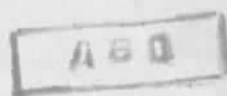


681 7678
589

А К А Д Е М И Я Н А У К С О Ю З А С С Р

Н. Г. БРУЕВИЧ



О ТОЧНОСТИ МЕХАНИЗМОВ

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР
МОСКВА 1941 ЛЕНИНГРАД

621

589

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ИНСТИТУТ МАШИНОВЕДЕНИЯ

681
589

ДЕП

Н. Г. БРУЕВИЧ
Член-корр. АН СССР

РЕСПУБЛИКАНСКАЯ
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ
БИБЛИОТЕКА БССР

589

О ТОЧНОСТИ МЕХАНИЗМОВ

РЕСПУБЛИКАНСКАЯ
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ
БИБЛИОТЕКА БССР

4604

РЕСПУБЛИКАНСКАЯ
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ
БИБЛИОТЕКА БССР

РЕСПУБЛИКАНСКАЯ
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ
БИБЛИОТЕКА БССР

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР
МОСКВА 1941 ЛЕНИНГРАД

Ответственный редактор

акад. Е. А. Чудаков

§ 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

1. **Ошибка механизма.** Назовем идеальным механизм, осуществляющий предписанный закон движения с абсолютной точностью. В действительности таких механизмов не существует, так как нельзя воспроизвести размеры механизма совершенно правильно. В результате движение реального механизма всегда отличается от движения соответствующего идеального механизма. Будем называть ошибкой положения механизма разницу положений ведомых звеньев действительного и соответствующего идеального механизмов при одинаковых положениях ведущих звеньев обоих. Далее назовем ошибкой перемещения механизма разницу перемещений ведомых звеньев действительного и идеального механизмов при одинаковых перемещениях ведущих звеньев обоих механизмов. Мы будем рассматривать только такие механизмы, в которых положение ведомого звена определяется одним скаляром — углом или линейной величиной.

2. **Причины ошибок механизма.** Ошибки механизма происходят от следующих непосредственных причин: ошибки в размерах и конфигурации звеньев, зазоры в кинематических парах, проскальзывание во фрикционах, отступления от правильной схемы механизма. В механизмах с динамическим определением движения некоторых звеньев добавочными источниками ошибок являются вредные сопротивления — силы трения, сопротивления среды. Так, в электромагнитном тахометре алюминиевый колпачок, движущийся под действием вращающегося магнитного поля и упругости пружины, есть звено с динамически определенным движением. Ошибки в положении колпачка происходят от сил трения в его подшипниках. Перечисленные причины ошибок мы назовем первичными ошибками механизма.

Ошибка в положении ведомого звена происходит не только от первичных ошибок механизма, но также и от ошибок в положении ведущих звеньев механизма. Таким образом, ошибка положения ведомого звена механизма состоит из двух частей — ошибки положения механизма и ошибки, вызванной неправильностью положения ведущих звеньев.

Появление первичных ошибок обусловлено многими обстоятельствами. Прежде всего ошибки зависят от качества производства, т. е. от принятого класса точности при изготовлении деталей. Большое значение имеет качество регулировки механизма. Далее следует учесть, что с течением времени трущиеся поверхности изнашиваются и зазоры увеличиваются. Наконец, важны условия работы механизма — его силовые и температурные нагрузки, приводящие к искажению размеров звеньев.

3. **Классификация первичных ошибок механизма.** Первичные ошибки механизма можно расклассифицировать на систематические, случайные и грубые. Результат классификации будет разным в зависимости от того, классифицируем ли мы первичные ошибки конкретного экземпляра механизма, или первичные ошибки целой группы

одинаковых механизмов, не учитывая индивидуальных особенностей каждого экземпляра. Для практики большое значение имеет второй подход, позволяющий изучать точность в целых классах одинаковых машин.

Как известно, систематическими ошибками называют постоянные или изменяющиеся по определенному закону ошибки. Отступление от правильной схемы механизма, обычно выполняемое с целью упрощения конструкции, приводит к ошибке, изменяющейся по известному закону, т. е. к систематической ошибке. С точки зрения конкретного экземпляра механизма ошибки в размерах и конфигурации звеньев будут вполне известны и, следовательно, они также являются систематическими ошибками. При хорошей изученности и строгой регламентации условий работы будут также известны проскальзывания во фрикционных, дающие, таким образом, систематические ошибки. Наконец, частично ошибки в положениях ведущих звеньев и звеньев с динамическим принуждением движения также могут быть систематическими.

Случайными называют ошибки, не определенные по своей величине и природе и не следующие какой-либо закономерности. С точки зрения целой группы одинаковых механизмов случайными будут ошибки в размерах и конфигурации звеньев, а также зазоры в кинематических парах. Мы считаем, что эти ошибки подчиняются закону распределения Гаусса.¹ При этом предельное отклонение, согласно принятой системе допусков (класс точности, система вала или отверстия), дает предельную ошибку. Так будет, если производство не выпускает деталей, выходящих из границ допуска, и если при работе механизма эти границы не будут нарушены. Случайными могут быть также ошибки от проскальзывания во фрикционных и от неточности в положении ведущих звеньев.

Грубыми называют ошибки, явно искажающие результат. Так как мы приняли предельную ошибку равной предельному отклонению, то грубой ошибкой будет всякая ошибка, выходящая из границ предельного отклонения по взятой системе допуска. Звенья с грубыми ошибками подлежат замене.

§ 2. ЗАВИСИМОСТЬ ОШИБКИ МЕХАНИЗМА ОТ ПЕРВИЧНЫХ ОШИБОК

1. Выражение ошибки механизма с помощью закона движения ведомого звена. Положение ведомого звена есть определенная функция положений ведущих звеньев, размеров и конфигурации всех звеньев; вид функциональной зависимости полностью определяется структурой механизма. Для идеального механизма положение ведомого звена можно определить уравнением

$$\varphi_0 = \varphi_0(q_s), \quad (1)$$

где q_s — заданные не зависящие между собой параметры, определяющие положения ведущих звеньев и размеры всех звеньев. Если параметры q_s в действительности имеют значения, отличающиеся от идеальных на величины Δq_s , то ведомое звено механизма занимает положение

$$\varphi = \varphi(q_s + \Delta q_s), \quad (2)$$

где Δq_s — первичные ошибки механизма. Выражение (2) обычно будет более общим, чем выражение (1), так как и в силу наличия ошибок при исследовании точности действительного механизма нельзя пользоваться упрощенными уравнениями, вытекающими из заданных отношений между размерами звеньев. Например, при изучении влияния ошибок в размерах звеньев на положение ведомого звена шарнирного параллелограмма придется прибегнуть к уравнению движения ведомого звена общего случая шарнирного четырехзвенника.

¹ См. Кован и Яхин. Теоретические вопросы технологии машиностроения, стр. 56—57. Машгиз, 1939.

В дальнейшем считаем, что отступления от правильной схемы механизма не допускаются; случаи отказа от этого предположения мы рассмотрим при изучении систематических ошибок и специально оговорим. Далее будем рассматривать только столь малые ошибки Δq_s , что при разложении выражения (2) в ряд Тейлора по степеням Δq_s можно ограничиться членами, содержащими Δq_s лишь в нулевой и первой степени. Такое ограничение вполне уместно, так как мы условились предельное отклонение, согласно выбранному классу точности производства деталей, считать предельной ошибкой, а размер предельного отклонения составляет очень малую часть размера детали. Выполняем разложение в ряд:

$$\varphi = \varphi_0' + \sum_s \left(\frac{\partial \varphi}{\partial q_s} \right)_0 \Delta q_s. \quad (3)$$

Скобки и нулик внизу указывают на необходимость подставить идеальное значение параметров q_s в нулевой член разложения и в производные. В виду отсутствия отступлений от правильной схемы механизма первое слагаемое правой части формулы (3) равно φ_0 , определяемому формулой (1).

Ошибка положения ведомого звена механизма равна

$$\Delta \varphi = \varphi - \varphi_0 = \sum_s \left(\frac{\partial \varphi}{\partial q_s} \right)_0 \Delta q_s. \quad (4)$$

Выражение (4) имеет сходство с полным дифференциалом величины (2). Действительно, взяв от последней полный дифференциал и заменив дифференциалы малыми конечными приращениями, получим выражение (4).

Ошибка механизма, вызванная одной первичной ошибкой, равна

$$\Delta \varphi_s = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial q_s} \right)_0 \Delta q_s. \quad (5)$$

Допустим, что исследуемый механизм абсолютно точно выполнен. Жестко закрепим в заданных положениях все ведущие звенья и сделаем переменным размер звена, определяемый параметром q_s . Для этого можно, например, звено заменить диадой, состоящей из кулисы и камня, и направить прорезь кулисы по оси замененного звена. В результате получится новый однократно изменяемый механизм; положение ведомого звена определяется выражением

$$\varphi = \varphi(q_s),$$

причем аналитическое выражение φ такое же, как в формуле (2). Считаем камень ведущим звеном и сообщаем ему движение по кулисе с какой-либо скоростью $\dot{q}_s$. Ведомое звено преобразованного механизма будет иметь скорость

$$\dot{\varphi}_s = \frac{\partial \varphi}{\partial q_s} \dot{q}_s.$$

Нам важно знать значение скорости ведомого звена преобразованного механизма при таком положении камня в кулисе, когда параметр q_s имеет идеальное значение. Эта скорость определяется полученным выражением, если в частную производную подставить идеальное значение параметра q_s .

$$\dot{\varphi}_s = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial q_s} \right)_0 \dot{q}_s. \quad (a)$$

В формуле (a) и в формуле (5) частные производные одни и те же. Значит, в (5) частная производная равна отношению скоростей ведомого и ведущего звеньев преобразованного механизма. Поэтому назовем частную производную $\left(\frac{\partial \varphi}{\partial q_s} \right)_0$ передаточным отношением и обозначим через i_{ms} , где m — номер ведомого звена.

Теперь содержание формулы (5) можно выразить так:

Ошибка положения механизма, вызванная какой-либо одной первичной ошибкой, равняется произведению последней на передаточное отношение, равное отношению скоростей ведомого и ведущего звеньев преобразованного механизма.

Пусть q_1 — параметр, определяющий положение ведущего звена заданного механизма. Тогда

$$\Delta\varphi_1 = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial q_1} \right)_0 \Delta q_1$$

есть ошибка в положении ведомого звена, вызванная ошибкой положения ведущего звена, $\left(\frac{\partial\varphi}{\partial q_1} \right)_0$ есть передаточное отношение заданного механизма, равное скорости ведомого звена, разделенной на скорость ведущего звена.

Иногда величина φ есть функция не зависящих между собой параметров a_j , которые в свою очередь зависят от некоторых параметров q_{jk} (из числа параметров q_s).

Тогда

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= \sum_s \left(\frac{\partial\varphi}{\partial q_s} \right)_0 \Delta q_s = \sum_j \left(\frac{\partial\varphi}{\partial a_j} \sum_k \frac{\partial a_j}{\partial q_{jk}} \right)_0 \Delta q_{jk} + \sum_s \left(\frac{\partial\varphi}{\partial q_s} \right)_0 \Delta q_s = \\ &= \sum_j \left(\frac{\partial\varphi}{\partial a_j} \right)_0 \sum_k \left(\frac{\partial a_j}{\partial q_{jk}} \right)_0 \Delta q_{jk} + \sum_s \left(\frac{\partial\varphi}{\partial q_s} \right)_0 \Delta q_s, \\ \Delta\varphi &= \sum_j \left(\frac{\partial\varphi}{\partial a_j} \right)_0 \Delta a_j + \sum_s \left(\frac{\partial\varphi}{\partial q_s} \right)_0 \Delta q_s, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\Delta a_j = \sum_k \left(\frac{\partial a_j}{\partial q_{jk}} \right)_0 \Delta q_{jk}.$$

Полученная формула удобна при исследовании ошибок механизмов, содержащих как высшие, так и низшие пары. Сначала каким-либо способом находят ошибки каждой высшей пары отдельно, а затем по формуле (6) отыскивают ошибку положения ведомого звена.

Ошибка положения механизма выражается формулой (4) или (6), если в правые части их не входят ошибки положения ведущих звеньев.

Установим связь между ошибкой положения и ошибкой перемещения механизма. Выберем два положения ведущих звеньев механизма — начальное и конечное. Считаем, что ведущие звенья действительного механизма движутся идеально точно. Пусть в начальном положении механизма ведомое звено занимает положение $(\varphi)^0$. Согласно формуле (4),

$$(\varphi)^0 = (\varphi)_0^0 + (\Delta\varphi)^0,$$

где $(\varphi)_0^0$ — положение ведомого звена идеального механизма при начальном положении ведущих звеньев, $(\Delta\varphi)^0$ — ошибка положения механизма в его начальном положении. Для ведомого звена в конечном положении механизма имеем аналогично:

$$\varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi.$$

Перемещение ведомого звена действительного механизма равно

$$\varphi - (\varphi)^0 = \varphi_0 - (\varphi)_0^0 + \Delta\varphi - (\Delta\varphi)^0.$$

Вычитаем отсюда перемещение ведомого звена идеального механизма при тех же перемещениях ведущих звеньев:

$$\varphi - (\varphi)^0 - [\varphi_0 - (\varphi)_0^0] = \Delta\varphi - (\Delta\varphi)^0.$$

Согласно определению, в левой части стоит ошибка перемещения механизма, а в правой — разность ошибок положения механизма. Получен-

ный результат можно сформулировать так: ошибка перемещения механизма равна разности ошибок положения механизма в конечном и начальном положении последнего.

Такая же связь существует между ошибкой перемещения ведомого звена и ошибками положения последнего.

2. Графическое определение ошибки положения. Для определения ошибки положения механизма, вызванной одной первичной ошибкой Δq_1 , преобразуем заданный механизм, как было показано в предыдущем пункте. Скорость ведомого звена в том положении механизма, когда параметр q_1 имеет идеальное значение, определяется формулой (а). Умножаем формулу на такой элемент времени Δt , чтобы $q_1 \Delta t = \Delta q_1$. Тогда ведомое звено механизма получит малое перемещение, равное ошибке механизма, происходящей от данной первичной ошибки

$$\dot{\varphi}_1 \Delta t = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial q_1} \right)_0 \dot{q}_1 \Delta t = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial q_1} \right)_0 \Delta q_1 = \Delta \varphi_1.$$

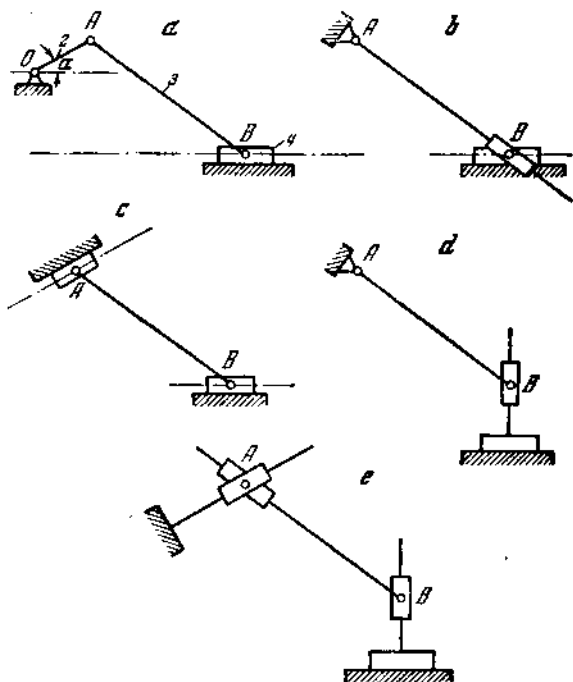
Отсюда получается простой графический способ определения ошибки $\Delta \varphi_1$. Строим картину скоростей преобразованного механизма, сообщив ведущему звену малое перемещение, равное Δq_1 . Отрезок в картине, изображающий перемещение ведомого звена, даст в масштабе картины искомую ошибку положения. Так как при построении картины мы положили в основу не скорость ведущего звена, а его малое перемещение, то построение назовем картиной малых перемещений.

Первичные ошибки механизма очень невелики, поэтому картину малых перемещений легко строить с увеличением в сотни раз. В результате предложенное графическое построение даст ошибку положения механизма с большой точностью.

Найдем, например, ошибку положения кривошипного механизма, представленного на фиг. 1, а.

Сначала определим ошибку, происходящую от неточности длины шатуна 3. Преобразуем кривошипный механизм, закрепляя кривошип 2 и делая шатун 3 переменной длины. Получим тангенсный механизм, представленный на фиг. 1, б. Выбираем масштаб μ и строим картину малых перемещений тангенсного механизма (фиг. 2, б). Проводим линию II параллельно AB и откладываем отрезок, изображающий в масштабе μ ошибку Δq_3 в длине шатуна. Из точки b' проводим линию III , перпендикулярную AB , а из точки a — линию $IIII$, параллельную направлению движения ползушка 4. Отрезок ab в масштабе картины представит искомую ошибку Δx_3 механизма.

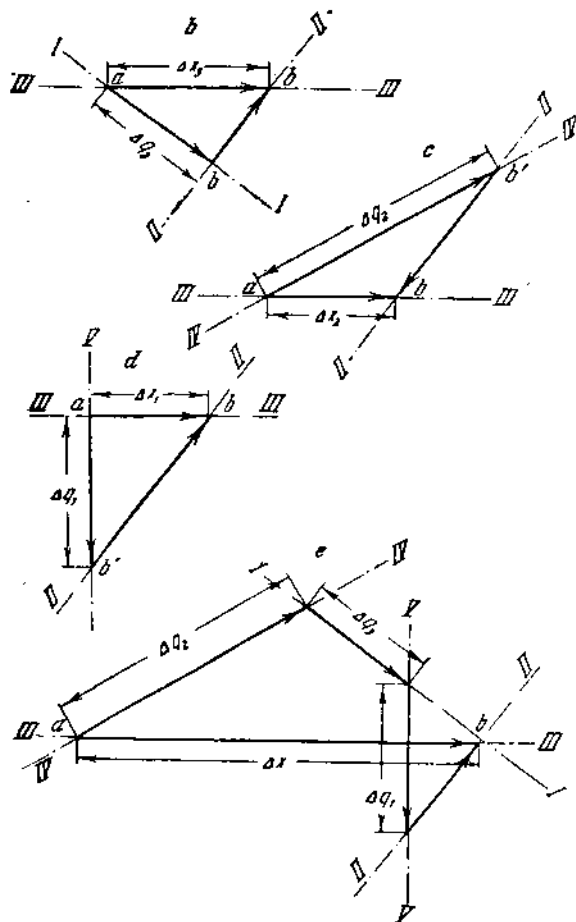
Переходим к определению ошибки положения кривошипного механизма, происходящей от ошибки в размере кривошипа 2. Жестко закрепляем кривошип в заданном положении, а длину кривошипа делаем пере-



Фиг. 1

менной. Получим механизм эллипсографа, представленный на фиг. 1, с. Его картина малых перемещений построена на фиг. 2, с. Линия $IVIV$ параллельна оси OA кривошипа. Отрезок ab' в масштабе картины изображает ошибку Δq_2 в размере кривошипа. Линия $IIII$ перпендикулярна AB , а линия $III III$ параллельна направлению движения ползушки 4. Отрезок ab в масштабе картины изображает ошибку Δx_2 механизма.

При определении ошибки механизма, происходящей от ошибки в размере дезаксажа, придется опять жестко закрепить кривошип 2,



Фиг. 2

а величину дезаксажа сделать переменной. Получится механизм поступательной кулисы, представленный на фиг. 1, d. На фиг. 2, d построена картина малых перемещений этого механизма. Линия VV перпендикулярна направлению движения ползушки 4, отрезок ab в масштабе картины изображает ошибку Δq , величины дезаксажа. Линия $IIII$ перпендикулярна AB , а линия $III III$ параллельна направлению движения ползушки 4. Отрезок ab в масштабе картины изображает искомую ошибку Δx_1 .

Легко сделать обобщение описанного способа и указать графический метод определения полной ошибки положения механизма. Дело сводится к графическому вычислению правой части формулы (4), выражающей ошибку положения механизма. Сначала преобразуем заданный механизм, жестко закрепляя ведущие звенья и делая переменными все размеры звеньев, опреде-

ляемые параметрами, от которых зависит ошибка механизма. Строим картину малых перемещений полученного механизма, сообщив его ведущим звеньям перемещения, равные первичным ошибкам. Замыкающая картины даст полную ошибку положения механизма.

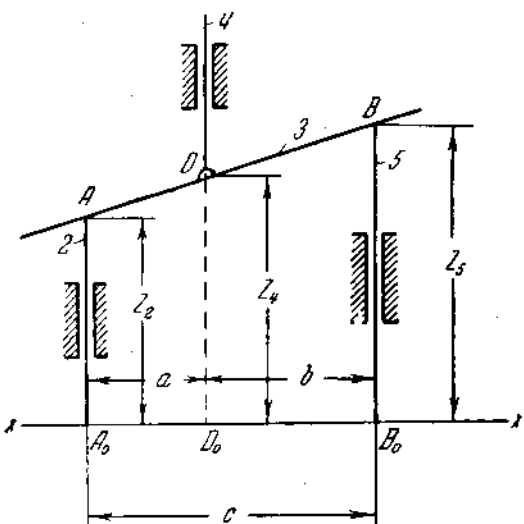
С целью пояснения вернемся снова к кривошипному механизму. Его ошибка положения происходит от ошибки в размерах кривошипа, шатуна, дезаксажа. Делаем эти размеры переменными, а кривошип жестко закрепляем в заданном положении. Получаем трехкратно изменяемый механизм, представленный на фиг. 1, e. На фиг. 2, e построена для него картина малых перемещений. Замыкающая ab представляет в масштабе картины полную ошибку Δx положения кривошипного механизма.

