

ДЕЛ

ГЕРМАН ХЕДЕР

8201
X.35

КОНСТРУИРОВАНИЕ

И

РАСЧЕТЫ

Пособие для инженеров, техников,
конструкторов и студентов

ПЕРЕВОД С ПОСЛЕДНЕГО НЕМЕЦКОГО ИЗДАНИЯ
ПОД ОБЩЕЙ РЕДАКЦИЕЙ И. М. ХОЛМОГорова

ИЗДАНИЕ 2-е СТЕРЕОТИПНОЕ



ПОДАРОЧНО



ГОСУДАРСТВЕННОЕ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬ-
СТВО ПО МАШИНОСТРОЕНИЮ, МЕТАЛЛООБРАБОТКЕ
И ЧЕРНОЙ МЕТАЛЛУРГИИ

ЛЕНИНГРАД

РЕДАКЦИОННО-ИЗДАТЕЛЬСКАЯ
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ
БИБЛИОТЕКА

МОСКВА

KONSTRUIEREN UND RECHNEN

FÜR STUDIUM UND PRAXIS
von H. HAEDER

Поступило к печати с матриц 26 апреля 1933 г.

Формат бумаги 72 X 105.

Количество печатных листов 16 $\frac{1}{2}$.

Кол-во печати знаков в листе 74340.

Ленгорулит № 5874.

Ответственный ред. Холмогоров.
Технический редактор Певанер.

Машиноиздат 661X.

Заказ № 2547.

Тираж 10000 экз

Герман Хедер является автором ряда книг по различным отраслям техники, главным образом по двигателям — паровым и внутреннего горения. Составленный им справочник „Конструирование и расчеты“ выдержал в Германии большое число изданий и переведен на несколько европейских языков. Он предназначен для конструкторов по машиностроению и благодаря крайней простоте изложения доступен также и для практиков, мало знакомых с высшей математикой. Отличительной особенностью является большое число практических формул.

Справочник может быть полезен, как пособие для начинающих конструкторов, а также для студентов техникумов и студентов при выполнении учебных проектов.

4032
9
7

ПРЕДИСЛОВИЕ К ПЕРВОМУ ИЗДАНИЮ

Выпускаемая Государственным издательством работа Германа Хедера „Конструирование и расчеты“ является одним из капитальных трудов в области мировой литературы по машиностроению. Она представляет собой пособие для инженеров, техников, конструкторов, чертежников и студентов, работающих во всех областях машиностроения.

Выбрана для перевода книга Хедера потому, что теоретическая часть излагается в ней кратко, с практическим уклоном, и снабжена большим количеством примеров и числовых расчетов из области машиностроения. Все расчеты и примеры взяты из практики и предназначены главным образом для практиков. В этом и заключается ценность труда Хедера, выгодно отличая его от других подобных справочников.

Настоящее издание пополнено как в теоретической, так и в расчетной части применительно к нашим условиям и нормам.

ПРЕДИСЛОВИЕ КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ

Настоящее издание являясь по техническим условиям стереотипным повторением первого, отличается только тем, что в нем исправлены все замеченные опечатки.

За истекшее между изданиями время, Всесоюзным комитетом по стандартизации издан ряд ОСТ, которыми устанавливаются буквенные обозначения для величин геометрических, математических, теоретической механики, сопротивления материалов, термодинамики и гидравлики (ОСТ—573, 2582, 2932, 2690, 3342, 3610, 3611, 3612).

По указанной выше причине эти обозначения не могли быть введены в текст. Ниже приводится список принятых в различных отделах книги обозначений, которые не совпадают с вновь установленными.

	Принято	ОСТ
1. Ускорение	φ	a
2. Работа	A	W
3. Мощность	L, N	N
4. Абсолютная продольная деформация при растяжении или сжатии	λ	Δl
5. Угол закручивания вала	δ	φ
6. Нормальное напряжение	k_s	σ
7. Временное сопротивление	K	σ_s
8. Предел упругости	T	σ_s
9. Допускаемое напряжение на растяжение	k_s	R_s
10. Допускаемое напряжен. на сжатие	k	R_d
11. " " " изгиб	k_b	R_b
12. " " " сдвиг	k_s	R_s
13. Коэффициент безопасности	—	n
14. Скоростной напор	h	h_s
15. Потерянный напор	h	h_r
16. Ширина канала по низу	b_1	b
17. " " на уровне воды	b	B
18. Площадь живого сечения канала	F	A

О всех замеченных недостатках Издательство просит читателей сообщать по адресу: Ленинград, Машметиздат. Госпитальная 3/8, здание И-та Металлов.

ОГЛАВЛЕНИЕ.

I. Математика.

	СТР
Основные данные для производства технических расчетов	13
§ 1. Простые задачи, решаемые непосредственно по данным математических таблиц	14
§ 2. Задачи, не решаемые непосредственно по данным математических таблиц	15
§ 3. Длина окружности круга	18
§ 4. Площадь круга	19
§ 5. Диаметр круга по его площади	—
§ 6. Арифметика	20
§ 7. Техника производства расчетов	24
§ 8. Сокращенные обозначения	28
Задачи к §§ 1—6	30
§ 9. Тригонометрия	38
Задачи к § 9	43
§ 10. Логарифмы	45
Задачи к § 10	51
§ 11. Счетная линейка	52
§ 12. Употребительные в машиностроении кривые линии	83

II. Механика.

Обозначения и единицы измерения	87
§ 13. Состояние равновесия	88
§ 14. Прямолинейное движение	89
§ 15. Движение брошенного тела	93
§ 16. Маятник	95
§ 17. Вращательное движение	—
§ 18. Шатуновый механизм	97
Задачи к §§ 13—18	98
§ 19. Движение масс	106

	СТР.
§ 20. Прямолинейное движение масс	108
§ 21. Равномерное вращательное движение	109
§ 22. Равномерно-ускоренное и равномерно-замедленное вращение	111
§ 23. Передача движения	114
§ 24. Касательная сила	117
§ 25. Центробежная сила	—
§ 26. Центроостремительная сила	118
§ 27. Поступательно-возвратное движение масс, соеди- ненных с кривошипом	—
Задачи к §§ 19—27	120
§ 28. Механическая работа. Мощность	130
Задачи к § 28	134
§ 29. Теория ударов твердых тел	137
§ 30. Случай удара твердых тел, встречающихся на прак- тике	140
§ 31. Косой удар упругих тел	147
§ 32. Скорость струи	148
§ 33. Работоспособность и скоростной напор	—
§ 34. Величина удара жидких и газообразных тел	149
Задачи к §§ 29—34	154
§ 35. Трение	166
§ 36. Трение скольжения	167
§ 37. Трение в подпятниках	168
§ 38. Трение на цапфах	172
§ 39. Коэффициент трения скольжения	174
§ 40. Трение качения	175
§ 41. Повозка на горизонтальной плоскости	176
§ 42. Торможение поезда	178
§ 43. Повозка на наклонной плоскости	—
§ 44. Наклонная плоскость	—
Задачи к §§ 35—44	182

III. Сопротивление материалов.

§ 45. Машиностроительные материалы	195
§ 46. Общие сведения о сопротивлении материалов	201
§ 47. Виды деформаций	202
§ 48. Основные понятия учения о сопротивлении ма- териалов	204
§ 49. Численные величины сопротивления материалов	210

	стр.
§ 50. Моменты инерции и моменты сопротивления . . .	217
§ 51. Основные уравнения для определения прочных размеров	221
§ 52. Определение прочных размеров деталей	223
§ 53. Растяжение	224
§ 54. Сжатие	226
§ 55. Продольный изгиб	227
§ 56. Кручение	229
§ 57. Сдвиг или срез	238
§ 58. Изгиб	239
§ 59. Реакции опор, моменты, стрелы прогиба	245
§ 60. Тела равного сопротивления изгибу	249
§ 61. Особые случаи изгиба	253
Сложные сопротивления	
§ 62. Растяжение и изгиб	254
§ 63. Сжатие и изгиб	255
§ 64. Эксцентричное растяжение или сжатие и изгиб длинных стержней	256
§ 65. Растяжение, сжатие и изгиб совместно с кручением и сдвигом	258
§ 66. Изгиб и кручение	260
§ 67. Другие виды сложных сопротивлений	263
§ 68. Расчет кривых брусьев	264
Задачи к §§ 45 — 68	268
Пружины	
§ 69. Пружины, работающие на изгиб	297
§ 70. Пружины, работающие на кручение	300
Задачи к §§ 69 и 70	305
Расчет плит	
§ 71. Круглые плиты	310
§ 72. Прямоугольные и эллиптические плиты	311
Расчет сосудов, подверженных давлению	
§ 73. Сосуды с внутренним давлением	313
§ 74. Сосуды с внешним давлением	315
§ 75. Толстостенные трубы и сосуды	—
Задачи к §§ 73 — 75	316
Сосуды, резервуары, крышки и цилиндры	
§ 76. Прямоугольные резервуары с внутренним давлением	318
§ 77. Круглые резервуары	322
§ 78. Крышки сосудов и резервуаров	327
§ 79. Болты для крышек	330

	стр.
Цилиндры	
§ 80. Паровые цилиндры	331
§ 81. Цилиндры насосов	332
§ 82. Цилиндры прессов	335
Задачи к §§ 76 — 82	336

IV. Графическая статика.

§ 83. Основные понятия	345
§ 84. Равновесие сил	353
§ 85. Параллельные силы	355
§ 86. Применение графической статик к расчету коренных валов	362
§ 87. Графический расчет вала с кривошипом	365
§ 88. Графический расчет одноколенчатого вала	369
§ 89. Графический расчет двухколенчатого вала	373
§ 90. Ось зубчатой передачи	379
§ 91. Графическое определение упругой линии	381
§ 92. Графическое определение центра тяжести плоских фигур	391
§ 93. Графическое определение статических моментов площадей	392
§ 94. Графическое определение моментов инерции	—
Плоские фермы	
§ 95. Основные понятия	394
§ 96. Неизменяемость системы	396
§ 97. Условие статической определимости неизменяемой фермы	397
§ 98. Графический способ	398
§ 99. Способ Риттера	409

V. Строительное дело.

§ 100. Консоли и шпренгельные системы	413
Строительные фермы	
§ 101. Общие сведения	414
§ 102. Расчет стропильных ферм	418
§ 103. Стены, окна и двери	422
§ 104. Балки и своды	424
§ 105. Подпорные стены	429
§ 106. Колонны	433
§ 107. Консольные балки и кронштейны	437
Задачи к §§ 106 и 107	442

VI. Гидравлика.

стр.

§ 108. Общие понятия. Гидравлический пресс. Аккумулятор	450
§ 109. Давление жидкости на стенки открытого сосуда	452
§ 110. Основные уравнения, для бокового давления и точки его приложения	456
§ 111. Подъемная сила жидкости. Поплавков. Удельный вес	457
§ 112. Сообщающиеся сосуды	462
§ 113. Сифон	463
§ 114. Гидравлический таран	464
§ 115. Коэффициент расхода μ	465
§ 116. Истечение жидкости через боковые отверстия	466
§ 117. Расход воды и диаметр трубы	469
§ 118. Сопротивления в трубопроводах и клапанах	—
§ 119. Ускорение и замедление водяных масс	473
§ 120. Всасывающее действие насосов	474
§ 121. Удар воды в напорных трубопроводах	476
Реакция вытекающей воды	
§ 122. Общие данные	477
§ 123. Укрепление выходных участков трубопроводов	479
§ 124. Измерение скоростей в реках и каналах	480
§ 125. Измерение расхода воды	481
Работа воды	
§ 126. Общие данные	485
§ 127. Водяные колеса	—
§ 128. Турбины	486
Газы	
§ 129. Общие данные	486
§ 130. Основные законы	488
§ 131. Газы в трубопроводах	489
Воздух	
§ 132. Состав, влажность, вес, барометрическое давление	491
§ 133. Нагревание и расширение воздуха	492
§ 134. Сжатый воздух	493
§ 135. Давление ветра	495
§ 136. Ветряные двигатели	497
Задачи к §§ 108 — 136	499

VII. Теплотехника.

§ 137. Общие сведения	534
§ 138. Измерение температуры	535
§ 139. Линейное расширение	538
§ 140. Объемное расширение	540
§ 141. Усадочный масштаб	541
§ 142. Критическая температура	—
§ 143. Единица теплоты. Теплоемкость	542
§ 144. Парообразование и кипение	545
§ 145. Температура смеси	546
§ 146. Плавление	—
§ 147. Парообразование жидкостей	548
§ 148. Теплота и работа	549
Основы термодинамики	
§ 149. Общие обозначения. Энергия	550
§ 150. Первый основной закон термодинамики	551
§ 151. Второй основной закон термодинамики	553
§ 152. Построение диаграмм	554
§ 153. Особые случаи изменения состояния	556
§ 154. Особые рабочие процессы	557
§ 155. Образование водяного пара	558
§ 156. Давление пара	—
§ 157. Насыщенный водяной пар	559
§ 158. Перегретый пар	569
§ 159. Скорость истечения пара	577
§ 160. Потери давления в паропроводах	581
§ 161. Потери теплоты в паропроводах	583
Передача тепла через стенки сосуда	
§ 162. Общие указания	593
§ 163. Расчеты теплопередачи	596
Задачи к §§ 137 — 163	604

I. МАТЕМАТИКА.

Основные данные для производства технических расчетов.

Конструирование неразрывно связано с *расчетами*, ибо последние являются основой для каждой тщательно разработанной конструкции. Для крупных *агрегатов* и *установок* расчет выполняется по предварительному (но в масштабе вычерченному) эскизному проекту.

Иногда приходится также проверять детали уже исполненных машин, чтобы убедиться, могут ли они выдержать более значительную нагрузку, или, напр., годятся ли они для другого, несколько отличающегося от первоначального, их назначения и т. п.

При конструировании *деталей машин* рекомендуется до вычерчивания их производить предварительный расчет, пользуясь эскизами, исполненными от руки, расчетами подобных же конструкций, имеющимися в каждом техническом отделе, а также литературными пособиями. Такой подсобный материал является для молодого конструктора достаточною опорой, а опытному конструктору дает сразу ясное представление о размерах проектируемой детали.

Расчет всякой детали нужно вести под различными углами зрения, иначе могут получиться нецелесообразные или просто неправильные конструкции. Поэтому конструктор должен иметь вполне ясное представление о том, какое назначение имеет данная деталь.

При практических расчетах для определения площади круга, жорня, квадрата или куба чисел, не применяют обычно алгебраических и геометрических формул, а пользуются вспомогательными таблицами, составленными с достаточной для практики точностью. Для умножения и деления пользуются *счетной линейкой*.

При решении технических вопросов приходится учитывать столь много разнообразных обстоятельств, что не следует слишком отвлекать внимание от главной цели в сторону вычислений.

Техник должен хорошо усвоить применение математических таблиц. Численные значения, приведенные в математических таблицах, округлены согласно с практическими требованиями.

§ 1. Простые задачи, решаемые непосредственно по данным математических таблиц.

Ряд изложенных ниже задач решается без всякого вычисления при пользовании математическими таблицами.

ОБРАЗЕЦ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ТАБЛИЦ ¹⁾.

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	Окруж- ность	Пло- щадь круга	n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	Окруж- ность	Пло- щадь круга
7,0	49,0	343,0	2,65	1,913	21,99	38,485	62,0	3844	238 328	7,87	3,958	194,8	3019,1
1	50,4	357,9	2,66	1,922	22,31	39,592	1	3856	239 483	7,88	3,960	195,1	3028,8
2	51,8	373,2	2,68	1,931	22,62	40,715	2	3869	240 642	7,89	3,962	195,4	3038,0
3	53,3	389,0	2,70	1,940	22,93	41,854	3	3881	241 804	7,89	3,964	195,7	3048,4
4	54,8	405,2	2,72	1,949	23,25	43,008	4	3894	242 971	7,90	3,966	196,0	3058,2

а) Квадраты и кубы. Квадрат или куб (вторая или третья степень) числа обозначается поставленной справа сверху цифрой, показывающей, сколько раз должно повторить множителем данное число (основание); так, например: $5^2 = 5 \cdot 5$, или $15^3 = 15 \cdot 15 \cdot 15$.

Пример: Найти квадрат числа 7,1.

В таблице находим квадрат числа 7,1, равный 50,4; следовательно, $7,1^2 = 50,4$. Если нужно найти куб числа 62,2, таблица дает 240 642; следовательно, $62,2^3 = 240 642$.

б) Квадратные и кубические корни. В математике употребляется так называемый знак корня $\sqrt{\quad}$, причем, напр.,

$\sqrt{9}$ обозначает квадратный корень из числа 9, а $\sqrt[3]{1230}$ обозначает кубический корень, или корень третьей степени из числа 1230.

Примеры: Найти $\sqrt{7,4}$ и $\sqrt[3]{62,3}$.

Из таблицы имеем:

$$\sqrt{7,4} = 2,72; \quad \sqrt[3]{62,3} = 3,964.$$

¹⁾ Для окружности и площади круга n есть диаметр.

с) **Длина окружности и площадь круга.** Длина окружности и площадь круга определяются по их диаметру и по некоторому числу, постоянному для любого круга. Это постоянное число равняется с достаточной для практики точностью 3,14 и обозначается греческой буквой π (произносится „пи“). Таким образом, если n диаметр круга, то:

$$\text{длина окружности} = \pi \cdot n, \text{ площадь круга} = \frac{\pi}{4} \cdot n^2.$$

Значения длины окружности и площади круга в математических таблицах указаны для круга, у которого диаметр n .

Примеры: Длина окружности круга, которого диаметр 7,2, равна $7,2 \cdot \pi = 22,62$. Это значение мы находим в таблице в столбце „Окружность“.

Площадь круга того же диаметра дается в последнем столбце; она равна 40,715.

§ 2. Задачи, не решаемые непосредственно по данным математических таблиц.

Решение следующих задач требует перестановки запятой.

а) **Возведение в квадрат.** Если требуется возвести в квадрат какую-либо десятичную дробь или число, большее, чем 99,9, то отыскивают в первом столбце таблицы заданное число, но без запятой. Такое число без запятой мы назовем вспомогательным. При сравнении с заданным числом сразу видно, в каком отношении оно находится к табличному числу.

В зависимости от того, больше ли это вспомогательное число, чем заданное, или оно меньше его, переносят запятую влево или вправо, а именно:

Вспомогат. число в . .	10	100	1000 раз больше
Запятую переносят на	2	4	6 знаков влево
Вспомогат. число в . .	10	100	1000 раз меньше
Запятую переносят . .	2	4	6 знаков вправо

Примеры:

Сколько будет.	$0,7^2$	$0,421^2$	2500^2
Берем вспомог. число	7	42,1	25
Находим	$7^2 = 49$	$42,1^2 = 1772$	$25^2 = 625$
Вспомог. число в	10 раз больше	100 раз больше	100 раз меньше
Следовательно, запятая пере- носится на . .	2 знака влево	4 знака влево	4 знака вправо
Получаем . . .	$0,7^2 = 0,49$	$0,421^2 = 0,1772$	$2500^2 = 6250000$

б) Возведение в куб. При возведении в куб, как при возведении в квадрат, отыскивают в первом столбце таблицы данное число, не обращая внимания на запятую. Смотри по тому, будет ли вспомогательное число больше или меньше, чем данное, переносят запятую влево или вправо. Только число отделяемых запятой знаков здесь другое, чем при возвышении в квадрат, а именно:

{ Вспомогат. число в . .	10	100	1000 раз <i>больше</i>
{ Запятая переносится на	3	6	9 знаков <i>влево</i>
{ Вспомогат. число в . .	10	100	1000 раз <i>меньше</i>
{ Запятая переносится на	3	6	9 знаков <i>вправо</i>

Примеры:

Сколько будет	$0,7^3$	$0,039^3$	112^3
Берем вспомог. число	7	3,9	11,2
Находим	$7^3 = 343$	$3,9^3 = 59,32$	$112^3 = 1405$
Вспом. число в	10 раз больше	100 раз больше	10 раз меньше
Следовательно, запятая пере- носится на .	3 знака влево	6 знаков влево	3 знака вправо
Получаем . . .	$0,7^3 = 0,343$	$0,039^3 = 0,00005932$	$112^3 = 1\ 405\ 000$

в) Квадратный корень. При извлечении корня из десятичной дроби разделяют дробь, начиная с запятой, на грани по 2 знака в каждой, пока не получится число, имеющееся в первом столбце математических таблиц. В зависимости от переноса запятой на 2, 4 или 6 знаков вправо или влево, переставляют в корне запятую на 1, 2 или 3 знака влево или вправо. А именно:

{ Запятая	{ во вспом. числе на	2	4	6 знаков <i>вправо</i>
{ перенесена	{ в корне на	1	2	3 знака <i>влево</i>
{ Запятая	{ во вспом. числе на	2	4	6 знаков <i>влево</i>
{ перенесена	{ в корне на	1	2	3 знака <i>вправо</i>

Примеры:

Сколько будет	$\sqrt{0,623}$	$\sqrt{1650}$
Находим	$\sqrt{62,3} = 7,89$	$\sqrt{16,5} = 4,06$
Запятая во вспом. числе перенесена на	2 знака вправо	2 знака влево

Следовательно, запятая в корне переносится на .	1 знак влево	1 знак вправо
Получаем	$\sqrt{0,623} = 0,789$	$\sqrt{1650} = 40,6$

д) **Приближенное вычисление.** Если после разделения числа на грани по две цифры в каждой получается число с несколькими десятичными знаками, напр., любое трехзначное целое число, которое не делится на 10, то сокращают десятичные знаки до одного, потому что в математических таблицах дается только один десятичный знак. Для этого сокращенного числа отыскивают в таблице корень, например:

Примеры:

Сколько будет	$\sqrt{718}$	$\sqrt{0,1034}$
Берем	$\sqrt{7,18}$	$\sqrt{10,34}$
Находим	$\sqrt{7,2} = 2,68$	$\sqrt{10,3} = 3,21$
Запятая во вспомогат. числе на	2 знака влево	2 знака вправо
Следовательно, запя- тая в корне на . . .	1 знак вправо	1 знак влево
Получаем	$\sqrt{718} \sim 26,8$	$\sqrt{0,1034} \sim 0,321$

е) **Приближенное вычисление квадратного корня более точное.** Так как способ, указанный выше, дает слишком неточные результаты, то поступают следующим образом:

Отыскивают данное число 718 (в предыдущем примере) или ближайшее к нему число в столбце n^2 . Этому квадрату соответствует в первом столбце $n = 26,8$, ибо $\sqrt{n^2} = n$; значит, $\sqrt{718} = 26,8$.

Если число, из которого требуется извлечь корень, больше или меньше чисел в столбце n^2 , то разделив десятичные знаки этого числа также на грани по две цифры в каждой, поступают затем согласно сказанному выше.

Примеры:

Сколько будет . . .	$\sqrt{643}$	$\sqrt{13145}$
Берем	$n^2 \sim 643$	$n^2 \sim 115$
Получаем $\sqrt{n^2} =$	$n \sim 25,4$	$n \sim 11,5$
Запятая во вспом. числе на	—	4 знака вправо 2 знака влево

2 Г. Хелер.



Следовательно в корне на	—	2 знака влево	1 знак вправо
Поэтому полу- чаем	$\sqrt[3]{643} \sim 25,4$	$\sqrt[3]{0,3894} \sim 0,624$	$\sqrt[3]{13145} \sim 115$

г) Кубический корень. При извлечении кубического корня ($\sqrt[3]{}$) поступают таким же образом, только десятичные знаки разделяются на грани не по 2, а по 3 цифры в каждой, пока не получится число, имеющееся в математических таблицах. Тогда в корне запятая переносится на столько знаков, сколько граней получилось в данном числе, но в противоположном направлении.

По второму (более точному) способу отыскивают соответствующее или ближайшее число в столбце n^3 . Тогда число n в первом столбце даст искомый кубический корень.

Примеры:

Сколько будет	$\sqrt[3]{0,2418}$	$\sqrt[3]{617\ 687}$
Берем	$n^3 \sim 241\ 800$	$n^3 \sim 617\ 687$
Получаем $\sqrt[3]{n^3} = \dots$	$n \sim 62,3$	$n \sim 85,2$
Запятая во вспомо- г. числе на	2 знака вправо	—
Запятая в корне на .	2 знака влево	—
Отсюда получаем . .	$\sqrt[3]{0,2418} \sim 0,623$	$\sqrt[3]{617\ 687} \sim 85,2$

§ 3. Длина окружности круга.

Так как вычисление длины окружности есть простое умножение π на n , то окружность для какого-нибудь промежуточного значения n мы находим, перенося запятую до тех пор, пока не получится число n , имеющееся в таблицах.

Затем находят значение длины окружности, соответствующее этому найденному в таблице числу n , и переставляют запятую на столько же знаков, но в противоположном направлении.

Примеры:

Окружность для диаметра $n =$	3,25	0,623	703
Берем $n = \dots$	32,5	62,3	70,3
$\pi \cdot n = \dots$	102,1	195,7	220,9

Запятая во вспомог. числе на	1 знак вправо	2 знака вправо	1 знак влево
Запятая в результате переносится на	1 знак влево	2 знака влево	1 знак вправо
Отсюда длина окружности .	10,21	1,957	2209

§ 4. Площадь круга.

Площадь круга растет пропорционально квадрату его диаметра. Поэтому определение площади круга для такого диаметра n , которого нет в таблице, производится таким же образом, как возведение в квадрат (см. § 2).

Примеры:

Площадь круга для диаметра $n = \dots$	3,45	0,785	622
Выбираем вспомог. число $n = \dots$	34,5	78,5	62,2
Получим площадь круга $\frac{\pi \cdot n^2}{4} = \dots$	934,82	4839,8	3038,6
Вспом. число в . . .	10 раз больше	100 раз больше	10 раз меньше
Запятая на	2 знака влево	4 знака влево	2 знака вправо
Отсюда площадь .	$= 9,3482$	$= 0,48398$	$= 303,86$

§ 5. Диаметр круга по его площади.

Если требуется по данной величине площади круга *найти диаметр*, то отыскивают данное число в столбце „площадь круга“ и поступают таким же образом, как и при извлечении квадратного корня.

Примеры: Найти диаметр по

площади круга	3058	0,892
Берем площадь круга	~ 3058	$\sim 89,2$
Отсюда $n = \dots$	62,4	10,7
Запятая во вспомог. числе на	—	2 знака вправо
Запятая в результате на	—	1 знак влево
Отсюда диаметр	62,4	1,07

§ 6. Арифметика.

При решении уравнений часто в целях упрощения требуются *преобразования* тех или других величин. Преобразования эти выполняются по следующим правилам.

а) Преобразование степеней.

1. $(+a)^n = +a^n$	6. $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$
2. $(-a)^{2n} = +a^{2n}$	7. $a^m : a^n = a^{m-n}$
3. $(-a)^{2n-1} = -a^{2n-1}$	8. $a^m : b^m = (a : b)^m$
4. $(a^m)^n = a^{mn} = (a^n)^m$	9. $1 : a^m = (1 : a)^m = a^{-m}$
5. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	10. $a^0 = 1; \quad 0^a = 0;$
	$0^0 = \text{неопределенность.}$

б) Преобразование квадратов и кубов.

1. $a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$
2. $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
3. $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$
4. $a^3 \pm b^3 = (a \pm b) \cdot (a^2 \mp a \cdot b + b^2).$

в) Преобразование корней.

1. $(\sqrt[m]{a})^m = a$
2. $\sqrt[m]{a : b} = \sqrt[m]{a} : \sqrt[m]{b}$
3. $\sqrt[m]{a^n} = (\sqrt[m]{a})^n = a^{\frac{n}{m}}$
4. $\sqrt[m]{a \cdot b} = \sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[m]{b}$
5. $\sqrt[m]{\frac{1}{a}} = \frac{1}{\sqrt[m]{a}} = a^{-1/m}$
6. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$

г) Ряды. Примем число членов ряда равным n .

Арифметической прогрессией называется такая последовательность чисел, в которой разность между каждым числом (членом ряда) и предыдущим числом одна и та же.

Первый член a ; второй $a + d$, ибо $(a + d) - a$ должно быть равным d ; третий член $a + 2d$ и т. д.

Значит прогрессия такова: $a, a + d, a + 2d$ и т. д. до $a + (n - 1)d$. Последний член есть $a + (n - 1)d$.

Сумма всех членов прогрессии, если последний член l , будет: ¹

$$\begin{aligned} + s &= a + (a + d) + (a + 2d) + \dots + (l - d) + l \\ + s &= l + (l - d) + (l - 2d) + \dots + (a + d) + a \end{aligned} \quad \text{складываем}$$

$$2s = (a + l) + (a + l) + (a + l) + \dots = n(a + l);$$

следовательно:

$$s = \frac{n}{2} (a + l) = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d],$$

откуда первый член

$$a = \frac{s}{n} - (n - 1) \cdot \frac{d}{2}.$$

Геометрической прогрессией (геометрической потому, что 3 любых последовательных члена ее образуют непрерывную геометрическую пропорцию) называется такой ряд, в котором отношение двух последовательных членов остается постоянным. Значит:

$$a + a \cdot q + a \cdot q^2 + \dots + a \cdot q^{n-1}$$

$$\text{сумма} = \frac{a(q^n - 1)}{q - 1}.$$

Приведем некоторые особенные ряды и их суммы, не останавливаясь на выводе последних.

$$1. \quad 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \dots + (n - 1) + n = \frac{n(n + 1)}{2}.$$

$$2. \quad p + (p + 1) + (p + 2) + \dots + (q - 1) + q =$$

$$= \frac{(q + p) \cdot (q - p + 1)}{2}.$$

$$3. \quad 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \dots + (2n - 2) + 2n = n(n + 1).$$

$$4. \quad 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + (2n - 3) + (2n - 1) = n^2$$

$$5. \quad 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + (n - 1)^2 + n^2 = \left(\frac{n(n + 1)(2n + 1)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \right)$$

$$6. \quad 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + (n - 1)^3 + n^3 = \left(\frac{n(n + 1)}{2} \right)^2.$$

$$7. \quad 1 + y + y^2 + y^3 + \dots + y^{n-1} = \frac{1 - y^n}{1 - y}.$$

е) Вычисление процентов. Пусть обозначают: K начальный капитал, K_n капитал через n лет, P процентная такса, Z процентные деньги за год.

¹ Вторая строка написана в обратном порядке для того, чтобы d при сложении строк исчезло.

А. В случае непрерывного наращивания капитала процентные деньги непрерывно прибавляются к капиталу.

Здесь имеем:

$$K_n = K \cdot e^{\frac{P \cdot n}{100}},$$

где $e \approx 2,7183$ основание натуральных логарифмов.

Чаще всего встречаются следующие вычисления:

В. Простые годовые проценты:

$$Z = \frac{K \cdot P}{100}$$

$$K_n = K + \frac{K \cdot n \cdot P}{100}$$

$$n = \frac{100 \cdot K_n}{K \cdot P} - \frac{100}{P}$$

$$P = \frac{100 \cdot K_n}{K \cdot n} - \frac{100}{n}$$

С. Сложные годовые проценты:

$$K_n = K \cdot \left(\frac{P + 100}{100} \right)^n$$

$$n = \frac{\log K_n - \log K}{\log \frac{P + 100}{100}}$$

$$P = 100 \sqrt[n]{\frac{K_n}{K}} - 100$$

$$K = \frac{K_n}{\left(\frac{P + 100}{100} \right)^n}$$

Д. Сложные полугодовые проценты:

$$K_n = K \cdot \left(\frac{P + 200}{200} \right)^{2n}$$

$$n = \frac{\log K_n - \log K}{2 \log \frac{P + 200}{200}}$$

$$P = 200 \sqrt[2n]{\frac{K_n}{K}} - 200$$

$$K = \frac{K_n}{\left(\frac{P + 200}{200} \right)^{2n}}$$

Е) Вычисление рент. Пусть: n число лет, P процентная такса, r ежегодная уплата (в конце года). Тогда через год рубль обращается в

$$q = \frac{P + 100}{100} \text{ (напр. при } 4\% \text{ } q = 1,04).$$

Капитал при годовых сложных процентах будет через n лет равняться

$$K_n = r + r \cdot q + r \cdot q^2 + \dots + r \cdot q^{n-1} = \frac{r(q^n - 1)}{q - 1}.$$

Это геометрическая прогрессия (см. § 6 д).

г) Сделки. Чтобы определить, какую сумму K должно отдать в рост по сложным процентам, чтобы через n лет образовался капитал, равный сумме n ежегодных уплат при тех же сложных процентах, находим разность между конечным капиталом $K \cdot q^n$ и суммой ежегодных уплат.

$$K \cdot q^n - \frac{r \cdot (q^n - 1)}{q - 1} = 0$$

Тогда сумма сделки

$$K = \frac{r \cdot (q^n - 1)}{q^n \cdot (q - 1)}.$$

h) Простые проценты. Здесь применяется арифметическая прогрессия.

й) Исчисление убытков. Формулы f и g применимы также, если дело идет об убытках, напр. при повышении гарантированного количества топлива, расходуемого двигателем. Тогда принимают n лет как срок службы машины, вставляют величину n лет и r годовой убыток.

к) Амортизация. Амортизацией называется списывание части стоимости, которую утрачивает дом, машина и т. п. за год вследствие износа. Чем больше изнашивается машина, тем больший процент ее стоимости списывается.

В этом отношении можно руководствоваться следующей примерной таблицей:

ТАБЛИЦА АМОРТИЗАЦИИ.

Строения		Оборудование для							
Жилые здания	Заводские здания	Паросиловой агрегат		Металлообрабатывающие станки	Оборудование мельниц	Гончарное, кирпичное, цементное производства	Оборудование бумажных фабрик	Пивоварение, обработка дерева	Приводные ремни, канаты, тросы
		Дымовая труба, машина, зал	Паровая машина, котел						
2%	4%	5%	8%	7%	8%	13%	8%	10%	15%
1 1/4%	3 1/2%	4%	6%	5%	6%	9%	6%	7%	11%

Верхние значения применимы для амортизации, отнесенной к инвентарной стоимости данного года.

Нижние значения применяются для амортизации, отнесенной к покупной стоимости.

При установлении процентной нормы погашения и при оценке пожарных убытков берут часто $\frac{2}{3}$ значений последней строки таблицы.

Большей частью ежегодные списывания погашения производятся с покупной стоимости, реже с инвентарной стоимости данного года. В первом случае мы имеем, если K покупная стоимость здания, машины и т. п., K_n инвентарная стоимость через n лет, P — погашение в процентах, Z ежегодная сумма погашений,

$$\left. \begin{aligned} Z &= \frac{K \cdot P}{100}; & K_n &= K - \frac{K \cdot n \cdot P}{100}; & K &= \frac{100 \cdot Z}{P}; \\ n &= \frac{100}{P} - \frac{100 \cdot K_n}{K \cdot P} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$P = \frac{100}{n} - \frac{100 \cdot K_n}{K \cdot n} \quad (2)$$

§ 7. Техника производства расчетов.

а) Округление численных значений. При всех расчетах положение вести следует коротко и ясно и *избегать лишних цифр*. Так, например, в десятичных дробях принимается в расчет лишь столько знаков, сколько действительно важно для данной задачи.

Как правило, все численные значения можно без всяких опасений округлять на столько знаков, сколько можно отсчитать на *счетной линейке*, т. е. примерно до 3 цифр.

Напр., вместо: 4587,56 см³, 1,358 кг, 0,06487 кг, 897,78 см³
Можно писать: 4588 . . . 1,36 . . . 0,0649 . . . 898 . . .

При точном вычислении длин, напр., при помощи тригонометрических выкладок, округлять получаемые численные величины нельзя; напротив, при расчетах *прочности, мощности* и т. д., округление вполне уместно.

б) Алгебраические выкладки. Весьма важно, чтобы конструктор, пользуясь в технических расчетах уравнениями, полностью уяснил себе *влияние отдельных величин на конечный результат*, т. е. в какой мере отразится на результате изменение какой-нибудь одной величины. Как раз это обстоятельство

чрезвычайно важно, так как даже опытные вычислители в этом отношении легко ошибаются.

В нижеследующих примерах на это обстоятельство обращено особое внимание, причем многие задачи даны в нескольких вариантах. Из конечного результата видно, какое влияние имеет изменение той или другой величины, что впрочем ясно уже из самого уравнения; однако необходимо постоянно обращать внимание именно на смысл уравнений.

