

Инж. П. Н. БЕЛОКОНЬ

ИНЖЕНЕРНАЯ ГИДРАВЛИКА ПОТОКА ПОД ЛЕДЯНЫМ ПОКРОВОМ



ГОСЭНЕРГОИЗДАТ
1940

Инж. П. Н. БЕЛОКОНЬ

Депозитарий

Судя 10-64

ИНЖЕНЕРНАЯ ГИДРАВЛИКА
ПОТОКА
ПОД ЛЕДЯНЫМ ПОКРОВОМ

1326779

РЕСПУБЛИКАНСКАЯ
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ
БИБЛИОТЕКА

НКЭП СССР
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
Москва 1940 Ленинград

От р.

Глав.

л

\$

\$

\$

\$

Стр.

С

9

У₁
ни

16

св

25

У₁
ни

57

ФЕ
ни
ч

82

8 с

105

Ф₁
(
п

Редактор В. К. Рерих

Технич. редактор О. В. Замышнина

ЭГ-15-5-3.

ГКК № 18.

Сдано в набор 23/XII 1938 г.

Подписано к печати 26/I 1940 г.

Тираж 3000 экз.

Формат бумаги 60X92¹/₁₆.

Объем { 11,2 уч. авт. л.

Изд. № 226.

10 печ. л.

Учетный № 7674.

Уполн. Главлита А-15801.

Зак. 2350

Белоконов,

13-я тип. Огиза РСФСР. Москва, Денисовский пер., 30.

ОПЕЧАТКИ

Стр.	Строка	Напечатано	Должно быть	По чьей вине
9	Уравне- ние (3)	$\Delta H = \left[\left(\frac{1}{K} \right)^{\gamma + \frac{3}{2}} - 1 \right]$	$\Delta H = \left[\left(\frac{1}{K} \right)^{\gamma + \frac{3}{2}} - 1 \right] H$	авт.
16	18 сверху	должна	не должна	тип.
25	Уравне- ние (36)	$\Delta H (2^{\frac{1}{m+1}} - \dots)$	$\Delta H = (2^{\frac{1}{m+1}} - \dots)$	авт.
57	Фиг. 10в нижняя часть	Масштаб по оси абсцисс следует уменьшить в 10 раз		изд.
82	8 сверху	$\dots + \frac{d\omega}{ds}$	$\dots + \frac{\partial \omega}{\partial s}$	изд.
105	Фиг. 20 (под- пись)	$\frac{H}{C_3 n_p} \left(1 + \dots \right)$	$\frac{H}{C_3 n_p} = (1 + \dots)$	авт.

Оглавление

От редакции	5
Глава I. Основные понятия и уравнения гидравлики потока под ледяным покровом	
§ 1. Гидравлическая характеристика условий движения потока под ледяным покровом	7
§ 2. Анализ существующих методов учета гидравлических сопротивлений в потоке под ледяным покровом	10
§ 3. Вывод основного уравнения равномерного движения потока под ледяным покровом для широкого прямоугольного русла	16
§ 4. Расчетные уравнения живого сечения речных потоков под ледяным покровом	35
§ 5. О кривых распределения скоростей по вертикали в потоке под ледяным покровом	37
§ 6. Основные уравнения равномерного движения потока под ледяным покровом для русла конечной ширины (учет влияния стенок)	45
§ 7. Применение основных уравнений движения потока под ледяным покровом в руслах конечной ширины для расчета каналов, работающих в зимних условиях	50
Глава II. Кривые поверхности потока под ледяным покровом	
§ 8. Общие соображения о влиянии ледяного покрова на продольный профиль потока	61
§ 9. Призматические русла. Равномерное распределение вдоль потока шероховатости ледяного покрова	62
§ 10. Призматические русла. Переменная вдоль потока шероховатости ледяного покрова	65
§ 11. Исследование общего дифференциального уравнения неравномерного движения в случае переменной шероховатости ледяного покрова	68
§ 12. Приближенное интегрирование дифференциального уравнения неравномерного движения в случае переменной шероховатости ледяного покрова	76
§ 13. Непризматические русла. Общие соображения	80
§ 14. Дифференциальное уравнение неравномерного движения свободного потока в прямоугольном русле при линейном законе изменения ширины его вдоль по течению	81
§ 15. Дифференциальное уравнение неравномерного движения потока под ледяным покровом постоянной шероховатости в руслах переменной ширины	91
§ 16. Интегрирование дифференциального уравнения неравномерного движения потока под ледяным покровом в прямоугольных руслах переменной ширины	92
§ 17. Дифференциальное уравнение неравномерного движения для случая одновременного изменения ширины русла и шероховатости ледяного покрова	93

§ 18. Зависимость вида кривых свободной поверхности потока под ледяным покровом от характера распределения сопротивлений	96
--	----

Глава III. Шероховатость ледяного покрова

§ 19. Общие соображения и способы определения коэффициента шероховатости ледяного покрова	102
§ 20. Причины изменчивости коэффициента шероховатости ледяного покрова в течение зимы	107
§ 21. Расчетные величины коэффициента шероховатости ледяного покрова	119

Глава IV. Применения уравнений неравномерного движения потока под ледяным покровом

§ 22. Общие соображения	126
§ 23. Построение зимних кривых подпора для широкого прямо-угольного русла	126
§ 24. Построение зимних кривых подпора для речных русел	136
§ 25. Примеры построения зимних кривых подпора для речных русел	141
§ 26. Сопоставление теоретически вычисленных зимних кривых подпора с наблюдаемыми в природе	145
§ 27. Дальнейшие приложения теории неравномерного движения потока под ледяным покровом	149

Глава V. Сопоставление основных положений и выводов гидравлики потока под ледяным покровом с данными наблюдений в природе

§ 28. Общие соображения	153
§ 29. Сопоставление отдельных положений гидравлики потока под ледяным покровом с данными наблюдений в природе	154
Перечень использованной литературы	160

От редакции

В современных условиях гидротехнического строительства в СССР инженерная мысль стремится по возможности оценить будущую работу сооружения или комплекса сооружений во всех природных условиях данного водотока. Однако оценка работы сооружений в зимних условиях встречала крупные затруднения ввиду отсутствия достаточно обоснованной методики гидравлических расчетов для потоков, находящихся под ледяным покровом. Имели место отдельные попытки некоторых авторов дать расчетные формулы для учета тех или иных обстоятельств движения потока в зимних условиях. Эти формулы были построены на применении некоторых гидравлических зависимостей, справедливых для свободного потока, без достаточного учета специфических условий движения потока под ледяным покровом. Анализ некоторых из этих формул, например, ряда формул для коэффициента Шези в зимних условиях $C_{\text{з}}$, показал, что применение их дает недопустимые отклонения результатов подсчета от действительности, что в свою очередь может повести к крупным производственным ошибкам.

В настоящей работе делается попытка дать более или менее обстоятельный анализ условий движения потока под ледяным покровом и на основании этого анализа построить ряд расчетных формул и методов, позволяющих при проектировке учесть основные моменты движения данного потока под ледяным покровом.

Работа состоит из пяти глав, из которых глава I посвящена гидравлической характеристике условий движения потока под ледяным покровом, анализу существующих методов учета гидравлических сопротивлений в потоке под ледяным покровом и содержит вывод основных уравнений равномерного движения потока под ледяным покровом как для широкого прямоугольного русла, так и для русел конечной ширины, а также ряда расчетных формул для речных русел и каналов; глава II посвящена рассмотрению неравномерного движения в потоках под ледяным покровом при различных условиях изменения шероховатости ледяного покрова вдоль потока; глава III посвящена методам определения коэффициента шероховатости ледяного покрова, анализу причин изме-

няемости его в течение зимы и установлению расчетных величин его; глава IV посвящена практическим приложениям теории неравномерного движения в потоке под ледяным покровом, в частности методам построения зимних кривых подпора и анализу трансформации продольного профиля потока в бытовых условиях после вхождения его под ледяной покров; глава V содержит сопоставление основных положений и выводов гидравлики потока под ледяным покровом с данными наблюдений в натуре.

Текст иллюстрируется рядом примерных расчетов, данные для которых взяты из материалов крупных гидротехнических проектов последнего времени.

Редакция считает необходимым отметить, что отдельные части настоящей работы были автором в разное время напечатаны¹ или доложены² и таким образом в известной мере подверглись оценке и критике инженерной общественности.

Кроме того, основная часть печатаемой работы инж. Белоконь (примерно в составе глав I, III и IV) была передана в 1935 г. Нижневолгопроектом на экспертизу акад. Н. Н. Павловскому, который в общей части заключения дал следующую оценку работы: „Я полагаю, что работа инж. П. Н. Белоконь является, безусловно, весьма интересной и важной, освещающей крайне мало изученный до сего времени вопрос, имеющий первостепенное и актуальное значение в гидротехнике. Автор дает серьезное исследование вопроса о построении кривых подпора для естественных водотоков в зимних условиях, и потому опубликование работы весьма желательно“.

Программа настоящей книги редакцией была согласована с доктором технических наук Е. В. Близняком, в кафедре которого по ИСИ им. Куйбышева состоял автор.

Замечания, возникающие при чтении этой книги, автор просит направлять ему по адресу: Москва 17, Пятницкая ул., д. 37, кв. 23.

Редакция

¹ См. „Об учете потерь водохранилища на ледообразование“, „Гидротехническое строительство“ № 7 за 1934 г. „К вопросу об учете гидравлических сопротивлений речных потоков при наличии ледяного покрова“, Сборник Нижневолгопроекта № VI, Энергоиздат, 1935 г. „Некоторые вопросы гидравлики потока под ледяным покровом“, „Гидротехническое строительство“ № 12 за 1936 г. „Ответ инж. Можевитинову, „Гидротехническое строительство“ № 7—8, 1937 г. „Построение кривых подпора при зимнем состоянии потока“, „Гидротехническое строительство“ № 2 за 1938 г.

² „Расчетные формулы сечений каналов, работающих под ледяным покровом“. Доклад на научно-исследовательской конференции Московского инженерно-строительного института им. Куйбышева, 14 мая 1937 г.

Глава I

Основные понятия и уравнения гидравлики потока под ледяным покровом

§ 1. Гидравлическая характеристика условий движения потока под ледяным покровом

После образования на поверхности потока ледяного покрова гидравлические условия его движения осложняются появлением нового участка смоченного периметра, имеющего в общем случае шероховатость, отличную от шероховатости русла.

Кроме того, в малых потоках с незначительными глубинами, когда ледяной покров прочно смерзается с берегами и повышенными участками дна и перестает следовать за колебаниями горизонта воды, безнапорное движение потока может перейти в напорное.

Этот случай мы в настоящей работе не рассматриваем, и в дальнейшем будем считать, что условия безнапорного движения сохраняются и при наличии ледяного покрова (т. е. что ледяной покров точно следует колебаниям уровня воды в потоке), причем стояние горизонта воды в лунке выше нижней кромки ледяного покрова считается вызванным обстоятельствами плавания льда. Указанные выше условия свойственны большинству естественных потоков, имеющих водохозяйственное значение.

При наличии ледяного покрова гидравлические сопротивления будут всегда больше, чем в свободном потоке. Поэтому при одном и том же наполнении данного живого сечения оно в зимних условиях будет пропускать меньший расход, чем в летних, и наоборот, для пропуска одного и того же расхода требуется в зимних условиях большее наполнение живого сечения по сравнению с летними.

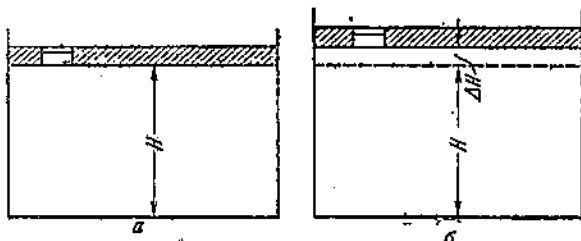
В первом случае увеличение сопротивлений, вызванное наличием ледяного покрова, характеризуется величиной $K = \frac{Q_z}{Q_\lambda}$, т. е. отношением зимнего расхода к летнему; во втором — величиной ΔH , равной разности наполнений русла в зим-

них и летних условиях при прохождении одного и того же расхода Q .

Из сказанного выше следует, что при рассмотрении движения потока под ледяным покровом возможно исходить из двух расчетных схем:

- 1) схемы одинакового живого сечения,
 - 2) схемы одинакового расхода,
- причем выбор той или иной из них зависит от условий рассматриваемой задачи.

Остановимся несколько подробнее на каждой из этих схем в применении их к случаю равномерного движения. Для упрощения нижеследующих выкладок будем рассматривать широкое прямоугольное русло, для которого гидравлический радиус можно принять равным глубине.



Фиг. 1. Исходные расчетные схемы.

a — схема первая одинакового живого сечения; b — схема вторая одинакового расхода.

На фиг. 1 представлены обе исходных схемы. Обозначим через n_p коэффициент шероховатости стенок и дна русла; B — ширину потока; H — глубину потока; I — уклон; Q_1 и Q_2 — соответственно летний и зимний расходы для первой схемы; Q — расход для второй схемы.

Кроме того, обозначим через n_{np} приведенный коэффициент шероховатости для потока под ледяным покровом. Отметим, что величину n_{np} мы принимаем как условный коэффициент шероховатости, учитывающий сопротивления как русла, так и нижней поверхности ледяного покрова, но отнесенный только к смоченному периметру русла.

Тогда для схемы первой мы будем иметь:

$$Q_2 = \omega C_2 \sqrt{HI}; \quad Q_1 = \omega C_1 \sqrt{HI},$$

откуда

$$K = \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{C_2}{C_1},$$

или, принимая для выражения C показательную формулу общего вида $C = \frac{1}{n} H^x$, получим

$$K = \frac{n_p}{n_{np}}. \quad (1)$$

Для второй схемы получим для летних условий:

$$Q = \omega_a C_a \sqrt{HI} = \frac{1}{n_p} B H^{y + \frac{3}{2}} I^{0,5},$$

а для зимних

$$Q = \omega_s C_s \sqrt{(H + \Delta H)I} = \frac{1}{n_{np}} B (H + \Delta H)^{y + \frac{3}{2}} I^{0,5},$$

откуда

$$\Delta H = \left[\left(\frac{n_{np}}{n_p} \right)^{y + \frac{3}{2}} - 1 \right] H. \quad (2)$$

Исключая из уравнений (1) и (2) величину $\frac{n_{np}}{n_p}$, получим следующее выражение, устанавливающее связь между K и ΔH :

$$\Delta H = \left[\left(\frac{1}{K} \right)^{\frac{1}{y + \frac{3}{2}}} - 1 \right] H. \quad (3)$$

Если для выражения C принять формулу Маннинга, для которой $y = \frac{1}{6}$, то вместо формул (1), (2) и (3) мы получим следующие выражения:

$$C_s = \frac{1}{n_{np}} H^{-\frac{1}{6}}; \quad (4)$$

$$K = \frac{C_s}{C_a} = \frac{n_p}{n_{np}}, \quad (5)$$

$$\Delta H = \left[\left(\frac{n_{np}}{n_p} \right)^{\frac{3}{5}} - 1 \right] H; \quad (6)$$

$$\Delta H = \left[\left(\frac{1}{K} \right)^{\frac{3}{5}} - 1 \right] H. \quad (7)$$

Таким образом на основании сказанного выше мы приходим к следующим выводам:

1. Величины C_s , K и ΔH , которыми в различных случаях пользуются для учета сопротивлений в потоке, покрытом льдом, все являются функциями величины n_{np} , каковую величину и можно принять за основной измеритель гидравлических сопротивлений в потоке под ледяным покровом.

2. Зависимости (4) — (7) устанавливают связь между обеими расчетными схемами; так, например, если мы из наблюдений получим величину ΔH , то уравнение (6) дает нам величину n_{np} , а уравнения (7) и (4) величины C_s и K для первой схемы и наоборот. Поэтому вне зависимости от того, из какой расчетной схемы мы исходим, результаты должны быть тождественны.

Указанные выше соотношения справедливы для широкого прямоугольного русла, но аналогичные соотношения могут быть получены и для русел другой конфигурации, причем в этом случае в уравнения войдет еще величина a , представляющая собой отношение ширины ледяного покрова к смоченному периметру русла¹.

В заключение отметим еще следующее обстоятельство: в обеих расчетных схемах мы глубину потока под ледяным покровом H или $H + \Delta H$ (фиг. 1) считали от нижней поверхности льда до дна, в то время как водомерные наблюдения дают зимние горизонты, расположенные несколько выше нижней поверхности ледяного покрова (примерно на 0,9 толщины ледяного покрова). Это обстоятельство необходимо принимать во внимание при практическом использовании указанных выше расчетных схем.

§ 2. Анализ существующих методов учета гидравлических сопротивлений в потоке под ледяным покровом

Поскольку можно судить по опубликованным в литературе² данным, учет гидравлических сопротивлений в потоке под ледяным покровом в настоящее время разработан крайне слабо.

Кроме того, проработка этого вопроса в том или ином виде велась при составлении проектов различных гидротехнических сооружений последнего времени. Однако результаты этих проработок в большинстве случаев не опубликованы.

Среди опубликованных работ остановимся прежде всего на работе О. Девика³. В этой работе автор дает вывод основного уравнения живого сечения потока под ледяным покровом, составляет дифференциальное уравнение кривой поверхности потока под ледяным покровом и дает метод его интегрирования. Однако при всех своих выводах О. Девик исходит из допущения, что „отложение наносов на дне реки и отложение ледяных кристаллов на нижней поверхности ледяного покрова одинаковым образом зависит от обстоятельств движения потока и что поэтому нижняя поверхность ледяного покрова должна обладать такими же свойствами, как и руслов в том же месте реки“. Это допущение приводит к тому, что результаты его выводов оказываются пригодными только

¹ Для русел конечной ширины величины $n_{др}$, входящие в уравнения (1) и (2), строго говоря, не равны, но, как видно будет из дальнейшего, это неравенство настолько незначительно, что не имеет практического значения.

² Из литературных источников отметим: 1) работы инж. Г. К. Лоттера, „Влияние условий ледообразования и толщины льда на расчет деривационных каналов“, Известия НИИГИ № 7, Ленинград, 1932 г. и „Изменение режима потоков вследствие воздействия гидротехнических сооружений“, Ленинград, 1933 г.; 2) статью Олафа Девика, помещенную в журнале „Deutsche Wasserwirtschaft“ за 1933 г. № 10 и 11 „Ледообразование и его влияние на продольный профиль потока“.

для частного случая, когда шероховатость ледяного покрова равна шероховатости русла. Последнее обстоятельство почти полностью обесценивает работу О. Девика в ее гидравлической части.

Переходя далее к опубликованным работам инж. Г. К. Лоттера, отметим, что автор находит возможным при наличии ледяного покрова пользоваться одной из нижеследующих формул для определения приведенного для всего русла коэффициента Шези:

$$C_{np} = C_1 C_2 \sqrt{\frac{1+a}{aC_1^2 + C_2^2}}; \quad (8)$$

$$C_{np} = \frac{87}{1 + \frac{\gamma_1}{\sqrt{R}} \sqrt{1 + a \left(\frac{\gamma_1}{\gamma_2} \right)^3}}; \quad (9)$$

$$C_{np} = \frac{C_1 + aC_2}{1 + a}, \quad (10)$$

где C_{np} — приведенный коэффициент формулы Шези для потока при наличии ледяного покрова; C_1 и C_2 — коэффициенты, вычисляемые по одной из известных формул для C при гидравлическом радиусе R и шероховатостях γ_1 и γ_2 или n_1 и n_2 ; a — отношение периметра ледяного покрова к смоченному периметру русла; γ_1 и γ_2 или n_1 и n_2 — соответственно коэффициенты шероховатости Базена и Гангиле-Куттера для русла и нижней поверхности льда.

Первая формула является применением к условиям наличия ледяного покрова известной формулы акад. Н. Н. Павловского для учета сопротивления в русле с различной шероховатостью смоченного периметра, вторая формула принадлежит проф. Пузыревскому, третья предложена инж. Лоттером, исходя из условий расчета сложного русла.

Согласно указаниям инж. Г. К. Лоттера при пользовании формулами (8) и (10) вводится допущение, что гидравлические радиусы R_1 и R_2 , необходимые для определения величин C_1 и C_2 , равны гидравлическому радиусу R_0 всего сечения.

Наконец, переходя к рассмотрению методов учета влияния ледяного покрова, примененных в ряде пояснительных записок к различного рода гидротехническим проектам, встречаем следующий способ учета гидравлических сопротивлений потока при наличии ледяного покрова (так называемый метод осредненной шероховатости).

Задаваясь коэффициентами шероховатости n_1 и n_2 для русла и нижней поверхности ледяного покрова, определяют осредненный коэффициент шероховатости для всего смоченного периметра из соотношения

$$n_{cp} = \frac{n_1 P_1 + n_2 P_2}{P_1 + P_2}, \quad (11)$$

где P_1 и P_2 — соответственно смоченные периметры русла и ледяного покрова.

Затем величина коэффициента Шези C_{np} определяется по обычным формулам для C , причем гидравлический радиус принимается равным:

$$R = \frac{\Omega}{P_1 + P_2}.$$

Переходя к анализу формул (8)–(11), мы прежде всего преобразуем их для случая широкого прямоугольного русла, когда P_2 можно принять равным P_1 и $\alpha = 1$.

Далее, подставляя по формуле Маннинга вместо C_1 и C_2 соответственно $C_1 = \frac{1}{n_1} R_0^{\frac{1}{6}}$ и $C_2 = \frac{1}{n_2} R_0^{\frac{1}{6}}$ и обозначая $\frac{n_2}{n_1} = \alpha$, получим после некоторых преобразований вместо уравнений (8) и (10) нижеследующие:

$$C_{np} = \frac{1}{n_1} R_0^{\frac{1}{6}} \frac{1,41}{\sqrt{1+\alpha^2}}; \quad (12)$$

$$C_{np} = \frac{1}{n_1} R_0^{\frac{1}{6}} \frac{1 + \frac{1}{\alpha}}{2}. \quad (13)$$

Принимая также для метода осредненной шероховатости [уравнение (11)] формулу Маннинга, получим, что модуль пропускной способности русла

$$K = \frac{1}{n_1} B R_0^{\frac{5}{3}} \frac{1,26}{1+\alpha},$$

откуда

$$C_{np} = \frac{1}{n_1} R_0^{\frac{1}{6}} \frac{1,26}{1+\alpha}. \quad (14)$$

В формулах (12), (13) и (14) первые два множителя равны скоростному коэффициенту C_0 для свободного потока; третий множитель дает изменение величины C_0 при появлении на поверхности потока ледяного покрова шероховатостью n_2 . Величина этого множителя определяет величину отношения $\frac{C_{np}}{C_0}$. Легко видеть, что для всех значений $\alpha = \frac{n_2}{n_1} < 1$ мы

будем иметь по формулам (12) и (13) $C_{np} > C_0$, то же самое мы будем иметь и по формуле (14) для всех значений $\alpha < 0,26$. А так как при применении формул (8), (9) и (11) живое сечение принимается одним и тем же как для свободного русла, так и для русла со сплошным ледяным покровом и гидравлический радиус последнего принимается таким же, как и для русла свободного, то отсюда непосредственно следует, что для всех случаев, когда $C_{np} > C_0$, получаем $\omega C_{np} \sqrt{R_0} > \omega C_0 \sqrt{R_0}$, т. е. что пропускная способность русла при наличии ледяного

покрова больше пропускной способности свободного русла. Последнее явно не соответствует действительности.

Приведенные выше соображения показывают, что формулы (8), (9) и (11) построены неверно и не могут правильно учесть величину сопротивлений для потока под ледяным покровом.

Само собой понятно, что правильно построенная формула для C_{np} должна удовлетворять следующим требованиям:

1) при всех значениях $\alpha = \frac{n_2}{n_1}$ формула должна давать $C_{np} < C_0$;

2) для предельного значения $\alpha = 0$, т. е. при отсутствии ледяного покрова C_{np} должно равняться C_0 ;

3) при $\alpha = 1$, т. е. для случая одинаковой шероховатости русла и ледяного покрова, C_{np} должно равняться $0,63 C_0$.

В нижеследующей табл. I сопоставлены рассмотренные выше формулы для C_{np} , причем в этой же таблице даны значения $\frac{C_{np}}{C_0}$ для $\alpha = 0$ и $\alpha = 1$.

Кроме того, в этой таблице помещена предлагаемая нами формула, вывод которой дан в § 3 этой главы.

Таблица I

№ по пор.	Наименование и номер формулы	Вид формулы*	Значение $\frac{C_{np}}{C_0}$ при	
			$\alpha = 0$	$\alpha = 1,0$
1	Формула инж. Белоконь (42а)	$C_{np} = C_0 \frac{1}{(1 + \alpha^{1,5})^{0,67}}$	1,00	0,63
2	Формула инж. Лоттера (8)	$C_{np} = C_0 \frac{1,41}{\sqrt{1 + \alpha^2}}$	1,41	1,00
3	Формула проф. Пузыревского (9)	$C_{np} = C_0 \frac{\gamma_1 + \sqrt{R}}{\sqrt{R} + \gamma_1 \sqrt{1 + \alpha^2}}$	1,00**	0,81**
4	Формула инж. Лоттера (10)	$C_{np} = C_0 \frac{1 + 1/\alpha}{2}$	∞	1,00
5	Метод осредненной шероховатости формула (11)	$C_{np} = C_0 \frac{1,26}{1 + \alpha}$	1,26	0,63

* При применении всех приведенных выше формул гидравлический радиус принимается равным средней глубине потока. При этом, в случае если при использовании формулы (11) гидравлический радиус принимается равным $\frac{H}{2}$, коэффициент формулы изменяется с 1,26 на 1,78.

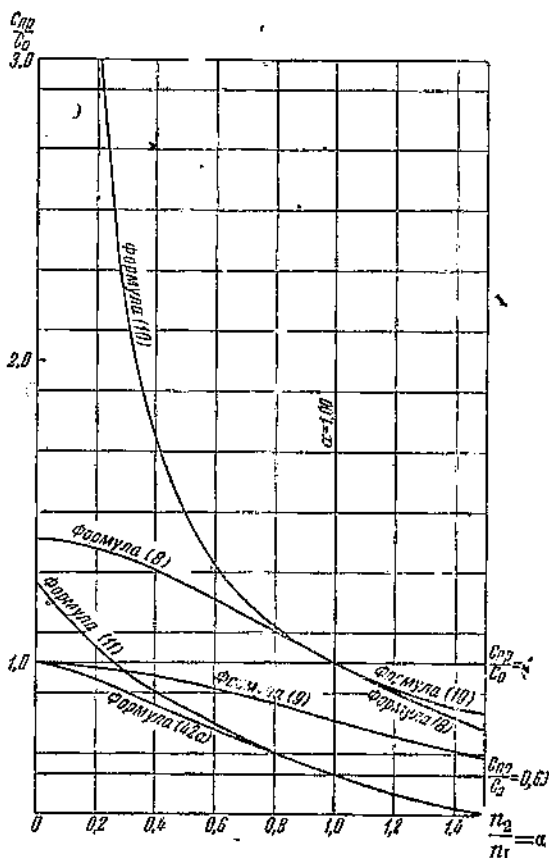
** Для $R = 1,0$ м и $\gamma_1 = 1,30$.

На фиг. 2 даны кривые отношения $\frac{C_{np}}{C_0}$ при изменении α от 0 до 1,5 для всех приведенных формул, причем на граfi-

1 Последнее непосредственно получается из сравнения пропускной способности для широкого прямоугольного русла и трубы того же сечения.

ке кривые обозначены теми же цифрами, какими перечислены формулы в тексте.

Как видно из табл. I и фиг. 2, формулы Лоттера (8) и (10) не удовлетворяют ни одному из приведенных выше условий; формула Пузыревского (9) не удовлетворяет третьему условию, а формула (11) — первому условию.



Фиг. 2. Графическое сопоставление формул различных авторов для $C_{пр}$.

акад. Н. Н. Павловского для случая открытого русла с различной шероховатостью смоченного периметра. В формуле акад. Павловского предположение, что для открытого русла отношение смоченных периметров различной шероховатости равно отношению соответствующих им частей площади живого сечения, из которого вытекает равенство $R_1 = R_2 = R_0$, является вполне реальным. Инж. Лоттер применяет эту формулу к условиям наличия ледяного покрова, когда мы имеем не только различную шероховатость смоченного периметра, но и изменение конфигурации его по сравнению со свободным руслом. В этих условиях допущение $R_1 = R_2 = R_0$ теряет свою определенность

формулой, удовлетворяющей всем трем условиям, является предложенная нами формула (42a).

При сравнении нашей формулы с остальными мы видим, что наиболее близко к ней подходит метод осредненной шероховатости [(формула (11)], особенно для значений $\alpha > 0,5$.

Несоответствие формул (8), (10) и (11) действительности происходит в силу чисто формального применения к условиям потока под ледяным покровом зависимостей, выведенных для учета обстоятельств движения свободного потока. Действительно, формула (8) для $C_{пр}$ является, как указывалось выше, применением известной формулы

и становится совершенно произвольным. Акад. Павловский Н. Н.¹, применяя эту формулу для бесконечно широкого потока под ледяным покровом, определяет соотношение R_1 и R_2 , исходя из постулата максимума расхода через живое сечение под ледяным покровом, и получает $\frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^{3/2}$. Формула (10) для C_{np} получается применением к руслу при наличии ледяного покрова формулы для расхода через сложное русло в предположении, что $R_1 = R_2 = R_0$. Нам кажется, что аналогия между движением воды под ледяным покровом и движением в сложном русле крайне трудно себе представить и что формула (10) является еще более формальным подходом к вопросу о сопротивлении потока при наличии ледяного покрова, чем формула (8).

Необходимо отметить, что в обеих упомянутых выше работах инж. К. Г. Лоттер отмечает некоторую условность приводимых им формул и необходимость дальнейшего их уточнения и экспериментальной проверки, однако он, видимо, считает возможным практическое их использование в расчетной практике.

Формула (11) является применением к случаю потока под ледяным покровом эмпирических формул для C , выведенных на основании наблюдений над открытыми потоками при более или менее одинаковой шероховатости всего смоченного периметра — замена которой осредненной шероховатостью является в достаточной мере произвольной. Кроме того, формула (11) построена принципиально неверно. Так как понятие коэффициента шероховатости как таковое связано с понятием гидравлического радиуса, а не с понятием смоченного периметра (с которым связан другой измеритель гидравлических сопротивлений, — так называемое среднее удельное сопротивление на стенке).

Формула проф. Пузыревского (9), как это отмечает инж. Г. К. Лоттер в первой из упомянутых выше работ, не имеет строго обоснованного вывода.

Из всего сказанного выше следует, что приведенные выше способы учета гидравлических сопротивлений потока при наличии ледяного покрова нельзя считать правильными и что не исключена возможность грубых ошибок при использовании их в расчетной практике.

Основной недостаток этих способов по нашему мнению заключается в том, что они не учитывают тех изменений, которые претерпевает поток при наличии ледяного покрова, почему и результаты их не могут отвечать действительно наблюдаемым явлениям. В самом деле, как легко усмотреть из самых элементарных подсчетов, для широкого прямоугольного русла в случае $n_2 = n_1$ условия пропуска одного и того

¹ Акад. Н. Н. Павловский, О построении кривых свободной поверхности в естественных руслах, Гидроэнергопроект Л. О., 1935 г. Рукопись.

же расхода требуют при наличии ледяного покрова увеличения наполнения русла примерно на 32%, и наоборот, при сохранении дного и того же наполнения пропускная способность русла под ледяным покровом должна составлять 63% от пропускной способности открытого русла, т. е. для этого случая $C_{лр} = 0,63 C_0$. А между тем, как видно из табл. 1, большинство рассмотренных формул этому условию не удовлетворяют.

Неучёт специфических условий движения потока при наличии на его поверхности ледяного покрова приводит иногда при практических расчетах к грубым ошибкам.

Так, в одном из проектов по водоснабжению Донбасса вследствие неучета изменения наполнения русла при зимнем режиме было получено неправильное решение. Именно, из водохранилища каналом на расстояние 10 км нужно было подводить к насосной установке постоянный расход $Q = 6 \text{ м}^3/\text{сек}$. При этом должны были быть соблюдены следующие условия: погружение сосуна должно быть не менее 0,5 м, расстояние от конца сосуна до дна канала — 0,5 м. Таким образом при любых условиях глубина в канале должна быть менее 1,0 м. Проектировщики приняли, что наиболее неблагоприятные условия для водозабора будут при зимнем режиме и, исходя из этого и принимая $\gamma_1 = 1,80$ и $\gamma_2 = 0,70$, определили необходимый уклон канала $i_0 = 0,000547$. Канал трассировался по руслу реки в обратном направлении ее падения. У места водозабора заглубление дна канала против дна русла получилось равным 6,47 м.

Между тем, учитывая то обстоятельство, что при зимнем режиме для пропуска $6 \text{ м}^3/\text{сек}$ наполнение канала должно увеличиться, совершенно бесполезно было определять уклон канала, исходя из условий свободного русла.

Для этих условий получаем уклон канала равным $i = 0,000250$ и заглубление дна его у места водозабора 3,50 м. При этом уклоне при пропуске расхода в $6 \text{ м}^3/\text{сек}$ при наличии ледяного покрова наполнение русла при принятой шероховатости льда получается 1,13 м, а погружение сосуна 0,63 м.

Наоборот, при пропуске расхода $6 \text{ м}^3/\text{сек}$ по каналу с уклоном 0,000547 при свободном русле устанавливается глубина в канале 0,81 м и погружение сосуна будет только 0,31 м.

Таким образом неправильное представление о режиме потока при наличии ледяного покрова привело:

1) к запроектованию излишнего заглубления подводящего канала на 2,97 м;

2) к ухудшению условий водозабора при работе канала при отсутствии ледяного покрова.

§ 3. Вывод основного уравнения равномерного движения потока под ледяным покровом для широкого прямоугольного русла

В § 2 мы показали несостоятельность некоторых формул для учета гидравлических сопротивлений в потоке под ледяным покровом и отметили причины этой несостоятельности.

Очевидно, что при желании более или менее точно подойти к правильному учету сопротивлений в потоке под ледяным покровом необходимо принять во внимание те изменения, которые происходят в элементах потока, когда поверхность его покрывается льдом.

С точки зрения гидравлики эти изменения в первую очередь выражаются в изменении граничных условий протекания потока, а именно:

1) в появлении на поверхности потока нового участка смоченного периметра, шероховатость которого в общем случае отличается от шероховатости дна и стенок;

2) в превращении открытого живого сечения потока в сечение замкнутое, в котором верхняя замыкающая часть периметра является подвижной, следующей за величиной наполнения сечения¹.

Дальнейшие изменения гидравлических элементов потока после его замерзания могут быть выявлены из следующих соображений.

Возьмем уравнение равномерного движения в следующем виде²:

$$\frac{1}{\gamma} \int_P \tau d\chi = \omega I, \quad (15)$$

где τ — удельное сопротивление на элементарной площади стенки $d\chi \cdot 1,00$ и γ — вес единицы объема воды.

Обозначая через τ_p и τ_λ соответственно средние удельные сопротивления русла и нижней поверхности ледяного покрова, а через χ_p и χ_λ — соответствующие участки смоченного периметра, из уравнения (15) получим:
для свободного потока

$$\tau_p \chi_p = \gamma \omega I, \quad (16)$$

а для потока под ледяным покровом

$$\tau_p' \chi_p + \tau_\lambda \chi_\lambda = \gamma \omega I_1. \quad (17)$$

В уравнении (17) мы среднее удельное сопротивление на единице площади стенки обозначали через τ_p' , чтобы отметить, что с изменением пограничных условий потока при его замерзании изменяется и величина среднего удельного сопротивления по смоченному периметру русла.

Уравнения (16) и (17) дают величины полного сопротивления на участке длиной 1,00 м для свободного потока и для потока под ледяным покровом при прохождении одного и того же расхода Q .

Несмотря на неравенство τ_p' и τ_p , мы все же на основании общих соображений и данных опыта можем утверждать, что левая часть уравнения (17) больше левой части уравнения (16).

Обозначая их разность через ΔT , причем $\Delta T > 0$, получим

$$\Delta T = \gamma (\omega_1 I_1 - \omega I) \quad (18)$$

или для широкого прямоугольного потока

$$\Delta T = B \gamma [(H + \Delta H) I_1 - H I]. \quad (19)$$

Анализируя уравнение (19), мы приходим к следующим выводам.

¹ См. § 1.

² См. «Гидравлика» проф. Н. Н. Павловского, ч. 1, Ленинград, 1928 г., стр. 197.

Если ледяной покров будет иметь однообразную шероховатость по длине потока, то появление его не вызовет изменения условий, необходимых для существования равномерного движения, так как вносимое им увеличение сопротивления будет одинаковым по длине потока. Поэтому равномерное движение свободного потока останется равномерным и после замерзания его и уклоны I_1 и I в уравнении (19) будут равны.

Тогда уравнение (19) приводит к следующему неравенству:

$$\Delta H > 0. \quad (20)$$

Наоборот, если ледяной покров будет иметь различную шероховатость по длине потока, то равномерное движение свободного потока перейдет после замерзания его в неравномерное.

Для этого случая уравнение (19) даст

$$(H + \Delta H) I_1 > HI \quad (21)$$

или

$$\omega_1 I_1 > \omega I. \quad (22)$$

Таким образом изменение пограничных условий при замерзании потока приводит к следующему:

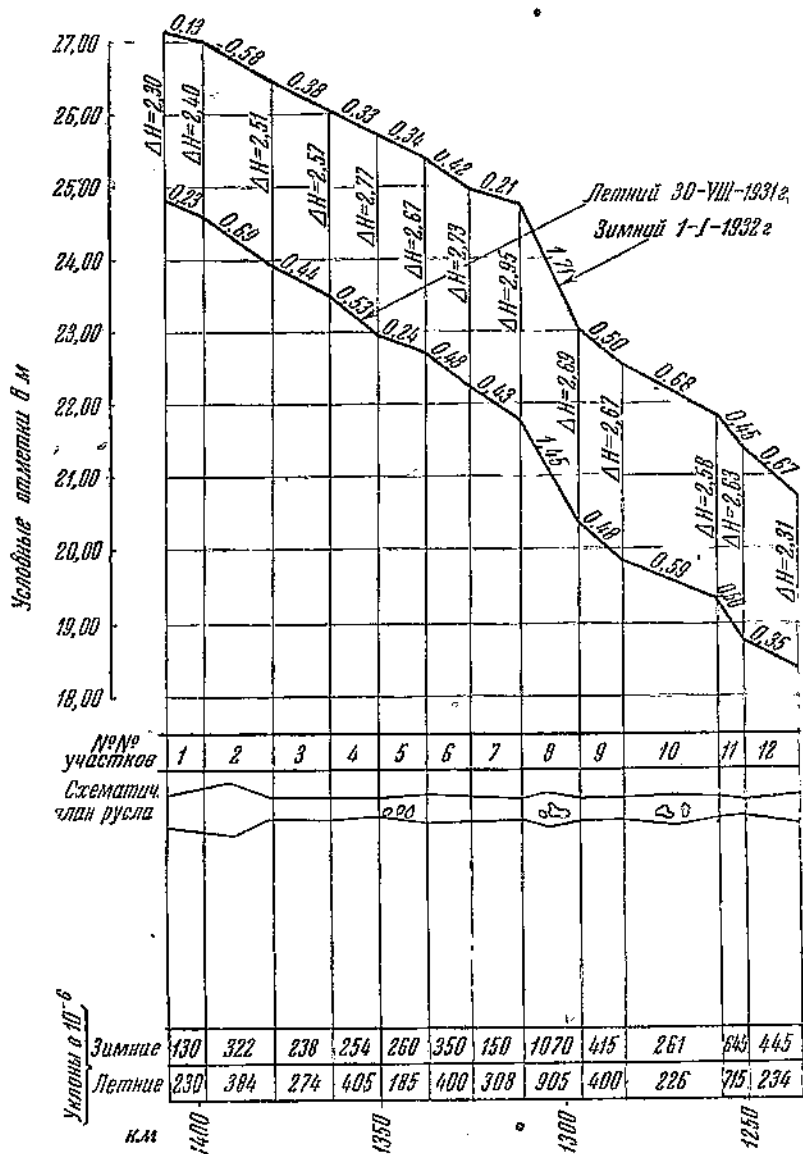
а) при образовании ледяного покрова различной шероховатости по длине потока в нем устанавливается неравномерное движение даже в том случае, если до замерзания поток двигался равномерно; происходящие при этом изменения глубин и уклонов должны удовлетворять неравенствам (21) или (22);

б) при образовании ледяного покрова однообразной шероховатости по длине потока обстоятельства равномерного движения в потоке не нарушаются; реакция потока на изменение пограничных условий будет выражаться только увеличением его наполнения на величину ΔH , которая остается одной и той же для всех живых сечений и для данного расхода Q изменяется в зависимости от величины шероховатости ледяного покрова.

Отметим еще раз, что все сказанное выше относится к случаю прохождения одного и того же расхода в свободном потоке и в потоке под ледяным покровом.

В нашем распоряжении не имеется лабораторных экспериментальных данных, на которые мы могли бы сослаться, но результаты зимних гидрометрических наблюдений на реках в достаточной мере подтверждают приведенные выше выводы. Приводим конкретный пример.

На фиг. 3 представлены два мгновенных продольных профиля горизонтов воды крупной равнинной реки, из которых один относится к 30/VIII 1931 г. при расходе $Q = 3540 \text{ м}^3/\text{сек}$, а другой — к 1/I 1932 г. при том же самом расходе. Ввиду того что расходы в обоих случаях равны, мы должны изменение наполнений и уклонов зимнего профиля по



Фиг. 3. Продольные мгновенные профили летнего и зимнего горизонтов воды для одного и того же расхода $Q = 3540 \text{ м}^3/\text{сек.}$

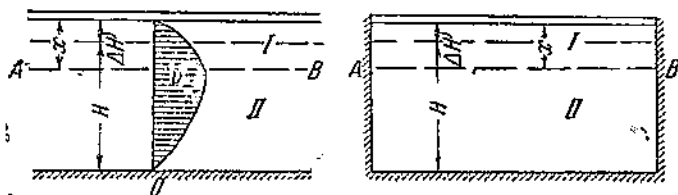
Примечание. Цифры над линией профиля обозначают величину падения на участке.

сравнению с летним отнести всецело за счет увеличения сопротивлений при наличии ледяного покрова. Как видно из фиг. 3, это увеличение сопротивлений вызывает значительное увели-

чение наполнения русла и изменение местных уклонов, причем на отдельных участках это изменение уклонов происходит как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения их по сравнению с летними уклонами.

Произведенные нами подсчеты показали, что для всех створов неравенства (21) или (22) удовлетворяются.

После этих предварительных соображений перейдем к выводу основных уравнений живого сечения потока, покрытого льдом, причем в дальнейшем мы будем принимать наличие условий равномерного движения — призматическое русло и одинаковая шероховатость ледяного покрова по длине его.



Фиг. 4.

Прежде всего на основании анализа существующих формул учета сопротивлений потока под ледяным покровом (§ 2) стали вполне очевидными следующие два положения:

1. Одна формула Шези, как учитывающая обстоятельства движения жидкости при одинаковой по всему смоченному периметру шероховатости стенок, недостаточна для построения этого вывода.

2. Величина ΔH , являющаяся (в случае рассмотрения второй расчетной схемы) внешним проявлением влияния ледяного покрова на обстоятельства движения потока, должна служить отправным моментом дальнейших исследований в этом вопросе.

Первое положение заставляет нас рассмотреть несколько подробнее, чем это делается при применении формулы Шези, внутренний механизм движения жидкости.

Возьмем живое сечение широкого прямоугольного потока, покрытого льдом (фиг. 4). Будем считать, что условия для равномерного движения потока под ледяным покровом соблюдены, т. е. что шероховатость ледяного покрова одинакова по всей длине рассматриваемого участка. Естественно принять, что верхние струи потока в своем движении будут находиться под влиянием нижней кромки ледяного покрова, нижние же — под влиянием дна.

Обозначим через Q м³/сек расход потока; H — наполнение русла, свободного от льда при расходе Q ; $H + \Delta H$ — наполнение русла под ледяным покровом при том же расходе; I — уклон потока на рассматриваемом участке; B — ширину потока по верху; n_x и n_p — коэффициенты шероховатости соответственно нижней поверхности ледяного покрова и дна. Теперь допустим:

1) что влияние нижней поверхности ледяного покрова на движение потока будет распространяться на глубину x до плоскости AB ;

2) что кривые распределения скоростей на вертикали будут параболой m -го порядка с вертикальной осью;

3) что влияние шероховатости дна и ледяного покрова на форму кривой распределения скоростей будет учитываться соответствующей величиной параметра параболы.

Тогда, рассматривая широкое прямоугольное русло, мы будем иметь для первой части потока

$$v_1 = A_x v_1^m, \quad (23)$$

а для второй части потока

$$v_2 = A_p v_2^m, \quad (23a)$$

где A_x и A_p — параметры параболы, а y — глубина, отсчитываемая для первой части потока от нижней поверхности ледяного покрова, а для второй части — от дна потока.

В отношении п. 1 наших допущений необходимо отметить, что он до некоторой степени схематизирует картину распределения скоростей в потоке под ледяным покровом. При рассмотрении кривых распределения скоростей по вертикали, получаемых при производстве измерений зимних расходов рек, можно установить, что при замерзании реки происходит изменение не только верхней части кривой распределения скоростей, но также и нижней ее части, причем обычно скорости у дна возрастают.

Мы полагаем, что отмеченная выше схематизация распределения скоростей по вертикали потока под льдом допустима в качестве первого приближения при решении такого мало разработанного вопроса, как учет сопротивления потока под ледяным покровом, при трактовке которого в настоящее время допускаются еще более грубые схемы, тем более, что наши допущения в конечном результате приводят к довольно простым и достаточно правдоподобным расчетным формулам.

В отношении п. 2 отметим, что вполне установившегося взгляда на форму кривых распределения скоростей по вертикали в настоящее время не имеется. Ряд исследователей принимает различные математические выражения для кривых как наиболее близко подходящие к кривым распределения скоростей по вертикали. Однако можно считать, что наиболее подходящими кривыми для естественных водотоков будут парабола m -го порядка с вертикальной осью и логарифмическая кривая, причем наилучшее совпадение в нижней части кривых распределения получается для параболы¹.

¹ Trovbach, Gestalt der Geschwindigkeitskurven in der Lotrechten der Flußquerschnitte, D. Wasserwirtschaft № 8, 1933 г.

Для установления математической зависимости между приведенными выше элементами живого сечения потока, покрытого льдом, используем следующие положения:

1) скорости на раздельной поверхности AB для первой и второй части потока равны между собой;

2) площадь между кривой распределения скоростей и вертикалью, умноженная на ширину потока B , равна расходу потока Q ;

3) уклон, под влиянием которого происходит движение в первой и второй части потока, один и тот же.

На основании первого положения мы можем написать (фиг. 4):

$$v'_{AB} = v''_{AB} \text{ или } \left(\frac{x_0}{A_a} \right)^{\frac{1}{m}} = \left(\frac{H + \Delta H - x_0}{A_p} \right)^{\frac{1}{m}},$$

откуда

$$x_0 = \frac{A_a}{A_p + A_a} (H + \Delta H). \quad (24)$$

На основании третьего положения можно написать:

$$Q_1 = B \int_0^{x_0} v_1 dy_1 \text{ и } Q_2 = B \int_0^{H + \Delta H - x_0} v_2 dy_2,$$

или, подставляя v_1 и v_2 из уравнений (23) и (23а) и интегрируя, получим

$$Q_1 = \frac{m}{m+1} B \frac{x_0^{\frac{m+1}{m}}}{A_a^{\frac{1}{m}}} \quad (25)$$

и

$$Q_2 = \frac{m}{m+1} B \frac{(H + \Delta H - x_0)^{\frac{m+1}{m}}}{A_p^{\frac{1}{m}}}. \quad (26)$$

Выражая Q_1 и Q_2 по формуле Шези-Маннинга, получим окончательно:

$$\frac{1}{n_a} B x_0^{\frac{5}{3}} I^{0,5} = \frac{m}{m+1} B \frac{x_0^{\frac{m+1}{m}}}{A_a^{\frac{1}{m}}}$$

и

$$\frac{1}{n_p} B (H + \Delta H - x_0)^{\frac{5}{3}} I^{0,5} = \frac{m}{m+1} B \frac{(H + \Delta H - x_0)^{\frac{m+1}{m}}}{A_p^{\frac{1}{m}}}.$$

Деля первое уравнение на второе, после необходимых

преобразований получим:

$$\frac{n_p}{n_a} = \left(\frac{A_p}{A_a} \right)^{\frac{1}{m}} \left(\frac{x_0}{H + \Delta H - x_0} \right)^{\frac{3-2m}{3m}}.$$

Подставляя величину x_0 из уравнения (24), получим после преобразований:

$$\frac{n_p}{n_a} = \left(\frac{A_p}{A_a} \right)^{\frac{2}{3}}$$

или, полагая $\frac{n_a}{n_p} = \alpha$, получим окончательно:

$$A_a = \alpha^{1,5} A_p. \quad (27)$$

Принимая во внимание уравнение (27), уравнение (24) может быть преобразовано в следующее:

$$x_0 = \frac{\alpha^{1,5}}{1 + \alpha^{1,5}} (H + \Delta H). \quad (28)$$

На основании второго положения имеем:

$$Q = B \int_0^{x_0} v_1 dy_1 + B \int_0^{H+\Delta H-x_0} v_2 dy_2,$$

или

$$Q = \frac{m}{m+1} B \left[\frac{x_0^{\frac{m+1}{m}}}{A_a^{\frac{1}{m}}} + \frac{(H + \Delta H - x_0)^{\frac{m+1}{m}}}{A_p^{\frac{1}{m}}} \right].$$

Подставляя значение x_0 из уравнения (24) после преобразований, получим:

$$Q = \frac{m}{m+1} B \frac{(H + \Delta H)^{\frac{m+1}{m}}}{(A_p + A_a)^{\frac{1}{m}}}. \quad (29)$$

В нашем рассмотрении величина расхода Q остается постоянной как для свободного потока, так и для потока под ледяным покровом, поэтому мы можем считать

$$Q = \frac{1}{n_p} B H^{\frac{5}{3}} I^{0,5}.$$

Тогда

$$\frac{1}{n_p} B H^{\frac{5}{3}} I^{0,5} = \frac{m}{m+1} B \frac{(H + \Delta H)^{\frac{m+1}{m}}}{(A_p + A_a)^{\frac{1}{m}}}.$$

Подставляя величину A_a из уравнения (27), получим:

$$\frac{1}{n_p} B H^{\frac{5}{3}} I^{0,5} = \frac{m}{m+1} \frac{(H + \Delta H)^{\frac{m+1}{m}}}{A_p^{\frac{1}{m}} (1 + \alpha^{1,5})^{\frac{1}{m}}}. \quad (30)$$

Величину A_p мы можем получить из соображений, что, с одной стороны, для свободного потока расход равен $Q = \frac{1}{n_p} B H^{\frac{5}{3}} I^{0,5}$, а с другой стороны, этот же расход равен:

$$Q = B \int_0^H v_1 dy_1 = \frac{m}{m+1} B \frac{H^{\frac{m+1}{m}}}{A_p^{\frac{1}{m}}}. \quad (30a)$$

Тогда

$$\frac{1}{n_p} H^{\frac{5}{3}} I^{0,5} = \frac{m}{m+1} \frac{H^{\frac{m+1}{m}}}{A_p^{\frac{1}{m}}},$$

откуда

$$A_p^{\frac{1}{m}} = \frac{m}{m+1} \frac{n_p}{I^{0,5}} H^{\frac{3-2m}{3m}}$$

или

$$A_p = \left(\frac{m}{m+1} \right)^m \frac{n_p^m}{I^{0,5m}} H^{\frac{3-2m}{3}}. \quad (31)$$

Подставляя теперь это значение A_p в уравнение (30), получим:

$$\sqrt[5]{H} = \frac{(H + \Delta H)^{\frac{m+1}{m}}}{H^{\frac{3-2m}{3m}} (1 + \alpha^{1,5})^{\frac{1}{m}}}.$$

Решая это уравнение относительно ΔH , получим:

$$\Delta H = \left[(1 + \alpha^{1,5})^{\frac{1}{m+1}} - 1 \right] H. \quad (32)$$

Таким образом в результате нашего рассмотрения мы получили следующие основные зависимости:

$$v_1 = \left(\frac{y_1}{A_s} \right)^{\frac{1}{m}} \text{ и } v_2 = \left(\frac{y_2}{A_p} \right)^{\frac{1}{m}}; \quad (23) \text{ и } (23a)$$

$$A_s = \alpha^{1,5} A_p; \quad (27)$$

$$x_0 = \frac{\alpha^{1,5}}{1 + \alpha^{1,5}} (H + \Delta H); \quad (28)$$

$$A_p = \left(\frac{m}{m+1} \right)^m \frac{n_p^m}{I^{0,5m}} H^{\frac{3-2m}{3}}; \quad (31)$$

$$\Delta H = \left[(1 + \alpha^{1,5})^{\frac{1}{m+1}} - 1 \right] H. \quad (32)$$

Для того чтобы эти зависимости могли иметь расчетный характер, мы должны выбрать определенное значение для

величины m —показателя степени параболы, принятой в качестве кривой распределения скоростей по вертикали.