3. Графо-аналитическое определение ошибки положения. Вернемся к ошибке положения, происходящей только от одной первичной ошибки. Построим картину малых перемещений. Отношение

ошибки положения к вызвавшей ее первичной ошибке, равное отношению длин некоторых отрезков картины малых перемещений, равно, согласно формуле (5), значению частной производной. Направления всех прямых картины малых перемещений определяются направлениями прямых плана механизма, поэтому углы между прямыми картины малых перемещений зависят от углов в плане механизма и являются определенными функциями обобщенных координат ведущих звеньев механизма. Выражаем с помощью картины малых перемещений отношение отрезков через отношение углов. Отсюда получается аналитическое выражение частной производной.

Построим картины малых перемещений для всех первичных ошибок механизма. С помощью картин находим аналитические выражения всех частных производных, входящих в формулу (4). Таким образом, получаем аналитическое выражение полной ошибки положения, не пользуясь законом движения ведомого звена механизма.

В некоторых случаях удобно для определения ошибки положения механизма воспользоваться одновременно законом движения ведомого звена идеального механизма и картинами малых перемещений. Именно с помощью закона движения находим ошибку положения, происходящую от первичных ошибок параметров, входящих в формулу движения ведомого звена идеального механизма. Ошибки положения от прочих первичных ошибок определяем с помощью картины малых перемещений. Полная ошибка положения ведомого звена равна сумме всех перечисленных ошибок положения.



Фиг. 3

Рассмотрим, например, представленный на фиг. 3 механизм, служащий для сложения параллельных векторов. Звенья 2, 4, 5 параллельны, слагаемые подаются на звенья 2 и 5, результат получают на звене 4. Легко видеть, что в идеальном механизме

$$z_4 = \frac{b}{c} z_2 + \frac{a}{c} z_5 = z_5 + \frac{b}{c} (z_2 - z_5).$$

Пользуясь этой формулой, можно найти ошибку положения, происходящую от первичных ошибок Δb , Δc , Δz_2 , Δz_5 :

$$\begin{aligned} \Delta' z_4 &= \Delta z_5 \left(1 - \frac{b}{c}\right) + \Delta z_2 \frac{b}{c} + (z_2 - z_5) \left(\frac{\Delta b}{c} - \frac{b}{c^2} \Delta c\right) = \\ &= \frac{b}{c} \Delta z_2 + \frac{a}{c} \Delta z_5 + (z_2 - z_5) \left(\frac{\Delta b}{c} - \frac{b}{c^2} \Delta c\right). \end{aligned}$$

Из чертежа видно, что

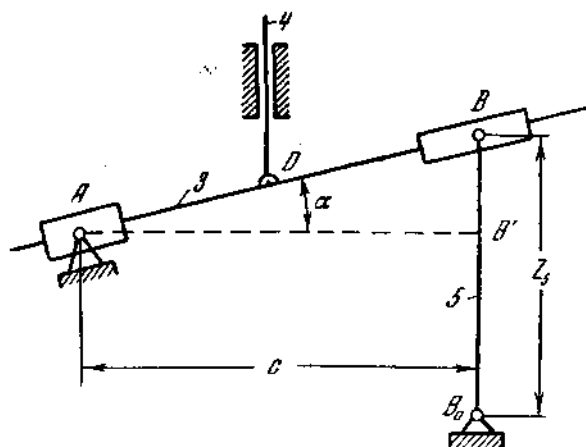
$$c = a + b; \quad \Delta c = \Delta a + \Delta b.$$

Поэтому

$$\Delta' z_4 = \frac{b}{c} \Delta z_2 + \frac{a}{c} \Delta z_5 + (z_2 - z_5) \left(\frac{a}{c^2} \Delta b - \frac{b}{c^2} \Delta a\right).$$

Найдем теперь ошибку положения, происходящую от того, что оси звеньев 4 и 5 не параллельны и пересекаются под углом $\Delta \gamma_{54}$. Преобра-

зуем механизм фиг. 4, делая ведущее звено 2 неподвижным, а ведущее звено 5 способным не двигаться поступательно, а вращаться вокруг шарнира, переходящего через точку B_0 и имеющего ось, перпендикулярную плоскости чертежа. Получаем преобразованный механизм, представленный на фиг. 4. Поворачиваем ведущее звено 5 на угол $\Delta\gamma_{54}$ и строим



Фиг. 4

картину малых перемещений в масштабе μ (фиг. 5). Проводим линию $I I$, перпендикулярную оси звена 5, и откладываем отрезок Ob , изображающий в масштабе μ величину $z_5 \Delta\gamma_{54}$. Через b проводим линию $II II$, параллельную оси звена 3, а через O линию $III III$, перпендикулярную оси звена 3. Выбираем на Ob' точку d' из условия $Od':Ob' = AD:AB = a:c$. Через точку d' проводим линию $IV IV$, параллельную оси звена 3, а через точку O — линию $V V$, параллельную оси звена 4. Отрезок Od в масштабе μ представляет иско-

мую ошибку $\Delta'' z_4$, происходящую от отсутствия параллельности между осями звеньев 5 и 4. Найдем отношение

$$\frac{\Delta'' z_4}{z_5 \Delta\gamma_{54}} = \frac{Od}{Ob} = \frac{Od}{Od'} \cdot \frac{Od'}{Ob'} \cdot \frac{Ob'}{Ob}.$$

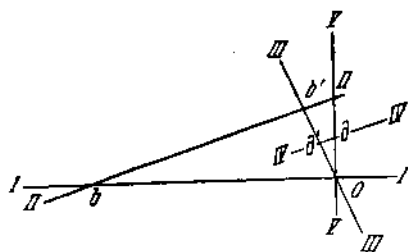
Но

$$\angle dOd' = \angle b'bO = \angle BAB' = \alpha; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{z_5 - z_3}{c},$$

поэтому

$$\frac{Od}{Ob} = \frac{1}{\cos \alpha} \cdot \frac{a}{c} \sin \alpha = \frac{a}{c} \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{c^2} (z_5 - z_3)$$

$$\Delta'' z_4 = \frac{a}{c^2} (z_5 - z_3) \Delta\gamma_{54}.$$



Фиг. 5

Таким же путем можно найти ошибку перемещения четвертого звена, происходящую от того, что оси звеньев 2 и 4 пересекаются под малым углом $\Delta\gamma_{24}$. Получим:

$$\Delta''' z_4 = \frac{b}{c^2} (z_2 - z_5) \Delta\gamma_{24}.$$

С помощью преобразования механизма и построения картины малых перемещений можно показать, что скрещивание осей звеньев 4 и 5 или 4 и 2 приводит к ошибке положения, зависящей от первичной ошибки в степени более высокой, чем первая. Поэтому ошибка положения ведомого звена равна

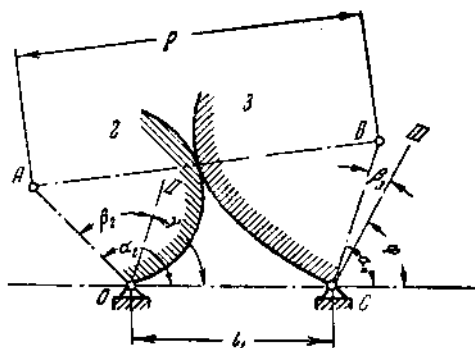
$$\Delta z_4 = \frac{b}{c} \Delta z_2 + \frac{a}{c} \Delta z_3 + \frac{z_3 - z_5}{c^2} (a \Delta b - b \Delta a + b \Delta\gamma_{24} - a \Delta\gamma_{54}).$$

§ 1. СВЯЗЬ МЕЖДУ ОШИБКАМИ ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМОВ С ВЫШШИМИ И НИЖШИМИ ПАРАМИ

Берем плоский кулачковый механизм, представленный на фиг. 6. Линия OII есть риска, сделанная в теле кулака 2, а линия $СIII$ — риска на кулаке 3.

Положения кулаков выражаются углами γ , φ , образованными направлениями рисок с линией, соединяющей центры O и C шарниров. Профиль каждого кулака можно определить эволютой и значением радиуса кривизны какой-либо точки профиля. Установим ведущий кулак, эволюта его профиля займет в пространстве вполне определенное положение. В таком случае эволюта профиля ведомого кулака и сам ведомый кулак также займут в пространстве определенное положение, ибо на прямой, касательной к обеим

эволютам, длина отрезка между точками касания должна иметь величину, равную сумме радиусов кривизны двух выбранных на профилях начальных точек плюс величины дуг развернутости обеих эволют. Точки касания прямой с эволютами являются центрами кривизны профилей кулаков для точки соприкосновения кулаков. Обозначим центры кривизны через A и B . Таким образом, положение кулачкового механизма можно определить положением шарнирного четырехзвенника $OABC$,



Фиг. 6

в котором заданы законы изменения размеров подвижных звеньев, направления отрезков OA и CB в теле кулаков и угол γ поворота ведущего звена:

$$OA = R_2 = R_2(\gamma); \quad \angle AOII = \beta_2 = f_2(\gamma); \quad CB = R_3 = R_3(\gamma); \\ \angle BCIII = \beta_3 = \beta_3(\gamma); \quad AB = \varrho = \varrho(\gamma).$$

Положения центров кривизны в неподвижной плоскости определяются теми же радиусами и следующими углами:

$$\alpha_2 = \gamma + \beta_2, \quad (7)$$

$$\alpha_4 = \varphi + \beta_3. \quad (8)$$

Последнее равенство выражает связь между углами φ и α_4 ведомых звеньев кулачкового механизма и соответствующего шарнирного четырехзвенника. В случае идеально точного выполнения кулачкового механизма будем иметь аналогично

$$(\alpha_4)_0 = (\varphi)_0 + (\beta_3)_0.$$

Вычитаем последнее равенство из предыдущего

$$\alpha_4 - (\alpha_4)_0 = \varphi - (\varphi)_0 + \beta_3 - (\beta_3)_0,$$

или

$$\Delta\alpha_4 = \Delta\varphi + \Delta\beta_3. \quad (9)$$

Значит, ошибка положения ведомого звена кулачкового механизма равна ошибке положения ведомого звена соответствующего шарнирного четырехзвенника минус ошибка положения центра кривизны профиля ведомого кулака в теле последнего.

В начальном положении кулачковому механизму соответствует другой шарнирный четырехзвенник с иными размерами звеньев. Таким же путем, как и раньше, найдем связь между ошибками

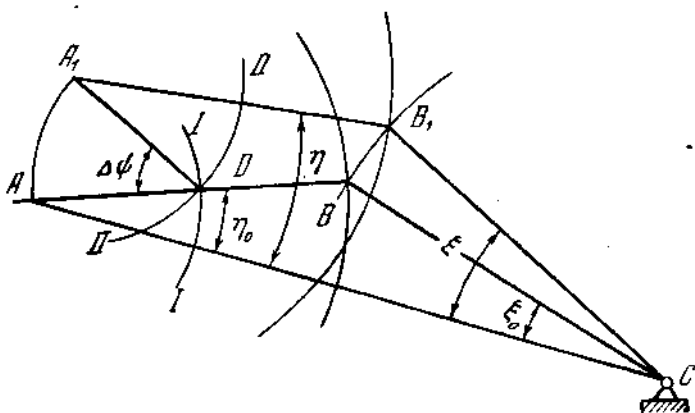
$$(\Delta\alpha_4)^0 = (\Delta\varphi)^0 + (\Delta\beta_3)^0. \quad (9')$$

Вычитаем одно равенство из другого и изменяем порядок слагаемых:

$$\Delta\varphi - (\Delta\varphi)^0 = \Delta\alpha_4 - (\Delta\alpha_4)^0 - \Delta\beta_3 + (\Delta\beta_3)^0. \quad (10)$$

Эта формула приводит к важному результату: ошибка перемещения ведомого звена кулачкового механизма равна разности ошибок положения ведомых звеньев шарнирных четырехзвенников, соответствующих конечному и начальному положениям кулачкового механизма, минус ошибка перемещения центра кривизны профиля ведомого кулака в теле последнего.

При пользовании формулами (9) и (10) нужно знать первичные ошибки шарнирного четырехзвенника и иметь данные для вычисления ошибки $\Delta\beta_3$. Первичные ошибки шарнирного четырехзвенника происходят от первичных ошибок кулачкового механизма. Установим связь между теми и другими первичными ошибками, имея в виду принятую нами точность исследу-



Фиг. 7

дования, определяемую тем обстоятельством, что при разложении в ряд Тейлора мы ограничились членами, содержащими первичные ошибки в нулевой и первой степени.

Первичными ошибками кулачкового механизма являются ошибки профиля, неправильное расположение осей шарниров в теле кулаков, неправильное расстояние между осями шарниров, зазоры в шарнирах. Ошибка профиля в каждой точке состоит из трех частей: поворот элемента профиля вокруг рассматриваемой точки профиля, поступательные перемещения элемента профиля по направлению: а) касательной и б) нормали профиля в рассматриваемой точке. Как сказано в § 2, п. 1, можно находить отдельно составляющие ошибки положения кулачкового механизма, каждая из которых происходит только от одной первичной ошибки, а прочие первичные ошибки считаются отсутствующими.

Сначала рассмотрим ошибку профиля ведущего кулака, выражающуюся поворотом элемента профиля вокруг точки прикосновения кулаков (фиг. 7). Пусть A и B — идеальные положения центров кривизны профилей ведущего и ведомого кулаков для точки D соприкосновения; C — неподвижный шарнир ведомого кулака. По причине ошибки поворота элемента профиля ведущего кулака на угол $\Delta\varphi$ центр кривизны занял положение A_1 . В таком случае центр B кривизны ведомого кулака должен занять положение в точке B_1 пересечения дуги радиуса $AB = \rho$ и центра A_1 с дугой радиуса $BC = R_3$ и центра C . В виду замены профиля ведомого кулака дугой соприкасающегося круга центр B кривизны следует считать жестко закрепленным в теле ведомого кулака. Поэтому угол BCB_1 есть ошибка положения ведомого кулака, происходящая от поворота элемента профиля ведущего кулака. Обозначим этот угол

через $\Delta\xi$ и найдем его величину. Обозначим AC через a ; AD через ϱ_2 , DB через ϱ_3 . Спроектируем ломаную CB_1A_1DA сначала на CA , а затем на перпендикуляр к AC . Найдем:

$$R_3 \cos \xi + \varrho \cos \eta = a - \varrho_2 \cos \eta_0 + \varrho_2 \cos (\eta_0 - \Delta\psi),$$

$$R_3 \sin \xi - \varrho \sin \eta = \varrho_2 [\sin \eta_0 - \sin (\eta_0 - \Delta\psi)].$$

Разлагаем эти выражения в ряд Тейлора, ограничиваясь членами нулевого и первого порядка,

$$R_3 \cos \xi_0 + \varrho \cos \eta_0 - R_3 \sin \xi_0 \Delta\xi - \varrho \sin \eta_0 \Delta\eta = a + \varrho_2 \sin \eta_0 \Delta\psi,$$

$$R_3 \sin \xi_0 - \varrho \sin \eta_0 + R_3 \cos \xi_0 \Delta\xi - \varrho \cos \eta_0 \Delta\eta = \varrho_2 \cos \eta_0 \Delta\psi.$$

Вычитаем соотношения, получающиеся путем проектирования ломаной CBA на CA и на перпендикуляр к CA . Находим

$$R_3 \sin \xi_0 \Delta\xi + \varrho \sin \eta_0 \Delta\eta = -\varrho_2 \sin \eta_0 \Delta\psi,$$

$$R_3 \cos \xi_0 \Delta\xi - \varrho \cos \eta_0 \Delta\eta = \varrho_2 \cos \eta_0 \Delta\psi.$$

Отсюда получаем, так как ξ_0 вообще не равно нулю:

$$\Delta\xi = \angle BCB_1 = 0.$$

В случае поступательного перемещения элемента профиля ведущего кулака по направлению касательной линия $AA_1 = \Delta A$ будет перпендикулярна AB . Проектируем ломаную CB_1A_1DA на CA и на перпендикуляр к CA :

$$R_3 \cos \xi + \varrho \cos \eta = a + \sin \eta_0 \Delta A,$$

$$R_3 \sin \xi - \varrho \sin \eta = \cos \eta_0 \Delta A.$$

Поступая далее, как в предыдущем, находим:

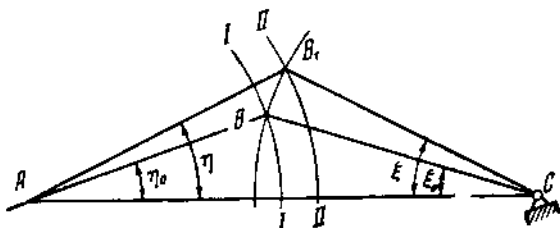
$$R_3 \sin \xi_0 \Delta\xi + \varrho \sin \eta_0 \Delta\eta = -\sin \eta_0 \Delta A,$$

$$R_3 \cos \xi_0 \Delta\xi - \varrho \cos \eta_0 \Delta\eta = \cos \eta_0 \Delta A.$$

Отсюда опять имеем

$$\Delta\xi = \angle BCB_1 = 0.$$

Теперь рассмотрим ошибку профиля ведущего кулака, выражающуюся поступательным перемещением элемента профиля по направлению нормали (фиг. 8). Пусть A и B — идеальные положения центров кривизны профилей кулаков для точки соприкосновения, действительное расстояние ϱ между центрами кривизны не равно AB . В силу ошибки центр кривизны профиля ведомого кулака займет положение B_1 на пересечении дуги центра A и радиуса $\varrho = AB_1$ и дуги центра C и радиуса $R_3 = BC$. Угол $\Delta\xi = \angle BCB_1$ есть ошибка положения ведомого кулака, происходящая от первичной ошибки $\Delta\varrho_2$. Проектируем ломаную CB_1A сначала на $CA = a$, затем на перпендикуляр к CA :



Фиг. 8

В силу ошибки центр кривизны профиля ведомого кулака займет положение B_1 на пересечении дуги центра A и радиуса $\varrho = AB_1$ и дуги центра C и радиуса $R_3 = BC$. Угол $\Delta\xi = \angle BCB_1$ есть ошибка положения ведомого кулака, происходящая от первичной ошибки $\Delta\varrho_2$. Проектируем ломаную CB_1A сначала на $CA = a$, затем на перпендикуляр к CA :

$$R_3 \cos \xi + \varrho \cos \eta = a,$$

$$R_3 \sin \xi - \varrho \sin \eta = 0.$$

Отсюда находим

$$\Delta\xi = \frac{\Delta\varrho}{R_3 \sin (\xi_0 + \eta_0)}.$$

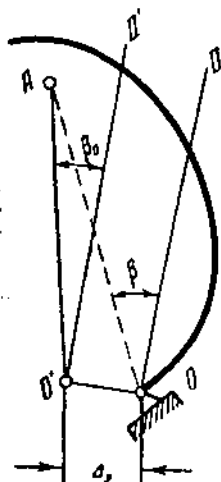
Таким же путем можно рассмотреть ошибку профиля ведомого кулака; результаты получаются те же.

Случай, когда профиль одного из кулаков в точке соприкосновения имеет бесконечно большой радиус кривизны, не дает ничего нового.

Таким образом, при выбранной нами точности исследования ошибка профиля кулака в каждой точке выражается только поступательным перемещением элемента профиля по направлению нормали, центр кривизны занимает в теле кулака идеально правильное положение. Полученный результат можно так сформулировать: при выбранной точности исследования можно считать, что ошибки профиля не искажают его эволюты.

Величина поступательного перемещения элемента профиля определяется допуском на производство кулака. Ошибка в расстоянии между центрами A и B кривизны, т. е. в длине l шатуна четырехзвенника $OABC$, равна

$$\Delta l = \Delta \varrho = \Delta \varrho_2 + \Delta \varrho_3. \quad (11)$$



Фиг. 9

Переходим к рассмотрению ошибки расположения оси неподвижного шарнира в теле кулака (фиг. 9). Пусть ось шарнира должна была занимать в теле кулака положение O' , а в действительности занимает положение O . Рассматриваемая первичная ошибка определяется величиной эксцентриситета

$$\Delta_e = OO'$$

и направлением эксцентриситета в теле кулачка. Направление определяется постоянным углом $\varepsilon = \angle O'OH$ между OO' и риской OH . Пусть A — центр кривизны профиля кулака для точки соприкосновения. Из чертежа видно, что в результате эксцентричной посадки имеется ошибка в длине OA , равная

$$\Delta R = \Delta_e \cos(\varepsilon - \beta_0), \quad (12)$$

и ошибка в угле β , равная

$$\Delta \beta = \frac{\Delta_e \sin(\varepsilon - \beta_0)}{R}. \quad (13)$$

Аналогичное действие имеет люфт в шарнире, только эксцентриситет Δ_e переменен. С помощью формулы (12) определяется ошибка в длине ведущего и ведомого звеньев шарнирного четырехзвенника $OABC$.