Желательно по возможности избегать расчетов по готовым формулам.

Необходимо иметь совершенно ясное представление о ходе каждой алгебраической выкладки.

Пример: Ременный шкив диаметром $d = 2$ м делает $n = 85$ оборотов в минуту. Как велика окружная скорость в м/сек?

Решений. Ход рассуждения следующий. При каждом обороте шкива какая-нибудь точка на его окружности проходит путь $\pi \cdot d$ метров, значит в минуту $\pi \cdot d \cdot n$ м, а в секунду в 60 раз меньше, т. е.:

$$\frac{\pi \cdot d \cdot n}{60} = \frac{3,14 \cdot 2 \cdot 85}{60} = 8,89 \sim 8,9 \text{ м/сек.}$$

Изложенное рассуждение однако не записывается и пишутся только математические выражения и решение, т. е.

$$V = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{60} = \frac{\pi \cdot 2 \cdot 85}{60} \sim 8,9 \text{ м/сек.}$$

Если конструктор сам составил подобное алгебраическое выражение, то он сумеет, конечно, объяснить значение каждой из входящих в это выражение величин. Для того, чтобы в этом убедиться, конструктору предлагается ответить на соответствующие вопросы.

Пример. Нужно определить мощность паровой машины. Дано: $Q = 3000 \text{ см}^3$, $p_m = 2 \text{ кг/см}^2$, $c = 3,1 \text{ м/сек.}$; тогда мощность равна:

$$N_1 = \frac{1}{75} \cdot \overbrace{3000 \cdot 2 \cdot 3,1}^1 = 248 \text{ л. с.}$$

1-й вопрос: Что обозначает заключенное в скобки 1?

Ответ: Килограммы.

2-й вопрос: Что такое 2?

Ответ: Килограммометры в секунду.

3-й вопрос: Что означает все вместе?

Ответ: Индикаторные лошадиные силы

Такие вопросы всего больше выясняют суть дела. Существенно и важно не решение множества задач, а правильное понимание решаемых задач. Конструктор *должен* приучаться к *совершенно правильному* пониманию математических выражений или уравнений.

На практике часто встречается необходимость *самостоятельного составления уравнений*. Поэтому должно обращать особенное внимание на то, чтобы при решении даже самых простых задач параллельно с численными значениями представлялись также и буквенные обозначения. Таким путем начинающий приобретет навык в буквенных выкладках. Конечно, можно ставить какие угодно буквы, но лучше все-таки придерживаться по возможности общепринятых (как указано на стр. 29).

с) Единицы мер при расчетах. Следует особое внимание обращать на *правильное употребление единиц мер*. Для практики в этом вопросе ниже введены в задачах только общепринятые в машиностроении миллиметры или метры, а занимающийся должен сам себе уяснить, где нужно поставить сантиметры, а где другие единицы.

Также при вычислениях *времени, скоростей* и т. п. необходимо иметь ясное представление, в каких единицах они выражены. Так, напр., в задаче № 60 (стр. 99) уравнение $S = \frac{v}{2} t$ нельзя писать

$$S = \frac{38,7}{2} \quad 8 = 58 \text{ м.}$$

а надо

$$S = \frac{38,7}{2 \cdot 60} \cdot 3 = 0,97 \text{ км}$$

или

$$S = \frac{38,7 \cdot 1000}{2 \cdot 60} = 970 \text{ м.}$$

Единица скорости v должна соответствовать единице времени t , также как и единица длины S должна соответствовать единице скорости v .

Огромное количество ошибочных результатов получается вследствие неправильного употребления единиц мер. Такая ошибка равносильна неумению справиться с задачей.

д) Как записывать расчеты? Безусловно необходимо записывать все вычисления в особую тетрадь, чтобы можно было

в любой момент просмотреть нужный расчет и найти необходимую справку в ранее сделанных расчетах. Таким путем каждому легко проверить свою работу. При этом расчеты надо располагать так, чтобы любой другой конструктор мог в них без затруднения разобраться. Если какие-нибудь численные значения взяты из книг, то это надо соответственным образом отметить, чтобы иметь возможность проверить их без длительных розысков. *Это чрезвычайно важно.*

Нередко делают расчет на самом чертеже; этого нужно избегать, так как нет наглядности, а после окончания чертежа расчет пропадает, и нет возможности сверить конструкцию с расчетом.

Составление отдельных уравнений должно записывать по возможности короче; мелкие вспомогательные вычисления лучше производить на отдельных листках. Результаты для большей наглядности рекомендуется *подчеркивать*.

Для вычисления квадратов, кубов, а также для $d\pi$, $\frac{\pi}{4} d^3$ следует пользоваться по возможности *вспомогательными таблицами*, так как при помощи их вычисления ведутся быстрее и надежнее.

Чтобы показать, какая может быть разница в производстве вычислений, приводим следующий пример.

Два техника, работающие в техническом отделе, получают от старшего инженера следующее задание:

У одноцилиндровой паровой машины без конденсации диаметр цилиндра 500 мм, ход поршня 900 мм, число оборотов в минуту 82. Какова мощность машины при 7 атмосферах давления пара (при впуске)?

Оба техника через некоторое время представляют старшему инженеру свои расчеты.

№ 1 сделал расчет в таком виде:

$$D=500, H=900, n=82, p=7+1=8 \text{ атм.}$$

$$Q=0,98 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 50^3 = 1920 \text{ см}^3, c = \frac{2 \cdot 0,9 \cdot 82}{60} = 2,46 \text{ м/сек}$$

$$N_i = \frac{1920 \cdot 2,46 \cdot p_m}{75} = 63 \cdot p_m.$$

• Нормально $p_m=3$; $N_i=63 \cdot 3 = 189 \text{ л. с.}$

Усиленно $p_m=3,8$; $N_i=63 \cdot 3,8 = 239 \text{ л. с.}$

№ 2 представил расчет в следующем виде:

500 мм диам. цил.; 900 мм ход поршня, 82 оборота в минуту,

7 атм.

$$\begin{array}{r} 0,9 \\ \times 2 \\ \hline 1,8 \\ \times 82 \\ \hline 36 \\ 144 \end{array}$$

$$1476 : 60 = 2,46 \cdot 1963,5$$

$$\begin{array}{r} 120 \\ \hline 276 \\ 240 \\ \hline 360 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1230 \\ 738 \\ 1476 \\ 2214 \\ 246 \\ \hline 4830,210 \end{array}$$

$$0,57 \times 8$$

$$\begin{array}{r} 4,56 \\ - 1,5 \\ \hline 3,06 \end{array}$$

$$3,06 \times 4830,210$$

$$\begin{array}{r} 3060 \\ 612 \\ 9180 \\ 2448 \\ 1224 \end{array}$$

$$14780,44260 : 75 = 197,07257$$

$$\begin{array}{r} 75 \\ \hline 728 \\ 675 \\ \hline 530 \\ 525 \\ \hline 544 \end{array} \quad \begin{array}{r} 544 \\ 525 \\ \hline 192 \\ 150 \\ \hline 426 \\ 375 \\ \hline 510 \end{array}$$

Сразу видно, что № 1 записал свой расчет *немногими цифрами* и притом *наглядно*, а кроме того отметил страницы книги, из которой он взял p_m ; между тем как в беспорядочных вычислениях у № 2 только с трудом можно проследить ход расчета.

Нижеследующие задачи и примеры расчетов приведены с той целью, чтобы помочь начинающим выработать практические приемы решения задач. Учащийся должен постоянно обращать внимание на то, чтобы вычисления и результаты вычислений проводились и записывались на бумаге без лишнего чисел и притом в понятном для каждого товарища по профессии виде. Только в этом случае он при *вступлении в практическую жизнь* не окажется беспомощным и сумеет сделать расчеты также искусно, как техник с меньшим образованием, но с большим практическим стажем.

§ 8. Сокращенные обозначения.

В дальнейшем изложении приняты следующие сокращенные обозначения:

Единицы длины.

Миллиметр = мм
Сантиметр = см

Дециметр = дм

Метр = м

Километр (1000 м) . . . = км

Единицы объема.

Кубич. миллиметр	$= \text{мм}^3$
" сантиметр	$= \text{см}^3$
Литр	$= \text{л}$
Гектолитр (100 л.)	$= \text{гл}$
Кубич. метр (1000 л.)	$= \text{м}^3$

Единицы площади.

Квадр. миллиметр	$= \text{мм}^2$
" сантиметр	$= \text{см}^2$

Квадр. дециметр ¹⁾	$= \text{дм}^2$
" метр	$= \text{м}^2$
" километр	$= \text{км}^2$

Единицы веса.

Миллиграмм	$= \text{мг}$
Грамм	$= \text{г}$
Килограмм (1000 г.)	$= \text{кг}$
Тонна (1000 кг)	$= \text{т}$

Кроме того часто употребляются:

Атмосфера	$= \text{атм}$
Цельсий	$= \text{Ц}$
Число обор. в минуту	$= \text{п}$
Килограммометр в сек.	$= \text{кгм/сек}$

Калория (единица теплоты)	$= \text{кал}$
Лош. сила в час	$= \text{л. с./час}$

Буквенные обозначения, применяемые в целях простоты при технических расчетах:

α, β, φ углы

γ удельный вес твердых
и жидких тел

γ вес 1 м^3 газообразного
тела

δ толщина стенки

$*$ знаменатель отношения

ζ коэффициент гидравли-
чesk. сопротивлений

η коэффициент полезного
действия

λ количество теплоты пара
в калориях

μ коэффициент трения

$\pi=3,14$, отношение длины
окружности к диа-
метру

ρ радиус

σ напряжение в кг/см^2

Σ сумма; например, $\Sigma c =$

$=$ сумма отдельных
центробежных сил c

φ ускорение, замедление
в м/сек^2

ω угловая скорость

B, b ширина

D, d диаметр

F, f, Q поперечное сечение

G вес в кг

$g=9,81$ ускорение силы
тяжести в м/сек^2

H, h высота, ход

J момент инерции в см^4

k напряжение в кг/см^2

L, l длина

M момент, большей частью
в кгсм

¹⁾ Дециметров вообще следует в расчетах избегать и применять их только при вычислениях веса.

n число оборотов в минуту
 N_e число эффективных лош. сил
 N_i число индикаторных лош. сил
 P, p давление и нагрузка, p также давление в атмосферах
 Q количество воды, также груз
 R, r радиус
 S путь в метрах
 T абсолютная температура в градусах Цельсия

t температура, также время в секундах
 U, u окружная скорость, бол. частью в м/сек
 v, c скорость в м/сек
 W момент сопротивления в см³
 $<$ меньше, чем
 $>$ больше, чем
 $\leq$ равно или меньше, чем
 $\geq$ равно или больше, чем
 $\sim$ подобно, приблизительно равно
 ∞ бесконечность

Наклонная черта между двумя словами обозначает предлог „в“ или „на“, напр.: м/сек = метры в секунду, кг/см² = килограммы на квадратный сантиметр.

Эти обозначения, разумеется, не являются *обязательными*; часто приходится вводить другие обозначения в зависимости от условий задачи.

ЗАДАЧИ К §§ 1—6.

Упражнения в применении справочных таблиц.

Для решения нижеследующих задач 1 до 14 следует пользоваться „Математическими таблицами“ для величин n^3, n^2 ,

$\sqrt{n}, \sqrt[3]{n}, n \cdot \pi, \frac{\pi}{4} n^2$. Начинающему рекомендуется про-

смотреть §§ 1 и 2 текста. Эти упражнения следует повторять до тех пор, пока учащийся не научится делать их без ошибки.

Простые задачи, решаемые без вычислений прямо по таблицам.

1. Возвести в квадрат	3,4 ²	29,8 ²	95 ²
2. Возвести в куб	11,4 ³	32,6 ³	78 ³
3. Извлечь корень	$\sqrt{18}$	$\sqrt{62,8}$	$\sqrt[3]{45,4}$
4. Окружность	$\pi \cdot 5$	$\pi \cdot 13,2$	$\pi \cdot 46,3$
5. Площадь круга	$\frac{\pi}{4} \cdot 16^2$	$\frac{\pi}{4} \cdot 25,8^2$	$\frac{\pi}{4} \cdot 43,1^2$

Решения.

1. Возвести в квадрат	11,6	888	9025
2. Возвести в куб	1482	34646	474552
3. Извлечь корень	4,24	7,92	3,56 ⁷⁺
4. Окружность	15,7 ¹⁺	41,4 ⁷⁺	145,4
5. Площадь круга	201,06 ⁺	522,79 ⁺	1459

Примечание. Числа, обозначенные крестиком +, можно еще свободно несколько округлить до 3 или 4 цифр, т. е. настолько, насколько можно их отсчитать на счетной линейке. Если нужно только наскоро прикинуть результат вычислений, то допускается еще и дальнейшее округление.

Задачи, не решаемые непосредственно по таблицам, но требующие перенесения запятой.

6. Возвести в квадрат	0,032 ³	3,45 ³	0,107 ³
7. куб	0,035 ³	3,86 ³	131 ³
8. Извлечь корень	$\sqrt{0,157}$	$\sqrt{0,035}$	$\sqrt{160}$
9.	$\sqrt{108}$	$\sqrt{569}$	$\sqrt{0,3025}$
10.	$\sqrt{5698}$	$\sqrt{8340}$	$\sqrt{1.555}$
11.	$\sqrt[3]{0,9872}$	$\sqrt[3]{0,003125}$	$\sqrt[3]{6788}$
12. Окружность	$\pi \cdot 6,34$	$\pi \cdot 0,035$	$\pi \cdot 609$
13. Площадь круга	$\frac{\pi}{4} \cdot 7,35^2$	$\frac{\pi}{4} \cdot 0,067^2$	$\frac{\pi}{4} \cdot 793^2$
14. Диаметр круга, площадь коего равна	77,85	0,654	7374

Решение.

6. Возвести в квадрат	0,001024	11,90	0,0114
7. Возвести в куб	0,0000428 ⁷⁺	57,5 ¹⁺	2 248 000
8. Извлечь корень	0,396	0,187	12,6
9.	10,4	23,9	0,55
10.	75,5	91,3	133
11.	0,9 ⁹⁺	0,51 ¹	18,9
12. Окружность	19,9 ³⁺	0,11	1913
13. Площадь круга	42,4 ³⁺	0,0035 ³⁷⁺	493 900
14. Диаметр	9,96	0,913	96,9

Преобразования. Преобразовать к другому выражению:

15. Степени: $(+8)^4$; $\frac{5^4}{8^4}$; $6^3 \cdot 6^2$; 10^3 ; 0^3 ; 0^{∞} ; $3^4 : 3^2$;

16. $(+4)^3$; $\frac{12^3}{19^3}$; $8^2 \cdot 8^2$; 3^3 ; 13^2 ; 13^{12} ;

16. Степени $(-2)^2$; $-\frac{3^2}{6^2}$; $6^3 \cdot (-6)^4$; $(-4)^2 \cdot 4^2$;

16 а. $(-3)^4$; $-\frac{7^4}{3^4}$; $(-4)^2 \cdot -4^2$; $4^2 \cdot (-4)^4$;

17. Квадраты, кубы: $15^2 - 10^3$; $(7 - b)^2$; $(3 - 2c)^2$;

17 а. $7^2 - (3c - b)^2$; $(3 - 4b)^2$; $(1 + 3a)^2$;
 $(1 - b)^2$;

18. Корни: $(\sqrt[4]{64})^3$; $\sqrt[5]{227^2}$; $\sqrt[4]{8 \cdot a}$; $\sqrt[3]{\sqrt{46}}$;

18 а. $(\sqrt[5]{16})^3$; $\sqrt[4]{28^3}$; $\sqrt[3]{67 \cdot b}$; $\sqrt[4]{7 \cdot \sqrt{7}}$;

19. $\sqrt{-1}$; $\sqrt{-4}$; $\sqrt{-27}$; $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{8}$;

19 а. $\sqrt{-81}$; $\sqrt[3]{-44}$; $\sqrt[3]{3_i} \cdot \sqrt[3]{3_i}$; $\sqrt{-8}$; $\sqrt{-2}$;

Решение.

15. Степени: $+8^2$; $(\frac{5}{8})^4$; 6^{2+3} ; 1; 0; 0; 3^{4-2} ;

16. $-2 \cdot -2 = +2^2$; $\frac{+3^2}{6^2} = (\frac{3}{6})^2 = (\frac{1}{2})^2$;
 $-6^3 \cdot (-6)^2 \cdot (-6)^2 = -6^7$; 4^{2-3} ;

17. Квадраты, кубы: $(15 + 10) \cdot (15 - 10)$; $7^2 - 2 \cdot 7 \cdot b + b^2$;
 $3^2 - 3 \cdot 3^2 \cdot 2c + 3 \cdot 3 \cdot (2c)^2 - (2c)^2$;

18. Корни: 64; $(\sqrt[5]{227})^2 = 227^{\frac{2}{5}}$; $\sqrt[4]{8 \cdot \sqrt[4]{a}}$; $\sqrt[3]{\sqrt[4]{46}}$;

19. буквой i обозначается мнимое число $\sqrt{-1}$.
так как $i \cdot i = -1$; $\sqrt{-1} \cdot \sqrt{4} = i \sqrt{4}$.
 $\sqrt{-1} \cdot \sqrt{27} = i \sqrt{27}$; $i \sqrt{2 \cdot 8}$.

Ряды.

20. Что такое *арифметическая* прогрессия?

Ответ. Арифметической прогрессией называется такой ряд, в котором разность между двумя последовательными членами одна и та же.

21. Определить *последний член* прогрессии, если a — первый член, d — разность двух последовательных членов и n — число членов.

Решение. Первый $= a$, второй $= a + d$, так как $(a + d) - a$ должно равняться d ; третий член $= a + 2d$.

Значит, имеем ряд: $\overset{1}{a}$; $\overset{2}{a + d}$; $\overset{3}{a + 2d}$ и т. д. до $a + (n - 1)d$.
Следовательно, *последний член* $= a + (n - 1)d$.

21 а. То же — при $a = 12$; $d = 2$; $n = 11$. Определить последний член.

22. Сумма всех членов прогрессии. Определить сумму, если первый член $= a$, число членов $= n$ и последний член $= z$.

Решение. 1) Очевидно:

$$\begin{array}{r} S = a + (a + d) + (a + 2d) + \dots + (z - d) + z \\ S = z + (z - d) + (z - 2d) + \dots + (a + d) + a \end{array} \quad \Bigg\} +$$
$$2S = (a + z) + (a + z) + (a + z) + \dots + (a + z) + (a + z)$$

или

$$2S = n(a + z); \text{ следовательно, } S = \frac{n}{2}(a + z).$$

22 а. То же — при $a = 3$; $n = 16$ и $z = 40$. Определить сумму всех членов прогрессии.

23. Как напишется формула суммы, если вместо z вставить значение, найденное в задаче № 21?

Решение. Сумма $S = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$.

23 а. Определить сумму, если $a = 5$; $n = 14$; $d = 2$.

24. Вывести из формулы суммы (зад. № 23) значение для a .

Решение. $a = \frac{S}{n} - (n - 1) \cdot \frac{d}{2}$.

24 а. Определить a , если $S = 400$; $n = 10$ и $d = 2$.

25. Что такое *геометрическая прогрессия*?

Решение. Геометрическая прогрессия есть такой ряд, в котором отношение двух последовательных членов остается постоянным.

26. Чему равна сумма всех членов геометрической прогрессии, если a — первый член, n — число членов и b — знаменатель.

Решение. Сумма $= \frac{a(b^n - 1)}{b - 1}$.

27. *Арифметическая прогрессия*. Заводскому мастеру в целях поощрения обещали за каждую готовую машину премию, увеличивающуюся для каждой следующей машины на 2 рубля, т. е. за первую машину 2 рубля, за вторую 4 рубля, за третью 6 рублей и т. д. Каждый год расчет начинается снова. Изготовлено было: в первый год 24 машины, во второй 40 и в тре-

1) Во второй строке ряд начинается с последнего члена для того, чтобы при сложении исключить d .

тий 76. Сколько должен получить мастер по истечении этих трех лет¹⁾.

Решение. В конце первого года мастер получает:

$2 + 4 + 6 + 8 \dots$ до 24-го члена. Это есть сумма прогрессии, в которой первый член $a = 2$, разность $d = 2$ и число членов $n = 24$ (количество выпущенных машин)

$$\text{Сумма} = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d].$$

Следовательно мастер получает:

$$\text{за первый год } \frac{24}{2} \cdot [2 \cdot 2 + (24 - 1) \cdot 2] = 600 \text{ рублей}$$

$$\text{„ второй } \frac{40}{2} \cdot [4 + (40 - 1) \cdot 2] = 1640 \text{ „}$$

$$\text{„ третий } \frac{76}{2} \cdot [4 + (76 - 1) \cdot 2] = 5852 \text{ „}$$

$$\text{Итого за 3 года } \dots 8092 \text{ рубля.}$$

28. Пусть мастер получает за первую машину 2 рубля, за вторую 3 рубля, за третью 4 рубля и т. д.

1) Какой вид будет тогда иметь ряд?

2) Сколько мастер получает за каждый год?

Рекомендуется обратить особое внимание на значительную разницу между результатами задач №№ 27 и 28.

Решение. Решая эту задачу по образцу предыдущей, получаем: 4186 рублей.

29. Образование ряда для свободного падения. При помощи ряда можно исследовать также движение свободно падающего тела.

Пусть время падения $t = 12$ сек.

Определить:

1. Ускорение в м/сек^2 .

2. Путь, пройденный в течение первой секунды, в метрах.

3. Образовать ряд для пути, пройденного телом через

$$t = 12 \text{ сек.}$$

Решение. 1. Ускорение свободно падающего тела

$$g = 9,81 \text{ м/сек}^2.$$

¹⁾ Сначала образуем ряд для первого года, затем для второго и третьего. Сложение этих 3 сумм и даст нам суммарную премию за 3 года.

2. В течение первой секунды тело проходит путь, равный

$$\frac{0+g}{2} = \frac{g}{2} = 4,9 \text{ м.}$$

3. Тело проходит в первую секунду 4,9 м, во вторую секунду $4,9 + 9,81$, в третью $4,9 + 2 \cdot 9,81$ и т. д. до 12-й секунды.

Отсюда можно составить прогрессию, у которой первым членом будет $\frac{g}{2} = 4,9$; разность 9,81 и число членов 12. Тогда согласно предыдущей задаче сумма всех членов

$$H = \frac{t}{2} [2 \cdot \frac{g}{2} + (t-1)g],$$

т. е.
$$\frac{12}{2} [2 \cdot 4,9 + (12-1) \cdot 9,81] = 705,6 \text{ м.}$$

30. *Арифметическая прогрессия.* Какую начальную скорость c нужно сообщить свободно падающему телу, если оно за $t=10$ сек должно пройти путь $H=501$ м?

Здесь нужно обратить особое внимание на приращение скорости, тогда составить ряд просто.

Решение. Подобно предыдущей задаче составляем прогрессию

$$c + \frac{g}{2} + (c+g) + (c+2g) \dots [c+(t-1)g] = H$$

или:

$$H = \frac{t}{2} [2c + g + (t-1)g],$$

отсюда начальная скорость

$$c = \frac{H - 4,9 \cdot t^2}{t} = \frac{501 - 490}{10} = 1,1 \text{ м/сек.}$$

30 а. То же — при $t=20$ сек, $H=3000$ м.

31. *Процентные исчисления.* Капитал в 500 рублей отдал в рост по 5% годовых.

Определить: 1. Годовые проценты.

2. Величину капитала через 15 лет при простых годовых процентах.

3. То же — при годовых сложных процентах.

4. То же — при полугодовых сложных процентах.

5. То же — при непрерывном наращивании процентов.

Обратить особое внимание на разность результатов.

Решение. 1. Ежегодные проценты $= \frac{500 \cdot 5}{100} = 25$ руб.

2. Через 15 лет $= 500 + \frac{500 \cdot 5}{100} \cdot 15 = 875$ руб.

3. . 15 . $= 500 \cdot \left(\frac{5 + 100}{100} \right)^{15} = 1039,75$ руб.

4. . 15 . $= 500 \cdot \left(\frac{5 + 200}{200} \right)^{15} = 1047$.

5. . 15 . $= 500 \cdot \frac{5 \cdot 15}{100} = 500 \cdot 2,71875 = 1055,50$ р.

31 а. Капитал 1430 руб., при $4\frac{1}{2}\%$ годовых, через 22 года

32. Амортизация. Заводское здание стоит 8100 руб., а находящееся в нем оборудование 17 200 руб.

1. Какой процент следует ежегодно списывать на амортизацию?

2. Какова будет инвентарная стоимость этих сооружений через 9 лет?

Решение. 1. Берем для строений 4% , амортизации, для машин 8% , следовательно списываем ежегодно

$$\text{для строений } z = \frac{8100 \cdot 4}{100} = 324 \text{ руб.}$$

$$\text{для машин } z = \frac{17\,200 \cdot 8}{100} = 1376 \text{ руб.}$$

2. Инвентарная стоимость через 9 лет:

$$\text{для здания } K_n = 8100 - \frac{8100 \cdot 4}{100} \cdot 9 = 5184 \text{ руб.}$$

$$\text{для оборудования } K_n = 17\,200 - \frac{17\,200 \cdot 8}{100} \cdot 9 = 4816 \text{ руб.}$$

$$\text{Итого } 5184 + 4816 = 10\,000 \text{ руб.}$$

32 а. Здание $= 4100$ руб., машины $= 2800$ руб. через 27 лет.

В практике часто встречаются задачи, для которых самому приходится составлять арифметическую прогрессию, напр., при вычислении ренты, ежегодных убытков и т. д.

33. Возмещение убытков. Паросиловая установка в 1000 а. с. для при испытании расход пара на лош. силу на $0,5$ кг больше,

чем было обусловлено гарантийным договором, что для потребителя составляет ежегодный перерасход в размере

$$\frac{0,5 \cdot 1000 \cdot 10 \cdot 300}{100} \cdot 0,22 = 3300 \text{ руб.}$$

Ежедневно 10 часов, 300 рабочих дней, стоимость 100 л^а пара = 0,22 руб. За этот убыток отвечает поставщик. Определить общую сумму убытков за 20 лет. ¹⁾

1. Без процентов.

2. Считая 4% годовых.

3. Если поставщик должен покрыть убыток единовременным взносом. Как велика эта сумма с начислением сложных годовых процентов.

Решение. 1. Убытки через 20 лет составят $3300 \cdot 20 = 66\,000$ руб.

2. Пусть ежегодный перерасход a .

3. Ежегодный прирост этого капитала d .

$$d = a \cdot \frac{p}{100} = \frac{3300 \cdot 4}{100} = 132 \text{ руб.}$$

Тогда имеем прогрессию:

$$a + \left(a + a \frac{p}{100}\right) + \left(a + 2a \frac{p}{100}\right) + \dots \text{ до 20-го члена.}$$

Сумма всех членов прогрессии согласно задаче № 27 будет

$$\frac{n}{2} [2a + (n-1)d] = \frac{20}{2} (2 \cdot 3300 + (20-1) 132) = 91\,080 \text{ руб.}$$

4. Сначала определяем годовой оборот рубля

$$q = \frac{p + 100}{100} = \frac{4 + 100}{100} = 1,04 \text{ и}$$

вносим его в формулу исчисления суммы сделки (стр. 23)

$$K \cdot q^n - \frac{r(q^n - 1)}{q - 1} = 0,$$

где K — первоначальный капитал, r — годовые проценты, n — число лет.

¹⁾ Большую частью в таких случаях определяют убытки за 10 лет.

Для того чтобы найти капитал, который, будучи отдан по сложным процентам, через n лет обратился бы в капитал, равный сумме ежегодных уплат при таких же сложных процентах, определяем из вышеуказанной формулы величину.

$$K = \frac{r \cdot (q^n - 1)}{q^n (q - 1)} = \frac{3300 \cdot (1,04^{25} - 1)}{1,04^{25} \cdot (1,04 - 1)} = 44\,870 \text{ руб.}$$

Эта сумма подлежит немедленной уплате.

33 а. Ежегодный убыток 4300 руб., через 25 лет; при $3\frac{1}{2}\%$ годовых.

§ 9. Тригонометрия.

Конструктор должен свободно обращаться с тригонометрическими функциями — синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом и уметь их отыскивать в тригонометрических таблицах.

Тригонометрические функции угла зависят только от его величины, но отнюдь не от размеров треугольника, в котором находится угол.

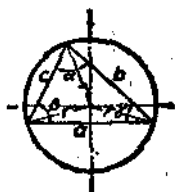
а) Основные формулы тригонометрии.

I.	{	$\sin \alpha = \frac{a}{c}$
Прямо- угольный тре- угольник		$\cos \alpha = \frac{b}{c}$
		$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$
		$\operatorname{cotg} \alpha = \frac{b}{a}$



Фиг. 1.

II.	{	$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{a}{b}$
Косо- угольный тре- угольник		$a = 2r \sin \alpha$
		$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
		$\operatorname{tg} \frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{a + b}{a - b}$
		$\operatorname{tg} \frac{\alpha - \beta}{2} = \frac{a - b}{a + b}$



Фиг. 2.

б) Применение тригонометрических таблиц для определения тригонометрических функций. Углы от 0° до 90° . Тригонометрические таблицы (см. приложение) составлены таким образом, что углу в левом столбце соответствуют верхние функции; углу же правого столбца — нижние функции, как видно из следующего образца.

ОБРАЗЕЦ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ТАБЛИЦ.

Градусы	Синус							
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
0	0,000	0,003	0,006	0,009	0,012	0,015	0,017	89
1	0,017	0,020	0,023	0,026	0,029	0,032	0,035	88
2	0,035	0,038	0,041	0,044	0,047	0,049	0,052	87
3	0,052	0,055	0,058	0,061	0,064	0,067	0,070	86
42	0,669	0,671	0,673	0,676	0,678	0,680	0,682	47
43	0,682	0,684	0,686	0,688	0,690	0,693	0,695	46
44	0,695	0,697	0,699	0,701	0,703	0,705	0,707	45
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	
	Косинус							Градусы

Таблицы дают округленные значения, чего совершенно достаточно для всех встречающихся в машиностроении расчетов, как, напр., для определения составляющих и равнодействующих сил, нагрузок под углом, давления в коренных подшипниках, относительного эксцентриситета, угла предварения эксцентрика и т. д.

Пример:

Синус $3^{\circ}40' = 0,064$ (число градусов в левом столбце)

Косинус $46^{\circ}20' = 0,690$ (, , , правом ,)

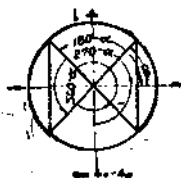
с) Углы больше 90° . При углах больше 90° необходимо обращать внимание на знак функции.

Нижеследующая таблица показывает, как в зависимости от величины угла изменяется знак каждой функции.

д) Знаки тригонометрических функций.

Градусы	от 0° до 90°	от 90° до 180°	от 180° до 270°	от 270° до 360°
sin	+	+	—	—
cos	+	—	—	+
tg	+	—	+	—
cotg	+	—	+	—

Если имеем угол больше 360° , то нужно отнять от него 360° , тогда знак тригонометрической функции первоначального угла будет такой же, как знак угла, полученного в результате вычитания. Напр., косинус угла 435° имеет такой же знак, как и косинус угла $435^\circ - 360^\circ = 75^\circ$. Согласно таблице косинус этого угла имеет знак $+$.



Фиг. 3.

е) Знак функций углов больше 90° можно себе уяснить при помощи показанных на фиг. 3 четвертей (квадрантов) круга.

Таблица значений тригонометрических функций.

Градусы	Предельные значения					Часто встречающиеся углы		
	0°	90°	180°	270°	360°	30°	45°	60°
$\sin =$	∓ 0	$+ 1$	± 0	$- 1$	∓ 0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2}$	$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{3}$
$\cos =$	$+ 1$	± 0	$- 1$	∓ 0	$+ 1$	$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{3}$	$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$
$\operatorname{tg} =$	∓ 0	$\pm \infty$	∓ 0	$\pm \infty$	∓ 0	$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\operatorname{cotg} =$	$\mp \infty$	± 0	$\mp \infty$	± 0	$\mp \infty$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{3}$

Верхние знаки для убывающих углов; нижние — для возрастающих углов.

Примеры: $\cos 20^\circ$ лежит между $+1$ и 0 ; величина $\operatorname{tg} 100^\circ$ — между ∞ и 0 .

г) Нахождение функций углов, больших 90° , затрудняется не только определением знака, но и тем обстоятельством, что тригонометрические таблицы содержат функции только для углов от 0° до 90° .

Для углов, больших 90° , необходимо руководствоваться следующей таблицей:

Таблица для углов, больших 90° .

Для углов	от 90° до 180°	от 180° до 270°	от 270° до 360°	
				
Угол $\tau =$	$180^\circ - \alpha$	$270^\circ - \alpha$	$360^\circ - \alpha$	
$\sin \tau =$	$+\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	
$\cos \tau =$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$+\cos \alpha$	
$\operatorname{tg} \tau =$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$+\operatorname{cotg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	
$\operatorname{cotg} \tau =$	$-\operatorname{cotg} \alpha$	$+\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{cotg} \alpha$	

Пример: $\sin 230^\circ = -\cos (270^\circ - 230^\circ) = -\cos 40^\circ = -0,766$

				
Угол $\tau =$	$90^\circ + \alpha$	$180^\circ + \alpha$	$270^\circ + \alpha$	
$\sin \tau =$	$+\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	
$\cos \tau =$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$+\sin \alpha$	
$\operatorname{tg} \tau =$	$-\operatorname{cotg} \alpha$	$+\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{cotg} \alpha$	
$\operatorname{cotg} \tau =$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$+\operatorname{cotg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	

Пример: $\sin 230^\circ = -\sin (230^\circ - 180^\circ) = -\sin 50^\circ = -0,766$

г) Тригонометрические формулы.

При решении уравнений часто приходится преобразовывать тригонометрические функции для упрощения вычислений.

Главнейшие преобразования показаны нижеследующими формулами:

1) Зависимости между функциями *одного и того же угла*.

$$1. \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$2. \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$3. \cotg \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\tg \alpha}$$

$$4. 1 + \tg^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$5. 1 + \cotg^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$6. \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{\tg \alpha}{\sqrt{1 + \tg^2 \alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \cotg^2 \alpha}}$$

$$7. \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 + \tg^2 \alpha}} = \frac{\cotg \alpha}{\sqrt{1 + \cotg^2 \alpha}}$$

2) Зависимости между функциями двух углов.

$$1. \sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta.$$

$$2. \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta.$$

$$3. \tg(\alpha \pm \beta) = (\tg \alpha \pm \tg \beta) : (1 \mp \tg \alpha \cdot \tg \beta).$$

$$4. \cotg(\alpha \pm \beta) = (\cotg \alpha \cdot \cotg \beta \mp 1) : (\cotg \beta \pm \cotg \alpha).$$

$$5. \sin \alpha + \sin \beta = 2 \cdot \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta).$$

$$6. \sin \alpha - \sin \beta = 2 \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cdot \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta).$$

$$7. \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta).$$

$$8. \cos \alpha - \cos \beta = -2 \cdot \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cdot \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta).$$

$$9. \tg \alpha \pm \tg \beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}.$$

$$10. \cotg \alpha \pm \cotg \beta = \frac{\sin(\beta \pm \alpha)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}.$$

$$11. \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta = \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha = \sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta).$$

$$12. \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta = \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha = \cos(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta).$$

$$13. \sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} \cdot \cos(\alpha - \beta) - \frac{1}{2} \cdot \cos(\alpha + \beta).$$

$$14. \cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} \cdot \cos(\alpha - \beta) + \frac{1}{2} \cdot \cos(\alpha + \beta).$$

$$15. \sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} \cdot \sin(\alpha + \beta) + \frac{1}{2} \cdot \sin(\alpha - \beta).$$

$$16. \tg \alpha \cdot \tg \beta = \frac{\tg \alpha + \tg \beta}{\cotg \alpha + \cotg \beta} = - \frac{\tg \alpha - \tg \beta}{\cotg \alpha - \cotg \beta}.$$

$$17. \cotg \alpha \cdot \cotg \beta = \frac{\cotg \alpha + \cotg \beta}{\tg \alpha + \tg \beta} = - \frac{\cotg \alpha - \cotg \beta}{\tg \alpha - \tg \beta}.$$

3) Формулы для кратных углов и для дробных углов.

$$1. \sin 2\alpha = 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha; \quad \sin \alpha = 2 \cdot \sin \frac{1}{2} \alpha \cdot \cos \frac{1}{2} \alpha.$$

$$2. \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \cdot \sin^2 \alpha = 2 \cdot \cos^2 \alpha - 1.$$

$$3. \sin \frac{1}{2} \alpha = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{1 + \sin \alpha} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{1 - \sin \alpha}$$

$$4. \cos \frac{1}{2} \alpha = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{1 + \sin \alpha} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{1 - \sin \alpha}$$

$$5. \tg \frac{1}{2} \alpha = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$$

$$6. \cotg \frac{1}{2} \alpha = \frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}}$$

$$7. \tg 2\alpha = \frac{2 \cdot \tg \alpha}{1 - \tg^2 \alpha} = \frac{2}{\cotg \alpha - \tg \alpha}; \quad \tg \alpha = \frac{2 \cdot \tg \frac{1}{2} \alpha}{1 - \tg^2 \frac{1}{2} \alpha}$$

$$8. \cotg 2\alpha = \frac{\cotg^2 \alpha - 1}{2 \cdot \cotg \alpha} = \frac{1}{2} \cdot \cotg \alpha - \frac{1}{2} \cdot \tg \alpha;$$

$$\cotg \alpha = \frac{\cotg^2 \frac{1}{2} \alpha - 1}{2 \cdot \cotg \frac{1}{2} \alpha}$$

$$9. \sin \alpha = \frac{2 \cdot \tg \frac{1}{2} \alpha}{1 + \tg^2 \frac{1}{2} \alpha}$$

$$10. \cos \alpha = \frac{1 - \tg^2 \frac{1}{2} \alpha}{1 + \tg^2 \frac{1}{2} \alpha}$$

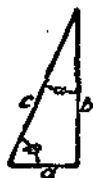
$$11. \sin \alpha \pm \cos \alpha = \pm \sqrt{1 \pm \sin 2\alpha}.$$

ЗАДАЧИ К § 9.

