

НАРОДНЫЙ КОМИССАРИАТ АВИАЦИОННОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ
ЦЕНТРАЛЬНЫЙ АЭРО-ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
им. проф. Н. Е. Жуковского

62.3.3

77.3

ТРУДЫ ЦАГИ

№ 546

ВЛИЯНИЕ ФЮЗЕЛЯЖА НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ
НАГРУЗОК ПО РАЗМАХУ КРЫЛА

А. А. Дородницын

Республіканская
навукова-тэхнічная
бібліятэка

ИЗДАТЕЛЬСТВО БЮРО НОВОЙ ТЕХНИКИ НКАП

1944

Д В Р

ВЛИЯНИЕ ФЮЗЕЛЯЖА НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАГРУЗОК
ПО РАЗМАХУ КРЫЛА

А. А. ДОРОДНИЦЫН

ВВЕДЕНИЕ

Присутствие фюзеляжа изменяет поле скоростей потока, обтекающего крыло. Это вызывает перераспределение нагрузок по размаху крыла и, следовательно, изменение аэродинамических характеристик крыла. Изменения эти достигают величины порядка 10%.

Вблизи линии сопряжения фюзеляжа с крылом, кроме того, происходит изменение течения внутри пограничного слоя, что приводит к увеличению сопротивления самолета. Этим последним вопросом мы не будем здесь заниматься, рассматривая же обтекание системы фюзеляжа и крыла с точки зрения идеальной жидкости, найдем лишь поправки к распределению подъемной силы (циркуляции) и к величине индуктивного сопротивления.

Так как поправки к значениям аэродинамических характеристик из-за наличия фюзеляжа сравнительно невелики, то для определения их вполне достаточно пользоваться приближенным методом.

В настоящей работе это приближение заключается в том, что фюзеляж рассматривается как тонкое тело вращения. Следует отметить однако, что сама по себе теория крыла, как несущей вихревой нити, представляет собой приближение того же самого порядка, поэтому если при расчетах главной части аэродинамических величин довольствуются приближенным методом, то вполне допустимо ту же степень приближения сохранить при вычислениях поправок.

§ 1. Основные допущения. Схема явления

В основу последующих выводов положены следующие допущения.

1. Крыло заменяется вихревой нитью.
2. Фюзеляж считается тонким телом вращения, не обладающим собственной подъемной силой; последнее положение следует понимать в том смысле, что фюзеляж сам по себе может обтекаться потоком любого направления без образования циркуляции, и, следовательно, если вихревая нить, схематизирующая крыло, пронизывает фюзеляж, то в части нити, находящейся внутри фюзеляжа, циркуляция остается постоянной.
3. Вихревая пелена позади крыла принимается расположенной в горизонтальной плоскости и вихревые шнуры — параллельными направлению основного потока.

Кроме того, мы будем рассматривать случай симметричного обтекания относительно плоскости симметрии самолета.

Подробные выкладки мы произведем для случая срединплана и фюзеляжа, симметричного относительно оси крыла. Для произвольного расположения крыла мы ограничимся приведением окончательных формул.

§ 2. Скорости на линии крыла

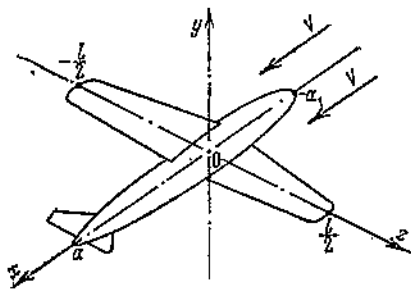
Предположение о тонкости фюзеляжа позволяет заменить его действие системой источников и стоков и системой диполей с вертикальной осью, расположенных на оси фюзеляжа.

В предположении малости углов атаки (которое всегда принимается в теории крыла конечного размаха) мы можем снести эти источники и стоки на горизонтальную плоскость, проходящую через центр фюзеляжа.

Обозначим через V скорость основного потока, через δ — половину толщины фюзеляжа, через ρ — плотность источников, через μ — плотность диполей. Выбор осей координат показан на фиг. 1.

ИР 531
1946
ИР 531
1946

Тогда несущая вихревая нить (схематизирующая крыло) будет обтекаться потоком, скорость которого в направлении оси Ox будет



Фиг. 1

$$v_x = V + \int_{-a_1}^a q(x) \frac{xdx}{V(x^2 + z^2)^{3/2}} \quad (1)$$

и вертикальная составляющая (направленная вниз) определяется выражением:

$$v_y = \frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{d\Gamma}{dz'} \frac{dz'}{z - z'} + \int_{-a_1}^a \mu(x) \frac{dx}{V(x^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (2)$$

Здесь Γ — циркуляция скорости в данном сечении крыла.

§ 3. Определение плотности источников q . Выражение для скорости v_x

Пусть фюзеляж находится под углом атаки β по отношению к основному потоку. Тогда составляющая скорости основного потока вдоль оси фюзеляжа будет $v = V \cos \beta$ и перпендикулярная оси $w = V \sin \beta$.

Пренебрегая квадратами β , получим

$$v = V, \quad w = V\beta. \quad (3)$$

Обозначим через r радиус сечения фюзеляжа. Пусть уравнение поверхности фюзеляжа будет

$$r = r(x). \quad (4)$$

Так как на поверхности фюзеляжа нормальные составляющие скорости равны нулю, то, принимая во внимание малость толщины фюзеляжа, будем иметь следующее условие для определения величины q :

$$V \frac{dr}{dx} + \int_{-a_1}^a q(x') \frac{r(x) dx'}{V[(x - x')^2 + r^2(x)]^{3/2}} = 0. \quad (5)$$

По предположению малости r , величина интеграла определяется окрестностью точки $x' = x$. Именно, имеет место асимптотическое равенство:

$$\int_{-a_1}^a q(x') \frac{r(x) dx'}{V[(x - x')^2 + r^2(x)]^{3/2}} \cong \int_{-\infty}^{\infty} q(x) \frac{r(x) dx'}{V[(x - x')^2 + r^2(x)]^{3/2}} = 2 \frac{q(x)}{r(x)};$$

отсюда

$$q(x) = -\frac{1}{2} V r(x) \frac{dr}{dx}. \quad (6)$$

Теперь формула (1) дает:

$$v_x = V \left[1 - \frac{1}{2} \int_{-a_1}^a r(x) \frac{dr}{dx} \frac{xdx}{V(x^2 + z^2)^{3/2}} \right]. \quad (7)$$

Следует обратить внимание на то, что формула (7) имеет место при $|z| > \delta$.

