

ДБ 2518
НКМП

БССР

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

СБОРНИК РАБОТ КАФЕДРЫ ИНЖЕНЕРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

ИЗДАНИЕ

БЕЛОРУССКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
МИНСК

1939

ВЫПУСК 30

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
1. И. М. Хозацкий—Практический способ расчета коротких железобетонных сводов-оболочек	3
2. И. Г. Притыкин—К применению новых норм по железобетону	21
3. И. М. Хозацкий—Применение теории пластичности к расчету железобетонных конструкций	44
4. М. Е. Шавельский—Косой изгиб железобетонных балок . .	61
5. И. М. Хозацкий—Рациональные конструкции резервуаров . .	94
6. И. Г. Притыкин—Конструкции с предварительными усилиями .	101
7. И. Г. Притыкин—Сводчатые плиты в ребристых перекрытиях .	110

0244 25 1
ИКМП

Депозитар

БССР

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

СБОРНИК
РАБОТ КАФЕДРЫ
ИНЖЕНЕРНЫХ
КОНСТРУКЦИЙ

71410467

ИЗДАНИЕ

БЕЛОРУССКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
МИНСК * 1939

РЕСПУБЛИКАНСКАЯ
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ
БИБЛИОТЕКА

ПРАКТИЧЕСКИЙ СПОСОБ РАСЧЕТА КОРОТКИХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ СВОДОВ ОБОЛОЧЕК (сист. Кольба).

I. Сложность многих вопросов строительной механики ведет к тому, что даже полученные в результате трудной работы решения их непригодны для практического применения, потому что вызывают необходимость в значительных вычислительных операциях. К тому же многие из сделанных умозрительным путем допущения, без которых не могли бы быть получены эти решения, не вполне соответствуют действительности, что ведет к значительному расхождению результатов применения этих решений с показаниями наблюдений и экспериментов.

Более рациональным поэтому является во многих случаях использование тех положений, которые могут быть достаточно верно и ясно установленными в результате тщательно проведенных экспериментов или изучения работы существующих сооружений.

Эти положения дают возможность значительного упрощения задачи, в результате чего получаются хотя и приближенные, но достаточные для практических целей решения, не требующие большой вычислительной работы и часто более соответствующие действительности, чем многие „точные“ методы.

В этом отношении весьма большую пользу проектировщикам принес профессор А. А. Гвоздев, благодаря весьма умелому и энергичному руководству которого в ЦНИПС'е был проведен ряд экспериментов, давший для многих видов конструкций весьма ценные положения указанного выше характера.

Одно из таких положений, выясненных для коротких железобетонных оболочек (своды Кольба) в результате экспериментальной работы, проведенной под руководством А. А. Гвоздева в ЦНИПС'е в 1934 г. и описанной в статье инж. А. С. Щепотьева в №№ 6 и 7 журнала „Проект и Стандарт“ за 1935 г., автор и положил в основу разработанного им излагаемого ниже способа расчета этих сводов, для которых, как показала указанная экспериментальная работа, ни один из применявшихся способов расчета не давал соответствующих действительности результатов. В виду этого при проектировании этих сводов не определяют, как известно, совершен о усилий в самой оболочке, между тем, как в многих случаях необходимо было бы это делать.

II. Считая, что работа диафрагм (арок) мало влияет на характер распределения и величину усилий в средней (небольшой

ширины) полосе оболочки¹⁾, в которой усилия имеют наибольшее значение и, следовательно, наиболее важны для расчета, можно исходить при выводе соответствующих формул из четырех известных уравнений, выражающих условия равновесия выделенного из свода, нагруженного равномерно распределенной по нему вертикальной нагрузкой элемента (черт. 1):

$$R \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial \varphi} = 0 \quad (I)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \varphi} + R \frac{\partial \tau}{\partial x} - v + \frac{qR}{\delta} \sin \varphi = 0 \quad (II)$$

$$\sigma + \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{qR}{\delta} \cos \varphi = 0 \quad (III)$$

$$\frac{\partial G}{\partial \varphi} - RN = 0 \quad (IV)$$

В этих четырех уравнениях имеется пять неизвестных; одно лишнее неизвестное, вызывая необходимость в добавочных уравнениях, выражающих зависимость между усилиями и деформациями, и создает большую сложность задачи, затрудняющую весьма решение. Чтобы избавиться от этой сложности необходимо и достаточно определить заранее (до решения уравнений) одно из неизвестных, исходя из каких-либо достаточно соответствующих действительности положений относительно характера распределения и величины этого неизвестного усилия.

Для длинных железобетонных цилиндрических оболочек такое положение заключается в том, что изменение нормальных усилий в поперечных сечениях оболочки можно принять с достаточным приближением по плоскостному закону и, следовательно, эти усилия можно определить из балочной работы свода, опирающегося на диафрагмы²⁾. Так как для коротких оболочек нельзя принимать этот плоскостной закон, указанный метод определения нормальных усилий неприменим для них.

Экспериментальная же работа ЦНИПС'а, упомянутая выше, достаточно ясно показала, что: 1) эпюра усилий T_2 (для равномерно распределенной по всему своду вертикальной нагрузки) весьма близка к параболе³⁾; 2) величина усилия T_2 , достигая максимума в вершине свода ($\varphi=0$), может быть достаточно точно принята равной тому, что дает безмоментная теория оболочек, а именно:

$$T_2 = -qR.$$

Последнее положение, принятое также автором при разработке способа расчета длинных оболочек, подтверждается на

1) Эти влияния главным образом сказываются на прилегающих к диафрагме полосах оболочки.

2) См. И. М. Хозацкий, „Практический способ расчета железобетонных цилиндрических сводов—оболочек“, изд. БГПИ, 1939 г.

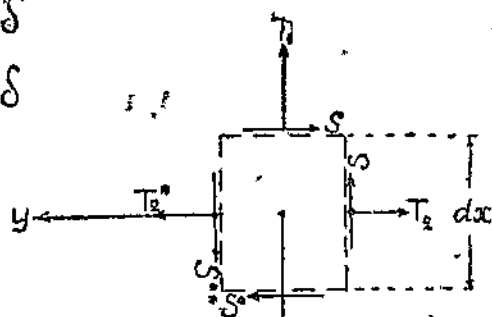
3) Это было наблюдеено и при экспериментальной работе автора (см. Стр. Пром. 1936 г., № 3).

$$T_1 = G_x \cdot \delta$$

$$T_2 = G \cdot \delta$$

$$N = v \cdot \delta$$

$$S = \tau \cdot \delta$$



$$T_1^* = T_1 + \frac{\partial T_1}{\partial x} \cdot dx$$

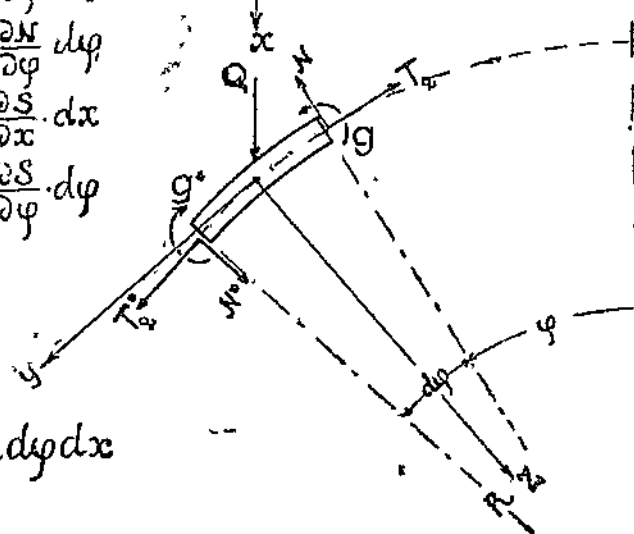
$$T_2^* = T_2 + \frac{\partial T_2}{\partial y} \cdot dy$$

$$N^* = N + \frac{\partial N}{\partial y} \cdot dy$$

$$S^* = S + \frac{\partial S}{\partial x} \cdot dx$$

$$S^{**} = S + \frac{\partial S}{\partial y} \cdot dy$$

$$g^* = g + \frac{\partial g}{\partial y} \cdot dy$$



$$Q = q \cdot R \cdot dy \cdot dx$$

репр. 1

многих экспериментах¹⁾ и на анализах расчетов, проведенных по точным методам.

Таким образом, составив формулу, выражающую эти два положения, можем, решая указанные уравнения, вывести формулы для остальных величин T_1 , S , N , G . Заранее отметим, что в виду небольшой относительно величины усилий T_1 и N , важны, главным образом формулы для G и S .

III. Из уравнения параболы:

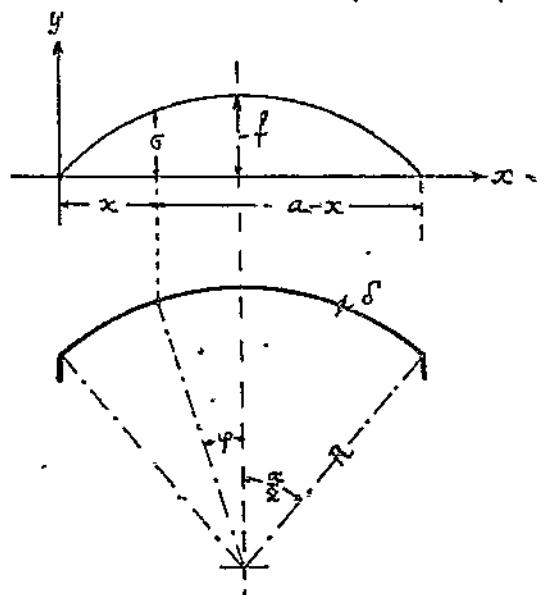
$$y = \frac{4f}{a^2} x(a-x)$$

имеем, поскольку (черт. 2):

$$f = \sigma_{\max} = \frac{T_{\max}}{\delta} = -\frac{qR}{\delta}$$

$$\sigma = -\frac{4qR}{\delta a^2} x(a-x) = \frac{4qR}{\delta \cdot 4R^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \left(R \sin \frac{\alpha}{2} - R \sin \varphi \right) \cdot$$

$$\left(R \sin \frac{\alpha}{2} + R \sin \varphi \right) = -\frac{qR}{\delta} \left(1 - \frac{\sin^2 \varphi}{\sin^2 \frac{\alpha}{2}} \right) \quad (1)$$



Черт. 2.

¹⁾ См. статьи автора в № 6 „Стр./Пром.“ за 1934 г. и № 3 „Стр. Пром.“ за 1936 г.

Вставляя выражение σ в уравнение (III), получаем:

$$\frac{\partial v}{\partial \varphi} = \frac{qR}{\delta} \left(1 - \frac{\sin^2 \varphi}{\sin^2 \frac{\alpha}{2}} \right) - \frac{qR}{\delta} \cos \varphi = \frac{qR}{\delta} \left(1 - \cos \varphi - \frac{\sin^2 \varphi}{\sin^2 \frac{\alpha}{2}} \right)$$

откуда:

$$\begin{aligned} v &= \frac{qR}{\delta} \left(\int d\varphi - \int \cos \varphi d\varphi - \frac{1}{\sin^2 \frac{\alpha}{2}} \int \sin^2 \varphi d\varphi \right) = \\ &= \frac{qR}{\delta} \left(\varphi - \sin \varphi - \frac{2\varphi - \sin 2\varphi}{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \right) + C_1 \end{aligned}$$

Так как $v=0$ при $\varphi=0$, имеем, что: $C_1=0$

Следовательно:

$$v = \frac{qR}{\delta} \left(\varphi - \sin \varphi - \frac{2\varphi - \sin 2\varphi}{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \right) \quad (2)$$

Вставляя в уравнение (II) это выражение v и выражение:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \varphi} = \frac{qR}{\delta} \cdot \frac{\sin 2\varphi}{\sin^2 \frac{\alpha}{2}}$$

получаем:

$$\begin{aligned} R \frac{\partial \tau}{\partial x} &= -\frac{qR}{\delta} \cdot \frac{\sin 2\varphi}{\sin^2 \frac{\alpha}{2}} + \frac{qR}{\delta} \left(\varphi - \sin \varphi - \frac{2\varphi - \sin 2\varphi}{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \right) - \frac{qR}{\delta} \sin \varphi = \\ &= \frac{qR}{\delta} \left(\varphi - 2 \sin \varphi - \frac{3 \sin 2\varphi + 2\varphi}{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \right) \end{aligned}$$

или:

$$\frac{\partial \tau}{\partial x} = \frac{q}{\delta} \left(\varphi - 2 \sin \varphi - \frac{3 \sin 2\varphi + 2\varphi}{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \right)$$

Откуда:

$$\tau = \frac{q}{\delta} \left(\varphi - 2 \sin \varphi - \frac{3 \sin 2\varphi + 2\varphi}{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \right) x + C_2$$

Так как $\tau=0$ при $x=0$, имеем, что $C_2=0$

Следовательно:

$$\tau = \frac{q}{\delta} \left(\varphi - 2 \sin \varphi - \frac{3 \sin 2\varphi + 2\varphi}{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \right) x \quad (3)$$

Вставляя в уравнение (I) значение:

$$\frac{\partial \tau}{\partial \varphi} = \frac{q}{\delta} \left(1 - 2 \cos \varphi - \frac{6 \cos 2\varphi + 2}{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \right) x$$

получаем:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = -\frac{q}{R\delta} \left(1 - 2 \cos \varphi - \frac{6 \cos 2\varphi + 2}{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \right) x$$

Откуда:

$$\sigma_x = -\frac{q}{R\delta} \left(1 - 2 \cos \varphi - \frac{6 \cos 2\varphi + 2}{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \right) \frac{x^2}{2} + C_3$$

Так как $\sigma_x = 0$ при $x = l = \frac{L}{2}$, имеем, что:

$$C_3 = \frac{q}{R\delta} \left(1 - 2 \cos \varphi - \frac{6 \cos 2\varphi + 2}{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \right) \frac{l^2}{2}$$

и, следовательно:

$$\sigma_x = -\frac{q}{R\delta} \left(-1 + 2 \cos \varphi + \frac{6 \cos 2\varphi + 2}{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \right) \frac{l^2 - x^2}{2} \quad (4)$$

Эта формула не имеет практического значения в виду небольших величин σ_x и потому, что действительное значение будет зависеть от μ^2). В связи с относительно большим значением σ^2 , напряжения могут быть в некоторых точках растягивающими.

Наиболее важной является формула для G , которую мы получим, вставляя значение ν из формулы (2) в уравнение (IV).

$$\frac{\partial G}{\partial \varphi} = R \nu \delta = q R^2 \left(\varphi - \sin \varphi - \frac{2\varphi - \sin 2\varphi}{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \right)$$

откуда :

$$G = q R^2 \left[0,5 \varphi^2 + \cos \varphi - (\varphi^2 + 0,5 \cos 2\varphi) : 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right] + C_4$$

Освобождая мысленно края оболочки от закрепления в рандбалках (взамен будут далее добавлены действия распора и момента

1) μ — число Пуассона

2) σ будет всегда напряжением сжатия.

зашемления), полагаем, что $G=0$ при $\varphi=\frac{\alpha}{2}$; в таком случае:

$$C_4 = -qR^2 \left[0,5 \left(\frac{\alpha}{2} \right)^2 + \cos \frac{\alpha}{2} - \left(\frac{\alpha^2}{4} + 0,5 \cos \alpha \right) : 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right]$$

и, следовательно:

$$G = qR^2 \left\{ 0,5 \varphi^2 + \cos \varphi - (\varphi^2 - \sin^2 \varphi) : 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} - 0,5 \left(\frac{\alpha}{2} \right)^2 - \cos \frac{\alpha}{2} + \left[\left(\frac{\alpha}{2} \right)^2 - \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right] : 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right\} \quad (5)$$

В правильности формул (2) и (3) можно убедиться проектируя на вертикаль и горизонталь усилия и нагрузку, приложенные к половине арки, выделенной из оболочки двумя поперечными сечениями, проведенными на расстоянии x и $x+1$ от середины свода.

Проектируя на вертикаль, имеем:

1. Сумму проекций усилий S в обресе арки на расстоянии x :

$$\begin{aligned} & - \int_0^{\frac{\alpha}{2}} \frac{q}{\delta} \cdot \delta \left(\varphi - 2 \sin \varphi - \frac{3 \sin 2 \varphi + 2 \varphi}{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \right) x R d \varphi \sin \varphi = \\ & = -qR x \left[-\varphi \cos \varphi + \sin \varphi - \varphi + \frac{\sin 2 \varphi}{2} - \left(-\frac{\sin 3 \varphi}{2} + \frac{3 \sin \varphi}{2} + 2 \sin \varphi - \right. \right. \\ & \left. \left. - 2 \varphi \cos \varphi \right) : 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right]_0^{\frac{\alpha}{2}} = qR x \left[-\frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha}{2} + \frac{\sin \alpha}{2} - \right. \\ & \left. - \left(-\frac{\sin 3 \frac{\alpha}{2}}{2} + \frac{3 \sin \frac{\alpha}{2}}{2} + 2 \sin \frac{\alpha}{2} - \alpha \cos \frac{\alpha}{2} \right) : 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right] \end{aligned}$$

2. Сумму проекций усилий S в обресе арки на расстоянии $x+1$:

$$\begin{aligned} & + qR(x+1) \left[-\frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha}{2} + \frac{\sin \alpha}{2} - \right. \\ & \left. - \left(-\frac{\sin 3 \frac{\alpha}{2}}{2} + \frac{3 \sin \frac{\alpha}{2}}{2} + 2 \sin \frac{\alpha}{2} - \alpha \cos \frac{\alpha}{2} \right) : 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right] \end{aligned}$$

3. Сумму проекций усилий N приложенных к концевым сечениям полуарки ($N=0$ при $\varphi=0$):

$$\begin{aligned} [y \delta \cos \varphi]_{\varphi=\frac{\alpha}{2}} &= \left[qR(\varphi \cos \varphi - \sin \varphi \cos \varphi - \frac{2 \varphi \cos \varphi - \sin 2 \varphi \cos \varphi}{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \right]_{\varphi=\frac{\alpha}{2}} = \\ &= qR \left[\frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2} - \left(\alpha \cos \frac{\alpha}{2} - \sin \alpha \cos \frac{\alpha}{2} \right) : 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right] \end{aligned}$$

4. Сумму вертикальных грузов:

$$qR \frac{\alpha}{2}$$

Складывая все проекции и грузы, получаем:

$$\begin{aligned} qR \left[-\frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha}{2} + \frac{\sin \alpha}{2} + \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} - \frac{\sin \alpha}{2} + \frac{\alpha}{2} - \right. \\ \left. - \left(-1,5 \sin \frac{\alpha}{2} + 2 \sin^3 \frac{\alpha}{2} + 1,5 \sin \frac{\alpha}{2} + 2 \sin \frac{\alpha}{2} - \alpha \cos \frac{\alpha}{2} + \right. \right. \\ \left. \left. + \alpha \cos \frac{\alpha}{2} - 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos^3 \frac{\alpha}{2} \right) : 4 \sin^3 \frac{\alpha}{2} \right] = qR \left\{ \sin \frac{\alpha}{2} - \right. \\ \left. - \left[2 \sin^3 \frac{\alpha}{2} + 2 \sin \frac{\alpha}{2} \left(1 - \cos^2 \frac{\alpha}{2} \right) \right] : 4 \sin^3 \frac{\alpha}{2} \right\} = \\ = qR \left(\sin \frac{\alpha}{2} - 4 \sin^3 \frac{\alpha}{2} : 4 \sin^3 \frac{\alpha}{2} \right) = 0 \end{aligned}$$

Проектируя на горизонталь, имеем:

1. Сумму проекций усилий S в обресе арки на расстоянии x :

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\alpha}{2}} \frac{q}{8} \delta \left(\varphi - 2 \sin \varphi - \frac{3 \sin 2\varphi + 2\varphi}{4 \sin^3 \frac{\alpha}{2}} \right) x R d\varphi \cos \varphi = \\ = qRx \left[\varphi \sin \varphi + \cos \varphi + \frac{\cos 2\varphi}{2} - \left(-\frac{\cos 3\varphi}{2} - \frac{3 \cos \varphi}{2} + 2\varphi \sin \varphi + \right. \right. \\ \left. \left. + 2 \cos \varphi \right) : 4 \sin^3 \frac{\alpha}{2} \right]_0^{\frac{\alpha}{2}} = qRx \left[\frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} - 1 + \frac{\cos \alpha}{2} - \right. \\ \left. - 0,5 - \left(-2 \cos^3 \frac{\alpha}{2} + 2 + 1,5 \cos \frac{\alpha}{2} - 1,5 - 1,5 \cos \frac{\alpha}{2} + 1,5 + \right. \right. \\ \left. \left. + \alpha \sin \frac{\alpha}{2} + 2 \cos \frac{\alpha}{2} - 2 \right) : 4 \sin^3 \frac{\alpha}{2} \right] = qRx \left[\frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} + \right. \\ \left. + \frac{\cos \alpha}{2} - 1,5 - \left(-2 \cos \frac{\alpha}{2} + 2 \cos \frac{\alpha}{2} \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \alpha \sin \frac{\alpha}{2} + \right. \right. \\ \left. \left. + 2 \cos \frac{\alpha}{2} \right) : 4 \sin^3 \frac{\alpha}{2} \right] \end{aligned}$$

2. Сумму проекций усилий S в обресе арки на расстоянии $x+1$:

$$-qR(x+1) \left[\frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} + \frac{\cos \alpha}{2} - 1,5 - \left(-2 \cos \frac{\alpha}{2} + \right. \right. \\ \left. \left. + 2 \cos \frac{\alpha}{2} \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \alpha \sin \frac{\alpha}{2} + 2 \cos \frac{\alpha}{2} \right) : 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right]$$

3. Проекцию усилия N , приложенного к нижнему концевому сечению полуарки:

$$[\gamma \delta \sin \varphi]_{\varphi=\frac{\alpha}{2}} = \left[qR \left(\varphi \sin \varphi - \sin^2 \varphi - \frac{2 \varphi \sin \varphi - \sin 2 \varphi \sin \varphi}{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \right) \right]_{\varphi=\frac{\alpha}{2}} = \\ = qR \left[\frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2} - \left(\alpha \sin \frac{\alpha}{2} - \sin \alpha \sin \frac{\alpha}{2} \right) : 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right]$$

4. Проекцию усилия T_2 , приложенного к верхнему концевому сечению полуарки:

$$-\frac{qR}{\delta} \cdot \delta = -qR,$$

Складывая все проекции, получаем:

$$R \left[-\frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2} - \frac{\cos \alpha}{2} + 1,5 + \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2} - 1 + \right. \\ \left. + \left(-2 \cos \frac{\alpha}{2} + 2 \cos \frac{\alpha}{2} \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \alpha \sin \frac{\alpha}{2} + 2 \cos \frac{\alpha}{2} - \alpha \sin \frac{\alpha}{2} + \right. \right. \\ \left. \left. + \sin \alpha \sin \frac{\alpha}{2} \right) : 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right] = qR \left(-\cos \frac{\alpha}{2} + \frac{4 \cos \frac{\alpha}{2} \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \right) = 0$$

Правильность формулы (5) можно проверить, взяв сумму изгибающих моментов относительно сечения, являющегося общим для оболочки и рандбалки ($\varphi = \frac{\alpha}{2}$):

1. Момент от усилий S (приращений) равен:

$$\begin{aligned} & \int_0^{\frac{\alpha}{2}} \frac{q}{8} \cdot \delta \left(\varphi - 2 \sin \varphi - \frac{3 \sin 2\varphi + 2\varphi}{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \right) R d\varphi R \left[1 - \cos \left(\frac{\alpha}{2} - \varphi \right) \right] = \\ & = qR^2 \left\{ \int_0^{\frac{\alpha}{2}} \varphi d\varphi - 2 \int_0^{\frac{\alpha}{2}} \sin \varphi d\varphi - \left(3 \int_0^{\frac{\alpha}{2}} \sin 2\varphi d\varphi + 2 \int_0^{\frac{\alpha}{2}} \varphi d\varphi \right) : 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} - \right. \\ & - \cos \frac{\alpha}{2} \left[\int_0^{\frac{\alpha}{2}} \varphi \cos \varphi d\varphi - 2 \int_0^{\frac{\alpha}{2}} \sin \varphi \cos \varphi d\varphi - \left(3 \int_0^{\frac{\alpha}{2}} \sin 2\varphi \cos \varphi d\varphi + \right. \right. \\ & \left. \left. + 2 \int_0^{\frac{\alpha}{2}} \varphi \cos \varphi d\varphi \right) : 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right] - \sin \frac{\alpha}{2} \left[\int_0^{\frac{\alpha}{2}} \varphi \sin \varphi d\varphi - 2 \int_0^{\frac{\alpha}{2}} \sin^2 \varphi d\varphi - \right. \\ & \left. - \left(3 \int_0^{\frac{\alpha}{2}} \sin 2\varphi \sin \varphi d\varphi + 2 \int_0^{\frac{\alpha}{2}} \varphi \sin \varphi d\varphi \right) : 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right] \Big\} = \\ & = qR^2 \left[\frac{\alpha^2}{8} + 2 \cos \frac{\alpha}{2} - 2 - \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2} - \cos^3 \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} + \right. \\ & + \sin^3 \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} + \\ & + \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2} + \left(3 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 3 \sin^2 \frac{\alpha}{2} - 3 - \frac{\alpha^2}{2} - 4 \cos^4 \frac{\alpha}{2} + \right. \\ & + 3 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 3 \cos^2 \frac{\alpha}{2} + 4 \cos \frac{\alpha}{2} + 2\alpha \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} + 4 \cos^3 \frac{\alpha}{2} - \\ & - 4 \cos \frac{\alpha}{2} - 3 \sin^2 \frac{\alpha}{2} + 4 \sin^4 \frac{\alpha}{2} + 3 \sin^2 \frac{\alpha}{2} - 2\alpha \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} + \\ & \left. + 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right) : 8 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \Big] = \left[\frac{\alpha^2}{8} + 3 \cos \frac{\alpha}{2} - 3 + \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2} + \right. \\ & \left. + \left(7 \cos^2 \frac{\alpha}{2} + \sin^2 \frac{\alpha}{2} - 3 - \frac{\alpha^2}{2} - 4 \cos^4 \frac{\alpha}{2} + 4 \sin^4 \frac{\alpha}{2} \right) : 8 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right] qR^2 \end{aligned}$$

2. Момент от усилия T_2 :

$$\frac{qR}{8} \cdot 8 R \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2} \right) = qR^2 \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2} \right)$$

3. Момент от вертикальных грузов:

$$-\int_0^{\frac{\alpha}{2}} qR d\varphi R \left(\sin \frac{\alpha}{2} - \sin \varphi \right) = -qR^2 \left(\frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} - 1 \right)$$

4. Момент G , приложенный к сечению $\varphi=0$:

$$qR^2 \left\{ 1 - \frac{\alpha^2}{8} - \cos \frac{\alpha}{2} + \left(\frac{\alpha^2}{2} - 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right) : 8 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right\}$$

Складывая все моменты, получаем:

$$\begin{aligned} & qR^2 \left[\frac{\alpha^2}{8} + 3 \cos \frac{\alpha}{2} - 3 + \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2} + 1 - \cos \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2} - \right. \\ & \left. - \cos \frac{\alpha}{2} + 1 + 1 - \frac{\alpha^2}{8} - \cos \frac{\alpha}{2} + \left(7 \cos^2 \frac{\alpha}{2} + \sin^2 \frac{\alpha}{2} - 3 - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{\alpha^2}{2} - 4 \cos^4 \frac{\alpha}{2} + 4 \sin^4 \frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha^2}{2} - 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right) : 8 \sin^2 \frac{\alpha}{2} = \right. \\ & \left. = qR^2 \left(7 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2} - 3 - 4 \cos^4 \frac{\alpha}{2} - 4 \sin^4 \frac{\alpha}{2} \right) = \right. \\ & \left. = qR^2 \left[8 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 4 + 4 \left(\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2} \right) \left(\sin^2 \frac{\alpha}{2} - \cos^2 \frac{\alpha}{2} \right) \right] = \right. \\ & \left. = qR^2 \left[8 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 4 + 4 \cdot 1 \cdot \left(1 - 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} \right) \right] = 0 \end{aligned}$$

IV. Выражение для распора и момента защемления оболочки в рандбалке можно получить, решая плоскую задачу, т. е. из равенств¹⁾ (черт. 3):

$$X = \frac{\int My ds}{\int y^2 ds} = \frac{2 \int_0^{\frac{\alpha}{2}} GR d\varphi (R \cos \varphi - z)}{\frac{R^3}{2} \left[\sin \alpha + \alpha - \frac{8 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\alpha} \right]} \quad Z = \frac{\int M ds}{\int ds} = \frac{2 \int_0^{\frac{\alpha}{2}} GR d\varphi}{R \alpha}$$

где:

$$z = \frac{R \sin \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}}$$

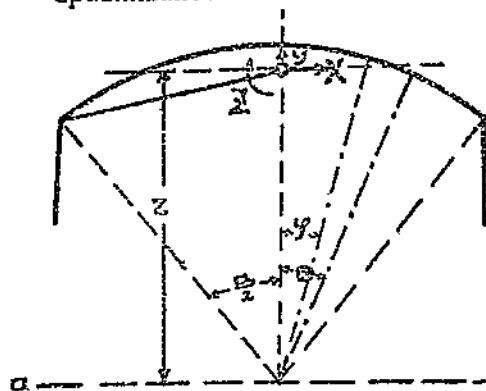
расстояние центра упругих весов от вершины свода (точки, где $\varphi=0$).²⁾

1) См. И. М. Хозацкий, „Практический способ расчета железобетонных цилиндрических сводов-оболочек“.

2) Для углов α от 50° до 90° получаем: $R - z \cong 0,34 r$.

Однако, формулы, выведенные таким способом получаются довольно сложного вида и требуют большой точности вычислений.

Сравнивая же величины моментов G вычисленных для различных



Черт. 3.

φ по формуле (4) с величинами моментов в обычной арке от нагрузки изменяющейся по длине дуги, по закону параболы так, что в вершине свода ($\varphi=0$) она равна нулю¹⁾, замечаем, что эти величины почти полностью совпадают (см. табл. 1²⁾). Следовательно, можно выражение для X и Z принять такими, как они получаются в защемленных арках для указанной нагрузки.

Так как эти выражения при такого же вида нагрузки, но отнесенной к проекции свода, т. е. к хорде a имеют вид:

$$X = \frac{ga^2}{56f} \quad Z = -\frac{ga^2}{60}$$

можно принять, что для указанной нагрузки, распределенной по дуге s выражения должны иметь вид:

$$X = \frac{gs^2}{56f} \quad Z = \frac{gs^2}{60}$$

Учитывая, однако, что рандбалки допускают некоторое перемещение в горизонтальном направлении и в еще большей степени поворот концевого сечения арки, необходимо допускать несколько меньшие величины распора и момента защемления. На основании некоторых пробных подсчетов с учетом гибкости рандбалки, взятой в обычных для коротких сводов размерах, можно считать подходящими следующие формулы:

$$X = \frac{gs^2}{60f} \quad (6)$$

$$Z = -\frac{gs^2}{66} \quad (7)$$

Максимальная интенсивность указанной параболической нагрузки (т. е. той, которая передается от оболочки на рандбалки, в то время, как остальная, большая часть нагрузки свода передается через усилия S на торцевые диафрагмы) определяется из равенства момента от этой нагрузки для сечения в вершине

¹⁾ Вычисленных по выведенной ниже формуле (8).

²⁾ а стр. 18.

свода ($\varphi=0$) моменту G в том же сечении, вычисленному по формуле (4).

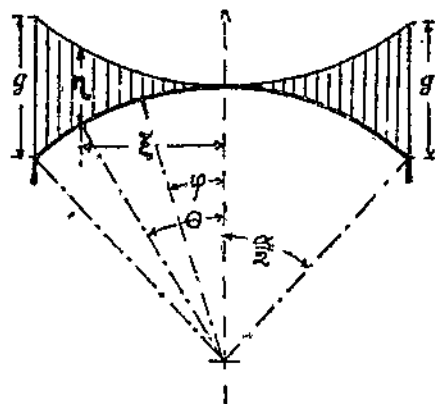
Необходимо, следовательно, вывести формулу для моментов от указанной нагрузки.

V. Величина η нагрузки в точке, определяемой углом равна (черт. 4)

$$\eta = \frac{4g}{a^2} \xi^2 = \frac{4g R^2 \theta^2}{R^2 a^2} = \frac{4g}{a^2} \theta^2$$

Опорные реакции равны:

$$A = B = \int_0^{\frac{\alpha}{2}} \frac{4g}{a^2} \theta^2 R d\theta = \frac{gRa}{6}$$



Черт. 4.

Следовательно, момент в сечении определяемом углом φ равен:

$$\begin{aligned} M_{\varphi} &= \frac{gRa}{6} \left(R \sin \frac{\alpha}{2} - R \sin \varphi \right) - \int_{\varphi}^{\frac{\alpha}{2}} \frac{4g}{a^2} \theta^2 R d\theta (R \sin \theta - R \sin \varphi) = \\ &= \frac{gR^2}{6} \left\{ \alpha \left(\sin \frac{\alpha}{2} - \sin \varphi \right) - \frac{24}{\alpha^2} \left[-\theta^3 \cos \theta + 2\theta \sin \theta + 2 \cos \theta - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \sin \varphi \frac{\theta}{3} \right]_0^{\frac{\alpha}{2}} \right\} = \frac{gR^2}{6} \left\{ \alpha \left(\sin \frac{\alpha}{2} - \sin \varphi \right) - \frac{24}{\alpha^2} \left[\left(2 - \frac{\alpha^2}{4} \right) \cos \frac{\alpha}{2} - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \left(2 - \varphi^2 \right) \cos \varphi + \alpha \sin \frac{\alpha}{2} - 2\varphi \sin \varphi + \left(\varphi^3 - \frac{\alpha^3}{8} \right) \frac{\sin \varphi}{3} \right] \right\} \quad (6) \end{aligned}$$

Для сечения в вершине свода ($\varphi=0$):

$$M_{\max} = \frac{gR^2}{6} \left\{ \alpha \sin \frac{\alpha}{2} - \frac{24}{\alpha^2} \left[\left(2 - \frac{\alpha^2}{4} \right) \cos \frac{\alpha}{2} - 2 + \alpha \sin \frac{\alpha}{2} \right] \right\}$$

Следовательно, величина интенсивности нагрузки, которая входит в формулы (6) и (7), определяется из ($M_{\max} = G_0$):

$$g = \frac{6G_0}{R^2 \left\{ \alpha \sin \frac{\alpha}{2} - \frac{24}{\alpha^2} \left[\left(2 - \frac{\alpha^2}{4} \right) \cos \frac{\alpha}{2} - 2 + \alpha \sin \frac{\alpha}{2} \right] \right\}} = \frac{G_0}{R^2} \cdot K^1 \quad (9)$$

1) Таблица вычисленных значений „K“ дана в конце работы.

VI. В качестве примера и для сравнения результатов расчета по выведенным выше формулам с данными упомянутого эксперимента ЦНИПС'а, сделаем расчет оболочки с размерами модели ЦНИПС'а.

Геометрические размеры:

$$L=2l=300 \text{ см}; a=600 \text{ см}; R=640 \text{ см}; s=625 \text{ см};$$

$$f=75 \text{ см}; \delta=2 \text{ см}; \frac{\alpha}{2}=28^\circ (0,4887)$$

Расчет будем вести для нагрузки:

$$q=255 \text{ кг/м}^2=0,0255 \text{ кг/см}^2$$

т. к. для этой нагрузки даны эпюры усилий в статье А. С. Щепотьева.

По формуле (5) определяем величину моментов G .

1. В точке, определяемой $\varphi=0^\circ$ (вершине свода):

$$G_0=0,0255 \cdot 640^2 \left(1 - 0,5 \cdot 0,24435^2 - \cos 28^\circ + \frac{0,24435^2 - \sin^2 28^\circ}{4 \sin^2 28^\circ} \right) = 192,65 \text{ кг.см}^2$$

2. В точке, определяемой $\varphi=4^\circ$:

$$G_4=0,0255 \cdot 640^2 \left(0,5 \cdot 0,06981^2 + \cos 4^\circ - \frac{0,06981^2 - \sin^2 4^\circ}{4 \sin^2 28^\circ} - 0,5 \cdot 0,24435^2 - \cos 28^\circ + \frac{0,24435^2 - \sin^2 28^\circ}{4 \sin^2 28^\circ} \right) = 191,25 \text{ кг.см}$$

3. В точке, определяемой $\varphi=12^\circ$:

$$G_{12}=0,0255 \cdot 640^2 \left(0,5 \cdot 0,20944^2 + \cos 12^\circ - \frac{0,20944^2 - \sin^2 12^\circ}{4 \sin^2 28^\circ} - 0,5 \cdot 0,24435^2 - \cos 28^\circ + \frac{0,24435^2 - \sin^2 28^\circ}{4 \sin^2 28^\circ} \right) = 185,93 \text{ кг.см}$$

4. В точке определяемой $\varphi=18^\circ$:

$$G_{18}=0,0255 \cdot 640^2 \left(0,5 \cdot 0,314159^2 + \cos 18^\circ - \frac{0,314159^2 - \sin^2 18^\circ}{4 \sin^2 28^\circ} - 0,5 \cdot 0,24435^2 - \cos 28^\circ + \frac{0,24435^2 - \sin^2 28^\circ}{4 \sin^2 28^\circ} \right) = 158,54 \text{ кг.см}$$

*) На 1 см ширины.