34. Как называются самые употребительные тригонометрические функции и как они выражаются посредством сторон прямоугольного треугольника (фиг. 4)?

Ответ. Синус, косинус, тангенс, котангенс.

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}, \quad \cos \alpha = \frac{b}{c}, \quad \tg \alpha = \frac{a}{b}, \quad \cotg \alpha = \frac{b}{a}.$$



Фиг. 4.

Определение тригонометрических функций.

Угол меньше 90°.

35. Определить:

1. $\sin 30^\circ$; 25° ; $13^\circ 10'$; 74° ;

2. $\cos 45^\circ$; 36° ; $26^\circ 50'$; $86^\circ 20'$;

3. $\tg 70^\circ$; 67° ; $85^\circ 30'$; $18^\circ 10'$.

Решение. Для этого пользуемся тригонометрическими таблицами в конце книги:

1. 0,5; 0,423; 0,228; 0,961;

2. 0,707; 0,809; 0,892; 0,064; } триг. табл.

3. 2,747; 2,356; 12,71; 0,328.

36. Угол больше 90°. Определить знак для:

$\sin 195^\circ$; $\cos 234^\circ$; $\tg 320^\circ$; $\cotg 210^\circ$.

Решение.

знак $\sin 195^\circ$ —; $\cos 234^\circ$ —; $\tg 320^\circ$ —;

$\cotg 210^\circ$ +

36 а. То же для:

$\sin 93^\circ$; $\cos 337^\circ$; $\tg 146^\circ$; $\cotg 344^\circ$.

37. Чему равняется:

1. $\sin 175^\circ 30'$; $\sin 255^\circ 10'$; $\sin 265^\circ$;
2. $\cos 110^\circ 20'$; $\cos 220^\circ 50'$; $\cos 310^\circ 30'$;
3. $\operatorname{tg} 135^\circ$; $\operatorname{tg} 261^\circ 20'$; $\operatorname{tg} 310^\circ 50'$.

Решение. Даем решения только для 1-го столбца:

1. $\sin 175^\circ 30' = \sin (180^\circ - 4^\circ 30') = \sin 4^\circ 30'$
2. $\cos 118^\circ 20' = \cos (180^\circ - 69^\circ 40') = -\cos 69^\circ 40'$
3. $\operatorname{tg} 135^\circ = \operatorname{tg} (180^\circ - 45^\circ) = -\operatorname{tg} 45^\circ = -1$

Упражнения на часто встречающиеся значения.

38. Найти угол α , если:

1. $\sin \alpha = 0,067$; $\sin \alpha = 0,944$; $\sin \alpha = 1$;
2. $\cos \alpha = 0,961$; $\cos \alpha = 0,270$; $\cos \alpha = -1$;
3. $\operatorname{tg} \alpha = -0,099$; $\operatorname{tg} \alpha = 28,64$; $\operatorname{tg} \alpha = \infty$.

Решение.

1. $\sin \alpha = 0,067$ соответств. углу $\alpha = 3^\circ 50'$
2. $\cos \alpha = 0,964$ " " $\alpha = 15^\circ 25'$ } триг. табл.
3. $\operatorname{tg} \alpha = -0,099$ " " $(180^\circ - \alpha) =$
 $= (180^\circ - 5^\circ 40')$

39. Определить:

1. $\frac{1}{2} \sin 32^\circ$; $\sin^2 80^\circ$; $(1 - \sin 20^\circ)^2$; $2 - \sin^2 33^\circ$;
2. $\cos \frac{1}{2} 48^\circ$; $\cos^2 10^\circ$; $(1 - \cos 75^\circ)^2$; $1 - \cos^2 75^\circ$;
3. $2 \operatorname{tg} (85^\circ + 12^\circ)$; $\operatorname{tg}^2 50^\circ$; $(1 - \operatorname{tg} 30^\circ)^2$; $2 - \operatorname{tg}^2 40^\circ$.

Решение.

1. 0,265; 0,970; 0,433; 1,703;
2. 0,914; 0,970; 0,549; 0,933;
3. -16,288; 1,420; 0,1789; 1,2961; } триг. табл.

40. Преобразования. Как можно иначе выразить:

1. $\operatorname{tg} \alpha$;
2. $\cos (\alpha \pm \beta)$;
3. $\sin \alpha - \sin \beta$;
4. $\cos \alpha + \cos \beta$.

Решение.

1. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$;
2. $\cos (\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$;
3. $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{1}{2} \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{1}{2} \frac{\alpha - \beta}{2}$;
4. $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{1}{2} \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{1}{2} \frac{\alpha - \beta}{2}$.

§ 10. Логарифмы.

В случаях следующих вычислений нельзя обойтись без логарифмов: 1) при возведении в степень, если показатель есть дробь, и 2) при извлечении корня, если показатель есть дробь, например: $8^{0,3}$, $\sqrt[2,5]{10}$ и т. п.

а) Основные свойства логарифмов. Если не имеют в виду определенной системы логарифмов, то логарифм обозначается Log .

Логарифм какого-нибудь числа c при основании a есть показатель степени m , в которую нужно возвести основание a , чтобы получить число c .

$$\text{Log}_a c = m, \text{ если } a^m = c.$$

Значит, применяя логарифмы для формулы степени $a^m = c$, мы просто вводим иной вид записи.

Следовательно, при логарифмировании задается степень c и основание a , показатель же m является искомой величиной.

Примеры. Основная формула $\text{Log}_a c = m$, ибо $a^m = c$, следовательно, если основание

$$a = 2 \text{ и } c = 64, \text{ то } m = 6, \text{ ибо } 2^6 = 64$$

$$a = 4 \text{ и } c = 64, \text{ „ } m = 3, \text{ „ } 4^3 = 64$$

$$a = 8 \text{ и } c = 64, \text{ „ } m = 2, \text{ „ } 8^2 = 64$$

$$a = 10 \text{ и } c = 64, \text{ то } m = 1,8062, \text{ ибо } 10^{1,8062} = 64.$$

б) Употребительные системы логарифмов. Система логарифмов может быть построена по какому угодно основанию a . Общепринятыми являются бригговы и натуральные логарифмы.

1) Бригговы логарифмы. Основание этих логарифмов равно числу 10, которое, однако, ради упрощения никогда не пишется. Напр.:

$$\log 100 = 2, \text{ т. е. } 10^2 = 100$$

2) Натуральные логарифмы. У этих логарифмов основание обозначается буквою e , причём $e = \left(1 + \frac{1}{\infty}\right)^\infty = 2,718281828\dots$ Это основание также не пишется; натуральные логарифмы в отличие от бригговых обозначаются $\ln$. Напр.:

$$\ln 100 = 4,6052;$$

• значит:

$$e^{4,6052} = 2,718281828^{4,6052} = 100.$$

**Общепринятые сокращенные обозначения
логарифма.**

Log для логарифма вообще	log для бригговских логари- фмов. Основание = 10 log 100 = 2 10 ² = 100	ln для натуральных ло- гарифмов. Осн. e = 2,718281828... ln 100 = 4,6052 e ^{4,6052} = 100

с) Общие свойства логарифмов. Нижеследующие формулы 1—7 применимы как к бригговым (log), так и натуральным логарифмам (ln).

$$(1) \text{Log } (a \cdot b) = \text{Log } a + \text{Log } b.$$

$$(2) \text{Log } \frac{a}{b} = \text{Log } a - \text{Log } b.$$

$$(3) \text{Log } a^m = m \cdot \text{Log } a.$$

$$(4) \text{Log } \sqrt[m]{a} = \text{Log } a^{\frac{1}{m}} = \frac{1}{m} \cdot \text{Log } a = \frac{\text{Log } a}{m}.$$

$$(5) \text{Log } \sqrt[m]{a^n} = \text{Log } a^{\frac{n}{m}} = \frac{n}{m} \cdot \text{Log } a = \frac{n \cdot \text{Log } a}{m}.$$

$$(6) \text{Log } \frac{a^m}{a^n} = \text{Log } a^{m-n} = (m - n) \cdot \text{Log } a.$$

$$(7) \text{Log } \frac{a^m}{b^n} = m \cdot \text{Log } a - n \cdot \text{Log } b.$$

д) Вычисление с помощью бригговских логарифмов.

Обозначения чисел:			Показа- тель корня
6462 ^{0,8}	показатель числителя	6462 ^{0,8}	
	основание		0,8
	знаменатель	0,076 ^{-1,5}	$\sqrt[0,8]{6462}$ осно- ваяне
Степень	Дробь		Корень

**Основные сведения, необходимые для решения
задач на логарифмы.**

Пример. $\log c = m$; $\log 6462 = 3,8104$. При этом для числа 6462 будут: 3 — характеристика, 8104 — мантисса логарифма.

1) *Табличное число* (Numerus—читается: нумерус). Оно по цифрам одинаково с тем числом (основанием¹⁾ степени), для которого нужно подыскать логарифм; однако при этом место запятой не имеет никакого влияния.

Пример: 64,62 соответствует табличному числу 6462. Число цифр табличного числа (N) не имеет значения, поэтому оно произносится не как число, а как последовательность цифр, т. е. каждая цифра отдельно: „шесть четыре шесть два“.

В различных логарифмических таблицах табличное число (N) бывает трехзначным, четырехзначным и т. д.

Для технических расчетов достаточны большей частью трехзначные таблицы. Чтобы при помощи трехзначной таблицы логарифмов найти мантиссу логарифма четырехзначного числа (напр. 6462), поступают следующим образом:

$$\begin{aligned}\log 6462 &= \log 646 + 0,2 (\log 647 - \log 646) = \\ &= 8102 + 0,2 (8107 - 8102) = 8104.\end{aligned}$$

2) *Характеристика*. Понятие о характеристике легче всего уяснить себе, если рассматривать строки (2) и (4) таблицы (стр. 49).

Характеристика равна числу цифр целой части логарифмируемого числа, уменьшенному на единицу. Значит, если Z число цифр в целой части числа, то характеристика равна $Z - 1$; [ср. строки (6) таблицы (стр. 49)].

3) *Мантисса*. Мантиссу отыскивают в логарифмической таблице (или на счетной линейке). Число цифр мантиссы безразлично, как видно из строки (5) таблицы (стр. 49).

4) *Логарифм* состоит из характеристики и мантиссы, отделяемых друг от друга запятой. По числу цифр целой части Z логарифмируемого числа (напр., 6462 или 0,06462) определяется характеристика ($Z - 1$) и тут же записывается (напр. 3 или 0, ... — 2); а затем после запятой приписывается мантисса, найденная из логарифмической таблицы (напр., 3,8104 или 0,8104 — 2).

Это и есть искомый логарифм.

Обратное действие производится, если нужно по логарифму (напр., 3,8104 или 0,8104 — 2) найти соответствующее число.

Характеристика (напр., 3 или 0, ... — 2) показывает число цифр в целой части искомого числа (напр., 4 или 0,0). Мантисса дает в логарифмической таблице соответствующее табличное

¹⁾ Здесь основание не надо смешивать с основанием 10 и с указанным выше обеих систем логарифмов.

число (N), напр., 6462 для обоих случаев, откуда и получаем искомое число, уже принимая во внимание характеристику (напр., 6462 или 0,06462).

е) Указания для пользования логарифмическими таблицами. Образец четырехзначной таблицы логарифмов:

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
640	8062	8062	8063	8064	8065	8055	8066	8067	8067	8068
641	8069	8069	8070	8071	8071	8072	8073	8073	8074	8075
642	8075	8076	8077	8077	8078	8079	8079	8080	8081	8081
643	8082	8083	8083	8084	8085	8085	8086	8087	8088	8088
644	8089	8090	8090	8091	8092	8092	8093	8094	8094	8095
645	8096	8096	8097	8098	8098	8099	8100	8100	8101	8102
646	8102	8103	8104	8104	8105	8106	8106	8107	8108	8108
647	8109	8110	8110	8111	8112	8112	8113	8114	8114	8115
648	8116	8116	8117	8118	8118	8119	8120	8120	8121	8122
64	8062	8069	8075	8082	8889	8096	8102	8109	8116	8122

Последняя строка внизу соответствует трехзначной логарифмической таблице; в левом столбце здесь числа имеют одной цифрой меньше.

Пример. Найти логарифм числа 6462.

Приведенная выше четырехзначная таблица дает мантиссу 8104.

Применяя трехзначную лог. таблицу, можно не обращать внимания на последнюю цифру (семерку); для мантиссы находят промежуточное значение. (Точный подсчет указан в § 10, d 1).

Основное число 6462
Вспомогательные числа:
6160 6470
Мантисса
8102 8109
Промежуточное значение
8104

Число 6462 имеет 4 знака, стало быть (согл. § 10, d 4), характеристика $4 - 1 = 3$; следовательно, $\log 6462 = 3,8104$.

ТАБЛИЦА

НАХОЖДЕНИЯ ЛОГАРИФМА ДЛЯ ЛЮБОГО ЧИСЛА.

(2)	(4)	(3)	(5)	(6)	(7)
Число, для которого отыскивается логарифм	Число цифр целой части Z	Табличное число (N) по второму столбцу	Мантисса по 4-значной лог. таблице	Характеристика по (4) столбцу $Z-1$	Логарифм по (5) и (6) столбцам
6426	4	6426	8079	3	3,8079
642,6	3	6426	8079	2	2,8079
64,26	2	6426	8079	1	1,8079
6,426	1	6426	8079	0	0,8079
0,6426	0	6426	8079	0, — 1	0,8079 — 1
0,06426	— 1	6426	8079	0, — 2	0,8079 — 2
0,006426	— 2	6426	8079	0, — 3	0,8079 — 3

1) Вычисление степеней и произведения чисел.

Вычисление степеней				Произведение двух чисел	
(1)	Найти	$6462^{0,8}$	$0,0076^{1,5}$	$6462 \times 0,0076$	
(2)	{ Основное, или логарифмируемое число	6462	0,0076	6462	0,0076
(3)	{ Табличное число (N)	6462	7600	6462	7600
(4)	{ Число цифр целой части логарифмируемого числа	4	— 2	4	— 2
(5)	{ Мантисса по логар. таблице	8104	8808	8104	8808
(6)	{ Характеристика $Z-1$ (строка 4)	4 — 1 = 3	— 2 — 1 = 0, — 3	4 — 1 = 3	0, — 3
(7)	{ Логарифм (строки 5 и 6)	3,8104	* 0,8808 — 3	3,8104	0,8808 — 3
(8)	{ Показатель степени (строка 1)	0,8	1,5	Сумма логарифмов	

Вычисление степеней				Произведение двух чисел
	Найти	$6462^{0,8}$	$0,0076^{1,5}$	$6462 \times 0,0076$
(9)	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Логарифм степеней } 6462^{0,8} \\ \text{и } 0,0076^{1,5} \\ \text{(показатель } \times \\ \text{лог. основания)} \end{array} \right\}$	$0,8 \cdot 3,8104 = 3,048$	$\left\{ \begin{array}{l} 1,5 \cdot (0,8808 - 3) \\ = 1,3212 - 4,5 \\ / = 1,8212 - 5 \\ = 0,8212 - 4 \end{array} \right\}$	$\begin{array}{r} 0,8808 - 3 \\ + 3,8104 \\ 4,6912 - 3 \\ = 1,6912 \end{array}$
(10)	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Табличное} \\ \text{число, соответ-} \\ \text{ствующее логарифму (стро-} \\ \text{ка 9) из логарифм. таблицы,} \\ \text{приблиз.} \end{array} \right\}$	1118	6625	4911
(11)	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Число цифр} \\ \text{в целой части} \\ \text{(строка 9) } + 1 \end{array} \right\}$	$3 + 1 = 4$	$-3 + 1 = -2$	$1 + 1 = 2$
(12)	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Из чисел, ука-} \\ \text{занных в стро-} \\ \text{ках 10 и 11, по-} \\ \text{лучается иско-} \\ \text{мое число.} \end{array} \right\}$	1118	0,0006625	49,11

г) Вычисление дробей при помощи логарифмов. Вообще $\log \frac{a^m}{b^n} = m \cdot \log a - n \cdot \log b$.

Сначала находят логарифм числителя и логарифм знаменателя точно таким же образом, как в предыдущей таблице.

— Из логарифма числителя вычитается логарифм знаменателя, а затем по результату отыскивают в логарифмической таблице соответствующее табличное число.

Для примера возьмем те же числа, что и раньше; требуется

вычислить $\frac{6462^{0,8}}{0,0076^{1,5}}$. Тогда логарифм числителя согл. строке 9 будет 3,048. Логарифм знаменателя согласно строке 9 будет 0,8212 — 4. Логарифм дроби = $3,048 - (0,8212 - 4) = 3,048 + 4 - 0,8212 = 6,2268$.

Табличное число, соответствующее мантиссе 2268, будет 1686 (из логарифм. таблицы).

Число цифр целой части искомого числа + 1 дает $6 + 1 = 7$.

Искомое число следовательно будет 1686000.

Таким образом имеем следующие решения:

$$\frac{6462^{0,8}}{0,0076^{1,5}} = \frac{1118}{0,0006625} = 1686000$$

$$6462 \times 0,0076 = 49,11.$$

ЗАДАЧИ К § 10.

41. *Характеристика.* Определить характеристику логарифмов чисел: 100; 10000; 0,07; 7; 0,3.

Решение. 2; 4; —2; 0; —1.

41 а. То же — для: 337; 47; 09; 0,003.

42. Найти логарифмы чисел: 732; 41; 0,01; 4.

Решение. Согласно таблице четырехзначных логарифмов имеем: 2,8645; 1,6128; —2; 0,6021.

42 а. То же для чисел 33; 0,3; 796; 83.

43. Вычислить: $437,3 \cdot 0,002$; $6,7 \cdot 2,08$; $47 \cdot 0,4$

Решение. Произведение: 0,8746; 13,94; 188,0.

43 а. Вычислить; $0,9 \cdot 4,734$; $96 \cdot 0,3456$; $0,023 \cdot 0,048$.

44. Вычислить: $3,36 : 0,748$; $0,745 : 3,324$; $975 : 0,002$.

Решение. Частное: 4,492; 0,22415; 487500 (округл.)

45. Вычислить: $1,44 : 0,02$; $492 : 3,829$; $0,7 : 0,004$.

46. Вычислить: 21,9; 252,7; $\sqrt[3]{763}$; $\sqrt[2,5]{3,52}$.

Решение. Степень: 3,732; 5947.

Корень: 3,023; 1,654.

47. Вычислить: $35,6^{\circ}$; $43,4$; $\sqrt[4]{47,3}$; $\sqrt[4]{4736}$.

48. *Расход пара.* Обыкновенно теоретич. величина расхода пара для двигателя вычисляется по формуле:

$$S_n = \frac{6,87 - 0,9 \cdot \log p_0}{\log p - \log p_0} \text{ кг на лш. силу в час.}$$

Он делить S_n , если $p = 12$ атм. абсол.

$$p_0 = 0,15 \text{ атм. абсол.}$$

Решение. Определяем $\log 0,15 = 0,1761 - 1$ и $\log 12 = 1,0792$

Тогда

$$S_n = \frac{6,87 - 0,9(0,1761 - 1)}{1,0792 - 0,1761 + 1} = 4 \text{ кг на л. с. в час.}$$

48 а. То же при $p = 9$ атм. абсол.

$$p_0 = 1,05 \text{ атм. абсол.}$$

§ 11. Счетная линейка.

а) Логарифмическая шкала. Для производства различных вычислений с помощью счетной линейки пользуются общими свойствами логарифмов:

$$(1) \log(ab) = \log a + \log b.$$

$$(2) \log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b.$$

$$(3) \log(a^n) = n \log a.$$

$$(4) \log \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n} \log a.$$

$$(5) \log(a \cdot 10^n) = \log a + n.$$

$$(6) \log\left(\frac{a}{10^n}\right) = \log a - n.$$

Основанием счетной линейки является логарифмическая шкала представляющая собою геометрическое изображение логарифмической таблицы в виде отрезков. Построение такой шкалы выполняется с помощью обычного в номографии приема с помощью так называемого *уравнения шкалы*.

Имеем логарифмическую функцию:

$$y = \log x.$$

По этой зависимости составим уравнение шкалы такого вида:

$$y = \mu \log x,$$

где μ — *модуль шкалы* — практически представляет масштаб нашего построения. Возьмем, например, $\mu = 250$ мм; тогда для чисел первого десятка, пользуясь трехзначными логарифмами, получим с точностью до 0,1 мм величины отрезков, определяющих y в зависимости от x .

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\log x$	0,0	0,301	0,477	0,602	0,699	0,778	0,845	0,903	0,954	1,000
$y = \mu \log x$ (в мм)	0,0	75,3	119,3	150,5	174,7	194,5	211,3	225,8	238,6	250,0

Примечание. У чисел, являющихся приближенным значением с избытком, последняя цифра подчеркнута.

Теперь, пользуясь числами нижнего ряда таблицы, отложим

на прямолинейной оси вправо от некоторой начальной точки отрезки, графически изображающие значения y , причем у концов отрезков отметим значения x , соответствующие этим отрезкам (фиг. 5). Таким образом, на шкале вместо значений логарифмов даны значения соответствующих им чисел. Благодаря этому, с помощью шкалы при действиях с логарифмами мы сразу получаем непосредственный результат в виде числа, что составляет исключительное преимущество шкалы по сравнению с таблицами логарифмов.

При построении шкалы мы выбрали для модуля значение $\mu = 250$ мм. Для той же цели мы могли бы взять любое другое число и построить шкалу соответствующих размеров. В дальнейшем нам придется встретиться со шкалами, у которых модуль взят равным $\frac{\mu}{2} = 125$ мм и $\frac{\mu}{3} = \frac{250}{3}$ мм.

Для вычислений особенно удобно пользоваться парой шкал, устроенных таким образом, что одна шкала может передвигаться вправо и влево вдоль другой, неподвижной шкалы. Разберем на примерах, каким образом с помощью таких соединенных шкал производится основные действия.

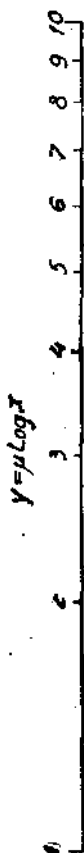
Пример 1. $\log(2 \cdot 3) = \log 2 + \log 3 = \log 6$.

Устанавливаем единицу подвижной шкалы против двойки, взятой на неподвижной шкале. Тогда против 3 на подвижной шкале мы найдем на первой шкале 6 (фиг. 6). По чертежу видно, что этот прием приводит к геометрическому сложению двух отрезков $\mu \log 2$ и $\mu \log 3$, в сумме дающих отрезок $\mu \log 6$. Ввиду того, что на шкале отмечены не логарифмы, а числа, мы непосредственно получаем умножение с помощью шкал: $2 \cdot 3 = 6$.

Пример 2. $\log\left(\frac{6}{3}\right) = \log 6 - \log 3 = \log 2$
 $6 : 3 = 2$.

Устанавливаем против делимого (6), взятого на неподвижной шкале, делитель (3) на подвижной шкале. Тогда против 1 на этой шкале мы находим частное (2) на неподвижной шкале. На той же фиг. 6 видно, что в этом случае производится геометрическое вычитание отрезков:

$$\mu \log 6 - \mu \log 3 = \mu \log 2$$



фиг. 5.

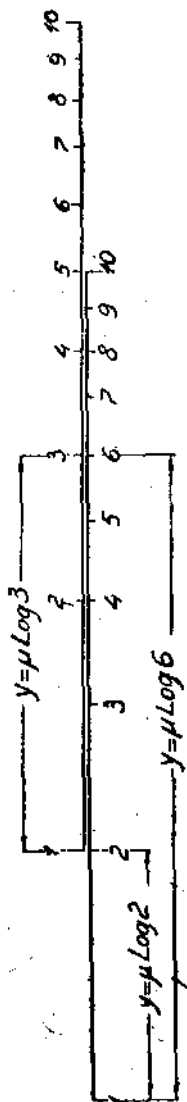
Пример 3. $1:2=3:x$.

Так как нахождение неизвестного члена пропорции приводит к умножению $x=2 \cdot 3$, то вычисление с помощью шкал осуществляется также, как это было указано для примера 1. Кроме того, на чертеже видно, что равенству отношений:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10}$$

соответствует такая установка шкал, при которой против 2 на неподвижной шкале устанавливается 1 подвижной шкалы. Тогда против предыдущих членов данных отношений 2, 3, 4 и 5 на подвижной шкале мы найдем на неподвижной шкале соответствующие им последующие члены отношений 4, 6, 8 и 10. На этом примере можно убедиться, что с помощью шкал решение пропорций осуществляется весьма просто. Вообще, надо заметить, что различные вычисления, которые могут быть сведены к пропорции, очень легко выполняются с помощью логарифмических шкал, подвижной и неподвижной.

В предыдущих примерах мы пользовались двумя логарифмическими шкалами с одинаковым модулем. Разберем теперь случай применения двух логарифмических шкал, у одной из которых модуль в два раза меньше, чем у другой. Положим, модуль у одной шкалы равен 125 мм, а у другой — 250 мм. Установим эти шкалы так, чтобы их начала, отмеченные 1, совпадали (фиг. 7). Тогда против 2 и 3, взятых на одной шкале, мы найдем на шкале с половинным модулем 4 и 9, т. е. 2^2 и 3^2 , или же обратно, беря числа 4 и 9 на шкале с половинным модулем, найдем на другой шкале числа 2 и 3, т. е. $\sqrt{4}$ и $\sqrt{9}$. Таким образом, с помощью этих шкал производится возведение в квадрат и извлечение квадратного корня.



Фиг. 6.

Точно также, имея одну основную шкалу и шкалу с модулем в три раза меньшим, мы можем производить возвышение в третью степень и, равным образом, извлечение корня кубического.

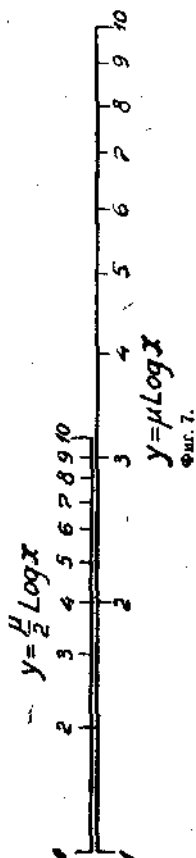
Переходя к общей характеристике логарифмической шкалы, необходимо отметить, что она представляет собою *шкалу неравномерную* так как расстояния между двумя последовательными делениями шкалы неодинаковы (фиг. 5).

Если имеется шкала для чисел в пределах от 1 до 10, то эта же шкала может служить для представления любых чисел. Всякое число можно представить в виде произведения двух сомножителей, причем один из них будет целой, положительной или отрицательной степенью десяти, а другой — целым или дробным числом в пределах от 1 до 10. Например, $284,5 = 2,845 \cdot 10^2$; $0,0065 = 6,5 \cdot 10^{-3}$. Очевидно, что логарифмы каждой пары этих чисел 284,5 и 2,845, а также 0,0065 и 6,5 отличаются только характеристиками при одной и той же мантиссе (см. общие свойства логарифмов). Отсюда мы можем вывести заключение об определенной *периодичности* логарифмической шкалы и ее делений. Вообще, имея основную шкалу от 1 до 10, можно построить или мыслить построенными одна за другой по обе ее стороны любое количество точно таких же шкал.

Третьим, не менее важным, для вычисления свойством логарифмической шкалы является та ее особенность, что относительная погрешность при отсчете на ней в любом ее участке одинакова.

б) Описание счетной линейки. Обычная счетная линейка состоит из следующих частей:

- 1) *корпуса*, который называется просто „линейкой“;
- 2) *движка*, входящего в пазы линейки;
- 3) *передвижного указателя*, состоящего из алюминиевой оправы со стеклом, снизу которого нанесена поперечная *визирная черта*, служащая для отсчета на шкалах.



Наиболее распространенным типом счетных линейек является так называемая об­ лковенная линейка и линейка системы „Риц“, обе с длиною шкал в 250 мм. Имеются линейки как с укороченными, так и с более длинными шкалами. Кроме того, имеются линейки специальных типов, но мы ограничиваемся рассмотрением только обыкновенной линейки и линейки системы „Риц“, как наиболее простых и, вместе с тем, вполне пригодных для обычных технических расчетов.

Указанная выше конструкция счетной линейки дает возможность поместить на самой линейке неподвижные шкалы, а на движке подвижные шкалы. Шкалы наносятся с помощью делительной машины на целлюлозных полосках, укрепленных на линейке и на движке.

Линейка обычного типа имеет четыре шкалы, причем первая и последняя помещаются на самой линейке, а вторая и третья на движке. Для удобства эти шкалы обозначим буквами *A*, *B*, *C* и *D* в порядке сверху вниз (фиг. 8).

Фиг. 8 изображает линейку системы „Риц“, отличающуюся от обыкновенной присутствием шкал *K* и *L* (см. стр. 56).

Пользуясь этими обозначениями, напомним уравнения шкал в таком виде:

На линейке	На движке
<i>A</i> ... $x = 125$	<i>B</i> ... $x = 125$
<i>D</i> ... $x = 250$	<i>C</i> ... $x = 250$

Сравнивая уравнения шкал, а также непосредственно их рассматривая, можем убедиться в том, что шкалы *C* и *D*, которые называются *нижними шкалами*, совершенно одинаковы между собою. То же самое надо сказать и о *верхних шкалах* *A* и *B*.

Шкалы *A* и *B* состоят из двух совершенно одинаковых *подшкал*. В больших



Фиг. 8.

стве случаев среднее деление, отделяющее обе подшкалы, обозначается 1 (вместо 10) и тогда дальнейшие деления на второй (правой) подшкале отмечены как 2, 3, ... 9, 1. С другой стороны, некоторые фирмы выпускают линейки, на которых среднее деление этих шкал имеет обозначение 10, а дальнейшие деления второй подшкалы 20, 30 и т. д. до 100. В соответствии с указанным обозначением делений на шкалах *A* и *B* мы имеем на шкалах *C* и *D* обозначение последнего деления 1 или 10.

Для правильного и уверенного расчета с помощью линейки необходимо уметь находить на шкалах любые числа, с другой стороны также необходимо точно определять, какое число представляет собою то или иное место шкалы. Обычно для начинающего некоторые затруднения представляет *неодинаковость* подразделений на шкалах, имеющих деления трех различных порядков.

Разберем эти деления и их цену для парных, нижних шкал *C* и *D*. Прежде всего мы имеем *десять делений первого порядка*, помеченных цифрами 1, 2, ... 9, 1 (или 10). Эти деления как раз соответствуют тому, построению логарифмической шкалы, которое описано выше на стр. 53 и представлено на фиг. 5. Каждое такое деление первого порядка поделено на *десять делений второго порядка*, причем в промежутке между делениями 1 и 2 первого порядка все деления второго порядка отмечены особо более мелкими цифрами от 1 до 9. Каждое деление второго порядка в свою очередь делится на *деления третьего порядка*, но число этих делений по всей шкале неодинаково, как это видно из следующей таблицы:

В промежутках между делениями первого порядка на шкалах <i>C</i> и <i>D</i>	Число делений третьего порядка, заключающихся в одном делении второго порядка
1—2	10
2—4	5
4—1 (10)	2

При помощи такого способа нанесения делений на шкалах числа на них будут отсчитываться следующим образом. Возьмем трехзначное число, скажем 172, и для ясности отметим цифры,

соответствующие на шкале делениям первого, второго и третьего порядков: 1-7-2. Цифра 1 первого порядка показывает, что число на шкале надо находить в промежутке между делениями 1 и 2 первого порядка. Затем отыскиваем на шкале в этом промежутке седьмое деление второго порядка, отмеченное более мелкой цифрой 7 и, наконец, в промежутке между делениями второго порядка 7 и 8 находим второе деление третьего порядка, которое и соответствует на шкале числу 1-7-2. Следующие за этим деления будут обозначать числа 1-7-3; 1-7-4 и т. д. Таким образом, в промежутке от 1 до 2 деления шкал *C* и *D* представляют ряд чисел от 1,00 до 2,00 или, если не будем обращать внимания на запятую, натуральный ряд чисел от 100 до 200: т. е. 101, 102, 103, ... 198, 199, 200.

В промежутке между делениями первого порядка, отмеченными цифрами 2 и 4, каждое деление второго порядка содержит уже 5 делений третьего порядка. Следовательно, в этом промежутке числа идут в такой последовательности: 200, 202, 204, ... 298, 300, 302, 304, ... 398, 400. Если взять два последовательных деления на шкале в этом промежутке, то они будут соответствовать, например, числам 2-7-2 и 2-7-4. Чтобы найти на шкале число 2-7-3, поступают таким образом. Черту указателя устанавливают на глаз посередине между делениями, представляющими числа 2-7-2 и 2-7-4, и считают, что положение черты указателя показывает место числа 2-7-3.

В промежутке между 4 и последним делением шкалы 1 (или 10) деления второго порядка поделены только на два деления третьего порядка, т. е. числа идут в последовательности: 400, 405, 410, 415, ... 985, 990, 995, 1000.

Возьмем два последовательных деления в этом промежутке, соответствующих, скажем, числам 5-6-5 и 5-7-0. Для отыскания на шкале места, занимаемого числом 5-6-7, делим на глаз (это делается очень легко) промежуток между делениями 5-6-5 и 5-7-0 на пять равных частей, берут $\frac{2}{5}$ этого промежутка и в этом месте устанавливают черту указателя.

Верхние шкалы *A* и *B*, имеющие половинный модуль по сравнению со шкалами *C* и *D*, разделены несколько иначе. Каждая подшкала шкал *A* и *B* содержит 10 делений первого порядка, отмеченных соответствующими цифрами. Каждое деление первого порядка поделено на 10 делений второго порядка. Число делений третьего порядка в каждом делении второго порядка показано в следующей таблице:

В промежутке между делениями первого порядка на шкалах <i>A</i> и <i>B</i>	Число делений третьего порядка, заключающихся в одном делении второго порядка
1 — 2	5
2 — 5	2
5 — 1 (10)	нет делений третьего порядка

Примечание. На линейках системы „Риц“ сверху над шкалой *A* имеется еще одна отдельная шкала с модулем в три раза меньшим, чем у основных шкал *C* и *D*, содержащая три одинаковых подшкалы 1 — 1 (10) — 1 (100) — 1 (1000), так называемая *шкала кубов*, которую мы будем обозначать буквою *K*. Эта шкала имеет деления первого, второго и третьего порядков точно такие же, как и шкалы *A* и *B*.

