора на скрытые качества; полемика по этому пункту была предоставлена Котсу. Но остановимся ещё на высказываниях Ньютона, касающихся тяготения как свойства тел и применения его к мелким частицам материй.

Правило III умозаключений в физике, открывающих третью книгу «Начал», [103] гласит: «Такие свойства тел, которые не могут быть ни усиляемы, ни ослабляемы и которые оказываются присущими всем телам, над которыми возможно производить испытания, должны быть почитаемы за свойства всех тел вообще» («pro qualitatibus corporum universorum habendae sunt»). [104] Рассматривая такие свойства тел, как протяжённость, твёрдость, непроницаемость, подвижность и инертность тел вообще, мы заключаем о подобных же свойствах и малейших частиц этих тел. «Таково основание всей физики». Что касается делимости мелких частиц, то «не известно, могут ли эти различные частицы, до сих пор не разделённые, быть разделены и разлучены друг от друга силами природы». Но если бы хоть единственный опыт установил такое явление, можно было бы заключить о делимости тел до бесконечности. Тяготение для небесных тел установлено; следовательно, можно утверждать, что все тела тяготеют друг к другу. «Всеобщее тяготение подтверждается явлениями даже сильнее, нежели непроницаемость тел, для которой по отношению к телам небесным мы не имеем никакого опыта и никакого наблюдения». [105] Забегая вперёд, укажем, что в третьем издании «Начал» [106] Ньютон добавил в этом месте ещё несколько слов: «Однако я отнюдь не утверждаю, что тяготение существенно для тел (gravitatem essentialem esse). Под врождённой силой я разумею единственно только силу инерции. Она неизменна. Тяжесть при удалении от Земли уменьшается».

Перейдём к предисловию Котса и его терминологии. Котсу была предоставлена полная свобода популяризации теории Ньютона и полемики с против-

никами. Отметим, как любопытный факт, что Ньютон не пожелал нести за него никакой ответственности и выделил в своё отдельное маленькое предисловие то перечисление исправлений и улучшений, которое по первоначальному плану Котс должен был включить в своё предисловие. [107]

Не излагая подробно предисловия Котса, отметим в нём несколько моментов. Насмешливый стиль Котса допускает такие определения картезианской теории, как наименование её басней, бреднями, нелепейшей выдумкой, вздором и т. д. [108] По вопросу о природе тяготения он не выходит за рамки, поставленные Ньютоном. Тяготение есть свойство всех тел («gravitatem corporibus universis competere»). Перечисляя общие свойства тел, Котс следует за вышеприведенным текстом III правила умозаключений в физике. [109] Но изданная Эдльстоном переписка вскрывает подоплёку дела. Кларк, переводчик «Оптики» и философский консультант Ньютона, [110] просмотрев предисловие Котса, потребовал удаления места, где говорилось о тяготении как существенном (essential) свойстве тел. Разъяснения Котса, сразу же выполнившего требование, что̀ именно он разумел под этим термином, [111] не меняют сущности дела. Осторожность Ньютона была, следовательно, вполне обоснованной, и в свете этих фактов добавленная им в третьем издании фраза «я не утверждаю, что тяготение существенно для тел» звучит достаточно полновесно и убедительно.

В чем же Котс расходился с Ньютоном? В ином подходе к причине тяготения. Оговоримся сразу, что разница эта лишь в форме, а не по существу. Все высказывания Ньютона с достаточной категоричностью подчёркивают, что причина тяготения пока не известна и что для физика достаточно факта самого этого явления. Котс же в пылу полемического задора идёт дальше: «Сокровенны не те причины, коих существование обнаруживается наблюдениями с полнейшей ясностью, а лишь те, самое существование которых не известно и ничем не подтверждается. Следовательно, тяготение не есть скрытая причина движения небесных тел, ибо явления показывают, что эта причина существует на самом деле... Но, может быть, тяготение следует признать скрытой причиной и исключить из философии потому, что причина самого тяготения не известна и никем не найдена? Кто рассуждает таким образом, должен озаботиться, чтобы не впасть в такое противоречие, которое рушит основания всей философии. Причины идут неразрывной цепью от сложнейших к простейшим, и когда достигнута самая простая причина, то далее итти некуда. Поэтому *простейшей причине нельзя дать механического объяснения* (курсив мой. — *А. Л.*), ибо если бы таковое существовало, эта причина не была бы простейшей. Поэтому, если простейшие причины называть сокровенными и исключать, то... философия окажется свободной и очищенной от всяких причин вообще». [112]

Мы привели эту длинную цитату, чтобы показать, как Котс, начиная с утверждения существования причины тяготения, переходит затем к объявлению её простейшей, т. е. вообще необъяснимой и непостижимой. Таким образом, он попросту снимает вопрос о познаваемости причины тяготения.

Не входя в подробное рассмотрение вопроса о том, как сам Ньютон решал для себя это капитальное затруднение, отметим, что детальный анализ всех его высказываний, произведенный Розенбергером, подводит к выводу, что Ньютон причину тяготения видел в боге, но не высказывал этого, а уклонялся от ясного ответа. [113] Теперь к такой формулировке можно добавить окончательное доказательство. Из недавно опубликованного дневника Грегори мы узнаём: «Полная истина в том, что он (т. е. Ньютон) верит в вездесущее божество в буквальном смысле... Он полагает, что бог присутствует в пространстве, как свободном от тел, так и там, где тела присутствуют». [114] Таким образом, Ньютон всерьёз полагал, что тяготение вызывается агентом, постоянно действующим по определённым законам, и притом агентом не материальным

т. е. божеством. [115] К такому же выводу, как мы видели, приходил и Котс, отрицая возможность механического объяснения для простейшей причины. Таким образом, ученик лишь завершил логически тот шаг, от которого учитель, следуя принципу не вводить в физику метафизических гипотез, счёл необходимым уклониться. Но он при этом нигде не дезавуировал крайних высказываний своих учеников, что и давало право картезианцам отожествлять их позицию со взглядами самого Ньютона.

Нет ничего удивительного в том, что второе издание «Начал» не могло утишить полемики. Но в этой второй фазе спора довольно резко отграничились два его аспекта. Оппозиция немецких математиков во главе с Лейбницем сосредоточилась на знаменитой распре о приоритете изобретения дифференциального исчисления. Здесь превалировал личный момент, переплетающийся с национальным. Французы же попрежнему упорствовали в защите картезианской физики, и Парижская Академия наук сделалась генеральным штабом, направлявшим действия армии картезианцев. Дело было не столько в национальном чувстве, сколько в отстаивании основного механистического понимания материи, противоречившего непонятному действию на расстоянии, которое в конце концов приводило к теологической концовке.

Во «Введении в истинную астрономию» Кейль прославлял гений Ньютона, открывшего установленный во всей вселенной всемогущим и мудрейшим творцом закон взаимного притяжения тел. Изложенные в книге Кейля астрономические работы Ньютона вновь привлекли внимание к этой области.

Французский перевод «Оптики» [116] достигал той же цели в оптическом плане. Переводчик Кост заявлял в предисловии, что Ньютон первый вырвал у природы тайну разложения белого луча на цветные и что его философия естественно восходит к творцу и хранителю вселенной. Этот перевод ещё более стимулировал интерес к оптическим экспериментам Ньютона. Академик Дорту де-Меран (Dortous de Mairan) пытался перенести оптическую теорию Ньютона в акустику, а в своем мемуаре [117] принял эмиссионную теорию света. Но при рассмотрении отражения лучей от поверхности тел он, следуя картезианской моде амальгамы двух систем, вводит понятие малых вихрей Мальбранша, сообщающих поверхности тел недостающую им гладкость. [118] Такую же амальгаму из малых вихрей и притяжения он излагал при объяснении явлений магнетизма. Всегда стоявший на страже картезианства Фонтенель, обеспокоенный систематическим применением такой методы, предупреждал, что магнетизм необходимо объяснять только механически, не вводя ничего таинственного, иначе он станет совсем непонятным. [119] В химических трудах обнаруживалась такая же тенденция к использованию идей Ньютона в эклектическом плане. [120] В мемуаре о теории солнечных таблиц Лувиль (Louville) осторожно подошел к признанию тяготения для небесных тел. Не называя его, он восхищался простотой объяснения, исключающего «жидкости, переносящие планеты».

Премию 1720 г. в Академии в Бордо получила работа Буйе (Bouillet) о причине тяжести. Исходя из теории вихрей, автор тем не менее признавал универсальность тяжести, рассматривая её как общий закон для небесных и земных тел. Но это было погружено в гущу рассуждений чисто картезианского порядка.

Приведенных примеров достаточно, чтобы продемонстрировать медленное и осторожное тяготение картезианцев к привлекательной простоте ньютоновского решения. Но это справедливо лишь для отдельных лиц. Академия в целом стояла на прежних позициях.

Книга Гравесанда, [121] бывшего до той поры одним из столпов картезианства в Голландии, [122] очень укрепила позиции ньютонианства во Франции, где все сильнее и сильнее давало себя знать влияние голландской науки. Гравесанд повторял основные положения Ньютона с многочисленными на

него ссылками и возражал лишь по вопросу о пространстве, считая его заполненным материей крайне малой плотности. Другой голландский профессор Мушенброк начал свое преподавание в Утрехтском университете в 1713 г. речью вполне ньютонианского содержания. Таким образом, картезианство утрачивало кафедры голландских университетов. Другой утрехтский профессор Хартсокер занимал в 1722 г. ещё промежуточную позицию. [123] Он принял ньютоновское объяснение тяжести, но всемирное тяготение казалось ему химерой. С другой стороны, и вихри его не удовлетворяли. Всё же он склонялся к «наименьшему из зол»: «Ясно, что ни в коем случае нельзя принять систему Ньютона и обойтись без отвергнутых им вихрей». [124]

С активной защитой картезианства в большом труде выступил Кастель. [125] Но помимо того, он обрушился на непримиримых (rigides) картезианцев, у которых гипотезы превратились в абстракции, а вся физика в сбор произвольных предположений. Свобода «предположений» развязала всем руки, и уже перестали заботиться, верно или неверно то или иное предположение, поскольку его только «предполагали». [126] Кастель заостряет внимание на противоположности картезианской и ньютонианской концепций пространства, протестуя против попытки Гюйгенса объединить эфир с пустотой и тяготение с натиском. Резюмируя свое отношение к теории Ньютона, Кастель подчёркивает совершенство его системы с геометрической точки зрения.

Темой конкурса Парижской Академии наук в 1726 г. было исследование удара упругих тел. Премированная работа Мазьера (Mazières) [127] использовала малые вихри Мальбранша, которые своими центробежными силами придают устойчивость частям твёрдого тела и объединяют их. Упругость тел автор объяснял соотношением малых вихрей в порах тел и снаружи. Такое чисто механистическое объяснение отбрасывало тяготение Ньютона в разряд скрытых качеств.

Смерть Ньютона в 1727 г. поставила Фонтенеля в затруднительное положение. Вынужденный выступить с похвальным словом почившему иностранному сочлену, секретарь Парижской Академии наук нашёл выход в стилистически блестящей параллели между Ньютоном и Декартом, которому и вручалась пальма первенства. «Оба были первоклассными гениями, рожденными для властвования над умами... Оба, будучи превосходными геометрами, убедились в необходимости внести в физику геометрию... Но один из них в смелом полёте пожелал вознестись к источнику всего сущего и овладеть первоначальными принципами..., чтобы затем снизойти к явлениям природы как к необходимым следствиям. Другой, более скромный или более робкий, начал свой путь, опираясь на явления, чтобы достичь неизвестных принципов... Ясные принципы одного не всегда приводят его к явлениям в том виде, как они реально существуют; явления не всегда приводят другого к принципам достаточно ясным». [128] Отдавая должное математическому и экспериментаторскому гению Ньютона, Фонтенель всё же не мог обойти злосчастного вопроса о причине тяготения. Ньютон подчеркивает, что ему известны проявления и не известна лишь причина. «Но то, что схоластики называли скрытыми качествами, разве не было тоже причиной? Они прекрасно видели следствия... [129] Изгнанные Декартом из физики притяжение и пустое пространство, изгнанные, казалось, навеки, вновь появляются, только разве что в новом наряде, возвращённые Ньютоном и снабжённые им новой силой, которой они ранее были лишены». [130] Проскальзывает у Фонтенеля и весьма ценное признание: «Вечное употребление слова притяжение, поддержанное столь большим авторитетом..., *приучает* (familiarise) (курсив мой. — *А. Л.*) читателей к идее, осуждённой картезианцами;... надо быть настороже, чтобы не приписать этому термину какой-либо реальности, опасно поверить тому, что он понятен». [131] В этих словах хорошо выражена оценка создавшегося положения. Фонтенель боялся, как бы условное применение термина не вы-

ветрило из сознания представление об его условности, как бы картезианец не стал постепенно привыкать к соблазну откладывать в сторону принципиальную и философскую суть дела ради удобства пользования философски неприемлемой, но научно плодотворной гипотезой. Эти опасения не обманули секретаря Парижской Академии наук. Как мы увидим ниже, они сбылись.

В Англии, и особенно в Королевском Обществе, такой «панегирик» Ньютону был встречен с негодованием. От Фонтенеля ждали торжественного провозглашения превосходства ньютоновской системы, безусловно доказанного, по мнению англичан, а он сравнивал Ньютона с Декартом и притом как сравнивал! [132] Английский перевод похвального слова появился в следующем году с язвительнейшими примечаниями, [133] в которых были тщательно отмечены фактические ошибки Фонтенеля (главным образом в части биографии) и где проявилось негодование комментатора. «Страннейшее сравнение совсем разных людей, — восклицает он по поводу параллели между Ньютоном и Декартом. — Декарт никогда не применял геометрии в своей системе мира, но претендовал объяснить все явления самыми экстравагантными гипотезами. Не был он и великим геометром. Действительно, он внес существенные улучшения в применении алгебры, но что касается геометрии, он не был даже знаком с её истинной природой. Ферма, действительно великий геометр, указал на некоторые его ошибки». [134] Далее, по поводу принципов Декарта он писал: «Как бы ясно он ни представлял себе свои собственные фантазии, всё же они были лишь химерами его воображения, и можно сказать, что он не понимал ничего в деле их применения для раскрытия явлений природы». [135] Неудачное выражение Фонтенеля: «Ньютон сам не знал, в чем состоит тяжесть», позволяет переводчику, поймав автора на слове, подчеркнуть, что Ньютон заявлял только то, что не знает причины тяготения. Словом, в ту пору все могло быть и было предлогом для контроверзы. Вольтер, посетивший Англию в те годы, был свидетелем, а затем стал и участником этой войны.

Но весьма реальным и важным для науки фактом было стремление Парижской Академии наук укрепить свои позиции различными астрономическими и физическими работами, которые должны были доказать, что картезианская теория не менее плодотворна для математической обработки, чем ньютоновская. Для этой цели на ежегодных конкурсах ставились планомерно подобранные темы, Академия организовала экспедиции, в том числе знаменитую экспедицию для измерения дуги меридиана (1735 — 1742). Но все эти усилия приводили как раз к обратному. Работы экспедиции подтвердили правильность расчётов Ньютона о форме Земли как сплющенном сфероиде, а в работах, как премированных, так и не премированных (в последних особенно), все яснее проступала тенденция, столь пугавшая Фонтенеля.

Премия 1728 г. по теме о физической причине тяжести была присуждена петербургскому академику Бильфингеру. [136] Он рассматривал тяжесть как результирующую центростремительных сил двух вихрей, которые, вращаясь вокруг общего центра Земли, перекрещиваются под прямым углом. [137] Для согласования вихрей с законами Кеплера он предполагал различную плотность вихревой материи. Все приложенные им усилия оправдывались следующей методологической формулировкой: «надо испробовать всё, прежде чем отказаться от вихрей. Если их нельзя сохранить полностью, надо в них внести лишь минимальные изменения». [138] Нужно отметить, что эти «минимальные» изменения, умножившие вихри в таком изобилии, не удовлетворили и самих картезианцев.

В 1728 г., т. е. через год после смерти Ньютона, Фонтенель оценил положение вещей следующим образом. Вопрос стоит так: если падет теория вихрей под ударами ньютонианства, то придётся принять тяготение, заключающее в себе столь же большие трудности, хотя и обладающее внешними преимуществами. [139] Такой пессимистический прогноз обеспечил восторженный приём

чисто картезианской работе академика Прива де-Мольер (Privat de Molières),[140] посвящённой рассмотрению общих законов движения в сферических вихрях. Автор исследовал законы движения в цилиндрических вихрях и установил, что все слои обладают равными скоростями (времена их оборотов пропорциональны расстояниям до оси цилиндра), все центробежные силы равны, и в этом равновесии сил все части вихря двигаются, не смешиваясь и не мешая друг другу. Иные условия в сферических вихрях. Там равновесие центростремительных сил всех точек обусловливается их пропорциональным отношением к квадратам расстояний до центра вихря. При этом скорости точек пропорциональны квадратам их расстояний до центра, а их центростремительные силы — квадрату квадратов их скоростей. Установив условия равновесия в сферическом вихре, автор переходил к вопросу о временах оборотов точек одного и того же слоя. Они оказываются пропорциональными их расстояниям до оси вихря, а кубы расстояний точек, двигающихся в плане экватора сферического вихря, пропорциональными квадратам времён обращений тех же точек. Это и есть знаменитый закон Кеплера, «который отнюдь не опрокидывает системы Декарта». [141]

Отвечая таким образом на предложение 52 второй книги «Начал», Прива де-Мольер находил выход из положения в том, что брал расстояние не до центра шара, как Ньютон, а до оси вихря и ограничивал действие закона точками в плане экватора, так как в последнем случае центр шара и ось вихря совпадают. Следовательно, согласование с законом Кеплера достигалось лишь для одного случая, и закон терял в таком толковании свой универсальный характер. Фонтенель, впрочем, находил это ограничение не столь существенным, поскольку планеты солнечного вихря вращаются преимущественно в плане экватора вихря. Вторая задача Прива де-Мольера заключалась в решении трудностей, возникающих в связи с тем, что при движении вихрей по эллипсу скорость некоторых слоёв вихря не может быть согласована с законом Кеплера. Автор прибегал к помощи малых вихрей Мальбранша, которые должны были восстанавливать равновесие слоёв солнечного вихря. При этом он разделял их на ещё более мелкие и считал, что такое деление материи можно производить до тех пор, покуда это необходимо для объяснения явлений. [142]

Что касается астрономических работ конца 1720-х годов, то среди них нужно отметить исследование Кассини [143] о движении комет 1707 и 1723 гг. Он считал попятность их движения лишь кажущейся, поскольку нам видима только очень малая часть пути комет, по которой нельзя судить о всём пути в целом. Эта же мысль проводится им и в работе, посвящённой исследованию 39 комет, с 1472 по 1729 г., из которых 20 обладали прямым движением, 19 попятным. На деле же движение всех их — прямое и лишь кажется нам попятным в течение некоторого времени до и после прохождения Земли между кометой и Солнцем или до и после прохождения кометы между Землей и Солнцем. Из этого следует, что, в согласии с теорией вихрей, кометы, так же как и планеты, двигаются с запада на восток вокруг фокуса их обращений и что это направление движения — неизменный закон природы. [144] И снова и Кассини и Фонтенель согласились в том, что «принять движение небесных тел в пустом пространстве ради избавления от трудностей, связанных с объяснением движения комет, — способ очень опасный. Тогда вся Вселенная окажется сплошной пустотой». [145]

Дорту де-Меран в связи с этим обращал вопрос к ньютонианцам: вы требуете объяснить с точки зрения вихревой теории попятное движение комет (буде оно существует), но объясните сами, почему все планеты (раз вы отрицаете, что они переносятся одним и тем же вихрем) двигаются вокруг Солнца в одном направлении? Ведь в абсолютно пустом пространстве нет ничего, что могло бы придать их движению такое единообразие.

Сам же он, исследуя суточное вращение Земли вокруг своей оси, базировался, помимо вихрей, и на законе Ньютона о тяжести как силе, обратно пропорциональной квадрату расстояния от центра, и при этом оговаривался, что не обязан рассматривать причину тяготения в плане своей работы.[146] Хотя вывод его звучал ещё чисто по-картезиански — он устанавливал различную силу действия земного вихря на разные полушария, — характерно самое стремление выйти за рамки ветшающей на глазах системы.

Темой конкурса 1730 г. было объяснение эллиптической формы планетных орбит, и премия была присуждена Иоганну Бернулли.[147] В предисловии он многословно оправдывал картезианскую точку зрения, «которая многим, в особенности англичанам, кажется теперь чистой химерой», и нападал на ньютоновское пустое пространство и действующую на расстоянии силу тяготения, подчёркивая, что ясно выраженная воля Ньютона *не* считать тяготение существенным свойством материи не смогла удержать его учеников от подобного утверждения.

Рассматривая соображения Ньютона о теоретическом разделении жидкости на бесчисленное множество концентрических цилиндрических или сферических слоёв одинаковой толщины (предложения 51 и 52 второй книги «Начал»), он находил расчёты Ньютона ошибочными в том смысле, что тот не учитывал взаимное давление слоёв и не вводил в рассмотрение действие рычага (l'action du levier), совершенно в данном случае необходимое. Сам Бернулли приходил к следующим выводам. Для цилиндрического вихря времена обращений частиц относятся к расстояниям до оси цилиндра как кубические корни четвёртой степени (у Ньютона они прямо пропорциональны). В сферическом вихре времена обращений частиц относятся к расстояниям до центра шара как кубические корни пятой степени (у Ньютона они пропорциональны квадратам расстояний).[148] Хотя этот расчёт попрежнему не согласовался с законом Кеплера, всё же он значительно сокращал разницу в движении частиц цилиндрического и сферического вихрей. Это преимущество позволяло автору предложить гипотезу о неправильной форме Солнца, представляющего нечто среднее между цилиндром и шаром. Указывая на сплющенность у полюсов, наблюдаемую у Юпитера, он заключал, что и Солнце должно быть подвержено такому уплощению, тем более что оно состоит, повидимому, из совершенно текучей материи.[149] Кроме того, он, следуя Сольмону (см. выше), предполагал различную текучесть слоёв жидкости, что давало возможность, сохранив для Солнца его сферическую форму, искать иного основания для согласования вихревого движения с законом Кеплера. Задача состояла в отыскании степени плотности различных слоёв вихря. Бернулли разрешил её так: «Плотность вихревой материи пропорциональна квадратному корню расстояний до центра... Таким образом мы, наконец, избавлены от существенного возражения, которое было направлено против системы вихрей. Противники, без сомнения, не перестали бы на нём непрестанно настаивать, если бы я не доказал ошибочности двух предложений Ньютона, составлявших основу этого возражения. Следует признать, что я неоспоримо доказал, что вихри могут наипревосходнейшим образом согласоваться с законом Кеплера».[150]

Но задача этим не ограничивалась. Надо было ещё опровергнуть утверждение Ньютона (поучение к LIII предложению), что вихри не могут вращаться по эллипсам. Бернулли придавал слоям солнечного вихря полную концентричность по отношению к Солнцу, планеты же предполагал перемещающимися по этим слоям вследствие различной плотности последних, в результате чего получалось сложное движение, заставлявшее планету двигаться не по кругу. Определение же этой кривой зависит от скорости вращения слоёв и скорости опускания или поднятия планеты из одного слоя в другой. Но сам Бернулли не произвёл расчёта этого пути, лишь указав способы его вычисления.

Подводя итоги рассмотрению периода до 1732 г., т. е. до выхода в свет первой французской ньютонианской работы (Мопертюи), можно констатировать двойственное влияние теории Ньютона на французских картезианцев: прямое (в сфере оптики) и косвенное (значительная модификация самого картезианства). По вопросу о причине тяжести очень сильна была тенденция приблизиться к ньютонианству; в сущности следовало лишь разорвать путы философски-методологических запретов, чтобы принять теорию, побеждавшую своей простотой и удобством. В вопросах астрономического порядка Кассини или близко подошел к Ньютону (приливы и отливы), или же защищал вихревую теорию (движение комет). Но его исследования движения комет, давая результаты не более убедительные, чем расчёты Ньютона, были гораздо более сложными. Что касается задачи согласования вихрей с законами Кеплера, то итоги носили или ограничительный характер (Прива де-Мольер), или приблизительный (Бернулли), требуя в обоих случаях построения новых вспомогательных гипотез.

Всё вместе взятое неопровержимо свидетельствует о быстром обветшании картезианской системы. Добавочные гипотезы все больше и больше разрушают связь ее отдельных частей, а скрепляющая их оболочка механицизма все более истончается и начинает казаться излишней.

Все это нашло себе чёткое, хотя и очень осторожное, выражение в книге Мопертюи «Рассуждение о форме небесных тел».[151] Её главная часть — сравнение систем Декарта и Ньютона. Затем автор пытается объяснить тяготением ряд астрономических явлений: кольцо Сатурна, гаснущие и появляющиеся звёзды и т. д. Изложение Мопертюи чрезвычайно простое и ясное, по языку почти популярное. Это первая французская работа, где дана достаточно подробная сводка двух враждующих систем и где с осторожной и ласковой (столь необычной в ряду резко полемических работ того времени) настойчивостью автор внушает своим соотечественникам мысль не столько о превосходстве («пусть каждый выбирает по своей воле»),[152] сколько о большем удобстве ньютоновской системы. Сам Мопертюи был бесспорным ньютонианцем. При своём посещении Англии в 1728 г. он проявил это настолько чётко, что был избран членом Королевского Общества.[153] Таким образом, робость его выражений в «Discours» является данью обстановке.[154]

Большое внимание автор уделял метафизике, и это уже само по себе является доказательством того, что при мало удачных попытках математического объяснения вихрей философская сторона дела оставалась наиболее важной и требовала сугубого опровержения, тем более что в сущности картезианцы в этом вопросе были по-своему правы. Если откинуть в сторону чисто схоластическую дистинкцию, что̀ именно называть скрытым качеством, самую ли силу тяготения (точка зрения картезианцев) или же её причину (ньютонианцы), вопрос сведётся к основному тезису картезианцев: тяготение не поддается механистическому объяснению, оно непостижимо и заставляет отказаться от укоренившегося взгляда, что вселенная объяснима и понятна для нашего разума. Напомним, что в этом *объяснении* природы и заключалась, на их взгляд, огромная заслуга Декарта. Принятие тяготения неизбежно приводило к теологической концовке, что было наглядно продемонстрировано в работах ньютонианцев, как английских, так и французских (Кост, Мопертюи). Отметим, что нигде в картезианских работах нельзя найти опровержения или отрицания роли божества в ньютоновском смысле, но для них очень характерно полное равнодушие к этому вопросу.[155] Развалившийся дуализм Декарта уже не мешал им рассматривать вселенную материалистически, и задолго до Лапласа они не испытывали нужды в гипотезе существования божества. Следовательно, задача заключалась в том, чтобы приучить их думать (в силу горькой необходимости), что непонятная сила тяготения лучше согласуется с явлениями природы, чем механицизм, и что нужно отказаться от иллюзии

объяснимости и понятности вселенной. Мопертюи сам прекрасно сформулировал это в другой своей работе, вышедшей двумя годами позже: «тяготение отбрасывают не потому, что имеют и без него удовлетворительное объяснение явлений, но потому, что считают абсурдным приписывать материи эту силу». [156]

Защиту принципа тяготения Мопертюи ведёт очень осторожно. Ньютон употреблял его лишь для обозначения явления и не измышлял систем и объяснений. А ведь всякое явление, хотя бы причина его и не известна, имеет право быть объектом математического исследования, и результаты последнего могут быть так же неоспоримы, как и те, что добываются из вполне понятных явлений. И, добавляет Мопертюи, вернее всего, что нам вообще не дано добраться до первопричин и понять, как тела действуют друг на друга. Наши понятия о телах далеки от того, чтобы быть исчерпывающими. [157] В чем состоит сила удара? Как она присутствует в вещах? По сути дела она ничуть не более понятна, чем сила тяготения. Все это тайны и будут для нас всегда тайнами. Если бог сообщил материи движение, почему он не мог сообщить ей также силу тяготения? [158] Рассуждая в метафизическом плане, Мопертюи стремился доказать, что тяготение, даже если его зачислить в число существенных свойств материи, отнюдь не невозможно и не противоречиво. Следовательно, вполне допустимо задаться вопросом: доказывается ли оно явлениями? «Таким образом, тяготение—это вопрос факта; надо искать в самой природе, имеет ли оно там место, до какой степени оно необходимо для объяснения явлений и не введено ли оно зря для объяснения вещей, понятных и без него». [159]

Отвечая на эти вопросы, Мопертюи рассматривает картезианскую и ньютоновскую системы. Он указывает, что Ньютон не мог согласовать движение вихрей с законами Кеплера. Бернулли в своей премированной работе 1730 г. отметил неправильность ньютоновского расчёта, но в своем собственном лишь приблизился к закону Кеплера, не достигнув полного совпадения. [160] Главное затруднение состоит, однако, не в том, чтобы согласовать вихри только с одним законом Кеплера, но с двумя законами одновременно. Попытки Лейбница и Бильфингера явно неудачны. Ещё хуже обстоит дело с понятием тяжести. Теория Декарта совсем не согласуется с фактами. Система Гюйгенса лучше, но очень сложна. Словом, вполне прав Бильфингер, заявляя, что, несмотря на все усилия, приложенные для защиты вихрей, противники последних могут только ещё больше утвердиться в своём мнении, глядя на способы, к которым приходится прибегать для защиты картезианской теории. Однако, заключает Мопертюи, нельзя ещё считать вихри совершенно невозможными. «Нет ничего прекраснее идеи Декарта, что всё в физике должно быть объяснено материей и движением. Но, чтобы сохранить красоту этой идеи, нельзя произвольно предполагать разные виды материи и движения только потому, что в них есть нужда». [161] Затем идёт подробное и замечательно ясное изложение системы Ньютона, построенное гораздо удачнее, чем предисловие Котса. Здесь следует отметить объяснение незамечаемости взаимного притяжения тел на Земле: «Огромнейшая сила увлекает тела к центру Земли, и она делает неощутимым их взаимное притяжение, подобно тому как в бурю незаметен легкий вздох». [162]

Итак, явления показывают, что тяготение встречается в природе столь же часто, как и удар. Пусть читатель решит сам, доказано ли оно фактами или же является пустой гипотезой, без которой можно обойтись. [163]

Критикуя книгу Мопертюи, Фонтенель базировался на том, что сплющенность Земли у полюсов не только не доказана, но, наоборот, опровергнута имеющимися наблюдениями. Он указывал, кроме того, что, как ни прекрасна теория тяготения с геометрической точки зрения, её очень трудно применить к природе повсеместно и в особенности трудно установить закон этого тяго-

тения. Ньютон сделал это для астрономических явлений и притом с бесконечной точностью. Его ученики попытались приложить этот закон в химии. Но химические соединения происходят несравненно более бурно, и к ним не приложим закон обратной пропорциональности квадратам расстояний. Задача физиков заключается в том, чтобы доказать действительную универсальность этого закона. Им при этом будет очень много работы, несравненно больше, чем геометрам. Общая же оценка Фонтенелем книги Мопертюи сводится к тому, что в ней отдается бесспорное предпочтение ньютоновской системе. Осторожность формулировок Мопертюи никого не обманула.