Величину m мы определим на основании следующих соображений: при $\alpha = 1$, т. е. в том случае, когда шероховатость ледяного покрова будет равна шероховатости русла, мы приходим к случаю закрытого сечения с одинаковой шероховатостью всего периметра.

Для этого случая величина ΔH может быть определена непосредственно по формуле Шези-Маннинга.

В самом деле, для свободного потока имеем:

$$Q = \frac{1}{n_p} B H^{\frac{5}{3}} I^{0,5}, \quad (33)$$

а для закрытого с однообразной шероховатостью всего периметра, принимая $R = \frac{B(H + \Delta H)}{2B} = \frac{H + \Delta H}{2}$, получим:

$$Q = \frac{1}{n_p} B \frac{(H + \Delta H)^{\frac{5}{3}}}{2^{\frac{5}{3}}} I^{0,5}. \quad (34)$$

Приравнивая оба выражения расхода, получим:

$$\Delta H = \left(2^{\frac{2}{5}} - 1 \right) H. \quad (35)$$

С другой стороны, уравнение (32) при $\alpha = 1$ дает

$$\Delta H \left(\frac{1}{2^{m+1}} - 1 \right) H. \quad (36)$$

Очевидно, что величины ΔH , получаемые по уравнениям (35) и (36), должны быть равны, поэтому

$$\frac{1}{m+1} = \frac{2}{5} \text{ или } m = \frac{3}{2}.$$

После определения величины m мы можем приведенные выше основные уравнения живого сечения потока под ледяным покровом преобразовать в нижеследующие:

$$v_1 = \left(\frac{y_1}{A_x} \right)^{\frac{2}{3}} \text{ и } v_2 = \left(\frac{y_2}{A_p} \right)^{\frac{2}{3}}; \quad (37) \text{ и } (37a)$$

$$A_x = \alpha^{1,5} A_p; \quad (38)$$

$$x_0 = \frac{\alpha^{1,5}}{1 + \alpha^{1,5}} (H + \Delta H); \quad (39)$$

$$A_p = 0,465 \frac{n_p^{1,5}}{I^{0,75}}; \quad (40)$$

$$\Delta H = [(1 + \alpha^{1,5})^{0,4} - 1] H. \quad (41)$$

Как видно из вышеизложенного, уравнения (37) — (41) получены из рассмотрения второй из указанных выше расчетных схем — схемы одинакового расхода. Величины n_{np} , C_{np} и K , характеризующие первую расчетную схему — схему одинакового живого сечения, могут быть получены на основании приведенных в § 1 уравнений (4) — (7), устанавливающих связь между обеими расчетными схемами.

В самом деле, сравнивая уравнение (41) с уравнением (6), получим:

$$n_{np} = n_p (1 + \alpha^{1,5})^{0,67}. \quad (42)$$

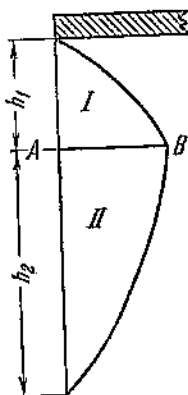
Далее

$$C_{np} = \frac{1}{n_{np}} H^{\frac{1}{6}} = \frac{C_0}{(1 + \alpha^{1,5})^{0,67}}, \quad (42a)$$

где C_0 — скоростный коэффициент свободного потока того же живого сечения.

Наконец, величина K согласно уравнению (5) будет равна

$$K = \frac{1}{(1 + \alpha^{1,5})^{0,67}}. \quad (43)$$



Фиг. 5.

В заключение настоящего параграфа отметим весьма важное свойство распределения скоростей в широком прямоугольном потоке под ледяным покровом — для обеих расчетных схем средние скорости верхней и нижней части потока равны между собой и равны средней скорости всего потока. На фиг. 5 изображена кривая распределения скоростей по вертикали в потоке под ледяным покровом. Для того чтобы последующие соображения были справедливы как для первой, так и для второй схемы, обозначим глубину части I через h_1 и части II — через h_2 .

Из условия равенства скоростей на раздельной поверхности AB получим¹ [см. уравнения (23) и (23a)]:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{A_1}{A_2} = \epsilon. \quad (44)$$

Таким образом для любой вертикали отношение $\frac{h_1}{h_2}$ равно отношению параметров $\frac{A_1}{A_2}$, а так как величина этих параметров зависит только от шероховатости льда и стенок русла, то можно утверждать, что для любой вертикали

¹ Ввиду того что здесь одновременно рассматриваются как первая, так и вторая схемы, мы не можем воспользоваться выражением $\frac{A_p}{A_d} = \alpha^{1,5}$, составленным нами для второй схемы.

отношение $\frac{h_1}{h_2}$ при данной величине шероховатости стенок русла и льда будет постоянным.

Далее, элементарные расходы через верхнюю и нижнюю части вертикали будут равны:

$$q_1 = \int_0^{h_1} v_1 dh_1 = \frac{m}{m+1} \frac{h_1^{\frac{m+1}{m}}}{A_A^{\frac{1}{m}}};$$

$$q_2 = \int_0^{h_2} v_2 dh_2 = \frac{m}{m+1} \frac{h_2^{\frac{m+1}{m}}}{A_p^{\frac{1}{m}}},$$

а средние скорости

$$u_1 = \frac{q_1}{h_1} = \frac{m}{m+1} \left(\frac{h_1}{A_A} \right)^{\frac{1}{m}},$$

$$u_2 = \frac{q_2}{h_2} = \frac{m}{m+1} \left(\frac{h_2}{A_p} \right)^{\frac{1}{m}},$$

откуда имеем

$$\frac{u_1}{u_2} = \left(\frac{h_1 A_p}{h_2 A_A} \right)^{\frac{1}{m}}.$$

Принимая во внимание уравнение (44), получим:

$$\frac{u_1}{u_2} = 1 \text{ или } u_1 = u_2. \quad (45)$$

Далее, так как $u_1 h_1 + u_2 h_2 = u_0 (h_1 + h_2)$, то, принимая во внимание равенство (45), получим:

$$u_1 = u_2 = u_0. \quad (46)$$

Отсюда как следствие имеем:

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{A_A}{A_p}. \quad (47)$$

Отметим, что полученные выше зависимости (44), (46) и (47) справедливы для любого значения показателя степени параболы, принятой в качестве кривой распределения скоростей по вертикали.

Приведенные выше основные уравнения равномерного движения для потока под ледяным покровом получены нами в 1935 г. из рассмотрения второй расчетной схемы — схемы одинакового расхода. Акад. Н. Н. Павловский в том же 1935 г. дал приводимый ниже вывод этих уравнений, исходя из рас-

смотрения первой расчетной схемы (схемы одинакового наполнения)¹.

Рассматривая условия равновесия отсека жидкости под ледяным покровом, получим²

$$-(\tau_1 l \chi_1 + \tau_2 l \chi_2) = \omega \gamma I, \quad (a)$$

где l — длина отсека; τ_1 и χ — среднее удельное сопротивление и смоченный периметр со стороны русла; τ_2 и χ — со стороны льда; ω — площадь всего живого сечения; γ — объемный вес воды; I — пьезометрический уклон потока. Из выражения (a) получаем:

$$-\frac{\tau_1 \chi_1 + \tau_2 \chi_2}{\gamma} = \omega I, \quad (б)$$

куда подставим теперь

$$a_2 = \frac{\chi_2}{\chi_1}. \quad (в)$$

При этом будем иметь:

$$\frac{\tau_1 \chi_1 + a_2 \tau_2 \chi_1}{\gamma} = -\omega I,$$

$$\frac{\chi_1}{\gamma} (\tau_1 + \tau_2 a_2) = -\omega I, \quad (г)$$

$$\frac{\tau_1}{\gamma} + \frac{a_2 \tau_2}{\gamma} = -\frac{\omega}{\chi_1} I, \quad (д)$$

так как $\frac{\omega}{\chi_1} = R$, т. е. равно гидравлическому радиусу открытого русла при том же наполнении, то

$$\frac{\tau_1}{\gamma} + \frac{a_2 \tau_2}{\gamma} = -RI. \quad (е)$$

Полагая для естественных русел $\chi_1 = \chi_2 = B$, получим $a_2 = 1$ и

$$\frac{\tau_1}{\gamma} + \frac{\tau_2}{\gamma} = -RI. \quad (ж)$$

Это и есть основное уравнение равномерного движения в естественных руслах при ледяном покрове. В условиях турбулентного движения

$$\frac{\tau_1}{\gamma} = -\frac{v_1^2}{C_1^2}; \quad \frac{\tau_2}{\gamma} = -\frac{v_2^2}{C_2^2}, \quad (з)$$

где C_1 и v_1 — коэффициент Шези и средняя скорость в первой части потока, а C_2 и v_2 — во второй части, причем вторая

¹ Работа эта не опубликована. Нам она стала известна из заключения акад. Н. Н. Павловского, представленного им в 1935 г. Нижневолгопроекту, в порядке экспертизы нашей работы (см. предисловие). В этом заключении акад. Н. Н. Павловский, рассматривая наше решение задачи, приводит параллельно и свое.

² Текст изложения и буквенные обозначения по Павловскому.

часть находится в области влияния стенок русла, а первая — в области влияния ледяного покрова. Эти части отмечены на фиг. 5, где представлен продольный разрез потока и приведена схема распределения скоростей по некоторой вертикали. Заменяя верхнюю и нижнюю части эпюры скоростей параболлами одинаковой степени¹ и вертикальной осью, можно показать², что

$$v_1 = v_2 = v_3, \quad (и)$$

где v_3 — средняя скорость всего потока в зимних условиях. Принимая во внимание уравнения (з) и (и), получим вместо уравнения (ж) следующее:

$$v_3 \left(\frac{1}{C_1^2} + \frac{1}{C_2^2} \right) = RI,$$

откуда

$$v_3 = C_r \sqrt{RI}, \quad (к)$$

где

$$C_r = \frac{C_1 C_2}{\sqrt{C_1^2 + C_2^2}}, \quad (л)$$

причем C_r можно назвать «приведенным коэффициентом» Шези в зимних условиях. Из уравнения (л) имеем:

$$\frac{1}{C_1^2} + \frac{1}{C_2^2} = \frac{1}{C_r^2}. \quad (м)$$

Пользуясь для коэффициента Шези показательной формулой $C = \frac{1}{n} R^y$ [и имея в виду широкое прямоугольное русло, можно написать:

$$C_r = \frac{1}{n_r} h^y; \quad C_1 = \frac{1}{n_1} h_1^y, \quad \text{и} \quad C_2 = \frac{1}{n_2} h_2^y, \quad (н)$$

где n_r — «приведенный коэффициент шероховатости»; n_1 — коэффициент шероховатости ледяного покрова; n_2 — русла; величины h_1 , h_2 и h см. фиг. 5, причем $h = h_1 + h_2$.

Полагая для естественных русел $y = \frac{1}{4}$, получим вместо уравнения (м)

$$\frac{n_1^2}{\sqrt{h_1}} + \frac{n_2^2}{\sqrt{h_2}} = \frac{n_r^2}{\sqrt{h}}, \quad (о)$$

откуда

$$n_r^2 = n_1^2 \sqrt{\frac{h}{h_1}} + n_2^2 \sqrt{\frac{h}{h_2}}. \quad (п)$$

¹ Величина степени параболы для дальнейшего изложения безразлична.

² Доказательство равенства (з) выпущено, так как оно вполне аналогично приведенному выше на стр. 27.

Вводя обозначение $\frac{h_1}{h_2} = \varepsilon$, получим:

$$\frac{h}{h_1} = 1 + \frac{1}{\varepsilon} \quad \text{и} \quad \frac{h}{h_2} = 1 + \varepsilon \quad (\text{p})$$

и далее

$$n_r^2 = n_1^2 \sqrt{1 + \varepsilon} + n_2^2 \sqrt{1 + \frac{1}{\varepsilon}}. \quad (\text{c})$$

Величину ε определим на основании вполне естественного в данном случае постулата о максимуме расхода или, что все равно, минимуме „приведенного коэффициента шероховатости“ n_r , т. е. из условия

$$\frac{dn_r^2}{d\varepsilon} = 0. \quad (\text{т})$$

Произведя математические выкладки, получим, что

$$\varepsilon = \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^{\frac{4}{3}}. \quad (\text{ч})$$

После чего по уравнению (с) найдем:

$$n_r^2 = n_2^2 \left(\sqrt{1 + \gamma^{\frac{4}{3}}} + \gamma^2 \sqrt{1 + \gamma^{-\frac{4}{3}}} \right), \quad (\text{ц})$$

где

$$\gamma = \frac{n_1}{n_2} = \frac{n_{лед}}{n_{рус}}$$

Уравнение (ц) является основным для всей задачи при решении ее по первой схеме, так как, зная величину n_r , легко получить C_r и Q_3 .

Акад. Н. Н. Павловский при решении рассмотренной выше задачи принимал величину $C = \frac{1}{n} R^{\frac{1}{4}}$. Мы же при решении этой же задачи, исходя из второй расчетной схемы, принимали $C = \frac{1}{n} R^{\frac{1}{6}}$, т. е. формулу Маннинга¹.

Покажем, что решение акад. Н. Н. Павловского в точности совпадает с нашим, если для выражения C принять формулу Маннинга.

Подставляя в уравнение (м) значения C по формуле Маннинга, получим:

$$\frac{n_1^2}{\frac{1}{h_1^{\frac{1}{3}}}} + \frac{n_2^2}{\frac{1}{h_2^{\frac{1}{3}}}} = \frac{n_{nr}^2}{\frac{1}{h^{\frac{1}{3}}}}. \quad (\text{о'})$$

¹ О выборе той или другой формулы для C см. ниже.

Отсюда при использовании уравнений (р) получаем:

$$n_{np}^2 = n_2 (1 + \varepsilon)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\alpha^2}{\varepsilon^{\frac{1}{3}}} + 1 \right). \quad (с')$$

Решая уравнение $\frac{dn_{np}^2}{d\varepsilon} = 0$, получим:

$$\varepsilon = \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^{\frac{3}{2}} \quad \text{или} \quad \varepsilon = \alpha^{1,5}. \quad (ч')$$

После этого по уравнению (с') найдем:

$$n_{np} = n_2 (1 + \alpha^{1,5})^{\frac{2}{3}}. \quad (ц')$$

Уравнения (ч') и (ц') полностью совпадают с основными уравнениями равномерного движения потока под ледяным покровом (27) и (42), полученными нами ранее при решении задачи по второй расчетной схеме. Таким образом тождество обоих решений можно считать установленным.

Остановимся на вопросе о выборе величины показателя степени y в формулах типа

$$C = \frac{1}{n} R^y. \quad (ш)$$

Прежде всего отметим, что при определении величины коэффициента шероховатости русла мы на основании соответствующих измерений величины расхода Q , площади живого сечения ω , смоченного периметра χ и уклона I получаем только две величины $C = \frac{v}{\sqrt{RI}}$ и R из входящих в уравнение (ш). Поэтому при выборе определенного значения величины показателя степени y мы должны получить и соответствующее значение n . Так, применяя формулу Маннинга, получим:

$$n = \frac{R^{\frac{1}{6}}}{C}, \quad (I)$$

а применяя формулу акад. Н. Н. Павловского:

$$N = \frac{R^{\frac{1}{4}}}{C}. \quad (II)$$

Из уравнений (I) и (II) получим:

$$N = n R^{\frac{1}{12}}. \quad (III)$$

Соотношение между N и n_{np} , т. е. приведенными коэффициентами шероховатости, которыми нужно пользоваться для

формул (и) и (и'), мы можем получить на основании следующих соображений.

В уравнении (м) величина C_r остается постоянной вне зависимости от того, какую формулу — Маннинга или Павловского — мы применяем, так как она получается из выражения:

$$C_r = \frac{v_8}{\sqrt{RI}}.$$

Две же другие величины C_1 и C_2 зависят от выбора той или другой формулы для C .

Поэтому мы можем написать¹, что

$$\frac{1}{C_1^2} + \frac{1}{C_2^2} = \frac{1}{c_1^2} + \frac{1}{c_2^2}, \quad (IV)$$

так как

$$C_1 = \frac{1}{N_1} H_1^{\frac{1}{4}}; \quad C_2 = \frac{1}{N_2} H_2^{\frac{1}{4}}; \quad \varepsilon = \frac{H_1}{H_2} = v^{\frac{4}{3}}, \quad \text{где } v = \frac{N_1}{N_2},$$

$$c_1 = \frac{1}{n} h_1^{\frac{1}{6}}; \quad c_2 = \frac{1}{n} h_2^{\frac{1}{6}}; \quad \varepsilon = \frac{h_1}{h_2} = a^{\frac{3}{2}}, \quad \text{где } a = \frac{n_1}{n_2},$$

и так как, кроме того, $h_1 + h_2 = H_1 + H_2 = H$ и $N_2 = n_2 H^{\frac{1}{12}}$, то после соответствующих преобразований уравнения (IV) получим:

$$\left(1 + v^{\frac{4}{3}}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(1 + a^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{4}{3}}. \quad (V)$$

Уравнение (ц) для N_r дано акад. Павловским в очень сложном виде:

$$N_r^2 = N_2^2 \left(\sqrt{1 + v^{\frac{4}{3}}} + v^2 \sqrt{1 + v^{-\frac{4}{3}}} \right).$$

Его можно получить в более простом виде путем следующих преобразований:

$$N_r^2 = N_2^2 \left[\sqrt{1 + v^{\frac{4}{3}}} + v^2 \sqrt{\frac{1 + v^{\frac{4}{3}}}{v^{\frac{4}{3}}}} \right]$$

или

$$N_r^2 = N_2^2 \sqrt{1 + v^{\frac{4}{3}}} \left(1 + \frac{v^2}{v^{\frac{2}{3}}} \right),$$

¹ Здесь мы большими буквами будем обозначать величины, входящие в уравнения акад. Н. Н. Павловского, а малыми — величины, входящие в наши уравнения.

или

$$N_r^2 = N_2^2 \left(1 + \nu^{\frac{4}{3}} \right)^{\frac{2}{3}}$$

или

$$N_r = N_2 \left(1 + \nu^{\frac{4}{3}} \right)^{\frac{3}{4}} \quad (VI)$$

Теперь на основании уравнения (V) получим:

$$N_r^2 = N_2^2 \left(1 + \alpha^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{4}{3}}$$

или, используя уравнение (III),

$$N_r^2 = n_2^2 H^{\frac{1}{6}} \left(1 + \alpha^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{4}{3}}$$

или

$$N_r = n_2 H^{\frac{1}{12}} \left(1 + \alpha^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{2}{3}}$$

или, используя уравнение (ц'), получим окончательно:

$$N_r = n_{np} H^{\frac{1}{12}} \quad (VII)$$

Уравнение (V) позволяет найти соотношение между ν и α . В самом деле, разлагая правую и левую его часть в строку Тейлора и ограничиваясь двумя первыми членами, получим:

$$1 + \frac{3}{2} \nu^{\frac{4}{3}} = 1 + \frac{4}{3} \alpha^{\frac{3}{2}}$$

откуда

$$\nu = \frac{8}{9} \alpha^{\frac{9}{8}} \quad (VIII)$$

Покажем теперь, что применение формулы (ц) акад. Павловского и нашей формулы (67) [или, что то же самое, (ц')] при учете соотношений (III), (VII) и (VIII) должно дать одни и те же результаты. Рассмотрим следующую задачу: определить расход Q_s для широкого прямоугольного русла под ледяным покровом, пользуясь формулой акад. Павловского для N_r при заданных величинах H , B , I , N_2 и ν . Искомая величина определяется формулой

$$Q_s = \frac{1}{N_r} H^{\frac{1}{4}} B H \sqrt{H I} = \frac{1}{N_r} B H^{\frac{7}{4}} I^{\frac{1}{2}} \quad (IX)$$

Решая эту задачу с применением нашей формулы (67) или (ц'), мы должны были бы для тех же физических зна-

чений шероховатости русла и льда сначала найти по уравнениям (III) и (VIII) значения n_z и α и по ним определить величину n_{np} .

Тогда искомая величина найдется по формуле

$$q_z = \frac{1}{n_{np}} H^{\frac{1}{6}} B H \sqrt{H I} = \frac{1}{n_{np}} B H^{\frac{5}{6}} I^{\frac{1}{2}}. \quad (IX')$$

Отношение Q_z к q_z равно:

$$\frac{Q_z}{q_z} = \frac{n_{np}}{N_p} H^{\frac{1}{12}}. \quad (IX'')$$

Так как при выполнении уравнений (III) и (VIII) выполняется и уравнение (VII), то из уравнения (IX'') получим $Q_z = q_z$.

В расчетной практике вопросу о связи величин n и y не уделяют внимания. Обычно, выбрав по тем или иным соображениям какую-нибудь из показательных формул для C , величину n берут из существующих таблиц, вне зависимости от величины показателя степени y , придавая таким образом величине n некоторое физическое значение характеристики шероховатости. При этих условиях результаты подсчета зимнего расхода по формулам (IX) и (IX') будут различны.

В нижеследующей таблице приведено соотношение зимних расходов, определенных по формулам (IX) и (IX') для значений $\alpha = y = 1,0$ и $\alpha = y = 0,5$.

H м	$\frac{Q_z}{q_z}$ при $y = \alpha = 1$	$\frac{Q_z}{q_z}$ при $y = \alpha = 0,5$
1	0,952	0,952
2	1,000	1,000
3	1,045	1,045
4	1,065	1,065
5	1,090	1,090

Как видно из этой таблицы, для глубин, больших 2 м, формула акад. Павловского дает величину Q_z на 5—10% больше, чем наша.

Из сказанного видно:

- 1) что выбор той или иной показательной формулы для C не имеет принципиального значения;
- 2) что при соответствующем учете изменяемости величин n при выборе того или иного значения показателя степени в формуле $C = \frac{1}{n} R^y$ — результаты подсчета по формулам, включающим величину C , должны быть тождественны;
- 3) что в частном случае определения приведенного коэффициента шероховатости для потоков под ледяным покровом выбор формулы Маннинга дает более простое и более удобное для практического применения выражение для n_{np} , чем выбор формулы акад. Н. Н. Павловского $C = \frac{1}{n} R^{\frac{1}{2}}$ [см. уравнения (ц) и (ц')].

§ 4. Расчетные уравнения живого сечения речных потоков под ледяным покровом

Приведенные выше основные уравнения справедливы, строго говоря, только для широкого прямоугольного русла. Но ввиду того что при всех гидравлических расчетах, касающихся речных русел, последние обычно путем введения понятия о средней глубине приводятся к широкому прямоугольному руслу, мы можем принять, что приведенные выше основные зависимости, с той же степенью достоверности, какая имеет место во всех случаях применения формул гидравлики к речному потоку, могут быть применены к расчетам речных потоков под ледяным покровом.

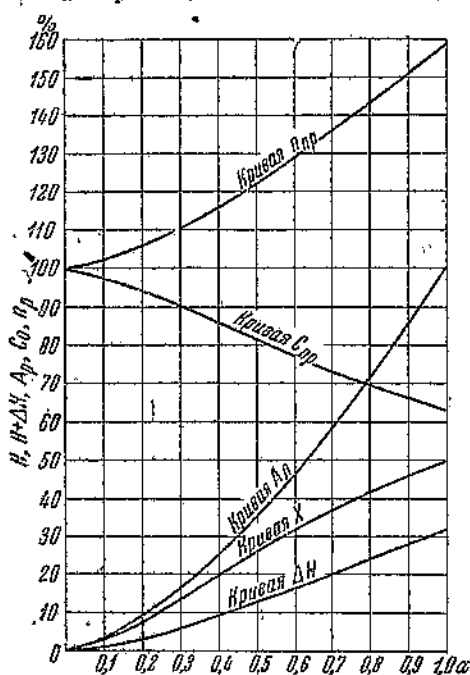
Предварительно сведем эти уравнения в общую табл. II,
Таблица II

№ по пор.	Искомая величина	Расчетная формула	Случай I $\alpha = 0$	Случай II $\alpha = 1$
1	H	$Q_A = \frac{1}{n_p} B H^{5/3} I^{1/2}$	H	H
2	ΔH	$\Delta H = [(1 + \alpha^{1,5})^{0,4} - 1] H$	0	$0,319 H$
3	x_0	$x_0 = \frac{\alpha^{1,5}}{1 + \alpha^{1,5}} (H + \Delta H)$	0	$\frac{1}{2} (H + \Delta H)$
4	A_p	$A_p = 0,465 \frac{n_p^{1,5}}{I^{0,75}}$	A_p	A_p
5	A_A	$A_A = \alpha^{1,5} A_p$	0	A_p
6	v_2	$v_2 = \left(\frac{y_2}{A_p} \right)^{2/3}$	—	—
7	v_1	$v_1 = \left(\frac{y_1}{A_A} \right)^{2/3}$	—	—
8	n_{np}	$n_{np} = n_p (1 + \alpha^{1,5})^{0,67}$	n_p	$1,588 n_p$
9	C_{np}	$C_{np} = \frac{C_0}{(1 + \alpha^{1,5})^{0,67}}$	C_0	$0,63 C_0$
10	Q_s	$Q_s = \frac{Q_A}{(1 + \alpha^{1,5})^{0,67}}$	Q_A	$0,63 Q_A$
11	$\bar{u}$	$\bar{u}_1 = \bar{u}_2 = \bar{u}_0$	—	—

в которой также дадим значения искомых величин для двух предельных случаев $\alpha = 0$ и $\alpha = 1$, т. е. для случая отсутствия ледяного покрова и случая равенства коэффициентов шероховатости льда и стенки русла.

Как было отмечено выше, приведенные в табл. II зависи-

ности могут рассматриваться как расчетные формулы, позволяющие при заданных элементах русла свободного потока (B , Q_d , n_p и I) и заданной характеристике шероховатости



Фиг. 6. Расчетный график величин ΔH , x , A_d , C_{np} и n_{np} .

Для облегчения пользования этими формулами в расчетной практике мы даем табл. III и расчетный график (фиг. 6), пользуясь которыми, по заданной величине α можно определить ΔH , x_0 , A_d , n_{np} , C_{np} соответственно в долях H , $H + \Delta H$, A_p , n_p и C_0 .

Таблица III

α	ΔH	x_0	A_d	n_{np}	C_{np}
	H	$H + \Delta H$	A_p	n_p	C_0
0	0	0	0	1,000	1,000
0,1	0,013	0,031	0,032	1,020	0,979
0,2	0,035	0,082	0,089	1,058	0,945
0,3	0,062	0,141	0,164	1,105	0,904
0,4	0,095	0,202	0,253	1,160	0,860
0,5	0,129	0,261	0,354	1,220	0,817
0,6	0,165	0,318	0,466	1,290	0,775
0,7	0,203	0,369	0,586	1,360	0,735
0,8	0,241	0,417	0,715	1,430	0,698
0,9	0,280	0,461	0,854	1,510	0,662
1,0	0,319	0,500	1,000	1,588	0,630

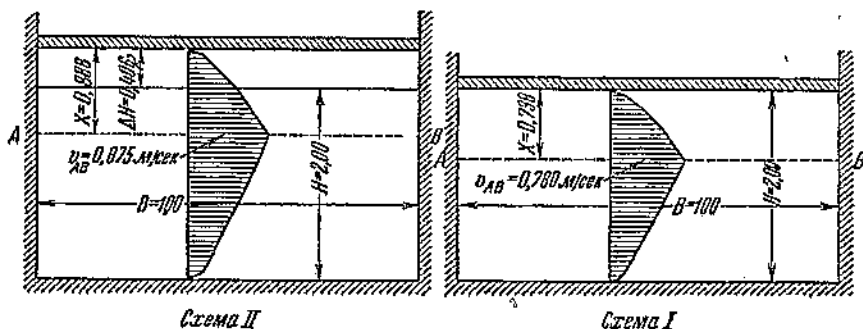
В качестве применения указанных выше расчетных формул решим следующую задачу. Дано речное русло, характеризуемое следующими элементами: $H_{cp} = 2,00$ м, $I = 0,0001$, $n_p = 0,025$ и $Q_A = 124,58$ м³/сек. Найти величины, характеризующие движение потока под ледяным покровом, если $\alpha = 0,7$.

Для расчетов используем табл. III и результаты сведем в табл. IV.

Таблица IV

Схема II	Схема I
$\Delta H = 0,406$ м	$\Delta H = 0$
$x_0 = 0,888$ м	$x_0 = 0,738$ м
$A_p = 1,85$	$n_{np} = 0,034$
$A_{\lambda} = 1,08$	$C_{np} = 0,735$ C ₀
$v_1 = 0,347 u_1^{2/3}$	$K = 0,735$
$v_2 = 0,633 u_1^{2/3}$	$Q_a = 91,56$ м ³ /сек
$v_{AB} = 0,875$ м/сек	$v_{AB} = 0,780$ м/сек
$v_{cp} = 0,515$ м/сек	$v_{cp} = 0,457$ м/сек

Результаты решения этой задачи изображены на фиг. 7.



Фиг. 7. Расчетные данные к схемам I и II: $H = 2,00$ м; $B = 100$ м; $I = 0,0001$; $n_p = 0,025$; $Q = 124,58$ м³/сек; $\alpha = 0,7$.

§ 5. О кривых распределения скоростей по вертикали в потоке под ледяным покровом

При рассмотрении вопроса о движении потока под ледяным покровом мы вынуждены были прибегнуть к некоторым допущениям о распределении скоростей по вертикали. В частности при рассмотрении широкого прямоугольного русла эти допущения сводились к нижеследующим:

1. Кривые распределения скоростей по вертикали как в части потока, прилежащей ко дну, так и в части потока, прилежащей к ледяному покрову, были приняты в виде парабол m степени с вертикальной осью.

2. Параметры этих парабол A_p и A_{λ} [см. уравнения (23) и (23а)] считались зависящими от шероховатости дна и ледяного покрова, причем величина параметра A_p принималась одинаковой как для части потока, прилежащей ко дну, в слу-

В самом деле, расход Q_3 равен [см. уравнение (30)]:

$$Q_3 = \frac{m}{m+1} B \frac{(H+\Delta H)^{\frac{m+1}{m}}}{A^{\frac{1}{m}} (1+\alpha^{1.5})^{\frac{1}{m}}},$$

а средняя скорость равна:

$$\bar{u} = \frac{Q}{B(H+\Delta H)} = \frac{m}{m+1} \frac{(H+\Delta H)^{\frac{1}{m}}}{A^{\frac{1}{m}} (1+\alpha^{1.5})^{\frac{1}{m}}}.$$

Максимальную скорость получим из уравнения (23а) для $y_3 = H + \Delta H - x_0$ равной:

$$u_{\max} = \frac{(H+\Delta H-x_0)^{\frac{1}{m}}}{A^{\frac{1}{m}} p}.$$

Таким образом отношение

$$\frac{\bar{u}}{u_{\max}} = \frac{m}{m+1} \left(\frac{H+\Delta H}{H+\Delta H-x_0} \right)^{\frac{1}{m}} \frac{1}{(1+\alpha^{1.5})^{\frac{1}{m}}}.$$

Подставляя значение x_0 по уравнению (28), получим после соответствующих преобразований

$$\frac{\bar{u}}{u_{\max}} = \frac{m}{m+1}.$$

При $m = 3/2$ величина этого соотношения как для свободного потока, так и для потока под ледяным покровом получается равной 0,60. Практика же гидрометрических работ установила величину этого соотношения для открытого русла в среднем равной 0,875.

Для устранения указанных выше неувязок теоретических результатов с данными натурных наблюдений необходимо уточнить решение задачи по второй расчетной схеме, отказавшись от некоторых из приведенных выше допущений.

Как видно из предыдущего, уточненное решение должно удовлетворять следующим требованиям:

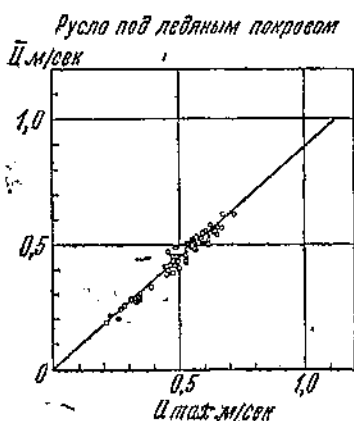
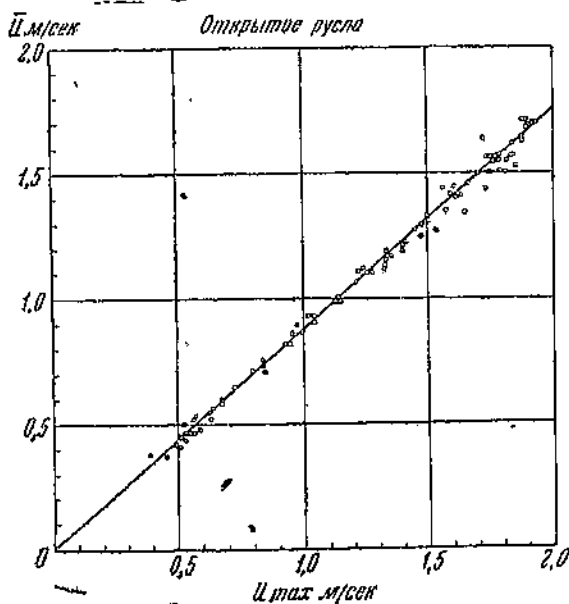
1. Величина отношения $\frac{\bar{u}}{u_{\max}}$ как для открытого русла, так и для потока под ледяным покровом должна отвечать нормам, установленным гидрометрической практикой.

2. Теоретическая кривая распределения скоростей в потоке под ледяным покровом должна быть подобна типичной кривой распределения скоростей для речных потоков.

3. Величина ΔH , получаемая в результате решения, должна при $\alpha = 1$ отвечать величине ΔH , получаемой по фор-

муле Шези-Маннинга для замкнутого сечения однообразной шероховатости.

Прежде чем перейти к самому решению, необходимо убедиться, имеем ли мы право принимать одинаковую величину m для потока под ледяным покровом и для свободного потока. Для выяснения этого вопроса мы произвели сопостав-



Фиг. 86. Связь между $\bar{u}$ и $u_{\max}$ на вертикалях одного и того же гидроствора.

ление величин $\bar{u}$ и $u_{\max}$ по отдельным вертикалям упомянутого выше гидроствора как по летним, так и по зимним наблюдениям¹. На фиг. 86 дано графическое выражение этого сопоставления.

Как видно из фиг. 86, в обоих случаях точки очень хорошо ложатся на одну и ту же прямую с угловым коэффициентом 0,875. Таким образом в обоих случаях величина отношения

$$\frac{\bar{u}}{u_{\max}} = \frac{m}{m+1} = 0,875,$$

а это дает нам право принимать одно и то же значение m для свободного потока и потока под ледяным покровом.

Возвращаясь к рассмотрению поставленной задачи, мы прежде всего, выполняя п. 1 изложенных выше условий, определим величину m из равенства

$$\frac{m}{m+1} = 0,875, \quad (48)$$

откуда $m = 7$.

Далее на основании уравнений (30) и (30а) мы можем написать:

¹ При этом сопоставлении рассматривались главным образом центральные русловые вертикали, значительно удаленные от берегов, гидравлическая обстановка на которых наиболее близка к схеме широкого прямоугольного потока.

а) для потока под ледяным покровом

$$Q = 0,875 \frac{(H + \Delta H)^{\frac{8}{7}}}{A_p^{\frac{1}{7}} (1 + \alpha^{1,5})^{\frac{1}{7}}}; \quad (49)$$

б) для свободного потока

$$Q = 0,875 \frac{H^{\frac{8}{7}}}{\mathfrak{A}_p^{\frac{1}{7}}}, \quad (50)$$

где $\mathfrak{A}_p$ — параметр кривой распределения для свободного потока. Так как по существу задачи расходы в обоих случаях одинаковы, то из уравнений (49) и (50) получим:

$$\frac{(H + \Delta H)^{\frac{8}{7}}}{A_p^{\frac{1}{7}} (1 + \alpha^{1,5})^{\frac{1}{7}}} = \frac{H^{\frac{8}{7}}}{\mathfrak{A}_p^{\frac{1}{7}}},$$

откуда после преобразований имеем

$$\Delta H = \left[\left(\frac{A_p}{\mathfrak{A}_p} \right)^{\frac{1}{8}} \left(1 + \alpha^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{1}{8}} - 1 \right] H. \quad (51)$$

Как отмечалось выше, мы не имеем оснований считать A_p равным $\mathfrak{A}_p$. Наоборот, натурные наблюдения показывают, что при замерзании потока изменяется не только верхняя часть кривой распределения скоростей, но также и нижняя ее часть, что при одинаковости показателя степени парабол, принятых в качестве кривых распределения скоростей в свободном потоке и потоке под ледяным покровом (см. выше), может произойти только за счет перехода величины $\mathfrak{A}_p$ в некоторую A_p . Очевидно, кроме того, что величина A_p должна зависеть от тех изменений, которые ледяной покров той или иной шероховатости вносит в общую обстановку движения потока. Поэтому отношение $\frac{A_p}{\mathfrak{A}_p}$ должно быть некоторой функцией от α . Вполне естественно принять для этой функции тот же вид, который в предыдущем изложении выявился для коэффициентов шероховатости.

На основании изложенного примем

$$\left(\frac{A_p}{\mathfrak{A}_p} \right)^{\frac{1}{8}} = \left(1 + \alpha^{\frac{3}{2}} \right)^{\nu},$$

где ν — некоторый показатель степени.

При этом уравнение (51) превратится в следующее:

$$\Delta H = \left[\left(1 + \alpha^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{1}{8} + \nu} - 1 \right] H. \quad (51a)$$

Для определения величины ν воспользуемся третьим из указанных выше условий.

По уравнению Шези-Маннинга для замкнутого сечения широкого прямоугольного потока глубиной $H + \Delta H$, пропускающего тот же расход Q , что и открытое русло при глубине H , получим

$$\frac{1}{n_p} (H + \Delta H) B \left(\frac{H + \Delta H}{2} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{f^2} = \frac{1}{n_p} H^{\frac{5}{3}} B f^{\frac{1}{2}},$$

откуда

$$\Delta H = \left(\frac{2}{2^5} - 1 \right) H. \quad (52)$$

Сравнивая согласно нашему третьему условию величину ΔH из уравнения (51a) при $\alpha = 1$ с величиной ΔH из уравнения (52), получим:

$$\left(\frac{1}{2^{\frac{1}{3} + \nu}} - 1 \right) H = \left(\frac{2}{2^5} - 1 \right) H,$$

откуда

$$2^{\frac{1}{3} + \nu} = \frac{2}{2^5}$$

или

$$\frac{1}{8} + \nu = \frac{2}{5} \quad \text{и} \quad \nu = \frac{11}{40}$$

или

$$\frac{A_p}{A_r} = \left(1 + \alpha^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{11}{5}}. \quad (52')$$

Тогда уравнение (51) примет следующий вид:

$$\Delta H = \left[\left(1 + \alpha^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{1}{5} + \frac{11}{40}} - 1 \right] H = \left[\left(1 + \alpha^{1,5} \right)^{0,4} - 1 \right] H. \quad (53)$$

В заключение остается проверить, насколько будет близка теоретическая кривая распределения скоростей при $m = 7$ к натурным кривым распределения. На указанной выше фиг. 8а наряду с типичной кривой распределения скоростей, характерной для многих гидростворов в зимних условиях, нанесена теоретическая кривая при $m = 7$ или $\frac{1}{m} = \frac{1}{7}$.

Для выполнения построения этой кривой предварительно было необходимо определить характеристику ледовых сопротивлений, имевших место для натурной кривой распределения скоростей, изображенной на фиг. 8а, и получить величины параметров A_p и A_r .

Определение этих величин мы можем сделать на основании следующих данных и соображений:

Площадь наблюдаемой эпюры скоростей, определенная планиметрированием, равна $4,85 \text{ м}^2$; глубина вертикали равна $H + \Delta H = 9,3 \text{ м}$; $x_0 = 2,10 \text{ м}$ (фиг. 8а). По уравнению (28) имеем:

$$x_0 = \frac{\alpha^{1,5}}{1 + \alpha^{1,5}} (H + \Delta H),$$

после подстановки получим $2,1 = \frac{\alpha^{1,5}}{1 + \alpha^{1,5}} 9,3$, откуда $\alpha = 0,44$,

По уравнению (49) получим

$$4,85 = 0,875 \frac{9,3^{\frac{8}{7}}}{A_p^{\frac{1}{7}} \left(1 + 0,44^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{7}}},$$

откуда $\frac{1}{A_p^{\frac{1}{7}}} = 0,449$, так как согласно уравнению (27)

$$\frac{A_s}{A_p} = \alpha^{1,5}, \text{ то } \frac{1}{A_s^{\frac{1}{7}}} = \frac{1}{A_p^{\frac{1}{7}}} \frac{1}{\alpha^{\frac{1}{4}}} \text{ и } \frac{1}{A_s^{\frac{1}{7}}} = 0,535.$$

Зная величины A_p и A_s , мы можем согласно уравнениям (23) и (23а) произвести вычисление v_1 и v_2 , соответствующих расстояниям h_1 и h_2 от ледяного покрова и дна, по следующим формулам:

$$v_1 = \left(\frac{h_1}{A_s}\right)^{\frac{1}{7}} = 0,535 h_1^{\frac{1}{7}};$$

$$v_2 = \left(\frac{h_2}{A_p}\right)^{\frac{1}{7}} = 0,449 h_2^{\frac{1}{7}}.$$

Величины v для различных значений h приведены в табл. V в графах 3 и 4.

При построении теоретической кривой распределения при $m = \frac{3}{2}$ (см. фиг. 8а и графы 5 и 6 табл. V) значения параметров A_p и A_s были определены тем же самым приемом.

Кроме упомянутых двух кривых при $m = 7$ и $m = \frac{3}{2}$ для потока под ледяным покровом на фиг. 8а дана также теоретическая кривая распределения скоростей для свободного потока при том же расходе Q (см. также графу 8 табл. V). Для определения верхней ее границы предварительно необходимо было найти величину ΔH . Эта величина была определена по уравнению (53) и оказалась равной $0,90 \text{ м}$. Величина же параметра A_p была

получена из уравнения (52'), причем величина $\frac{1}{A_p^{\frac{1}{7}}}$ оказалась равной $0,487$.

Подводя итоги настоящему параграфу, мы вправе отметить, что поставленная в нем задача получила достаточно полное разрешение. В самом деле, полученная теоретическая кривая распределения скоростей по вертикали в потоке под ледяным покровом почти полностью совпадает с натурной;

Таблица V

h_1 и h_2	$h^{1/7}$	$\left(\frac{h_1}{A_p}\right)^{1/7} = v_1 = 0,535 h_1^{1/7}$	$\left(\frac{h_2}{A_p}\right)^{1/7} = v_2 = 0,449 h_2^{1/7}$	$h^{2/3}$	$\left(\frac{h_1}{A_p}\right)^{2/3} = v_1 = 0,529 h_1^{2/3}$	$\left(\frac{h_2}{A_p}\right)^{2/3} = v_2 = 0,233 h_2^{2/3}$	$\left(\frac{h_2}{A_p}\right)^{1/7} = v_2 = 0,487 h_2^{1/7}$
0,05	0,6519	0,349	0,293	0,1356	0,072	0,031	0,317
0,1	0,7198	0,385	0,323	0,2154	0,114	0,050	0,350
0,2	0,7983	0,427	0,358	0,3418	0,181	0,080	0,389
0,3	0,8420	0,450	0,378	0,4480	0,287	0,104	0,410
0,4	0,8774	0,469	0,394	0,5427	0,287	0,126	0,427
0,5	0,9058	0,485	0,407	0,6298	0,383	0,147	0,441
0,6	0,9294	0,497	0,417	0,7113	0,376	0,166	0,452
0,7	0,9503	0,508	0,427	0,7883	0,417	0,184	0,463
0,8	0,9689	0,518	0,435	0,8421	0,445	0,196	0,472
0,9	0,9851	0,527	0,442	0,9321	0,493	0,217	0,480
1,0	1,0000	0,535	0,449	1,000	0,529	0,233	0,487
1,5	1,060	0,567	0,476	1,811	0,693	0,305	0,516
2,1	1,112	0,594	0,499	1,645	0,870	0,383	0,541
3,0	1,170	—	0,525	2,081	—	0,485	0,570
4,0	1,219	—	0,547	2,521	—	0,587	0,594
5,0	1,259	—	0,565	2,926	—	0,682	0,613
6,0	1,291	—	0,580	3,304	—	0,770	0,629
7,2	1,326	—	0,595	3,731	—	0,869	0,646
7,44	1,332	—	—	—	—	—	—
8,40	—	—	—	—	—	—	0,660

в равной мере отвечает данным натурных наблюдений и величина отношения $\frac{u}{u_{\max}}$.

Как видно из хода решения, эти благоприятные результаты получились за счет отказа от первоначального допущения (§ 3) о равенстве параметров A_p и $\mathfrak{A}_p$. Этот отказ привел к устранению еще следующего несоответствия теоретических результатов натурным данным. В случае принятия равенства A_p и $\mathfrak{A}_p$ теоретическая кривая распределения скоростей для свободного потока в нижней своей части вплоть до горизонта $H + \Delta H - x_0$ (фиг. 8а) должна была совпадать с теоретической кривой распределения для потока под ледяным покровом, что противоречило данным натурных наблюдений. В самом деле, сравнение наблюдаемых кривых распределения по одной и той же вертикали для потока под ледяным покровом и свободного потока вполне четко устанавливает факт, что как только на реке исчезнет ледяной покров кривые распределения скоростей отодвигаются от вертикальной оси. Как видно из фиг. 8а, построенная на ней теоретическая кривая распределения скоростей по вертикали для свободного потока удовлетворяет этому условию.

Отметим еще следующее знаменательное обстоятельство: для широкого прямоугольного русла мы получили из теоре-

тических соображений и отчасти подтвердили его данными натуральных наблюдений тот же «закон $1/7$ степени», который был также на основании теоретических соображений, подтвержденных в дальнейшем опытами Никурадзе, предложен Прандтлем для круглых труб.

Приведенное в настоящем параграфе решение, устраняя ряд существенных невязок результатов теоретических соображений с данными опыта, в части, касающейся распределения скоростей внутри потока, в то же время является более сложным для практического применения по сравнению с решением, приведенным в § 3.

Ввиду того что в современном гидротехническом использовании гидравлики вопрос о распределении скоростей внутри потока не имеет еще практического значения, мы в дальнейшем при рассмотрении вопросов прикладного значения пользовались уравнениями § 3, как более простыми и дающими правильное освещение вопроса в части, касающейся внешних элементов потока, а именно — величин n_{np} , ΔH , x_0 , Q_z и $\bar{u}$, тем более, что ряд основных расчетных уравнений § 3, как, например, уравнения (27) и (28), не зависят от величины m .

Во избежание недоразумений необходимо подчеркнуть, что методика § 3, не давая правильного освещения вопроса о величине $\frac{\bar{u}}{u_{max}}$, в то же время дает совершенно правильную величину для $\bar{u}$ — этого основного элемента всей современной прикладной гидравлики, построенной на формуле Шези.

Наглядным подтверждением сказанного может служить то обстоятельство, что все приведенные на фиг. 8а эпюры имеют одну и ту же площадь.

§ 6. Основные уравнения равномерного движения потока под ледяным покровом для русла конечной ширины

(учет влияния стенок)

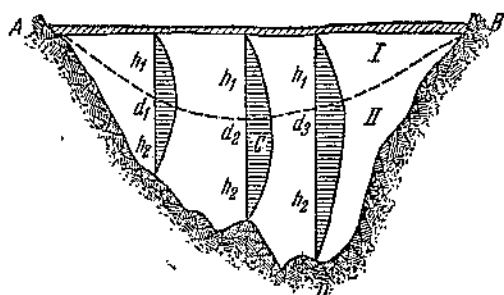
В предыдущих параграфах, рассматривая широкое прямоугольное русло и принимая для него $R \approx H$, мы тем самым не учитывали влияния боковых стенок русла на обстоятельства движения потока. Во многих случаях практики, например при расчете сечений каналов, нельзя пренебрегать влиянием боковых стенок русла. Поэтому мы в настоящем параграфе обратимся к выводу основных уравнений равномерного движения потока под ледяным покровом для русел конечной ширины, учитывая влияние боковых стенок.

Рассматривая первую расчетную схему, т. е. схему одинакового наполнения (фиг. 9), и предполагая попрежнему, что распределение скоростей по вертикалям происходит по параболам степени m с параметрами A_p и A_s , зависящими при данном наполнении русла и данном уклоне только от шероховатости льда и стенок [см. уравнения (40) и (38)], по-

лучим для каждой вертикали из факта равенства скоростей на раздельной поверхности ABC , что

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{A_A}{A_P} = \varepsilon.$$

Допуская однообразную шероховатость смоченного периметра русла и ледяного покрова, равную для каждого из них



Фиг. 9.