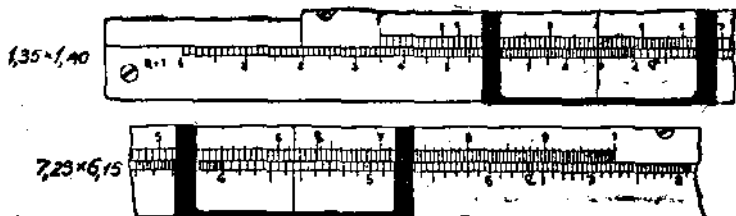
На шкалах *A* и *B* (а также на шкале *K*) те числа, для которых нет соответствующих делений, берутся с помощью установки на глаз черты указателя между двумя последовательными, близлежащими числами по тому же принципу, какой был указан в случае шкал *G* и *D*.

Умножение с помощью нижних шкал *C* и *D*.

$$p \times q = y.$$

<i>C</i>	1 или 10	другой сомножитель
<i>D</i>	один сомножитель	произведение

Схема показывает, что для умножения двух чисел надо над первым сомножителем, взятым на шкале *D*, установить начальную или конечную [1 (10)] единицу шкалы *C*. Затем, не передвигая больше движка, находят с помощью указателя на шкале *C* другой сомножитель и против него, на шкале *D*, отыскивают произведение (фиг. 9). Так как на линейке, вообще говоря, делается *приближенное умножение*, то весьма важно точно определить число знаков произведения или место запятой в случае умножения десятичных дробей. Условимся *под числом знаков* подразумевать характеристику, увеличенную на единицу; таким образом число может иметь отрицательное число знаков.



Фиг. 2.

Число	Характеристика логарифма	Число знаков
75864	4	5
3210	3	4
16,8	1	2
4,15	0	1
0,57	-1	0
0,0123	-2	-1
0,0049	-3	-2

При умножении на линейке могут быть два случая: 1) движок устанавливается *вправо*; 2) движок устанавливается *влево*.

В первом случае число знаков произведения равно сумме чисел знаков сомножителей без единицы.

Пусть p имеет m знаков и q имеет n знаков. Тогда произведение будет иметь $m + n - 1$ знак.

Во втором случае число знаков произведения равно сумме чисел знаков сомножителей, т. е.

$$m + n.$$

Примеры: 1. Движок выдвинут вправо:

Пример	Число знаков произведения по формуле $m + n - 1$
$34 \cdot 14 = 476$	$2 + 2 - 1 = 3$
$3,4 \cdot 14 = 47,6$	$1 + 2 - 1 = 2$
$0,34 \cdot 14 = 4,76$	$0 + 2 - 1 = 1$
$0,0034 \cdot 14 = 0,0476$	$-2 + 2 - 1 = -1$
$3,4 \cdot 1,4 = 4,76$	$1 + 1 - 1 = 1$
$0,00034 \cdot 0,0014 = 0,000000476$	$-3 + (-2) - 1 = -6$

П. Движок выдвинут влево:

Примеры	Число знаков произведения по формуле $m+n$
$26 \cdot 74 = 1924$	$2+2=4$
$2,6 \cdot 74 = 192,4$	$1+2=3$
$0,26 \cdot 74 = 19,24$	$0+2=2$
$0,026 \cdot 74 = 1,924$	$-1+2=1$
$26 \cdot 7,4 = 192,4$	$2+1=3$
$26 \cdot 0,0074 = 0,1924$	$2+(-2)=0$
$2,6 \cdot 7,4 = 19,24$	$1+1=2$
$0,026 \cdot 0,0074 = 0,0001924$	$-1+(-2)=-3$

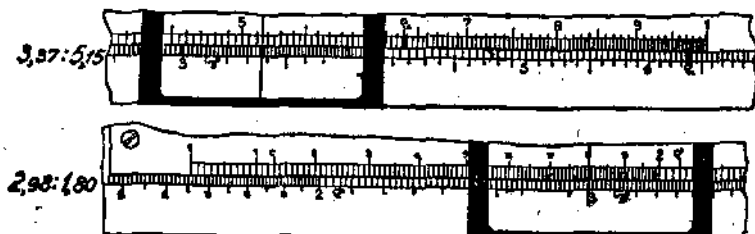
Упражнения	$m+n-1$
$3,15 \times 14,6 = 45,0$	$1+2-1=2$
$3,23 \times 2,75 = 8,80$	$1+1-1=1$
$255 \times 0,01475 = 3,76$	$3+(-1)-1=1$
$127 \times 1,55 = 197$	$3+1-1=3$
Упражнения	$m+n$
$0,021 \times 0,074 = 0,001555$	$(-1)+(-1)=-2$
$0,126 \times 88,8 = 11,2$	$0+2=2$
$25,6 \times 4,9 = 125,4$	$2+1=3$
$0,041 \times 0,00561 = 0,000230$	$(-1)+(-2)=-3$

Деление с помощью нижних шкал *C* и *D*.

$$\frac{P}{q} = y.$$

<i>C</i>	делитель	1 или 10
<i>D</i>	делимое	частное

Схема показывает, что для деления двух чисел надо над делимым, взятым на шкале *D*, установить делителя на шкале *C*. Тогда против начальной или конечной единицы на шкале *C* находится частное на шкале *D* (фиг. 10). При этом могут быть два случая:



Фиг. 10.

I. Движок выдвинут *вправо*. Число знаков частного вычисляется по формуле $m - n + 1$, где m — число знаков делимого и n — число знаков делителя.

II. Движок выдвинут *влево*. Число знаков частного вычисляется по формуле $m - n$.

Примеры	$m - n + 1$
$96 : 5 = 19,2$	$2 - 1 + 1 = 2$
$9,6 : 5 = 1,92$	$1 - 1 + 1 = 1$
$0,0096 : 5 = 0,00192$	$-2 - 1 + 1 = -2$
$0,00096 : 0,05 = 0,0192$	$-3 - (-1) + 1 = -1$
$960 : 5000 = 0,192$	$3 - 4 + 1 = 0$
Примеры	$m - n$
$4890 : 5 = 978$	$4 - 1 = 3$
$48,9 : 5 = 9,78$	$2 - 1 = 1$
$4,89 : 5 = 0,978$	$1 - 1 = 0$
$0,0489 : 5 = 0,00978$	$-1 - 1 = -2$
$48,9 : 0,5 = 97,8$	$2 - 0 = 2$
$48,9 : 0,005 = 9780$	$2 - (-2) = 4$
$0,489 : 0,005 = 97,8$	$0 - (-2) = 2$

Упражнения	$m - n + 1$
$65 : 122 = 0,533$ $0,333 : 1,495 = 0,223$ $14 : 11 = 1,273$	$2 - 3 + 1 = 0$ $0 - 1 + 1 = 0$ $2 - 2 + 1 = 1$
Упражнения	$m - n$
$162 : 22,5 = 7,20$ $11 : 360 = 0,0305$ $3,16 : 7250 = 0,000436$	$3 - 2 = 1$ $2 - 3 = -$ $1 - 4 = -3$

Нахождение квадрата числа с помощью шкал D и A.

A	a^2
D	a

Схема показывает, что, установив черту указателя на число a , взятое на шкале D, мы над ним, на шкале A, найдем его квадрат. При этом могут быть два случая:

I. Квадрат находится на первой (левой) подшкале шкалы A. Число знаков квадрата определяется формулой $2m - 1$, где m — число знаков основания.

II. Квадрат находится на второй (правой) подшкале шкалы A. Число знаков квадрата определяется формулой $2m$.

I. Примеры	$2m - 1$
$1,60^2 = 2,56$	$2 \cdot 1 - 1 = 1$
$30,5^2 \approx 930$	$2 \cdot 2 - 1 = 3$
$0,244^2 \approx 0,0595$	$2 \cdot 0 - 1 = -1$
$0,00193^2 \approx 0,00000372$	$2 \cdot (-2) - 1 = -5$

II. Примеры	2 m
$4,96^2 \approx 24,6$	$2 \cdot 1 = 2$
$33,4^2 \approx 1120$	$2 \cdot 2 = 4$
$450^2 \approx 202\,000$	$2 \cdot 3 = 6$
$0,065^2 \approx 0,00423$	$2 \cdot (-1) = -2$

*Извлечение корня квадратного с помощью
шкал A и D.*

<i>A</i>	подкоренное число
<i>D</i>	корень квадратный

Схема показывает, что для извлечения корня квадратного черта указателя устанавливается на подкоренном числе, взятом на шкале *A*. Тогда под ним, на шкале *D*, находим корень квадратный. Так как шкала *A* состоит из двух одинаковых подшкал, то для правильности вычисления необходимо определить, на какой подшкале надо брать подкоренное число. Разбиваем подкоренное число на *двухцифровые грани*, начиная с конца, если это целое число или вправо и влево от запятой в случае, если это десятичная дробь. Если *высшая грань* подкоренного числа содержит одну значащую цифру, например $\sqrt{1,48}$; $\sqrt{4/58}$; $\sqrt{0,04/90}$, то подкоренное число берется на первой (левой) подшкале шкалы *A*. Если же высшая грань содержит *две значащих цифры*, например $\sqrt{16/8}$, $\sqrt{88/36}$, $\sqrt{0,00/96}$, то подкоренное число берется на второй (правой) подшкале. Правило для определения числа знаков корня следующее: если подкоренное число больше 1, то число цифр в целой части корня равно числу граней в целой части подкоренного числа; если же подкоренное число меньше 1 (правильная десятичная дробь), то число нулей после запятой равно числу чисто нулевых (состоящих из одних нулей) граней.

Практически удобнее для определения числа знаков корня пользоваться следующим правилом:

I. Подкоренное число берется на первой (левой) подшкале шкалы А. Число знаков корня вычисляется по формуле $\frac{m+1}{2}$, где m — число знаков подкоренного количества.

II. Подкоренное число берется на второй (правой) подшкале. Число знаков корня вычисляется по формуле $\frac{m}{2}$.

Примеры:

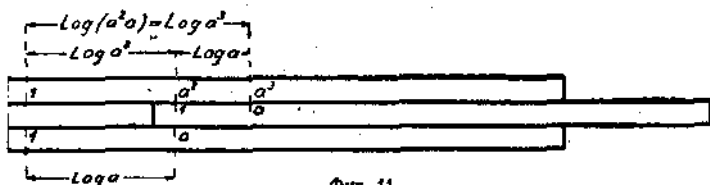
I. Подкоренное число берется на первой подшкале	$\frac{m+1}{2}$
$\sqrt{1,48} \approx 1,216$	$\frac{1}{2}(1+1)=1$
$\sqrt{9,6} \approx 3,10$	$\frac{1}{2}(1+1)=1$
$\sqrt{4,58} \approx 21,4$	$\frac{1}{2}(3+1)=2$
$\sqrt{0,04/90} \approx 0,221$	$\frac{1}{2}(-1+1)=0$
$\sqrt{0,00/00/03/35} \approx 0,00183$	$\frac{1}{2}(-5+1)=-2$
II. Подкоренное число берется на второй подшкале	$\frac{m}{2}$
$\sqrt{16,8} \approx 4,10$	$\frac{2}{2}=1$
$\sqrt{88,36} \approx 9,4$	$\frac{2}{2}=1$
$\sqrt{65,43} \approx 81,0$	$\frac{4}{2}=2$
$\sqrt{0,00/96} \approx 0,098$	$\frac{-2}{2}=-1$
$\sqrt{0,00/00/33/50} \approx 0,00579$	$\frac{-4}{1}=-2$

Возвышение в куб с помощью шкал D , B и A .

$$a^3 = a^2 \cdot a$$

A		a^3
B	1 или 100	a
D	a	

Схема показывает, что для нахождения куба надо против основания a , взятого на шкале D , установить с помощью черты указателя начальную {1} или конечную {1(00)} единицу шкалы B . Тогда, против основания a , взятого на этот раз на шкале B , найдем значение a^3 на шкале A (фиг. 11).



Фиг. 11.

Число знаков куба определяется следующим образом:

Против основания a , взятого на шкале D , устанавливается	Начальная единица движка		Конечная единица движка
	на первой (левой) подшкале	на второй (правой) подшкале	
Куб находится на шкале A	на первой (левой) подшкале	на второй (правой) подшкале	—
Число знаков куба определяется формулой	$3m - 2$	$3m - 1$	$3m$

Здесь m обозначает число знаков основания a .

Примеры:

a	a^3	$3m-2$
2100	9 260 000 000	$3 \cdot 4 - 2 = 10$
2,1	9,26	$3 \cdot 1 - 2 = 1$
0,0021	0,0000000926	$3(-2) - 2 = -8$
19,5	7400	$3 \cdot 2 - 2 = 4$
a	a^3	$3m-1$
0,425	0,0768	$0 \cdot 3 - 1 = -1$
3,33	37,0	$1 \cdot 3 - 1 = 2$
0,00375	0,0000000527	$3 \cdot (-2) - 1 = -7$
a	a^3	$3m$
595	211 000 000	$3 \cdot 3 = 9$
0,0925	0,000790	$3 \cdot (-1) = -3$
0,(6)	0,297	$3 \cdot 0 = 0$

Значительно удобнее вычислять кубы с помощью *шкалы кубов*, имеющейся, например, на линейке системы „Риц“. Эту шкалу мы условились обозначать буквою K . Вычисление кубов с помощью шкал A и K делается по такой схеме:

K	a^3
A	a

т. е. против основания a , взятого на шкале A , находят с помощью черты указателя a^3 на шкале K (фиг. 12). Так как шкала K

Состоит из трех одинаковых подшкал, то правило знаков при этом может быть представлено в следующем виде:

Куб находится по шкале K :	на первой (левой) подшкале	на второй (средней) подшкале	на третьей (правой) подшкале
Число знаков куба:	$3m - 2$	$3m - 1$	$3m$

где m — число знаков основания степени



Фиг. 12.

Извлечение корня кубического с помощью шкал A , B и D .

$$\sqrt[3]{a} = x.$$

A	a	
B	x	1 или 1(00)
D		x

Схема показывает, что для извлечения корня кубического с помощью шкал D , B и A движок передвигается вправо и влево до тех пор, пока против подкоренного числа a , взятого на шкале A , не окажется на шкале B числа x , одинакового с числом x на шкале D против начальной или конечной единицы шкалы B . Легко сообразить, что этот способ расчета пред-

ставлен схемой, как раз обратной той схеме, которая была дана для вычисления куба с помощью шкал D , B и A .

Для получения правильного результата при таком способе вычисления существенно необходимо условиться, на какой из двух подшкал шкалы A надо брать подкоренное число. Решающую роль при этом играет число значащих цифр высшей грани подкоренного числа, которое с этой целью разбивается на *трехцифровые грани*. Целые числа разбиваются на грани влево от конца, в случае десятичных дробей первая грань проходит через запятую и влево и вправо от запятой отсчитываются по три цифры в каждой грани.

По числу значащих цифр высшая грань бывает:

Однозначная	Двухзначная	Трехзначная
$\sqrt[3]{1,430}$	$\sqrt[3]{99,500}$	$\sqrt[3]{357}$
$\sqrt[3]{8/500}$	$\sqrt[3]{85/000}$	$\sqrt[3]{850/000}$
$\sqrt[3]{0,008/5}$	$\sqrt[3]{0,085}$	$\sqrt[3]{0,850}$

Условившись относительно высшей или, как ее иногда называют, *решающей* грани, дадим для извлечения корня кубического с помощью шкал A , B и D такое правило:

Высшая грань подкоренного числа	однозначная	двухзначная	трехзначная
Подкоренное число берется на шкале A	на первой (левой) подшкале	на второй (правой) подшкале	на первой (левой) подшкале
Корень указывается на шкале D	началом движка		концом движка

Для извлечения корня кубического с помощью шкал A , B и D гораздо удобнее пользоваться *перевернутым* движком, причем шкала B имеет *обратное* направление. Для этого движок

вынимается из пазов линейки и снова вдвигается передней стороной наружу так, чтобы шкалы на нем оказались *перевернутыми* и шли в *обратном* направлении, т. е. справа налево.

Если нормальная последовательность шкал на линейке может быть обозначена как A, B, C и D , то при перевернутом движении последовательность будет A, C_i, B_i и D , где значок i при буквах C и B обозначает обратное направление этих шкал по сравнению со шкалами A и D .

Схема расчета представится в таком виде:

$$\sqrt[3]{a} = x.$$

A	a	—
B_i	начальная или конечная единица	x
D	—	x

Удобство вычисления заключается в том, что при перевернутом движении шкала B_i идет как раз вдоль шкалы D и значение корня кубического указывается двумя *одинаковыми* числами, находящимися друг под другом на шкалах B_i и D . При расчете пользуются правилом, приведенным для извлечения корня кубического с помощью шкал A, B и D (см. стр. 68).

Для определения числа знаков корня можно пользоваться следующим общим при извлечении корня любой степени правилом:

I. $a > 1$. Число цифр в целой части корня равно числу граней в целой части подкоренного числа.

II. $a < 1$ (правильная десятичная дробь). Число нулей после запятой равно числу чисто-нулевых граней в подкоренном числе.

Примеры:

a	$\sqrt[3]{a} = x$
850/000	94,7
85/000	43,9
8/500	20,4
0,000/850	0,0947
0,000/085	0,0439
0,000/008/500	0,0204

Извлечение корня кубического с помощью шкал K и D .

$$\sqrt[3]{a} = x.$$

K	a
D	x

Схема показывает, что, установив черту указателя на подкоренном числе, взятом на шкале кубов (шкала K), мы найдем против него на шкале D значение корня. Приняв во внимание высшую грань подкоренного числа, получим следующее правило расчета:

Высшая грань подкоренного числа	однозначная	двухзначная	трехзначная
Подкоренное число берется	на первой (левой) подшкале	на второй (средней) подшкале	на третьей (правой) подшкале

• Число знаков корня определяется указанным выше правилом.

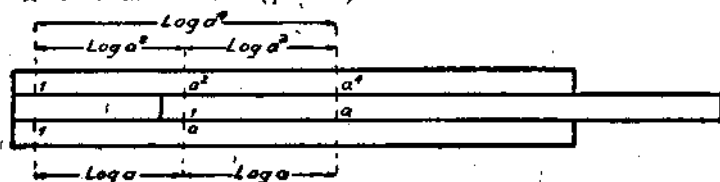
Возвышение в четвертую степень с помощью шкал D , C и A .

$$(a \cdot a)^2 = a^4.$$

A		a^4
C	1 или 1(0)	a
D	a	

Схема показывает, что для нахождения четвертой степени против основания a , взятого на шкале D , устанавливается начальная или конечная единица шкалы C . Затем с помощью

черты указателя против числа a , взятого на шкале C , находится a^4 на шкале A (фиг. 13).



Фиг. 13.

Четвертая степень на- ходится на шкале A:	на первой (левой) подшкале	на второй (правой) подшкале	на первой (левой) подшкале	на второй (правой) подшкале
	началом движка		концом движка	
Число знаков a^4 по фор- муле:	$4m - 3$	$4m - 2$	$4m - 1$	$4m$

Здесь m число знаков основания.

Примеры:

a	Число знаков	a^4
12	$4 \cdot 2 - 3 = 5$	20700
1,2	$4 \cdot 1 - 3 = 1$	2,07
0,12	$4 \cdot 0 - 3 = -3$	0,000207
2	$4 \cdot 1 - 2 = 2$	16
0,2	$4 \cdot 0 - 2 = -2$	0,0016
0,02	$4(-1) - 2 = -5$	0,0000016
4	$4 \cdot 1 - 1 = 3$	256
0,4	$4 \cdot 0 - 1 = -1$	0,0256
6	$4 \cdot 1 = 4$	1296
0,06	$4 \cdot (-1) = -4$	0,00001296

Извлечение корня четвертой степени с помощью шкал A , C и D .

$$\sqrt[4]{a} = x.$$

A	a	
C_1	1 или 1(0)	x
D		x

Для извлечения корня четвертой степени также удобно пользоваться перевернутым движком, как и при извлечении корня кубического. Схема показывает, что против подкоренного числа, взятого на шкале A , устанавливается начальная или конечная единица обратной шкалы C (C_1), тогда значение корня четвертой степени указывается двумя *одинаковыми* числами, находящимися друг под другом на шкалах C_1 и D .

При извлечении корня четвертой степени высшая значащая грань (решающая) может быть однозначной, двухзначной, трехзначной и четырехзначной, так как подкоренное число делится на четырехцифровые грани. Тогда правило, применяемое при извлечении корня четвертой степени с обратно перевернутым движком, может быть представлено в таком виде:

Высшая значащая (решающая) грань	однозначная	двухзначная	трехзначная	четырёхзначная
Подкоренное число брать на шкале A	на первой (левой) подшкале	на второй (правой) подшкале	на первой (левой) подшкале	на второй (правой) подшкале
Против подкоренного числа устанавливать единицу обратно-перевернутой шкалы $C(C_1)$	начальную		конечную	

При определении числа знаков корня надо пользоваться общим правилом, указанным на стр. 68 для извлечения корня кубического.

Примеры:

$$\sqrt[4]{2,0700} \approx 1,20 \quad \sqrt[4]{20,7000} \approx 2,13$$

$$\sqrt[4]{207} \approx 3,79 \quad \sqrt[4]{2070} \approx 6,80$$

Совместное умножение и деление.

Вычислить с помощью линейки выражение вида:

$$\frac{a \cdot b}{c} = x.$$

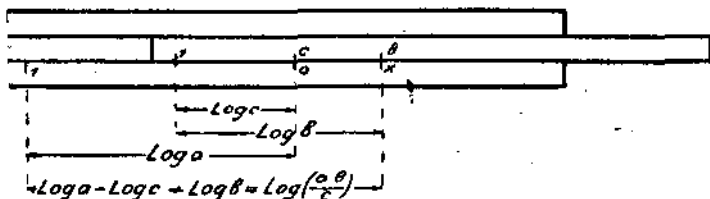
Для удобства вычисления и при одной только установке движка действия располагают так, что сперва производят деление $\frac{a}{c}$ и полученное частное затем умножают на b , т. е.

$$\frac{a}{c} \cdot b = x.$$

Так как:

$$\log \left(\frac{a \cdot b}{c} \right) = \log a - \log c + \log b,$$

то указанный порядок действий сводится на линейке сперва к вычитанию, а затем к сложению отрезков, как это представлено на фиг. 14.



Фиг. 14.

В общем случае, при многократном последовательном умножении и делении действия располагаются в такой последовательности, что сперва делается деление, а затем умножение.

Таким образом при вычислении выражений вида:

$$\frac{a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f}{m \cdot n \cdot o \cdot p}$$

порядок действий будет следующий:

$$\text{I. } \frac{a}{m}; \quad \text{II. } \frac{a}{m} \cdot b; \quad \text{III. } \frac{a \cdot b}{m \cdot n}; \quad \text{IV. } \frac{a \cdot b}{m \cdot n} \cdot c; \quad \text{V. } \frac{a \cdot b \cdot c}{m \cdot n \cdot o};$$

$$\text{VI. } \frac{a \cdot b \cdot c}{m \cdot n \cdot o} \cdot d; \quad \text{VII. } \frac{a \cdot b \cdot c \cdot d}{m \cdot n \cdot o \cdot p}; \quad \text{VIII. } \frac{a \cdot b \cdot c \cdot d}{m \cdot n \cdot o \cdot p} \cdot e;$$

$$\text{IX. } \frac{a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e}{m \cdot n \cdot o \cdot p} \cdot f.$$

При многократном совместном умножении и делении на нижних шкалах счетной линейки число знаков окончательного результата определяется по следующему правилу. Из суммы знаков чисел, стоящих в числителе, вычитаем сумму знаков чисел, стоящих в знаменателе. Из этой разности столько раз отнимаем по единице, сколько раз при умножении мы находили *произведение вправо* от первого из этих двух сомножителей (при выдвинутом вправо движке), и столько раз прибавляем по единице, сколько раз при делении мы находили *частное влево* от делимого (при выдвинутом вправо движке).

Вычисления производят, не обращая внимания на запятые, отмечая только, сколько раз в результате последовательных действий деления и умножения прибавлялась и отнималась единица по правилам знаков для деления и умножения. Действия производятся поочередно передвижением движка и установкой черты указателя на результат этого действия, причем промежуточный результат не отмечается, а служит только для дальнейших вычислений.

Пример.

$$\frac{25 \cdot 6}{16 \cdot 5,4 \cdot 14,5 \cdot 106} = 0,00113.$$

Составляем разность суммы знаков чисел, стоящих в числителе, и суммы знаков чисел, стоящих в знаменателе:

$$(2 + 1) - (2 + 1 + 2 + 3) = 3 - 8 = -5.$$

В результате действий отмечаем:

от деления	$\left(\frac{25}{16}\right)$	получим +1
от умножения	$\left(\frac{25}{16}\right) \cdot 6$	• -1
от деления	$\left(\frac{25 \cdot 6}{16}\right) : 5,4$	• +1
от деления	$\left(\frac{25 \cdot 6}{16 \cdot 5,4}\right) : 14,5$	• +1
от деления	$\left(\frac{25 \cdot 6}{16 \cdot 5,4 \cdot 14,5}\right) : 106$	• +1
		+4 - 1 = +3

Число знаков результата будет:

$$-5 + 3 = -2$$

Вычисление площади круга по данному диаметру.

Для удобства вычисления формулу для площади круга преобразуем таким образом:

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{d^2}{\frac{4}{\pi}} = \left(\frac{d}{\sqrt{\frac{4}{\pi}}} \right)^2 = \left(\frac{d}{c} \right)^2,$$

где

$$c = \sqrt{\frac{4}{\pi}} = 1,128.$$

Вычисление формулы $F = \left(\frac{d}{c} \right)^2$ на линейке производится по схеме:

<i>A</i>		<i>F</i>
<i>C</i>	<i>c</i>	1(0) или 1
<i>D</i>	<i>d</i>	

По схеме видно, что против диаметра круга *d*, взятого на шкале *D*, устанавливается число *c* (отмеченное на шкале особой меткой $c = 1,128$), взятое на шкале *C*. Тогда против конечной или начальной единицы шкалы *C* мы с помощью черты указателя найдем значение площади круга *F*. Число знаков определяется формулами:

<i>F</i> находится на шкале <i>A</i>	на второй (правой) подшкале	на первой (левой) подшкале	на второй (правой) подшкале
	концом движка	началом движка	
Число знаков <i>F</i> по формуле	$2m - 2$	$2m - 1$	$2m$

Здесь *m* — число знаков *d*.

Примеры:

d	Число знаков	F
109	$2 \cdot 3 - 2 = 4$	9330
1,89	$2 \cdot 1 - 1 = 1$	2,80
0,43	$2 \cdot 0 = 0$	0,145

Вычисление веса круглого железного стержня.

Вес определяется по формуле:

$$P = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \gamma \cdot l,$$

где γ — удельный вес, а l — длина стержня.

Преобразуем формулу следующим образом:

$$P = \frac{d^2}{4} \cdot l = \left(\frac{d}{\sqrt{\frac{4}{\gamma \cdot \pi}}} \right)^2 \cdot l = \left(\frac{d}{k} \right)^2 \cdot l,$$

где

$$k = \sqrt{\frac{4}{\gamma \cdot \pi}}.$$

Для железа $\gamma = 7,8$ и $k = 0,404$.

Для чугуна $\gamma = 7,25$ и $k = 0,418$.

Пример. Вычислить вес круглого железного стержня диаметром 48,5 мм и длиной 5,1 м.

$$P = \left(\frac{4,85 \text{ (см)}}{0,404} \right)^2 \cdot 510 \text{ (см)} = 73400 \text{ г} = 73,4 \text{ кг}.$$

На нижних шкалах C и D производим деление $\frac{4,85}{0,404}$. Против начальной единицы находим на шкале A квадрат $\left(\frac{4,85}{0,404} \right)^2$ и умножение $\left(\frac{4,85}{0,404} \right)^2 \cdot 510$ производим с помощью верхних шкал A и B .

Пользуясь методом расчета на линейке площади круга, легко можно вычислить целый ряд других формул.

Например, поверхность шара выражается формулой:

$$\Omega = 4F, \text{ где } F \text{ — площадь большого круга шара.}$$

Зная диаметр шара, легко с помощью линейки вычислить поверхность шара.

Объем шара вычисляется по формулам:

$$V_m = \frac{1}{6} \pi d^3 = \frac{2}{3} d \cdot \frac{\pi d^2}{4} = \frac{2}{3} d \cdot F,$$

где d — диаметр шара, а F — площадь большого круга.

Также просто вычисляются объемы прямого цилиндра и конуса по формулам:

$$V_c = F \cdot h \quad \text{и} \quad V_k = F \cdot \frac{h}{3}$$

где F — площадь основания, а h — высота.

Нахождение мантиссы логарифмов.

На обыкновенной линейке на обратной стороне движка, а у линейки системы „Риц“ вдоль нижнего края линейки находится равномерная шкала, уравнение которой можно представить в виде:

$$x = \mu l.$$

Обычно эта шкала обозначается буквой L . Она поделена на 500 одинаковых делений, каждое в 0,5 мм. Шкала содержит *десять* отмеченных цифрами делений *первого* порядка. Каждое такое деление поделено на *десять* делений *второго* порядка и каждое деление второго порядка поделено на *пять* делений *третьего* порядка.

Весьма важно обратить внимание на то, что по шкале L находится *только мантисса* логарифма, характеристика же определяется как обычно.

Нахождение мантиссы логарифма какого-либо числа делается с помощью шкал D и L на линейке системы „Риц“ по такой схеме (см. фиг. 12):

D	a
L	$\lg a$

Когда шкала L нанесена на задней стороне движка, то поступают несколько иначе. Начальную единицу шкалы C совмещают с числом a на шкале D :

C	1
D	a

Затем, перевернув всю линейку задней стороной к себе, в таком положении находят на движке против черты *правого выреза* линейки по шкале *L* мантиссу числа.

Обратная задача нахождения числа по данному его логарифму делается таким образом, что по мантиссе, взятой на шкале *L*, находится число по шкале *D*, характеристика же служит только для определения числа знаков.

Применение логарифмической линейки для вычисления тригонометрических функций.

На оборотной стороне движка у обыкновенной линейки находятся три шкалы, имеющие такие уравнения:

$$S \quad x = \frac{\mu}{2} \log (100 \sin \alpha)$$

$$L \quad x = \mu l$$

$$T \quad x = \mu \log (10 \operatorname{tg} \alpha),$$

а у линейек системы „Риц“ шкалы

$$S \quad x = \mu \log (10 \sin \alpha)$$

$$S \text{ \& } T \quad x = \mu \log \left(100 \frac{\sin \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{2} \right)$$

$$T \quad x = \mu \log (10 \operatorname{tg} \alpha).$$

Все эти шкалы, кроме шкалы *L*, служат для тригонометрических вычислений, как это видно из их уравнений.

Для нахождения на линейке обычного типа натурального значения синуса углов в пределах от 34' до 90° служит зависимость между шкалами *S* и *A*. Подсчет ведется по схеме:

<i>A</i>	$\sin \alpha$
<i>S</i>	α

Вставив движок в линейку задней стороной наружу, совмещают крайние деления шкал *S* и *A*. Тогда против значения угла, взятого по шкале *S*, найдем на шкале *A* натуральное значение синуса этого угла. При этом для значений синуса, находимых на первой подшкале шкалы *A*, это численное значение лежит в пределах от 0,01 до 0,1; для значений же, находимых на второй подшкале шкалы *A*, численное значение синуса лежит в пределах от 0,1 до 1.

Так как для достаточно малых значений углов можно принять в пределах точности трехзначных логарифмов $\operatorname{tg} \alpha \approx \sin \alpha$, то для углов от $34'$ до $5^{\circ}44'$ значения тангенса углов на обыкновенной линейке находятся с помощью шкал S и A , при этом численное значение тангенса находится в пределах от 0,01 до 0,1.

Нахождение синуса углов от $5^{\circ}44'$ до 90° на линейке системы „Риц“ производится с помощью шкал S и D по схеме:

S	α
D	$\sin \alpha$

Численное значение синуса лежит в пределах от 0,01 до 0,1.

Так как на линейке системы „Риц“ модуль шкалы S в два раза больше, чем у шкалы S на линейках обычного типа, отсчет на линейке „Риц“ получается с большей точностью.

Нахождение синуса и тангенса малых углов в пределах от $34'$ до $5^{\circ}44'$ на линейке системы „Риц“ делается с помощью шкалы D и особой шкалы $S \& T$ по схеме:

$S \& T$	α
D	$\sin \alpha (\operatorname{tg} \alpha)$

Численное значение лежит между 0,01 и 0,1.

Нахождение тангенса углов от $5^{\circ}44'$ до 45° делается на обыкновенной линейке и на линейке системы „Риц“ с помощью шкал T и D по схеме:

T	α
D	$\operatorname{tg} \alpha$

Численное значение находится в пределах от 0,1 до 1.

Для нахождения тангенса углов, больших 45° , можно воспользоваться формулой:

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{cotg}(90^{\circ} - \alpha) = \frac{1}{\operatorname{tg}(90^{\circ} - \alpha)},$$

т. е. расчет сводится к нахождению величины, обратной тангенсу дополнительного угла. Установив движок задней стороной наружу в *обратно перевернутом* положении, получим возможность вычислять по следующей схеме:

T_i	$(90^\circ - \alpha)$
$'D$	$\operatorname{tg} \alpha$

Значок i показывает, что шкала T находится в *обратном* положении. Численное значение тангенса лежит между 1 и 10.

Для тангенса углов, близких к 90° , для которых дополнительный угол меньше $5^\circ 44'$, надо пользоваться таким способом расчета:

Для обыкновенных линеек:

A	$\operatorname{tg} \alpha$
S_i	$90^\circ - \alpha$

Для линеек системы „Риц“:

$S \& T_i$	$90^\circ - \alpha$
D	$\operatorname{tg} \alpha$

Значки i показывают, что шкалы S и $S \& T$ находятся *обратно* положении. Численное значение тангенса будет больше 10.

Для нахождения косинуса угла пользуются формулой:

$$\cos \alpha = \sin (90^\circ - \alpha).$$

Задача сводится к нахождению синуса дополнительного угла. Котангенс находится по формуле:

$$\operatorname{cotg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

Для нахождения котангенса углов, меньших 45° , воспользуемся, перевернув шкалу T в обратное положение, следующей схемой:

T_1	α
D	$\cotg \alpha$

Так как по шкале D значения тангенса находятся в пределах от 0,1 до 1, то значения котангенса будут находиться в пределах от 10 до 1.

Исходя из того, что

$$\cotg \alpha = \operatorname{tg} (90^\circ - \alpha),$$

нахождение котангенса углов, больших 45° , сведем к нахождению тангенса углов, меньших 45° .

Примеры.

$\sin 1^\circ = 0,01745$	$\operatorname{tg} 20^\circ 20' = 0,370$
$\sin 3^\circ = 0,0523$	$\operatorname{tg} 44^\circ 30' = 0,983$
$\sin 15^\circ = 0,259$	$\operatorname{tg} 3^\circ 50' = 0,067$
$\cos 15^\circ = 0,966$	$\cotg 25^\circ = 2,144$
$\cos 33^\circ = 0,839$	$\cotg 44^\circ 40' = 1,012$
$\cos 20^\circ 10' = 0,938$	$\cotg 73^\circ = 0,3057$

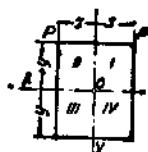
Упражнения на счетной линейке.

- Умножение 1. $7,6 \cdot 5,5$; 2. $1,03 \cdot 77,8$; 3. $125 \cdot 9,4$.
- Возвед. в квадрат 1. $15,9^2$; 2. $333,4^2$; 3. $0,078^2 \cdot 83$.
- Возвед. в куб 1. $2,6^3$; 2. 63^3 ; 3. $0,5^3 \cdot 623$.
- Площ. круга: 1. $\frac{\pi}{4} \cdot 5,5^2$; 2. $\frac{\pi}{4} \cdot 0,93^2$; 3. $\frac{\pi}{4} \cdot 22,7^2$.
- Разное 1. $\frac{\pi}{4} \cdot 13,9^2 \cdot 6$; 2. $\frac{\pi}{4} \cdot 8,75^2 \cdot 5,75$.
- Тригон. функции 1. $\sin 25^\circ$; 2. $\operatorname{tg} 30^\circ$.
- Углы. Найти угол α из выражений:
 - $\sin \alpha = 0,34$; 2. $\operatorname{tg} \alpha = 0,90$; 3. $\cos \alpha = 0,64$.
1. $\sin \alpha = 0,5$; 2. $\operatorname{tg} \alpha = 0,5$; 3. $\cos \alpha = 0,24$.
- Вес. Определить вес бруска круглого железа
 - Длина = 1,5 м, диам. = 2 см.
 - Длина = 11,3 м, диам. = 5 см.
- Длина = 5,8 м, диам. = 2,8 см.