Упростим теперь эту формулу для случая симметричного фюзеляжа. Здесь будем иметь:

$$a_1 = a; \quad r = \delta \rho \left(\frac{x^2}{a^2} \right) = \delta \rho(\zeta^2). \quad (8)$$

Тогда

$$v_x = V \left[1 - \frac{\delta^2}{a^2} \int_{-1}^1 \rho(\zeta^2) \rho'(\zeta^2) \frac{\zeta^2 d\zeta}{V(\zeta^2 + \frac{z^2}{a^2})^{3/2}} \right].$$

Обозначим

$$\frac{\delta}{a} = \varepsilon, \quad (9)$$

$$-\int_{-1}^1 \rho(\zeta^2) \rho'(\zeta^2) \frac{\zeta^2 d\zeta}{\sqrt{\left(\zeta^2 + \frac{z^2}{a^2}\right)^3}} = F\left(\frac{z}{a}\right), \quad (10)$$

будем иметь

$$v_x = V \left[1 + \varepsilon^2 F\left(\frac{z}{a}\right) \right]. \quad (11)$$

В этих выражениях в явном виде представлена зависимость скорости v_x от основных параметров формы фюзеляжа — его относительной толщины ε и длины a .

Заметим, что для всех обычных (выпуклых) фюзеляжей функция F положительна (так как $\rho'(\zeta^2) \leq 0$).

§ 4. Определение плотности диполей μ

Прежде всего определим скорости, индуцируемые вихревой системой крыла на оси фюзеляжа.

а) Скорость, индуцируемая вихревой пеленой.

Элемент вихревой полоски шириной dz' и длиной dx' вызывает в точке $(x, y, 0)$ поверхности фюзеляжа вертикальную скорость:

$$dw = -\frac{1}{4\pi} \frac{d\Gamma}{dz'} \frac{z' dx' dz'}{\sqrt{[(x-x')^2 + y^2 + z'^2]^3}}.$$

Интегрируя по x' и z' , получим

$$w = -\frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{d\Gamma}{dz'} \frac{z'}{z'^2 + y^2} \left[1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z'^2}} \right] dz'.$$

В частности, на линии проекции оси фюзеляжа на горизонтальную плоскость, проходящую через центр фюзеляжа, будем иметь:

$$w = -\frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{d\Gamma}{dz'} \frac{dz'}{z'} - \frac{x}{4\pi} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{d\Gamma}{dz'} \frac{dz'}{z \sqrt{x^2 + z'^2}} = w_1 + w_2. \quad (12)$$

Как видим, w_1 — постоянная величина, w_2 — нечетная функция от x . При симметричном фюзеляже плотность диполей, соответствующая последней скорости, не дает на оси крыла составляющих скорости.

б) Скорость, индуцируемая несущей линией.

В точке $(x, y, 0)$ будем иметь

$$w_3 = \frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \Gamma \frac{x dz'}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z'^2)^3}}. \quad (13)$$

Скорость w_3 тоже является нечетной функцией от x , поэтому при симметричном фюзеляже соответствующее ей распределение диполей не дает составляющих скорости на оси крыла.

Кроме скоростей w_1 , w_2 , w_3 , при угле атаки фюзеляжа β , отличном от нуля, имеется поперечная составляющая скорости потока, обтекающего фюзеляж:

$$w_4 = -V\beta$$

(как принято в теории крыла, мы считаем скорость w положительной, если она направлена вниз).

Перейдем теперь к определению плотности диполей.

На поверхности фюзеляжа диполи вызывают вертикальную скорость

$$w = \int_{-a}^a \mu(x') \left[\frac{1}{\sqrt{[(x-x')^2 + y^2]^3}} - \frac{3y^2}{\sqrt{[(x-x')^2 + y^2]^5}} \right] dx'.$$

При малости y величина интеграла определяется асимптотическим выражением

$$w \cong \int_{-a}^a \mu(x) \left[\frac{1}{\sqrt{[(x-x')^2 + y^2]^3}} - \frac{3y^2}{\sqrt{[(x-x')^2 + y^2]^5}} \right] dx' = 2 \frac{\mu(x)}{y^2}.$$

Теперь μ определится из условия, чтобы вызываемая им скорость w уничтожила скорости w_1, w_2, w_3, w_4 .

Отсюда, соответственно четырём скоростям, получим четыре распределения плотности диполей:

$$\mu_1 = w_1 \frac{y^2}{2}; \quad \mu_2 = w_2 \frac{y^2}{2}; \quad \mu_3 = w_3 \frac{y^2}{2}; \quad \mu_4 = w_4 \frac{y^2}{2}. \quad (14)$$

Для симметричного фюзеляжа, как уже отмечалось выше, при вычислении индуктивных скоростей на оси крыла следует учитывать лишь μ_1 и μ_4 .

При несимметричном фюзеляже интегралы формул (2), содержащие μ_2 и μ_3 , не уничтожаются полностью, но величина их по сравнению с членами, содержащими μ_1 и μ_4 , очень мала, поэтому в практических расчетах ими всегда можно пренебречь.

Дальнейшие выкладки мы будем производить в предположении симметричности фюзеляжа.