5. В точке определяемой $\varphi = 20^\circ$:

$$G_{20} = 0,0255 \cdot 640^2 \left(0,5 \cdot 0,34906^2 + \cos 20^\circ - \frac{0,34906^2 - \sin^2 20^\circ}{4 \sin^2 28^\circ} - 0,5 \cdot 0,24435^2 - \cos^2 28^\circ + \frac{0,24435^2 - \sin^2 28^\circ}{4 \sin^2 28^\circ} \right) = 141,49 \text{ кг.см}$$

6. В точке определяемой $\varphi = 25^\circ$:

$$G_{25} = 0,0255 \cdot 640^2 \left(0,5 \cdot 0,43633^2 + \cos 25^\circ - \frac{0,43633^2 - \sin^2 25^\circ}{4 \sin^2 28^\circ} - 0,5 \cdot 0,24435^2 - \cos^2 28^\circ + \frac{0,24435^2 - \sin^2 28^\circ}{4 \sin^2 28^\circ} \right) = 68,96 \text{ кг.см}$$

7. В точке определяемой $\varphi = 28^\circ$:

$$G_{28} = 0$$

По формуле (9) определяем величину интенсивности параболической нагрузки:

$$g = \frac{6 \cdot 192,65}{640^2 \left\{ 0,9774 \cdot 0,46947 - \frac{24}{0,9774^2} [(2 - 0,4887^2) \cdot 0,88295 - 2 + 0,9774 \cdot 0,46947] \right\}} = \frac{192,65}{640^2} \cdot 54,5 = 0,02565 \text{ кг/см}^2$$

Величину распора находим из формулы (6):

$$X = \frac{0,02565 \cdot 625^2}{60 \cdot 75} = 2,22 \text{ кг}$$

Величину момента защемления находим из формулы (7):

$$Z = - \frac{0,02565 \cdot 625^2}{66} = -151,81 \text{ кг.см}$$

Зная величины X и Z , можем вычислить суммарные моменты в каждом сечении по формуле:

$$M_\varphi = G_\varphi - X(R \cos \varphi - z) + Z \quad (10)$$

где:

$$z = \frac{640 \cdot 0,46947}{0,4887} = 614,8 \text{ см}$$

Вычисление сводим в таблицу (1), в которой даем также величины M_φ для параболической нагрузки:

Таблица 1.

φ в градусах	G_φ	M_φ	$R \cos \varphi - z$	M_φ	M по ЦНИПС'у
0	192,65	191,6	25,2	- 15,1	
4	191,25	190,8	23,64	+ 13,04	- 1,8
12	185,93	184,6	11,22	+ 9,2	+ 1,1
18	158,34	157,18	- 6,12	+ 20,03	
20	141,49	139,95	- 13,4	+ 19,43	+ 5,8
25	68,96	67,91	- 34,76	- 5,8	
28	0	0	- 49,8	- 41,25	- 13,9

Суммарные нормальные усилия в продольных сечениях оболочки получим, складывая усилия T_z , вычисляемые по формуле (1) и проекции распора на нормаль к сечению, т. е. по формуле:

$$N_\varphi = \sigma \cdot \delta + X \cos \varphi \quad (11)$$

Даем таблицу величин, вычисленных по этой формуле и соответствующих величин из эпюры (5) в статье Шепотьева.

Таблица 2.

φ в градусах	0	4	12	18	20	28
N_φ по формуле	18,54	18,17	15,27	11,36	9,73	1,96
N_φ по ЦНИПС'у	18,5	18,4	16,8	13,3	11,9	1,00

По формуле (3) определяем наибольшее скалывающее напряжение:

$$\tau = \frac{0,0255}{2} \left(0,4887 - 2 \sin 28^\circ - \frac{3 \sin 56^\circ + 2 \cdot 0,4887}{4 \sin^2 28^\circ} \right) 150 \cong 8,3 \text{ кг/см}^2$$

По формуле же (4) можно определить величины σ_x , хотя по своей незначительности и неопределенной зависимости от $\mu \frac{N_\varphi}{\delta}$ они не представляют практического интереса. Вычисленные значения даны в табл. 3 (принимая μ равным $1/6$).

Таблица 3

φ в градусах	0	4	12	20	28
σ_x	-4,51	-4,5	-4,42	-4,27	-4,05
$\sigma_x - \mu \frac{N_\varphi}{\delta}$	-2,96	-2,99	-3,15	-3,46	-3,89
$T_1: \delta$ по ЦНИПС'у	-0,7	-0,7	-2,0	-3,3	+3,3

Сравнивая полученные нами величины M с найденными в эксперименте ЦНИПС'а, видим, что они значительно больше последних; надо, однако, полагать, что более верными являются первые: в действительности, как сказано в статье А. С. Шепотьева, первая трещина появилась (на обеих сторонах оболочки) в сечении, соответствующем, примерно $\varphi = 18^\circ$ при нагрузке в $3,55 \text{ кг/см}^2$ равной $0,0355 \text{ кг/см}^2$.

В этом сечении M_φ равно 20,03. Если не принимать в расчет арматуры (14Ø2 мм/мм), которая, надо полагать, лежала в нейтральном слое (и даже ниже), получаем суммарное напряжение равным:

$$\sigma_{18} \cong \left(-\frac{N_\varphi}{F} \pm \frac{M_\varphi}{W} \right) = \left(-\frac{11,36}{1 \cdot 2} \pm \frac{20,03 \cdot 6}{1 \cdot 2^2} \right) \frac{355}{255} = \frac{\pm 33,8}{-49,8} \text{ кг/см}^2$$

В статье Шепотьева указывается, что трещины появлялись при напряжении бетона на растяжение равном примерно $20-25 \text{ кг/см}^2$, к каковым достаточно близки вычисленные.

Если же подставить в формулу для σ_{18} величину момента и T_2 из эпюры 5^a в статье Шепотьева, мы получили бы

$$\sigma_{18} = \left(-\frac{13,3}{1 \cdot 2} \pm \frac{5 \cdot 6}{1 \cdot 2^2} \right) \frac{355}{255} = \frac{\pm 1,04}{-18,45} \text{ кг/см}^2$$

* В действительности напряжения, надо полагать, были ниже потому, что трещины, возможно, появились и раньше, чем нагрузка достигла величины в 355 кг/см^2 ; так, если они появились уже при $q = 280 \text{ кг/м}^2$, напряжения были бы равны: $\sigma_{18} \cong \frac{\pm 25,3}{-37,7} \text{ кг/см}^2$. К тому же понижающее влияние оказывали и наличие арматуры и перераспределение напряжений (пластические деформации). Что касается сечения $\varphi = 28^\circ$, напряжения будут меньше, потому что толщина сечения увеличена (внут) и имеется двойная арматура.

При таких же напряжениях трещины еще не появились бы. Во всяком случае, если величины моментов, получаемые по формуле (5), и преувеличены несколько, то этот лишний запас прочности считаем полезным, принимая во внимание приближенность расчета.

Таблица значений „K“ (в формуле 9)

$\frac{\alpha}{2}$ в град	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
K	66,8	62,4	58,2	54,5	51,1	48,1	45,3	42,9	40,6	38,5	36,6	34,9	33,3	31,8	30,5	29,2

Таблица тригонометрических величин.

Угол φ в град.	φ	φ^2	2φ	$\sin \varphi$	$\sin^2 \varphi$	$\sin 2\varphi$	$\cos \varphi$
0		0	0	0		0	1
5	0,087266	0,007615	0,174532	0,08716	0,007597	0,17365	0,99619
10	0,174532	0,03046	0,349063	0,17365	0,030154	0,34202	0,98481
15	0,2618	0,068539	0,5236	0,25882	0,066988	0,5	0,96593
20	0,349063	0,12185	0,698126	0,34202	0,116978	0,64279	0,93969
25	0,43633	0,190384	0,87266	0,42262	0,178608	0,76604	0,90631
26	0,45378	0,205916	0,90756	0,43837	0,192168	0,78801	0,89879
27	0,47124	0,222067	0,94248	0,45399	0,206107	0,80902	0,89101
28	0,4887	0,23883	0,9774	0,46947	0,220402	0,82904	0,88295
29	0,50614	0,256178	1,01228	0,48481	0,235041	0,84805	0,87462
30	0,5236	0,274157	1,0472	0,5	0,25	0,86603	0,86603
31	0,54106	0,292746	1,08211	0,51504	0,265266	0,88295	0,85717
32	0,5585	0,311922	1,117	0,52992	0,280815	0,89879	0,84805
33	0,57596	0,33173	1,15192	0,54464	0,296633	0,91355	0,83867
34	0,59342	0,352147	1,18684	0,55919	0,312693	0,92718	0,82404
35	0,61086	0,37315	1,22172	0,57358	0,328994	0,93969	0,81915
36	0,62832	0,394786	1,25664	0,58779	0,345497	0,95106	0,80902
37	0,64577	0,417019	1,29164	0,60182	0,362187	0,96126	0,79864
38	0,66322	0,43986	1,32645	0,61536	0,379037	0,9703	0,78801
39	0,68068	0,463325	1,36135	0,62942	0,396044	0,97815	0,77715
40	0,69812	0,487372	1,39625	0,64279	0,413179	0,98481	0,76604

К ПРИМЕНЕНИЮ НОВЫХ НОРМ ПО ЖЕЛЕЗОБЕТОНУ¹⁾

1. Универсальность предложенных таблиц и графиков

При пользовании новыми нормами (ОСТ—90003—38), для расчета железобетонных сечений огромное значение имеет применение следующей теоремы:

Все случаи внецентренного приложения нормальных сил в сечении железобетонного элемента могут быть сведены к расчету сечения на поперечный изгиб, если принять: а) исчисление величины действующего момента внешних сил — по отношению к оси проходящей через центр тяжести растянутой арматуры и б) количество этой растянутой арматуры с поправкой на $\pm \frac{kN}{\sigma_T}$.

Следовательно внецентренно-сжатое либо растянутое сечение можно рассчитать как изгибаемое, если заменить:

$$M \dots \text{на } M_a = M \pm N \left(\frac{h}{2} - a \right)$$

$$\text{и } F_a \dots \text{на } \bar{F}_a = F_a \mp \frac{kN}{\sigma_T}$$

В этих формулах все обозначения приняты по новым нормам за исключением $\bar{F}_a$, которое обозначает количество растянутой арматуры, потребное при внецентренном сжатии; кроме того следует учесть, что в формулах верхние знаки относятся к случаю внецентренного сжатия, нижние — к внецентренному растяжению.

Справедливость этой теоремы может быть, либо доказана из рассмотрения сил действующих в поперечном сечении элемента, либо проверена преобразованием основных формул норм.

¹⁾ Настоящая статья является дополнением к нашей работе „Практические методы расчета железобетонных сечений по критическим усилиям“, изд. Бѣл. Гос. Политехнического Ин-та, гор. Минск, 1939 г.

В § 27 и 40 норм даны следующие расчетные формулы:

Для изгибаемых элементов с двойной арматурой.

$$M_p = kM = bh_o^2 R_u [\beta (1 - 0,53\beta) + \alpha' (1 - \delta')] \quad (1)$$

Для внецентренно-сжатых элементов с двойной арматурой

$$n_p c = kn c = (\beta + n_p) [1 - 0,53(\beta + n_p)] + \alpha' (1 - \delta') \quad (2)$$

Покажем, что в случае применения формул теоремы уравнение 1 превращается в уравнение 2.

Известно из основных обозначений норм

$$\beta = \alpha - \alpha' = \frac{F_a \sigma_T}{bh_o R_u} - \frac{F_a' \sigma_T}{bh_o R_u}$$

Для перехода от изгиба к внецентренному сжатию, согласно теоремы необходимо сделать следующую замену:

$$\bar{F}_a = F_a - \frac{kN}{\sigma_T}$$

или

$$F_a = \bar{F}_a + \frac{kN}{\sigma_T}$$

тогда получаем взамен β

$$\frac{\sigma_T \left(\bar{F}_a + \frac{kN}{\sigma_T} \right)}{bh_o R_u} - \frac{F_a' \sigma_T}{bh_o R_u} = \frac{\bar{F}_a \sigma_T}{bh_o R_u} - \frac{F_a' \sigma_T}{bh_o R_u} + \frac{kN}{bh_o R_u}$$

Но так как $n_p = kn = \frac{kN}{bh_o R_u}$ получаем взамен β

$$\alpha - \alpha' + n_p = \beta + n_p$$

Эту замену мы и видим в основных расчетных формулах 1 и 2.

Теперь перенесем в формуле 1 коэффициент $bh_o^2 R_u$ в левую часть, одновременно заменив M на $M_e = M + N \left(\frac{h}{2} - a \right)$; тогда мы получаем в левой части уравнения:

$$\left[M + N \left(\frac{h}{2} - a \right) \right] \frac{k}{bh_o^2 R_u}$$

Вместо M можно принять $N \cdot e_o$, где e_o — эксцентриситет силы N по отношению к оси, проходящей через центр тяжести всего сечения; тогда получаем:

$$\frac{kN}{bh_o^2 R_u} \left(e_o + \frac{h}{2} - a \right)$$

Но $e_0 + \frac{h}{2} - a = e$, где e — эксцентриситет нормальной силы N по отношению к оси, проходящей через центр тяжести растянутой арматуры. Далее, после несложных преобразований, получаем:

$$\frac{k}{bh_o^2 R_u} \left[M + N \left(\frac{h}{2} - a \right) \right] = \frac{\kappa N}{bh_o R_u} \cdot \frac{e}{h_o} = knc = n_p c.$$

Таким образом, мы получаем, что при выполнении двух замен, указанных в теореме, формула 2 превращается в формулу 1.

На основе сформулированной теоремы можно утверждать, что почти *весь подсобный материал в виде таблиц и графиков, предложенный разными авторами для расчетов изгибаемых элементов, может с успехом быть использован для расчетов сечений, в которых действуют внецентренно-приложенные силы*. К этим материалам мы относим: таблицу канд. техн. наук В. И. Мурашева (см. журнал „Проект и стандарт“ № 7 за 1936 г. и книгу того же автора „Расчет железобетонных элементов по стадии разрушения“, Госстройиздат, 1938 г.), график профессора В. А. Бушкова (см. вышеуказанную книгу В. И. Мурашева), график инж. А. М. Овечкина (см. журнал „Проект и стандарт“ № 5 за 1937 г.) и другие.

Во всех случаях, следует, кроме указаний, сделанных соответствующими авторами, применять формулы:

$$M_a = M \pm N \left(\frac{h}{2} - a \right) \text{ и } F_a = F_a \mp \frac{\kappa N}{\sigma_r}$$

Предложенная нами универсальная таблица для расчетов железобетонных сечений¹⁾ является также следствием применения указанной теоремы; так как расчет по новым нормам железобетонных сечений изгибаемых элементов с одиночной и двойной арматурой весьма прост, а применение указанной теоремы сводит внецентренное сжатие и внецентренное растяжение к случаям простого изгиба — в итоге получаем „классическую простоту“ приемов расчета при применении „не классической“ новой теории.

Практическое значение этой теоремы является столь существенным, что нам кажется, весьма полезным и желательным при дальнейшем уточнении норм, либо в Инструкции по применению норм, ввести соответствующие указания.

1) Кроме указанной выше работы автора см. статью в журнале „Строительная Промышленность“ № 1 за 1939 г. „Универсальная таблица для расчетов железобетонных сечений по критическим усилиям“.

II. Учет гибкости при внецентренном сжатии железобетонных колонн.

Старые нормы 1934 г. рекомендовали производить учет гибкости внецентренно-сжатых железобетонных колонн по формуле:

$$n_k = \frac{k_2 P}{F_l} + \frac{M \cdot y}{J_l} \quad (3)$$

Известно, что применение этой формулы во многих случаях приводило к неудовлетворительным результатам. При учете гибкости нормальную силу P приходилось умножать на коэффициент гибкости k_2 больший единицы; в итоге в сечениях напряженных двухзначно получалось *уменьшение напряжений в растянутой зоне, как следствие учета гибкости*. Более того могли быть случаи, когда вследствие применения коэффициента k_2 — случаи внецентренного сжатия второго рода (больших эксцентриситетов) обращались во внецентренное сжатие первого рода. Несостоятельность формулы 3 становится еще более очевидным при переходе к расчету по новым нормам. Основные формулы новых норм построены так, что все расчеты сечений в случаях внецентренного приложения сил могут быть сведены к расчету на поперечный изгиб, если величину изгибающего момента определять по отношению к оси, проходящей через центр тяжести растянутой арматуры и количество этой арматуры увеличить на

$$+ \frac{k N}{\sigma_T}$$

Следовательно внецентренно-сжатое сечение можно рассчитать как изгибаемое, принимая, как указано в разделе I:

$$\text{взамен } M \dots M_a = M + N \left(\frac{h}{2} - a \right) \quad (4)$$

$$\text{и взамен } F_a \dots \bar{F}_a = F_a - \frac{k N}{\sigma_T}$$

Теперь предположим, что с целью учета гибкости мы примем в формулах 4 увеличенное значение нормальной силы N ; в связи с этим мы получим увеличение величины M_a , а отсюда и F_a . Но как это отразится на величине фактического $\bar{F}_a$ — неизвестно; оба члена в правой части уравнения $\bar{F}_a$ увеличиваются; итоговое же количество арматуры $\bar{F}_a$ может не увеличиться, либо даже уменьшиться.

Вследствие указанных соображений в новых нормах пришлось отказаться от применения формулы 3¹⁾. Для выяснения истинной работы внецентренно-сжатых стержней в лаборатории по железобетону ЦНИПС были проведены опыты, результаты которых частично опубликованы³⁾. Этими опытами установлено весьма важное положение о том, что *гибкие внецентренно-сжатые колонны разрушаются не вследствие потери устойчивости, а вследствие недостаточности сечения при работе колонн с значительными возросшими эксцентриситетами, благодаря возрастанию прогибов.*

Исходя из этого ЦНИПС предложил взамен увеличения расчетной нормальной силы N , как рекомендовали нормы 1934 года, вводить увеличение величин эксцентриситетов.

В § 41 норм дана следующая формула:

$$m = \frac{1}{1 - \frac{n_p}{400} \left(\frac{l}{h} \right)^2} \quad (5)$$

где m — коэффициент, на который следует умножить расчетный эксцентриситет $e_0 = \frac{M}{N}$ продольной силы N , относительного геометрической оси элемента; произведение $e_0 \cdot m$ должно дать фактический расчетный эксцентриситет $e_{разр}$, который будет иметь место в момент разрушения.

Однако умножение эксцентриситета e_0 на коэффициент m больший единицы, равносильно соответствующему увеличению расчетного момента M . Можно сказать, что, если ранее мы имели коэффициент k_2 — увеличения нормальной силы N , то теперь мы имеем коэффициент m — увеличения расчетного момента M в сечении. Если раньше мы имели при увеличении нормальной силы N фактическое уменьшение эксцентриситета, то теперь мы имеем коэффициент m — увеличение этого эксцентриситета. Ранее мы увеличивали нормальную силу, оставляя неизменной величину момента; ныне предлагается увеличивать момент, оставляя неизменной величину нормальной силы. Разница, конечно, большая и существенная.

¹⁾ См. статью проф. А. Д. Гвоздева и канд. техн. наук В. И. Мурашева „О пересмотре технических условий и норм на проектирование железобетонных сооружений“ в журнале „Проект и стандарт“ № 6 за 1936 г.

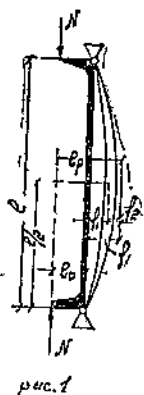
²⁾ См. статью М. С. Боришанского „Исследование гибких внецентренно-сжатых железобетонных колонн“ в журнале „Строительная промышленность“ № 6 за 1938 г.

³⁾ Необходимо указать, что в проектах норм, опубликованных в журнале „Проект и стандарт“ и отдельной брошюрой в знаменателе формулы 5 был знак n взамен n_p . Это, надо полагать, являлось следствием недоразумения; однако, это несомненно могло привести к неправильному применению формулы 5 при учете гибкости колонн.

Из формул 4 видно, что умножение величины M на коэффициент m вызывает увеличение потребности арматуры в рассматриваемом сечении. Таким образом получается: увеличение показателя гибкости колонны $\frac{l}{h}$ или увеличение прѣектной разру-

шающей нагрузки n_p вызывает увеличение коэффициента m , исчисляемого по формуле 5; далее получается соответствующее увеличение расчетного M , что в свою очередь вызывает увеличенную потребность арматуры в сечении. Так увязываются результаты опытных данных лаборатории ЦНИГС с формулой, введенной в нормах. Все было бы хорошо, если бы формула 5 была верна.

Обратимся к выводу формулы 5. Допустим, что стержень, имеющий шарнирное закрепление концов, расчетную длину l и сечение $b \times h$, нагружен в опорных сечениях силами N , которые расположены с эксцентриситетами e_o (рис. 1). Под действием опорных моментов $M = N \cdot e_o$ упругая ось стержня получит первоначальное искривление; примем отклонение упругой оси по синусоидальной кривой, имеющей уравнение:



$$y_1 = a_1 \sin \frac{\pi x}{l} + a_2 \sin \frac{2\pi x}{l} + \dots$$

При действии центрально-приложенной силы N стержень получит дополнительное искривление. Прогибы в этом случае, как известно, определяются из следующего уравнения:

$$y_2 = b_1 \sin \frac{\pi x}{l} + b_2 \sin \frac{2\pi x}{l} + \dots$$

Дополнительные прогибы y_2 могут быть выражены через первоначальные y_1 следующим образом:¹⁾

$$y_2 = \frac{a_1}{\frac{N_k}{N} - 1} \sin \frac{\pi x}{l} + \frac{a_2}{2^2 \frac{N_k}{N} - 1} \sin \frac{2\pi x}{l} + \frac{a_3}{3^2 \frac{N_k}{N} - 1} \sin \frac{3\pi x}{l} + \dots$$

где
$$N_k = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

¹⁾ См. проф. С. П. Тимошенко „Вопросы устойчивости упругих систем“ г. Ленинград, 1935 г. Перевод с немецкого.

Если ограничиться первыми членами уравнений для y , тогда для максимального прогиба, который имеет место посредине высоты стойки (при $x = \frac{l}{2}$) имеем

$$f_1 = a_1; \quad f_2 = \frac{f_1}{\frac{N_k}{N} - 1}$$

Суммарный прогиб посредине высоты стойки можно выразить через первоначальный прогиб следующим образом:

$$f = f_1 + f_2 = f_1 \left[1 + \frac{1}{\frac{N_k}{N} - 1} \right] = f_1 \frac{1}{1 - \frac{N}{N_k}}$$

Далее принимаем для стадии близкой к разрушению $N_p = \frac{kN}{bh_o R_n}$; тогда можно получить:

$$f = f_1 \frac{1}{1 - \frac{n_p \left(\frac{l}{h} \right)^2}{\psi}} \quad \text{где} \quad \psi = \frac{\pi^2 EI}{R_n b h^3}$$

Здесь вывод формулы собственно обрывается. После обработки результатов опытов величину ψ ЦНИПС предложил принимать равным 400.

Из всего вывода видно, что коэффициент $m = \frac{1}{1 - \frac{n_p \left(\frac{l}{h} \right)^2}{400}}$

может служить для определения суммарного прогиба $f = f_1 + f_2 = m f_1$. Применить этот же коэффициент к величине e_o для нахождения расчетного эксцентриситета $e_p = e_o + f = m e_o$ является операцией сомнительной, пожалуй, неверной. После деления последних уравнений друг на друга и преобразований получаем:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{e_o}{f_1 + f_2}$$

Утверждать, что последнее соотношение является верным во всех случаях, разумеется, нельзя.

Поэтому формулу 5, приведенную в нормах, вернее всего будет считать эмпирической. Формула эта имеет построение по типу формул Навье, применяемых при учете гибкости; к данному случаю этот тип формул хорошо подходит. Величина ψ , установленная в результате проведенных опытов, должна кроме роли, на которую рассчитывали ее авторы, сыграть также значительную роль

в отношении выправления дефектов, допущенных при выводе формулы 5.

Проверим далее, так ли это получилось.

Нет однако больших затруднений для получения теоретически правильной формулы для коэффициента учета гибкости m .

Продолжаем начатый вывод.

Известно, что прогиб f_1 посередине рассматриваемого стержня, при внешней нагрузке моментом постоянной величины $M = N \cdot e_0$ может быть выражен следующей формулой:

$$f_1 = \frac{M l^2}{8EI} = \frac{N \cdot e_0 l^2}{8EI}$$

$$\text{Поэтому } f = f_1 \cdot \frac{1}{1 - \frac{N}{N_k}} = \frac{N \cdot e_0 l^2}{8EI} \cdot \frac{1}{1 - \frac{N}{N_k}}$$

Теперь находим величину расчетного эксцентриситета:

$$e_p = e_0 + f = e_0 \cdot 1 + \frac{N l^2}{8EI} \cdot \frac{1}{1 - \frac{N}{N_k}}$$

Поставим в эту формулу взамен $N_k = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$ и сделаем простейшие преобразования; получаем:

$$e_p = e_0 \left[1 + \frac{1}{\frac{8EI}{N l^2} - 0,81} \right]$$

Здесь нам необходимо детальнее остановиться на вопросе о подсчете величин E и I для железобетонных элементов в стадии разрушения.

С одной стороны, мы имеем по этому вопросу указания в § 4 и таб. № 1 новых норм; нормы дают величины модулей E , при условии исчисления моментов инерции прямоугольного сечения по формуле $J = \frac{bh^3}{12}$ (без учета арматуры, но с учетом бетонного сечения в растянутой зоне). Например, для бетона марки $R_{-30} = 110 \text{ кг/см}^2$ имеем:

$$EJ = 125000 \cdot \frac{bh^3}{12}$$

С другой стороны, вопрос о величине жесткости железобетонного элемента в критической стадии может быть разрешен исходя

из упрощенного метода, предложенного проф. И. Я. Штаерманом и доц. А. А. Пиковским¹⁾,

Они предложили вычислять $P_{кр}$ для железобетонных сжатых стержней по формуле:

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 T J_{прив}}{l^2} \quad (a)$$

где T —модуль продольного изгиба, вычисленный для сжатого стержня, рассматриваемого как чисто бетонный и $J_{прив}$ (момент инерции приведенного железобетонного сечения, в котором арматура приведена к модулю T). Следовательно, величина $T J_{прив}$ заменяет обычное $E J$.

Для бетонного сечения обыкновенно принимается следующая зависимость между величиною напряжений σ и величиною относительной деформации стержня

$$\sigma = \alpha \varepsilon - \beta \varepsilon^2 \quad (б)$$

Отсюда можно получить уравнение для модуля упругости сечения железобетонного элемента

$$E_0 = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \alpha - 2\beta\varepsilon \quad (в)$$

По Эмпергеру в формулах (б) и (в) следует принять: $\varepsilon = 0,001$ —предельное, полное, относительное сжатие бетона и, для марки $R_{-30} = 110 \text{ кг/см}^2$

$$\alpha = 140000 \text{ кг/см}^2 \text{ и } \beta = 56 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$$

Подставляя в формулу указанные значения α , β и ε получаем для марки бетона $R_{-30} = 110 \text{ кг/см}^2$

в ненагруженном состоянии . . . $E_0 = 140000 \text{ кг/см}^2$

в стадии разрушения $E_R = 28000$ „

Величину модуля T , для формулы (а) следует вычислить по Энгессеру и Карману

$$T = \frac{4E_0 E_R}{(\sqrt{E_0} + \sqrt{E_R})^2} = \frac{4 \cdot 140000 \cdot 28000}{(\sqrt{140000} + \sqrt{28000})^2} = 53600 \text{ кг/см}^2$$

1) См. проф. И. Я. Штаерман и доц. А. А. Пиковский „Устойчивость железобетонных конструкций“ УИС Харьков, 1936 г. и статью тех же авторов „Принципы расчета на устойчивость железобетонных оболочек“ в сборнике ЦНИИСМ № 2, изд. ГОНТИУ, Харьков, 1938 г.

2) См. проф. Я. В. Столяров „Теория железобетона на экспериментальной основе“ Харьков, 1934 г.

См. указанную выше работу проф. И. Я. Штаермана и доц. А. А. Пиковского в сборнике № 2 Центрального Научно-Исследовательского Института Строительных материалов. Изд. ГОНТИУ, 1938 г.

Легко подсчитать величину $J_{прис}$ для прямоугольного сечения железобетонного элемента, имеющего армирование в пределах от 0,8% до 1,5%. Подсчеты показали, что

$$J_{прис} = (2 + 3,2) \frac{bh^3}{12}$$

В итоге получаем по этому способу:

$$TJ_{прис} = (2 + 3,2) 53600 \cdot \frac{bh^3}{12}$$

По нормам для марки бетона $R_{-30} = 110 \text{ кг/см}^2$ получаем как показано было

$$EJ = 125000 \cdot \frac{bh^3}{12}$$

Из сравнения этих двух формул видно, что

$$EJ \cong TJ_{прис}$$

Учитывая, что для учета гибкости внецентренно-сжатых железобетонных колонн, придется принять одну формулу, как для наиболее употребительных марок бетонов, так и для наиболее принятых в практике процентов армирования, можно считать достаточно точным, принятие величин модулей упругости E и моментов инерции J согласно указаний новых норм.

Теперь уточним значение величины $\frac{8EJ}{Nl^2}$, входящей в состав полученного нами выражения для e_p ; для этого сделаем следующие подстановки:

$$n_p = \frac{kN}{bh_0 R_u}; \quad I = \frac{bh^3}{12}; \quad h_0 = 0,94h$$

тогда находим:

$$\frac{8EI}{Nl^2} = \left(\frac{h}{l}\right)^2 \cdot \frac{1}{n_p} \cdot \frac{0,71E}{R_u}$$

Подсчитаем величины $\frac{E}{R_u}$ для бетонов марок $R_{-30} = 90, 110$ и 140 кг/см^2 .

$$\text{При } R_{-30} = 90 \text{ кг/см}^2 \quad \frac{E}{R_u} = \frac{110000}{90} = 1222$$

$$\text{" } = 110 \quad \text{" } = \frac{125000}{110} = 1138$$

$$\text{" } = 140 \quad \text{" } = \frac{140000}{135} = 1037$$

В среднем получаем $\frac{E}{R_u} = 1133$, что соответствует, примерно, етону марки $R_{-30} = 110 \text{ кг/см}^2$.

Принимая указанное среднее значение величины $\frac{E}{R_u}$ получаем:

$$\frac{8EI}{Nl^2} = \left(\frac{h}{l}\right)^2 \cdot \frac{1}{n_p} \cdot 0,71 \cdot 1133 \cong \left(\frac{h}{l}\right)^2 \frac{810}{n_p}$$

Теперь возвращаемся к определению величины e_p

$$e_p = e_o + f = e_o \left[1 + \frac{1}{\frac{\left(\frac{l}{h}\right)^2}{n_p} - 0,81} \right],$$

и окончательно имеем:

$$e_p = e_o \left[1 + \frac{1,235}{\frac{\left(\frac{l}{h}\right)^2}{n_p} - 1} \right],$$

или
$$e_p = e_o m, \text{ где } m = 1 + \frac{1,235}{\frac{\left(\frac{l}{h}\right)^2}{n_p} - 1} \quad (6)$$

Взамен формулы 5 нами получена формула 6; эта формула, правда, несколько более сложна, но она, несомненно, должна дать приближенно верный результат.

Более простой вывод и вместе с тем и формулу более простого вида можно получить, если исходить из формулы для устойчивости стержня, подверженного сжатию эксцентрически приложенными силами.

Дифференциальное уравнение упругой оси прогибов в этом случае может быть написано в следующем виде:

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} + N_1 y = -N \cdot e_o$$

В упомянутой работе проф. С. П. Тимошенко приводится решение этого уравнения.

Для середины стойки имеем прогиб¹

$$f = e_o \frac{1 - \cos \frac{\alpha l}{2}}{\cos \frac{\alpha l}{2}} \quad \text{где } \alpha = \sqrt{\frac{N}{EI}}$$

¹ Вывод этой формулы см. также в работе доцента БПИ М. М. Мосткова „Уточненные решения вопросов устойчивости и изгиба“ изд. ГИЗБЕЛ, 1935 г. стр. 130—132.

Нас интересует величина $e_p = e_o + f$

$$e_p = e_o + e_o \frac{1 - \cos \frac{\alpha l}{2}}{\cos \frac{\alpha l}{2}} = \frac{e_o}{\cos \frac{\alpha l}{2}}$$

Займемся преобразованиями величины $\frac{\alpha l}{2}$

$$\frac{\alpha l}{2} = \frac{l}{2} \sqrt{\frac{N}{EI}}$$

Подставим сюда как и ранее

$$n_p = \frac{kN}{bh_o R_u}; \quad I = \frac{bh^3}{12} \text{ и } h_o = 0,94h$$

тогда получаем:

$$\frac{\alpha l}{2} = \frac{l}{h} \cdot \frac{\sqrt{n_p}}{\sqrt{E:2,82R_u}}$$

Определим величину $\sqrt{E:2,82R_u}$ для марок бетона $R_{-30} = 90, 110, 140$ и 170 кг/см^2 ; получаем следующее:

$$\text{при } R_{-30} = 90 \text{ кг/см}^2 \dots \sqrt{110000:(2,82 \times 90)} = 20,8$$

$$\text{„ } = 110 \text{ „ } \dots \sqrt{125000:(2,82 \times 110)} = 20,1$$

$$\text{„ } = 140 \text{ „ } \dots \sqrt{140000:(2,82 \times 135)} = 19,1$$

$$\text{„ } = 170 \text{ „ } \dots \sqrt{160000:(2,82 \times 155)} = 19,2$$

Среднее значение $\sqrt{E:2,82R_u} = 19,8$, что соответствует, примерно, среднему значению для марок 110 и 140 кг/см^2 (ближе к 110 кг/см^2), вводим в полученную формулу. В итоге имеем:

$$e_p = e_o + f = \frac{e_o}{\cos \frac{l}{h} \cdot \frac{\sqrt{n_p}}{19,8}}$$

или

$$e_p = e_o \cdot m \quad \text{где } m = \frac{1}{\cos \frac{l}{h} \cdot \frac{\sqrt{n_p}}{19,8}} \quad (7)$$

Теперь мы имеем для коэффициента m три выражения: формулу 5, принятую в § 41 норм. и формулы 6 и 7, выведенные нами.

Для сравнения результатов нами составлена таблица № 1, в которой приведены результаты подсчетов величин m по указанным трем формулам. Из этой таблицы легко сделать выводы о том, что формулы 6 и 7 дают близко совпадающие результаты.

СРАВНИТЕЛЬНАЯ ТАБЛИЦА
 величин m вычисленных по расчетным формулам 5, 6 и 7

$\frac{l}{h}$	Расчетные формулы	Величины m								
		0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
10	по фор. 7	1,03	1,04	1,05	1,07	1,08	1,10	1,11	1,13	1,14
	6	1,03	1,04	1,05	1,07	1,08	1,09	1,10	1,12	1,14
	5	1,05	1,08	1,11	1,14	1,18	1,21	1,25	1,29	1,33
15	7	1,06	1,09	1,13	1,16	1,20	1,24	1,28	1,33	1,38
	6	1,06	1,09	1,12	1,16	1,19	1,23	1,27	1,31	1,36
	5	1,13	1,20	1,29	1,39	1,51	1,65	1,82	2,02	2,28
20	7	1,11	1,18	1,25	1,33	1,42	1,51	1,60	1,74	1,88
	6	1,10	1,17	1,24	1,31	1,39	1,48	1,58	1,70	1,80
	5	1,25	1,43	1,67	2,00	2,50	3,33	5,00	10,00	—
25	7	1,18	1,30	1,44	1,60	1,80	3,04	2,29	2,76	3,28
	6	1,18	1,29	1,41	1,56	1,74	2,00	2,24	—	—
	5	1,45	1,88	2,56	4,45	—	—	—	—	—
30	7	1,28	1,48	1,74	2,10	2,60	3,37	—	—	—
	6	1,27	1,46	1,69	2,01	—	—	—	—	—
	5	1,82	3,08	10,00	—	—	—	—	—	—

Наибольшие расхождения между коэффициентами m по формулам 6 и 7 не превышают 5%; эти расхождения могут быть объяснены тем, что при выводе формулы 6 мы пользовались уравнением предварительного искривления стержня по синусоиде в то время, когда, строго говоря, при данной расчетной схеме предварительного искривления оси стержня соответствует круговой кривой; кроме того при выводе обеих формул введены числовые постоянные коэффициенты в зависимости от средних значений соотношений E и R_{π} для разных марок бетона.

По формуле 5 получаются значительно преувеличенные величины коэффициентов m ; особенно резкие расхождения получаются при больших значениях величины $\frac{l}{h}$ и n_p . Расхождение между формулой 5 и формулами 6 и 7 следует объяснить указанными выше дефектами при выводе формулы и неудачным подбором постоянной величины $\phi = 400$. По поводу этой величины проф. Гвоздев А. А. и канд. тех. наук Мурашев В. И. пишут¹⁾ „Здесь 400—эмпирическая величина. Пока она, надо прямо сказать, еще мало обоснована“. Несколько лучшие результаты дает формула, приведенная Боришанским М. С.

$$e_x = e_0 \frac{1}{1 - \frac{1}{\kappa \lambda^2} \left(\frac{\mu + \mu_1}{R} \right)} \quad \text{где } \lambda = \frac{l}{h}$$

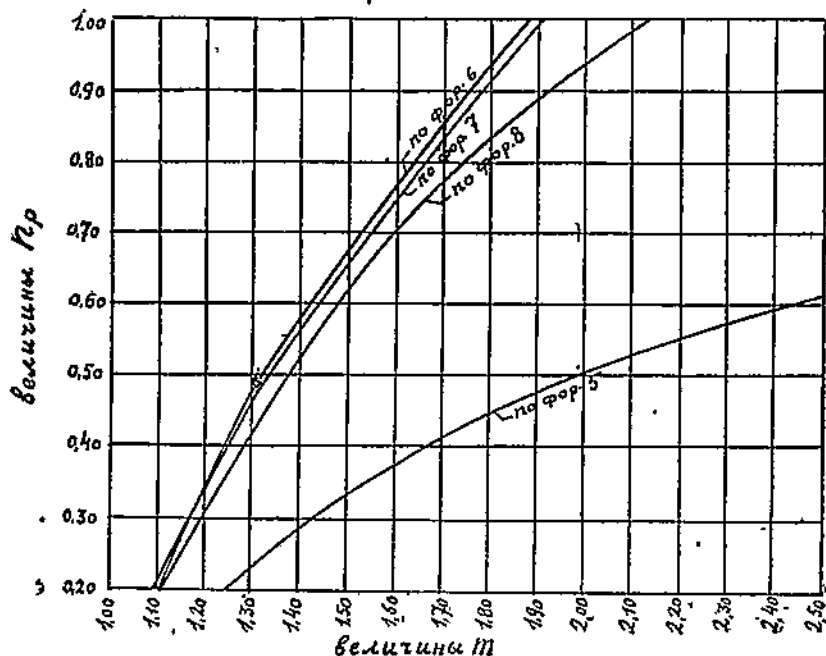
¹⁾ См. указанную выше статью в журнале „Проекти Стандарт“ № 6 за 1936 г.

Мы полагаем, что взамен величины 400 в формуле 5 следует принять 750, т. е. рекомендуем формулу:

$$m = \frac{1}{1 - \frac{n_p}{750} \left(\frac{l}{h} \right)^2} \quad (8)$$

Легко убедиться в том, что при пользовании этой формулой мы получим для величин m значения близкие тем, которые дают формулы 6 и 7.