§ 12. Употребительные в машиностроении кривые линии.

I. Точка и прямая.

а) Общее обозначение и знак для координат точки: горизонтальная ось X , вертикальная ось Y . Ординаты y над осью X -ов и абсциссы x направо от оси Y -ов считаются положительными, все остальные абсциссы и ординаты отрицательными (фиг. 15).



Фиг. 15.

б) Общее уравнение прямой. Общее уравнение прямой QP (фиг. 16) имеет вид:



Фиг. 16.

$$y = k + x \cdot \operatorname{tg} \tau.$$

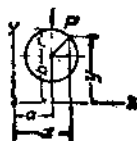
Задача. Пусть $\tau = 23^\circ$, $x = 115$ мм, $k = 82$ мм. Определить y .

II. Конические сечения.

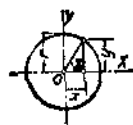
Если прямой круговой конус, изображенный на фиг. 17, пересечен плоскостью SS , то линия пересечения будет: кругом, если $SS \parallel XX$; эллипсом, если $\varphi > \alpha$; гиперболой, если $\varphi < \alpha$; параболой, если $\varphi = \alpha$.



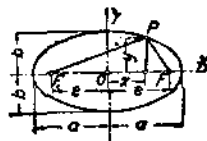
Фиг. 17.



Фиг. 18.



Фиг. 19.



Фиг. 20.

с) **Круг.** 1. Общее уравнение (фиг. 18):

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

2. Уравнение круга, если начало координат в центре круга (фиг. 19):

$$a = 0, b = 0, x^2 + y^2 = r^2$$

$$x = r \cdot \cos \varphi, y = r \cdot \sin \varphi.$$

д) **Эллипс.** Условие: $e < a$.

1. Определение: $\overline{PF_1} + \overline{PF} = 2a = \text{постоянному числу}$ (фиг. 20).

Эксцентриситет:

$$e = \overline{OF} = \overline{OF_1} = \sqrt{a^2 - b^2}.$$

2. Уравнение эллипса, если начало координат в центре симметрии эллипса:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1.$$

3. Задача. Начертить эллипс с полуосями $a = 92$ мм, $b = 54$ мм. Определить ординаты для двух точек с абсциссами $x = 0,3a$ и $x = 0,8a$.

е) Гипербола. Условие: $e > a$.

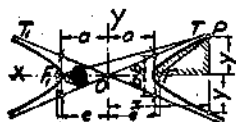
1. Определение: $\overline{PF}_1 - \overline{PF} = 2a = \text{пост.}$

Эксцентриситет:

$$e = OF = OF_1 = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

2. Уравнение, если начало координат в центре симметрии гиперболы (фиг. 21):

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1.$$



Фиг. 21.

Асимптоты TT и T_1T_1 касаются ветвей гиперболы в точках, бесконечно удаленных от начала координат. Равнобочная гипербола получается при $\beta = 90^\circ$ (кривая закона Бойля-Мариотта).

3. Задача. Начертить гиперболу с полуосями $a = 92$ мм, $b = 54$ мм. Построить точки с абсциссами $x = 1,1 \cdot a$; $x = 1,3 \cdot a$; $x = 1,8 \cdot a$.

ф) Парабола (квадратная).

1. Определение: Парабола является геометрическим местом всех точек P , равноотстоящих от постоянной точки F (фокус) и прямой D (директриса, фиг. 22). Значит, $\overline{AP} = \overline{PF}$.

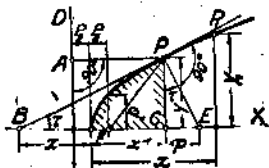
Параметр (ордината, проходящая через фокус) $= p$.

2. Уравнение параболы, отнесенное к ее вершине:

$$y^2 = 2px.$$

Если P_1 другая точка параболы, то $x_1 : x = (y_1 : y)^2$, т. е. абсциссы пропорциональны квадратам соответствующих ординат.

Заштрихованная площадь $f = \frac{2xy}{3}$.



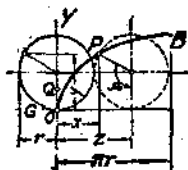
Фиг. 22.

3. **Задача.** Пусть $x_1 = 110$ мм, $y_1 = 62$ мм.

Определить параметр p , разделить x_1 на 5 равных частей, найти соответствующие точки и провести кривую OP .

III. Циклические кривые.

г) **Циклоида.** 1. **Определение:** Циклоида представляет собой кривую OB , описываемую любой точкой круга радиуса r , катящегося без скольжения по прямой G (фиг. 23). Если φ угол поворота радиуса круга в градусах, то путь, пройденный центром круга, $z = \frac{\pi}{180} \cdot \varphi \cdot r$.



Фиг. 23.

2. Уравнения.

$$x = r \cdot \left(\frac{\pi}{180} \cdot \varphi - \sin \varphi \right); \quad y = r \cdot (1 - \cos \varphi).$$

3. **Задача.** Круг радиуса $r = 20$ см катится без скольжения по прямой. Определить x и y для углов $\varphi = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ и 180° .

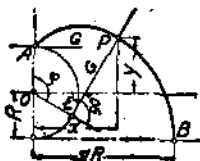
4. Как построить кривые?

h) Эпициклоида.

Определение: Эпициклоида представляет собой кривую, описываемую любой точкой круга, катящегося без скольжения по окружности другого круга, причем эти круги касаются друг друга извне.

и) Гипоциклоида.

Определение: Гипоциклоида представляет собой кривую, описываемую любой точкой круга, катящегося без скольжения по окружности другого круга изнутри.



Фиг. 24.

к) Эвольвента.

1. **Определение:** Эвольвента представляет собой кривую, описываемую любой точкой прямой линии G , которая катится без скольжения по окружности круга радиуса R (фиг. 24).

2. Уравнения:

$$x = R \cdot \left(\sin \varphi - \frac{\pi}{180} \cdot \varphi \cdot \cos \varphi \right)$$

$$y = R \cdot \left(\cos \varphi + \frac{\pi}{180} \cdot \varphi \cdot \sin \varphi \right)$$

3. *Задача.* Пусть прямая катится без скольжения по полуокружности круга $R=32$ см. Определить x и y для углов $\varphi=0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ и 180° .

1) Трохоиды. Трохоиды суть кривые, подобные эллипсисам, но только с той разницей, что точка Q , описывающая кривую, лежит не на окружности, а вне или внутри ее.

II. МЕХАНИКА.

Обозначения и единицы измерения.

Следует применять при расчетах однообразные и постоянно одни и те же обозначения, так же, как и единицы измерения. В нижеследующей таблице приведены основные обозначения механики.

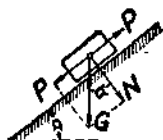
ТАБЛИЦА ОСНОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

Наименование	Обозначения	Единицы измерения	Примечание
Путь	s	m	Для всех видов движения
Время	t	сек.	
Начальная скорость	c	m/sec	
Конечная скорость	v	m/sec	
Ускорение, замедление	φ	m/sec^2	
Ускорение силы тяжести	$g = 9,81$	m/sec^2	Для вращательного движения
Масса	$\frac{G}{g}$	$kg \cdot sec^2/m$	
Окружная скорость	U, u	m/sec	
Угловая скорость	$\omega = \frac{U}{R}$	$1/sec$	
Угловое ускорение	$\frac{\omega}{t}$	$1/sec^2$	
Момент инерции тела	j	$kg \cdot m \cdot sec^2$	
Момент инерции плоскости, или просто момент инерции	J	cm^4	
Момент силы	M	$kg \cdot m$	
Работа = сила $\times$ путь	A	$kg \cdot m$	
Мощность = работа : время	L	$kg \cdot m/sec$	
Давление	p	atm	
Вес	G	kg	
Число оборотов в минуту	n	$об/мин.$	
Вес газообразных тел	γ	kg/m^3	

Обращаем внимание на то, что все указанные в данной книге температуры выражены в градусах Цельсия.

Часть механики, рассматривающая вопросы движения тел, без отношения к силам, вызывающим это движение, называется *кинематикой* (учением о движении).

Прежде чем перейти к кинематике, мы должны себе уяснить случай пребывания тела в состоянии покоя или равновесия.



Фиг. 25.

§ 13. Состояние равновесия.

а) У показанной на фиг. 25 наклонной плоскости составляющая, параллельная наклонной плоскости, равна движущей силе:

$$G \sin \alpha = P.$$

Пр. следующие примеры:

	I	II	III	IV	V
Для состояния равновесия					
Движущая сила ¹⁾	$P = 0$	$P = G \cdot \sin \alpha$	$P = G \cdot \tan \alpha$	$P = G$	
Нормальное давление ²⁾	$N = G$	$N = G \cdot \cos \alpha$	$N = G \cdot \cos \alpha$	—	

Для равновесия

б) Моментом силы называется произведение из силы на плечо.

$$M = P \cdot r.$$

Перпендикуляр r , опущенный из центра вращения на направление силы, назыв. плечом (фиг. 26). Принято считать момент положительным, если сила вызывает вращение по направлению часовой стрелки; отрицательным, если вращение происходит в обратном направлении (против вращения часовой стрелки). Для равновесия необходимо, чтобы алгебраическая сумма моментов всех сил относительно центра вращения



Фиг. 26.

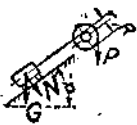
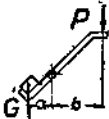
¹⁾ Влияние трения см. § 35.

²⁾ Нормальным давлением всегда считается давление перпендикулярно плоскости соприкосновения.

была равна нулю (0). Момент сил, действующих справа от центра вращения (M_r), должен быть равен моменту сил, приложенных слева от центра вращения (M_l):

$$M_r = M_l. \quad (1)$$

Простейшие примеры:

			
$P \cdot b - G \cdot a = 0$	$P \cdot R - G \cdot r = 0$	$P \cdot R - G \cdot \sin \alpha \cdot r = 0$	$P \cdot b - G \cdot a = 0$
$P \cdot b = G \cdot a$	$P \cdot R = G \cdot r$	$P \cdot R = G \sin \alpha \cdot r$	$P \cdot b = G \cdot a$

Движущая сила P также может быть грузом или какой-либо другой силой сопротивления. Для состояния равновесия здесь также действительно уравнение (1).

§ 14. Прямолинейное движение.

а) Равномерным называется движение, если движущаяся точка проходит в равные времена равные пути.

Путь, пройденный в единицу времени, называется *скоростью*

$$\text{Скорость } v = \frac{s}{t} = \frac{\text{путь}}{\text{время}}. \quad (2)$$

$$\text{Время } t = \frac{s}{v} = \frac{\text{путь}}{\text{скорость}}. \quad (3)$$

$$\text{Путь } s = vt. \quad (4)$$

Пример.

$$\text{Путь } s = 48 \text{ м}, \quad t = 4 \text{ сек.}$$

$$\text{Скорость } v = \frac{s}{t} = \frac{48}{4} = 12 \frac{\text{м}}{\text{сек.}}$$

Единица измерения для скорости в машиностроении большей частью м/сек. , для транспорта км/час. , в учении о свете и электричестве км/сек.

ТАБЛИЦА СРЕДНИХ СКОРОСТЕЙ.

Человек, животное:		Скорый поезд (90 км/час) . до 25 м/сек.	
Пешеход	1,5 м/сек.	Корабль	до 12 .
Быстрый бег	9 .	Снаряды:	
Лошадь	до 15 .	Пуля А.	до 700 м/сек.
Голубь	до 40 .	Снаряд	до 600 .
Вода, пар:		Прочие скорости:	
Река	1,5 м/сек.	Скорость рас- пространения звука в воз- духе	333 м/сек.
Вода в трубах обычно	2 .	Скорость вра- щения земли у экватора	462 .
Пар в трубах обычно	30 .	Свет	300 000 км/сек.
Пар в соплах турбины	1200 .	Электрич. ток в телеграфных проводах	17 100 .
Транспорт:			
Канатные до- роги	1,5 м/сек.		
Автомобиль (130 км/час.)	до 36 .		

б) Переменным движением называется такое, в котором движущаяся точка или тело в равные промежутки времени проходит неравные расстояния, т. е. скорость меняется с течением времени. В переменном движении различают скорость для данного момента времени и среднюю скорость.

Средняя скорость v_c выражается отношением пройденного расстояния к соответствующему промежутку времени:

$$v_c = \frac{s - s_1}{t - t_1} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Если скорость тела в конце каждой секунды возрастает на одинаковую величину, то движение называется **равномерно-ускоренным**.

Приращение скорости в одну секунду называется **ускорением**.

$$\text{Ускорение } \varphi = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\text{приращение скорости}}{\text{приращение времени}}.$$

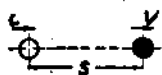
$$\text{Единица ускорения } \frac{\text{м}}{\text{сек}^2}.$$

Если скорость тела в конце каждой секунды убывает на одну и ту же величину, то движение называется **равномерно-замедленным**.

Замедление (отрицательное ускорение) $\varphi = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$.

Величина φ имеет отрицательное значение.

Если c — начальная скорость, то скорость в конце t -ой секунды в равномерно-ускоренном движении (фиг. 27):



Фиг. 27.

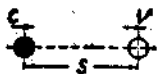
$$v = c + \varphi t. \quad (5)$$

$$\text{Ускорение } \varphi = \frac{v - c}{t}. \quad (6)$$

$$\text{Путь } s = ct + \frac{\varphi t^2}{2}. \quad (7)$$

В равномере замедленном движении (фиг. 28):

$$\text{Скорость } v = v_0 - \varphi t. \quad (8)$$



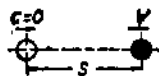
Фиг. 28.

$$\text{Ускорение } \varphi = \frac{v - v_0}{t}. \quad (9)$$

$$\text{Путь } s = v_0 t - \frac{\varphi t^2}{2}. \quad (10)$$

Из более часто встречающихся случаев мы рассмотрим следующие три: случай равномерно-ускоренного движения, если начальная скорость равна нулю; случай равномерно-замедленного движения, если конечная скорость равна нулю, и, наконец, случай свободного падения тела.

1. Равномерно-ускоренное движение, если начальная скорость равна нулю (фиг. 29).



Фиг. 29.

Примеры. Свободное падение; снаряд в дуле орудия; приближенно: трогание поезда с места; пуск в ход машин, пружинных и паровых молотов; бурильные молоты; челноки ткацких станков и т. д.

$$\text{Ускорение } \varphi = \frac{2 \cdot s}{t^2} = \frac{v}{t} = \frac{v^2}{2 \cdot s}. \quad (11)$$

$$\text{Путь } s = \frac{v}{2} \cdot t = \frac{\varphi}{2} \cdot t^2 = \frac{v^2}{2\varphi}. \quad (12)$$

$$\text{Время } t = \frac{2 \cdot s}{v} = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{\varphi}}. \quad (13)$$

$$\text{Конечная скорость } v = \varphi t = \sqrt{2 \cdot \varphi \cdot s}. \quad (14)$$

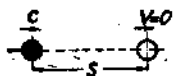
Так назыв. высота, соответствующая скорости

$$\frac{v^2}{2\varphi}. \quad (15)$$

Ускоре-
ние
постоян-
ное.

Сравни: Трогание с места поезда $\varphi = 1,2 \text{ м/сек}^2$, домото бурильного молота $\varphi = 120 \text{ м/сек}^2$, снаряд в дуле орудия $\varphi = 20\,000 \text{ м/сек}^2$.

2. Равномерно-замедленное движение, если конечная скорость равна нулю (фиг. 30).



Фиг. 30.

Примеры. Тело, брошенное вертикально вверх; приближенно: торможение поезда; остановка двигателя; челнок ткацкого станка и т. д.

$$\text{Замедление } \varphi = \frac{2 \cdot s}{t^2} = \frac{c}{t} = \frac{c^2}{2 \cdot s} \quad (16)$$

$$\text{Путь } s = \frac{c}{2} \cdot t = \frac{\varphi}{2} \cdot t^2 = \frac{c^2}{2\varphi} \quad (17)$$

$$\text{Время } t = \frac{2 \cdot s}{c} = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{\varphi}} \quad (18)$$

$$\text{Конечная скорость} = 0. \quad (19)$$

Замедле-
ние
постоян-
ное.

Сравни: Остановка поезда $\varphi = 1,2$; $s = 300$; остановка с открытым тормозом $\varphi = 3$; $s = 100$.

3. Свободное падение (равномерно-ускоренное движение, фиг. 31). Сила земного притяжения вызывает ускорение:

$$\varphi = g = 9,81 \text{ м/сек}^2. \quad (20)$$



Фиг. 31.

Мы применяем здесь обозначения и формулы равномерно ускоренного движения.

Если пройденный путь $s =$ высоте падения h , начальная скорость равна 0, конечная скорость, достигнутая через t времени, равна v , то:

$$\text{конечная скорость } v = g \cdot t = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad (21)$$

$$\text{высота падения } h = g \cdot \frac{t^2}{2} = \frac{v^2}{2g} \quad (22)$$

$$\text{время падения } t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \frac{v}{g}$$

Из этих уравнений получаем, например, следующие ряды значений высоты падения, конечной скорости и времени падения.

Высота падения $h =$	1	5	10	20	100	500	1000 м
Конечн. скорость $v =$	4,43	9,9	14	31,3	44,3	99	140 м/сек
Время падения $t =$	0,45	1	1,43	3,19	4,53	10	14,3 сек

В действительности v будет меньше, так как уже приблизительно с 60 м увеличение ускорения, вследствие сопротивления воздуха, прекращается.

§ 15. Движение брошенного тела.

а) Тело, брошенное под углом к горизонту (фиг. 32).

Примеры. Снаряды, метательные приборы и т. п.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Без принятия} \\ \text{в расчет} \\ \text{сопротивления} \\ \text{воздуха} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{дальность полета } w = \frac{\sin 2\alpha \cdot c^2}{g}, \\ \text{высота полета } h = \frac{c^2}{2g} \cdot \sin^2 \alpha, \end{array} \quad \begin{array}{l} (23) \\ (24) \end{array}$$

где

c — начальная скорость в м/сек,

α — угол, под которым к горизонту брошено тело.



Для достижения дальности полета w нужно, чтобы:

Фиг. 32.

$$\sin 2\alpha = \frac{g \cdot w}{c^2}, \text{ или } c^2 = \frac{g \cdot w}{\sin 2\alpha}. \quad (25)$$

Для отдельных точек траектории и в зависимости от расстояния x :

$$y = x \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{g}{2c^2 \cdot \cos^2 \alpha} \cdot x^2 \text{ м.} \quad (26)$$

$$h = \frac{\operatorname{tg} \alpha \cdot w}{4} \text{ м; } t = \sqrt{\frac{8h}{g}} \text{ сек.} \quad (27)$$

Конечная скорость теоретически равна начальной, следовательно:

$$v = \sqrt{\frac{g \cdot w}{\sin 2\alpha}}. \quad (28)$$

Теоретические значения h и w , вычисленные на основании вышеприведенных уравнений.

Таблица высоты h и дальности полета w .

	$\alpha =$	Горизонт 0°	10°	30°	Максим. w 45°	60°	Вертик. 90°
Начальная скорость в м/сек	$\sin^2 \alpha =$	0	0,03	0,25	0,51	0,75	1
	$\sin 2\alpha =$	0	0,34	0,86	1	0,86	0
Тело, брошенное рукой, $c = 20$	$h =$	0	0,2	5,1	10,2	15,3	20,4 м
	$w =$	0	13,8	35,3	40,7	35,3	0

	$\alpha =$	Горизонт 0°	10°	30°	Мак-сим. w 45°	60°	Вертик. 90°
$c = 100$	$h =$	0	15,4	127	254	383	510 м
	$w =$	0	350	883	1020	883	0
Снаряд	$h =$	0	386	3180	6360	9500	12700 м
	$w =$	0	8700	22070	25500	22070	0
$c = 500$	$t =$	0	17,8	51,5	71,5	88	103 сек

Приведенные в таблице значения в действительности будут тем меньше, чем больше неровностей на поверхности брошенного тела и чем больше скорость.

Сопротивление воздуха вызывает уменьшение скорости.

6"-вый (152-миллиметровый) снаряд, вылетающий из дула с начальной скоростью $c = 400$ м/сек, обладает после $w = 1000$ м еще скоростью в 330 и после $w = 2000$ м еще скоростью в 300 м/сек. Наибольшая дальность полета равна примерно 6200 м.



б) Тело, брошенное вертикально вверх со скоростью c , будет подниматься с постоянно убывающей скоростью, пока она не станет равной нулю (см. фиг. 33)

Фиг. 33.

Скорость в конце t -ой секунды

$$v = c - gt; \quad (29)$$

высота, на которую поднимается тело в течение t секунд,

$$h = ct - \frac{gt^2}{2} \text{ м}; \quad (30)$$

конечная скорость $v = 0$, поэтому из уравнения (29) время подъема:

$$t = \frac{c}{g};$$

высота подъема (из уравнения 30):

$$h = c \frac{c}{g} - \frac{g}{2} \cdot \frac{c^2}{g^2} = \frac{c^2}{2g}.$$

Достигнув этой высоты, тело начнет падать с начальной скоростью $= 0$; оно упадет на землю через промежуток времени $t_1 = t$.

Время падения равно времени подъема.
Скорость в конце падения равна скорости при начале движения вверх.

§ 16. Маятник.

Физическим маятником называется твердое тело, которое под действием силы тяжести может колебаться около горизонтальной оси. На фиг. 34 точка O служит точкой подвеса, s — центр тяжести маятника, r — его расстояние от точки подвеса, l — длина математического маятника, имеющего тот же период колебаний, что физический маятник. A — центр качания физического маятника.

Продолжительность одного размаха физического маятника:

$$t = \pi \cdot \sqrt{\frac{J}{G \cdot r}}, \quad (31)$$



Фиг. 34

где J — момент инерции маятника относительно точки O , G — вес маятника.

Длина l математического маятника, имеющего тот же период колебаний, что физический, называется *приведенной длиной*.

$$l = \frac{J}{m \cdot r}, \quad (32)$$

где m — масса маятника.

$$t = \pi \sqrt{\frac{J}{G \cdot r}}.$$

Так как

$$G = m \cdot g, \quad J = l \cdot m \cdot r,$$

то

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (33)$$



Фиг. 35.

§ 17. Вращательное движение.¹⁾

Вращение кольца вокруг своей собственной оси.

Примеры. Турбины, трансмиссии, регуляторы, мельничные поставы, центрофуги и т. д. (фиг. 35).

а) **Окружная скорость**, т. е. путь, проходимый точкой на окружности в одну секунду, равняется:

$$U = \frac{2 \cdot R \cdot \pi \cdot n}{60} = \frac{R \cdot \pi \cdot n}{30} \text{ м/сек.} \quad (34)$$

¹⁾ Вращающиеся массы см. § 21.

Число оборотов

$$n = \frac{60U}{2\pi R} = \frac{30U}{\pi R} \text{ об/мин.}, \quad (35)$$

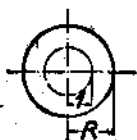
где R — радиус в метрах, U — окружная скорость.

Примеры. Для $R = 3,2$ м и $U = 21$ м/сек получим:

$$n = \frac{30 \cdot 21}{3,2\pi} = 63.$$

Сравни окружные скорости и числа оборотов в минуту.

Ремни, шкива, маховика . . .	U до 50 м/сек;	n до 300
Жернова	U 12 .	n 150
Диски паровых турбин	U 300 .	n 30 000
Окр. ск. земли на экваторе	$U = 462$.	n 0,0007



Фиг. 36.

б) Угловой скоростью называется скорость точки на окружности с радиусом, равным 1 (длина этой окружности равна 2π) (фиг. 36).

При равномерном вращении с n об/мин. угловая скорость,

т. е.
$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30} \text{ сек}^{-1}, \text{ или } \frac{1}{\text{сек}} \quad (36)$$

(при равномерном вращении тело в 1 секунду поворачивается на 1 радиан).

Название меры длины для угловой скорости не применяется, так как $R = 1$ может иметь любое название меры (м, см, мм).

Если U в м/сек есть окружная скорость согл. п. а, то угловая скорость:

$$\omega = \frac{U}{R} \text{ сек}^{-1}. \quad (37)$$

Пример. Для $n = 85$ имеем $\omega = \pi \cdot 85 : 30 = 8,9$.

с) Ускоренное и замедленное вращательное движение. Здесь действительны те же правила, что и для прямолинейного движения (§ 14). Вместо прямого пути s берем длину дуги круга, служащую траекторией движущейся весомой точки, значит

$$\text{путь } s = 2 \cdot R \cdot \pi \cdot z \text{ м.} \quad (38)$$

Число оборотов:

$$z = \frac{s}{2 \cdot R \cdot \pi}. \quad (39)$$

Значит, z есть число оборотов, сделанное колесом во время данного изменения скорости. Подробности см. § 22.

Угловое ускорение:

$$\frac{\omega}{t} = \frac{1}{\text{сек}^2}. \quad (40)$$

д) Движение качения.

Примеры. Колесо телеги и т. п.

Для катящегося круга (см. фиг. 37) имеем следующие соотношения:

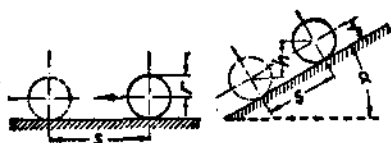
$$\text{развертка} = \text{путь } s = Z \cdot 2 \cdot r \cdot \pi. \quad (41)$$

Число оборотов (во время прохождения пути s)

$$Z = \frac{s}{2 \cdot r \cdot \pi}. \quad (42)$$

Высота

$$h = \sin \alpha \cdot s \quad (43)$$



Фиг. 37.

О движении качения по наклонной плоскости см. также в § 40.

§ 18. Шатунный механизм.¹⁾

Примеры. Шатунный механизм паровых и газовых машин, рамных пил и т. д.

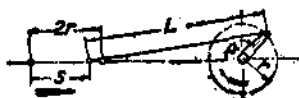
а) Скорость пальца кривошипа:

$$u = \frac{2 \cdot r \cdot \pi \cdot n}{60} \text{ м/сек.} \quad (44)$$

б) Скорость ползуна C для любой точки, если α — угол отклонения мотыля от мертвой точки (приблизленно) (см. фиг. 38 и 39):

$$\text{ход вперед } C = u \cdot \sin \alpha \left(1 + \frac{r}{L} \cdot \cos \alpha \right) \text{ м/сек.}; \quad (45)$$

$$\text{ход назад } C = u \cdot \sin \alpha \left(1 - \frac{r}{L} \cdot \cos \alpha \right) \text{ м/сек.} \quad (46)$$



Фиг. 38.



Фиг. 39.

¹⁾ Принятие в расчет масс см. § 27.

с) Путь ползуна от мертвой точки, соответствующий любому углу α отклонения мотыля от мертвой точки:

Ход вперед

$$s = r(1 - \cos \alpha) + \frac{r^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot L}. \quad (47)$$

Ход назад

$$s = r(1 - \cos \alpha) - \frac{r^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot L}. \quad (48)$$

Последний член в этих уравнениях дает величину так называемого косвенного влияния конечной длины шатуна.

д) Ускорение ползуна. В то время как палец кривошипа (при равномерном вращении вала) не испытывает ни ускорения, ни замедления, скорость ползуна изменяется от нуля до максимума и обратно.

Обозначая: L — длина шатуна в м, r — радиус мотыля в м, u — окружная скорость оси пальца мотыля в м/сек, получим для любого угла α ускорение:

Ход вперед

$$\varphi_1 = \frac{u^2}{r} \cdot (\cos \alpha + \frac{r}{L} \cdot \cos 2\alpha). \quad (49)$$

Ход назад

$$\varphi_2 = \frac{u^2}{r} (\cos \alpha - \frac{r}{L} \cdot \cos 2\alpha). \quad (50)$$

ЗАДАЧИ К §§ 13 — 18.

49. В чем состоит основной закон равновесия?

Ответ. Сумма моментов, вращающих влево, равна сумме моментов, вращающих вправо.

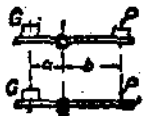
50. Пусть $G = 120$ кг, $a = 15$ см, $b = 30$ см (фиг. 40).

Определить P .

Решение. Уравнение моментов $G \cdot a = P \cdot b$

отсюда

$$P = \frac{120 \cdot 15}{30} = 60 \text{ кг.}$$



Фиг. 40.

51. То же при $G = 31$ кг, $a = 9$ см, $b = 620$ см.

52. Скорость и равномерное движение. Что такое скорость? В каких единицах выражается скорость, например:

1. Для железнодорожных поездов?
2. Электрического тока в телеграфных проводах?

3. Какие единицы скорости приняты в машиностроении?

Ответ. Скоростью называется путь, проходимый точкой или телом в единицу времени.

1. Километры в час.

2. Километры в секунду.

3. Вообще: метры в секунду.

53. Что такое равномерное движение?

Ответ. Равномерным движением называется такое движение, при котором тело в равные промежутки времени проходит равные расстояния.

54. Является ли свободное падение равномерным движением?

55. Является ли движение Земли вокруг Солнца равномерным движением?

56. Товарный поезд, идя полным ходом, проходит путь $s = 8,4$ км в $t = 13$ минут (фиг. 41).



Фиг. 41.

С какой скоростью в м/сек идет поезд?

Во сколько времени пройдет поезд расстояние $s = 15,3$ км?

Решение. Товарный поезд проходит в 13 минут на горизонтальном участке расстояние $s = 8,4$ км.

Определить: 1) скорость v в м/сек, $v = \frac{8,4 \cdot 60}{13} = 38,7$ км/час.

2) Какой промежуток времени t потребуется поезду для прохождения расстояния $s_1 = 15,3$ км? $t = \frac{s_1}{v} = 23,7$ мин.

57. То же — при $s = 16,8$ км; $t = 6,5$ мин.; $s = 51$ км.

58. Ускорение. 1. Что называется ускорением?

2. В каких единицах оно выражается?

Ответ. Ускорением называется величина приращения скорости в течение одной секунды.

3. Метры на сек² = $\frac{м}{сек^2}$.

59. Назовите примеры ускоренного движения.

60. Товарный поезд (см. задачу № 56). С момента трогания с места на станции до приобретения полной скорости (38,7 км/час) поезду требуется $t = 3$ минуты (фиг. 42).



Фиг. 42.

1. Какому пути s_1 это соответствует?

2. Чему равняется ускорение?

3. Если поезду для этого требуется 6 минут, то чему равны путь и ускорение?

Решение. 1. Путь $s_1 = \frac{38,7}{60 \cdot 2} \cdot 3 = 0,97 \text{ км} = 970 \text{ м}$.

2. Ускорение $\varphi = \frac{2 \cdot 970}{180^2} = 0,06 \text{ м/сек}^2$.

3. Путь $s_1 \sim 1,94 \text{ км}$.

Ускорение $\varphi = 0,03 \text{ м/сек}^2$.

61. Какое движение называется *равномерно-замедленным*?

Ответ. Равномерно-замедленным называется движение с постоянным и равным уменьшением скорости в конце каждой последующей единицы времени (секунды).

62. Назовите примеры равномерного замедления.

63. Железнодорожный поезд в задачах 56 и 60 (со скоростью в 38,7 км/час) должен остановиться пройдя путь, равный $s_1 = 1000 \text{ м}$ (фиг. 43).



Фиг. 43.

1. Во сколько времени поезд пройдет путь s_1 ?

2. Чему равняется замедление?

3. Как велика скорость поезда в середине пути, т. е. в точке А?

Решение. 1. Средняя скорость (в расстоянии s_1) $= \frac{38700}{60 \cdot 60} = 10,8 \text{ м/сек}$; отсюда время $t = \frac{2 \cdot 1000}{10,8} = 186 \text{ сек}$.

2. Замедление $\varphi = \frac{10,8}{186} = 0,058 \text{ м/сек}^2$.

3. Скорость $= \frac{10,8}{2} = 5,4 \text{ м/сек}$,

или

$$\frac{38,7}{2} = 19,35 \text{ км/час.}$$

64. Ответить на те же вопросы при условии $s_1 = 100 \text{ м}$.

65. Свободное падение. 1. С каким ускорением движется свободно падающее тело?

2. Какое влияние имеет вес тела на ускорение его движения?

3. Какое влияние имеет удельный вес тела на ускорение?

Решение. 1. Ускорение $g = 9,81 \text{ м/сек}^2$.

2. Вес на ускорение никакого влияния не имеет.

3. Удельный вес никакого влияния на ускорение не имеет.

Примечание:

В приведенные формулы свободного падения тел не входят выражения объема или веса, — т. е. все тела, независимо от их объема и веса, подчиняются одним и тем же законам падения. Так, это происходит в безвоздушном пространстве, как это было открыто итальянским физиком (Галилеем). В действительности падение тел в воздухе вследствие его сопротивления уклоняется от равномерно-ускоренного движения. Для тяжелых тел небольших размеров при небольших скоростях сопротивление воздуха незначительно и им можно пренебречь.

66. Пусть свободно-падающее тело падает с высоты $h = 7,4 \text{ м}$.

1. Чему равняется ускорение при весе тела $G = 9 \text{ кг}$?

2. Чему равняется ускорение при весе тела $G = 18 \text{ кг}$?

Решение. 1. Ускорение $g = 9,81 \text{ м/сек}^2$.

2. Ускорение $g = 9,81 \text{ м/сек}^2$.

67. То же — при $h = 14,4 \text{ м}$; $G = 9 \text{ кг}$.

68. Чугунный шар весом в 10 кг свободно падает вниз.

1. В какой промежуток времени шар пройдет путь $h = 14 \text{ м}$ (сопротивление воздуха не принимается во внимание, фиг. 44)?

2. Какова будет скорость шара, когда он коснется земли?

3. Пусть шар деревянный и весит 1 кг ; через какой промежуток времени шар коснется земли?



Фиг. 44.

Решение. Если не принимать во внимание сопротивление воздуха, то вес при свободном падении никакого значения не имеет, поэтому:

1. Время падения $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 14}{9,81}} \sim 1,69 \text{ сек.}$

2. Конечная скорость = ускорению $\times$ время, т. е. $v = g \cdot t = 9,81 \cdot 1,69 \sim 16,6 \text{ м/сек.}$

3. Как сказано, вес роли не играет; поэтому здесь также $t = 1,69 \text{ сек.}$

69. Измерение высоты. Определить высоту башни посредством измерения времени падения тела с башни. Падение шара (круглое тело, для уменьшения сопротивления воздуха) длится $t = 2,4 \text{ сек.}$ (Это время можно легко установить при помощи карманного секундомера). Фиг. 45.

1. Как отсюда вычислить высоту h ?



Фиг. 45.

2. С какой скоростью шар коснется земли?

Решение. 1. Высота $h = 9,81 \cdot \frac{2,4^2}{2} = 28,3$ м.

2. Конечная скорость $v = 9,81 \cdot 2,4 = 23,5$ м.

70. То же при $t = 4,8$ сек.

71. *Снаряд.* Пусть ствол орудия направлен под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту и пусть снаряд выбрасывается с начальной скоростью $c = 400$ м/сек (фиг. 46).

Определить: 1. Теоретическую дальность полета и

2. Теоретическую высоту подъема снаряда.

Решение. Теоретические результаты будут:

$$1. \text{ Дальность полета } w = \frac{\sin 60^\circ \cdot 400^2}{9,81} = 14130 \text{ м.}$$



Фиг. 46.

$$2. \text{ Высота подъема } h = \frac{400^2}{2 \cdot 9,81} \sin^2 30^\circ = 2040 \text{ м.}$$

В действительности значения w и h , вследствие сопротивления воздуха, будут значительно меньше. (Сопротивление воздуха возрастает пропорционально квадрату скорости; при больших скоростях оно бывает значительным.)

72. То же при $\alpha = 24^\circ$, $c = 500$ м/сек.

73. Теоретическую дальность полета для $\alpha = 30^\circ$ и $c = 100$ м/сек определить согласно § 15.

Решение. В таблице находим для $\alpha = 60^\circ$ и $c = 100$:
дальность полета $w = 883$ м.