§ 5. Интегральное уравнение для циркуляции при схеме среднеплана

Формула (2) даст теперь следующее выражение для индуктивной скорости на оси крыла:

$$w_1 = \frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{d\Gamma}{dz'} \frac{dz'}{z-z'} + \frac{w_1 + w_4}{2} \int_{-a}^a \frac{y^2 dx}{\sqrt{(x^2 + z^2)^3}}.$$

Воспользовавшись соотношением (8) (здесь $y=r$), будем иметь:

$$\int_{-a}^a \frac{y^2 dx}{\sqrt{(x^2 + z^2)^3}} = \frac{\delta^2}{a^2} \int_{-1}^1 [\rho(\zeta^2)]^2 \frac{d\zeta}{\sqrt{(\zeta^2 + \frac{z^2}{a^2})^3}} = 2\varepsilon^2 f\left(\frac{z}{a}\right),$$

где

$$f\left(\frac{z}{a}\right) = \int_0^1 [\rho(\zeta^2)]^2 \frac{d\zeta}{\sqrt{(\zeta^2 + \frac{z^2}{a^2})^3}}. \quad (15)$$

Подставляя вместо w_1 и w_4 их значения, получим окончательно

$$w_1 = \frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{d\Gamma}{dz'} \frac{dz'}{z-z'} - \varepsilon^2 f\left(\frac{z}{a}\right) \left[\frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{d\Gamma}{dz'} \frac{dz'}{z'} + V\beta \right]. \quad (16)$$

Далее согласно гипотезе плоских сечений Прандтля имеем

$$\Gamma = \frac{1}{2} v_x b a_0 \left[\alpha - \frac{w_l}{v_x} \right]. \quad (17)$$

Здесь b — длина хорды сечения крыла, $a_0 = \frac{dc_y}{d\alpha}$ при бесконечном удлинении, α — геометрический угол атаки сечения крыла.

Подставляя значение w_i из формулы (16) и v_x из формулы (11), получим интегральное уравнение для определения Γ :

$$\Gamma = \frac{1}{2} V b a_0 \alpha \left[1 + \varepsilon^2 F \left(\frac{z}{a} \right) \right] - \frac{b a_0}{2} \frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{d\Gamma}{dz'} \frac{dz}{z-z'} + \\ + \frac{b a_0}{2} \varepsilon^2 f \left(\frac{z}{a} \right) \left[\frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{d\Gamma}{dz'} \frac{dz'}{z'} + V \beta \right].$$

Следует отметить, что уравнение имеет место при $|z| \geq \delta$; при $|z| \leq \delta$ имеем $\Gamma = \text{const}$.

Введем безразмерные величины

$$G = \frac{2\Gamma}{Vl}; \quad \eta = \frac{2z}{l}; \quad \sigma = \frac{2a}{l}; \quad t = \frac{b a_0}{l}. \quad (18)$$

Тогда предыдущее уравнение примет вид:

$$\left. \begin{aligned} &\text{при } |\eta| \geq \sigma \\ G(\eta) &= t\alpha \left[1 + \varepsilon^2 F \left(\frac{\eta}{\sigma} \right) \right] - \frac{t}{4\pi} \int_{-1}^1 \frac{dG}{d\eta'} \frac{d\eta'}{\eta - \eta'} + t\varepsilon^2 f \left(\frac{\eta}{\sigma} \right) \left[\beta + \frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 \frac{dG}{d\eta'} \frac{d\eta'}{\eta'} \right] \\ &\text{при } |\eta| \leq \sigma \\ G(\eta) &= G(\sigma) = \text{const}. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Главная трудность в решении уравнений (19) заключается в том, что в интегральном уравнении исключается промежуток изменения независимой переменной от $-\sigma$ до $+\sigma$.

Мы приведем уравнение (19) к одному интегральному уравнению, которое, однако, отличается от уравнения Прандтля наличием дополнительного члена. При выводе его мы используем симметричность распределения циркуляции, что позволит свести задачу к промежутку $\sigma \leq \eta \leq 1$.

Введя в качестве независимой переменной величину

$$\xi = \frac{\eta - \sigma}{1 - \sigma} \quad (20)$$

и обозначив:

$$\nu = \frac{\sigma}{1 - \sigma}; \quad \bar{G} = \frac{G}{1 - \sigma}; \quad \bar{t} = \frac{t}{1 - \sigma}, \quad (21)$$

получим:

$$\bar{G}(\xi) = \bar{t}\alpha \left\{ 1 + \varepsilon^2 F \left[\varepsilon \left(1 + \frac{\xi}{\nu} \right) \right] \right\} + \bar{t}\varepsilon^2 f \left[\varepsilon \left(1 + \frac{\xi}{\nu} \right) \right] \left[\beta + \frac{1}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}}{d\xi'} \frac{d\xi}{\xi' + \nu} \right] - \\ - \frac{\bar{t}}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}}{d\xi'} \frac{(\xi' + \nu) d\xi'}{(\xi - \xi')(\xi + \xi' + 2\nu)}. \quad (22)$$

Отметим, что обычное интегральное уравнение Прандтля для случая симметричного обтекания может быть представлено в виде:

$$\bar{G}(\xi) = \bar{t}\alpha - \frac{\bar{t}}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}}{d\xi'} \frac{\xi' d\xi'}{(\xi - \xi')(\xi + \xi')}.$$

Для решения уравнения (22) мы применим метод последовательных приближений. Представим с этой целью интеграл правой части уравнения (22) в виде:

$$\int_0^1 \frac{d\bar{G}}{d\xi'} \frac{(\xi + \nu) d\xi'}{(\xi - \xi')(\xi + \xi' + 2\nu)} = - \int_0^1 \frac{d\bar{G}}{d\xi'} \frac{\xi' d\xi'}{(\xi - \xi')(\xi + \xi')} + \nu \int_0^1 \frac{d\bar{G}}{d\xi'} \frac{d\xi'}{(\xi + \xi')(\xi + \xi' + 2\nu)}.$$