осредненной шероховатости по протяжению всего рассматриваемого периметра, мы можем считать величины A_A и A_P постоянными для каждой вертикали, а отсюда, как следствие,

$$\frac{h_1}{h_2} = \varepsilon = \text{const.} \quad (54)$$

Из соотношения (54)

в свою очередь вытекают такие следствия:

1. Раздельная поверхность ABC делит каждую вертикаль на две части h_1 и h_2 , отношение которых постоянно.
2. Величины площадей ACB , ADB и $ACBD$ равны:

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 &= \int_0^B h_1 dx = \int_0^B \varepsilon h_2 dx = \varepsilon \omega_2; \\ \omega &= \int_0^B (h_1 + h_2) dx = \int_0^B (1 + \varepsilon) h_2 dx = (1 + \varepsilon) \omega_2; \\ \omega_2 &= \omega - \omega_1. \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

Ниже мы увидим, что величина $\varepsilon = a\alpha^{1,5}$, где $a = \frac{\chi_1}{\chi_2}$; поэтому

$$\omega_2 = \frac{1}{1 + a\alpha^{1,5}} \omega \text{ и } \omega_1 = \frac{a\alpha^{1,5}}{1 + a\alpha^{1,5}} \omega.$$

3. Рассматривая живое сечение ADB потока под ледяным покровом, состоящим из двух частей I и II с общей свободной поверхностью ACB , получим, что величины гидравлических радиусов R_1 , R_2 и R_0 равны:

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \frac{\omega_1}{\chi_1} = \frac{\varepsilon \omega_2}{\chi_1}; \\ R_2 &= \frac{\omega_2}{\chi_2}. \end{aligned} \right\} \quad (56)$$

Гидравлический радиус $\bar{R}_0$ свободного русла определится как отношение полной площади живого сечения к смоченному периметру русла, т. е.

$$R_0 = \frac{\omega_1 + \omega_2}{\chi_2} = \frac{\omega_2 (1 + \varepsilon)}{\chi_2}. \quad (56a)$$

Если в первое из уравнений (56) подставить $\chi_1 = a\chi_2$, то получим:

$$R_1 = \frac{\varepsilon \omega_2}{a \chi_2} = \frac{\varepsilon}{a} R_2. \quad (57)$$

Далее из уравнения (56a) имеем:

$$R_0 = R_2 (1 + \varepsilon). \quad (58)$$

Определяя из уравнений (57) и (58) R_1 и R_2 через R_0 , получим:

$$R_1 = \frac{\varepsilon}{a(1 + \varepsilon)} R_0 \text{ и } R_2 = \frac{1}{1 + \varepsilon} R_0. \quad (59)$$

4. Элементарные расходы через h_1 и h_2 любой вертикали и через всю вертикаль равны:

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= \int_0^{h_1} v_1 dh_1 = \frac{m}{m+1} \frac{h_1^{\frac{m+1}{m}}}{\frac{1}{m}}; \\ q_2 &= \int_0^{h_2} v_2 dh_2 = \frac{m}{m+1} \frac{h_2^{\frac{m+1}{m}}}{\frac{1}{m}}; \\ q &= q_1 + q_2. \end{aligned} \right\} \quad (60)$$

На основании уравнения (54) имеем:

$$\frac{q_1}{q_2} = \varepsilon. \quad (61)$$

Определяя из уравнений (60) и (61) q_1 и q_2 через q , получим:

$$q_1 = \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon} q \text{ и } q_2 = \frac{1}{1 + \varepsilon} q. \quad (62)$$

5. Полные расходы через части I и II живого сечения будут равны:

$$\left. \begin{aligned} Q_2 &= \int_0^B q_2 dx; \\ Q_1 &= \int_0^B q_1 dx = \varepsilon \int_0^B q_2 dx = \varepsilon Q_2; \\ Q &= \int_0^B (q_1 + q_2) dx = (1 + \varepsilon) Q_2. \end{aligned} \right\} \quad (63)$$

6. Средние скорости $\bar{u}_1$, $\bar{u}_2$ и $\bar{u}$, принимая во внимание уравнения (55) и (63), получим из следующих соотношений:

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_1 &= \frac{Q_1}{\omega_1} = \frac{\varepsilon Q_2}{\varepsilon \omega_2} = \frac{Q_2}{\omega_2}; \\ \bar{u}_2 &= \frac{Q_2}{\omega_2}; \\ \bar{u} &= \frac{Q}{\omega} = \frac{(1+\varepsilon) Q_2}{(1+\varepsilon) \omega_2} = \frac{Q_2}{\omega_2}. \end{aligned} \right\} \quad (64)$$

Из уравнения (64) мы получаем, что при принятом характере распределения скоростей по вертикали в потоке под ледяным покровом, для русла любой формы

$$\bar{u}_1 = \bar{u}_2 = \bar{u}. \quad (65)$$

После этих соображений переходим к определению n_{np} для русла любой формы. Воспользуемся для этого первой расчетной схемой. Для этой схемы уравнение (17) § 3 представим в следующем виде:

$$\frac{\tau_p \chi_2}{\gamma} + \frac{\tau_A l}{\gamma} = \omega I. \quad (66)$$

Разделив уравнение (66) на χ_2 , получим:

$$\frac{\tau_p}{\gamma} + a \frac{\tau_A}{\gamma} = R_0 I, \quad (67)$$

где $a = \frac{\chi_1}{\chi_2}$ и R_0 — гидравлический радиус свободного русла.

Принимая $\frac{\tau_p}{\gamma} = \frac{\bar{u}_2^2}{C_2^2}$ и $\frac{\tau_A}{\gamma} = \frac{\bar{u}_1^2}{C_1^2}$, получим:

$$\frac{\bar{u}_2^2}{C_2^2} + a \frac{\bar{u}_1^2}{C_1^2} = R_0 I, \quad (68)$$

или на основании уравнения (65):

$$\bar{u}^2 \left(\frac{1}{C_2^2} + a \frac{1}{C_1^2} \right) = R_0 I. \quad (69)$$

Выражая среднюю скорость всего потока под ледяным покровом по формуле Шези, получим:

$$\bar{u}^2 = \frac{1}{n_{np}^2} R_0^{\frac{4}{3}} I.$$

Отметим, что, как это указывалось выше в § 1, величину n_{np} мы принимаем как условный коэффициент шероховатости, учитывающий полное сопротивление потока под ледяным покровом, но отнесенный только к смоченному периметру русла.

Принимая, кроме того,

$$C_1 = \frac{1}{n_a} R_1^{\frac{1}{6}}; \quad C_2 = \frac{1}{n_p} R_2^{\frac{1}{6}},$$

получим

$$\frac{1}{n_{np}^2} R_0^{\frac{1}{3}} \left(\frac{n_p^2}{R_2^{\frac{1}{3}}} + a \frac{n_a^2}{R_1^{\frac{1}{3}}} \right) = 1. \quad (70)$$

Подставляя в уравнение (70) величины R_1 и R_2 из уравнений (59) и принимая $n_a = \alpha n_p$, получим:

$$n_{np}^2 = n_p^2 (1 + \varepsilon)^{\frac{1}{3}} \left(1 + \frac{a^{\frac{4}{3}} \alpha^2}{\varepsilon^{\frac{1}{3}}} \right). \quad (71)$$

Величину ε определим на основании примененного акад. Н. Н. Павловским для русел под ледяным покровом постулата максимума расхода или минимума величины n_{np} ¹.

Из равенства $\frac{dn_{np}}{d\varepsilon} = 0$ получаем после преобразования

$$\varepsilon = \alpha \alpha^{1,5}. \quad (72)$$

Подставляя величину ε в уравнение (71), получим окончательно

$$n_{np} = n_p (1 + \alpha \alpha^{1,5})^{0,67}. \quad (73)$$

Отметим: 1) что приведенные выше соотношения (54)–(73) остаются справедливыми для любой величины показателя степени m параболы, принятой в качестве кривой распределения скоростей по вертикали;

2) что для широкого прямоугольного русла, когда $\alpha = 1$, уравнение (73) превращается в уравнение (42), выведенное ранее;

3) что величина n_{np} для русел конечной ширины меньше, чем для широкого прямоугольного русла, так как для этих русел α всегда меньше единицы (последнее становится понятным, если учесть, что в руслах конечной ширины влияние ледяного покрова на обстоятельства движения потока меньше, чем в широком прямоугольном);

4) что для получения величины n_{np} для какого-нибудь конкретного случая нужно в уравнение (73) подставить соответствующую величину α , равную отношению ширины русла по нижней поверхности ледяного покрова к смоченному периметру русла.

¹ Как отмечалось выше, акад. Н. Н. Павловский применил этот постулат при рассмотрении вопроса о движении потока под ледяным покровом в широком прямоугольном русле (плоская задача).

7. Применение основных уравнений движения потока под ледяным покровом в руслах конечной ширины для расчета каналов, работающих в зимних условиях

При рассмотрении вопроса о работе каналов (промышленных или водопроводных) под ледяным покровом практически важно решение двух следующих задач.

1. Данное сечение канала при наполнении его H м в летних условиях пропускает расход Q_s м³/сек, определить расход Q_a , который данное живое сечение канала при том же наполнении H будет пропускать в зимних условиях при заданной шероховатости ледяного покрова.

2. В летних условиях данное сечение канала пропускает расход Q при наполнении H , определить, насколько нужно увеличить наполнение канала для того, чтобы и в зимних условиях при заданной шероховатости ледяного покрова он пропускал тот же расход Q .

Для решения первой задачи необходимо использовать первую расчетную схему, т. е. схему одинакового живого сечения, а для решения второй — схему одинакового расхода.

а) Решение первой задачи сводится к нижеследующему: составляя отношение Q_s и Q_a , получим:

$$\frac{Q_s}{Q_a} = \frac{C_s \sqrt{R_s I}}{C_a \sqrt{R_a I}}.$$

Выражая C по одной из показательных формул, получим:

$$\frac{Q_s}{Q_a} = \frac{n_p}{n_{np}} \frac{R_s^{y + \frac{1}{2}}}{R_a^{y + \frac{1}{2}}}.$$

При выводе выражения для n_{np} мы относили его только к смоченному периметру русла, поэтому в нашем случае R_s равен R_a . Тогда $Q_s = Q_a \frac{n_p}{n_{np}}$ или, принимая во внимание уравнение (73), имеем

$$Q_s = \frac{Q_a}{(1 + aa^{1,5})^{0,67}}. \quad (74)$$

Как отмечалось выше, первая задача допускает общее решение независимо от очертания русла канала и величины m показателя степени параболы, принятой в качестве кривой распределения скоростей по вертикали.

Для расчетов по формуле (74) приводим на фиг. 10а для прямоугольного и трапециoidalного сечения зависимости величины a от величины $\frac{H}{b}$, где b — ширина сечения по дну.

Эти графики построены по уравнению:

$$a = \frac{1 + 2m \frac{H}{b}}{1 + 2 \frac{H}{b} \sqrt{1 + m^2}}, \quad (74a)$$

где m обозначает уже величину коэффициента откоса, причем для прямоугольного сечения $m=0$.

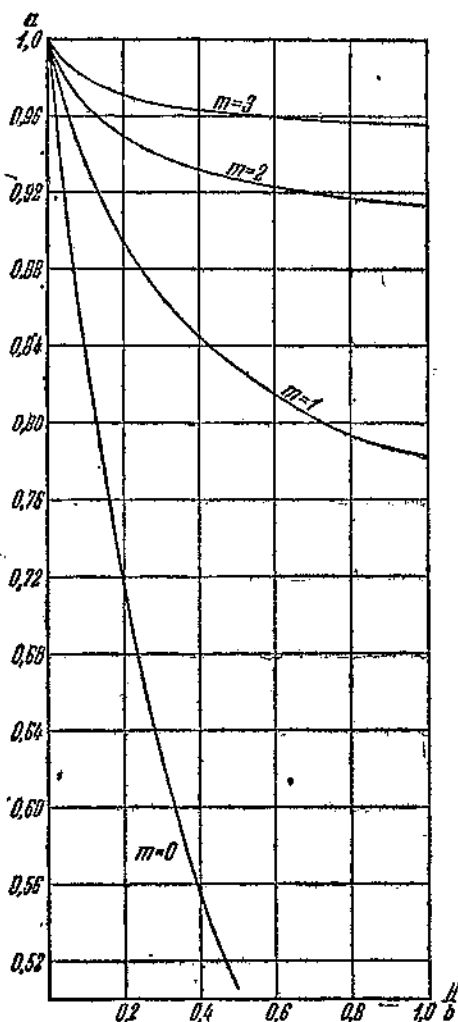
б) Точное аналитическое решение второй задачи представляет ряд затруднений. Так, при применении метода, аналогичного методу, использованному нами в § 3 при решении этой же задачи для широкого прямоугольного русла, мы должны знать закон распределения скоростей не только в вертикальных, но также и в горизонтальных сечениях потока.

Последнее требует новых допущений, что делает решение очень громоздким и малонадежным. Поэтому мы отказываемся от изложения здесь этого решения и взамен приводим приближенное аналитическое решение и точное графоаналитическое решение.

Приближенное аналитическое решение состоит в следующем. Мы принимаем и для второй расчетной схемы полученное выше выражение для n_{np} в виде уравнения (73):

$$n_{np} = n_p (1 + a \alpha^{1.5})^{0.67}.$$

Приближенность этого решения заключается в следующем: при выводе уравнения (73) мы имели условие одинаковости живого сечения для русла под ледяным покровом и для свободного русла. Поэтому, например, для прямо-



Фиг. 10а. Расчетный график величин a в зависимости от $\frac{H}{b}$ при различных m .

угольного сечения конечной ширины мы имели

$$a = \frac{B}{B+2H} \text{ или } a = \frac{1}{1 + \frac{2H}{B}}. \quad (75)$$

В рассматриваемом же случае мы имеем:

$$a = \frac{B}{B+2(H+\Delta H)} \text{ или } a = \frac{1}{1 + \frac{2(H+\Delta H)}{B}}. \quad (75')$$

Так как обычно величина ΔH по сравнению с величиной B очень мала, то замена выражения (75') выражением (75) имеет под собой достаточно оснований.

Само решение заключается в следующем: на основании равенства расхода в летних и зимних условиях мы можем написать:

$$\frac{1}{n_p} \omega_a R_a^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{n_p \left(1 + a\alpha^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}} \omega_a R_a^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{2}}$$

или

$$\omega_a R_a^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{\left(1 + a\alpha^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}} \omega_a R_a^{\frac{2}{3}}. \quad (76)$$

Далее задачу приходится решать применительно к конфигурации русла в каждом данном случае.

Для прямоугольного русла имеем:

$$\omega_a = BH \text{ и } \omega_a = B(H + \Delta H); \quad (76a)$$

$$R_a = \frac{BH}{B+2H} \text{ и } R_a = \frac{B(H+\Delta H)}{B+2(H+\Delta H)}. \quad (76б)$$

в) Для трапециoidalного русла с коэффициентом откоса m :

$$\omega_a = (B - mH)H \text{ и } \omega_a = [B - m(H - \Delta H)](H + \Delta H); \quad (76в)$$

$$\left. \begin{aligned} R_a &= \frac{(B - mH)H}{B - 2mH + 2H\sqrt{1+m^2}}, \\ R_a &= \frac{[B - m(H - \Delta H)](H + \Delta H)}{B - 2mH + 2(H + \Delta H)\sqrt{1+m^2}} \end{aligned} \right\} \quad (76г)$$

Во избежание недоразумений следует отметить:

1) что величина B обозначает ширину русла поверху при отсутствии ледяного покрова (фиг. 10б);

2) что величина R_a , как и раньше, определялась как отношение площади живого сечения к смоченному периметру русла.

Подставляя величины ω и R по уравнениям (76a) — (76г) в уравнение (76), получим после преобразований; для прямо-

угольного русла

$$H = \frac{1}{(1 + a\alpha^{1.5})^{0.4}} \frac{H + \Delta H}{\left(1 + \frac{2\Delta H}{B + 2H}\right)^{0.4}}; \quad (76д)$$

для трапециoidalного русла

$$H = \frac{1}{(1 + a\alpha^{1.5})^{0.4}} \frac{\left(1 + \frac{m\Delta H}{B - mH}\right)(H + \Delta H)}{\left[1 + \frac{2\Delta H \sqrt{1 + m^2}}{B - 2mH + 2H\sqrt{1 + m^2}}\right]^{0.4}}. \quad (77)$$

Дальнейший анализ показывает, что величины

$$\left(1 + \frac{2\Delta H}{B + 2H}\right)^{0.4}; \quad 1 + \frac{m\Delta H}{B - mH} \text{ и } \left[1 + \frac{2\Delta H \sqrt{1 + m^2}}{B - 2mH + 2H\sqrt{1 + m^2}}\right]^{0.4}$$

в уравнениях (76д) и (77) для практически применяемых соотношений B и H весьма близки к единице.

В самом деле, при $B = 10H$, $\Delta H = 0,3H$ и $m = 1$ первая величина равна 1,0196, вторая 1,0333, третья 1,0311, а частное от деления второй на третью 1,0021.

Принимая это во внимание, мы можем с достаточной степенью точности уравнения (76д) и (77) заменить одним приближенным:

$$H = \frac{H + \Delta H}{(1 + a\alpha^{1.5})^{0.4}}, \quad (77a)$$

откуда

$$\Delta H = [(1 + a\alpha^{1.5})^{0.4} - 1] H, \quad (77б)$$

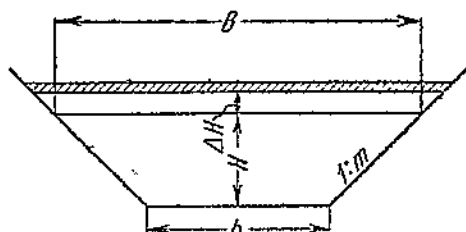
где a , как и в уравнении (73), есть отношение ширины русла поверху к смоченному периметру русла, без учета при определении последнего величины ΔH .

Из сказанного выше следует, что при производстве расчетов мы можем пользоваться или уравнениями (76д) и (77), решая их путем подбора, или уравнением (77б), степень точности которого ниже, чем уравнений (76д) и (77)¹.

К недостаткам этого решения мы должны отнести:

- а) известную его приближенность;
- б) громоздкость окончательных расчетных уравнений (76д) и (77), требующих решения путем подбора;

¹ О степени точности всех этих уравнений см. ниже.



Фиг. 10б.

в) необходимость отдельного решения для каждого индивидуального случая, что является крайне затруднительным при массовом расчете каналов,

Приводимый ниже графоаналитический метод решения в значительной мере устраняет эти недостатки.

Графоаналитический метод основан на следующем.

Если, откладывая на оси абсцисс Q , а по оси ординат H , построить по уравнению

$$Q_1 = C_1 \omega_1 \sqrt{R I} = \frac{1}{n_p} R^{\frac{2}{3}} \omega_1 I^{\frac{1}{2}} \quad (77в)$$

кривую зависимости расхода от наполнения для открытого потока, а по уравнению

$$Q_2 = C_2 \omega_2 \sqrt{R I} = \frac{1}{n_p (1 + a \alpha^{1.5})^{0.67}} R^{\frac{2}{3}} \omega_2 I^{\frac{1}{2}} \quad (77г)$$

ту же зависимость для потока под ледяным покровом, то, проводя на совмещенном графике ординату, соответствующую заданной величине Q , получим для принятой величины $\alpha = \frac{n_1}{n_2}$ величину ΔH как разность ординат этих кривых.

В целях придания этому графоаналитическому решению некоторой универсальности, проводим нижеуказанное его оформление.

Для общего случая трапецидальных русел с коэффициентом откоса m (прямоугольное сечение будет частным случаем при $m=0$) уравнения (77в и г) примут следующий вид:

$$Q_1 = \frac{1}{n_p} \frac{(b + m H_1)^{\frac{5}{3}} H_1^{\frac{5}{3}}}{\left(b + 2 H_1 \sqrt{1 + m^2}\right)^{\frac{2}{3}}} I^{\frac{1}{2}}; \quad (77д)$$

$$Q_2 = \frac{1}{n_p} \frac{(b + m H_2)^{\frac{5}{3}} H_2^{\frac{5}{3}}}{\left(1 + a \alpha^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} \left(b + 2 H_2 \sqrt{1 + m^2}\right)^{\frac{2}{3}}} I^{\frac{1}{2}}, \quad (77е)$$

или, умножая обе части уравнений (77д) и (77е) на величину $\frac{n_p}{I^{\frac{1}{2}} b^{\frac{8}{3}}}$, получим:

$$\frac{Q_1 n_p}{I^{\frac{1}{2}} b^{\frac{8}{3}}} = \frac{\left(1 + m \frac{H}{b}\right)^{\frac{5}{3}} \left(\frac{H}{b}\right)^{\frac{5}{3}}}{\left(1 + 2 \frac{H}{b} \sqrt{1 + m^2}\right)^{\frac{2}{3}}}; \quad (77ж)$$

$$\frac{Q_2 n_p}{I^{\frac{1}{2}} b^{\frac{8}{3}}} = \frac{1}{\left(1 + a \alpha^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}} \frac{\left(1 + m \frac{H}{b}\right)^{\frac{5}{3}} \left(\frac{H}{b}\right)^{\frac{5}{3}}}{\left(1 + 2 \frac{H}{b} \sqrt{1 + m^2}\right)^{\frac{2}{3}}}. \quad (77з)$$

Подсчитав значения безразмерной величины $\frac{Qn_p}{I^{\frac{1}{2}} b^{\frac{8}{3}}}$ для раз-

личных значений $\frac{H}{b}$, m и α и построив соответствующие графики, можно находить величины ΔH при любых заданных значениях элементов канала Q , m , n_p , I и принятой расчетной величине коэффициента шероховатости ледяного покрова n_d (или, что все равно, $\alpha = \frac{n_d}{n_p}$) свести к ряду простых операций.

В табл. VI даны значения $\frac{Qn_p}{I^{\frac{1}{2}} b^{\frac{8}{3}}}$ для значений $\frac{H}{b}$ от 0,01

до 1,00; для значений $m=0$, $m=1$, $m=2$ и $m=3$ и значений $\alpha=0,00$, $\alpha=0,25$, $\alpha=0,50$, $\alpha=0,75$ и $\alpha=1,00$.

На основании данных табл. VI могут быть построены упомянутые выше графики зависимости $\frac{Qn_p}{I^{\frac{1}{2}} b^{\frac{8}{3}}}$ от $\frac{H}{b}$.

В целях экономии места мы к настоящей работе прилагаем только один из этих графиков (фиг. 10в) для $m=1$.

Порядок расчета уясняется из следующего примера.

Канал трапециoidalного сечения с одиночными откосами шириной по дну 10 м, при $n_p=0,025$, $I=0,0001$ и $H=2$ м пропускает в ледных условиях 13,1 м³/сек. Определить, на сколько надо увеличить наполнение этого канала, для того чтобы тот же расход проходил при наличии ледяного покрова шероховатостью $n_d=0,019$ ($\alpha = \frac{0,019}{0,025} = 0,75$).

Для данного случая величина $\frac{Qn_p}{I^{\frac{1}{2}} b^{\frac{8}{3}}} = 0,071$.

По фиг. 10в (нижняя часть) находим, что этой величине по кривой для $\alpha=0,75$ соответствует величина $\frac{H}{b} = 0,241$, а на кривой для $\alpha=0$ — величина $\frac{H}{b} = 0,201$. Таким образом

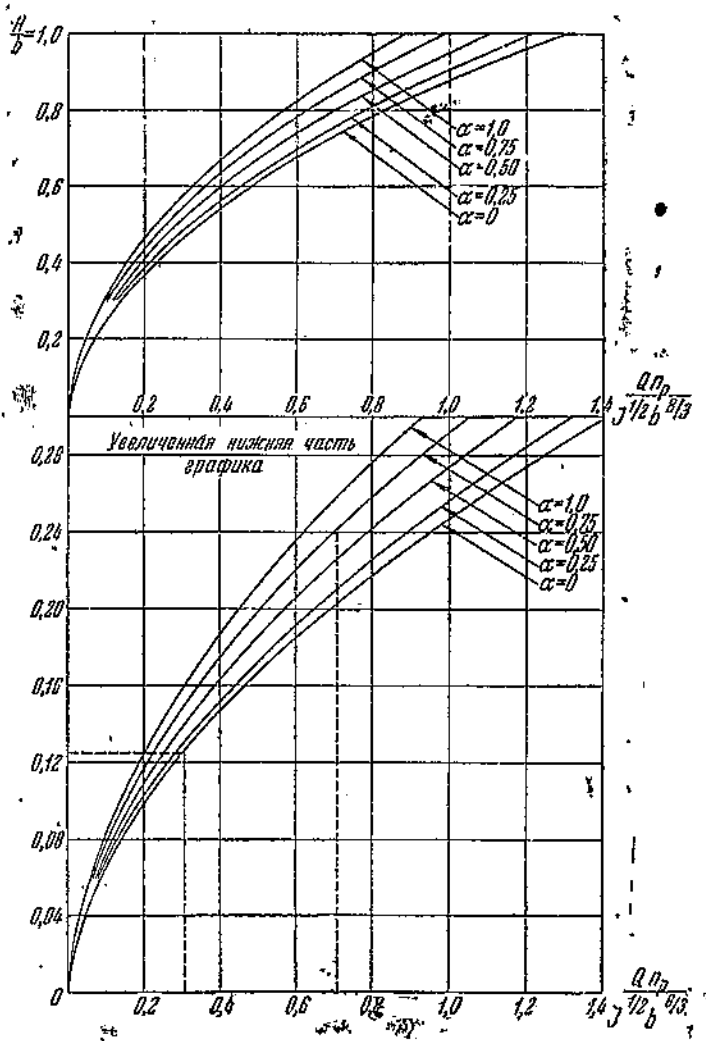
$$\Delta \left(\frac{H}{b} \right) = 0,241 - 0,201 = 0,040, \quad \text{а } \Delta H = 0,040 \cdot 10 = 0,400 \text{ м.}$$

Проведенное выше оформление графоаналитического решения второй задачи придает ему общий характер и при наличии табл. VI и графиков сводит до минимума объем расчетных работ.

Отметим, кроме того, что графоаналитическое решение не требует знания кривых распределения скоростей по вертикали и поэтому свободно от каких-либо упрощающих допущений. Что касается степени точности этого решения, то она, как и при всяком графическом решении, зависит от сте-

Значения $\frac{Q_{np}}{I^{1/2} b^{3/2}}$

$\frac{H}{b}$	$m=0$					$m=1$				
	$\alpha=0$	$\alpha=0,25$	$\alpha=0,50$	$\alpha=0,75$	$\alpha=1,00$	$\alpha=0$	$\alpha=0,25$	$\alpha=0,50$	$\alpha=0,75$	$\alpha=1,00$
	0,0014	0,0013	0,0011	0,0010	0,0009	0,0015	0,0014	0,0012	0,0010	0,0009
0,02	0,0014	0,0013	0,0011	0,0010	0,0009	0,0046	0,0043	0,0038	0,0033	0,0029
0,04	0,0044	0,0041	0,0036	0,0032	0,0028	0,0090	0,0083	0,0074	0,0065	0,0057
0,06	0,0085	0,0079	0,0071	0,0064	0,0055	0,0147	0,0136	0,0121	0,0107	0,0094
0,08	0,0134	0,0125	0,0112	0,0100	0,0088	0,0203	0,0188	0,0168	0,0148	0,0131
0,10	0,0191	0,0179	0,0161	0,0143	0,0127	0,0267	0,0248	0,0219	0,0195	0,0171
0,20	0,0546	0,0516	0,0470	0,0423	0,0381	0,1013	0,0940	0,0822	0,0719	0,0625
0,30	0,0957	0,0920	0,0846	0,0770	0,0700	0,1613	0,1519	0,1382	0,1248	0,1125
0,40	0,1467	0,1403	0,1314	0,1195	0,1093	0,2295	0,2148	0,1926	0,1719	0,1525
0,50	0,1983	0,1904	0,1796	0,1640	0,1509	0,3440	0,3222	0,2890	0,2582	0,2299
0,60	0,2522	0,2431	0,2284	0,2122	0,1961	0,4820	0,4554	0,4068	0,3629	0,3239
0,70	0,3077	0,2975	0,2808	0,2623	0,2440	0,6450	0,6050	0,5457	0,4871	0,4349
0,80	0,3636	0,3523	0,3339	0,3135	0,2927	0,8330	0,7825	0,7059	0,6310	0,5643
0,90	0,4221	0,4099	0,3900	0,3672	0,3442	1,0550	0,9915	0,8955	0,8010	0,7157
1,00	0,4806	0,4676	0,4471	0,4218	0,3968	1,2980	1,2210	1,1028	0,9863	0,8823
$\frac{H}{b}$	$m=2$					$m=3$				
	$\alpha=0$	$\alpha=0,25$	$\alpha=0,50$	$\alpha=0,75$	$\alpha=1,00$	$\alpha=0$	$\alpha=0,25$	$\alpha=0,50$	$\alpha=0,75$	$\alpha=1,00$
	0,0015	0,0014	0,0012	0,0011	0,0009	0,0015	0,0014	0,0012	0,0011	0,0009
0,02	0,0015	0,0014	0,0012	0,0011	0,0009	0,0050	0,0046	0,0041	0,0036	0,0031
0,04	0,0048	0,0044	0,0039	0,0034	0,0030	0,0098	0,0090	0,0080	0,0070	0,0062
0,06	0,0093	0,0088	0,0078	0,0068	0,0060	0,0162	0,0150	0,0132	0,0116	0,0102
0,08	0,0155	0,0143	0,0127	0,0112	0,0098	0,0240	0,0222	0,0197	0,0173	0,0152
0,10	0,0228	0,0211	0,0187	0,0165	0,0145	0,0367	0,0304	0,0240	0,0195	0,0152
0,20	0,0782	0,0726	0,0645	0,0568	0,0501	0,1248	0,1186	0,1072	0,0954	0,0825
0,30	0,1667	0,1548	0,1375	0,1213	0,1072	0,2693	0,2539	0,2283	0,2025	0,1767
0,40	0,2917	0,2709	0,2413	0,2127	0,1880	0,4303	0,4040	0,3670	0,3310	0,2950
0,50	0,4569	0,4246	0,3781	0,3335	0,2959	0,6603	0,6195	0,5609	0,5054	0,4500
0,60	0,6659	0,6193	0,5517	0,4867	0,4305	0,8348	0,7740	0,6870	0,6044	0,5331
0,70	0,9218	0,8572	0,7640	0,6743	0,5966	1,1780	1,0922	0,9594	0,8531	0,7525
0,80	1,2291	1,1430	1,0192	0,8997	0,7963	1,5940	1,4779	1,3126	1,1544	1,0185
0,90	1,5903	1,4797	1,3194	1,1657	1,0309	2,0900	1,9378	1,7211	1,5143	1,3358
1,00	2,0090	1,8693	1,6688	1,4720	1,3035	2,6730	2,4784	2,2012	1,9368	1,7085



Фиг. 10в. График зависимости величин $\frac{Qn_p}{I^{1/3} b^{2/3}}$ от $\frac{H}{b}$ для $m = 1$.

лени точности построения графиков и точности отсчетов по ним.

Для сравнения степени точности решений приводим следующие данные:

- 1) при решении приведенного выше примера графоаналитическим методом получили $\Delta H = 0,400$ м;
- 2) при использовании для этого же примера формулы (77) получаем $\Delta H = 0,395$ м;
- 3) при использовании формулы (776) получим $\Delta H = 0,402$ м.

Необходимо отметить, что графоаналитический метод с использованием табл. VI и соответствующих графиков может быть применен и для решения первой из указанных выше задач¹.

Для приведенного выше примера это решение будет иметь следующий вид: а) величина $\frac{H}{b}$ для данного случая равна $\frac{2}{10} = 0,2$; б) проводя горизонтальную прямую на фиг. 10в через ординату $\frac{H}{b} = 0,2$, получим в точках пересечения ее с кривыми для $\alpha = 0$ и $\alpha = 0,75$ значения:

$$\frac{Q_{\alpha} n_p}{\frac{1}{I^2} \frac{g}{b^3}} = 0,0697 \text{ и } \frac{Q_{\alpha} n_p}{\frac{1}{I^2} \frac{g}{b^3}} = 0,0506 \text{ (см. также табл. VI);}$$

в) определяя отношение $\frac{Q_{\alpha}}{Q_0} = \frac{0,0506}{0,0687} = 0,736$, находим $Q_{\alpha} = 13,1 \times \times 0,736 = 9,64 \text{ м}^3/\text{сек.}$

В заключение настоящего параграфа приводим ряд примеров расчета каналов, работающих в зимних условиях.

Пример 1. Дано прямоугольное русло глубиной $H = 2 \text{ м}$ и шириной поверху 20 м при $I = 0,0001$ и $n_p = 0,025$. Определить основные элементы движения потока под ледяным покровом при $\alpha = 0,7$.

Применяя уравнение (73), получим:

$$\alpha = \frac{B}{B + 2H} = 0,833; \quad n_{np} = n_p (1 + \alpha \alpha^{1,5})^{0,67} = 1,304 n_p;$$

$$C_{np} = \frac{C_0}{(1 + \alpha \alpha^{1,5})^{0,67}} = 0,767 C_0; \quad Q_{\alpha} = 0,767 Q_0.$$

Применяя уравнение (77б), получим:

$$\Delta H = [(1 + \alpha \alpha^{1,5})^{0,4} - 1] H = 0,350 \text{ м.}$$

Пример 2. Для трапециoidalного русла с теми же элементами и при $m = 1$ находим:

1) применяя уравнение (73):

$$\alpha = \frac{B}{B + 2H(\sqrt{1 + m^2} - m)} = 0,923; \quad n_{np} = n_p (1 + \alpha \alpha^{1,5})^{0,67} = 1,334 n_p;$$

$$C_{np} = \frac{C_0}{(1 + \alpha \alpha^{1,5})^{0,67}} = 0,750 C_0; \quad Q_{\alpha} = 0,750 Q_0;$$

2) применяя уравнение (77б), находим:

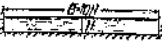
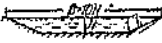
$$\Delta H = [(1 + \alpha \alpha^{1,5})^{0,4} - 1] H = 0,378 \text{ м.}$$

Полученные выше величины n_{np} , ΔH и Q_{α} сведены в табл. VII; там же даны для сравнения эти величины для полукруглого, треугольного и широкого прямоугольного русел.

¹ Использование безразмерной величины $\frac{Q_{\alpha} n_p}{\frac{1}{I^2} \frac{g}{b^3}}$ также может быть по-

ложено в основу построения метода расчета каналов вообще, весьма пригодного при массовом производстве этих расчетов для каналов ирригационных или осушительных сетей.

Таблица VII

№ по пор.	Сечение канала		Величина α	$\frac{n_{np}}{n_p}$	$\frac{Q_3}{Q_A}$	$\frac{\Delta H}{H}$	Примечание
	Наименование	Поперечный профиль					
1	Широкое прямоугольное		1,000	1,360	0,735	0,203	Основные расчетные формулы
2	Прямоугольное		0,833	1,304	0,767	0,175	а) для первой задачи
3	Трапециoidalное		0,923	1,334	0,750	0,189	$n_{np} = n_p (1 + \alpha a^{1,5})^{0,67}$ $Q_3 = \frac{Q_A}{(1 + \alpha a^{1,5})^{0,67}}$
4	Полукруглое		0,637	1,235	0,810	0,135	б) для второй задачи
5	Треугольное		0,709	1,260	0,793	0,149	$\Delta H = [(1 + \alpha a^{1,5})^{0,4} - 1] H$

Пример 3. Определить величину Q_3 для трапециoidalного русла с теми же элементами, что и в примере 2, но при $n_A = 0,010$ и $n_p = 0,025$, и сравнить результаты расчета с результатами применения формулы инж. Г. К. Лоттера и проф. Пузыревского для C_3 , а также с результатами расчета по так называемому методу осредненной шероховатости.

I. Расчет по предлагаемому методу. При заданных элементах канала имеем:

а) для открытого русла $\omega = 36 \text{ м}^2$, $\chi = 21,6 \text{ м}$, $R = \frac{\omega}{\chi} = 1,66 \text{ м}$,

$$C_0 = \frac{1}{0,025} 1,66^{\frac{1}{6}} = 43,50 \text{ и } Q_A = \omega C_0 \sqrt{RI} = 20,2 \text{ м}^3/\text{сек};$$

б) для зимних условий при $n_A = 0,010$:

$$Q_3 = \frac{Q_A}{(1 + \alpha a^{1,5})^{0,67}} = 0,870 Q_A = 17,55 \text{ м}^3/\text{сек}.$$

II. Расчет по формулам инж. Г. К. Лоттера, для C_3 [см. уравнения (8) и (10)]. Имеем $C_1 = \frac{1}{n_p} R^{\frac{1}{6}} = 43,50$; $C_2 = \frac{1}{n_A} R^{\frac{1}{6}} = 109,0$, где R согласно указаниям Лоттера принимается равным гидравлическому радиусу открытого русла.

Применяя уравнение (8), получим:

$$C_3 = C_1 C_2 \sqrt{\frac{1 + \alpha}{\alpha C_1^2 + C_2^2}} = 56,50;$$

$$Q_3 = C_3 \omega \sqrt{RI} = \frac{56,50 \cdot 36 \cdot 0,1,29}{100} = 26,20 \text{ м}^3/\text{сек}.$$

Применяя уравнение (10), получим:

$$C_3 = \frac{C_1 + \alpha C_2}{1 + \alpha} = 75,0;$$

$$Q_3 = C_3 \omega \sqrt{RI} = 35,0 \text{ м}^3/\text{сек}.$$

III. Расчет по формуле проф. Пузыревского для C_3 [см. уравнение (9)]. В формулу проф. Пузыревского входят коэффициенты шероховатости русла

Как видно из этой сводки, формулы инж. Лоттера и проф. Пузыревского дают явно неправильные решения. Метод же осредненной шероховатости — немного преувеличенное¹.

Глава II

Кривые поверхности потока под ледяным покровом

§ 8. Общие соображения о влиянии ледяного покрова на продольный профиль потока

Распределение вдоль потока тех дополнительных сопротивлений, которые вносит образование ледяного покрова, зависит от характера изменения вдоль потока шероховатости ледяного покрова и его ширины. Кроме того, влияние этих дополнительных сопротивлений на обстоятельства движения потока, а следовательно, и на продольный профиль его, будет зависеть от характера движения потока до его замерзания.

В табл. VIII представлены следующие возможные комбинации обстоятельств, обуславливающих характер трансформации продольного профиля потока, после вхождения его под ледяной покров.

Таблица VIII

№ по пор.	Характеристика русла	Характеристика распределения шероховатости ледяного покрова вдоль потока	Характеристика движения потока до его замерзания
1	Призматическое	Равномерное	Равномерное
2	"	"	Неравномерное
3	"	Неравномерное	Равномерное
4	"	"	Неравномерное
5	Непризматическое (естественные русла)	Равномерное	Равномерное
6	То же	"	Неравномерное
7	"	Неравномерное	Равномерное
8	"	"	Неравномерное

Из приведенных в табл. VIII случаев основными в смысле практического их значения являются 1, 2, 3, 4 и 5, которые и рассматриваются в дальнейшем изложении. В остальных случаях продольный профиль потока может быть построен путем комбинированного применения методов, разработанных для случаев 1, 2, 3, 4 и 5.

Отметим, что при рассмотрении всех последующих вопросов о трансформации продольного профиля потока под ледяным покровом мы будем исходить из второй расчетной схемы, т. е. схемы одинакового расхода как в свободном потоке, так и в потоке под ледяным покровом.

¹ См. также соответствующую часть § 2.

§ 9. Призматические русла. Равномерное распределение вдоль потока шероховатости ледяного покрова

В § 3 мы видели, что при этих условиях равномерное движение в потоке не нарушается и после его замерзания. Увеличивается только наполнение русла на некоторую величину ΔH , определяемую по уравнению (41); продольный же профиль потока под ледяным покровом остается прямой линией, параллельной дну.

При образовании ледяного покрова постоянной шероховатости на поверхности потока, находящегося в состоянии равномерного движения, исследование можно вести, пользуясь обычным видом дифференциального уравнения неравномерного движения

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i_0 - \frac{Q^2}{C^2 R \omega^3}}{1 - \frac{Q^2 B^3}{g \omega^3}} \quad (78)$$

При применении этого уравнения к широкому прямоугольному потоку под ледяным покровом мы выполним нижеследующие преобразования (для единицы ширины потока)¹:

1. Выражая C по формуле Маннинга через h и n_{np} , получим:

$$C^2 R \omega^2 = \frac{1}{n_{np}^2} h^{\frac{10}{3}} \quad (79)$$

2. Учитывая замечание в конце § 8 и выражая Q^2 по формуле Шези-Маннинга через нормальную глубину потока h_0 и коэффициент шероховатости русла, получим:

$$Q^2 = \frac{1}{n_p^2} h_0^{\frac{10}{3}} i_0 \quad (80)$$

На основании уравнений (79) и (80) и зависимости $\frac{Q^2}{g} = h_{кр}^3$, где $h_{кр}$ — критическая глубина свободного потока, получим вместо уравнения (78)

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i_0 \left[1 - \frac{n_{np}^2}{n_p^2} \left(\frac{h_0}{h} \right)^{\frac{10}{3}} \right]}{1 - \left(\frac{h_{кр}}{h} \right)^3}, \quad (81)$$

так как $n_{np} = n_p (1 + \alpha^{1.5})^{0.67}$ [см. уравнение (42)], то после подстановки получим:

$$\frac{dh}{ds} = i_0 \frac{1 - \left(1 + \alpha^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{4}{3}} \left(\frac{h_0}{h} \right)^{\frac{10}{3}}}{1 - \left(\frac{h_{кр}}{h} \right)^3} \quad (82)$$

¹ В дальнейшем Q обозначает расход на единицу ширины русла.

Учитывая, что расход Q остается одним и тем же как для свободного потока, так и для потока, покрытого льдом, мы можем написать:

$$Q^2 = \frac{1}{n_p^2} h_0^{\frac{10}{3}} i_0 = \frac{1}{n_p^2 \left(1 + \alpha^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{4}{3}}} h_{NN}^{\frac{10}{3}} i_0,$$

где h_{NN} — нормальная глубина потока под ледяным покровом. Отсюда имеем:

$$h_{NN}^{\frac{10}{3}} = \left(1 + \alpha^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{4}{3}} h_0^{\frac{10}{3}}, \quad (83)$$

или

$$h_{NN} = (1 + \alpha^{1.5})^{0.4} h_0. \quad (84)$$

Как видно из уравнения (84), величина h_{NN} остается постоянной вдоль потока и равна:

$$h_{NN} = h_0 + \Delta h_0, \quad (85)$$

как это следует из уравнения (41).

После этого уравнение (82) может быть преобразовано в нижеследующее:

$$\frac{dh}{ds} = i_0 \frac{1 - \left(\frac{h_{NN}}{h}\right)^{\frac{10}{3}}}{1 - \left(\frac{h_{kp}}{h}\right)^3}. \quad (86)$$

Уравнение (86) по своему виду ничем не отличается от обычного дифференциального уравнения неравномерного движения свободного потока в широком прямоугольном русле.

Поэтому при неравномерном движении потока под ледяным покровом постоянной шероховатости как формы кривых свободной поверхности, так и методы их построения остаются теми же, что и для свободного потока.

При пользовании уравнением (86) необходимо только иметь в виду, что величина h_{NN} есть нормальная глубина (фиг. 11а) потока под ледяным покровом, определяемая по уравнению (84).

Представляется интересным рассмотреть взаимное расположение одноименных кривых поверхности свободного потока и потока под ледяным покровом постоянной шероховатости, отвечающих одним и тем же начальным условиям, т. е. одному и тому же расходу и одному и тому же значению начальной глубины h_n .

Как известно, уклон кривых свободной поверхности при неравномерном движении равен:

$$I = i_0 - \frac{dh}{ds}. \quad (87)$$

Отмечая величины для зимних кривых значком $з$, а для летних кривых значком $л$, получим для начального сечения

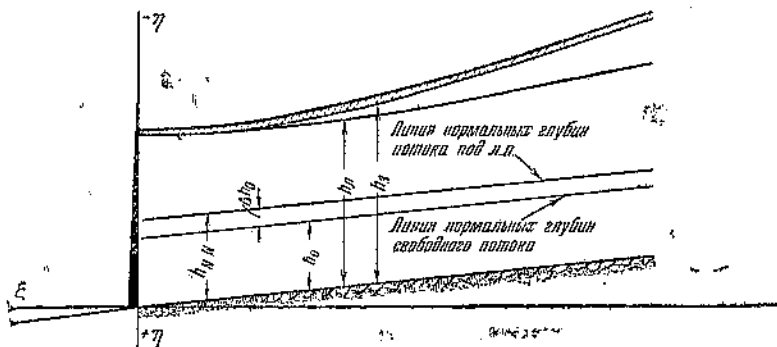
следующее соотношение уклонов:

$$\frac{I_s}{I_d} = \frac{i_0 - \left(\frac{dh_H}{ds}\right)_s}{i_0 - \left(\frac{dh_H}{ds}\right)_d} \quad (88)$$

Подставляя в уравнение (88) вместо $\left(\frac{dh_H}{ds}\right)$ значение из уравнения (82) и соответствующего уравнения для свободного потока, получим после соответствующих преобразований:

$$\frac{I_s}{I_d} = \frac{(1 + \alpha^{1,5})^{\frac{4}{3}} \left(\frac{h_0}{h_H}\right)^{\frac{10}{3}} - \left(\frac{h_{кр}}{h_H}\right)^8}{\left(\frac{h_0}{h_H}\right)^{\frac{10}{3}} - \left(\frac{h_{кр}}{h_H}\right)^8} \quad (88a)$$

Из уравнения (88a) видно, что для начального сечения $I_s > I_d$, а следовательно, зимняя кривая поверхности идет выше соответствующей летней кривой.



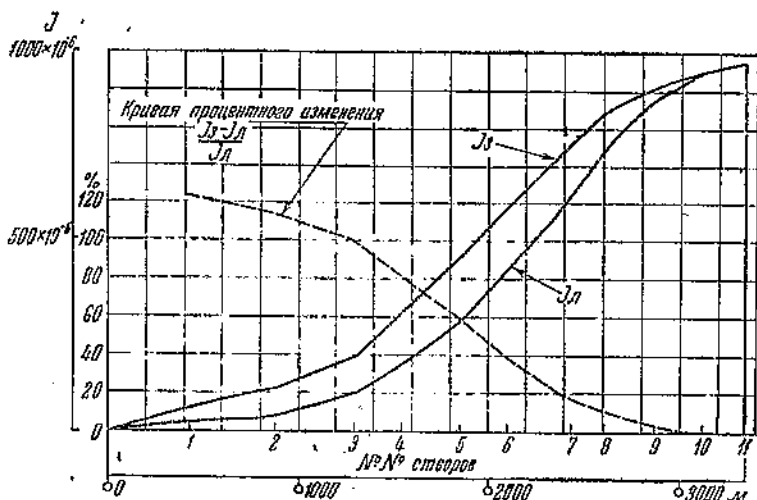
Фиг. 11a.

Доказать эти положения для других сечений путем анализа уравнения (88a) не представляется возможным. Однако сравнительные подсчеты зимних и летних кривых подпора и спада показали, что для рассматриваемого случая, т. е. при равномерном распределении вдоль потока шероховатости ледяного покрова соотношение $I_s > I_d$ сохраняется на всем протяжении их и что зимние кривые идут выше соответствующих летних. Так, ниже на фиг. 30 дано сопоставление зимней и летней кривой подпора для условий $q = 1,27 \text{ м}^3/\text{сек}$; $i_0 = 0,001$; $h_0 = 1,00 \text{ м}$; $n_p = 0,025$; $n_d = 0,022$; в нижней части фиг. 30 приведено сопоставление зимних и летних уклонов. Кроме того, на фиг. 11б дано графическое сопоставление этих же уклонов.

Как видно из этих данных, наибольшее абсолютное увеличение зимних уклонов по сравнению с летними имеет место

для средней части кривой, а наибольшее относительное — для начала кривой.

Выше мы рассматривали широкое прямоугольное русло, для которого можно пренебрегать влиянием боковых стенок и считать $R = h_{cp}$; для призматических русел небольшой ширины приходится учитывать влияние боковых стенок. Это отразится как на величинах h_0 и $h_{кр}$, которые нужно определять для



Фиг. 116.

данного русла по существующим общим правилам, так и на величине $n_{пр}$, которую в этом случае нужно принимать по уравнению (73), т. е.

$$n_{пр} = n_p \left(1 + \alpha \frac{3}{2} \right)^{\frac{2}{3}}.$$

Все остальные соображения остаются теми же, что и для широкого прямоугольного русла.

§ 10. Призматические русла.

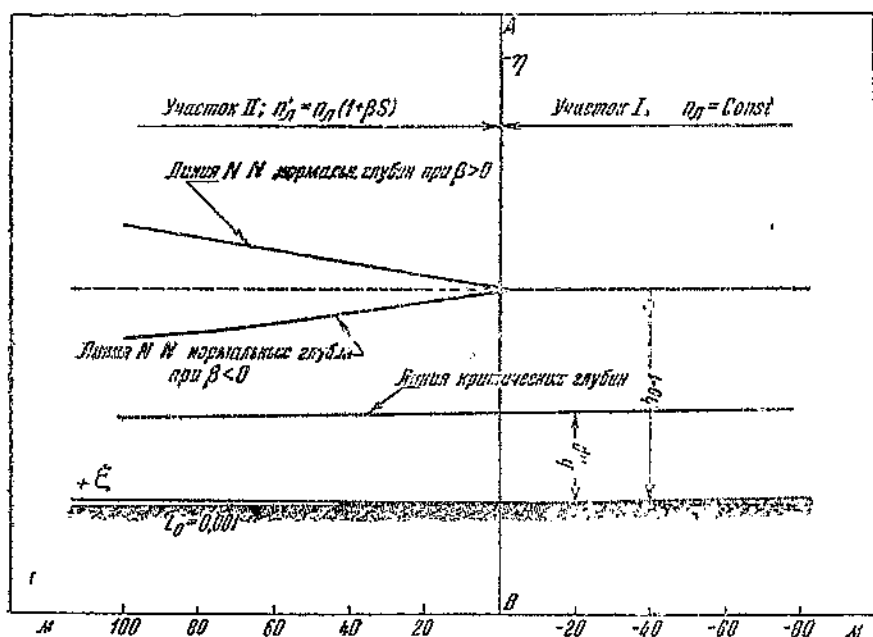
Переменная вдоль потока шероховатость ледяного покрова

Насколько нам известно, в существующей литературе не имеется рассмотрения вопроса о неравномерном движении в руслах с переменной шероховатостью по длине их.

Ниже мы рассматриваем случай этого движения, когда переменная вдоль потока шероховатость создает переменную шероховатостью ледяного покрова.

Очевидно, что приводимая ниже методика может быть применима также и при рассмотрении движения открытого потока в русле с переменной по длине его шероховатостью.

Для упрощения выкладок и получения конкретных результатов мы в дальнейшем рассматриваем частный случай, когда шероховатость ледяного покрова изменяется вдоль потока по линейному закону. Это частное решение может быть без особых затруднений применено и в общем случае, когда шероховатость ледяного покрова задана любой функцией от расстояния, так как это обстоятельство, как будет видно из дальнейшего, отразится только на построении кривой нормальных глубин.



Фиг. 12.

Предположим, что, начиная с сечения AB (фиг. 12), шероховатость ледяного покрова на участке II становится переменной. Предположим, что изменение n'_a происходит по линейному закону, т. е. что $n'_a = n_a(1 + \beta s)$, где s — расстояние по течению от сечения AB . Приведенный коэффициент шероховатости на участке II будет:

$$n'_{np} = n_p [1 + \alpha^{1,5} (1 + \beta s)^{1,5}]^{0,67}, \quad (89)$$

где α попрежнему равно $\frac{n_a}{n_p}$.

Для случая переменной шероховатости величина „нормальной глубины“, получаемая из условия $i_0 - \frac{Q^2}{C^2 R \omega^2} = 0$, будет неодинаковой в различных живых сечениях участка II и не будет равна нормальной глубине $h_{0,1}$ на участке с постоян-

ной шероховатостью. Связь между величинами h_{NN} и h_{0-1} для широкого прямоугольного русла можно установить таким же образом, как и в предыдущем параграфе, т. е.

$$(h_{NN})^{10} = \left(\frac{n'_{np}}{n_{np}} \right)^2 h_{0-1}^{10}, \quad (90)$$

или

$$h_{NN} = \left(\frac{n'_{np}}{n_{np}} \right)^{0,6} h_{0-1}, \quad (91)$$

где n'_{np} и n_{np} — приведенные коэффициенты шероховатости для участков I и II (фиг. 12).

Обозначая

$$\frac{n'_{np}}{n_{np}} = \left[\frac{1 + a^{1,5} (1 + \beta s)^{1,5}}{1 + a^{1,5}} \right]^{0,67} = \gamma, \quad (92)$$

получим окончательно

$$h_{NN} = \gamma^{0,6} h_{0-1}. \quad (93)$$

Критическая глубина для случая переменной шероховатости останется той же самой, что и для свободного потока, и равной

$$h_{кр}^3 = \frac{a' Q^2}{g}. \quad (93')$$

Из сказанного выше следует, что в случае переменной шероховатости линия нормальных глубин на участке II будет кривой типа параболы¹, а линия критической глубины — прямой, параллельной дну.