Одновременно с Фонтенелем к такому же выводу пришёл и Вольтер, который интересовался Ньютоном ещё в пору своего пребывания в Англии в 1726 — 1729 гг. Остроумная лёгкость вольтеровских писем к Мопертюи не должна заслонять того факта, что Вольтер стал ньютонианцем значительно раньше 1732 г. [164] Ньютонианство Вольтера прямо пропорционально его англомании 1730-х годов. Если взять не отдельные места из его «Lettres philosophiques sur les anglais» (как это обычно делается почти во всех исследованиях о философии Вольтера, равно как и в книгах по истории физики), а всё это остроумнейшее произведение целиком, то нельзя не увидеть, что всё оно построено на противопоставлении Англии Франции с явным предпочтением первой. Англия — родина человеческого разума. Всё хорошо на благословенном острове, наслаждающемся политической свободой и свободой мысли, и все плохо на родине. Можно ли сравнивать, например, Королевское Общество и Французскую Академию? Первое независимо и бесплатно, вторая не занимается своим делом (т. е. изучением языка и литературы), но издала 60 — 80 томов комплиментов; деятельность Парижской Академии наук оторвана от практических задач. [165] В том же плане неоднократно проводится параллель между двумя английскими учёными — Ньютоном и Локком и двумя французскими — Декартом и Мальбраншем. Первые — мудрецы, и притом скромные, взявшиеся всего лишь за истолкование природы. Декарт же—мечтатель, его философия—роман, равно как и метафизика Мальбранша; в лучшем случае её можно назвать наброском, тогда как философия Ньютона является шедевром. [166] Взгляды Ньютона излагаются вкратце в нескольких письмах (с включением и хронологической теории) чрезвычайно живо и стилистически блестяще. Взгляды Декарта не опровергаются научно, но высмеиваются, и притом не в едкой и вызывающей манере Котса, которая была совершенно не ко двору во французском обществе, а в том утонченном и ехидном стиле насмешки, который доконал знаменитые вихри куда вернее, чем все тяжёлодумные попытки математических согласований с законом Кеплера. [167] «Смешное убивает», говорит французская поговорка. В данном случае она оказалась совершенно справедливой. Правда, в таком же стиле дано и знаменитое сравнение двух систем, где насмешка распределена поровну, но не оно определяет физиономию книги. «Француз, прибывающий в Лондон, находит всё в ином виде, как в философии, так и в прочем. Он оставил наполненную Вселенную, а находит пустую. В Париже её рассматривают, как состоящую из эфирных вихрей; в Лондоне ничего подобного не усматривают. У нас давление Луны вызывает морской прилив, у англичан море тяготеет к Луне... Согласно картезианцам, всё происходит посредством непостижимого натиска; согласно Ньютону, в этом повинно тяготение, причина которого столь же непонятна. В Париже Землю представляют себе в виде дыни; в Лондоне она сплющена с двух сторон. Для картезианца свет существует в воздухе; для ньютонианца он прибывает от Солнца в шесть с половиной минут. Французская химия имеет дело с кислотами, щелочами и эфиром; тяготение господствует даже в английской химии». [168]

Все обстоятельства, связанные с появлением этого интереснейшего произведения Вольтера, чрезвычайно разожгли к нему интерес. Во Франции книга

была запрещена (в силу своей общей тенденции) и сожжена рукой палача в июне 1734 г.; английское издание появилось годом раньше и вызвало в Англии большое и вполне понятное одобрение.

Нарушая несколько (на 4 года) хронологическую последовательность событий, перейдем к рассмотрению и основного ньютонианского труда Вольтера — «Элементы философии Ньютона». Этой книги, где была развита наиболее аполитичная часть «Философских писем», но с той же тенденцией, ждали с такой жадностью, что ещё до окончания работы автора она была издана в Амстердаме в 1738 г. с нарушением авторских прав и в обработке одного голландского математика. [169] Хотя Вольтер дезавуировал амстердамское издание и авторизованное вышло только в 1741 г., [170] книга эта с самого начала имела огромный успех, но успех этот в значительной степени должен быть отнесён на счёт имени автора и запрещения его «Философских писем». К тому же этот успех — типичный французский успех моды. «Весь Париж полон Ньютоном, весь Париж о нем лепечет, весь Париж его изучает», пишет рецензент в «Journal de Trévoux», подчеркивая непонятность и малоизвестность теории Ньютона до появления книги Вольтера. Правда, старик Фонтенель заявил, ознакомившись с ней, что Вольтеру следовало бы ещё года три поучиться, чтобы понять Ньютона, [171] но ведь не на Фонтенеля была эта книга рассчитана.

Она представляет собой интересную, но догматическую популяризацию теорий Ньютона. Половина её посвящена оптике, где систематически разрушается теория Декарта в противовес Ньютону. Такое опровержение для французских учёных было излишним, так как оптика Ньютона была ими давно принята, а его экспериментаторский гений оценён по достоинству. Светское же общество вряд ли имело представление об оптической теории Декарта. Таким образом, этот прием приходится, повидимому, расценивать как дискредитирование Декарта в области безусловной, для большей легкости такой же операции в области ещё спорной.

Во второй половине излагается теория тяготения и даётся сводка астрономических явлений с учётом некоторых работ 1720 — 1730 гг. Вихри Декарта отвергаются как занимательный, но неправдоподобный роман, которому долго верили за неимением лучшего, но с которым ныне следует покончить, тем более что отрицание пустого пространства неизбежно ведёт к атеизму и отрицанию иного божества, кроме материи. [172] Нет нужды указывать, что Вольтер не вносит никаких новых доказательств или новых точек зрения; во многом он повторяет Мопертюи. Но было бы совсем не верно отрицать за его книгой огромное популяризаторское значение. Действительно, до её появления Ньютоном во Франции интересовался лишь очень узкий круг учёных специалистов, а их спором с ньютонианцами не интересовался никто, кроме них самих. Вольтер ознакомил французское общество с передовыми научными теориями и уколол жалом ядовитой насмешки теорию отжившую. Но он не смог бы ничего с ней сделать, если бы она сама к тому времени не обветшала в силу иных причин, чем популяризаторский и стилистический талант Вольтера. Писатель столкнул готовую рассыпаться храмину.

Последние значительные картезианские работы приходятся на период до начала 40-х годов XVIII в. Мопертюи своей книгой взбудоражил весь картезианский штаб Парижской Академии наук. Прива де-Мольер обратился к наиболее важному соображению Мопертюи против вихрей: тезису о несовместимости их с двумя законами Кеплера. Напоминая о своём мемуаре 1728 г., [173] он устанавливал в своей новой работе, [174] что «центробежные силы всех точек сферического вихря обратно пропорциональны квадратам их расстояний до центра». В эллиптическом вихре соотношение будет примерно таким же. [175] Что касается эллиптической формы орбит, то «сопротивление, оказываемое окружающими (environnants) вихрями центробежной силе точек

вихря, изменяющейся обратно пропорционально квадрату расстояния, должно действовать на них так же, как действует центростремительная сила, и потому это сопротивление можно подставить на место центростремительной силы и извлечь те же результаты, какие извлёк из последней Ньютон». [176]

Таким образом, расчёт Ньютона переносился из пустого пространства в наполненное, а на место центростремительной силы Ньютона подставлялась некая механическая конструкция вихрей. Естественно, что при таких обстоятельствах вихри согласовались с двумя законами Кеплера. Автор указывал ещё на то, что приблизительность его расчётов движения частиц вихря должна лучше соответствовать астрономическим явлениям, не обнаруживающимся в наблюдениях с той слишком большой геометрической точностью, которую даёт Ньютон. [177]

Итак, картезианцы уже не опровергают расчётов Ньютона, а заимствуют их и используют для своей теории. Фонтенель резюмирует этот метод следующим образом: «Мольер сохраняет целиком прекрасную теорию Ньютона, только он делает её менее ньютонианской, очищая её от тяготения и перенося в наполненное пространство, а при этом условии она уже больше не нуждается в тяготении, что для неё совсем не плохо». [178]

Трудно не видеть в таком методе решительного шага к ньютонианству и притом вполне в духе старой традиции картезианской школы. Тенденция приспособления к себе новых теорий сказывается и в другой работе этого академика. [179] Автор задался целью соединить пустое и наполненное пространство. В случае успеха этот способ позволил бы безболезненно перенести уже готовые расчёты Ньютона в картезианскую систему и вовсе снять вопрос о несовместимости вихрей с законами Кеплера. Ньютон считает пространство пустым потому, что оно не оказывает никакого сопротивления пересекающим его телам. Для картезианцев же пространство лишь *относительно* пусто, т. е. оно не оказывает сопротивления, но оно протяжённо, непроницаемо, делимо, способно к движению и силе, как всякая другая материя. [180] Эта идея невесомой материи базировалась на теории малых вихрей Мальбранша. В них автор видел механическую причину тяжести или центростремительной силы, обратно пропорциональной квадратам расстояний от центра. Эта центростремительная сила не происходит непосредственно от центробежной силы, приобретаемой вихрем при вращении вокруг общего центра, но коренится в усилии малых вихрей отстраниться друг от друга, и это усилие направлено от центра к поверхности.

Из работ, представленных на конкурсы 1732 и 1734 гг. по теме о причине наклонности планетных орбит к солнечному экватору, рассмотрим мемуар Бернулли, [181] обнаруживающий значительную эволюцию автора по сравнению с его работой 1730 г. [182] В книге очень заметно влияние Мопертюи, сказывающееся в некотором отходе Бернулли от картезианства. Премируя эту работу, Академия сочла нужным подчеркнуть, что она не навязывает соискателям какой-либо системы и что её премии отнюдь не являются свидетельством признания принципов, на которых зиждется премированная работа. [183] Метод, применённый Бернулли в этом исследовании, состоит в «согласовании обеих систем в их наилучших сторонах и в создании таким путём третьей». [184] Из картезианства он берёт вихри, не оказывающие никакого сопротивления движению тел, но и *не* переносящие их. Это устраняло необходимость согласования движения вихрей с движением небесных тел. Но для объяснения движения планет с запада на восток Бернулли оставлял за вихрями способность изменять движение планет. Таким образом, эта гипотеза, хоть и в картезианском обличье, вносила капитальнейшее изменение в систему Декарта. Что же взял Бернулли от Ньютона? Ньютоновская теория не объясняла ему вращения планет вокруг оси и направления их движения вокруг Солнца, равно как и перемещения планетных орбит. Смущал его и

самый принцип тяготения. Пытаясь примирить последнее с натиском, Бернулли вводит гипотезу центрального потока, непрестанно действующего по всей окружности вихря на его центр и сообщающего всем встречным телам такое же стремление к центру вихря. Таким образом, тяготение заменялось непосредственным натиском материи, и все результаты, добытые Ньютоном для тяготения, могли быть применимы и к натиску центрального потока. Материю для этого потока Бернулли искал в отброшенной к периферии массе частиц элемента огня. Таким образом, логическое развитие его метода привело бы его к признанию того, что Вселенная была устроена так, как будто бы тяготение реально существовало. И далее, принимая совершенную текучесть вихрей (не переносящих тела), он должен был бы признать и то, что Вселенная была устроена так, как будто бы существовало пустое пространство. Пресловутое совмещение двух систем оказывалось на поверку замаскированным ньютонианством, и единственным задерживающим моментом к открытому переходу в другой лагерь была старая привычка видеть в натиске единственную причину движения.

Даниил Бернулли, разделивший с отцом премию, шёл еще дальше. Вместо абсолютно текучих вихрей и центрального потока, он принял некую «солнечную тяжесть», уравновешивающую центробежную силу и непрестанно толкающую планеты к центру Солнца. Как бы ни называлась эта сила, она была подозрительно схожа с ньютоновским тяготением.

Что касается астрономических работ Кассини середины 1730-х годов, то, занимаясь согласованием теории вихрей с двумя законами Кеплера, он выдвигал гипотезу изменений, претерпеваемых вихрями в отношении их формы благодаря их соединению и различной скорости их движения.

Как бы остроумны и изобретательны ни были все эти бесконечные гипотезы, их количество становилось просто угрожающим, и это сознавали сами картезианцы. В работе Бугэ (Bouguer) [185] мы находим любопытный пассаж, где картезианцам вменяется в вину их страсть к истолкованию *отдельных* явлений, без связи их друг с другом: «Если дело касается вихрей, один предположит эфир более плотным у центра, другой, пытаясь объяснить какое-нибудь иное явление, придаст эфиру большую плотность у периферии, третий придет к выводу об одинаковой плотности всех слоёв... И после этого, снабдив объяснениями всё на свете, вы увидите с удивлением, что на деле ровно ничего не объяснено, и будете вынуждены стать в конце концов ньютонианцами». [186]

В этих словах смертный приговор картезианской системе. Картезианству наносился один удар за другим. Результаты экспедиции 1735 — 1742 гг. подтвердили ньютоновское утверждение о сплющенности земли у полюсов. Премия 1740 г. по теме о приливах и отливах была присуждена ньютонианским работам Даниила Бернулли, Маклорена и Эйлера. Премирование четвёртой картезианской работы Кавальери обрушило на Академию град насмешек не только в Англии, но и во Франции, где картезианство уже было дискредитировано в широких кругах язвительной издёвкой Вольтера. В 1741 г. вышел в отставку последний из могикан — Фонтенель. На смену ветеранам приходила молодежь, куда легче относившаяся к вопросу о постижимости силы тяготения. Работы Бугэ, Клеро, д'Аламбера далеко ушли от картезианства. Оно стало синонимом всего древнего и отжившего; с ним расправлялись так же, как в своё время Декарт расправился с схоластикой. Но уже довольно скоро остывшие страсти сделали возможным более беспристрастное отношение к умершей и уже безвредной системе. Во «Вводном рассуждении» к «Энциклопедии» д'Аламбер писал в 1751 г.: «Если судить беспристрастно об этих вихрях, ставших ныне почти смешными, то, смею сказать, в своё время нельзя было придумать ничего лучшего. Астрономические наблюдения, благодаря которым они были затем отвергнуты, были тогда или несовершенны или недостаточны. Самым естественным предположением была гипотеза эфира,

переносящего планеты..., помимо того она обладала большим преимуществом в том отношении, что объясняла тяжесть центробежной силой вихря, и я не боюсь признать, что это объяснение является одной из наилучших и остроумнейших гипотез в философии. Поэтому отказаться от неё можно было лишь в результате вроде как бы невольного влечения физиков к теории центральных сил (т. е. тяготения. — *А. Л.*)... Признаем же, что Декарт, строя всю физику заново, не мог бы её создать лучше; что нужно пройти через вихри, чтобы добраться до истинной системы мира». Что касается причины тяготения, то она и поныне остается совершенно не известной, но: «В конце концов, велико ли горе в сознании, что материя обладает свойствами, которых мы в ней раньше не подозревали, и что мы вынуждены отказаться от смешной претензии понять все её свойства.» [187]

Те же ноты звучат и в похвальном слове Декарту, произнесённом Тома в Парижской Академии наук в 1765 г. И там правильно оценивается роль философа в истории науки, а падение его системы находит себе объяснение в таких словах: «В век Декарта не наступило еще время для объяснения системы мира, не наступило оно и для нас. Может быть, через много веков, это осуществится где-нибудь в совершенно неожиданном месте земного шара, в центральной Африке или в диких областях Северной Америки». [188] Декарт велик в том, что он осмелился искать причину, но для науки в высшей степени существенно также и иное, а именно плодотворность и простота ньютоновских принципов. [189]

Итак, к сороковым годам XVIII в. ньютонианство победило окончательно. Началась блистательная пора в развитии французской науки, осиянная гением Ньютона.

ПРИМЕЧАНИЯ

[1] В. Г. Фесенков. Исаак Ньютон (1727 — 1927). Русский астрономический журнал, IV, 1927, стр. 100 — 101.

[2] В иностранной литературе появилось в последние годы несколько исследований ставящих целью ознакомить с физикой до-ньютоновского и ньютоновского периодов во Франции. Развитию картезианской физики посвящена интересная книга Paul Mouy, Le développement de la physique cartésienne. 1646 — 1712. Ouvrage couronné par L'Académie des sciences morales et politiques. Paris, 1934. Автор не упускает из виду исторического фона, учитывая социальный резонанс картезианства. Обстоятельное исследование Pierre Brunet, L'introduction des théories de Newton en France au XVIII s. Avant 1738, Paris, 1931, использует большое количество источников, но недостаточно учитывает литературу вопроса и не свободно от ошибок. В 1937 г., в связи с трёхсотлетием выхода в свет книги Декарта «Рассуждение о методе», появилось много интересных книг и статей, посвящённых картезианству. Ориентирующие указания даёт книга Jean Boorsch. Etat présent des études sur Descartes, Paris, 1937.

[3] «Discours de la méthode...» Leyde, 1637.

[4] «Principia philosophiae». Amstelodami, 1644.

[5] В плане настоящей статьи нет нужды в перечислении всех принципов Декарта.

[6] Таким образом, для Декарта Вселенная имеет свою историю, и развитие её совершалось по тем же законам, которые действуют и поныне. Для Ньютона же «изящнейшее соединение Солнца, планет и комет» произошло по воле бога.

[7] Для Декарта газ является тонкой жидкостью.

[8] Mouy, стр. 27. Следует отметить, что с самого начала Декарт должен был модифицировать свою теорию, указав, что эти водяные вихри не всегда сохраняют свою сферическую форму, растягиваясь то в длину, то в ширину (там же, стр. 28).

[9] Mouy, стр. 30. Иначе можно объяснить это явление таким образом: более легкое тело, т. е. имеющее в своих порах большее количество воздуха, относится вихрем к периферии и, следовательно, поднимается; его место занимается более тяжёлым телом, т. е. ни одно тяжёлое тело не может упасть без одновременного поднятия другого, более легкого.

[10] Там же, стр. 64.

[11] Там же, стр. 70.

[12] Там же, стр. 143.

[13] Там же стр. 71.

[14] «Fundamenta physices». Amstelodami, 1646. Муи называет этот учебник «карманным Декартом» (стр. 83).

[15] Почва для восприятия картезианства в голландских и немецких университетах была в значительной степени подготовлена деятельностью учеников французских платоников в Лефевр д'Этапля и Лараме. Это течение основательно подточило аристотелизм и традиционные методы преподавания (Stephen d'I r s a y. Histoire des Universités françaises et étrangères, II, Paris, 1935, стр. 38).

[16] L a i r d. L'influence de Descartes sur la philosophie anglaise du XVII s. («Descartes...» Recueil publié par «La Revue philosophique», Paris, 1937, стр. 226 и сл.).

[17] M o u y, стр. 17, подробнее об этом у d'Irsay, стр. 40.

[18] L a i r d, стр. 235.

[19] «Но тогда их (т. е. картезианцев — *А. Л.*) надо причислить к отребью того нечестивого стада, которое думает, что мир управляется роком, а не провидением и что материя в силу своей собственной необходимости всегда и везде существовала, что она бесконечна и вечна». Н ь ю т о н, Математические начала натуральной философии. Перевод с латинского акад. А. Н. Крылова, М. — Л., 1936, стр. 19. В дальнейшем всегда указываются страницы этого перевода.

[20] D'I r s a y, стр. 40.

[21] M o u y, стр. 42 — 43.

[22] Traité de physique par Jacques Rohault. Paris, 1671.

[23] M o u y, стр. 133.

[24] Там же, стр. 117.

[25] Ученик Ньютона С. Кларк перевёл её в 1702 г. на латинский язык, а в 1729 г. на английский. Несмотря на многие несогласия переводчика с автором, сформулированные в 1737 г. в особых «Рассуждениях», самое появление такого издания красноречиво свидетельствует о жизненности именно данной формы картезианской физики на родине Ньютона и в период полной славы ньютонианства (M o u y, стр. 137).

[26] Парижское издание тех же «Размышлений» (1641) не попало в «Индекс», так как там эти положения отсутствуют (M o u y, стр. 170). К тому же формула запрещения имеет смягчающую оговорку «donec corrigantur» (впредь до исправления). Все прочие произведения Декарта не были включены в «Индекс».

[27] M o u y, стр. 98 — 100.

[28] Подробнее об этом см. у d'I r s a y, стр. 47 и у K o h l e r, Jansenismus und Cartesianismus, Düsseldorf, 1905.

[29] Но попытка Сорбонны использовать благоприятную обстановку и добиться от Парижского парламента запрещения всякой философии, кроме перипатетической, успеха не имела. Интересен анонимный мемуар, вышедший, повидимому, из янсенистских кругов и поданный в парламент по поводу этого требования Сорбонны (V. C o u s i n. Fragments philosophiques, II, Bruxelles, 1840, стр. 303 и сл.).

[30] Оформившего, как и в 1671 г., распоряжение короля.

[31] R é g i s. Système de philosophie contenant la logique, la métaphysique, la physique et la morale. Paris, 1690.

[32] M o u y, стр. 147.

[33] Всех новых (modernes) философов называют картезианцами

[34] M o u y, стр. 168.

[35] P. D a n i e l. Voyage du monde de Descartes. Paris, 1691.

[36] Он указывает на ее проникновение в колледжи; она считается необходимой для образования математиков, физиков, ораторов, политических деятелей (M o u y, стр. 169).

[37] См. список этих учебников у M o u y, стр. 173.

[38] B. F o n t e n e l l e. Entretiens sur la pluralité des mondes. Paris, 1686.

[39] M o u y, стр. 219.

[40] Оценивая впоследствии значение этой книги, Фонтенель констатировал, что «фундамент всего здания картезианства был, казалось, совершенно перевернут» (цитир. у Б р ю н е, стр. 2, сн. 1).

[41] «Если в однородной и беспредельной жидкости вращается равномерно около постоянной своей оси твёрдый бесконечно длинный цилиндр, и жидкость приводится в движение единственно только этим натиском, причём всякая её частица продолжает сохранять своё равномерное движение, то я утверждаю, что времена обращений частиц жидкости пропорциональны их расстояниям до оси цилиндра» (предл. LI, теорема XXXIX, стр. 487). В предл. LII цилиндр заменён шаром.

[42] Стокс указал на ошибку в этих рассуждениях Ньютона: на деле времена обращений частиц жидкости в первом случае пропорциональны квадратам их расстояний до оси цилиндра, а во втором случае кубам их расстояний до центра шара (стр. 487, сноска 177).

[43] И. Н ь ю т о н, стр. 496.

[44] См. ниже доказательство этого положения.

[45] Там же. Невозможность этих двух предположений доказана в начале «Поучения».

[46] Там же.

[47] Там же, стр. 497.

[48] Там же.

[49] Т. е. жидкость.
[50] И. Ньютон, стр. 498.
[51] Там же, стр. 499.
[52] Там же, стр. 518.
[53] Там же, стр. 39.
[54] Там же, стр. 244.
[55] Брюне делает грубую ошибку, включая в первое издание «Начал» «Общее поучение», добавленное Ньютоном во втором издании 1713 г. Вследствие этой ошибки выводы к первой главе его книги, касающиеся картезианских работ периода 1687 — 1719 гг., во многих случаях не верны.
[56] Rosenberger. Isaac Newton und seine physikalische Prinzipien. Leipzig, 1895, стр. 224 — 226.
[57] Там же, стр. 227.
[58] С большой вероятностью Муи предполагает, что она написана Режи (стр. 256).
[59] Тем самым и тяготение является вымышленной формой движения.
[60] Составляя в 1666 г., по просьбе Кольбера, программу для Академии Наук, он поставил главной задачей нового учреждения создание математической физики (Mouy, стр. 180 — 181).
[61] «Трактат о свете», М. — Л., 1935, стр. 11 — 12.
[62] «Тяжесть — это усилие, делаемое жидкостной материей, вращающейся вокруг центра Земли, во всех направлениях, чтобы удалиться от этого центра и толкать на своё место тела, которые не следуют этому движению».
[63] «Traité de la lumière... par C. H. D. Z. avec un discours de la cause de la pesanteur». Leyde, 1690. Addition занимает стр. 152 — 180.
[64] Там же, стр. 159.
[65] Там же, стр. 163. В письме к Лейбницу от 18/XI 1690 г. он пишет: «принцип тяготения мне кажется абсурдным» (цитир. у Мун, стр. 322).
[66] Mouy, стр. 262.
[67] Rosenberger, стр. 239.
[68] Рассмотрение работы Лейбница «Tentamen de motuum coelestium causis», 1684, не входит в мою задачу. Что касается Мальбранша, то нет прямых сведений, что в те годы он читал «Начала». Но догадка Муи, что он, вернее всего, согласился бы с Гюйгенсом, вполне правдоподобна (стр. 271). Подчеркнём также равнодушие Мальбранша к пункту, ставшему в дальнейшем наиболее спорным, т. е. к причине тяготения. Это же равнодушие, коренящееся в общей философской установке Мальбранша, выражено в его словах, сказанных по поводу теории плотности тел: «нет большой опасности в том, чтобы не понимать причины твёрдости тел» (цитир. у Муи, стр. 278).
[69] Saurin. Examen d'une difficulté considérable proposée par M. Huygens contre le système cartésien sur la cause de pesanteur (Mémoires de l'Académie des Sciences, 1709). Цитир. у Брюне, стр. 28 — 29.
[70] Villemot. Nouveau système ou nouvelle explication du mouvement des planètes. Lyon, 1707. Автор заявляет, что он изобрёл свою гипотезу до ознакомления с книгой Ньютона.
[71] Ньютон отрицал такую возможность.
[72] Brunet, стр. 12; Mouy, стр. 313.
[73] Rosenberger, стр. 229 — 231.
[74] «Recherche de la vérité», 1712.
[75] Цитир. у Муи, стр. 312.
[76] Brunet, стр. 59.
[77] Poleni. Dialogus de vorticibus coelestibus. Padova, 1712. Книга очень быстро распространилась во Франции.
[78] Он окрашивал воду (цитир. у Брюне, стр. 63 — 65).
[79] В случае же равенства скоростей, должно наступить состояние полного равновесия, и тяжесть должна вовсе исчезнуть (Brunet, стр. 20).
[80] Brunet, стр. 28.
[81] В таком виде теория вихрей перестаёт быть только астрономической гипотезой, а обнимает собой все понятия эфира, т. е. распространяется на оптику, механику и т. д.
[82] Mouy, стр. 281 и 311.
[83] «Самая большая комета — всего лишь ничтожный атом в сравнении с огромнейшим потоком, в котором она плывёт; как может она сохранить противоположное ему движение?», спрашивал Фонтенель (цитир. у Брюне, стр. 32, сноска 3).
[84] Любопытна чисто гидродинамическая аргументация гипотезы (Brunet, стр. 34).
[85] Цитир. у Брюне, стр. 39.
[86] Brunet, стр. 45.
[87] Брюне считает это явление несоответствующим картезианскому методу (там же, стр. 53). Выше было показано, что для школы в целом, оно, наоборот, чрезвычайно характерно.