Наконец, последний интеграл можно преобразовать к виду, в котором под интегралом будет сама функция $\bar{G}$, а не ее производная; именно:

$$\begin{aligned} -I(\bar{G}) &= \int_0^1 \frac{d\bar{G}}{d\xi'} \frac{d\xi'}{(\xi + \xi')(\xi + \xi' + 2\nu)} = \\ &= - \left[\frac{\bar{G}(0)}{(1 + \xi)(1 + \xi + 2\nu)} + 2 \int_0^1 [\bar{G}(0) - \bar{G}(\xi)] \frac{(\xi + \xi' + \nu) d\xi'}{(\xi + \xi')^2 (\xi + \xi' + 2\nu)^2} \right]. \end{aligned} \quad (23)$$

Теперь уравнение (22) примет вид

$$\bar{G}(\xi) + \frac{\bar{t}}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}}{d\xi'} \frac{\xi' d\xi'}{\xi^2 - \xi'^2} = \bar{t}(\alpha_1 + \alpha_2) + \frac{\bar{t}\nu}{2\pi} I(\bar{G}), \quad (24)$$

где обозначено:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \alpha \left\{ 1 + \varepsilon^2 F \left[\varepsilon \left(1 + \frac{\xi}{\nu} \right) \right] \right\}, \\ \alpha_2 &= \varepsilon^2 f \left[\varepsilon \left(1 + \frac{\xi}{\nu} \right) \right] \left[\beta + \frac{1}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}}{d\xi'} \frac{d\xi}{\xi' + \nu} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Заметим, что угол α_1 нам заранее известен, тогда как угол α_2 нам известен лишь с точностью до постоянного множителя

$$k = \beta + \frac{1}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}}{d\xi'} \frac{d\xi'}{\xi' + \nu}, \quad (26)$$

истинное значение которого определится лишь после того, как будет найдено значение циркуляции. Поэтому решение уравнения (24) сводится к следующим операциям.

Ищем решение для $\bar{G}(\xi)$ в виде:

$$\bar{G}(\xi) = \bar{G}_1(\xi) + k\bar{G}_2(\xi), \quad (27)$$

где $\bar{G}_1$ и $\bar{G}_2$ удовлетворяют уравнениям:

$$\left. \begin{aligned} \bar{G}_1(\xi) + \frac{\bar{t}}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}_1}{d\xi'} \frac{\xi' d\xi'}{\xi^2 - \xi'^2} &= t\alpha_1 + \frac{\bar{t}\nu}{2\pi} I(\bar{G}_1), \\ \bar{G}_2(\xi) + \frac{\bar{t}}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}_2}{d\xi'} \frac{\xi' d\xi'}{\xi^2 - \xi'^2} &= \bar{t}\varepsilon^2 f \left[\varepsilon \left(1 + \frac{\xi}{\nu} \right) \right] + \frac{\bar{t}\nu}{2\pi} I(\bar{G}_2). \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Таким образом, уравнения для $\bar{G}_1$ и $\bar{G}_2$ отличаются лишь свободным членом.

Решение каждого уравнения можно получить методом последовательных приближений. Именно, полагаем:

$$\bar{G}_{1,2} = \bar{G}_{1,2}^{(0)} + \bar{G}_{1,2}^{(1)} + \bar{G}_{1,2}^{(2)} + \dots \quad (29)$$

Нулевое приближение находится из уравнения

$$\bar{G}_{1,2}^{(0)}(\xi) + \frac{\bar{t}}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}_{1,2}^{(0)}}{d\xi'} \frac{\xi' d\xi'}{\xi^2 - \xi'^2} = \bar{t} \alpha_{1,2} \quad (30)$$

(здесь под α_2 понимается выражение $\varepsilon^2 f \left[\varepsilon \left(1 + \frac{\xi}{\nu} \right) \right]$), а последующие поправочные члены — из уравнений

$$\bar{G}_{1,2}^{(n)}(\xi) + \frac{\bar{t}}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}_{1,2}^{(n)}}{d\xi'} \frac{\xi' d\xi'}{\xi^2 - \xi'^2} = \bar{t} \frac{\nu}{2\pi} I(\bar{G}_{1,2}^{(n-1)}). \quad (31)$$

Уравнения (30) и (31) — обычные интегральные уравнения Прайдтля (для симметричного распределения нагрузки), отличающиеся одно от другого лишь свободными членами (геометрическими углами атаки). Их решение можно получить одним из известных в настоящее время методов.

После того, как $\bar{G}_1$ и $\bar{G}_2$ найдены, определяем постоянную k из линейного уравнения:

$$k = \beta + \frac{1}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}_1}{d\xi'} \frac{d\xi'}{\xi' + \nu} + k \frac{1}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}_2}{d\xi'} \frac{d\xi'}{\xi' + \nu},$$

или

$$\left[1 - \frac{1}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}_2}{d\xi'} \frac{d\xi'}{\xi' + \nu} \right] k = \beta + \frac{1}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}_1}{d\xi'} \frac{d\xi'}{\xi' + \nu}, \quad (32)$$

причем каждый из входящих сюда интегралов может быть преобразован к виду, более удобному для вычислений:

$$\int_0^1 \frac{d\bar{G}_{1,2}}{d\xi'} \frac{d\xi'}{\xi' + \nu} = - \left[\frac{\bar{G}_{1,2}(0)}{1 + \nu} + \int_0^1 \frac{\bar{G}_{1,2}(0) - \bar{G}_{1,2}(\xi)}{(\xi' + \nu)^2} d\xi' \right]. \quad (33)$$

Определив k , по формуле (27) найдем окончательно значение циркуляции $\bar{G}$.