В качестве иллюстрации на фиг. 12 приведено построение этих линий для частного случая: $i_0 = 0,001$; $Q = 1,00 \text{ м}^3/\text{сек}$; $n_1 = n_p = 0,025$ и $\beta = 0,01$.

Отметим, что в принятой нами системе координат (фиг. 12) уравнение кривой NN будет:

$$\eta_{NN} = i_0 s - h_{NN} = i_0 s - \gamma^{0,6} h_{0-1}, \quad (94)$$

уклон этой линии, если принять $\frac{ds}{d\xi} \approx 1$, будет, равен:

$$I_{NN} = \frac{d\eta_{NN}}{d\xi} = i_0 - \frac{0,6 h_{0-1}}{\gamma^{0,4}} \frac{d\gamma}{ds}. \quad (95)$$

¹ Приведенное на фиг. 12 построение показывает, что эти кривые весьма близки к прямым.

**§ 11. Исследование общего дифференциального уравнения
неравномерного движения
в случае переменной шероховатости ледяного покрова**

Для этого случая обычное дифференциальное уравнение неравномерного движения после преобразований, аналогичных преобразованиям § 9, превращается в нижеследующее:

$$\frac{dh}{ds} = i_0 \frac{1 - \gamma^2 \left(\frac{h_{0.1}}{h} \right)^{\frac{10}{3}}}{1 - \left(\frac{h_{кр}}{h} \right)^3}, \quad (96)$$

или, принимая во внимание уравнение (93), имеем:

$$\frac{dh}{ds} = i_0 \frac{1 - \left(\frac{h_{NN}}{h} \right)^{\frac{10}{3}}}{1 - \left(\frac{h_{кр}}{h} \right)^3}. \quad (97)$$

Как видно из уравнения (97), оно по внешнему виду вполне аналогично обычному дифференциальному уравнению неравномерного движения в широком прямоугольном русле в случае постоянной шероховатости, но только в нем постоянная нормальная глубина $h_{0.1}$ заменена переменной h_{NN} .

Исследование уравнения (97) приводим только для случая $i_0 < i_{кр}$, когда кривая NN лежит выше кривой KK ; случай $i_0 \geq i_{кр}$ для нас не представляет интереса, так как при скоростях больше критических ледяной покров на поверхности потока не образуется¹. При этом нам придется отдельно рассмотреть случаи возрастания и убывания шероховатости вниз по течению, так как взаимное расположение кривых NN и KK (фиг. 12) для них различно.

Случай первый: $h_{NN} > h_{кр}$; $\beta > 0$.

а) При $h > h_{NN}$ числитель и знаменатель уравнения (97) положительны, поэтому $\frac{dh}{ds} > 0$ и кривая свободной поверхности будет кривой подпора типа A_1 .

б) При $h_{NN} > h > h_{кр}$ числитель уравнения (97) отрицателен, знаменатель положителен; $\frac{dh}{ds} < 0$ и кривая свободной поверхности будет кривой спада типа B_1 .

в) При $h < h_{кр}$ числитель и знаменатель уравнения (97) отрицательны и кривая свободной поверхности будет кривой подпора типа C_1 .

Случай второй: $h_{NN} > h_{кр}$; $\beta < 0$.

Этот случай дает те же самые кривые свободной поверхности.

¹ См. О. Девик, Ледообразование и его влияние на продольный профиль потока, Deutsche Wasserwirtschaft, 1933 г., № 10 и 11.

Таким образом характер кривых свободной поверхности, в отношении изменения глубины h , в случае переменной шероховатости, остается тот же, что и в обычном случае при постоянной шероховатости, но, как видно из нижеследующего, кривизна свободной поверхности будет иной, чем для случая постоянной шероховатости.

Для определения направления кривизны кривых свободной поверхности при различных соотношениях h , h_{NN} и $h_{кр}$ рассмотрим величину $\frac{d^2\eta}{d\xi^2}$.

При принятой системе координат уравнение кривой свободной поверхности будет иметь вид:

$$\eta = i_0 s - h, \quad (98)$$

где η — ордината кривой и h — соответствующая глубина.

Принимая $\frac{ds}{d\xi} \approx 1$, получим:

$$\frac{d^2\eta}{d\xi^2} = -\frac{d^2h}{ds^2}, \quad (99)$$

но¹

$$\frac{d^2h}{ds^2} = i_0 \frac{3h^2 (\gamma^3 h_{0-1}^3 - h_{кр}^3) \frac{dh}{ds}}{(h^3 - h_{кр}^3)^2} - i_0 \frac{2\gamma h_{0-1}^3 \frac{d\gamma}{ds}}{h^3 - h_{кр}^3}, \quad (100)$$

поэтому

$$\frac{d^2\eta}{d\xi^2} = i_0 \frac{2\gamma h_{0-1}^3 \frac{d\gamma}{ds}}{h^3 - h_{кр}^3} - i_0 \frac{3h^2 (\gamma^3 h_{0-1}^3 - h_{кр}^3) \frac{dh}{ds}}{(h^3 - h_{кр}^3)^2}. \quad (101)$$

В случае возрастающей шероховатости, т. е. при $\beta > 0$, имеем [уравнение (92)]:

$$\frac{d\gamma}{ds} = \frac{\alpha^{1,5}}{(1 + \alpha^{1,5})^{0,67}} \cdot \frac{(1 + \beta s)^{0,5}}{[1 + \alpha^{1,5} (1 + \beta s)^{1,5}]^{0,33}} \beta > 0.$$

Поэтому первый член правой части уравнения (101) всегда будет положителен для случаев $h > h_{кр}$; знак же второго члена будет зависеть от знака $\frac{dh}{ds}$. А именно:

1. При $h < h_{кр}$, когда $\frac{dh}{ds} < 0$ (т. е. для кривых спада),

¹ При составлении выражения $\frac{d^2h}{ds^2}$ мы ради упрощения его исходили не из уравнения (96), а из более простого:

$$\frac{dh}{ds} = i_0 \frac{1 - \gamma^2 \left(\frac{h_{0-1}}{h} \right)^3}{1 - \left(\frac{h_{кр}}{h} \right)^3}.$$

второй член будет для всех h положительным и $\frac{d^2\eta}{ds^2} > 0$. Известно, что при $\frac{d^2\eta}{ds^2} > 0$ выпуклость кривой обращена в сторону отрицательных значений ординат η , т. е. в этом случае кривая спада, как и в случае постоянной шероховатости, своей выпуклостью будет обращена в сторону, противоположную дну.

2. При $h > h_{NN}$, когда $\frac{dh}{ds} > 0$, знаки членов правой части уравнения (101) будут разные.

Как видно из приведенных ниже примеров, для этого случая имеем на участке II (переменной шероховатости) $\frac{d^2\eta}{ds^2} > 0$, а на участке I (постоянной шероховатости) $\frac{d^2\eta}{ds^2} < 0$; при $s = 0$, т. е. в сечении AB, имеем:

$$\frac{d^2\eta}{ds^2} = 0.$$

Таким образом на участке II (фиг. 12) мы имеем выпуклую кривую подпора, которая на участке I в сечении AB переходит в обычную вогнутую кривую подпора.

В случае убывания шероховатости вниз по течению, т. е. при $\beta < 0$, первый член правой части уравнения (101) при всех h будет отрицательным; знак второго члена будет зависеть опять от знака $\frac{dh}{ds}$.

При $\frac{dh}{ds} > 0$, т. е. при кривой подпора, второй член также будет отрицательным и $\frac{d^2\eta}{ds^2} < 0$, т. е. выпуклость будет обращена в сторону положительных η , т. е. ко дну. Таким образом в этом случае мы будем иметь вогнутую кривую подпора.

При $\frac{dh}{ds} < 0$, т. е. при кривых спада, знаки первого и второго членов правой части уравнения (101) будут разные. Как видно из приведенных ниже примеров, в этом случае на участке II мы имеем вогнутую кривую спада.

3. Остановимся еще на рассмотрении случая $h = h_{NN}$. Как видно из уравнения (97), в этом случае числитель обращается в нуль и величина $\frac{dh}{ds} = 0$.

Уравнение $I = i_0 - \frac{dh}{ds}$ дает, что для этого случая уклон кривой свободной поверхности $I = i_0$, т. е. в точке пересечения кривой свободной поверхности с кривой NN первая идет параллельно дну потока.

Обращаясь к уравнению (95), мы видим, что во всех случаях, когда $\beta \neq 0$, уклон линии NN $I_{NN} \neq i_0$.

Поэтому кривая свободной поверхности, отвечающая на-

начальному условию $h_n = h_{NN}$, не может касаться кривой NN и последняя не может служить кривой свободной поверхности.

Далее, в случае если начальные условия определяются равенством $h_n = h_{NN}$, неравномерное движение в русле будет только следствием различной шероховатости ледяного покрова по длине его (другие причины, вызывающие явления подпора или спада, отсутствуют).

Тогда $h = f(n'_{np})$, причем n'_{np} в свою очередь будет некоторой функцией от s , поэтому

$$\frac{dh}{ds} = \frac{dh}{dn'_{np}} \frac{dn'_{np}}{ds}. \quad (102)$$

Как отмечалось выше, при $h = h_{NN}$ величина $\frac{dh}{ds} = 0$, т. е.

$$\frac{dh_{NN}}{ds} = \frac{dh_{NN}}{dn'_{np}} \frac{dn'_{np}}{ds} = 0. \quad (103)$$

Как видно из уравнения (91), $\frac{dh_{NN}}{dn'_{np}}$ не может равняться

нулю, поэтому $\frac{dn'_{np}}{ds}$ должна равняться нулю.

Из уравнения (92) имеем:

$$\frac{dn'_{np}}{ds} = \frac{n_p}{(1 + \alpha^{1,5})^{0,67}} \frac{\alpha^{1,5} (1 + \beta s)^{0,5}}{[1 + \alpha^{1,5} (1 + \beta s)^{1,5}]^{0,33}} \beta. \quad (104)$$

Из уравнения (104) видно, что $\frac{dn'_{np}}{ds}$ может равняться нулю или при $\beta = 0$ или при $1 + \beta s = 0$; в первом случае, как это видно из уравнения (89), имеем:

$$n'_{np} = n_p (1 + \alpha^{1,5})^{0,67} = \text{const},$$

а во втором

$$n'_{np} = n_p = \text{const}.$$

Таким образом, в случае если неравномерное движение в русле вызвано только изменением шероховатости, кривая свободной поверхности может пересекаться с кривой NN только в сечениях, для которых $n'_{np} = \text{const}$, т. е. вне пределов участка переменной шероховатости.

В том случае, если неравномерное движение в русле вызвано одновременным влиянием переменной шероховатости и явлений подпора или спада, кривая свободной поверхности может пересекать линию NN и на протяжении участка переменной шероховатости. В самом деле, в этом случае

$$\frac{dh}{ds} = \frac{\partial h}{\partial n'_{np}} \frac{dn'_{np}}{ds} + \frac{\partial h}{\partial s}.$$

В точке пересечения кривой свободной поверхности с линией NN мы будем иметь $\frac{dh_{NN}}{ds} = \frac{\partial h_{NN}}{\partial n'_{np}} \frac{dn'_{np}}{ds} + \frac{\partial h_{NN}}{\partial s} = 0$.

Это равенство не дает уже основания утверждать, что пересечение обязательно должно происходить на участках постоянной шероховатости. Наоборот, как видно из приводимых ниже примеров, это пересечение имеет место на протяжении участка переменной шероховатости.

Отметим еще, что в месте пересечения кривой свободной поверхности с линией NN происходит изменение характера первой; т. е. переход от кривой спада в кривую подпора или наоборот.

Остановимся еще на взаимном расположении одноименных кривых поверхности, отвечающих одним и тем же начальным Q и h_n , для случаев переменной и постоянной шероховатости ледяного покрова.

На основании соображений, аналогичных изложенным в конце § 9, используя уравнения (96), (82) и (85), получим для начального сечения:

$$\frac{I_1}{I} = \frac{\gamma^2 \left(\frac{h_{0.1}}{h_n} \right)^{\frac{10}{3}} - \left(\frac{h_{кр}}{h} \right)^3}{\left(\frac{h_{0.1}}{h_n} \right)^{\frac{10}{3}} - \left(\frac{h_{кр}}{h} \right)^3}, \quad (105)$$

где I_1 — уклон при переменной шероховатости ледяного покрова;

I — уклон при постоянной шероховатости.

Как видно из уравнения (92), если шероховатость ледяного покрова возрастает вдоль потока, т. е. если $\beta > 0$, то $\gamma > 1$; в противном случае при $\beta < 0$ величина $\gamma < 1$. Поэтому в первом случае [см. уравнение (105)] $I_1 > I$, а во втором случае $I_1 < I$. Сравнительные подсчеты кривых при переменной и постоянной шероховатости ледяного покрова показали, что приведенные выше соотношения I_1 и I сохраняются на всем протяжении кривых.

Таким образом при шероховатости ледяного покрова, возрастающей вдоль потока, кривые свободной поверхности идут выше кривых при постоянной шероховатости и уклоны их больше соответствующих уклонов этих последних.

При шероховатости ледяного покрова, убывающей вниз по течению, мы имеем обратную картину.

Из приведенного выше исследования дифференциального уравнения неравномерного движения для случая переменной шероховатости можно сделать следующие общие выводы:

1. Характер кривых свободной поверхности в отношении изменения глубины h остается тот же, что и для случая постоянной шероховатости, т. е. при $h > h_{NN}$ мы всегда имеем

кривую подпора, при $h < h_{NN}$ — кривую спада, независимо от характера изменения шероховатости на рассматриваемом участке.

2. Кривизна некоторых из этих кривых, однако, отличается от кривизны соответствующих кривых в обычном случае движения при постоянной шероховатости. Так, в случае возрастания шероховатости вниз по течению все кривые свободной поверхности как подпора, так и спада будут выпуклыми. В обратном случае — вогнутыми.

3. При пересечении кривой свободной поверхности с линией нормальных глубин она, не меняя кривизны, меняет свой характер, переходя из кривой подпора в кривую спада и наоборот.

4. При переходе кривой свободной поверхности с участка переменной шероховатости на участок постоянной шероховатости характер кривой не изменяется, а кривизна изменяется на обратную.

Сказанное выше может быть иллюстрировано нижеследующей таблицей, данные которой полностью подтверждаются результатами приведенных ниже примерных расчетов (также фиг. 13 и 14).

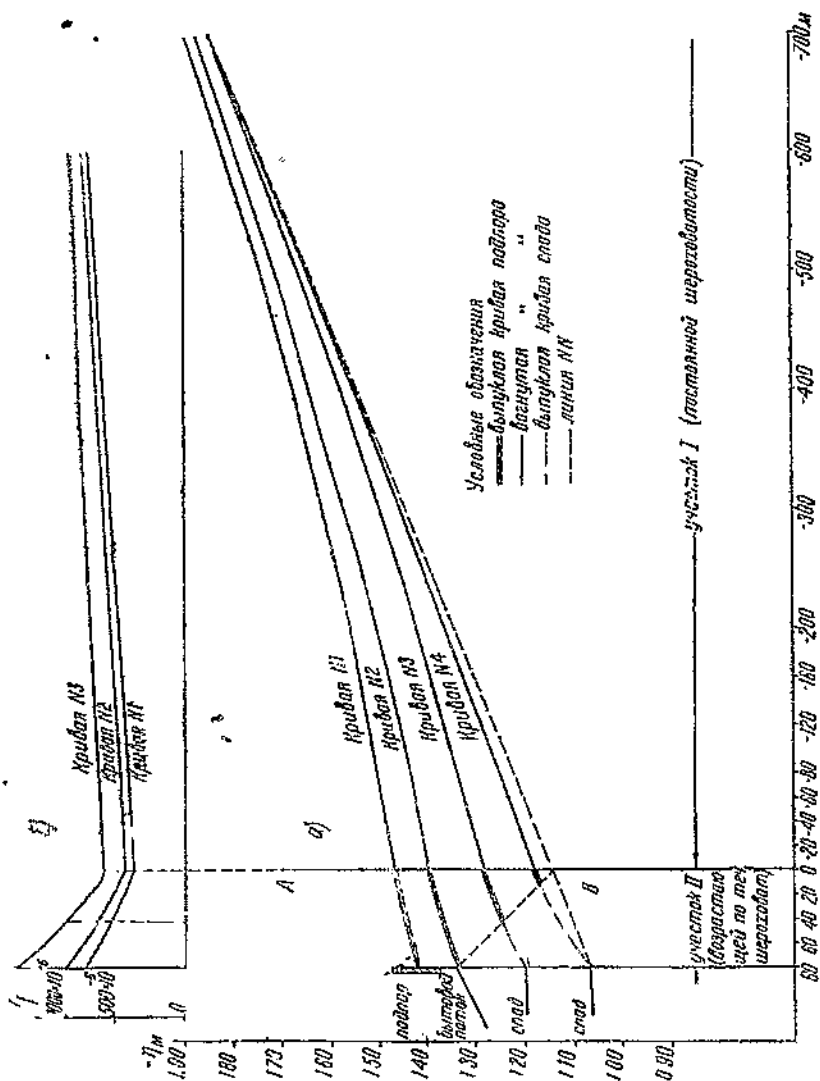
Таблица VIIIa

Характер шероховатости ледяного покрова	Соотношение h_n и h_{NN}	Наименование кривых поверхности		
		участок переменной шероховатости		участок постоянной шероховатости
		ниже линии NN	выше линии NN	
$\beta > 0$	$h_n > h_{NN}$	Нет	Выпуклая кривая подпора	Вогнутая кривая подпора
$\beta > 0$	$h_n = h_{NN}$	Нет	Выпуклая кривая подпора	То же
$\beta > 0$	$h_n < h_{NN}$	Выпуклая кривая спада	Выпуклая кривая подпора	То же
$\beta < 0$	$h_n > h_{NN}$	Вогнутая кривая подпора	Вогнутая кривая спада	Выпуклая кривая спада
$\beta < 0$	$h_n = h_{NN}$	Нет	Вогнутая кривая спада	То же
$\beta < 0$	$h_n < h_{NN}$	Нет	Вогнутая кривая спада	То же

5. Линия нормальных глубин NN не может быть кривой свободной поверхности.

6. В случае, когда $h_n = h_{NN}$, кривая свободной поверхности не может пересечь кривую нормальных глубин.

7. При одних и тех же начальных условиях, т. е. при

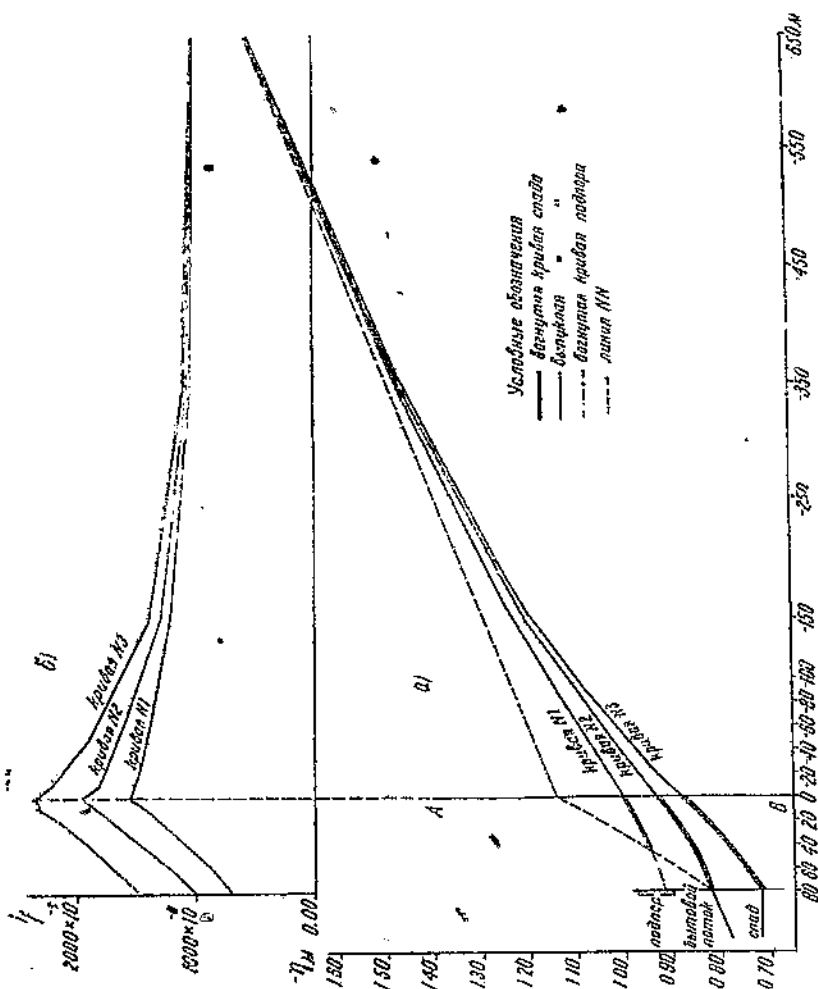


Фиг. 13.

а — кривые поверхности потока под ледяным покровом при $\beta > 0$ в различных начальных условиях; км.

одинаковых Q и h_m , для случая шероховатости ледяного покрова, возрастающей вдоль потока, кривые поверхности идут выше одноименных кривых для случая постоянной шероховатости и уклоны их больше соответствующих уклонов этих последних; для случая убывающей шероховатости — наоборот.

Графической иллюстрацией сказанного выше о характере кривых свободной поверхности могут служить фиг. 13 и 14. На первой из них для случая возрастающей вдоль потока шероховатости ледяного покрова, т. е. для $\beta > 0$, сопоставлены следующие приведенные в табл. VIIIб случаи.



Фиг. 14.

а — кривые поверхности потока под разным покрытием при $\beta < 0$ и различных начальных условиях;
б — соответствующие кривые распределения сопротивлений вдоль потока.

Таблица VIII 6

№ по пор.	Начальные условия	Величина h_N в м	Характеристика состояния потока	Примечание
1	$h_N > h_{NN}$	1,500	Подпор	Величина h_{NN} при $s = 80$ м равна 1,418 и имеет отметку $\eta = 1,343$ м
2	$h_N = h_{NN}$	1,418	Бытовое	
3	$h_N < h_{NN}$	1,280	Спад	
4	$h_N < h_{NN}$	1,145	Спад	

На фиг. 14 для $\beta < 0$ сопоставлены следующие приведенные в табл. VIIIв случаи:

Таблица VIIIв

№ по пор.	Начальные условия	Величина h_n в м	Характеристика состояния потока	Примечание
1	$h_n > h_{NN}$	1,000	Подпор	Величина h_{NN} при $s = 80$ м равна 0,898 м и имеет отметку $\eta = 0,818$ м
2	$h_n = h_{NN}$	0,898	Бытовой	
3	$h_n < h_{NN}$	0,800	Спад	

В заключение отметим, что приведенные выше положения и формулы, полученные для широкого прямоугольного русла, останутся справедливыми для любых призматических русел, если величину γ в соответствующих формулах считать равной:

$$\gamma = \left[\frac{1 + a\alpha^{1,5}(1 + \beta s)^{1,5}}{1 + a\alpha^{1,5}} \right]^{0,67}, \quad (106)$$

где a — попрежнему. отношение ширины русла поверху к смоченному периметру дна и стенок.

§ 12. Приближенное интегрирование дифференциального уравнения неравномерного движения в случае переменной шероховатости ледяного покрова

Дифференциальное уравнение в форме (96) или (97) не может быть проинтегрировано в общем виде, однако для практических приложений это интегрирование с достаточной степенью точности можно осуществить, пользуясь одним из известных способов приближенного интегрирования дифференциальных уравнений.

Остановимся на одном из простейших способов, так называемом способе конечных разностей Эйлера. Зная начальные значения h_n и s_n , мы величину h_1 , соответствующую расстоянию s_1 , получим по следующему уравнению:

$$h_1 = h_n + \left(\frac{dh}{ds} \right)_n (s_1 - s_0). \quad (106a)$$

Для $(n-1)$ -го участка мы также будем иметь:

$$h_n = h_{n-1} + \left(\frac{dh}{ds} \right)_{n-1} (s_n - s_{n-1}). \quad (106b)$$

Чем ближе будут отстоять друг от друга сечения, для которых мы будем определять значения h , тем точнее будет найдена интегральная кривая $h = f(s)$.

Зная интегральную кривую $h=f(s)$, найдем уравнение кривой свободной поверхности

$$\eta = i_0 s - f(s). \quad (106\text{в})$$

Примеры построения кривых свободной поверхности для случая переменной шероховатости ледяного покрова

Для построения кривых свободной поверхности возьмем пример, для которого $i_0 = 0,001$; $Q = 1,00 \text{ м}^3/\text{сек}$; $n_p = n_d = 0,025$; $\beta = \pm 0,01$.

Величины $h_{0,1} = 1,145$ и $h_{кр} = 0,482$ получаем из уравнений (80) и (93'); величину γ — по уравнению (92); величины h_{NN} для различных s определяем по уравнению (93).

Кривые свободных поверхностей построены для следующих случаев (охватывающих все возможные комбинации соотношения h_n и h_{NN} при общем условии, что h_n всегда больше $h_{кр}$): а) $\beta > 0$; первый случай $h_n > h_{NN}$; второй случай $h_n = h_{NN}$; третий случай $h_n < h_{NN}$; б) $\beta < 0$; четвертый случай $h_n > h_{NN}$; пятый случай $h_n = h_{NN}$; шестой случай $h_n < h_{NN}$.

Результаты подсчетов приведены в табл. IX, X, XI, XII, XIII и XIV, а сами кривые изображены на фиг. 13 и 14.

Таблица IX

Случай первый $\beta > 0$; $h_n > h_{NN}$
($s_n = 80 \text{ м}$; $h_n = 1,500 \text{ м}$)

s_{n-1}	h_{n-1}	h_{NN}	$\left(\frac{h_{NN}}{h}\right)^{10/3}$	$\left(\frac{dh}{ds}\right)_{n-1}$ в 10^{-3}	s_n	h_n	η_n	Характер кривых
80	1,500	1,418	0,8308	0,1750	0	1,498	-1,428	Выпуклая кривая подпора. Участок переменной шероховатости
70	1,498	1,384	0,7675	0,2405	70	1,496	-1,436	
60	1,496	1,351	0,7119	0,2980	60	1,493	-1,443	
50	1,493	1,316	0,6567	0,3445	50	1,489	-1,449	
40	1,489	1,282	0,6062	0,4076	40	1,485	-1,455	
30	1,485	1,247	0,5581	0,4575	30	1,480	-1,460	
20	1,480	1,213	0,5143	0,5030	20	1,476	-1,466	
10	1,476	1,179	0,4729	0,5461	10	1,470	-1,470	
0	1,470	1,145	0,4344	0,5862	10	1,464	-1,474	Вогнутая кривая подпора. Участок постоянной шероховатости
10	1,464	1,145	0,4402	0,5805	20	1,459	-1,479	
20	1,459	1,145	0,4460	0,5747	30	1,453	-1,483	
30	1,453	1,145	0,4519	0,5688	40	1,447	-1,487	
40	1,447	1,145	0,4579	0,5628	50	1,442	-1,492	
50	1,442	1,145	0,4638	0,5569	60	1,436	-1,496	
60	1,436	1,145	0,4699	0,5509	70	1,430	-1,500	
70	1,430	1,145	0,4760	0,5448	80	1,425	-1,505	
80	1,425	1,145	0,4820	0,5388	120	1,403	-1,523	
120	1,403	1,145	0,5072	0,5186	160	1,383	-1,543	
160	1,383	1,145	0,5328	0,4878	200	1,363	-1,563	
200	1,363	1,145	0,5585	0,4619	300	1,317	-1,617	
300	1,317	1,145	0,6267	0,3922	400	1,278	-1,678	
400	1,278	1,145	0,6929	0,3244	500	1,246	-1,746	
500	1,246	1,145	0,7548	0,2602	600	1,220	-1,820	
600	1,220	1,145	0,8099	0,2026	700	1,199	-1,899	
700	1,199	1,145	0,8565	0,1534	800	1,184	-1,984	
800	1,184	1,145	0,8932	0,1145	1000	1,161	-2,161	
1000	1,161	1,145	0,9531	0,0505	1300	1,146	-2,446	

Таблица X

Случай второй $\beta > 0$; $h_H = h_{NN}$
 $(s_H = 80 \text{ м}; h_H = 1,418 \text{ м})$

s_{n-1}	h_{n-1}	h_{NN}	$\left(\frac{h_{NN}}{h}\right)^{1/3}$	$\left(\frac{dh}{ds}\right)_{n-1}$ в 10^{-3}	s_n	h_n	τ_n	Характер кривых
80	1,418	1,418	1,000	0	75	1,418	-1,843	Выпуклая кривая подпора. Участок перемены шероховатости
75	1,418	1,401	0,9606	0,0410	70	1,418	-1,843	
70	1,418	1,384	0,9225	0,0806	65	1,417	-1,352	
65	1,417	1,367	0,8862	0,1174	60	1,417	-1,357	
60	1,417	1,351	0,8532	0,1528	50	1,415	-1,365	
50	1,415	1,316	0,7845	0,2243	40	1,413	-1,373	
40	1,413	1,282	0,7227	0,2887	30	1,410	-1,380	
30	1,410	1,247	0,6634	0,3505	20	1,407	-1,387	
20	1,407	1,213	0,6102	0,4051	10	1,403	-1,393	
10	1,403	1,179	0,5603	0,4583	0	1,398	-1,398	
0	1,398	1,145	0,5139	0,5059	10	1,393	-1,403	Вогнутая кривая подпора. Участок постоянной шероховатости
-10	1,393	1,145	0,5202	0,5005	20	1,388	-1,408	
-20	1,388	1,145	0,5263	0,4933	30	1,382	-1,413	
-30	1,382	1,145		0,4878	40	1,363	-1,483	
-40	1,363	1,145		0,4619	50	1,317	-1,487	
-50	1,317	1,145		0,3922	60	1,278	-1,548	
-60	1,278	1,145		0,3244	70	1,246	-1,616	
-70	1,246	1,145		0,2602	80	1,220	-1,690	
-80	1,220	1,145		0,2026	90	1,199	-1,769	
-90	1,199	1,145		0,1534	100	1,184	-1,854	
-100	1,184	1,145		0,1145	110	1,161	-2,031	
-110	1,161	1,145		0,0505	120	1,146	-2,316	

Случай третий $\beta > 0$; $h_H < h_{NN}$
 $(s_H = 80 \text{ м}; h_H = 1,280 \text{ м})$

Таблица XI

s_{n-1}	h_{n-1}	h_{NN}	$\left(\frac{h_{NN}}{h}\right)^{1/3}$	$\left(\frac{dh}{ds}\right)_{n-1}$ в 10^{-3}	s_n	h_n	τ_n	Характер кривых
80	1,280	1,418	1,4068	-0,4298	70	1,284	-1,214	Наже линия NN. Выпуклая кривая спада. Участок перемены шероховатости
70	1,284	1,384	1,2830	-0,2988	60	1,287	-1,227	
60	1,287	1,351	1,1742	-0,1838	55	1,288	-1,233	
55	1,288	1,334	1,1233	-0,1233	50	1,289	-1,238	
50	1,289	1,316	1,0718	-0,0758	45	1,289	-1,244	
45	1,289	1,299	1,0256	-0,0256	40	1,289	-1,249	
40	1,289	1,282	0,9814	+0,0186	35	1,289	-1,254	Выше линии NN. Выпуклая кривая подпора. Участок перемены шероховатости
35	1,289	1,265	0,9387	+0,0647	30	1,289	-1,260	
30	1,289	1,248	0,8979	+0,1077	20	1,288	-1,268	
20	1,288	1,213	0,8191	+0,1903	10	1,286	-1,276	
10	1,276	1,179	0,7275	+0,2929	0	1,283	-1,283	
0	1,283	1,145	0,6842	+0,3334	-10	1,280	-1,290	
-10	1,280	1,145	0,6901	+0,3274	-20	1,276	-1,296	Вогнутая кривая подпора. Участок постоянной шероховатости
-20	1,276	1,145	0,6960	+0,3212	-30	1,246	-1,366	
-30	1,246	1,145	0,7182	+0,2602	-40	1,220	-1,440	
-40	1,220	1,145	0,7429	+0,2026	-50	1,199	-1,519	
-50	1,199	1,145	0,7996	+0,1534	-60	1,184	-1,604	
-60	1,184	1,145	0,9000	+0,1145	-70	1,161	-1,781	
-70	1,161	1,145	0,9568	+0,0505	-80	1,146	-2,066	

Случай четвертый $\beta < 0$; $h_n > h_{NN}$
 $(s_n = 80 \text{ м}; h_n = 1,000 \text{ м})$

s_{n-1}	h_{n-1}	h_{NN}	$\left(\frac{h_{NN}}{h}\right)^{\frac{10}{3}}$	$\left(\frac{dh}{ds}\right)_{n-1}$ в 10^{-3}	s_n	h_n	η_n	Характер кривой
80	1,000	0,898	0,6986	0,3383	70	0,997	-0,927	Ванье линии MN Вогнутая кривая подпора
70	0,997	0,924	0,7770	0,2510	60	0,994	-0,934	
60	0,994	0,950	0,8595	0,1584	50	0,992	-0,942	
50	0,992	0,980	0,9586	0,0466	40	0,992	-0,952	
40	0,992	1,011	1,0650	-0,0784	30	0,993	-0,963	Ниже линии MN Вогнутая кривая сплода
30	0,993	1,044	1,1826	-0,2062	20	0,995	-0,975	
20	0,995	1,077	1,3030	-0,3414	10	0,998	-0,983	
10	0,998	1,106	1,4072	-0,4588	0	1,003	-1,003	
0	1,003	1,145	1,5560	-0,6254	-10	1,009	-1,019	Выпуклая кривая сплода
-10	1,009	1,145	1,5240	-0,5811	-50	1,032	-1,082	
-50	1,032	1,145	1,4115	-0,4580	-150	1,078	-1,228	
-150	1,078	1,145	1,2213	-0,2429	-350	1,127	-1,477	
-350	1,127	1,145	1,0547	-0,0593	-650	1,145	-1,795	Участок постоянной переходности

Таблица XIII

Случай пятый $\beta < 0$; $h_n = h_{NN}$
 $(s_n = 80 \text{ м}; h_n = 0,898 \text{ м})$

s_{n-1}	h_{n-1}	h_{NN}	$\left(\frac{h_{NN}}{h}\right)^{\frac{10}{3}}$	$\left(\frac{dh}{ds}\right)_{n-1}$ в 10^{-3}	s_n	h_n	η_n	Характер кривой
80	0,898	0,898	1,000	0	75	0,898	-0,823	Вогнутая кривая сплода
75	0,898	0,911	1,0488	-0,0577	70	0,898	-0,828	
70	0,898	0,924	0,0990	-0,1171	60	0,899	-0,839	
60	0,899	0,950	1,1992	-0,2354	50	0,902	-0,852	
50	0,902	0,980	1,3190	-0,3764	40	0,906	-0,866	
40	0,906	1,011	1,4490	-0,5222	30	0,911	-0,881	
30	0,911	1,044	1,5755	-0,6756	20	0,918	-0,898	
20	0,918	1,077	1,7050	-0,8242	10	0,926	-0,916	
10	0,926	1,106	1,8085	-0,9414	0	0,935	-0,935	Участок постоянной переходности
0	0,935	1,145	1,9629	-1,1153	-10	0,947	-0,957	
-10	0,947	1,145	1,8190	-0,9391	-50	0,984	-1,034	
-50	0,984	1,145	1,6548	-0,7418	-150	1,059	-1,209	
-150	1,059	1,145	1,2990	-0,3301	-350	1,125	-1,475	
-350	1,125	1,145	1,0616	-0,0668	-650	1,145	-1,795	Участок постоянной переходности

Таблица XIV

Случай шестой $\beta < 0$; $h_K < h_{NN}$ $(s_K = 80 \text{ м}; h_K = 0,800 \text{ м})$

s_{n-1}	h_{n-1}	h_{NN}	$\left(\frac{h_{NN}}{h}\right)^{\frac{10}{3}}$	$\left(\frac{dh}{ds}\right)_{n-1}$ в 10^{-3}	s_n	h_n	η_n	Характер кривой
80	0,800	0,898	1,4678	-0,5987	70	0,806	-0,786	Вогнутая кривая следа Участок переменной шероховатости
70	0,806	0,924	1,5770	-0,7339	60	0,813	-0,753	
60	0,813	0,950	1,6782	-0,8564	50	0,822	-0,772	
50	0,822	0,980	1,7974	-0,9987	40	0,832	-0,792	
40	0,832	1,011	1,9152	-1,1360	30	0,843	-0,813	
30	0,848	0,044	2,0377	-1,2750	20	0,856	-0,836	
20	0,856	1,077	2,1495	-1,4000	10	0,870	-0,860	
10	0,870	1,106	2,8130	-1,5810	0	0,886	-0,886	
0	0,886	1,145	2,3530	-1,6120	-10	0,902	-0,912	
-10	0,902	1,145	2,2160	-1,4340	-80	0,931	-0,961	
-30	0,931	1,145		-1,1153	-40	0,947	-0,987	Выпуклая кривая следа Участок постоянной шероховатости
-40	0,947	1,145		-0,9391	-80	0,984	-1,064	
-80	0,984	1,145		-0,7418	-180	1,059	-1,239	
-180	1,059	1,145		-0,3301	-380	1,125	-1,505	
-380	1,125	1,145		-0,0618	-680	1,145	-1,825	

§ 13. Непризматические русла. Общие соображения

Вопрос о движении потока в руслах непризматических в настоящее время теоретически разработан крайне слабо. Современные курсы гидравлики или обходят его молчанием или дают только решения для частного случая при постоянной глубине потока¹. Поэтому при рассмотрении вопроса о движении в непризматических руслах нам пришлось идти самостоятельным путем. Причем сначала пришлось рассмотреть этот вопрос для свободного потока, а затем приспособить полученные решения для потока под ледяным покровом, учитывая специфические особенности движения потока в этом последнем случае.

В дальнейшем мы ограничиваемся рассмотрением частного случая, когда живые сечения потока прямоугольны и изменение ширины их вдоль по течению происходит по линейному закону. К этому частному случаю, при известных допущениях, может быть приведен и общий случай движения речного потока.

¹ В работе проф. И. И. Леви, О неравномерном движении в открытых руслах, напечатанной в „Вестнике ирригации“ № 2 за 1928 г., делается попытка решить этот вопрос для общего случая. Однако проф. Леви при рассмотрении этого вопроса делает принципиальную ошибку, принимая $\frac{d\omega}{dh} = B$ вместо $\frac{d\omega}{dh} = B$, в силу чего его решения оказываются справедливыми только для призматических русел.

В самом деле, на практике обычно при всех расчетах живое сечение реки путем введения понятия о средней глубине заменяется широким прямоугольным. Далее, при любом плавном изменении ширины реки мы можем разбить ее на участки, в пределах которых изменение ширины будет происходить приблизительно по линейному закону.

Для принятого нами частного случая пользуемся тем же приемом, который мы применяли при исследовании неравномерного движения в призматическом русле в случае переменной шероховатости.

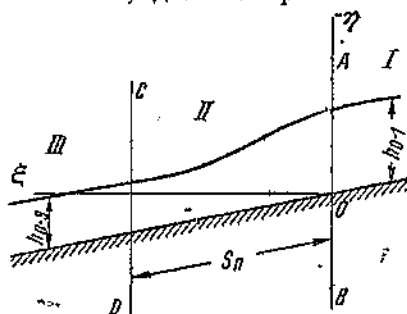
§ 14. Дифференциальное уравнение неравномерного движения свободного потока в прямоугольном русле при линейном законе изменения ширины его вдоль по течению

Систему координат расположим так же, как на фиг. 12. Предположим, что, начиная с некоторого сечения AB , для которого $s=0$, ширина потока изменяется по закону

$$B = B_0(1 + \lambda s),$$

где B_0 есть ширина потока в сечении, для которого $s=0$, а λ — некоторый параметр, характеризующий интенсивность изменения ширины вдоль по течению.

Отметим, что для сохранения условий медленно изменяющегося движения, для которого только справедлива общая форма дифференциального уравнения неравномерного движения, необходимо, чтобы величина λ была достаточно мала.



Фиг. 15.

На участках I и III фиг. 15, где ширина русла постоянная B_0 и $B = B_0(1 + \lambda s_n)$, движение, во всяком случае на некотором расстоянии от сечений CD и AB , будет при постоянном расходе Q равномерным с постоянными нормальными и критическими глубинами, на участке же II, где ширина русла переменная, — неравномерным с переменными „нормальными“ и критическими глубинами.

Для нахождения дифференциального уравнения неравномерного движения для рассматриваемого нами частного случая изменения ширины потока будем исходить из общего уравнения:

$$I = \frac{v^2}{C^2 R} + \frac{d}{ds} \left(\frac{\alpha' v^2}{2g} \right),$$

справедливого для всех случаев неравномерного медленно изменяющегося движения. Преобразовывая это уравнение обычным способом с введением одной переменной h , получим:

$$i_0 - \frac{dh}{ds} = \frac{Q^2}{C^2 R \omega^3} + \frac{d}{ds} \frac{\alpha' Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\omega^2} \right)$$

или

$$i_0 - \frac{dh}{ds} = \frac{Q^2}{C^2 R \omega^3} - \frac{\alpha' Q^2}{g \omega^5} \frac{d\omega}{ds}. \quad (107)$$

При переменной ширине русла имеем:

$$\frac{d\omega}{ds} = \frac{\partial \omega}{\partial h} \frac{dh}{ds} + \frac{d\omega}{ds}.$$

В нашем случае $\omega = B_0 h (1 + \lambda s)$, поэтому

$$\frac{d\omega}{ds} = B_0 (1 + \lambda s) \frac{dh}{ds} + B_0 \lambda h.$$

Подставляя это выражение в уравнение (107), получим:

$$i_0 - \frac{dh}{ds} = \frac{Q^2}{C^2 R \omega^3} - \frac{\alpha' Q^2}{g \omega^5} \left[B_0 (1 + \lambda s) \frac{dh}{ds} + B_0 \lambda h \right]. \quad (108)$$

Решая уравнение (108) относительно $\frac{dh}{ds}$, получим:

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i_0 - \frac{Q^2}{C^2 R \omega^3} + \frac{\alpha' Q^2}{g \omega^5} B_0 \lambda h}{1 - \frac{\alpha' Q^2}{g \omega^5} B_0 (1 + \lambda s)}. \quad (109)$$

Далее, принимая

$$\frac{\alpha' Q^2}{g B_0^2} = h_{kp-1}^3$$

и произведя подстановку соответствующих значений Q , C и ω , получим окончательно:

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i_0 \left[1 - \frac{1}{(1 + \lambda s)^2} \left(\frac{h_0}{h} \right)^{\frac{10}{3}} \right] + \frac{\lambda}{(1 + \lambda s)^3} \frac{h_{kp-1}^3}{h^2}}{1 - \frac{1}{(1 + \lambda s)^2} \left(\frac{h_{kp-1}}{h} \right)^3}. \quad (110)$$

Обозначая

$$\frac{h_{0-1}}{(1 + \lambda s)^{0,6}} = h_{NN} \text{ и } \frac{h_{kp-1}}{(1 + \lambda s)^{\frac{2}{3}}} = h_{KK}, \quad (110a), (110b)$$

¹ В уравнении (107) и следующих Q обозначает полный расход потока через данное живое сечение.

перепишем уравнение (110) в следующем виде:

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i_0 \left[1 - \left(\frac{h_{NN}}{h} \right)^{\frac{10}{3}} \right] + \frac{\lambda h}{1 + \lambda s} \left(\frac{h_{KK}}{h} \right)^3}{1 - \left(\frac{h_{KK}}{h} \right)^3}. \quad (111)$$

Нетрудно убедиться, что величина h_{KK} представляет собой переменную критическую глубину на участке с переменной шириной русла. В самом деле, удельная энергия для любого сечения этого участка будет равна:

$$\mathcal{E}_2 = h + \frac{\alpha' Q^2}{2g\omega^2} = h + \frac{\alpha' Q^2}{2gh^2 B_0^2 (1 + \lambda s)^2}.$$

Производная $\mathcal{E}_2$ по h будет:

$$\frac{\partial \mathcal{E}_2}{\partial h} = 1 - \frac{\alpha' Q^2}{g B_0^2 (1 + \lambda s)^2} \frac{1}{h^3}.$$

Приравнивая производную нулю, получим:

$$h_{KK}^3 = \frac{\alpha' Q^2}{g B_0^2} \frac{1}{(1 + \lambda s)^2},$$

а так как $\frac{\alpha' Q^2}{g B_0^2} = h_{KP-1}^3$, где h_{KP-1} — критическая глубина равномерного движения на участке I , то получим $h_{KK}^3 = \frac{h_{KP-1}^3}{(1 + \lambda s)^2}$, откуда

$$h_{KK} = \frac{h_{KP-1}}{(1 + \lambda s)^{\frac{2}{3}}}.$$

Что же касается величины h_{NN} , то она не является нормальной глубиной на участке с переменной шириной русла в точном смысле этого понятия, так как обращает в нуль только первый член числителя уравнения (110), а не весь числитель. Поэтому мы в дальнейшем, применяя к величине h_{NN} название «нормальная» глубина, ставим слово нормальная в кавычки. Вводим же мы эту величину для удобства дальнейшего исследования уравнения (111), тем более, что на границах участка II она в точности отвечает понятию нормальной глубины.

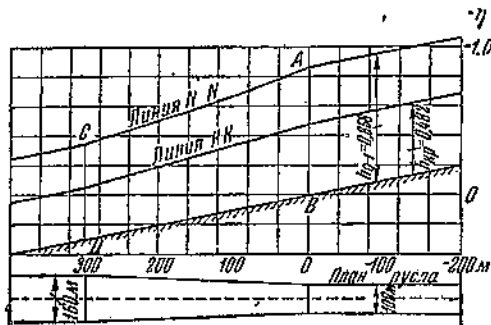
Для иллюстрации на фиг. 16 а и б приведены кривые «нормальных» и критических глубин, полученных на основании уравнений (110а) и (110б) для частного случая расширяющегося и сужающегося русла, для которых: $\frac{Q}{B_0} = 1 \text{ м}^3/\text{сек}$; $i_0 = 0,001$; $n_p = 0,025$; $h_{0-1} = 0,868 \text{ м}$; $h_{KP-1} = 0,482 \text{ м}$; $\lambda = \mp 0,002$.

Численные величины h_{NN} и h_{KK} см. табл. XVI и XVII.

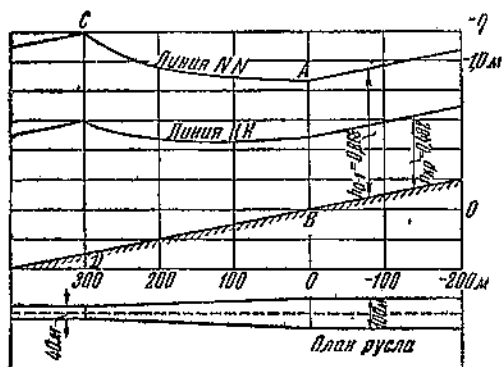
Произведем исследование уравнения (111) для случая $h > h_{NN}$, т. е. $I < i_{кр}$. Прежде всего отметим, что для этого случая знаменатель уравнения всегда положителен.

1. *Расширяющееся русло* $\lambda > 0$. а) $h_n > h_{NN}$; для этого случая при всех значениях h_n числитель выражения (111) будет больше нуля, величина $\frac{dh}{ds} > 0$, и кривая свободной поверхности

будет типа кривых подпора.



а



б

Фиг. 16.

б) $h_n < h_{NN}$; в этом случае первый член числителя будет отрицателен, а второй попрежнему положителен; причем в начальном сечении первый член имеет свою наибольшую абсолютную величину, а второй наименьшую. Следовательно, вблизи начального сечения $\frac{dh}{ds} < 0$, и мы будем иметь кривую спада. По мере удаления от начального сечения в сторону участка с постоянной шириной русла абсолютная величина первого члена уменьшается, а второго — увеличивается; поэтому в некотором сечении величина $\frac{dh}{ds}$ перейдет через нуль и станет положительной; в этом сечении кривая спада превратится в кривую подпора.

2. *Сужающееся русло* $\lambda < 0$. На основании аналогичных соображений мы получим при $\lambda < 0$, т. е. при сужающемся русле: при $h_n > h_{NN}$ — кривую спада у начального сечения, переходящую потом в кривую подпора, при $h_n < h_{NN}$ — кривую спада на всем протяжении.

Особый практический интерес в отношении изучения кривых свободных поверхностей в бытовых условиях речного потока представляет случай, когда $h_n = h_{NN}$.

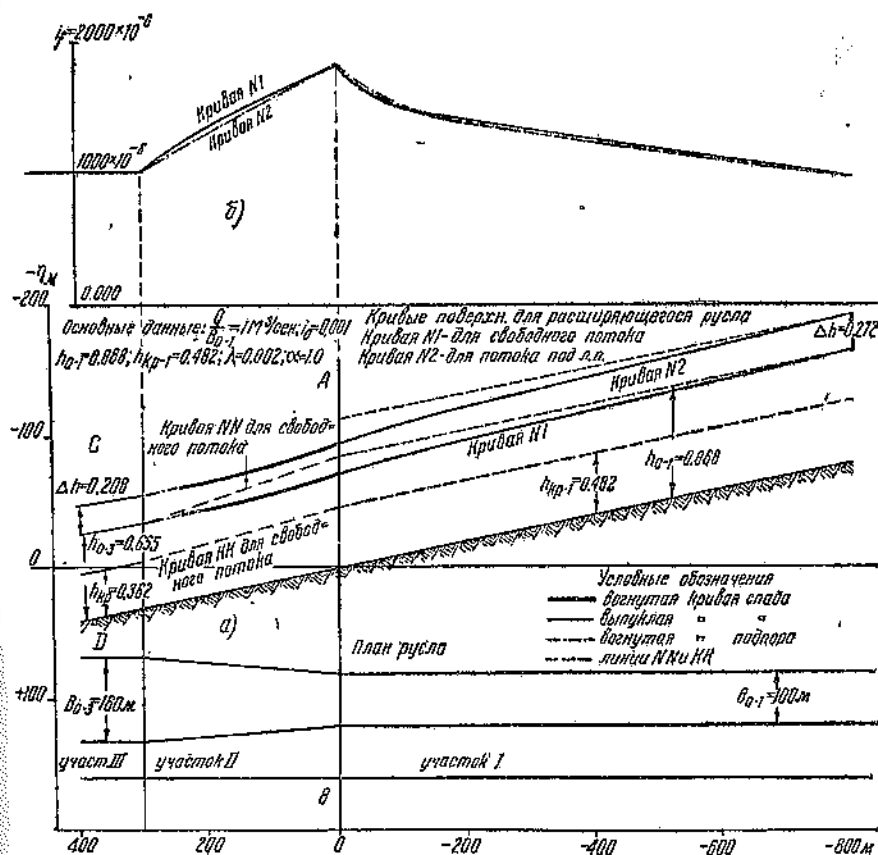
Этот случай мы исследуем отдельно и в дальнейшем для него же приведем примеры построения кривых свободной поверхности.