Ошибка в величине стойки кулачкового механизма происходит от ошибки в расстоянии между осями вращения шарниров O и C и от люфтов в этих шарнирах. Ошибка стойки кулачкового механизма целиком и полностью определяет ошибку стойки шарнирного четырехзвенника.

Приведенные соображения полностью определяют первичные ошибки шарнирного четырехзвенника через первичные ошибки кулачкового механизма.

Формула (13), с одной стороны, дает добавочный элементарный угол поворота ведущего звена шарнирного четырехзвенника.

$$\Delta \beta_2 = \frac{\Delta_{e2} \sin(\varepsilon_2 - \beta_2)}{R_2}; \quad (13')$$

на этот угол необходимо повернуть, чтобы полностью учесть влияние неправильного расположения оси шарнира в теле ведущего кулака. С другой стороны, формула (13) дает угол

$$\Delta \beta_3 = \frac{\Delta_{e3} \sin(\varepsilon_3 - \beta_3)}{R_3}, \quad (14)$$

выражающий угловую ошибку положения центра кривизны профиля ведомого кулака в теле последнего. Эта ошибка происходит от неправильного положения оси неподвижного шарнира в теле ведомого кулака.

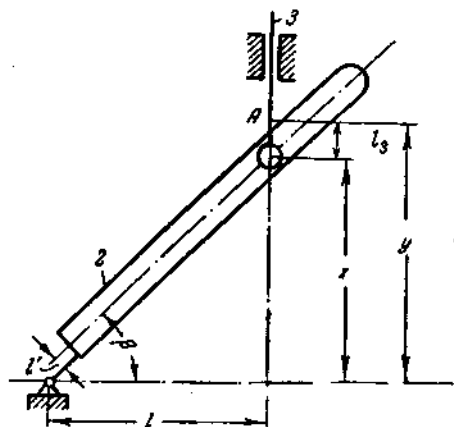
В практике часто встречаются кулачковые механизмы, в которых ведомое звено опирается на ведущее или плоскостью, или круглой цилиндрической поверхностью, или острием. В первом случае $R_3 = \infty$, и формула (14) показывает, что ошибка $\Delta\beta_3 = 0$. В прочих двух случаях правая часть формулы (14) содержит только постоянные величины и, значит, ошибка $\Delta\beta_3$ постоянна. Следовательно, для всех трех случаев разность ошибок $\Delta\beta_3 - (\Delta\beta_3)^0$ равна нулю, и формула (10) дает:

$$\Delta\varphi - (\Delta\varphi)^0 = \Delta\alpha_4 - (\Delta\alpha_4)^0.$$

Ошибка перемещения ведомого звена кулачкового механизма, у которого профиль этого звена есть прямая, закругление или острие, равна ошибке перемещения соответствующего четырехзвенного механизма с низшими парами.

§ 4. СИСТЕМАТИЧЕСКИЕ ОШИБКИ МЕХАНИЗМА

1. Систематическая ошибка механизма. При отсутствии отступлений от правильной схемы механизма систематическая ошибка положения механизма выражается формулой (4), если все Δq_i суть первичные систематические ошибки, а ошибки в положениях ведущих звеньев в правую часть формулы не входят. При включении в правую часть систематических ошибок положения ведущих звеньев формула даст систематическую ошибку положения ведомого звена. Систематическая ошибка перемещения ведомого звена выражается разностью ошибок положения, вычисленных по формуле (4) для конечного и начального положения механизма. Если исключить из полученной формулы систематические ошибки положения ведущих звеньев, то получится систематическая ошибка перемещения механизма.



Фиг. 10

Пусть, например, требуется определить систематическую ошибку положения тангенсного механизма (фиг. 10). При вращении кулисы 2, в случае абсолютно точного исполнения механизма, перемещение ведомого звена равно

$$x = l \operatorname{tg} \beta,$$

в силу чего механизм и получил название тангенсного. С точки зрения конкретного экземпляра механизма источниками систематической ошибки положения механизма являются: ошибка в величине основания l , отклонения l' прорези кулисы от оси подшипника, соединяющего кулису со стойкой, неточность в положении точки A отсчета в теле третьего звена. Ошибка положения ведомого звена, кроме того, зависит от ошибки положения ведущего звена — кулисы.

Искомую ошибку можно найти с помощью графического построения, как было показано в предыдущих параграфах. Мы найдем ошибку ана-

аналитическим методом. Как видно из чертежа, при учете неточностей положение ведомого звена 3 выражается так:

$$y = l_3 + x = l_3 + l \operatorname{tg} \beta + \frac{l'}{\cos \beta}.$$

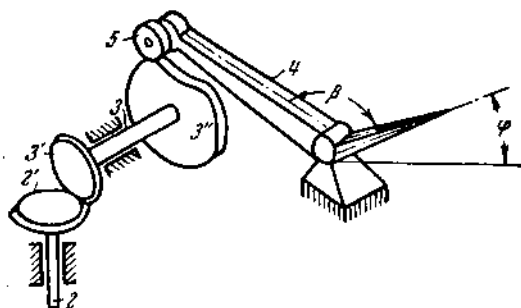
Применяя формулу (4) и имея в виду, что в идеальном механизме $y'' = 0$, найдем ошибку положения ведомого звена тангенсного механизма

$$\Delta y = \Delta l_3 + \operatorname{tg} \beta \cdot \Delta l + \frac{\Delta l'}{\cos \beta} + \frac{l}{\cos^2 \beta} \Delta \beta. \quad (b)$$

При положительном знаке всех первичных ошибок минимум ошибки имеет место при $\beta = 0$ и равен

$$\Delta y_{\min} = \Delta l_3 + \Delta l' + l \Delta \beta.$$

По мере возрастания угла β ошибка положения ведомого звена увеличивается. Без последнего слагаемого правой части формула (b) выражает ошибку положения тангенсного механизма.



Фиг. 11

Найдем еще систематическую ошибку положения ведомого звена механизма, представленного на фиг. 11, у которого ведущее звено есть второе, а ведомое — четвертое. Положение ведомого звена определяется углом φ . Систематическая ошибка ведомого звена происходит от систематических ошибок положения ведущего звена 2, зубчатого зацепления 2', 3', кулачкового механизма 3'', 5, 4 и, наконец, от систематической ошибки по-

стоянного угла β . Предполагаем, что ошибки в вышних кинематических парах уже найдены каким-либо способом, и с помощью формулы (6) находим ошибку положения ведомого звена

$$\Delta \varphi = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \alpha_2} \right)_0 \Delta \alpha_2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \alpha_3} \right)_0 \Delta \alpha_3 + \Delta \varphi' + \Delta \beta = \\ = (i_{12})_0 \Delta \alpha_2 + (i_{13})_0 \Delta \alpha_3 + \Delta \varphi' + \Delta \beta,$$

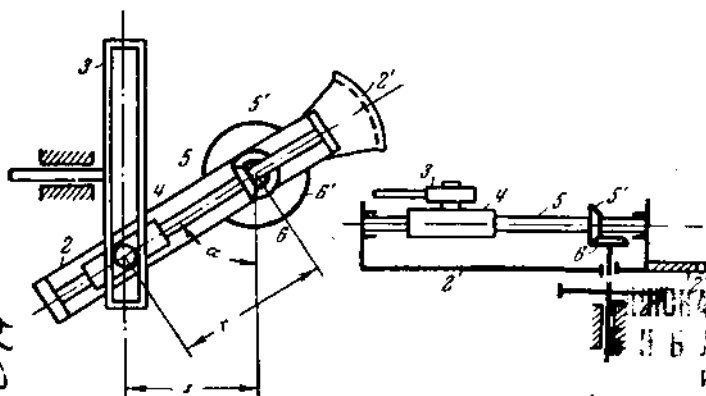
где $\left(\frac{\partial \varphi}{\partial \alpha_2} \right)_0 = (i_{12})_0$ — передаточное число, равное $\left(\frac{\omega_1}{\omega_2} \right)_0$; $\left(\frac{\partial \varphi}{\partial \alpha_3} \right)_0 = (i_{13})_0 = \left(\frac{\omega_1}{\omega_3} \right)_0$; $\Delta \alpha_2$ — систематическая ошибка положения ведущего звена, $\Delta \alpha_3$ — систематическая ошибка зубчатого зацепления, $\Delta \varphi'$ — систематическая ошибка кулачковой пары, $\Delta \beta$ — постоянная ошибка угла β . Без первого слагаемого правой части написанное выражение дает систематическую ошибку положения механизма.

2. Систематическая ошибка механизма, вызванная отклонениями от правильной схемы механизма. Довольно часто бывают случаи отступления от правильной схемы механизма, вызванные желанием упростить механизм. Так, самое простое точное прямоило (прямоило Гарта) состоит из шести звеньев, а многие приближенные прямоила имеют всего четыре звена. Переходя от точного прямоила к приближенному, мы значительно уменьшаем количество первичных ошибок. В результате приближенное прямоило оказывается не только более простым, но иногда и более точным, чем точное прямоило. В некоторых случаях даже не пытаются по заданным условиям движения составить правильную схему механизма, а сразу проектируют механизм, который осуществлял бы предложенное движение приближенно. Так, при

составлении схемы механизма для черчения какой-либо линии ограничиваются требованием, чтобы чертящая точка проходила всего через несколько точек, выбранных на кривой. В результате оказывается возможным решить задачу с помощью простейшего четырехзвенного механизма с низшими парами. Далее, напомним механизмы наклона плоскости визирования многих прицелов бомбометания, построенные с отступлением от правильной схемы, чем удалось значительно упростить конструкцию. Словом, затронутый нами сейчас случай ошибок имеет важное значение. Рассматриваемые систематические ошибки относятся к области методических, ибо происходят от недостатков принятого нами метода составления схемы.

В выражении (3), в силу отступления от правильной схемы, первое слагаемое правой части не равно заданному закону движения. Ошибку положения ведомого звена приходится выразить так:

$$\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0. \quad (15)$$



Фиг. 12

А. С. ПУШКИНА
Инв. №

Делая определение систематическую ошибку, происходящую только от искажения правильной схемы, мы должны в приближенном механизме считать все звенья осуществленными идеально точно. Если ищут систематическую ошибку положения конкретного экземпляра механизма, происходящую от неправильной схемы и от ошибки в размерах, то под φ следует подразумевать параметр, определяющий положение ведомого звена реального механизма. В таком случае, согласно формулам (3) и (15), систематическая ошибка будет равна

$$\Delta\varphi = (\varphi_0' - \varphi_0) + \sum_i \left(\frac{\partial\varphi}{\partial q_i} \right)_0 \Delta q_i. \quad (16)$$

Первое слагаемое дает ошибку от неправильности схемы, остальные слагаемые — ошибку от неправильностей в размерах звеньев.

Возьмем для примера в механизме наклона плоскости визирования бомбардировочного прицела $C=4$ ту часть, которая должна вырабатывать величину

$$\Delta \sin \alpha,$$

где Δ — линейное отставание бомбы, α — угол сноса. Схема механизма представлена на фиг. 12. Значение угла сноса α подводят к звену 2 путем вращения последнего с помощью зубчатого сегмента 2'. Линейное отставание подают поворотом колеса 6' на пропорциональный угол. На тот же угол поворачивается коническое колесо 6, жестко соединенное с колесом 6'. Через колесо 5' вращение передается винту 5, и гайка 4 перемещается по оси винта 5 на расстояние l , зависящее от углов

поворота звеньев 6 и 2. В результате поступательная кулиса 3 займет положение, в котором расстояние ее прорези от оси звена 6, обозначенное через x , будет определенным образом зависеть от угла сноса и от линейного отставания Δ . Найдем эту зависимость.

Расстояние r от пальца гайки 4 до оси звена 6 равно

$$r = \frac{h}{2\pi} \alpha_5,$$

где h — шаг винта 5, α_5 — угол поворота винта, отсчитанный от того положения, при котором ось пальца гайки 4 совпадала с осью звена 6. Звенья 5, 6, 2, 1 образуют дифференциальный механизм, ибо ось вращения колеса 5 вращается, а механизм имеет две степени свободы. По формуле Виллиса

$$\frac{\alpha_5}{\alpha_6 - \alpha_2} = i_{56} = \frac{z_6}{z_5},$$

z_6, z_5 — числа зубцов конических колес 6 и 5. Поэтому

$$r = \frac{h}{2\pi} (\alpha_6 - \alpha_2) i_{56}.$$

К звену 2 угол сноса необходимо подавать в натуру:

$$\alpha_2 = \alpha,$$

так как иначе положение третьего звена будет зависеть не от $\sin \alpha$, а от синуса кратного угла. Пусть, далее, линейное отставание подается к звену 6 в масштабе μ_6

$$\alpha_6 = \mu_6 \Delta.$$

Теперь величину r мы можем выразить так:

$$r = \frac{h}{2\pi} i_{56} (\mu_6 \Delta - \alpha).$$

Из чертежа видно, что

$$x = r \sin \alpha = \frac{h}{2\pi} i_{56} \mu_6 \Delta \sin \alpha - \frac{h}{2\pi} i_{56} \alpha \sin \alpha.$$

Механизм предназначен к получению величины $\Delta \sin \alpha$ в некотором масштабе μ :

$$x_0 = \mu \Delta \sin \alpha.$$

Выбираем масштаб μ_6 из условия

$$\mu = \frac{h}{2\pi} i_{56} \mu_6.$$

На основании формулы (15) систематическая ошибка механизма, происходящая только от неправильности его схемы, равна

$$\Delta x = x - x_0 = - \frac{h}{2\pi} i_{56} \alpha \sin \alpha.$$

Ошибка равна нулю при $\alpha = 0$ и при α , кратном π . При $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ошибка будет равна

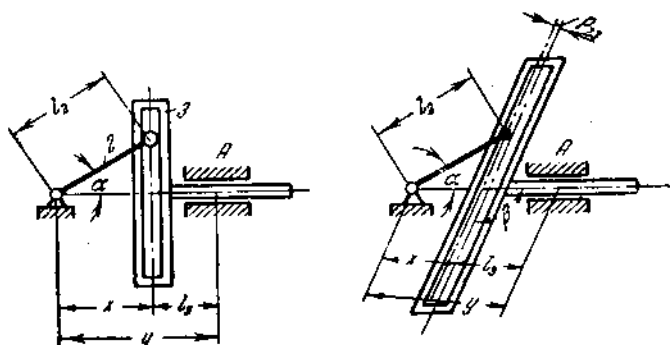
$$\Delta x_{\frac{\pi}{2}} = - \frac{h}{4} i_{56}.$$

Для уменьшения изучаемой ошибки нужно уменьшать шаг винта 5 и передаточное число.

§ 5. СЛУЧАЙНЫЕ ОШИБКИ МЕХАНИЗМА

1. Влияние зазоров в кинематических парах. В § 1 было показано, что зазоры в кинематических парах являются первичными случайными ошибками. Во вращательной паре один элемент пары способен переместиться относительно другого на величину зазора по любому направлению, перпендикулярному оси пары. Зазор в шаровом шарнире допускает взаимную подвижность элементов шарнира по любому направлению на величину зазора. В поступательной паре зазор измеряется по перпендикуляру к направлению пары и допускает перемещение одного элемента пары относительно другого по указанному направлению на величину, равную зазору.

Зазор в кулачковой паре существует только в том случае, если кулачок имеет паз. По направлению нормали паза один элемент пары способен двигаться относительно другого на величину зазора.



Фиг. 13

Сделаем еще замечание о кинематической паре зубчатых колес с прямым зубом. Здесь окружной зазор дает добавочную подвижность одному элементу относительно другого. Если окружной зазор $\Delta\tau$, а радиус ведомого колеса R , то добавочная подвижность равна $\Delta\tau:R$.

2. Случайная ошибка механизма. Случайная ошибка положения механизма выражается формулой (4) или формулой (6), если все Δq_i и Δa_i суть случайные ошибки механизма и если в правые части формул не входят случайные ошибки положения ведущих звеньев. При невыполнении последнего условия упомянутые формулы дают случайную ошибку положения ведомого звена.

Для упрощения вычисления ошибок в дальнейшем будем предполагать, что перемещение одного элемента вращательной пары относительно другого разложено по осям звеньев, входящих в пару.

Случайная ошибка перемещения механизма выражается разностью значений, взятых по формуле (4) или формуле (6). В правые части этих формул не должны входить случайные ошибки перемещения ведущих звеньев, так как иначе получится случайная ошибка перемещения ведомого звена механизма. Конечно, все входящие в формулы первичные ошибки должны быть случайными.

Рассмотрим пример синусного механизма, представленного на фиг. 13. Механизм состоит из кривошипа 2, поступательной кулисы 3 и стойки 1. Положение кривошипа определяется углом α , образованным осью кривошипа, и направлением поступательного движения кулисы. Положение кулисы определяется расстоянием прорези кулисы до оси шарнира, соединяющего кривошип со стойкой; расстояние измеряем по направлению движения кулисы. Если направление прорези кулисы образует

с направлением ее движения прямой угол ($\beta = \frac{\pi}{2}$), то при абсолютно точном выполнении механизма имеем

$$x = l_2 \cos \alpha.$$

Изменяя начало отсчета угла α , можно получить расстояние x пропорциональным $\sin \alpha$.

Случайные ошибки положения ведомого звена — кулисы — происходят от следующих первичных случайных ошибок: ошибки в положении и размере кривошипа, ошибки в угле β кулисы, зазоров во всех кинематических парах, неточности положения на кулисе точки A , с помощью которой определяется положение кулисы. Как показывает правый рисунок на фиг. 13,

$$y = x + l_3 = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta} l_2 + \varrho_{12} + \frac{\varrho_{23}}{\sin \beta} + l_3,$$

где ϱ_{12} — горизонтальная составляющая люфта в шарнире 1, 2; ϱ_{23} — люфт в паре 2, 3, измеренный по перпендикуляру к прорези кулисы; l_3 — параметр, определяющий положение точки A на кулисе и равный расстоянию от точки до прорези кулисы.

Применяем к полученному выражению формулу (4), имея в виду, что в идеальном механизме $\beta = \frac{\pi}{2}$, $\varrho_{12} = \varrho_{23} = 0$. Найдем

$$\Delta y = -l_2 \sin \alpha \cdot \Delta \alpha - l_2 \sin' \alpha \cdot \Delta \beta + \cos \alpha \cdot \Delta l_2 + \Delta \varrho_{12} + \Delta \varrho_{23} + \Delta l_3. \quad (с)$$

Без первого слагаемого правой части полученное выражение дает случайную ошибку положения синусного механизма.

§ 6. ПРЕДЕЛЬНАЯ ОШИБКА МЕХАНИЗМА

Назовем предельной ошибкой положения механизма максимальное возможное расхождение положений ведомых звеньев действительного и идеального механизмов при одинаковом положении ведущих звеньев обоих механизмов. Случайная ошибка положения механизма выражается формулой (4), если в последней все Δq_i суть случайные первичные ошибки и если случайные ошибки в положении ведущих звеньев отсутствуют. Для каждого положения механизма уравнений (4) будет столько, сколько экземпляров механизма имеется и сколько раз механизм занимает заданное положение. Иными словами, для каждого положения механизма уравнений (4) будет сколько угодно много.

Возводим уравнения в квадрат:

$$(\Delta \varphi)_1^2 = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial q_1} \right)_0^2 \Delta q_{11}^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial q_2} \right)_0^2 \Delta q_{12}^2 + \dots + 2 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial q_1} \right)_0 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial q_2} \right)_0 \Delta q_{11} \Delta q_{12} + \dots$$

$$(\Delta \varphi)_2^2 = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial q_1} \right)_0^2 \Delta q_{21}^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial q_2} \right)_0^2 \Delta q_{22}^2 + \dots + 2 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial q_1} \right)_0 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial q_2} \right)_0 \Delta q_{21} \Delta q_{22} + \dots$$

Здесь мы полагаем, что каждая частная производная при многократном занятии одного и того же положения механизма не изменяет своего значения, так как в каждую частную производную нужно подставить идеальные значения параметров.

Складываем полученные равенства

$$\begin{aligned} \sum_j (\Delta \varphi)_j^2 &= \left(\frac{\partial \varphi}{\partial q_1} \right)_0^2 \sum_j \Delta q_{j1}^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial q_2} \right)_0^2 \sum_j \Delta q_{j2}^2 + \dots + \\ &+ 2 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial q_1} \right)_0 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial q_2} \right)_0 \sum_j \Delta q_{j1} \Delta q_{j2} + \dots \end{aligned}$$

Согласно ранее введенному нами условию, считаем все первичные случайные ошибки подчиняющимися закону Гаусса.

Тогда на основании аксиомы случайных погрешностей все суммы

$$\sum_j \Delta q_{jx} \Delta q_{jy}$$

при $x \neq y$ равны нулю.