74. То же для $\alpha = 60^\circ$ и $c = 500$ м/сек.

75. *Угол подъема.* Какой угол подъема нужно выбрать для того, чтобы попасть снарядом в дом, находящийся на расстоянии 3000 метров от орудия, если снаряд может быть выворочен с начальной скоростью в 300 м/сек? (сопротивлением воздуха пренебречь).

Решение. В данном случае:

$$\sin 2\alpha = \frac{9,81 \cdot 3000}{300^2} = 0,327.$$

С помощью тригонометрических таблиц находим угол $2\alpha = 19^\circ 6'$, откуда угол подъема $\alpha = 9^\circ 33'$.

В действительности, учитывая сопротивление воздуха, необходимо поднять дуло орудия несколько выше.

76. То же — при $w = 2000$ м, $c = 400$ м/сек.

77. *Метание в вертикальном направлении.* Пусть тело выбрасывается вертикально вверх, с начальной скоростью $c = 20$ м/сек. Определить: 1. Высоту подъема. 2. Продолжительность подъема. 3. Продолжительность падения. 4. Конечную скорость падения, фиг. 47.

Решение. Если здесь также не принимать во внимание сопротивления воздуха, то теоретически получается:



Фиг. 47.

1. Высота подъема $h = \frac{20^2}{2 \cdot 9,81} = 20,39$ м.

2 и 3. Время подъема равно времени падения, $t = \frac{20}{9,81} = 2,04$ сек.

4. Если пренебречь сопротивлением воздуха, то $v = c = 20$ м/сек.

78. То же — при $c = 40$ м/сек.

79. *Свободное падение и метание в горизонтальном направлении.* Доказать, пользуясь уже известными формулами, что продолжительность свободного падения тела с высоты h равна продолжительности падения с той же высоты горизонтально брошенного тела при любой начальной скорости.

Решение. Продолжительность свободного падения $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ сек. Горизонтально брошенное тело затратит на падение половину времени в сравнении с телом, брошенным под углом, т. е. $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{8h}{g}}$, т. е. опять-таки $\sqrt{\frac{2h}{g}}$ сек.

80. Подобным же образом доказать для случая метания и вертикальном направлении и под углом, что при одинаковой высоте подъема получается одинаковая продолжительность полета.

Решение. Полная продолжительность полета вертикально брошенного тела равна продолжительности подъема, увеличенной на продолжительность падения, т. е. $2 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{8h}{g}}$ сек, т. е. равна полной продолжительности полета под углом при одинаковой высоте подъема.

81. Маятник. Чему равняется продолжительность одного качания маятника длиной $l = 3$ м (фиг. 48)?



Фиг. 48.

Решение. Для маятника длиной в 3 метра продолжительность одного качания:

$$t = \pi \sqrt{\frac{3}{9,81}} = 1,737 \text{ сек.}$$

82. То же — при $l = 2 \text{ м.}$

83. Определить длину маятника, если продолжительность одного качания 2 секунды.

Решение. Из уравнения 33 § 16 находим для длины

$$l = \frac{t^2 \cdot g}{\pi^2} = \frac{2^2 \cdot 9,81}{3,14^2} \sim 4 \text{ м.}$$

84. То же — при $t = 3 \text{ сек.}$

85. Что называется *окружной скоростью* вращательного движения? ¹⁾

Ответ. Окружной скоростью называется та скорость, которую обладает точка на поверхности вращающегося тела, фиг. 49.

86. В каких единицах выражается окружная скорость?



Фиг. 49.

Ответ. В машиностроении принято выражать окружную скорость в *м/сек.*

87. За какой промежуток времени дается обычно число оборотов машин?

Ответ. В машиностроении расчет ведется почти исключительно с числом оборотов в минуту, даже если нет особых на то указаний.

88. Назовите вращающиеся детали машин.



Фиг. 50.

89. Палец кривошипа K описывает круг радиусом $r = 0,72 \text{ м}$ со скоростью $n = 85$ оборотов в мин. Определить окружную скорость, фиг. 50.

Решение. Путь, пройденный за один оборот, равен $2 \cdot 0,72 \cdot \pi$, поэтому:

$$\text{Окружная скорость } v = 2 \cdot 0,72 \cdot 3,14 \cdot \frac{85}{60} = 6,4 \text{ м/сек.}$$

90. То же — при $r = 1,46 \text{ м; } n = 170$.

91. Число оборотов. Пусть окружная скорость шкива $v = 3,6 \text{ м/сек.}$, а радиус $r = 83 \text{ см.}$ Определить число оборотов.

¹⁾ Здесь пренебрегаем массой тела.

Решение. Путь, пройденный в одну минуту $= 60 \cdot 3,6$. Следовательно, число оборотов

$$n = \frac{60 \cdot 3,6}{2 \cdot 0,83 \cdot 3,14} = 41,4 \text{ об/мин.}$$

92. То же — при $u = 7,2 \text{ м/сек}$, $r = 166 \text{ см}$.

93. При наматывании бумажной ленты на деревянную катушку диаметра $d = 32 \text{ см}$ счетчик показывает $T = 4130$ оборотов, причем наружный диаметр намотанной катушки $D = 98,5 \text{ см}$, фиг. 51.

1. Сколько погонных метров бумаги намотано?

2. Сколько витков бумаги приходится на каждый мм радиуса.

Решение. Мы должны исходить из среднего диаметра; таким образом для $T = 4130$ витков:

1. Длина бумаги $= \frac{d + D}{2} \cdot \pi \cdot n = 846\,200 \text{ см} = 8462 \text{ м}$.

2. Число витков $= \frac{2T}{(D - d) 10} = 12,4 \text{ на } 1 \text{ мм}$.

94. То же — при $d = 16 \text{ см}$; $T = 2065$; $D = 49,3 \text{ см}$.

95. Что такое угловая скорость?

Ответ. Угловой скоростью называется скорость точки на окружности радиуса $= 1$, фиг. 52.



Фиг. 52.

$$\text{Единица меры} = \text{сек}^{-1} = \frac{1}{\text{сек}}.$$

96. Шкив радиуса $R = 1,2 \text{ м}$ имеет окружную скорость $u = 8,3 \text{ м/сек}$. Чему равняется угловая скорость ω ?

Решение. Угловая скорость есть;

Окружная скорость в м/сек , деленная на радиус в м , т. е.

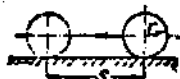
$$\text{угловая скорость } \omega = \frac{U}{R} = 6,92 \text{ сек}^{-1}.$$

97. То же — при $R = 2,4 \text{ м}$; $U = 16,6 \text{ м/сек}$.

98. Какова зависимость между ω и U ?

99. Движение качения. Для колеса радиуса $r = 1,8 \text{ м}$ требуется увеличить окружную скорость с 3,4 до 5,8 м через $t = 4 \text{ сек}$, фиг. 53.

Определять: 1. Путь s , проходимый какой-либо точкой окружности в течение времени приращения скорости.



Фиг. 53.

2. Число оборотов колеса в течение времени приращения скорости.

Решение. 1. Путь s = пути, проходимому точкой на окружности колеса во время его катания, следовательно:

$$s = \frac{3,4 + 5,8}{2} \cdot 4 = 18,4 \text{ м.}$$

Окружность колеса $= 2 \cdot 1,8 \cdot \pi$, следовательно:

$$2. \text{ Число оборотов } Z = \frac{18,4}{2 \cdot 1,8 \cdot 3,14} = 1,63.$$

100. Колесо радиуса $r = 1,8 \text{ м}$ скатывается по наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30^\circ$ на $h = 5 \text{ м}$ по вертикали. Какой путь s пройден колесом (фиг. 54)?



Фиг. 54

Решение. Здесь $h = S \cdot \sin \alpha$, поэтому: пройденный путь

$$S = \frac{h}{\sin \alpha} = \frac{5}{0,5} = 10 \text{ м.}$$

§ 19. Движение масс.

Масса и вес обозначаются следующим образом:

$\frac{G}{g}$ или M есть масса тела; G или $M \cdot g$ есть вес тела.

Обозначения для веса тела $M \cdot g$ (полученное из $\frac{G}{g} \cdot g$) мы применять не будем.

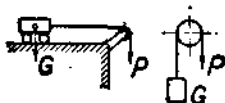
Понятия: *живая сила, механическая работа, удар* требуют понятий веса и скорости.

а) Единица массы. За единицу массы принимается масса такого тела, которое от действия силы в 1 кг получает ускорение $1 \frac{\text{м}}{\text{сек}^2}$. Другими словами: 9,81 кг-массы получают от 1 кг-силы в 1 сек ускорения в 1 м. Согласно законам падения эта единица массы представляет собой массу тела весом $G = 9,81 \text{ кг}$, ибо $\frac{9,81}{g} = 1$.

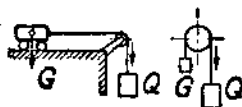
Таким образом:

$$\text{масса} = \frac{\text{вес}}{g}, \text{ т. е. } M = \frac{G}{g} \text{ кг } \frac{\text{сек}^2}{\text{м}}, \quad (51)$$

б) Для большего выяснения различия между кг - массы и кг - силы служат примеры I и II, иллюстрируемые фиг. 55 и 56.



Фиг. 55.



Фиг. 56.

1. Сила без веса
 G кг - массы } масса = $\frac{G}{g}$
 P кг - силы } сила = P
 Достижимое ускорение без-
 гранично, при
 $G = 0, \varphi = \infty$

2. Сила, вызываемая весом
 $G + Q$ кг - массы } масса = $\frac{G + Q}{g}$
 Q кг - силы } сила = Q
 Достижимое ускорение:
 $\varphi = 9,81 \text{ м/сек}^2$

Если телу, обладающему массой $\frac{G}{g}$ и движущемуся со скоростью c , нужно сообщить скорость v , то для этого необходимо затратить работу:

$$\frac{G}{g} \cdot \frac{v^2 - c^2}{2} \text{ кг.м.} \quad (52)$$

Если при этом тело находилось в покое, т. е. начальная скорость равна нулю, то работа равна $\frac{G}{g} \cdot \frac{v^2}{2}$. Эту работу тело может снова отдать, если оно, произведя работу, придет опять в состояние покоя.

В большинстве технических расчетов движущая сила ¹⁾ считается *невесомой*. (Пар, взрывчатое вещество, бросание человеческой рукой, метательные приспособления и т. п.)

Следовательно, мы имеем здесь дело с случаем I, для которого действительны

с) Основные правила. Для всех движений тела:

$$\text{Сила} = \text{ускорение} \times \text{масса} = \varphi \cdot \frac{G}{g} \text{ кг.}$$

$$\text{Ускорение } \varphi = \frac{\text{сила}}{\text{масса}} \text{ м/сек}^2.$$

$$\text{Сопротивление} = \text{замедление} \times \text{масса} = \varphi \cdot \frac{G}{g} \text{ кг.}$$

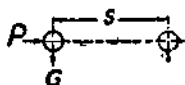
$$\text{Замедление } \varphi = \frac{\text{сопротивление}}{\text{масса}} \text{ м/сек}^2.$$

¹⁾ Сила пружины также рассматривается как невесомая сила, как, напр., выталкивание пружиной челнока ткацкого станка.

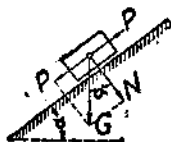
§ 20. Прямолинейное движение масс.

а) Ускорение (прямолинейное), фиг. 57 и 58.

G — вес перемещаемого тела в кг. $G \cdot \sin \alpha$ — составляющая веса, параллельная наклонной плоскости в кг. P — сила (равномерно действующая), которую необходимо приложить для сообщения телу ускорения (в зависимости от направления движения вес тела либо помогает этой силе P , либо противостоит ей).



Фиг. 57.



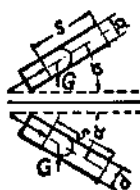
Фиг. 58.

Уравнения для сил (при прямолинейном движении):

Для состояния равновесия	Направление движения:	Сила =	
	вверх по накл. плоскости	$P - G \sin \alpha$ (1)	
	вниз по накл. плоскости	$P + G \sin \alpha$ (2)	
	горизонтально	P (3)	
	вертикально вверх	$P - G$ (4)	
	вертикально вниз	$P + G$ (5)	

Если действующая сила представляет собою давление падающего сжатого воздуха, взрывчатого вещества или т. п., и если:

d — диаметр трубы в см, s — длина хода в
 p — давление в атм. (манометрич.), α — угол наклона к горизонтали:
то, имеем для движения вверх (фиг. 59):



$$P = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot p = \gamma \cdot \frac{G}{g} + G \cdot \sin \alpha \quad (4)$$

и для движения вниз:

$$P = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot p = \gamma \cdot \frac{G}{g} - G \cdot \sin \alpha \quad (5)$$

Для движения вверх требуется большее усилие P , так и в этом случае приходится преодолевать сопротивление веса $G \cdot \sin \alpha$, которая при движении вниз, наоборот, способствует силе P .

При одинаковой силе P получается, следовательно, для движения вниз несколько большая скорость выпуска, чем для движения вверх.

Для зависимости между величинами пути s , времени t , ускорения φ и конечной скорости v (после прохождения пути s) действительны уравнения, приведенные в § 14 (стр. 91), поскольку начальная скорость равна нулю и движущая сила на всем протяжении пути s остается неизменной по величине (значит, $P = \text{const.}$).

Из вышеприведенных уравнений (53) или (53а) вычисляется ускорение φ по формуле равномерно-ускоренного движения (§ 14, стр. 91); тогда

$$\text{скорость выпуска} = \sqrt{2 \cdot \varphi \cdot s}.$$

Эта скорость и есть начальная скорость c движения брошенного тела ($\alpha = 0^\circ$ до 90°),



Фиг. 60.

б) Живая сила, работоспособность или энергия тела, движущегося со скоростью v и обладающего весом G , равняется

$$= \frac{G}{g} \cdot \frac{v^2}{2} \text{ кг или } m \cdot \frac{v^2}{2}. \quad (54)$$

§ 21. Равномерное вращательное движение.

Если мы желаем определить по формуле (54) живую силу, которой обладает вращающееся тело (см. фиг. 61 и 62), то



Фиг. 61.



Фиг. 62.

нужно v заменить окружной скоростью $U = \frac{R \cdot \pi \cdot n}{30}$ м/сек (где R

радиус окружности, описываемой центром тяжести), и тогда получим:

$$\text{живая сила } L = \frac{G}{g} \cdot \frac{U^2}{2} \text{ км.}$$

Эта формула однако действительна лишь в том случае, если вся масса тела будет заключена в центре тяжести. А так как в действительности этого никогда не бывало, то L может быть найдено точно только из формулы

$$L = J \cdot \frac{\omega^2}{2},$$

которую нетрудно вывести,

Действительно для тела, движущегося прямолинейно и равномерно, имеем на основании уравнения (53):

$$\text{живая сила } L = m \cdot \frac{v^2}{2} \text{ кг.}$$

Если для равномерно вращающегося тела скорость v заменить окружной скоростью

$$U = \frac{R \cdot \pi \cdot n}{30} = r \cdot \omega,$$

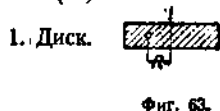
то получаем живую силу (фиг. 63):

$$L = m \cdot \frac{U^2}{2} = m \cdot \frac{(r \cdot \omega)^2}{2} = m \cdot r^2 \cdot \frac{\omega^2}{2}.$$

А так как $m \cdot r^2 = 2(m_1 \cdot r_1^2 + m_2 \cdot r_2^2 + \dots) = J$,
то

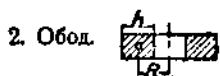
$$L = J \cdot \frac{\omega^2}{2} \text{ кгм.} \quad (55)$$

Для тела, имеющего сечение по фиг. 63 и 64, более простые формулы (55a) и (55b) дают тот же результат, что и уравнение (55):



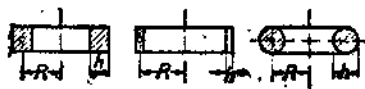
3. Живая сила

$$L = 2 \cdot \frac{G}{g} \cdot \frac{U^2}{2} \text{ кгм} \quad (55 \text{ a})$$



$$L = 1,25 \frac{G}{g} \cdot \frac{U^2}{2} \text{ кгм} \quad (55 \text{ b})$$

Чем больше отношение радиуса R к высоте обода h , тем меньше коэффициент перед буквенным выражением (фиг. 65). Для отношения напр. $R : h = 10$, каковое обычно имеет место у маховика, коэффициент равен 1,0025. Следовательно, для маховиков, ременных и канатных шкивов и т. п. можно с большим приближением принять коэффициент 1:



Фиг. 65.

$$L = \frac{G}{g} \cdot \frac{U^2}{2}. \quad (55 \text{ c})$$

§ 22. Равномерно-ускоренное и равномерно-замедленное вращение.

а) Точное вычисление ведется следующим образом:

Пусть $\omega_1 = \frac{U}{R} \text{ сек}^{-1}$ наибольшая угловая скорость,

$\omega_2 = \frac{u}{R} \text{ сек}^{-1}$ наименьшая угловая скорость.

Тогда $\omega = \omega_1 - \omega_2 \text{ сек}^{-1}$ — изменение угловой скорости,

$\epsilon = \frac{\omega}{t} \text{ сек}^{-2}$ — соответствующее угловое ускорение.

Момент вращения

$$M = J \cdot \epsilon \text{ кгм.} \quad (56)$$

Живая сила

$$L = J \cdot \frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{2} \text{ кгм.} \quad (57)$$

Мощность

$$N = \frac{1}{75} \cdot \frac{L}{t} \text{ л. с.} \quad (58)$$

Пример: Пусть обод маховика с размерами $R = 3,8 \text{ м}$ и $h = 0,4 \text{ м}$, имеет вес $G = 31\,000 \text{ кг}$.

Требуется уменьшить его окружную скорость $U = 32 \text{ м/сек}$ в течение $t = 2,4 \text{ сек}$ до $u = 23 \text{ м/сек}$.

Имеем $\omega_1 = \frac{32}{3,8} = 8,42 \text{ сек}^{-1}$, $\omega_2 = \frac{23}{3,8} = 6,05 \text{ сек}^{-1}$.

По формуле (66) (стр. 115):

Момент инерции

$$J = \frac{31\,000}{9,81} (3,8^2 + \frac{1}{4} \cdot 0,4^2) = 3160 \cdot 14,44 = 45\,750 \text{ кгмсек}^2.$$

Живая сила

$$L = 45\,750 \cdot \frac{8,42^2 - 6,05^2}{2} = 810\,000 \text{ кгм.}$$

Мощность

$$N = \frac{1}{75} \cdot \frac{810\,000}{2,4} = 4500 \text{ л. с.}$$

б) Приближенное вычисление. Необходимость вычисления момента инерции J по формулам (64—67) требует много времени. Поэтому в случае малой толщины обода h в сравнении с радиусом R маховика вместо формул (56—58) применяют

следующий приближенный способ расчета, дающий достаточно точные результаты (сравни уравнение 55с). ¹⁾

Пусть U — большая окружная скорость центра тяжести,
 u — меньшая окружная скорость центра тяжести.

Тогда $U - u$ есть изменение скорости вследствие ускорения или замедления (фиг. 62) и

$$L = \frac{G}{g} \cdot \frac{U^2 - u^2}{2} \text{ кгм} \quad (59)$$

равна живой силе, сообщенной маховику в случае уско или отданная им в случае замедления.

На практике часто требуется рассчитать в лош. силах мощность N , которую может отдать маховик при условии замедления в течение t сек на φ м/сек² (прокатное производство и транспортные сооружения), или мощность, которую нужно затратить, чтобы получить ускорение вращения маховика на φ м/сек², т. е., другими словами, аккумулировать в нем известное количество энергии.

Зависимость между отдельными величинами видна из таблицы на стр. 113, причем

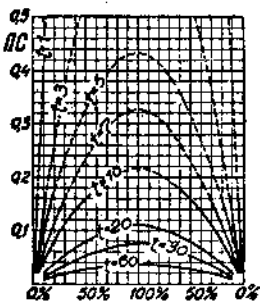
t — время в секундах

s — путь, проходимый центром тяжести,
 в метрах

Z — число оборотов

N — затраченная или отданная в среднем
 мощность в лош. силах

в течение
 изменения
 скорости



Фиг. 63.

Зависимость N от времени t графически изображена на фиг. 66, причем кривые вычерчены при условии $U = 40$ и $G = 1$. Чем меньше t , тем больше N .

Здесь изменение скорости дано в процентах; по вертикали отложены лош. силы, по горизонтали изменение скорости.

Кривые, вычерченные сплошной линией, соответствуют изменениям скоростей, встречающимся в прокатном производстве; кривые, вычерченные пунктиром, суть только результаты расчета.

¹⁾ При этом способе расчета формула 55с в случае сплошного диска (фиг. 63) имеет коэффициент 2, а в случае $h = R$ (фиг. 64) — коэффициент 1,25. В таком виде расчет согласно § 22а и 22б дает одинаковые результаты.

ТАБЛИЦА ФОРМУЛ ДЛЯ РАСЧЕТА ВРАЩАЮЩИХСЯ МАСС.

Искомая величина	Данные величины			Для $n = 0$
	s	t	φ	
Ускорение или замедление $\varphi =$	$\frac{U^2 - u^2}{2s}$	$\frac{U - u}{t}$	—	$\frac{U}{t} = \frac{U^2}{2s} = \frac{2s}{t^2} \text{ м/сек}^2$
Время $t \dots \dots =$	$\frac{s}{\frac{1}{2}(U + u)}$	—	$\frac{U - u}{\varphi}$	$\frac{2s}{U} = \frac{U}{\varphi} = \sqrt{\frac{2s}{\varphi}} \text{ сек}$
Путь $s \dots \dots =$	—	$\frac{1}{2}(U + u) \cdot t$	$\frac{U^2 - u^2}{2\varphi}$	$\frac{U}{2} \cdot t = \frac{U^2}{2\varphi} = \frac{\varphi}{2} \cdot t^2 \text{ м}$
Мощность $N \dots =$	$\frac{1}{16} \frac{U^2 - u^2}{2 \cdot t} \cdot \frac{G}{g} = \frac{(U + u) \varphi}{2 \cdot 75} \cdot \frac{G}{g}$	$\frac{(U + u) \varphi}{2 \cdot 75} \cdot \frac{G}{g}$	$\frac{U^2}{2 \cdot 75 t} \cdot \frac{G}{g} = \frac{U \cdot \varphi}{2 \cdot 75} \cdot \frac{G}{g}$	$\frac{U^2}{2 \cdot 75 t} \cdot \frac{G}{g} = \frac{U \cdot \varphi}{2 \cdot 75} \cdot \frac{G}{g} \text{ л. с.}$
Скорость $U \dots =$	$\frac{s}{t} + \frac{\varphi}{2} \cdot t = u + \varphi \cdot t$	$\frac{s}{t} + \frac{\varphi}{2} \cdot t = u + \varphi \cdot t$	$\frac{s}{t} + \frac{\varphi}{2} \cdot t = u + \varphi \cdot t$	$\varphi \cdot t = \frac{2s}{t} = \sqrt{2\varphi \cdot s} \text{ м/сек}$
Скорость $u \dots =$	$\frac{s}{t} - \frac{\varphi}{2} \cdot t = U - \varphi \cdot t \text{ м/сек}$	$\frac{s}{t} - \frac{\varphi}{2} \cdot t = U - \varphi \cdot t \text{ м/сек}$	$\frac{s}{t} - \frac{\varphi}{2} \cdot t = U - \varphi \cdot t \text{ м/сек}$	нуль
Число оборотов $Z =$	$\frac{s}{2R\pi} = \frac{(U + u) \cdot t}{4 \cdot R\pi} = \frac{n_{\max} + n_{\min}}{120}$	$\frac{s}{2R\pi} = \frac{(U + u) \cdot t}{4 \cdot R\pi} = \frac{n_{\max} + n_{\min}}{120}$	$\frac{s}{2R\pi} = \frac{(U + u) \cdot t}{4 \cdot R\pi} = \frac{n_{\max} + n_{\min}}{120}$	$\frac{U \cdot t}{4R\pi} = \frac{n}{120}$

При помощи этой таблицы можно быстро находить искомую величину. Правый столбец применим главным образом для расчета равномерности вращения двигателей с маховиком и регулятором.

Эти формулы действительны как для равномерно-ускоренного, так и для равномерно-замедленного вращения.

Пример: Пусть та же, как и в предыдущем примере, $G = 31\,000 \text{ кг}$, $U = 32 \text{ м/сек}$, $u = 23 \text{ м/сек}$ и $t = 2,4 \text{ сек}$; тогда по формуле этой таблицы:

$$\varphi = \frac{32 - 23}{2,4} = 3,75 \text{ м/сек},$$

а отдаваемая мощность

$$N = \frac{32 + 23}{2 \cdot 75} \cdot 3,75 \cdot \frac{31\,000}{9,81} = 4345 \text{ л. с.}$$

(По способу точного расчета § 22а (стр. 111) мы получили бы $N = 4500$ л. с.)

§ 23. Передача движения.

а) Прямолинейное движение. Для прямолинейно движущегося тела действительно, согласно § 19с, следующее уравнение:

Сила = массе $\times$ ускорение;

$$p = \frac{G}{g} \cdot \varphi. \quad (60)$$

б) Вращательное движение. Для вращающегося тела действительно следующее уравнение:

Момент ускоряющей силы = моменту инерции тела $\times$ угловое ускорение.

$$M_d = p \cdot r = J \cdot \varepsilon. \quad (61)$$

Выведем эту формулу.

Пусть:

m_1 — частица массы на расстоянии r_1 от оси вращения,

m_2 — частица массы на расстоянии r_2 ,

m_3 — частица массы на расстоянии r_3 и т. д.

ε — угловое ускорение, сообщаемое частицам массы. Тогда ускорение $\varphi_1 = r_1 \cdot \varepsilon$, $\varphi_2 = r_2 \cdot \varepsilon$, и т. д.

На основании закона:

„Момент силы ускорения = массе $\times$ ускорение $\times$ радиус“, имеем уравнения:

$$\begin{aligned} M_d &= m_1 \cdot \varphi_1 \cdot r_1 + m_2 \cdot \varphi_2 \cdot r_2 + \dots \\ &= m_1 \cdot r_1 \cdot \varepsilon \cdot r_1 + m_2 \cdot r_2 \cdot \varepsilon \cdot r_2 + \dots \\ &= \Sigma (m_1 \cdot r_1^2 \cdot \varepsilon + m_2 \cdot r_2^2 \cdot \varepsilon + \dots) \\ &= \varepsilon \cdot \Sigma (m_1 \cdot r_1^2 + m_2 \cdot r_2^2 + \dots) \end{aligned}$$

$$M_d = \varepsilon \cdot J. \quad (62)$$

Представим себе теперь всю массу вращающегося тела

$\Sigma (m_1 + m_2 + \dots) = m = \frac{G}{g}$ сосредоточенной на его окружности

радиуса R и обозначим приведенную таким образом массу через m_R . Последняя под влиянием силы p , действующей на расстоянии R , испытывает касательное ускорение φ . Так как $a = \frac{\varphi}{R}$, то можно формулу (62) написать также в виде:

$$p \cdot R = M_d = J \cdot \frac{\varphi}{R};$$

отсюда

$$p = \frac{M_d}{R} = \frac{J}{R^2} \cdot \varphi.$$

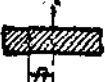
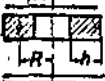
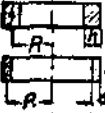
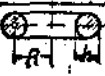
А так как

$$p = m_R \cdot \varphi,$$

то приведенная масса

$$m_R = \frac{J}{R^2}. \quad (63)$$

с) Моменты инерции J в кгм/сек^2 . Обычные формулы поперечного сечения вращающихся круглых тел.

Диск		$J = \frac{G}{g} \cdot 2 \cdot R^2 \quad (64)$
$h = R$		$J = \frac{G}{g} \cdot \frac{5}{4} \cdot R^2 \quad (65)$
Маховики, шкивы		$J = \frac{G}{g} \cdot \left(R^2 + \frac{1}{4} \cdot h^2 \right) \quad (66)$
Кольцо круглого сечения		$J = \frac{G}{g} \cdot \left(R^2 + \frac{3}{16} \cdot h^2 \right) \quad (67)$

1. Для сплошного диска (вальцы), фиг. 67, имеем по формуле 61:

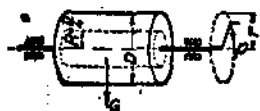
Момент вращения:

$$M_d = p \cdot r = J \cdot \ddot{\varphi} \text{ кгм},$$

где

$$J = \frac{G}{g} \cdot 2R^2 \text{ кгм/сек}^2,$$

$$\varphi = R \cdot \ddot{\varphi} \text{ м/сек}^2,$$



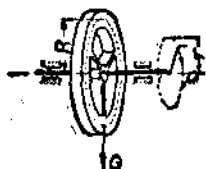
Фиг. 67.

откуда

$$M_d = p \cdot r = \frac{G}{g} \cdot 2R^2 \cdot \epsilon = \frac{G}{g} \cdot 2R \cdot \varphi.$$

Отсюда

$$\varphi = \frac{p \cdot r}{G : g} \cdot \frac{1}{2R} \text{ м/сек}^2. \quad (68)$$



Фиг. 68.

2. Для колеса (фиг. 68) также действительна формула 61 для момента вращения M_d .

Однако согласно формуле 66 момент инерции

$$J = \frac{G}{g} \left(R^2 + \frac{1}{4} h^2 \right).$$

А так как h в сравнении с R мало, а h^2 в сравнении с R^2 тем более незначительно, то величиною $\frac{h^2}{4}$ можно пренебречь. Следовательно

$$J \sim \frac{G}{g} \cdot R^2. \quad (69)$$

$$M_d = p \cdot r = \frac{G}{g} \cdot R^2 \cdot \epsilon = \frac{G}{g} R (R \cdot \epsilon) = \frac{G}{g} \cdot R \cdot \varphi. \quad (70)$$

Отсюда

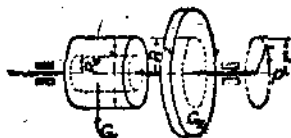
$$\varphi = \frac{p \cdot r}{G : g} \cdot \frac{1}{R}. \quad (71)$$

3. Если на валу находятся две или более масс, то определяют вращающие моменты каждой из них в отдельности (напр. фиг. 69):

$$M_1 = J_1 \cdot \epsilon = p_1 \cdot r \text{ кгм.} \quad (72)$$

$$M_2 = J_2 \cdot \epsilon = p_2 \cdot r \text{ кгм.} \quad (73)$$

Сила, необходимая для вращения:



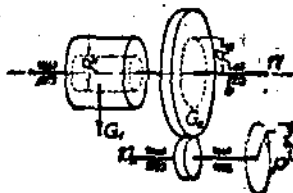
Фиг. 69.

$$p = p_1 + p_2 = \frac{M_1 + M_2}{r} \text{ кг.} \quad (74)$$

Для фиг. 70 имеем:

J_1 и J_2 — моменты инерции масс на валу l ,

J_3 — момент инерции массы на валу l_3 .



Фиг. 70.

n и n_0 — числа оборотов соответствующих валов.

$$M = p \cdot r = J \cdot \varepsilon = \left[J_0 + (J_1 + J_2) \cdot \left(\frac{n}{n_0} \right)^2 \right] \cdot \varepsilon \quad (75)$$

$$\text{сила вращения } p = \frac{M}{r} \text{ кг.} \quad (76)$$

§ 24. Касательная сила.

Касательная сила при изменении скорости направлена по касательной к окружности, описываемой центром тяжести (см. фиг. 71).

Касательная сила равна массе $\times$ ускорение.

Касательное сопротивление равно массе $\times$ замедление.

Мы имеем таким образом то же самое, что мы до сих пор называли „силой“ и „сопротивлением“. Поэтому и в данном случае действительны те же уравнения:



Фиг. 71.

$$\begin{cases} \text{Касательная сила} \\ \text{Касательное сопротивление} \end{cases} \left\{ \begin{aligned} T &= \frac{U-u}{t} \cdot \frac{G}{g} = \varphi \cdot \frac{G}{g} = \\ &= 75 \cdot N \cdot \frac{t}{s} \text{ кг} \end{aligned} \right.$$

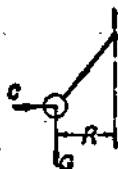
а при $u=0$:

$$T = \frac{U}{t} \cdot \frac{G}{g} = \varphi \cdot \frac{G}{g} = 75 \cdot N \cdot \frac{t}{s} \text{ кг.}$$

При равномерно-ускоренном движении ($\varphi = \text{пост}$) для T получается всегда одна и та же величина.

§ 25. Центробежная сила.

G — вес тела в килограммах; R — расстояние центра тяжести тела от оси вращения в метрах (фиг. 72):



Фиг. 72

$$u = \frac{R \cdot \pi \cdot n}{30} \text{ м/сек}$$

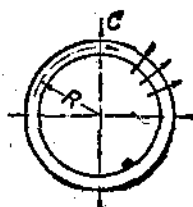
есть скорость центра тяжести.

Центробежная сила с каждой отдельной частицы массы тела направлена по радиусу от центра наружу.

Сумма этих отдельных сил есть центробежная сила

$$\Sigma c = \frac{G}{g} \cdot \frac{u^2}{R} \text{ кг.} \quad (77)$$

Сумма центробежных сил одной половиты кольца, спроектированная на одно из направлений радиуса, равна для фиг. 73:



Фиг. 73.

$$C = \frac{1/2 G}{g} \cdot \frac{u^2}{R} \cdot \frac{2}{\pi} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{G}{g} \cdot \frac{u^2}{R} \text{ кг} \quad (78)$$

Сила C стремится разорвать кольцо (фиг. 73) в двух противоположных сечениях, так что:

$$\text{напряжение} = \frac{C}{2 \times \text{сечение кольца}}.$$

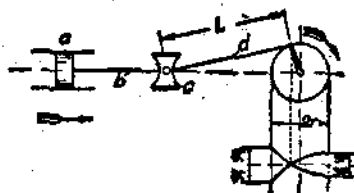
§ 26. Центробежная сила.

Центробежная сила на фиг. 74 обозначена буквой C_1 и равна по величине центробежной силе (сравни § 25), но противоположна по направлению.



Фиг. 74.

§ 27. Поступательно-возвратное движение масс, соединенных с кривошипом.



Фиг. 75

В данном случае действительные формулы, указанные в § 18, $a-d$ (стр. 97).

G — вес поступательно-возвратно движущихся масс a, b, c и d в килограммах;

r — радиус мотыля в метрах,

n — число оборотов в минуту,

$$\text{окружная скорость пальца мотыля} u = \frac{r \cdot \pi \cdot n}{30} \text{ м/сек.} \quad (79)$$

Тогда для мертвых точек (см. фиг. 75):

задней
 φ_1 (ускор. или замедл.)
 согл. § 18, d

Сила или сопротивл.
 ускорения:

$$P_1 = \varphi \times \text{масса} = \\ = \varphi_1 \cdot \frac{G}{g}. \quad (80)$$

передней
 φ_2 (ускор. или замедл.)
 согл. § 18, d

Сила или сопротивл.
 ускорения:

$$P_2 = \varphi \times \text{масса} = \\ = \varphi_2 \cdot \frac{G}{g}. \quad (81)$$

Направление вращения на величину ускорения или замедления не влияет.

Пример. Радиус кривошипа $r = 0,45$ м, вес $G = 707$ кг.
 $n = 95$, $\frac{r}{L} = \frac{1}{5}$;

тогда

$$u = \frac{0,45 \cdot \pi \cdot 95}{30} = 4,46 \text{ м/сек.}$$

$$\text{Согл. § 18, d} \left\{ \begin{array}{l} \text{ускор.} \\ \text{или} \\ \text{замедл.} \end{array} \right\} \varphi_2 = \frac{4,46^2}{0,45} \left(1 + \frac{1}{5} \cdot 1 \right) = 53 \text{ м/сек}^2$$

$$\text{Согл. § 18, d} \left\{ \begin{array}{l} \text{ускор.} \\ \text{или} \\ \text{замедл.} \end{array} \right\} \varphi_2 = \frac{4,46^2}{0,45} \left(1 - \frac{1}{5} \cdot 1 \right) = 35,4 \text{ м/сек}^2$$

тогда согласно уравнению (80) и (81) имеем:

$$P_1 = 53 \cdot \frac{707}{9,81} = 3800 \text{ кг.}$$

$$P_2 = 35,4 \cdot \frac{707}{9,81} = 2550 \text{ кг.}$$

P_1 — сила, которую нужно приложить для ускорения поступательно-возвратно движущихся масс G , для того чтобы привести их к скорости пальца кривошипа.