1. *Расширяющийся участок* ($\lambda > 0$). В сечении CD (фиг. 17),

где $h = h_{NN}$, мы получим:

$$\frac{dh}{ds} = \frac{\lambda h \left(\frac{h_{икт}}{h} \right)^3}{1 + \lambda s \left(\frac{h_{икт}}{h} \right)^3 - \left(\frac{h_{икт}}{h} \right)^3} > 0.$$

Так как $\lambda > 0$ и $h > h_{икт}$, то у сечения CD мы будем иметь кривую подпора и, как видно из дальнейшего, вогнутую кривую подпора. При этом, так как $\frac{dh_{NN}}{ds} = -\frac{0,6\lambda h_{0,1}}{(1 + \lambda s)^{1,6}}$, уклон

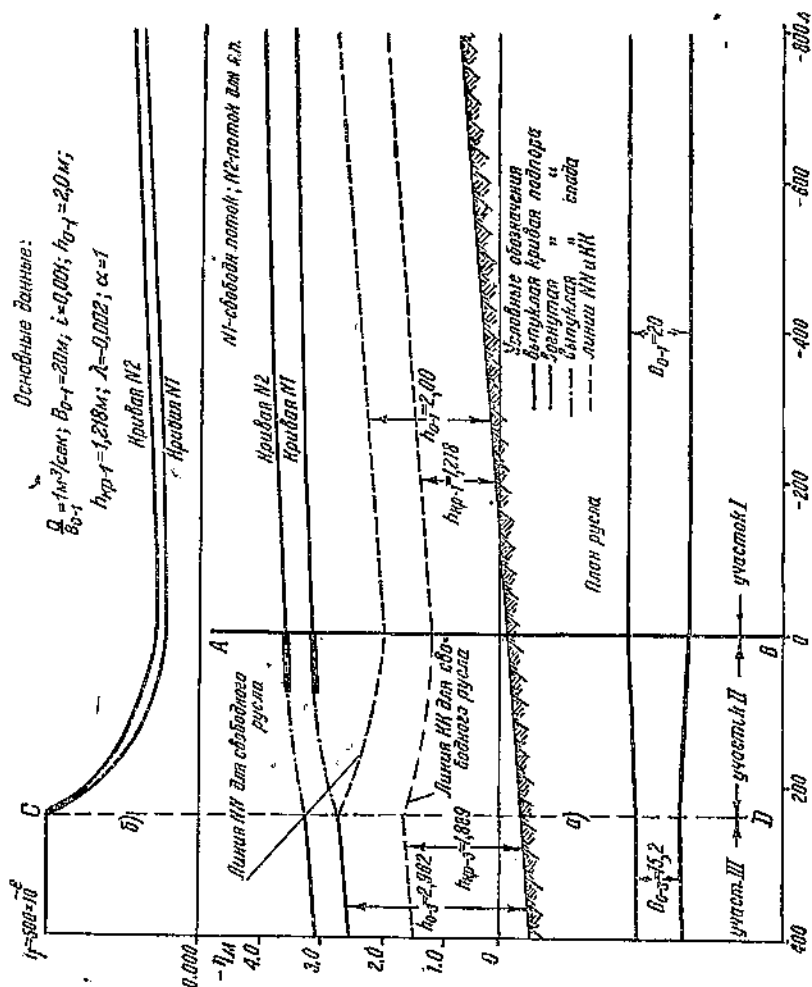


Фиг. 17.

a — кривые поверхности для расширяющегося русла; кривая $N1$ — для свободного потока; кривая $N2$ — для потока под ледяным покровом; b — соответствующие кривые распределения сопротивлений вдоль потока.

линии NN у сечения CD будет:

$$I_{NN} = i_0 - \frac{dh_{NN}}{ds} = i_0 + \frac{0,6\lambda h_{0,1}}{(1 + \lambda s)^{1,6}} > i_0. \quad (112)$$



Фиг. 18.

а — кривые поверхности для сужающегося русла; кривая N1 — для свободного потока; кривая N2 — для потока под дельным покрытием; б — соответствующие кривые распределения сопротивлений вдоль потока.

В то же время уклон кривой свободной поверхности у сечения CD

$$I = i_0 - \frac{dh}{ds} < i_0. \quad (113)$$

Так как кривая NN идет выше кривой свободной поверхности, то при продвижении вверх от сечения CD величины $\frac{h_{NN}}{h}$ становятся больше единицы и член в квадратных скобках числителя уравнения (111) будет отрицательным, в то время как величина $\frac{\lambda h}{1 + \lambda s} \left(\frac{h_{NN}}{h} \right)^3$ все время будет положительной.

Следовательно, на некотором расстоянии от сечения CD величина $\frac{dh}{ds}$ перейдет через 0 и кривая подпора превратится в кривую спада.

II. Суженный участок ($\lambda < 0$). На основании тех же самых соображений мы можем прийти к заключению, что в этом случае у сечения CD (фиг. 18) мы будем иметь кривую спада, которая затем вверх по течению перейдет в кривую подпора.

Исследование знаков $\frac{dh}{ds}$, которое здесь не приводится ввиду громоздкости выкладок, показывает, что в первом случае у сечения CD мы имеем вогнутую кривую подпора, которая затем переходит в вогнутую кривую спада. При переходе кривой свободной поверхности на участок постоянной ширины вогнутая кривая спада переходит в выпуклую кривую спада.

Во втором случае выпуклая кривая спада сначала переходит в выпуклую кривую подпора, которая после сечения AB превращается в вогнутую кривую подпора.

Сказанное выше о характере кривых свободной поверхности при движении потока по прямоугольному руслу переменной ширины сведено в табл. XV.

ТАБЛИЦА XV

Начальные условия	Наименование кривых свободной поверхности				
	Характеристика участка II	Участок III	Участок II		Участок I
			в части, прилегающей к CD	в части, прилегающей к AB	
$h_H > h_{NN}$	$\lambda > 0$	Нет	Вогнутая кривая подпора		
$h_H = h_{NN}$	$\lambda > 0$	Прямая, параллельная дну	Вогнутая кривая подпора	Вогнутая кривая спада	Выпуклая кривая спада
$h_H < h_{NN}$	$\lambda > 0$	Нет	Вогнутая кривая спада	Вогнутая кривая подпора	
$h_H > h_{NN}$	$\lambda < 0$	Нет	Выпуклая кривая спада	Выпуклая кривая подпора	
$h_H = h_{NN}$	$\lambda < 0$	Прямая, параллельная дну	Выпуклая кривая спада	Выпуклая кривая подпора	Вогнутая кривая подпора
$h_H < h_{NN}$	$\lambda < 0$	Нет	Выпуклая кривая спада		

При сравнении этой таблицы с табл. VIIa можем усмотреть, что закон изменения характера и кривизны кривых свободной поверхности для русел переменной ширины аналогичен закону, полученному нами при рассмотрении движения в руслах переменной шероховатости.

В заключение необходимо отметить, что в рамках законов, управляющих неравномерным движением жидкости, только при отмеченном выше порядке изменения характера и кривизны кривых свободной поверхности возможно для случаев $h_n = h_{NN}$ сопряжение двух линий нормальных глубин участков I и III, расположенных на разных расстояниях от дна.

Для приближенного интегрирования уравнения (111) можно воспользоваться тем же способом Эйлера, который мы применяли при рассмотрении вопроса о движении жидкости в случае переменной шероховатости русла.

В случаях $h = h_{NN}$ возникают некоторые затруднения при установлении начальных условий интегрирования, когда равномерное движение на участке I через участок II с переменной шириной русла переходит в равномерное движение на участке III. Несомненно, что в каком-то сечении $C'D'$, находящемся на расстоянии s от сечения CD , в призматическом русле участка III установится равномерное движение с некоторой постоянной нормальной глубиной $h_{0.3}$. Тогда на участке между сечениями $C'D'$ и CD должно быть неравномерное движение. Так как оно будет происходить уже в призматическом русле, то дифференциальное уравнение для него должно быть

$$\frac{dh}{ds} = i_0 \frac{1 - \left(\frac{h_{0.3}}{h}\right)^{\frac{10}{3}}}{1 - \left(\frac{h_{кр3}}{h}\right)^8},$$

а начальные условия для интегрирования: в сечении $C'D'$ — глубина $h_n = h_{0.3}$. При интегрировании этого уравнения мы получим, что на всем участке между сечениями $C'D'$ и CD глубина h будет постоянной и равной $h_{0.3}$.

Таким образом приведенные выше теоретические соображения показывают, что в том случае, когда изменение ширины русла на участке II происходит настолько плавно, что условия медленно изменяющегося движения не нарушаются, нормальная глубина $h_{0.3}$ устанавливается сразу же в сечении CD .

Если обратиться к близкой по существу задаче о движении жидкости в прямоугольном русле с резким изменением ширины потока (условия медленно изменяющегося движения не соблюдены), то мы увидим, что начальные условия, принимаемые как Дюпюи, так и проф. О. Шестопалом, при решении этой задачи для случая длинных каналов и $i_0 < i_{кр}$, совпадают с принятыми нами, если, конечно, учесть то обстоятельство, что мы рассматриваем задачу, в которой характер изменения русла не нарушает условий медленно изменяющегося движения и не создает местных потерь¹.

¹ См. проф. Ф. Е. Максименко, Гидравлика, Москва, 1931 г., стр. 460 — 464 и чертежи 253 и 261 и проф. О. Шестопал, Изменение формы поперечного сечения открытого канала, „Гидротехническое строительство“ № 5, 1930 г., в частности фиг. 14.

Расширяющееся русло ($\alpha > 0$)
 $(h_n = 0,655 \text{ м}; s_n = 300 \text{ м})$

s_{n-1}	h	h_{NN}	$\left(\frac{h_{NN}}{h}\right)^{10/3}$	$h_{КС}$	$\alpha = i_0 \left[1 - \left(\frac{h_{NN}}{h} \right)^{10/3} \right]$ в 10^{-3}	$B = \frac{\lambda h}{1 + \lambda s} \left(\frac{h_{КС}}{h} \right)^3$ в 10^{-3}	$\frac{dh}{ds}$ в 10^{-3}	s_n	h_n	γ_n	Характер кривой
300	0,655	0,655	1,0000	0,952	0	0,1270	0,1503	280	0,652	-0,372	Вогнутая кривая подпора
280	0,652	0,655	1,0386	0,958	-0,0637	0,1382	0,0834	260	0,650	-0,390	То же
260	0,650	0,675	1,1350	0,964	-0,1350	0,1502	0,0184	240	0,649	-0,409	"
240	0,649	0,686	1,1995	0,971	-0,1995	0,1630	-0,0448	220	0,650	-0,430	Вогнутая кривая спада
220	0,650	0,697	1,2617	0,977	-0,2616	0,1766	-0,1056	200	0,652	-0,452	То же
200	0,652	0,709	1,3199	0,985	-0,3199	0,1910	-0,1621	180	0,656	-0,476	"
180	0,656	0,722	1,3766	0,992	-0,3766	0,2062	-0,2163	160	0,660	-0,500	"
160	0,660	0,735	1,4306	0,400	-0,4306	0,2226	-0,2672	140	0,665	-0,525	"
140	0,665	0,748	1,4805	0,408	-0,4805	0,2402	-0,3125	120	0,671	-0,551	"
120	0,671	0,763	1,5289	0,417	-0,5289	0,2600	-0,3538	100	0,679	-0,579	"
100	0,679	0,778	1,5769	0,425	-0,5769	0,2804	-0,3942	80	0,686	-0,606	"
80	0,686	0,794	1,6242	0,436	-0,6242	0,3036	-0,4312	60	0,695	-0,635	"
60	0,695	0,811	1,6710	0,447	-0,6710	0,3298	-0,4646	40	0,704	-0,664	"
40	0,704	0,829	1,7203	0,458	-0,7203	0,3580	-0,4993	20	0,714	-0,694	"
20	0,714	0,848	1,7695	0,469	-0,7695	0,3896	-0,5303	0	0,725	-0,725	"
0	0,725	0,868	1,8221	0,482	-0,8221	0,4260	-0,5608		0,736	-0,756	Выпуклая кривая спада
-10	0,736	0,868	1,7314	0,482	-0,7314	0,4132	-0,4423		0,745	-0,785	То же
-40	0,745	0,868	1,6596	0,482	-0,6596	0,4034	-0,3512		0,752	-0,812	"
-60	0,752	0,868	1,6130	0,482	-0,6130	0,3960	-0,2945		0,758	-0,838	"
-80	0,758	0,868	1,5714	0,482	-0,5714	0,3898	-0,2444		0,763	-0,862	"
-100	0,763	0,868	1,5383	0,482	-0,5383	0,3848	-0,2052		0,767	-0,887	"
-120	0,767	0,868	1,5110	0,482	-0,5110	0,3808	-0,1732		0,770	-0,910	"
-140	0,770	0,868	1,4880	0,482	-0,4880	0,3772	-0,1467		0,773	-0,933	"
-160	0,771	0,868	1,4696	0,482	-0,4696	0,3746	-0,1253		0,775	-0,956	"
-180	0,775	0,868	1,4539	0,482	-0,4539	0,3720	-0,1075			-0,978	"

Суммирующее русло ($\lambda < 0$)
 (h_N = 2,962 м; s_N = 240 м) ТАБЛИЦА XVII

s _{N-1}	h	h _{NN}	$a = \left(\frac{h_{NN}}{h}\right)^{10/3}$	$t_0(1-a) = b$ в 10 ⁻³	$\gamma_{h_{NN}}$	$c = \frac{\gamma h}{1+\gamma s} \left(\frac{h_{NN}}{h}\right)^3$ в 10 ⁻³	$\frac{dh}{ds}$ в 10 ⁻³	s _N	h _N	γ_N	Характер кривой
240	2,9620	2,962	1	0	1,889	-2,9538	-3,987	220	3,0417	-2,8217	Выпуклая кривая спад
220	3,0417	2,832	0,7879	+0,2121	1,796	-2,2856	-2,547	200	3,0326	-2,8926	То же
180	3,0926	2,716	0,6485	+0,3515	1,716	-1,7602	-1,697	180	3,1265	-2,9465	"
160	3,1265	2,614	0,5503	+0,4497	1,641	-1,4112	-1,124	161	3,1490	-2,9890	"
140	3,1490	2,522	0,4768	+0,5232	1,578	-1,1632	-0,784	140	3,1637	-3,0237	"
120	3,1637	2,436	0,4182	+0,5818	1,517	-0,9680	-0,434	120	3,1726	-3,0526	"
100	3,1726	2,358	0,3718	+0,6282	1,465	-0,8210	-0,214	100	3,1769	-3,0769	"
80	3,1769	2,284	0,3328	+0,6672	1,415	-0,7008	-0,037	80	3,1776	-3,0976	"
	3,1776	2,220	0,3025	+0,6975	1,368	-0,6038	+0,102	60	3,1756	-3,1156	"
60	3,1756	2,160	0,2766	+0,7234	1,328	-0,5272	+0,212	40	3,1714	-3,1314	Выпуклая кривая подпора
40	3,1714	2,102	0,2537	+0,7463	1,288	-0,4616	+0,305	20	3,1653	-3,1458	То же
20	3,1653	2,048	0,2342	+0,7658	1,251	-0,4062	+0,383	0	3,1576	-3,1576	"
0	3,1576	2,000	0,2181	+0,7819	1,218	-0,3624	+0,445	-20	3,1487	-3,1687	"
-20	3,1487	2,000	0,2202	+0,7798	1,218	-0,3628	+0,442	-40	3,1399	-3,1799	"
-40	3,1399	2,000	0,2222	+0,7778	1,218	-0,3668	+0,436	-60	3,1312	-3,1912	Вогнутая кривая подпора
-60	3,1312	2,000	0,2249	+0,7757	1,218	-0,3682	+0,433	-80	3,1225	-3,2025	То же
-80	3,1225	2,000	0,2265	+0,7735	1,218	-0,3704	+0,428	-100	3,1139	-3,2139	"
-100	3,1139	2,000	0,2287	+0,7713	1,218	-0,3724	+0,424	-120	3,1054	-3,2254	"
-120	3,1054	2,000	0,2306	+0,7694	1,218	-0,3740	+0,420	-140	3,0970	-3,2370	"
-140	3,0970	2,000	0,2326	+0,7674	1,218	-0,3760	+0,416	-160	3,0887	-3,2487	"
-160	3,0887	2,000	0,2348	+0,7652	1,218	-0,3780	+0,412	-180	3,0805	-3,2605	"
-180	3,0805	2,000	0,2368	+0,7632	1,218	-0,3803	+0,407	-200	3,0724	-3,2724	"
-200	3,0724	2,000	0,2389	+0,7611	1,218	-0,3823	+0,403	-220	3,0644	-3,2844	"
-220	3,0644	2,000	0,2410	+0,7590	1,218	-0,3843	+0,399	-240	3,0564	-3,2964	"

Однако все эти теоретические соображения не дают еще уверенности, что в действительности нормальная глубина устанавливается непосредственно в сечении CD .

Изменение направления струи при переходе потока с участка с переменной шириной русла на участок с постоянной шириной, очевидно, должно сказаться на характере движения и глубине в сечении CD , но эти обстоятельства могут быть обнаружены только экспериментальным путем. За отсутствием соответствующего экспериментального материала приходится опираться только на теоретические соображения и принимать, что нормальная глубина в рассматриваемых случаях движения жидкости устанавливается в сечении CD .

Ниже мы приводим два примера построения кривых свободной поверхности для бытовых условий в прямоугольных руслах переменной ширины: первый — для частного случая $Q = 100 \text{ м}^3/\text{сек}$; $B_0 = 100 \text{ м}$; $i_0 = 0,001$; $n_p = 0,025$; $h_{0,1} = 0,863 \text{ м}$; $h_{кр-1} = 0,482$ и $\lambda = +0,002$; а второй — для частного случая: $Q = 80,33 \text{ м}^3/\text{сек}$; $B_0 = 20,0 \text{ м}$; $i_0 = 0,001$; $n_p = 0,025$; $h_{0,1} = 2,0 \text{ м}$; $h_{кр-1} = 1,218 \text{ м}$ и $\lambda = -0,002$.

Необходимые вычисления приведены в табл. XVI и XVII, а сами кривые построены на фиг. 17 и 18.

§ 15. Дифференциальное уравнение неравномерного движения потока под ледяным покровом постоянной шероховатости в руслах переменной ширины

Прежде всего отметим, что в непризматических руслах ледяной покров даже постоянной шероховатости вносит переменные вдоль потока дополнительные сопротивления. В самом деле, в любом сечении потока величина n_{np} будет равна:

$$n_{np} = n_p (1 + \alpha \alpha^{1,5})^{\frac{2}{3}},$$

где α — отношение ширины русла поверху к смоченному периметру дна и стенок — будет в данном случае переменной, вследствие чего и величина n_{np} при постоянной α будет также переменной. Однако это влияние стенок на величину n_{np} заметно проявляется только в сравнительно узких руслах. В табл. XVIIа приведена характеристика этого влияния для прямоугольного русла при $\alpha = 1$.

Таблица XVIIа

B	α	$n_{np} = n_p (1 + \alpha \alpha^{1,5})^{\frac{2}{3}}$	Процентное отношение n_{np} с учетом влияния стенок к n_p для широкого прямоугольного русла
∞	1,000	1,588	100%
200 H	0,989	1,580	99,5%
100 H	0,980	1,575	99,0%
50 H	0,960	1,565	98,5%
20 H	0,909	1,540	97,0%
10 H	0,833	1,500	94,4%
5 H	0,714	1,430	90,0%
H	0,333	1,210	76,2%

Для значения $\alpha < 1$ влияние стенок русла на величину n_{np} будет еще меньше.

Далее путем тех же соображений, которые нами уже были использованы в § 9 и 14, нетрудно убедиться, что для этого случая:

1) «нормальная» глубина для различных сечений участка переменной ширины будет:

$$h_{NN} = \frac{(1 + \alpha \alpha^{1,5})^{0,4}}{(1 + \lambda s)^{0,6}} h_{0,1}; \quad (114)$$

2) «критическая глубина» для тех же сечений будет:

$$h_{кк} = \frac{h_{кк-1}}{(1 + \lambda s)^{0,67}}; \quad (115)$$

3) дифференциальное уравнение неравномерного движения примет вид:

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i_0 \left[1 - \frac{(1 + \alpha \alpha^{1,5})^{\frac{4}{3}}}{(1 + \lambda s)^2} \left(\frac{h_{0,1}}{h} \right)^{\frac{10}{3}} \right] + \frac{h_{кк-1}^3}{h^3 (1 + \lambda s)^2} \frac{\lambda h}{1 + \lambda s}}{1 - \frac{h_{кк-1}^3}{h^3 (1 + \lambda s)^2}} \quad (116)$$

или, используя зависимости (114) и (115),

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i_0 \left[1 - \left(\frac{h_{NN}}{h} \right)^{\frac{10}{3}} \right] + \left(\frac{h_{кк}}{h} \right)^3 \frac{\lambda h}{1 + \lambda s}}{1 - \left(\frac{h_{кк}}{h} \right)^3} \quad (117)$$

§ 16. Интегрирование дифференциального уравнения неравномерного движения потока под ледяным покровом в прямоугольных руслах переменной ширины

В качестве примера использования уравнения (117) ниже приводится приближенное его интегрирование для того же частного случая расширяющегося русла, который был рассмотрен в § 14 (см. также фиг. 17а и б), но уже при наличии ледяного покрова. Шероховатость ледяного покрова принимаем постоянной и равной шероховатости русла, т. е. $n_{\lambda} = n_p$ и $\alpha = 1$. Тогда приведенный коэффициент шероховатости будет равен:

$$n_{np}' = n_p (1 + \alpha \alpha^{1,5})^{\frac{2}{3}} = 0,025 (1 + \alpha)^{\frac{2}{3}},$$

где α — попрежнему отношение ширины русла по урезу к смоченному периметру дна и стенок.

Как отмечалось выше, в данном случае величина α будет переменной вдоль потока.

До приступа к интегрированию нужно вычислить по уравнениям (114) и (115) величины h_{NN} и h_{KK} .

Как видно из формулы (114), множитель $\frac{1}{(1+\lambda s)^{0,6}}$ учитывает влияние расширения русла, а множитель $(1+\alpha x^{1,5})^{0,4}$ — появление ледяного покрова на поверхности потока. Таким образом для получения величин h_{NN} по формуле (114) нужно величины h_{NN} , полученные по формуле (110а), умножать на переменный множитель $(1+\alpha x^{1,5})^{0,4}$.

Необходимые вычисления для интегрирования уравнения (117) для рассматриваемого частного случая расширяющегося русла приведены в табл. XVIII.

На фиг. 17а даны совмещенные кривые свободной поверхности для рассмотренного примера для случаев свободного потока и потока под ледяным покровом.

В этом примере ширина русла B на участке с переменной шириной изменяется от $105H$ до $196H$ (см. табл. XVI). Согласно сказанному в начале настоящего параграфа в этих пределах отношения $\frac{B}{H}$ стенки русла оказывают ничтожное влияние на величину n_{np} , а следовательно, и на трансформацию продольного профиля потока после вхождения его под ледяной покров.

Поэтому для второго примера (сужающегося русла) мы приняли $Q = 80,33 \text{ м}^3/\text{сек}$; $B_0 = 20 \text{ м}$; $h_{0-1} = 2,0 \text{ м}$; $h_{кр-1} = 1,218 \text{ м}$ и $\lambda = -0,002$, оставляя те же самые значения α и n_p . В этом случае величина B на участке переменной ширины изменится в пределах от $5,1H$ до $6,35H$ (см. табл. XVII), т. е. в пределах, для которых влияние стенок на величину n_{np} становится уже чувствительным.

Расчет для этого случая дан в табл. XIX, а вид кривых поверхности приведен на фиг. 18а.

§ 17. Дифференциальное уравнение неравномерного движения для случая одновременного изменения ширины русла и шероховатости ледяного покрова

Рассмотрим случай, являющийся комбинацией случаев, рассмотренных в § 9 и 14, а именно при одновременном изменении вдоль потока шероховатости ледяного покрова и ширины русла.

Предположим, что, начиная с сечения AB (фиг. 12), шероховатость ледяного покрова изменяется по закону $n'_x = n_x(1+\beta s)$, а ширина потока по закону $B = B_0(1+\lambda s)$.

Тогда согласно уравнениям (73) и (89) имеем:

$$n'_{np} = n_p [1 + \alpha x^{1,5} (1 + \beta s)^{1,5}]^{\frac{2}{3}}. \quad (118)$$

Подставляя в уравнение (116) вместо n_{np} величину n'_{np} из уравнения (118), получим после соответствующих преобразо-

Расширяющееся русло при ледном покрове: $\lambda > 0$ и $\alpha = 1$ ($h_k = 0,862$; $s_k = 300$ и)

s_{n-1}	h	h_{NN}	$\left(\frac{h_{NN}}{h}\right)^{10/3}$	h_{kc}	$a = i_0 \left[1 - \left(\frac{h_{NN}}{h} \right)^{10/3} \right]$ в 10^{-3}	$b = \frac{\lambda h}{1 + \lambda^2} \left(\frac{h_{kc}}{h} \right)^3$ в 10^{-3}	$\frac{dh}{ds}$ в 10^{-3}	s_n	h_n	γ_n	Характер кривой
300	0,862	0,862	1,000	0,352	0	+0,0794	0,0787	280	0,859	-0,579	Вогнутая вниз полог
280	0,859	0,875	1,057	0,358	-0,0575	0,0796	0,0238	260	0,859	-0,599	То же
260	0,859	0,889	1,113	0,364	-0,1132	0,0860	-0,0294	240	0,860	-0,619	Вогнутая кривая спада
240	0,850	0,903	1,179	0,370	-0,1790	0,0924	-0,0941	220	0,861	-0,641	То же
220	0,851	0,918	1,232	0,377	-0,2316	0,1002	-0,1434	200	0,864	-0,664	"
200	0,864	0,933	1,281	0,385	-0,2810	0,1093	-0,1886	180	0,868	-0,688	"
180	0,868	0,948	1,336	0,392	-0,3364	0,1174	-0,2411	160	0,873	-0,718	"
160	0,873	0,967	1,402	0,400	-0,4017	0,1272	-0,3037	140	0,879	-0,739	"
140	0,879	0,984	1,457	0,408	-0,4566	0,1372	-0,3560	120	0,886	-0,766	"
120	0,886	1,003	1,506	0,417	-0,5062	0,1488	-0,3990	100	0,894	-0,794	"
100	0,894	1,023	1,561	0,426	-0,5618	0,1612	-0,4488	80	0,903	-0,823	"
80	0,903	1,044	1,616	0,436	-0,6163	0,1752	-0,4970	60	0,918	-0,853	"
60	0,913	1,066	1,676	0,447	-0,6758	0,1912	-0,5929	40	0,924	-0,884	"
40	0,924	1,082	1,729	0,458	-0,7290	0,2082	-0,5929	20	0,936	-0,916	"
20	0,936	1,114	1,777	0,469	-0,7766	0,2262	-0,6296	0	0,948	-0,948	"
0	0,948	1,140	1,846	0,482	-0,8457	0,2490	-0,6368	-20	0,962	-0,982	"
-20	0,962	1,140	1,760	0,482	-0,7596	0,2418	-0,5933	-40	0,974	-1,014	Вогнутая кривая спада
-40	0,974	1,140	1,689	0,482	-0,6893	0,2360	-0,5157	-60	0,984	-1,044	То же
-60	0,984	1,140	1,635	0,482	-0,6310	0,2310	-0,4531	-80	0,993	-1,073	"
-80	0,993	1,140	1,581	0,482	-0,5815	0,2266	-0,4007	-100	1,001	-1,101	"
-100	1,001	1,140	1,540	0,482	-0,5397	0,2234	-0,3559	-120	1,008	-1,128	"
-120	1,008	1,140	1,504	0,482	-0,5043	0,2200	-0,3191	-140	1,015	-1,155	"
-140	1,015	1,140	1,473	0,482	-0,4734	0,2172	-0,2868	-160	1,021	-1,181	"
-160	1,021	1,140	1,445	0,482	-0,4452	0,2150	-0,2572	-180	1,026	-1,205	"
-180	1,026	1,140	1,422	0,482	-0,4217	0,2128	-0,2330	-200	1,031	-1,230	"

Таблица XIX

Сужающееся русло при ледяном покрове: $\lambda < 0$ и $\alpha = 1$ ($h_n = 3,492$; $s_n = 240$ м)

s_{n-1}	h_{n-1}	h_{NN}	$(\frac{E_{NN}}{h})^{10/3}$	h_{KK}	$\alpha = i_0 \left[1 - \left(\frac{h_{NN}}{h} \right)^{10/3} \right] b = \frac{h}{1 + s} \left(\frac{h_{KK}}{h} \right)$ в 10^{-3}	$\left(\frac{dh}{ds} \right)^{n-1}$ в 10^{-3}	s_n	h_n	η_n	Характер кривой
240	3,492	3,492	1,000	1,889	0	-2,1246	220	3,542	3,322	Выпуклая крытая спада
220	3,542	3,350	0,830	1,796	0,1701	-1,6472	200	3,577	3,316	"
200	3,577	3,224	0,707	1,716	0,2925	-1,3162	180	3,599	3,419	"
180	3,599	3,116	0,618	1,641	0,3819	-1,0648	160	3,615	3,455	"
160	3,615	3,016	0,547	1,578	0,4534	-0,8812	140	3,624	3,484	"
140	3,624	2,923	0,488	1,517	0,5118	-0,7378	120	3,629	3,509	"
120	3,629	2,841	0,446	1,465	0,5540	-0,6284	100	3,630	3,530	"
100	3,630	2,761	0,401	1,415	0,5986	-0,5300	80	3,629	3,549	"
80	3,629	2,691	0,369	1,368	0,6311	-0,4616	60	3,625	3,565	Выпуклая крытая подпора
60	3,625	2,627	0,342	1,328	0,6584	-0,4038	40	3,620	3,580	"
40	3,620	2,562	0,316	1,288	0,6842	-0,3540	20	3,613	3,593	"
20	3,613	2,502	0,294	1,251	0,7060	-0,3122	0	3,605	3,603	"
0	3,605	2,450	0,276	1,218	0,7238	-0,2776	20	3,596	3,616	"
20	3,596	2,450	0,278	1,218	0,7218	-0,2790	40	3,586	3,626	"
40	3,586	2,450	0,281	1,218	0,7194	-0,2812	60	3,577	3,637	Вогнутая крытая подпора
60	3,577	2,450	0,283	1,218	0,7170	-0,2818	80	3,568	3,648	"
80	3,568	2,450	0,285	1,218	0,7145	-0,2834	100	3,560	3,659	"
100	3,559	2,450	0,288	1,218	0,7122	-0,2854	120	3,550	3,671	"
120	3,550	2,450	0,290	1,218	0,7098	-0,2868	140	3,541	3,681	"
140	3,541	2,450	0,292	1,218	0,7074	-0,2882	160	3,533	3,693	"
160	3,533	2,450	0,295	1,218	0,7048	-0,2896	180	3,524	3,704	"
180	3,524	2,450	0,298	1,218	0,7024	-0,2910	200	3,515	3,715	"
200	3,515	2,450	0,300	1,218	0,7000	-0,2924	220	3,507	3,727	"
220	3,507	2,450	0,302	1,218	0,6975	-0,2938	240	3,499	3,739	"

ваний следующее уравнение:

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i_0 \left[1 - \frac{\gamma^2}{(1+\lambda s)^2} \left(\frac{h_{0-1}}{h} \right)^{\frac{10}{3}} \right] + \frac{h_{kp-1}^3}{h^2} \frac{\lambda}{(1+\lambda s)^3}}{1 - \frac{h_{kp-1}^3}{h^3 (1+\lambda s)^2}}, \quad (119)$$

где γ аналогично уравнению (92) будет:

$$\gamma = \left[\frac{1 + \alpha \lambda^{1.5} (1 + \beta s)^{1.5}}{1 + \alpha \lambda^{1.5}} \right]^{\frac{2}{3}}. \quad (120)$$

Принимая

$$\frac{\gamma^{0.6}}{(1+\lambda s)^{0.6}} h_{0-1} = h_{NN} \text{ и } \frac{h_{kp-1}}{(1+\lambda s)^{0.6}} = h_{KK}, \quad (121)$$

получим окончательно

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i_0 \left[1 - \left(\frac{h_{NN}}{h} \right)^{\frac{10}{3}} \right] + \frac{\lambda h}{1+\lambda s} \left(\frac{h_{KK}}{h} \right)^3}{1 - \left(\frac{h_{KK}}{h} \right)^3}. \quad (122)$$

Определив по уравнению (121) значения h_{NN} и h_{KK} , можно уравнение (122) приближенно проинтегрировать таким же способом, как и уравнение (117).

§ 18. Зависимость вида кривых свободной поверхности потока под ледяным покровом от характера распределения сопротивлений

В предыдущем мы убедились, что при различных условиях ледообразования (переменная шероховатость льда или переменная ширина русла) продольный профиль потока под ледяным покровом получает новые очертания, порой довольно сложные и сильно отличающиеся от очертаний продольного профиля свободного потока.

Так, например, равномерное движение свободного потока в призматическом русле при появлении на поверхности его ледяного покрова с переменной вдоль потока шероховатостью переходит в неравномерное, а прямолинейный продольный профиль свободного потока преобразуется в криволинейный, составленный из отдельных взаимосопрягающихся кривых подпора и спада.

Таким образом при некоторых условиях ледяной покров может внести в поток явления подпора или спада, которые в свободном потоке могли и не существовать.

Было бы чрезвычайно интересно установить некоторую физико-механическую зависимость между характером ледя-

ного покрова и характером образующихся кривых свободной поверхности, которая давала бы возможность по характеру ледяного покрова установить общий характер образующихся при этом кривых свободной поверхности.

В основном уравнении неравномерного движения

$$I = \alpha \frac{d}{ds} \left(\frac{v^2}{2g} \right) + \frac{v^2}{C^2 R} \quad (123)$$

первый член правой части выражает потерю энергии на изменение скорости, а второй — на преодоление сопротивлений на единице длины потока. Это уравнение для рассмотренных выше случаев движения потока под ледяным покровом может быть написано в следующих видах (табл. XX):

Таблица XX

№ по пор.	Характер русла и потока	Вид формулы
1	Призматическое русло. Свободный поток	$I = \frac{\alpha' Q^2}{2g \Delta s} \left(\frac{1}{h_1^2} - \frac{1}{h_2^2} \right) + i_0 \left(\frac{h_0}{h} \right)^{10/3}$
2	Призматическое русло. Ледяной покров постоянной шероховатости	$I = \frac{\alpha' Q^2}{2g \Delta s} \left(\frac{1}{h_1^2} - \frac{1}{h_2^2} \right) + i_0 (1 + \alpha^{1,5})^{1/3} \left(\frac{h_0}{h} \right)^{10/3}$
3	Призматическое русло. Ледяной покров переменной шероховатости	$I = \frac{\alpha' Q^2}{2g \Delta s} \left(\frac{1}{h_1^2} - \frac{1}{h_2^2} \right) + i_0 [1 + \alpha^{1,5} (1 + \beta s)^{1,6}]^{1/3} \left(\frac{h_0}{h} \right)^{10/3}$
4	Непризматическое русло. Свободный поток	$I = \frac{\alpha' Q^2}{2g \Delta s} \left(\frac{1}{h_1^2} - \frac{1}{h_2^2} \right) + i_0 \frac{1}{(1 + \lambda s)^2} \left(\frac{h_0}{h} \right)^{10/3}$
5	Непризматическое русло. Ледяной покров постоянной шероховатости	$I = \frac{\alpha' Q^2}{2g \Delta s} \left(\frac{1}{h_1^2} - \frac{1}{h_2^2} \right) + i_0 \frac{(1 + \alpha \alpha^{1,5})^{1/3}}{(1 + \lambda s)^2} \left(\frac{h_0}{h} \right)^{10/3}$
6	Непризматическое русло. Ледяной покров переменной шероховатости	$I = \frac{\alpha' Q^2}{2g \Delta s} \left(\frac{1}{h_1^2} - \frac{1}{h_2^2} \right) + i_0 \frac{[1 + \alpha \alpha^{1,5} (1 + \beta s)^{1,5}]^{1/3}}{(1 + \lambda s)^2} \left(\frac{h_0}{h} \right)^{10/3}$

(в табл. XX h_0 — нормальная глубина свободного призматического потока).

Отметим, что второй член всех уравнений, приведенных в табл. XX, может быть написан в общем виде: $i_0 \left(\frac{h_{NN}}{h} \right)^{\frac{10}{3}}$, где h_{NN} есть переменная „нормальная“ глубина, соответствующая каждому из рассматриваемых случаев.

В табл. XXI приведено сравнение величин первого и второго членов уравнения (123) для рассмотренных выше частных примеров движения потока под ледяным покровом¹ (см. табл. IX, X, XI, XII, XIII, XIV, XVI, XVII, XVIII и XIX).

Как видно из данных этой таблицы, первый член уравнения (123) по своей величине составляет только несколько процентов от второго.

Поэтому мы можем приближенно считать, что

$$I \approx i_0 \left(\frac{h_{NN}}{h} \right)^{\frac{10}{3}} = i_f \quad (124)^*$$

т. е. что уклон кривой поверхности зависит, главным образом, от величины удельного сопротивления в данном живом сечении потока².

Приближенное уравнение (124) показывает, что при увеличении удельного сопротивления вниз по течению в том же направлении увеличиваются и уклоны, т. е. устанавливаются выпуклые кривые свободной поверхности, при уменьшении удельного сопротивления наоборот — вогнутые. Сказанное выше полностью подтверждается сравнением верхних и нижних частей фиг. 13, 14, 17, 18 и 19.

Отметим еще следующее обстоятельство. При первоначальном подходе к рассматриваемому вопросу представляется, что при образовании ледяного покрова на поверхности постепенно расширяющегося потока сопротивления вниз по течению должны возрастать, в силу того, что ледяной покров в этом случае в каждом нижнем сечении вводит большие сопротивления, чем в верхнем; в случае же сужающегося потока наоборот. Однако результаты подсчета величины i_f для этих случаев (фиг. 17 и 18) показали обратное, а именно, что при образовании ледяного покрова постоянной шероховатости на расширяющемся участке сопротивления i_f убывают вниз по течению, а при образовании ледяного покрова на сужающемся участке — возрастают.

Это кажущееся противоречие объясняется тем обстоятельством, что одновременно с изменением ширины русла происходит и изменение глубин его, идущее в обратном направлении, причем это изменение глубин оказывает большее влияние на величину сопротивления, чем изменение ширины русла.

¹ При этих подсчетах во всех случаях брались второй и третий створы, считая от начального.

² Величины $\left(\frac{h_{NN}}{h} \right)^{\frac{10}{3}}$ приведены в графе 4 табл. IX, X, XI, XII, XIII, XIV, XVI, XVII, XVIII и XIX.

Таблица XXI

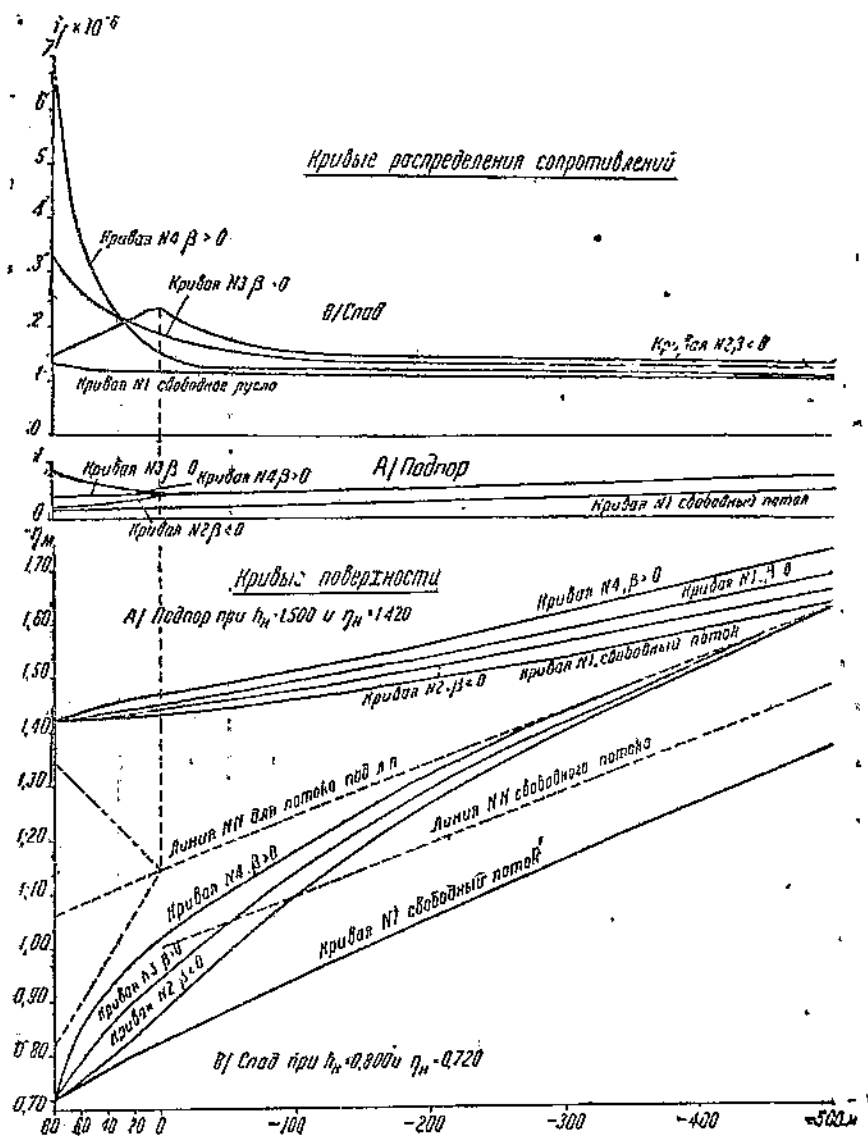
№ по пор.	Характеристика движения	Основные данные	Величина первого члена уравнения (123) в 10^{-6}	Величина второго члена уравнения (123) в 10^{-6}	% отклонения первого члена ко второму
1	Свободный поток				
2	Подпор				
2	Поток под ледяным покровом постоянной шероховатости $\alpha = 0,87$	$q = 1,27 \text{ м}^3/\text{сек}$ $i_0 = 0,001$ $h_0 = 1,0 \text{ м}$	— 13 — 11	55 115	23,6 9,5
3	Подпор				
3	Поток под ледяным покровом переменной шероховатости				
A) $\beta > 0$		$q = 1,0 \text{ м}^3/\text{сек}$ $i_0 = 0,001$ $h_0 = 0,868$	— 5,6 + 7,8 + 12,8	687 754 1 130	0,8 1,1 1,1
а) Подпор		$\alpha = 1$	— 22,4	902	2,4
б) Бытовой		$\beta = \mp 0,01$	+ 45,9	1 255	3,6
в) Спад			+ 185	1 670	11
B) $\beta < 0$					
а) Подпор					
б) Бытовой					
в) Спад					
4	Расширяющийся поток	$q = 1,0 \text{ м}^3/\text{сек}$ $i_0 = 0,001$ $h_0 = 0,868$ $\alpha = 1$ $\lambda = +0,002$ $B_0 = 100$	— 41 — 1	1 112 1 112	3,7 0,1
а) Свободный					
б) Под ледяным покровом постоянной шероховатости					
5	Сужающийся поток	$q = 1,0 \text{ м}^3/\text{сек}$ $i_0 = 0,001$ $h_0 = 2,0$ $\alpha = 1$ $\lambda = -0,002$ $B_0 = 20$	— 10 — 2	720 880	1,4 0,2
а) Свободный					
б) Под ледяным покровом постоянной шероховатости					

т. е. ширины ледяного покрова. Для пояснения сказанного остановимся на сравнении сопротивлений в двух сечениях, из которых одно возьмем на участке постоянной ширины, а другое на участке переменной ширины — в частности выберем сечения при $s = 0$ и $s = 100 \text{ м}$ (см. табл. XVIII и XIX).

Обозначая элементы для сечения на участке постоянной ширины большими буквами, а на участке переменной ширины — малыми, получим, используя уравнение (5) табл. XX,

$$I_f = i_0 (1 + \alpha \alpha^{1,5})^{\frac{4}{3}} \left(\frac{h_0}{H} \right)^{\frac{10}{3}};$$

$$i_f = \frac{i_0 (1 + \alpha \alpha^{1,5})^{\frac{4}{3}}}{(1 + \lambda s)^2} \left(\frac{h_0}{h} \right)^{\frac{10}{3}};$$



Фиг. 19.

или

$$\frac{I_f}{I_f} = (1 + \lambda s)^2 \left(\frac{h}{H} \right)^{\frac{10}{3}}$$

Используя данные табл. XVIII и XIX, получим для расширяющегося русла при $\lambda = 0,002$:

$$\frac{I_f}{I_f} = (1 + 0,002 \cdot 100)^2 \left(\frac{0,894}{0,948} \right)^{\frac{10}{3}} = 1,44 \cdot 0,82 = 1,18,$$

т. е. $I_f > i_p$, а для сужающегося русла при $\lambda = -0,002$ получим:

$$\frac{I_f}{i_f} = (1 - 0,002 \cdot 100)^2 \left(\frac{3,680}{3,605} \right)^{\frac{10}{3}} = 0,64 \cdot 1,02 = 0,65,$$

т. е.

$$I_f < i_f$$

На основании приведенных в настоящем параграфе соображений можно сформулировать следующие общие положения:

1. Кривые поверхности потока под ледяным покровом состоят из основного участка, на котором условия шероховатости и характер изменения ширины потока формируют данную кривую поверхности и переходного участка, на котором при условиях, обеспечивающих равномерное движение, происходит сопряжение этой кривой с поверхностью равномерного движения.

2. При переходе через границу этих участков кривая поверхности, сохраняя свой характер, меняет кривизну, переходя из выпуклой в вогнутую или наоборот.

3. Характер кривых поверхности в основном зависит от распределения вдоль потока сопротивлений, величина которых

характеризуется выражением $i_f = i_0 \left(\frac{h_{NN}}{h} \right)^{\frac{10}{3}}$, причем при увеличении сопротивлений вниз по течению устанавливаются выпуклые кривые подпора или спада, при уменьшении — наоборот вогнутые.

Остановимся еще на сопоставлении кривых поверхности свободного потока и потока под ледяным покровом при одних и тех же начальных условиях, т. е. при одинаковых значениях h_N и Q .

Таблица XXII

Подпор при $h_N = 1,500$ м, $\frac{Q}{B} = 1,0$ м³/сек, $\alpha = 1$ и $\beta = \mp 0,01$

Рас- стоя- ния	Глубины h				$i_f = i_0 \left(\frac{h_{NN}}{h} \right)^{30/3} \cdot 10^{-8}$				Отметки — η			
	Свобод- ный поток	Шероховатость ледяного покрова			Свобод- ный поток	Шероховатость ледяного покрова			Свобод- ный поток	Шероховатость ледяного покрова		
		$\beta < 0$	$\beta = 0$	$\beta > 0$		$\beta < 0$	$\beta = 0$	$\beta > 0$		$\beta < 0$	$\beta = 0$	$\beta > 0$
80	1,500	1,500	1,500	1,500	0,161	0,181	0,407	0,831	1,420	1,420	1,420	1,420
70	1,491	1,491	1,494	1,498	0,164	0,203	0,412	0,767	1,421	1,421	1,424	1,428
60	1,483	1,483	1,488	1,496	0,168	0,226	0,418	0,712	1,423	1,423	1,428	1,436
50	1,474	1,476	1,482	1,493	0,171	0,255	0,423	0,657	1,424	1,426	1,432	1,443
40	1,465	1,468	1,476	1,489	0,174	0,288	0,429	0,606	1,426	1,428	1,436	0,449
30	1,457	1,461	1,470	1,485	0,178	0,307	0,435	0,558	1,427	1,431	1,440	1,455
20	1,448	1,454	1,464	1,481	0,181	0,368	0,440	0,514	1,428	1,434	1,444	1,461
10	1,440	1,447	1,458	1,476	0,185	0,408	0,448	0,478	1,430	1,437	1,448	1,466
0	1,431	1,441	1,452	1,470	0,189	0,414	0,452	0,484	1,431	1,441	1,452	1,470
-10	1,423	1,436	1,447	1,464				0,440	1,433	1,445	1,457	1,474

Анализ уравнения (124), произведенный при использовании данных табл. IX, X, XI, XII, XIII и XIV, показывает, что при одних и тех же начальных условиях кривые свободной поверхности потока под ледяным покровом должны идти круче, чем кривые поверхности свободного потока, и тем круче, чем больше шероховатость ледяного покрова.

Для более детального освещения этого вопроса приводим табл. XXII и XXIII, а также фиг. 19. В них сопоставлены начальные участки кривых подпора и спада для свободного потока и потока под ледяным покровом для случаев постоянной его шероховатости вдоль потока ($\beta = 0$), уменьшающейся ($\beta < 0$) и увеличивающейся ($\beta > 0$).

Таблица XXIII

Спад при $h_k = 0,800$ м, $i_0 = 0,001$, $\frac{Q}{B} = 1,0$ м³/сек, $\alpha = 1$ и $\beta = \mp 0,01$

Рас- стоя- ния	Глубины h				$i_f = i_0 \left(\frac{h_{NN}}{h} \right)^{1/3} \cdot 10^{-3}$				Отметки — η			
	Свобод- ный поток		Шероховатость ледяного покрова		Свобод- ный поток	Шероховатость ледяного покрова			Свобод- ный поток	Шероховатость ледяного покрова		
			$\beta < 0$	$\beta = 0$	$\beta > 0$					$\beta < 0$	$\beta = 0$	$\beta > 0$
80	0,800	0,800	0,800	0,800	1,312	1,468	3,302	6,742	0,720	0,720	0,720	0,720
70	0,804	0,806	0,829	0,863	1,291	1,577	2,928	4,792	0,734	0,736	0,759	0,795
60	0,808	0,813	0,853	0,911	1,271	1,678	2,662	3,448	0,748	0,753	0,793	0,850
50	0,811	0,822	0,874	0,939	1,254	1,797	2,462	3,075	0,761	0,772	0,824	0,889
40	0,814	0,832	0,891	0,963	1,237	1,915	2,304	2,591	0,774	0,792	0,851	0,923
30	0,817	0,843	0,907	0,982	1,222	2,038	2,175	2,219	0,787	0,813	0,877	0,956
20	0,820	0,856	0,921	0,995	1,208	2,149	2,068	1,932	0,800	0,836	0,901	0,975
10	0,823	0,870	0,933	1,006	1,196	2,313	1,975	1,697	0,819	0,860	0,929	0,996
0	0,825	0,886	0,934	1,014		2,353			0,825	0,886	0,944	1,014
-10		0,902				2,216				0,912		

Глава III

Шероховатость ледяного покрова

§ 19. Общие соображения и способы определения коэффициента шероховатости ледяного покрова

Для практического использования приведенных в предыдущих параграфах расчетных формул равномерного и неравномерного движений потока под ледяным покровом нам надо знать величину коэффициента шероховатости ледяного покрова n_s , входящего во все эти формулы в виде величины

$$\alpha = \frac{n_s}{n_p}$$

В литературе этот вопрос почти не рассматривается, и если встречаются указания на величину коэффициента шероховатости ледяного покрова, то эта величина выбирается на основании различного рода общих соображений. Исключением

является упоминавшаяся выше работа инж. Г. К. Лоттера („Влияние условий ледообразования и толщины льда на расчет деривационных каналов, „Известия НИИГИ“ № 7), в которой приводятся некоторые данные о величине коэффициента шероховатости ледяного покрова, полученные по материалам зимних гидрометрических наблюдений на рр. Волхове и Свири¹. К рассмотрению этих данных мы вернемся несколько ниже.

Остановившись на рассмотрении вопроса о способах определения величины коэффициента шероховатости ледяного покрова, мы прежде всего отметим, что зимние гидрометрические наблюдения на реках дают возможность непосредственно определить две величины, которые могут быть использованы для нахождения величины n_A , а именно C_s и ΔH . Причем C_s равно:

$$C_s = \frac{Q_s}{\omega_s \sqrt{H_s I_s}}, \quad (125)$$

где Q_s , ω_s , H_s и I_s — соответственно замеренные величины зимнего расхода, площади живого сечения, средней глубины и зимнего уклона, а ΔH равно

$$\Delta H = \nabla_s - \nabla_A, \quad (126)$$

где ∇_s и ∇_A — отметки горизонта воды при прохождении одного и того же расхода соответственно в зимних и летних условиях².