Поэтому, деля последнее равенство на n — число уравнений (4) — и извлекая квадратный корень, найдем

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_j (\Delta q_j)^2}{n}} = \sqrt{\sum_{s=1}^m \left(\frac{\partial \varphi}{\partial q_s} \right)_0^2 \frac{\sum_j (\Delta q_{js})^2}{n}}, \quad (17)$$

где m — число независимых первичных случайных ошибок. Выражение

$$\frac{\sum_j (\Delta q_{js})^2}{n} \quad (d)$$

есть квадрат средней квадратичной ошибки параметра q_s . Эту среднюю квадратичную ошибку обозначим через σ_s . Тогда

$$\sigma = \sqrt{\sum_{s=1}^m \left(\frac{\partial \varphi}{\partial q_s} \right)_0^2 \sigma_s^2}. \quad (17')$$

Берем в правой части формулы (17) предельные значения сумм (d), т. е. берем предельные отклонения, согласно выбранному классу точности

$$\left[\frac{\sum_j (\Delta q_{js})^2}{n} \right]_{\max} = \frac{1}{n} \sum_j (\xi_s)^2 = \xi_s^2,$$

и подставляем в формулу (17). Согласно закону накопления средних погрешностей, найдем предельную ошибку положения механизма

$$\xi = \sqrt{\sum_{s=1}^m \left(\frac{\partial \varphi}{\partial q_s} \right)_0^2 \xi_s^2}. \quad (18)$$

Если ξ_s , являющееся множителем при квадрате некоторой частной производной, происходит от нескольких источников ошибок (например, зазор, ошибка в размере), то ξ_s^2 равно сумме квадратов предельных ошибок, из которых каждая происходит только от одного источника.

Все величины, входящие в (18), будут известны, как только задана схема механизма и назначены допуски. Входящие в правую часть формулы (17') средние квадратичные ошибки σ_s непосредственно не известны. Примем среднюю квадратичную ошибку равной $1/3$ предельного отклонения.

Легко указать простой графический прием для определения предельной ошибки положения механизма, т. е. для графического вычисления формулы (18). Сначала преобразуем заданный механизм в однократно изменяемые механизмы, как было указано в § 2, п. 2. Задаем ведущему звену каждого преобразованного механизма перемещение, равное предельному отклонению ξ_s , и с помощью картины малых перемещений находим частные предельные ошибки

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial q_s} \right)_0 \xi_s.$$

Таким образом, поочередно найдем все слагаемые под радикалом. Для вычисления полной предельной ошибки положения механизма берем две какие-либо найденные частные предельные ошибки, чертим в некотором масштабе их изображение под прямым углом друг к другу и находим гипотенузу. Под прямым углом к гипотенузе прикладываем изображение третьей частной предельной ошибки и строим новую гипотенузу. Под прямым углом к гипотенузе прикладываем изображение четвертой частной предельной ошибки и строим новую гипотенузу и т. д. Последняя гипотенуза даст в масштабе построения искомую предельную ошибку положения механизма.

Частные производные формулы (18) изменяются в зависимости от движения ведущих звеньев. Найдем в однократно изменяемом механизме такое положение ведомого звена, при котором предельная ошибка имеет наибольшее значение. В случае способности ведущего звена непрерывно двигаться в одном направлении, т. е. вращаться, предельная ошибка положения механизма есть периодическая функция. Обозначим через p параметр ведущего звена. Дифференцируя по p правую часть формулы (18) и приравнявая ее нулю, получим уравнение для определения p

$$\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial \varphi}{\partial q_i} \right)_0 \frac{\partial \left(\frac{\partial \varphi}{\partial q_i} \right)_0}{\partial p} \cdot \xi_i^2 = 0. \quad (19)$$

Подставив найденные значения p в формулу (18), определим максимальное значение предельной ошибки положения механизма.

Если ведущее звено не может совершать непрерывного движения в одном направлении, то предельная ошибка положения механизма достигнет наибольшего значения или при одном из крайних положений, или в положении, найденном по формуле (19).

При графическом решении задачи строят по формуле (18) график изменения предельной ошибки положения механизма в функции положения ведущего звена. График позволит найти наибольшее значение предельной ошибки и занимаемое при этом положение ведущего звена.

Предельная ошибка положения ведомого звена выражается той же формулой (18), если в правую ее часть входят и предельные ошибки положения ведущих звеньев. Таким образом, квадрат предельной ошибки положения ведомого звена равен сумме квадратов предельной ошибки положения механизма и частных предельных ошибок положения ведомого звена, вызванных ошибками в положении ведущих звеньев.

Поясним полученные результаты на примере отыскания предельной ошибки положения синусного механизма, изображенного на фиг. 13. В предыдущем параграфе мы вывели формулу (с), дающую случайную ошибку положения ведомого звена. Применяя формулу (18), найдем предельную ошибку положения этого звена

$$\xi = \sqrt{l_2^2 \sin^2 \alpha \cdot \xi_\alpha^2 + l_2^2 \sin^2 \alpha \cdot \xi_3^2 + \cos^2 \alpha \cdot \xi_2^2 + \xi_{12}^2 + \xi_{23}^2 + \xi_3^2}, \quad (e)$$

где ξ_α , ξ_2 , ξ_3 , ξ_{12} , ξ_{23} , ξ_3 — соответственно предельные ошибки в углах α , β , в размере звена 2, в зазорах в кинематических парах 1,2 и 2,3 и в размере звена 3. Без первого слагаемого под радикалом имеем предельную ошибку положения механизма.

Находим положение механизма, в котором ξ имеет максимум. Берем от правой части выражения (e) производную по α и приравниваем ее нулю:

$$l_2^2 \sin \alpha \cos \alpha (\xi_2^2 + \xi_3^2) - \cos \alpha \sin \alpha \xi_2^2 = 0.$$

Отсюда

$$\sin \alpha \cos \alpha = 0.$$

Если $l_2^2(\xi_a^2 + \xi_p^2) - \xi_2^2 < 0$, то максимум будет при $\alpha = 0, \pi$ и равен

$$\sqrt{\xi_2^2 + \xi_{12}^2 + \xi_{23}^2 + \xi_3^2}.$$

Если $l_2^2(\xi_a^2 + \xi_p^2) - \xi_2^2 > 0$, то максимум наступает при $\alpha = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi$ и равен

$$\sqrt{l_2^2(\xi_a^2 + \xi_p^2) + \xi_{12}^2 + \xi_{23}^2 + \xi_3^2}.$$

§ 7. СПОСОБЫ УМЕНЬШЕНИЯ ОШИБКИ МЕХАНИЗМА

В предыдущем параграфе была найдена формула (18), выражающая предельную ошибку положения механизма. Посмотрим, какие же существуют пути для уменьшения максимального значения предельной ошибки.

Первый путь заключается в усовершенствовании схемы механизма. Уменьшая число звеньев и кинематических пар, мы уменьшаем число членов суммы под радикалом формулы (18). Далее, нужно взять такую схему, чтобы передаточные отношения были возможно меньше, иными словами, ведомое звено должно быть относительно наиболее тихоходным. Точность механизма главным образом зависит от выполнения второго требования.

Второй путь состоит в устройстве рациональной системы регулировочных приспособлений в механизме. Сначала, пользуясь формулой (18), нужно наметить назначение регулировочных приспособлений; именно, регулировочные приспособления должны уменьшать действие тех первичных ошибок, которые в формулу (18) входят сомножителями при наибольших передаточных отношениях. Таким образом, формула помогает определить число и место регулировочных приспособлений. Регулировочные приспособления уменьшают люфты в кинематических парах и уточняют размеры звеньев.

Если механизм предназначен к работе при значительных изменениях температуры, то необходимо предусмотреть приспособления, не допускающие нарушения заданных размеров звеньев от изменения температуры. Для этого делают соответствующий подбор материала звеньев и оставляют специальные зазоры. В механизмах, работающих при низких температурах, устраивают иногда специальные грелки, обеспечивающие некоторое постоянство температуры. Второй путь предоставляет конструктору большие возможности и имеет огромное практическое значение.

Третий путь заключается в подходящем выборе зоны положений ведущих звеньев при рабочем ходе механизма. Здесь в известных границах мы, конечно, связаны законом движения ведомого звена. Если задание движения ведомого звена, как часто бывает, имеет общий характер (величина хода ведомого звена, перемещение ведущего звена при этом), то подбором начальных и конечных положений ведущих звеньев механизма при рабочем ходе можно многого добиться в смысле уменьшения предельной ошибки.

Последний путь состоит в выборе рациональной системы допусков в производстве деталей. Формула (18) позволяет определить, какие детали нужно производить по более высокому классу точности. По более высокому классу точности необходимо производить то, что дает первичные ошибки, которые не удастся существенно уменьшить с помощью регулировочных приспособлений и которые в формулу (18) входят сомножителями при наибольших передаточных отношениях.

§ 8. ТОЧНОСТЬ МЕХАНИЗМОВ

Переходим к вопросу о точности механизмов. Сначала установим требования к критерию качества осуществления механизмом заданного закона изменения положения ведомого звена. Во-первых, критерий дол-

жен позволять оценить качество конкретного механизма при различных положениях ведущих звеньев и определить те положения, при которых качество высокое, и наоборот. Во-вторых, критерий должен сделать возможным сравнение качества различных механизмов, предназначенных для осуществления одного и того же закона изменения. Наконец, с помощью критерия должно быть возможно сравнение качества различных механизмов, осуществляющих разные законы изменения.

Рассмотренные ошибки разных величин выражались в единицах измерения самих величин. Как известно, такие ошибки называют абсолютными. Абсолютные ошибки непригодны как критерий качества. Действительно, абсолютная ошибка позволяет оценить качество механизма при различных положениях ведущих звеньев: качество выше в тех положениях, при которых абсолютная ошибка меньше. Но абсолютная ошибка совсем не позволяет произвести оценку качества различных механизмов. Возьмем два механизма, имеющих одну и ту же кинематическую схему, размеры одного механизма кратны соответствующим размерам другого. Абсолютная ошибка большего механизма, выраженная в линейных мерах, окажется больше абсолютной ошибки меньшего. Но из этого совсем не следует, что качество первого механизма ниже, чем второго, ибо диапазон изменения положений ведомого звена в большем механизме больше.

Ошибка величины, выраженная в долях величины, называется относительной ошибкой. Относительная ошибка также непригодна для оценки качества механизмов. Дело в том, что относительная ошибка зависит не только от структуры механизма, его первичных ошибок, положений ведущих звеньев, но также и от положений точек отсчета. Возьмем, например, синусный механизм, представленный на левой половине фиг. 13. Он должен осуществлять закон

$$x = l_2 \cos \alpha.$$

Если положение кулисы определить не расстоянием между прорезью кулисы и осью вращения кривошипа, а расстоянием некоторой точки A кулисы до оси вращения кривошипа, то закон изменения будет

$$y = l_2 \cos \alpha + l_3.$$

В обоих случаях абсолютная ошибка положения механизма оказывается одной и той же, а относительные ошибки разные: чем больше l_3 , тем относительная ошибка во втором случае будет меньше. Это обстоятельство делает невозможным оценку качества различных механизмов по относительным ошибкам. С другой стороны, относительная ошибка конкретного механизма при определенном положении ведущих звеньев будет иметь разные значения в зависимости от выбора положений точек отсчета. Поэтому относительная ошибка непригодна и для оценки качества конкретного механизма при различных положениях его ведущих звеньев.

Наконец, не лишне заметить и следующее: в очень многих механизмах существуют такие положения ведущих звеньев, когда параметр ведомого звена имеет значение, равное нулю, а относительная ошибка поэтому равна бесконечности. Значит, в механизмах относительная ошибка есть функция, испытывающая нарушение непрерывности, что затрудняет пользование ею.

Назовем частным критерием точности механизма частное от деления предельной ошибки положения механизма при заданных положениях ведущих звеньев на величину полного хода ведомого звена. Если ведомое звено вращается, то деление производим на величину перемещения звена, соответствующую одному обороту. Обозначаем частный критерий через $\xi_{\text{частн}}$, а полный ход ведомого звена через Φ :

$$\xi_{\text{частн}} = \frac{\xi}{\Phi}.$$

0)

Частный критерий точности зависит от структуры механизма, его первичных ошибок и не зависит от положения точек отсчета. Если предельные значения первичных ошибок, выражаемых в мерах длины, изменяются пропорционально масштабу механизма, а предельные значения безразмерных первичных ошибок (ошибки в углах поворота) не изменяются, то частный критерий точности не зависит от масштаба механизма. Поэтому этот критерий может служить для оценки, при заданных положениях ведущих звеньев, качества осуществления разными механизмами предписанных законов изменения. Качество будет выше в тех механизмах и при тех положениях ведущих звеньев, когда значение частного критерия меньше.

Далее, назовем критерием точности механизма интеграл от частного критерия точности по перемещению ведомого звена, взятый за полное перемещение последнего и разделенный на это перемещение. Критерий точности обозначим через $\bar{\xi}$:

$$\bar{\xi} = \frac{\int_0^{\Phi} \xi_{\text{частн}} d\varphi}{\Phi} = \frac{1}{\Phi^2} \int_0^{\Phi} \xi d\varphi. \quad (21)$$

Этот критерий зависит от тех же факторов, что и частный, но охватывает качество механизма вообще (а не при отдельных положениях ведущих звеньев), поэтому он пригоден для оценки качества механизмов. Чем меньшее значение он имеет, тем качество механизма, т. е. его точность, выше.

Вспомогательным критерием при оценке качества механизма может служить максимальное значение частного критерия точности. Отыскание максимального значения вспомогательного критерия сводится к решению уравнения (19) или к применению графического способа, описанного в § 6. При выборе механизма по точности, в зависимости от конкретных условий, вспомогательному критерию придают большее или меньшее значение.

Весьма часто важна точность механизма не вообще, а только в его рабочем диапазоне. Обозначим величину перемещения ведомого звена за рабочий диапазон через $\Phi_{\text{раб}}$. Назовем критерием точности механизма в рабочем диапазоне величину

$$\bar{\xi}_{\text{раб}} = \frac{\int_0^{\Phi_{\text{раб}}} \xi d\varphi}{\Phi_{\text{раб}}^2}. \quad (21')$$

Этот критерий служит для оценки точности механизма в рабочем диапазоне.

Пользуясь формулой (18), критерий точности можно найти по формуле (21) аналитически или графически. В последнем случае строят график изменения предельной ошибки положения механизма в зависимости от положения ведомого звена. Отношение высоты равновеликого прямоугольника к величине его основания, умноженное на отношение масштаба изображения предельной ошибки к масштабу изображения Φ , даст значение критерия точности исследуемого механизма.

Найдем, например, критерий точности синусного механизма, изображенного на левой половине фиг. 13. Предельная ошибка положения механизма выражается формулой (е), если первое слагаемое под радикалом отбросить; полный ход его ведомого звена равен $4l_2$ (туда и обратно):

$$\bar{\xi} = \frac{\int_{-l_2}^{+l_2} \sqrt{l_2^2 \sin^2 \alpha \cdot \xi_p^2 + \cos^2 \alpha \cdot \xi_2^2 + \xi_{12}^2 + \xi_{23}^2 + \xi_3^2} dx}{8l_2^2},$$

но $l_2 \cos \alpha = x$, поэтому

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\int_{-l_2}^{+l_2} \sqrt{\xi_{12}^2 + \xi_{23}^2 + \xi_3^2 + l_2^2 \xi_3^2 - \frac{l_2^2 \xi_3^2 - \xi_2^2}{l_2^2} x^2} dx}{8l_2^2}.$$

Обозначим

$$\frac{l_2^2 \xi_3^2 - \xi_2^2}{l_2^2} = b^2; \quad \frac{l_2^2 (\xi_{12}^2 + \xi_{23}^2 + \xi_3^2 + l_2^2 \xi_3^2)}{l_2^2 \xi_3^2 - \xi_2^2} = a^2.$$

Тогда

$$\bar{\varepsilon} = \frac{b}{8l_2^2} \int_{-l_2}^{+l_2} \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{b}{8l_2^2} \left\{ l_2 \sqrt{a^2 - l_2^2} + a^2 \arcsin \frac{l_2}{a} \right\}.$$

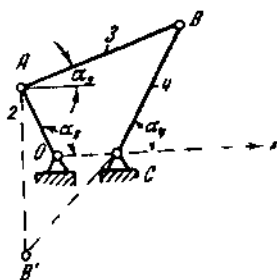
Вспомогательный критерий точности синусного механизма легко и прямо определяется на основании результатов, полученных в конце § 6.

В заключение установим связь между частным критерием точности и относительной предельной ошибкой положения механизма: относительная предельная ошибка равна частному критерию, умноженному на ход ведомого звена и разделенному на текущее значение параметра ведомого звена.

§ 9. ОШИБКИ ПЛОСКОГО ЧЕТЫРЕХЗВЕННОГО МЕХАНИЗМА С НИЖНИМИ ПАРАМИ

1. Ошибки шарнирного четырехзвенника. На фиг. 14 представлен шарнирный четырехзвенник, углы отсчитаны от оси OX против стрелки часов.

Обозначаем через α_k угол между осями подвижных звеньев k, s . Путем проектирования на ось OX и на перпендикуляр к ней получим уравнения шарнирного четырехзвенника, справедливые как для конфигурации $OABC$, так и для конфигурации $OAB'C$.



$$l_2 \cos \alpha_2 + l_3 \cos \alpha_3 = l_1 + l_4 \cos \alpha_4, \quad (22)$$

$$l_2 \sin \alpha_2 + l_3 \sin \alpha_3 = l_4 \sin \alpha_4.$$

Применяя к каждому уравнению формулу (4), находим

$$-l_2 \sin \alpha_2 \Delta \alpha_2 + \cos \alpha_2 \Delta l_2 - l_3 \sin \alpha_3 \Delta \alpha_3 + \cos \alpha_3 \Delta l_3 = \Delta l_1 - l_4 \sin \alpha_4 \Delta \alpha_4 + \cos \alpha_4 \Delta l_4,$$

$$l_2 \cos \alpha_2 \Delta \alpha_2 + \sin \alpha_2 \Delta l_2 + l_3 \cos \alpha_3 \Delta \alpha_3 + \sin \alpha_3 \Delta l_3 = \\ = l_4 \cos \alpha_4 \Delta \alpha_4 + \sin \alpha_4 \Delta l_4.$$

В рассматриваемом механизме первичными ошибками являются ошибки в размерах звеньев, в величине угла α_2 ведущего звена, зазоры в шарнирах. Ошибка $\Delta \alpha_4$ угла поворота ведомого звена 4 есть искомая величина. Для исключения из полученных уравнений ошибки $\Delta \alpha_3$ умножаем предпоследнее уравнение на $\cos \alpha_3$, последнее — на $\sin \alpha_3$ и оба уравнения складываем:

$$l_2 \sin (\alpha_3 - \alpha_2) \Delta \alpha_2 + \cos (\alpha_2 - \alpha_3) \Delta l_2 + \Delta l_3 = \cos \alpha_3 \Delta l_1 + \\ + l_4 \sin (\alpha_3 - \alpha_4) \Delta \alpha_4 + \cos (\alpha_3 - \alpha_4) \Delta l_4.$$

Из чертежа имеем

$$\alpha_{32} = \alpha_2 - \alpha_3; \quad \alpha_4 - \alpha_3 = \alpha_{43}.$$

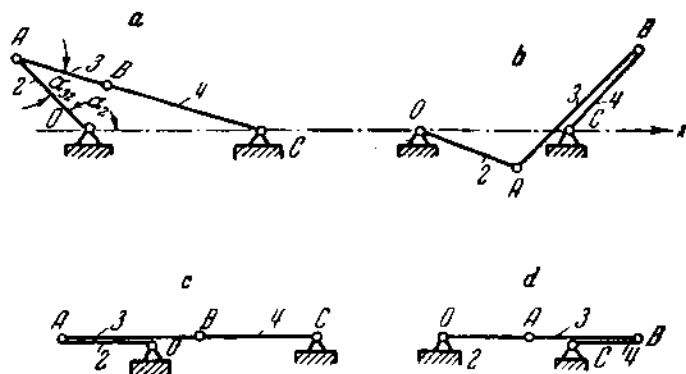
Подставляем последние значения в ранее полученное равенство и решаем преобразованное выражение относительно $\Delta\alpha_4$. Находим:

$$\Delta\alpha_4 = \frac{1}{l_4 \sin \alpha_{43}} \left\{ \cos \alpha_3 \Delta l_1 - \cos \alpha_{32} \Delta l_2 - \Delta l_3 + \cos \alpha_{43} \Delta l_4 + \right. \\ \left. + l_2 \sin \alpha_{32} \Delta \alpha_2 \right\}. \quad (23)$$

Формула дает ошибку положения ведомого звена шарнирного четырехзвенника. Без последнего слагаемого в фигурных скобках формула определяет ошибку положения шарнирного четырехзвенника. Если все первичные ошибки случайные, то на основании формул (23) и (18) предельная ошибка положения шарнирного четырехзвенника равна:

$$\xi = \sqrt{\frac{\cos^2 \alpha_3 \cdot \xi_1^2 + \cos^2 \alpha_{32} \cdot \xi_2^2 + \xi_3^2 + \cos^2 \alpha_{43} \cdot \xi_4^2}{l_4^2 \sin^2 \alpha_{43}}}. \quad (24)$$

Случай равенства $\sin \alpha_{43} = 0$ требует отдельного рассмотрения. Назовем его особым случаем. Он может быть при конфигурациях механизма, представленных на фиг. 15. Первые две конфигурации суть крайние положения механизма, последние две — неопределенные. Интересны последние две конфигурации, их и будем рассматривать.



Фиг. 15

Конфигурации *c* и *d* фиг. 15 возможны в механизмах, имеющих такое соотношение между размерами звеньев:

$$l_1 \pm l_2 = l_3 \pm l_4. \quad (25)$$

Здесь и дальше верхний знак относится к случаю *c*, нижний к случаю *d* фиг. 15. Отсюда получаем соотношение между ошибками в размерах звеньев

$$\Delta l_1 \pm \Delta l_2 = \Delta l_3 \pm \Delta l_4. \quad (26)$$

Без условий (25) и (26) конфигурации *c* и *d* фиг. 15 не могут наступить.