[88] Все сказанное достаточно красноречиво опровергает мнение новейшего биографа Ньютона, Мора, что картезианцы, не будучи в состоянии опровергнуть математическое доказательство тяготения, обрушились *только* на «скрытое качество» этой силы (L. T. More. Isaac Newton. A biography. New-York, 1934, стр. 551 — 552).

[89] Гюйгенс сохранил свою волновую теорию света: Мальбранш, оставив без внимания возражения Ньютона против волновой теории, очень заинтересовался учением о цветах и целиком его принял (Mouy, стр. 308).

[90] Eloges de Fontenelle... publiés par Bouillier. Paris, б. г., стр. 230.

[91] Иначе говоря, уж если применять язык схоластических категорий, то не самое тяготение надо зачислить в разряд скрытых качеств, а непонятную покуда причину этого тяготения.

[92] Rosenberger, стр. 342 — 343.

[93] Что касается теологически моральной концовки 31-го вопроса «Оптики» и всей книги в целом, то она представляет собой как бы эскиз «Общему поучению» 2-го издания «Начал», где всё сформулировано гораздо чеканнее и, если можно так выразиться, классичнее.

[94] Introductio ad veram physicam seu lectiones physicae. Oxoniae, 1702.

[95] Introductio ad veram astronomiam. Oxoniae, 1718.

[96] «Муж вполне божественный» (vir plane divinus). Цитир. у Розенбергера, стр. 347.

[97] «Немецкие и французские учёные яростно нападают на философию Ньютона и остаются на позициях Декарта». Из письма Джонса к Котсу от 25/X 1711 г. (Edleston. Correspondence of Sir Isaac Newton and professor Cotes. London, 1850, стр. 210).

[98] И. Ньютон, стр. 658.

[99] Там же, стр. 659. Подробнее о роли божества в системе Ньютона см. ниже.

[100] «sed causam gravitatis *nondum* assignavi», т. е. «я не указывал пока (подчеркнуто мной. — *А. Л.*) причины самого тяготения».

[101] И. Ньютон, стр. 661 — 662.

[102] Не есть ли это ответ на возражения Гюйгенса?

[103] Оно коренным образом переработано во втором издании по сравнению с первым.

[104] Стр. 503 и стр. 389 третьего издания «Начал» (1726 г.).

[105] Там же, стр. 504.

[106] В 1726 г.

[107] См. у Edleston, стр. 151 — 157, интереснейшие письма Ньютона и Котса по данному вопросу. Отметим, что Ньютон, повидимому, решил не связывать себя с предисловием Котса и выделил *свое* авторское предисловие в связи с тем, что Котс (в письме от 18/III 1713 г.) усомнился во взаимном тяготении планет и Солнца, считая это гипотезой, и опасался, что Ньютона обвинят в отступлении от объявленного им принципа: «я не измышляю гипотез». В ответ на упомянутое письмо Котса Ньютон в письме от 28/III попросил включить в книгу после этих слов следующие: «Всё же, что не выводится из явлений, должно называться гипотезой» и т. д.; Котсу же он разъяснил, что под гипотезой разумеет предложение, не поддержанное экспериментальным доказательством. А через три дня, в письме от 31/III, он отказывается иметь дело с предисловием Котса и посылает ему текст авторского предисловия, датированного тоже 28/III. Розенбергер считает это решение Ньютона не «слишком приятным» для Котса (стр. 379).

[108] Кстати сказать, Котс отнюдь не ставил себе цели систематически изложить учение Ньютона, а занимался чистой полемикой. Поэтому аргументы З. А. Цейтлина бьют мимо цели («Наука и гипотеза». М. — Л., 1926, стр. 62).

[109] Стр. 12 русского перевода и соответствующие ненумерованные страницы третьего издания.

[110] Rosenberger, стр. 374.

[111] В письме к Кларку от 25/VI 1713 г. (Edleston, стр. 158 — 159).

[112] И. Ньютон, стр. 12 — 13.

[113] Rosenberger, стр. 385 — 422.

[114] Gregory. Newton and their Circle. Ed. by Hiscock, 1937. Цитир. у С. И. Вавилова, Исаак Ньютон, М., 1943, стр. 139.

[115] «Наука всё ещё глубоко сидела в теологии... Естествознание слишком часто отвечало ссылкой на творца всех вещей» (Маркс и Энгельс. Соч., XIV, стр. 479).

[116] Знаменателен самый факт перевода и два его издания на протяжении двух лет (амстердамское 1720 г. и парижское 1722 г.), хотя во Франции уже был до того распространен латинский перевод Кларка.

[117] Recherches physico-mathématiques sur la réflexion des corps (Mémoires de l'Académie des Sciences, 1722).

[118] Brunet, стр. 116.

[119] Там же, стр. 121.

[120] Nouveau cours de chimie suivant les principes de Newton et Stahl». Paris, 1723.

[121] «Physics elements sive introductio ad philosophiam newtonianam». Lugduni Batavorum, 1720 — 1721.

[122] D'Irsay, стр. 40.
[123] Hartsoeker. Récueil de plusieurs pièces de physique, où l'on fait voir principalement l'invalidité du système de Newton. Utrecht, 1722.
[124] Цитир. у Брюне, стр. 112 (3). Даже такое натянутое картезианство вызвало похвалы Фонтенеля (там же, стр. 137).
[125] Castel. Traité de physique sur la pesanteur universelle de corps. 2 vol., Paris, 1724.
[126] Цитир. у Брюне, стр. 125.
[127] Les lois du choc des corps à ressort parfait ou imparfait. Paris, 1727.
[128] Eloges de Fontenelle, стр. 228.
[129] Там же, стр. 232.
[130] Там же, стр. 238.
[131] Там же, стр. 226.
[132] Voltaire. Lettres philosophiques sur les Anglais. Письмо 20.
[133] A panegyric upon Sir Isaac Newton translated from the french, pronounced by Mr. Fontenelle before the Royal Academy of Sciences at Paris. With remarks. London, Innys, 1728.
[134] Там же, стр. 17.
[135] Там же.
[136] Bulffinger. De causa gravitatis physica generali disquisitio experimentalis. Parisiis, 1728.
[137] Мопертюи потом издевался над этой схемой: «Вот две пары вихрей, которые пересекают друг друга, не подвергаясь разрушению» (Maupertuis. Oeuvres. Dresden, 1752, стр. 23).
[138] Цитир. у Брюне, стр. 153.
[139] Там же, стр. 157.
[140] Les lois générales du mouvement dans le tourbillon sphérique (Mémoires de l'Académie des Sciences, 1728).
[141] Цитир. у Брюне, стр. 158 — 159.
[142] Там же, стр. 163.
[143] Sur la théorie du mouvement des comètes, comparée aux observations des années 1707 et 1723 (Mémoires de l'Académie des Sciences, 1725).
[144] Brunet, стр. 180 — 183.
[145] Цитир. у Брюне, стр. 133.
[146] Там же, стр. 170.
[147] Sur le système de Descartes et la manière d'en déduire les orbites et les aphélies des planètes (Opera omnia, III, Lausannae et Genevae, 1742).
[148] Напомним, что по исправлению Стокса (см. выше) в первом случае они пропорциональны квадратам расстояний до оси цилиндра, а во втором — кубам расстояний до центра шара.
[149] Brunet, стр. 193.
[150] Там же, стр. 193 — 195.
[151] Maupertuis, Discours sur la figure des astres, avec une exposition des systèmes de M. Descartes et de I. Newton. Paris, 1732. Цитирую по дрезденскому изданию сочинений Мопертюи 1752 г.
[152] Мопертюи, стр. 83.
[153] Rosenberger, стр. 523 (2).
[154] «Я не вижу большой славы в попытке познакомить своих соотечественников с чужим открытием пятидесятилетней давности. Но всё же могу сказать, что я был первым, кто осмелился во Франции предложить рассмотрение тяготения, хотя бы в принципе. Я это сделал в «Рассуждении о форме небесных тел». Из этой книги видно, с какими оговорками я касался этого принципа, с какой робостью едва осмеливался сравнивать его с натиском, с какой боязнью излагал соображения, заставившие англичан отступиться от картезианства. Всё было бесполезно, и если книга и имела некоторый успех за границей, то на родине она создала мне личных врагов» (Maupertuis. Oeuvres, II. Lyon, 1768, стр. 284; цитир. у Брюне, стр. 203). Следует указать, что наибольшим нападкам подверглась первая глава, о форме Земли, в которой Мопертюи, следуя Ньютону, настаивал на сплющенности у полюсов. Запас измерений в 1732 г. говорил о яйцевидной форме Земли. Лишь экспедиция 1735 — 1742 гг. опровергла эту точку зрения.
[155] Особенно ярко сказывается это направление в трудах XVIII в. Философия Мальбранша тем и интересна, что, будучи по преимуществу физиком, а не философом, он пытается приспособить картезианство (а не самого Декарта) к идеалистической философии. См. об этом интересные главы у Мун.
[156] Sur les figures des corps célestes (Mémoires de l'Académie des Sciences, 1734, стр. 89; цитир. у Брюне, стр. 231). Укажем, что, неправильно толкуя смысл предисловия Котса и совсем не привлекая много материала, Брюне не учитывал всей важности философской стороны дела.
[157] «Discours...», стр. 62 — 63.
[158] Там же, стр. 65.

[159] Там же, стр. 67.

[160] Высокое уважение, которое Мопертюи питал к Бернулли, не позволило ему, видимо, критиковать эту теорию (Brunet, стр. 216 (I).

[161] «Discours...», стр. 74.

[162] Там же, стр. 80.

[163] Не касаясь прочих частей книги, где некоторые астрономические явления находят себе объяснение в духе ньютонианства, укажем, что Мопертюи считал нужным подчеркнуть, что французские философы (Френикль, Ферма, Роберваль) ещё до Ньютона высказали мысль о существовании тяготения, хотя и облекли её в схоластическую форму. Этим аргументом он, видимо, пытался смягчить шовинистический оттенок спора.

[164] «Ожидаю Вашего письма, чтобы узнать, должен ли я верить в тяготение или нет. Моя вера будет зависеть от Вас» (письмо от 30/X 1732). «Итак, я ньютонианец на Ваш манер. Считаю себя Вашим прозелитом и исповедую Вам мою веру» (письмо от 2/XI 1732 г.) («Desnoiresterres-Voltaire et la société au XVIII s.», II, Paris, 1871, стр. 28).

[165] Письмо 30-е.

[166] Правда, Вольтер защищает Декарта от огульного отрицания в нём таланта геометра, но главную его заслугу видит лишь в том, что он научил своих современников рассуждать (письмо 20-е).

[167] «Ньютона узнали во Франции спустя 40 лет после выхода «Начал», пишет Вольтер в 21-м письме (это утверждение приложимо только к светскому обществу, а не к учёным кругам). «Зато у нас есть желобчатая материя и ветвистая материя Декарта и малые рыхлые вихри достопочтенного отца Мальбранша и система Прива де-Мольера, который не стоит Поклена Мольера».

[168] Письмо 14-е.

[169] «Eléments de la philosophie de Neuton mis à la portée de tout le monde par M. de Voltaire». Amsterdam, 1738.

[170] Desnoiresterres, стр. 151 — 152.

[171] Там же, стр. 153.

[172] «Eléments», изд. 1738 г., стр. 215.

[173] См. выше, стр. 378.

[174] Les lois astronomiques des vitesses des planètes dans leurs orbites, expliquées mécaniquement dans le système du plein (Mémoires de l'Académie des Sciences, 1733).

[175] Цитир. у Брюне, стр. 243.

[176] Там же.

[177] Там же, стр. 244.

[178] Там же, стр. 245.

[179] Privat de Molières. Leçons de physique, I, Paris, 1733. Но появилась эта книга в 1734 г. (Brunet, I, стр. 246).

[180] Brunet, стр. 262.

[181] Essai d'une nouvelle physique céleste, servant à expliquer les principaux phénomènes du ciel... Paris, 1735.

[182] См. выше, стр. 379.

[183] Brunet, I, стр. 273.

[184] Цитир. у Брюне, стр. 274.

[185] Entretiens sur la cause de l'inclinaison des orbites des planètes. Paris, 1734.

[186] Цитир. у Брюне, стр. 267.

[187] D'Alembert, Oeuvres, I, Paris, 1821, стр. 66 и 69.

[188] Eloge de Descartes par Thomas (Oeuvres de Descartes publiés par V. Cousin, I, Paris, 1824, стр. 41).

[189] Там же, стр. 42 — 43, 60.





Е. Ч. СКРЖИНСКАЯ

КЭМБРИДЖСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ И НЬЮТОН

Жизнь Исаака Ньютона, весьма несложная со стороны внешних событий и перемен, протекала последовательно в трёх местах: на родине в Линкольншире (1643—1661), в семье и в провинциальной начальной и средней школе; в университете в Кэмбридже (1661—1696) среди студентов, а затем среди профессоров и членов Тринити колледжа (Trinity colledge); в Лондоне (1696—1727) на посту руководителя Монетного двора, в придворном и учёном обществе столицы.

Наиболее длительный и плодотворный период в жизни Ньютона в отношении мировых научных открытий падает на кэмбриджские годы. В Кэмбриджском университете впервые обнаружил себя его гений, здесь он творил и завершил в основном свои главнейшие труды. Образ Ньютона в пору наибольшего блеска неразрывно связан с Кэмбриджем. Ньютон — его вечная слава.

В настоящей статье, в первой её части, даётся общая картина возникновения западноевропейских университетов, одного из лучших достижений средневековья, и на этом фоне — краткая история Кэмбриджского университета; во второй изображен университетский период жизни Ньютона, когда его биография сливается с ежедневным существованием крупной самодовлеющей части университета — Тринити колледжа.

Ко дню 300-летия со дня рождения Ньютона вышла замечательная по сочетанию глубины содержания и простоты изложения книга акад. С. И. Вавилова, посвященная Ньютону. В ней достаточно полно отражены годы кэмбриджской жизни Ньютона, данные попутно с детальным объяснением сути его физических и математических работ. Всё же уместно дать эту важную главу из жизни великого учёного отдельно, более подробно и специально на фоне Кэмбриджского университета.

I

Европейские университеты начали возникать с XII — XIII вв., но им предшествовала длительная пора существования скромных местных школ, многие из которых со временем развились в настоящие очаги тщательно хранимой культуры. В период общего упадка, когда римская образованность

умерла, а живая средневековая школа не успела ещё родиться, один из крупных летописцев раннего средневековья, Григорий Турский (538—594), с горечью писал: «Существую я без риторического образования, без грамматического искусства» («Sum sine litteris rhetoricis et arte grammatica») [1] и считал даже, что просвещение вовсе исчезло: «Горе дням нашим! Погибло для нас обучение наукам» («Vae diebus nostris quia periit studium litterarum a nobis»)[2]. Действительно, в пору жизни Григория Турского, в VI в., в Западной Европе сходили на-нет последние люди, впитавшие соки поздней античной культуры, вроде Боэция (ум. в 525 г.) или Кассиодора (ум. в 575 г.), заново никто почти не учился, а будущие рассадники средневековой образованности — бенедиктинские монастыри — едва зарождались.

Однако, несмотря на глубокое падение образованности в раннем средневековье, сохранилась и полностью выжила римская традиция «семи свободных искусств». Septem artes liberales, корнями уходящие в греческую науку, представляли собой совокупность школьных дисциплин, приведённых в систему римскими грамматиками и риторами. Будучи только элементами античного обучения, а отнюдь не предметами античной науки, они прошли путь из Рима по его европейским провинциям, преимущественно Галлии и Испании, и ожили, как база учёбы, в монастырских и епископских школах — первых школах средневековья.

В начале artes были «бездной премудрости», которой ограничивался горизонт просвещения. Позднее они стали подготовительным этапом и общей основой для четырёх средневековых специальностей: теолога, медика, легиста и канониста. В обработке римского профессора красноречия и отличного педагога Квинтилиана (I в. н. э.) [3] и в окончательной форме семи последовательных дисциплин, которую им придал писатель начала V в. Мартиан Капелла,[4] artes представляли такой ряд: грамматика, риторика, диалектика, музыка, астрономия, геометрия, арифметика. Эта цепь, рассматривавшаяся как единый круг дисциплин (ещё Витрувий в своём архитектурном трактате [5] называл их «encyclios disciplina uti corpus unum ex membris composita» — круговая дисциплина, составленная, подобно единому телу, из членов), не теряя единства и связи, состояла из двух групп: науки о речи и её содержании, к которой принадлежали первые три — тривий (trivium), и науки о числах, к которой относились следующие четыре — квадривий (quadrivium). Последняя группа, представляющая собой элементы математического наследия греко-римской древности, перешла в средневековые школы через труды Боэция, который отчётливо выделил квадривий наук в своих «Institutiones». Такое же подразделение проводил в своих трудах и Кассиодор, первый основатель знаменитой мастерской письма в Виварии (южная Италия), передавшей последующим поколениям не мало произведений древних авторов.

Какие же античные источники уцелели в вихре той бурной, неустойчивой и переходной эпохи, когда свирепствовал, по словам папы Григория Великого, «бич варварского опустошения»? Основу для арифметики дали Пифагор и Никомах (через Боэция), для геометрии (которая охватила и некоторые сведения по космографии) — Евклид, для астрономии — Птоломей, для музыки — Гауденций и Августин. Тривий базировался в течение многих столетий: 1) на грамматике Присциана или особенно Доната (последняя стала наиболее известным и употребляемым средневековым учебником[6]), 2) на риторике Квинтилиана и 3) для диалектики или логики—на «Органоне» Аристотеля в передаче Боэция. По этим до некоторой степени случайным пособиям молодые клирики постигали чтение по-латыни, искусство речи и умение правильно владеть мыслью и грамотно, логично выражать её.

Программа знаний была очень скудна, но она таила в себе и готовила дальнейшее диалектическое развитие науки.

На первых же порах, когда начала крепнуть и усиливать своё влияни

будущая мощная организация западноевропейского мира — средневековая католическая церковь, — она применила эту несложную систему обучения в своих школах, выраставших в монастырях и в епископских городах при соборах. Старый цикл дисциплин получил новый смысл и новое назначение. Прежде всего он стал необходимой ступенью для грамотного чтения, уразумения и толкования священного писания, как основы и вершины знания. Составленные по Донату или по Присциану средневековые грамматики часто носили понятное в этом смысле название «Scripturarum clavis»—«Ключ (к пониманию) священного писания».

Ранняя средневековая школа готовила, таким образом, людей, разбирающихся в нередко тёмном тексте библии, и строила их знания на свободных искусствах. [7] Путём прохождения преимущественно тривия и главнейшей его части — грамматики — воспитанники церкви становились в известной мере образованными и пополняли ряды церковной иерархии и должностных лиц в государстве.

Карл Великий (ум. в 814 г.) требовал учреждения школы при каждом монастыре и при каждой епископии в связи с острой необходимостью иметь грамотных людей для управления территориями, составившими его обширную империю. В основу каролингских школ, поднятых реформой Карла на бо́льшую, чем раньше, высоту в смысле дисциплины и организации преподавания, лёг даже специально выработанный метцским епископом Хродегангом устав.[7] Ближайшим помощником Карла в делах просвещения был учёнейший человек своего времени Алкуин (ум. в 804 г.). При нём блистала школа в Туре, от которой отпочковался ряд других крупных школ как во Франции, так и в Германии. Среди них можно назвать школы Феррьера, Лана, Льежа, Фульды, Падерборна, Гильдесгейма и др. «Учительство (doctrina) Алкуина было настолько плодотворно, что современные галлы приравнялись к античным римлянам и афинянам», так (в IX в.) определил результаты деятельности Алкуина сангалленский монах Ноткер. [8] Англосакс по происхождению, питомец знаменитой школы в Иорке, Алкуин широко развернул дело просвещения на континенте. Явление это было не единичным. В IX в. и в последующие века Франция, Германия, Италия и даже глухие альпийские области испытывали на себе культурное влияние странников с островов — ирландских и англосаксонских монахов. [9] Это время было блестящей порой в истории страны иров или скотов (scotus значит для того периода именно ирландец), острова, лежащего на краю Европы и не затрагиваемого никакими военными бурями. Про Ирландию историк англов Беда Почтенный (ум. в 731 г.) с присущей ему образностью сказал, что этот остров похож на «корабль, никогда не приводимый в смятение, хотя и стоящий под ударами волн». [10] Таким образом, уже в очень раннем средневековье север Европы (Ирландия, а за ней и Британия) стал замечателен своими школьными центрами. Под культурным руководством ирландцев расцвели английские школы в Иорке, Уэрмауте (где учился Беда), Линдисфарне и Кентербери ещё в VII в. С ними могли равняться только школы северо-итальянские — в Милане, Парме, Лукке, Вероне. Но не в этих последних, несмотря на живую античную традицию в Италии, нужно искать корней европейских заальпийских университетов. Они кроются в Галлии, протянувшись сюда из Ирландии и Британии.

Школы до-университетской Европы были либо монастырские, либо кафедральные или епископские, т. е. такие, которые развивались в городах при капитулах соборов. Первые, как было указано, образовали крупные очаги ранней средневековой образованности, но начало университетам дали только вторые.

С оживлением городской жизни стали более многолюдными и городские кафедральные школы. Учёный мир ряда французских городов странствовал

из одной школы в другую, объединяя их в одном общем течении. Так, в XII в. полной жизнью жили школы в Метце, Туре, Орлеане, Суассоне, Шартрё, Реймсе и особенно в Париже, где выдвинулась школа при соборе Богоматери, первенствуя над монастырскими школами Св. Женевьевы и Св. Германа в Лугах. Она-то, эта школа Парижского капитула, на острове около собора, и явилась родоначальницей крупнейшего средневекового университета, который, в свою очередь, стал образцом для ряда других, несколько позднее возникших своих собратий.

К XII в. изучение «семи свободных искусств» хотя и осталось в силе, однако претерпело некоторые изменения. Если в предыдущие века главной наукой из состава тривия была грамматика, то теперь она утеряла своё господствующее значение. Существенным представлялся не ключ к пониманию священного писания, а ступень к уразумению «философии». Этой ступенью служила диалектика, являвшаяся формальной основой «философии», и потому особое внимание стали уделять «Органону» Аристотеля (в переводе и обработке Боэция). Термин «философия» в средневековом употреблении означал совокупность наук о мире — естествознание, [11] что составляло базу для проникновения в высшую область премудрости — богословие.

От логических сочинений Аристотеля обращались к другим известным тогда его сочинениям, как трактаты «О душе», «О животных», «Метеорология», от которых переходили к естественно-научным произведениям арабов — математическим, астрономическим, оптическим — в латинских переводах. В школах Шартрского капитула особенно возрос интерес к изучению арабов и, следовательно, «философии». Таким образом, вспомогательное обучение диалектике привело к знакомству с трудами Аристотеля и расширило горизонты средневековой «философии» в XII в. В XIII в. это послужило основой для создания уже целой системы знаний и методов обращения с ними, известных под общим наименованием схоластики. Она образовалась и приняла отчётливые формы вместе с возникновением университетов.

В XII в., когда развилась схоластика и наметилось зарождение университетов, знание несомненно углубилось, и этим оно в известной степени обновилось, но отнюдь не перешло за пределы давно установленных, глубоко привычных рамок. Традиционная иерархия наук надолго сохранилась в неподвижности, изменяясь только в диапазоне содержания, которое постепенно увеличивалось и разрабатывалось. Диалектика перерастала в изучение Аристотеля. Первоначальная экзегеза библии переродилась в сложнейшие богословские рассуждения различных направлений: чисто догматического и спекулятивного, воинственно полемического или мистического и, наконец, практического. Расширение пошло в сторону медицины, выраставшей из того же Аристотеля, и в сторону права, гражданского (традиция его не потухла в Италии), а за ним канонического, как наиболее твёрдого и конкретного фундамента огромного здания наук божественных — теологии.

Прекрасное аллегорическое изображение дисциплин средневековой школы со всей характерной для них нерушимой последовательностью дано на фреске Симона Мемми (XIV в.) на стене испанской часовни в церкви Santa Maria Novella во Флоренции. Женские фигуры, олицетворяющие четырнадцать дисциплин, расположены в ряд сидящими на тронах. На ступени, служащей общим подножием наукам, помещены мужские фигуры главных их представителей. В верхней части фрески даны образы семи добродетелей, направляющих духовную жизнь, и основной выразитель католической догмы — Фома Аквинский. Следует рассматривать дисциплины как бы сходящимися от краев к центру, который занимает Фома, — столп католицизма и учитель теологии, главнейшей среди схоластических наук. Справа от зрителя расположены науки светские, искусства, которые подводят студента к пониманию наук божественных, изображённых слева.

Итак, рассматривая правую сторону, видим: 1) грамматику, у ног которой сидит Донат (или Присциан), 2) риторику с Цицероном, 3) логику или диалектику с Аристотелем, 4) музыку с мифическим отцом ритма — кузнецом Тубалканном), 5) астрономию с Птоломеем, 6) геометрию с Евклидом, 7) арифметику с Пифагором. Левая сторона заключает: 1) гражданское право с императором Юстинианом, 2) каноническое право с папой Климентом V, 3) богословие практическое с Петром Ломбардским, 4) богословие спекулятивное с Боэцием, 5) богословие догматическое с Дионисием Ареопагитом, 6) богословие мистическое с Иоанном Златоустом, 7) богословие полемическое с Августином.

К концу XII в. все эти науки составляли программу любой из процветавших школ. Везде были студенты «артисты», т. е. изучавшие artes, искусства — подготовительную стадию к философии, но далеко не одинаково было обставлено преподавание в отношении лекторов. Парижская кафедральная школа славилась знаменитыми именами своих профессоров. В XII в. в Париже, после привлекавших толпы слушателей выступлений известного богослова и оратора Гильома де-Шампо, противника Абеляра в столь значительном для своего времени споре о реальности общих понятий или универсалий, читали курсы многие островные учёные. Среди них были англичане — Николай Брекспир, в дальнейшем папа Адриан IV, Стефан Лангтон, ставший впоследствии архиепископом кентерберийским, и известный энциклопедист Александр Неккам. Школа собора Парижской Богоматери затмила остальные школы в Париже, и монастырские и светские, на левом берегу Сены и выдвинулась как центр изучения теологии. «На этом острове воздвигли себе постоянное обиталище сёстры, именуемые свободными искусствами. Здесь звучит труба высшего красноречия на чтениях законов (гражданское право) и декретов (каноническое право). Здесь бьёт изобильный родник спасительного учения. Он даёт начало трём прозрачнейшим ручьям, орошающим луга умов, разделяя разумение священного писания на историческое, аллегорическое и моральное», — таково свидетельство студента конца XII в. по имени Ги де-Базош, восхваляющего учёный остров на Сене. [12]

К исходу XII в., таким образом, вполне определились объекты преподавания и функции парижской школы. Последние выражались в том, что объединённый школой коллектив учащихся и учащих должен был, в зависимости от положения, либо учить (docere), либо учиться (discere); третьим видом школьной деятельности были диспуты (disputare), возникшие из старого метода сличений (collationes) и столь развившиеся в общественный способ публично защищать или опровергать научные темы. Школе оставалось получить самостоятельную узаконенную организацию. Сначала в папской булле 1174 г. корпорация студентов и учителей была признана подлежащей исключительно церковной юрисдикции, т. е. освободилась от подчинения королевскому суду; затем то же было подтверждено королевской привилегией 1200 г. С этого момента историками принято считать начало Парижского университета, а преемственно и начало большинства средневековых университетов, часто так или иначе связанных с Парижем или устроенных по его подобию.

Слово «университет» (universitas) не сразу стало означать то, что оно значит в наши дни. Первоначально им называли всякое объединение, всякое собрание лиц, некоторую коллегию; поэтому про определённый коллектив магистров и студентов говорили: «universitas magistrorum et scholarium». [13] Место же, где читаются лекции, и сама совокупность читаемых курсов называлась studium generale, причём вторым словом обозначалось не то, что в школе представлены все отрасли знания, а что к знаниям допускаются студенты всех национальностей. Когда уточнилась структура университетов во вне-итальянской Европе, [14] то определились факультеты (facultates), т. е. группы магистров и студентов, занимающихся однородными дисциплинами.

Так появились четыре основных факультета: искусств, права, медицины, теологии.

Для studium generale как высшего учебного заведения являлось обычным и обязательным: 1) чтобы в нём обучались студенты любых национальностей, 2) чтобы преподавались, помимо искусств, которые давали лишь общую подготовку, и высшие дисциплины (медицина, право, теология), 3) чтобы преподавание велось не одним учителем, а коллективом магистров.

Кроме этих необходимых черт, университет должен был обладать: 1) правом предоставления licentiae docendi, т. е. разрешения читать лекции во всех (или почти во всех, так как иногда исключались старейшие) университетах, 2) учредительной грамотой от папы или от императора (или короля). В связи с тем, что средневековые университеты, подобно предшествовавшим им епископским школам, зависели от церковных организаций, особенно важна была соответственная папская булла, либо учреждающая статуты университета, либо подтверждающая императорскую или королевскую грамоту.