Выбор величин C_s или ΔH в качестве исходных предопределяет и дальнейший метод определения n_A . В первом случае мы должны использовать зависимости, полученные на основании первой расчетной схемы — схемы одинакового наполнения, во втором — схемы одинакового расхода.

Само собой разумеется, что оба метода должны давать и фактически дают одно и то же значение n_A при обработке одних и тех же гидрометрических данных. Но первый метод, построенный на использовании величины C_s , значительно проще³.

Поэтому в дальнейшем мы им и будем пользоваться.

¹ Инж. Г. К. Лоттер в своей работе также отмечает полное отсутствие в литературе данных о величине коэффициента шероховатости льда.

² Величина ∇_s есть отметка нижней поверхности льда и из наблюдений определяется путем вычитания из отметки горизонта воды в лунке величины погружения льда. Отметка ∇_A может быть определена по летней кривой $Q=f(H)$ для замеренного зимнего расхода Q_s .

³ Как мы выше видели, поток при вхождении под ледяной покров меняет свои уклоны в зависимости от характера распределения шероховатости вдоль потока (исключение составляет чисто теоретический случай — призматическое русло, шероховатость вдоль потока постоянная). При использовании ΔH приходится учитывать неодинаковость зимних и летних уклонов, в то время как при использовании величины C_s эта необходимость отпадает.

Выражая C_s по формуле Маннинга, получаем:

$$C_s = \frac{1}{n_{np}} R^{\frac{1}{6}} \quad \text{или} \quad n_{np} = \frac{R^{\frac{1}{6}}}{C_s},$$

так как для широкого прямоугольного русла [см. уравнение (42)]

$$R = H_{cp} \quad \text{и} \quad n_{np} = n_p (1 + \alpha^{1.5})^{\frac{2}{3}},$$

а для русла конечной ширины [см. уравнение (73)]

$$n_{np} = n_p (1 + \alpha a^{1.5})^{\frac{2}{3}},$$

то получаем¹ следующие расчетные формулы для определения α и n_s :

для первого случая

$$(1 + \alpha^{1.5})^{\frac{2}{3}} = \frac{H^{\frac{1}{6}}}{C_s n_p}, \quad (127)$$

для второго случая

$$(1 + \alpha a^{1.5})^{\frac{2}{3}} = \frac{R^{\frac{1}{6}}}{C_s n_p}, \quad (127a)$$

где n_p — коэффициент шероховатости дна и стенок русла.

Для упрощения решения уравнения (127), которое может быть использовано для речных русел, на фиг. 20 дан расчет-

ный график зависимости $\frac{H^{\frac{1}{6}}}{C_s n_p} = (1 + \alpha^{1.5})^{\frac{2}{3}}$ от величины α .

Ниже мы приводим ряд значений величины коэффициента шероховатости ледяного покрова n_s , полученных путем обработки зимних гидрометрических наблюдений по ряду рек СССР, находящихся в различных географических и климатических условиях¹.

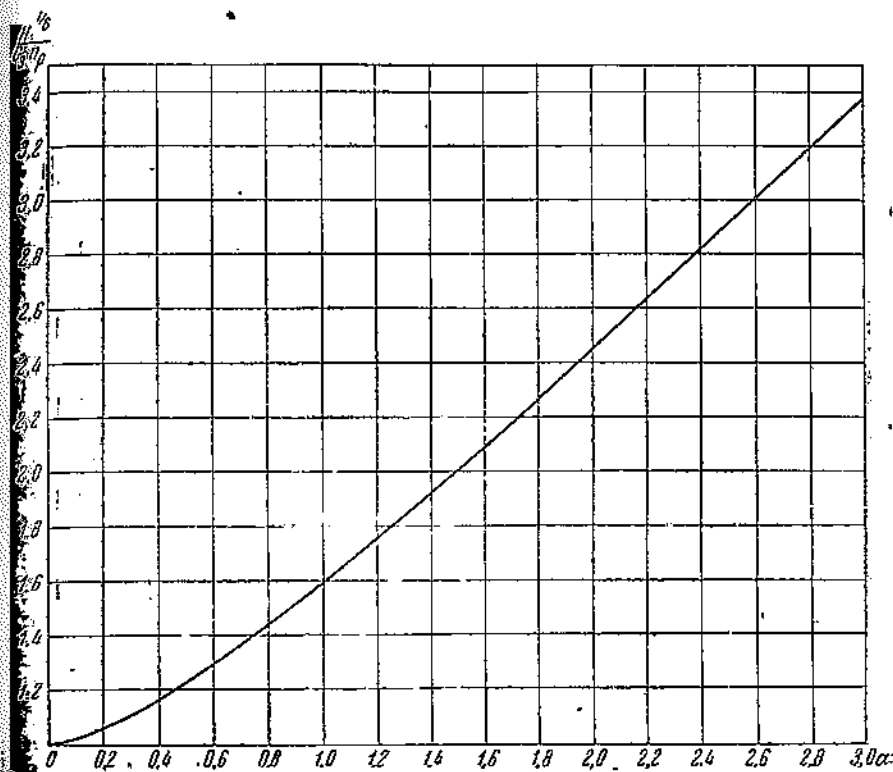
Обработка материалов производилась следующим образом:

1. Величина C_s определялась из выражения:

$$C_s = \frac{v_{cp}}{\sqrt{H_{cp} I_s}},$$

¹ Необходимо отметить, что большинство гидрометрических материалов как летних, так и зимних наблюдений не имеют замеров уклонов, соответствующих замеренным расходам, что крайне сужает круг материалов, пригодных для вычисления коэффициентов шероховатости (в равной мере как русла, так и льда).

в котором $v_{cp} = \frac{Q_3}{\omega_3}$; H_{cp} — средняя глубина, равная $\frac{\omega_3}{B_3}$, где ω_3 — площадь живого сечения потока под нижней поверхностью ледяного покрова и B_3 — ширина реки; I_3 — наблюдаемый зимний уклон.



Фиг. 20. Расчетный график зависимости $\frac{H^{1.6}}{C_3 n_p (1 + \alpha^{1.5})^{2.5}}$ от α .

2. Величина коэффициента шероховатости русла n_p определялась на основании гидрометрических наблюдений в открытом русле при том же наполнении его.

3. Величина α определялась по уравнению (127), используя при этом расчетный график фиг. 20.

4. Имея величины α и n_p , величина коэффициента шероховатости ледяного покрова получалась из равенства $n_\lambda = \alpha n_p$.

Результаты этих подсчетов величины n_λ сведены в табл. XXIV, в которой вертикальные столбцы включают величины n_λ , полученные для данного створа за период одной и той же зимы, а горизонтальные — величины n_λ , соответствующие одному и тому же числу дней, протекших с момента ледостава.

Число дней после ледостава	Река № 1		Река № 2		Река № 3			Река № 4				Река № 5
	Створ I		Створ II	Створ I	Створ I	Створ II	Створ III	Створ I	Створ II	Створ III	Створ IV	Створ I
	1932/33 г.	1933/34 г.	1934/35 г.	1935/36 г.	1936/37 г.	1937/38 г.	1938/39 г.	1939/40 г.	1940/41 г.	1941/42 г.	1942/43 г.	1943/44 г.
1-5	—	0,120	0,100	0,147	—	0,059	—	0,066	—	—	—	—
6-10	0,056	0,097	0,068	0,097	—	0,059	—	—	—	—	—	—
11-15	0,036	—	—	—	0,051	—	—	—	—	—	—	—
16-20	0,025	0,036	—	—	0,064	—	—	0,041	—	—	—	—
21-25	0,028	0,029	—	0,073	—	—	—	—	—	—	—	—
26-30	0,029	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
31-35	—	—	—	0,105	—	0,029	—	—	—	—	—	—
36-40	—	—	—	0,088	—	0,031	—	—	—	—	—	—
41-45	—	—	—	0,095	—	—	—	—	—	—	—	—
46-50	—	—	—	0,086	—	0,034	—	—	—	—	—	—
51-55	—	—	—	0,080	—	0,038	—	—	—	—	—	—
56-60	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
61-65	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
66-70	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
71-75	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
76-80	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
81-85	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
86-90	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
91-95	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
96-100	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
101-105	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
106-110	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
111-115	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
116-120	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
121-125	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Примечание. Данные, заключенные в рамки, относятся к шуговым участкам.

§ 20. Причины изменчивости коэффициента шероховатости ледяного покрова в течение зимы

Данные, приведенные в табл. XXIV, показывают большое разнообразие величин n_x , изменяющихся в пределах от 0,147 до 0,006. Однако это разнообразие вполне соответствует природе коэффициента шероховатости ледяного покрова, величина которого должна зависеть от состояния нижней поверхности льда. Нижняя же поверхность льда в зависимости от условий ледообразования на рассматриваемом участке потока может иметь различный вид — от вполне гладкой поверхности до сильно торосистой. Кроме того, нижняя поверхность льда может быть покрыта более или менее толстым слоем прилипшей к ней шуги, причем обычно наличие шуги под ледяным покровом наблюдается в первой половине зимы, в отдельных же случаях, когда на рассматриваемом участке имеются незамерзающие майны, постоянно воспроизводящие новые массы шуги, последние в больших или меньших количествах наблюдается под ледяным покровом в течение всей зимы. Естественно, что торосистая нижняя поверхность ледяного покрова, а тем более покрытая слоем прилипшей шуги, будет оказывать больше сопротивления протеканию потока под ней, чем гладкая. Поэтому и коэффициенты шероховатости для этих двух случаев должны быть различны.

Для выявления зависимости величины n_x от состояния нижней поверхности ледяного покрова ниже приводим табл. XXV для реки № 3, составленную по материалам зимних наблюдений на различных участках этой реки¹. В правой части этой таблицы приведены значения величины n_x для участков с торосистой и покрытой шугой нижней поверхностью ледяного покрова, а в левой — для участков с гладким льдом, причем правая часть таблицы составлена так, что наименованные в ней участки идут сверху вниз в порядке убывания величины торосистости и количества шуги. В левой же части участки с гладким льдом расположены так, чтобы они по датам наблюдений отвечали участкам правой части. Как видно из данных табл. XXV, величины n_x для торосистых и шугоносных участков значительно превосходят величины n_x , полученные для тех же сроков наблюдения на участках с гладким льдом. Так имеем (см. табл. XXVI):

Из данных, приведенных в табл. XXIV, данные столбцов 1, 2, 6, 9, 10 и 11 относятся к случаю, когда на участке наблюдений шуги не имелось. Наоборот, данные столбцов 3, 4, 5, 7, 8 и 13 относятся к случаю, когда на участке в течение почти всей зимы наблюдались под ледяным покровом значительные массы шуги.

¹ Материалы взяты из указанной выше работы инж. Г. К. Лоттера и по ним подсчитаны величины коэффициента шероховатости n_x по уравнению (127).

Величина коэффициента шероховатости ледяного

№ по пор.	Участки	Характер нижней поверхности ледяного покрова	Дата наб-	Величина
			людений (1931 г.)	n_x
1	№ 1 длиной 3 010 м	Ровный лед толщиной 0,85—0,50 м. Шуги нет. Майн нет	3/II	0,020
	То же	Ровный лед толщиной 0,45—0,51 м. Шуги нет. Майн нет	13/III	0,014
	То же	Ровный лед толщиной 0,60—0,70 м. Шуги нет. Майн нет	7/IV	0,010
2	№ 2 длиной 12 100 м	Ровный лед толщиной 0,40—0,60 м. Шуги и майн нет	10/II	0,018
		То же 0,40—0,60 м	10/III	0,015
3	№ 3 длиной 5 450 м	Ровный лед толщиной 0,40—0,80 м	18/III	0,014
		" " " 0,41—0,80 м	7/IV	0,018
4	№ 5 длиной 7 700 м	Ровный лед толщиной 0,20—0,70 м	3/II	0,013
		" " " 0,30—0,65 м	12/III	0,008
5	№ 5 длиной 17 280 м То же	Ровный лед толщиной 0,45—0,75 м	6/II	0,006
		" " " 0,45—0,75 м	14/III	0,002

покрова для различных участков реки № 3

Величина и,а	Дата наб- люлений (1931 г.)	Характер нижней поверхности ледяного покрова	Участки	№ по пор.
0,130	6/II	Торосы 0,3—1,3 м. Шуга слоем 1,7—5,3 м. На протяжении 3 км чередующиеся майны	№ 6 длиной 9450 м	1
0,097	18/II	Торосы 0,3—1,3 м. Шуга слоем 2—7 м. На протяжении 7 км чередующиеся майны	То же	
0,070	7/IV	Торосы редки. Шуга слоем 1,5—4,5 м. На протяжении 7 км чередующиеся майны	То же	
0,103	7/XI	Участок покрыт недавно образовавшимся льдом. Шуги много достаточной плотности	№ 7 длиной 1840 м	2
0,098	11/XII	Участок покрыт сплошным льдом. Шуги меньше, идет рассасывание	То же	
0,034	18/XII	Участок покрыт сплошным льдом. Шуги очень мало. Идет рассасывание шуги и ледяного покрова. Начало образования майны	То же	
0,099	6/II	Мелкие торосы 0,1—0,3 м. Шуга слоем 1—6 м. На протяжении 2,5 км чередующиеся майны	№ 8 длиной 5690 м	3
0,060	7/IV	Ровный сплошной лед толщиной 0,5—0,8 м. Есть немного слабой шуги 0,3—8 м. Майн нет	То же	
0,065	2/II	Немного небольших торосов 0,2 м. Шуга средней плотности слоем 0,9—2,6 м. Майн нет	№ 9 длиной 1950 м	4
0,039	11/II	Немного небольших торосов 0,2 м. Шуга слабой плотности слоем 0,37 м. Майн нет	То же	
0,030	7/IV	Ровный лед толщиной 0,8—0,7 м. Шуга слабой плотности слоем 0,50 м. Майн нет	То же	
0,048	3/II	На участке лед почти ровный, есть немного торосов высотой 0,5—1,0 м. Шуга средней плотности слоем 0,3—1,2 м. Две небольшие майны	№ 10 длиной 9110 м	5
0,030	10/III	Сплошной лед, редкие торосы высотой 0,2—0,7 м. Шуги меньше	То же	
0,043	3/II	Торосистый лед высотой торосов 0,2 м. Шуга средней плотности слоем 1,00 м	№ 11 длиной 1900 м	6
0,037	10/III	Лед слабо торосистый; шуга слоем 0,3 м	То же	
0,037	3/II	Лед местами торосист до 0,8 м. Очень немного шуги	№ 12 длиной 7260 м	7
0,030	15/III	Ровный лед. Шуги нет	То же	

Таблица XLV1

Период наблюдений	Коэффициент шероховатости для торосистых и шугоносных участков	Коэффициент шероховатости для участков с гладким льдом
Февраль 1931 г.	От 0,130 до 0,087	От 0,020 до 0,006
Март	" 0,097 " 0,030	" 0,014 " 0,002
Апрель	" 0,070 " 0,030	" 0,013 " 0,010

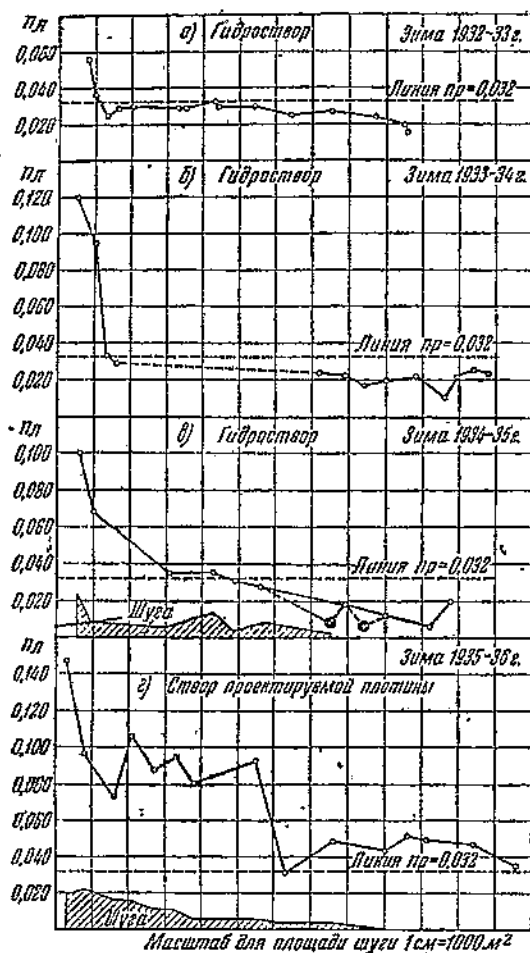
Фиг. 22 характеризует состояние ледяного покрова реки № 1 (см. табл. XXIV) на первом гидрометрическом участке в начале зимы 1934—1935 г. Как видно из фиг. 22, в районе нижнего створа наблюдались значительные массы шуги, в то время как на 3 км выше по течению в створе гидрометрической станции шуги было сравнительно немного. Фиг. 23 характеризует мощность залегания шуги в этих створах.

Как видно из сравнения величин n_d , отвечающих одним и тем же горизонтальным строкам табл. XXIV, т. е. одному и тому же числу дней с момента ледостава, величины n_d для шугоносных створов значительно превосходят величины n_d для створов, свободных от шуги. Для облегчения сравнения в табл. XXIV величины n_d для шугоносных створов включены в рамки.

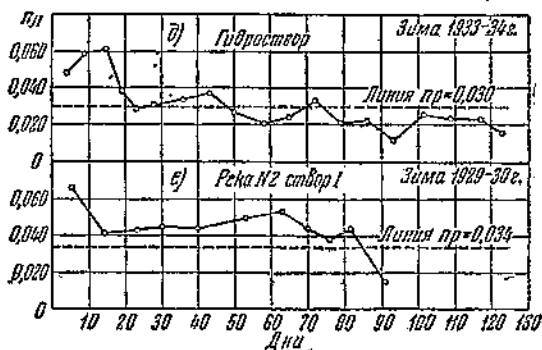
Увеличение коэффициента шероховатости ледяного покрова в случае наличия в створе наблюдений шуги объясняется следующими обстоятельствами. Шуга представляет собой губчатую массу большей или меньшей плотности, сквозь которую происходит медленное просачивание воды, движущейся в непосредственной близости к нижней поверхности ледяного покрова, поэтому в данном случае к обычным гидравлическим сопротивлениям движению потока присоединяются добавочные сопротивления, сопровождающие просачивание воды сквозь шуговую массу. Эти добавочные сопротивления при прочих равных условиях сказываются на увеличении n_d .

Кроме того, шуговая губчатая масса своим непроницаемым скелетом уменьшает площадь живого сечения потока под ледяным покровом. Это уменьшение площади не учитывается значениями гидрометрическими наблюдениями, поэтому при подсчете n_d мы получаем преуменьшенные значения Q_{cp} и S_d , что в свою очередь несколько увеличивает значение n_d . Таким образом в случае наличия шуги на рассматриваемом участке величина n_d характеризует не только шероховатость нижней поверхности льда, но и другие обстоятельства (просачивание воды через массу шуги, уменьшение действующего живого сечения), затрудняющие движение потока под ледяным покровом.

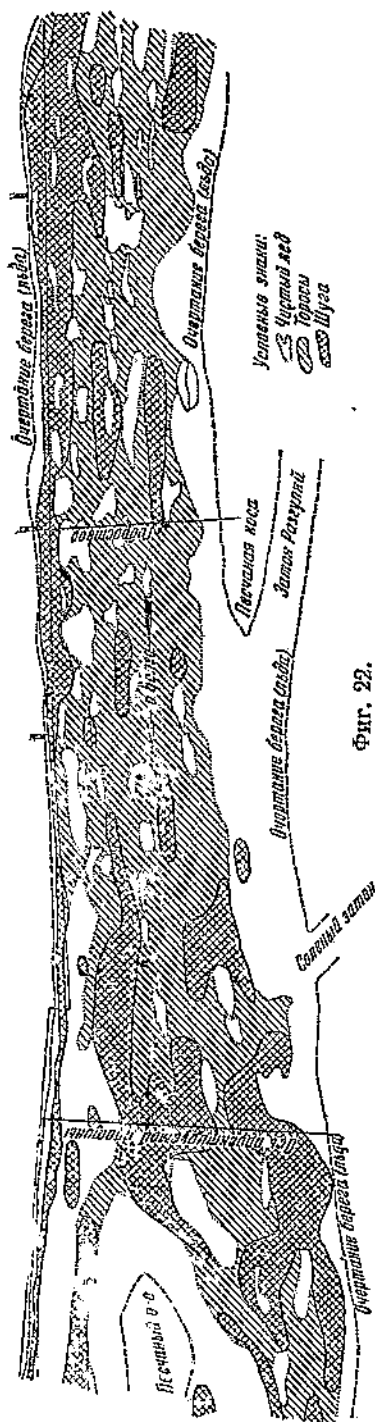
Река N1 створ I



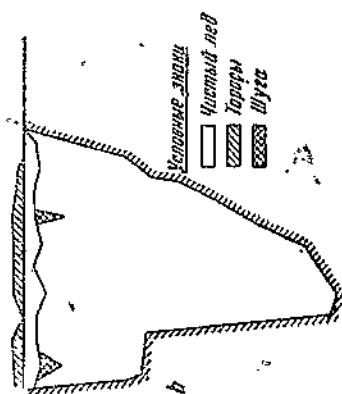
Река N1 створ II



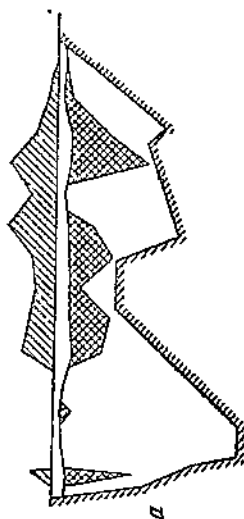
Фиг. 21



Фиг. 22.



Фиг. 236. Поперечник по гидро-
створу от 26/1—1/II 1935 гг.



Фиг. 23а. Поперечник по нижнему
створу от 25/XII 1934 — 5/I 1935 гг.

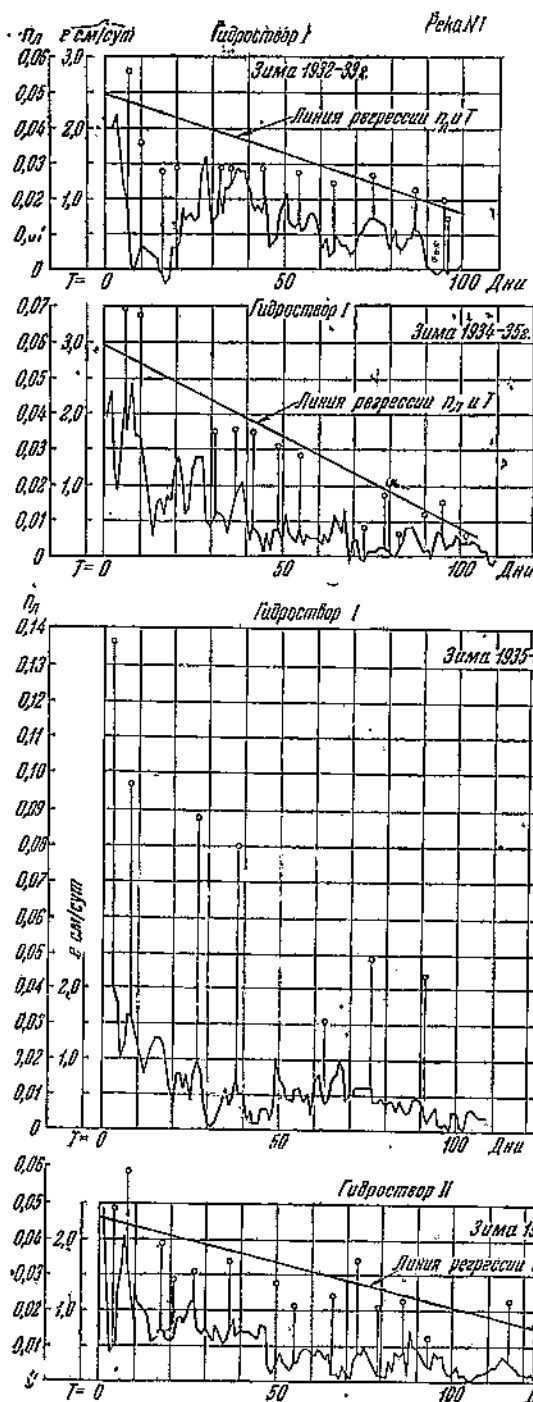
Обратимся теперь к следующему: состояние нижней поверхности ледяного покрова не остается постоянным в течение всей зимы. Наоборот, с течением времени на ней происходят изменения, облегчающие условия протекания. Эти изменения в основном сводятся к постепенному сглаживанию течением нижней поверхности ледяного покрова, уменьшению плотности шуговых масс (при повышении температуры воздуха) и постепенному рассасыванию этих масс. В силу этих изменений величина n_a должна уменьшиться к концу зимы. Табл. XXIV и XXV дают этому полное подтверждение. По всем створам как с чистым льдом, так и шугоносным мы имеем постепенное уменьшение величины n_a по мере увеличения числа дней после ледостава. Для иллюстрации этого явления на фиг. 21 даны графики изменения величины n_a в зависимости от числа дней после ледостава. Как видно из этих графиков, по всем створам наблюдается общая тенденция снижения величины n_a по мере увеличения числа дней после ледостава T , причем между величинами n_a и T существует довольно тесная коррелятивная зависимость. Так, на основании произведенных подсчетов имеем для реки № 1 (см. табл. XXIV).

- 1) по гидроствору I за зиму 1932—1933 г.:
величину коэффициента корреляции $r = -0,92 \pm 0,03$;
уравнение регрессии $n_a = -0,000340T + 0,0500$;
- 2) по гидроствору I за зиму 1934—1935 г.:
величину коэффициента корреляции $r = -0,84 \pm 0,05$;
уравнение регрессии $n_a = -0,000515T + 0,0595$;
- 3) по гидроствору II за зиму 1933—1934 г.:
величину коэффициента корреляции $r = -0,74 \pm 0,07$;
уравнение регрессии $n_a = 0,000253T + 0,0462$.

Однако эта общая тенденция уменьшения величины n_a по мере увеличения числа дней после ледостава нарушается другим обстоятельством, вызывающим отклонение точек n_a от прямой регрессии $n_a = f(T)$. Как известно, в течение зимы происходит нарастание ледяного покрова с нижней поверхности его вследствие перехода части протекающей жидкости в твердое состояние. Интенсивность роста ледяного покрова, т. е. величина приращения толщины его в единицу времени, зависит, главным образом, от хода зимних температур воздуха¹.

При этом интенсивность роста ледяного покрова увеличивается в периоды понижения температур воздуха и уменьшается в периоды повышения их. Рассматривая процесс увеличения толщины ледяного покрова как осаждение на нижней поверхности его все новых и новых слоев ледяных кристалли-

¹ Существуют теоретические и экспериментальные формулы, устанавливающие связь между суммой отрицательных температур воздуха, считаемых с момента начала ледообразования, и толщиной ледяного покрова на данный день после ледостава.



Фиг. 24.

ков, можно ожидать, что в периоды усиленного роста ледяного покрова, совпадающие с периодами резкого понижения температур воздуха, шероховатость ледяного покрова должна возрастать, а в периоды уменьшения интенсивности роста, совпадающие с периодами потепления, — убывать. Приведенное на фиг. 24 сопоставление интенсивности роста ледяного покрова в см/сутках¹ и наблюдаемых величин N_d по створам реки № 1 за зимы 1932/33, 1933/34, 1934/35 и 1935/36 гг. в достаточной мере подтверждают высказанное выше положение.

На этих графиках с общей осью абсцисс, на которой откладывается число дней после ледостава T , изображены:

- 1) ход интенсивности ледообразования в течение зимы;
- 2) наблюдаемые величины N_d ;
- 3) прямые регрессии величин N_d и T .

¹ О способе подсчета интенсивности ледообразования сказано ниже.

Из приведенных графиков усматривается:

1) что ход наблюдаемых величин n_d в основном повторяет ход интенсивности ледообразования e , причем провалам графика e отвечают малые значения n_d , а пикам графика e — наоборот большие значения n_d ;

2) что провалы графика e оттягивают соответствующие значения n_d ниже линии регрессии между n_d и T , а пики графика e наоборот повышают их против линии регрессии;

3) что влияние интенсивности ледообразования e на величину n_d уменьшается по мере увеличения числа дней после ледостава T .

Все сказанное выше позволяет составить следующее схематическое представление о физических причинах изменения величины n_d в течение зимы.

Условия ледообразования и условия створа определяют первоначальное состояние нижней поверхности ледяного покрова, а следовательно, и величину его шероховатости в первые дни после ледостава, причем на участках, где ледоход проходил бурно с нагромождением льдин друг на друга, нижняя поверхность ледяного покрова будет обладать большей первоначальной шероховатостью по сравнению с участками более спокойного образования ледяного покрова. Таким образом на участках, расположенных ниже порогов, незамерзающих перекастов и длительно существующих майн, шероховатость ледяного покрова будет также большей благодаря наличию на этих участках масс шуги, покрывающих нижнюю поверхность ледяного покрова. Далее с течением времени эта первоначальная шероховатость ледяного покрова изменяется под влиянием двух факторов, действующих в противоположных направлениях. С одной стороны, вследствие работы протекающей под ледяным покровом воды нижняя поверхность его сглаживается, шуга рассасывается и шероховатость уменьшается. С другой стороны, вследствие продолжающегося процесса ледообразования на нижнюю поверхность ледяного покрова отлагаются новые слои ледяных кристаллов, что ведет к увеличению шероховатости ледяного покрова. При этом в первый период зимы преобладающее влияние на величину шероховатости ледяного покрова имеет второй фактор, а в последующие периоды преобладающее влияние переходит к первому фактору¹.

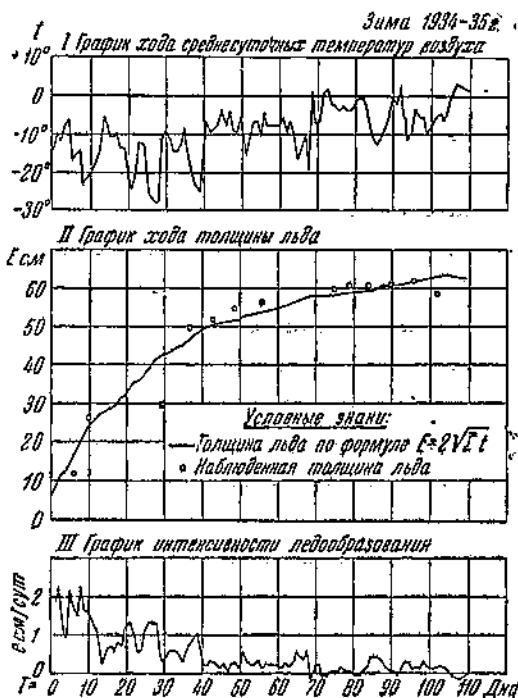
Таким образом величина коэффициента шероховатости ледяного покрова в каждый данный момент складывается под влиянием двух указанных выше процессов.

Для подтверждения сказанного ниже приводим для реки № 1 сравнение наблюдаемых величин n_d по гидроствору I за зиму 1934/35 г. с вычисленными по двойной корреляции n_d от e и T . Порядок этого сравнения следующий.

¹ Это подтверждается результатами приведенного ниже расчета влияния e и T на величину n_d .

1. Имея наблюдаемые среднесуточные температуры воздуха по Камышинской метеорологической станции, определяем их сумму на каждый день, считая с момента ледостава. Затем определяем толщину льда на каждый день после ледостава по формуле инж. Ф. И. Быдина¹ $E = 2\sqrt{\Sigma t}$, где E — толщина льда в см, а Σt — сумма среднесуточных температур воздуха.

Разность толщин льда, полученных по этой формуле для двух последовательных дней, дает суточную интенсивность нарастания ледяного покрова e см/сутки. На фиг. 25 даны:



Фиг. 25.

1) график хода температур воздуха за зиму 1934—1935 г. по соответствующей метеорологической станции; 2) величины $E = 2\sqrt{\Sigma t}$ и 3) величины e .

II. Далее, по наблюдаемым величинам n_x и e , соответствующим одному и тому же числу дней после ледостава, производим подсчет корреляции n_x от T и e .

Исходные данные подсчета приведены в столбцах 2, 3 и 4 табл. XXVII. На основании этих данных определяем средние значения n_x , e и T , равными:

$$\bar{n}_x = \frac{\Sigma n_x}{N} = \frac{0,388}{14} = 0,0277; \quad \bar{T} = \frac{\Sigma T}{N} = \frac{866}{14} = 61,86$$

и $\bar{e} = \frac{\Sigma e}{14} = 0,457$. Затем определяем величины

$$K_n = \frac{n_x}{\bar{n}_x}; \quad K_m = \frac{T}{\bar{T}} \quad \text{и} \quad K_e = \frac{e}{\bar{e}}, \quad (128)$$

¹ Формула инж. Ф. И. Быдина является упрощением известной формулы Барнеса. Она проверена наблюдениями за толщиной ледяного покрова на ряде рек.

которые вписаны в графы 5, 6 и 7 табл. XXVII, и проведя операции, указанные в графах с 8 по 14, вычисляем:

а) величины коэффициентов вариации:

$$C_{v_n} = \sqrt{\frac{\Sigma (K_n - 1)^2}{N-1}} = 0,741; \quad C_{v_m} = \sqrt{\frac{\Sigma (K_m - 1)^2}{N-1}} = 0,541;$$

$$C_{v_e} = \sqrt{\frac{\Sigma (K_e - 1)^2}{N-1}} = 1,298;$$

б) величины коэффициентов корреляции:

$$r_{nm} = \frac{\Sigma (K_n - 1)(K_m - 1)}{NC_{v_n}C_{v_m}} = -0,84;$$

$$r_{ne} = \frac{\Sigma (K_n - 1)(K_e - 1)}{NC_{v_n}C_{v_e}} = +0,86;$$

$$r_{me} = \frac{\Sigma (K_m - 1)(K_e - 1)}{NC_{v_m}C_{v_e}} = -0,80;$$

общий коэффициент корреляции:

$$R = \sqrt{\frac{r_{ne}^2 + r_{me}^2 - 2r_{ne}r_{me}r_{nm}}{1 - r_{nm}^2}} = 0,87;$$

г) величины коэффициентов уравнения регрессии:

$$a_1 = \frac{r_{nm} - r_{me}r_{ne}}{1 - r_{me}^2} \cdot \frac{C_{v_n}}{C_{v_m}} = -0,58; \quad a_2 = \frac{r_{ne} - r_{me}r_{nm}}{1 - r_{me}^2} \cdot \frac{C_{v_n}}{C_{v_e}} = -0,30;$$

д) уравнение регрессии:

$$K_n - 1 = a_1(K_m - 1) + a_2(K_e - 1),$$

или

$$K_n - 1 = -0,58(K_m - 1) + 0,30(K_e - 1),$$

или

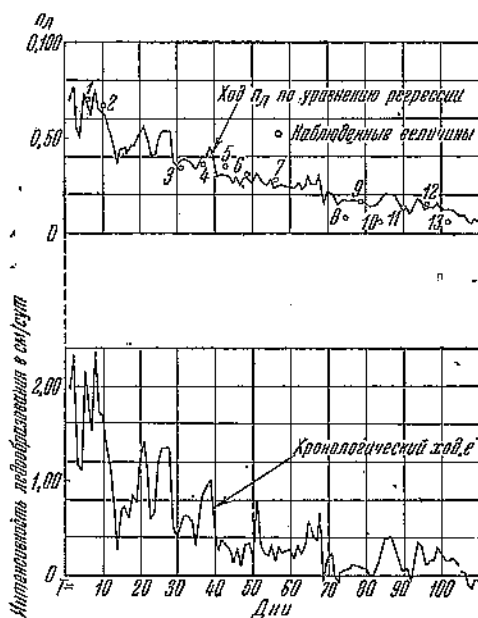
$$K_n = 0,30K_e - 0,58K_m + 1,28.$$

Подставляя вместо K_n , K_e и K_m их величины из зависимостей (128), получим окончательное уравнение регрессии:

$$n_d = 0,018171e - 0,000259T + 0,0354. \quad (129)$$

III. Подставляя в уравнение (129) соответствующие значения e и T , получаем величины n_d на каждый день зимы 1934/35 г. Эти величины, нанесенные на график фиг. 26, дают графическое изображение уравнения регрессии, точнее говоря — графическое изображение совокупности его реше-

№ по пор.	n_x	T	e	$\frac{n_x}{K_n} = \frac{n_x}{K_n}$	$\frac{T}{K_m} = \frac{T}{K_m}$	$K_e = \frac{e}{e}$	$(K_n - 1)$	$(K_m - 1)$	$(K_e - 1)$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,070	6	1,82	2,525	0,097	3,981	1,525	-0,903	2,981
2	0,068	10	1,66	2,453	0,162	3,631	1,453	-0,838	2,631
3	0,035	31	0,52	1,263	0,501	1,137	0,263	-0,499	0,137
4	0,036	37	0,84	1,298	0,598	1,837	0,298	-0,402	0,837
5	0,035	43	0,34	1,263	0,695	0,743	0,263	-0,305	-0,257
6	0,031	49	0,36	1,118	0,792	0,787	0,118	-0,208	-0,213
7	0,028	56	0,14	1,010	0,905	0,305	0,010	-0,095	-0,694
8	0,008	75	0,06	0,289	1,212	0,013	-0,711	-0,213	-0,987
9	0,018	79	0,06	0,649	1,277	0,787	-0,351	0,277	-0,213
10	0,006	84	0,22	0,219	1,358	0,481	-0,781	0,358	-0,519
11	0,012	90	-0,04	0,432	1,455	-0,209	-0,568	0,455	-1,009
12	0,015	96	0,10	0,541	1,552	0,218	-0,459	0,552	-0,782
13	0,006	102	0,16	0,219	1,649	0,350	-0,781	0,649	-0,650
14	0,020	108	-0,12	0,721	1,746	-0,262	-0,279	0,746	-1,262
	0,388	866	6,42	14,0	14,00	14,00	0	0	0



ний. Значения n_x , полученные по уравнению (129), для T и e , отвечающих дням производства зимних гидрометрических наблюдений, послуживших для определения n_x , вписаны в последний столбец табл. XXVII и нанесены кружками на графике фиг. 26. Как видно из этих данных, значения n_x , полученные по корреляции, достаточно близки к наблюдаемым величинам n_x ¹, а

¹ Наибольшее отклонение от теоретического хода n_x дают точки 8, 10 и 13. Из них точки 8 и 10 получены по наблюдениям не на гидрометрическом створе, как остальные, а в створе проектируемой плотины, где, как это видно, например, из фиг. 22, условия, определяющие шероховатость ледяного покрова, могут быть иными.

Таблица XXVII

$(K_n - 1)^2$	$(K_m - 1)^2$	$(K_e - 1)^2$	$(K_n - 1) \times$ $(K_m - 1)$	$(K_n - 1) \times$ $(K_e - 1)$	$(K_m - 1) \times$ $(K_e - 1)$	n_x вычислено по уравне- нию регрессии
11	12	13	14	15	16	17
2,325	0,815	8,886	-1,377	4,546	-2,691	0,067
2,111	0,702	6,922	-1,217	3,822	-2,204778	0,063
0,069	0,249	0,018	-0,131	0,036	-0,068363	0,037
0,083	0,161	0,543	-0,119796	0,249426	-0,366474	0,040
0,069169	0,093025	0,066049	-0,080215	-0,067591	+0,078385	0,030
0,013924	0,043264	0,045369	-0,024544	-0,025134	+0,044304	0,029
0,000100	0,009025	0,481636	-0,000950	-0,006940	+0,065930	0,023
0,505521	0,045369	0,974169	-0,151443	+0,701757	-0,210231	0,017
0,123221	0,076729	0,045369	-0,097227	+0,074763	-0,059001	0,017
0,609961	0,128164	0,269361	-0,279598	+0,405339	-0,185802	0,017
0,322624	0,207025	1,018081	-0,258440	+0,573112	-0,459095	0,012
0,910681	0,304704	0,611524	-0,253368	+0,358938	-0,431664	0,012
0,609961	0,420201	0,422500	-0,506869	+0,507650	-0,421850	0,012
0,077841	0,556516	1,592644	-0,908134	+0,352098	-0,941452	0,005
7,1378	7,8133	21,8972	-4,7065	+11,5283	-7,8519	

хронологический ход наблюденных величин вполне отвечает теоретическому, полученному по корреляции.

Результаты приведенного сравнения показывают, что наша трактовка вопроса о физических причинах, вызывающих изменение n_x в течение одной и той же зимы, близка к действительности.

§ 21. Расчетные величины коэффициента шероховатости ледяного покрова

Из сказанного выше следует, что расчетная величина коэффициента шероховатости ледяного покрова должна выбираться с учетом следующих обстоятельств:

1) периода зимы, характеризуемого числом дней после ледостава, к которому относится данный гидротехнический расчет¹;

2) характера данного речного участка в отношении условий ледообразования и возможностей появления на нем шуговых масс.

Рассматривая фиг. 27, представляющую собой графическое сопоставление всех упомянутых выше определений величины n_x (см. табл. XXIV), мы можем отметить, что:

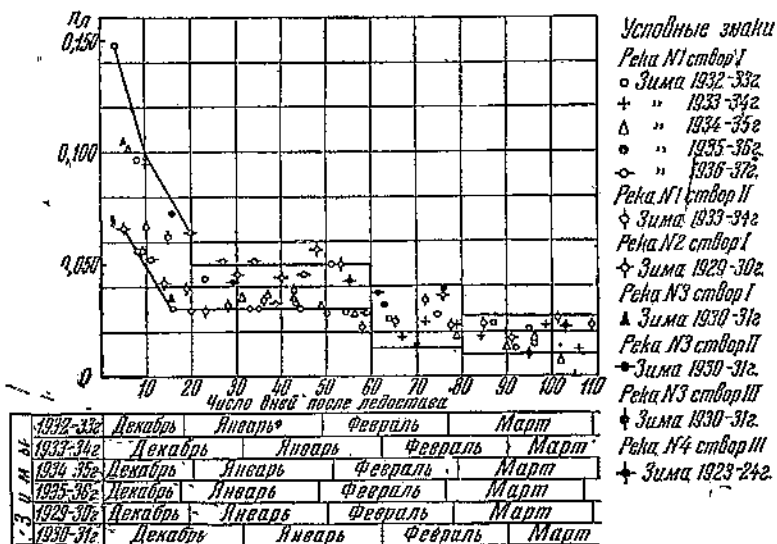
1) в первые 10 дней после ледостава (первая и вторая

¹ Если требуется характеристика состояния потока на протяжении всей зимы, например, зимние кривые подпора, то расчеты должны быть проведены для разных величин n_x , характерных для отдельных периодов зимы.

декады декабря) наблюдаются наибольшие величины n_d , а именно от 0,150 до 0,050;

2) далее, в период с 10-го по 20-й день после ледостава (последняя декада декабря, начало января) величина n_d несколько падает, сохраняя все же достаточно высокие значения от 0,100 до 0,040;

3) в период с 20-го по 60-й день после ледостава (январь, первая декада февраля) характеризуется относительно устойчивыми значениями n_d от 0,050 до 0,030;



Фиг. 27.

4) период с 60-го по 80-й день после ледостава (последние декады февраля — начало марта) дает дальнейшее понижение n_d , который для этого периода имеет величину от 0,040 до 0,015;

5) наконец последний период зимы с 80-го по 110-й день после ледостава, соответствующий марту месяца, имеет наименьшие значения n_d — от 0,025 до 0,010.

Отметим, что верхние пределы указанных выше значений n_d относятся к шугоносным участкам, а нижние — к участкам с гладким льдом.

Все вышесказанное относится к коэффициенту шероховатости ледяного покрова на реках. Что же касается величины коэффициента шероховатости ледяного покрова на каналах, то мы прежде всего должны отметить полное отсутствие каких-либо наблюдений, позволивших бы определить величины n_d для каналов¹. Поэтому подход к расчетной величине n_d

¹ Это обстоятельство отмечает инж. Г. К. Лоттер в указанной выше его работе.

для каналов может быть сделан только на основании общих соображений о том, что призматичность живого сечения каналов, меньшие скорости в момент ледообразования по сравнению с реками и меньшая возможность образования шуговых масс в каналах позволяют считать, что нижняя поверхность ледяного покрова на них должна обладать меньшей шероховатостью по сравнению с ледяным покровом на реках.

Инж. Г. К. Лоттер в указанной выше работе¹ на основании ряда соображений о характере ледообразования на каналах приходит к следующим выводам.

1. При скоростях в момент ледообразования от 0,4 до 0,6 м/сек и при наличии уверенности в том, что в канал из используемого водоема не будет заноситься шуга и в самом канале майны образовываться не будут, коэффициент шероховатости льда может приниматься равным $n_d = 0,010 \div 0,012$; в случае возможности образования майн или заноса значительного количества шуги из используемого водотока коэффициент шероховатости льда должен быть повышен до $0,016 \div 0,018$.

2. При скоростях течения в период ледостава больше 0,6 м указанные выше коэффициенты шероховатости должны быть повышены в первом случае до $0,014 \div 0,017$ и во втором до $0,017 \div 0,020$.

Инж. Г. К. Лоттер не учитывает для каналов влияния возраста ледяного покрова (числа дней после ледообразования T) на величину n_d .

Из сказанного выше о характере ледообразования на каналах можно полагать, что влияние возраста ледяного покрова на величину n_d для каналов будет значительно меньше, чем для рек. Не имея никаких других данных, позволяющих более детально осветить вопрос о величине n_d для каналов; мы в дальнейшем, принимаем приведенные выше данные инж. Г. К. Лоттера как расчетные.

Отметим еще следующее обстоятельство. В подпертых речных бьефах, в особенности в нижней их части, мы имеем значительное уменьшение скоростей по сравнению с рекой в бытовом ее состоянии. Это уменьшение скоростей создает более спокойные условия ледообразования, уменьшает опасность образования майн, а следовательно, и появления шуги. Поэтому при гидротехнических расчетах, касающихся подпертых речных бьефов, нужно принимать значительно меньшие величины n_d , чем для рек в бытовых условиях.

Для подтверждения этих общих соображений о необходимости уменьшения расчетных величин n_d для подпертых бьефов воспользуемся результатами наблюдений над зимним режимом реки № 4 в подпоре, опубликованными проф. В. М. Родевичем. В своей статье он приводит результаты наблюдений подпорных горизонтов за зиму 1926/27 г. по двум водомерным постам

I—в 114 км от плотины и IV—в 189 км от плотины — и сопоставление этих горизонтов как с естественными зимними и летними горизонтами, так и с летними подпорными. В результате сопоставления Родевич дает величины ΔH_e , т. е. увеличение наполнения русла при прохождении данного расхода в бытовых зимних условиях и ΔH_n , т. е. увеличение наполнения русла при прохождении того же расхода в зимних условиях при подпоре. Пополнив данные проф. В. М. Родевича соответствующими значениями средних глубин, мы могли по формуле (41)

$$\Delta H = [(1 + \alpha^{1,5})^{0,4} - 1] H_{cp}$$

вычислить величины α и n_d как для бытовых зимних условий, так и для условий подпертого бьефа и сравнить их между собой. Исходные данные и результаты подсчета приведены: для створа I в табл. XXVIII, а для створа IV в табл. XXIX. Как видно из сопоставления граф 4 и 5 этих таблиц, за время с 4/XII 1926 г. по 9/III 1927 г. включительно по всей длине реки от истока до плотины проходили практически одни и те же расходы и только с 16/III наблюдается появление значительной приточности, искажающей закономерность рассматриваемого соотношения между величинами n_d для естественных условий и условий подпора.

Створ I

Число дней после ледостава	Даты наблюдений	Расход в л ³ /сек		Увеличение зимнего наполнения		Средняя открытого бытовая
		у истока	у плотины	ΔH_e бытовое	ΔH_n при подпоре	
1	1/XII 1926 г.	640	687	—	—	—
4	4/XII 1926	585	585	1,105	0,064	5,95
16	16/XII 1926	400	410	0,960	0,830	5,64
22	22/XII 1926	390	400	0,940	0,782	5,62
29	29/XII 1926	410	410	0,940	0,578	5,65
36	5/I 1927	380	400	0,880	0,555	5,60
43	12/I 1927	360	370	0,895	0,490	5,57
44	13/I 1927	341	360	0,875	0,426	5,54
57	26/I 1927	312	312	0,690	0,405	5,48
66	2/II 1927	292	292	0,725	0,383	5,45
71	9/II 1927	292	292	0,725	0,362	5,45
78	16/II 1927	273	292	0,745	0,277	5,41
83	23/II 1927	244	244	0,640	0,277	5,35
92	2/III 1927	234	234	0,610	0,277	5,33
99	9/III 1927	244	244	0,610	0,320	5,35
106	16/III 1927	253	312	0,640	0,510	5,37
113	23/III 1927	312	360	0,895	0,575	5,48
120	30/III 1927	430	467	0,980	0,575	5,69
127	7/IV 1927	436	458	1,020	0,765	5,69
	17/IV 1927	615	1160	—	—	—

Как видно из графы 17 табл. XXVIII и XXIX, величины n'_a для подпертого бьефа меньше соответствующих величин n_a для бытовых условий. Если нанести зависимость $\frac{n'_a}{n_a}$ от числа дней после ледостава T на график (фиг. 28), то можно отметить:

1) что оба пункта наблюдений дают очень близкие результаты отношения $\frac{n'_a}{n_a}$ для данного T ;

2) что в среднем можно принять для периода первых 30 дней после ледостава величину $\frac{n'_a}{n_a} = 0,85$, а для последующих $\frac{n'_a}{n_a} = 0,65$.

Необходимо отметить, что указанными выше наблюдениями, которые, насколько нам известно, являются единственными в этой области, охвачена только верхняя часть подпертого бьефа. На основании общих соображений можно полагать, что для нижних частей подпертых бьефов отношение $\frac{n'_a}{n_a}$ должно быть еще меньше; чем это получается по приведенным данным. Однако, не имея в этом отношении каких-либо других материалов, мы в дальнейшем принимаем (табл. XXX) полученные выше соотношения $\frac{n'_a}{n_a}$ как некоторую среднюю характеристику уменьшения n_a для подпертых речных бьефов.