Перепишем формулу (23):

$$\Delta\alpha_4 = \frac{\cos \alpha_3 \Delta l_1 - \cos \alpha_{32} \Delta l_2 - \Delta l_3 + \cos \alpha_{43} \Delta l_4}{l_4 \sin \alpha_{43}} + \frac{l_2 \sin \alpha_{32} \Delta \alpha_2}{l_4 \sin \alpha_{43}}. \quad (23')$$

В разбираемых конфигурациях все косинусы равняются плюс или минус единице, а синусы равны нулю. На основании (26) убеждаемся, что формула (23') имеет неопределенный вид:

$$\Delta\alpha_4 = \frac{0}{0} + \frac{0}{0}.$$

Раскроем неопределенность. Все углы между осями звеньев имеют значения нуль или π . Путем разложения в ряд Тейлора с точностью до малых второго порядка и принимая во внимание формулу (26), получим:

$$\begin{aligned} \cos \alpha_1 \Delta l_1 - \cos \alpha_{32} \Delta l_2 - \Delta l_3 + \cos \alpha_{43} \Delta l_4 &= [\Delta l_1 \pm \Delta l_2 - \\ &- \Delta l_3 \mp \Delta l_4] - \frac{1}{2} [\Delta l_1 (\delta \alpha_3)^2 \pm \Delta l_2 (\delta \alpha_{32})^2 \mp \Delta l_4 (\delta \alpha_{43})^2] = \\ &= -\frac{1}{2} [\Delta l_1 (\delta \alpha_3)^2 \pm \Delta l_2 (\delta \alpha_{32})^2 \mp \Delta l_4 (\delta \alpha_{43})^2]. \end{aligned}$$

Здесь через δ обозначены приращения углов к тем значениям, которые они имеют при конфигурациях c и d фиг. 15. Далее, путем разложения в ряд находим

$$\sin \alpha_{32} = \pm \delta \alpha_{32}; \quad \sin \alpha_{43} = \mp \delta \alpha_{43}.$$

Подставляем найденные разложением в ряд величины в выражение (23'):

$$\Delta \alpha_4 = \frac{\Delta l_1 (\delta \alpha_3)^2 \pm \Delta l_2 (\delta \alpha_{32})^2 \mp \Delta l_4 (\delta \alpha_{43})^2}{\pm 2 l_4 \delta \alpha_{43}} - \frac{l_2 \delta \alpha_{32}}{l_4 \delta \alpha_{43}} \Delta \alpha_2. \quad (23'')$$

Приращения δ углов в конфигурациях c и d равны нулю. Числитель первой дроби есть бесконечно малая второго порядка, а знаменатель — бесконечно малая первого порядка. Значит, первое слагаемое есть бесконечно малая и его предел равен нулю. Числитель и знаменатель второго слагаемого — бесконечно малые одинакового порядка, поэтому это слагаемое конечно, и нужно уточнить его значение. Но первое слагаемое правой части есть ошибка положения механизма, а второе слагаемое — добавочная ошибка в положении ведомого звена, происходящая от ошибки в положении ведущего звена. Отсюда мы получаем следующий важный вывод: в неопределенных положениях (см. фиг. 15, c , d) шарнирного четырехзвенника ошибка положения механизма равна нулю.

Нам остается выяснить точное значение второго слагаемого формулы (23''). Множитель при $\Delta \alpha_2$ есть передаточное отношение i_{42} шарнирного четырехзвенника. При конфигурациях c и d фиг. 15 все скорости направлены перпендикулярно оси первого звена, и векторное уравнение скоростей превращается в алгебраическое. Все тангенциальные ускорения направлены также перпендикулярно оси первого звена, а нормальные ускорения — параллельно оси первого звена. Поэтому из уравнения ускорений вытекает равенство нулю отдельно алгебраической суммы касательных ускорений и отдельно алгебраической суммы нормальных ускорений. Пишем уравнение скоростей и равенство нулю алгебраической суммы нормальных ускорений:

$$v_A + v_{BA} = v_B; \quad j_A^n + j_{BA}^n = j_B^n,$$

или

$$l_2 \omega_2 + l_3 \omega_3 = l_4 \omega_4; \quad l_2 \omega_2^2 \mp l_3 \omega_3^2 = l_4 \omega_4^2.$$

Исключаем ω_3

$$(l_4 \omega_4 - l_2 \omega_2)^2 = \mp l_3 l_4 \omega_4^2 \pm l_3 l_2 \omega_2^2,$$

откуда

$$l_4 (l_4 \pm l_3) i_{42}^2 - 2 l_2 l_4 i_{42} + l_2 (l_2 \mp l_3) = 0, \quad (27)$$

$$i_{42} = \frac{l_2}{l_4 \pm l_3} \pm \sqrt{\frac{l_3^2}{(l_4 \pm l_3)^2} - \frac{l_2 (l_2 \mp l_3)}{l_4 (l_4 \pm l_3)}} = \frac{l_2}{l_4 \pm l_3} \pm \sqrt{\frac{l_2 l_3 (\mp l_2 + l_3 \pm l_4)}{l_4 (l_4 \pm l_3)^2}}. \quad (28)$$

Следовательно, ошибка ведомого звена в случае конфигураций c и d фиг. 15 равна

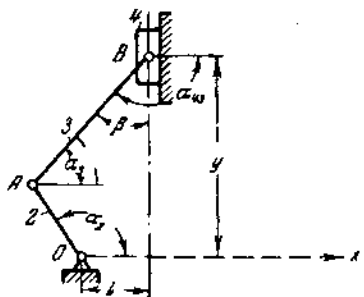
$$\Delta \alpha_4 = i_{42} \Delta \alpha_2. \quad (29)$$

В передаточном отношении перед радикалом нужно брать такой знак, чтобы модуль передаточного отношения имел большее значение. В прочих двойных знаках верхний знак относится к конфигурации *c*, а нижний к конфигурации *d* фиг. 15. При равенстве $l_2 = l_1$, согласно формуле (25), будут равны также i_3 и i_4 . Шарнирный четырехзвенник превращается в ромбoid. Из формулы (27) получаем значение передаточного отношения:

$$i_{42} = \frac{l_2 \mp l_3}{2l_4}. \quad (30)$$

Для ромбоида в формулу (29) нужно подставить значение передаточного отношения из формулы (30).

2. Ошибки прочих плоских четырехзвенных механизмов с низшими парами. Как известно, все четырехзвенные плоские механизмы с низшими парами получаются из шарнирного четырехзвенника путем замены части шарниров поступательными парами. При этом размер звена, входящего в поступательную пару, понимаемый как расстояние между шарнирами звена, становится бесконечно большим. Учитывая это обстоятельство, можно из формул (23), (24), (28), (29), (30) сразу найти для каждого четырехзвенного механизма соответствующие формулы ошибок. Одновременно получается весьма важный результат: в неопределенных положениях любого плоского четырехзвенного механизма ошибка положения механизма равна нулю. Чтобы механизм мог занять такое положение, между его первичными ошибками должно существовать соотношение, вытекающее из (26).



Фиг. 16

3. Ошибки кривошипного механизма. Поясним содержание предыдущего пункта исследованием кривошипного механизма. Вернемся к фиг. 14. Будем удалять центр *C* в бесконечность по направлению оси *OX*, соблюдая постоянное условие

$$l_1 = l_4 + l, \quad (31)$$

где l — постоянная величина, называемая дезаксажем, а l_1 и l_4 по мере удаления шарнира стремятся к бесконечности. В результате получим дезаксиальный кривошипный механизм (фиг. 16). Положение ползушки определяется расстоянием y . Обозначим через β угол между осью шатуна 3 и направлением движения ползушки. Из чертежа имеем

$$\alpha_3 = \frac{\pi}{2} - \beta; \quad \alpha_{43} = \frac{\pi}{2} + \beta.$$

Применяем к равенству (31) формулу (4) и находим связь между ошибками

$$\Delta l_1 - \Delta l_4 = \Delta l. \quad (31')$$

Наконец, заметим, что

$$\lim_{l_4 \rightarrow \infty} (\Delta \alpha_4 \cdot l_4) = -\Delta y.$$

В правой части взят знак минус, так как при ошибке $\Delta \alpha_4$, направленной в сторону увеличения α_4 , в пределе получается ошибка Δy , направленная в сторону уменьшения y .

Умножаем формулу (23) на l_4 , выражаем α_3 и α_{43} через β и переходим к пределу, удаляя шарнир C в бесконечность,

$$\lim_{l_4 \rightarrow \infty} (\Delta \alpha_4 \cdot l_4) = -\Delta y =$$

$$= \frac{1}{\cos \beta} \left\{ \sin \beta \cdot \Delta l_1 - \sin \beta \cdot \Delta l_4 - \cos \alpha_{32} \cdot \Delta l_2 - \Delta l_3 + l_2 \sin \alpha_{32} \cdot \Delta \alpha_3 \right\},$$

или

$$\Delta y = \frac{1}{\cos \beta} \left\{ -\sin \beta \cdot \Delta l + \cos \alpha_{32} \cdot \Delta l_2 + \Delta l_3 - l_2 \sin \alpha_{32} \cdot \Delta \alpha_3 \right\}. \quad (32)$$

Такова ошибка положения ведомого звена кривошипного механизма. Без последнего слагаемого в фигурных скобках формула (32) дает ошибку положения кривошипного механизма. Предельная ошибка положения кривошипного механизма равна:

$$\xi = \sqrt{\frac{\sin^2 \beta \cdot \xi_0^2 + \cos^2 \alpha_{32} \cdot \xi_2^2 + \xi_3^2}{\cos^2 \beta}}. \quad (33)$$

Случай $\cos \beta = 0$ является особым. Он может быть только у механизмов, имеющих следующую связь между размерами звеньев:

$$l_3 = l_2 + l.$$

Размеры первичных ошибок также между собой связаны:

$$\Delta l_3 = \Delta l_2 + \Delta l.$$

Значение ошибки ведомого звена кривошипного механизма, происходящей от ошибки в положении ведущего звена, мы получаем из формул (28) и (29) путем умножения первой на l_4 и перехода к пределу:

$$\lim_{l_4 \rightarrow \infty} (l_4 i_{42}) = \lim_{l_4 \rightarrow \infty} \left[\frac{l_2}{1 \pm \frac{l_3}{l_4}} \pm \sqrt{\frac{l_2 l_3 \left(\mp \frac{l_2}{l_4} + \frac{l_3}{l_4} \pm 1 \right)}{\left(1 \pm \frac{l_3}{l_4} \right)^2}} \right] = l_2 \left[1 \pm \sqrt{\frac{l_3}{l_2}} \right].$$

Искомая ошибка равна:

$$\Delta y = l_2 \left[1 \pm \sqrt{\frac{l_3}{l_2}} \right] \Delta \alpha_2. \quad (34)$$

Здесь взят только знак плюс, как дающий большую ошибку.

В аксиальном кривошипном механизме, имеющем кривошип и шатун одинаковой длины,

$$l_2 = l_3, \quad l = 0.$$

Ошибка положения ведомого звена в особом случае равна

$$\Delta y = 2l_2 \Delta \alpha_2. \quad (35)$$

§ 10. ОШИБКИ ПЛОСКОГО КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА

1. Ошибки кулачкового механизма с коромыслом. На фиг. 17 представлена схема кулачкового механизма с коромыслом и роликом; OII есть риска в теле кулака.

Согласно теореме, доказанной в § 2, ошибка положения ведомого звена кулачкового механизма равна ошибке положения ведомого звена шарнирного четырехзвенника $OABC$ минус ошибка положения центра ролика в теле коромысла.

Сначала рассмотрим первую часть ошибки. Ее источниками являются следующие первичные ошибки: зазоры в кинематических парах 1, 2; 1, 4; 3, 4, неточности размеров звеньев 1 и 4, ошибка в профиле кулака 2, ошибка радиуса ролика 3, эксцентричная посадка ролика. Разлагаем перемещения, происходящие от зазоров в шарнирах, на состав-

влияющие по направлению осей звеньев шарнирного четырехзвенника, составляющие обозначим через Δ_{1k} , где k, s — номера звеньев, образующих шарнир; k , кроме того, есть номер того звена, по направлению оси которого берется составляющая. По оси первого звена действует суммарная ошибка, происходящая от зазоров в шарнирах 1, 2 и 1, 4 и от неточности размера самого звена

$$\Delta_1 = {}_1\Delta_{12} + {}_1\Delta_{14} + \Delta l_1.$$

По направлению OA имеется суммарная ошибка Δ_2 , происходящая от зазора в шарнире 1, 2, и неточности размера $OA = R_2$; ошибку ΔR_2 определяют по формуле (12):

$$\Delta_2 = {}_2\Delta_{12} + \Delta R_2.$$

По направлению AB существует суммарная ошибка Δ_3 , выражаемая формулой (11). $\Delta \rho_3$ есть ошибка в радиусе r_3 ролика. Ошибка $\Delta \rho_3$ происходит от ошибки Δr радиуса вектора $r = OB$ эквидистанты и равна проекции Δr на направление AB :

$$\Delta \rho_3 = \Delta r \sin \mu,$$

μ — угол между радиусом-вектором и касательной к эквидистанте:

$$\operatorname{tg} \mu = \frac{r}{\frac{dr}{d\psi}}, \quad (f)$$

поэтому

$$\Delta_3 = \sin \mu \Delta r + \Delta r_3.$$

По направлению BC действует суммарная ошибка Δ_4 , происходящая от неточности в размере коромысла 4, от зазоров в шарнирах 1, 4 и 3, 4 и от эксцентричной посадки ролика. Обозначим эксцентриситет ролика через Δ_s' , переменный угол BDC через ξ . Из треугольника BDC имеем

$$BC = \sqrt{(BD)^2 + (DC)^2 - 2BD \cdot DC \cos \xi}.$$

Применяя к последнему выражению формулу (4) и прибавляя ошибки от зазоров в шарнирах, находим

$$\Delta_4 = \Delta l_4 - \cos \xi \Delta_s' + {}_4\Delta_{14} + {}_4\Delta_{34}.$$

Суммарная ошибка $\Delta \alpha_2$ поворота ведущего звена состоит из ошибки $\Delta \gamma$ поворота кулачка и из ошибки $\Delta \beta_2$, представляющей добавочный элементарный угол поворота ведущего звена шарнирного четырехзвенника; $\Delta \beta_2$ определяют по формуле (13). Таким образом,

$$\Delta \alpha_2 = \Delta \gamma + \Delta \beta_2.$$

Ошибка положения ведомого звена шарнирного четырехзвенника выражается формулой (23). Размер l_2 , входящий в формулу, есть $OA = R_2$, $\pi - \alpha_{32} = \angle OAB$, $\alpha_{43} = \angle ABC$, α_1 есть угол, образованный с осью XX стороной AB . Из треугольника OAB имеем:

$$\frac{R_2}{\cos \mu} = \frac{r}{\sin \alpha_{32}}; \quad l_2 \sin \alpha_{32} = R_2 \sin \alpha_{32} = r \cos \mu.$$

Подставляем в формулу (23) суммарные ошибки Δ_k , вместо Δl_k , значения $\Delta \alpha_2$ и $l_2 \sin \alpha_{32}$. Находим:

$$\Delta \alpha_4 = \frac{1}{l_4 \sin \alpha_{43}} \left\{ \cos \alpha_3 \Delta_1 - \cos \alpha_{32} \Delta_2 - \Delta_3 + \cos \alpha_{43} \Delta_4 + r \cos \mu (\Delta \beta_2 + \Delta \gamma) \right\}. \quad (g)$$

Переходим к определению угловой ошибки положения центра ролика в теле коромысла. Из треугольника BDC имеем

$$\frac{\sin \beta_3}{BD} = \frac{\sin (\zeta + \beta_3)}{DC},$$

или

$$DC \sin \beta_3 = BD \sin (\zeta + \beta_3).$$

Применяем формулу (4)

$$l_4 \Delta \beta_3 = \Delta_3' \sin \zeta; \quad \Delta \beta_3 = \frac{\sin \zeta}{l_4} \Delta_3'.$$

Искомая ошибка положения ведомого звена кулачкового механизма равна:

$$\Delta \varphi = \Delta \alpha_4 - \Delta \beta_3, \\ \Delta \varphi = \frac{1}{l_4 \sin \alpha_{43}} \left\{ \cos \alpha_3 \Delta_1 - \cos \alpha_{32} \Delta_2 - \Delta_3 + \cos \alpha_{43} \Delta_4 + r \cos \mu \Delta \beta_2 - \right. \\ \left. - \sin \alpha_{43} \sin \zeta \Delta_3' + r \cos \mu \Delta \gamma \right\}. \quad (36)$$

Полезно заметить, что второе и пятое слагаемые дают ошибку, происходящую от неправильного расположения оси шарнира 1, 2 в теле кулака 2. Выбрасывая последнее слагаемое правой части, имеем формулу ошибки положения кулачкового механизма. Теперь легко получить предельную ошибку положения ведомого звена кулачкового механизма

$$\xi = \frac{1}{|l_4 \sin \alpha_{43}|} \sqrt{\cos^2 \alpha_3 \cdot \xi_1^2 + \cos^2 \alpha_{32} \cdot \xi_2^2 + \xi_3^2 + \cos^2 \alpha_{43} \cdot \xi_4^2 + \\ + r^2 \cos^2 \mu \cdot \xi_{\beta_2}^2 + \sin^2 \alpha_{43} \cdot \xi_{\beta_3}^2 + r^2 \cos^2 \mu \cdot \xi_{\gamma}^2}. \quad (37)$$

Особым является случай равенства нулю $\sin \alpha_{43}$: коромысло занимает положение, в котором его ось перпендикулярна касательной к эквидистанте. Так как $\sin \alpha_{43}$ входит лишь в первую часть ошибки кулачкового механизма, т. е. в ошибку ведомого звена шарнирного четырехзвенника, то, согласно результатам, полученным в п. 1 предыдущего параграфа, ошибка положения кулачкового механизма в особом случае равна:

$$\Delta \varphi = i_{42} \Delta \beta_2 - \frac{\sin \zeta}{l_4} \Delta_3'. \quad (38)$$

По существу кулачковый механизм не может работать не только в особом положении, но и в положениях близких, ибо весьма велика опасность его заклинивания.

Все переменные, входящие в формулы (36) и (37), за исключением угла α_{32} , легко определяются; угол ζ в силу наличия проскальзывания между кулаком и роликом имеет неопределенное значение. Переменные r , α_3 , α_{43} , μ можно найти графически, построив план механизма в ряде положений; удобно строить план механизма, поставленного на кулачок. Для определения α_{32} нужно в каждом положении механизма найти положение центра кривизны профиля для точки соприкосновения; центр кривизны можно найти графически.¹ При аналитическом решении задачи берем уравнение эквидистанты профиля кулака

$$r = f(\psi) = f(a + \gamma). \quad (h)$$

Кроме того, из треугольника OBC имеем:

$$l_4^2 = l_1^2 + r^2 - 2l_1 r \cos \varphi; \quad \cos \varphi = \frac{r^2 - l_1^2 - l_4^2}{2l_1 l_4}. \quad (h^*)$$

Угол μ между радиусом-вектором и касательной к эквидистанте профиля кулака определяется формулой (f).

Задаемся значением ψ и по (h) находим r .

¹ Головин. Графическая математика, стр. 14—15, ГНТИ, 1931.

По первой формуле (h^*) находим α , а по второй формуле — угол φ . По уравнению (f) вычисляем μ . Наконец, из равенства $\gamma = \varphi - \alpha$ находим γ .

Из чертежа (см. фиг. 17) легко получить такие соотношения:

$$\alpha_3 = \alpha + \mu - \frac{\pi}{2}; \quad \alpha_{43} = \varphi - \alpha - \mu + \frac{\pi}{2}.$$

Они позволяют найти α_3, α_{43} .

Замена ролика закруглением или острием повышает точность механизма. В самом деле, в механизме с острием отсутствуют первичные ошибки Δ_1', Δ_{r3} . Конечно, такие механизмы не пригодны как силовые.

2. Ошибки кулачкового механизма с толкателем. На фиг. 18 представлена схема кулачкового механизма с толкателем. Согласно теореме, доказанной в § 2, ошибка Δz ведомого звена кулачкового механизма равна ошибке Δy ведомого звена кривошипного механизма OAB минус ошибка Δl_4 положения центра ролика 3 в теле толкателя 4:

$$\Delta z = \Delta y - \Delta l_4.$$

В кривошипном механизме $OA = l_2 = R_2$; $\pi - \alpha_{32} = \angle OAB$; β — угол между AB и направлением движения толкателя; $\beta_2 = \angle AOH$; $\alpha_2 = \angle AOX$; $\gamma = \angle HOX$. В кулачковом механизме $\alpha = \angle BOX$; ζ — угол между BD и направлением движения толкателя; μ — угол между радиусом-вектором и касательной к эквидистанте; $\Delta_2' = BD$.

Из треугольника OAB имеем:

$$\frac{l_2}{\cos \mu} = \frac{r}{\sin \alpha_{32}}; \quad l_2 \sin \alpha_{32} = r \cos \mu.$$

Из чертежа видно

$$\Delta l_4 = \Delta_2' \cos \zeta; \quad \Delta \alpha_2 = \Delta \beta_2 + \Delta \gamma;$$

угол $\Delta \beta_2$ определяется формулой (13').