Получив права по буллам 1174 и 1208 гг., имея королевскую привилегию 1200 г., Парижский университет вступил на широкую дорогу оживлённой деятельности. Сильная организация, свободная от подчинения окружающим светским властям, вскоре стала обходить и епископа — естественного и ближайшего судью и руководителя в важных вопросах. Минуя его, университет стремился сноситься непосредственно с папой. Эти прямые связи с Римом создали для Парижского университета условия автономии. Из Парижского университета он становится общеевропейским. В 1215 г. папский легат, кардинал Роберт де-Курсон передал Парижскому университету первый официальный устав. Урегулировано получение licentiae docendi, которую выдаёт глава университета, его канцлер, по присуждению магистров соответствующего факультета. Урегулировано обучение студента, который обязан заниматься у определённого магистра, а не переходить от одного к другому. Определён срок обучения: например, лиценциат «артист» должен иметь не менее двадцати одного года от роду и проучиться шесть лет, проходя преимущественно дисциплины тривия; лиценциат теолог не мог быть моложе тридцати лет и обязан был пробыть восемь лет на факультете искусств, обучаясь философии, и пять лет на факультете богословия.

С 20-х годов XIII в. в Парижском университете были образованы семь отдельных групп, или компаний. На факультете искусств, наиболее многолюдном, студенты собирались по «нациям» (отдалённо напоминающим землячества). Их было четыре: французская (из средней Франции, главным образом из Иль-де-Франса, т. е. из окружающей Париж области), нормандская (из Нормандии), пикардийская (из северовосточной Франции) и английская (объединявшая с англичанами вообще северян). Три остальные группы представляли собой три факультета — права, медицины и теологии.

Источники пестрят известиями о частых столкновениях парижских студентов, а иногда и целых «наций» с представителями городской полицейской власти (превотом и его помощниками). Конфликты принимали нередко острый характер и превращались в уличную войну. Такое событие разыгралось, например, в 1229 г., после чего в виде протеста магистры и школяры покинули Париж и рассеялись по университетам Тулузы, Анжера, Орлеана, а частью даже переправились в Англию, куда призывал их английский король Генрих III. Папа Григорий IX строго укорял епископа за этот уход университета из Парижа. Рим неусыпно следил за тем, что делалось в парижском studium generale, так как он был главным рассадником как богословской образованности, так и схоластически разработанной догмы, т. е. допускаемого католической церковью мировоззрения. А в области создания последнего возникали неоднократно беспокойные для Рима моменты. Кафедры Париж-

ского ,университета не всегда были местом, откуда в студенческую толпу неслись ортодоксальные речи. Внимание к ряду сочинений Аристотеля, которые были пущены в университетское обращение благодаря переводам их с арабского языка, вызвало нежелательное для церкви их восприятие в духе своеобразного пантеизма. «Новый» Аристотель в виде книг по «philosophia naturalis» (философии природы, природоведению) был осуждён, чтение и разбор «Физики», «Метафизики» и других книг было запрещено декретом 1210 г. Когда Парижский университет вышел в 1229 г. из Парижа, то его членов охотно принимали другие университеты, где нехватало лекторов. В Тулузе даже была объявлена «свобода преподавания» (libertas scholastica); тем, кто хотел «проникнуть в самое нутро вещей и исследовать недра природы», разрешалось слушать «книги о природе» (libros naturales audire).[15] В 1231 г. конфликт разрешился, и Парижский университет получил, среди многих других, право расширить программу по философии, так как было снято запрещение с вышеупомянутых книг «нового» Аристотеля.[16] Булла папы Григория IX, легализировавшая распространение новоаристотелизма, на основе которого создалась в окончательных формах схоластика, дала широкие полномочия Парижскому университету в виде новых статутов. Особенно важным было право магистров свободно выбирать читаемые курсы и право «выхода» (secessio) всего коллектива университета, т. е. право решительного протеста.

Последнее право, составлявшее один из важнейших пунктов средневековой университетской автономии, не было особенностью исключительно статутов Парижского университета. Оно в значительной мере способствовало учреждению обоих основных университетов в Англии: Оксфордского и Кэмбриджского.

Знаменитые англосаксонские школы VIII—IX вв. в Иорке, Кентербери и других городах прекратили свою блестящую культурную деятельность до появления университетов и не стали их непосредственной основой. Оксфорд, принадлежавший к Линкольнскому епископству, не имел собора, и его доуниверситетские школы сложились при городских монастырях — Озенейском аббатстве и монастыре Св. Фрайдесвайды. Здесь университет вырос, вопреки большинству примеров, не из епископской, а из монастырской школы. В XII в. оксфордские школы имеют тесные связи с Парижем. Когда в 1167 г. из Парижа были изгнаны студенты-иностранцы, множество англичан приехало продолжать учиться в Оксфорд.[17] Современный поэт шутливо заметил, что «англичанин и француз одинаково и далеки и близки друг от друга, — в Париже сейчас же будут знать, что ты собираешься делать в Оксфорде».[18] В школах Оксфорда было достаточно студентов, чтобы обеспечить регулярное чтение курсов по искусствам, праву и теологии. Среди профессоров были известны — Роберт Пулл, читавший одно время в Париже, Адалард Батский и Даниил Морлей, изучавшие арабскую науку в Испании, болонский легист Вакарий, ученик знаменитого Ирнерия. Почва в оксфордских школах в XIII в. была вполне подготовлена для учреждения университета. В начале XIII в. настоящий studium generale уже действовал в Оксфорде, полном магистров и школяров. Не было только официального признания от папы и соответствующих этому прав. Они были получены в результате неоднократно возникавших конфликтов между студентами и магистрами, с одной стороны, и городской властью и горожанами с другой, т. е. благодаря событиям, сходным с событиями в ранней истории Парижского университета. Для Оксфорда (а также и для Кэмбриджа) знаменательны 1208 — 1209 гг., когда в уличных стычках оксфордцы убили двух студентов. Это происшествие повлекло за собой значительную миграцию магистров и школяров в некоторые мелкие английские школы, но особенно в Кэмбридж. Сразу же после этого «выхода» студентов папский легат утвердил за Оксфордской школой привилегию, на основе которой она должна была подчиняться юрисдикции линкольнского

епископа и выйти из подчинения городским властям и городскому суду. В 1214 г. занятия возобновились. Главой школы стал зависимый только от церкви канцлер, студенты получили право «выхода». Так с 1209 г. оформилась автономия оксфордской школы, и возник один из двух основных и старейших университетов в Англии. Расцвет его деятельности относится уже к ближайшим десятилетиям. Он пополнился значительным количеством студентов в период 1229—1231 гг., когда толпы учащейся молодежи хлынули из Парижа, рассеялись по французским университетам или переправились в Англию, осуществляя право «сецессии». Так Оксфордский университет продолжал сохранять тесные узы с Парижем. К этому же периоду относится получение ряда грамот от короля Генриха III и возрастающая поддержка из Рима, что окончательно укрепило внутреннюю независимость университета как учреждения, подчинённого лишь интернациональной и могущественной организации, какой была средневековая католическая церковь.

Год рождения Оксфордского университета был одновременно и годом образования университета в Кэмбридже. Известный летописец XIII в. Матвей Парижский записал следующее свидетельство, которое является первым для истории университета, столь связанного с личностью и работами Ньютона: (в 1209 г. из Оксфорда) «вышел полный состав (universitas) клириков, как магистров, так и студентов, числом до трёх тысяч; некоторые из них принялись за учение в Кэмбридже, другие в Ридинге или в Меденстене, так что Оксфорд совсем опустел». [19] Эмигрировавшие студенты осели в Кэмбридже и тем самым в 1209 г. как бы основали университет, примкнув к имевшимся в городе весьма скромным школам. Таким образом, Кэмбриджский университет являлся филиалом Оксфордской школы и через неё был связан с Парижем.

Недостаточно крепкая королевская власть, опасаясь оппозиции, не склонна была допускать в небольшом государстве появления других университетов, кроме двух основных в Оксфорде и Кэмбридже. Из них первый пользовался европейской известностью, уступая только Болонскому и Парижскому, второй же, вплоть до времён Ньютона, оставался всегда в тени. История обоих протекала параллельно, но ведущая роль принадлежала Оксфорду. Действительно сведения о судьбах Кэмбриджского университета очень бедны и отрывочны. Старый его историк Муллинджер, книга которого заключает свыше 600 страниц, наполняет их историей Парижского и других европейских университетов, чтобы таким близким, но всё же побочным материалом осветить Кэмбридж. [20] Не больше дают и новые исследования и общие труды по вопросу о европейских университетах. [21]

С самого начала своего существования, т. е. в течение XIII в., Оксфордский университет выступает как активный центр умственной жизни. Три знаменитых имени делают сразу и самый университет знаменитым. Это — Эдмунд Рич из Абингдона, впоследствии примат английской церкви, первый учитель новой логики, первый распространитель книг «нового» Аристотеля, затем Роберт Гросстет — первый канцлер молодого университета, впоследствии епископ линкольнский, и широко известный в своё и наше время Роджер Бэкон.

Роберт Гросстет (ум. в 1253 г.) — «один из самых свободных умов в средние века» (по словам Рашдалла) и энциклопедист по знаниям, как и подобало всякому крупному средневековому учёному. Его интересы определённо направлялись не к сложным областям теологии, а к слабо развитым в его время наукам. Он занимался математикой, физикой, вообще «философией»; он писал о строении вселенной, удаляясь от шаблонных средневековых церковных схем, он наблюдал движение планет и комет, он вникал в теорию цветов, затрагивал вопросы о свете, о радуге, о приливах и отливах, о перспективе. Он был сторонником взгляда на математику как на лучшее средство объяснения

явлений природы. В нём уже почти нет слепого преклонения перед Аристотелем, но он как францисканец склонен к неоплатонизму.

За замечательной фигурой Роберта Гросстета ещё ярче выступает фигура его ученика и едва ли не крупнейшего учёного всего средневековья, оксфордского профессора, францисканца Роджера Бэкона (1214—1292). Он никогда не был законченным теологом, имея только учёную степень магистра искусств, полученную им в Парижском университете. Это был необычайно смелый в своих взглядах и выводах человек. Математик и физик, враг схоластики (уже в XIII в.!) и упорный экспериментатор, практик и неустанный борец за свои идеи — против словесной логики, против аргументации впустую (in vacuo), против необоснованности (без всякой основы в *опыте*) современных ему методов науки, против слепого подчинения авторитетам. В деле изучения «философии» он выдвигал математику, считая её дверью и ключом ко всему естествознанию, [22] и всячески подчёркивал существенную, если не решающую роль опыта. Это Роджер Бэкон предположил возможность достичь Индии, двигаясь на запад; это он — ученик Гросстета, интересовавшегося оптикой, — в XIII в. говорил о принципе микроскопа и телескопа; это он предлагал коренную реформу календаря, осуществлённую только через несколько веков!

Такими яркими фигурами, глубоко поучительными для истории науки, для исследования процесса её развития, был украшен Оксфордский университет в первое столетие своего многовекового исторического пути. Величавые, архаические в глазах современного учёного образы этих представителей средневекового знания, борцов за него и новаторов не связываются непосредственно с Кэмбриджским университетом. Но как Роберт Гросстет, так и Роджер Бэкон несомненно духовные предки Ньютона, тем более что они были его соотечественниками. Кэмбриджский университет ни в XIII в., ни позднее не мог равняться по Оксфорду, превосходившему в отношении свободы и свежести мысли даже учёный, многолюдный и оживленный Парижский университет. «Оксфордский университет — соперник Парижского» (Oxonialis universitas aemula Parisiensis), восклицал Матвей Парижский, подметив значительный рост Оксфорда. В Париже более всего внимания и сил уделяли курсам по теологии. Параллельно с Парижем углубляет и расширяет этот факультет и Оксфордский университет. В Оксфорде, так же как и в Париже, старательно преподаются искусства как необходимая ступень к высшим богословским знаниям. По статуту 1252 г. не разрешалось получать лицензию по теологии, не имея лицензии по искусствам. Постепенно Оксфорд становился оплотом схоластики и центром по подготовке учёных богословов, тогда как в Кэмбридже, несмотря на его менее заметное положение, намечалось предпочтение к математике и вообще к наукам о природе.

В отношении официального признания Кэмбридж также отстал от Оксфорда. Он получил привилегии, необходимые средневековому университету, лишь в 1318 г. С этих пор его канцлер мог давать licentiam ubique docendi, а папское покровительство гарантировало автономию. Но и в этом случае Оксфорд оказался впереди: к концу XIII в. он уже был свободен от юрисдикции линкольнского епископа, получив преимущество непосредственной зависимости от папского престола. Кэмбриджский же университет продолжал подчиняться епископскому суду.

Сильные своей автономией средневековые университеты были очень крепкими и оригинальными корпорациями. Несмотря на то, что они были интернациональны (иногда университет объединял в студенчестве людей свыше десятка национальностей) и «нации» были вполне свободными конфратриями, подчинявшимися только своим прокураторам и ректорам, университеты не теряли своего единства и неоднократно выступали с определёнными политическими установками. В начале средневековой studium generale есть органическое соединение наций, по которым распределялись студенты, и факуль-

тетов, по которым распределялись магистры. Позднее нации всё больше и больше сливаются с факультетами, которые к концу XIII в. получают право издавать постановления, касающиеся всего университета. Жизнь его, таким образом, активнее всего проявляется в деятельности факультетов. С начала второй половины XIII в., при сохранении термина «studium generale» становится употребительным термин «universitas» в нашем значении слова. Глава университета, канцлер, избирается всеми магистрами. Ими же вырабатываются статьи устава, только утверждаемые в Риме.

В преподавание папа не вмешивался вовсе, кроме тех случаев, когда с кафедр начинали раздаваться еретические с точки зрения римской курии речи. Читались либо «ординарные» лекции, т. е. общие основные курсы, либо «экстраординарные», «курсорные», т. е. специальные курсы. Учебный год длился от праздника Св. Дионисия (9 октября)[23] до праздника Св. Петра и Павла (29 июня). Июль, август и сентябрь отходили под каникулы. Диспуты были собственно своеобразным методическим приёмом, применявшимся ради выработки речи у студента, искусства находчиво и умно спорить, уменья пользоваться знаниями. Такие учебные диспуты в присутствии магистра устраивались один раз в неделю; учёные диспуты происходили по мере надобности. Учёные степени составляли следующий ряд: баккалавр, лиценциат, магистр (высшая степень) той или иной специальности (искусств, права, медицины, богословия). Магистры, занимавшие кафедры, назывались regentes (управляющие кафедрой), другие были non regentes. Доходы магистров не были строго урегулированы. Большинство жило на средства, получаемые от церковных бенефиций. Другие были монахами и обслуживались своими монастырями. Третьи, наконец, получали вознаграждение от студентов и в силу этого нередко рекламировали себя, так как в большинстве случаев это были жалкие бедняки. Сохранились сведения об оплате лекций в Оксфорде (в XIII в.). За годовой курс логики получали 12 динариев (французские денье), за курс натуральной философии 18 динариев, за курс канонического права 40 динариев. Первоначально университеты не располагали денежными средствами, так как не имели ни оплачиваемого персонала, ни своих зданий, потому что лекции читались в церквах, в рефекториях монастырей, в клаустрах соборов. Иногда собирались суммы для выдачи ссуд беднейшим студентам, но не для нужд университета как учреждения. Только в XIV в. университеты получили в некоторых случаях право сбора какого-нибудь косвенного налога (например, на вино). Тогда же начали нанимать специальные помещения для аудиторий.

Характерную особенность средневековых университетов составляли так называемые колледжи (от collegium). Это — общежития для бедных студентов, возникавшие то как благотворительные учреждения, вроде странноприимных домов или больниц, то как церковные или монастырские дома для учащихся клириков, то как учреждения, специально основанные на частные средства. Первым в мире студенческим колледжем был так называемый «collège des Dix-Huit» (коллегия восемнадцати), основанный в 1180 г. капитулом собора Богоматери в Париже. Там же в 1257 г. возник один из знаменитых университетских колледжей — Сорбонна, учреждённый на средства магистра богословия Роберта Сорбонского, оставившего по завещанию значительную сумму денег. За этим пожертвованием последовали и другие щедрые приношения от ряда лиц. В начале Сорбонна была обычным колледжем, т. е. общежитием университетских студентов. С конца XIV в. она обратилась в место работы всего богословского факультета, который стали определять её именем. А с начала XIX в. Сорбонной начали называть совокупность факультетов, т. е. под её именем стали разуметь Парижский университет.

Колледжи были во всех средневековых университетах, но все они прекратили своё существование, сметённые французской революцией или заглох-

шие из-за отсутствия студентов. Единственной страной, где колледжи и до нынешнего времени сохранили значение очагов университетской жизни, была Англия. Более того, английские университеты и в Оксфорде и в Кэмбридже децентрализовались, разложились на колледжи и перестали существовать вне их. По выражению одного из исследователей истории университетов (d'Irsay) «колледжи в Англии вобрали в себя университет, а колледжи на континенте потонули в университете».

Первым колледжем в Оксфорде был Баллиол, основанный по завещанию вдовы сэра Джона Баллиола в 1260 г. по парижскому типу, т. е. в виде благотворительного учреждения для неимущих студентов. Второй колледж в Оксфорде, наиболее типичный для английского университета, основанный в 1263 г., назывался по имени учредителя Мертоном. Вальтер Мертон, канцлер королевства, предоставил деньги на содержание двадцати бедных студентов и двух или трёх священников при них. Особенностью, не встречающейся во Франции, было то, что колледжу передавались земельные владения для извлечения из них дохода; кроме того, было обусловлено, что обитателями колледжа могут быть либо лица из числа родственников семьи основателя, либо уроженцы Винчестерского епископства. Управлял делами колледжа избираемый студентами руководитель (warden), причём правила общежития были близки к монастырским.

В дальнейшем, на протяжении нескольких веков, в Оксфорде возникло много колледжей, среди которых — колледж Магдалины (1448), в котором читал лекции Эразм Роттердамский и который был вообще гуманистическим центром университета.

Первым колледжем в Кэмбридже был колледж св. Петра, Peterhouse, основанный епископом города Эли в 1284 г. по типу Мертон колледжа в Оксфорде. Затем стали появляться другие колледжи, пока к XVI в. число их не выросло до полутора десятка. В 1546 г. на средства Генриха VIII был основан Тринити колледж, в котором учился и был профессором Ньютон.

Факультет искусств, который первоначально имел значение лишь общеобразовательное и подготовительное к дальнейшему прохождению наук и потому являлся как бы младшим и менее важным, чем остальные факультеты (богословия, медицины и права), оказался наиболее гибким и податливым к серьёзным изменениям. Именно через него совершилось вступление естественных наук в университетскую программу. Он стал факультетом «философии», так как именно в лоне элементарных и давно окостенелых artes liberales зародилось то новое, что сообщило движение к наукам последующих времён. Это новое покоилось в своём начале на главнейшем авторитете средневековых людей — на Аристотеле.

Исходившая из его логических сочинений диалектика расширилась прибавлением к ней физики в её изначальных робких очертаниях, после того как были пущены в научный оборот до той поры не известные или мало известные сочинения Аристотеля, кроме «Органона» («Физика», «Метафизика», «О душе», «Этика»). Переводы с арабского языка, на котором собственно и проник главным образом «новый» Аристотель в Европу, стали сильно интересовать университетский мир. Среди грамот из хартулярия Парижского университета есть одна, сообщающая, что сицилийский король Манфред прислал университету перевод одного из произведений Аристотеля, сделанный при его дворе.[24]

На ряду с обогащением содержания диалектики, оттеняя её ведущее положение, уменьшились в своём значении остальные части тривия. Грамматика была изолирована как элементарный предмет для начинающих, а риторика превратилась в практические занятия по выработке стиля. Квадривий про-

должал изучаться полностью, так как заключал в своём составе определённые науки, необходимые для «философии».

Несмотря на неоднократные запрещения пропаганды новых книг о природе (libri naturales), Рим должен был помириться с их широким распространением и живейшим к ним интересом. Не имея возможности подавить его, римская курия повернула дело так, что поставила «нового» Аристотеля на службу церкви, положив его в основу контролируемой ею системы схоластической философии.

Создателями этой сложной, громоздкой, но по-своему очень стройной системы стали верные слуги папского престола, образованные проповедники — монахи доминиканского ордена. Из их среды вышел замечательный средневековый учёный, завершитель и признанный систематизатор перипатетизма — Альберт Великий, известный не только богословскими, но и «философскими» сочинениями. Его учеником был знаменитый Фома Аквинский, сочетавший новую философию с католической догмой и формулировавший в едином синтезе своей «Суммы» средневековую христианскую философию.

В связи с утверждением схоластического аристотелизма в университетах господствующее положение укрепилось за «философией», и разнородный по предметам младший факультет искусств приобрёл однородное и способное к развитию содержание. На этом прогрессивном явлении в жизни средневековых университетов закончился XIII в., век наиболее интенсивного их роста и формирования.

В XIV в., при растущей централизации государств и укрепляющейся королевской власти, университеты, всё ещё сохраняя автономию церковных учреждений, чего уже не останется в XV в., начинают принимать более активное участие в жизни своих стран. Так Оксфорд, потерявший значение из-за выраженной им длительной склонности к идеям Виклефа, лишается благосклонности короля и отступает перед своим младшим братом — Кэмбриджским университетом, который становится оплотом консервативного дворянства и престола. Помимо науки и философско-богословских проблем, в университетах загорается интерес к политическим и социальным вопросам, дебатируются идеи Марсилия Падуанского (ум. в 1343 г.), назревает критика церкви. Рост национального государства лишает университеты их раннего интернационального характера. Парижский университет из общеевропейского становится университетом французским, не дорожит, как прежде, связью с Римом и готов поддержать антипапу, как это было в период «великого раскола», если это сходится с политикой французского короля. Оксфордский и Кэмбриджский университеты также становятся прежде всего английскими учреждениями и как таковые выступают в лице своих представителей, например на Констанцском соборе (1414—1415), или являются то католическими (при королеве Марии), то англиканскими (при Елизавете).

Располагая значительными средствами, университеты стремятся укрепить за собой славу учёных центров страны: расширяются аудитории во вновь приобретаемых или отстраиваемых домах, основываются и собираются большие библиотеки. В XVI в. в Кэмбриджском университете была создана весьма ценная библиотека, а знаменитая Bodleiana—библиотека Оксфордского университета (названная по имени основателя, Томаса Бодлея, 1598 г.)—стала одним из богатейших европейских книгохранилищ. В то же время, в 20-х годах XVI в., около университетов зародились первые университетские типографии, которые, однако, долго не могли развить свою деятельность из-за конфессиональных мероприятий при Генрихе VIII. Когда же к концу столетия возможности работы печатников возросли, то английские университетские типографии стали родоначальниками знакомых всему культурному миру Cambridge и Oxford University Press.

Однако, несмотря на определяющуюся политическую деятельность, на боль-

шую сосредоточенность на интересах своего народа, университеты не углубляют своего значения как интеллектуальные очаги. Схоластика ещё в силе, но она устаревает и окостеневает в сухих рационалистических и частично уже пустых формах, хотя ещё долго удерживаются за ней господствующие позиции именно в университетах.

Известно место из трактата «De vera sapientia», в котором Петрарка, оставив свойственную ему величавость стиля, с издевательской ноткой набросал картину возведения схоласта в магистерскую степень: «Юнец всходит на кафедру, бессвязно бормоча неведомо что. Тут все старшие, наперебой, превозносят похвальбами до небес его речь, как нечто божественное; колокола звонят, трубы трубят... лобзания запечатлеваются, а на макушку пришлёпывается круглый магистерский берет. После всего этого с кафедры нисходит мудрым тот, кто взошёл на неё глупцом». «Запомни,—говорит тот же автор в одном из своих писем,—моё предсказание (о схоластах, тратящих всю жизнь на «бессмысленные вопросики»): слава их всех падёт вместе с ними, и хватит одной и той же могилы как для их имени, так и для костей» (omnium enim cum ipsis fama corruet, unum sepulchrum nomini ossibusque sufficiet. Epist. ad familiar. I). Вот суд над адептами поздней, изжившей себя схоластики из уст одного из влиятельнейших представителей культуры XIV в.

Когда же начинается победное проникновение гуманизма во все области материальной и духовной культуры, то всё же продолжают жить те образы, под впечатлением которых Джордано Бруно характерным для него отрывистым языком возмущённо говорил об Оксфорде, где он был в 1582 г.: «Вот плоды Англии, их найдёте вы сколько угодно: всё эти доктора грамматики в наши дни! Здесь царит из них некое созвездие педантического, упрямейшего невежества и предвзятости в соединении с мужицкой неотёсанностью... Если не верите, отправляйтесь в Оксфорд!» [25]

Итак, с одной стороны, царила мёртвая схоластика, с другой—настоятельно стучался и властно вливался в двери английских университетов гуманизм. Английские гуманисты Томас Линакр, Вильям Гросин, Джон Колет, Вильям Тиндал в конце XV и в XVI в. украсили Оксфордский университет, который сумел в эти годы воспитать покровителя гуманизма, кардинала Вулсея, и одного из талантливейших английских философов—Томаса Мора. В Кэмбридже в течение более чем тридцати лет бессменным канцлером университета был Джон Фишер, друг и поклонник Эразма Роттердамского. Последний при вторичном посещении Англии (в конце XV в. он был в Оксфорде) прожил несколько лет в одном из колледжей Кэмбриджского университета, где он преподавал греческий язык и в созданной для него Фишером тихой и спокойной обстановке занимался критическим переводом книг Нового завета и сочинений Иеронима. В Кэмбридже Эразм получил обе учёные степени—баккалавра и доктора богословия—в 1505 г. Всё же, несмотря на заботы Фишера об университете, часть студентов из необеспеченных слоёв населения влачила довольно жалкое существование. «Что же взять с нагих? Я ведь не из числе нечестных людей... и родился я при неблагоприятном стоянии Меркурия» (в данном случае—в смысле бога наживы), писал Эразм в связи с трудностью получать вознаграждение от студентов за занятия.

Сильным и зловещим тормозом гуманистического развития университетов были события, связанные с разрывом между английской церковью и Римом. Достаточно сказать, что королевский акт о супрематии (1534 г.), косвенно стоивший жизни Томасу Мору, привёл на эшафот и мягкосердечного и ограниченного в круге своей общественной деятельности почтенного канцлера Кэмбриджского университета, Джона Фишера. Пагубно отразились на университетах преследования сначала католиков, затем англичан. Студенче-

ская масса поредела, профессура замкнулась в себе. И тем не менее, ни засилье схоластов—сухих грамматиков, врагов постижения тайн природы, ни бедность многих учащихся и учащих, ни вероисповедные гонения не умертвили до конца жажды знания и часто слабевшей пропаганды его.

В этой же связи приходится подчеркнуть, что во второй половине XVI в. в Кэмбриджском университете учился знаменитый физик, врач королевы Елизаветы, Вильям Гильберт (1540—1603), положивший впоследствии фундамент учения о магнетизме и электричестве. Он был достойным предшественником Ньютона по их общей alma mater.

Ещё одна весьма характерная черта: если в XIV и в XV вв. университеты сохраняли старый престиж очагов науки и все «философы» как по образованию, так и по профессии были связаны с университетами, то к XVI в. всё больше и больше начинает сказываться громоздкость их средневековой организации и особенно — тяжёлые путы схоластики. XVI в. был веком блеска для итальянских университетов, которые широко открыли двери гуманистам, подорвавшим и расшатавшим основы перипатетической системы. Хотя математика и астрономия ещё не сошли со старой птоломеевой базы, физические науки процветают: знаменитые работы Галилея идут не вне стен Пизанского и Падуанского университетов. Блестящи кафедры естествознания и в некоторых северных университетах, особенно в Лейдене. Но для университетов Оксфорда и Кэмбриджа XVI век не был веком процветания, наука в них почти заглохла, средневековая традиция оставалась ещё крепкой, и профессорская среда существовала вне научных течений эпохи; никакой реакции на потрясающие выводы работ Коперника в стенах английских университетов не было заметно. Их давний средневековый образец, а нередко и вдохновитель — Парижский университет—также приходит к XVII в. в полный упадок. Ко времени Ньютона уже вполне определяется следующее положение: прогресс наук, естественных и математических, перемещается за стены университетов, а университеты, особенно старые (к ним, как было показано, принадлежали и английские университеты), далёкие от принципа соединения исследовательской и педагогической деятельности, доживают, впредь до обновления, унылую жизнь в ещё не распавшихся оковах схоластики.

II

Студентом Кэмбриджского университета Ньютон стал 5 июня 1661 г. До этой даты жизнь его прошла в небольшом английском поместье в Линкольншире, откуда он, за исключением ближайшего городка Грэнтэма, никуда не выезжал. Родной дом — типичное мэнориальное строение с толстыми серыми каменными стенами и двускатной крышей, увитое плющом и окружённое садом с яблонями, общество матери и бабушки, дяди пастора и местных фермеров — вот та простая и, вероятно, мирная обстановка, в которой вырос будущий глава философов (princeps philosophorum). В политической жизни Англии за линкольнширский период жизни Ньютона происходили бурные события. Но коснулись ли они непосредственно тех людей, которые окружали Ньютона, из дошедших до нас сведений не видно. По рассказу мисс Сторей, подруги отроческих лет Ньютона, он сочинил стихи к портрету Карла I; в их торжественных и несколько тяжеловесных строфах поэт воспел три венца, выпавшие на долю казнённого короля: бренную земную корону, сладостный мученический венец и блистающий венец небесной славы. Повидимому, симпатии мальчика, несомненно отражавшие настроения окружающих, были роялистскими. Свидетельств о более сильных впечатлениях у Ньютона в этом возрасте от гражданской войны, казни короля, республики и протектората не сохранилось.