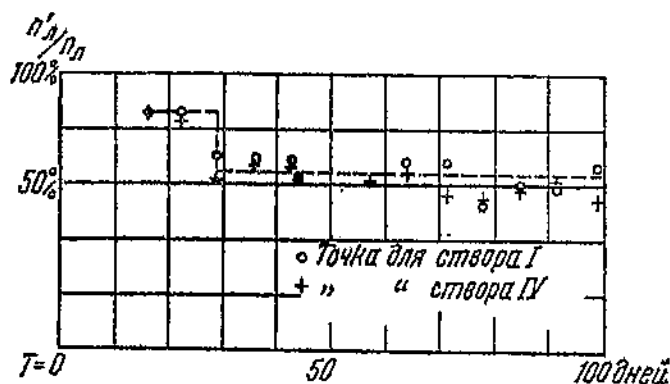
Таблица XXVIII

глубина русла H	Бытовой поток			Подпертый бьеф			Отноше- ние $\frac{n'_a}{n_a}$
	при под- поре	$\frac{\Delta H_e}{H}$	α	n_a	$\frac{\Delta H_p}{H}$	α	n'_a
—	—	—	—	—	—	—	—
6,24	0,185	0,64	0,021	—	—	—	—
5,95	0,170	0,60	0,020	0,142	0,53	0,017	0,85
5,91	0,167	0,59	0,020	0,193	0,50	0,017	0,85
5,94	0,166	0,59	0,020	0,097	0,42	0,014	0,70
5,89	0,175	0,61	0,020	0,094	0,41	0,014	0,70
5,84	0,160	0,57	0,019	0,084	0,38	0,013	0,69
5,81	0,158	0,57	0,019	0,079	0,37	0,012	0,63
5,77	0,124	0,48	0,016	0,070	0,35	0,012	0,75
5,75	0,131	0,54	0,016	0,065	0,33	0,011	0,69
5,73	0,133	0,50	0,016	0,063	0,32	0,011	0,69
5,49	0,198	0,52	0,017	0,049	0,28	0,009	0,53
5,43	0,120	0,47	0,015	0,049	0,28	0,009	0,60
5,61	0,121	0,47	0,015	0,049	0,28	0,009	0,60
5,61	0,120	0,47	0,015	0,057	0,29	0,010	0,67
5,47	0,119	0,47	0,015	0,090	0,38	0,018	0,87
5,76	0,163	0,58	0,015	0,100	0,41	0,014	0,74
5,81	0,173	0,61	0,020	0,097	0,41	0,014	0,70
5,94	0,180	0,54	0,020	0,131	0,50	0,017	0,85
—	—	—	—	—	—	—	—

Створ IV

№ по пор.	Число дней после ледостава	Дата наблюдений	Расходы		Увеличение зимнего наполнения		Средняя глубина H		Бытовой поток			Подпёртый бьеф			Отношение $\frac{n'_{\Sigma}}{n_{\Sigma}}$
			у истока	у плотины	ΔH_{Σ} бытовое	ΔH_n при подпоре	бытовое	при подпоре	$\frac{\Delta H_e}{H}$	α	n_{Σ}	$\frac{\Delta H_n}{H}$	α	n'_{Σ}	
1	—	1/XII 1926 г.	640	487	1,28	—	3,10	3,00	0,415	1,25	0,041	—	—	—	—
2	4	4/XII 1926 "	585	585	1,21	—	3,10	3,02	0,390	1,18	0,039	—	—	—	—
3	16	16/XII 1926 "	400	410	0,94	0,81	2,90	3,10	0,323	1,00	0,038	0,260	0,85	0,028	0,85
4	22	22/XII 1926 "	390	400	0,94	0,77	2,90	3,10	0,323	1,00	0,038	0,248	0,82	0,027	0,82
5	29	29/XII 1926 "	410	410	0,96	0,55	2,90	3,10	0,330	1,02	0,034	0,177	0,63	0,021	0,61
6	36	5/I 1927 "	380	400	0,94	0,57	2,88	2,98	0,327	1,01	0,033	0,191	0,67	0,022	0,66
7	43	12/I 1927 "	360	370	0,89	0,53	2,86	2,96	0,308	0,97	0,032	0,178	0,63	0,021	0,65
8	44	13/I 1927 "	341	360	0,87	0,49	2,82	2,92	0,308	0,97	0,032	0,168	0,59	0,019	0,61
9	57	26/I 1927 "	312	312	0,81	0,47	2,80	2,92	0,290	0,93	0,031	0,161	0,58	0,019	0,62
10	64	29/I 1927 "	292	292	0,79	0,47	2,78	2,90	0,284	0,91	0,030	0,162	0,58	0,019	0,64
11	71	9/II 1927 "	292	292	0,79	0,40	2,78	2,90	0,284	0,91	0,030	0,138	0,52	0,017	0,57
12	78	16/II 1927 "	273	292	0,75	0,36	2,76	2,88	0,272	0,88	0,029	0,125	0,48	0,016	0,54
13	85	23/II 1927 "	244	244	0,68	0,36	2,74	2,86	0,246	0,81	0,027	0,126	0,48	0,016	0,59
14	32	2/III 1927 "	284	234	0,64	0,36	2,74	2,86	0,234	0,78	0,025	0,126	0,48	0,016	0,61
15	99	9/III 1927 "	244	244	0,68	0,32	2,74	2,86	0,246	0,81	0,027	0,112	0,45	0,015	0,55
16	106	16/III 1927 "	253	312	0,70	0,51	2,76	2,88	0,253	0,83	0,027	0,177	0,63	0,021	0,76
17	113	23/III 1927 "	312	360	0,81	0,51	2,81	2,90	0,288	0,92	0,030	0,176	0,63	0,021	0,68
18	120	30/III 1927 "	430	467	0,98	0,51	2,92	3,00	0,335	1,06	0,035	0,170	0,61	0,020	0,58
19	127	7/IV 1927 "	436	458	0,98	0,53	2,92	3,00	0,335	1,06	0,035	0,176	0,63	0,021	0,59
20	—	17/IV 1927 "	615	1 160	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Изложенные выше соображения позволяют впредь до получения более исчерпывающих материалов о величине коэффициента шероховатости ледяного покрова рекомендовать расчетные величины n_L , приведенные в табл. XXX.



Фиг. 28.

Таблица XXX
Значения коэффициента шероховатости n_L ледяного покрова

№ по пер.	Река в бытовых условиях		Для подпруг речных бьефов	Для каналов ¹	
	Период ледостава	Расчетная величина n_L		Средние скорости в момент ледообразования	Величины n_L
1	Первые 10 дней ледостава (первая-вторая декада декабря) . . .	0,150÷0,050	Данные пп. 1 и 2, отвечающие рекам в бытовых условиях, уменьшаются на 15%	$v_{ср} = 0,4 \div 0,6$ м/сек	$n_L = 0,010 \div \div 0,012$ (I) $n_L = 0,016 \div \div 0,018$ (II)
2	10-й—20-й день после ледостава (последняя декада декабря и начало января)	0,100÷0,040		$v_{ср} > 0,6$ м/сек	$n_L = 0,014 \div \div 0,017$ (I) $n_L = 0,017 \div \div 0,020$ (II)
3	20-й—60-й день после ледостава (середина января и первая декада февраля)	0,050÷0,030	Данные пп. 3, 4 и 5, отвечающие рекам в бытовых условиях, уменьшаются на 35%		
4	60-й—80-й день после ледостава (конец февраля, начало марта) . .	0,040÷0,015			
5	80-й—110-й день после ледостава (март) . . .	0,025÷0,010			

Причем для рек в бытовых условиях верхние пределы указанных выше значений n_L должны применяться в расчетах,

¹ По Г. К. Лотгеру.

касающихся участков, где природные условия позволяют ожидать образования торосистого льда или появления шуги, а нижние пределы для участков, на которых возможно образование гладкого льда.

Равным образом для каналов строки (II) относятся к случаям возможности появления в канале шуги, а строки (I) — к случаям, когда эта возможность исключена.

Глава IV

Применения уравнений неравномерного движения потока под ледяным покровом

§ 22. Общие соображения

Приведенные в гл. II уравнения могут быть использованы при рассмотрении различных вопросов о кривых поверхности потока под ледяным покровом, при заданных условиях шероховатости его как для каналов, так и для естественных водотоков¹. Однако в настоящее время наиболее важным в практическом отношении является вопрос о построении зимних кривых подпора в реках и каналах. В современной практике гидротехнического проектирования этому вопросу начинают уделять все большее и большее внимание, и если при оформлении большинства современных гидротехнических проектов вопрос этот обходится молчанием, то это объясняется отсутствием достаточно обоснованной методики расчета зимних кривых подпора и данных о расчетной величине коэффициента шероховатости ледяного покрова.

Обычно в порядке проектирования вопрос о построении зимних кривых подпора возникает после того, как построение обычных кривых подпора для свободного от льда русла уже закончено. Это обстоятельство вынуждает помимо общей методики построения кривых поверхности в потоках под ледяным покровом, приведенной выше в гл. II, дать специальную методику построения зимних кривых подпора, основанную на использовании имеющихся кривых подпора для открытого русла.

§ 23. Построение зимних кривых подпора для широкого прямоугольного русла

Для неравномерного движения в открытом русле имеем:

$$\Delta y_x = \frac{Q^2 \Delta x}{(\omega^2 C^2 R)_{cp}} + \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\omega_2^2} - \frac{1}{\omega_1^2} \right). \quad (130)$$

Применяя это уравнение к единице ширины прямоугольного русла и выражая C по формуле Маннинга, можем написать:

¹ Примеры использования этих уравнений даны в § 12 и 16.

$$\Delta y_a = \frac{q^3 n_p^2 \Delta x}{H_{cp}^3} + \frac{q^3}{2g} \left(\frac{1}{H_2^2} - \frac{1}{H_1^2} \right). \quad (131)$$

Для неравномерного движения потока под ледяным покровом при прохождении того же расхода $\frac{Q}{B}$ мы можем написать, что

$$\Delta y_s = \frac{q^3 n_{np}^2 \Delta x}{(H + \Delta H)_{cp}^3} + \frac{q^3}{2g} \left[\frac{1}{(H + \Delta H)_2^2} - \frac{1}{(H + \Delta H)_1^2} \right], \quad (131')$$

где Δy_a и Δy_s — падения на участке длиной Δx при прохождении расхода q соответственно в летних и зимних условиях; n_p — коэффициент шероховатости свободного русла и n_{np} — приведенный коэффициент шероховатости русла под ледяным покровом.

Решая уравнения (131) и (131') относительно q^3 и сравнивая полученные значения, имеем:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta y_s}{\frac{n_{np}^2 \Delta x}{(H + \Delta H)_{cp}^3} + \frac{1}{2g} \left[\frac{1}{(H + \Delta H)_2^2} - \frac{1}{(H + \Delta H)_1^2} \right]} &= \\ &= \frac{\Delta y_a}{\frac{n_p^2 \Delta x}{H_{cp}^3} + \frac{1}{2g} \left(\frac{1}{H_2^2} - \frac{1}{H_1^2} \right)}, \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned} \frac{\Delta y_s n_p^2}{H_{cp}^3} - \frac{\Delta y_a n_{np}^2}{(H + \Delta H)_{cp}^3} + \frac{I_s}{2g} \left(\frac{1}{H_2^2} - \frac{1}{H_1^2} \right) - \\ - \frac{I_a}{2g} \left[\frac{1}{(H + \Delta H)_2^2} - \frac{1}{(H + \Delta H)_1^2} \right] = 0. \end{aligned} \quad (132)$$

Величины $\frac{1}{2g} \left(\frac{1}{H_2^2} - \frac{1}{H_1^2} \right)$ и $\frac{1}{2g} \left[\frac{1}{(H + \Delta H)_2^2} - \frac{1}{(H + \Delta H)_1^2} \right]$ обычно

настолько малы, что ряд методов построения кривых подпора этими величинами пренебрегает. В наших условиях каждая из этих величин умножается еще на величину I_a или I_s и затем берется их разность. Поэтому с высокой степенью точности мы можем принять, что

$$\frac{\Delta y_s n_p^2}{H_{cp}^3} = \frac{\Delta y_a n_{np}^2}{(H + \Delta H)_{cp}^3}. \quad (132')$$

Ниже приведены подсчеты зимней и летней кривой подпора для случая широкого прямоугольного русла с уклоном 0,001, расходом $q=1,27 \text{ м}^3/\text{сек}$, с $n_p=0,025$ и с глубиной $h_0=1,00 \text{ м}$ при подпоре $H=3,00 \text{ м}$.
На основании этих подсчетов можно прикинуть величину ошибки, которую мы делаем при отбрасывании в уравнении (132') третьего и четвертого членов.

Для середины кривой подпора (участок 6—7) имеем (см. табл. XXXIII):

$$H_1=1,362 \text{ м}; \quad H_2=1,211 \text{ м}; \quad I_s=\frac{0,115}{266}=0,000432;$$

$$H_1 + \Delta H_1=1,534 \text{ м}; \quad H_2 + \Delta H_2=1,426 \text{ м};$$

$$I_s=\frac{0,158}{266}=0,000595,$$

откуда

$$\frac{I_s}{2g} \left(\frac{1}{H_2^2} - \frac{1}{H_1^2} \right) = 44 \cdot 10^{-7};$$

$$\frac{I_s}{2g} \left[\frac{1}{(H + \Delta H)_2^2} - \frac{1}{(H + \Delta H)_1^2} \right] = 14 \cdot 10^{-7}.$$

Разность же этих двух выражений равна $3 \cdot 10^{-6}$.

Необходимо отметить, что приведенная величина ошибки в $3 \cdot 10^{-6}$ получилась для потока с очень большим уклоном 0,001. Для потоков с уклонами более близкими к нормальным уклонам равнинных рек величина ошибки будет совершенно ничтожной.

Определяя из уравнения (132') ΔH , получим:

$$\Delta H = \left[\left(\frac{\Delta y_s}{\Delta y_s} \right)^{0,3} \left(\frac{n_{np}}{n_p} \right)^{0,6} - 1 \right] H. \quad (133)$$

Из уравнения (42) гл. I имеем:

$$n_{np} = n_p \left(1 + \alpha^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{2}{3}}.$$

Подставляя это значение n_{np} в уравнение (133), получим:

$$\Delta H = \left[\left(\frac{\Delta y_s}{\Delta y_s} \right)^{0,3} \left(1 + \alpha^{\frac{3}{2}} \right)^{0,4} - 1 \right] H. \quad (134)$$

Из уравнения (134) видно, что:

1) величина ΔH при неравномерном движении потока под ледяным покровом зависит не только от отношения коэффициентов шероховатости русла и ледяного покрова $\alpha = \frac{n_s}{n_p}$, но также и от отношения зимнего и летнего уклонов, при которых по участку проходит данный расход q ;

2) при равномерном движении, когда $\Delta y_s = \Delta y_s$, уравнение (134) превращается в уравнение (41).

¹ Этот пример взят из работы проф. Б. А. Бахметева "О неравномерном движении жидкости в открытом русле", Ленинград, 1928 г., стр. 57.

Остановимся несколько подробнее на рассмотрении уравнения (134). Прежде всего на основании приведенного ниже примера построения зимней и летней кривых подпора для широкого прямоугольного русла приводим табл. XXXI изменения величины ΔH вдоль кривой подпора в зависимости от соотношения падений $\frac{\Delta y_A}{\Delta y_B}$

Таблица XXXI
Изменения ΔH в зависимости от $\frac{\Delta y_A}{\Delta y_B}$

Участки	Падения в м		$\frac{\Delta y_A}{\Delta y_B}$	ΔH_{cp}	Расстояние от плотины в м
	Δy_A	Δy_B			
1	0,013	0,029	0,45	0,008	209
2	0,024	0,050	0,48	0,029	635
3	0,047	0,098	0,50	0,065	1 080
4	0,045	0,081	0,55	0,106	1 435
5	0,080	0,128	0,62	0,148	1 704
6	0,115	0,158	0,73	0,194	1 980
7	0,199	0,237	0,84	0,234	2 274
8	0,142	0,152	0,93	0,258	2 522
9	0,228	0,235	0,97	0,266	2 740
10	0,232	0,234	0,99	0,270	2 993
11	0,231	0,231	1,00	0,271	3 264

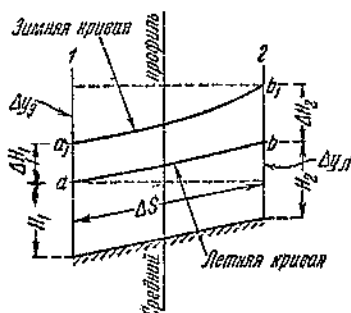
Как видно из этой таблицы, по мере продвижения вверх от плотины величина $\frac{\Delta y_A}{\Delta y_B}$ приближается к 1,00 и величина ΔH , постепенно возрастая, в районе выклинивания кривой подпора становится равной — величине $\Delta H_0 = 0,271$, получаемой для равномерного движения по формуле (41) при $\alpha = 0,87$ ¹.

После этих предварительных замечаний о зависимости ΔH в случае неравномерного движения от элементов потока переходим к дальнейшему рассмотрению вопроса о построении кривых подпора при зимнем состоянии потока.

На фиг. 29 изображен участок подпертого потока между профилями 1 и 2 длиной Δx . Кривые ab и $a'b'$ изображают участки летней и зимней кривых подпора. Из рассмотрения фиг. 29 имеем:

$$\Delta H_1 + \Delta y_B = \Delta H_2 + \Delta y_A. \quad (135)$$

¹ Величина $\alpha = 0,87$ была принята при том подсчете зимней кривой подпора, из которого в табл. XIX взяты значения ΔH .



Фиг. 29.

Применяя уравнение (134) к участку 1—2 и определяя из него величину Δy_3 , получим:

$$\Delta y_3 = \left(1 + \alpha \frac{3}{2}\right)^{\frac{4}{3}} \left(\frac{H}{H + \Delta H}\right)_{cp}^{\frac{10}{3}} \Delta y_4. \quad (136)$$

Подставляя полученную величину Δy_3 в уравнение (135), получим:

$$\Delta H_1 + \left(1 + \alpha \frac{3}{2}\right)^{\frac{4}{3}} \left(\frac{H}{H + \Delta H}\right)_{cp}^{\frac{10}{3}} \Delta y_4 = \Delta H_2 + \Delta y_4,$$

откуда

$$\Delta H_2 = \Delta H_1 + \Delta y_4 \left[\left(1 + \alpha \frac{3}{2}\right)^{\frac{4}{3}} \left(\frac{H}{H + \Delta H}\right)_{cp}^{\frac{10}{3}} - 1 \right], \quad (137)$$

или

$$\Delta H_2 = \Delta H_1 + \Delta y_4 \left[\left(1 + \alpha \frac{3}{2}\right)^{\frac{4}{3}} \left(\frac{H_{cp}}{H_{cp} + \frac{\Delta H_1 + \Delta H_2}{2}}\right)^{\frac{10}{3}} - 1 \right]. \quad (137')$$

Последнее выражение является расчетной формулой для определения ΔH для различных профилей кривой подпора при зимнем состоянии реки. В самом деле, величина H и Δy_4 нам известны из соответствующей летней кривой подпора для данного расхода q ; величина α будет известна, если мы для расчета зададимся определенной величиной коэффициента шероховатости ледяного покрова n_{λ} .

Остается сказать еще несколько слов о величине ΔH у самой плотины. При движении жидкости в потоке условия пропуска данного расхода при появлении ледяного покрова требует увеличения его наполнения с H до некоторого $H + \Delta H$; при отсутствии движения (v_{cp} близки к нулю) отпадает и причина, вызывающая увеличение наполнения русла.

Таким образом в створе плотины величина ΔH может быть принята равной нулю. Поэтому в конце первого от плотины участка длиной Δx величина ΔH_2 может быть получена из уравнения:

$$\Delta H_2 = \Delta y_4 \left[\left(1 + \alpha \frac{3}{2}\right)^{\frac{4}{3}} \left(\frac{H_{cp}}{H_{cp} + \frac{\Delta H_2}{2}}\right)^{\frac{10}{3}} - 1 \right], \quad (138)$$

в котором имеется одно только неизвестное ΔH_2 .

Применяя уравнение (137') к следующим участкам кривой подпора, мы всегда величину ΔH_1 будем иметь из предыдущего подсчета и поэтому уравнение (137') будет содержать одно только неизвестное ΔH_2 , которое может быть определено путем подбора.

Таким образом предлагаемая здесь методика для построения кривых подпора для широкого прямоугольного потока, покрытого льдом, при наличии уже построенной кривой подпора для свободного потока при заданном расходе Q сводится к нижеследующему:

1) по выбранному согласно указаниям гл. III коэффициенту шероховатости ледяного покрова n_p и коэффициенту шероховатости русла n_r определяем величину α ;

2) по уравнению (137'), зная α и Δy_1 , а также H_1 и H_2 , равно как и ΔH_1 для начала участка, определяем ΔH_2 для конца рассматриваемого участка длиной Δx ;

3) прибавляя полученную величину ΔH_2 к величине H_2 , взятой из подсчета кривой подпора для свободного русла, получаем величину наполнения $H_2 + \Delta H_2$ для конца участка;

4) расчет ведется от плотины, переходя последовательно от участка к участку.

Предлагаемая нами методика отличается некоторой универсальностью, так как она не зависит от метода построения кривой подпора в свободном русле, и поэтому может быть применена к любому из них.

В качестве примера рассмотрим следующую задачу: дано широкое прямоугольное русло с постоянным уклоном дна $i_0 = 0,001$, расходом $q = 1,27 \text{ м}^3/\text{сек}$ и коэффициентом шероховатости $n_r = 0,025$; глубина у плотины $H = 3,00 \text{ м}$. Исходя из построенной кривой подпора для свободного русла требуется построить кривую подпора для зимнего состояния потока, характеризуемого величиной коэффициента шероховатости льда $n_\lambda = 0,022$ или $\alpha = 0,87$.

Для построения кривой подпора в свободном русле воспользуемся общим уравнением неравномерного движения в следующей форме¹:

$$I_\lambda = \frac{q^3}{(\omega^2 RC^2)_{cp}} + \frac{d}{dx} \left(\frac{v^3}{2g} \right).$$

Пренебрегая членом, зависящим от изменения скоростей, получаем:

$$\Delta y_\lambda = \frac{q^3 \Delta x}{(\omega^2 RC^2)_{cp}}.$$

Выражая C по формуле Маннинга и принимая $\omega_{cp} = H_{cp} \cdot 1$ и $R = H_{cp}$, получим:

$$\Delta y_\lambda = \frac{q^3 n_p^2 \Delta x}{H_{cp}^{10/3}},$$

но

$$H_{cp} = \frac{H_1 + H_2}{2} \text{ и } H_2 = H_1 + \Delta y_\lambda - i_0 \Delta x,$$

¹ Как отмечалось выше, задание для примера взято из работы Б. А. Бахметева. Оттуда можно было бы взять и летнюю кривую подпора, построенную по способу Дюпюи-Рюльмана. Однако нам представляется, что для уточнения приводимого ниже сравнения свойств зимней и летней кривых подпора будет более правильным строить обе кривые аналогичными методами.

откуда

$$H_{cp} = H_1 - \frac{\Delta y_x - i_0 \Delta x}{2},$$

После подстановки окончательное расчетное уравнение примет вид:

$$\Delta y_x = \frac{q^2 n_p^2 \Delta x}{\left(H_1 + \frac{\Delta y_x - i_0 \Delta x}{2} \right)^{\frac{10}{3}}}, \quad (139)$$

а после подстановки заданных значений q , n_p и i_0 получим:

$$\Delta y_x = \frac{0,001 \Delta x}{\left(H_1 + \frac{\Delta y_x - 0,001 \Delta x}{2} \right)^{\frac{10}{3}}}. \quad (140)$$

Результаты решения этого уравнения путем подбора сведены в табл. XXXII.

Таблица XXXII

№ участков	Начало участка		Длина участка Δx	Падение на участке Δy_x	Конец участка	
	отметка ∇_1	глубина H_1			отметка ∇_2	глубина H_2
1	3,000	3,000	419	0,013	3,013	2,594
2	3,013	2,594	432	0,024	3,037	2,186
3	3,037	2,186	459	0,067	3,084	1,774
4	3,084	1,774	251	0,045	3,129	1,568
5	3,129	1,568	286	0,080	3,209	1,362
6	3,209	1,362	266	0,115	3,324	1,211
7	3,324	1,211	319	0,199	3,523	1,091
8	3,523	1,091	179	0,142	3,665	1,054
9	3,665	1,054	259	0,228	3,893	1,023
10	3,893	1,023	245	0,232	2,125	1,010
11	4,125	1,010	237	0,231	4,356	1,004

Для построения зимней кривой подпора для этого прямоугольного русла при тех же величинах подпора $H=3,00$ м и расхода $q=1,27$ и величине $n_x=0,022$ и $\alpha=0,87$, величины H_2 для концов каждого участка были определены по уравнению (137').

Результаты приведены в табл. XXXIII.

В столбце 10 табл. XXXIII приведены отметки ∇_2' зимней кривой подпора, полученные непосредственным построением зимней кривой подпора по уравнению (82).

Как видно из сравнения данных столбцов 9 и 10, предлагаемая нами методика построения зимних кривых подпора путем подсчета величины ΔH дает полное совпадение с результатами подсчета по уравнению (82).

Необходимо отметить, что в предлагаемом нами способе построения зимних кривых подпора уравнение (137') приходится решать путем подбора, что всегда сопряжено с боль-

Таблица XXXIII

№ участка	Начало участка			Длина участка Δx	Падение на участке Δy_x	Конец участка			Отметка ∇'_2	Разница $\nabla_2 - \nabla'_2$
	отметка ∇_1	глубина H_1	ΔH_1			глубина H_2	ΔH_2	отметка ∇_2		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	3,000	3,000	0	419	0,013	2,594	0,016	3,029	3,029	0
2	3,029	2,594	0,016	432	0,024	2,186	0,042	3,079	3,079	0
3	3,079	2,186	0,042	459	0,047	1,774	0,088	3,172	3,172	0
4	3,172	1,774	0,088	251	0,045	1,568	0,124	3,253	3,253	0
5	3,253	1,568	0,124	286	0,080	1,392	0,172	3,381	3,381	0
6	3,381	1,362	0,172	266	0,115	1,211	0,216	3,540	3,539	+0,001
7	3,540	1,211	0,216	319	0,199	1,091	0,253	3,776	3,776	0
8	3,776	1,091	0,253	179	0,142	1,054	0,263	3,928	3,928	0
9	3,928	1,054	0,263	259	0,228	1,023	0,270	4,163	4,163	0
10	4,163	1,023	0,270	245	0,232	1,010	0,271	4,395	4,396	-0,001
11	4,395	1,010	0,271	237	0,231	1,004	0,271	4,626	4,627	+0,001

ним количеством счетной работы. Однако если пойти на некоторое уменьшение степени точности построения зимней кривой, то можно значительно упростить процесс подсчета величины ΔH_2 . В самом деле, если с некоторой натяжкой отнести уравнение (134) к сечению 1 (фиг. 29), то уравнение (137) преобразуется в следующее:

$$\Delta H_2 = \Delta H_1 + \Delta y_x \left[\left(1 + \alpha^2 \right)^{\frac{4}{3}} \left(\frac{H_1}{H_1 + \Delta H_1} \right)^{\frac{10}{3}} - 1 \right]. \quad (141)$$

По уравнению (141) величина ΔH_2 определится непосредственно, и таким образом отпадает та большая счетная работа, которая связана с решением уравнений путем подбора.

Ниже приведено сопоставление величин ΔH_2 , полученных при применении уравнений (137') и (141) к условиям рассмотренного выше примера.

Таблица XXXIV

№ участков	ΔH_2 в конце участка		Абсолютная величина ошибки	Глубина H	Величина ошибки в процентах H
	по уравнению (137')	по уравнению (141)			
1	0,016	0,016	0	2,594	0
2	0,042	0,044	0,002	2,186	0,10
3	0,088	0,094	0,006	1,774	0,34
4	0,124	0,133	0,009	1,586	0,57
5	0,172	0,187	0,015	1,362	1,10
6	0,216	0,238	0,022	1,211	1,82
7	0,253	0,281	0,028	1,091	2,56
8	0,263	0,285	0,022	1,054	2,10
9	0,270	0,284	0,014	1,023	1,37
10	0,271	0,278	0,007	1,010	0,70
11	0,271	0,274	0,003	1,004	0,30

Как видно из этого сопоставления, величина ошибки при пользовании уравнением (141): 1) по абсолютной величине не превосходит 3 см, а по относительной 2,5%, причем наибольшая величина ошибок приходится на середину кривой подпора; 2) величины ΔH по приближенному уравнению (141) получаются большими, чем по точному уравнению (137'), т. е. с точки зрения затопления прибрежных земель эти ошибки идут в запас прочности.

Приведенные соображения показывают, что при практических расчетах в целях сокращения счетной работы можно пользоваться уравнением (141). Однако при этом надо иметь в виду, что уравнение (141) дает некоторое искажение распределения ΔH вдоль кривой подпора. Теоретически на основании уравнения (134) величина ΔH от нулевого значения у плотины постепенно увеличивается по мере продвижения вдоль кривой подпора и в районе выклинивания кривой подпора достигает величины ΔH_0 , получаемой из уравнения (41) для равномерного движения, когда $\Delta y_s = \Delta y_x$. Величины же ΔH , полученные по уравнению (141), дают наибольшие значения ΔH в середине кривой подпора. При использовании уравнения (137') этого искажения не получается.

Может быть предложен и второй способ приближенного решения уравнения (137'), требующий несколько большей счетной работы, чем решение уравнения (141), но зато не дающий указанного выше искажения распределения величин ΔH вдоль кривой подпора.

Так, если в уравнении (137') выражение $\left(\frac{H_{cp}}{H_{cp} + \Delta H_{cp}}\right)^{\frac{10}{3}}$ представить в виде $\frac{1}{\left(1 + \frac{\Delta H_{cp}}{H_{cp}}\right)^{\frac{10}{3}}}$ и затем разложить знаменатель

в ряд Тейлора и разделить числитель на знаменатель, то, ограничиваясь членом с $\left(\frac{\Delta H_{cp}}{H_{cp}}\right)^2$, получим вместо уравнения (137') следующее:

$$\Delta H_2 = \Delta H_1 + \Delta y_x \left[A \left(1 - \frac{10}{3} \frac{\Delta H_{cp}}{H_{cp}} + \frac{65}{9} \frac{\Delta H_{cp}^2}{H_{cp}^2} \right) - 1 \right],$$

где $A = \left(1 + \alpha^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{4}{3}}$.

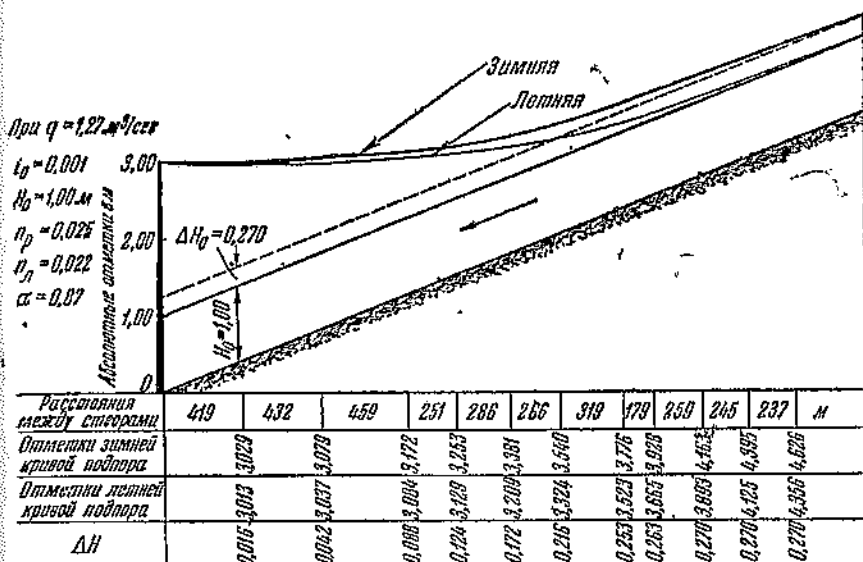
Подставляя в это уравнение вместо ΔH_{cp} величину $\frac{\Delta H_1 + \Delta H_2}{2}$ получим после преобразований следующее квадратное уравнение:

$$65B\Delta H_2^2 + (130B\Delta H_1 - 60BH_{cp} - 36H_{cp}^2)\Delta H_2 + \\ + B(36H_{cp}^2 - 60H_{cp}\Delta H_1 + 65\Delta H_1^2) + \\ + 36H_{cp}^2(\Delta H_1 - \Delta y_x) = 0, \quad (141')$$

где $B = \Delta y_x A$.

Решая это квадратное уравнение, получаем искомую величину ΔH , непосредственно без подбора.

В отношении степени точности результатов, получаемых по уравнению (141'), отметим, что для конца пятого участка (считая от плотины), для зимней кривой, изображенной на фиг. 30, мы получили по приближенному уравнению (141') величину $\Delta H = 0,172$, а по точному решению уравнения (137') величину $\Delta H = 0,173$.



Фиг. 30. Кривые подпора для широкого прямоугольного русла.

На фиг. 30 даны летняя кривая подпора, построенная на основании данных табл. XXXI, и зимняя кривая, построенная на основании уравнения (137').

В табл. XXXV приведены сравнительные данные об изменении величин ω , I и T_f вниз по течению для зимней и летней кривых подпора, изображенных на фиг. 30.

Величина T_f является полным сопротивлением движению потока на единице ширины его. Она получается из следующих соображений.

В § 18 было показано, что удельное сопротивление движению потока, отнесенное к единице веса жидкости, приближенно равно I . Полное же сопротивление на единице ширины потока будет равно

$$T_f = I \gamma \omega = 1000 I \omega \text{ кг.}$$

Как видно из приведенных данных, для зимней кривой подпора сопротивления больше, чем для летней, а поэтому и уклоны вниз по течению возрастают по сравнению с уклонами летней кривой, что вполне совпадает с приведенными

Таблица XXXV

Участки	Летняя кривая подпора						Зимняя кривая подпора					
				% изменения						% изменения		
	ω_{cp}	I в 10^{-6}	T_f в кг	ω_{cp}	I	T_f	ω_{cp}	I в 10^{-6}	T_f в кг	ω_{cp}	I	T_f
Равномерное движение	1,00	1 000	1,0	100	100	100	1,27	1 000	1,27	100	100	100
12—10	1,007	975	0,97	101	97	97	1,278	975	1,25	100,6	97	98
11—10	1,016	946	0,96	102	95	96	1,286	946	1,22	101,2	96	96
10—9	1,039	880	0,91	104	88	91	1,305	907	1,18	102,7	91	93
9—8	1,072	795	0,85	107	79	85	1,330	849	1,13	104,7	85	89
8—7	1,151	625	0,72	115	62	72	1,390	749	1,04	109,4	75	82
7—6	1,285	432	0,55	129	43	55	1,479	593	0,88	116,4	49	69
6—5	1,465	280	0,41	147	28	41	1,613	447	0,72	127,0	45	56
5—4	1,671	179	0,30	167	18	30	1,778	323	0,57	140,0	32	45
4—3	1,980	102	0,22	198	10	22	2,045	202	0,41	161,0	20	32
3—2	2,390	55	0,13	239	5	13	2,419	115	0,28	190,0	11	22
2—1	2,797	31	0,08	280	3	8	2,805	69	0,19	221,0	7	14

в гл. II общими положениями о зависимости уклонов от изменения сопротивлений при ледяном покрове.

§ 24. Построение зимних кривых подпора для речных русел

Приведенная выше методика построения зимних кривых подпора для широкого прямоугольного русла может быть с некоторыми незначительными изменениями применена и к естественным речным потокам. В самом деле, уравнение (135), выражающее чисто геометрическую зависимость между элементами зимней и летней кривых подпора на рассматриваемом участке, остается справедливым и для кривых подпора в речных руслах.

Уравнения же (131) и (131') для данного случая примут следующий вид:

$$\Delta y_A = \frac{Q^2 \Delta x}{(\omega_A^2 C_A^2 R_A)_{cp}} + \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\omega_{A-2}^2} - \frac{1}{\omega_{A-1}^2} \right) \quad (142)$$

и

$$\Delta y_B = \frac{Q^2 \Delta x}{(\omega_B^2 C_B^2 R_B)_{cp}} + \frac{Q}{2g} \left(\frac{1}{\omega_{B-2}^2} - \frac{1}{\omega_{B-1}^2} \right). \quad (143)$$

Решая, как и раньше, уравнения (142) и (143) относительно Q^2 и сравнивая результаты, получим:

$$\frac{\Delta y_B}{(\omega_B^2 C_B^2 R_B)_{cp}} - \frac{\Delta y_A}{(\omega_A^2 C_A^2 R_A)_{cp}} + \frac{I_A}{2g} \left(\frac{1}{\omega_{A-2}^2} - \frac{1}{\omega_{A-1}^2} \right) - \frac{I_B}{2g} \left(\frac{1}{\omega_{B-2}^2} - \frac{1}{\omega_{B-1}^2} \right) = 0$$

Как отмечалось выше, разностью третьего и четвертого членов этого уравнения можно пренебречь ввиду чрезвычайной малости ее. Тогда имеем:

$$\frac{\Delta y_3}{(\omega_a^2 C_a^2 R_a)_{cp}} = \frac{\Delta y_a}{(\omega_3^2 C_3^2 R_3)_{cp}}, \quad (144)$$

или

$$\Delta y_3 = \Delta y_a \left(\frac{\omega_a}{\omega_3} \right)_{cp}^2 \left(\frac{C_a}{C_3} \right)_{cp}^2 \left(\frac{R_a}{R_3} \right)_{cp}. \quad (145)$$

Принимая $R = \frac{\omega}{B} = H_{cp}$ и выражая C по формуле Маннинга, преобразуем уравнение (145) в нижеследующее:

$$\Delta y_3 = \Delta y_a \left(\frac{B_a}{B_3} \right)_{cp}^2 \left(\frac{n_{np}}{n_p} \right)_{cp}^2 \left(\frac{H_a}{H_3} \right)_{cp}^{\frac{10}{3}}. \quad (146)$$

Подставляя в уравнение (146) величину Δy_a из уравнения (135) и заменяя $\left(\frac{n_{np}}{n_p} \right)_{cp}^2 = (1 + \alpha^{1.5})^{\frac{4}{3}}$,

получим

$$\Delta H_2 = \Delta H_1 + \Delta y_a \left[\left(\frac{B_a}{B_3} \right)_{cp}^2 (1 + \alpha^{1.5})^{\frac{4}{3}} \left(\frac{H_a}{H_3} \right)_{cp}^{\frac{10}{3}} - 1 \right]. \quad (147)$$

Необходимо отметить, что для рассматриваемого случая естественного речного русла, когда B_3 может быть больше B_a , величина $H_{3, cp}$, как это ясно из фиг. 31, не равна $H_{a, cp} + \Delta H$.

Для приближения уравнения (147) к типу уравнения (137) мы сделаем следующие преобразования. Из фиг. 31 имеем:

$$B_3 H_{3, cp} = B_a H_{a, cp} + \frac{B_3 + B_a}{2} \Delta H, \quad (148)$$

откуда

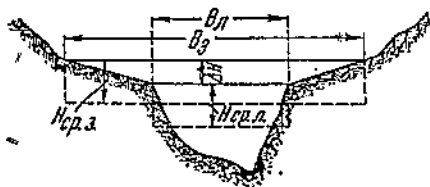
$$H_3 = \frac{1}{B_3} \left(B_a H_a + \frac{B_a + B_3}{2} \Delta H \right),$$

или полагая $B_3 = B_a + \Delta B$, получим:

$$H_3 = \frac{B_a}{B_3} \left[H_a + \left(1 + \frac{\Delta B}{2B_a} \right) \Delta H \right].$$

Предполагая, что на фиг. 31 изображено среднее для рассматриваемого участка сечение, получим:

$$H_{3, cp} = \left(\frac{B_a}{B_3} \right)_{cp} \left[H_a + \left(1 + \frac{\Delta B}{2B_a} \right) \Delta H \right]_{cp}. \quad (149)$$



Фиг. 31.

Подставляя из уравнения (149) величину $H_{з.ср}$ в уравнение (146), получим после преобразований:

$$\Delta H_2 = \Delta H_1 + \Delta y_{\text{ср}} \left[\left(\frac{B_3}{B_A} \right)_{\text{ср}}^{\frac{4}{3}} (1 + \alpha^{1.5})^{\frac{4}{3}} \left(\frac{H_A}{H_A + \left(1 + \frac{\Delta B}{2B_A} \right) \Delta H} \right)_{\text{ср}}^{\frac{10}{3}} - 1 \right]. \quad (150)$$

Из уравнения (150) видно, что с приближением ΔB к нулю уравнение (150) превращается в уравнение (137), полученное для широкого прямоугольного русла.

Из всего сказанного выше мы можем сделать следующие выводы.

1. Для всех участков речного потока, для которых $B_3 = B_A$ или B_3 очень мало отличается от B_A , построение зимней кривой подпора можно вести, используя зависимости, полученные нами для широкого прямоугольного русла.

2. Для тех же участков, для которых B_3 не может быть принято равным B_A , построение зимней кривой подпора необходимо вести по уравнению (150), решая его путем подбора при использовании графиков зависимости элементов живых сечений от наполнения русла.

Теперь перед нами встает чисто практический вопрос, в каких пределах изменения отношения $\frac{B_3}{B_A}$ мы можем при построении зимних кривых подпора без больших погрешностей пользоваться методикой, разработанной для широкого прямоугольного русла, применение которой значительно проще, чем непосредственное решение уравнения (147) или (150). Ввиду того что общее исследование этого вопроса вследствие сложности уравнения (150) чрезвычайно затруднительно, мы проведем сравнение результатов расчета для случаев $B_3 = B_A$ и $B_3 \neq B_A$, используя для этого сравнения данные табл. XXXIII по участку 7 (створы 7 и 8 фиг. 30).

Предварительно для удобства расчетов преобразуем уравнение (150), обозначив величину отношения $\frac{B_3}{B_A}$ на створе 8 через K причем величина $K > 1$. Так как в створе 7 величина $B_3 = B_A$, то¹

$$\left(\frac{B_3}{B_A} \right)_{\text{ср}} = \frac{B_A + B_3}{2B_A} = \frac{1 + K}{2} \text{ и } \left(1 + \frac{\Delta B}{2B_A} \right)_{\text{ср}} = \frac{3 + K}{4}$$

и уравнение (150) превратится в нижеследующее:

$$\Delta H_2 = \Delta H_1 + \Delta y_{\text{ср}} \left[\left(\frac{1 + K}{2} \right)^{\frac{4}{3}} (1 + \alpha^{1.5})^{\frac{4}{3}} \left(\frac{H}{H + \frac{K + 3}{4} \Delta H} \right)_{\text{ср}}^{\frac{10}{3}} - 1 \right]. \quad (151)$$

¹ Величина $\left(1 + \frac{\Delta B}{2B_A} \right)_{\text{ср}} = \frac{\left(1 + \frac{\Delta B}{2B_A} \right)_7 + \left(1 + \frac{\Delta B}{2B_A} \right)_8}{2}$. Так как в створе 7 величина $\Delta B = 0$, а в створе 8 величина $\frac{\Delta B}{B_A} = K - 1$, то после соответствующих преобразований получим:

$$\left(1 + \frac{\Delta B}{2B_A} \right)_{\text{ср}} = \frac{3 + K}{4}.$$

Затем, придавая значения величине K от 2,00 по 1,00, мы определим величину $\Delta H'_2$ из уравнения (151) и сравним её с величиной ΔH , полученной по уравнению (137'). Результаты подсчетов сводим в табл. XXXVI.

Таблица XXXVI

K	$\Delta H'_2$ по уравне- нию (151)	ΔH_2 по уравне- нию (137')	$\frac{\Delta H'_2}{\Delta H_2}$	Ошибка в процентах ΔH_2
2	0,331	0,253	1,31	31
1,4	0,289	0,253	1,14	14
1,2	0,272	0,253	1,07	7
1,1	0,263	0,253	1,04	4
1,05	0,258	0,253	1,02	2

Эти результаты показывают, что при величине $K > 1,1$ нельзя уже пренебрегать влиянием изменения B при зимнем увеличении наполнения русла, так как получаемая при этом величина ошибки в определении ΔH превышает практически допустимые размеры.

Отметим далее, что если уравнение (151) преобразовать так, как мы это сделали в своем месте с уравнением (137), то мы получим следующее приближенное уравнение, избавляющее нас от необходимости прибегать к кропотливому методу решения уравнения (151) путем подбора:

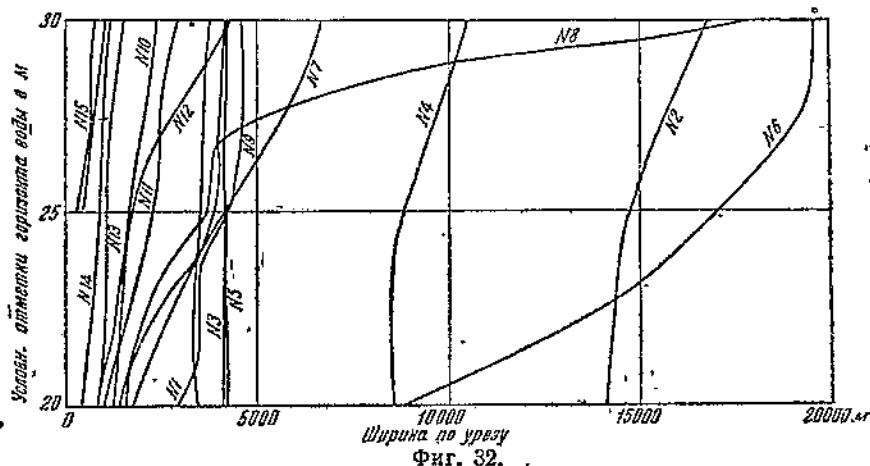
$$65 B m^2 \Delta H_2^2 + [130 B m^2 \Delta H_1 - 60 B m H_{cp} - 36 H_{cp}^2] \Delta H_2 + \\ + B [36 H_{cp}^2 - 60 m H_{cp} \Delta H_1 + 65 m^3 \Delta H_1^2] + \\ + 36 H_{cp}^2 (\Delta H_1 - \Delta y_s) = 0, \quad (151')$$

$$\text{где } B = \Delta y_s (1 + \alpha^{1,5})^{\frac{4}{3}} \left(\frac{1+K}{2} \right)^{\frac{4}{3}} \text{ и } m = \frac{3+K}{4}.$$

На основании изложенного выше мы можем высказать следующие практические соображения.

При построении зимних кривых подпора для речных русел желательно в целях упрощения расчетов пользоваться расчетными формулами, выведенными для широкого прямоугольного русла — уравнения (137') или (141) и (141'). Однако при разнице B_s и B_z свыше 10% это может повести к значительным ошибкам в сторону снижения зимней кривой подпора, причем эти ошибки будут достигать наибольшей величины в районе выклинивания кривой подпора, поэтому для этого района даже при 10-процентной разнице B_s и B_z расчет следует вести по более сложным уравнениям (150), (151) или (151').

Для иллюстрации возможных изменений величины B_3 при-
вотим фиг. 32, на которой даны графики зависимости вели-
чины B от наполнения русла в пределах возможных коле-
баний подпертых горизонтов для ряда поперечных профилей
реки № 1 (см. табл. XXIV). Как видно из фиг. 32, из 16 про-

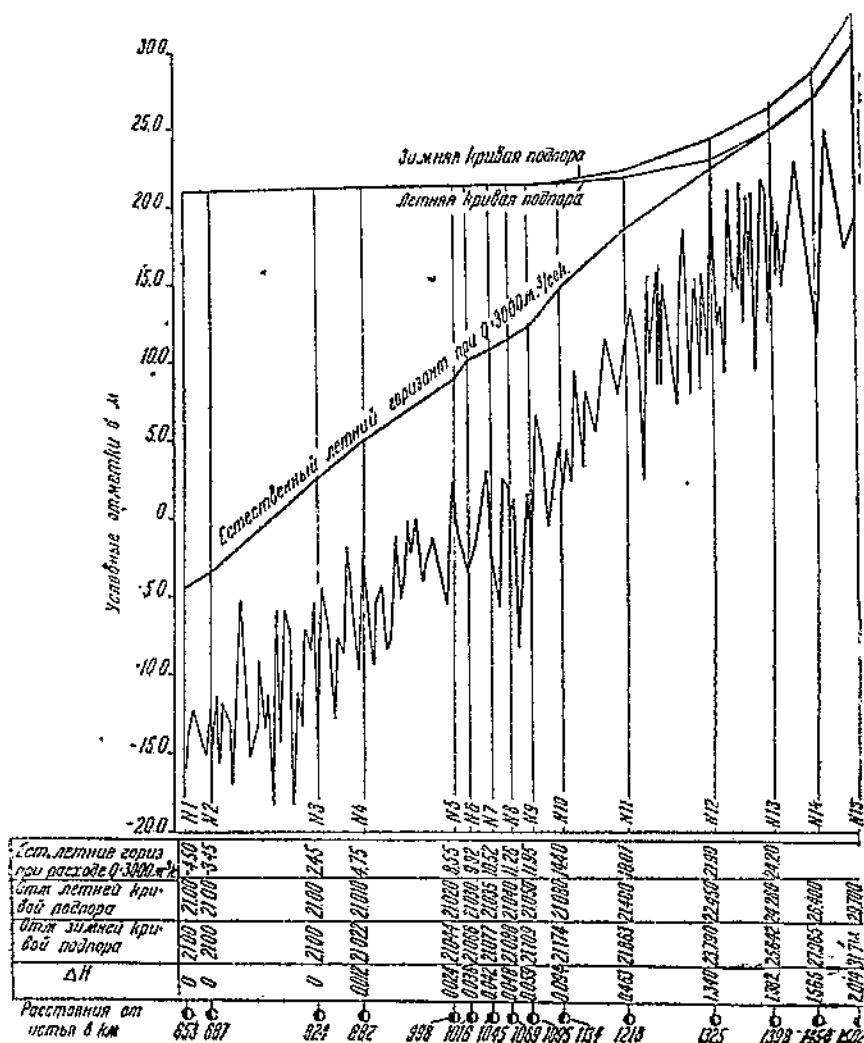


филей только два (№ 8 и № 6) могут дать при изменении
наполнения русла в пределах до 2 м (возможные колебания
горизонтов зимней и летней кривых подпора при одинаковых
 H_n и Q_3) значительное изменение ширины русла по урезу.

Таблица XXXVII

№ створов	Расстоя- ние между ними в км	Услов- ная отметка летней кривой подпора	$H_{ср}$	K	Δu_x	ΔH	Условная отметка зимней кривой подпора
№ 1 (плотина)	—	21,000	22,0	1	0	0	21,000
№ 2	40	21,000	12,3	1	0	0	21,000
№ 3	130,2	21,000	14,4	1	0	0	21,000
№ 4	56,6	21,010	10,2	1	0,01	0,012	21,022
№ 5	112,7	21,020	9,4	1	0,01	0,024	21,044
№ 6	36,7	21,030	5,4	1	0,01	0,036	21,066
№ 7	21,0	21,035	7,2	1	0,005	0,042	21,077
№ 8	18,5	21,040	19,6	1	0,005	0,048	21,088
№ 9	27,0	21,050	7,2	1	0,01	0,059	21,109
№ 10	40	21,080	12,2	1	0,03	0,094	21,174
№ 11	79,4	21,400	6,4	1	0,82	0,463	21,863
№ 12	111,8	22,450	4,2	1,04	1,05	1,340	23,790
№ 13	73,8	24,260	5,2	1,18	1,81	1,382	25,642
№ 14	57	26,400	5,0	1,22	2,14	1,565	27,965
№ 15	48	29,700	6,0	1,75	3,30	2,014	31,714

По урав-
нению (151) По уравнению (141)



Фиг. 33. Летние и зимние кривые подпора одной из плотин на реке № 1 при $Q = 3000 \text{ м}^3/\text{сек}$; отметка горизонта воды у плотины $\nabla = 21,0 \text{ м}$. (Летняя кривая построена по способу инж. Н. М. Бернадского.)

§ 25. Примеры построения зимних кривых подпора для речных русел

В качестве примера использования предлагаемого нами метода применим его для построения зимней кривой подпора одной из плотин на реке № 1 при начальной подпорной отметке $H_n = 21,00 \text{ м}$, расходе $Q = 3000 \text{ м}^3/\text{сек}$ и $n_d = 0,022$ или $\alpha = 0,87$. За исходную летнюю кривую нами принята кривая, построенная проектной организацией по способу инж. Н. М. Бернадского. На участке от плотины до створа № 11 определение величин ΔH_2 произведено по уравнению (141), а выше по уравнению (151). Основные данные подсчета

приведены в табл. XXXVII и изображены на фиг. 33. Как видно из этих данных, величина ΔH , для зимней кривой подпора, начиная от плотины, постепенно увеличивается и в районе выклинивания кривой подпора достигает величин порядка 2 м; эти же величины ΔH , как видно из данных фиг. 3, имеют место для данного участка этой реки в бытовых условиях.