График
сравнения величины m по фор. 6, 7, 8 и 5
при $l:h=20$



На приведенном графике представлены изменения кривых m в зависимости от n_p при $\frac{l}{h}=20$; по каждой из формул 5, 6, 7 и 8 дана отдельная кривая. Как видно формулы 6 и 7 дают почти полное совпадение; близко к ним подходит кривая по формуле 8. Кривая же по формуле 5 норм, дает резкие расхождения и, что особенно плохо, уходит резко в сторону при таких величинах n_p , которые могут понадобиться в практике расчетов.

Формула 5 приведена в нормах без указания пределов ее применимости. Из рассуждений, приведенных выше, следует, что кроме преувеличенных значений величины m , формула 5 должна иметь весьма ограниченные пределы применимости.

Применение формул 6 и 7 следует ограничить известными пределами, хотя-бы из тех соображений, что имеющиеся опытные данные, касаются главным образом элементов с небольшими значениями величин $\frac{l}{h}$. Серия опытов, проведенных в ЦНИПС касается колонн с отношением $\frac{l}{h} \cong 17$. В опытах Баумана значения величин $\frac{l}{h}$ не превышают 25. Вполне вероятным является предположение о том, что при $\frac{l}{h} > 30$ вопросы устойчивости элемента приобретают большое значение и, следовательно, основа на которой построены выводы формул для m изменяется. В связи с этим ограничим максимальный предел для коэффициента m выражением $m \leq 5$. Если в расчете окажется $m > 5$ следует рекомендовать изменять сечение рассчитываемого элемента в сторону увеличения.

Покажем, при каких значениях величин $\frac{l}{h}$ и n_p достигается предел применимости $m \leq 5$.

Из формулы 6 имеем:

$$1 + \frac{1,235}{\frac{1000}{\left(\frac{l}{h}\right)^2 n_p} - 1} \leq 5$$

После преобразований получаем

$$\frac{l}{h} \leq \frac{28}{\sqrt{n_p}} \quad (9)$$

Такие же результаты могут быть получены исходя из формулы 7. Теперь обратимся к опытным данным ЦНИПС с целью проверить, какие же формулы дают лучшее совпадение с действительностью. Проверке подвергаем формулы 5 и 7. Все данные берем из указанной выше статьи инж. М. С. Боришанского в журнале „Строительная Промышленность“ № 6 за 1938 г.

По данным инж. М. С. Боришанского наилучшее совпадение расчетной разрушающей нагрузки с фактической получается, если принять расчетный эксцентриситет силы равным эксцентриситету плюс измеренный прогиб. Следовательно основной целью является получение наиболее точных величин $e_p = e_0 + f$ и сравнение их с величинами фактических эксцентриситетов $e_\phi = e_0 + f_{изм}$ ($f_{изм}$ — прогиб измеренный в процессе опыта). По этой линии мы и проводим сравнение формул 5 и 7.

В таблице № 2 нами приведены основные данные результатов испытания в лаборатории ЦНИПС 12-ти образцов колонн. Испытанные колонны имели расчетную длину $l = 5,00$ м и сечение $b \times h = 25 \times 30$ см. Следовательно, характеристика гибкости $\frac{l}{h} = \frac{500}{30} \cong 17$. В таблице № 2 мы даем 0,9 Р разр. и

Сравнение формул 5 и 7 по опытным данным лаборатории ЦНИПС.

№ образца	$b \times h$	a	h_0	e_0	R_u	$0,9 P_{расп}$	$f_{изм. при}$ $0,9 P_{расп}$	$e_{ф} = e_0 + f_{из}$	n_p	По формуле 5		По формуле 7	
										n	$e_p = m e_0$	m	$e_p = m e_0$ в %
I-1	$24,8 \times 30,0$	2,6	27,4	3,0	137	63,2	1,57	4,57	0,679	1,96	5,88	1,32	3,96 — 13,5
I-2	$25,0 \times 30,0$	2,6	27,4	3,0	114	64,0	1,57	4,57	0,820	2,45	7,34	1,40	4,20 — 8,0
I-3	$25,0 \times 30,0$	2,6	27,4	3,0	223	102,0	2,01	5,01	0,667	1,93	5,80	1,31	3,93 — 21,5
II-1	$25,0 \times 30,0$	2,6	27,4	15,0	137	29,7	2,65	17,65	0,317	1,30	19,45	1,13	16,95 — 4,0
II-2	$25,0 \times 29,8$	2,5	27,3	15,0	120	28,2	2,68	17,68	0,344	1,33	19,90	1,14	17,10 — 3,0
II-3	$24,8 \times 29,8$	3,0	26,8	15,3	120	30,0	2,72	18,02	0,376	1,87	21,00	1,16	17,75 — 1,6
III-2	$24,5 \times 29,8$	2,8	27,0	25,0	136	16,3	2,84	27,84	0,180	1,15	28,80	1,07	26,80 — 3,5
III-3	$24,5 \times 30,0$	2,6	27,4	25,0	172	16,6	2,61	27,61	0,143	1,12	27,90	1,06	26,50 — 4,0
IV-1	$25,0 \times 30,0$	3,0	27,0	14,6	149	90,2	2,32	16,92	0,893	2,83	41,4	1,46	21,30 + 26,0
IV-2	$24,7 \times 30,0$	3,2	26,8	15,6	181	79,8	3,89	19,49	0,666	1,93	30,1	1,31	20,40 + 4,5
V-1	$24,7 \times 30,2$	3,1	27,1	25,0	139	55,2	2,67	27,67	0,594	1,75	43,8	1,27	31,80 + 15,0
V-4	$24,0 \times 29,5$	3,1	26,4	24,9	123	40,1	3,46	28,36	0,515	1,59	39,7	1,23	30,60 + 8,0

соответствующие этому положению прогибы. Это сделано потому, что, как указывает инж. Боришанский, точную величину прогибов и нагрузки в момент разрушения не удалось установить. Для всех образцов в таблице № 2 подсчитаны величины n_p ; далее по величине $\frac{l}{h} = 17$ и n_p определены величины m по

формулам 5 и 7. Эти величины m умножены на e_0 и получен $e_b = m e_0 = e_0 + f$. Наконец, величины e_p сравнены с $e_{\phi} = e_0 + f_{изм}$.

При пользовании формулой 7 расхождения между e_p и e_{ϕ} составляют в 6-ти случаях менее 5%, в 8-ми случаях менее 10%, и, наконец, в двух случаях из 12-ти отступления несколько превышают 20%. При пользовании формулой 5, принятой в § 41 норм, лишь в двух случаях отступления составляют менее 5%; в 5-ти случаях из 12-ти отступления равны либо превышают 40%. Теоретическая разрушающая нагрузка, вычисленная по эксцентриситету, определенному по формуле 7, достаточно близка и, как правило, несколько меньше расчетной разрушающей нагрузки. Необходимо еще отметить, что в опытах ЦНИПС марка бетона всюду более 110 кг/см². Нами же формулы выведены, как указано в среднем для марки бетона 110. Если формулы 6 и 7 уточнить, приняв постоянные коэффициенты соответственно более высоким маркам, имеющимся в опытах, совпадение e_p с e_{ϕ} получаются еще большими. Поэтому мы можем вполне утверждать, что формула 5 дает величины эксцентриситетов преувеличенные по сравнению с опытными данными ЦНИПС; формулы 6 и 7 дают вполне удовлетворительные результаты.

В связи с этим можно рекомендовать взамен формул 5 принять формулу 7 или по крайней мере изменить в формуле 5 число 400, т. е. принять эту формулу в измененном виде (формула 8).

Необходимо также отметить, что в последнее время в ЦНИПС проверены формулы для расчета гибких колонн при условии длительного их пребывания под нагрузкой (см. доклад науч. сотрудника ЦНИПС А. М. Кузнецова на Научной Сессии, посвященной вопросу расчета железобетонных конструкций по стадии разрушения 7-8 июня 1939 г. в г. Москве). Результаты опытов, доложенные в указанном сообщении, не дают оснований увеличивать расчетные эксцентриситеты в связи с длительной нагрузкой колонн; следовательно преувеличенные результаты, получаемые по формуле 5 норм, не имеют никаких оснований.

Для облегчения пользования формулой 7 при расчетах гибких внецентренно-сжатых колонн нами составлен приведенный ниже график и таблицы № 3. В таблице № 3 указаны предельные значения величин $l:h$ при разных значениях n_p (фор. 9).

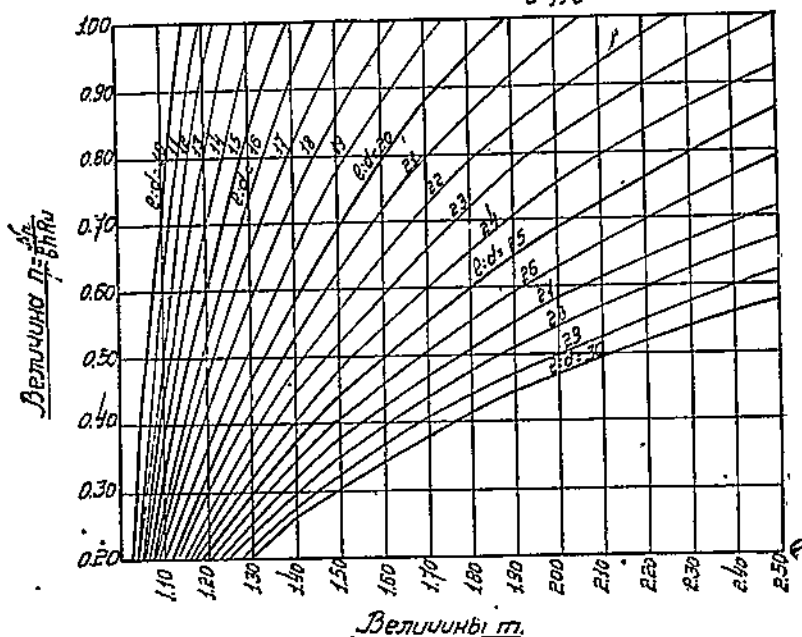
Что даст применение формулы № 3 на практике? При малых гибкостях, когда $l:h = 10 \div 20$ расчет может быть проведен, причем преувеличенные коэффициенты m приведут к получению в итоге больших запасов прочностей, чем принято в нормах. Известно, что с применением новых норм при внецентренном

сжатии, получается значительное уменьшение расхода арматуры; применение формулы 5 отчасти возвращает полученную экономию. Хуже обстоит дело в тех конструкциях, в которых имеются большие гибкости, например, при расчете арок, сводов и т. д. Здесь приходится иметь дело с гибкостями порядка 30 и более. Расчет в этих случаях часто попадает в тупик. Укажем хотя бы на известную и старейшую конструкцию тонкого железобетонного свода с бортовыми балками и с затяжками; известно, что эти

График

коэффициентов m при учете
гибкости внецентренно-сжатых ж/бет. колонн.

$$e_p = e_0 \cdot m \quad \text{где} \quad m = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{1}{198}}}$$



своды употребляются при пролетах до 20 метров. Примеры расчета и конструирование таких сводов указаны в трудах проф. Залигера Мерша, Сахновского и др. Между тем проверка расчета такого свода с применением коэффициента m по формуле 5 приводит к тому положению, что в знаменателе формулы получается отрицательное число и расчет далее невозможен. Приходится увеличивать толщину свода, а также и количество арматуры в своде. Между тем известно, что эти сооружения существуют очень много лет и в усилении вряд ли нуждаются. Это обстоятельство служит также указанием на необходимость уточнения формулы 5.

Связав расчет внецентренно-сжатых гибких колонн с величиной эксцентриситета силы N нельзя никак обойтись без некоторых, хотя бы и ориентировочных, указаний по расчету и конструированию таких колонн. Приведенные выше выводы действительны для случаев, когда величины моментов, нормальной силы, а отсюда и эксцентриситетов остаются постоянными на протяжении всей высоты колонны. Но такие случаи в практике почти не встречаются. Большей частью (если отбросить случаи краевых нагрузок) приходится встречаться с положениями, когда при постоянной, либо почти постоянной, величине N момент изменяется по высоте согласно эпюрам рис. 2-а и 2-б. В этих случаях закон изменения величины эксцентриситета e_0 соответствует эпюрам M .

Таблица № 3.

Коэффициенты m при учете гибкости внецентренно-сжатых колонн (по форм. 7)

n_p $l:h$	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
10	1,03	1,04	1,05	1,07	1,08	1,10	1,11	1,13	1,14
11	1,03	1,05	1,06	1,08	1,10	1,12	1,13	1,16	1,18
12	1,04	1,06	1,08	1,10	1,12	1,14	1,16	1,19	1,22
13	1,04	1,07	1,09	1,12	1,14	1,17	1,20	1,23	1,26
14	1,05	1,08	1,11	1,14	1,17	1,21	1,24	1,28	1,32
15	1,06	1,09	1,13	1,16	1,20	1,24	1,28	1,33	1,38
16	1,07	1,10	1,15	1,19	1,23	1,28	1,33	1,39	1,45
17	1,08	1,12	1,17	1,22	1,27	1,33	1,38	1,46	1,53
18	1,09	1,14	1,19	1,25	1,31	1,38	1,44	1,54	1,63
19	1,10	1,16	1,22	1,29	1,36	1,44	1,52	1,63	1,74
20	1,11	1,18	1,25	1,33	1,42	1,51	1,60	1,74	1,88
21	1,13	1,20	1,28	1,37	1,47	1,59	1,69	1,88	2,04
22	1,14	1,22	1,31	1,42	1,53	1,67	1,81	2,03	2,25
23	1,15	1,25	1,35	1,47	1,61	1,77	1,94	2,23	2,50
24	1,17	1,27	1,39	1,53	1,69	1,90	2,10	2,46	2,83
25	1,18	1,30	1,44	1,60	1,80	2,04	2,29	2,76	3,28
26	1,20	1,33	1,49	1,67	1,91	2,20	2,53	3,17	—
27	1,22	1,36	1,54	1,76	2,04	2,41	2,84	—	—
28	1,24	1,40	1,60	1,85	2,20	2,66	3,23	—	—
29	1,26	1,44	1,67	1,97	2,39	2,98	—	—	—
30	1,28	1,48	1,74	2,10	3,60	3,37	—	—	—
max $l:h$	63	51	44	40	36	33	31	29	28

В случаях эпюры по рис. 2-а, проведенные нами расчеты показывают, что применение формул 7 и 8 (т. е. исправленной формулы норм) дают удовлетворительные результаты, если исчислять расчетный эксцентриситет для сечения посередине высоты колонны по моменту, который имеет место в этом же сечении.

Если же эпюры моментов и нормальных сил имеют вид, указанный на рис. 2-б, тогда получаются явно неудовлетворительные результаты. Моменты и эксцентриситеты в средней части колонны малы, поэтому эффект применения коэффициента m для средней части колонны получается ничтожным. Необходимо ограничить

возможность, в таких случаях, ослабления сечения в средней части по высоте колонны путем сокращения количества арматуры. Следует установить требование о том, чтобы в средней части колонны с каждой стороны была сохранена площадь сечения арматуры не менее 50% от средней площади арматуры в верхней и нижней части колонны.

Если по высоте колонны меняется сечение ($l:h$) либо величина нормальной силы (n), тогда в отдельных сечениях получаются разные величины коэффициентов m . Учиты-

вая приближенность расчетов гибких внецентренно-сжатых колонн и еще недостаточную проработанность ряда вопросов, связанных с расчетами этих колонн, следует рекомендовать принимать величину m постоянной, определив ее по сечению и по величине нормальной силы, которые имеют место посредине высоты колонны. Вообще говоря, возникает сомнение в вопросе о целесообразности применения коэффициента m к части колонн, примыкающих к опорам; в сечениях, примыкающих к опорам, коэффициенты m следовало бы значительно уменьшить.

Устойчивость колонны из плоскости изгиба следует отдельно проверять без учета влияния момента и с применением коэффициента φ согласно § 19 норм, о чем следовало бы сделать оговорку в § 41.

Все затронутые здесь вопросы, к сожалению, совершенно не нашли отражения ни в нормах, ни в пояснительной записке к ним. Эти дефекты, так же как и указанные нами неточности в формуле для величины m , следует выправить при дальнейшем уточнении норм, либо в инструкции, которую предполагается издать.

III. Построение эпюры материалов для внецентренно-сжатых колонн.

При расчетах по классической теории построение эпюры материалов применялось в изгибаемых элементах и имело целью показать соответствие и степень близости расчетной эпюры мо-

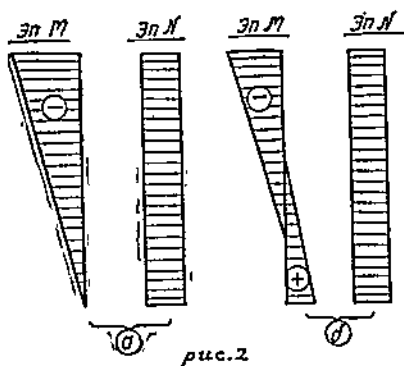


рис. 2

ментов с эпюрой моментов, которые могут быть допущены по количеству запроектированной арматуры. Работы бетона эпюра материалов совершенно не отображала. Для элементов, в сечениях которых действовали кроме моментов нормальные силы, эпюра материалов не могла быть построена.

Совершенно иначе обстоит дело в случае применения новых норм, т. е. при расчете по стадии разрушения.

Теперь роль эпюры материалов изменилась и значительно возросла. Теперь мы имеем возможность на расчетную эпюру моментов наложить эпюру допускаемых моментов *дон* M , причем эта последняя эпюра будет отображать одновременные, совместные возможности сечения как по бетону, так и по арматуре. Более того, эпюра материалов может быть построена не только для изгибаемых элементов, но также и для элементов внецентренно-сжатых. Покажем, как это сделать.

В разделе I мы показали, что при внецентренном сжатии величина M_a — момент внешних сил относительно центра тяжести растянутой (или менее сжатой) арматуры играет ту же роль, что величина M в изгибаемых элементах. Можно для колонн рамы строить эпюру M_a ординаты которой подсчитаны по формуле:

$$M_a = Mm + N \left(\frac{h}{2} - a \right) \quad (9)$$

Здесь m — коэффициент учета продольного изгиба, принимаемый согласно указаниям раздела II этой статьи. Если отношение $l:h \leq 10$ следует принимать $m=1$. (l — расчетная длина колонны).

На эту эпюру M_a следует наложить эпюру допускаемых моментов *дон* M_a , причем ординаты этой эпюры легко могут быть вычислены по формулам поперечного изгиба, если принять арматуру согласно указаний раздела I с поправкою на $-\frac{kN}{\sigma_T}$. Эта

эпюра материалов получается очень показательной, особенно в сложных случаях, т. е., когда эпюра моментов рамы сложна или, если сечение стойки, является переменным по высоте.

Построение эпюры материалов для стойки рамы показано на рис. 3.

Марка бетона $R_{30} = 140 \text{ кг/см}^2$; $\sigma_T = 2500 \text{ кг/см}^2$; $k = 2$.

Из статического расчета рамы получены указанные на рис. 3 расчетные эпюры M и N . Все размеры сечений стойки и армирование ее, рассчитанные по новым нормам, указаны на рис. 3 и в таблице № 4. Расчетную длину стойки для определения коэффициента m находим по способу, предложенному канд. техн. наук В. И. Мурашевым¹⁾. Значение упругих характеристик, защемления стойки рамы в опорах, в данном случае, получаются: для низа $V_a = \infty$, для верха $V_b \cong 1,5$; коэффициент $\lambda \cong 0,93$.

¹⁾ См. статью „Расчет устойчивости рам“ в журнале „Проект и стандарт“ № 12 за 1936 г.

Так как величина коэффициента λ равна примерно единице, принимаем расчетную длину стойки l равной проектной длине, т. е. $l=8,20$ м.

По сечению 4—4, ближайшему к середине высоты стойки, имеем:

$$h = 59 \text{ см}; \frac{l}{h} = \frac{820}{59} \approx 14$$

$$n_p = \frac{2 \times 50000}{35 \times 55 \times 135} = 0,385$$

По этим параметрам имеем при помощи таблицы № 3 стр. 39 коэффициент $m=1,11$.

Таблица № 4

К расчету стойки рамы рис. 3.

Сечение	Размеры сечения				Условия			Определение допускаемых M_a					
	b	h	F_a	F_a'	M	N	M_a	$M_{a\text{пр}} = F_a' \frac{C_7}{(h_0 - a_1)} \cdot \frac{1}{2}$	$F_a - F_a' + \frac{N}{1250}$	$\alpha = \frac{F_a}{18,65 \frac{b}{h_0}}$	C_3	$M_1 = C_3 b h_0^2$	$M_a \text{ доп}$
1—1	35	70	31,01	8,51	27,05	35,70	39,70	6,65	51,10	0,413	21,6	33,0	39,65
a—a {	"	"	31,01	"	—	—	—	6,65	51,50	0,416	21,8	33,2	39,85
	"	"	25,94	"	—	—	—	6,65	46,43	0,375	20,1	30,75	38,30
2—2	"	"	25,94	"	21,60	36,85	34,30	6,65	46,93	0,379	20,4	31,1	37,75
3—3	"	"	25,94	"	23,60	49,20	40,30	6,65	56,83	0,459	23,8	36,2	42,85
b—b {	"	63	25,94	8,51	—	—	—	5,88	57,13	0,516	25,2	30,7	36,60
	"	"	20,87	5,67	—	—	—	3,93	54,90	0,495	24,5	29,8	33,70
4—4	"	59	20,87	6,67	15,90	50,00	29,90	3,65	55,20	0,535	25,7	27,2	30,85
c—c {	"	56	20,87	"	—	—	—	3,44	55,40	0,568	26,6	25,2	28,64
	"	"	15,80	"	—	—	—	3,44	50,33	0,515	25,2	23,9	27,34
d—d {	"	50	15,80	"	—	—	—	3,01	50,63	0,581	26,8	19,9	22,91
	"	"	10,74	"	—	—	—	3,01	45,58	0,529	26,5	18,85	21,86
5—5	"	47	10,74	"	8,20	50,80	18,20	2,80	45,67	0,567	26,6	17,2	20,00
e—e {	"	41	10,74	"	—	—	—	2,37	46,07	0,575	26,8	12,8	15,20
	"	"	5,67	"	—	—	—	2,37	46,67	0,575	26,8	12,8	12,80
6—6	"	35	5,67	"	0,00	51,70	7,24	—	47,07	0,575	26,8	9,0	9,00

Далее, в расчетной таблице № 4 приведены величины $M_a = Mm + N \left(\frac{h}{2} - a \right)$, причем величина a принята для верхних сечений $a=4$ см, для низа $a=3,5$ см. Затем произведены подсчеты допускаемых M_a в расчетных сечениях, а также в местах обрыва стержней a—a, b—b, c—c, d—d и e—e.

Дадим пояснения к определению величин *доп* M_a . Вначале определяем $M_{арм}$ —часть момента, который воспринимается сжатой арматурой с равной ей частью растянутой арматуры; далее определяем расчетное сечение арматуры $F_a = F'_a + \frac{N}{1250}$, которое работает совместно с сжатой зоной бетона на изгиб; по этому количеству арматуры определяем $\alpha = \frac{F_a}{bh_0} \cdot \frac{2500}{135} = 18,65 \frac{F_a}{bh_0}$ это число α по установленному пределу применимости не должно превышать 0,575; затем определяем коэффициенты $C_3 = \frac{R_{sa}}{k}(1-0,53\alpha)$ и $M_1 = C_3 bh_0^2$; наконец, определяем величины *доп* $M_a = M_1 + M_{арм}$. Величины допускаемых M_a оказались очень близкими и, как правило, большими чем фактические величины M_a . На рис. 3 по данным расчета построена эпюра материалов, на которой изображены две линии: линия расчетных M_a и линия допускаемых M_a . Эти две линии весьма близки друг другу, причем линия допускаемых M_a расположена несколько выше чем линия расчетных M_a ; только в двух сечениях *d—d* и *e—e* эти линии пересекаются, что служит указанием на несколько ранний обрыв соответствующих стержней арматуры.

Указанную эпюру материалов можно строить также при расчете арок.

Таким образом, можно прийти к заключению, что построение эпюры материалов, при расчете по стадии разрушения, с успехом может быть распространено на случаи внецентренного действия сил.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ К РАСЧЕТУ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ.

Применение „теории пластичности“ к расчету металлических (стальных) изгибаемых конструкций, заключающееся в учете пластических деформаций при определении критической нагрузки для этих конструкций, получило за последнее время почти всеобщее признание и отражение в новых нормах на проектирование металлических конструкций.

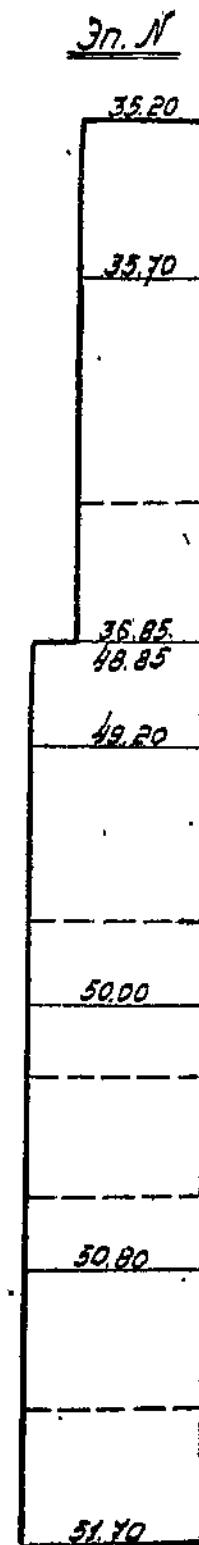
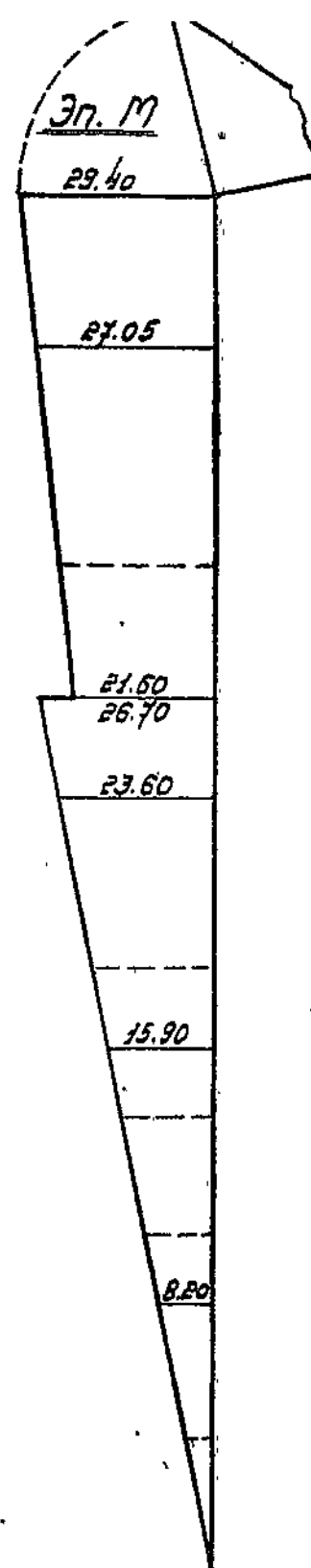
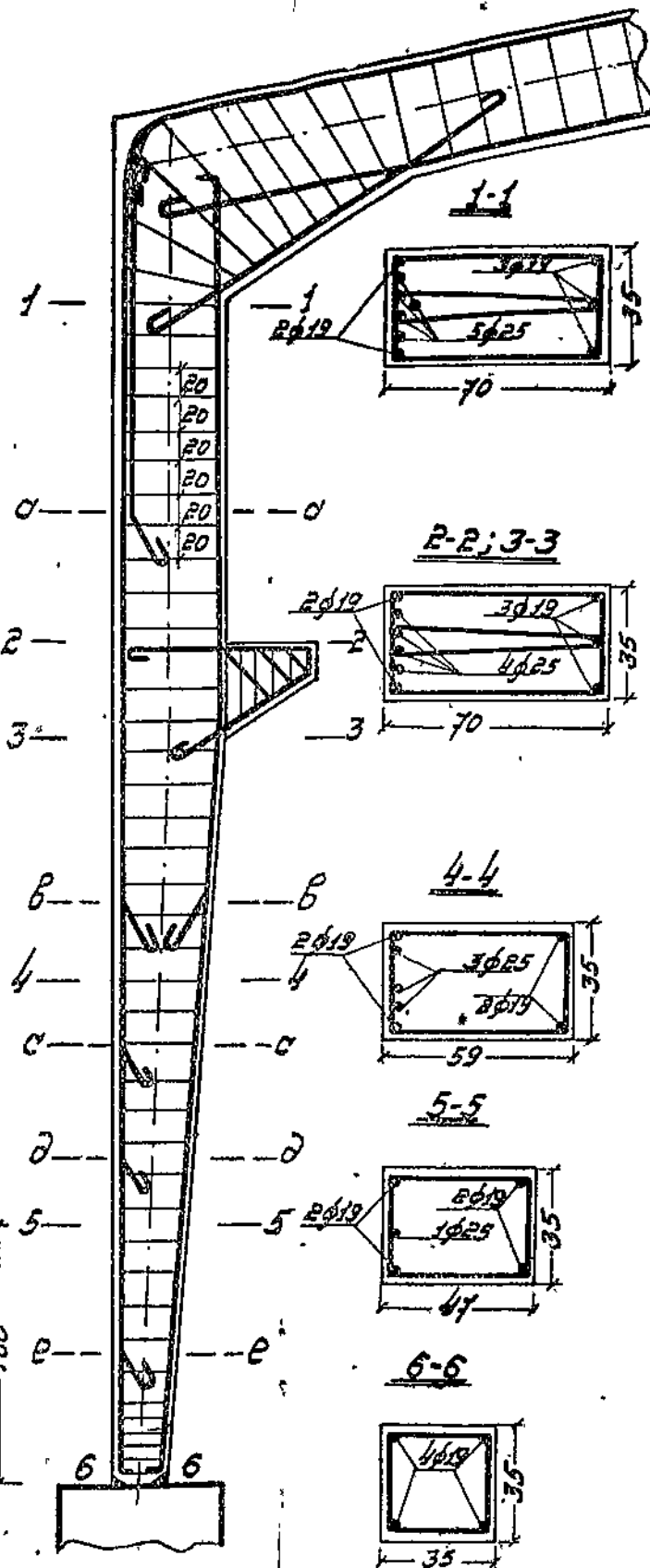
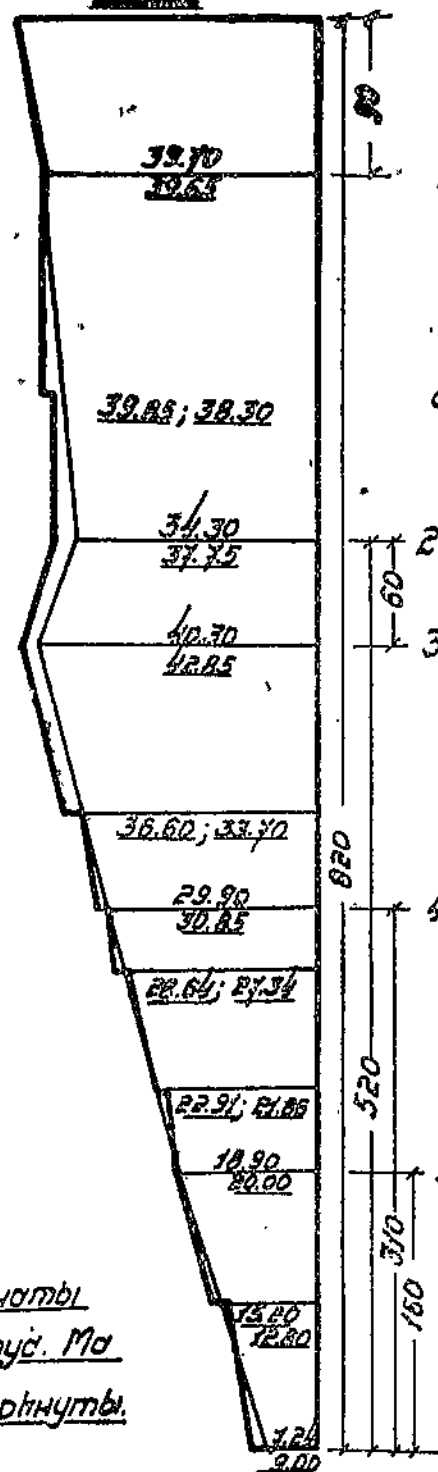
Помимо многочисленной иностранной литературы появились за последнее время и в СССР работы, посвященные изложению и развитию этой теории: 1) И. М. Хозацкий, „Расчет металлических и железобетонных конструкций на основе учета пластических деформаций“ (рукоп. 1933 г.¹⁾; 2) А. А. Гвоздев („Пр. и Ст.“ 1934 г., № 8); 3) И. М. Рабинович („Справ. проектиров.“, изд. Промстройпроекта, 1934 г.); 4) К. С. Завриев („Пр. и Ст.“, 1934 г., № 8 и 1935 г., № 4); 5) Г. С. Стрелецкий, „Новые идеи и возможности в металлических промышленных конструкциях“, 1934 г.; 6) Б. Г. Абрикосов, „Расчет металлических конструкций с допуском пластических деформаций“, 1934 г.; 7) Н. Д. Жудин (Сборн. Киевск. Стр. Инст., вып. 2, 1935 г.) и другие.

Естественно возникает вопрос о возможности и целесообразности применения этой теории к расчету железобетонных изгибаемых конструкций.

Желая применить теорию пластичности к расчету железобетонных конструкций, мы прежде всего столкнемся с вопросом—а пластичен ли железобетон? На этот вопрос нет достаточно определенного ответа до сих пор, хотя косвенно вопрос этот был поставлен Консидером еще в конце прошлого столетия при его испытаниях на растяжение армированных бетонных призм. Он, как известно, вывел тогда заключение о том, что в присутствии арматуры растяжимость бетона сильно увеличивается, доходя до 2 мм на 1 метр; позднейшие исследования (опыты) Клейнлогеля в 1903 г., вторичные опыты самого Консидера, опыты Штутгарт-

¹⁾ Часть этой работы и печатается сейчас в несколько дополненном виде.

Эп. материалов
и М



Ординаты
пюры допус. Ма
подчеркнуты.

рис. 3

$R = 140$
L-30

ской лаборатории по испытанию материалов¹⁾ и др. показали (с чем согласился и сам Консидер), что это увеличение растяжимости значительно меньше, чем давали первые опыты Консидера.

На основании всей дальнейшей исследовательской работы в этом направлении проф. О. Граф дает все же²⁾, что в железобетоне удлинения могут дойти до 0,2 мм на 1 метр, в то время, как в неармированном бетоне они (речь идет об обычных применяемых в настоящее время составах) не превышают 0,1 мм на 1 м. Обратим внимание на то, что в железе удлинения в 0,2 мм на 1 м получаются уже при напряжении примерно в 400 кг/см².

Отсюда мы можем, очевидно, заключить, что вопрос о пластичности железобетона в растянутых элементах или зонах не имеет существенного значения, так как, если текучесть бетона и будет иметь место, то она пройдет значительно раньше, чем начнется таковая в арматуре. Нас интересует поэтому больше способность бетона „течь“ в сжатых элементах или зонах.

На основании своих опытов известный американский исследователь Hyatt пишет (в 1907 г.): „бетон обладает пластичностью и может течь под действием нагрузки, прикладываемой или продолжительное время, или многократно“³⁾. Среди ряда других американских испытаний наиболее ценными являются имевшие место за последние пять лет опыты в Калифорнском университете (проф. R. Davis и H. Davis), опыты „Американской комиссии по исследованию железобетонных колонн“ в университетах Пенсильвании (Illinois и Lehigh) и опыты проф. О. Faber'a над балками⁴⁾.

На Парижском конгрессе международного объединения по мостостроению и надземному строительству Фабер доложил о своих опытах над балками с пролетом в 4,6 м (см. О. Faber, „Elastisität, Plastisität und Schwinden“, стр. 565); прогиб балок увеличивался в течение пяти лет (быстрее всего) в первые недели до трехкратного первоначального (упругого) прогиба; при этом из параллельно произведенных опытов установлено было, какая часть этого нарастания имела причиной усадку. Несмотря на такое трехкратное увеличение прогибов, никаких трещин нельзя было, несмотря на совершенство наблюдений, заметить.

Все эти опыты установили факт текучести бетона, но при условии некоторой (иногда довольно большой) длительности загрузки. Из калифорнских опытов (данные которых приведены на заимствованном из работы проф. Я. В. Стоярова, чертеж 1)

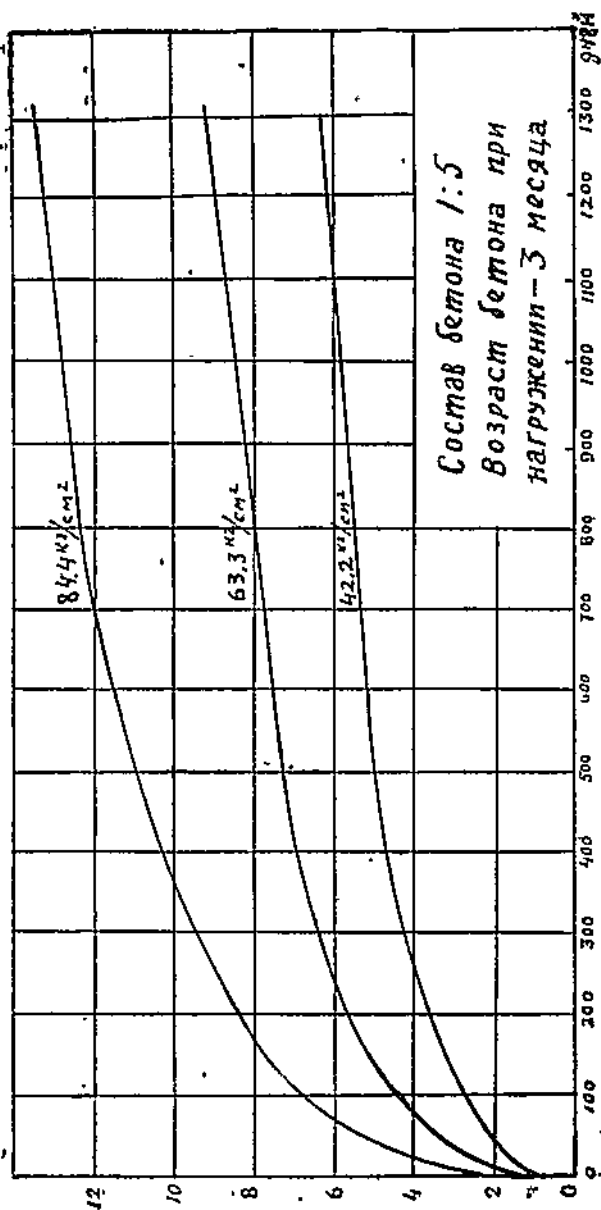
1) Для акц. об-ва „Вайс и Фрейтаг“ и для юбилейной комиссии по железобетону.