Первоначальное образование Ньютон получил в двух деревенских школах в соседних селениях Скиллингтон и Сток, а для дальнейшего обучения его отправили в город Грэнтэм, где он жил в семье аптекаря Кларка и посещал так называемую «королевскую» школу. Тюдоровское здание, в котором помещалась школа, стоит и доныне. В большом сараеобразном помещении класса, на одном из косяков глубокого окна, усеянном надписями, чётко вырезано имя «I. Newton», как предполагают, рукой Ньютона-школьника.

В этой школе Ньютон учился с 1654 по 1658 г.; затем учение прервалось, так как мать его, оставшаяся после смерти второго мужа вдовой с тремя детьми, взяла старшего сына, уже 15-летнего юношу, домой, чтобы он занялся хозяйством фермы и стал опорой семьи. Однако этот род деятельности не нашёл никакого отклика в склонностях молодого Ньютона. Его привлекали книги и изготовление всевозможных механических приборов. От этого периода его жизни сохранилась интересная записная книжка, недавно обнаруженная в библиотеке Пирпонта Моргана в Нью-Йорке. Текст её не издан, но в одном из юбилейных сборников, выпущенных к 200-летию со дня смерти Ньютона, опубликованы факсимиле некоторых страниц и дано общее описание. [26]

Записи, относящиеся, как определено их издателем, к 1659 г., напоминают перечисление тем в средневековых энциклопедиях, причём преимущественно английских, отличавшихся более практическим уклоном, чем энциклопедии континента. Для этих записей характерно упоминание не только о ремёслах, но и о сельском хозяйстве и домоводстве. [27] Нет никаких указаний на то, было ли это собственной систематизацией автора каких-то разнообразных сведений, или это был его конспект какого-либо прочитанного им руководства энциклопедического характера.

Убедившись, что не удастся обратить сына в фермера, мать Ньютона, под влиянием уговоров своего брата, пастора Джемса Эйскоу, а также по совету грэнтэмского школьного учителя Стокса вторично отправила Ньютона осенью 1660 г. в грэнтэмскую школу, на этот раз со специальной целью подготовки к поступлению в университет.

Через год после этого закончилось его школьное обучение и началась пора студенчества.

Как было уже сказано выше, Кэмбриджский университет к середине XVII в. не представлял собой ни в коей мере центра научной мысли. Более того, он был скорее средоточием давно отжившей схоластики и даже суеверия. В доказательство последнего приводится характерный и весьма правдоподобный рассказ, записанный Фуллером, который в то время был баккалавром одного из кэмбриджских колледжей, а впоследствии стал историком своего университета. В 1629 г. городские и университетские власти были встревожены загадочным феноменом: в брюхе крупной трески, на рынке, обнаружили книгу с богословскими трактатами. Университетские профессора сочли подобную находку зловещим предзнаменованием, а студенты, наоборот, распевали шутливую песенку о том, что если из каждой рыбы на рынке извлекать по книге, то Кэмбриджской библиотеке не трудно будет вскоре приравняться к знаменитой Bodleiana в Оксфорде.

Помимо таких довольно красноречивых рассказов, не свидетельствующих о процветании учёной жизни, в университете вообще царил упадок из-за отсутствия как материальных средств, так и морального авторитета. Это наступило в результате продолжавшейся в течение ряда лет напряжённой социальной борьбы и тяжёлого периода после роспуска резко оппозиционного Карлу I парламента в 1629 г. Университет обеднел и средствами и людьми. Студенты и профессора покидали его, отвлекаемые борьбой между роялистами и республиканцами, уничтожаемые вспышками чумы, гонимые бытовыми трудностями существования.

Но, несмотря на это положение, порой грозившее гибелью, университет выжил. Незадолго до прихода в него Ньютона он уже начал медленно возрождаться.

Молодой Ньютон едва ли бы мог сам выбрать колледж из числа тех шестнадцати, которые все вместе составляли знаменитый, старейший (вместе с Оксфордским) университет его страны. Но случилось так, что его дядя, пастор Эйскоу, окончил когда-то колледж св. Троицы (Trinity Colledge) и там же состоял старшим членом д-р Гэмфри Бебингтон, приходившийся родственником семье грэнтэмского аптекаря Кларка. Быть может, совет этих лиц, хранивших традиции своего колледжа, и решил выбор: Ньютон поступил в Тринити. Руководителем колледжа (его «магистром» или, в английской форме, «мастером») был тогда Генри Ферн, за которым вскоре (1662) последовал Джон Пирсон. В дальнейшем (1673) его сменил Исаак Барроу, будущий учитель Ньютона, умерший в 1677 г. При Пирсоне началось, а при Барроу продолжилось улучшение состояния колледжа, влачившего до тех пор довольно жалкое существование. Пришедшие в упадок финансы учреждения были приведены в порядок, здания отремонтированы, дисциплина восстановлена.

Хотя колледжи составляли в своей совокупности то, что именовалось университетом, тем не менее каждый из них пользовался полной автономностью. Все студенты, независимо от их способностей и дальнейших планов, считались graduates, т. е. подготовляющимися к учёной степени. Однако в общей их массе не было единообразия. Наоборот, различие по признаку происхождения и по материальному благосостоянию служило основой деления их на три группы. Привилегированными среди студентов были fellow-commoners — нечто вроде «действительных членов общины»; это были сыновья знати и дворянства; они вносили наиболее высокую плату за учение и имели, например, право обедать вместе с членами колледжа, включаясь, таким образом, в основное его ядро. Обыкновенными студентами были pensioners — пенсионеры, которые хотя и платили полную плату, но не имели никаких особых привилегий. Беднейшие составляли группу так называемых «сайзеров» (sizars); они платили меньше пенсионеров и должны были прислуживать членам колледжа — разносить письма, исполнять всевозможные поручения и т. п. Особое положение имели лучшие студенты, отличившиеся на экзаменах. После избрания профессорской комиссией они получали звание scholars («школяры», «действительные студенты», фактически — студенты старшего курса) и как бы в награду за успехи разрешение уменьшить плату за учение.

Все студенты распределялись между отдельными наставниками или «тьюторами» (tutors), которые были обязаны не только следить за их занятиями, но также осуществлять над ними отцовскую бдительность, так как считались стоящими «in loco parentis», как это следует из устава, утверждённого королевой Елизаветой в 1560 г. (он сохранял силу в Кэмбридже до 1844 г.).

Тринити колледж принадлежал к наиболее многолюдным в Кэмбриджском университете. При Ньютоне там было не менее ста студентов и около 60 членов (fellows) колледжа. Все они были интернами, хотя нередко случалось, что студентам и даже младшим членам нехватало отдельной комнаты, так что приходилось устраиваться по 2—4 человека вместе.

Молодёжь, как отмечают источники, должна была носить форменную четырехугольную с полями шляпу. Только на время республики она была заменена круглой шапкой без полей, сходной с той, какую носили пуритане. Студенчество ньютоновских времен не проводило своего досуга в занятиях спортом. Неотделимые от представления об английском студенте знаменитые состязания в гребле (boat-race) между Кэмбриджем и Оксфордом установились позднее. Ни тенниса, ни гольфа, ни футбола, ни крикета, как определённых спортивных игр, ещё не существовало. Студенты времени реставрации по многим сведениям вели весёлую, шумную, нередко пьяную и распущенную

жизнь. Недаром Ньютон-студент страдал от шума и попоек своих товарищей и охотно разделял комнату с молчаливым и незаметным Джоном Уикинсом, с которым уже по окончании университета прожил вместе много лет в стенах Тринити.

Повидимому, вследствие незначительных средств семьи Ньютон при поступлении в университет был зачислен в группу сайзаров (на первый месяц даже subsizar), т. е. занял самое скромное положение в студенческой среде. Первым его тьютором был Бенджамин Пуллейн, классик-эллинист, затем профессор той знаменитой кафедры, учреждённой Генрихом VIII, с которой читал лекции Эразм Роттердамский. На второй год пребывания в Тринити, в 1663 г., Ньютон поступил под наблюдение нового тьютора. Им был Исаак Барроу (1630—1677), талантливейший и весьма известный учёный, физик и математик, лингвист и блестящий оратор, а вместе с тем подлинный учитель и наставник своего замечательного питомца. Уже по одному краткому замечанию, высказанному Ньютоном в старости, что именно ему (Ньютону) пришлось более всех других сожалеть о смерти Барроу, видно, какое значение имел этот высокообразованный и даровитый руководитель для Ньютона-студента. Он первый разгадал и вполне оценил исключительные способности в молчаливом и даже нелюдимом юноше. Вильям Стакелей, знакомый и земляк Ньютона по Грэнтэму, сообщил, что «доктор Барроу имел самое высокое мнение о своём ученике; он часто говорил, что хотя он сам кое-что и смыслит в математике, тем не менее ему приходится считать себя сущим ребенком по сравнению с Ньютоном». [28]

По собственноручным записям Ньютона можно установить, какими науками он занимался в первые два года студенческой жизни в Кэмбридже. Это были арифметика, тригонометрия и специально Евклид, которого Ньютон изучал очень тщательно, перейдя затем к новой аналитической геометрии Декарта; познакомился он также с началами астрономии на лекциях о коперниковой системе мира.

Две страницы в записной книжке достуденческих и первых студенческих лет Ньютона, о которой было упомянуто выше, показывают, что Ньютон интересовался вопросами мироздания и делал заметки относительно коперниковой системы, быть может, ещё до ознакомления с нею в университете.[29] Убористым почерком с верха левой страницы начинается запись:

SYSTEMA MUNDANUM SECUNDUM COPERNICUM.

Make a circumference for the zodiac, divide it into 12 signs or 36 d[egrees]. Place ☉ in the centre. Make the centre of the Earth almost 4 of the ☉'s diameters from his centre towar(d)s the Earth aphelion, i. e. two degrees towards Cancer's 7-th degree. Make its orbe or circumference so wide as that the Sun's diameter may be the 697-th part of it, i. e. 38 min. Divide it into 365 equal parts and let each part stand for the Earth motion in one day 1 minute, or thus: make the ♃'s centre one degree from the Sun's. Make the circumference as before; take a new centre two degrees 1 minute from ☉ on the same side. Make a circumference about it and divide it into 365 parts drawing lines from each opposite mark through the same centre, then mark the places on the sphere of ♃ which those lines cut and you have the Earth's motion each day and 1 min.

Make Mercurius centre 4 degr. 55 min. towards his aphelion, from the Sun, Sun being in Virgo 15 d., i. e. ♃ being in)-(15 d. Put the Earth in ♈, the centre of ☿ is in)-(25 d[egrees], 6 m[inutes] and the utmost part of his sphere reachable to the 7-th degree 11-th min. of)-(, it being 22 degr. 50 min. distant from this centre. Divide it, as you did the Earth, in 88 parts by a circle. Make the centre in (срезано) degr. (срезано) min. from ☉ towards (срезано).

Or thus. Make ☉ the centre of his circumference. Make his circumference so large as before. Make him an epicicle, the diameter being 9 degrees 50 min. ☿ moves about his epicicle almost 44 days and his epicicle about ☉ is almost 88 days, therefore divide both the circles into 88 parts and you have his motion each day 50 min. Divide his epicicle into 44 parts and you have the like. But this will not solve the Pheno-

menon unles[s] he be made to stand still in his epicicle towards his Aphelion and the swiftness of his motion in his Perihelion and slowne[s] in Aphelion will not be solved. Place Venus and her centre about 20 or 30 min. dist[ant] from the centre of ☉, her diameter is 42 deg. from her centre. By a degree you understand the 360-th part of the sphere or circumference of the Earth. Place the Moon 2 deg. 21 min. in her full and change [срезано] from the Earth.

СИСТЕМА МИРА ПО КОПЕРНИКУ»

Опиши окружность для зодиака, раздели её на 12 знаков или 36 градусов. Помести Солнце в центр. Поставь центр Земли почти на 4 солнечных диаметра от центра Солнца по направлению к земному афелию, т. е. на два градуса по направлению к 4-му градусу Рака. Опиши его орбиту или окружность, такую, чтобы диаметр Солнца был 697-й частью её, т. е. 38 минут. Раздели её на 365 равных частей, и пусть каждая часть соответствует движению Земли в течение одного дня и 1 мин. Или так: поставь центр Юпитера на расстоянии одного градуса от центра Солнца. Опиши окружность, как было указано выше, поставь новый центр на расстоянии двух градусов от Солнца, на той же стороне. Опиши вокруг него окружность и раздели её на 365 частей, проводя линии от каждого противоположного знака через один и тот же центр; затем отметь место на сфере Юпитера, которую те линии пересекают, и у тебя получится движение Земли в течение одного дня и 1 мин.

Поставь центр Меркурия на 4 градуса 55 минут по направлению к его афелию от Солнца, причём Солнце находится в созвездии Девы (15 градусов), т. е. Юпитер находится в созвездии Рыб (15 градусов). Помести Землю в созвездие Овна, причём центр Меркурия находится в созвездии Рыб (25 градусов 6 минут) и последняя часть его сферы будет достижима 7-му градусу 11-й минуте созвездия Рыб, так как оно находится на расстоянии 22 градусов 50 минут от этого центра. Раздели его, как ты сделал относительно Земли, на 88 частей в круге (срезана страница), центр находится на (срезано) градусов от Солнца по направлению (срезано).

Или так. Поставь Солнце в центре его окружности. Сделай эту окружность такой величины, как было раньше. Начерти для него эпицикл, с диаметром в 9 градусов 50 минут. Меркурий движется по своему эпициклу в течение почти 44 дней, а его эпицикл вокруг Солнца равен почти 88 дням; поэтому раздели оба круга на 88 частей и ты получишь его движение каждый (неясно) 50 минут. Раздели его эпицикл на 44 части и получишь то же. Но это не объяснит феномена, если только ты не заставишь его стоять неподвижно в его эпицикле по направлению к его афелию, и скорость его движения в его перигелии и замедленность в афелии не будет объяснена.

Помести Венеру и её центр на расстоянии 20 или 30 минут от центра Солнца; её диаметр находится на 42 градуса от её центра. Под градусом ты разумеешь 360-ю часть сферы или окружности Земли.

Помести Луну на 2 градуса 21 минут, причём когда она полная, и измени (обтрёпан край страницы) от Земли».

Эта и другие подобные записи Ньютона типичны полной отвлеченностью от личной жизни их автора. Мало что можно сказать о молодых студенческих годах Ньютона, и, пожалуй, прав Мор в своих предположениях, что замкнутый и малоразговорчивый студент, не разделявший легкомысленных забав и физических игр товарищей, был им неинтересен и не пользовался их вниманием. За этот неяркий на первый взгляд и бедный фактическими данными период, но интересный в том отношении, что именно в это время креп и развивался будущий гений, Ньютон нашёл только одного друга — в лице своего руководителя Исаака Барроу.

Необщительный по природе и рассеянный, вернее, всегда сосредоточенный на своих мыслях, он едва ли ощущал одиночество даже в эти юношеские годы. Быть может, ближе остальных среди окружавших его лиц были земляки по Грэнтэму, как д-р Бебингтон, старший член Тринити, и известный впоследствии богослов д-р Генри Мор. В дальнейшем Ньютон имел друзей, связанных с ним общностью научных интересов, а также близких ему учеников и почитателей его таланта (нередко дружеское общение выражалось только в одной переписке), но основной чертой в его отношениях с людьми было неизменное стремление, как он сам говорил, не умножать знакомых.

На фоне такого уединённого самоуглубления 1664—1665 гг. из скромного, молчаливого и, казалось бы, обыкновенного студента Кэмбриджского университета внезапно и неожиданно вырос гений, мощь которого выразилась сразу в форме вполне зрелых плодов научного мышления. Этими плодами были три крупнейших научных открытия: 1) математический метод флюксий, 2) основные принципы учения о свете, что было связано с рядом замечательных опытов над разложением света, и, наконец, 3) всемирное тяготение. Таким образом, в возрасте 21—24 лет Ньютон создал в отчётливых очертаниях основную базу всей дальнейшей своей работы.

1664 год был последним годом студенчества Ньютона (июнь 1661 г.— январь 1665 г.), завершившийся после повышения в «школяры» получением (в январе 1665 г.) первой учёной степени — так называемого «баккалавра искусств».

С осени 1664 г. в Англии началась эпидемия чумы, настолько усилившаяся к лету 1665 г., что вызвала бегство населения из скученных, заражённых болезнью городов. В Кэмбриджском университете прекратились занятия, и студентов распустили на неопределённый срок. Молодой баккалавр уехал в августе в Вульсторп и прожил там весь чумный период. В тишине деревенского дома и развернулся тот единственный в своём роде гений, который сделал Ньютона исключительно выдающимся даже в плеяде крупнейших по дарованиям представителей человечества.

По университетским статутам 1560 г. учёный состав колледжей пополнялся избранием членов колледжа (fellows) из числа баккалавров, причём главным образом тех, которые именовались «старшими», т. е. были баккалаврами третьего (последнего в баккалавратуре) года. Ньютон был избран 1 октября 1667 г. младшим членом (minor fellow) колледжа, а вскоре, 16 марта 1668 г., получил звание старшего члена (major. fellow), которое и сохранял в течение всей своей активной учёной жизни. Он отказался от него по собственному желанию в декабре 1701 г., уже после того, как, покинув Кэмбридж, переселился в Лондон.

Вторую учёную степень «магистра искусств» Ньютон получил 7 июля 1668 г., закончив баккалавратуру в три с половиной года, как это и полагалось. Чтобы подняться дальше, ему оставалось получить профессорскую кафедру и стать членом специального учёного общества. И то и другое последовало через очень короткие сроки.

Учитель Ньютона Исаак Барроу, будучи прекрасным математиком, быстро определил колоссальные научные возможности ученика. Отметая все препятствия, обычно создающиеся разницей в возрасте и положении, Барроу, работавший над вопросами оптики, привлёк к критическому просмотру своей работы 25-летнего Ньютона и в предисловии к изданию своих «Лекций» («Lectiones XVIII in quibus opticorum phaenomenon genuinae rationes investigantur ac exponentur», 1669) он впервые в печати благодарно и почтительно назвал совсем ещё неизвестное, впоследствии великое имя. Упоминая о том, что он препоручил свой труд «питающей заботе» многих друзей, он особо выделил из них одного, «quorum unus d. Isaacus Newtonus, collega noster (peregregiae vir indolis ac insignis peritiae) exemplar revisit, aliqua corrigenda movens, sed et de suo nonnulla penu suggerens» [один же из них, Исаак Ньютон, наш коллега (муж величайших способностей и выдающихся знаний), просмотрел текст, сделав некоторые поправки и добавив многое из своих соображений]. В одной из новейших статей, тщательно перечисляющей все труды Ньютона, об этой работе Барроу прямо говорится, что Ньютон «издал» её,[31] настолько существенно было его участие в этом сочинении.

В том же 1669 г., когда Барроу привлёк Ньютона к содействию ему в издании его оптических лекций, он пытался сделать известной математическую работу молодого учёного. Это был собственно первый труд[32] Ньютона, напе-

чатанный значительно позднее (1711), но сразу поразивший Барроу своей зрелостью. Барроу с ведома автора, но сначала даже не назвав его имени, передал рукопись издателю, неутомимому посреднику между учёными и пропагандисту новых книг по естественно-математическим наукам, Джону Коллинсу, который и распространил среди некоторого круга учёных сведения об этой работе. В ней Ньютон впервые описал открытый им метод флюксий. По поводу этого раннего, но уже классического по своей законченности учёного мемуара Барроу писал (Коллинсу, 20 августа 1669 г.): «Имя автора — Ньютон. Он — член нашего колледжа, молодой человек, вступивший всего только во второй год своей учёной степени магистра искусств. С несравненным гением он чрезвычайно продвинул вперёд эту область математики».

Блестящие и многообещающие успехи молодого магистра и fellow, уже хорошо известного своей учёностью среди многих членов колледжа, побудили Барроу передать ему в 1669 г. (с 29 октября) лукасовскую кафедру. Этим актом он с достоинством и благородством настоящего представителя культуры публично признал несомненное превосходство над собой Ньютона-математика.

Так, имея неполных 27 лет от роду, Ньютон стал профессором математики старого Кэмбриджского университета.

По уставу, сопровождавшему учреждение этой кафедры на средства Генри Лукаса (в дек. 1663 г.), от профессора, её занимающего, требовалось: а) читать еженедельно в течение одного семестра учебного года лекции, предметом которых должны были быть темы по «геометрии, арифметике, астрономии, географии, оптике, статике или другой какой-либо математической дисциплине»; б) дважды в неделю давать консультации всем нуждающимся в них. И лекции и консультации должны были длиться по часу. Таким образом, профессор лукасовской кафедры имел педагогическую нагрузку в размере трёх часов в неделю, а остальное время уделял научной работе. [33]

Как же Ньютон, будучи fellow колледжа и профессором, был теперь обставлен материально? Кроме того, что он имел в виде доходов со своего земельного участка в Линкольншире (ежегодно около 80 фунтов), он получал в год 100 фунтов как профессор. Питание и помещение предоставлялось членам колледжа бесплатно. Сохранились квитанции с подписью Ньютона («By me, Isaac Newton», т. е. «получено мною, Исааком Ньютоном»), по которым видно, что fellows имели небольшое «жалованье» (wages) и некоторую часть дохода, получаемого от продукции пекарни и пивоварни своего колледжа. Всё вместе составляло в год 20—30 фунтов и выплачивалось казначеем, которым при Ньютоне был знакомый ему по Грэнтэму Гэмфри Бебингтон. Таким образом, сумма, которой располагал Ньютон ежегодно в течение всего кэмбриджского периода (около 200 фунтов), была для него, не склонного тратить деньги на увеселения и на предметы роскоши, вполне достаточной. [34]

Интересы Ньютона в студенческие годы и в начале самостоятельного учёного положения в Тринити, несмотря на серьёзную работу в области математики, сосредоточивались на проблемах оптики. Здесь впервые сказался его гений, сила его мышления, остроумие, точность и изобретательность в экспериментировании. Оптические работы вызвали занятия по изготовлению усовершенствованного телескопа-рефлектора, что предварялось кропотливым испытанием различных сплавов и трудом по шлифовке и полировке металлических поверхностей. Эти оптические работы составили предмет первых профессорских лекций Ньютона в университете и привели к избранию его в члены Королевского Общества (11 января 1672 г.). Они же дали материал для первого печатного произведения Ньютона и повлекли за собой тяжёлую

для психики автора затяжную контроверзу с Робертом Гуком, также посвятившим не мало трудов на разрешение вопросов по теории света.

Когда Ньютон, построив свой отражательный телескоп, представил его на суд членов Королевского Общества, то прибор вызвал восхищение со стороны учёных и заинтересовал даже короля Карла II, которому он специально демонстрировался. На извещение о предложении его кандидатом к избранию в члены Ньютон написал несколько взволнованных строк учёному секретарю Королевского Общества Генри Ольденбургу (письмо из Кэмбриджа от 6 января 1672 г.):

«Прочтя ваше письмо, — писал он, — я был удивлён столь большой заботой о том, чтобы закрепить изобретение за мной. Я смотрел на него как на нечто, имеющее лишь малую цену... Я очень признателен за честь, выразившуюся в предложении меня кандидатом, и надеюсь, что она и в дальнейшем распространится на меня при избрании в члены Общества. Если это произойдёт, я приложу все усилия, чтобы засвидетельствовать мою благодарность и сообщу обо всём, что моими скромными и одинокими стараниями могло бы способствовать делу продвижения ваших философических предначертаний» (т. е. научных планов).

Сразу же после избрания Ньютон известил Ольденбурга о своём «философическом открытии» (philosophical discovery), о том самом, которое привело его к изготовлению телескопа и которое «окажется гораздо более существенным, чем сообщение о названном инструменте». «По моему суждению, — писал Ньютон, — это самое необычайное, если не сказать самое значительное открытие (detection) из когда-либо сделанных в области того, что творит природа» (письмо Ольденбургу из Кэмбриджа от 18 января 1672 г.).

Меньше чем через месяц после этого письма Ньютон переслал Ольденбургу знаменитый мемуар, посвящённый его «Новой теории света и цветов». Повидимому, по свойствам своего замкнутого, необщительного нрава, по нелюбви выступать и тем более завоёвывать адептов средствами красноречия он не покинул мирной обстановки и размеренно уединённой жизни в стенах своего колледжа. Даже для первого выступления перед компетентнейшим учёным коллективом он не поехал в Лондон, и его произведение было оглашено на заседании Королевского Общества в его отсутствие. Оно и препровождено-то было в форме письма: «Письмо Исаака Ньютона, профессора математики в Кэмбриджском университете, содержащее его новую теорию света и цветов; послано автором издателю из Кэмбриджа 6 февраля 1672 года с целью сообщения Королевскому Обществу». В трудах Общества, в журнале «Philosophical Transactions» № 80 от 19 февраля 1672 г. (стр. 3075—3087) был опубликован этот мемуар — первая работа Ньютона, появившаяся в печати. Она была, несмотря на крайнюю краткость изложения, плодом многих и разнообразных экспериментов и длительных размышлений над составом солнечного света.

Статья Ньютона сразу же по своем появлении в печати вызвала резкую полемику, явившуюся одним из неприятнейших событий в жизни её автора и вылившуюся в долгий учёный спор как по существу открытия, так и о приоритете. На ньютоновы мысли о гетерогенности белого света последовательно отозвались многие учёные: иезуит Игнатий Парди из Клермонского колледжа в Париже, знаменитый Христиан Гюйгенс, льежский профессор математики, иезуит Франциск Линус, двое из его учеников, ограниченный Гасконь и способный Антон Лукас, и, наконец, главный из противников — Роберт Гук, официальный экспериментатор Королевского Общества, по характеру нервный, раздражительный и придирчивый и в то же время одарённейший учёный.

В связи с этой полемикой, Ньютон развил свою новую теорию света и

цветов в 15 статьях, которые появлялись одна за другой в выпусках Philosophical Transactions за годы 1672—1676. Этим спором Ньютон, несмотря на своё кэмбриджское уединение и непрерывную работу, был морально утомлён. Особенно терзали его нападки Гука. Он нисколько не поколебался в своих научных убеждениях, но измучился многолетней необходимостью возражать, доказывать, опровергать, тратить силы на остроумие в литературных пререканиях. В конце концов, контроверза вызвала с его стороны твёрдое решение, изложенное им в письме к Ольденбургу от 18 ноября 1676 г.: «Я вижу, что обратился в раба философии. Если только я избавлюсь от этого линусовского дела, я решительно распрощаюсь с ней навеки; исключение составит лишь работа для моего собственного, частного удовлетворения и то, что я оставлю для выхода в свет после моей смерти. Мне ясно, что человек должен или решиться не опубликовывать ничего нового, или стать рабом его защиты». [35]

Этот отрывок (широко известный и часто цитируемый), говорящий о крайнем огорчении и раздражении автора, явно подчёркивает его решение отмежеваться от того учёного мира, в котором, казалось бы, ему должно было принадлежать видное место. Ещё так недавно, всего только за четыре года до этого письма, в период своего вступления в члены Королевского Общества, Ньютон был полон желания систематически делиться результатами своей работы с учёными собратьями, сообщая об удивительном, «самом необычайном открытии», которое ему удалось сделать. Теперь он уходит в скорлупу, прячется в раковину, так как натолкнулся на ненужную, утомительную суету споров и соперничества. Этой раковиной стал для него его колледж и немногочисленная однообразная среда людей, его населявших.

Погруженный в размышления над научными проблемами, увлечённый работой в своей тихой химической лаборатории (место любимейших и, как это ни удивительно, наименее плодотворных его занятий) Ньютон-профессор тем не менее регулярно читал лекции. Трудно думать, чтобы изложение своих взглядов перед плохо подготовленной аудиторией могло сильно интересовать его. Читал он обычно в первом семестре, который назывался (как было принято определять в английской школе) «Michaelmas term», по осеннему (29 сентября) празднику архангела Михаила. С октября и до рождественских каникул укладывалось девять или десять лекций, по одной лекции в неделю. Ньютон совсем не старался (а требовать этого с него никто не мог) придавать своим лекциям доступную и популярную форму изложения. На лекциях он как бы продолжал свою умственную работу и развивал свои мысли, формулировал их и подводил итоги. Студенты, по утверждениям математика и астронома Уистона, с трудом понимали не смягчённый в своей суровой лаконичности и строгости язык их необыкновенного учителя и тем более не постигали нового, переворачивавшего науку содержания его лекций. Сам Уистон, в дальнейшем ревностный ньютонианец и преемник Ньютона по лукасовской кафедре (с декабря 1701 г.), в студенческие годы прослушал несколько лекций своего великого предшественника и, по собственному признанию, ничего в них не понял.