§ 6. Интегральное уравнение для циркуляции при произвольно расположенном крыле

Расположение крыла в общем случае будем характеризовать расстоянием δ_1 оси крыла от оси фюзеляжа. Обозначим через ε_1 и ε_2 величины

$$\varepsilon_1 = \frac{\delta_1}{a}, \quad \varepsilon_2 = \sqrt{\varepsilon^2 - \varepsilon_1^2}. \quad (34)$$

Тогда для циркуляции $\bar{G}$ будем иметь уравнение:

$$\bar{G}(\xi) + \frac{\bar{t}}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}}{d\xi'} \frac{\xi' d\xi'}{\xi^2 - \xi'^2} = \bar{t} \alpha (1 + \varepsilon^2 F) + \varepsilon^2 f k + \frac{\bar{t} \nu_2}{2\pi} I(\bar{G}), \quad (35)$$

причем здесь

$$\left. \begin{aligned} \bar{G} &= \frac{G}{1 - \sigma \varepsilon_2}, \quad \bar{t} = \frac{t}{1 - \sigma \varepsilon_2}, \quad \xi = \frac{\eta - \sigma \varepsilon_2}{1 - \sigma \varepsilon_2}, \quad \nu_1 = \frac{\sigma \varepsilon_1}{1 - \sigma \varepsilon_2}, \quad \nu_2 = \frac{\sigma \varepsilon_2}{1 - \sigma \varepsilon_2}, \\ k &= \beta + \frac{1}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}}{d\xi'} \frac{(\xi' + \nu_2) d\xi'}{(\xi' + \nu_2)^2 + \nu_1^2}; \\ I(\bar{G}) &= \left\{ \frac{\bar{G}(0)}{(1 + \xi)(1 + \xi + 2\nu_2)} + 2 \int_0^1 [\bar{G}(0) - \bar{G}(\xi)] \frac{(\xi + \xi' + \nu_2) d\xi'}{(\xi + \xi')^2 (\xi + \xi' + 2\nu_2)^2} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

$$\left. \begin{aligned} F &= F\left(\varepsilon_1, \frac{\eta}{\sigma}\right) = - \int_{-1}^1 p(\zeta^2) p'(\zeta^2) \frac{\zeta^2 d\zeta}{\sqrt{\left(\zeta^2 + \varepsilon_1^2 + \frac{\eta^2}{\sigma^2}\right)^3}}, \\ f &= f\left(\varepsilon_1, \frac{\eta}{\sigma}\right) = \int_0^1 [p(\zeta^2)]^2 \left[\frac{1}{\sqrt{\left(\zeta^2 + \varepsilon_1^2 + \frac{\eta^2}{\sigma^2}\right)^3}} - \frac{3\varepsilon_1^2}{\sqrt{\left(\zeta^2 + \varepsilon_1^2 + \frac{\eta^2}{\sigma^2}\right)^5}} \right] d\zeta. \end{aligned} \right\} \quad (37)^1$$

Решение уравнения (35) находится так же, как и в случае среднеплана, в виде

$$\bar{G} = \bar{G}_1 + k\bar{G}_2, \quad (38)$$

где $\bar{G}_1$ — решение уравнения (35) при свободном члене, равном

$$\bar{t}\alpha_1 = \bar{t}\alpha(1 + \varepsilon^2 F) \quad (39)$$

и $\bar{G}_2$ — решение того же уравнения при

$$\bar{t}\alpha_2 = \bar{t}\varepsilon^2 f\left(\varepsilon_1, \frac{\eta}{\sigma}\right). \quad (40)$$

Для практических целей окончательное представление величины циркуляции удобнее дать в виде, в котором бы явно выделялась часть, зависящая от угла атаки крыла α и от угла заклинивания i . Заменяя для этой цели β через $\alpha - i$, мы получим:

$$G = G'\alpha - G''i, \quad (41)$$

где

$$G' = G \text{ при } \alpha = 1, i = 0, G'' = G \text{ при } \alpha = 0, \beta = 1. \quad (42)$$

После вычисления циркуляции G величина подъемной силы найдется интегрированием:

$$c_y = \lambda \int_0^1 G d\eta, \quad (43)$$

а величина индуктивного сопротивления по формуле:

$$c_{xi} = \frac{\lambda}{2} \int_0^1 G(\eta) \alpha_{i\infty} d\eta, \quad (44)$$

где

$$\alpha_{i\infty} = 2 \left\{ \alpha [1 + \varepsilon^2 F] + k\varepsilon^2 f - \frac{G}{t} \right\}. \quad (45)$$

§ 7. Расчетные графики для учета влияния фюзеляжа

На основании изложенной выше теории были вычислены поправки к циркуляции изолированных трапецевидных крыльев, обусловленные влиянием фюзеляжа². Поправки даются в таком виде, чтобы они исправляли имеющиеся уже таблицы значений циркуляции изолированных крыльев, помещенных в работе А. Б. Рисберга и В. С. Полядского "Аэродинамические материалы к расчету на прочность крыла моноплана" (Труды ЦАГИ № 503, 1940 г.).

В этой работе приводятся значения циркуляции по размаху крыла:

$$\Gamma_{пл} = \frac{c_y \text{ сеч } b \text{ сеч}}{c_y b_{ср}}. \quad (46)$$

Приводимые нами поправки складываются из двух частей:

Первая поправка ($\Delta\Gamma_{плт}$) дает исправление величин $\Gamma_{пл}$, приведенных в вышеука-

¹ Здесь также принимается симметричность фюзеляжа относительно сечения, проходящего через ось крыла.

² Расчеты были произведены С. Баларевой, С. Горчаковой и С. Рыбиной под руководством и при участии В. П. Кондаковой.

занной работе А. Б. Рисберга и В. С. Полядского для трапецевидных крыльев при угле заклинения $i = 0$.