2) См. Герм. бет. Союз „Проектирование и расчет ж. б. сооружений“ изд. „Макис“ в 1928 г. стр. 59 (см. также В. и Е. 1910, № 12, стр. 302).

3) См. проф. Я. В. Стояров: „О влиянии времени на работу железобетона“, Харьков. 1931 г., стр. 31.

4) См. „Engineering“, 1927 г., стр. 661.

Величина течения в %



Черт. 1

мы видим, что скорость течения со временем уменьшается, что величина течения тем больше, чем сильнее нагрузка. На величину течения влияет состав (тощие бетоны текут сильнее жирных), водоцементный фактор (чем он выше, тем сильнее текучесть), возраст бетона (молодые бетоны текут сильнее и скорее); армирование уменьшает текучесть (также как и усадочные явления¹).

Как эти опыты, так и опыты в Иллинойсе показали, что „течение“ сказывается в увеличении как упругих, так и остаточных деформаций. Опыты в Иллинойсе показали еще, что на скорость текучести влияют условия хранения: большая влажность уменьшает текучесть и⁷ меняет даже характер явления.

Опыты в Lehigh показывают, что скорость текучести не зависит от состава бетона. На основании всех этих опытов проф. Я. В. Столяров делает заключение, что все факторы, которые уменьшают прочность частиц бетона и увеличивают их подвижность, соответственно увеличивают текучесть бетона. На то, что пластичность бетона зависит от состава бетона и от условий работы его, указывает проф. Б. Г. Скрамтаев, который также обратил внимание на тот факт, что если хрупкий бетон подвергнуть всестороннему сжатию или растяжению, можно превратить его в пластичный, т. е. сообщить ему текучесть²).

Проф. А. Ф. Полейт указал на то, что если скорости течения и различны (согласно данным американских опытов) у бетонов различных составов, то, во всяком случае, способность „течения“ имеют все бетоны³). Это указание дает, полагаем, вполне правильный ответ на вопрос о пластичности бетона.

Все сказанное выше относится преимущественно к случаям длительного нагружения (т. е. к тому, что называется „ползучестью“); относительно пластических деформаций, возникающих вскоре после нагружения, имеется меньше данных; вполне, однако, можно полагать, что они имеют место хотя и в меньшей степени, чем при значительном нагружении.

Обратим внимание на то, что сжимаемость (укорочение) бетона может достигнуть значительной величины, как это видно из данных опытов проф. Руделова, над различно армированными колоннами, произведенных им в 1910 г. в лаборатории по испы-

1) В своей статье в журнале „Beton und Eisen“ 1933 г. (№ 13) немецкий специалист В. Наконц высказывает предположение, что текучесть и усадка явления одного порядка.

2) О том, что в хрупких материалах (мрамор, песчаник) можно получить пластические деформации, известно уже как из опытов Кармана (Th. V. Karman), описанных в Z. d. V. D. I. за 1911 г. (стр. 1749—1757), так и из опытов (с 1901 по 1910 г.) Адамса (Fr. D. Adams), Штилле (Stille), Тамана (Thamann) и др.

Еще, ранее, в 1878 г., на это указал проф. Гейм (Alb. Heim) в своей книге: „Mechanismus der Gebirgsbildung“ (см. V. D. I., 1912 г., стр. 284).

3) См. стенограмму заседания ВНИТОБ 14 июля 1932 г. и в брошюре: „О подборе сечений железобетонных элементов по критическим усилиям“, 1933 г.

танию материалов в Гросс-Лихтерфельде (Германия). Укорочения (еще до разрушения) доходили до тех пределов, которые соответствовали достижению в арматуре предела текучести. Это снова подтверждает Мёрш и в 6-м издании своего курса.

Что текучесть бетона ясно выражена при трехосном сжатии показано как у Roß и Eichinger („Versuche zur Klärung der Bruchgefahr“, Diskussionbericht der EMPA № 28, Zürich, 1928), так и у Richart („Stresses and strains in reinforced concrete columns“, Kongressbericht des internationalen Verbandes für Materialprüfung, т. I, стр. 1121), а также в опытах над большими объектами и колоннами со спиральной обмоткой Эмпергера (IV Bericht des Unterausschusses für Säulen, H. 13 der Mitteilungen über Versuche, ausgeführt vom Oesterreichischen Eisenbetonausschusses).

Но также и при одноосном сжатии, как показал Roß (Kongressbericht, т. I, стр. 1028) бетону свойственны пластические деформации, особенно когда благодаря наличию вертикальной арматуры погашается влияние случайных дефектов в его строении. Так, напр., достаточно увеличить в бетоне, напряженном до 0,85 призмной прочности, его напряжение только на 15%, чтобы удлинения возросли на 1,5%, причем в этой области кривая зависимости удлинений от напряжений может быть с достаточно большим приближением заменена прямой.

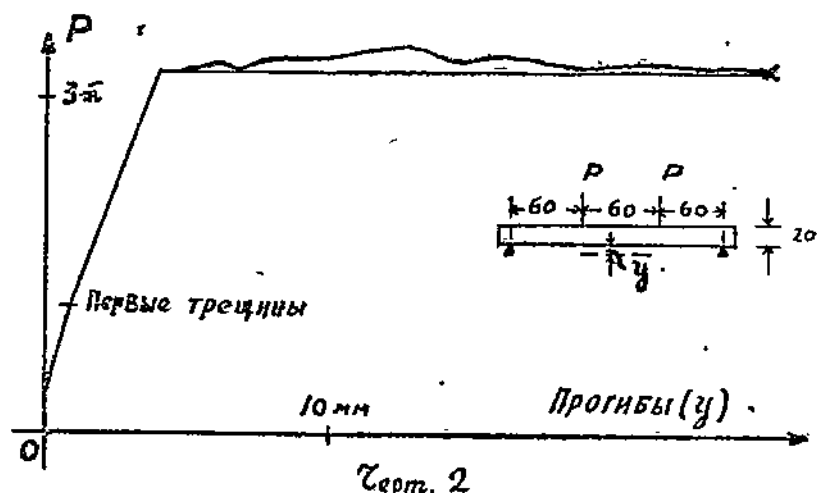
Такие же результаты получили и Залигер („Versuche an Betonbalken mit hochwertigen Stahleinlagen“, Wien, 1933, Z. d. Oe. 1. A. V.) и Граф (Kongressbericht, т. I, стр. 1209, Цюрих).

Вследствие того, что нужна весьма чувствительная аппаратура для выявления этой пластичности, ее часто раньше и не замечали. Хотя переход в пластическое состояние и постепенный, можно выразить его прямой линией, что подтверждено в опытах Графа (Kongressbericht, т. I, стр. 1209).

Способность бетона к большим укорочениям без нарушения при этом его сопротивляемости сжимающим усилиям весьма важна, так как она позволяет сечением балок совершать те повороты, которые соответствуют достижению предела текучести в арматуре (мы принимаем имеющим силу положение Бернулли). Kazinczy производил измерения прогибов 4 железобетонных балок (сечение $20 \times 17,5 \text{ см}^2$, $F_e = 4,11 \text{ см}^2$), нагруженных по схеме, указанной в черт. 2, доводя таковые до момента разрушения. На черт. 2 нанесены результаты (средние значения) этих измерений. Мы ясно видим, что после появления первых трещин прогибы, хотя и начинают быстрее расти, растут все же пропорционально увеличению нагрузки до момента достижения в арматуре предела текучести, после чего прогибы продолжают уже расти без дальнейшего увеличения нагрузки и достигают значений, во много раз превосходящих таковые в пределах упругого состояния¹⁾, т. е.

¹⁾ Такую же способность к большим деформациям (прогибы) мы видели также и в опытах O. Faber'a.

железобетон становится способным к пластическим деформациям, несмотря на то, что неармированный бетон является возможно хрупким материалом. Такой результат, конечно, получается в тех лишь случаях, если разрушение балки происходит в результате достижения в арматуре предела текучести, а не вследствие раздавливания сжатых волокон бетона, т. е. в обычных в практике случаях. Максимальный процент армировки¹⁾, при котором ука-



занные случаи имеют место, определяются из формулы, приведенной ниже. На основании опытов Kazinczy можно вывести заключение, что в бетоне сжатой зоны железобетонных балок при указанных условиях безусловно имеют место пластические деформации²⁾, скорость каковых значительно больше, чем по данным американских опытов, производившихся не над изгибаемыми, а над сжатыми элементами.

Таким образом, можно было заранее предполагать, что поскольку в отдельных сечениях железобетонных балок могут иметь место пластические деформации,—выравнивание моментов, как результат „самопомощи“, должно происходить также и в железобетонных неразрезных балках.

Это предположение полностью оправдалось на дальнейших опытах Kazinczy над 10 двухпролетными балками³⁾, имевшими высоту сечения равной 20 см , ширину— $17,5 \text{ см}$ и длину— $2 \times 1,80 \text{ м}$.

1) У Kazinczy он был равен $1,17 \%$.

2) В статье, помещенной в № 19 „Beton und Eisen“ за 1936 г. (напечатанной уже после составления данной работы), Залигер вполне определенно признает наличие данных деформаций.

3) Еще 10 балок предварительно испытаны для установления правильных размеров сечений.

из коих три балки типа *E* были армированы, согласно обычному методу расчета (по стадии II-б) при $\sigma_c = 1200 \text{ кг/см}^2$, пять балок типа *P* имели более сильное армирование в пролете и менее сильное на опоре, чем это требовалось по обычному расчету, а две балки типа *N* имели, наоборот, более сильное армирование на опоре и менее сильное в пролете. В таблице 1 дана сводка величин критической нагрузки определенных как по обычному методу расчета и по теории пластичности, так и найденных из опытов. Мы видим, что данные расчета по теории пластичности ближе подходят к данным опытов, чем данные расчета по обычному методу.

Таблица 1.

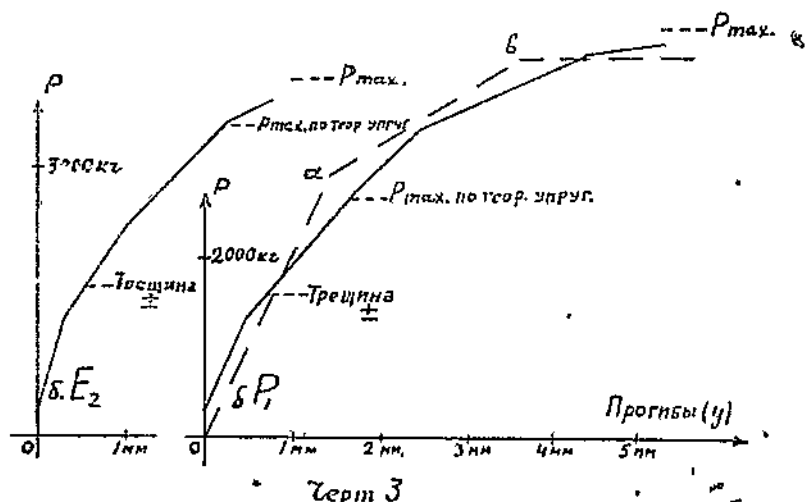
Тип и номер балки	Сорт цемента	Возраст в днях	$R_{крит}$ (в кг)							
			Вычисл. по теор. упруг. $\sigma_{теор} = 2400$ $кг/см^2$	Вычисл. внеш. силы по теор. упругости		Вычисл. внутр. силы по теор. пластич.		Наблюд. (опыт)	Наступл. нежел. сост.	
				Прямо- угольн. эпюра	Тре- угольн. эпюра	Прямо- угольн. эпюра	Тре- угольн. эпюра		По опыту балки	По про- гибам (суб'ективно)
E_1	Высокосорт.	7	3183(+)	3535	3480	3625	3562	4000	3800	3500
E_2	"	31	3198(+)	3570	3500	3630	3556	4000	4000	3800
E_3	Глинозем.	9	3638(-)	4090	3950	4110	4040	4300	4250	4250
Сред. E .	—	—	3340	3735	3645	3790	3720	4100	4017	3850
P_1	Высокосорт.	7	2473	2740	2700	4790	4675	4575	4500	4500
P_2	"	7	2498	2760	2712	4940	4825	4850	4800	4800
P_3	"	31	2413	2670	2620	4930	4830	4800	4760	4750
P_4	"	31	2423	2680	2635	4870	4760	5000	5000	4750
P_5	Глинозем.	10	2468	2755	2720	4920	4890	5000	4800	4750
Сред. P	—	—	2456	2720	2676	4890	4790	4850	4770	4710
N_1	Глинозем.	5	2773	3075	3040	3720	3640	3860	—	3300
N_2	"	6	2713	3005	2975	3780	3710	3780	3500	3250
Сред. N	—	—	2743	3040	3007	3750	3675	3820	3500	3250

Первая трещина, как и следовало ожидать, появлялась при различной нагрузке в зависимости от качества бетона: в балках более слабым бетоном трещины появлялись раньше и распространялись на более длинные участки. Трещины эти появлялись одновременно в местах приложения наибольшего положительного и наибольшего отрицательного моментов.

В общем можно было установить следующий закон появления трещин: сначала трещины были больше у опорных сечений, в про-

лете же трещины увеличивались незадолго до критического состояния, но зато с большой быстротой при этом доходили до ширины, во много раз превосходящих ширину трещины у опорных сечений.

Величины трещин (каковую Kazınczy в ожидании возражений довольно тщательно определял) оказались у балок типа *Z* над опорами при нагрузке от 3000 до 4000 кг равной 0,1 мм (по обычной теории уже при 2450—2750 кг балки должны были потерять несущую способность), а в пролете эта же величина была получена при нагрузках от 4250 до 4600 кг; у балок типа *E* эта величина трещины наблюдалась при нагрузке в 3500 кг, а у типа *N* при 2250 кг. Ширину в 1 мм трещины получаем лишь при нагрузках на 4—6% меньше разрушающих. В конце ширина трещины доходила до 4—6 мм.



Что касается прогибов, то если бы балки типа *P* следовали бы закону пластичности, — диаграмма прогибов должна была бы иметь вид ломанной¹⁾ линии, изображенной на черт. 3 пунктирной линией. в которой точка *a* соответствует достижению предела текучести под опорой, а точка *b* достижению его в пролетном сечении (под грузом). В действительности же мы видим (сплошная линия на черт. 3), что перегиб в точке *a* едва намечается и лежит выше, чем ожидалось. Это указывает на то, что загрузка опорного сечения протекает постепенно, и что образование „шарнирности“ происходит уже после того, как некоторая разгрузка опорного сечения произошла.

¹⁾ Дважды ломанной потому, что балка неразрезная; для свободно опертой балки эта линия имела бы один перелом.

На основании опытов Kazıncıy можно сделать заключение, что балки с несильной армировкой (обычно применяемой в практике) можно рассматривать и рассчитывать, как балки из идеально пластичного материала.

Что же касается трещин, то таковые не превосходят обычно допускаемых величин ранее достижения моментами максимальных значений.

Поскольку в обычных железобетонных конструкциях нельзя добиться полного отсутствия таких тонких трещин (да и в этом и нет в большинстве случаев нужды), появление указанных незначительных трещин не может служить возражением против применения теории пластичности к расчету изгибаемых¹⁾ железобетонных конструкций²⁾.

Надо только принять во внимание, что необходимым условием применения теории пластичности к расчету изгибаемых железобетонных элементов должно быть наличие большей прочности против так называемого скалывания (главные норм. напряжения), чем против изгиба, потому что разрушение вследствие недостаточной армировки отгибами или хомутами наступает быстро после появления соответствующих трещин, в то время как после достижения предела текучести в продольной растянутой (вследствие изгиба) арматуре слабо армированное сечение способно еще к значительным деформациям при сохраняющем свою величину моменте³⁾.

Опыты Германского комитета по железобетону

Эти опыты, о коих сообщено в 45-й тетради докладов этого комитета, заключавшиеся в испытании двух защемленных железобетонных балок, доказали, что распределение моментов находится в зависимости от произвольно созданной сопротивляемости отдельных сечений.

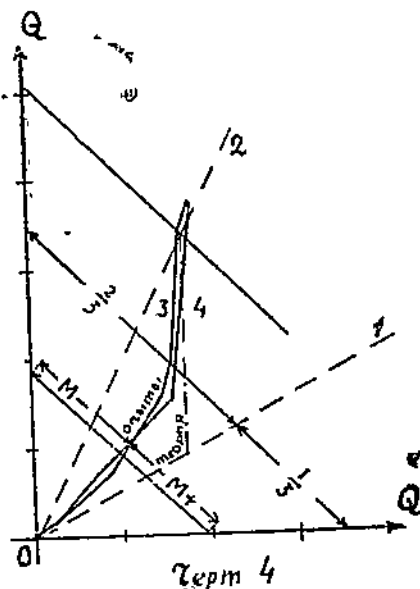
1) Учет пластических деформаций при расчете сжатых элементов рекомендуется за последнее время большим количеством специалистов и положен в основу расчета по проенту новых норм на проектирование железобетонных сооружений.

2) В помещенной в № 14 „Beton und Eisen“ за 1934 г. статье проф. Борч (R. Bortsch) высказывается против применения теории пластичности к расчету железобетонных балок, опасаясь ржавления арматуры при наличии трещин.

3) Из пробных балок 3 балки типа *E* преждевременно разрушились потому, что не имели хомутов (только отгибы). Весьма интересно отметить, что 4 балки типа *P*, наоборот, не разрушились от действия перерезывающих сил, хотя также не имели хомутов. Вычисленные напряжения в этих балках были, однако, большими; это показывает, что не всегда расчет скалывающих напряжений является показателем прочности балок по отношению к перерезывающим силам.

Если отложим величины нагрузки Q на обеих координатных осях (см. черт. 4) и выберем так масштаб моментов, чтобы $aM = \frac{aQL}{8} = QV\sqrt{2}$, (т. е. чтобы $a = \frac{8V\sqrt{2}}{L}$), то линии, проведенные под углом в 45° , будут изображать величины моментов, соответствующих определенным нагрузкам.

Лучи из точки O делят эти моменты на положительную (в пролете) и отрицательную (на опоре) части¹⁾. Если балка полностью защемлена и упруга, то действителен луч; если же, как это было сделано в опытах, армировка сечений не соответствует такому распределению моментов, то действительной будет линия 2. Теоретическое распределение по теории пластичности должно быть изображено ломанной линией, частью которой до перегиба, соответствующая упругому состоянию, совпадает с линией 1, а остальная часть которой идет параллельно оси ординат, так как величина опорного момента остается уже постоянной. Дей-



ствительное распределение моментов дано линиями 3 и 4 (для двух балок). Мы видим, что „выравнивание моментов“ началось уже раньше. Можно, как будто бы полагать²⁾, что в железобетонных балках выравнивание моментов начинается раньше, чем в сечениях с наибольшими моментами появляется текучесть, что, пожалуй, следует объяснить постепенным сокращением сопротивления растянутой зоны.

По поводу этих опытов Мёрш, указывая на то, что, „моментная линия приспособляется к армировке чаще всего лишь тогда, когда в арматуре слабо армированного сечения достигнут предел текучести“, до того же имеют место перенапряжения, в результате которых появляются трещины,—считает, что правильным является расчет по теории упругости. Мы, однако, вместе с Kazinscy полагаем, что в обычных конструкциях появление трещин (незначительных, как видели выше, по величине) не может еще показывать против применения теории пластичности.

1) Сумма опорного и пролетного моментов должна быть, конечно, всегда равна максимальному моменту такой же свободно опертой балки.

2) Это предположение автора нуждается, конечно, в проверке.

Опыты Австрийского комитета по железобетону

Эти опыты, о коих сообщено в четвертой тетради докладов комитета в 1913 г., производились над заземленными балками, различно сконструированными. Они показали, между прочим, что наблюдаемые моменты в балке, в которой армировка была так сделана, что соответствовала моменту: $M = \frac{p l^2}{12}$ в пролете и моменту $M = \frac{p l^2}{24}$ на опоре (т. е. обратно тому, как это должно было быть по теории упругости), соответствовали перед разрушением принятой армировке. В одном тщательно проделанном опыте Пробста также был доказан факт понижения опорного момента (выравнивание моментов).

Опыты ЦНИПС'а

В журнале „Проект и стандарт“ за 1934 г. (№ 2) инженер В. Мурашев и инженер И. Котеликов сообщают¹⁾ об испытаниях шести железобетонных трехпролетных балок, произведенных в ЦНИПС'е в 1932 г. Длина крайних пролетов равнялась 3,6 м, а средних—2,4 м. Высота сечения (постоянного по всей длине) всех балок равна была 36 см, ширина—18 см. Все балки были запроектированы на одну и ту же нагрузку из сосредоточенных на равных расстояниях грузов по 4 на каждом пролете; при чем 2 балки были заармированы согласно соответствующей теории упругости эпюре изгибающих с опорным моментом M , остальные же были заармированы, согласно эпюрам аналогичного очертания, но с измененными опорными моментами²⁾, которые были приняты равными: 0,33 M , 0,5 M , 0,75 M , 1, 25 M . Пределы текучести стали колебался от 2600 кг/см² до 2800 кг/см².

Тщательно поставленные испытания этих балок показали, что:

1) До наступления текучести арматуры в ослабленном сечении моменты внутренних сил были пропорционально моментам, вычисленным по теории упругости, с некоторым отклонением к эпюре, соответствующей характеру армирования; по достижении же предела текучести моменты в этих сечениях оставались постоянными при дальнейшем возрастании нагрузки, и разрушение балок происходило после того, как напряжения в арматуре усиленных сечений также доходили до предела текучести.

2) Разрушающая нагрузка была примерно одинаковой для всех балок (равной 2,3 расчетной), и характер разрушения также примерно одинаков.

¹⁾ После того, как настоящая работа была написана.

²⁾ Т. е. измененные эпюры моментов зависели от изменения трапеции опорных моментов.

3) Трещины появлялись в балках, заармированных по эпюре, соответствующей теории упругости при нагрузке равной 1,75 расчетной, а в других—появлялись в ослабленных сечениях тем раньше, чем больше было отклонение эпюры моментов от правильной (по теории упругости).

На основании этих испытаний авторы указывают на то, что: а) можно для статической нагрузки произвольно распределять моменты меж опорными и пролетными сечениями в статически неопределенных железобетонных конструкциях, но только так, чтобы не был в каком-нибудь сечении достигнут предел текучести уже при расчетной нагрузке, и, следовательно, можно свести расчет таких конструкций к расчету статически определенных элементов; б) для случаев постоянной нагрузки получается экономия в металле.

Что касается экономии вопроса, то поскольку в железобетонных конструкциях имеется большая возможность получения нужной степени сопротивления отдельных сечений (армирование, вуты и т. п.), экономичность от применения к расчету статически неопределимых систем теории пластичности не проявляется в такой степени и так часто, как в металлических. Так, например, в балках опытов Kazinczy можно было добиться увеличения несущей способности балок путем усиления армировки при обычном методе расчета, имея при этом экономию в расходе железа на 5—10 % против того, которая получилась при расчете по теории пластичности. Тем не менее, можно сделать относительно положительных сторон применения теории пластичности следующее заключение:

1. В случае необходимости можно рассчитывать железобетонные неразрезные балки по теории пластичности, что дает возможность наиболее экономичного расположения (распределения) арматуры; такая возможность не всегда имеется при расчете по теории упругости.

2. Нет необходимости в случае наличия статических неясностей ставить такую арматуру, чтобы она удовлетворяла крайним положениям, т. е. и максимальному и минимальному моментам; достаточно принять определенное распределение моментов и ставить арматуру применительно только к таким образом полученным моментам¹⁾.

В общем можно сказать, что для конструкции важна не величина момента в отдельном сечении, а сумма опорного и пролетного моментов.

3. Нет часто необходимости в учете возможных осадок опор²⁾, а также усадочных и температурных явлений: последние могут

1) Это положение давно имеет отражение в американских приемах расчета.

2) Практически это делается давно: при расчете железобетонных перекрытий не учитывают, ведь, упругой осадки балок вследствие прогибов прогонов или осадки кирпичных стен и т. д.

только отразиться на величине неизбежных в общем трещин, а на несущую способность балок не имеют почти никакого влияния.

4. Точность расчета по теории пластичности такого же порядка, как и по теории упругости, где неясности появляются из-за невозможности точного определения модуля упругости, моментов инерции, влияния нормальных и поперечных сил и др. Большая же легкость расчета по теории пластичности тем более выявляется, чем сложнее статическая неопределимость.

5. Соответственным армированием можно добиться того, что неизбежные в общем трещины появятся в местах, где они более терпимы.

Можно из всего вышесказанного вывести практическое указание, что в случае сомнений относительно величин моментов следует принимать величины опорных меньшими, т. е. опорные сечения конструировать слабее. Это особенно важно в рамах, так как в ригеле менее опасно допустить перенапряжения, чем в стойках, каковые являются более важными элементами в отношении прочности к конструкции и подвержены к тому же большому действию нормальных сил.

Можно было бы привести много примеров того, как бессознательно давно уже применяются в практике проектирования железобетонных конструкций положения теории пластичности.

РАСЧЕТ СЕЧЕНИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК

За последнее время, как известно, многие специалисты стали выдвигать требование пересмотра старой теории расчета сечений железобетонных балок (по стадии IIb). Не останавливаясь на разборе новых методов, которые предложили Эмпергер¹⁾ Полейт²⁾, М. Я. Штаерман³⁾, Столяров⁴⁾, Гебауэр, Мелан, Залигер и др.⁵⁾, заметим, что общими и главнейшими у большинства из них являются следующие положения⁶⁾:

1) Необходимость расчета по критическому состоянию, определяемому теми или другими показателями.

2) Отказ от введения числа „ n “ (понимаемого, как отношение модулей упругости железа и бетона).

1) Dr. F. Emperger, „Der Betvern = 15 und die zulässigen Biegungsspannungen“ „Beton u Eisen“ 1931 г., № 19 и др. статьи.

2) Проф. А. Ф. Полейт. 1) „О необходимости построения формул для подбора сечений элементов железобетонных конструкций на новых принципах“, Стр. Пром. 1938 г., № 5, 2) „Проект инструкции подбора сечений по критическим усилиям“ и др. статьи.

3) Проф. М. Я. Штаерман. „Новый метод расчета железобетонных конструкций“, 1933 г.

4) Проф. Н. В. Столяров. „Пути построения новой теории железобетона“ 1933 г. „Beton u Eisen“ за 1932 г. по 1936 г. в ряде статей.

5) Штаерман вводит, как главное, еще требование учета сопротивления бетона растяжению.

Теория пластичности и дает именно возможность расчета этих сечений, удовлетворяя указанным положениям, что мы и постараемся доказать.

Мы примем следующие три положения в основу расчета сечений:

1. Сопротивлением бетона растяжению пренебрегаем.

2. Эпюра сжимающих напряжений в бетоне имеет прямоугольный характер, как это некогда предлагал в целях упрощения расчета Эмпергер.

3. Напряжения в бетоне и железе соответствуют началу текучести (предел текучести).

Что касается первого положения, то хотя и надо согласиться с Штаерманом, что бетон оказывает сопротивление растягивающим усилиям, но все же не в такой мере, как он полагает. Дело в том, что величину сил растяжения воспринимаемых бетоном, он получает, вычитывая из измеренной (по наблюдениям) силы сопротивления бетона сжатию силу сопротивления растяжению железа, вычисленную по измеренным удлинениям; но прежде, чем давать удлинения по отношению к своей первоначальной длине, арматура должна была погасить те укорочения, которые появились в ней вследствие усадки бетона. Следовательно, к вычисленным напряжениям надо добавить напряжения (сжимающие) вследствие усадки, каковые А. Навганек считает равными $400-450 \text{ кг/см}^2$. Если внесем эту поправку в расчеты Штаермана, то получим, очевидно, что в момент достижения предела текучести в железе большая часть растянутой зоны бетонного сечения оказывать сопротивление растяжению уже не будет.

Таким образом, в настоящее время¹⁾ предложение Штаермана относительно учета работы растянутой зоны бетона при расчете по стадии разрушения не может встретить достаточной поддержки.

Второе наше положение, теоретическое обоснование которому было нами дано в главе II упомянутой работы, получает подтверждение в последних опытах Шрейера опубликованных в „Beton u Eisen“²⁾. По его опытам³⁾ получается, что при напряжении, равных $1,1^3$ кубиковой прочности (что обычно и бывает в сечении изгибаемой балки, когда в железе начнется текучесть), сопротивление сжатию бетона получается именно таким, которое может быть получено по прямоугольной эпюре⁴⁾.

1) Возможно что соответствующее улучшение цемента и построения бетонов изменит, это положение.

2) Dr Ing. C. Schreyer, „Elastisität und Festigkeit des Betons auf Grund von Vürfelversuchen und relativen Spannungen“, „Beton u Eisen“, 1933 г. № 3 стр. 42.

3) Если исходить из треугольной эпюры то отношение напряжения при разрушении к временному сопротивлению [кубиковой прочности] получалось равным у различных исследователей от 1,2 до 2.

4) До этого эпюра очерчена по гиперболе, которая асимптотически приближается к ломанной линии.

Третье положение об одновременном достижении предела текучести в бетоне и железе, упрощая расчет, не дает большой погрешности в тех (обычных) случаях, если бы текучесть началась в арматуре раньше, чем в бетоне; уменьшение напряжений сказалось бы лишь в некотором увеличении высоты прямоугольной эпюры (x), плечо же внутренних сил при этом весьма мало изменилось бы.

Обратим внимание на то, что начало текучести в бетоне не есть еще момент разрушения, почему и можно говорить о начале текучести в бетоне в момент, когда железо начинает „течь“, т. е. когда вследствие больших деформаций в растянутой зоне (и прогибов) мы считаем положение „критическим“. Это критическое состояние, следовательно, вызвано состоянием железа, а не бетона, что и наблюдается в балках со слабой арматурой.

И так, согласно принятых положений, величина сопротивления сжатой зоны бетона выражается формулой:

$$D = \sigma_{bm} x b,$$

где: b —ширина сечения, а x —расстояние до нейтральной оси.

Так как величина сопротивления растянутой арматуры Fe равно:

$$Z = F_e \cdot \sigma_{em},$$

получаем:

$$\sigma_{bm} x b = F_e \cdot \sigma_{em}.$$

Откуда, обозначая:

$$\frac{\sigma_{em}}{\sigma_{bm}} = \mu \quad \text{и} \quad \frac{F_e}{b h} = \mu,$$

получаем:

$$x = \mu \kappa h,$$

где: h —высота рабочей части сечения.

Из условий:

$$D \cdot z = M_{крит.}$$

имеем:

$$\sigma_{bm} b \mu \kappa h \left(h - \frac{\mu \kappa h}{2} \right) = M_{крит.} \quad (1)$$

откуда получаем формулу¹⁾ для определения величины:

$$h = \sqrt{\frac{M_{крит.}}{\sigma_{bm} b \mu \kappa (1 - 0,5 \mu \kappa)}} \quad (2)$$

Сечение железа определяется из:

$$F_e = \mu b h \quad (3)$$

¹⁾ Опыты Роша (M. Rösch), проведенные в Цюрихе, после того, как работа была написана автором, (В.Е.М.Р.А) над 70 балками, дают величины моментов, в значительной мере совпадающие с вычисленными по этой формуле. Автор считает свою формулу достаточно простой; ее конечно еще можно видоизменить в целях облегчения составления таблицы.

В качестве примера решим задачу, разрешенную проф. М. Я. Штаерманом (см. стр. 44 его книги), а именно:

„Сконструировать плиту для $M=100000$ кг.см при:

$$\sigma_{\text{бет}} = 100 \text{ кг. см}^2 \text{ и } \mu = 0,01$$

Принимая коэффициент безопасности равным 1,92 (т. е. величину $M_{\text{крит}} = 1,92 \cdot 100000 = 192000$ кг.см) и допуская напряжение бетона на растяжение $\sigma_{\text{аз}} = 25$ кг/см², проф. Штаерман по своим формулам и таблицам получает:

$$h = \sqrt{\frac{M_{\text{крит}}}{W_1 b \sigma_{\text{бет}}}} = \sqrt{\frac{192000}{0,2279 \cdot 100 \cdot 100}} = 9,18 \text{ см}$$

$$F_e = 0,01 \cdot 100 \cdot 9,18 = 9,18 \text{ см}^2$$

По нашим формулам (2) и (3) получаем $\left(\frac{\sigma_{\text{бет}}}{\sigma_{\text{бет}}} = \frac{2400}{100} = 24 \right)$.

$$h = \sqrt{\frac{192000}{100 \cdot 100 \cdot 0,01 \cdot 24(1 - 0,5 \cdot 0,01 \cdot 24)}} = 9,55 \text{ см}$$

$$F_e = 0,01 \cdot 100 \cdot 9,55 = 9,55 \text{ см}^2$$

Полученные величины превышают соответственные величины у Штаермана на 4%. Если же снизить большое напряжение бетона на растяжение, величины Штаермана будут выше полученных нами.

Мы видим, таким образом, что расчет на основе учета пластических деформаций почти не уступает в отношении экономичности наиболее экономичному из всех предложенных новых методов расчета железобетонных сечений методу проф. Штаермана, возбуждая при этом меньше сомнений¹⁾.

Определим еще, приблизительно, величину μ — процента армировки, при котором предел текучести будет достигнут раньше в железе.

Если обозначим напряжение в бетоне к тому моменту, когда в железе будет достигнут предел текучести, через $\alpha \sigma_{\text{бет}}$, где: $\alpha < 1$ то получим, придерживаясь прямоугольной эпюры из:

$$F_e \cdot \sigma_{\text{бет}} = \alpha \sigma_{\text{бет}} x b$$

$$\frac{F_e \sigma_{\text{бет}}}{\sigma_{\text{бет}} x b} = \frac{\mu K}{C} = \alpha < 1 \text{ или: } \mu < \frac{C}{K},$$

где:

$$C = \frac{x}{h} \text{ и } \mu = \frac{F_e}{b h}$$

¹⁾ В настоящей главе показано, что положения теории пластичности можно применить также и к расчету железобетонных сечений. Способ расчета необходимо, конечно, разработать (таблицы, графики) как для прямоугольного, так и для другого вида сечений и т. д.

Опыты Мюллера (R. Müller) и Шюлле (Schülle) показали, что C всегда меньше 0,5; поэтому если примем $C=0,4$, получим, что величина μ (при $\alpha < 1$) должно быть:

$$\mu < \frac{0,4}{\kappa}.$$

Так, например, при: $\kappa = \frac{2400}{100} = 24 \quad \mu < \frac{0,4}{24} = 0,0167;$

при: $k = \frac{2400}{80} = 30 \quad \mu < \frac{0,4}{30} = 0,0133.$

Действительно, в опытах Майара (Maillart)¹⁾ над балками из железобетона, имевшего временное сопротивление равным 80 кг/см² разрушение балки вследствие раздробления бетона наблюдалось лишь при содержании арматуры не меньшем, чем в 1,4% (0,014)

Формула (2) может быть представлена в виде:

$$h = \sqrt{\frac{n}{\sigma_{bm} \cdot \mu \cdot k(1-0,5\mu k)}} \sqrt{\frac{M_{расч}}{b}} = r \sqrt{\frac{M_{расч}}{b}},$$

где: n —коэффициент запаса прочности. Для определенных величин n , k и σ_{bm} можно вычислить величину r для различных μ .

Так, например, при:

$$n = 2, \sigma_{ст} = 2500 \text{ кг/см}^2, \sigma_{bm} = 110 \text{ кг/см}^2$$

получаем:

μ	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	0,010	0,011	0,012	0,013	0,014	0,015	0,016	0,017	0,01
r	0,900	0,640	0,526	0,458	0,412	0,379	0,353	0,332	0,315	0,301	0,288	0,277	0,268	0,261	0,254	0,248	0,242	0,237

Принятая в проекте новых Технических условий и норм (опубликованном после составления предлагаемой работы, см. „Проект и стандарт“, 1936 г., № 7) формула для величины момента отличается по существу от формулы (1) только тем, что вместо 2 в знаменателе последнего члена в скобках принято ~ 1,89. Таким образом, можно использовать эту табличку и по новым Техническим условиям и нормам.

¹⁾ „Beton und Eisen“, 1932 г. № 1, стр. 10.

²⁾ Она имеет вид: $M \leq \frac{bh^2}{\kappa} R_a \alpha (1-0,53\alpha)$, где: α соответствует μk , а $R_a = \sigma_{bm}$.

КОСОЙ ИЗГИБ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК.

1. Балки прямоугольного сечения.

Косой изгиб будет иметь место в следующих случаях:

- 1) балка, находясь в наклонном состоянии, подвержена действию вертикальной нагрузки;
- 2) балка подвержена действию вертикальной и горизонтальной нагрузок.

Решение подобной задачи дано проф. Preuss'ом (журнал Bauingenieur 1924г.), приведено в конце статьи, стр. 39), но, несмотря на условность его, решение получилось весьма сложным и совершенно неприемлемым для практики.

Приведем первое решение, базируясь на положениях общепринятой „классической“ теории.

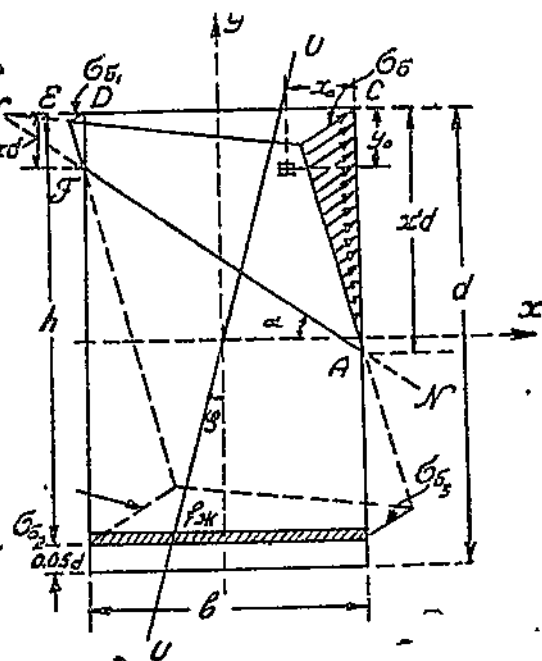
Рассмотрим два случая, могущие иметь место в практике.