P_2 — сопротивление, которое нужно приложить, чтобы эти массы G привести опять в состояние покоя.

Ускорение достигает наибольшей величины в мертвых точках, уменьшается к середине пути и переходит далее в замедление; поэтому сила ускорения или сопротивления в каждом положении поршня имеет другую величину.

ЗАДАЧИ К §§ 19 — 27.

101. Что называется *массой*?

1. Выразить в словах.

2. Выразить формулой.

Решение. 1. Массой называется частное от деления веса в кг на ускорение силы тяжести в м/сек^2 .

$$2. \text{ Масса } M = \frac{G}{g} \text{ кг } \frac{\text{сек}^2}{\text{м}}.$$

Примечание: В средних широтах $g = 9,81 \frac{\text{м}}{\text{сек}^2}$; величина g возрастает от экватора к полюсу, на экваторе $g = 9,781 \frac{\text{м}}{\text{сек}^2}$, на полюсе $g = 9,831 \frac{\text{м}}{\text{сек}^2}$.

102. Обладает ли атмосферный воздух также массой?

103. Имеется ли во Вселенной место, где тела не обладают массой?

104. *Масса.* Тело из чугуна с удельным весом 7,3 весит 20,4 кг. Чему равна его масса?

Решение.

$$M = \frac{20,4}{9,81} = 2,08.$$

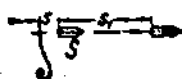
Удельный вес на величину массы не влияет.

105. То же — при удельном весе = 14,6;

$$G = 40,8 \text{ кг.}$$

Прямолинейное движение масс.

106. Ткацкий станок. Челнок ткацкого станка (фиг. 76) весит $G = 1,5 \text{ кг}$, и должен пробежать путь $s_1 = 2,2 \text{ м}$ в $t = \frac{1}{2} \text{ сек}$.
Ход пружины $s = 0,21 \text{ м}$.



Фиг. 76.

1. Чему равняется средняя скорость челнока в м/сек^2 .

2. Какое ускорение приобретет челнок S ?

3. Какая для этого требуется сила натяжения пружины?

Решение. Здесь мы имеем дело с равномерно-ускоренным движением.

1. Средняя скорость челнока

$$v = \frac{s_1}{t} = \frac{2,2}{0,5} = 4,4 \text{ м/сек.}$$

2. Вес $G = 1,5 \text{ кг}$ должен, пройдя путь $s = 0,21 \text{ м}$, приобрести скорость в $4,4 \text{ м/сек}$, для чего требуется ускорение

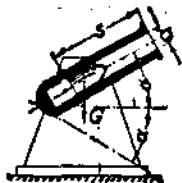
$$\varphi = \frac{v^2}{2s} = \frac{4,4^2}{2 \cdot 0,21} = 46,1 \text{ м/сек}^2.$$

3. Необходимая сила натяжения пружины

$$P = \varphi \cdot \frac{G}{g} = 46,1 \cdot \frac{1,5}{9,81} = 7 \text{ кг}$$

107. То же — при $s_1 = 4,4 \text{ м}$; $t = 1 \text{ сек}$; $s = 0,4 \text{ м}$.

108. Ствол орудия. Пусть снаряд весит $G = 20 \text{ кг}$, длина ствола $s = 2,1 \text{ м}$; скорость, с которой снаряд вылетает из дула $c = 600 \text{ м/сек}$. (фиг. 77). Определить:



1. Необходимое ускорение.

2. Какую силу в кг нужно приложить, если ствол орудия приподнят под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту?

3. То же — если ствол орудия опущен под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту.

4. Необходимое давление в атмосферах при диам. $d = 10 \text{ см}$.

а) для направления ствола вверх $\alpha = 30^\circ$;

б) для направления ствола вниз $\alpha = 30^\circ$.

Решение. Здесь мы имеем дело с равномерно-ускоренным движением согласно § 14.

1. Ускорение $\varphi = \frac{c^2}{2s} = \frac{600^2}{2 \cdot 2,1} = 85\,714 \text{ м/сек}^2.$

2. Необходимая сила $P = \varphi \cdot \frac{G}{g} + G \sin \alpha = 85\,714 \cdot \frac{20}{9,81} + 20 \cdot 0,5 = 174\,866 \text{ кг}.$

3. $P_1 = \varphi \frac{G}{g} - G \sin \alpha = 85\,714 \cdot \frac{20}{9,81} - 20 \cdot 0,5 = 174\,846 \text{ кг}.$

4. а) Давление при направлении вверх под углом 30° получим:
 $p = \frac{174\,866}{\frac{\pi}{4} 10^3} = 2227,6 \text{ атм}.$

б) Для направления вниз получим: $p_1 = \frac{174\,846}{\frac{\pi}{4} 10^3} = 2227,2 \text{ атм}.$

Мы видим, стало быть, что разница между необходимым давлением в приподнятом стволе и давлением в опущенном стволе чрезвычайно мала (менее 0,02%).

109. То же — при $G = 40$ кг; $s = 3$ м; $c = 400$ м/сек.

110. Орудие. Пусть длина ствола $s = 11,2$ м, вес снаряда $G = 345$ кг, диаметр снаряда $d = 28$ см, скорость снаряда в момент вылета из дула $c = 630$ м/сек, угол наклона $\alpha = 45^\circ$ вверх.

Определить:



Фиг. 78.

1. Ускорение φ в м/сек².
2. Давление на снаряд в килограммах.
3. Давление в пороховой камере в атмосферах.
4. Дальность полета, принимая, что снаряд во время полета теряет 35% скорости.
5. Высоту полета h .

6. В целях вычерчивания траектории определить еще y_1 и y_2 для $x_1 = \frac{1}{4} w$ и $x_2 = \frac{3}{4} w$ (фиг. 78).

Решение (фиг. 77).

$$1. \text{ Ускорение } \varphi = \frac{c^2}{2 \cdot s} = \frac{630^2}{2 \cdot 11,2} = 17\,800 \text{ м/сек}^2.$$

$$2. \text{ Давление } P = \varphi \cdot \frac{G_0}{g} + G \sin \alpha = 17\,800 \cdot \frac{345}{9,81} + 345 \cdot 0,707 = 627\,250 \text{ кг.}$$

$$3. \text{ Давление } p = \frac{627\,250}{\frac{\pi}{4} \cdot 28^2} = 1010 \text{ атм.}$$

$$4. \text{ Средняя скорость } = \frac{630 + 0,65 \cdot 630}{2} = 520 \text{ м/сек.}$$

Тогда дальность полета:

$$w = \frac{\sin 2\alpha \cdot c^2}{g} = \frac{1 \cdot 630^2}{9,81} = 27\,500 \text{ м.}$$

$$5. \text{ Высота полета } h = \frac{c^2}{2g} \cdot \sin^2 \alpha = \frac{630^2}{2g} \cdot 0,707^2 = 6900 \text{ м.}$$

$$6. \text{ Высота подъема для расстояния } x_1 = \frac{1}{4} w = 6880 \text{ м.}$$

$$y_1 = 6880 \cdot 1 - \frac{9,81}{2 \cdot 520^2 \cdot 0,5} \cdot 6880^2 = 5166 \text{ м,}$$

а для $x_2 = \frac{3}{4} w = 20\,600$ м.

$$y_2 = 20\,600 \cdot 1 - \frac{9,81}{2 \cdot 520^2 \cdot 0,5} \cdot 20\,600^2 = 5200 \text{ м.}$$

В действительности траектория полета является искаженной параболой, причём наибольшую высоту подъема снаряд достигает при $x = \frac{2}{3} w$.

111. Пусть ствол направлен вертикально вверх. Ответьте на те же 6 вопросов (из задачи 110), если $G = 670$ кг и $c = 315$ м/сек.

Живая сила.

112. Ж.-д. поезд (10 вагонов весом по 13 т каждый, паровоз весом 45 т). Скорость $v = 38,7$ км/час (см. фиг. 79)

Требуется остановить поезд путем равномерного торможения на протяжении пути $s_1 = 0,4$ км. Определить:



Фиг. 79.

1. Скорость поезда в м/сек.

2. Живую силу поезда при скорости в 38,7 км/час

3. Величину работы, поглощенной торможением до остановки.

4. Через сколько времени поезд остановится.

Решение. 1. Скорость $v = \frac{38700}{60 \cdot 60} = 10,7$ м/сек.

2. Живая сила $= \frac{10 \cdot 13000 + 45000}{9,81} \cdot \frac{10,7^2}{2} = 1030000$ кгм.

3. Работа трения, поглощенная торможением, равна живой силе, следовательно, поглощаемая работа

$$E = 1030000 \text{ кгм.}$$

4. Время $t = \frac{2 \cdot 400}{10,7} = 75$ сек.

113. То же — при $S_1 = 0,8$ км; $v = 77,4$ км/час.



Фиг. 80.

114. Велосипедист (фиг. 80), едет со скоростью $v = 5,5$ м/сек. Его вес вместе с велосипедом пусть будет $G = 100$ кг. Определить: живую силу велосипеда с седоком.

Решение. Живая сила $= \frac{100}{9,81} \cdot \frac{5,5^2}{2} = 152$ кг.

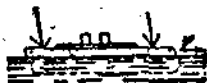
При столкновении велосипеда с каким-нибудь препятствием, напр., со стеной, эта живая сила поглощается.

115. То же — при $G = 75$ кг; $v = 8$ м/сек.

116. Пароход водоизмещением в 16 000 т идет со скоростью $v = 40$ км/час (фиг. 81). Определить:

1. Скорость парохода в м/сек.

2. Живую силу парохода.



Фиг. 81.

Решение. 1. Скорость парохода, пересчитанная на м/сек, получится

$$v = \frac{40\,000}{60 \cdot 60} = 11,1 \text{ м/сек.}$$

2. Вес парохода равен весу вытесненной воды

$$\text{Живая сила} = \frac{16\,000 \cdot 1000}{9,81} \cdot \frac{11,1^2}{2} = 10\,000\,000 \text{ кгм}$$

117. То же при $v = 20$ км; водоизмещ. = 10 000 т.

Вращающиеся массы. В задачах № 118 до 121 вес тела не принимается во внимание.

118. Обод маховика (фиг. 82), весит 8100 кг. Окружная скорость возросла в течение $t = 3$ с и $= 10$ м/сек до $U = 22$ м/сек. Определить:

1. Ускорение φ в м/сек².

2. Число л. с., которые нужно затратить в течение промежутка времени t .

3. Путь s , проходимый в течение времени t какой-либо точкой на окружности.

4. Число оборотов, которое сделает маховик в течение времени t , если радиус $R = 2,5$ м.



Фиг. 82.

Решение. Так как скорость увеличивается, то мы имеем здесь дело с ускорением массы.

1. Ускорение $\varphi = \frac{U - u}{t} = \frac{22 - 10}{3} = 4 \text{ м/сек}^2$.

2. Необходимая затрата л. с.,

$$N = \frac{(U + u)\varphi}{2 \cdot 75} \cdot \frac{G}{g} = \frac{(22 + 10) \cdot 4}{2 \cdot 75} \cdot \frac{8100}{9,81} = 704,64$$

3. Путь $s = \frac{1}{2}(U + u) \cdot t = 48 \text{ м.}$

4. Число оборотов $Z = \frac{s}{2\pi \cdot R} = \frac{48}{2 \cdot 3,14 \cdot 2,5} = 3,05$.

119. То же — при условии: вес $G = 4500$ кг; увеличение скорости с 20 до 30 м/сек; $t = 4$ сек; $R = 2$ м.

120. Маховик радиуса $R = 1,7$ м, весом $G = 930$ кг, требуется привести из состояния покоя во вращательное движение с окру-

ной скоростью $U=4,1$ м/сек силой, приложенной к кривошпигу радиуса $r=0,3$ м, и притом в течение промежутка времени $t=2,5$ сек (см. фиг. 83).

Определить: 1. Необходимое ускорение φ в м/сек².

2. Движущую силу в килограммах, отнесенную к радиусу R .

3. Основное уравнение для определения p .

4. Приводную силу p в килограммах.

5. Живую силу маховика, вращающегося с окружной скоростью $=4,1$ м/сек.

Решения. Для этой задачи действительны те же законы, что и для задач §§ 21, 22, если считать скорость u равной нулю.

1. Ускорение $\varphi = \frac{U}{t} = \frac{4,1}{2,5} = 1,64$ м/сек².

2. Движущая сила $= p \cdot \frac{r}{R}$.

3. Основное уравнение $\varphi \cdot \frac{Q}{g} = \frac{r}{R} \cdot p$

4. Применяя основное уравнение, получим:

$$1,64 \cdot \frac{930}{9,81} = \frac{0,3}{1,7} p,$$

откуда:

$$\text{Приводная сила } p = 1,64 \cdot \frac{930}{9,81} : \frac{0,3}{1,7} = 875 \text{ кг.}$$

5. Обыкновенно применяется уравнение:

$$\text{Живая сила } E = \frac{Q}{g} \cdot \frac{u^2}{2}.$$

Значит, в данном случае:

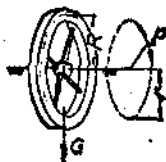
$$E = \frac{930}{9,81} \cdot \frac{4,1^2}{2} = 800 \text{ кгм.}$$

Эта формула дает точные результаты только в том случае, если сечение обода есть круг, фиг. 84.

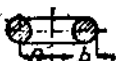
121. То же — при $R=3,4$ м; $r=0,6$ м; $u=8,2$ м/сек; $t=5$ сек.

122. Касательная сила. Маховик. 1. Чему равно касательное усилие T маховика в задаче 120, если нужно поглотить окружную скорость $U=4,1$ м/сек до $u=0$ в течение $t=2,5$ сек.

2. Чему равно замедление (фиг. 85).



Фиг. 83.



Фиг. 84.



Фиг. 85.

Решение. 1. Касательная сила

$$T = \frac{U}{t} \cdot \frac{G}{g} = \frac{4,1}{2,5} \cdot \frac{930}{9,81} = 145,4 \text{ кг.}$$

2. Замедление $\varphi = \frac{U}{t} = \frac{4,1}{2,5} = 1,64 \text{ м/сек}^2$.

123. То же — при $U = 8,2 \text{ м/сек}$; $t = 5 \text{ сек.}$

124. Центробежная сила. 1. Что такое центробежная сила?

2. Каково направление центробежной силы?

3. В каких единицах выражается центробежная сила?

4. Основное уравнение для определения величины центробежной силы?

5. Как представить себе центробежную силу:

а) у маятникового регулятора (фиг. 86),

б) у замкнутого кольца (фиг. 87).



Фиг. 86.

Решение. 1. Центробежной силой называется сила, возникающая при вращении тела и действующая по направлению от центра вращения наружу.

2. Перпендикулярно к оси вращения и радиально наружу (фиг. 88).



3. В килограммах.

4. Центробежная сила каждого шара в отдельности, т. е. каждого отдельного тела определяется из основного уравнения:

$$C = \frac{G}{g} \cdot \frac{U^2}{R} \text{ в кг.}$$



Фиг. 88.

5 а. Центробежная сила действует перпендикулярно к оси вращения каждого шара.

5 б. Каждая частица массы стремится в радиальном направлении наружу. Сумма этих элементарных сил одной половины маховика равна центробежной силе

$$\Sigma c = \frac{1}{2} \frac{G}{g} \cdot \frac{u^2}{R}.$$

Эта сумма центробежных сил (элементарных) одной половины маховика, спроектированная на одно из направлений радиуса, равна величине силы C , т. е.

$$C = \frac{1}{2} \frac{G}{g} \cdot \frac{u^2}{R} \cdot \frac{2}{\pi} = \frac{G}{g} \cdot \frac{u^2}{R \cdot \pi}.$$

125. Назовите еще другие части машин, развивающие центробежную силу.

126. Вращающийся маятник. Шар, весом $G = 0,5$ кг, подвешенный к нитке длиной $R = 1,5$ м, вращается в вертикальной плоскости со скоростью $n = 72$ оборота в минуту, фиг. 89.

Определить:

1. Окружную скорость шара в м/сек.
2. Натяжение нити в верхнем положении шара в кг.
3. Натяжение нити в нижнем положении шара в кг.



Фиг. 89.

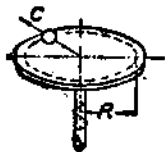
Решение. 1. Окружная скорость $u = \frac{1,5 \cdot \pi \cdot 72}{30} = 11,3$ м/сек.

2. Натяжение нити есть совокупность действия веса и центробежной силы. Для верхнего положения шара натяжение нити $= \frac{G}{g} \cdot \frac{u^2}{R} - G = \frac{0,5 \cdot 11,3^2}{9,81 \cdot 1,5} - 0,5 = 3,845$ кг.

3. Для нижнего положения шара натяжение нити $= \frac{G}{g} \cdot \frac{u^2}{R} + G = \frac{0,5 \cdot 11,3^2}{9,81 \cdot 1,5} + 0,5 = 4,845$ кг.

127. То же, при $R = 1$ м; $G = 1$ кг; $n = 60$.

128. Пусть один конец невесомой нити длиной $R = 0,45$ м закреплен в центре горизонтального диска, а на другом ее конце прикреплен шар весом $G = 5$ кг, который вращается на диске. Определить (фиг. 90):



Фиг. 90.

1. Уравнение центробежной силы.
2. Окружную скорость, при которой нить разорвется, если это произойдет при $C = 40$ кг.
3. Соответствующее число оборотов.

Решение. 1. Сила тяжести шара в данном случае не имеет значения, так как она поглощается диском. Значит, центробежная

сила $C = \frac{G}{g} \cdot \frac{u^2}{R}$.

2. Из этого уравнения: $u^2 = C \cdot \frac{g}{G} \cdot R$, что при $C = 40$ кг даст $u^2 = 40 \cdot \frac{9,81}{5} \cdot 0,45 = 35,5$.

Отсюда

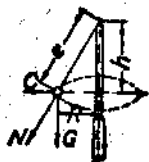
$$u = \sqrt{35,5} = 5,96 \text{ м/сек.}$$

3. Соответствующее число оборотов

$$n = \frac{30 \cdot 5,96}{4,5} = 126 \text{ в минуту.}$$

129. То же при $R = 0,75 \text{ м}$; $G = 3 \text{ кг}$

130. **Центробежный маятник.** К вертикальной оси на проволоке длиной $e = 1,5 \text{ м}$ прикреплен шар весом $G = 75 \text{ кг}$, вращающийся со скоростью $n = 100$ оборотов в минуту (фиг. 91).



1. Какой угол α образует проволока относительно оси вращения?

2. Как велико натяжение проволоки в кг?

3. Чему равна высота h образующегося при вращении конуса?

Фиг. 91.

Решение. 1. Центробежная сила $C = \frac{G}{g} \cdot \frac{u^2}{R}$.

Из параллелограмма сил получаем:

$$C = G \operatorname{tg} \alpha \quad (a)$$

А так как

$$R = e \cdot \sin \alpha \quad (b)$$

из ур-ний (a) и (b) получаем:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\left(\frac{2 \cdot e \sin \alpha \cdot \pi \cdot n}{60} \right)^2}{g \cdot e \sin \alpha} = \frac{\left(\frac{2 \pi \cdot n}{60} \right)^2 \cdot e \sin \alpha}{g}$$

Если вместо $\operatorname{tg} \alpha$ вставить $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$, то

$$\cos \alpha = \frac{g}{\left(\frac{\pi \cdot n}{30} \right)^2 \cdot e} = \frac{9,81}{\left(\frac{3,14 \cdot 100}{30} \right)^2 \cdot 1,5} = 0,06; \alpha = 86^\circ 33'.$$

2. Из параллелограмма сил следует:

$$\text{натяжение проволоки } N = \frac{G}{\cos \alpha} = \frac{75}{0,06} = 1250 \text{ кг.}$$

3. Высота $h = e \cdot \cos \alpha = 1,5 \cdot 0,06 = 0,09 \text{ м} = 9 \text{ см.}$

Этот же результат получается, если $\cos \alpha$ заменить выражением, взятым из вышеуказанного уравнения, т. е.

$$h = \frac{e \cdot g}{\left(\frac{\pi \cdot n}{30} \right)^2} = \frac{9,81}{\left(\frac{3,14 \cdot 100}{30} \right)^2} = 0,09 \text{ м.}$$

131. Начертите для указанного положения шара параллелограмм сил в масштабе $5 \text{ кг} = 1 \text{ мм}$.

132. То же, при $e = 0,75 \text{ м}$; $n = 200$.

133. Центробежный регулятор. Шары регулятора весят каждый $G = 8,7 \text{ кг}$ и вращаются по окружности радиуса $R = 24 \text{ см}$ при $n = 185$ оборотах в минуту (фиг. 92).

Определить:

1. Скорость u шаров в м/сек .
2. Центробежную силу C обоих шаров в кг .
3. Живую силу шаров при $n = 185$.
4. Работу, которую нужно затратить, чтобы довести регулятор с нуля до 185 оборотов в мин.



Фиг. 92.

Решение. 1. Окружная скорость $u = \frac{24 \cdot 3,14 \cdot 185}{30} = 4,65 \text{ м/сек}$.

2. Центробежная сила $C = \frac{8,7}{9,81} \cdot \frac{4,65^2}{0,24} \cdot 2 = 160 \text{ кг}$.

3. Живая сила $E = \frac{8,7}{9,81} \cdot \frac{4,65^2}{2} \cdot 2 = 19,2 \text{ кгм}$.

4. Работа = живой силе = $19,2 \text{ кг}$.

134. То же, при $G = 17,4 \text{ кг}$; $R = 48 \text{ см}$, $n = 93$.

135. Обод маховика. Пусть радиус обода маховика $R = 1,9 \text{ м}$; вес $G = 3000 \text{ кг}$; окружная скорость $u = 29 \text{ м/сек}$ (фиг. 93).

Обратите внимание на решение задачи 124.

1. Какая работа необходима для того, чтобы довести маховик из состояния покоя до указанной скорости?

2. Чему равна сумма отдельных радиально действующих центробежных сил?

3. Как велика сила, стремящаяся разорвать маховик?

4. Какое разрывное усилие приходится на каждое из обоих сечений обода?

Решение. 1. Работа $A = M \frac{u^2}{2} = \frac{3000}{9,81} \cdot \frac{29^2}{2} = 128\,500 \text{ кгм}$.

2. Согласно объяснению в задаче № 124 центробежные силы отдельных частиц массы тела стремятся наружу. Сумма этих сил для одной половины маховика составляет (фиг. 94):

$$E_c = \frac{1}{2} \frac{G}{g} \cdot \frac{u^2}{R} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3000}{9,81} \cdot \frac{29^2}{1,9} = 68\,000 \text{ кг}$$



Фиг. 94.

3. Сумма, спроектированная на одно из направлений радиуса, равна (см. зад. 124):

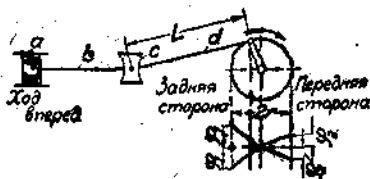
$$C = \Sigma c \cdot \frac{2}{\pi} = 68\,000 \cdot \frac{2}{3,14} = 43\,000 \text{ кг.}$$

4. На каждое сечение обода приходится

$$0,5 \cdot C = 21\,500 \text{ кг.}$$

136. То же, при $R = 3,8 \text{ м}$; $G = 6000 \text{ кг}$; $u = 20 \text{ м/сек.}$

137. *Кривошип.* Пусть ускорение в задней мертвой точке $\varphi_1 = 37,8 \text{ м/сек}^2$, ¹⁾ ускорение в передней мертвой точке $\varphi_2 = 25 \text{ м/сек}^2$, ¹⁾ Вес $G = 670 \text{ кг}$; ход поршня $2r = 0,8 \text{ м}$. Число оборотов $n = 85$ (фиг. 95).



Фиг. 95.

Определить:

1. Силу ускорения P_1 и сопротивление для задней мертвой точки.

2. Силу ускорения P_2 и сопротивление для передней мертвой точки.

Решения. Здесь основное правило: сила ускорения в кг = массе $\times$ ускорение.

Сопротивление в кг = массе $\times$ замедление.

Следовательно, для задней мертвой точки:

$$1. \text{ Сила ускорения } P_1 = \varphi_1 \cdot \frac{G}{g} = 37,8 \cdot \frac{670}{9,81} = 2560 \text{ кг.}$$

Сопротивление равно силе ускорения.

2. Для передней мертвой точки:

$$\text{Сила ускорения } P_2 = \varphi_2 \cdot \frac{G}{g} = 25 \cdot \frac{670}{9,81} = 1700 \text{ кг.}$$

Сопротивление равно силе ускорения.

§ 28. Механическая работа. Мощность.

а) Работа (механическая) равна произведению из силы на путь, пройденный точкой приложения силы по направлению ее действия. Единицей работы (технической) является работа силы в 1 кг на протяжении перемещения в 1 м и называется килограммометром (кг.м).

Сила $\times$ путь = работе

кг м кг.м

(82)

¹⁾ Подробности см. § 27.

Простейшие примеры:



Фиг. 96.

Работа

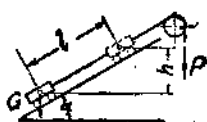
$$A = G \cdot h = P \cdot h$$



Фиг. 97.

$$A = Gh = p \cdot \frac{R}{r} \cdot h$$

(ибо $G \cdot r = p \cdot R$)



Фиг. 98.

$$A = G \cdot h = P \cdot \sin \alpha \cdot l$$

(ибо $P = G \cdot \sin \alpha$)

Пример: Для подъема $G = 78$ кг на высоту $h = 17$ м нужно затратить работу $A = 78 \cdot 17 = 1326$ кгм.

Если направление действия силы P составляет с направлением движения угол α (фиг. 99) и точка (тело) прошла путь s то работа $A = P \cdot s \cdot \cos \alpha$.

Работа равна силе (P), умноженной на проекцию перемещения на направление силы ($S \cdot \cos \alpha$), или работа равна перемещению S , умноженному на проекцию силы на направление перемещения ($P \cdot \cos \alpha$).



Фиг. 99.

Мощность. Если принять в расчет еще „время“, то получим „мощность“ (или эффект), представляющую собой работу в единицу времени — секунду:

$$L = \frac{\text{сила} \times \text{путь}}{\text{время}} \quad (83)$$

За единицу мощности принимается работа в 1 килограммометр в секунду (кгм/сек); для технических целей установлена другая единица мощности, равная $75 \frac{\text{кг} \times \text{м}}{\text{сек}}$; она введена Джем-

сом Ваттом, изобретателем паровой машины, обозначается 1 HP или 1 PS, или л. с. Нужно строго различать понятия „работа“ и „мощность“, которые мы будем обозначать следующим образом:

$A =$ работе в кгм.

$$L = \frac{\text{работе}}{\text{время в сек.}} \text{ кгм/сек.}$$

$$N = \frac{L}{75} \text{ л. с.}$$



б) Сила P , скорость v и работа за 1 рабочий день.¹⁾
 Продолжительность рабочего дня $t = 8$ часов $= 28800$ сек.

	P на короткое время	P кг	v м/сек	A кдж	A с.
Человек без машины . .	30	15	0,8	346 600	0,15
" у рычага	25	5 ²⁾	1,1	158 400	0,07
" у кривошипа	30	10 ²⁾	0,8	230 400	0,1
" у ворота	50	14	0,45	181 400	0,08
" у привода	30	12	0,6	207 300	0,09
" тянущий за цепь	50	30	0,4	—	—
" толкающий вагон плечом	70	—	—	—	—
Лошадь без машины . .	200	60	1,0	1 860 000	0,8
" у привода	150	45	0,9	1 166 400	0,5
Вол без машины	200	60	0,8	1 382 400	0,6
" у привода	150	45	0,6	1 123 000	0,5

Проф. Ржига определяет среднюю продолжительность рабочего дня в 127 400 килограммометров. Для различных видов труда он приводит следующие данные о производительности в кдж при 8-часовом рабочем дне:

Тяга груза	110 000	Откидывание земли	126 000
Копание земли	110 500	Работа на станке	126 000
Черпание воды	117 200	Вращение рукоятки	136 400
Верчение колеса	119 000	Подъем тяжести	140 000
Носка тяжестей	122 000	Работа на рычаге	146 900

Для грузчиков-носаков при грузе в мешках, переносимом на спине, О. А. Ривош в своем исследовании "Производительность грузчиков в связи с охраной труда" (журн. "Предприятие" 1925 г. и журн. "Zentralblatt für Gem. Hygiene und Unfallverhütung", 1928 г.) приводит следующие данные:

Нормы об общем весе Q груза в тоннах, которые грузчик

¹⁾ Подробнее см. том второй.

²⁾ На короткое время можно у ворота и т. п. принять 15 до 25 кг.

может переносить без ущерба для здоровья на различные расстояния в метрах:

Расстояние в м	Груз $P = 65 \text{ кг}$	Груз $P = 53 \text{ кг}$	Груз $P = 43 \text{ кг}$	Груз $P = 33 \text{ кг}$	Груз $P = 21 \text{ кг}$
10	17,8	15,4	15,4	14,4	13,1
20	13,0	11,6	11,4	10,5	8,6
30	10,3	9,3	9,1	8,3	5,9
40	8,5	7,7	7,5	6,8	4,4
50	7,2	6,6	6,4	5,4	3,5
60	6,2	5,8	5,6	4,6	2,7
70	5,5	5,1	5,0	3,9	2,5

Работа животных на службе человека, — лошади, вола, мула, осла — мало изучена.

Лучшие условия производительности: продолжительность работы 8 часов, прилагаемая сила F_0 : для лошади 56 кг, для вола 60 кг; скорости v_0 : для лошади 1,25 м/сек., для вола 0,8 м/сек.

Чешский ученый Машек дает следующую формулу для определения силы F , при которой возможно при других значениях v и t получить максимальное количество суточной работы:

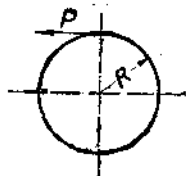
$$F = F_0 \left(3 - \frac{v}{v_0} - \frac{t}{t_0} \right).$$

с) Для передачи силы трансмиссиями, двигателями и т. п. имеем следующие зависимости, которые могут быть выведены согл. § 17, а.

При расчетах применяются следующие теоретические величины:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Окружная скорость} \\ U = \frac{2 \cdot R \pi \cdot n}{60} = \frac{1}{30} R \cdot \pi \cdot n \text{ м/сек.} \\ \text{Число оборотов} \\ n = \frac{60 U}{2 R \cdot \pi} = 30 \frac{U}{R \cdot \pi} \text{ в мин.} \\ \text{Мощность } N = \frac{1}{75} \cdot P \cdot U \text{ л. с.} \\ \text{Окружн. усилие } P = \frac{75 N}{U} \text{ кг.} \end{array} \right.$$

(86)



Фиг. 100.

Переведа эти формулы на см, получим:

Момент вращения $M_d =$

$$P \cdot R = 7,620 \frac{N}{n} \text{ кгсм.} \quad (87)$$

Окружное усилие $P =$

$$\frac{M_d}{R} \text{ кг (фиг. 100).} \quad (88)$$

ЗАДАЧИ К § 28.

Механическая работа, мощность.

138. *Работа.* 1. Что такое механическая работа?

2. В каких единицах она выражается?

Ответ. 1. Механической работой A называется произведение из силы P и пути h , пройденного точкой приложения силы по направлению ее действия, следовательно $A = P \cdot h$.

2. В машиностроении принято за единицу работы считать кгм (килограммометр).

139. Назовите пример механической работы.

140. *Мощность.* 1. Что такое мощность?

2. В каких единицах она выражается?

3. Что называется лошадиной силой?

Ответ. 1. Мощностью называется работа, затраченная в течение 1 секунды, т. е. $L = \frac{P \cdot h}{t}$.

2. Единицею мощности является кгм/сек.

3. Мощность величиною в 75 кгм/сек есть лошадиная сила.

141. Назовите самые употребительные двигатели, производящие работу.

142. *Работа и мощность.* Пусть колодец имеет глубину $h = 12$ м, вес сосуда $= 12$ кг, вес воды в сосуде $= 20$ кг, вместе $Q = 32$ кг (фиг. 101).

1. Какая работа в кгм затрачивается при подъеме сосуда?

2. Какая требуется мощность, если нужно в течение 1 часа доставить 1900 литров воды?

3. Может ли эту работу исполнить один рабочий?

Решение. 1. Затрачивается работа $A = 32 \cdot 12 = 384$ кгм.

2. Поднимать сосуд придется $\frac{1900}{20} = 95$ раз в течение часа;



Фиг. 101.

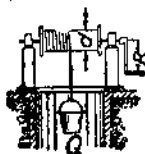
при этом будет поднято $95 \times 32 = 3040$ кг груза; следовательно, развиваемая мощность

$$L = \frac{3040 \cdot 12}{60 \cdot 60} = 10,1 \text{ кгм/сек} = 0,13 \text{ л. с.}$$

3. Один человек, работающий у кривошипа, может развить мощность примерно в 0,1 л. с. (см. таблицу). Вливание воды и опускание пустого сосуда тоже требует затраты времени. Следовательно, один рабочий такой работы в течение 1 часа произвести не может.

143. То же, при $h = 24$ м; $Q = 64$ кг.

144. *Ворот.* Пусть на барабане диам. $d = 100$ мм висит груз $Q = 15$ кг. Какую силу P нужно приложить на рукоятке радиуса $R = 400$ мм, чтобы поднять груз (фиг. 102)?



Фиг. 102.

Решение. Момент груза = моменту усилия, следовательно

$$Q \cdot \frac{d}{2} = 15 \cdot 50 = P \cdot 400,$$

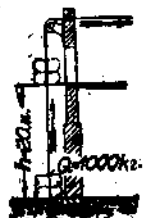
отсюда

$$\text{усилие } P = \frac{15 \cdot 50}{400} \sim 1,9 \text{ кг.}$$

То же, при $d = 200$ мм; $Q = 30$ кг; $R = 250$ мм.

146. Какой груз может поднять 1 рабочий при помощи ворота, указанного в задаче 144?

Решение. Один человек может приложить к рукоятке кривошипа усилие $P = 10$ кг (при продолжительной работе); значит, он может поднимать груз $Q = 10 \cdot \frac{400}{50} = 80$ кг.



Фиг. 103.

147. *Скорость и мощность.* Требуется поднять груз $Q = 1000$ кг в 1 минуту на высоту $h = 20$ м (фиг. 103).

1. С какой скоростью в м/сек нужно груз поднимать?

2. Какая требуется мощность?

3. Мотор, приводящий в движение канат, развил мощность $N = 7$ л. с.; с какой скоростью происходил, следовательно, подъем?

Решение. 1. Скорость выражается в м/сек;

$$\text{значит, скорость } v = \frac{20}{60} = 0,33 \text{ м/сек.}$$

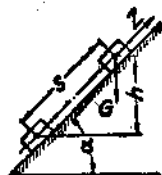
$$2. \text{ Мощность} = \frac{\text{груз в кг} \times \text{скорость в м/сек}}{75}$$

Следовательно, мощность

$$N = \frac{Gv}{75} = \frac{1000 \cdot 0,38}{75} = 4,9 \text{ л. с.}$$

3. Основное уравнение: $75 \cdot N = G \cdot v$, отсюда

$$\text{скорость } v = \frac{75 \cdot 7}{1000} = 0,52 \text{ м/сек.}$$



Фиг. 104.

148. То же, при $Q = 1500 \text{ кг}$; $h = 30 \text{ м}$.

149. Требуется поднять по наклонной плоскости тележку весом $G = 670 \text{ кг}$ (фиг. 104).

Определить: 1. Работу в кгм, которую нужно затратить, чтобы поднять тележку на высоту $h = 3,2 \text{ м}$.

2. Работу, если угол $\alpha = 32^\circ$, а проходимый путь $s = 10 \text{ м}$.