Нередко случалось, что Ньютон не заставал ни души в аудитории и, прождав некоторое время, уходил в свою комнату, чтобы снова углубиться в занятия. Его помощник и секретарь (случайно однофамилец и земляк Гэмфри Ньютон), находившийся при нём непрерывно в течение пяти лет, с 1685 по 1690 г., т. е. времени создания и печатания «Начал», сообщал: «Он редко покидал свою комнату, за исключением учебного периода, когда он читал лекции в университете, будучи лукасовским профессором. Слушателей у него было настолько мало, понимавших же его — еще меньше, что зачастую, из-за их малочисленности, читал он как бы стенам». [36] Или еще: «Когда он читал в университете, то обыкновенно отсутствовал с полчаса;

когда же слушателей не было, то он возвращался обратно, потратив примерно четвёртую часть этого времени, а то и меньше».[37]

Сохранилось четыре рукописных тома лекций Ньютона. Три из них хранятся в общей университетской библиотеке,[38] один в библиотеке Тринити колледжа.[39] По этому собранию видно, что во втором семестре 1669/1670 г. начались лекции нового профессора лукасовской кафедры. До 1672 г. (ежегодно в первом семестре) Ньютон прочёл ряд лекций по оптике, сгруппировав их по двум отделам: 1) о преломлении световых лучей, 2) о происхождении цветов. Издание этих лекций осуществилось лишь после смерти автора; в 1729 г. они появились под заглавием «Lectiones opticae annis 1669 ad 1672 in scholis publicis habitae et nunc primum ex mass in lucem editae». За оптикой следовали лекции по арифметике и алгебре, прочитанные в течение 1673—1683 гг. Много лет спустя (в 1707 г.) они составили ценное математическое руководство, изданное под названием «Arithmetica universalis sive de compositione et resolutione arithmetica liber». В 1684/1685 и в 1687 гг. последовали два цикла чтений, в которых отчётливо наметился основной великий труд Ньютона, его «Математические начала натуральной философии» («Philosophiae naturalis principia mathematica», 1687). Первый цикл, который заключал девятнадцать лекций, посвящённых вопросам движения тел, имел заглавие «De motu corporum»; в нём было заложено ядро двух первых книг «Начал». Второй цикл состоял из пяти лекций, озаглавленных «On the System of the World», что определяло содержание третьей книги «Начал» («De mundi systemate»).[40] Таким образом, Ньютон придавал первую обработанную форму частям своего гениального творения на мало посещаемых и вовсе не прославленных слушателями лекциях в аудитории Тринити колледжа. Всё, что он говорил, по причине трудности и новизны предмета не доходило до сознания студентов. Ведь это было содержание той книги, которую, как признавали современники, понимал, пожалуй, только её автор. Секретарь Ньютона образно выразился, что он читал «как бы для стен» в полупустой аудитории. Вернее предположить, что именно эти лекции (1684—1687 гг.) он читал только для себя.

По обязанности, возлагавшейся на членов колледжа, Ньютон был «тьютором» порученных ему студентов. В книгах записи вновь поступающих учеников Тринити трое значатся как воспитанники Ньютона в 1669 и в 1680 гг. Остальные, повидимому, просто переходили к нему от других тьюторов. В качестве руководства для воспитателя Ньютон даже составил программу, в которой предусматривались две группы занятий студентов: 1) на лекциях — сюда относились гуманитарные науки (humanity), греческий язык, философия (т. е. естественные науки) и математика; 2) с воспитателем — логика, этика, начальная география и хронология[41].

Было бы ошибочно предполагать, что Ньютон не интересовался вопросами обучения не-университетской молодежи. Уже к концу кэмбриджского периода его жизни к нему, как к известному профессору, обратились за советом и мнением по поводу системы и целей преподавания математики в одной из морских школ для мальчиков. В весьма подробном письме, почти трактате,[42] он выразил вполне определённую точку зрения. Критикуя старую и новую программы, он подчёркивал необходимость строить курс строго последовательно, вводя одну за другой, не иначе как в осмысленном порядке, связанные друг с другом дисциплины: арифметику, геометрию, тригонометрию и навигацию. Эти предметы по старой программе преподавались в самом нелогичном порядке. Ньютон придавал наиболее важное значение прикладному применению наук, преподающихся в школе.

«Если дети будут хорошо обучены и воспитаны опытными учителями, — писал он, — то со временем народ получит более умелых моряков, кораблестроителей, архитекторов, инженеров и лиц всевозможных математических

профессий для работы как на море, так и на суше». Хорошие же учителя, по мнению Ньютона, должны больше всего избегать спутанности и неметодичности в преподавании. Недопустимо излагать любую математическую дисциплину «без внимания к порядку вопросов, размещая их случайно, по мере того как они приходят на ум, и не давая себе труда переварить и методически расположить кучу всего того, что имеется в голове». Но, несмотря на конечную цель обучения в виде приложения знаний к практике, Ньютон неизменно выдвигал необходимость теоретического образования и понимания научной сути дела. «Вместо того чтобы посылать наблюдения мореходов опытным математикам на сушу, пусть лучше суша посылает опытных математиков в море; это будет иметь большее значение как для прогресса мореплавания, так и для безопасности человеческих жизней и государств на море».

Тихую, почти затворническую жизнь Ньютона надо представлять себе на фоне того Кэмбриджа, который отчасти сохранился до сих пор. Пожалуй, следует ещё сузить это представление, так как Ньютона едва ли можно считать жителем города, в пределах которого он, однако, провёл несколько десятилетий. Он жил в буквальном смысле слова только в одной из автономных составных частей Кэмбриджского университета — в его Тринити колледже. К этому времени комплекс зданий колледжа расширялся и вырастал. Существующий доныне и не претерпевший почти никаких изменений «Большой Двор» был закончен до Ньютона, в начале XVII в., когда было построено и здание так называемого Hall'a, куда Ньютон, как полагалось всем fellows, ходил обедать, если пищу не приносили ему в комнату. В северо-западном углу Большого Двора находилась старая библиотека, которую в 1676—1690 гг. заменили постройкой нового библиотечного здания строгого классического стиля; оно было возведено по проекту замечательного английского архитектора и математика, строителя лондонского собора Св. Павла и сотоварища Ньютона по Королевскому Обществу — Христофора Рена. В идущих вдоль северной стены здания новой библиотеки галлереях раздавалось замечательное эхо; полагают, что в этих длинных сводчатых клаустрах Ньютон, прислушиваясь к повторному звучанию, определял скорость звука.

Ньютон как основной член и обитатель колледжа принимал живое участие в делах библиотеки Тринити. Он неоднократно вносил довольно значительные суммы на постройку нового библиотечного здания, голосовал однажды за своего просвещённого друга и коллегу Лафтона, намечавшегося на должность заведующего книгохранилищем, передавал в фонд библиотеки вновь вышедшие книги. К нему как к компетентному судье обращались также и с просьбами о рекомендации книг для библиотек колледжа и университета, на которые всегда получали от Ньютона исчерпывающие ответы. Кое-какие материалы из такой переписки сообщены в книге Эдльстона. Так, в 1683 г. Ньютон писал одному из своих корреспондентов по книжным делам: «Расходы по постройке (нового здания) лишают нас возможности покупать книги в настоящее время. Мы также не знаем, сможет ли купить их университет, так как касса его сейчас не богата». [43]

Комната Ньютона и находившаяся при ней химическая лаборатория помещались в здании одного из общежитий членов колледжа, выходившего окнами на Большой Двор. Неподалеку располагалась капелла и другие строения, заключавшие в себе также общежития. Жилище Ньютона имело выход в небольшой сад, где он иногда прогуливался и даже разводил яблони, но никогда не занимался никакими садовыми работами, как вообще не интересовался,

по словам его секретаря, никакими физическими упражнениями. На лугу перед колледжем в 70-х годах XVII в. были посажены ряды молодых лип; аллея этих старых деревьев сохранилась до нынешних дней.

Тринити колледж вместе со всевозможными служебными постройками, как конюшни, пивоварня, пекарня, птичник, составлял организованное и замкнутое хозяйственное целое, живущее в значительной мере внутренней жизнью, мало открывающееся внешнему миру [44].

Это вполне соответствовало любви Ньютона к одиноким размышлениям и занятиям, к крайней уединённости от людей. Нельзя сказать, чтобы у него не было друзей и знакомых, но их было мало, и посещения их были не часты. Преимущественно это были также обитатели колледжа, вроде Лафтона, бывшего одно время библиотекарем Тринити, искреннего почитателя и активного распространителя научных идей Ньютона; вроде акклиматизировавшегося в Кэмбридже итальянца химика Вигани или Эллиса, магистра одного из известных кэмбриджских колледжей, Caius College. Эти три лица отмечены как наиболее частые посетители Ньютона, повидимому, также и наиболее приятные ему даже в годы его лихорадочной работы над текстом «Начал». Круг знакомых его составляли и жившие рядом с ним члены колледжа. Некоторые из них стали впоследствии видными людьми, как, например, поэт Абрагам Каулей или Чарльз Фрезиер, врач Карла II, или профессора лондонского Грешем колледжа — музыкант Вильям Перрей и юрист Роджер Мередит.

Но наибольшее и деятельное общение с людьми осуществлял Ньютон путём обширной переписки. Правда, в его почти всегда подробных и внимательных письмах отражены по большей части дела и интересы научного порядка, но не составляли ли они основного стержня его кэмбриджской жизни? В рабочей атмосфере одинокой комнаты, в которой он писал свои необыкновенные, опрокидывающие всё современное ему знание сочинения, часто даже не успевая сесть за стол, настолько он бывал охвачен законченной, требовавшей письменной формулировки мыслью, он писал и многочисленные письма издателю Джону Коллинсу, философу Локку и учёному математику Уоллису, секретарю Королевского Общества Ольденбургу, противникам своим или соперникам в науке — Гуку, Лейбницу, Флэмстиду, ученикам и последователям — Галлею, Котсу, друзьям юности, как Астон, или друзьям позднейших лет, как Чарльз Монтэгю, и многим другим. Более того, он, который считал часы, не использованные для научных занятий, потерянными и ложился спать на рассвете, отдавая сну всего четыре-пять часов в сутки, не отказывался писать рекомендательные письма, если его просили помочь своим именем и вмешательством. Так, он пишет Флэмстиду (от 3 апреля 1682 г.), [45] обращаясь к нему с просьбой помочь устроиться товарищу по Тринити, некоему Эдуарду Педжету, учителем математики в морском училище, причём мягко намекает на то, что следовало бы лично побеседовать с этим лицом и, ознакомившись с его знаниями, ввести его в круг математиков и тем открыть ему служебную карьеру. Позднее этот Педжет, занявший место учителя по рекомендации Ньютона, настолько спился, что был удалён с работы в школе.

Любовь к работе в одиночестве, отрицание смысла любого занятия, если оно не было связано с наукой, не помешали Ньютону сделать попытку организовать в Кэмбридже общество учёных естествоиспытателей, как тогда называли — «философское общество». Это видно из письма его к Астону (от 23 февраля 1685 г. — период подготовки «Начал»), в котором он высказывал сожаление, что это начинание не удаётся главным образом из-за невозможности найти лицо, которое взяло бы на себя демонстрацию опытов. [46]

Как это ни неожиданно, но в кэмбриджский период жизни Ньютон выступил и в качестве политического деятеля, причём политические интересы университета, на страже которых он твёрдо стоял, заставили этого исклю-

чительно кабинетного учёного и экспериментатора, не отделимого, казалось бы, от письменного стола и лаборатории, временно даже покинуть свой колледж.

После реставрации Стюартов Оксфордский и Кэмбриджский университеты твёрдо придерживались политики англиканства и в ответ на покровительство католикам со стороны Карла II и особенно Якова II стали в определённую оппозицию папистским стремлениям, разделяя в большинстве случаев взгляды вигов. В атмосфере таких взаимоотношений между королевской властью и имевшими известный общественный авторитет учёными коллегиями Кэмбриджа произошёл случай, при котором Ньютон, выйдя из обычного и долголетнего уединения, проявил себя политиком. Желая ослабить крепкую англиканскую организацию в Кэмбридже, где строго соблюдалось постановление не допускать на административные посты ни одного католика и не давать учёных степеней папистам, король в феврале 1687 г. прислал вице-канцлеру университета мандат, предлагающий присудить учёную степень магистра искусств некоему бенедиктинскому монаху Албану Френсису, не требуя от него никаких заявлений о вероисповедании. Истолковать цель королевского послания было нетрудно: в англиканскую корпорацию исподволь вводился католик, который по праву всех магистров голосовать по вопросу управления университетом должен был открыть начало проникновения папистов в англиканскую организацию Кэмбриджа. Король явно желал оказать давление на протестантский характер университета.

После возражений со стороны университета с указанием на незаконность королевского требования пришлось подчиниться приказанию предстать перед недавно возрождённым высшим церковным судом (The Court of High Commission), которому были подчинены оба английских университета. Университетскую делегацию возглавлял вице-канцлер Печелл, в числе восьми членов колледжей был Ньютон. Перед выступлением в суде у делегатов было колеблющееся настроение, выразившееся в том, что они принялись обсуждать и даже были готовы подписать компромиссный документ с согласием о принятии Френсиса в состав магистров, но без того, чтобы этот факт стал прецедентом для дальнейших подобных случаев. Один Ньютон отказался дать свою подпись. Он молча встал из-за стола и начал ходить по комнате, а затем произнёс: «Это значит — сдаться». Ему ответили: «Да, это так. Но почему вы не подойдёте и не заявите об этом?» Тогда Ньютон вернулся к столу, высказал своё определённое мнение против компромисса и предложил, раньше чем подписывать бумагу, обратиться за разъяснением к юристу. Когда последний согласился с Ньютоном, то вся делегация решила не итти на компромисс.

Укрепив таким образом своим твёрдым словом настроение делегации, Ньютон, являясь её членом, более уже не выступал. Он не любил публичных выступлений и всю жизнь избегал их. Поэтому он присутствовал только молчаливым свидетелем, когда перед главой суда, канцлером королевства Джеффрейсом, вице-канцлер университета Печелл, путаясь в словах и смущаясь, не защитил своего дела. Правда, выступить кому-нибудь из делегатов, чтобы заменить лишённого дара красноречия начальника, было почти невозможно, потому что властный и грубый Джеффрейс тотчас же прерывал оратора насмешкой: «Ну, нет, добрейший доктор, вы уж помолчите; вы ведь никогда не были вице-канцлером, а вот когда вы им станете, то мы вас и послушаем». Ничего не добившись, делегация вернулась из Лондона в Кэмбридж. Скоро дело вообще заглохло, повидимому, от того, что двор не желал привлекать общественного внимания к этому событию, которое грозило перерасти в эпизод серьёзной борьбы между католицизмом и абсолютной монархией, с одной стороны, и протестантизмом и политикой вигов, с другой.

Отражает политическую твёрдость Ньютона, приверженца англиканской церкви и сторонника партии вигов, одно его письмо к неизвестному лицу,

относящееся ко времени его участия в делегации. Ньютон писал: «Будьте мужественны и преданы законам, и тогда вы не можете потерпеть поражения... Честное мужество в подобных делах обеспечит успех, если закон на нашей стороне... Все честные люди обязуются по божеским и человеческим законам повиноваться законным приказаниям короля, но если его величество по чьему-либо совету потребует такого дела, которое не может быть исполнено по закону, то ни один человек не должен страдать от того, что пренебрежёт этим».

Оба эти свидетельства о политических выступлениях и мнениях Ньютона почерпнуты из богатых, ещё не изданных, даже не каталогизированных материалов портсмутской коллекции, лишь частично использованных Мором. [47]

Меньше чем через два года после политической поездки в Лондон вместе с университетской делегацией Ньютон, как думают, по причине выраженной принципиальности своих политических взглядов был избран вместе с одним из кэмбриджских вигов представителем университета в учредительный парламент, который должен был решить вопрос о королевской власти и управлении страной после «славной революции» 1688 г. Он просидел в палате общин с января 1689 г. по февраль 1690 г., но ни разу не выступил с публичной речью. Кто-то, посмеявшись над этим годовым молчанием члена парламента, пустил ставшую общеизвестной остроту, что голос Ньютона в палате общин присутствующие слышали лишь один раз, когда он попросил закрыть окно. Однако известен ряд писем Ньютона к вице-канцлеру университета, в которых он сообщает в Кэмбридж о тех делах в парламенте, которые касаются университета, [48] что отнюдь не свидетельствует об его безучастии к своим обязанностям депутата.

В преддверии капеллы Тринити колледжа поставлена статуя Ньютона работы скульптора Рубильяка (середины XVIII в.). Ньютон изображён человеком средних лет, в широком плаще — обычном одеянии fellow колледжа, с призмой в руке — символом своих ранних гениальных научных исследований. Голова высоко поднята, лицо характерно выражением силы и энергии и очень напоминает черты посмертной старческой маски. Под этим скульптурным портретом-памятником, на цоколе, вырезаны метко подобранные слова римского поэта: «Qui genus humanum ingenio superavit». Однако не это изображение воскрешает образ Ньютона в Кэмбридже. Ярче всего он встает перед нами на портрете неизвестного художника, на котором дана красивая по пояс фигура Ньютона в довольно молодых летах. Портрет исполнен контрастной манерой: из-за тёмного фона слабо заметна тёмная одежда, едва оттенённая белой рубашкой у шеи; приковывает внимание только удлинённое, худощавое лицо в обрамлении мягких, почти седых волос, спадающих волнами до плеч. Вместе с поворотом головы пристальный взгляд устремлён в сторону; большие глаза под прямыми низко проведёнными бровями говорят о твёрдой, упорной и ясной мысли. Волю и упорство выражают и плотно сжатые тонкие губы и выступающий подбородок. Характерен длинный, тонкий с волнообразной горбинкой нос. У Ньютона рано появилась седина, как будто уже после тридцати лет, поэтому описанное изображение можно отнести к 80-м годам XVII в., к периоду создания Ньютоном «Начал».

Трудно дать утвердительный ответ на вопрос о том, что дал Ньютону Кэмбриджский университет, в атмосфере которого он провёл столько десятилетий наиболее деятельной части своей жизни. Едва ли больше того, что в стенах университета он учился и здесь же работал! Наибольшее умственное богатство Ньютон получил от университета через Барроу — чуткого учителя, замечательного учёного и первого своего почитателя и ценителя. Но это,

кажется, и всё. Кэмбридж не смог стать подлинной почвой, на которой принялся и развился гений Ньютона. Кэмбриджский университет, вернее, одна из крупных его частей, каким был Тринити колледж, явился только подходящей оправой для роста мысли Ньютона. Колледж создал необходимую для его психики и работы обстановку тишины и уединения, материальной обеспеченности и бытовых удобств, атмосферу той «спокойной свободы», как говорил сам Ньютон, без чего ему трудно было бы проводить огромную научную работу.

Скорее следует поставить вопрос в обратной форме: что принёс Ньютон Кэмбриджскому университету?[49] Ответ напрашивается сам собой: Ньютон принёс университету славу крупнейшего центра науки, Ньютон сразу поднял университет на небывалую высоту в области научных достижений уже одним фактом, что был его студентом, членом его колледжа и профессором; наконец, из затишья Кэмбриджа мир получил величайшие творения человеческой мысли; именно здесь, в скромных комнатах общежития Тринити, были написаны «Математические начала натуральной философии». Слава их автора запылала таким ярким светом, что и до сих пор, спустя более двух с половиной веков с того времени, когда Ньютон был неотделим от Кэмбриджа, университет не утерял и не снизил своей блестящей репутации — очага великих и прогрессивных идей в естествознании и математике.

ПРИМЕЧАНИЯ

[1] In gloria confessorum. Praefatio. Monumenta Germ. historica. Scriptores rerum Merovingicarum.

[2] Historia francorum. Praefatio. Там же.

[3] Quintiliani Institutio oratoria, I, 10, 1.

[4] Martianus Capella. De nuptiis philologiae et mercurii et de septem artibus liberalibus libri IX (ed. Dick. Leipzig 1925, IX, 997 и след.).

[5] Vitruvii. De Architectura, I, 1.

[6] Эта книга была настолько распространена даже в XV в., что явилась одной из первых, напечатанных на станке Гутенберга, на заре европейского книгопечатания.

[7] Regula Canonicorum. Migne. Patrologia lat. 89, 1057.

[8] De gestis Karoli Magni, Monum. Germ. Hist. II, стр. 731.

[9] Назовём для примера такие очаги культурной ирландской колонизации, как монастыри Корби и Корвей, обитель св. Эмерамна в Регенсбурге, альпийский монастырь св. Галла и далёкий Воббио в Ломбардии.

[10] Beda Venerabilis. Historia ecclesiastica anglorum, I, 1.

[11] Во времена Ньютона естествознание продолжало называться «философией».

[12] Из хартулярия Парижского университета: Chartularium Universitatis Parisiensis. Ed. H. Denifle et E. Chatelain, Paris, 1889—1897, т. I, Introd., стр. 54.

[13] Ср. легенды университетских печатей XIII в., например на печати Парижского университета: Sigillum universitatis magistrorum et scholarium Parisius. St. d'Irsay. Hist. des universités, т. I (1933), pl. VIII.

[14] В Италии первыми studia generalia были медицинская школа в Салерно и юридическая в Болонье. Болонский и Парижский университеты—единственные оригинальные университеты в Западной Европе и являются прототипами всех остальных: Парижский—как образец профессорской организации, Болонский же—студенческой.

[15] Chart. Paris, I, стр. 72, 99.

[16] Chart. Paris, I, стр. 79—80.

[17] Chart. Paris, I, Introd. № 20.

[18] J. B. Mullinger. The university of Cambridge, 1873, стр. 134.

[19] Matheus Parisiensis. Historia minor. Ed. Madden, Rolls (1866), II, стр. 120. Rerum britannicarum scriptores medii aevi—издание под руководством «Master of the Rolls», поэтому часто называется просто «Rolls» или «Rolls Series».

[20] J. B. Mullinger. The university of Cambridge from the earliest time to the royal injunctions of 1535. Cambridge, 1873.

[21] N. Schachner. The mediaeval universities. London. 1938, St. d' Irsay—His-

toire des universités françaises et étrangères. I—II, Paris, 1933—1935; Rashdall H. The universities of Europe in the Middle Ages, a new edition in 3 volumes ed. by Powiche and Emden. Oxford, 1936; и более старое, капитальное исследование H. Denifle—Die Universitäten des Mittelalters. Berlin, 1885.

[22] Harum scientiarum (т. е. наук о природе) porta et clavis est mathematica. Rogerii Baconi opus majus. Ed. Webb, стр. 57. (или изд. Brewer). Ср. St. d' Irsay в журн. «Archeion», XV (1933), стр. 225—231.

[23] Ещё при Ньютоне занятия начинались с 10 октября.

[24] Chart. Paris, I, № 394 (1263).

[25] Cena de le Ceneri, I (Opere di Giordano Bruno ed. A. Wagner. Leipzig, 1830), стр. 179.

[26] Isaac Newton. 1642—1727. A memorial volume, edited for the mathematical association by W. J. Greenstreet. London, 1927. Статья D. E. Smith. Two unpublished documents of Sir Isaac Newton, стр. 16.

[27] Весь перечень: «Ремесла, торговля, (естественные) науки, птицы, звери. Одежда. О церкви. О болезнях. Об элементах. О рыбах. О травах, деревьях, цветах. О доме и домоводстве. О сельском хозяйстве. Инструменты и предметы, относящиеся к ремеслам. О родстве и о титулах. О человеке, его аффектах и чувствах. О пище и питье. О минералах». Greenstreet, цит. соч., стр. 17.

[28] Материалы так называемой «портсмутской коллекции». Это — собрание документов, до сих пор не изданных целиком, которое заключает в себе: 1) все бумаги Ньютона, оставшиеся после его смерти, 2) рукописи мужа его племянницы Екатерины Бартон, Джона Кондуитта, который собирался написать (но не осуществил своего намерения) биографию Ньютона, и 3) заметки Стакелея (ум. в 1765 г.), который по просьбе Кондуитта собрал сведения в Грэнтэме и Колстерворте (небольшое селение вблизи Вулсторпа) о раннем периоде жизни Ньютона. Дочь Екатерины Бартон, т. е. внучатная племянница Ньютона, Екатерина Кондуитт, вошла через брак в семью графов Портсмутов, во владении которых и оказался этот архив — главный источник сведений о личной жизни Ньютона. Автор одной из последних и наиболее подробных биографий Ньютона—Мор (Louis Trenchard More. Isaac Newton. A biography. 1642—1727. New-York—London, 1934) имел возможность до некоторой степени ознакомиться с документами портсмутской коллекции и частично опубликовать их в своём труде. Ср. More, стр. 31.

[29] См. репродукцию в сборнике Гринстрит (Greenstreet), стр. 30. Проф. Смит, издавший несколько факсимиле записной книжки Ньютона, исходя из характера почерка, относит эти страницы примерно к 1659 г. Однако у нас возникает вопрос, мог ли Ньютон действительно познакомиться с системой Коперника в 1659 г., так как на этот год падает перерыв в его школьных занятиях в Грэнтэме.

[30] Перевод автора.

[31] H. Zeitlinger. A Newton biography. В сборнике, изданном Гринстритом, стр. 161.

[32] «De analysi per aequationes numero terminorum infinitas» (Об анализе уравнениями бесконечных рядов).

[33] Ср. J. Edlestone. Correspondence of Sir Isaac Newton. London — Cambridge, 1850, стр. XLIV.

[34] Квитанции опубликованы там же, стр. LXXXIII.

[35] More, стр. 91.

[36] Там же, стр. 247.

[37] По уставу лукасовской кафедры лекция должна была продолжаться один час.

[38] Ms. Univ. Libr. Dd. 9, 67; Dd. 9, 68 и Dd. 9, 46. Рукой Ньютона внесены только некоторые поправки и сделаны отметки на полях и диаграммы.

[39] Trin. Coll. Library R. 16.39. Вся рукопись написана рукой Котса.

[40] Подробное перечисление лекций соответственно тому, как они расположены в вышеупомянутых четырёх рукописных томах, дано в книге J. Edlestone Correspondence of Sir Isaac Newton. London — Cambridge, 1850, стр. XCI—XCVIII, Table of Newton's lectures as Lucasian professor.

[41] Ср. Greenstreet, стр. 147 и Rouse Ball. Cambridge notes, гл. XX.

[42] Письмо Ньютона от 25 мая 1694 г. к Натаниэлю Хозу, представителю морской школы при Christ's Hospital, по вопросу о достоинствах и недостатках старой и новой программ преподавания. Изд. в «Correspondence» by J. Edlestone, 1850, стр. 279 — 292.

[43] Edlestone под 1676, 1680, 1683, 1686 годами. Стр. XXVIII — XXX.

[44] Во время пребывания Ньютона в Тринити виды Кэмбриджа были увековечены в гравюрах Давида Логгана; Тринити колледж отражён в них в своём новом виде после архитектурных работ Христофора Рена. См. David Loggan. Cantabrigin illustrata, 1690. Переиздание было сделано в 1905 г. J. W. Clark.

К книге Фуллера (1655)—историка Кэмбриджского университета приложен план Кэмбриджа 1634 г., на котором только в самых общих чертах дан комплекс Тринити колледжа.

[45] Ср. More, стр. 243.

[46] Edlestone, стр. XXIX и LVI, прим. 76.

[47] More, стр. 342—344.

[48] Ср. Edlestone, стр. LIX, прим. 93.

[49] К подобной же мысли пришёл и акад. С. И. Вавилов («Исаак Ньютон», М.—Л., 1943, стр. 10): «Трудно в конечном счёте сказать, — писал он, — университеты ли создали Ньютонов и Ломоносовых, или наоборот... Для оценки значения университета в развитии такой исключительной индивидуальности, как Ньютон, существенна не столько наука, сколько, может быть, бытовые условия, отдалённость от повседневных интересов, общение с учёными, определённые рамки быта».

Действительно, изучение материалов биографии Ньютона и жизни уединённых, в значительной мере отгороженных от окружающего мира университетских колледжей убеждает в том, что быт кэмбриджских учёных общежитий был не случайной, но именно наиболее подходящей и благоприятной обстановкой для Ньютона-мыслителя. «His life was one long meditation» — (его жизнь была одним длительным размышлением) — такова простая характеристика бытия великого учёного, данная автором не длинной, но проникнутой тонким психологизмом биографии; она принадлежит перу англичанина Сюлливана (J. W. N. Sullivan, Isaac Newton 1642—1727. London, 1938. 275 стр.) и вместе с книгой С. И. Вавилова дает наиболее живой образ творца «Начал», который несколько ускользает в громадном материале самой подробной и богато документированной биографии Мора.



Заслуженный деятель искусств

П. М. ДУЛЬСКИЙ

ПОРТРЕТЫ ИСААКА НЬЮТОНА

Предлагаемый очерк является эскизом к иконографии Исаака Ньютона. При изучении материалов об изображениях великого мыслителя и гениального учёного мною руководило желание отметить главным образом только те портреты, которые были исполнены при жизни Исаака Ньютона.