I. Нулевая линия пересекает обе противоположные стороны прямоугольного сечения (фиг. 1).

II. Нулевая линия пересекает обе смежные стороны сечения, из которых первая верхняя (фиг. 2).

I-й случай.

На черт. 1 NN —нулевая линия, UU —силовая линия, т. е. плоскость действия внешнего момента.



Фиг. 1.

Если обозначим максимальное напряжение в бетоне, соответствующее углу C , через σ_0 , то, пользуясь принятым положением о пропорциональности напряжений расстояниям до нулевой линии, определим напряжения в характерных точках сечения.

$$\sigma_{01} = \frac{x}{x'} \cdot \sigma_0; \quad \sigma_{02} = \frac{0,95 - x}{x'} \cdot \sigma_0; \quad \sigma_{03} = \frac{0,95 - x'}{x'} \cdot \sigma_0.$$

Положение нулевой линии NN определяется отрезками $x \cdot d$ и $x' \cdot d$, отсекаемыми ею на сторонах сечения. Обозначив угол наклона нейтральной линии к оси x через α , получим:

$$x' \cdot d = xd + n \cdot d \cdot \operatorname{tg} \alpha \text{ или } x' = x + \frac{b}{d} \cdot \operatorname{tg} \alpha = x + z \dots \quad (1)$$

Для определения коэффициента z воспользуемся зависимостью между направлениями плоскости изгиба U и нулевой линии N , известной из сопротивления материалов:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{I_x}{I_y} \cdot \operatorname{tg} \varphi,$$

где α — угол, образованный нулевой линией с осью x , и φ — угол, образованный плоскостью действия момента с осью y .

Тогда:

$$z = \frac{b}{d} \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{d} \cdot \frac{I_x}{I_y} \cdot \operatorname{tg} \varphi$$

Приняв расстояние от оси арматуры до ближайшей грани равным $0,05$ соответствующего измерения сечения, определим выражения для моментов инерции относительно осей x и y .

$$I_x = \frac{b \cdot d^3}{12} + (0,95d - 0,50d)^2 m F_a = \frac{bd^3}{12} (1 + 2,42m\mu); \quad I_y = \frac{d \cdot b^3}{12}$$

Величиной момента инерции арматуры относительно оси yy пренебрегаем.

Подставляя значения моментов инерции в выражение коэффициента z , получим:

$$z = \frac{d}{b} (1 + 2,42m\mu) \cdot \operatorname{tg} \varphi. \quad (2)$$

При выводе расчетной формулы (2) для определения коэффициента z мы составляем выражения моментов инерции I_x и I_y , исходя из всего приведенного к бетону сечения, т. е. с учетом и растянутой зоны бетона, чего в сущности мы не должны были делать, так как общепринятая теория железобетона построена на II стадии напряженного состояния, при которой растянутая зона бетона не учитывается. Таким образом, при решении дан-

ной задачи, нами допущена условность, т. е. принята вышеприведенная зависимость (2), которая, как будет доказано ниже (стр. 9), вполне допустима.

Соппротивление всей сжатой зоны бетона выразится в виде объема усеченной пирамиды с основаниями:

$$F_{\text{пл}} \cdot ABC = \frac{1}{2} x' \cdot d \cdot \sigma_b; \quad F'_{\text{пл}} \cdot DEF = \frac{d \cdot x^2}{2 x'} \cdot \sigma_b$$

Расстояния центра тяжести пирамиды напряжений от основания и боковой стороны сечения определяются соответственно формулами:

$$x_0 = \frac{b}{4} \cdot \frac{6x^2 + 4z \cdot x + z^2}{3x^2 + 3zx + z^2}, \quad (3)$$

$$y_0 = \frac{d}{4} \cdot \frac{z^3 + 4z^2 \cdot x + 6z \cdot x^2 + 4x^3}{z^2 + 3z \cdot x + 3x^2}, \quad (4)$$

где z (малое)—вышеприведенный коэффициент (2).

Положение нулевой линии определяется уравнением равновесия, получаемым проектированием всех сил на ось балки.

$$Z - D = 0, \quad (5)$$

где Z —равнодействующая растягивающих усилий и D —равнодействующая сжимающих усилий.

Сжимающая сила D равна объему усеченной пирамиды с выше приведенными основаниями F и F' , т. е.

$$D = \frac{3x^2 + 3z \cdot x + z^2}{6(x+z)} \cdot b \cdot d \cdot \sigma_b \quad (6)$$

Растягивающая сила Z , согласно фиг. 1, равна:

$$Z = \frac{m \cdot F}{2} (\sigma_{b_1} + \sigma_{b_2}) = \frac{1,90 - 2x - z}{2 \cdot (x + z)} \cdot b \cdot d \cdot m \cdot \mu \cdot \sigma_b \quad (7)$$

Подставляя выражения D и Z в уравнение равновесия (4): получим формулу, определяющую положение нулевой линии,

$$x = -\frac{A_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{A_1}{2}\right)^2 - B_1}, \quad (8)$$

где: $A_1 = z + 2m \cdot \mu; \quad B_1 = \frac{z^3}{3} + (z - 1,90) \cdot m \cdot \mu.$

Для определения величины максимального напряжения в бетоне σ_b , составляем уравнение суммы моментов всех сил относительно оси, перпендикулярной оси y и проходящей через ось арматуры.

$$M \cdot \cos \varphi = D(0,95d - y_0) = \frac{3 \cdot x^2 + 3z \cdot x + z^2}{6(x+z)} \cdot b \cdot d(0,95d - y_0) \cdot \sigma_b,$$

откуда:

$$\sigma_6 = \frac{6M}{b \cdot d} \cdot \frac{\cos \varphi(z+x)}{(3x^2 + 3z \cdot x + z^2)(0,95d - y_0)} \quad (9)$$

y_0 —определяется по формуле (4).

Максимальное напряжение в железе будет, очевидно, равно:

$$\sigma_a = m \cdot \sigma_6 = \frac{0,95 - x}{z + x} \cdot m \cdot \sigma_6 \quad (10)$$

Так как разбираемая нами задача расчета балок прямоугольного сечения на косой изгиб является общей, то отсюда должно вытекать частное решение, т. е. решение расчета балок прямоугольного сечения с одиночной арматурой при простом поперечном изгибе.

Приравняв коэффициент z и угол φ нулю, что имеет место при простом изгибе, мы получим расчетные формулы для балок прямоугольного сечения с одиночной арматурой, приведенные в курсах железобетона.

$$x = -m\mu + \sqrt{(m\mu)^2 + 2m\mu};$$

$$\sigma_6 = \frac{2M}{d \cdot b \cdot x \cdot \left(0,95d - \frac{xd}{3}\right)} = \frac{2M}{d \cdot b \cdot x \left(h - \frac{x}{3} \cdot d\right)};$$

$$\sigma_a = \frac{0,95 - x}{x} m \sigma_6.$$

2-й случай косого изгиба.

Напряжение, как и в первом случае, определяется геометрическим путем.

$$\sigma_{6_1} = \frac{x}{x'} \cdot \sigma_6; \quad \sigma_{6_2} = \frac{0,95 + x}{x'} \cdot \sigma_6; \quad \sigma_{6_3} = \frac{0,95 - x'}{x'} \cdot \sigma_6.$$

Зависимость между коэффициентами, определяющими положение нулевой линии, будет следующая: $x' = z - x$.

Для данного случая положение центра тяжести сжатой зоны определяется координатами:

$$x_0 = \frac{b \cdot x'}{4 \cdot z}; \quad y_0 = \frac{x' \cdot d}{4}.$$

Выражение для сжимающей силы D и растягивающей Z будут следующими:

$$D = \frac{(z - x)^2 \cdot b \cdot a}{6 \cdot z} \cdot \sigma_6 \quad (11)$$

$$Z = \frac{F_a \cdot m (\sigma_{6_2} + \sigma_{6_3})}{2} = \frac{1,90 + 2x - z}{2 \cdot (z - x)} \cdot m \cdot \mu \cdot b \cdot d \cdot \sigma_6 \quad (12)$$

Подставляя в уравнение равновесия (5) выражения D и Z , получим уравнение, определяющее положение нейтральной линии.

$$x^3 + A_2 \cdot x^2 + B_2 \cdot x + C_2 = 0, \quad (13)$$

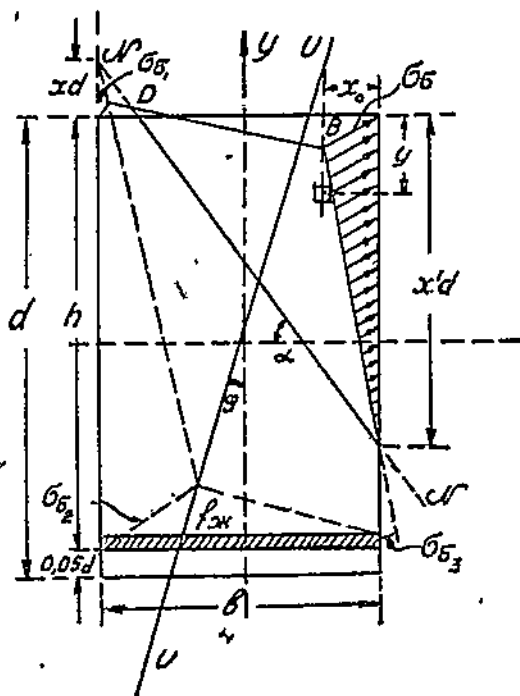
где: $A_2 = -3 \cdot z$; $B_2 = 3z(z + 2m\mu)$; $C_2 = 3z(1,90 - z)m \cdot \mu - z^3$.

Для определения напряжения в бетоне составляем уравнение равновесия суммы моментов всех сил относительно оси, перпендикулярной к оси y и проходящей через ось арматуры.

$$M \cdot \cos \varphi = D(0,95d - y_0) = \frac{b \cdot d^3 (z - x)^2}{24 \cdot z} \cdot (3,80 - z + x) \cdot \sigma_b,$$

откуда:

$$\sigma_b = \frac{24 \cdot M}{b \cdot d^3} \cdot \frac{z \cdot \cos \varphi}{(z - x)^2 (3,80 - z + x)} \quad (14)$$



Фиг. 2

Напряжение в железе определяем путём умножения максимального растягивающего напряжения в бетоне σ_b на коэффициент m .

$$\sigma_s = \frac{0,95 + x}{z - x} \cdot m \cdot \sigma_b \quad (15)$$

Замечание по ходу расчета.

1-й случай косого изгиба имеет место, когда коэффициент B_1 уравнения (8) имеет отрицательное значение. 2-й случай косого изгиба имеет место, когда тот же коэффициент B_1 уравнения (8) имеет положительное значение.

Числовые примеры.

1. Дано прямоугольное сечение: $d=60$ см; $b=40$ см; $F_a=14,18$ см²; $M=8710,0$ кгм; угол наклона плоскости действия внешних сил $\varphi=10^\circ$; $m=15$.

Сначала определяем:

$$m \cdot \mu = \frac{15 \cdot 14,18}{40 \cdot 60} = 0,0885; \quad \operatorname{tg} \varphi = 0,176;$$

$$\cos \varphi = 0,985; \quad z = \frac{60}{40} (1 + 2,42 \cdot 0,0885) \cdot 0,176 = 0,321$$

При подстановке найденных величин в выражение коэффициента B_1 мы видим, что он имеет отрицательное значение; следовательно, имеет место 1-й случай косого изгиба, и для определения коэффициента пользуемся формулой (8)

$$x = -\frac{0,4975}{2} + \sqrt{\left(\frac{0,4975}{2}\right)^2 + 0,1145} = 0,171;$$

$$y_0 = \frac{60}{4} \cdot \frac{0,321^3 + 4 \cdot 0,321^2 \cdot 0,171 + 6 \cdot 0,321 \cdot 0,171^2 + 4 \cdot 0,171^3}{0,321^3 + 3 \cdot 0,321 \cdot 0,171 + 3 \cdot 0,171^2} = 7,58 \text{ см};$$

$$\sigma_0 = \frac{6 \cdot 871000}{40 \cdot 60} \cdot \frac{0,985 \cdot (0,321 + 0,171)}{(3 \cdot 0,171^2 + 3 \cdot 0,171 \cdot 0,321 + 0,321^2) \cdot (0,95 \cdot 60 - 7,58)} = 60,0 \text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma_a = \frac{0,95 - 0,171}{0,321 + 0,171} \cdot 15 \cdot 60,0 = 1425,0 \text{ кг/см}^2.$$

2. Дано прямоугольное сечение: $d=60$ см; $b=40$ см; $F_a=14,18$ см²; $M=8710,0$ кгм; угол наклона плоскости действия внешних сил $\varphi=20^\circ$; $m=15$.

Сначала определяем:

$$m \cdot \mu = \frac{15 \cdot 14,18}{40 \cdot 60} = 0,0885; \quad \operatorname{tg} \varphi = 0,364; \quad \cos \varphi = 0,940;$$

$$z = \frac{60}{40} (1 + 2,42 \cdot 0,0885) \cdot 0,364 = 0,663.$$

При подстановке найденных величин в выражение коэффициента B_1 мы видим, что он имеет положительное значение; следовательно, имеет место 2-й случай косого изгиба, и для определения коэффициента χ пользуемся формулой (12).

$$X^3 - 1,99x^2 + 1,67x - 0,056 = 0;$$

или:

$$100x^3 - 199x^2 + 167x - 5,6 = 0; \quad x = 0,035.$$

$$\sigma_b = \frac{24 \cdot 871000}{40 \cdot 60^3} \cdot \frac{0,95 \cdot 0,663}{(0,663 - 0,035^3) \cdot (3,80 - 0,663 + 0,035)} = 72,3 \text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma_a = \frac{0,95 + 0,035}{0,663 - 0,035} \cdot 15,72,3 = 1700,0 \text{ кг/см}^2$$

С увеличением угла наклона плоскости действия внешних сил увеличиваются напряжения в бетоне и железе. Нижеприведенная таблица это подтверждает.

Таблица 1.

Угол наклона	0°	10°	20°	30°
Напряжение в железе кг/см ²	1225,0	1430,0	1700,0	1895,0
Напряжение в бетоне кг/см ²	42,5	60,0	72,3	76,6

Решение наше можно считать приемлемым для практики только в том случае, когда принятая условность коэффициента z отражается на конечном результате в допустимых пределах. Из решения числового примера 2, при разных величинах z , мы приходим к заключению, что изменение величины z в весьма малой степени отражается на конечном результате. Иллюстрацией этого положения служит таблица 2.

Таблица 2.

Величина коэффициента Z	0,546	0,610	0,633	0,700
Напряжение в железе кг/см ²	1640,0	1645,0	1700,0	1725,0
Напряжение в бетоне кг/см ²	70,0	70,2	72,3	73,75

В таком случае, казалось-бы, и коэффициент $z = \frac{d}{b} \cdot \operatorname{tg} \varphi$, принятый Preuss'ом (см. стр. 39), может иметь применение, но дальнейшие исследования приводят к заключению, что принятый коэффициент z (формула (2)) дает более правильное решение.

Из решения числового примера 2 (стр. 66), воспользовавшись выражением коэффициента z по Preuss'у, мы приходим к следующему результату:

$$z = 0,546; x = 0,038; x^1 = 0,546 + 0,038 = 0,584;$$

$$B_1 = \frac{z^2}{3} + (z - 1,90) \cdot m \cdot \mu = \frac{0,546^2}{3} +$$

$$(0,546 - 1,90) \cdot 15 \cdot \frac{14,18}{40,60} = -0,021.$$

Коэффициент B^1 имеет отрицательное значение, следовательно, согласно вышеизложенного (стр. 66), имеет место 1-й случай косо-го изгиба.

Подставляя значения полученных коэффициентов в поверочную формулу (а), которая выведена для 1-го случая косо-го изгиба (фиг. 1), при исключении растянутой зоны бетона:

$$z_1 = \frac{d}{b} \cdot \frac{I_x}{I_y} \operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{d} \cdot \frac{6z \cdot x'^2 + 12 \cdot x'^2 (x - 1) + 3x'(3 - 4x) +}{3 \cdot (x + x') + 6m \cdot 2,12\mu} +$$

$$\frac{+ 6x^2(x' + x) + 3 \cdot x(3 - 4x) + 6m \cdot 2,12\mu \cdot \operatorname{tg} \varphi}{3 \cdot (x + x') + 6m \cdot 2,12\mu} \quad (a),$$

где: $\mu = \frac{F_a}{b \cdot d}$, z — вышеприведенный коэффициент (по Preuss'у) получим:

$$z^1 = \frac{60}{40} \cdot \frac{6 \cdot 0,546 \cdot 0,584^2 + 12 \cdot 0,584^2 \cdot (0,038 - 1) +}{3(0,038 + 0,584) + 6 \cdot 15 \cdot \frac{14,18}{40 \cdot 60}} +$$

$$\frac{+ 3 \cdot 0,584(3 - 4 \cdot 0,038) + 6 \cdot 15 \cdot 2,12 \frac{14,18}{40 \cdot 60}}{3(0,038 + 0,584) + 6 \cdot 15 \cdot \frac{14,18}{40 \cdot 60}} \cdot 0,364 = 0,800 \geq 0,546$$

$$\text{Расхождение} \quad 100 \cdot \left(\frac{0,800}{0,546} - 1 \right) = 46,8\%.$$

Из решения того же числового примера 2, воспользовавшись принятым нами выражением для z (формула 2), приходим к следующему результату:

$$z = 0,663; x = 0,035; x^1 = 0,663 - 0,035 = 0,628;$$

$$B_1 = \frac{z^2}{3} + (z - 1,90) \cdot m \cdot \mu = \frac{0,663^2}{3} + \\ + (0,663 - 1,90) \cdot 15 \cdot \frac{14,18}{40 \cdot 60} = 0,037$$

В данном случае имеем место 2-й случай косого изгиба, т. к. коэффициент B_1 имеет положительное значение.

Подставляя полученные коэффициенты в поверочную формулу (5), выведенную для 2-го случая косого изгиба (фиг. 2) при исключении растянутой зоны бетона:

$$z_1 = \frac{d \cdot z^2}{b} \cdot \frac{x'^2 \cdot (2 \cdot x'^2 + 3 - 4x') + 2 \cdot z \cdot 2,12 \cdot \mu}{x'^2 \cdot (2 \cdot x'^2 + 3z^2 - 4 \cdot z \cdot x') + 2 \cdot z^2 m \cdot 2,12 \mu} \cdot \operatorname{tg} \varphi, \quad (6)$$

где: $\mu = \frac{F_a}{b \cdot b}$; z — вышеприведенный коэффициент

(ф. 2), получим:

$$z_1 = \frac{0,663^2 \cdot 60}{40} \cdot \frac{0,628^2 (2 \cdot 0,628^2 + 3 - 4 \cdot 0,628) + 2 \cdot 0,628 \cdot 2,12 \cdot \frac{14,18}{40 \cdot 60}}{0,628^2 (2 \cdot 0,628^2 + 3 \cdot 0,663 - 4 \cdot 0,663 \cdot 0,628) + 2 \cdot 0,663^2 \cdot 15 \cdot 2,12 \cdot \frac{14,18}{40 \cdot 60}} \cdot 0,364 = 0,720 > 0,663.$$

$$\text{Расхождение: } 100 \left(\frac{0,720}{0,663} - 1 \right) = 8,5\%.$$

Как видно из этих двух примеров, принятый нами коэффициент приводит к более правильному результату.

Вторым условием, предъявляемым к z , является такое решение, при котором плоскость действия момента внутренних сил совпадает или параллельна плоскости действия момента внешних сил.

Для исследования возьмем тот же числовой пример 2, решенный при $z = 0,546$ и $z = 0,663$. Пользуясь данными решения, приведенного выше, определяем положение равнодействующих сжимающих усилий D и растягивающих Z .

При $z = 0,546$ положение равнодействующей сжимающих усилий D определяется координатами:

$$x_0 = \frac{40}{4} \cdot \frac{6 \cdot 0,038^3 + 4 \cdot 0,546 \cdot 0,038 + 6 \cdot 0,546^2}{3 \cdot 0,038^3 + 3 \cdot 0,546 \cdot 0,038 + 0,546^2} = 10,70 \text{ см};$$

$$y_0 = \frac{60}{4} \cdot \frac{0,546^3 + 4 \cdot 0,546^2 \cdot 0,038 + 6 \cdot 0,546 \cdot 0,038^2 + 4 \cdot 0,038^3}{0,546^3 + 3 \cdot 0,546 \cdot 0,038 + 3 \cdot 0,038^2} = 8,75 \text{ см}$$

Положение равнодействующей растягивающих усилий определяется ординатой x_0^1 , указывающей положение центра тяжести трапеции растягивающих усилий.

$$x_0' = \frac{b}{3\left(\frac{0,95-x}{x+z} + \frac{0,95-x-z}{x+z}\right)} \cdot \left(\frac{0,95-x}{x+z} + 2\frac{0,95-x-z}{x+z}\right) =$$

$$= \frac{b(2,85 - 3x - 2z)}{3 \cdot (1,90 - 2 \cdot x - z)} = \frac{40}{3} \cdot \frac{2,85 - 3 \cdot 0,038 - 2 \cdot 0,546}{1,90 - 2 \cdot 0,038 - 0,546} = 17,20 \text{ см.}$$

Теперь определяем положение плоскости действия пары внутренних сил D и Z .

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{b - x_0 - x_0'}{0,95 \cdot d - \varphi_0} = \frac{40 - 10,70 - 17,20}{0,95 \cdot 60 - 8,75} = 0,250;$$

$$\varphi' = 14^\circ < 20^\circ$$

Непараллельность выражается 6° отклонения (фиг. 3а).
При $z = 0,663$.

$$x_0 = \frac{40 \cdot (0,663 - 0,035)}{4 \cdot 0,663} = 9,47 \text{ см;}$$

$$y_0 = \frac{d(z-x)}{4} = \frac{60 \cdot (0,663 - 0,035)}{4} = 9,42 \text{ см;}$$

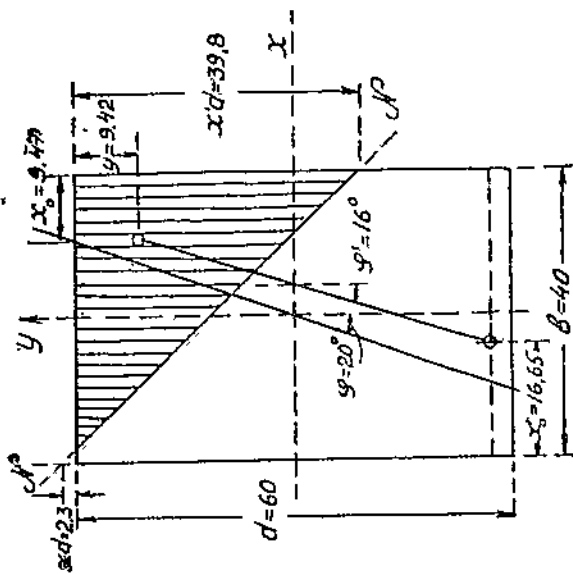
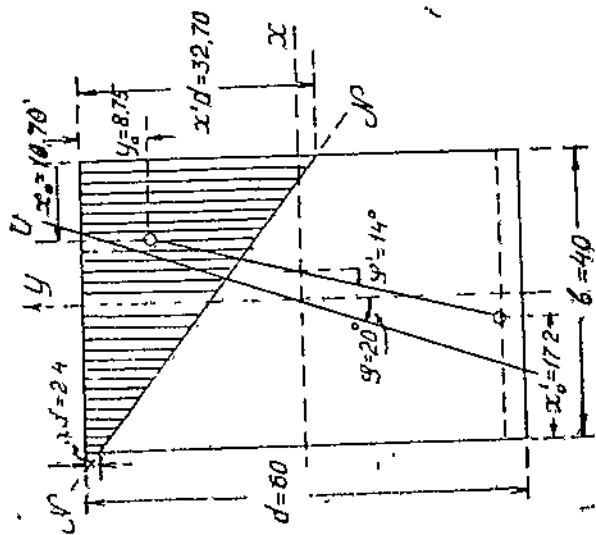
$$x_0' = \frac{b}{3\left(\frac{0,95+x}{z-x} + \frac{0,95-z+x}{z-x}\right)} \cdot \left(\frac{0,95+x}{z-x} + 2 \cdot \frac{0,95-z+x}{z-x}\right) =$$

$$= \frac{b}{3} \cdot \frac{2,85 + 3x - 2z}{1,90 + 2x - z} = \frac{40}{3} \cdot \frac{2,85 + 3 \cdot 0,035 - 2 \cdot 0,663}{1,90 + 2 \cdot 0,035 - 0,663} = 16,65 \text{ см;}$$

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{40 - 9,47 - 16,65}{0,95 \cdot 60 - 9,60} = 0,282; \quad \varphi' = 16^\circ < 20^\circ$$

Непараллельность выражается в 4° отклонения (фиг. 3, б).

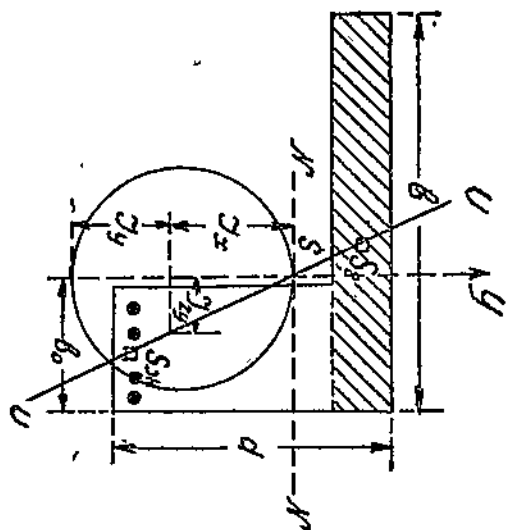
Это рассуждение опять таки показывает, что принятый нами коэффициент Z приводит к более правильному результату. Отклонение, имеющее место и в последнем случае, говорит о том, что арматуру необходимо подобрать такого сечения или так ее расположить, чтобы точка приложения равнодействующей сместилась вправо настолько, насколько этого требует непараллельность. Осуществление этого не представляет никаких затруднений. Для этого стоит только один или два ближайших стержня справа от центра взять несколько большего сечения.



Фиг. 3.

2. Изгиб несимметричных бортовых балок

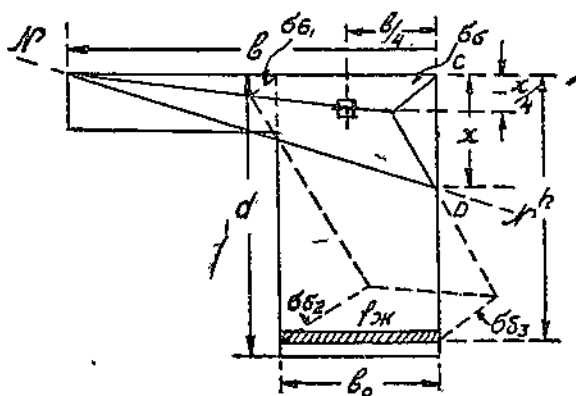
В технических условиях и нормах проектирования и возведения железобетонных сооружений указана ширина плиты (b), которую разрешается вводить в расчет в случае наличия балок с плитой, примыкающей только с одной стороны. Этому обстоятельству следует придавать должное значение, так как из него вытекает, что балку бортовую нужно рассчитывать не как несимметричное уголковое сечение, а по формулам для тавровых сечений с соответствующей рабочей шириной плиты b . Если бы, на-



Фиг. 4.

пример, плита выступала над балкой в виде консоли и не было бы усиления данного уголкового сечения в поперечном направлении, нейтральная линия занимала бы наклонное положение, и имело бы место распределение напряжений по фиг. 4. Опытами над изгибом таких балок, произведенными в Германии, такое положение нейтральной линии подтвердилось. Вследствие наклонного положения нейтральной оси, которое имеет место в отдельно лежащей бортовой балке при вертикальной нагрузке, прогиб происходит не в вертикальном направлении, а в плоскости, перпендикулярной нейтральной линии. В монолитных сооружениях горизонтальная составляющая прогиба осуществляться не может ввиду того, что примыкающая плита, а в особенности имеющие второстепенные балки допускают прогиб только в вертикальной плоскости. Если же прогиб происходит в вертикальной плоскости, то нейтральная линия должна быть горизонтальной. Тем

самым, мы приходим к выводу, что в монолитном сооружении односторонние бортовые балки почти всегда можно рассчитывать по обычным формулам для тавровых балок. Таким образом, принимая вышеприведенные соображения, мы приходим к заключению, что нейтральная ось имеет горизонтальное направление. Зная направление нулевой линии, мы можем, пользуясь кругом инерции Моира, определить направление силовой линии, которая будет сопряженной с нулевой линией, т. е. центробежный момент приведенного сечения относительно их будет равен нулю. На фиг. 4 построен круг Моира по данным: I_x ; I_y ; I_{xy} . Прямая, соединяющая конец перпендикуляра I_{xy} с центром тяжести S , указывает сопряженное направление UU нулевой линии NN . Как видно из черт. 4, оно проходит почти точно через центры тяжести бетона S_b и железа S_a . То обстоятельство, что силовая линия почти параллельна прямой, соединяющей S_b и S_a , объясняется тем, что сила сжатия бетона D и растяжения Z вместе должны составлять пару, плоскость действия которой совпадает с таковой от внешнего момента или параллельна ей.



Фиг. 5.

Уравнение моментов внешних и внутренних сил относительно нейтральной оси приводит к тем же значениям напряжений σ_a и σ_b , что и в симметричных тавровых балках.

Остановимся теперь на решении расчета односторонних бортовых балок в случае, когда нулевая линия занимает наклонное положение (фиг. 5).

Если наибольшее напряжение в бетоне, соответствующее углу C , обозначим через σ_b , то напряжения в других точках можно определить геометрическим путем, на основании принятого положе-

ия о пропорциональности напряжений расстояниям до нулевой линии.

$$\sigma_{\delta_1} = \frac{b - b_0}{b} \cdot \sigma_{\delta} ; \quad \sigma_{\delta_2} = \frac{b^2 \cdot (h - x) + b \cdot b_0(2x - h) - b_0^2 \cdot x}{b \cdot x \cdot (b - b_0)} \sigma_{\delta} ;$$

$$\sigma_{\delta_3} = \frac{h - x}{x} \cdot \sigma_{\delta}$$

Проектируя все силы на ось балки, получим уравнение равновесия (4), которое будет справедливо и для данного случая. Сжимающая сила D равна объему пирамиды $ABCD$:

$$D = \frac{b \cdot x}{6} \cdot \sigma_{\delta}. \quad (16)$$

Растягивающая сила Z равна, согласно чертежа (5)

$$Z = mF_a \cdot \frac{\sigma_{\delta_2} + \sigma_{\delta_3}}{2} = \frac{2 \cdot b^2(h - x) + b \cdot b_0(3x - 2h) - b_0^2 \cdot x}{b \cdot x \cdot (b - b_0)} \cdot \frac{mF_a}{2} \cdot \sigma_{\delta} \quad (17)$$

Подставляя выражения для D и Z в уравнение (5), получим уравнение, определяющее положение нулевой линии.

$$x = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (18)$$

где:

$$A = b(b - b_0); B = 3mF_a \left(2b - 3b_0 + \frac{b_0^2}{b} \right); C = 6 \cdot h \cdot mF_a(b_0 - b)$$

Для определения напряжения в бетоне составляем уравнение суммы моментов всех сил относительно оси, перпендикулярной оси Y и проходящей через ось арматуры.

$$M = \frac{bx}{6} \cdot \sigma_{\delta} \left(h - \frac{x}{4} \right)$$

Откуда:

$$\sigma_{\delta} = \frac{6M}{b \cdot x \left(h - \frac{x}{4} \right)} \quad (19)$$

Максимальное напряжение в железе определяется выражением наибольшего растягивающего напряжения σ_{δ_2} , умножая его на коэффициент m .

$$\sigma_{a \max} = \frac{b^2(h - x) + b \cdot b_0(2x - h) - b_0^2 \cdot x}{b \cdot x \cdot (b - b_0)} \cdot m \cdot \sigma_{\delta} \quad (20)$$

Минимальное напряжение соответственно равно:

$$\sigma_{a \min} = m \cdot \sigma_{\delta_3} = \frac{h - x}{x} m \cdot \sigma_{\delta} \quad (21)$$

Таким образом, наш подход дает возможность получать величину максимального напряжения в железе, в то время, как по решениям, приведенным в курсах железобетона, можно определить напряжение в железе, предполагая последнее сосредоточенным в одной точке, лежащей в плоскости действия момента.

Числовые примеры.

1. Условие взято для сравнения из курса железобетона Залигера.

Ребристая балка с односторонней плитой общей высотой $d = 50$ см, при толщине плиты $d_{пл} = 12$ см, при ширине плиты $b = 50$ см, ширина ребра $b_0 = 25$ см;

$F_a = 19,60$ см²; полезная высота $h = 46$ см; изгибающий момент $M = 790000$ кг/см; $m = 15$.

$$A = 50 \cdot (50 - 25) = 1250,0;$$

$$B = 3 \cdot 15 \cdot 19,6 \cdot \left(2 \cdot 50 - 3 \cdot 25 + \frac{25^2}{50} \right) = 33100,0;$$

$$C = 6 \cdot 46 \cdot 15 \cdot 19,6 \cdot (25 - 50) = -2030000,0$$

$$X = \frac{-33,10 + \sqrt{33,10^2 + 4 \cdot 1,25 \cdot 2030,0}}{2 \cdot 1,25} = 29,4 \text{ см};$$

$$\sigma_b = \frac{6 \cdot 790000}{50 \cdot 29,4 \cdot \left(46 - \frac{29,4}{4} \right)} = 83,5 \text{ кг/см};$$

$$\sigma_{a \max} = \frac{50^2 \cdot (46 - 29,4) + 50 \cdot 25(2 \cdot 29,4 - 46) - 25^2 \cdot 29,4}{50 \cdot 29,4 \cdot (50 - 25)} =$$

$$= 15 \cdot 83,5 = 1335 \text{ кг/см}^2.$$

$$\sigma_{a \min} = \frac{46 - 29,4}{29,4} \cdot 15 \cdot 83,5 = 70,60 \text{ кг/см}^2.$$

Сравнительная таблица

Положение нулевой линии см		Напряжение в бетоне кг/см ²		Напряжение в железе кг/см ²			
По нашему решен.	По Залигеру	По нашему решен.	По Залигеру	По нашему решен. макс.	По нашему решен. миним.	По нашему решен. средн.	По Залигеру
29,4	29,8	83,5	88,0	1335,0	706,0	1020,0	1080,0

Как показывает последняя таблица, напряжение в железе, получаемое по формуле Залигера, соответствует не максимальному его значению, а среднему, равному полусумме максимального и минимального напряжений.

2. Условие взято из „Theorie des Eisenbeton von Hager.“

Резбистая балка с односторонней плитой общей высотой $d = 60$ см, полезной высоты $h = 57,4$ см, $b_0 = 25$ см; ширина плиты $b = 68$ см;

$$F_a = 12,57 \text{ см}^2; M = 5620,0 \text{ кг·см}; m = 15;$$

$$A = 68(68 - 25) = 2920,0;$$

$$B = 3 \cdot 15 \cdot 12,57 \left(2 \cdot 68 - 3 \cdot 25 + \frac{25^2}{68} \right) = 39500,0;$$

$$C = 6 \cdot 57,4 \cdot 15 \cdot 12,57 \cdot (25 - 68) = -2800000,0;$$

$$X = \frac{-39,5 \pm \sqrt{39,5^2 + 4 \cdot 2,92 \cdot 2800,0}}{2 \cdot 2,92} = \frac{-39,5 \pm 185,0}{5,84} = 24,9 \text{ см};$$

$$\sigma_0 = \frac{6 \cdot 562000}{68 \cdot 24,9 \cdot \left(57,4 - \frac{24,9}{4} \right)} = 38,9 \text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{68^2(57,4 - 24,9) + 68 \cdot 25(2 \cdot 24,9 - 57,4) - 25^2 \cdot 24,9}{68 \cdot 24,9(68 - 25)} \cdot 15 \cdot 38,9 = 974,0 \text{ кг/см}^2$$

$$\sigma_{\text{min}} = \frac{57,4 - 24,9}{24,9} \cdot 15 \cdot 38,9 = 780,0 \text{ кг/см}^2.$$

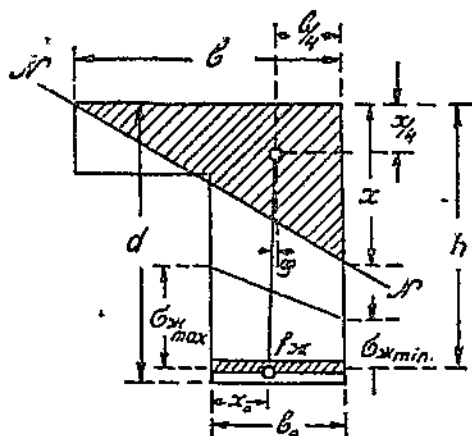
Сравнительная таблица

Положение нулевой линий см		Напряжение в бетоне кг/см ²		Напряжение в железе кг/см ²			
По нашему решен.	По Hager'y	По нашему решен.	По Hager'y	По нашему решен. макс.	По нашему решен. миним.	По нашему решен. средн.	По Hager'y
24,9	25,3	38,9	38,5	974,0	780,0	877,0	878,0

Заключение для последней таблицы остается тем же, что и для первой.

Произведем теперь исследование, в каком положении будет находиться плоскость действия пары внутренних сил D и Z при условии равномерного распределения арматуры по ширине ребра b_0 .

1-й числовой пример.



Фиг. 6.

Положение силы D определяется координатами $b/4$ и $x/4$; положение силы Z определяется ординатой x_0 . Положение плоскости действия пары внутренних сил определяется для данного случая следующим выражением:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{b_0 - \frac{b}{4} - x_0}{h - \frac{x}{4}},$$

$$\text{где: } x_0 = \frac{b_0(\sigma_{a \max} - 2\sigma_{a \min})}{3(\sigma_{a \max} + \sigma_{a \min})}$$

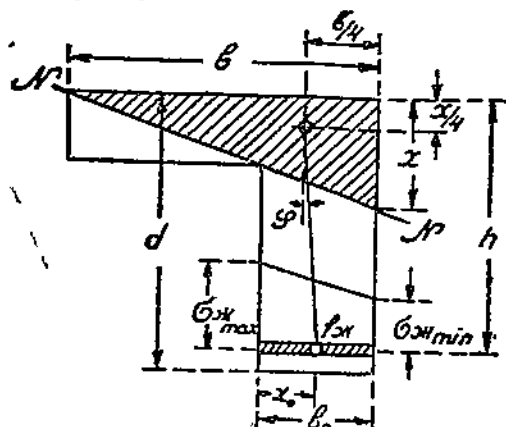
Подставляем числовые значения:

$$x_0 = \frac{25 \cdot (1335 + 2 \cdot 706)}{3 \cdot (1335 + 706)} = 11,23 \text{ см}; \quad \frac{b}{4} = \frac{50}{4} = 12,5 \text{ см};$$

$$\frac{x}{4} = \frac{29,4}{4} = 7,36 \text{ см},$$

получим:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{25 - 11,23 - 12,5}{46 - 7,35} = 0,0329; \quad \varphi = 2^\circ$$



ФИГ. 7.