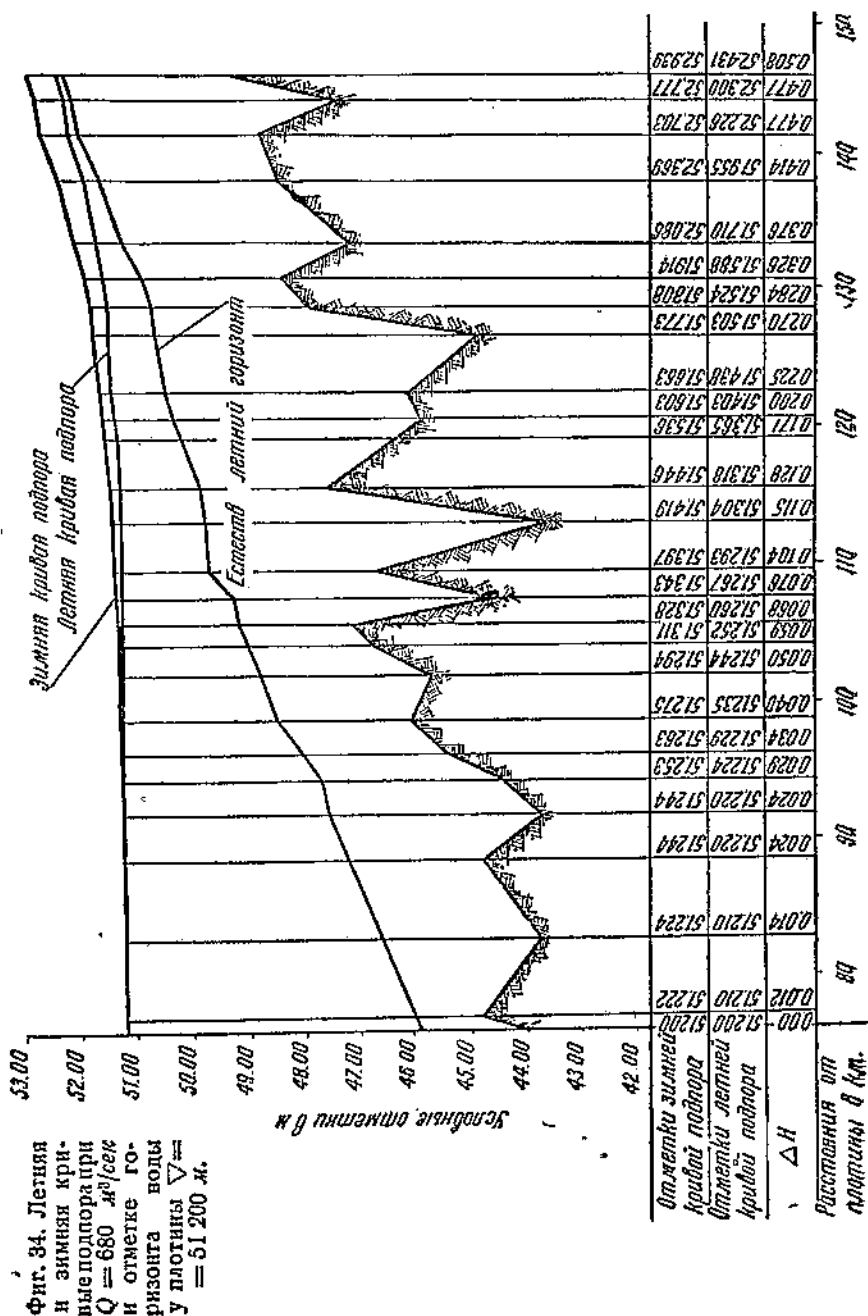
В качестве второго примера приводим вычисление зимней кривой подпора для другой реки по следующим данным: отметка у плотины 51,200 м, расход $Q = 630 \text{ м}^3/\text{сек}$ и $\alpha = 0,87$. За исходную летнюю кривую подпора принята проектная кривая подпора для тех же исходных данных. Основные результаты расчета приведены в табл. XXXVIII; построение кривых подпора — зимней и летней — дано на фиг. 34.

Таблица XXXVIII

№ створов	Расстояние от плотины в км	Отметка летней кривой подпора	Δu в м	ΔH в м	Отметка зимней кривой подпора	Примечание
I	76,2	51,200	—	0,000	51,200	1) Вычисление элементов зимней кривой подпора по уравнению (151) путем подбора
II	77,2	51,210	0,010	0,012	51,222	
III	82,8	51,210	0,000	0,014	51,224	2) От плотины до первого створа летняя кривая подпора при $Q = 680 \text{ м}^3/\text{сек}$ горизонтальна, поэтому подсчет зимней кривой начал только со створа I-го
IV	88,6	51,220	0,010	0,024	51,244	
V	91,9	51,220	0,000	0,024	51,244	
VI	94,4	51,224	0,004	0,029	51,253	
VII	96,3	51,229	0,005	0,034	51,263	
VIII	98,7	51,235	0,006	0,040	51,275	
IX	102,0	51,244	0,009	0,050	51,294	
X	104,2	51,252	0,008	0,059	51,311	
XI	105,7	51,260	0,008	0,068	51,328	
XII	107,6	51,267	0,007	0,076	51,343	
XIII	109,6	51,293	0,026	0,104	51,347	
XIV	113,2	51,304	0,011	0,115	51,419	
XV	115,7	51,318	0,014	0,128	51,446	
XVI	119,3	51,365	0,047	0,171	51,536	
XVII	120,7	51,403	0,038	0,200	51,603	
XVIII	122,6	51,438	0,035	0,225	51,663	
XIX	126,7	51,503	0,065	0,270	51,773	
XX	128,8	51,524	0,021	0,284	51,808	
XXI	130,9	51,588	0,064	0,326	51,914	
XXII	133,4	51,710	0,122	0,376	52,086	
XXIII	138,1	51,955	0,245	0,414	52,369	
XXIV	141,4	52,226	0,271	0,477	52,703	
XXV	144,0	52,300	0,074	0,477	52,777	
XXVI	145,8	52,431	0,131	0,508	52,939	

В приведенных выше примерах построения зимней кривой подпора для широкого прямоугольного и речного русла мы величину коэффициента шероховатости ледяного покрова выбрали произвольно.

При производстве практических расчетов выбор величины коэффициента шероховатости ледяного покрова, которую следует вводить в приведенные выше расчетные уравнения, представляет собой ввиду малой изученности этого вопроса задачу



еще более сложную, чем выбор величины коэффициента шероховатости русла при построении летней кривой подпора.

При выборе последней мы можем встретиться с двумя случаями: 1) гидрометрические наблюдения на данной реке полностью отсутствуют или весьма недостаточны; 2) имеются более или менее обширные гидрометрические наблюдения на ряде створов данной реки.

В первом случае величину коэффициента шероховатости русла выбирают по одной из существующих таблиц зависимости γ или n , от общих характеристик данного участка; во втором случае величины его для ряда створов подсчитывают из имеющихся гидрометрических наблюдений и распространяют полученные величины на другие створы, руководствуясь при этом их характером.

Аналогично этому нужно поступить и при выборе расчетной величины n , при построении зимней кривой подпора.

В первом случае придется руководствоваться общими соображениями, приведенными в § 21, и данными табл. XXX. Во втором случае, зная, для какого периода ледостава требуется построить зимнюю кривую подпора, и имея в пределах этого периода данные зимних гидрометрических наблюдений, мы можем величину n определить, используя метод подсчета, изложенный в § 19.

Из всего сказанного выше о построении зимних кривых подпора мы можем сделать следующие выводы.

1. Построение зимней кривой подпора проще всего вести, исходя из имеющейся летней кривой подпора для того же расхода Q , определяя увеличение наполнения ΔH для каждого расчетного створа.

2. Для широкого прямоугольного русла расчетным уравнением служит уравнение (137'), в котором все величины, за исключением ΔH_z , известны. Уравнение решается путем подбора.

3. При предварительных подсчетах, когда не требуется особой точности, можно для сокращения счетной работы пользоваться приближенными уравнениями (141) и (141'), имея, однако, в виду, что первое из них дает некоторое искажение нормальной картины распределения величины ΔH вдоль кривой подпора.

4. Для речного русла, когда B_z отличается от B_x не более чем на 10%, можно построение зимней кривой подпора вести по тому же уравнению (137').

В противном случае нужно пользоваться уравнением (151) или (151').

5. Величину расчетного коэффициента шероховатости ледяного покрова в зависимости от наличия или отсутствия на реке гидрометрических наблюдений следует или получать расчетом или выбирать по табл. XXX на основании общих соображений, приведенных в конце гл. III.

Построение зимних кривых подпора имеет несомненный практический интерес при рассмотрении вопроса о затоплении и подтоплении прибрежных земель. Как показывают приведенные выше расчеты, при одном и том же начальном подпоре у плотины и одном и том же расходе зимние кривые подпора в районе выклинивания идут значительно выше летних. Поэтому обычное определение полосы затопления и подтопления, основанное только на горизонтах меженных летних кривых подпора, может оказаться значительно преуменьшенным.

§ 26. Сопоставление теоретически вычисленных зимних кривых подпора с наблюдаемыми в натуре

В заключение приведем некоторые данные наблюдений над зимним подпертым состоянием реки, которые в основном подтверждают результаты применения предлагаемого нами способа построения зимних кривых подпора.

Приведенные выше табл. XXVIII и XXIX, содержащие результаты наблюдений над зимним режимом подпертой части реки № 4 (см. табл. XXIV), показывают, что:

- 1) для одного и того же створа ΔH_n всегда меньше ΔH_e ;
- 2) ΔH_n возрастает по мере удаления от плотины.

Мы полагаем, что эти данные, по крайней мере качественные, подтверждают правдоподобность нашего подхода к построению зимних кривых подпора, так как картина распределения вдоль кривой подпора и соотношения ΔH_n и ΔH_e , получаемые при применении предположенных нами расчетных уравнений, подтверждаются фактическими наблюдениями.

Упомянутые выше материалы по реке № 4 позволяют сделать еще одну, но уже количественную проверку предлагаемого нами метода построения зимних кривых подпора.

Проверка эта заключается в следующем:

1) на основании наблюдаемых однодневных величин зимнего бытового подпора ΔH_e по водомерным постам створов I и IV, приведенных в упомянутой выше работе проф. В. М. Родевича, определяем величину коэффициента $\alpha = \frac{n_n}{n_p}$, характеризующую шероховатость ледяного покрова;

2) имея величину α , строим по уравнению (137') зимнюю кривую подпора, начиная от плотины, для расхода, соответствующего дню определения величины α , и сравниваем по створам I и IV полученные отметки зимней кривой подпора с наблюдаемыми.

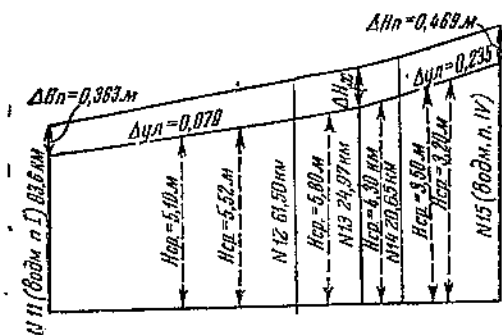
Для подсчетов, связанных с этой проверкой, мы остановились на данных табл. XXVIII и XXIX, отвечающих дате 2/II 1927 г.

Выбор именно этой даты обусловлен следующими соображениями:

1. Как видно из таблиц, расходы, замеренные в этот день как у плотины, так и у истока, были почти одни и те же —

291,7 м³/сек (30 саж³/сек) и, следовательно, режим реки можно было считать установившимся.

2. Для этого расхода 291,7 м³/сек (30 саж³/сек) в материалах строительства имеются подсчеты летней кривой подпора для условных отметок у плотины 16,57 м (7,77 саж.) и 15,76 м (7,39 саж.).



Фиг. 35.

К приведенным ниже подсчетам необходимо сделать следующие пояснения.

1. Исходная летняя кривая подпора для $Q = 291,7$ м³/сек и отметки у плотины 16,300 м (7,64 саж.), отвечающей дате наблюдений 2/II 1927 г., была получена интерполяцией кривых, отвечающих отметкам у плотины 16,57 и 15,76 м.

2. Средние глубины для расчетных участков $H_{ср}$ были получены на основании графиков зависимости геометрических элементов русла от наполнения, приведенных в материалах строительства.

3. Величины $H_{ср}$ для объединенных участков створ № 11—створ № 13 и створ № 13—створ № 15 (фиг. 35) при подсчете коэффициента α были получены как средневзвешенные для величин $H_{ср}$ промежуточных участков и оказались равными для первого участка 5,524 м, а для второй 3,498 м.

Определение величины коэффициента α было произведено следующим образом. Как видно из табл. XXIX и XXX, наблюденные величины зимнего подпора на 2/II 1927 г. были:

для водомерного поста I — 0,383 м (0,18 саж.)
для водомерного поста IV — 0,469 м (0,22 саж.)

Применяя уравнение (137') к участкам створ № 11—створ № 13—створ № 15¹, получим:

$$\Delta H_x = 0,383 + 0,079 \left[(1 + \alpha^{1,5})^{\frac{4}{3}} \left(\frac{5,524}{5,524 + \frac{\Delta H_x + 0,383}{2}} \right)^{\frac{0}{3}} - 1 \right];$$

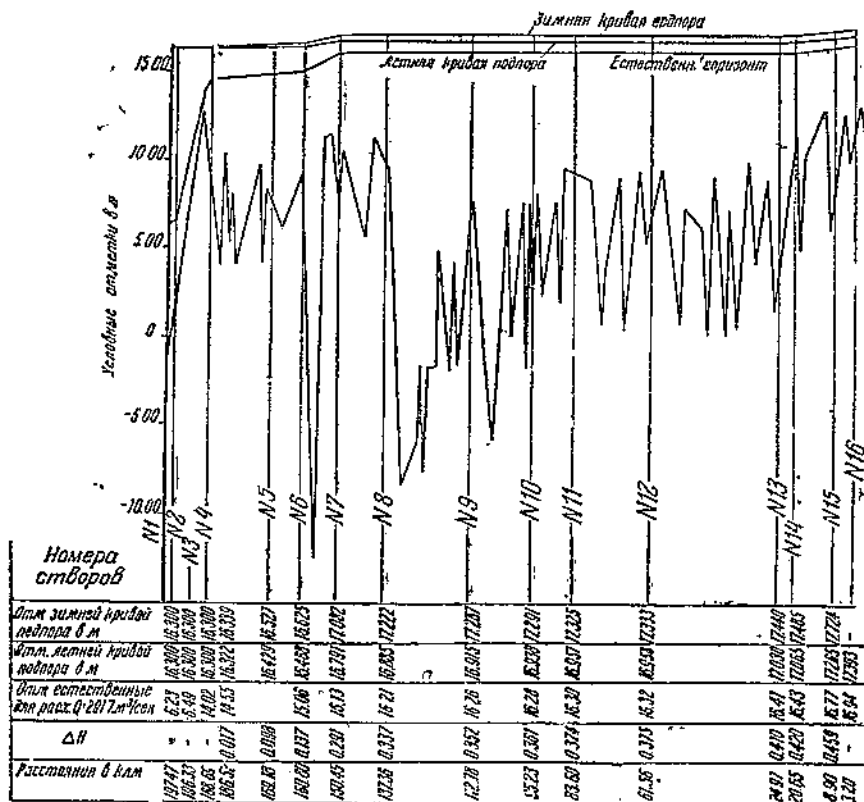
$$0,469 = \Delta H_x + 0,235 \left[(1 + \alpha^{1,5})^{\frac{4}{3}} \left(\frac{3,498}{3,498 + \frac{\Delta H_x + 0,469}{2}} \right)^{\frac{10}{3}} - 1 \right],$$

¹ Ввиду того что зимние подпоры на рассматриваемой реке вообще незначительны, B_z будут близки к B_n , вследствие чего согласно сказанному выше можно воспользоваться уравнением (137') вместо уравнения (151).

откуда

$$\frac{\Delta H_x - 0,304}{0,079} = (1 + \alpha^{1,5})^{\frac{4}{3}} \left(\frac{5,524}{5,524 + \frac{\Delta H_x + 0,383}{2}} \right)^{\frac{10}{3}}; \quad (152)$$

$$\frac{0,704 - \Delta H_x}{0,235} = (1 + \alpha^{1,5})^{\frac{4}{3}} \left(\frac{3,498}{3,498 + \frac{\Delta H_x + 0,469}{2}} \right)^{\frac{10}{3}}. \quad (153)$$



Фиг. 36. Летние и зимние кривые подпора плотины на реке № 4.
 $Q = 291,3 \text{ м}^3/\text{сек}$; отметка горизонта воды у плотины
 $\nabla = 16,300 \text{ м}$. (Летняя кривая построена по материалам строительства)

Разделив уравнение (152) на (153), получим:

$$\frac{\Delta H_x - 0,304}{0,704 - \Delta H_x} = 1,542 \left(\frac{3,734 + 0,5\Delta H_x}{5,716 + 0,5\Delta H_x} \right)^{\frac{10}{3}}. \quad (154)$$

Решая уравнение (154) подбором, получим:

$$\Delta H_x = 0,418 \text{ м}.$$

Из уравнения (153), подставляя найденное значение ΔH_x , получим:

$$(1 + \alpha^{1,5})^{\frac{4}{3}} = 1,815, \quad (154')$$

откуда $\alpha = 0,68$.

Зная величину α , по уравнению (137') строим зимнюю кривую подпора начиная от плотины.

Результаты применения уравнения (137') к отдельным расчетным участкам рассматриваемой реки даны в табл. XXXIX, кроме того, на фиг. 36 построены летняя и зимняя кривые подпора, соответствующие расходу $291,7 \text{ м}^3/\text{сек}$, отметке у плотины $16,300 \text{ м}$ и $\alpha = 0,68$.

Таблица XXXIX

№ створов	Расстояние от устья в км	Естественный горизонт в м	Условная отметка летней кривой подпора	Δu_x в м	$H_{ср}$ в м	ΔH_1 в м	ΔH_2 в м	Условная отметка зимней кривой подпора в м
№ 1 (плотина)	197,47	6,23	16,300	—	—	—	—	16,300
№ 2	196,33	6,49	16,300	—	—	—	—	16,300
№ 3	188,69	14,02	16,300	—	—	—	—	16,300
№ 4	186,52	14,55	16,322	0,021	3,004	0,000	0,018	16,339
№ 5	169,18	—	16,429	0,107	5,409	0,018	0,098	16,527
№ 6	160,80	15,05	16,488	0,060	4,205	0,098	0,133	16,625
№ 7	150,45	16,13	16,791	0,303	3,706	0,136	0,290	17,082
№ 8	137,36	16,21	16,885	0,094	5,208	0,290	0,337	17,222
№ 9	112,78	16,26	16,915	0,030	6,008	0,337	0,352	17,267
№ 10	95,23	16,28	16,930	0,015	7,412	0,352	0,361	17,291
№ 11 (водом. п. I)	83,60	16,30	16,951	0,021	6,510	0,361	0,373	17,325
№ 12	61,56	16,32	16,958	0,006	5,108	0,373	0,376	17,333
№ 13	24,97	16,41	17,030	0,073	5,810	0,376	0,410	17,440
№ 14	20,65	16,43	17,065	0,034	4,306	0,410	0,420	17,485
№ 15 (водом. п. IV)	8,90	16,77	17,265	0,200	3,205	0,420	0,459	17,724
№ 16	3,20	16,94	17,393	0,128	2,302	0,459	—	—

Сравнение для водомерных постов I и IV отметок зимней кривой подпора, полученных подсчетом и наблюдаемых 2/II 1927 г. (см. табл. XXX), приведено в табл. XXXIX а.

Таблица XXXIXа

Наименование постов	Условные отметки зимней кривой подпора		Разница
	вычисленные	наблюдаемые 2/II 1927 г.	
Водомерн. пост I	17,325	17,328	—0,003
Водомерн. пост IV	17,724	17,733	—0,009

Как видно из табл. XXXIXa, мы можем считать, что предложенный нами метод построения зимних кривых подпора при правильно выбранном значении характеристики шероховатости ледяного покрова дает результаты, очень близкие к действительности.

В заключение полезно будет остановиться на вопросе о влиянии коэффициента шероховатости ледяного покрова на расположение и конфигурацию зимних кривых подпора. Для освещения этого вопроса мы в табл. XL приводим данные подсчета зимних кривых подпора для реки № 4, соответствующие расходу $291,7 \text{ м}^3/\text{сек}$ и отметке у плотины $16,300 \text{ м}$ при разной шероховатости ледяного покрова, характеризующей следующими величинами:

$$\alpha = 0,25; \alpha = 0,68; \alpha = 0,79 \text{ и } \alpha = 1,00.$$

Таблица XL

№ створов	Расстояние от плотины в км	Условная отметка ледяной кривой подпора Δz	Условные отметки зимней кривой подпора ∇_z при:				Величины ΔH при:			
			$\alpha = 0,25$	$\alpha = 0,68$	$\alpha = 0,79$	$\alpha = 1,00$	$\alpha = 0,25$	$\alpha = 0,68$	$\alpha = 0,79$	$\alpha = 1,00$
№ 1 (плотина)	0	16,300	16,300	16,300	16,300	16,300	0	0	0	0
№ 2	1,14	16,300	16,300	16,300	16,300	16,300	0	0	0	0
№ 3	8,78	16,300	16,300	16,300	16,300	16,300	0	0	0	0
№ 4	10,95	16,322	16,327	16,339	16,346	16,356	0,005	0,018	0,024	0,034
№ 5	28,29	16,429	16,451	16,527	16,553	16,608	0,022	0,098	0,124	0,179
№ 6	36,67	16,488	16,521	16,625	16,660	16,736	0,033	0,136	0,172	0,248
№ 7	47,02	16,791	16,858	17,082	17,147	17,292	0,067	0,290	0,356	0,501
№ 8	60,11	16,885	16,965	17,222	17,298	17,463	0,080	0,337	0,413	0,578
№ 9	84,69	16,915	16,909	17,267	17,345	17,518	0,084	0,352	0,430	0,603
№ 10	102,24	16,930	17,016	17,291	17,371	17,548	0,086	0,361	0,441	0,618
№ 11	114,00	16,951	17,040	17,325	17,405	17,567	0,089	0,373	0,454	0,618
№ 12	135,91	16,958	17,046	17,333	17,413	17,588	0,089	0,376	0,456	0,630
№ 13	172,50	17,030	17,127	17,440	17,505	17,726	0,097	0,410	0,475	0,696
№ 14	176,82	17,065	17,165	17,685	17,554	17,790	0,100	0,420	0,489	0,725
№ 15	189,00	17,265	17,376	17,724	17,802	18,030	0,111	0,459	0,537	0,765
№ 16	194,27	17,393	17,504	—	17,932	—	0,111	—	0,537	—

Приведенные в табл. XL данные, послужившие для построения зимних кривых подпора, изображенных на фиг. 37, показывают, что с увеличением шероховатости ледяного покрова происходит значительный подъем зимних кривых подпора, особенно в районе их выклинивания

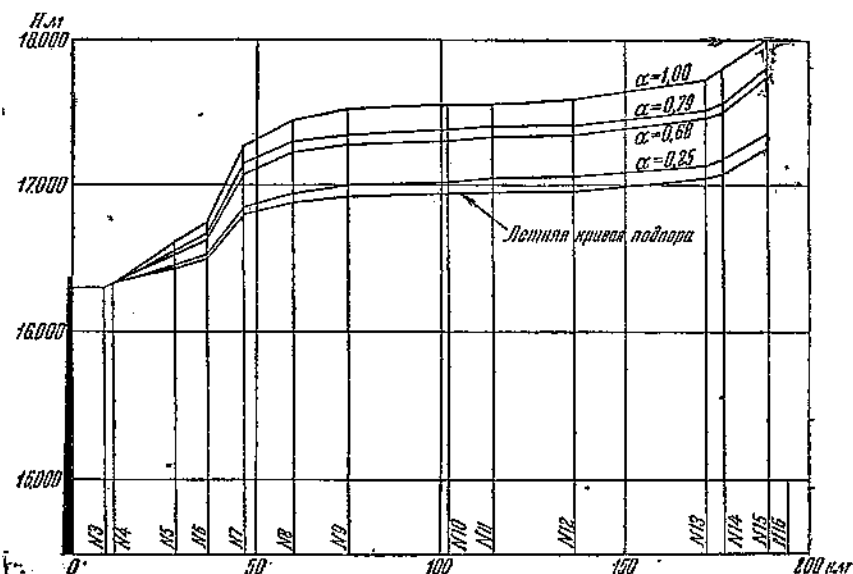
§ 27. Дальнейшие приложения теории неравномерного движения потока под ледяным покровом

В качестве дальнейшего приложения теории неравномерного движения потока под ледяным покровом, изложенной в гл. II, укажем, что эту теорию можно применить:

а) во-первых, для выявления гидравлической сущности трансформации продольного профиля естественных водотоков после их замерзания;

б) во-вторых, к проектированию продольных профилей естественных водотоков под ледяным покровом¹.

Останавливаясь на первом вопросе, рассмотрим трансформацию зимнего продольного профиля реки № 1 (см. табл. XXIV) в районе гидроствора I. На этом участке (фиг. 38) длиной около 7 км расположено 5 водомерных постов, по которым имеются вполне достоверные наблюдения за 1933—1934 и 1934—1935 гг.



Фиг. 37. Зимние кривые подпора при различных значениях α .

В плане этот участок (фиг. 38) от водомерного поста УГМС (водомерный пост Управления гидрометрической службы) до водомерного поста № 2 — гидроствор — почти прямолинеен со средней шириной в межень около 900 м; ниже поста № 2 происходит значительное расширение межженного русла реки, причем в конце рассматриваемого участка в створе проектируемой плотины ширина межженного русла достигает 1400 м.

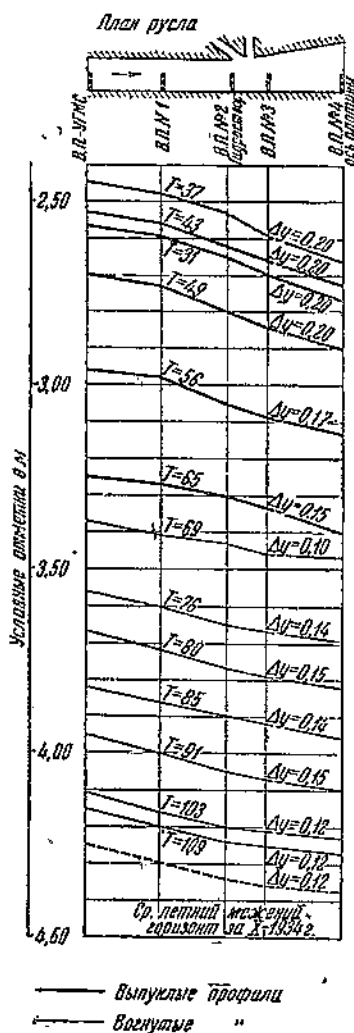
¹ Потребность в таком проектировании зимних продольных профилей может встретиться для крупного водотока при составлении проекта организации производства работ, при которых бытовые условия потока будут в большей или меньшей степени искажены, вследствие чего имеющиеся гидрометрические наблюдения за прошлое время не смогут непосредственно дать освещения зимнего режима потока во время производства работ.

На фиг. 38 сопоставлены: средний меженный профиль горизонтов воды на рассматриваемом участке (за октябрь 1934 г.) и зимние продольные профили за все дни производства замеров расходов за зиму 1934—1935 гг. На этом чертеже выпуклые зимние профили показаны жирными линиями, вогнутые — тонкими и средний меженный летний горизонт — пунктиром. Кроме того, над каждым профилем выписаны соответственные числа дней после ледостава T и полное падение на участке Δu в м.

Летний меженный продольный профиль горизонтов воды на рассматриваемом участке имеет вид вогнутой кривой, что вполне отвечает характеру кривых поверхности в свободных расширяющихся вниз по течению руслах, рассмотренных в § 14.

Первые 6 зимних профилей, относящихся к началу и середине зимы 1934—1935 г., имеют ясно выраженную выпуклую форму¹; с 69-го дня после ледостава, т. е. примерно со середины февраля, кривая поверхности начинает меняться, постепенно приобретая вогнутую форму, которая характерна на этом участке для летних меженных расходов. Кривые поверхности конца ледостава (91-й, 103-й и 109-й дни) очень близки к среднему меженному летнему профилю.

Это трансформирование профилей в течение одной и той же зимы объясняется следующими обстоятельствами. Материалы ледовых съемок, произведенных на этом участке зимой 1934—1935 г., показали, что в начале зимы под ледяным покровом имелись массы шуги, количество которой увеличивалось вниз по течению (фиг. 22). Таким образом в начале зимы мы имеем условия, при которых ледовые сопротивления возрастали вниз по течению. В § 11 и 18 было пока-



Фиг. 38.

¹ Два профиля для $T=6$ и $T=10$, не помещенные на чертеже из-за недостатка места, также имеют выпуклую форму.

зано, что этому случаю распределения сопротивлений вдоль потока отвечают выпуклые кривые поверхности.

К середине зимы шуги осталось сравнительно немного (фиг. 23б) и она продолжала рассасываться, вследствие чего состояние рассматриваемого участка в отношении ледовых сопротивлений стало приближаться к рассмотренному выше в § 15 случаю расширяющегося русла при постоянной вдоль потока шероховатости ледяного покрова, которому свойственны вогнутые кривые поверхности, расположенные несколько выше кривых свободного потока при том же расходе. Эти кривые и наблюдались в действительности. Падение величины Δu с 0,020 до 0,012 м (фиг. 38), по мере увеличения числа дней после ледостава, характеризующее постепенное уменьшение ледовых сопротивлений, также соответствует изложенным выше взглядам о характере этих сопротивлений.

Не останавливаясь подробно на проектировании зимних продольных профилей естественных водотоков в бытовом состоянии, мы можем отметить, что при наличии детальной съемки рассматриваемого участка реки, характеризующей изменимость русла по длине, и данных, характеризующих общие условия зимнего режима реки на этом участке, можно путем применения методов, изложенных в § 9—17, прийти к построению искомого продольного профиля.

Схематическим решением такой задачи являются примеры, приведенные в § 16 (см. также фиг. 17 и 18).

В заключение настоящего параграфа отметим, что приведенные в нашей работе теоретические обоснования движения потока под ледяным покровом могут быть использованы для уточнения решения чрезвычайно важного для гидротехники и гидроэнергетики вопроса об определении величины зимнего стока при отсутствии многолетних данных о зимних расходах.

В разное время для этой цели был предложен ряд так называемых гидравлических формул (В. Н. Гончаров, С. И. Коллупайло, Ф. И. Быдин), общий вид которых следующий:

$$K = \frac{Q_2}{Q_1} = a \left(1 - \frac{z}{H}\right)^m \frac{n_1}{n_2} \left(\frac{i_2}{i_1}\right)^{0,5},$$

где a и m — некоторые параметры и z — величина погружения льда.

Эти формулы не получили распространения, так как за неимением правильных представлений о величинах I_2 и n_2 последние принимались равными I_1 и n_1 , что приводило к несоответствию результатов расчета с действительностью.

Несколько позднее появился так называемый гидрометеорологический способ подсчета зимнего стока проф. А. В. Огиевского, в скрытом виде содержащий зависимость шероховатости ледяного покрова от числа дней после ледостава и темпера-

турных условий зимы, но не учитывающий изменений уклонов при вхождении потока под ледяной покров.

Нам представляется, что соответствующее использование приведенных выше зависимостей зимних уклонов от характера распределения вдоль потока ледовых сопротивлений и шероховатости ледяного покрова от числа дней после ледостава и интенсивности ледообразования может дать более обоснованную методику для подсчета многолетнего зимнего стока.

Глава V

Сопоставление основных положений и выводов гидравлики потока под ледяным покровом с данными наблюдений в натуре

§ 28. Общие соображения

Предыдущие разделы были посвящены изложению теоретических обоснований гидравлики потока под ледяным покровом и ее приложениям к решению практических задач. Все изложенное в этих разделах является результатом наших собственных работ и не может быть подтверждено ссылкой на какие-либо авторитеты. Это обязывает основные теоретические положения и выводы подтвердить результатами соответствующих экспериментальных исследований. Насколько нам известно, лабораторных исследований движения потока под ледяным покровом не имеется, нам тоже не представилось возможным их организовать. Поэтому приходится обратиться к результатам работ по изучению зимнего режима различных рек и данным гидрометрических работ по определению зимних расходов и в них искать подтверждения теоретических выводов.

Этот путь нами частично был уже использован в предыдущем изложении, так, например: в § 5 для определения величины показателя степени параболы, принятой в качестве кривой распределения скоростей по вертикали и установления близкого сходства теоретических кривых распределения скоростей с кривыми, наблюденными в натуре; в § 21 для подтверждения положения о том, что коэффициент шероховатости ледяного покрова в подпертых бьефах меньше, чем в реках в бытовых условиях, и в § 26 при сопоставлении теоретически вычисленных зимних кривых подпора с наблюдениями. В настоящей главе мы, по возможности, в систематизированном виде приводим дальнейшие обоснования основных теоретических положений и выводов гидравлики потока под ледяным покровом, используя результаты и материалы упомянутых наблюдений в натуре.

§ 29. Сопоставление отдельных положений гидравлики потока под ледяным покровом с данными наблюдений в натуре

а) Основное положение гидравлики потока под ледяным покровом может быть сформулировано следующим образом: „При появлении ледяного покрова гидравлические сопротивления в потоке возрастают. При равномерном движении это увеличение сопротивлений проявляется: при сохранении одинакового наполнения (первая расчетная схема) — в уменьшении пропускаемого расхода, каковое уменьшение оценивается коэффициентом $K = \frac{Q_2}{Q_1}$; при сохранении пропускаемого расхода (вторая расчетная схема) — в соответствующем увеличении наполнения ΔH ; при уменьшении ледовых сопротивлений увеличивается значение K и уменьшается величина ΔH “.

Подтверждение этого положения можно найти во всех материалах зимних гидрометрических наблюдений при соответствующей обработке их. Ниже в табл. ХLI мы приводим величины K и ΔH , полученные путем обработки наблюдений на гидрометрическом створе I реки № 1 (см. табл. XXIV). В левой части таблицы даны величины $K = \frac{Q_2}{Q_1}$, полученные как отношение замеренного зимнего расхода к расходу, отвечающему наблюденному зимнему уровню, но полученному по кривой $Q = f(H)$ для открытого русла. В правой части таблицы даны превышения наблюденного зимнего уровня, при котором наблюдался расход $Q_2 = 2348 \pm 5\%$ ¹, над горизонтом — 5,00 м, при котором этот расход проходит в условиях открытого русла. На фиг. 39 дана графическая иллюстрация правой части табл. ХLI.

Таблица ХLI

Величины K		Величины ΔH					
Дата наблюдений	Величина $K = \frac{Q_2}{Q_1}$	Зима 1932—1933		Зима 1933—1934		Зима 1934—1935	
		число дней после ледо- става	ΔH	число дней после ле- достава	ΔH	число дней после ледо- става	ΔH
1932—1933 г.							
24/XII	0,39	15	1,12	38	1,24	34	1,96
27/XII	0,47	74	0,76	51	0,83	42	1,71
30/XII	0,51	87	0,50	58	0,63	65	1,02
3/I	0,53	96	0,38	66	0,36	69	0,98
16/I	0,53	97	0,31	71	0,25	76	0,67
18/I	0,54			74	0,17	80	0,62
27/I	0,54			116	0,05	85	0,50
6/II	0,55					91	0,35
16/II	0,57					97	0,28
11/III	0,61					103	0,26

¹ Учитывая, что точность зимних измерений расходов не превосходит 5%

Как видно из этих данных, с течением времени, по мере уменьшения ледовых сопротивлений, величины K растут, а величины ΔH уменьшаются.

б) В § 3 теоретически было обосновано положение, что „при неравномерном движении в потоке под ледяным покровом происходит как увеличение его наполнения, так и изменение уклона поверхности по сравнению со свободным потоком при том же расходе Q , причем указанные выше изменения должны удовлетворять следующему условию: $\omega_3 I_3 > \omega_4 I_4$ “.

Ниже приводим совмещенные продольные профили горизонтов воды реки № 1 на участке от створа № 1 до створа № 14 (см. фиг. 40), соответствующие прохождению одного и того же расхода $Q = 2300 \text{ м}^3/\text{сек}$ в различные моменты зимы 1923—1933 г.¹, а именно 30/XII 1932 г., 27/I 1933, 11/III 1933 г., 20/III 1933 г. и 13/X 1932 г. в условиях свободного русла. Соответствующие уклоны в размерности 10^{-6} выписаны над линиями профилей. Фиг. 40 показывает, что при сохранении общей тенденции уменьшения ΔH^2 к концу зимы зимние уклоны по сравнению с летними изменяются как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения. Несмотря на уменьшение в некоторых случаях зимних уклонов, полученные на основании наблюдений соотношения $\omega_3 I_3$ и $\omega_4 I_4$ (характеризующие сопротивления в потоке под ледяным покровом и в свободном потоке) соответствуют, как это видно из табл. XLII, высказанному выше (стр. 18) теоретическому положению.

в) В конце § 3 было установлено, что вне зависимости от величины показателя степени m параболы, принятой в качестве кривой распределения скоростей по вертикали, для широкого прямоугольного русла средние скорости в частях живого сечения, лежащих выше и ниже поверхности раздела AB , должны быть равны между собой. То же было установлено в § 5 для русел конечной ширины.

Ниже на фиг. 41 приводим одну из эпюр распределения скоростей по вертикали, полученных 10-точечным методом измерения скоростей³ на вертикалях гидроствора на реке № 1 в зиму 1935/36 г.

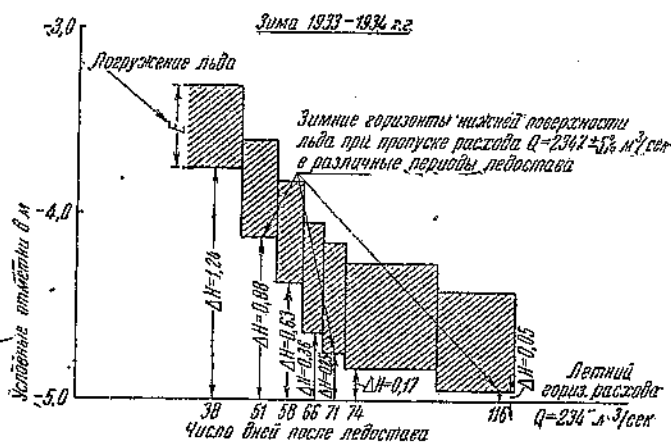
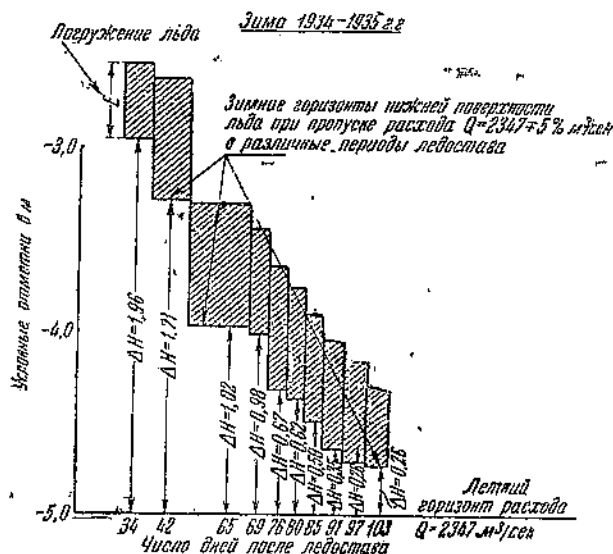
Площадь верхней части эпюры равна

$$\omega_1 = \frac{1}{2} [(29 + 33) \cdot 4 + (33 + 34) \cdot 4 + (34 + 35) \cdot 5 + (35 + 37) \cdot 5 + (37 + 38) \cdot 9 + (38 + 40) \cdot 10] = 1339 \text{ мм}^2.$$

¹ Отметки зимних горизонтов взяты по нижней поверхности льда.

² На фиг. 40 величина ΔH может быть получена путем вычитания из отметки соответствующего зимнего горизонта отметки горизонта 13/X 1932 г.

³ Обычно при определении зимних расходов довольствуются 5-точечным методом измерения скоростей на вертикалях. Увеличение числа точек измерения скоростей до 10 введено по нашему предложению, как экспериментальная попытка уточнить очертание зимних кривых распределения скоростей по вертикали.



Фиг. 39.

Средняя скорость равна¹:

$$\bar{u}_1 = \frac{\omega_1}{x_0} = \frac{1339}{36} = 37,3 \text{ мм, или } 0,373 \text{ м/сек.}$$

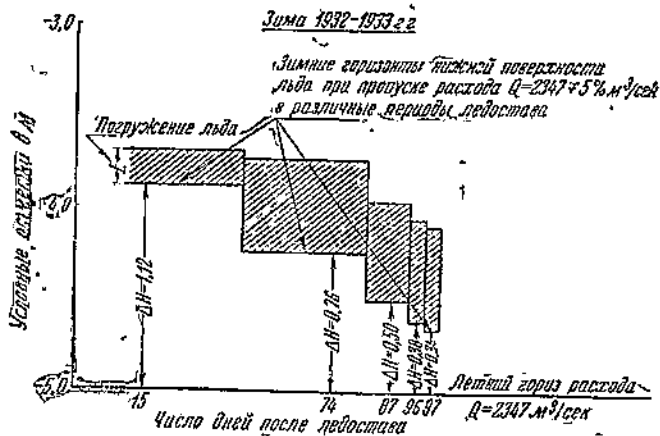
Площадь нижней части эпюры равна:

$$\omega_2 = \frac{1}{2} [(40+39) \cdot 35 + (39+25) \cdot 16] = 1930 \text{ мм}^2.$$

Средняя скорость равна:

$$\bar{u}_2 = \frac{\omega_2}{H + \Delta H - x_0} = \frac{1930}{52} = 37,2 \text{ мм, или } 0,372 \text{ м/сек.}$$

¹ Масштаб скоростей на фиг. 41 был принят 1 см = 0,1 м/сек.



Фиг. 39

Фиг. 40. Продольные профили мгновенных горизонтов реки № 1 на участке створ № 12—створ № 1 для одного и того же расхода $Q=2300 \text{ м}^3/\text{сек}$ в различные моменты ледостава. (Горизонты взяты по нижней поверхности ледяного покрова.)

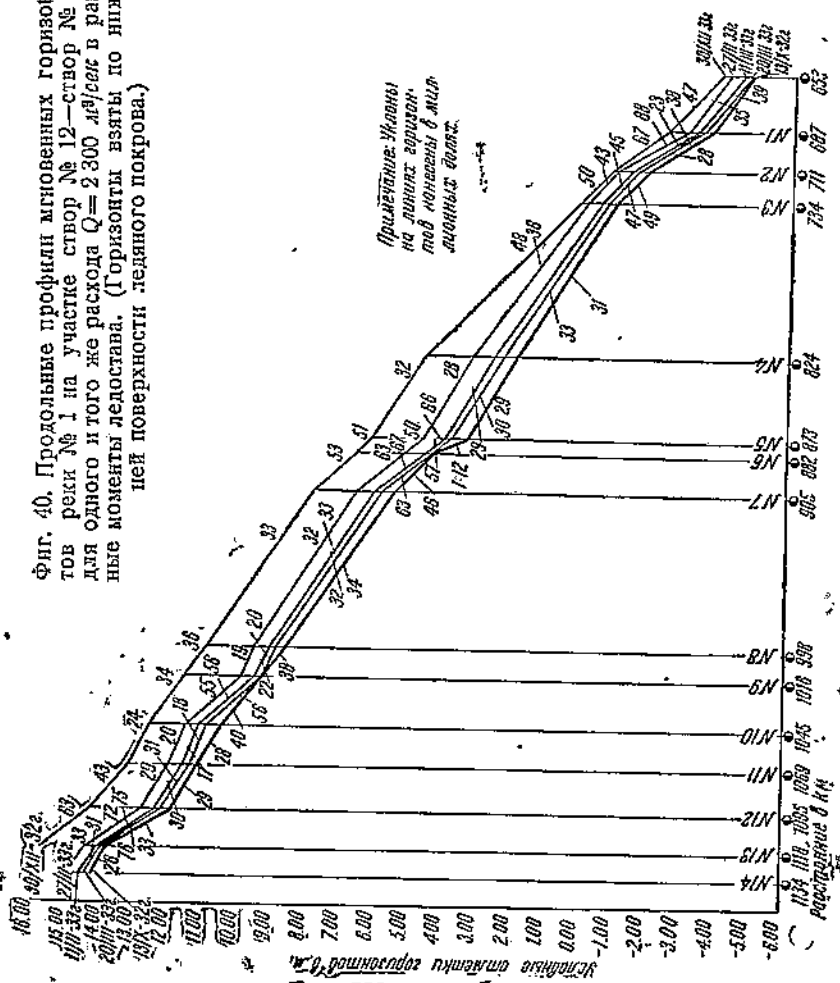
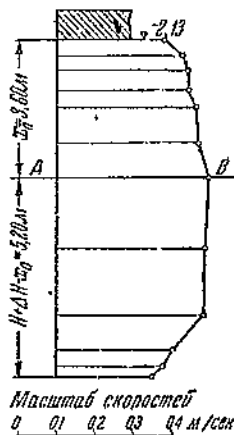


Таблица XLII

Участки		Участки	Зимние условия 30/XII 1932 г.			Летние условия 13/X 1932 г.			Отношение $\frac{\gamma\omega_2 I_2}{\gamma\omega_1 I_1}$
			$\omega_{ср}$	$I_2 \cdot 10^{-6}$	$\gamma\omega I_2$ в кг	$\omega_{ср}$	$I_1 \cdot 10^{-6}$	$\gamma\omega I_1$ в кг	
Стор № 14 — створ № 13	1	—	—	—	—	7 400	26	133	—
„ № 13 — „ № 12	2	8 000	63	505	5 800	83	480	1,05	
„ № 12 — „ № 11	3	8 200	43	340	6 200	29	180	1,89	
„ № 11 — „ № 10	4	9 000	24	215	7 000	28	196	1,10	
„ № 10 — „ № 9	5	12 400	34	420	8 900	40	356	1,18	
„ № 9 — „ № 8	6	12 000	36	434	8 300	38	316	1,37	

Приведенный подсчет показывает, что теоретическое положение о равенстве средних скоростей $\bar{u}_1$ и $\bar{u}_2$ полностью подтверждается результатами специально поставленных уточненных измерений в натуре.

Вертикаль в 1174 м от берега
замер 20-II-1936 г.



Фиг. 41.

г) В § 23—25 при рассмотрении вопроса о построении зимних кривых подпора мы убедились, что на основании теоретических соображений:

1) величины ΔH_n , получаемые как разность отметок между зимней и летней кривой подпора для одного и того же створа, возрастают от плотины вверх по течению;

2) величины ΔH_n всегда меньше величин ΔH_e , получаемых для того же расхода Q при сравнении бытовых зимних и летних продольных профилей;

3) равенство $\Delta H_n = \Delta H_e$ наступает в районе выклинивания кривой подпора.

Первые два положения получают подтверждение в результатах упомянутых выше наблюдений В. М. Родевича над зимним подпором на реке № 4. В нижеследующей табл. XLIII для водомерных постов I—в 114 км от плотины и IV—в 189 км от плотины—дано сопоставление наблюдаемых В. М. Родевичем величин ΔH_e и ΔH_n .

Это сопоставление показывает, что отношение $\frac{\Delta H_n}{\Delta H_e}$ для обоих створов во всех случаях меньше единицы, а отношение ΔH_n для водомерного поста IV и ΔH_n для водомерного поста I в большинстве случаев больше единицы.

Третье положение, как уже отмечалось в § 25, подтвер-

Таблица XLIII

Дата наблюдений	Водом. пост в 114 км от плотины			Водом. пост IV в 189 км от плотины			Отношение ΔH_n
	ΔH_n	ΔH_e	отношение $\frac{\Delta H_n}{\Delta H_e}$	ΔH_n	ΔH_e	отношение $\frac{\Delta H_n}{\Delta H_e}$	
16/XII—1926 г.	0,830	0,960	0,86	0,810	0,940	0,86	~ 1
22/XII—1926 "	0,782	0,940	0,93	0,770	0,940	0,82	~ 1
29/XII—1926 "	0,578	0,940	0,61	0,550	0,960	0,57	~ 1
5/I—1927 "	0,555	0,880	0,63	0,570	0,940	0,61	1,03
12/I—1927 "	0,490	0,895	0,55	0,530	0,890	0,60	1,08
13/I—1927 "	0,426	0,875	0,49	0,490	0,870	0,56	1,15
26/I—1927 "	0,415	0,690	0,59	0,470	0,810	0,58	1,16
2/II—1927 "	0,383	0,725	0,53	0,470	0,790	0,59	1,23
9/II—1927 "	0,362	0,725	0,50	0,400	0,790	0,50	1,11
16/II—1927 "	0,277	0,745	0,37	0,360	0,750	0,48	1,30
23/II—1927 "	0,277	0,640	0,43	0,360	0,680	0,53	1,30
2/III—1927 "	0,277	0,610	0,45	0,360	0,640	0,56	1,30

ждается сравнением ΔH_n для зимней кривой подпора плотины на реке № 1 (фиг. 33), выклинивающейся в районе створа № 15 с ΔH_e в том же районе (фиг. 3).

д) Наконец, в качестве последнего случая подтверждения теоретических выводов данными наблюдений в натуре укажем на приведенное в § 26 сравнение теоретически вычисленной зимней кривой подпора для плотины на реке № 4 с данными наблюдений в натуре.

На основании приведенного в настоящем параграфе можно заключить, несмотря на отсутствие специальной экспериментальной проверки, что изложенные в настоящей работе основные положения и выводы гидравлики потока под ледяным покровом достаточно близко отображают явления, происходящие в натуре.

Перечень использованной литературы

1. Проф. *Бахметев Б. А.*, О неравномерном движении жидкости в открытом русле, Ленинград, 1928 г.
2. Инж. *Белоконов П. Н.*, К вопросу об учете гидравлических сопротивлений речных потоков при наличии ледяного покрова, Сборник Нижне-волгопроекта, вып. VI, Москва, Энергиздат, 1936 г.
3. Инж. *Белоконов П. Н.*, Некоторые вопросы гидравлики потока под ледяным покровом, "Гидротехническое строительство" № 12 за 1936 г.
4. Инж. *Белоконов П. Н.*, Построение кривых подпора при зимнем состоянии потока, "Гидротехническое строительство" № 2, 1938 г.
5. *Олаф Девик*, Ледообразование и его влияние на продольный профиль потока, "Deutsche Wasserwirtschaft" № 10 и 11 за 1933 г.
6. Проф. *Леви И. И.*, О неравномерном движении в открытых руслах, "Вестник ирригации" № 2 за 1928 г.
7. Инж. *Лоттер Г. К.*, Влияние условий ледообразования и толщины льда на расчет деривационных каналов, "Известия НИГИ" № 7, 1932 г., Ленинград.
8. Инж. *Лоттер Г. К.*, Изменение режима потоков вследствие воздействия гидротехнических сооружений, Ленинград, 1933 г.
9. Инж. *Лоттер Г. К.*, Сравнение теоретически вычисленных кривых подпора с наблюдаемыми в натуре.
10. Акад. *Павловский Н. Н.*, Гидравлика, часть I, Ленинград, 1928 г.
11. Акад. *Павловский Н. Н.*, О построении кривых свободной поверхности в естественных руслах, Гидроэнергопроект, Л. О., 1935 г. Рукопись.
12. Инж. *Белоконов П. Н.*, Расчетные формулы сечений каналов под ледяным покровом, Научно-исследовательская конференция 1937 г., Тезисы к докладам, издание ИСИ им. Куйбышева, Москва.
13. Проф. *Ф. Е. Максименко*, Гидравлика, Москва, 1931 г.
14. Проф. *О. Шестопал*, Изменение формы поперечного сечения открытого канала, "Гидротехническое строительство" № 5, 1930 г.