Для выражения ошибки Δy пользуемся формулой (32), подставляя в нее найденные значения величин $l_2 \sin \alpha_{32}$, $\Delta \alpha_2$ и заменяя ошибки Δl_4 через Δ_2' ; Δ_1 имеют значения:

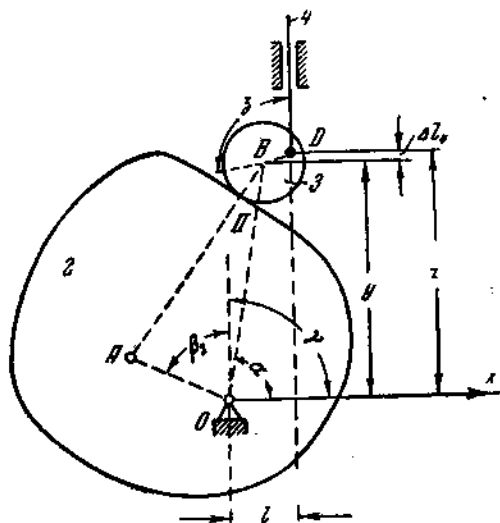
$$\Delta_1 = {}_1\Delta_{12} + \Delta l + \Delta_1' \sin \zeta; \quad \Delta_2 = {}_2\Delta_{12} + \Delta R_2; \quad \Delta_3 = \sin \mu \Delta r + \Delta r_3.$$

Ошибка положения ведомого звена механизма равна:

$$\Delta z = \frac{1}{\cos \beta} \left\{ -\sin \beta \cdot \Delta + \cos \alpha_{32} \cdot \Delta_2 + \Delta_3 - r \cos \mu \cdot \Delta \beta_2 + \cos \zeta \cos \beta \cdot \Delta_2' - r \cos \mu \cdot \Delta \gamma \right\}. \quad (39)$$

Предельная ошибка положения ведомого звена механизма равна:

$$\xi = \frac{1}{|\cos \beta|} \sqrt{\sin^2 \beta \cdot \xi_1^2 + \cos^2 \alpha_{32} \cdot \xi_2^2 + \xi_3^2 + r^2 \cos^2 \mu \cdot \xi_{\beta_2}^2 + \cos^2 \beta \cdot \xi_{2'}^2 + r^2 \cos^2 \mu \cdot \xi_\gamma^2}. \quad (40)$$



Фиг. 18

Переменные γ , β , α_{32} , μ , γ находят графическим или аналитическим путем, как было указано для кулачкового механизма с коромыслом. При аналитическом определении следует иметь в виду такие соотношения:

$$\alpha_{32} = \frac{\pi}{2} + \alpha + \mu - \alpha_2; \quad \beta = \pi - \alpha - \mu.$$

3. Пример. Найти предельную ошибку положения ведомого звена верхней части механизма визирования бомбардировочного прицела ОПБ-1.¹

Верхняя часть механизма визирования есть кулачковый аксиальный механизм, состоящий (фиг. 19) из пазового кулачка 2, очерченного по архимедовой спирали, ролика 3 и толкателя 4. Уравнение архимедовой спирали: $r = a\psi$, где $a = 10.4$ мм. Эксцентриситет $l = 0$, радиус ролика $r_3 = 4$ мм. Согласно взятой в прицеле системе допусков, предельное отклонение на эксцентриситет $\Delta = 0.5 - 0.1$ мм, предельное отклонение на паз $\Delta r = 0.2$ мм, точность установки кулачка, т. е. ошибка угла, равна $\Delta\gamma = 1^\circ$, предельное отклонение на эксцентриситет ролика $\Delta_3' = 0.05$ мм.

Ищем угол μ :

$$\operatorname{tg} \mu = \frac{r}{dr} = \psi.$$

Как видно из сравнения фиг. 18 и фиг. 19, в нашем механизме угол α постоянно равен $\frac{\pi}{2}$, $\beta = \frac{\pi}{2} - \mu$.

Находим с помощью формулы (40) предельную ошибку, причем, в виду отсутствия сведений о неправильности расположения оси шарнира 1, 2 в теле кулачка 2, пренебрегаем под радикалом вторым и четвертым слагаемыми. Вычисляем подрадикальное выражение:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sin^2 \mu} \left\{ \cos^2 \mu \xi_{\Delta}^2 + \sin^2 \mu \xi_r^2 + \xi_{r_3}^2 + \sin^2 \mu \xi_{\Delta_3'}^2 + r^2 \cos^2 \mu \xi_{\gamma}^2 \right\} = \\ & = [\alpha^2 \xi_{\Delta}^2 + \xi_r^2 + \xi_{\Delta_3'}^2 + \xi_{r_3}^2] + \frac{\xi_{\Delta}^2 + \xi_{r_3}^2}{\psi^2} = 0.366 + \frac{0.25}{\psi^2}. \end{aligned}$$

Предельная ошибка положения ведомого звена равна:

$$\xi = \sqrt{0.366 + \frac{0.25}{\psi^2}} \text{ мм.}$$

Как видим, ошибка возрастает с уменьшением угла ψ , т. е. с приближением центра ролика к центру кулачка. В конструкции указано минимальное допустимое значение этого расстояния.

С помощью регулировочных приспособлений, имеющихся в механизме, ошибка механизма значительно снижается. Пружинной, действующей на толкатель, выбирают люфт в пазе, т. е. $\xi_r = 0$. Благодаря эксцентриковому устройству (фиг. 20) эксцентриситет механизма снижен до 0.01 мм. Теперь предельная ошибка равна:



Фиг. 20

$$\xi \approx \sqrt{0.326} = 0.572 \text{ мм.}$$

Вся ошибка происходит от неточности установки кулачка, т. е. ведомого звена.

¹ Принцип работы и описание прицела см. Соловьев и Арбузов. Основы бомбометания; стр. 325—335. Военгиз, 1940.

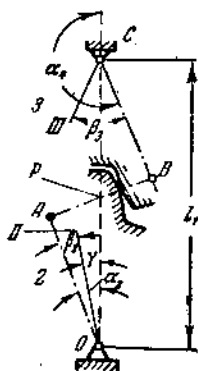
§ 11. ОШИБКИ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

1. Вывод формулы ошибки плоского механизма с эвольвентными зубчатыми колесами. На фиг. 21 представлена схема зубчатого механизма, состоящего из стойки и пары зубчатых колес; на каждом колесе показано по одному зубцу. A и B — центры кривизны профилей зубцов. Как известно из теории эвольвентных колес, в идеальном случае A и B неподвижны, OA параллельно BC , BA перпендикулярно OA . Отсюда

$$OA = R_2 = \text{const}; \quad CB = R_3 = \text{const}; \quad \alpha_2 = \text{const}; \quad \alpha_4 - \alpha_2 = \pi.$$

Согласно теореме, доказанной в § 2, ошибка ведомого звена зубчатого механизма равна ошибке ведомого звена шарнирного четырехзвенника $OABC$ минус ошибка положения центра кривизны профиля ведомого зубчатого колеса в теле последнего.

Начинаем с рассмотрения первой части ошибки зубчатого механизма. Ее источниками являются следующие первичные ошибки: зазоры в шарнирах 1, 2, и 1, 3, ошибка в размере первого звена, эксцентриситет основных окружностей, боковой зазор между зубьями колес измеренный по нормали профилей зубцов, ошибки профиля и шага, отсчитанные по нормали BA . Раскладываем перемещения, происходящие от зазоров в шарнирах, на составляющие параллельные осям звеньев; перемещения, получающиеся от эксцентриситета, также раскладываем на составляющие, параллельные и перпендикулярные AB . Находим суммарные ошибки по оси каждого звена четырехзвенника $OABC$.



Фиг. 21

Суммарная ошибка по оси звена 1 происходит от зазоров в шарнирах и от ошибки в размере этого звена. Применяя обозначения предыдущего параграфа, можем написать

$$\Delta_1 = {}_1\Delta_{12} + {}_1\Delta_{13} + \Delta l_1.$$

По направлению OA существует суммарная ошибка, происходящая от зазора в шарнире 1, 2 и от эксцентриситета основной окружности колеса 2. Обозначая эксцентриситет через Δ_{e2} , а угол, образованный направлением эксцентриситета и линией OA , через ξ_2 , можем написать

$$\Delta_2 = {}_2\Delta_{12} + \Delta_{e2} \cos \xi_2.$$

Угол ξ_2 изменяется с вращением зубчатого колеса 2 и отличается от угла γ поворота последнего на постоянную величину.

По направлению BC имеется суммарная ошибка, происходящая от зазора в шарнире 1, 3 и от эксцентриситета основной окружности. Обозначим эксцентриситет через Δ_{e3} , угол между направлением эксцентриситета и линией BC через ξ_3 . Имеем:

$$\Delta_3 = {}_3\Delta_{13} + \Delta_{e3} \cos \xi_3.$$

По направлению AB действуют ошибки Δq_2 , Δq_3 профиля и шага обоих зубцов и боковой зазор $\Delta q'$ между зубцами колес:

$$\Delta_3 = \Delta q_2 + \Delta q_3 + \Delta q'.$$

Ошибка угла α_2 состоит из двух частей. Пусть OII есть риска в теле второго колеса:

$$\alpha_2 = \gamma + \beta_2 = \text{const}; \quad \Delta \alpha_2 = \Delta \gamma + \Delta \beta_2.$$

Угол $\Delta\beta_2$ определяется формулой (13'). Так как разность $\varepsilon_2 - \beta_2$ есть угол ζ_2 между направлением эксцентриситета основной окружности колеса 2 и линией OA , то можно написать

$$\Delta\beta_2 = \frac{\Delta_{22} \sin \zeta_2}{R_2}.$$

Ошибка положения ведомого звена шарнирного четырехзвенника определяется формулой (23). Как видно на фиг. 21, в разбираемом нами случае

$$\alpha_3 = \frac{\pi}{2} - \alpha_2; \quad \alpha_{32} = \alpha_{43} = \frac{\pi}{2}; \quad l_2 = R_2; \quad l_4 = R_3.$$

Подставляем эти значения в формулу и заменяем Δl_k через Δ_i . Находим

$$\Delta\alpha_4 = \frac{1}{R_3} \{ \sin \alpha_2 \Delta_1 - \Delta_3 + R_2 \Delta\alpha_2 \}. \quad (41)$$

Если пренебречь зазорами в шарнирах и принять во внимание, что

$$\frac{R_2}{R_3} = i_{32},$$

то получается следующее более подробное выражение ошибки:

$$\Delta\alpha_4 = \frac{1}{R_3} \{ \sin \alpha_2 \Delta_1 - \Delta\varrho_2 - \Delta\varrho_3 - \Delta\varrho' + \Delta_{22} \sin \zeta_2 + R_2 \Delta\gamma \}. \quad (41')$$

Переходим ко второй части ошибки положения ведомого звена зубчатого механизма, т. е. к ошибке $\Delta\beta_3$. Эта ошибка определяется формулой (14), в которой разность $\varepsilon_3 - \beta_3$ есть угол ζ_3 между направлением эксцентриситета основной окружности колеса 3 и линией CB :

$$\Delta\beta_3 = \frac{\Delta_{33} \sin \zeta_3}{R_3}. \quad (42)$$

Значит, ошибка положения ведомого звена зубчатого механизма равна

$$\Delta\varphi = \Delta\alpha_4 - \Delta\beta_3, \\ \Delta\varphi = \frac{1}{R_3} \{ \Delta_1 \sin \alpha_2 - \Delta_3 + \Delta_{22} \sin \zeta_2 - \Delta_{33} \sin \zeta_3 + R_2 \Delta\gamma \}. \quad (43)$$

Пренебрегая зазорами в шарнирах, получим более простое выражение ошибки:

$$\Delta\varphi = \frac{1}{R_3} \{ \Delta l_1 \sin \alpha_2 - \Delta\varrho_2 - \Delta\varrho_3 - \Delta\varrho' + \Delta_{22} \sin \zeta_2 - \Delta_{33} \sin \zeta_3 + R_2 \Delta\gamma \}. \quad (43')$$

Без последнего слагаемого правой части формула дает ошибку положения зубчатого механизма.

Вычтя ошибку положения в начальный момент из ошибки положения в конечный момент, найдем ошибку перемещения ведомого звена зубчатого механизма. При вычитании следует иметь в виду постоянство ошибки Δl_1 :

$$\Delta\varphi - (\Delta\varphi)^0 = \frac{1}{R_3} \{ -\Delta\varrho_2 + (\Delta\varrho_2)^0 - \Delta\varrho_3 + (\Delta\varrho_3)^0 - \Delta\varrho' + (\Delta\varrho')^0 + \\ + \Delta_{22} \sin \zeta_2 - \Delta_{22} \sin \zeta_2^0 - \Delta_{33} \sin \zeta_3 + \Delta_{33} \sin \zeta_3^0 + R_2 [\Delta\gamma - (\Delta\gamma)^0] \}. \quad (44)$$

Из (43) или (43') легко получить значение предельной ошибки положения ведомого звена зубчатого механизма в условиях, когда боковой зазор между зубцами уничтожен.

Воспользуемся формулой (43'), находим

$$\xi = \frac{1}{R_3} \sqrt{\sin^2 \alpha_2 \cdot \xi_{l_1}^2 + \xi_{\varrho_2}^2 + \xi_{\varrho_3}^2 + \xi_{\varrho'}^2 + \xi_{\varrho_2}^2 + \xi_{\varrho_3}^2 + R_2^2 \xi_{\gamma}^2}. \quad (45)$$

Предельная ошибка ξ , эксцентриситета основной окружности колеса равна предельному отклонению согласно допуску на эксцентриситет.

Остановимся на вопросе, как изменится предельная ошибка положения зубчатого механизма, если ведущее и ведомое звенья взаимно заменить. Формула (45) без последнего слагаемого под радикалом выражает предельную ошибку механизма, когда ведомое звено есть третье. Эту ошибку для отличия обозначим ξ_{III} . Если сделать ведомым звено 2, то предельная ошибка положения механизма будет

$$\xi_{II} = \frac{1}{R_2} \sqrt{\sin^2 \alpha_2 \cdot \xi_{I_1}^2 + \xi_{p_2}^2 + \xi_{p_3}^2 + \xi_{s_3}^2 + \xi_{s_2}^2}.$$

В выражениях ξ_{III} , ξ_{II} угол α_2 и предельные первичные ошибки одни и те же. Поэтому

$$\frac{\xi_{III}}{\xi_{II}} = i_{32}. \quad (46)$$

2. Вычисление ошибки зубчатого механизма. Ошибки зубчатого механизма вычисляют по формулам (43)–(45) на основании допусков на элементы зубчатых колес. Предельные отклонения, указанные в допусках, являются предельными значениями первичных ошибок механизма. В настоящее время имеется британский стандарт на зубчатые колеса.¹ В СССР составлен проект общесоюзного стандарта на цилиндрические зубчатые передачи.²

Начнем с британского стандарта как более элементарного. Предварительно поясним два термина, входящие в нужную нам часть стандарта. Накопленной ошибкой в шаге называется алгебраическая сумма всех ошибок в шаге на рассматриваемой дуге или на рассматриваемом числе зубцов. Ошибкой профиля называется максимальное отклонение какой-либо точки профиля зуба от идеальной эвольвенты; ошибка измеряется по нормали к эвольвенте, т. е. по линии зацепления. Британский стандарт относится к цилиндрическим зубчатым колесам, имеющим угол зацепления в 20° и обладающим прямым, косым или шевронным зубом. Таблицы стандарта³ на допускаемые ошибки шага, профиля и толщины зуба составлены исходя из начальной окружности. Так как формулы (43)–(45) базируются на основной окружности, то перед использованием таблиц для вычисления ошибок зубчатого механизма нужно входящие в нее величины умножить на $\cos 20^\circ = 0.9397$. Даем таблицу, в которой умножение уже выполнено.

Таблица 1

Класс зубчатого колеса	Предельная ошибка основного шага в мм	Предельная накопленная ошибка основного шага в мм	Ошибка профиля в мм	Уменьшение толщин зуба, измеренное по основной окружности, в мм	
				максимальное	минимальное
А. Прецизионные шлифованные зубчатые колеса	$0.00047t +$ $+ 0.00587$	$0.00009L +$ $+ 0.03581$	$0.0005t$	$0.00019d +$ $+ 0.08356$	$0.00014d +$ $+ 0.04775$
В. Тщательно обработанные зубчатые колеса	$0.00002d +$ $+ 0.00038t +$ $+ 0.02388$	$0.0019L +$ $+ 0.04775$	$0.001t$	$0.00019d +$ $+ 0.08356$	$0.00014d +$ $+ 0.04775$
С. Рыночные обработанные зубчатые колеса	$0.00002d +$ $+ 0.00075t +$ $+ 0.04775$	$0.00028L +$ $+ 0.09560$	$0.002t$	$0.00028d +$ $+ 0.05969$	$0.00014d +$ $+ 0.04775$

¹ „Обработанные зубчатые колеса и червячные передачи“. Британские стандарты. Каталогиздат, 1939.

² „Допуски на цилиндрические зубчатые передачи“. Общесоюзный стандарт (проект). Работа составлена под руководством инж. Н. А. Калашникова и инж. В. А. Тайц. Изд. ЦНИИТМАШ, М., 1940.

³ См. упомянутую на стр. 13 табл. 1 и 2.

t — шаг в мм; d — диаметр начальной окружности в мм; L — длина дуги по начальной окружности, на которой имеется накопленная ошибка.

С помощью таблицы для формул (43), (43'), (45) можно определить Δq_k , $\Delta q'$, ξ_{p_k} . Именно Δq_k не больше суммы значений (по соответствующему классу точности) величин, стоящих в первом и третьем слева столбцах. Боковой зазор $\Delta q'$ происходит от утонения зубцов обоих колес и потому не больше удвоенной величины, стоящей во втором справа столбце, и не меньше удвоенной величины, стоящей в крайнем правом столбце. ξ_{p_k} равно корню квадратному из суммы квадратов величин, стоящих в первом и третьем слева столбцах. Ошибку Δl_i в величине стойки определяем в зависимости от выбранного класса точности для производства основания зубчатой передачи. По поводу эксцентриситета Δ , основных окружностей заметим, что в шестернях оптико-механического приборостроения его можно считать равным 0.01—0.015 мм.¹

Ошибка Δu угла, определяющего положение ведущего зубчатого колеса, зависит от точности установки ведущего звена.

При определении ошибки перемещения ведомого зубчатого колеса по формуле (44) разность $\Delta q_k - (\Delta q_k)^0$ необходимо брать не больше суммы значений (по соответствующему классу точности) величин во втором и третьем слева вертикальных столбцах. При этом дуга L какого-либо колеса равна произведению его угла поворота на радиус начальной окружности.

Переходим к проекту общесоюзного стандарта на цилиндрические зубчатые колеса. Стандарт относится к цилиндрическим эвольвентным зубчатым колесам внешнего зацепления с прямым, косым и шевронным зубом, имеющим модуль от 1 до 20 мм и угол зацепления 20°. В зависимости от точности изготовления зубчатые колеса распределяются на четыре класса (I, II, III, IV), расположенные в порядке убывающей точности. Ниже приводим сведения из проекта стандарта, относящиеся к I, II, III классам точности и к зубчатым колесам с модулем от 1 до 2.5 мм и диаметром от 40 до 100 мм (табл. 2).

Таблица 2

Класс точности	Предельная ошибка основного шага в мм	Предельная накопленная ошибка основного шага по колесу в мм	Предельная ошибка профиля в мм	Предельная ошибка эксцентриситетного расстояния в мм	Эксцентриситет основной окружности в мм	Обязательное утонение зуба в мм	Допуск на толщину зуба в мм
I	± 0.008	0.028	0.010	± 0.018	0.012	0.0376	0.0235
II	± 0.012	0.047	0.020	± 0.010	0.022	0.0584	0.0376
III	± 0.020	0.094	0.030	± 0.070	0.040	0.1034	0.0658

Обязательное утонение зуба имеет задачей образование бокового зазора между зубцами колес. Допуск на толщину зуба располагается в тело зуба от обязательного утонения зуба. В таблице даны значения обязательного утонения зуба и допусков на толщину зуба, измеренные по хорде основной окружности.

Эта таблица полнее таблицы британского стандарта и дает значение всех основанных на допусках первичных ошибок зубчатого зацепления. Приведенные в таблице данные для разбираемого типа колес вполне достаточны, чтобы найти всякую ошибку зубчатой передачи. Величина бокового зазора $\Delta q'$ не больше удвоенной суммы цифр, взятых в предпоследнем и последнем столбцах таблицы для соответствующего класса точности. Пользование остальными данными таблицы ясно из предыдущего.

¹ См. „Справочная книга оптико-механика“, т. II, стр. 374. ОНТИ, 1937.