Творческий период Исаака Ньютона отчасти совпадает с временем появления в Англии своего национального портретного искусства.

XVII столетие можно считать золотым веком портретной живописи. В это время работали такие мастера, как Рубенс, лучший представитель из его школы Ван-Дейк и один из величайших талантов изобразительного искусства Ван-Рейн-Рембрандт (1606 — 1669), знаменующий собой кульминационную точку расцвета портретной живописи.

К характерным особенностям портрета XVII в. относится «раскрытие внутреннего мира и психологических ценностей натуры», [1] в отличие от портретного искусства эпохи ренессанса, когда портрет всё же тяготел к условным традициям античности. [2]

В XVII в. английское общество первоначально обслуживалось исключительно иноземными художниками, которые и заложили основу портретному искусству в Англии. Своя же самобытная школа английской живописи ведёт начало только с середины XVII в. [3]

Из заезжих мастеров в Англии работали Гольбейн и особенно успешно в XVII в. Ван-Дейк, по происхождению фламандец. Лучшую часть своей жизни, с 32 лет до самой смерти, Ван-Дейк прожил в Англии, написав около 350 портретов, из которых до 30 полотен приходится на Карла I и его семью. [4] Влияние Ван-Дейка в Англии после его смерти продолжалось очень долго, и среди его первых последователей и подражателей выделился художник Питер Лели, по происхождению голландец. [5] Нужда в хорошо подготовленных мастерах в то время в Англии заметно ощущалась, тем более что своих художественных сил из англичан, как говорилось выше, не было. Эти причины, особенно сказывавшиеся в отсутствии своей школы и художественного образования, побудили художника-иностранца Годфрея Кнеллера, близкого



ИСААК НЬЮТОН
Гравюра Ридинга с портрета Питера Лели (?)

к сферам двора, основать в 1697 г. частную школу, называвшуюся «Академией», [6] просуществовавшую до смерти Кнеллера в 1723 г.[7] В связи с этим в 1723 г. художник сэр Джемс Торнхилл, писавший картины на исторические темы при Георге I, разработал план государственной академии художеств и представил казначейству смету, но в помощи ему было отказано, после чего он в 1724 г. открыл частную школу в своём же доме на Джемс-стрит, Ковент-гарден. Эта школа просуществовала десять лет и после смерти Торнхилла перешла к ассоциации художников, в которой играл большую роль знаменитый английский художник В. Гогарт, женатый на дочери Торнхилла. [8] Только в 1768 г. официально была открыта и получила признание Королевская Академия при своём первом президенте Рейнольдсе, лучшем из портретистов Англии XVIII в.[9]

Таков фон, на котором выявился национальный портрет английского искусства.

К художникам, писавшим портреты с Исаака Ньютона, относятся как раз те мастера, которые работали в переходное время исканий в английской живописи — от Ван-Дейка до Рейнольдса. Период жизни И. Ньютона (1643 — 1727) приходится на этот промежуток, [10] который и может быть отмечен как время, с одной стороны, банального портрета (придворных красавиц), с другой — казённого, официального портрета с выдающихся людей и крупных деятелей страны. Мастера, писавшие Ньютона, хотя и не могли претендовать на ведущее место в истории искусства, однако были видными художниками своего времени.

Профессор Смит, в очерке «Портреты И. Ньютона», напечатанном в сборнике, посвящённом памяти Исаака Ньютона в связи с 200-летием со дня его смерти, изданном в Лондоне В. И. Гринстритом в 1927 г., пишет: [11] «Количество портретов Ньютона, написанных при его жизни, невелико, так же как и число гравюр, сделанных выдающимися мастерами. С другой стороны, количество репродукций с некоторых из этих работ значительно, а при современных способах печатания оно огромно. Гравированные портреты Ньютона сделаны главным образом с работ: Вандербанка (1694 — 1739), сэра Годфрея Кнеллера (1646 — 1723), Симона Еноха (1694 — 1744), сэра Питера Лели (1618 — 1680), сэра Джемса Торнхилла (1675 — 1734) и Вильяма Гэнди, умершего в 1729 г.».

Вот список художников, писавших с натуры потреты Исаака Ньютона. Постараемся же дать сначала характеристику творчества каждого из указанных мастеров, прежде чем перейти к обзору их портретов с И. Ньютона.

Питер Лели, носивший ранее фамилию ван-дер-Фас, родился в Зесте, в Вестфалии, в 1618 г. Способность к живописи он обнаружил в детстве и был послан в Харлем в школу Греббера, в которой пробыл два года, преимущественно занимаясь изучением пейзажа и исторических сюжетов. Двадцати трёх лет он с принцем Оранским, зятем Карла I, приехал в Англию, где знакомство с произведениями Ван-Дейка произвело на него неизгладимое впечатление. Он стал добросовестно изучать творчество Ван-Дейка, штудируя его оригиналы, и достиг в этом большого искусства. Его копия (с Ван-Дейка) портрета Карла I и до сих пор является гордостью Дрезденской галлереи. [12]

Как портретист П. Лели вскоре приобрёл громкую известность и получил звание придворного художника.

Казнь Карла I так подействовала на Лели, что он сначала решил было покинуть Англию, но через некоторое время всё же поступил на службу к Оливеру Кромвелю, получив заказ написать портрет последнего без прикрас, реально и без лести. Кромвель, позируя художнику, приказал ему «изображать его таким, каков он есть в действительности, со всеми морщинами, шра-

мами и бородавками». Это требование Кромвеля, очевидно, имело связь с его неудовлетворённостью теми придворными портретами, которые были тогда в моде среди английской аристократии.

В 1660 г., когда в Англии снова была восстановлена королевская власть и Карл II был провозглашён королём, Лели удостоился высочайшего внимания, получив титул рыцаря и камергера с окладом в 4000 гульденов. С этого времени Лели стал пользоваться ещё большей славой, разбогател, всегда имел много заказов, приобрёл виллу. Лели обратил на себя внимание и специалистов. Так, в 1674 г. у него учился лучший французский портретист Николай Ларжильер. [13]

Питер Лели писал Исаака Ньютона в 1666—1667 гг. в бытность последнего баккалавром искусств [14] в колледже Кэмбриджского университета. Портрет Лели, воспроизводимый здесь с гравюры, изображает полного сил и энергии молодого человека, целиком ушедшего в мир своих великих идей. К этому времени относятся все основные работы И. Ньютона, намеченные им вчерне: по оптике, астрономии и методу бесконечно малых; [15] в 1668 г. им был изготовлен первый отражательный телескоп. На портрете И. Ньютон показан в поясном изображении, в полоборота влево. С этого портрета был сделан ряд гравюр (Д. Ридингом, Дж. Уэджвудом и другими мастерами резца). Портрет работы П. Лели Смит считает в смысле сходства мало удавшимся. [16]

В числе крупных портретистов в конце XVII и начале XVIII в. в Англии работал художник под именем Готфрида Кнеллера. По происхождению он был немцем, родился в Любеке в 1646 г. и умер в Лондоне в 1723 г. Его считают учеником Рембрандта, [17] хотя имеются сведения, что он учился у Ф. Боля в Амстердаме. [18] В молодые годы, проживая в Италии, Кнеллер изучил произведения Тициана, Тинторетто и Аннибала Караччи. Начав работать над историческими сюжетами, он, живя еще в Италии, постепенно переключился на портреты, написав кардинала Бессадони и испанского поэта Каррераса. В 1675 г. Кнеллер приехал в Лондон, где исполнил много портретов и вскоре затмил известного в то время Лели. [19] В 1680 г. Карл II назначил Кнеллера своим придворным живописцем, дав ему дворянство. [20] Тогда же он был послан в Париж для написания портрета Людовика XIV. В 1697 г., в сентябре, в Утрехте позировал Кнеллеру Петр I во время своего первого заграничного путешествия. Художник написал сначала небольшое полотно с великого русского преобразователя, а затем уже в своей мастерской в Лондоне исполнил ряд больших портретов Петра I, которые впоследствии были взяты за основу многочисленных гравюр Д. Смита и др. Писал Г. Кнеллер всю английскую знать и дал ряд портретов с величайших людей своего времени. В государственном Эрмитаже в Ленинграде находятся его произведения: портрет Джона Локка — знаменитого английского философа XVII в., друга Ньютона, и портрет Гринлинга Гиббонса, английского скульптора и резчика по дереву, который считают самым удачным из всего того, что было написано Кнеллером. Рейнольдс пришёл в восхищение от этой работы. Перечислять все портреты работы Кнеллера в настоящей статье нет возможности; надо только отметить, что после его смерти остались незаконченными до 500 произведений. [21]

Готфрид Кнеллер писал И. Ньютона в 1689 г., когда последнему было 47 лет, т. е. в период расцвета его научной и общественной деятельности. К этому времени у Ньютона была закончена работа «Математические принципы натуральной философии», [22] а в 1688 г. он был избран членом парламента от Кэмбриджского университета. [23] На хорошо известном портрете Готфрида Кнеллера Ньютон изображен в овале, с поворотом лица влево, в три четверти, в пышном парике. Выражение лица И. Ньютона спокойное, портрет

носит отпечаток официальной торжественности. Этот портрет И. Ньютона кисти Г. Кнеллера принадлежит коллекции графа Эгремонта.

Затем мы хотели бы отметить портрет Исаака Ньютона работы В. Ганди, написанный художником в 1706 г., т. е. в то время, когда Ньютон стал президентом Королевского Общества.[24] Этот портрет изображает учёного в пожилом возрасте; блеск глаз свидетельствует о творческом подъёме, лицо его полно энергии. Голова без парика, что придаёт портрету более естественный вид.

В таком же стиле был исполнен портрет И. Ньютона художником Симоном Енохом (1694 — 1744), и особенно талантливо с этого оригинала выполнено меццотинто знаменитым английским гравером, Мак-Арделлем (1710 — 1765). Считают, что этот портрет Ньютона является одним из самых удачных.[25]

К этому же периоду относится портрет Ньютона, приписываемый Джемсу Торнхиллу (1675 — 1734). Этот мастер заслуживает того, чтобы на нём несколько подробнее остановиться, так как он принадлежит к числу английских живописцев, занявших одно из первых мест в истории английского искусства. Среди главнейших его работ укажем портреты Делавайо и архитектора Христофора Рена; последний находится в Оксфордском театре. Д. Торнхиллу принадлежит также роспись купола собора св. Павла в Лондоне (техникой гризайль) и фрески в залах в Бленгейме.

Портрет И. Ньютона кисти Д. Торнхилла изображает учёного сидящим в три четверти роста, с поворотом головы в левую сторону. Одет он в нарядный, красивый халат; левая рука у него покоится на груди, а правая опирается на стол. Голова без парика, в выражении лица строгая уверенность и глубина мысли. Освещение лица, левой части фигуры и особенности складок одежды на левом плече эффектно выделяются на тёмном фоне всего портрета. В верхней части правой стороны у края портрета красивым латинским шрифтом помещена надпись «Newton».

Самыми популярными портретами И. Ньютона являются те, которые принадлежат художнику Вандербанку (1694 — 1739) и относятся к последним годам жизни великого учёного. Эта серия портретов имеет ряд вариантов, впрочем очень близких по своей композиции. И. Ньютон на них изображён в три четверти поворота, не в полный рост, сидящим в удобном, простом кожаном кресле. Одет он в будничный придворный кафтан, сверх которого на грудь спадает белый шарф в виде галстука. Одна рука у него облокотилась на плечико кресла, другая лежит на левом колене. Кисти рук выделяются на фоне пышных, мягких манжет из лёгкой материи. Лицо величественно и носит характер удовлетворённости. Фронтисписом настоящего сборника служит воспроизведение гравюры с этого портрета, приложенной к третьему изданию «Principia» и, вероятно, одобренной самим Ньютоном.

К ценным качествам работ Вандербанка надо отнести их правдивую, реальную передачу натуры, благодаря чему они получили в гравюрах и репродукциях самое широкое распространение. Из лучших оригиналов портретов работы Вандербанка один хранится в Королевском Обществе в Лондоне, другой же составляет собственность Лондонской национальной галлереи.[26] К известным гравюрам с этих оригиналов в первую очередь мы отнесём классическую резцовую гравюру Доде, приложенную в качестве фронтисписа к редкому изданию 1740 г., напечатанному в Лозанне ближайшим учеником И. Ньютона доктором Самуилем Кларком.[27] Кроме того, первоклассные гравюры с этих же портретов были выполнены известными мастерами того времени А. Смитом, Д. Рейхом, Фурнье, Ф. Вебером, Ж. Бертю и др. С портрета И. Ньютона работы Вандербанка уже в наше время была выполнена ксилография Н. А. Шевердяева, по своему стилю носящая формалистический характер.[28] Профессор Д. Е. Смит при описании своей коллекции гравюр-

ванных портретов И. Ньютона насчитывает до 140 оригинальных первоклассных образцов этого рода искусства.

В честь Ньютона было выбито много медалей, монет и металлических марок с его портретом. К лучшим образцам медальерного искусства с портретом Ньютона относится бронзовая медаль работы Джона Крокера, с надписью «Исаак Ньютон» и даты его смерти «1726 г.» по старому стилю. Выбита медаль была в 1731 г. Следующими по качеству медалями идут работы Д. Ретьера с рельефным изображением Исаака Ньютона, бюст с поворотом направо; эти медали снабжены цитатами из Сенеки, Виргилия и других мыслителей. Укажем ещё на работы в этой области медальеров Пти (Париж), Л. Дасье, Г. Милльса, В. Виона и др. Даты чеканки этих медалей и монет относятся к XVIII и XIX вв. Не раз изображения с этих медалей служили материалом для гравёров, особенно с медалей Крокера.

К числу первоклассных произведений скульптуры надо отнести ряд статуй, установленных в исторических местах, связанных с именем и жизнью И. Ньютона. Здесь первое место занимает мраморная статуя работы Рубильяка в вестибюле колледжа Кэмбриджского университета. Она изображает И. Ньютона во весь рост, одетого в мантию и в руках держащего призму. Пьедестал украшен следующей высеченной надписью на латинском языке: «Он разумом превзошёл род человеческий». Статуя была воздвигнута в 1755 г. на средства одного из учеников Ньютона — доктора Роберта Смита.[29]

К монументальной скульптуре надо отнести памятник в Вестминстерском аббатстве, воздвигнутый в 1731 г. на могиле И. Ньютона, в пантеоне великих людей Англии. Надгробие представляет довольно сложную скульптуру, установленную в готической арке. В основном композиция состоит из пьедестала, на котором в центре полулежит фигура И. Ньютона. Возле него стоят по бокам юноши со свитками. Фоном этой группе служит пирамида с барельефом, изображающим глобус, увенчанный фигурой Астрономии, которая оплакивает кончину Ньютона; в руке она держит скипетр. Пьедестал также украшен фигурами с эмблемами открытий И. Ньютона. Одна из них держит треугольную призму, другая — отражательный телескоп, третья взвешивает на весах Солнце и планеты, четвёртая отливает монеты у плавильной печи, пятая и шестая нагружены только что отлитыми монетами. Последняя сцена иллюстрирует значение деятельности И. Ньютона с 1695 г. как заведующего Монетным двором в Лондоне.[30] Памятник снабжён длинной эпитафией на латинском языке в стихах, отмечающей главные моменты открытий И. Ньютона. Надпись заканчивается стихами: «Да возрадуются смертные, что среди них жило такое украшение рода человеческого». Даты рождения и смерти великого философа точных наук служат концовкой монумента.

Интересна скульптура работы Теда в Грэнтэме, изображающая И. Ньютона во весь рост, в плаще, со свитком в левой руке. На пьедестале имеется надпись «Ньютон». При жизни Исаака Ньютона вырезал из слоновой кости его бюст с натуры скульптор Ле Маршан.

К числу документов большой ценности в изобразительном искусстве относится посмертная маска с И. Ньютона, отлитая скульптуром Рубильяком.

Заканчивая краткий обзор портретного материала, посвящённого И. Ньютону, можно отметить, что он хронологически воспроизводит гения математики во все главные моменты его творческой деятельности, начиная с 26-летнего возраста (портреты П. Лели) и кончая 84-летним, за год до его кончины (работы Вандербанка).

Описанные портреты Исаака Ньютона дают в общем выразительную характеристику его образа, представляющую большой исторический интерес.

ПРИМЕЧАНИЯ

[1] В. Лазарев. Портрет в европейском искусстве XVII века. Изд. „Искусство", 1937, стр. 9 и 14.
[2] М. Алпатов. Очерки по истории портрета. Изд. „Искусство". 1937, стр. 25.
[3] А. Бенуа. Путеводитель по картинной галлерее императ. Эрмитажа. СПб. Изд. Общины Св. Евгении, стр. 186.
[4] Фиренс Геверт. Ван-Дейк, его жизнь и деятельность. СПб., 1911, стр. 39.
[5] Щавинский. Выставка „Искусство союзных народов". „Ст. годы", 1915, январь—февраль, стр. 88.
[6] Dr. G. Nagler. Neues allgemeines Künstler-Lexicon", VII. 1835, стр. 74.
[7] W. K. West. The Royal Academy, its origin and history. The Royal Academy from Reynolds to Millais.
[8] Там же.
[9] А. А. Сидоров. Английское искусство. БСЭ, т. 2, 1926, стр. 708.
[10] Ван-Дейк умер в 1641 г. Д. Рейнольдс родился в 1723 г.
[11] D. E. Smith. Portraits of Sir Isaac Newton. Сборн. „Isaac Newton", ed. by W. J. Greenstreet. London, 1927.
[12] Prof. Dr. Hans W. Singer. Die Meisterwerke der Königlichen Gemälde-Galerie zu Dresden, стр. 159; Karl Woermann. Katalog der Königlichen Gemälde-Galerie zu Dresden. 1902, стр. 117.
[13] В. Н. Лазарев. Портрет в европейском искусстве XVII века. Изд. „Искусство", 1937, стр. 41.
[14] D. E. Smith, l. c.; Б. П. Вейнберг. Исаак Ньютон. Классики мировой науки. Ленинград, 1931, стр. 13. Степень бакалавра изящных искусств была дана И. Ньютону; М. М. Филиппов. Ньютон, его жизнь и научная деятельность. СПб., 1892, стр. 13.
[15] С. И. Вавилов. Жизнь Ньютона. Приложение к книге „Сэр Исаак Ньютон, Оптика", 1927, стр. 323.
[16] D. E. Smith, l. c.
[17] G. Nagler, op. cit., стр. 92.
[18] Karl Woerman, op. cit., стр. 92; Выставка портрета Гос. Эрмитажа. Ленинград, 1938, в. III, стр. 34.
[19] G. Nagler, l. c.
[20] К. Верман. История искусств всех времён и народов, III, стр. 494.
[21] G. Nagler, op. cit., стр. 74.
[22] С. Суворов. Ньютон, БСЭ. 42, стр. 434.
[23] Проф. Б. П. Вейнберг. Исаак Ньютон. Классики мировой науки. Ленинград, 1931, стр. 23.
[24] С. Вавилов. Жизнь Ньютона. 1927, стр. 325 (Приложение к книге „Сэр Исаак Ньютон, Оптика").
[25] Проф. Д. Е. Смит.
[26] D. E. Smith, l. c.
[27] Optice, sive de reflexionibus, refractionibus, inflexionibus et coloribus lucis. Libri tre auctore Isaaco Newton. Equite aurato Latine reddidit. Samuel Clarke, St. P. edito novissima. Lausannae-Genevae, 1740.
[28] Сэр И. Ньютон. Оптика. Перевод С. И. Вавилова. М., 1927. стр. 12.
[29] М. Орленко. Исаак Ньютон. 1927, стр. 54.
[30] Акад. А. Н. Крылов. Ньютон и его значение в мировой науке (1643—1943). Изд. Акад. Наук, 1943, стр. 3.



ИСТОЧНИКИ ЗАСТАВОК И КОНЦОВОК, ПОМЕЩЁННЫХ В СБОРНИКЕ

На стр. 5. I. Newton. Opuscula mathematica, philosophica..., t. I, Lausannae et Genevae, 1744 (с титульной страницы книги).

На стр. 32. Op. cit., p. 376.

На стр. 33. I. Newton. Analysis per quantitatum series..., London, 1711 (концовка на титуле книги).

На стр. 52. Op. cit., p. 91.

На стр. 53, 392. Op. cit., p. 93.

На стр. 74. Voltaire. Eléments de la philosophie de Newton, Amsterdam, 1738, p. 12.

На стр. 75, 422. I. Newton. Philosophiae naturalis principia mathematica, t. II, Genevae, 1740.

На стр. 98. I. Newton. The method of fluxions and infinite series..., London, 1736, p. 144.

На стр. 99, 271. I. Newton. Opuscula mathematica, philosophica..., t. I. Lausannae et Genevae, 1744, p. 1.

На стр. 126, 344. I. Newton. The method of fluxions and infinite series..., London, 1736, p. 140.

На стр. 127. I. Newton. Optice, Lausannae et Genevae, 1740 (с титульного листа).

На стр. 138, 270. I. Newton. Lectiones opticae, London, 1729.

На стр. 142, 345. I. Newton. Optice, Lausannae et Genevae, 1740.

На стр. 160, 328. I. Newton. La méthode des fluxions..., Paris, 1740 (концовка на титульном листе).

На стр. 161. I. Newton. Analysis per quantitatum series..., London, 1711, p. 69.

На стр. 210. Schübler. Ueber Newtons Scharfsinn, Leipzig, 1794.

На стр. 211. I. Newton. Analysis per quantitatum series..., London, 1711, p. 45.

На стр. 214. I. Newton. Philosophiae naturalis principia mathematica..., t. III, p. I, Genevae, 1742, p. 5.

На стр. 215. I. Newton. La méthode des fluxions..., Paris, 1740, p. 1.

На стр. 263. Voltaire. Eléments de la philosophie de Newton, Amsterdam, 1738, p. 42.

На стр. 264. I. Newton. Philosophiae naturalis principia mathematica, t. II, Genevae, 1740, p. 1.

На стр. 311. Voltaire. Eléments de la philosophie de Newton, Amsterdam, 1738, p. 74.

На стр. 312. Newton. Lectiones opticae, London. 1729, p. 2.

На стр. 329. Newton. The method of fluxions and infinite series..., London, 1736.

На стр. 360. Voltaire. Eléments de la philosophie de Newton, Amsterdam, 1738.

На стр. 361. I. Newton. Analysis per quantitatum series..., London, 1711, p. 41.

На стр. 391. Voltaire. Eléments de la philosophie de Newton, Amsterdam, 1738, p. 31.

На стр. 421. Op. cit., p. 13.

На стр. 427. Voltaire. Eléments de la philosophie de Newton, Amsterdam, 1738, p. 75.

УКАЗАТЕЛЬ ИМЁН

Аббе — 138, 140
Абеляр — 396
Абель Н. — 115, 125
Аб-уль-Вефа — 206
Августин — 280, 308, 393, 396
Авогадро — 340
Адаллард Батский — 398
Адамар (Hadamard) — 23, 24
Адамс — 10, 14, 20, 21, 186, 188, 204, 207, 208, 210
Азара П. (Hasara) — 282, 309
Альгазен — 143—145, 238
Алкуин — 394
Аллетон М. — 425
Альберт Великий — 403
Анаксагор — 236
Андреев А. И. — 326
Андуайэ — 195, 210
Антифонт — 86
Антониади — 83
Аппиан — 238, 245, 260, 262, 276, 278
Аполлоний — 83, 236, 237, 311, 322
Аппель П. — 32
Араго Ф. — 320, 321, 327
Аристарх Самосский — 84
Аристотель — 7, 78, 81, 83, 84, 157, 236, 237, 260, 261, 272, 393, 395, 396, 398—400, 402, 403
Архимед — 5, 7, 73, 79, 80, 82, 86, 92, 143, 322
Арнобий — 280
Ассонов В. — 320
Астон — 416
Астрюк — 308
Аюи Р. Ж. (Haüy) — 34

Базош де Ги — 396
Баклунд О. Л. — 242
Балиол Дж. — 404
Бальде — 240
Банье — 282, 309
Барлер — 248
Барроу И. — 83, 84, 86, 90—92, 94, 98, 127, 131, 132, 136, 140, 141, 313, 407—410, 418
Бартон Е. — 420
Бауншингер — 15, 22, 258, 263
Баркер Т. — 263
Бауэр М. — 111, 122
Башфорд — 27
Бебингтон Г. — 407, 409, 411
Беда Почтенный (Beda Venerabilis) — 394, 419
Безу — 103, 113, 114
Бек Авг. — 271, 282, 308, 309
Белох (Beloch) — 311
Белопольский В. А. — 328
Бентлей — 48, 207, 325
Бенуа А. — 425
Берч (Birch Т.) — 36, 51
Бернулли — 17, 361, 380, 384, 391
Бернулли Даниил — 24, 229, 313, 316, 385
Бернулли Иоганн — 68, 379, 381
Бернулли Николай — 316
Бернулли Яков — 246, 247, 326
Бернштейн С. Н. — 26
Бероос — 282
Бертон Е. — 23
Бертран — 5, 26, 121, 270
Бертю Ж. — 424
Бессель — 156, 157, 159, 261, 327, 331
Бильфингер Г. Б. (Bullfinger) — 314—316, 326, 377, 381, 390
Бине — 9, 190
Био Ж. Б. — 149, 155, 313, 319, 320, 327
Блажко С. Н. — 327
Блументрост Л. Л. — 17
Блэк (Black) — 112, 125
Бобылёв Д. К. — 19
Богомолов С. А. — 60—62, 72, 327

Бодлей Т — 403
Бойль Р. — 38, 41—43, 45, 47, 50, 326
Бойс В. — 22
Боль Ф. — 423
Больферс — 322
Бон де — 90
Борель — 64, 73, 74, 108, 125
Борелли — 246
Ботезат Г. А. — 326
Бохарт — 282, 302, 309
Бошкович (Boscovich R. J.) — 250, 257, 263
Боэций — 393, 395, 396
Брадвардин — 81, 84
Брадлей — 156, 157, 256, 257
Брауэр — 71
Брашман — 19
Бредихин Ф. А. — 243, 261
Брекспир Н. (Адриан IV) — 396
Бреттшнейдер — 80
Брио — 111, 116, 125
Бродецкий С. — 82, 97, 98
Брок — 210
Броун Э. — 21, 203, 205, 207, 210
Брунс — 127
Брюне — 371, 386—391
Брюстер — 307
Бугаев Н. В. — 111
Бугэ — 128, 156, 192, 208, 219, 358, 385
Буйе — 375, 389
Буйо — 206
Буке — 115, 125
Буланже — 27
Бурм — 240
Бурш (Boorsch J.) — 386
Бухгольц — 22
Бэкон Р. — 133, 399, 400, 419
Бэкон Фр. — 78, 312, 345, 347
Бэли Фр. — 149, 155
Бюффон Ж. Л. — 194, 209

Вавилов С. И. — 28, 32, 52, 137, 207, 325, 326, 328, 389, 391, 420, 426
Вазей (Vasaeus) — 282, 309
Вакарий — 397
Вальтер — 143
Ван-Дейк — 421, 422, 425, 426
Вандербанк — 422, 424, 425
Ван-дер-Верден — 112, 126
Варбуртон — 300
Вариньон П. — 97, 369
Вебер — 120, 269
Вебер Ф. — 424
Вейерштрасс — 68, 72, 115
Вейль — 71, 124, 126
Вейнберг Б. П. — 426
Велльман — 308—310
Вест В. — 426
Вигани — 416
Визельбергер — 268
Вийемо — 388
Виклеф — 403
Вилейтнер — 89, 123
Виллямиль (Villamil R.) — 52
Вильгельм — 143, 144
Вильгельм Гессенский — 238
Вильев М. А. — 257, 262, 263
Вильмо — 369, 371
Винклер — 238
Виот В. — 425
Виргилий — 294, 425
Вителлио — 128, 144, 262
Витрувий (Vitruvius) — 393, 419
Вольтер — 176, 192, 207, 208, 257, 346—348, 361, 376, 382, 383, 385, 390, 391
Вольф — 157, 242, 258
Вольф Август — 271, 308
Вольф Р. — 262, 263
Вольф Хр. — 314, 316, 318, 354
Вольферс — 15, 266
Воскресенский — 334
Вржесневский — 72
Всехсвятский — 241
Вулсей — 404
Выгодский М. Я. — 72, 75, 89, 90, 96
Вэрман К. — 426
Вяхирев С. В. — 268
Гадолин А. В. — 27
Галилей — 8, 78, 80, 82, 84, 86, 87, 88, 94, 128, 172, 175—178, 181, 206, 260, 263, 313, 330, 337, 340, 345, 355
Галлей — 27, 149, 151, 155, 156, 192, 194, 195, 204, 207—209, 239, 244, 255—258 263, 284, 324, 405, 416
Галуа — 105, 115, 119, 120, 122, 126
Гамильтон — 127
Гаммер Ф. — 129, 141
Ганди В. — 423
Ганзен — 203, 210
Гассенд — 318, 319, 327
Гауденций — 393
Гаусдорф — 73
Гаусс — 15, 17, 19 — 23, 68, 133, 141, 158, 258, 334
Гевелий (Hevelius J.) — 239, 241, 245—247, 256, 262
Гегель — 358
Гекатей Абдерский — 276
Гекатей Милетский — 272, 274, 294, 298, 300
Гелиер — 238
Гельмгольц — 25, 128, 141, 321, 323