Эта поправка должна прибавляться к данным таблиц А. Б. Рисберга и В. С. Полядского, т. е. если обозначить через $\Gamma_{пл}$ значение $\Gamma_{пл}$ из вышеуказанных таблиц, то истинное значение $\Gamma_{пл}$ определится по формуле:

$$\Gamma_{пл} = \Gamma_{пл1} + \Delta\Gamma_{плт}. \quad (47)$$

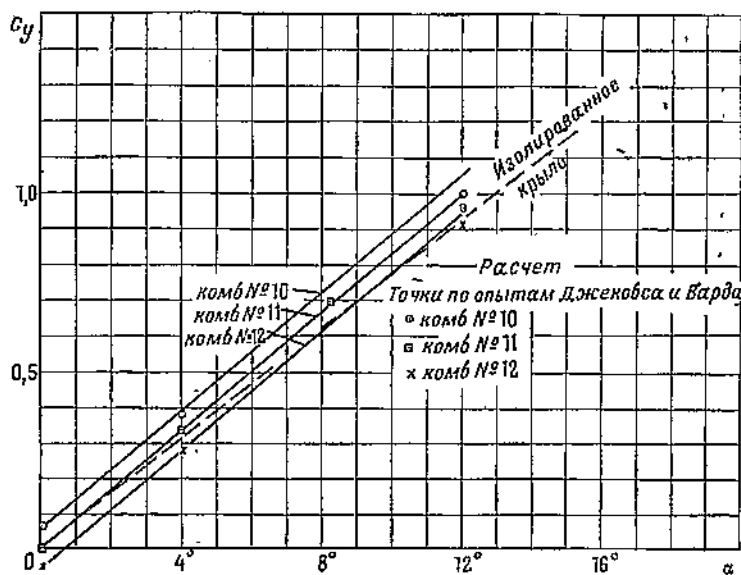
Вторая поправка ($\Gamma_{закл}$) учитывает угол заклинения i и представляет собой отношение

$$\Gamma_{закл} = \frac{\Delta c_{y\text{ сеч}} b_{\text{сеч}}}{b_{\text{ср}} i^2}, \quad (48)$$

где $\Delta c_{y\text{ сеч}}$ — разность между $c_{y\text{ сеч}}$ при наличии угла заклинения и $c_{y\text{ сеч}}$ при $i = 0$ при фиксированном угле атаки крыла, причем угол заклинения i считается положительным, если при нулевом угле атаки фюзеляжа крыло обтекает уже с положительным углом атаки.

При расчетах поправок были приняты следующие предположения, упрощающие вычисления: фюзеляж имеет форму эллипсоида вращения; ось крыла проходит через центральное сечение этого эллипсоида.

Расчетами охвачены следующие случаи. Расположения крыла — среднеплан и низкоплан (или верхнеплан), причем в последнем случае принято, что ось крыла проходит на расстоянии $1/8$ толщины фюзеляжа от нижнего края (или от верхнего — в случае верхнеплана). Это соответствует тому расположению крыла относительно фюзеляжа, которое имеет место у большинства современных истребителей.



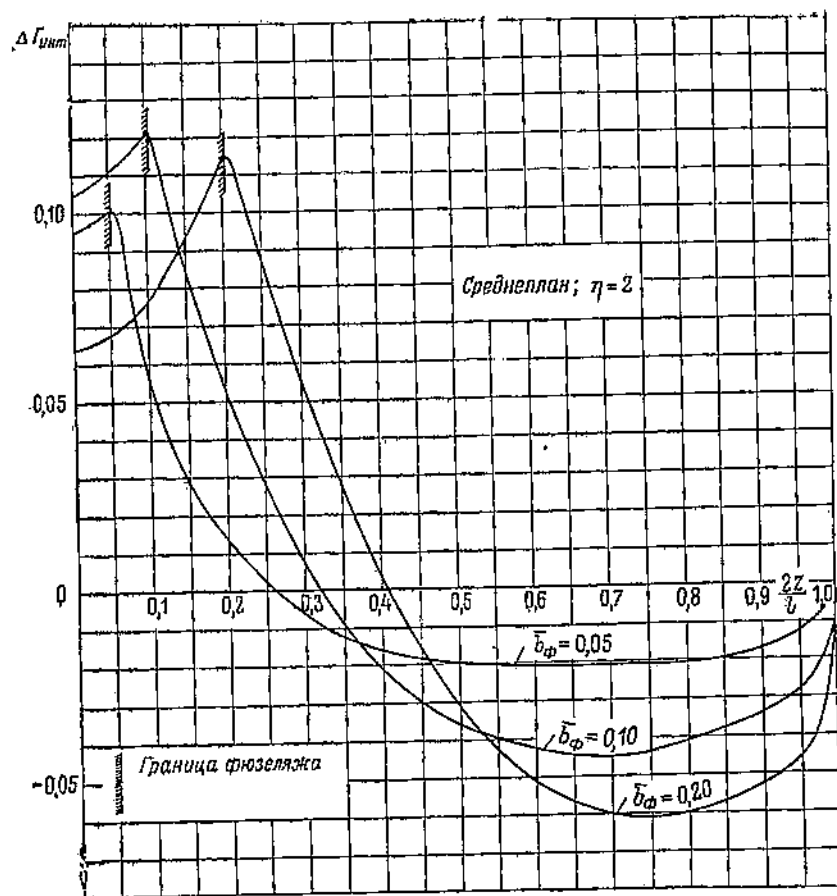
Фиг. 2

Параметры крыла $\lambda = 6$, $\eta = 2$ и 4. Параметры фюзеляжа $\bar{b}_\phi = \sigma = 0, 0,5; 0,1; 0,2$ ($\bar{b}_\phi$ — отношение ширины фюзеляжа b_ϕ к размаху крыла l).