Для последнего случая положение плоскости действия парь внутренних сил определяется выражением:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\frac{\tilde{n}}{4} + x_0 - b_0}{h - \frac{x}{\lambda}},$$

где x_0 имеет то же значение, что и в 1-м примере.

$$x_0 = \frac{25 \cdot (974 - 2 \cdot 780)}{3 \cdot (974 - 780)} = 12,0 \text{ см};$$

$$\frac{b}{4} = \frac{68}{4} = 17,0 \text{ см},$$

$$\frac{x}{4} = \frac{24,9}{4} = 6,22 \text{ см};$$

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{17 - 12 - 25}{57.4 - 6.22} = 0.0782; \varphi = 4^{\circ}30'.$$

Последнее обстоятельство указывает, что при равномерном распределении арматуры по ширине балки, плоскость действия равнодействующих внутренних сил находится не в вертикальном положении, в котором действует момент внешних сил.

Явление это не соответствует нашему представлению о равновесии системы, т. е. условию, что плоскости действия пары внутренних сил и внешних сил должны или совпадать, или быть параллельными между собой.

Для 1-го числового примера, чтобы удовлетворить этому условию статистики, достаточно было бы принять $b=2,1b_0$.

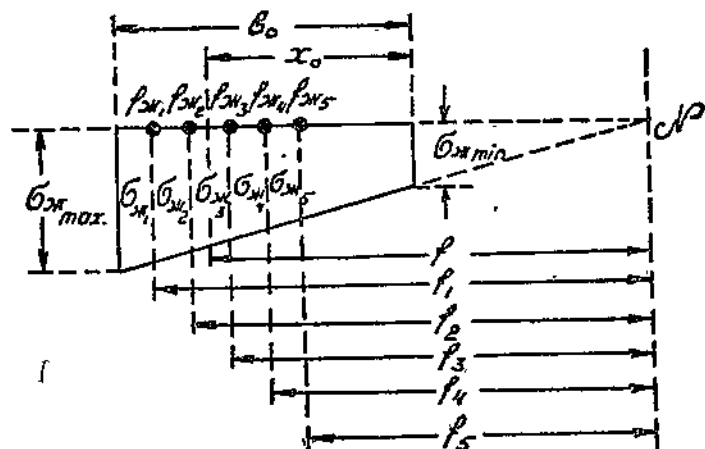
Для 2-го же числового примера необходимо подобрать арматуру такого диаметра, чтобы равнодействующая растягивающих усилий лежала в вертикальной плоскости, проходящей через центр тяжести пирамиды напряжений.

Укажем на один из практических приемов армировки такого сечения, в принципе ничем не отличающегося от приема Nagera.

Составляем два уравнения равновесия:

1. Сумма растягивающих усилий в отдельных стержнях равна равнодействующей этих растягивающих усилий.

2. Сумма моментов этих усилий относительно нулевой точки равна моменту равнодействующей этих усилий относительно той же точки.



Фиг. 8.

$$\frac{\sigma_{a_{max}} + \sigma_{a_{min}}}{2} \cdot F_a = \sum_{i=0}^{i=n} F_{a_i} \cdot \sigma_{a_i} = F_{a_1} \cdot \sigma_{a_1} + F_{a_2} \cdot \sigma_{a_2} + \dots + F_{a_n} \cdot \sigma_{a_n} \quad (22)$$

$$\frac{\sigma_{a_{max}} + \sigma_{a_{min}}}{2} \cdot F_a \cdot f = \sum_{i=0}^{i=n} F_{a_i} \cdot \sigma_{a_i} \cdot f_i = F_{a_1} \cdot \sigma_{a_1} \cdot f_1 + \dots + F_{a_n} \cdot \sigma_{a_n} \cdot f_n \quad (23)$$

$$f = \frac{b}{4} + \frac{\sigma_{a_{min}} \cdot b_0}{\sigma_{a_{max}} - \sigma_{a_{min}}}; \quad f_1 = f + b_0 - \frac{b}{4} - 2 - \frac{d_{a_1}}{2};$$

$$f_2 = f_1 - 2 - d_{a_2}; \quad f_3 = f_2 - 2 - d_{a_3};$$

$$f_n = f_{n-1} - 2 - d_{a_n}; \text{ где } d_a \text{ — диаметр стержня арматуры.}$$

Продemonстрируем это правило распределения стержней на 2-м числовом примере. Предполагаем установку 4 стержней диаметра порядка 20 мм.

$$f = \frac{68}{4} + \frac{780 \cdot 25}{974 - 780} = 117,0 \text{ см};$$

$$f_1 = 117 + 25 - \frac{68}{4} - 2 - \frac{2}{2} = 122 \text{ см};$$

$$\sigma_{a_1} = \frac{122}{117 - 25 - \frac{68}{4}} - 974 = 951,0 \text{ кг/см}^2;$$

$$f_2 = 122 - 2 - 2 = 118 \text{ см}; \quad \sigma_{a_2} = \frac{118}{125} \cdot 974 = 920,0 \text{ кг/см}^2;$$

$$f_3 = 118 - 2 - 2 = 114 \text{ см}; \quad \sigma_{a_3} = \frac{114}{125} \cdot 974 = 899,0 \text{ кг/см}^2;$$

$$f_4 = 114 - 2 - 2 = 110 \text{ см}; \quad \sigma_{a_4} = \frac{110}{125} \cdot 974 = 858,0 \text{ кг/см}^2.$$

Подставляем найденные величины в уравнения (22) и (23), задавшись предварительно диаметром двух первых стержней, положим $F_{a_1} = F_{a_2} = 1 \text{ } \varnothing 20 \text{ мм} = 3,14 \text{ см}^2$.

$$\frac{974 + 780}{2} \cdot 12,57 = 3,14 \cdot 951,0 + 3,14 \cdot 920,0 + F_{a_3} \cdot 889 + F_{a_4} \cdot 858;$$

$$\frac{974 + 780}{2} \cdot 12,57 \cdot 117,0 = 3,14 \cdot 951,0 \cdot 122 + 3,14 \cdot 920 \cdot 118 +$$

$$+ F_{a_3} \cdot 889 \cdot 114 + F_{a_4} \cdot 858 \cdot 110,0;$$

$$5130 = F_{a_3} \cdot 889 + F_{a_4} \cdot 858;$$

$$584000 = F_{a_3} \cdot 1014000 + F_{a_4} \cdot 94400;$$

$$F_{a_3} = 5,55 \text{ см}^2; \quad F_{a_4} = 0,233 \text{ см}^2.$$

Полученный результат показывает, что площадь F_{a_4} невелика. Ей соответствует стержень диаметром 6 мм, которого по конструктивным соображениям мы поставить не можем; кроме того для закрепления хомутов мы должны в правом углу ребра поставить стержень диаметром минимум 10 мм. Исходя из этих соображений, мы рекомендуем следующий подход. Задаемся, если нас устраивают, 4 стержня, двумя крайними, средние же F_{a_3} и F_{a_4} определяем из решения уравнений. При количестве стержней, большем 4-х мы должны опять таки задаться таким количеством стержней, чтобы неизвестных было не больше двух.

Принимаем для нашего примера оба крайних стержня

$$F_{a_1} = 1 \varnothing 20 \text{ мм} = 3,14 \text{ см}^2 \text{ и } F_{a_4} = 1 \varnothing 10 \text{ мм} = 0,79 \text{ см}^2,$$

сохраняя положение первых трех стержней неизменными.

Очевидно, при этом значения: $f_1; f_2; f_3; \sigma_a; \sigma_{a_1}; \sigma_{a_2}; \sigma_{a_3}$ остаются без изменения; f_4 и σ_{a_4} требуется определить:

$$f_4 = f - \frac{b}{4} + 2 + \frac{d_{a_1}}{2} = 117 - 17 + 2 + 1 = 103 \text{ см};$$

$$\sigma_{a_4} = \frac{103}{125} \cdot 974 = 803 \text{ кг/см}^2.$$

Подставляя известные величины в уравнения (22) и (23), определяем неизвестные F_{a_2} и F_{a_3} .

$$\frac{780 + 974}{2} \cdot 12,57 = 3,14 \cdot 951,0 + F_{a_2} \cdot 920,0 + F_{a_3} \cdot 889,0 + 0,79 \cdot 803,0;$$

$$\frac{780 + 974}{2} \cdot 12,57 \cdot 117,0 = 3,14 \cdot 951,0 \cdot 122,0 + F_{a_1} \cdot 920,0 \cdot 118,0 +$$

$$+ F_{a_2} \cdot 889,0 \cdot 114,0 + 0,79 \cdot 803,0 \cdot 103,0;$$

$$7413,0 = F_{a_2} \cdot 920,0 + F_{a_3} \cdot 889,0;$$

$$861700,0 = F_{a_2} \cdot 108500,0 + F_{a_3} \cdot 101300,0.$$

Откуда:

$$F_{a_2} = 4,67 \text{ см}^2 \text{—этому соответствует } 1 \varnothing 24 \text{ мм} = 4,52 \text{ см}^2;$$

$$F_{a_3} = 3,41 \text{ „ „ „ } 1 \varnothing 22 \text{ „ } = 3,80 \text{ см}^2.$$

Сумма площадей сечения отдельно принятых стержней равна $F_{a_1} + F_{a_2} + F_{a_3} + F_{a_4} = 3,14 + 4,52 + 3,80 + 0,79 = 12,25 \text{ см}^2 < 12,57 \text{ см}^2$

Таким образом, мы получили решение, удовлетворяющее как расчетным, так и конструктивным требованиям. Наши расчетные формулы, как и формулы Hager'a, дают возможность проверить напряжения при косом изгибе в сечении, уже заданном. В зависимости от того, насколько удачным сечением бетона и железа мы задались, количество расчетных операций больше или меньше.

Задаваясь шириной ребра b_0 , полезную высоту сечения рекомендуется определять пользуясь формулой для подбора сечений балок прямоугольного сечения с одиночной арматурой.

$$h = r \cdot \sqrt{\frac{M}{b}},$$

где M —расчетный изгибающий момент,

b —ширина полки плиты.

Ширину полки b принимаем, не выходя из предела

$$b = 4,5 \cdot d_{na} + b_s + b_0.$$

При отсутствии w_{ut} в плите $b = 4,5 d_{na} + b_0$.

Коэффициент (r) брать из соответствующей таблицы для балок прямоугольного сечения с одиночной арматурой при невысоких напряжениях в бетоне $\sigma_b = 25 \text{ кг/см}^2 : 30 \text{ кг/см}^2$.

Площадь сечения арматуры можно задаваться пользуясь формулой:

$$F_a \approx \frac{M}{1000 \cdot 0,88 \cdot h}.$$

3. Подход к расчету железобетонных балок прямоугольного сечения при косом изгибе, исходя из стадии разрушения.

Задачу расчета железобетонных балок прямоугольного сечения при косом изгибе можно решить, исходя из III стадии напряженного состояния, если воспользоваться вышеприведенным выражением для коэффициента α .

В основу рассуждений при выводе расчетных формул положены следующие предпосылки:

1. Монолитность железобетона, т. е. совместная работа арматуры с бетоном, предполагается ненарушенной до момента, предшествующего разрушению армированного элемента.

2. Разрушение обуславливается тем, что напряжение в арматуре достигает предела текучести (R_a) при одновременном полном использовании прочности бетона на сжатие, т. е. при критическом напряжении в бетоне, принятом нами равным кубиковой прочности (R).

3. Растянутая зона бетона в изгибаемом элементе полностью выпадает при учете общего сопротивления элемента.

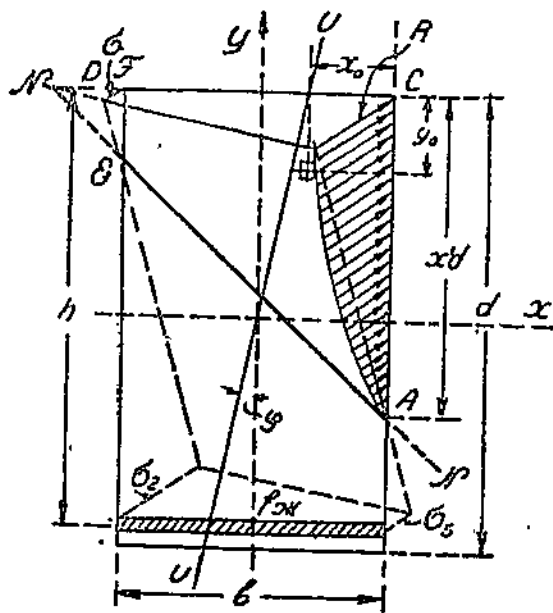
4. Бетон в сжатой зоне предполагается подчиняющимся параболическому закону с уравнением:

$$\sigma = \alpha i - \beta \cdot i^2.$$

5. Расчетные формулы выводятся в предположении, что опасное поперечное сечение армированного элемента сохраняется плоским до момента разрушения.

Остановимся сначала на первом случае косоугольного изгиба, т. е. случае, когда нулевая линия пересекает обе противоположные

стороны сечения (фиг. 9). Направление нулевой линии определяется также, как и при первых решениях, отрезками xd и $x'd$, отсекаемыми нулевой линией на противоположных сторонах сечения. Коэффициенты x и x' связаны между собой равенством (1). Для определения коэффициента z будем пользоваться попрежнему формулой (2).



Фиг. 9.

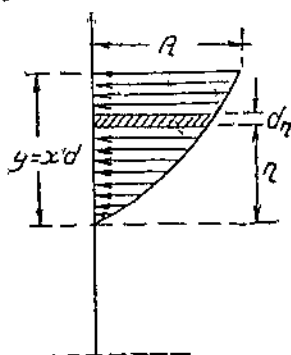
Если обозначим критическую деформацию бетона, соответствующую критическому напряжению в бетоне в углу C , через i_k и примем, что сечение остается плоским до разрушения, то напряжения в крайних точках вычисляются геометрическим путем и будут равны:

$$\sigma_1 = \frac{x}{x'} \cdot R; \quad \sigma_2 = \frac{0,95 - x}{x'} i_k \cdot E_a; \quad \sigma_3 = \frac{0,95 - x'}{x'} i_k \cdot E_a.$$

Суммарное сопротивление всей сжатой зоны бетона выразится в виде объема усеченной пирамиды с основаниями:

$$F = n_{\Delta} ABC = \lambda \cdot x' d \cdot R \text{ и } F' = n_{\Delta} DEF = \lambda \cdot \frac{x^2}{x'} \cdot d \cdot R,$$

где λ , так называемый, коэффициент полноты, представляющий собою отношение фактической диаграммы деформации к площади прямоугольника со сторонами R и y (фиг. 10). Но прежде, чем приступить к определению выражения коэффициента λ , требуется выяснить некоторые зависимости напряженного состояния.



Фиг. 10.

Для какого-либо волокна бетона, находящегося на расстоянии η от нейтральной оси, имеем следующую зависимость:

$$\frac{i}{i_k} = \frac{\eta}{y}; \quad \eta = \frac{i \cdot y}{i_k}; \quad d\eta = \frac{y \cdot di}{i_k}.$$

Теперь уже можем вывести выражение для коэффициента λ :

$$\lambda = \frac{Wd}{R \cdot y} = \frac{\int_0^{i_k} \sigma \cdot d\eta}{R \cdot y} = \frac{\int_0^{i_k} (\alpha \cdot i - \beta i^2) \cdot di}{R \cdot i_k}.$$

Подставляя вместо коэффициентов α и β их выражения в том виде, в каком их представил проф. Я. В. Столяров („Теория железобетона на экспериментальной основе“), т. е.

$$\alpha = \frac{2}{1+k} \cdot \frac{R}{i_k}; \quad \beta = \frac{1-k}{1+k} \cdot \frac{R}{i_k^2},$$

получим следующее выражение для коэффициента λ :

$$\lambda = \frac{2+k}{3 \cdot (1+k)},$$

где k коэффициент пластичности и равен отношению величины модуля упругости бетона в момент разрушения к величине модуля упругости бетона в начале деформации, т. е. $k = \frac{E_k}{E_0}$.

Коэффициент k меняется в пределах $1 > k > 0$. Чем более жесток и хрупок бетон, чем более величина коэффициента k , и, наоборот, чем более пластичен бетон, тем меньше его величина.

Таблица значений коэффициента λ в зависимости от пластичности бетона.

Таблица 3.

k	λ
0	0,667
0,1	0,636
0,2	0,611
0,3	0,590
0,4	0,571
0,5	0,555
0,6	0,542

Зная площади оснований F и F' , усеченной пирамиды напряжений бетона, определяем выражение для критической сжимающей силы D_{kp} .

$$D_{kp} = \frac{b}{3 \cdot z} (F' \cdot x' - F \cdot x) = \frac{\lambda \cdot b \cdot d \cdot R}{3 \cdot x'} (3x^2 + 3zx + z^2) = \frac{\lambda \cdot b \cdot d \cdot R}{x + z} \left(x^2 + zx + \frac{z^2}{3} \right) \quad (24)$$

При определении критической растягивающей силы допускаем, что относительному удлинению в арматуре, равному по величине i_k — критической деформации в бетоне, отвечает напряжение, соответствующее пределу текучести.

$$i_k \cdot E_a = R_a = 2400 \text{ кг/см}^2.$$

Выражение для критической растягивающей силы будет следующим:

$$Z_{kr} = \frac{F_a}{2} (\sigma_2 + \sigma_3) = \frac{F_a \cdot R_a}{2} \left(\frac{0,95 - x}{x'} + \frac{0,95 - x'}{x'} \right) = \frac{1,90 - 2x - z}{2 \cdot (z + x)} F_a \cdot R_a \quad (25)$$

Проектируя все силы на ось балки, получим уравнение равновесия: $D_{kr} = Z_{kr} = 0$.

Подставляя в последнее выражения для сил D_{kr} и Z_{kr} и разив F_a через $\mu b d$ и отношение $\frac{R_a}{R}$ через m , получим расчетную формулу для определения неизвестной величины коэффициента x .

$$x = -\frac{A_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{A_1}{2}\right)^2 - B_1}, \quad (26)$$

где:

$$A_1 = z + \frac{m_1 \cdot \mu}{\lambda}; \quad B_1 = \frac{z^2}{3} + \frac{m_1 \cdot \mu}{\lambda} (0,50 \cdot z - 0,95).$$

Выражение для критического момента определяется уравнением суммы моментов всех сил относительно оси, перпендикулярной оси y и проходящей через ось арматуры.

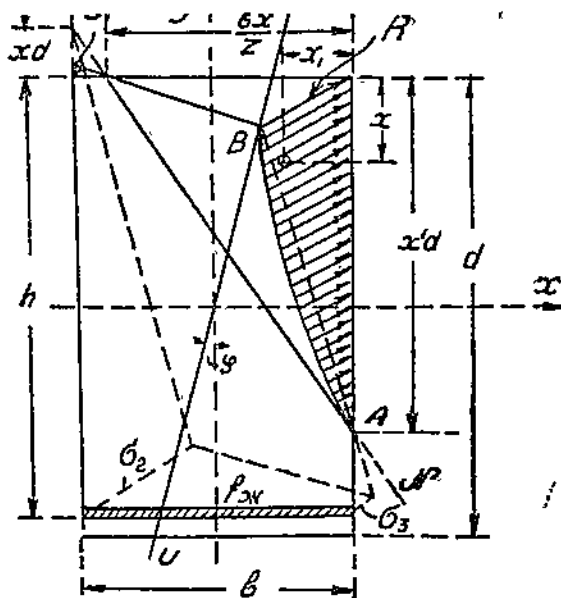
$$M_{кр} \cdot \cos \varphi = D_{кр} \cdot (0,95d - y_0) = \frac{\lambda \cdot b \cdot d \cdot R}{x + z} \left(x^2 + z \cdot x + \frac{z^2}{3} \right) (0,95d - y_0),$$

откуда:

$$M_{кр} = \frac{\lambda \cdot b \cdot d \cdot R}{(x + z) \cdot \cos \varphi} \left(x^2 + z \cdot x + \frac{z^2}{3} \right) (0,95d - y_0) \quad (27)$$

Для определения y_0 пользуемся вышеприведенной формулой (4).

Теперь остановимся на втором случае косого изгиба, т. е. случае, когда нулевая линия пересекает обе смежные стороны сечения (черт. 11).



Фиг. 11.

В этом случае напряжения в крайних точках определяется также геометрическим путем.

$$\sigma_1 = \frac{x}{x'} \cdot R; \sigma_2 = \frac{0,95 + x}{x'} \cdot i_k \cdot E_a; \sigma_3 = \frac{0,95 - x'}{x'} \cdot i_k \cdot E_a.$$

Для этого случая зависимость между коэффициентами, определяющими положение нулевой линии, будет следующей:

$$x' = z - x.$$

Критическая сжимающая сила $D_{кр}$ для этого случая равна объему пирамиды напряжений $ABCD$.

$$D_{кр} = \text{объем } ABCD = \frac{DC}{3} = \frac{(z - x)^2}{3z} \lambda \cdot b \cdot d \cdot R \quad (28)$$

Критическая растягивающая $Z_{кр}$ будет равна:

$$Z_{кр} = \frac{F_a \cdot R_a}{2} \left(\frac{0,95 + x}{x'} + \frac{0,95 - x'}{x} \right) = \frac{1,90 + 2x - z}{2(z - x)} F_a \cdot R_a \quad (29)$$

Составляя уравнение равновесия статики $\sum x = 0$, получим равенство:

$$D_{кр} = Z_{кр}$$

или

$$\frac{(z-x)^2}{3 \cdot z} \cdot \lambda \cdot b \cdot d \cdot R = \frac{1,90 + 2x - z}{2 \cdot (z-x)} \cdot F_a \cdot R_a$$

Выразив F_a через $\mu b d$ и отношение $\frac{R_a}{R}$ через m , получим расчетную формулу для определения неизвестной величины x .

$$x^3 + A_2 \cdot x^2 + B_2 \cdot x + C_2 = 0, \quad (30)$$

где:

$$A_2 = -3 \cdot z; \quad B_2 = 3 \cdot z \left(z + \frac{m_1 \cdot \mu}{\lambda} \right); \quad C_2 = z \cdot (2,85 - 1,5 \cdot z) \frac{m_1 \cdot \mu}{\lambda} - z^3.$$

Выражение критического изгибающего момента определяется уравнением суммы моментов всех сил относительно оси, перпендикулярной к оси y и проходящей через ось арматуры.

$$M_{кр} \cdot \cos \varphi = D_{кр} \cdot (0,95 d - y_0) = \frac{(z-x)^2}{12 \cdot z} \cdot \lambda \cdot b \cdot d^2 \cdot R \cdot (3,8 - z + x),$$

откуда:

$$M_{кр} = \frac{(z-x)^2}{12 \cos \varphi z} (3,80 - z + x) \lambda b d^2 R \quad (31)$$

Все замечания и указания, приведенные в первом решении по II стадии напряженного состояния, остаются в силе для данного решения.

1-й числовой пример.

Дано прямоугольное сечение: $b=40$ см; $d=60$ см; $F_a=14,18$ см²; $M=8710,0$ кгм; угол наклона плоскости действия внешних сил $\varphi=10^\circ$; критические напряжения в бетоне и железе равны соответственно $R=110$ кг/см² и $R_a=2400$ кг/см²; коэффициент пластичности $K=0,40$.

Сначала определяем:

$$\mu = \frac{14,18}{40 \cdot 60} = 0,0059; \quad \operatorname{tg} \varphi = 0,176; \quad \cos \varphi = 0,985;$$

$$m_1 = - \frac{24000}{110} = 21,8; \quad m_1 \mu = 0,1288.$$

$$z = \frac{60}{40} (1 + 2,42 \cdot 0,1288) \cdot 0,176 = 0,336; \quad \lambda = 0,571 \quad (\text{берем из таблицы 3}).$$

При подстановке найденных величин в выражение коэффициента B_1 мы видим, что он имеет отрицательное значение; следовательно, имеет место первый случай косого изгиба, и для определения коэффициента χ пользуемся формулой (26).

$$A_1 = 0,336 + \frac{0,129}{0,571} = 0,562; \quad B_1 = \frac{0,336^3}{3} + \frac{0,129}{0,572} (0,5 \cdot 0,336 - 0,95) = -0,139;$$

$$x = -\frac{0,562}{2} + \sqrt{\left(\frac{0,562^2}{2}\right) + 0,139} = 0,185;$$

$$y_0 = \frac{60}{4} \cdot \frac{0,336^3 + 4 \cdot 0,336^2 \cdot 0,185 + 6 \cdot 0,336 \cdot 0,185^2 + 4 \cdot 0,185^3}{0,336^3 + 3 \cdot 0,336 \cdot 0,185 + 3 \cdot 0,185^3} = 10,15 \text{ см};$$

$$M_{kp} = \frac{0,571 \cdot 40 \cdot 60 \cdot 110}{(0,185 + 0,336) \cdot 0,985} \left(0,185^2 + 0,336 \cdot 0,185 + \frac{0,336^3}{3} \right) \cdot (0,95 \cdot 60 - 10,15) = 1850000 \text{ кг см};$$

$$K_1 = \frac{1850000}{871000} = 2,12 > 2.$$

Прочность конструкции удовлетворяет требованиям запаса прочности.

2-й числовой пример.

Дано прямоугольное сечение: $b=40 \text{ см}$; $d=60 \text{ см}$; $F_a=14,18 \text{ см}^2$; $M=8710,0 \text{ кгм}$; угол наклона плоскости действия внешних сил $\varphi=20^\circ$; $R=110 \text{ кг/см}^2$; $R_a=2400 \text{ кг/см}^2$; коэффициент пластичности $K=0,40$.

$$\text{Сначала определяем: } \mu = \frac{14,18}{40 \cdot 60} = 0,0059;$$

$$\operatorname{tg} \varphi = 0,364; \quad \cos \varphi = 0,940; \quad m_1 = \frac{2400}{110} = 21,8; \quad m_1 \mu = 0,1288;$$

$$z = \frac{60}{40} (1 + 2,42 \cdot 0,129) \cdot 0,364 = 0,716;$$

$$\lambda = 0,571 \text{ (берем из табл. 3).}$$

При подстановке найденных величин в выражение коэффициента B_1 мы видим, что он имеет положительное значение; следовательно, имеет место второй случай косого изгиба, и для определения коэффициента x пользуемся формулой (30).

$$x^3 - 2,15 \cdot x^2 + 2,02 x - 0,079 = 0$$

или:

$$100 x^3 - 215 x^2 + 202 x - 7,9 = 0;$$

$$x = 0,041.$$

$$M_{кр} = \frac{(0,716 - 0,041)^3 \cdot 0,571 \cdot 40 \cdot 60^2 \cdot 110}{12 \cdot 0,716 \cdot 0,940} (3,80 - 0,716 +$$

$$+ 0,041) = 1555000 \text{ кг см.}$$

$$K_1 = \frac{1555000}{871000} = 1,90 < 2.$$

$$\text{Расхождение } \left(\frac{2}{1,90} - 1 \right) \cdot 100 = 5\%.$$

В данном случае требования прочности конструкции также удовлетворяются. При необходимости увеличивать сечение—выгоднее идти по пути увеличения площади бетона, но не арматуры.

Подход к расчету балок прямоугольного сечения при косом изгибе по III (разрушающей) стадии напряженного состояния, не претендуя на безукоризненность, все же ближе к истинной работе сооружения и сопровождается экономическим эффектом в сравнении с первым вариантом по общепринятой теории.

Доказательством этому служит сравнение решений одной и той же задачи (1-й числовой пример) по II и III стадиям напряженного состояния.

Из этих решений мы видим, что в то время, как по первому варианту имеет место значительное перенапряжение в бетоне и арматуре ($\sigma_c = 60 \text{ кг/см}^2 > 50 \text{ кг/см}^2$; $\sigma_a = 1450 \text{ кг/см}^2 > 1250 \text{ кг/см}^2$), по второму—конструкция требованиям прочности удовлетворяет ($K_1 = 2,12 > 2$). То же имеет место и во 2-м числовом примере.

4. Подход к расчету несимметричных бортовых балок по III стадии напряженного состояния.

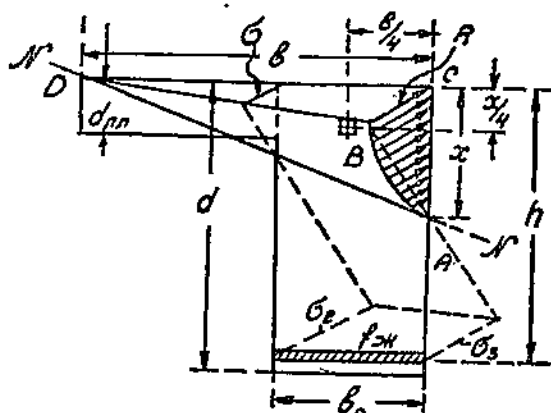
Предпосылки, принятые при решении расчета балок прямоугольного сечения при косом изгибе по стадии разрушения, остаются в силе и для данного решения.

Если через i_R обозначим критическую деформацию, соответствующую временному сопротивлению бетона R в углу C , которое мы принимаем равным временному сопротивлению бетона в ку-

биках, и примем, что сечение остается плоским до разрушения, то напряжения в крайних точках определяются геометрическим путем.

$$\sigma_1 = \frac{b - b_0}{b} \cdot R; \quad \sigma_2 = \frac{b^2 \cdot (h - x) + b \cdot b_0 (2x - h) - b_0^2 \cdot x}{b \cdot x \cdot (b - b_0)} \cdot i_R \cdot E_a;$$

$$\sigma_3 = \frac{h - x}{x} \cdot i_R \cdot E_a.$$



Фиг. 12

Критическая сжимающая сила $D_{кр}$ для данного сечения равна объему пирамиды напряжений $ABCD$ с основанием F .

Подставляя вместо F ее выражение $\lambda R x$, получим:

$$D_{кр} = \frac{\lambda R \cdot b}{3} \cdot x \quad (32)$$

Значения коэффициента λ для бетонов различной пластичности приведены выше в табл. 3.

Критическая растягивающая сила $Z_{кр}$ равна:

$$Z_{кр} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \cdot F_a.$$

Подставляя вместо σ_1 и σ_2 их значения, получим:

$$Z_{кр} = \frac{2 \cdot b (h - x) + b_0 (3x - 2h) - \frac{b_0^2 \cdot x}{b}}{x \cdot (b - b_0)} \cdot \frac{F_a \cdot R_a}{2}, \quad (33)$$

где R_a — предел текучести железа.

Составляя уравнение равновесия статики $\sum x = 0$, получим равенство $D_{кр} = Z_{кр}$.

Подставляя в последнее выражения для $D_{кр}$ и $Z_{кр}$ и обозначив отношение $\frac{R_a}{R}$ через m_1 , получим расчетную формулу для определения неизвестной величины.

$$x = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}, \quad (34)$$

где: $A = \lambda \cdot b \cdot (b - b_0)$; $B = 3m_1 \cdot F_a \left(b - 1,5 b_0 + \frac{b_0^2}{2b} \right)$;

$$C = 3 \cdot h \cdot m_1 \cdot F_a (b_0 - b)$$

Выражение для критического изгибающего момента определяется из уравнения суммы моментов всех сил относительно оси, перпендикулярной оси y и проходящей через ось арматуры.

$$M_{кр} = \frac{\lambda \cdot R \cdot b}{3} \cdot x \left(h - \frac{x}{4} \right) \quad (35)$$

Числовой пример.

Дано: $b = 68 \text{ см}$; $b_0 = 25 \text{ см}$; $d = 60 \text{ см}$;

$h = 57,4 \text{ см}$; $F_a = 12,57 \text{ см}^2$; $R = 110 \text{ кг/см}^2$;

$R_a = 2400 \text{ кг/см}^2$; $M = 562000 \text{ кг см}$; коэффициент пластичности $K = 0,40$.

Сначала определяем $m_1 = \frac{R_a}{R} = \frac{2400}{110} = 21,8$;

$$\lambda = 0,571, \quad (\text{табл. 3}).$$

$$A = 0,571 \cdot 68 \cdot (68 - 25) = 1680;$$

$$B = 3 \cdot 21,8 \cdot 12,57 \left(68 - 1,5 \cdot 25 + \frac{25^2}{2 \cdot 68} \right) = 28800;$$

$$C = 3 \cdot 57,4 \cdot 12,57 \cdot 21,8 (25 - 68) = -2030000.$$

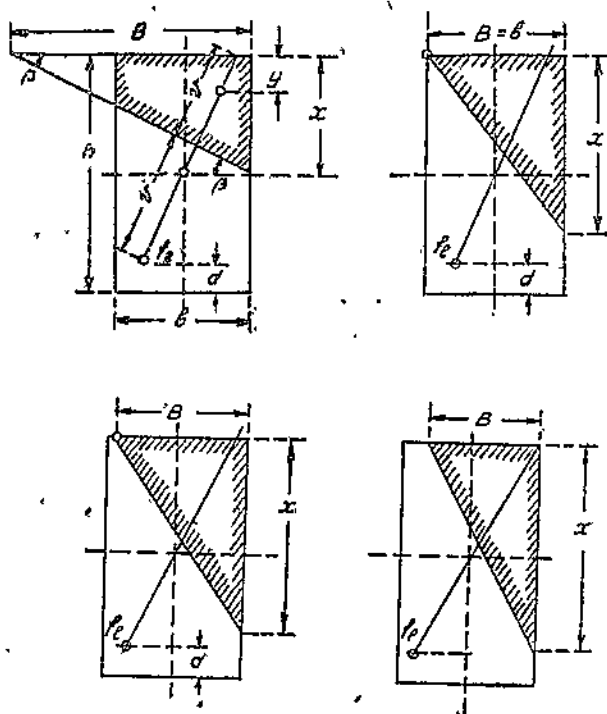
$$x = \frac{-28,8 + \sqrt{28,8^2 + 4 \cdot 1,68 \cdot 2030}}{2 \cdot 1,68} = \frac{-28,8 + 120,2}{3,36} = 27,2 \text{ см}$$

$$M_{кр} = \frac{0,571 \cdot 110 \cdot 68}{3} \cdot 27,2 \cdot \left(57,4 - \frac{27,2}{4} \right) = 1\,952\,000 \text{ кг см.}$$

$$K_1 = \frac{1\,952\,000}{562\,000} = 3,47 > 2.$$

Правила подбора сечения арматуры и распределение ее остается прежним. Последнее решение также дает экономический эффект и ближе к истинной работе конструкции.

В журнале „Baupingenieur“, Januar 1924 г., приведена работа Preussa по вопросу расчета балок прямоугольного сечения с одиночной арматурой при косом изгибе. В основу решения положены следующие расчетные схемы.



Фиг. 13.

Решение данной задачи сводится к определению неизвестной B , входящей в выражение напряжений и величин x и y .

Составив ряд уравнений равновесия и произведя соответствующие преобразования, Preuss приходит к уравнению четвертой степени вида:

$$\psi_4 \cdot B^4 + \psi_3 \cdot B^3 + \psi_2 \cdot B^2 + \psi_1 \cdot B + \psi_0 = 0.$$

Всех коэффициентов ψ приводить не будем, но для примера приведем один из них:

$$\psi_2 = (\varphi_8 \cdot b)^2 + 6 \cdot \varphi_7 \cdot \varphi_0 \cdot b^4 - 3 \cdot \varphi_1 \cdot \varphi_6 \cdot \varphi_7 \cdot b^3 + \varphi_6 \cdot \varphi_8 \cdot b^2 (b - 2\varphi_1) + 22\varphi_6 \cdot b^3,$$

где: $\varphi_1 = - \left[\frac{b'}{2} + \left(\frac{h}{2} - a \right) \cdot \operatorname{tg} x \right]$ и т. д.

Величина x определяется по формуле вида:

$$x = \frac{B^4 - B(B-b)^3}{B^4 - (B-b)^4} \cdot \left[\frac{B^4 - (B-b)^3 \cdot (B+3b)}{B^3 - (B-b)^3} - 2b + 2h \cdot \operatorname{tg} x \right] \cdot \operatorname{ctg} \alpha.$$

Более подробного анализа работы Preuss'a давать не будем, так как уже этого краткого достаточно, чтобы сказать, что способ Preuss'a чрезвычайно громоздок, а поэтому и неприемлем для практики.

Несмотря на свою громоздкость способ Preuss'a не лишен условностей:

1. Угол наклона нулевой линии (фиг. 13) определяется из равенства:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{h^2}{b^3} \cdot \operatorname{tg} x.$$

2. Арматура предполагается сосредоточенной в одной точке.

РАЦИОНАЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ РЕЗЕРВУАРОВ

При проектировании и постройке железобетонных вместилищ для жидкостей—резервуаров—весьма трудным и часто (при применении обычных способов подбора состава бетона и изоляции) неосуществимым является решение задачи достижения полной водонепроницаемости. Лишь применяя дорогостоящие средства, можно достигнуть полного отсутствия текучести во вместилищах, испытывающих большое давление жидкости, что имеет место при высоком столбе и большом удельном весе жидкости¹⁾.

Проектирующие, в целях достижения водонепроницаемости, должны, с одной стороны, принимать, во избежание больших растягивающих напряжений, значительную толщину стенок, или брать повышенную марку бетона, с другой—понижать допускаемое напряжение в арматуре при подборе сечений ее.

Все это, а также необходимость особенно тщательного выполнения работ по сооружению резервуаров, в значительной мере удорожает стоимость железобетонных резервуаров, и таковые только потому могут экономически конкурировать с железными резервуарами, что в последних приходится тратить на элементы жесткости конструкции значительное количество металла сверх того, которое идет непосредственно на оболочку (стенки).

Все сказанное побудило автора при проектировании в 1929 г. резервуаров для шлямма (шляммосилосов) Грузинского цементного завода применить новую идею²⁾ конструирования резервуаров, которая заключается в следующем:

При комбинации двух материалов—бетона и железа³⁾ бетон в стенках должен служить только целям достижения жесткости конструкции и передачи вертикальных нагрузок, передаваемых на стенки от опирающихся на них перекрытий и т. п., а также защиты железа от механических и химических воздействий жидкости. Он не должен принимать участия в восприятии растягивающих усилий; наоборот, желательно создать такие условия, при

¹⁾ Такой случай имеем, например, в резервуарах (круглых силосах) для шлямма в цементном производстве: высота столба доходит до 15 и больше метров, а вес шлямма ремня примерно 1600 кг/м^3 .