Пусть, например, требуется найти предельную ошибку положения зубчатой цилиндрической передачи, имеющей модуль 2 мм и изготовленной по II классу точности согласно проекту общесоюзного стандарта. Число зубцов на ведущей шестерне $z_2 = 30$, на ведомой шестерне $z_3 = 40$. Боковой зазор уничтожен силовым воздействием. Вычисления делаем по формуле (45), в которой последнее слагаемое равно нулю, ибо вычисляется ошибка положения механизма, а не ведомого звена. Подсчитываем подрадикальное выражение

$$\begin{aligned} & \sin^2 20^\circ \xi_{i_1}^2 + \xi_{p_2}^2 + \xi_{p_3}^2 + \xi_{s_2}^2 + \xi_{s_3}^2 = \\ & = 0.117 \cdot 0.016 + 2 \cdot 0.000144 + 2 \cdot 0.000400 + 2 \cdot 0.000484 = 0.002243, \\ & \xi = \frac{1}{40} \sqrt{0.002243_{\text{рах}}} = 4.06'. \end{aligned}$$

Если произвести такой же расчет по III классу точности, то предельная ошибка положения механизма окажется равной 6.87'.

Для ориентировочного расчета зубчатых передач можно воспользоваться таблицей, предложенной проф. Цукерманом.¹ Данные таблицы не учитывают бокового зазора.

Таблица 3

Диаметр начальной окружности в мм	20	40	60	80	100
Ошибка в мин. . .	6'	3.3'	2.3'	1.8'	1.5'

Ошибка зубчатого зацепления равна сумме ошибки ведомого колеса и произведения из ошибки ведущего колеса на передаточное число i_{32} ; ошибки колес берут по таблице.

Вернемся к рассмотренному примеру и еще раз вычислим ошибку положения. Ведущее колесо имеет диаметр $D_2 = 60$ мм. По таблице находим его ошибку, равную 2.3'. Передаточное число $i_{32} = \frac{3}{4}$. Диаметр ведомого колеса равен 80 мм. Согласно таблице, ошибка этого колеса равна 1.8'. Искомая ошибка положения

$$\Delta\varphi = 2.3' \cdot \frac{3}{4} + 1.8' = 3.5'.$$

Таким образом, ориентировочный расчет по таблице Цукермана удовлетворительно совпадает с точным расчетом, выполненным для шестерен II класса точности. С расчетом шестерен III класса точности имеется большое расхождение. Метод Цукермана, не связанный с классами точности, не может быть точным.

3. Ошибки конических эвольвентных зубчатых колес. Исследование ошибок конических эвольвентных колес можно провести точно таким же путем, как и плоских эвольвентных. Ошибка ведомого звена конической передачи равна ошибке ведомого звена сферического четырехзвенника (имеющего шарниры, совпадающие с осями кривизны профилей зубцов и с осями шарниров колес) минус угловая ошибка положения оси кривизны зуба ведомого колеса в теле последнего. Поэтому формулы (43)—(45) пригодны для расчета ошибок и конических передач.

Значение связанных с допусками первичных ошибок конической передачи можно брать по британскому стандарту, который относится к обработанным коническим зубчатым колесам с прямыми и спиральными зубьями и 20-градусным углом зацепления. Данные для конических колес приведены в табл. 4:

¹ „Справочная книга оптика-механика“, т. II, стр. 376.

Таблица 4

Класс зубчатых колес	Предельная ошибка основного шага в мм	Предельная накопленная ошибка основного шага в мм	Ошибка профиля в мм	Уменьшение толщин зуба, измеренное по основной окружности, в мм	
				максимальное	минимальное
В. Тщательно обработанные зубчатые колеса.	$0.00002d +$ $+ 0.00038t +$ $+ 0.02388$	$0.00019L +$ $+ 0.04775$	$0.001t$	$0.00010d +$ $+ 0.00376t +$ $+ 0.04775$	$0.00008d +$ $+ 0.00188t +$ $+ 0.02388$
С. Рыночные обработанные зубчатые колеса.	$0.00002d +$ $+ 0.00075t +$ $+ 0.04775$	$0.00028L +$ $+ 0.09560$	$0.002t$	$0.00015d +$ $+ 0.00470t +$ $+ 0.07163$	$0.00008d +$ $+ 0.00282t +$ $+ 0.04775$

Пользование этой таблицей такое же, как и табл. 1.

Проект советского стандарта на конические зубчатые колеса пока не разработан. Проф. Цукерман для расчета ошибок конических зацеплений рекомендует следующую таблицу (данные таблицы не учитывают бокового зазора):

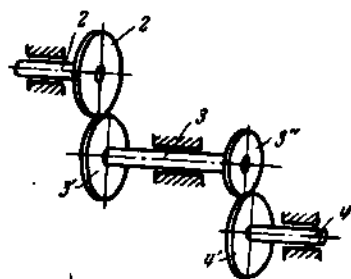
Таблица 5

Диаметр начальной окружности в мм	20	40	60	80	100
Ошибка в мин. . .	12'	8'	6'	5'	4'

Порядок пользования табл. 5 такой же, как и табл. 3.

§ 12. ОШИБКИ СЛОЖНЫХ ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ

1. Ошибки зубчатого механизма с неподвижными осями. На фиг. 22 представлен зубчатый механизм с неподвижными осями. Пусть звено 2—ведущее, а звено 4—ведомое. Ошибку в каждом зубчатом зацеплении находим, руководствуясь предыдущим параграфом. Для определения ошибки всего зубчатого механизма пользуемся формулой (6). Найдем



Фиг. 22

$$\Delta\alpha_4 = \Delta'\alpha_4 + i_{43}\Delta\alpha_3 + i_{42}\Delta\alpha_2.$$

В общем случае формула ошибки положения ведомого звена зубчатого механизма имеет такой вид:

$$\Delta\alpha_n = \Delta'\alpha_n + \sum_{k=2}^{n-1} i_{nk} \Delta\alpha_k, \quad (47)$$

где $\Delta'\alpha_n$ — ошибка зубчатого зацепления звеньев $n, n-1$; $\Delta\alpha_{n-1}$ — ошибка зубчатого зацепления звеньев $n-1, n-2$ и т. д.; $\Delta\alpha_2$ — ошибка положения ведущего звена; $i_{n,k}$ — постоянное передаточное число между звеньями n, k . Без последнего слагаемого правой части формула (47) дает ошибку положения зубчатого механизма с неподвижными осями.

Предельная ошибка положения ведомого звена механизма равна:

$$\xi = \sqrt{\xi_n^2 + \sum_{k=2}^{n-1} (i_{n,k})^2 \xi_k^2}. \quad (48)$$

2. Ошибки зубчатых механизмов с подвижными осями. Весьма часто встречаются зубчатые механизмы, в которых часть осей вращения колес подвижна. Таковы зубчатые дифференциалы, планетарные механизмы, механизмы смешанного типа, состоящие из дифференциалов, планетарных передач, механизмов с неподвижными осями.

Рассмотрим дифференциальные механизмы. Простейшие дифференциальные механизмы состоят из пяти звеньев и имеют степень изменчивости, равную двум. На фиг. 23 представлены все возможные типы пятизвенных зубчатых дифференциалов. Один тип отличается от другого характером зацепления

(внешнее, внутреннее) и характером колес (плоские, конические). В этих механизмах ведомым звеном может быть или водило, или одно из солнечных колес. Ошибку каждой пары зубчатых колес находим согласно указаниям предыдущего параграфа. Ошибку всего механизма определяем по формуле (6). Условимся через $i_{k,s}$, по-старому, обозначать передаточное отношение между звеньями k , s при неподвижных осях, а через $i'_{k,s}$ — передаточное отношение при подвижных осях вращения. Пусть солнечное колесо 5 есть ведомое звено. Для всех механизмов фиг. 23 на основании (6) имеем:

$$\Delta\alpha_5 = i_{52}\Delta\alpha_2 + i'_{54}\Delta\alpha_4 + i_{53}\Delta\alpha_3 + \Delta'\alpha_5, \quad (49)$$

где i'_{54} — передаточное отношение планетарного механизма, полученного из дифференциала, если в последнем звено 2 сделать неподвижным; $\Delta\alpha_3$ — ошибка положения зубчатого зацепления 3, 2; $\Delta'\alpha_5$ — ошибка положения зубчатого зацепления 3, 5. Находим значение передаточного отношения i'_{54} . На основании формулы Виллиса можем написать

$$\frac{\omega_5 - \omega_4}{\omega_2 - \omega_4} = i_{52}; \quad i_{52} = \pm \frac{z_2}{z_3} \frac{z_3'}{z_5},$$

где z_s — число зубцов на колесе s . Знак выбирается из того соображения, что нечетное число внешних зацеплений дает знак минус, четное число внешних зацеплений и любое число внутренних зацеплений дают знак плюс. Что касается конических дифференциалов, то для дифференциала d фиг. 23 следует брать знак минус, а для дифференциала e — знак плюс. Делая неподвижным звено 2, из формулы Виллиса находим

$$i'_{54} = 1 - i_{52}.$$

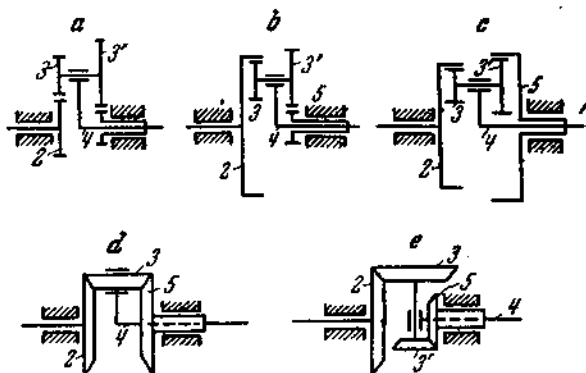
Подставляем это в формулу (49)

$$\Delta\alpha_5 = i_{52}\Delta\alpha_2 + (1 - i_{52})\Delta\alpha_4 + i_{53}\Delta\alpha_3 + \Delta'\alpha_5. \quad (50)$$

Таково выражение ошибки положения ведомого солнечного колеса. Без первых двух слагаемых формула (50) дает ошибку положения механизма.

Применяя к (50) формулу (18), легко находим предельную ошибку положения ведомого солнечного колеса.

Если взаимно заменить цифры 2 и 5, а вместо 3 поставить 3', то получим формулу ошибки положения ведомого звена, которым является не пятое, а второе солнечное колесо.



Фиг. 23

Из формулы (50) легко получить выражение ошибки положения ведомого звена, когда ведомым является водило:

$$\Delta\alpha_4 = \frac{\Delta\alpha_5}{1-i_{52}} - \frac{i_{52}}{1-i_{52}} \Delta\alpha_2 - \frac{i_{53}}{1-i_{52}} \Delta\alpha_3 - \frac{\Delta'\alpha_5}{1-i_{52}}. \quad (51)$$

Если в зубчатом зацеплении 3, 5 ведомым считать не пятое, а третье звено, то, как видно из формулы (43'), имеем

$$\Delta'\alpha_5 R_5 = \Delta\alpha_3 R_{3'}.$$

Выражаем $\Delta'\alpha_5$ через $\Delta\alpha_3$ и подставляем в (51):

$$\Delta\alpha_4 = \frac{\Delta\alpha_5}{1-i_{52}} - \frac{i_{52}}{1-i_{52}} \Delta\alpha_2 - \frac{i_{53}}{1-i_{52}} (\Delta\alpha_3 + \Delta\alpha_3'). \quad (51')$$

Применяя к выражению (51) или (51') формулу (18), находим предельную ошибку положения водила, являющегося ведомым звеном.

3. Пример. На фиг. 24 дана схема дифференциала Сперри бомбардировочного прицела. Колеса дифференциала имеют следующие числа

зубцов: $z_2 = z_5 = 48$, $z_3 = z_6 = 20$; модуль зубчатого зацепления $m = 0.8$ мм. Найдем ошибку положения ведомого звена, считая, что боковой зазор уничтожен силовым воздействием.

Пусть ведомым звеном является одно из солнечных колес, например, пятое. Согласно формуле (6), получаем ошибку положения солнечного колеса 5:

$$\Delta\alpha_5 = i_{52} \Delta\alpha_2 + i'_{54} \Delta\alpha_4 + i_{53} \Delta\alpha_3 + i_{56} \Delta\alpha_6 + \Delta'\alpha_5,$$

где $\Delta\alpha_4$ — ошибка положения водила 4; $\Delta\alpha_3$ — ошибка положения зубчатого зацепления 3, 2; $\Delta\alpha_6$ — ошибка положения зацепления 6, 3; $\Delta'\alpha_5$ — ошибка положения зацепления 6, 5;

$$i_{52} = -\frac{z_2 z_3 z_6}{z_3 z_6 z_5} = -1;$$

i'_{54} — передаточное число планетарной передачи, полученной закреплением в дифференциале солнечного колеса 2:

$$i'_{54} = 1 - i_{52} = 2; \quad i_{53} = \frac{z_3 z_6}{z_6 z_5} = \frac{5}{12}; \quad i_{56} = -\frac{5}{12},$$

поэтому

$$\Delta\alpha_5 = -\Delta\alpha_2 + 2\Delta\alpha_4 + \frac{5}{12} \Delta\alpha_3 - \frac{5}{12} \Delta\alpha_6 + \Delta'\alpha_5.$$

Предельная ошибка положения [ср. формулу (18)] равна:

$$\xi_{\text{солн. кол}} = \sqrt{\xi_2^2 + 4\xi_4^2 + \frac{25}{144} (\xi_3^2 + \xi_6^2) + (\xi'_5)^2}, \quad (i)$$

где ξ_{III} , ξ_{VI} , ξ'_5 — предельные ошибки положения зубчатых зацеплений 3, 2, 6, 3, 5, 6; ξ_2 , ξ_4 — предельные ошибки положения звеньев 2, 4. Рассматривая в зубчатом зацеплении 6, 5 ведомым звеном не пятое, а шестое колесо, на основании формулы (46) имеем

$$\xi'_5 : \xi_{\text{VI}} = i_{56} = \frac{5}{12}.$$

Значит,

$$\xi_{\text{солн. кол}} = \sqrt{\xi_2^2 + 4\xi_4^2 + \frac{25}{144} [\xi_{\text{III}}^2 + \xi_{\text{VI}}^2 + (\xi'_{\text{VI}})^2]}. \quad (i')$$

Переходим к случаю, когда ведомым звеном дифференциала является водило. Из формулы, выражающей $\Delta\alpha_5$, находим

$$\Delta\alpha_4 = \frac{1}{2} \Delta\alpha_5 + \frac{1}{2} \Delta\alpha_2 - \frac{5}{24} \Delta\alpha_3 + \frac{5}{24} \Delta\alpha_6 - \frac{1}{2} \Delta' \alpha_5.$$

Приняв в зубчатом зацеплении, состоящем из колес 5, 6, ведомым не пятое, а шестое колесо, получим, согласно формуле (43'),

$$\Delta' \alpha_5 R_5 = \Delta' \alpha_6 R_6,$$

или

$$z_5 \Delta' \alpha_5 = z_6 \Delta' \alpha_6.$$

Определяем отсюда $\Delta' \alpha_5$ и подставляем в выражение $\Delta\alpha_4$:

$$\Delta\alpha_4 = \frac{1}{2} (\Delta\alpha_5 + \Delta\alpha_2) - \frac{5}{24} (\Delta\alpha_3 - \Delta\alpha_6 - \Delta' \alpha_6).$$

Применяя формулу (18) к полученному выражению, найдем предельную ошибку положения водила

$$\xi_{\text{вод}} = \sqrt{\frac{1}{4} (\xi_2^2 + \xi_5^2) + \frac{25}{576} [\xi_{\text{III}}^2 + \xi_{\text{VI}}^2 + (\xi'_{\text{VI}})^2]}, \quad (i)$$

где ξ_5 — предельная ошибка положения солнечного колеса 5; ξ'_{VI} — предельная ошибка положения зубчатого зацепления 5, 6.

Из сравнения формулы (i') и (i) следует, что ошибки в положении ведущих звеньев дифференциала сильнее сказываются на ошибке положения ведомого звена, если им является солнечное колесо. Обе формулы указывают на большее значение ошибок положений ведущих звеньев, чем ошибок зубчатых зацеплений дифференциала. Отбрасывая в формулах (i') и (i) под радикалом первые два слагаемые, получим выражения предельных ошибок положения дифференциала, когда в нем ведомое звено есть солнечное колесо и когда ведомое звено есть водило. В случае ведомого звена — водила абсолютная предельная ошибка положения механизма в два раза меньше, чем в случае ведомого звена — солнечного колеса. В обоих случаях частный критерий точности, согласно формуле (20), и критерий точности, согласно формуле (21), дают одни и те же значения, т. е. точность дифференциала не зависит от того, какое звено сделать ведомым.

Остается найти предельные ошибки ξ_{III} , ξ_{VI} , ξ'_{VI} отдельных зубчатых зацеплений. Так как проект советского стандарта не затрагивает передачи со столь малыми модулями зубцов и диаметрами колес, как это имеет место в изучаемом нами дифференциале, то воспользуемся британским стандартом. Считаем, что колеса дифференциала принадлежат к классу А. Шаг колес равен $t = 0.8 \cdot 3.14 = 2.515$ мм. Согласно второму вертикальному столбцу табл. 1, ошибка в шаге равна:

$$0.00047 \cdot 2.515 + 0.000587 = 0.00705 \text{ мм.}$$

Согласно среднему столбцу таблицы, ошибка профиля равна:

$$0.0005 \cdot 2.515 = 0.00126 \text{ мм.}$$

Ошибку межцентрового расстояния считаем равной:

$$\xi_i = \pm 0.018 \text{ мм,}$$

а эксцентриситет основных окружностей берем равным 0.012 мм.

Предельную ошибку положения зубчатого зацепления вычисляем по формуле (45), положив в формуле последнее слагаемое равным нулю

(так как ищем ошибку положения не ведомого звена, а зубчатого зацепления). Вычисляем числитель под радикалом:

$$\sin^2 \alpha_2 \xi_{i_1}^2 + \xi_{p_2}^2 + \xi_{p_3}^2 + \xi_{s_2}^2 + \xi_{s_3}^2 = \\ = 0.117 \cdot 0.00014 + 2 \cdot 0.00005 + 2 \cdot 0.0000014 + 2 \cdot 0.00014 = 0.00038 \text{ мм}^2.$$

Так как все зубчатые колеса дифференциала произведены по классу А, имеют один и тот же шаг, то для всех зубчатых зацеплений числитель имеет одно и то же значение.

Далее,

$$\xi_{III} = \xi_{VI} = \xi'_{VI} = \frac{0.0195}{8} = 0.00244 \text{ рад.}$$

Для определения ошибки положения дифференциала нужно в формулах (i') и (j) положить первые два слагаемых равными нулю. Найдем: в случае солнечного колеса — ведомого звена предельная ошибка положения составляет $5.94'$, в случае водила — ведомого звена предельная ошибка положения механизма равна $2.97'$.

Положим, что предельные ошибки положения ведущих звеньев равны:

$$\xi_2 = \xi_5 = \xi_4 = 4' = 0.00116 \text{ рад.}$$

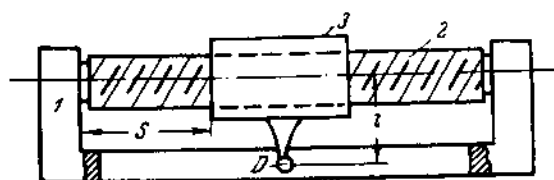
По формуле (i') и (j) находим:

$$\xi_{\text{солн. кол}} = 10.75'; \quad \xi_{\text{вод.}} = 4.14'.$$

Таким образом, при неточном задании положений ведущих звеньев в дифференциале следует водило делать ведомым звеном.

§ 13. ОШИБКИ ВИНТОВОГО МЕХАНИЗМА

Берем трехзвенный винтовой механизм, состоящий из стойки 1, винта 2 и гайки 3 (фиг. 25). Стойка и винт образуют вращательную пару, гайка и стойка — поступательную, а винт и гайка — винтовую.



Фиг. 25

Примем винт за ведущее, а гайку за ведомое звено. Ошибка положения ведомого звена происходит от ошибки положения винта, от ошибок в нарезках винта и гайки и от непараллельности поступательной пары и осей винтовой пары.

Ошибку в нарезке можно подразделить на постоянную ошибку в шаге, на внутреннюю и периодическую ошибки.¹ Постоянная ошибка в шаге происходит от неточности выполнения заданной величины шага и является следствием неправильного значения передаточного числа между шпинделем и ходовым винтом винторезного станка. Ошибка в шаге приводит по мере вращения винта к возрастанию ошибки перемещения гайки пропорционально углу поворота. Внутренние ошибки происходят от неточности профиля нарезки и среднего диаметра и не являются периодическими. Периодические погрешности суть погрешности внутри одного оборота; они происходят от неточности винторезного станка и делают шаг нарезки периодически изменяющимся в зависимости от угла поворота. Опыт показывает, что действие ошибок нарезки в винтовой паре меньше, чем в одном винте.² Поэтому в дальнейшем будем считать все ошибки нарезки отнесенными к винту, а нарезку гайки идеально точной.

¹ Бернгардт. Основы и приборы технических линейных измерений, стр. 321 и след. ОНТИ, 1935.

² См. „Справочная книга оптика-механика“, т. II, стр. 342. ОНТИ, 1937.

Ошибка в параллельности поступательной и винтовой пар приводит к тому, что угол поворота гайки относительно винта не равен углу поворота винта относительно стойки.

$$s = h\gamma + a \cos b\gamma,$$

$$\Delta s = h_0 \Delta \gamma + \gamma \Delta h + \cos b \gamma \cdot \Delta a. \quad (52)$$

$$\Delta\gamma = \Delta\gamma' + \Delta\gamma''.$$

Фиг. 26

В силу малости углов ψ и $\Delta\gamma''$ можно приближенно написать

$$\Delta\gamma'' = \frac{AD}{l} = \frac{s_0}{l} \psi.$$

¹ См. Берндт. Упомянутое сочинение.