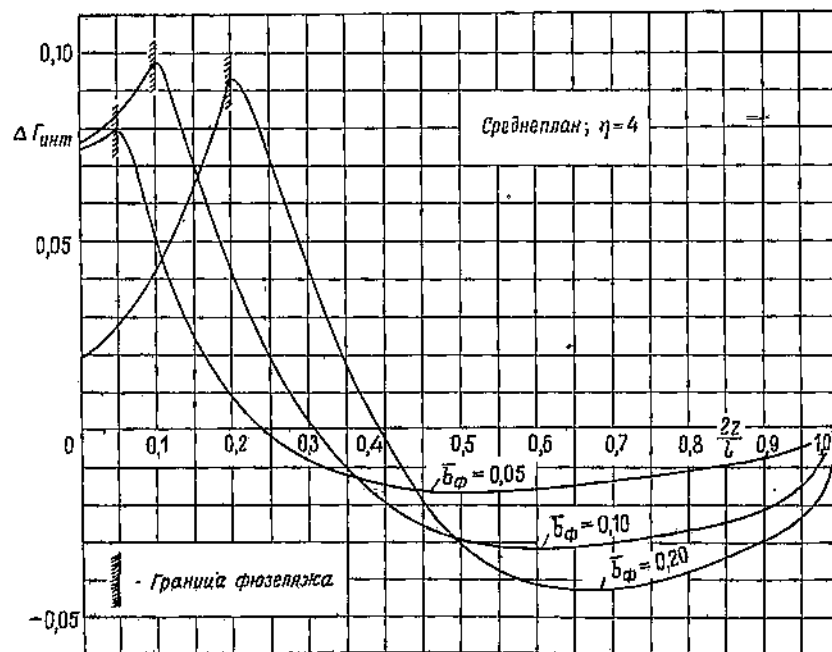
Удлинение крыла λ и относительная длина фюзеляжа σ почти не сказываются на величинах поправок, в практических пределах изменения этих величин. Для сравнения теории с экспериментом были произведены расчеты нескольких комбинаций крыла и фюзеляжа из обширной серии опытов Джекобса и Варда¹. Результаты этих расчетов приведены на фиг. 2; они показывают достаточно хорошее совпадение с экспериментом вплоть до значения угла атаки, при котором возникает срыв (для приведенных комбинаций срыв начинается между 11° и 12°).

Значения поправок $\Delta\Gamma_{плт}$ даны на графиках фиг. 3—6 для разных случаев расположения крыла и сужения его η (указано на графиках). На каждом графике приведены три кривые для трех значений параметра $\bar{b}_\phi$ (0,05; 0,1; 0,2). Для промежуточных значений $\bar{b}_\phi$, а также для промежуточных сужений допустима линейная интерполяция.

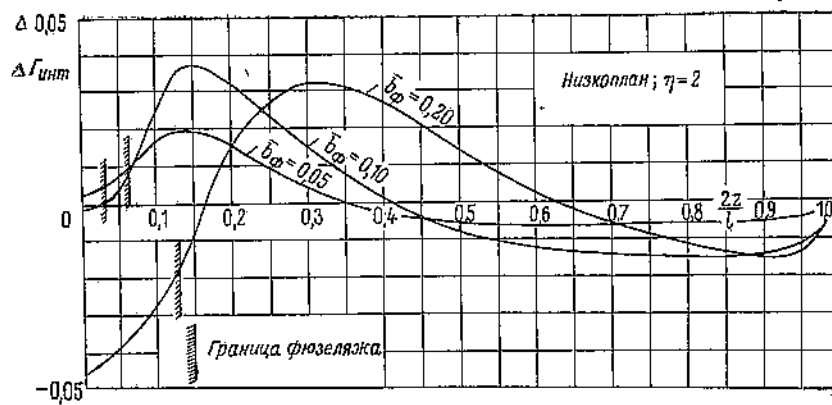
¹ E. N. Jacobs and K. E. Ward. Interference of wing and fuselage from tests of 209 combinations in the NACA variable-density tunnel. NACA Rep. № 540.