²⁾ По производственным соображениям она не получила осуществления.

³⁾ Правильнее было бы сказать: „стали“, но мы будем и в дальнейшем употреблять это более привычное название металла.

которых бетон будет и в своих вертикальных сечениях (кольцевые усилия) подвержен сжатию.

2) Поскольку в бетоне не появятся растягивающие напряжения (или же они будут достаточно малы), и, следовательно, от величины напряжений в железе, воспринимающем всю совокупность растягивающих напряжений, не зависит степень текучести, — нет необходимости в понижении допускаемых напряжений в железе против обычно принимаемых для соответствующей марки. Развитие этой идеи приводит к следующему виду конструирования.

Железный сплошной резервуар клепанной или сварной (последняя предпочтительнее) конструкции без вертикальных и лишь с двумя-тремя горизонтальными (нужными из конструктивных соображений) элементами жесткости — облицовывается с внутренней стороны бетоном толщиной в 10—15 см (толщина определяется из условий устойчивости и передачи вертикальных усилий). При этом, поскольку этот бетонный слой будет преимущественно подвержен только сжатию, его можно осуществить не монолитным бетонированием в опалубке, а кладкой из заранее заготовленных пустотелых камней, пустоты каковых заполняются параллельно складкой этих камней. Марка бетона может быть взята обычной (не повышенной, как это делается для железобетонных резервуаров).

Если защита железа от наружных влияний (атмосфера, газы и т. п.) является более важной, чем защита его от заполняющей резервуар жидкости, можно бетонную облицовку делать наружной. Тогда приходится ставить некоторую кольцевую (и вертикальную) арматуру для связывания бетона, который в данном случае уже подвержен растяжению (в зависимости от деформаций железной оболочки).

Экономия в металле, получаемая при таком конструировании, очевидна: даже если подбирать сечения поясов железной оболочки по тем же напряжениям, которые приняты были бы при расчете арматуры железобетонного сечения, получается экономия при сплошном очертании железной оболочки, потому что отпадает необходимость в вертикальной арматуре. Выше было указано на то, что напряжение значительно можно повысить (вместо обычно принимаемых при расчете резервуаров $800\text{—}1000\text{ кг/см}^2$ допускать $1200\text{—}1300\text{ кг/см}^2$), а следовательно, и уменьшить поперечное сечение, и, как результат этого, количество металла.

С другой стороны, уменьшается количество бетонной кладки, а также понижаются требования относительно качества таковой. Также удешевляется производство работ, поскольку отпадает необходимость в монолитном способе бетонной кладки, что обязательно, если диктующим условием является водонепроницаемость ее при значительном давлении жидкости.

Все это в итоге приводит к тому, что конструкция дает полную гарантию водонепроницаемости и значительно удешевляет стоимость сооружения.

В начале 1935 года был проектирован в „Цемпроекте“ под руководством автора такой „комбинированный“¹⁾ резервуар для шлямма²⁾ во всем подобный железобетонному, спроектированному для завода „Гигант“, и сделаны сравнительные подсчеты, сведенные в таблицу 1-ю.

Таблица 1.

№ п/пор.	Наименование работ	Количество работ	Цена единицы в рублях	Стоимость работ в рублях	Примечание
А. „Комбинированный“ вариант					
1	Железо листовое . . . кг	10610	0,66	7002,60	Типовые нормы на спец. работ. т. IV.
2	„ фасонное . . . „	258	1,30	335,40	
3	„ круглое . . . „	436	0,48	209,60	
4	Кладка из бетонных камней толщ. 15 см . . . кв. м.	40,8	190,00	7752,00	Железа 1030 кг.
5	Железобетон в колоннах кв. м.	7,9	250,00	1975,00	
6	„ „ воронке кв. м.	5	900,0	1500	
7	Штукатурка с железнением кв. м.	250	3,50	875,00	
	Итого . . .	—	—	19649,60	
Б. Железобетонный вариант³⁾					
1	Железобетона в стенках кв. м.	124,3	300	37290,00	Железа 18500 кг.
2	„ „ колоннах кв. м.	10,2	250	2550,00	
3	Штукатурка с железнением кв. м.	250	3,5	875,00	
	Итого . . .	—	—	40715,00	

Как видно из этой таблицы, стоимость одного „комбинированного“ резервуара (без накладных расходов) обходится в 19650 руб., в то время как железобетонный стоит 40715 руб. Расход металла равен в „комбинированном“ 12340 кг, а в железобетонном 18500 кг. Расходы бетона соответственно 54 куб. м и 135 куб. м.

Конструктивные размеры даны на эскизном черт. 1. Толщина железной оболочки взята минимальной в 3 мм⁴⁾ (меньшая толщина создала бы производственные затруднения) и доходит до 8 мм

1) Назовем так резервуары, сконструированные согласно предложенной автором идеи.

2) Вес шлямма был принят равным 1600 кг/м³.

3) Колич. взяты по проекту завода „Гигант“.

4) В данном случае автор считает возможным несколько отступить от норм.

Толщина бетонных камней (подобных по очертанию тем, которые автор применял для дымовых труб грузинского и других цементзаводов¹⁾) принята в 15 см; она могла бы быть взята и меньшей—до 10 см при других условиях, а для данного случая, сохраняя тот же коэффициент устойчивости—в 12 см, так как толщина соответствующего железобетонного резервуара в верхней части также равна 12 см (в нижней части она доходит до 55 см). Вертикальная арматура, поставленная для связи рядов камней меж собой, не обязательна.

Уменьшения количества кольцевой арматуры можно было бы также добиться следующим приемом производства работ²⁾: на отвердевший железо-бетонный резервуар (в коем почти нет кольцевой арматуры, а только вертикальная) насаживаются железные обручи, каковые затем подвергаются натяжению (путем, например, закручивания натяжных болтов). Так как бетон будет подвержен предварительному сжатию, в нем после заполнения резервуара не будет больших (или даже вовсе не будет) растягивающих напряжений; поэтому его текучесть уменьшится.

Сечение же обручей можно подбирать по обычно допускаемым напряжениям, так как от величины этих напряжений не будет уже зависеть степень текучести резервуара.

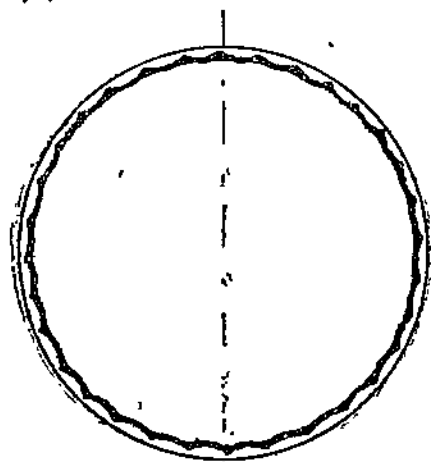
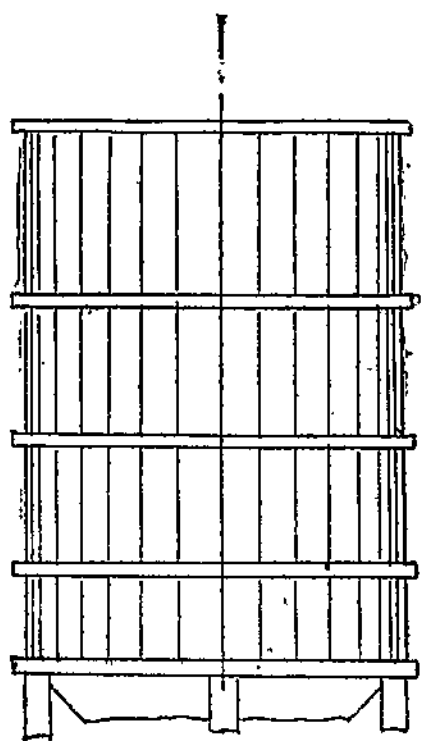
Однако, этот способ связан с лишней вертикальной арматурой (каковая нужна для передачи усилий меж обручами), менее все-же обеспечивает от протекания, усложняет производство работ и лишает возможности уложить бетонный слой без опалубки.

Другой путь, ведущий к уменьшению растягивающих напряжений в стенках резервуаров, и, следовательно, к экономии в металле (и, отчасти в бетоне) был предложен автором в 1924 году при проектировании резервуаров для пива на пивоваренных заводах в Ленинграде. Он заключается в том (см. черт. 2), что стенки проектируются в виде цепи вертикальных сводов, передающих, как балки корытного очертания, усилия на внешние железобетонные кольца, в коих сосредоточена вся нужная кольцевая арматура, подобранная по обычным напряжениям (поскольку от них уже не зависит текучесть стенок, подверженных в вертикальных своих сечениях сжатию). В данном случае растягивающие напряжения в стенках могут появиться лишь в горизонтальных сечениях в зонах, примыкающих к наружным кольцам (вследствие отрицательных моментов в стенках, работающих как не разрезные балки), но их можно соответствующим проектированием держать в достаточно небольших пределах. Резервуар, спроектированный таким образом, также будет значительно более экономичным, чем обычный железобетонный³⁾.

1) Очертание камней видна из поперечного разреза части стенки.

2) Был применен в США (описание в № 14 за 1935 журн. „Ing Neuw Record“).

3) В то время как стоимость всех других вариантов железобетонных резервуаров колебалась от 85 коп. до 1 р. 05 к. на ведро емкости, предложенный автором вариант дал стоимость только в 70 коп.



Чепан. 2.

но все же менее экономичным, чем „комбинированный“; он дает больший против последнего расход материалов, вызывает усложнение опалубочных работ (даже по сравнению с обычными типами железобетонных резервуаров) и связан с необходимостью монолитного бетонирования в опалубке.

Таким образом, как видим, наиболее экономичным и наиболее гарантирующим водонепроницаемость решением является „комбинированное“. При том большом количестве всяких вместилищ для жидкостей, которое придется соорудить в ближайшие годы в плане грандиозного социалистического строительства нашего Союза, использование предложенной автором идеи даст значительную экономию в стоимости и расходе металла и других материалов.

КОНСТРУКЦИИ С ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫМИ УСИЛИЯМИ.

При расчете гиперстатических систем по существующим правилам Строительной механики, рассматривая их (систем) работу в упругой стадии, получаем резко выраженные максимумы, при распределении усилий по длине элементов. Достаточно вспомнить вид огибающих эпюр моментов в неразрезных балках и рамах. Максимальные усилия, возникающие в отдельных сечениях системы, в той либо иной форме, влияют на выбор сечений по всей системе. В связи с этим вполне понятным является интерес строителей к вопросу о возможности некоторой нивелировки усилий, к перераспределению усилий, путем уменьшения максимумов за счет возрастания усилий в иных местах.

Перераспределение усилий в системе может быть достигнуто двумя совершенно различными путями. Имеются возможности *естественного или искусственного* выравнивания моментов в гиперстатических системах.

Естественную регулировку величин изгибающих моментов, приводящую к выравниванию эпюры мы получаем, если рассматривать работу системы при нагрузках, соответствующих стадии разрушения.

Известно, что в металлических и железобетонных конструкциях, при достижении в железе предела текучести, возникают т. н. „пластические шарниры“. В этом случае система как бы перерождается в иную с меньшей степенью статической неопределимости и, следовательно, с меньшей общей жесткостью. При дальнейшем увеличении нагрузки, в местах пластических шарниров изгибающие моменты остаются постоянными по величине либо возрастают очень незначительно (при стали — не имеющей резко выраженной площадки на диаграмме). После образования ряда пластических шарниров система обращается в изменяемую; нагрузка соответствующая этому моменту является действительной разрушающей нагрузкой системы. Если рассматривать огибающую эпюру моментов системы в стадии разрушения, то благодаря наличию ряда пластических шарниров, эпюра получается выравненной. Таким образом изменением методов расчета, переходом от расчета по упругой стадии к расчету по стадии разрушения, мы можем добиться выравнивания расчетных моментов системы.

Вопрос выравнивания эпюры изгибающих моментов, вопрос самопомощи и приспособляемости материала, при работе под

нагрузкой поднят в фундаментальных трудах и опытах проф. Грюнинга¹⁾, (Ганновер) проф. Майэр-Лейбница²⁾, (Штутгарт), доктора-инж. Гиркмана³⁾ (Вена) и проф. Ф. Канна⁴⁾. Опыты подтверждают наличие выравнивания моментов при работе конструкции за пределами текучести стали.

Однако методы расчета гиперстатических систем по стадии разрушения в настоящее время еще не разработаны настолько полно, чтобы они могли получить применение в практике. Отметим лишь, что в этом направлении проводится, у нас и за границей, большая теоретическая и исследовательская работа. Нет сомнения в том, что по крайней мере в ближайшие годы мы будем еще рассчитывать конструкции по старому, по упругой стадии; в этом случае могут иметь применение лишь *искусственные* методы регулирования усилий в проектируемой системе.

Обзор достижений в этом направлении можно найти в работах известного французского инженера Генри Лосье⁵⁾. Он приводит следующие приемы искусственного изменения вида эпюры моментов в неразрезных балках.

1. Смещение опорных точек балок либо создание упругих опор. Опускание опор с целью перераспределения усилий было применено при строительстве одного промышленного здания во Франции в 1919 году. Упругие опоры были применены при строительстве моста⁶⁾.

2. Подвергание некоторых элементов системы растяжению или сжатию. Этот способ удобно применять в фермах.

3. Введение гибких либо жестких элементов. В систему вводят временно элементы, имеющие большую гибкость или, наоборот, большую жесткость. После частичной загрузки системы эти временные элементы заменяются на постоянные.

Кроме указанных способов следует еще упомянуть о применении при строительстве железобетонных арочных мостов способе раскружаливания, путем поднятия свода действием домкратов, установленных в ключе. Этот метод предложен известным французским инж. Фрейсинэ. Кроме легкого способа раскружаливания арок, здесь одновременно достигается перераспределение усилий в арке с весьма положительным эффектом.

Все указанные методы регулирования усилий в гиперстатических системах не нашли, как известно, распространения в практике промышленного и гражданского строительства; причиной

¹⁾ Die Tragfähigkeit Statisch unbest. Tragwerke aus Stahl, Berlin, 1926.

²⁾ Bautechnik, 1928, № 1 und 2.

³⁾ Stahlbau, № 16, 1932.

⁴⁾ Travaux № 20, 1934 p. 331—338. Etude des effets de l'egalisation des moments fléchissants.

⁵⁾ „Travaux“ № 26, Feb. 1935, pag 79-83. Le rélage ou fonctionnement des poutres continues ou encastrées.

⁶⁾ Henry Lossier. „Genie Civil“ August 1912.

этому является, вероятнее всего, громоздкость предложенных методов, осуществление которых обходится дороже, чем экономия, которую они могут дать.

В любой статически неопределимой системе, балке, раме, ферме, арке можно запроецировать и создать предварительные усилия, которые при суммировании с расчетными усилиями дали бы существенный эффект. Получение предварительных усилий легче всего достигается путем применения следующего приема, предлагаемого автором.

Выделим при проектировании, а затем при возведении в натуре, из заданной статически неопределимой системы одну или несколько отдельных частей, которые представляли бы собою самостоятельные статически определимые, или неопределимые, неизменяемые системы. Далее мы их называем простейшими системами. Простейшие системы, хоть степень их статической неопределимости ниже, чем в заданной (она может быть равна нулю), однако они могут выдерживать вполне определенную нагрузку. Нагрузим простейшие системы временной нагрузкой, которая вызывает появление в отдельных элементах системы усилий, не превосходящих допускаемых. Затем, выдерживая простейшие системы под нагрузкой, соберем всю систему в одну заданную. После этого снимаем ранее приложенную временную нагрузку.

Вследствие того, что нагрузка вначале была приложена к системам одного вида (простейшим), а снята после ее перерождения (обращения в заданную), в проектируемой статически неопределимой системе появились остаточные внутренние усилия. Искусство проектировщика, применяющего предлагаемую нами идею, должно заключаться в том, чтобы так расчленить заданную систему на простейшие и применить такие виды нагрузок, которые в расчетном отношении привели бы к наилучшему перераспределению расчетных усилий, а в производственном отношении были бы легко осуществимы.

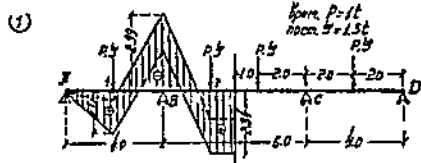


Рис. 1.

Применение предлагаемого метода покажем на трех примерах.

1. Пусть задано запроецировать трехпролетный прогон под нагрузки сосредоточенными силами: постоянную $G=1,5$ т и временную $P=1$ т. Схема балки и расположение грузов указаны на рис. 1; там же слева указана огибающая эпюры моментов. Расчетные моменты получились: в первом пролете под местом приложения груза $M_1 = +1,52$ т. м; над средней опорой B момент $M_2 = 2,99$ т. м и, наконец, в средней трети среднего пролета $M_3 = +2,34$ т. м. Следовательно, по отношению к максимальному моменту $M_2 = -2,99$ т. м в опорах B или C, момент в среднем пролете M_3 составляет 78%, а в крайнем пролете M_1 лишь 51%.

Теперь допустим, что с целью получения предварительных усилий балка была выполнена по одному из следующих вариантов:

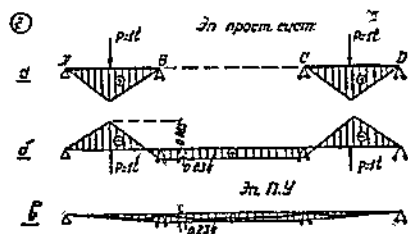


Рис. 2.

силами $P=1\text{ т}$ (рис. 3а), затем была присоединена средняя треть среднего пролета балки и, наконец балка разгружена.

в) Балка по схеме п. „б“ была нагружена в концах консолей парами сил $M=1\text{ т. м}$ (рис. 4а).

г) Балка по схеме п. „б“ была нагружена силами $P=1\text{ т}$ не в концах консолей, а на расстояниях в 1 метр от опор В и С (рис. 5а).

д) Неразрезная балка обращена в балку системы Гербера постановкою шарниров в третях среднего пролета; посредине среднего пролета дана нагрузка $P=1\text{ т}$ (рис. 6а), после чего шарниры уничтожены и балка разгружена.

Для всех указанных вариантов на рис. 2а, 3а, 4а, 5а и 6а приведены схемы и эпюры моментов простейших систем; на рис. 2б, 3б, 4б, 5б и 6б показаны эпюры, возникающие в неразрезной балке, при снятии временной нагрузки $P=1\text{ т}$ или $M=1\text{ т. м}$; наконец, на рис. 2в, 3в, 4в, 5в и 6в показаны эпюры предварительных усилий (эпюры п. у) и деформации балки (в искаженном виде) при указанных выше разных вариантах. Рассматривая эпюры предварительных усилий и деформации балки, не следует забывать, что закон неразрезности и плавности оси балки теряются в тех сечениях, которыми мы пользовались для перехода от простейшей системы к заданной.

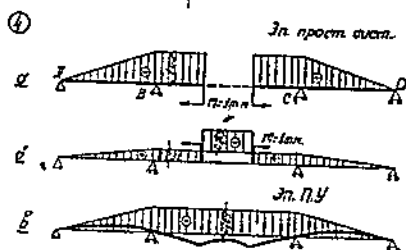


Рис. 4.

а) Крайние пролеты, в виде простых, однопролетных балок были нагружены посредине сосредоточенными силами $P=1\text{ т}$, (рис. 2а); затем был присоединен к крайним пролетам средний пролет ВС; наконец, балка разгружена.

б) Крайние пролеты с консолями длиной в 2 метра были нагружены в концах консолей

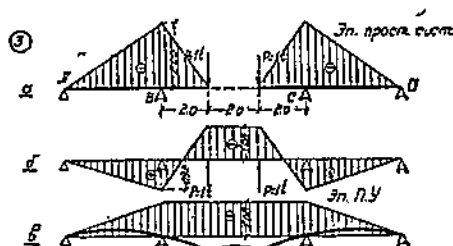
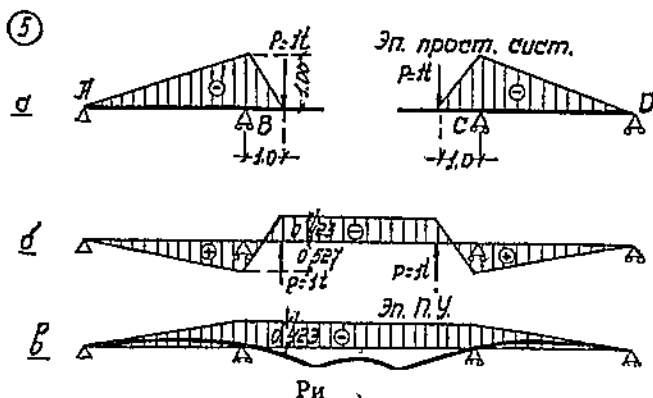
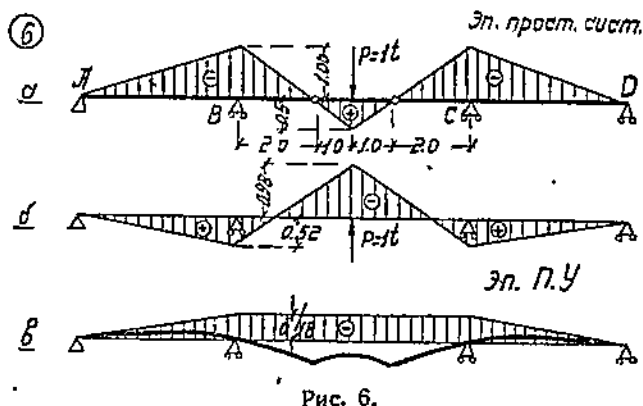


Рис. 3.

Несмотря на разные схемы простейших систем (простые балки, простые балки с консолью, балки Гербера) и на разные методы загрузки сосредоточенными силами в разных местах, парами сил,

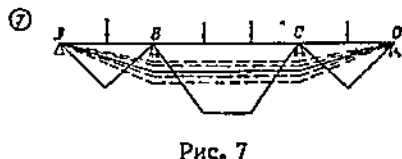


балки—эпюры предварительных усилий получились во всех случаях однотипными. Эти эпюры дают нам право утверждать о возможности регулирования усилий в балке путем выбора рас-



положения линии опорных моментов в любом, желательном для проектировщика, месте (рис. 7).

Так, например, допустим, что мы зададимся целью уравнивать величины моментов M_1 и M_2 , т. е. чтобы в соответствующих сечениях получить моменты $M = \frac{1}{2} (2,99 + 2,34) = \pm 2,67 \text{ т. м.}$; следовательно, опорный момент нужно уменьшить, а пролетный (средний пролет) увеличить на $2,67 - 2,34 = 0,33 \text{ т. м.}$ Это может быть достиг-



нуто при помощи схемы рис. 2а, если принять $P = \frac{0,33}{0,234} = 1,4 \text{ т.}$
 при помощи схемы рис. 4а, если принять $M = -\frac{0,33}{0,769} = -0,43 \text{ т. м.}$
 при помощи схемы рис. 6б, если принять $P = -\frac{0,33}{0,48} = -0,69 \text{ т.}$
 и т. д. Во всех этих случаях получаем в итоге:

$$M_1 = +1,68 \text{ т. м.}; M_2 = -2,66 \text{ т. м.}; M_3 = +2,67 \text{ т. м.}$$

Для сравнения результатов даем таблицу:

Сечения	По обычному расчету		С применением П. У.	
	моменты	%	моменты	%
1	+ 1,52	51	+ 1,68	37
В	- 2,99	100	- 2,66	89
2	+ 2,34	78	+ 2,67	89

Оказывается, что максимальный расчетный момент удалось уменьшить на 11% и совершенно уравнять по величине моменты на средних опорах (с моментами в средней трети среднего пролета¹⁾).

Можно задаться целью и легко выполнить другое условие: уравнивать величины пролетных моментов M_1 и M_2 . Если наибольшую ординату эпюры п. у. обозначить через x , тогда легко получить $1,52 + \frac{1}{2}x = 2,34 + x$; отсюда $x = 1,64 \text{ т. м.}$ Поставленная цель может быть достигнута применением схемы рис. 3а, если принять $P = \frac{1,64}{1,077} = 1,52 \text{ т.}$ либо схемы рис. 4а, если принять $P = \frac{1,64}{0,48} = 3,42 \text{ т.}$ и т. д.

Во всех случаях получаем:

$$M_1 = M_2 = 0,70 \text{ т. м.}; M_3 = -2,99 - 1,64 = -4,63 \text{ т. м.}$$

Пролетные моменты M_1 и M_2 значительно уменьшены по величине и уравнены между собою; значительно возросла величина опорного момента $M_3 = M_c$.

¹⁾ В рассматриваемом примере крайние пролеты несколько больше среднего, что дает, как известно, сравнительно благоприятную эпюру огибающих моментов. При ином сочетании пролетов получаются более резкие расхождения в расчетных моментах и, следовательно, применение п. у. дает больший эффект.

2. Арка с затяжкой подвержена действию равномерно распределенной нагрузки и группы сосредоточенных сил (рис. 8).

В этом случае, как известно, в сечениях действуют: нормальные сжимающие силы $N = Q_0 \sin \varphi + H \cos \varphi$, перерезывающие силы $Q = Q_0 \cos \varphi - H \sin \varphi$ и моменты $M = M_0 - Hy$.

Допустим, что при изготовлении арки с затяжкой в ней созданы предварительные усилия, полученные путем натяжения затяжки. Не трудно убедиться, из указанных выше формул, что достаточно незначительного увеличения силы распора H , чтобы получить в сечениях арки резкое уменьшение положительных моментов (благодаря умножению H на y) при незначительных изменениях величин N и Q .

Если для итоговых расчетных усилий полезно получить уменьшение силы распора H , то для достижения этого нужно частично загрузить арку, а затем поставить и полностью включить в работу затяжку.

Следовательно, создавая в данном случае предварительные усилия, можно регулировать расположение кривой давления в арке, можно добиться выгодного приближения кривой давления арки к средней осевой линии. Таким образом можно достигнуть уменьшения сечения арки, которая будет работать всюду, или почти всюду, на центральное сжатие.

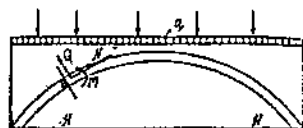


Рис. 8.

9

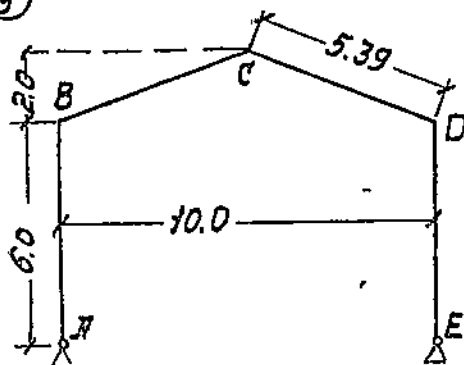


Рис. 9

Этот же эффект может быть достигнут путем предварительного устройства шарнира в замке, с превращением арки в трехшарнирную¹⁾.

3. Однопролетная рама с ломаным ригелем имеет размеры, указанные на рис. 9. Рама проектируется из однородного материала и

постоянного сечения во всех элементах ($EI = \text{const}$).

¹⁾ Метод этот в мостостроении давно известен; он предложен известным французским инженером-исследователем Фрейсинэ. В этом случае в замке арки устанавливаются домкраты, которые являются шарнирами и дают возможность создать предварительные усилия в арке; в итоге расчетные усилия арки уменьшаются, а арку удастся легко и безопасно раскружалить. Само собою разумеется, что этот способ, предложенный инж. Фрейсинэ для арок, представляет собою частный случай из предложенных нами конструкций с предварительными усилиями.

Как создать в такой раме предварительные усилия?

Эту задачу можно разрешить разными методами. Мы рассмотрим некоторые варианты, которые получаются, если принять за простейшую систему трехшарнирную раму, вводя временный шарнир в узле рамы C (рис. 10). При нагрузке либо сосредоточенными силами $P_1=1\text{ т}$ в узлах B и D , либо сосредоточенными

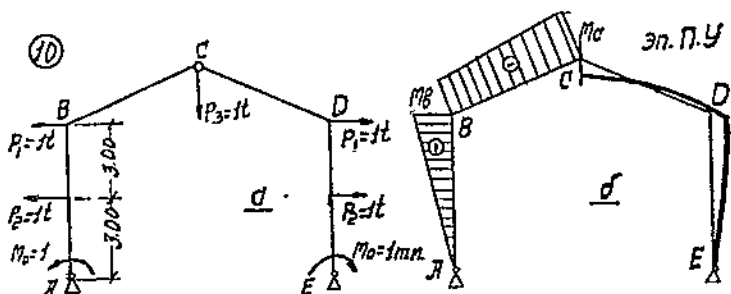


Рис. 10

силами $P_2=1\text{ т}$ посередине высоты стоек рамы AB и ED , либо силою $P_3=1\text{ т}$ в узле C , либо моментами $M_0=1\text{ т. м.}$ в опорах A и E —во всех случаях получаем эпюру предварительных усилий и деформацию рамы по рис. 106. Разница получается только в величинах M_a и M_c , которые равны:

при действии сил $P_1=1\text{ т}$, $M_a=-0,96\text{ т. м.}$, $M_c=-1,28\text{ т. м.}$
 „ „ „ $P_2=1\text{ т}$, $M_a=-0,73\text{ т. м.}$, $M_c=-0,98\text{ т. м.}$;
 „ „ силы $P_3=1\text{ т}$, $M_a=-0,89\text{ т. м.}$, $M_c=-1,19\text{ т. м.}$;
 „ „ момент $M_0=1\text{ т. м.}$ $M_a=-0,27\text{ т. м.}$, $M_c=-0,36\text{ т. м.}$

В данном случае, как и в первом примере, получается, что вид эпюры не зависит ни от расположения нагрузки, ни от характера ее. Эпюра предварительных усилий (рис. 106) дает возможность проектировщику регулировать расчетные усилия рамы по своему усмотрению.

Приведенные три примера в достаточной степени выявляют мысль автора.

Получение предварительных усилий всегда связано с получением деформаций в конструкциях и ведет к образованию измененных углов сопряжения элементов. Например, в неразрезной балке рис. 2в на опорах B и C образовались углы, несколько отличающиеся от 180° ; в раме рис. 106 фактический угол между элементами BC и CD в узле C несколько больше, чем в проектной схеме. Однако очевидно, что получение этих измененных углов между элементами практического значения не имеет.

Переход от заданной системы к простейшей обычно может быть достигнут многими способами, путем применения метода

разрезов или постановкою временных шарниров. В качестве нагрузок могут быть использованы сосредоточенные грузы, сплошная нагрузка, пары сил. Практически указанные нагрузки могут быть получены путем подвешивания грузов в люльках, действием домкратов, лебедок, талей, путем прикрепления временных консолей и т. д. В некоторых случаях можно использовать собственный вес и постоянную нагрузку системы с целью получения предварительных усилий.

Следовательно, приемы, при помощи которых достигается получение предварительных усилий, просты; стоимость работы почти ограничивается стоимостью затраченной рабсилы. Поэтому не приходится сомневаться в том, что проектирование конструкций с предварительными усилиями приведет не только к экономии материалов, но также к некоторому удешевлению стоимости конструкций.

Метод предварительных усилий, предлагаемый автором, может быть применен в конструкциях металлических и железобетонных.

Большую роль может сыграть этот метод при желании усилить какую-либо из существующих статически неопределимых стержневых систем. Операции, связанные с получением предварительных усилий, могут быть без больших затруднений проведены в существующей и работающей конструкции.

В ответственных конструкциях получение предварительных усилий может быть, в процессе производства работ, проконтролировано путем постановки измерительных приборов, регистрирующих деформации: тензометров, прогибомеров, клинометров.

Имея определенную схему системы и ее нагрузки и применяя обычные методы расчета, проектировщик-конструктор всегда связан с вполне определенным результатом решения поставленной перед ним задачи. И как бы ни была сложна задача или сложны приемы решения,—дело проектировщика сводится, в конечном итоге, к выполнению известного перечня обычных операций для нахождения предreshенного ответа. Другое дело будет, если допустить применение предлагаемого метода конструкций с предварительными усилиями. В этом случае проектировщик может в одной задаче получить ряд возможных решений. Выбор решения наилучшего, наиболее экономичного, простейшего в производственном отношении—будет являться делом не только умения, но также искусства и практики проектировщика.

СВОДЧАТЫЕ ПЛИТЫ В РЕБРИСТЫХ ПЕРЕКРЫТИЯХ

Обычные железобетонные ребристые перекрытия состоят, как известно, из системы перекрещивающихся второстепенных и главных балок монолитно связанных общей плитой. В проектную практику прочно вошла однотипная схема расчета и конструирования плит в ребристых перекрытиях. Плита рассчитывается по схеме, многопролетной, неразрезной балки, расположенной на шарнирных опорах; обычная конструкция армирования плиты указана на рис. 1 (см. в конце книги).

Как работает бетон в плите, изображенной на рис. 1? Максимальная толщина сжатой зоны бетона составляет, примерно, $\delta = 0,375(8,0 - 1,4) \cong 2,5$ см. Но и этот ничтожно малый работающий слой бетона, как известно, в полной мере нагружен лишь в крайних, наружных гранях; в частях же примыкающих к нейтральной оси напряжение равно 0. Следовательно, при рабочей нагрузке, среднее напряжение в бетоне не превышает $25-30$ кг/см² при весьма малой толщине работающего слоя. Схематически работа бетона в многопролетной плите изобр. на рис. 2. (см. в конце кн.). Значительная масса бетона плиты находится в растянутой зоне и работа этого бетона совершенно не учитывается. Прочно вкоренился в практику расчетов железобетонных конструкций взгляд о полной аналогии в работе железобетонных неразрезных балок и плит¹⁾, не взирая на то, что в плитах растянутая арматура работает совместно с значительными массами бетона, а в балках картина совершенно противоположная.

Эти соображения, так же как и ряд других, о которых речь идет впереди, приводят мысли о том, что в плитах, несомненно, существуют запасы прочности, значительно превышающие установленные нормами. Испытания плит ребристых перекрытий показывают, что фактическая разрушающая нагрузка значительно превышает расчетную. Любой производитель железобетонщик может подтвердить, что плиты в процессе производства работ зачастую подвергаются нагрузке, и благополучно выдерживают нагрузку значительно превышающую критическую. Интересные подтверждения наличия значительных запасов прочности в пли-

¹⁾ См. например Инструкцию по расчету железобетонных балок, плит и балочных перекрытий ЦНИПС. Глава II, изд. ОНТИ, 1938 г.

тах ребристых перекрытий можно было наблюдать во время аварии на одном из строителей жилого здания в г. Минске. Многоэтажная часть здания обрушилась на железобетонное перекрытие подвального этажа—котельной. Если даже не считаться с динамической силой удара, и учитывать только одну статическую нагрузку плиты, то она составила не менее 1200 кг/м^2 в то время, когда плита была рассчитана всего на 300 кг/м^2). Указанную нагрузку плита выдержала без видимых деформаций.

Наличие преувеличенных запасов прочности в плитах ребристых перекрытий является общепризнанным фактом.

Имеются попытки уточнить расчет плит, путем учета упругой связи плиты с балками, на которые плита опирается. Действительно при нагрузке, вращение опорных сечений плит, вовлекает соответствующие балки в работу на кручение. Моменты защемленных плит уменьшаются вследствие образования деформаций кручений в балках. Такие соображения приводятся проф. ПАСТЕРНАКОМ П. Л.²⁾ и инж. инж. Э. ФРИДМАНЫМ и Б. ГЕРМАНСКИМ³⁾.

Другой подход к раскрытию истинной картины работы плит в ребристых перекрытиях дает проф. А. А. ГВОЗДЕВ⁴⁾. Усилия, возникающие в сечениях плит нами определяются по правилам Строительной Механики, как для однородного упругого тела; затем подбор сечений производится по стадии разрушения, с принятием определенного коэффициента запаса прочности (см. § 4, 5 и 6 норм, 1939 г.). При таком расчете разрушающей нагрузкой считают, нагрузку принятую в расчете умноженную на принятый коэффициент запаса k . Однако, для системы многократно статически неопределимой, каковыми считают плиты в виде неразрезных балок, полученная по такому расчету нагрузка отнюдь не является еще разрушающей. Эта нагрузка способна лишь вызвать появление в одном либо в нескольких сечениях плиты так называемых „пластических шарниров“ и перерождение системы в другую с меньшей степенью статической неопределимости. Разрушение конструкции, наступает, после существенного превышения расчетной разрушающей нагрузки, лишь после того, как образование группы пластических шарниров превратит систему в геометрически изменяемую. Таким образом проф. ГВОЗДЕВ все же рассматривает работу плиты в начальной стадии

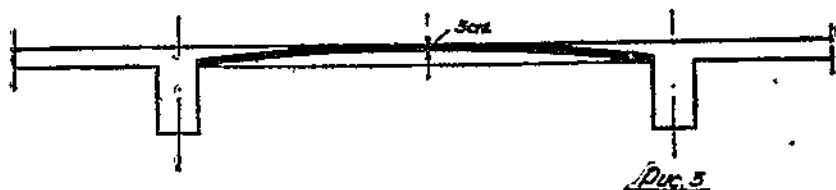
¹⁾ Этот случай представляет значительный интерес с точки зрения проверки правильности расчетов железобетонных перекрытий помещений газопроводов, в случае обрушения вышенаходящейся части здания. К этому вопросу автор полагает вернуться в особой работе.

²⁾ Из выступления проф. ПАСТЕРНАКА П. Л. на заседании научной сессии ВНИТО Строителей в г. Москве, 7-го июня 1939 г.

³⁾ См. статью в журнале „Concrete and Constructional Engineering“ ноябрь 1934 г., т. XXIX, стр. 673.

⁴⁾ См. статью в журнале „Строительная Промышленность“, № 3 за 1939 г., стр. 51.

по схеме „неразрезная балка“. Для плит прямоугольных либо квадратных, окаймленных по контуру монолитно связанными с ними балками, проф. ГВОЗДЕВ находит объяснение в поведении плит, при нагрузке выше критической, в изменении схемы работы конструкции. Здесь проф. ГВОЗДЕВ на основании своих опытов с круглыми плитами и опытов проф. ГЕЛЛЕРА и АМОСА устанавливает значительную роль окаймляющих балок в работе плиты. Указанные соображения проф. ГВОЗДЕВА уже нашли отражение в новых нормах по железобетону. В § 33 норм, в связи с наличием дополнительного запаса прочности, не учитываемого расчетом, предлагается уменьшить расчетное сечение арматуры балочных плит в крайних пролетах и над вторыми от конца опорами на 10%, а в прочих местах на 20%.