С целью увеличения точности винтового механизма делают направляющую кинематической пары 1, 3 криволинейной, подбирая профиль так, чтобы с помощью углов $\Delta\gamma''$ компенсировать ошибки нарезки винта. Такое устройство называют коррекционной линейкой.

§ 14. ОШИБКИ ЧЕРВЯЧНОГО МЕХАНИЗМА

1. Ошибка механизма зубчатая рейка—колесо. На фиг. 27 представлен механизм, состоящий из стойки, зубчатой рейки и зубчатого колеса. Пусть рейка 2 есть ведущее звено. Выражение ошибки положения зубчатого колеса легко получить из формулы (43). Суммарная ошибка первого звена, измеренная по $CP=l$, равна:

$$\Delta_1 = {}_1\Delta_{13} + \Delta l.$$

Ошибка Δ_3 имеет то же значение, что и в зацеплении пары зубчатых колес. У рейки эксцентриситет отсутствует, $\Delta_{32} = 0$.

В нашем механизме $CP \cdot \omega_3 = \frac{R_3 \omega_3}{\cos \alpha_2} = v$. Поэтому передаточное отношение равно:

$$i_{32} = \frac{\omega_3}{v} = \frac{\cos \alpha_2}{R_3}.$$

Как видно на фиг. 21 и 27,

$$\lim_{PO \rightarrow \infty} (PO \cdot \gamma) = \lim_{R_2 \rightarrow \infty} \left(\frac{R_2}{\cos \alpha_2} \gamma \right) = s,$$

где s — перемещение рейки;

$$\lim_{R_2 \rightarrow \infty} (i_{32} \Delta\gamma) = \lim_{R_2 \rightarrow \infty} \left(\frac{R_2}{R_3} \Delta\gamma \right) = \lim_{R_2 \rightarrow \infty} \left(\frac{\cos \alpha_2}{R_3} \frac{R_2 \Delta\gamma}{\cos \alpha_2} \right) = i_{32} \Delta s.$$

Подставляем эти значения в формулу (43)

$$\Delta\varphi = \frac{1}{R_3} \{ \Delta_1 \sin \alpha_2 - \Delta_3 - \Delta_{32} \sin \xi_3 \} + i_{32} \Delta s. \quad (53)$$

Пренебрегая зазорами в шарнирах и выписывая значение i_{32} , получаем такое выражение ошибки положения зубчатого колеса:

$$\Delta\varphi = \frac{1}{R_3} \{ \Delta l \sin \alpha_2 - \Delta\varrho_2 - \Delta\varrho_3 - \Delta\varrho' - \Delta_{32} \sin \xi_3 + \Delta s \cos \alpha_2 \}. \quad (53')$$

Отсюда, применяя формулу (18), при отсутствии бокового зазора, в силу силового воздействия, находим предельную ошибку положения механизма

$$\xi = \frac{1}{R_3} \sqrt{\sin^2 \alpha_2 \cdot \xi_l^2 + \xi_{p_1}^2 + \xi_{p_3}^2 + \xi_{32}^2 + \cos^2 \alpha_2 \cdot \xi_s^2}. \quad (54)$$

Из формулы (54) и (46) легко получить предельную ошибку положения ведомого звена реечного зацепления, когда ведущее звено есть зубчатое колесо, а ведомое — рейка. Принимая во внимание значение передаточного отношения i_{32} , находим

$$\xi_{11} = \frac{1}{\cos \alpha_2} \sqrt{\sin^2 \alpha_2 \cdot \xi_l^2 + \xi_{p_1}^2 + \xi_{p_3}^2 + \xi_{32}^2 + R_3^2 \cdot \xi_s^2}. \quad (54')$$

2. Ошибка червячного механизма. На фиг. 28 представлен червячный механизм: звено 2 — червяк, звено 3 — червячное колесо. Пусть червяк — ведущее звено, червячное колесо — ведомое. Пересекая червячный механизм плоскостью, проходящей через ось червяка и пер-

пендикулярной оси колеса, получим в сечении механизм зубчатой рейки и колеса. Поэтому для вывода ошибки положения червячного колеса воспользуемся формулой (53). Ошибка Δ_1 происходит от зазоров во вращательных парах, от ошибки в расстоянии между осями червяка и колеса. Кроме того, сюда входит проекция эксцентриситета Δ_{e2} червяка на перпендикуляр к осям вращательных пар. Значит,

$$\Delta_1 = {}_1\Delta_{12} + {}_1\Delta_{13} + \Delta l_1 + \Delta_{e2} \cos \zeta_2.$$

В силу смещения центра червяка по направлению оси червячного колеса на величину $\Delta_{e2} \sin \zeta_2$ и подъема винтовой линии в червячном механизме будет иметь место добавочная ошибка, равная

$$\frac{\Delta_{e2} \sin \zeta_2 \operatorname{tg} \lambda}{R_3},$$

где λ — угол подъема винтовой линии по основному цилиндру червяка. В выражении ошибки Δ_3 величины Δ_{e2} , Δ_{e3} суть ошибки профиля нитки червяка и зуба червячного колеса, измеренные в плоскости, проходящей через ось червяка и перпендикулярной оси червячного колеса.

Ошибка Δ_2 выражается по формуле (52) винтового механизма с тем исключением, что в червячном механизме отсутствует ошибка, вызванная отклонением поступательной пары от оси червяка, ибо поступательной пары здесь нет.

Таким образом, из формулы (53), пренебрегая зазорами в подшипниках, получаем следующее выражение ошибки положения червячного колеса

$$\Delta \varphi = \frac{1}{R_3} \left\{ \sin \alpha_2 (\Delta l_1 + \Delta_{e2} \cos \zeta_2) + \sin \zeta_2 \operatorname{tg} \lambda \cdot \Delta_{e2} - \Delta_{e2} - \Delta_{e3} - \Delta_{e'} - \Delta_{e3} \sin \zeta_3 + \cos \alpha_2 (\gamma \Delta h + \cos b\gamma \cdot \Delta a + h_0 \Delta \gamma) \right\}. \quad (55)$$

Без последнего слагаемого формула выражает ошибку положения червячного механизма.

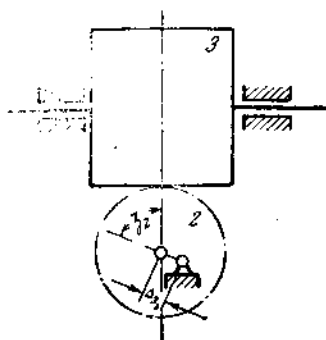
Предельная ошибка положения червячного колеса, при отсутствии бокового зазора в силу силового воздействия, равна

$$\xi = \frac{1}{R_3} \sqrt{\sin^2 \alpha_2 (\xi_{l1}^2 + \xi_{e2}^2) + \operatorname{tg}^2 \lambda \cdot \xi_{e2}^2 + \xi_{e3}^2 + \xi_{e'}^2 + \xi_{e3}^2 + \cos^2 \alpha_2 (\gamma^2 \xi_h^2 + \xi_a^2 + h_0^2 \xi_\gamma^2)}. \quad (56)$$

Сравнение формул (45) и (56) показывает, что предельная ошибка положения ведомого звена червячного механизма больше, чем зубчатого. Без последнего слагаемого под радикалом формула (56) дает предельную ошибку положения червячного механизма.

3. Вычисление ошибки червячного механизма. В настоящее время отсутствует общесоюзный стандарт допусков червячных передач; нет и проекта стандарта. Поэтому ниже мы приводим британский стандарт на червячные передачи.¹ Стандарт охватывает червячные передачи с правильно нарезанными по методу обкатки червячными колесами и с червяками, имеющими шлифованный профиль при 20° нормальном угле давления (угол зацепления производящей рейки). Так как наши формулы базируются на основных окружностях, а таблица стандарта исходит из начальных окружностей, то перед пользованием таблицей нужно входящие в нее величины помножить на $\cos 20^\circ = 0.9397$. Даем таблицу, в которой умножение уже выполнено.

¹ См. „Обработанные зубчатые колеса и червячные передачи“. Британский стандарт, стр. 70, 71. Каталогиздат. 1939.



Фиг. 28

Таблица 6

Класс передачи	Предельная ошибка основного шага червячного колеса, в мм	Предельная накопленная ошибка основного шага червячного колеса, в мм	Предельная ошибка в профиле червяка, равная ошибке в основном шаге между соседними нитками, в мм	Предельная накопленная ошибка в основном шаге червяка, измеренная на трех шагах	Боковой зазор в мм	
					максимум	минимум
А. Прецизионные пере- дачи для окружных скоростей червячного колеса свыше 5 м/сек	$0.000047d_2 +$ $+ 0.00047t +$ $+ 0.01175$	$0.000141L_H + 0.047$	$0.00047t + 0.005922$	$0.00094t + 0.0235$	$0.00035d_2 +$ $+ 0.0035t +$ $+ 0.05$	$0.00025d_2 +$ $+ 0.0025t +$ $+ 0.025$
В. Тщательно обрабо- танные передачи для окружных скоростей червячного колеса ниже 7.5 м/сек . . .	$0.000047d_2 +$ $+ 0.00094t +$ $+ 0.0235$	$0.00282L_H + 0.0695$	$0.00094t + 0.0235$	$0.00141t + 0.03572$	$0.0005d_2 +$ $+ 0.005t +$ $+ 0.063$	$0.0003d_2 +$ $+ 0.0035t +$ $+ 0.025$
С. Рыночные передачи для окружных скоро- стей червячного ко- леса ниже 1.5 м/сек .	$0.000047d_2 +$ $+ 0.00188t +$ $+ 0.047$	$0.00047L_H + 0.094$	$0.00141t + 0.047$	$0.00235t + 0.05922$	$0.0007d_2 +$ $+ 0.007t +$ $+ 0.088$	$0.0004d_2 +$ $+ 0.0045t +$ $+ 0.025$

где d_2 — диаметр начальной окружности червячного колеса, t — торцевой шаг червячного колеса, равный осевому шагу червяка, т. е. расстоянию между одноименными профильными поверхностями смежных ниток, измеренному параллельно оси червяка, L_n — длина дуги начальной окружности, по которой имеется накопленная ошибка.

С помощью таблицы находим значение предельных первичных ошибок ξ_{p1} , ξ_{p2} , входящих в формулу (56). Метод использования табл. 6 такой же, как и табл. 1. Предельную ошибку ξ_{i1} в величине стойки определяем в зависимости от выбранного класса точности для производства картера червячной передачи. В виду отсутствия более точных данных предельные ошибки эксцентриситета берем те же, что и в цилиндрических зубчатых колесах. Наконец, предельные ошибки ξ_h и ξ_a берем согласно указаниям предыдущего параграфа.

Проф. Цукерман¹ для ориентировочного расчета ошибок червячной передачи предложил таблицу ошибок червячного колеса (без учета бокового зазора):

Таблица 7

Начальный диаметр червячного колеса в мм	20	40	60	80	100
Ошибка $\Delta\psi_2$ в мин.	7'	4'	3'	2.3'	2'

Ошибки, вносимые червяком и вызванные ошибками в шаге, он рекомендует подсчитывать по выражению

$$\Delta\varphi_2 = \frac{0.003t}{D} 3440',$$

где t — шаг червяка, D — начальный диаметр червячного колеса. Полная ошибка червячной передачи (в мин.):

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_2 + \Delta\varphi_3.$$

§ 15. ОШИБКИ ФРИКЦИОННЫХ МЕХАНИЗМОВ

1. Ошибки лобовой фрикционной передачи. Пусть в представленной на фиг. 29 лобовой фрикционной передаче диск 2 есть ведущее звено, а цилиндр 4 — ведомое. Учитывая проскальзывания между 2 и 3, 3 и 4 звеньями, можно установить такую связь между угловыми скоростями:

$$\omega_4 = \frac{a_{32} a_{42}}{R_4} \omega_2 \cdot x,$$

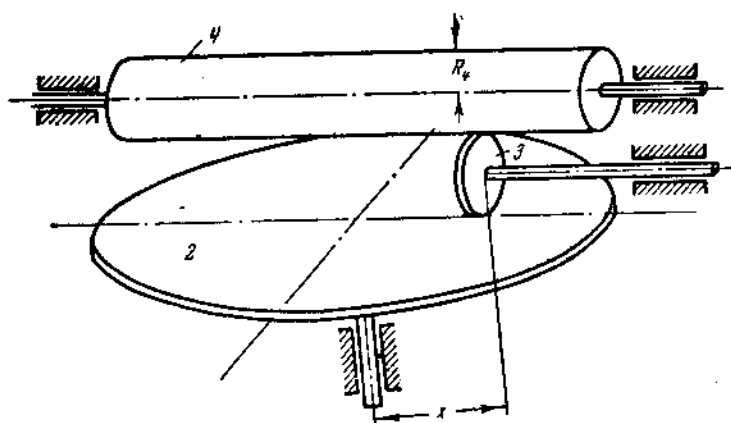
где $a_{s,s-1}$ — коэффициент, учитывающий проскальзывание между звеньями s , $s-1$; в идеальном механизме $a_{s,s-1} = 1$. Применяя формулу (4), находим ошибку скорости ведомого звена:

$$\begin{aligned} \Delta\omega_4 = \omega_4 - (\omega_4)_0 &= (\Delta a_{32} + \Delta a_{42}) \frac{x\omega_2}{R_4} - \frac{x\omega_2}{R_4^2} \Delta R_4 + \frac{\omega_2}{R_4} \Delta x + \\ &+ \frac{x\Delta\omega_2}{R_4} = \Delta a_{42} \frac{x\omega_2}{R_4} - \frac{x\omega_2}{R_4^2} \Delta R_4 + \frac{\omega_2}{R_4} \Delta x + \frac{x\Delta\omega_2}{R_4}, \end{aligned} \quad (57)$$

¹ См. „Справочная книга оптика-механика“, т. II, стр. 376. ОНТИ, 1937.

$a\Delta_{42} = \Delta a_{32} + \Delta a_{43}$ и есть коэффициент, учитывающий проскальзывание во всем механизме. Умножаем выражение (57) на dt и интегрируем от t_0 до t :

$$[\alpha_4 - (\alpha_4)^0] - [(\alpha_4)_0 - (\alpha_4)_0^0] = \int_{t_0}^t \left[\Delta \frac{x}{R_4} - \frac{x\Delta R_4}{R_4^2} + \frac{\Delta x}{R_4} \right] d\alpha_2 + \int_{t_0}^t \frac{x\Delta\omega_2}{R_4} dt,$$

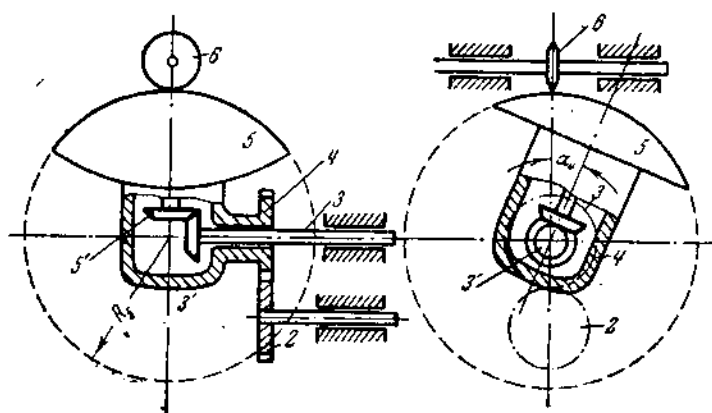


Фиг. 29

или, изменяя расположение слагаемых левой части и учитывая, что

$$\alpha_4 - (\alpha_4)_0 = \Delta\alpha_4; (\alpha_4)^0 - (\alpha_4)_0^0 = (\Delta\alpha_4)^0,$$

$$\Delta\alpha_4 - (\Delta\alpha_4)^0 = \frac{1}{R_4} \int_{\alpha_2^0}^{\alpha_2} \left[x\Delta a_{42} - \frac{x}{R_4} \Delta R_4 + \Delta x + x \frac{\Delta\omega_2}{\omega_2} \right] d\alpha_2. \quad (58)$$



Фиг. 30

Такова ошибка перемещения ведомого звена изучаемого механизма. Без последних двух слагаемых формула дает ошибку перемещения механизма. Для взятия интеграла нужно из условий работы механизма предварительно определить законы изменения x и всех первичных ошибок.

2. Ошибки механизма с грибовидным фрикционом. На фиг. 30 дана схема механизма с грибовидным фрикционом. Ведущие звенья фрикциона — 2 и 3. Сам фрикцион состоит из сферического сег-

мента 5 и колеса 6. Сегмент приводится во вращение от звена 3 и поворачивается звеном 2 через зубчатую передачу 2, 4. Из чертежа имеем

$$\omega_6 = a_{65} \frac{R_5 \sin \alpha_4}{R_6} \omega_5,$$

где a_{65} — коэффициент, учитывающий проскальзывание между звеньями 6 и 5, в идеальном механизме $a_{65} = 1$; ω_5 — угловая скорость вращения сферического сегмента вокруг его оси. Так как сегмент имеет два вращения — вокруг своей оси и вокруг оси звена 3 — и образует со звеньями 4, 3, 1 дифференциальный механизм, у которого звено 4 — водило, звено 3 — солнечное колесо, то на основании формулы Виллиса можем написать

$$\frac{\omega_5}{\omega_3 - \omega_4} = i_{53} = \frac{z_3'}{z_5'}.$$

Отсюда

$$\omega_6 = a_{65} \frac{R_5 \sin \alpha_4}{R_6} i_{53} (\omega_3 - \omega_4).$$

Применяем к последнему выражению формулу (4):

$$\begin{aligned} \Delta \omega_6 = \omega_6 - (\omega_6)^0 &= \frac{R_5}{R_6} \sin \alpha_4 i_{53} (\omega_3 - \omega_4) \Delta a_{65} + \frac{\sin \alpha_4}{R_6} i_{53} (\omega_3 - \omega_4) \Delta R_5 - \\ &- \frac{R_5 \sin \alpha_4}{R_6^2} i_{53} (\omega_3 - \omega_4) \Delta R_6 + \frac{R_5 \sin \alpha_4}{R_6} (\omega_3 - \omega_4) \Delta i_{53} + \\ &+ \frac{R_5}{R_6} i_{53} (\omega_3 - \omega_4) \cos \alpha_4 \Delta \alpha_4 + \frac{R_5 \sin \alpha_4}{R_6} i_{53} (\Delta \omega_3 - \Delta \omega_4). \end{aligned} \quad (59)$$

Умножая последнее выражение на dt и интегрируя, находим ошибку перемещения ведомого звена

$$\begin{aligned} \Delta x_6 - (\Delta x_6)^0 &= \frac{R_5}{R_6} i_{53} \int_{\alpha_4^0}^{\alpha_4} \sin \alpha_4 \left[\Delta a_{65} + \frac{\Delta R_5}{R_5} - \frac{\Delta R_6}{R_6} + \frac{\Delta i_{53}}{i_{53}} + \right. \\ &+ \left. \operatorname{ctg} \alpha_4 \cdot \Delta \alpha_4 + \frac{\Delta \omega_3}{\omega_3} \right] dx_3 - \frac{R_5}{R_6} i_{53} \int_{\alpha_4^0}^{\alpha_4} \sin \alpha_4 \left[\Delta a_{65} + \frac{\Delta R_5}{R_5} - \frac{\Delta R_6}{R_6} + \frac{\Delta i_{53}}{i_{53}} + \right. \\ &+ \left. \operatorname{ctg} \alpha_4 \cdot \Delta \alpha_4 + \frac{\Delta \omega_4}{\omega_4} \right] dx_4. \end{aligned} \quad (60)$$

СОДЕРЖАНИЕ

	<i>Стр.</i>
1. Основные понятия	3
2. Зависимость ошибки механизма от первичных ошибок	4
3. Связь между ошибками плоских механизмов с высшими и низшими парами	11
4. Систематические ошибки механизма	15
5. Случайные ошибки механизма	19
6. Предельная ошибка механизма	20
7. Способы уменьшения ошибки механизма	23
8. Точность механизмов	23
9. Ошибки плоского четырехзвенного механизма с высшими парами	26
10. Ошибки плоского кулачкового механизма	30
11. Ошибки эвольвентных зубчатых колес	35
12. Ошибки сложных зубчатых механизмов	40
13. Ошибка винтового механизма	44
14. Ошибки червячного механизма	46
15. Ошибки фрикционных механизмов	49

ОПЕЧАТКИ

Стр.	Строка	Напечатано	Следует
5	6 стр.	$= \left(\frac{\partial \varphi}{\partial q_8} \right)_0 \Delta q_8.$	$= \left(\frac{\partial \varphi}{\partial q_8} \right)_0 \dot{q}_8.$
33	4 стр.	$+ \cos \zeta \cos \beta \cdot \Delta' -$	$+ \cos \zeta \cos \beta \cdot \Delta', -$
50	4 стр.	$= \int_{a_2}^x [\Delta \frac{x}{R_4} -$	$= \int_{a_2}^x [\Delta a_{42} \frac{x}{R_4} -$

Б р у с л и ч. О т о ч н о с т и м о х и л и з м о в

Цена 2 руб.

1941

RLST



0000000364692

46011