Гензель К. — 105, 109, 112, 118, 125
Генрих III — 397, 399
Генрих VIII — 402, 403, 408
Гераклид из Понта — 236
Герберт Ф. — 425
Гердер — 358, 359
Геринке — 36
Герман — 269, 314—316, 326
Геродот — 272—278, 282, 289, 296—298, 303—305
Герстнер — 23, 25
Герц Н. — 262
Гертц — 319
Гиппи — 289
Гильберт В. — 173, 405
Гильберт Д. — 71, 120, 125
Гиппарх — 162—164, 167, 172, 175, 180, 182, 191, 203, 206, 304, 305
Гиппий — 303, 304
Гискок — 46
Гоббс — 312, 345
Гогарт В. — 422
Годэн — 192
Голечек — 241, 262
Гольбах — 78, 348, 360
Гольбейн — 421
Горлецкий — 315
Горслей С. (Horsley S.) — 36, 41, 207, 246, 262, 282, 287, 289, 297, 298, 301, 305, 310, 311
Гофман — 123
Гравесанд В. Я. — 315, 316, 327, 364, 375
Граббер — 422
Грегори Д. — 46, 68, 263, 374, 389
Грегори Я. — 128, 139
Григорий IX — 397, 398
Григорий Великий — 393
Григорий Турский — 393
Грин — 19, 67
Гринстрит (Greenstreet W. J.) — 97, 420, 422, 426
Гришов А. Н. — 317, 327
Гросин В. — 404
Гроссетет Роберт — 399, 400
Гуа де — 110, 112
Гудден — 12
Гук Р. — 35, 36, 38, 41, 192, 208, 325, 412, 413, 416
Гульдин — 97
Гэйфорд (Hayford) — 207
Гэль — 283
Гюйгенс Хр. (Huygens) — 10, 28, 38, 45, 130, 139, 192, 208, 222, 313, 326, 330, 333, 345, 361, 364, 365, 368, 370, 376, 381, 388, 389, 412
Гюнтер Н. М. — 26

Даво — 32
Даламбер (D'Alembert) — 9, 18, 19, 53, 68, 75, 97, 161, 192—194, 203, 209, 210, 311, 313, 323, 344, 385, 391
Дальтон — 340
Дан — 313
Данжуа — 72
Даниэль П. — 365, 387
Данneман — 207
Дарвин Дж. — 23, 30, 32, 180, 207
Дарвин Ч. — 358
Дасье Л. — 425
Даудет — 424
Де Гуа де Мальв — 387
Декарт — 5, 13, 34—36, 41, 44, 90, 110, 125, 130, 176, 177, 192, 207, 240, 241, 262, 313, 315, 326, 331, 345, 347, 348, 354, 362—365, 367—371, 376—378, 380—387, 389, 390, 408
Де-ла-Гир — 330
Де-ла-Кондамин — 192, 208, 219
Деламбр — 167, 205—207
Делонэ — 21, 195, 203, 204, 210
Демокрит — 77, 78, 80, 81, 86, 96, 97, 236
Денуарестери — 391
Дерфель — 247, 248
Дефо Д. — 312
Джинс Дж. — 32
Джонс — 389
Джэксон (Jackson) — 283, 309
Джеффри (Jaffreys) — 210, 417
Джордано Бруно — 78, 404, 419
Д'Ирсе (D'Irsay St.) — 387, 390
Дидро — 309
Диксон — 26
Динарх — 298
Диоген — 235, 305
Диодор — 274, 276—278, 281, 282, 291, 294, 298—300, 310
Диоклес — 131
Дионисий Скитобрахион — 292
Дирихле — 64
Додуэлль (Dodwell H.) — 283, 296, 309
Долгоруков — 21, 206, 207
Доллонд — 11, 139
Донат — 393, 394, 396
Дороднов А. В. — 124, 125
Дорту-де-Меран (Dortous de Mairan) — 375, 378
Дрейер — 206
Дэган Р. С. — 210, 262
Дюамель — 9
Дю-Верлю — 90, 95

Дюма — 120, 125
Дю-Сежур — 257
Дю-Шатле Э. — 192, 322, 347

Евгемер — 272, 275, 276, 278, 281, 298
Евдокс — 78, 278, 304, 305
Евклид — 6, 34, 58, 63, 66, 72, 73, 78, 79, 83, 92, 322, 393, 396, 408
Евсевий — 274, 280, 283, 296, 302, 309, 310
Евсевий — 276
Енох Симон — 422, 424
Ермаков В. П. — 26, 126

Жакье — 13, 208
Жегалкин — 54
Жерар — 340
Жуковский Н. Е. — 19, 24, 25, 321, 322

Забудский Н. А. — 27
Зейдель — 134
Зенон — 68, 71, 73, 74, 77
Зигель — 124, 126
Зимин — 24
Зингер — 426
Золотарёв — 26

Иванов А. А. — 328
Иеремия — 257
Ильинский — 315
Имшенецкий В. Т. — 118
Иордан — 118, 125
Иосиф Флавий — 274, 276, 278—280, 283, 291, 293, 297—299, 310
Ипарх — 330
Иринерий — 397
Исидор — 280

Кавальери — 75, 78—80, 82—92, 95, 97, 98, 385
Кавендиш — 22
Калинин — 205
Каменский — 242
Кант И. — 337, 346, 353—360
Кантор М. — 69—71, 73, 76, 89
Капелла Мартиан — 393
Каратеодори — 127
Карл I Стюарт — 312, 405, 421, 422
Карл II Стюарт — 312, 412, 416, 422
Карл Великий — 394
Карно Л. — 88, 97
Кассегрен — 128
Кассини — 146—149, 207, 222, 245—247, 256, 262, 371, 378, 380, 385
Кастель — 376, 390
Кастильон — 325
Каулей А. — 416

Кассиодор — 393
Квинтилиан — 393
Кейль — 372, 375
Кельвин — 25
Кеплер — 5, 10, 14, 15, 78, 80, 82, 84, 128—131, 133, 136, 140, 141, 144—146, 170, 172—183, 189, 206, 227, 229, 238, 239, 242—246, 248, 252, 256, 257, 260—262, 313, 330, 345, 355, 366, 367, 369, 370, 377—385
Кестнер А. — 110, 125, 126
Киприан — 280
Кирхгоф — 25, 319
Кларк С. — 374, 387, 389, 390, 406, 407, 424
Клаузен — 123—125
Клебш А. — 19, 112
Клеомед — 143
Клеро — 17, 20, 21, 25, 30, 161, 191—194, 195—203, 208—210, 219, 222, 257, 317, 318, 322, 327, 385
Клерселье — 364
Климент Александрийский — 280, 281, 305
Клинкерфюс — 22
Клэрк — 45
Клюгель — 138
Кнеллер Годфрей (Неллер) — 421—423
Кнутсен М. — 354
Ковалевская С. В. — 19
Колдингтон — 134
Колер — 387
Колет Дж. — 404
Коллинс Д. И. — 12, 411, 416
Колумб Хр. — 237
Кольбер — 388
Конде — 365
Кондорсе — 347
Кондуитт Дж. — 420
Кондуитт Е. — 420
Конрипий — 282, 298, 309
Конти — 285
Коперник Н. — 84, 167—171, 176, 178, 206, 243, 246—248, 313, 314, 330, 345, 355, 357, 405, 408
Коркин А. Н. — 26
Корнфи — 243, 262
Корнейль — 312
Корню — 22
Корске — 72
Котс Р. — 5, 78, 247, 321, 326, 363, 372—375, 380—382, 389, 391, 416
Коуэлль — 257
Коши А. — 17, 23—25, 53—55, 64, 65, 68, 69, 70, 116
Крамер (Cramer) — 112, 125
Крафт — 21

Критцингер — 241
Крокер Дж. — 424, 425
Кромвель Оливер — 312, 422
Кроммелин — 257
Кронекер (Kronecker) — 120, 126
Крупп — 27
Крылов А. Н. — 54, 55, 57, 60, 61, 75, 91, 140, 141, 148, 149, 151, 152, 154—156, 158, 159, 188, 194, 205, 207, 208, 210, 211, 236, 243, 246, 253—255, 258, 259, 261—263, 268, 270, 322—328, 342—344, 387, 426
Кузен В. — 387
Купфер — 26
Курсон де Роберт — 397
Курце М. — 81
Кьярамонти — 238
Кэджори Ф. (Cajori) — 75, 96, 98, 327
Лавуазье — 340
Лагир — 237
Лагерр — 122
Лагранж — 5, 9, 15, 17, 19, 20, 27, 68, 80, 88, 105, 109—111, 117, 126, 128, 141, 156, 159, 188, 195, 257, 270, 311, 313, 323
Лазарев В. Н. — 425, 426
Лазарев П. П. — 328
Ла-Кондамин — 192, 208, 219
Лакруа — 111, 114, 116, 117
Лактанций — 281
Ламберт — 15, 130, 156, 249, 254, 257, 258, 262, 323
Лангтон Стефан — 396
Ландау — 123, 126, 209
Ландсберг — 105, 112, 125
Лаплас П. — 10, 17, 20—23, 25, 28, 68, 156—159, 163, 177, 181, 190, 195, 202—204, 206, 207, 209, 210, 219, 230, 233, 249, 253, 254, 258, 262, 334, 346, 358
Лапшо-Данилевский И. А. — 118, 126
Лафтон — 415, 416
Ларжильер Н. — 422
Лебег — 64, 67
Лебедев П. Н. — 316, 320, 327
Левенпук — 365
Леверрье — 16, 20, 21, 195, 323
Лежандр — 344
Лейбниц — 5, 6, 12, 17, 53, 54, 59, 68, 70—72, 75, 78—80, 86, 96, 126, 131, 260, 313—316, 326, 347, 348, 352, 354, 365, 367, 372, 375, 381, 388, 416
Лейпцигер — 254, 263
Леклерк — 282
Лексель — 21
Лели Питер (Ван-дер-Фас) — 421, 422, 423, 425
Ленин В. И. — 359
Ленц — 334
Ленцау — 303
Леонардо-да-Винчи — 175, 321
Леонт из Пеллы — 276
Лепот — 209
Лесюэр (Le-Sueur) — 13, 208
Линакр Т. — 404
Линденау — 241
Линус Фр. — 412
Лиувилль — 115, 117, 118
Лобачевский Н. И. — 320
Логан Д. — 420
Локк — 50, 283, 312, 346, 347, 382, 416, 423
Ломоносов М. В. — 49, 314, 316—319, 327, 330—333, 335, 420
Лоренц — 104
Лоуэлль — 20
Лузин Н. Н. — 327
Лукас — 139
Лукас А. — 412
Лукас Г. — 411, 412
Лукреций — 48, 52, 78
Лурье С. Я. — 96, 97
Лэмб — 25
Любимов Н. А. — 321
Лэр (Laird) — 387
Ляпунов А. М. — 17, 25, 29—32, 209, 320
Ляпунов В. В. — 32
Ляпунов М. В. — 32
Ляпунова Е. В. — 32
Ляпунова Н. Р. — 32
Мавролик — 128
Маевский Н. В. — 27
Мазьер — 376
Мак-Арделль — 424
Маклорен — 13, 17, 18, 29, 53, 68, 88, 96, 219, 229, 326, 385
Макробий — 280
Максвелл — 17
Мальбранш — 369, 370, 375, 376, 378, 382, 384, 388, 391
Мальшиц — 365
Манефон — 275, 278—280, 282, 283, 295, 296, 299
Манфред — 402
Марсилий Падуанский — 403
Маракуев Н. Н. — 321
Марибэт — 332, 333, 365
Маркс К. — 358, 359, 389
Маршэм (Marsham) — 282, 283, 292, 298, 309, 310
Маскелин — 22

Матвей Парижский — 399, 400
Мейер Тобиас (Mayer) — 158
Мелмин Симон — 395
Менделеев Д. И. — 17, 37, 51, 334—342
Мередит Р. — 416
Меркатор Николай — 108
Мертон В. — 402
Месалин — 244, 245
Метон — 205
Меуренус — 271
Миллс Г. — 425
Миндинг — 114, 115
Мишковский — 119
Мольер — 313, 320, 391
Монтэгю Ч. — 416
Монтгюи — 192, 219, 380 — 384, 390, 391
Мор Генри — 410
Мор (More, L. T.)—84, 89, 97, 98, 285—288, 292, 296—298, 304, 307, 309, 311, 389, 409, 418, 420
Мор Томас — 312, 404
Морган де — 76, 96
Морган Пирпонт — 406
Мордухай-Болтовской Д. Д. — 29, 60, 61, 72, 75, 83—86, 94, 105, 126, 325, 327
Морлей — 347, 398
Мотт — 322
Муи (Mouy, P.) — 386—389, 391
Муллинджер — 399, 419
Мушенброк — 376

Навье — 25
Наглер — 426
Наполеон I Бонапарт — 28, 209
Нейгебауэр — 205
Неиком Александр — 396
Некрасов П. А. — 126
Нельсон — 21
Нибур — 271, 308, 309
Никомах — 393
Нольтий — 238
Нотнер — 394
Ньюкомб (Newcomb, S.) — 16, 21, 203, 205, 210
Ньютон Гемфри — 50, 413
Ньютон Исаак (отец) — 5

Обухов — 27
Окатов М. Ф. — 26
Оливье — 262
Ольберс (Olbers, W.) — 22, 242, 257—259, 261, 263
Ольденбург Г. — 36, 38, 89, 108, 126, 412, 413, 416
Оппольцер — 22
Орленко М. — 426
Орлов С. В. — 241, 243, 261
Орозий — 280
Остроградский М. В. — 17, 19, 23—26, 320
Отонн (L'Antonne) — 118, 125

Павел Фабриций — 238
Павлов И. П. — 72
Павсаний — 288
Парди И. — 412
Паррот П. Ф. — 320, 327
Паскаль Блез — 78, 80, 313, 363, 364
Паули — 340
Педжет Эд. — 416
Пезена — 97
Пекарский — 327
Пексан — 27
Перевощиков Д. М. — 321, 327
Перизоний (Perizonius) — 283, 298, 309
Перрей — 416
Перрон (Perron, O.) — 122, 126
Петавий (Petavius) — 271, 282, 283, 309
Петр I — 314, 423
Петр Ломбардский — 396
Печелли — 417
Пиацци — 21
Пикар — 158, 222, 230
Пирсон Дж. — 407
Пифагор — 73, 77, 81, 279, 393, 396
План — 21
Плантамур — 258, 263
Платон — 84, 97, 167, 294, 304, 318
Плутарх — 83, 84, 94, 236, 260, 261, 278, 302, 303, 306
Плюкер — 127
Полени (Poleni) — 370, 388
Понс — 241, 242
Понтекулан — 195
Поп — 141, 313
Порта Дж. Б. — 128, 141
Портсмут — 10, 14, 208, 420
Прива де Мольер (Privat de Moliers) — 378, 380, 383, 384, 391
Пристли — 138
Приндиан — 393, 394, 396
Пти — 247, 425
Птоломей — 128, 143, 162, 164—172, 175, 176, 203—206, 238, 330, 393, 396
Пуанкаре А. (Poincaré H.) — 30—32, 71, 108, 126, 170, 188, 195, 205, 207, 209, 210
Пуассон — 17, 19, 23, 25—27, 195, 208
Пулл, Роберт — 398
Пуллейн Б. — 408
Пуссен В. — 69, 73

Пфафф — 71
Пюизё — 111, 116

Разумовский К. — 209, 317
Райнов Т. И. — 327
Райкин М. — 23
Расин — 312
Рашдалла — 399
Регий — 363
Реномонтан Иоганн Мюллер—237, 238, 262
Режи — 363, 365, 387, 388
Рей де — 364
Рейнольдс О. — 422, 423
Рейх Д. — 424
Рембрандт — 421, 423
Ремер О. — 313
Ремюза — 320
Рен Хр. (Wren) — 192, 246, 247, 415, 420
Рессель — 72, 210
Ретьер Д. — 424
Рец — 365
Риеш (Riesz) — 67
Ридинг Д. — 423
Риман — 66, 115, 126
Рич Эдмунд — 399
Риччиоли — 238, 239, 262
Ришар — 71, 73
Рише — 225
Роберваль — 90, 363, 364, 391
Роберт Сорбонский — 401
Робикс — 27, 75
Рого Ж. (Rohault J.) — 326, 363, 364, 387
Розенберг — 207
Розенбергер — 374, 388—390
Ролль — 87
Ромман — 140, 148
Рубенс — 421
Рубиньяк — 418, 425
Рузефорд — 17
Рунге — 124, 126
Руссо Ж. Ж. — 360
Рэлей — 156
Рэссель (Russel H. N.) — 262
Рюизе (Ruiseux V.) — 126

Саблер — 158
Савич А. Н. — 334
Сальвиати — 176
Сатаров — 315
Свифт Дж. — 312
Седийо — 206
Секст Эмпирик — 81, 83, 84
Сенека — 235—237, 260, 261, 425
Сен-Симон — 346, 349—351, 359, 360
Сервий — 303
Серре — 112, 126
Сидоров А. А. — 426
Симон Р. — 286, 288, 308, 310
Симпсон Т. — 14, 157
Синцов Д. М. — 108, 110—112, 115, 118, 126
Скалигер — 271, 282, 309
Скультет — 238
Слузий — 12
Смит Адам — 313
Смит Д. — 424
Смит Д. Р. — 134, 142
Смит Д. Е. — 97, 420, 423, 424, 427
Смит Р. — 134, 142
Снелль — 313
Снеллиус — 130
Сольмон — 369, 370, 379
Сомов О. И. — 19, 26
Сорел — 370, 388
Софокл — 289
Спенсер — 292, 310
Спиноза — 285, 288
Сретенский Л. Н. — 24
Сталин И. В. — 359
Стекелей В. — 292, 408
Стеклов В. А. — 25, 26, 29—31, 67, 320
Стирлинг — 108, 110, 112
Стильтьес (Stiltjes) — 26, 72
Стокс — 67, 387, 390, 406
Столетов А. Г. — 320, 321
Сторей — 405
Стэньэн — 283
Стюарт — 210, 262
Суворов С. — 426
Суслов — 19
Сэйс (Sayce) — 262
Такэ — 38
Таннери — 205
Татнан — 280
Тед — 425
Тейлор — 100, 110, 126, 326
Теон — 143
Теплиц — 76
Тертуллиан — 280
Тит-Ванге — 257
Тиндал В. — 404
Тиссеран — 10, 15, 21, 195, 207, 209, 210
Тиссерман — 207
Тихо Браге — 129, 140, 143—145, 170—172, 175, 181, 188, 189, 206, 238, 239, 244, 245, 252, 313
Тюма (Thomas) — 386, 391
Томсон В. (лорд Кельвин) — 23, 25
Томсон Д. Д. — 331
Торичелли — 79, 80, 87, 88, 90, 95, 145, 313
Торнелий — 283, 298
Торнхилл Дж. — 422, 424
Тосканелли П. — 237

Уатт — 17
Уеджвуд Дж. — 423
Уикипс Дж. — 408
Уистон — 284, 286, 306, 307, 311, 413
Уиттекер Э. Т. — 256, 263
Уоллис — 73, 79, 88, 89—93, 95, 108, 110, 126, 246, 247, 416
Уотсон — 22
Уэвелл (Whewell W.) — 97
Упер — 283

Фабри — 242
Фабрициус — 271
Фалес — 279
Фарадей — 17
Феодосий — 83
Феономи — 272
Ферекид — 279
Ферма — 127, 326, 364, 377, 391
Ферн Г. — 407
Фесенков В. Г. — 361, 386
Филиппов М. М. — 321, 426
Филон из Библа — 298
Фильд — 116, 125
Финк — 115, 125
Фишер — 67
Фишер Дж. — 404
Фишер Куно — 360
Флэмстид (Flamstead, J.) — 6, 140, 148, 149, 151, 154—159, 170, 208, 241, 255, 325, 416
Фок В. А. — 626
Фома Аквинский — 81, 395, 403
Фонтенель — 365, 370, 371, 375, 376, 378, 381, 382—385, 387, 389, 390
Фосспус — 309
Фотерингэм (Futheringham) — 210
Фотий — 278, 294, 299
Фракастор — 260
Фрам Г. — 23
Франк Э. — 80, 84
Френель — 39, 313, 320
Фридман А. А. — 326
Фредерикс В. К. — 328
Фрезнер Ч. — 416
Френкель Я. И. — 328, 391
Френсис Албан — 417
Фробениус — 118, 125
Фруд В. — 11, 23, 270
Фрунье — 424
Фрэзер — 291
Фрэре (Freret) — 285, 307
Фукидид — 272, 275, 279, 289
Фукс — 118, 125
Фуллер — 406, 420
Фурье Ш. — 17, 25, 346, 349, 351—353, 359, 360
Фусс — 21

Хагеций — 238
Хартсокер — 376, 390
Хвостиков И. А. — 328
Хилл — 25, 30, 170, 187, 188, 207, 210
Хинкс (Hinks) — 207
Хискок (Hiscock W. G.) — 52, 389
Хо (Hough) — 23
Хоз Н. — 420
Хотинский М. С. — 327
Хрисипп — 94

Цанстра — 240
Цейтен — 75, 76, 89, 98
Цейтлин Л. — 325
Цейтлин З. А. — 389
Цейтлингер — 420
Церасский В. К. — 321, 322
Цизат — 241
Цингер В. Я. — 321, 322, 327

Чайльд — 89, 93, 97, 98
Чакалов — 123, 126, 328
Чаплыгин С. А. — 25
Чеботарев Н. — 29, 126
Чебышев П. Л. — 25, 26, 29—31, 320
Челория — 237

Шампо де Гильом — 396
Шампольон — 271
Шарлье — 21
Шахнер Н. — 419
Шварцшильд — 240
Шевердяев Н. А. — 424
Шевик — 240, 262
Шезо (Chézeaux, Louis de) — 250, 257, 258, 263
Шейнер (Scheiner, Chr.) — 146
Шекспир В. — 312
Шталь (Stahl) — 390
Штанган — 309
Штрассмайер — 205
Штремгрен — 242
Штурм — 19
Штурми С. — 233
Шумахер И. Д. — 317
Шур — 121, 122, 126
Щавинский — 426

Эвальд — 39
Эпремонт — 423
Эддингтон — 243
Эдльстон — 321, 327, 374, 389, 415, 420

Эйзенштейн — 120
Эйлер — 15, 17—21, 23, 24, 27, 49, 54, 68, 78, 89, 93, 96, 139, 156, 159, 161, 182, 187, 188, 203, 205, 207, 209, 210, 229, 253, 254, 257, 258, 311, 313, 316—318, 323, 326, 327, 330, 344, 385
Эйнштейн А. — 7, 8, 313, 326, 332, 335
Эйскоу Дж. — 406, 407
Эллис — 413
Энгельман — 141
Энгельс Ф. — 346, 355, 358, 359, 360, 389
Энке — 241, 242, 258, 262
Эпиген — 237
Эпикур — 48, 78
Эпинг — 205
Эразм Роттердамский — 402, 404, 408
Эри — 23
Эрмит — 69, 72, 121
Эсмарх — 39
Этвеш — 327, 331
Этьенн Анри — 271, 289

Юм Д. — 313
Юнг — 112, 125, 313, 320
Юнге Г. — 76
Юрен (Jurin) — 68
Юстиниан — 396

Якоби К. — 19, 21, 29, 72
Якоби Ф. — 308, 309
Яков II — 416

Погребов

ОГЛАВЛЕНИЕ

Стр.

А. Н. Крылов, НЬЮТОН И ЕГО ЗНАЧЕНИЕ В МИРОВОЙ НАУКЕ . 5

С. И. Вавилов, ЭФИР, СВЕТ И ВЕЩЕСТВО В ФИЗИКЕ НЬЮТОНА . 33

Н. Н. Лузин, НЬЮТОНОВА ТЕОРИЯ ПРЕДЕЛОВ 53

С. Я. Лурье, ПРЕДШЕСТВЕННИКИ НЬЮТОНА В ФИЛОСОФИИ БЕСКОНЕЧНО МАЛЫХ 75

Н. Г. Чеботарев, МНОГОУГОЛЬНИК НЬЮТОНА И ЕГО РОЛЬ В СОВРЕМЕННОМ РАЗВИТИИ МАТЕМАТИКИ 99

Г. Г. Слюсарев, РАБОТЫ НЬЮТОНА ПО ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКЕ 127

И. А. Хвостиков, НЬЮТОН И РАЗВИТИЕ УЧЕНИЯ О РЕФРАКЦИИ СВЕТА В ЗЕМНОЙ АТМОСФЕРЕ 142

Н. И. Идельсон, ЗАКОН ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ И ТЕОРИЯ ДВИЖЕНИЯ ЛУНЫ 161

Л. Н. Сретенский, НЬЮТОНОВА ТЕОРИЯ ПРИЛИВОВ И ФИГУРЫ ЗЕМЛИ 211

А. Д. Дубяго, КОМЕТЫ И ИХ ЗНАЧЕНИЕ В ОБЩЕЙ СИСТЕМЕ НЬЮТОНОВЫХ «НАЧАЛ» 235

М. В. Кирпичев, НЬЮТОН О ПОДОБИИ 264

С. Я. Лурье, НЬЮТОН—ИСТОРИК ДРЕВНОСТИ 271

Т. П. Кравец, НЬЮТОН И ИЗУЧЕНИЕ ЕГО ТРУДОВ В РОССИИ . . . 312

Т. И. Райнов, НЬЮТОН И РУССКОЕ ЕСТЕСТВОЗНАНИЕ 329

А. М. Деборин, НЬЮТОН В ИСТОРИИ КУЛЬТУРЫ 345

А. Д. Люблинская, К ВОПРОСУ О ВЛИЯНИИ НЬЮТОНА НА ФРАНЦУЗСКУЮ НАУКУ (СПОР НЬЮТОНИАНЦЕВ С КАРТЕЗИАНЦАМИ) 361

Е. Ч. Скржинская, КЭМБРИДЖСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ И НЬЮТОН. . 392

П. М. Дульский, ПОРТРЕТЫ ИСААКА НЬЮТОНА 422

ИСТОЧНИКИ ЗАСТАВОК И КОНЦОВОК, ПОМЕЩЕННЫХ В СБОРНИКЕ . 428

УКАЗАТЕЛЬ ИМЁН 429

CONTENTS

Стр.

A. N. Krylov, SIR ISAAC NEWTON AND HIS RÔLE IN SCIENCE 5

S. I. Wawilow, ETHER, LIGHT AND MATTER IN NEWTON'S PHYSICS. 33

N. N. Luzin, NEWTON'S THEORY OF LIMITS 53

S. Y. Luria, NEWTON'S FORERUNNERS IN THE PHILOSOPHY OF THE INFINITESIMALS 75

N. G. Tschebotarow, NEWTON'S POLYGON AND ITS RÔLE IN THE PRESENT DEVELOPMENT OF MATHEMATICS 99

G. G. Sliussarev, NEWTON'S WORKS IN GEOMETRICAL OPTICS . . . 127

I. A. Khvostikov, NEWTON AND THE DEVELOPMENT OF THE THEORY OF REFRACTION OF LIGHT IN THE ATMOSPHERE 142

N. I. Idelson, THE LAW OF UNIVERSAL GRAVITATION AND THE THEORY OF THE MOTION OF THE MOON 161

L. N. Sretensky, NEWTON'S THEORY OF TIDES AND OF THE FIGURE OF THE EARTH 211

A. D. Dubiago, THE COMETS AND THEIR SIGNIFICANCE IN THE GENERAL SYSTEM OF NEWTON'S «PRINCIPIA» 235

M. V. Kirpichev, NEWTON AND THE THEORY OF SIMILARITY . . . 264

S. Y. Luria, NEWTON AS AN HISTORIAN OF THE ANTIQUITY 271

T. P. Kravetz, NEWTON AND THE STUDY OF HIS WORKS IN RUSSIA 312

T. I. Rainov, NEWTON AND THE NATURAL HISTORY IN RUSSIA . . 329

A. M. Deborin, NEWTON AND THE HISTORY OF CULTURE 345

A. D. Liublinskaia, NEWTON'S INFLUENCE ON THE FRENCH SCIENCE (ON THE CONTROVERSY BETWEEN NEWTONIANS AND CARTESIANS) 361

E. Ch. Skrjinskaia, THE CAMBRIDGE UNIVERSITY AND NEWTON 392

P. M. Dulsky, PORTRAITS OF SIR ISAAC NEWTON 422

Печатается по постановлению
Редакционно-издательского совета АН СССР за № 2045

Редактор
А. Г. Грумм-Гржимайло

Переплёт, титульные страницы и макет оформления книги
художника *Н. А. Седельникова*

Подписано в печать 10/IX—1943 г. Печ. л. 27,5. Уч.-издат. л. 40.
Тираж 3000 Л 28821. Заказ № 4438. Цена книги в переплёте 25 руб.
1-я типография Трансжелдориздата НКПС