Из всего сказанного видно, что в поисках разрешения вопроса работы плит в ребристых перекрытиях нет существенных попыток пересмотреть рабочую схему „неразрезная балка“, положенную в основу расчета. Исследования ведутся, так сказать, внутри этой схемы.

В настоящей работе мы делаем попытку отойти от общепринятого метода и рассматриваем работу плиты в ребристом перекрытии по схеме „сводчатая плита“, взамен „неразрезная балка“.

Нужно учесть, что все опоры плит, за исключением крайних, если они опираются на кирпичную кладку, совершенно недопускают никаких смещений в горизонтальном направлении. В этих условиях, можно легко себе представить вписанный в тело плиты тонкий, пологий свод по рис. 3.

Материалы, работающие в конструкциях, обладают известным свойством приспособляемости. Они стремятся, при действии нагрузки, работать так, чтобы всемерно использовать присущие им физические свойства и одновременно избежать работы, к которой они слабо приспособлены.

Поэтому вполне вероятным является предположение, что в пределах тела плиты образуются своды. Во всех пролетах, кроме крайних, этот свод, опираясь на опоры неподвижные в горизонтальном направлении, великолепно работает на сжатие (центральное, либо внецентренное). Лишь в крайних пролетах, если неподвижность опор здесь не является обеспеченной, работа свода ничем не отличается от работы балочной плиты. Следовательно, решающим фактором в вопросе о выборе расчет-

ной схемы плиты является устройство опор. В ребристых перекрытиях, где значительная часть плит имеет окаймление по контуру, монолитно связанными с плитами железобетонными балками, работа плиты по схеме „свода“ является вполне вероятной.

Легко убедиться в том, что достаточно принять рабочую толщину свода вписанного в тело плиты в 2,5—3,0 см. и самый незначительный подъем, чтобы он мог выдерживать нагрузку, превышающую расчетную критическую нагрузку плиты, определенную обычным способом.

В наших возможностях остается еще, путем ряда дополнительных конструктивных мероприятий, облегчить бетону выбор рабочей схемы и направить его на путь работы как „сводчатая плита“.

Наиболее важным мероприятием в этом направлении является введение изменений в геометрическом очертании бетонной плиты, с целью максимального увеличения стрелы подъема вписанного свода. В средней части плиты, в большинстве случаев, можно ограничиться толщиной $d_v = 6$ см., принимая этот размер из соображений производственного характера; в опорных же частях, у балок, толщину плиты необходимо увеличить, приняв нижнее очертание по одному из трех вариантов, указанных на рис. 4.

Дело сводится, как видно, к устройству вутов, либо обыкновенных косых (рис. 4 б), либо в ступеньчатых (рис. 4 в), либо к устройству низа плиты по сводчатой кривой (рис. 4 а). Все это имеет целью максимально увеличить стрелу подъема свода (f), что ведет к уменьшению силы распора и напряжения в бетоне свода. Длина вута должна быть выбрана исходя из условия, чтобы вписанный в очертание плиты свод нигде не был рассечен; устройство вута и свода по рис. 5 является недопустимым.

Своды плит, даже при устройстве указанных вутов будут достаточно пологими. Далее нами принимается $\frac{f}{l} = \frac{1}{25}$. Если считать расчетную толщину сводов в ключе 3 см, и в пяте 4 см, тогда толщина плиты у начала вута должна быть принята:

$$d_v = \frac{l-b}{25} + 3,5$$

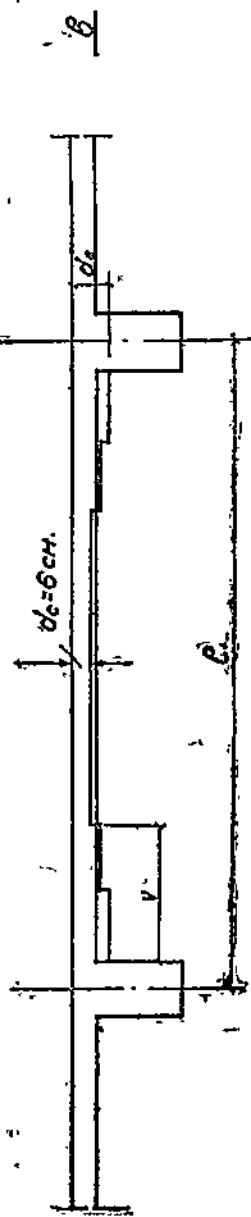
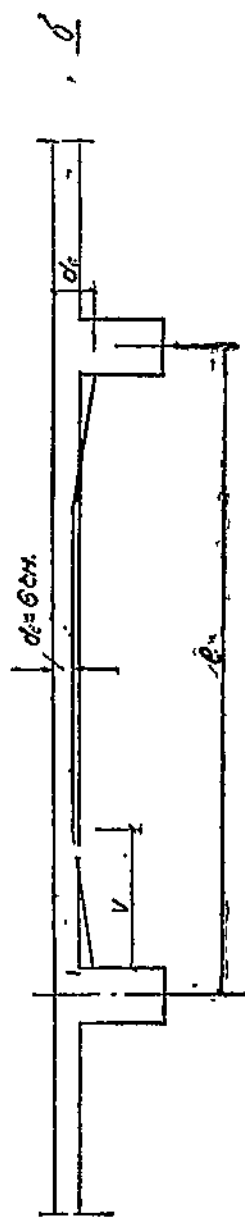
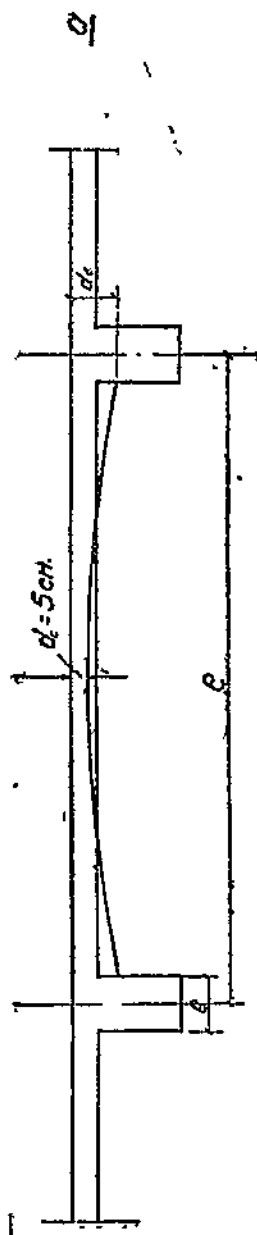
где d_v , l и b —следует принимать в сантиметрах. По этой формуле получаем при $b = 20$ см:

для плиты пролетом $l = 1,5$ м $d_v = 9$ см

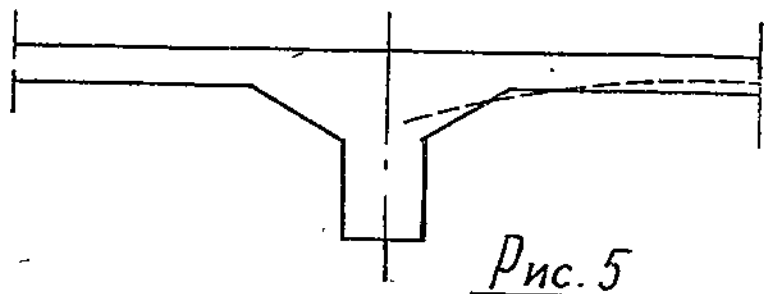
„ $l = 2,0$ „ $d_v = 11$ „

„ „ $l = 2,5$ „ $d_v = 13$ „

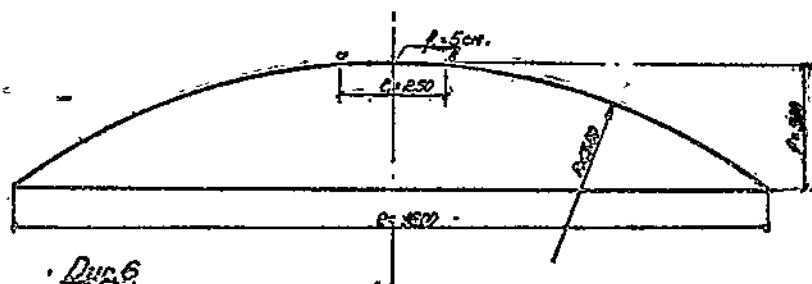
„ $l = 3,0$ „ $d_v = 15$ „



Пологость кривой свода может вызвать недоумение. Однако такие явления в строительной практике имеются. Например, укажем старую, известную и испытанную конструкцию арок-



ного свода (рис. 6), очерченного по круговой кривой с затяжкой, пролетом $l = 18 \text{ м}$ и со стрелой подъема $f = 3 \text{ м}$ ($\frac{f}{l} = \frac{1}{6}$). Если отрезать часть этого свода ограниченную линией $a-b$, образующей хорду $l_1 = 2,5 \text{ м}$, найдем $f_1 = 0,05 \text{ м}$ и $\frac{f_1}{l_1} = \frac{5}{250} = \frac{1}{50}$; эта часть свода оказывается более пологой, чем те, которые мы здесь рассматриваем.



Из соображений, указанных выше, уклон вута следует принять 1:6 или 1:7; следовательно длина вута определяется так:

$$v = 6(d_v - d_c) \text{ или } v = 7(d_v - d_c)$$

Свод рассчитывается как двухшарнирный, на нагрузку равномерно распределенную, занимающую сплошь весь пролет или одну половину его. Сосредоточенная нагрузка, в большинстве случаев, также может быть сведена к равномерно распределенной на некотором участке.

Бетон сводчатой плиты обычно недонапряжен, поэтому в рабочей арматуре он не нуждается. Арматуру следует ставить лишь в виде сетки из конструктивных соображений (рис. 7).

Учитывая указания § 11 новых норм, принимаем арматуру по дуге свода из 5Ø6 (1,41 см²) на 1 пог. м; что составляет:

$$\mu = \frac{1,41 \times 100}{6 \times 100} = 0,23 > 0,20\%$$

Распределительную арматуру ставим 3Ø6 на 1 пог. м свода.

Силы распора сводов H над промежуточными опорами отчасти взаимно погашаются, а отчасти легко воспринимаются, вследствие значительной жесткости в горизонтальном направлении, примыкающих частей перекрытий.

Второстепенные балки, расчет которых ведется по тавровому сечению должны быть, в соответствии с § 32 норм, обеспечены конструктивной арматурой, состоящей из 8Ø6 на 1 п. м балки; длина этих стержней должна быть не менее, необходимой по расчету, ширины полки тавра (b_n).

Вследствие значительного усиления второстепенных балок, благодаря наличию мощных вутов в плите, расчетную ширину полки вполне достаточно принять по обрезу краев вута плиты (рис. 8); эту длину необходимо обеспечить указанной арматурой.

На рис. 8 показана расчетная схема второстепенной балки и необходимое протяжение дополнительных стержней поперечной арматуры.

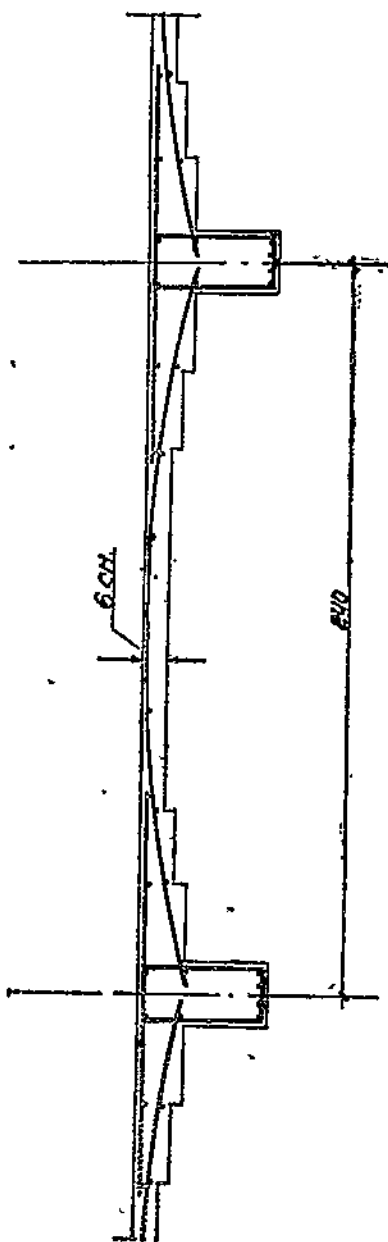


Рис. 7

В особом положении находятся крайние пролеты сводчатой плиты. Оставляя все размеры в теле бетона без изменения по отношению к средним пролетам, здесь необходимо позаботиться о восприятии распора. Для этой цели вводим на крайней опоре

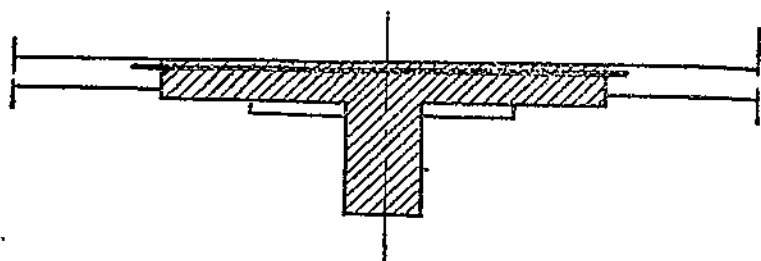


Рис. 8

плиты (если она, как обычно имеет место, опирается на кирпичную стену) конструктивную бортовую балочку сечением 12×20 см продольной арматурой из 6 стержней диаметром 10—12 мм (рис. 9).

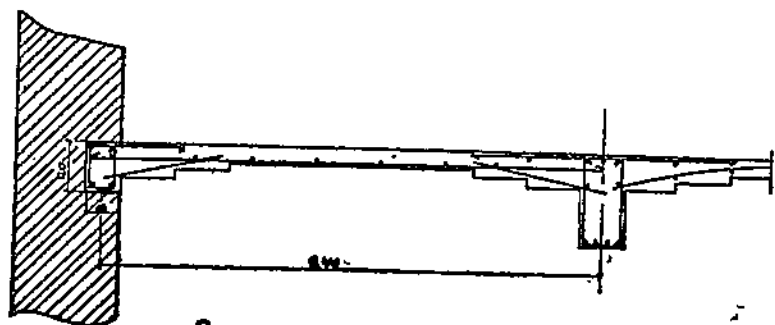


Рис. 9

Эту балочку соединяем с ближайшей балкой рабочей арматурой, рассчитанной на восприятие полного распора свода, т. е.

$$F_a = \frac{H \cdot k}{\sigma_r}$$

Стержни арматуры укладываются по низу плиты и должны быть подобно стержням в затяжках сводов либо арок, заглублены в теле бетона на длину, обеспечивающую их выдергивание. Повышенное расположение затяжки по сравнению с пятой свода, оздает крутящий момент к бортовой балочке. Пробные подсчеты

показали, что величины этих крутящих моментов незначительны; они воспринимаются бортовой балочкой, при указанной выше продольной арматуре, с постановкой хомутов через 20 см.

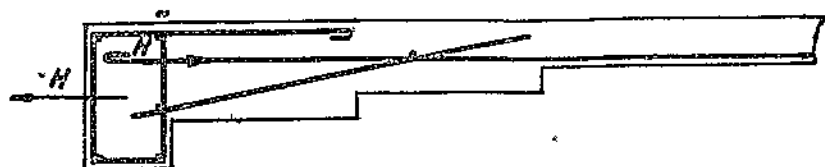


Рис. 10

Проверку устойчивости свода можно производить по известной формуле¹⁾, для круговой двухшарнирной арки

$$N_{кр} = \frac{\pi^2 - \alpha^2}{\alpha^2} \cdot \frac{EI}{R^2}$$

где α — половина центрального угла и R — радиус кривой свода.

Вследствие пологости свода, принимаем длину дуги свода s равной пролету l ; в таком случае $\alpha R = \frac{l}{2}$ и формула для $N_{кр}$ принимает следующий вид:

$$N_{кр} = (\pi^2 - \alpha^2) \frac{4EI}{l^2}$$

Чем свод является более пологим, тем менее его величина α и тем возрастает величина силы $N_{кр}$, при котором свод теряет устойчивость. Следовательно, в отношении устойчивости пологость сводчатой плиты является фактором положительного значений.

Принимая, вследствие малого значения величины α , $\alpha^2 = 0$ получаем формулу для определения $N_{кр}$ в окончательном виде:

$$N_{кр} = \frac{4\pi^2 EI}{l^2}$$

Проверка сводчатых плит на устойчивость по этой формуле показывает всегда наличие больших коэффициентов запаса прочности.

Предложение наше, как видно, сводится к изменению расчётной схемы при проектировании плит в ребристых перекрытиях. При этом мы используем известную, старейшую, многократно испытанную в строительстве идею свода. Насколько автору известно мысль об использовании „сводчатости“ при расчете ряда строительных конструкций предлагалось неоднократно проф. В. П. Некрасовым. Однако к расчету ребристых железобетонных перекрытий эта идея нигде и никем не применена.

1) См. например Акад. А. ДИННИК, „Устойчивость упругих систем“ ОНТИ, 1935 г., стр. 96.

Между тем сейчас является вполне ясным, что применение идей свода к расчету плит в ребристых перекрытиях может дать экономический эффект, сводящихся к существенной экономии в арматуре и отчасти в бетоне. Далее мы покажем, что одно временно может быть достигнута также экономия и в опалубке. Конструкция плиты указана на рис. 11 и 12 (см. в конце книги).

Предлагаемый нами метод расчета и конструирование плит в ребристых перекрытиях, несмотря на достигнутый экономический эффект, все же не лишен скрытых запасов прочности, неучтенных расчетом.

Отметим хотя-бы, что весьма важным источником скрытого дополнительного запаса прочности в плите является работа ее как пространственной системы. В самом деле, своды о которых идет речь, совместно с окаймлением из второстепенных и главных балок могут быть рассмотрены как своды-оболочки¹⁾. Плита ребристого перекрытия может быть рассчитана, как многоволноватая, многопролетная оболочка, в которой второстепенные балки служат рантбалками, а главные балки—шайбами. От этого расчета приходится отказаться, как слишком сложного для плит; но вместе с тем необходимо отдать себе отчет в том, что этот отказ идет в неучтенный запас прочности системы.

Предлагаемую нами конструкцию сводчатых плит весьма рационально осуществить из отдельных плит заранее заготовленных в стороне (рис. 15 и 16). Плиты заготавливаются таким расчетом, чтобы будучи уложенными на борты опалубки балок, они выступали во внутрь тела балок на 2,5—3 см. Следовательно длина плит принимается $l-b+6$ см; ширина плит принимается 50—60 см; толщину плит можно принять 5 см. В этом случае вес плиты не велик; он составляет примерно 100—150 кг, что очень удобно для работы. Армируется плита с стержнями $\varnothing 6$ мм с выпуском концов арматуры на 5—6 см. Очертание плит можно принять по дуге круговой кривой, либо по ломанной линии (рис. 15 и 16) (см. в конце книги).

Плиты эти укладываются по заготовленной опалубке балок. После армирования, балки бетонируются с заполнением бетоном пазух образованных плитами. Поверхность плиты получается совершенно гладкой, а отдельные плиты надежно заделанными в балках. Такое перекрытие ничем не отличается от монолитного. Плита указанной конструкции дает экономию не только в арматуре и бетоне, но также и в опалубке. Перекрытие предлагаемого типа было запроектировано, осуществлено и испытано автором на одном из строителств в гор. Минске. Экономичность и производственные удобства перекрытия вполне подтвердились; перекрытие выдержало нагрузку вдвое больше расчетной без видимых деформаций.

¹⁾ Во время печатания настоящей работы автору стало известным, что эта идея применена и осуществлена проф. Ю. Я. ШТАЕРМАНом.

Для иллюстрации, покажем пример расчета и конструирования сводчатой плиты ребристого перекрытия, а также сравним результаты расчета с данными, которые получаются, если применять общепринятые методы расчета.

На рис. 1 показана плита, рассчитанная и сконструированная обычным способом. Постоянная нагрузка плиты $g = 340 \text{ кг/м}^2$; полезная нагрузка $p = 400 \text{ кг/м}^2$. Согласно § 6 инструкции ЦНИПС, расчетные нагрузки приняты: $g' = 540 \frac{\text{кг}}{\text{м}^2}$; $p' = 200 \frac{\text{кг}}{\text{м}^2}$. Плита рассчитана по схеме пятипролетной неразрезной балки, причём $l = 2,40 \text{ м}$. Марка бетона $R_{-30} = 110 \text{ кг/см}^2$. Марка арматуры $\sigma_r = 2500 \text{ кг/см}^2$.

В результате расчета принята следующая рабочая арматура:

В крайнем пролете $F_a = 5,03 (10 \text{ } \varnothing 8) \text{ см}^2$.

На первой промежуточной опоре $F_a = 5,03 (10 \text{ } \varnothing 8) \text{ } "$

Во втором пролете $F_a = 3,02 (6 \text{ } \varnothing 8) \text{ } "$

Во всех промежуточных опорах,
кроме первой $F_a = 4,02 (8 \text{ } \varnothing 8) \text{ } "$

Во всех пролетах, кроме край-
них двух $F_a = 3,51 (7 \text{ } \varnothing 8) \text{ } "$

Объем бетона на 1 кв. мт. перекрытия составляет 0,08 куб.мт. Расход арматуры: для крайнего пролета $5,64 \text{ кг/м}^2$; для всех промежуточных пролетов $5,24 \text{ кг/м}^2$; средний расход железа по всей площади перекрытия составляет $5,33 \text{ кг/м}^2$ или $5,33 : 0,08 = 67 \text{ кг}$ на 1 куб. метр бетона.

Теперь применим предлагаемые нами способы расчета и конструкции. Расчетная нагрузка изменится лишь в части постоянной нагрузки. Толщину плиты можно принять постоянной и равной 6 см (взамен принятых ранее 8 см), относя дополнительный бетон в вутах к второстепенной балке; поэтому имеем:

$$g = 340 - 2 \times 24 = 292 \text{ кг/м}^2.$$

Принимаем $g = 300 \text{ кг/м}^2$

По Инструкции ЦНИПС имеем:

$$g' = g + \frac{p}{2} = 300 + \frac{400}{2} = 500 \text{ кг/м}^2$$

$$p' = \frac{p}{2} = 200 \text{ кг/м}^2$$

$$g + p = g' + p' = 700 \text{ кг/м}^2$$

Толщину плиты в начале вута принимаем:

$$d_r = \frac{240 - 20}{25} + 3,5 \approx 13 \text{ см.}$$

Длина вута $v = 7(13 - 6) = 49 \text{ см.}$

Принимаем длину вута $v = 50$ см. и устраиваем его в виде двух ступеней. Ступеньчатые вуты следует применять лишь в тех случаях, когда это вызывается потребностью лучшего архитектурного оформления низа плиты. В обычных случаях более простым решением является устройство косых вутов. Что же касается длины вута, то она могла бы быть значительно сокращена при условии оставления толщины плиты без изменения, т. е. 8 см; в этом случае мы бы получили $v = 6(13 - 8) = 30$ см (рис. 14).

В теле бетонной плиты принимаем вписанным свод толщиной 3 см в ключе и 4 см в пята.

$$f = 13 - 3,5 = 9,5 \text{ см.}$$

Распор при полной нагрузке:

$$H_1 = \frac{(q' + p')l^2}{8f} = \frac{7,0 \times 240^2}{8 \times 9,5} = 5310 \text{ кг.}$$

Распор при расположении нагрузки полезной на половине пролета.

$$H_2 = \frac{q_1 l^2}{8f} + \frac{p_1 l^2}{16f} = \frac{5,0 \times 240^2}{8 \times 9,5} + \frac{2,0 \times 240^2}{16 \times 9,5} = 3790 + 756 = 4546 \text{ кг.}$$

Максимальное напряжение в бетоне при полной нагрузке:

$$\sigma_b = \frac{H_1}{3 \times 100} = \frac{5310}{300} = 17,7 \text{ кг/см}^2$$

Площадь необходимой арматуры в крайних пролетах

$$F_a = \frac{H_1 \cdot 2}{2500} = \frac{5310}{1250} = 4,25 \text{ см}^2$$

Принимаем $9 \varnothing 8$ ($4,52 \text{ см}^2$) или $4 \varnothing 6 + 4 \varnothing 10$ ($4,27 \text{ см}^2$)

При загрузке половины пролета свода расчетной полезной нагрузкой имеем:

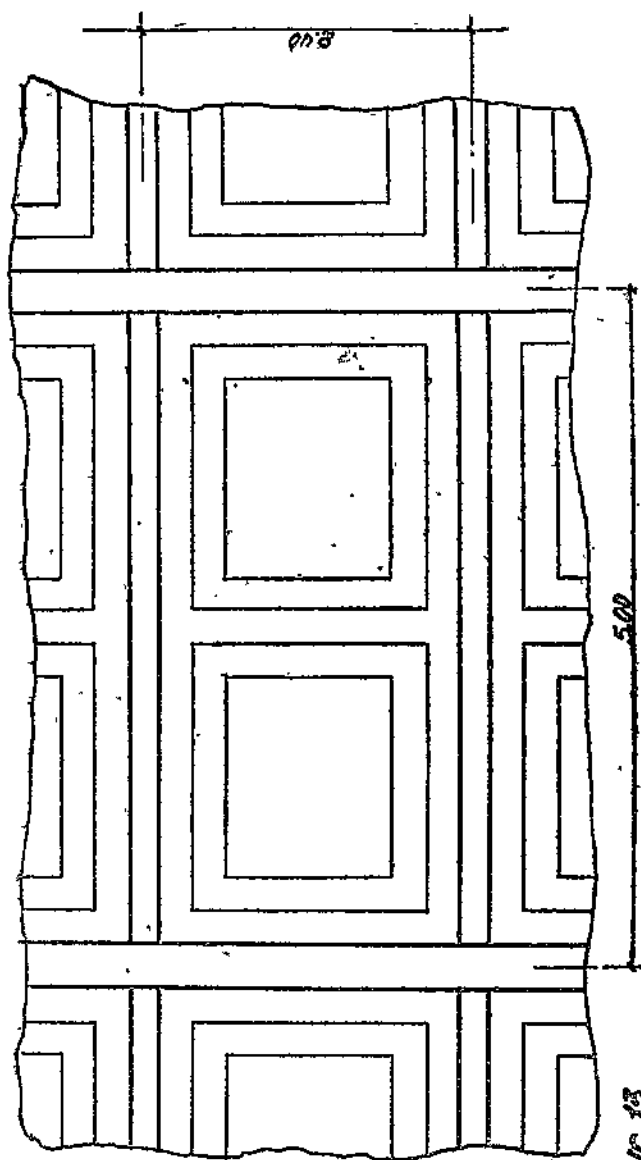
$$M_{\text{max}} = \frac{p' l^2}{64} = \frac{200 \times 2,4^2}{64} = 18 \text{ кгм.}$$

Наибольшая реакция при половинной загрузке свода

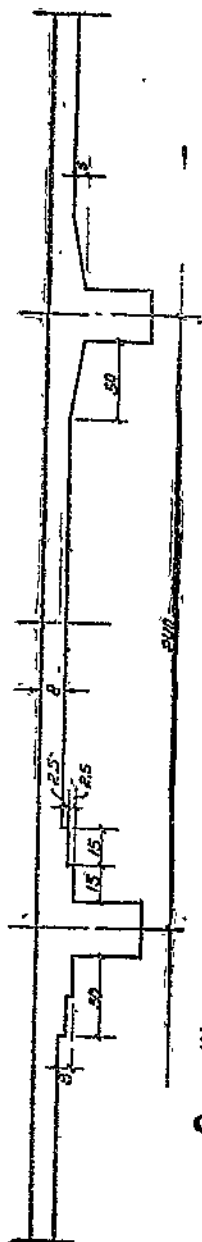
$$A = \frac{500 \times 2,4}{2} + \frac{200 \times 2,4}{2} \times \frac{3}{4} = 780 \text{ кг.}$$

Нормальная сила в пята свода

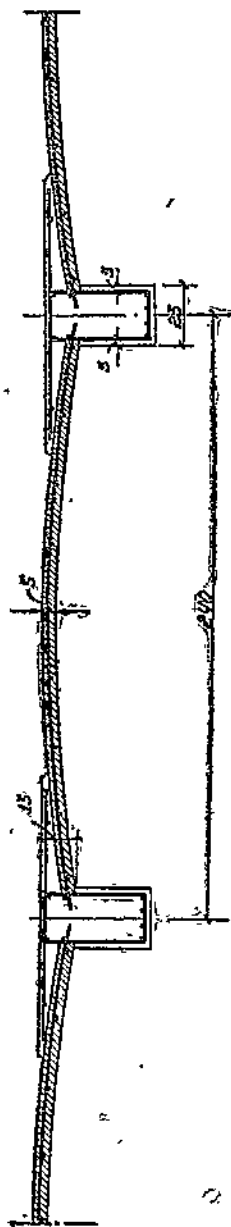
$$N_1 = \sqrt{A^2 + H_2^2} = \sqrt{780^2 + 4546^2} = 4612 \text{ кг.}$$



Puc. 13



Dec. 14



Puc. 15

Нормальная сила в четверти пролета, т. е. сечение с наибольшим изгибающим моментом может быть принята:

$$N_2 = \frac{1}{2}(4546 + 4612) = 4579 \text{ кг.}$$

Проверяем сечение в четверти пролета по $\max M$ и N_2 , считая толщину свода в этом месте 3,5 см.

$$W = \frac{100 \times 3,5^2}{6} = 204 \text{ см}^2$$

$$\sigma_b = \frac{N_2 \pm \max M}{F \pm W} = \frac{4579}{3,5 \times 100} \pm \frac{1800}{204} = 13,1 \pm 8,8$$

$$\max \sigma_b = 13,1 + 8,8 = 21,9 \text{ кг/см}^2;$$

$$\min \sigma_b = 13,1 - 8,8 = 4,3 \text{ кг/см}^2.$$

Здесь можно было бы допустить даже незначительное растягивающее напряжение порядка 4,5—5,0 кг/см², в соответствии с нормами для бетонных сооружений.

Проверяем устойчивость плиты-свода. В формуле $N_{кр} = \frac{4\pi^2 EI}{l^2}$ Следует принять:

$$E = 200000 \text{ кг/см}^2; \quad I = \frac{100 \times 3,5^3}{12}$$

$$N_{кр} = \frac{4 \times 3,14^2 \times 200000 \times 100 \times 3,5^3}{12 \times 240^3} = 49 \text{ тонн.}$$

$$\text{Коэффициент устойчивости } \frac{49,0}{5,31} = 9,2$$

Арматура в сводах всех пролетов, кроме крайних ставится конструктивно 5Ø6 на п. м. свода.

Конструкция плиты показана на рис. 11 и 12.

На рис. 11 арматура плиты состоит из отдельных стержней; на рис. 12 дана непрерывная арматура. В обоих случаях арматура плиты у балок прикрепляется к монтажному пруту, укрепленного у хомутов балки; в средней части пролета арматура плиты поднимается вверх на подкладках из щебня или крупной гальки.

Подробные подсчеты показывают, что в этом варианте расчета и конструирования плиты получаются следующие показатели:

Расход арматуры в средних пролетах составляет 2,92 кг/см² в крайних—4,65 кг/м²; средний расход арматуры на 1 кв. мт. плиты перекрытия (с учетом арматуры дополнительных бортовых балочек) составляет 3,20 кг/м².

Средний расход бетона на 1 кв. мт. перекрытия, вследствие применения ступеньчатых вутов составляет 0,079 м³; в случае применения наклонных вутов расход бетона уменьшается.

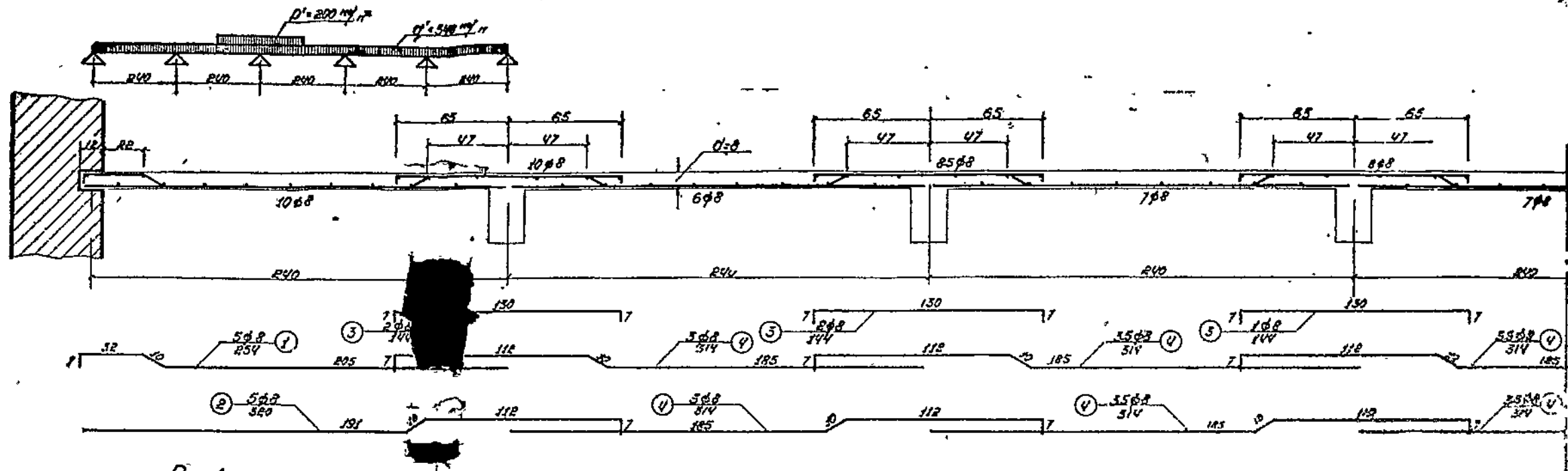
Средний расход арматуры $3,20:0,079=40,5$ кг/м².

Как видно экономия в арматуре получается $\frac{67-40,5}{67} \times 100 = 40\%$; расход бетона почти не изменился. Оформление плиты снизу может быть устроено по рис. 13.

РЕЗЮМЕ.

Общепринятый способ расчета плит в железобетонных ребристых перекрытиях, в интересах экономии арматуры бетона и опалубки должен быть изменен, при чем расчетная схема „неразрезная балка“ должна быть заменена схемой „сводчатая плита“. Изменение схемы расчета должно сопровождаться конструктивными изменениями, которые были нами указаны.

Расчетная схема



Дис.1

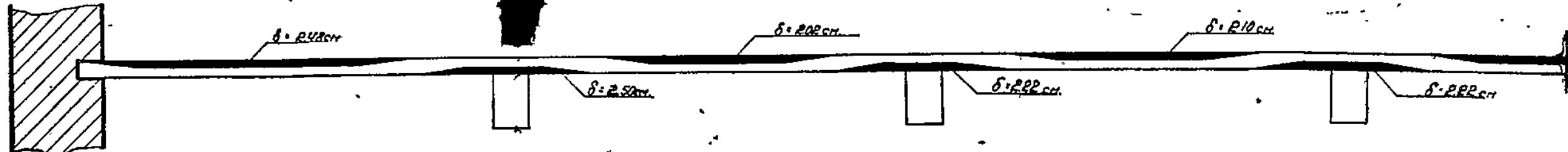


Рис. 2.

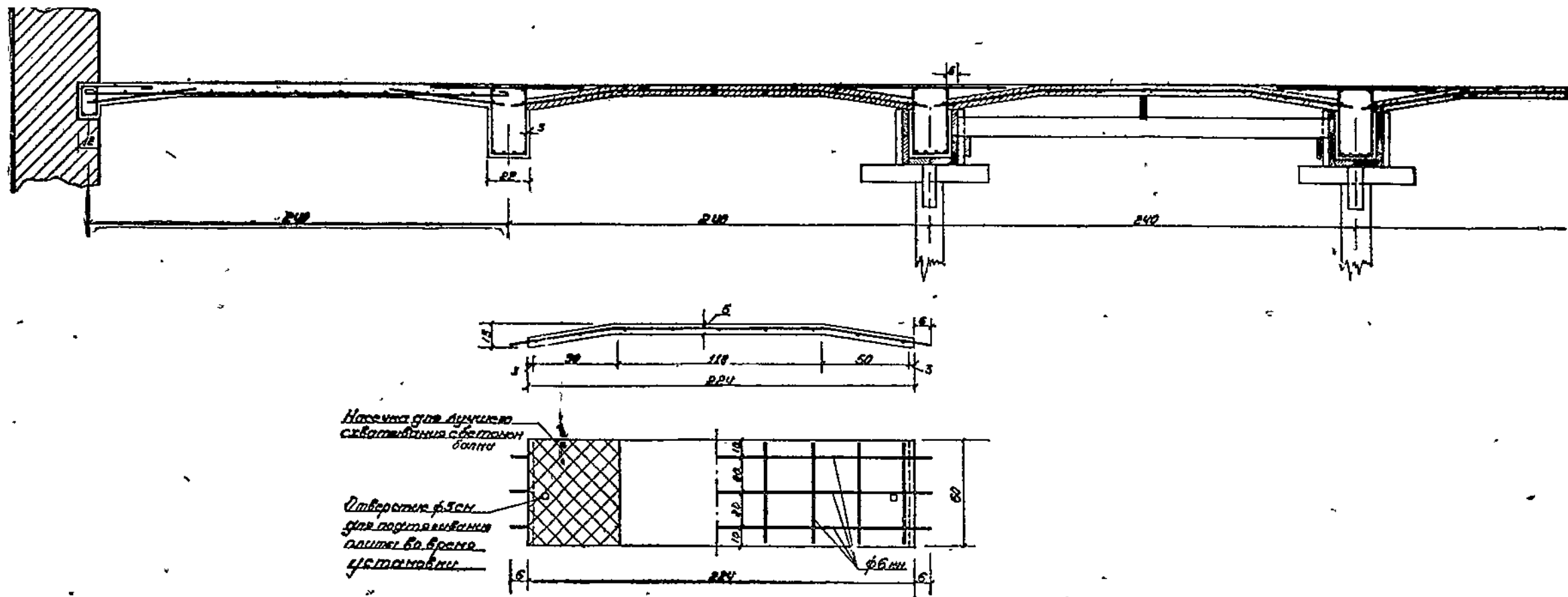


Рис. 16