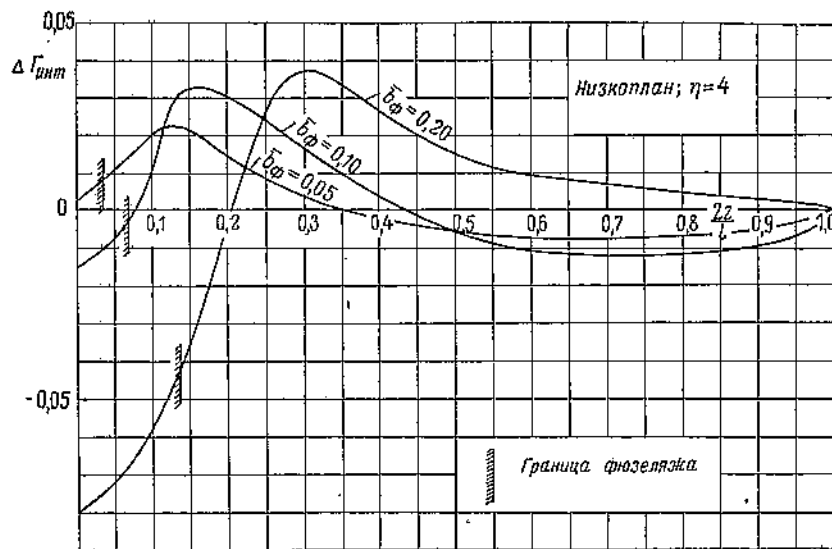
Фиг. 3



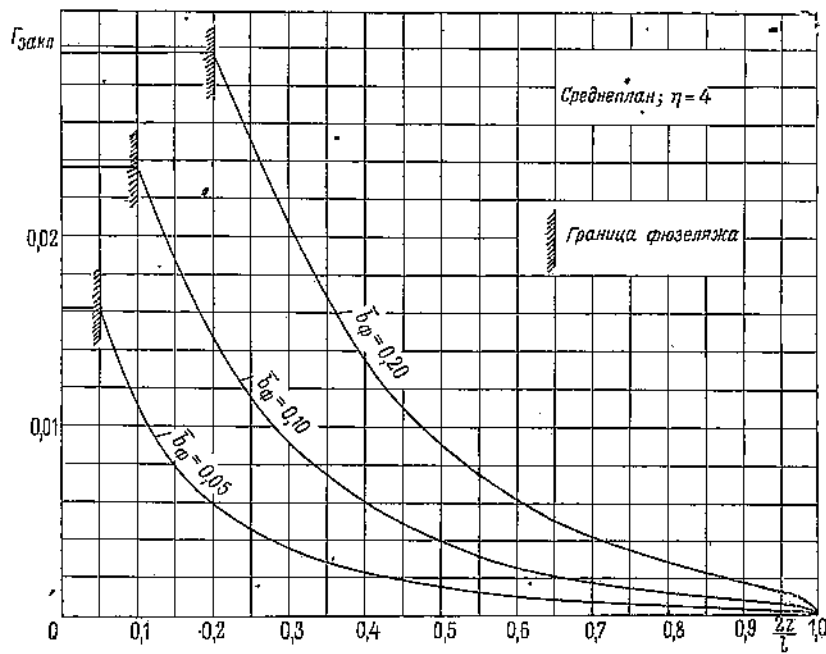
Фиг. 4



Фиг. 5

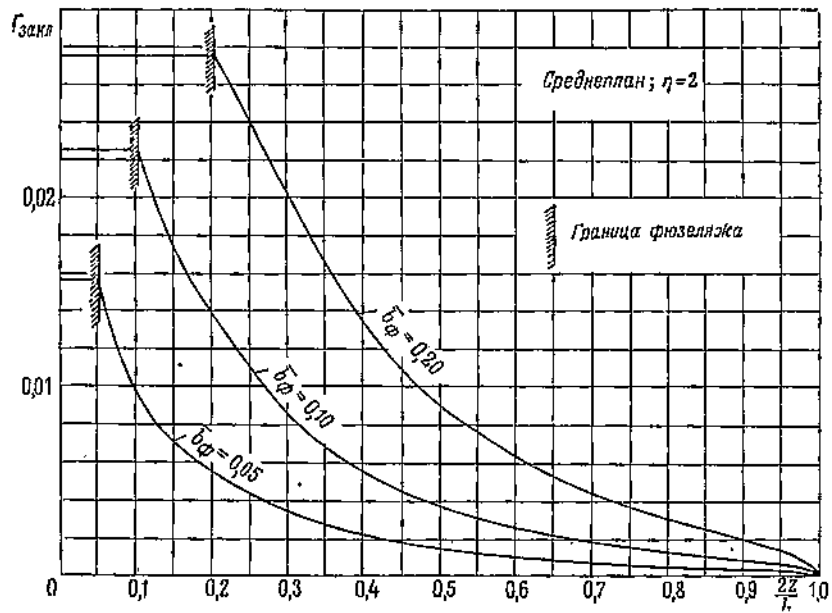


Фиг. 6

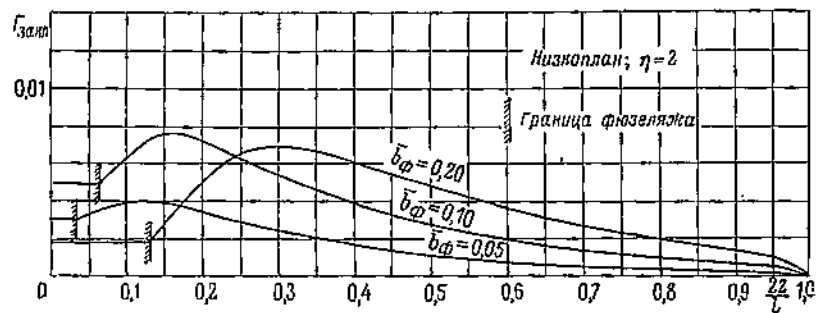


Фиг. 7

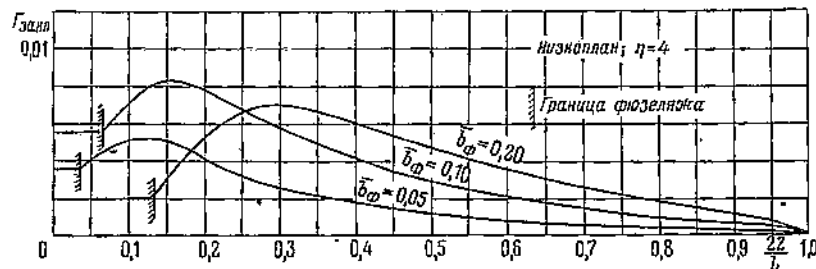
из 481



Фиг. 8

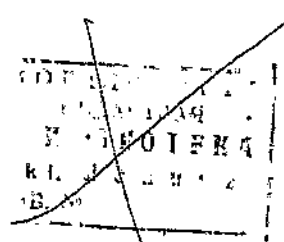


Фиг. 9



Фиг. 10

Поправки $\Gamma_{закл}$ даны на графиках фиг. 7—10 также для разных случаев расположения крыла и сужения его, и на каждом графике также приводятся три кривые, соответствующие различным значениям b_ϕ .



Отв. редактор А. А. Горяинов

Подписано к печати 3/VII 1943 г.

Объем 1 1/2 печ. л., 42 880 зн. в печ. л.

Учетно-авторских л. 1,5

Г250356

Тип. изд-ва ВМТ НКВД

Зак. № 295

bp. 55825

Цена 2 р. 60 к.

0-25 коп.

RLST



0000000271169



1944