Решение. 1. На это нужно затратить такую же работу, как и для подъема прямо по вертикали вверх. Стало быть, работа

$$A = G \cdot h = 670 \cdot 3,2 = 2144 \text{ кгм.}$$

2. Сначала определяем высоту h :

$$h = \sin \alpha \cdot s = 0,53 \cdot 10 = 5,3 \text{ м,}$$

тогда работа

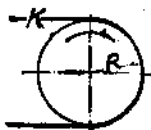
$$A = 670 \cdot 5,3 = 3550 \text{ кгм.}$$

150. То же, при $G = 335 \text{ кг}$; $h = 6,4 \text{ м}$; $\alpha = 16^\circ$.

151. *Окружное усилие.* Что такое окружное усилие?

Ответ. Окружным усилием называется сила, действующая по касательной к окружности вращающегося диска.

152. *Шкив.* По окружности шкива радиуса $R = 710 \text{ мм}$ действует окружная сила $K = 2800 \text{ кг}$; число оборотов $n = 105$. Определить, сколько при этом передается лошадиных сил (фиг. 105).



Фиг. 105.

$$\text{Решение. } N = \frac{K \cdot R \cdot n}{716,2} = \frac{2800 \cdot 0,71 \cdot 105}{716,2} = 291,55 \text{ л. с.}$$

Расчет можно вести и так:

$$\text{окружная скорость } u = \frac{0,71 \cdot \pi \cdot 105}{30} = 7,75 \text{ м}$$

и

$$N = \frac{K \cdot u}{75} = \frac{2800 \cdot 7,75}{75} = 291,55 \text{ л. с.}$$

153. То же, при $K = 1400 \text{ кг}$; $R = 355 \text{ мм}$.

§ 29. Теория удара твердых тел.

а) Количество движения и импульс. Если P — сила, действующая на массу в течение t секунд, то

количество движения = массе $\times$ скорость ($M \cdot v$)

импульс силы = силе $\times$ время ($P \cdot t$).

Схема для удара			
	I	II	III
	вполне упругого	упругого	вполне неупругого
			
Скорость при ударе $v =$	$\sqrt{2g \cdot h}$	$\sqrt{2g \cdot h}$	$\sqrt{2 \cdot g \text{ м/сек}}$
Скорость при отскакивании $c =$	$\sqrt{2g \cdot h}$	$\sqrt{2g \cdot h_1}$	нуль
Поглощенная при ударе работа $A =$	нуль	$G \cdot (h - h_1) = \frac{G}{g} \cdot \frac{v^2 - c^2}{2}$	$G \cdot h = \frac{G}{g} \cdot \frac{v^2}{2} \text{ кгм}$
Живая сила после удара $E =$	$G \cdot h$	$G \cdot h_1 = \frac{G}{g} \cdot \frac{c^2}{2}$	нуль
Примерно для	бильярдного шара	$h_1 = 0,7 \cdot h$	—
	стального шара	$h_1 = 0,3 \cdot h$	—
	водяной капли	$h_1 = \text{нуль}$	—

Тогда:

$$\underbrace{P \cdot t}_{\text{импульс}} = \underbrace{M \cdot v}_{\text{колич. движ.}} \quad (89)$$

Эти понятия в машиностроении мало употребительны; поэтому мы на них останавливаться не будем.

б) Величина удара равна потере кин. энергии при ударе. Работа удара измеряется следовательно также в кг.м.



Фиг. 106.

в) Характер удара. Уяснить себе разницу между вполне упругим, упругим и вполне неупругим ударом можно лучше всего путем изучения свободно падающего тела.

Эти понятия необходимо твердо усвоить, и в особенности относящуюся к случаю свободного падения формулу (фиг. 106):

$$G \cdot h = G \cdot \frac{v^2}{2g} \quad (90)$$

д) Вполне упругий удар, при котором потеря энергии равна нулю и живая сила, стало быть, полностью сохраняется, является только теоретическим понятием и практического значения не имеет.

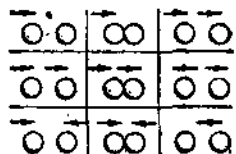
е) Упругий удар. К этому роду удара, строго говоря, принадлежат все встречающиеся в практике удары.

Зависимости между массами, скоростями, изменением направления потерей от удара и временем, весьма разнообразны.

1. Перед ударом.
2. Удар.
3. После удара.

При двух телах равной массы могут встретиться уже 3 различных случая (см. фиг. 107).

В 1-м случае второе тело перед ударом неподвижно, во 2-м случае оба тела движутся в одном направлении, в 3-м случае тела движутся навстречу.



Фиг. 107.

ж) Вполне неупругий удар получается при встрече в одном направлении тел, если после удара они образуют одну общую массу.

Живая сила после удара меньше, чем до него, на величину потери живой силы при ударе:

$$\underbrace{G_1 \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + G_2 \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g}}_{\text{живая сила до удара}} - \underbrace{\left(\frac{v_1 - v_2}{2 \cdot g} \right)^2 \cdot \frac{G_1 \cdot G_2}{G_1 + G_2}}_{\text{потеря живой силы в момент удара}} =$$

$$= \underbrace{(G_1 + G_2) \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g}}_{\text{живая сила после удара}} \quad (9)$$

Скорость V общей массы (после удара) равна:

$$V = \frac{G_1 \cdot v_1 + G_2 \cdot v_2}{G_1 + G_2} \text{ м/сек.} \quad (9)$$

Если v_2 направлено противоположно v_1 , то в приведенных выше формулах v_2 должно брать с отрицательным знаком.

В уравнениях 91 и 92 означает:

G_1 — вес в кг, v_1 — скорость первого тела в м/сек,

G_2 — вес в кг, v_2 — скорость второго тела в м/сек.

Если, для упрощения расчета, отнести величину удара массе и скорости первого тела, т. е. к $\frac{G_1}{g}$ и v_1 , и внести, в избежание повторения, коэффициент z в живую силу удара, равную

$$z \cdot G_1 \cdot \frac{v_1^2}{2g} \text{ кгм,} \quad (93)$$

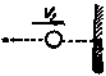
то из уравнений 91 и 92 получим следующие выражения:

1. Оба тела имеют равные массы, т. е.

$$G_1 = G_2.$$

Движение тел	В одном направлении		В противополоп. направлении		$v_2 = 0$
$v_1 : v_2 =$	1	0,5	-1	-0,5	нуль
Общая скорость после удара $V =$	v_1	$\frac{3}{4} v_1$	нуль	$\frac{1}{4} v_1$	$\frac{1}{2} v_1$
Коэффициент $z =$	нуль	$\frac{1}{8}$	2	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$

Отсюда видно, что чем меньше скорость v_2 , тем сильнее удар. Наибольшая сила удара получится, когда $v_2 = -v_1$, т. е.

 будет равна $2 G_1 \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g}$.

2. Масса второго тела бесконечно велика и его скорость $v_2 = 0$. Тогда после удара:

Фиг. 108. общая скорость $V = 0$

живая сила удара $= G \frac{v_1^2}{2 \cdot g}$ кгм (фиг. 108). (94)

§ 30. Случай удара твердых тел, встречающиеся на практике.

а) Удар превращается в работу (сила $\times$ путь)

Пример: забивание копром свай, утрамбовывание мостовых ручной трамбовкой, забивание гвоздей и проч. (фиг. 109).

Копер. Пусть G_1 — вес бабы в кг, G_2 — вес сваи в кг, h — высота падения бабы в м, s — глубина погружения сваи при каждом ударе в м, W — сопротивление грунта погружению сваи.

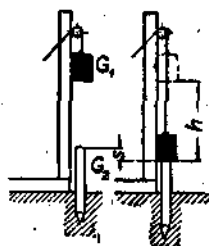
Мы имеем тогда

$$G_1 \cdot h = G_1 h \left(1 - \frac{G_2}{G_1 + G_2} \right) + W \cdot s \quad (95)$$

теорет. работа бабы

потеря работы при ударе (бесполезная работа)

работа сопротивления грунта (полезная работа)



Фиг. 109.

Из этой формулы можно определить сопротивление грунта.

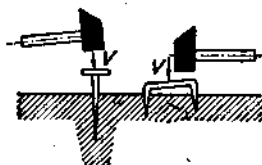
Коэффициент полезного действия копра:

$$\eta = \frac{W \cdot s}{G_1 \cdot h} = \frac{G}{G_1 + G_2}, \quad (96)$$

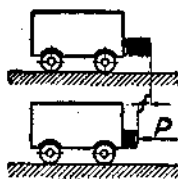
что дает, например, для:

Вес бабы $G_1 =$	G_2	$4G_2$	$9G_2$
Потеря работы при ударе =	$0,5 G_1 \cdot h$	$0,2 G_1 \cdot h$	$0,1 G_1 \cdot h$
Произведенная работа =	$0,5 G_1 \cdot h$	$0,8 G_1 \cdot h$	$0,9 G_1 \cdot h$
Коэффициент полезного действия =	0,5	0,8	0,9

Таким образом, если вес свая равен весу бабы, то $\eta = 0,5$. Чем тяжелее баба, тем выше коэффициент полезного действия. То же самое происходит при забивании гвоздей, скоб и т. п. (фиг. 110).



Фиг. 110.



Фиг. 111.

б) Действие удара совместно с действием пружины.

Пример: удар при столкновении жел.-дор. вагонов.

Обозначим здесь через f — осадку пружины в м, P — силу натяжения пружины буфера в кг, Z — число буферов (фиг. 111).

Для одного вагона $Z = 2$; если же сталкиваются друг с другом два вагона, то $Z = 4$.

При столкновении могут встретиться следующие случаи.

Вагон ударяется в упор тупика (фиг. 112), или два вагона одинакового веса G с одинаковой, но противоположно направленной скоростью v ударяются друг о друга и разрушаются (фиг. 113).

Здесь ¹⁾



Фиг. 112.

Фиг. 113.

$$\underbrace{\frac{G}{g} \cdot \frac{v^2}{2}}_{\text{жив. сила до удара}} = \underbrace{P \cdot f \cdot Z}_{\text{действие буфера}} + \text{действие удара}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{жив. сила до удара} \\ \text{действие буфера} \end{array} \right\} (97)$$

$$2 \underbrace{\frac{G}{g} \cdot \frac{v^2}{2}}_{\text{жив. сила обоих вагонов}} = P \cdot f \cdot Z - \text{действие удара}$$

жив. сила
обоих вагонов

¹⁾ Согласно уравнению 91, 92 и 93. Чтобы расчет был вообще возможен, нужно считать самые вагоны неупругими (случай III, § 20, f).

с) Действие удара переходит в действие пружины и сообщает скорость.

Пример: маневрирование жел.-дор. вагонов. Здесь могут быть 3 случая (фиг. 114, 115 и 116):

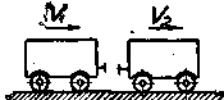
1. $v_1 = 0$,

2. v_1 и v_2 одного направления,

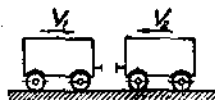
3. v_2 противоположно направлено; поэтому в расчете отрицательная величина.



Фиг. 114.



Фиг. 115.



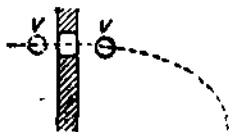
Фиг. 116.

Основное уравнение:

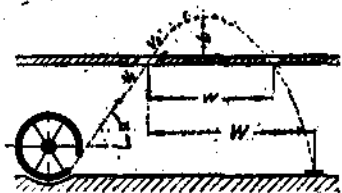
$$\underbrace{\frac{G_1}{g} \cdot \frac{v_1^2}{2} + \frac{G_2}{g} \cdot \frac{v_2^2}{2}}_{\text{живая сила до удара}} = \underbrace{P \cdot f \cdot Z^1)}_{\text{действие буфера}} + \text{удар} + \underbrace{\frac{G_1 + G_2}{g} \cdot \frac{V^2}{2}}_{\text{живая сила после удара}} \quad (98)$$

V обозначает здесь скорость обоих вагонов после удара. Если в последнем члене (уравнение 98) $V=0$, то мы имеем снова уравнение 97.

д) Удар, при котором одна часть живой силы теряется, а другая превращается в скорость (фиг. 117).



Фиг. 117.



Фиг. 118.

Примеры: снаряды, пробивающие стену, разрыв обода маховика и проч. (фиг. 118).

1) Этот член уравнения имеет значение только тогда, если при ударе разрушаются буфера; в противном случае действие буферов проявляется опять в виде ускорения масс после удара; значит, в последнем члене уравнения 98.

Основное уравнение: ¹⁾

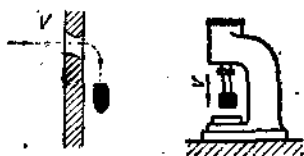
$$\underbrace{\frac{G}{g} \cdot \frac{v_1^2}{2}}_{\text{энергия до удара (живая сила)}} = \underbrace{\frac{G}{g} \cdot \frac{v_1^2 - v_2^2}{2}}_{\text{потеря живой силы при ударе}} + \underbrace{\frac{G}{g} \cdot \frac{v_2^2}{2}}_{\text{живая сила после удара}} \quad (99)$$

е) Удар, при котором уничтожается вся живая сила.

Примеры: снаряды, падающие молоты (также паровые и воздушные), бурильные молоты, фиг. 119, 120, 121.



Фиг. 119.



Фиг. 120.

Для удара насосных клапанов время t точно определяется в зависимости от основных размеров насоса и числа оборотов.

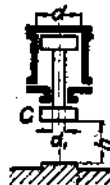
ф) Падающие и паровые молоты. У так называемого „приводного молота“ (фиг. 122) рабочий тянет за конец K ремня;



Фиг. 121.



Фиг. 122.



Фиг. 123.

вследствие трения ремня на шкиве происходит подъем бабы. Как только баба подымется до требуемой высоты, рабочий отпускает ремень, и баба падает на обрабатываемый предмет.

Прекрасной темой для упражнения является удар является сопоставление уравнений для приводного падающего молота и парового молота, фиг. 122 и 123.

¹⁾ Продолжение траектории рассматривается как траектория брошенного тела, согласно § 15, а.

Рисунки см. стр. 143	Приводный падающий молот с ремнем, фиг. 122	Паровой молот с верхним и нижним паром, фиг. 123
Движение вниз. Начальн. скор. = 0 Давление $P =$ Сила = Ускорение $\varphi =$ Конечная скорость $v =$ Время $t =$	нуль G $\frac{G}{G:g} = g$ $\sqrt{2g \cdot h}$ $2h:v$	$\frac{\pi}{4} d^2 \cdot p$ $P + G$ $\frac{P+G}{G:g} = \frac{P}{G:g} + g$ $\sqrt{2\varphi \cdot h}$ $2h:v$
Движ. вверх. Начальн. скор. = 0; кон. скор. = 0 $P_1 =$ Сила = Ускорение (замедлен.) $\varphi_1 =$ Скорость в серед. хода $v_1 =$ Время $t_1 =$	P_1 $P_1 - G$ $\frac{P_1 - G}{G:g} = \frac{P_1}{G:g} - g$ $\sqrt{2\varphi \cdot 0,5h}$ $2h:v_1$	$\frac{\pi}{4} \cdot (d^2 - d_1^2) \cdot p$ $P_1 - G$ $\frac{P_1 - G}{G:g} = \frac{P_1}{G:g} - g$ $\sqrt{2\varphi \cdot 0,5h}$ $2h:v_1$
Общая продолжит. одного удара ¹⁾ =	$\frac{(t+t_1)}{0,7}$	$\frac{(t+t_1)}{0,7}$
Число удар. в м. п. ²⁾ =	$0,7 \frac{60}{t+t_1}$	$0,7 \frac{60}{t+t_1}$
Мощн. в лош. сил. =	$G \cdot \frac{v^2}{2g} \cdot \frac{n}{60 \cdot 75}$	$G \cdot \frac{v^2}{2g} \cdot \frac{n}{60 \cdot 75}$

¹⁾ Коэффициент времени, т. е. необходимость затраты некоторого времени на качание бабы после удара, а также трение в направляющих, — все это принято во внимание в предпоследних уравнениях и выражено коэффициентом 0,7.

²⁾ Согласно случаю III, § 29, f.

Чтобы расчет был вообще возможен, нужно считать железные, стальные, свинцовые и т. д. тела неупругими. ¹⁾ Поэтому берем:

$$\text{удар} = \frac{G}{g} \cdot \frac{v^2}{2} \text{ кгм.}$$

г) У пневматического бурильного молота необходимо принять во внимание угол, под которым долото наклонено к горизонтали.

Пусть p — манометрическое давление сжатого воздуха в атм

$$P = \frac{\pi}{4} d^2 \cdot p \text{ — давлению поршня в кг.} \quad (100)$$

Тогда ²⁾ (фиг. 124)

для направления вверх:

$$P - G \sin \alpha \text{ кг;} \quad (101)$$

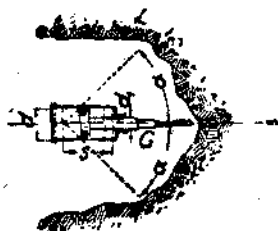
для горизонтального направления:

$$P \text{ кг;} \quad (102)$$

для направления вниз:

$$P + G \sin \alpha \text{ кг;} \quad (103)$$

$$\text{ускорение: } \varphi = \frac{P \mp G \sin \alpha}{G : g} \quad (104)$$



Фиг. 124.

Знак минус (—) для поднятого кверху молота, знак (+) для опущенного книзу молота. Для горизонтального направления второй член уравнения равен нулю.

Конечная скорость:

$$v = \sqrt{2\varphi \cdot s} \text{ м/сек.} \quad (105)$$

Продолжительность одного удара:

$$t = \frac{2 \cdot s}{v} \text{ сек.} \quad (106)$$

Для обратного хода поршня давление меньше:

$$P_1 = \frac{\pi}{4} (d^2 - d_1^2) \cdot p \text{ кг.} \quad (107)$$

Поэтому мы получим меньшее ускорение φ_1 (вставляя P_1 в уравнение (104) и большее время t_1 . Если принять $d_1 = 0,5 d$, а также, что впуск воздуха прекращается после прохождения

¹⁾ Согласно случаю III, § 29.

²⁾ Согласно уравнению в § 20, а.

поршнем пути $0,7 \text{ м}$, то из уравнений (106) и (107) получим приближенно время обратного хода:

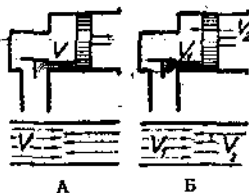
$$t_1 = 1,3 \cdot t_2 \quad (108)$$

На вибрацию молота после удара, а также на трение поршня, сальника и долота берем 10% потери; тогда число ударов

$$n = 0,9 \frac{60}{t + t_1} \text{ об. в мин.} \quad (109)$$

и мощность

$$L = G \cdot \frac{v^2}{2} \cdot \frac{n}{60 \cdot 75} \text{ л. с.} \quad (110)$$



Фиг. 125.

У исполненных в практике молотов имеем: $G = 20 \text{ кг}$, ход $= 0,23 \text{ м}$, ускорение $\varphi = 120 \text{ м/сек}^2$, конечная скорость $v = 8 \text{ м/сек}$, $n = 430$.

h) Удар воды. (Удар водяной массы о твердое тело или взаимный удар двух масс воды.)

Если поршень или масса воды находятся в покое (фиг. 125 А), то, согласно уравнению 94,

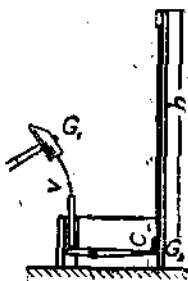
$$\text{удар} = G \cdot \frac{v^2}{2g} \text{ кг.м.}$$

Самый сильный удар происходит при встречном движении (фиг. 125, Б) масс. Тогда имеет место уравнение (91), причем скорость v , входит в формулу с отрицательным знаком. Вес поршня G_p , в случае рис. 125 Б, принимается равным 0, так как он прочно соединен с приводом.¹⁾

1) Действие удара, преобразованное в движение вертикально вверх.

Пример: сидомер (фиг. 126).

Введем обозначения: v — конечная скорость молотка в м/сек , c — начальная скорость груза²⁾ (теоретически $h = \frac{c^2}{2g}$), G_1 — вес молотка в кг , G_2 — вес груза в кг .



Фиг. 126.

¹⁾ Поэтому V в уравнении 92 весьма мала, а удар весьма значителен (уравнение 91).

²⁾ Расчет согласно § 15, в.

Тогда

$$\underbrace{\frac{G_1}{g} \cdot \frac{v^2}{2}}_{\text{энергия молотка}} = \underbrace{(1 - \eta) \frac{G_1}{g} \cdot \frac{v^2}{2}}_{\text{потеря от удара}} + \underbrace{\frac{G_2}{g} \cdot \frac{c^2}{2}}_{\text{живая сила груза}} \quad (111)$$

Единица измерения всех трех членов уравнения — *кгм*.

Если считать рычаг невесомым, то η может быть найдено по § 27а.

§ 31. Косой удар упругих тел.

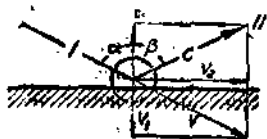
Обозначим через:

α угол падения

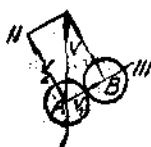
β угол отражения

} считая их от вертикали.

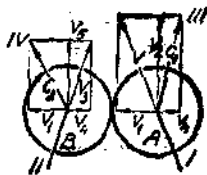
Если упругое тело ударяется о плоскость в направлении стрелки I (фиг. 127), то действие удара выразится составляю-



Фиг. 127.



Фиг. 128.



Фиг. 129.

щей v_1 . Вследствие полной упругости тела (энергия не уничтожается) тело приобретает скорость c_1 , равную v_1 , но противоположно направленную. Скорости c_1 и горизонтальная составляющая v_2 дают равнодействующую скорость c , с которой тело отскакивает после удара от плоскости в направлении стрелки II.

Если тело B (фиг. 128) находится в покое, а тело A движется со скоростью v по направлению стрелки I, то действие удара выразится составляющей v_1 . Если оба тела имеют равные массы и вполне упруги, то тело A после удара приобретает скорость v , по направлению стрелки II, а тело B — скорость v_1 , по направлению стрелки III.

Если ударяются два одинаковых шара (фиг. 129), из коих шар движется по направлению стрелки I со скоростью v_1 , а шар B по направлению стрелки II со скоростью v_2 , то удар выразится двумя составляющими v_1 и v_2 . Если тела вполне

упруги и равной массы, то после удара произойдет взаимная замена составляющих скоростей, а именно: тело *A* приобретет боковую составляющую скорость v_1 и направится по стрелке III со скоростью c_1 ; а тело *B* приобретет боковую составляющую скорость v_2 и направится по стрелке IV со скоростью c_2 .

Направление и величину этих скоростей можно определить графически (см. фиг. 129).

§ 32. Скорость струи.

Вопросы удара жидких и газообразных тел играют весьма важную роль при расчетах водяных колес и турбин, центробежных насосов, паровых турбин, инжекторов, таранов и т. д.

Для воды высота, соответствующая скорости, равна действительному напору воды (фиг. 130); следовательно:
скорость струи

$$w = \sqrt{2gh} = \sqrt{2g \cdot 10p}, \quad (112)$$

где p давление воды в атм. у отверстия.

Во избежание потери при истечении нужно, чтобы истечение происходило через сопло такой формы, которая не вызывала бы изменения сечения струи по выходе ее из сопла.

§ 33. Работоспособность и скоростной напор.

Обозначим (фиг. 130): w — скорость струи по выходе из сопла (насадка) в м/сек, G — вес вытекающей жидкости в кг/сек, $g = 9,81$ м/сек² — ускорение силы тяжести, $\frac{w^2}{2g}$ — так называемый скоростной напор, т. е. высота напора, соответствующего скорости w , $\frac{w^2}{2g}$ кгм/сек есть также работоспособность одного килограмма жидкости в секунду, $\frac{w^2}{2g} \cdot G$ кгм/сек = работоспособность струи.¹⁾

¹⁾ Для пара, сжатого воздуха и т. д., зависимость между p и $\frac{w^2}{2g}$ не так проста, так как газообразное тело при выходе из сопла одновременно расширяется, причем приобретенная при этом работа превращается в скоростной напор, т. е. w увеличивается.

²⁾ Можно не вводить специального термина „работоспособность“, сохраняя выражение „живая сила“. Прим. ред.

Примечание: Для твердых тел выражение $\frac{v^2}{2g} \cdot G$ обозначает живую силу движущегося тела в кгм.

§ 34. Величина удара жидких и газообразных тел.

Удар производится массой $G : g$, движущейся со скоростью w и встречающей плоскость. Вес G можно заменить величиною:

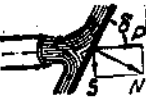
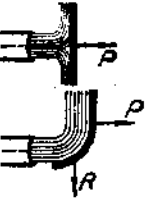
$$G = F \cdot w \cdot \gamma = Q \cdot \gamma. \quad (113)$$

где F — площадь сечения отверстия истечения в м^2 , w — скорость, с которой струя ударяет о поверхность, в м/сек , γ — вес 1 м^3 жидкости (при скорости w) в кг, $Q = F \cdot w$ — количество вытекающей жидкости в $\text{м}^3/\text{сек}$ (расход).

Если обозначить еще: P давление струи при ударе о поверхность, то получим следующие соотношения:

а) Поверхность, испытывающая удар, неподвижна.

Применение. (Насосные клапаны, плотины, щиты и проч.).

	II	III	IV
			
$P =$ $(1 - \cos \delta) w \frac{G}{g}$	$(1 - \cos \delta) \cdot w \frac{G}{g}$	$\sin^2 \delta \cdot w \frac{G}{g}$	$P = w \cdot \frac{G}{g} (3)$
Нормальное давление $N =$	$\frac{P}{\sin \delta}$	$\sin \delta \cdot w \frac{G}{g}$	. . . (4)
Давление вниз $S =$	$P \cdot \cotg \delta$	$\sin 2\delta \cdot w \frac{G}{2g}$	$S = P (5)$

Пример. Для схемы III $\delta = 30^\circ$, количество жидкости $G = 108$ кг/сек, скорость выхода $w = 3,3$ м/сек. Давление по направлению истечения исчисляется

$$P = \sin^2 30^\circ \cdot 3,3 \cdot \frac{108}{9,81} = 9,08 \text{ кг.}$$

Влияние угла конусности (фиг. 131) поверхности вращения, в которую ударяет струя, выражается уравнением:



$$P = (1 - \cos \delta) \cdot w \cdot \frac{G}{g} \text{ кг. } ^1 \quad (114)$$

Фиг. 131.

Это влияние лучше всего пояснить ниже следующей схемой, причем давление струи заменено весом тела вращения, давящим на струю. Величина заштрихованных сечений и указанные под ними значения для P показывают, как с увеличением угла δ возрастает давление струи.

I	II	III	IV	V
$\delta = 0$	30°	45°	60°	90°
$P = \text{нуль}$	$0,13 w \cdot \frac{G}{g}$	$0,29 w \cdot \frac{G}{g}$	$0,5 w \cdot \frac{G}{g}$	$w \cdot \frac{G}{g}$

Пример: По трубе течет $G = 97$ кг жидкости в секунду со скоростью $w = 2,2$ м/сек; тогда вес тела, давящего на струю, будет:

при $\delta = 45^\circ$

$$P = 0,29 \cdot 2,2 \cdot \frac{97}{9,81} = 6,5 \text{ кг.}$$

¹⁾ Скорость струи w по ур. 112, вес жидкости G по уравнению 113.

при $\delta = 90^\circ$

$$P = 2,2 \cdot \frac{97}{9,81} = 21,5 \text{ кг.}$$

Эти полученные теоретическим подсчетом величины приблизительно верны, если клапан удален от выходного отверстия на расстоянии 1—1,5 диаметра последнего и притом сам имеет диаметр, по крайней мере, в два раза больший, чем диаметр отверстия.

б) Поверхность, испытывающая удар, удаляется от выходного отверстия. Применение (водяные колеса и турбины, колеса Пельтона, паровые турбины и пр.).

Обозначаем через:

P — давление струи на поверхность в кг,

u — скорость удаления поверхности от выходного отверстия, в м/сек,

w — u — полезную скорость вытекающей жидкости в м/сек,

$A = P \cdot u$ — теоретическую работу в ккал/сек, (115)

η — коэффициент полезного действия (варирует, в зависимости от конструкции, между 0,7 и 0,9). (116)

У водяных колес и подобных им устройств поверхность, о которую производится удар, образуется непрерывным рядом поверхностей (лопаток) (фиг. 132).

Вход и выход струи под углом. Обозначим через α угол входа и выхода струи, тогда (фиг. 133 и 134):

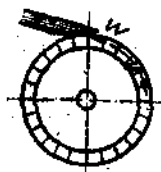
$$1 - \cos \delta = 2 \cos^2 \alpha, \text{ так как } \delta = 180^\circ = 2\alpha. \quad (117)$$

Угол α здесь удобнее для расчета, чем δ .

Исследуем сначала струю до середины ударяемой поверхности (вход), а затем от середины до выхода. Сумма обоих результатов дает совокупность действия струи на всю поверхность. Скорость w проектируется на горизонтальное направление давления; а так как w содержится также в G , то в уравн. (117—120) нужно подставить не $\cos \alpha$, а $\cos^2 \alpha$ (см. фиг. 133 и 134).

Основной вид уравнения:

$$P = (F \cdot \gamma \cdot \cos^2 \alpha \cdot w) \cdot \cos \alpha \cdot w; \quad G^2 = F \cdot \gamma \cdot w. \quad (118)$$



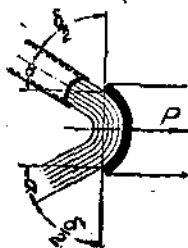
Фиг. 132.

Удар струи при входе (фиг. 134):

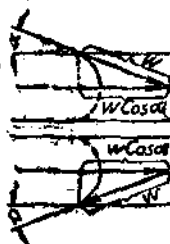
$$w \cdot \cos^2 \alpha \cdot \frac{G}{g} \cdot \eta_0 \text{ кг.} \quad (119)$$

Реакция струи при выходе:

$$w \cdot \cos^2 \alpha \cdot \frac{G}{g} \cdot \eta_0 \text{ кг.} \quad (120)$$



Фиг. 133.



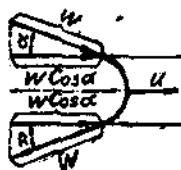
Фиг. 134.

Общее давление на всю поверхность:

$$P = 2 \cdot w \cdot \cos^2 \alpha \cdot \frac{G}{g} \cdot \eta_0 \text{ кг.} \quad (121)$$

Если ударяемая поверхность удаляется от отверстия со скоростью u (см. фиг. 135), то в расчет принимается только относительная скорость, и тогда давление:

$$P = 2 \cdot \cos^2 \alpha \cdot (w - u) \cdot \frac{G}{g} \cdot \eta_0 \text{ кг.} \quad (122)$$



Фиг. 135.



Фиг. 136.

Индикаторная мощность (фиг. 136):

$$N_i = \frac{P \cdot u}{75} \text{ л. с.} \quad (123)$$

Наибольшая мощность получается при

$$u = \frac{w}{2} \cos^2 \alpha \cdot \eta_0. \quad (124)$$

Для $\alpha = 0^\circ$	10°	20°	30°	45°	90°	
$2 \cdot \cos^2 \alpha = 2$	1,94	1,77	1,5	1	0	-

Пример: Паровая турбина Лавала, $\alpha = 20^\circ$, $\eta_0 = 0,8$, $w = 1150$ м/сек; $G = 2,3$ кг пара/сек, $u = 200$ м/сек.

Давление на лопатку:

$$P = 1,77 (1150 - 200) \frac{2,3}{9,81} \cdot 0,8 = 315 \text{ кг};$$

$$N_t = \frac{315 \cdot 200}{75} = 840 \text{ л. с.}$$

Направление струи нормальное к середине поверхности. 1. Для плоской поверхности (фиг. 137):

$$P = (w - u) \cdot \frac{G}{g} \cdot \eta_0 \text{ кг}. \quad (125)$$

2. Для кривой поверхности (фиг. 138): давление при отклонении струи на 90° , по уравнению 116:

$$(w - u) \frac{G}{g} \cdot \eta_0. \quad (126)$$



Фиг. 137 и 138.

Реакция при выходе:

$$(w - u) \cos^2 \alpha \cdot \frac{G}{g} \cdot \eta_0. \quad (127)$$

Следовательно, полное давление на всю поверхность (уравнения 125 и след.):

$$P (w - u) \cdot (1 + \cos^2 \alpha) \frac{G}{g} \cdot \eta_0. \quad (128)$$

Наибольшая мощность при

$$u = \frac{w}{2} \cos^2 \alpha \cdot \eta_0.$$

$$N_t = \frac{P \cdot u}{75} \text{ л. с.} \quad (129)$$

Пример: Колесо Пельтона; $G=38$ л/сек, $\alpha=28^\circ$, $u=22$ м/сек, $w=35$ м/сек, $\eta_0=0,8$.

$$P=(35-22) \cdot 1,77 \frac{38}{9,81} \cdot 0,8=71 \text{ кг},$$

$$N_1=\frac{71 \cdot 22}{75}=20,8 \text{ л. с.}$$

Изменение направления струи на 180° . Входит ли струя воды сбоку, или она направлена в середину поверхности, всегда $\tau=0$. В обоих случаях (фиг. 139) мы имеем:



$$P=2 \cdot (w-u) \cdot \frac{G}{g} \cdot \eta_0 \text{ кг}, \quad (130)$$

мощность:



$$N_1=\frac{P \cdot u}{75} \text{ л. с.} \quad (131)$$

Наибольшая мощность при

Фиг. 139.

$$u=\frac{w}{2} \cdot \eta_0. \quad (132)$$

ЗАДАЧИ К §§ 29—34.

154. Удар. 1. Что такое удар двух тел?

2. В каких единицах удар выражается?

Ответ. 1. Ударом называется столкновение двух масс.

2. Работа удара измеряется в кгм; величина ее равна потере живой силы.

155. Назовите примеры удара.

156. Неупругий удар при свободном падении. Пусть тело весом $G=30$ кг свободно падает с высоты $h=5,3$ м (фиг. 140).

1. С какой конечной скоростью тело достигнет земли?

2. Чему равна величина удара?

Ответ. 1. Конечная скорость $v=\sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 5,3}=10,2$ м/сек.

2. Уничтоженная ударом работа $=G \cdot h$; вставляя сюда h из вышеприведенного уравнения, получим:



Фиг. 140.

$$G \cdot h=G \cdot \frac{v^2}{2g}=30 \cdot \frac{10,2^2}{2 \cdot 9,81}=159 \text{ кгм}$$

Мы можем, таким образом, измерить удар высотой падения или конечной скоростью

157. То же при $G = 60$ кг, $h = 8,6$ м.

158. Упругий удар свободного падения. Тело $G = 15$ кг падает с высоты $h = 6$ м и подпрыгивает до высоты $h_1 = 2,1$ м. Определить величину удара (фиг. 141).

Решение. Конечная скорость:

$$v = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 6} = 10,5 \text{ м/сек.}$$

Скорость подпрыгивания

$$c = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 2,1} = 6,43 \text{ м/сек.}$$

$$\text{Удар} = \frac{G}{g} \cdot \frac{v^2 - c^2}{2} = \frac{15}{9,81} \cdot \frac{10,5^2 - 6,43^2}{2} = 52,5 \text{ кгм.}$$



Фиг. 141.

159. То же при $G = 30$ кг, $h = 5$ м, $h_1 = 1$ м

160. Вполне неупругий удар. Шар, весом $G_1 = 8$ кг, движется со скоростью $v_1 = 1,6$ м/сек и встречает шар $G_2 = 20$ кг, находящийся в покое (фиг. 142).



1. Чему равна величина удара?

2. Какую скорость приобретают шары G_1 и G_2 после удара?

Фиг. 142.

Решение. 1. Удар $= \frac{(1,6 - 0)^2}{2 \cdot 9,81} \cdot \frac{8 \cdot 20}{8 + 20} = 0,75 \text{ кгм.}$

2. Скорость после удара:

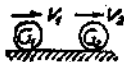
$$v = \frac{8 \cdot 1,6 + 20 \cdot 0}{8 + 20} = 0,46 \text{ м/сек.}$$

161. То же при $G_1 = 4$ кг, $G_2 = 40$ кг, $v_1 = 2$ м/сек.

162. Шар G_2 (в задаче № 160) движется до удара со скоростью $v_2 = 0,8$ м/сек (фиг. 143).

1. Чему равна величина удара?

2. Какую скорость приобретают шары G_1 и G_2 после удара?



Фиг. 143.

Решение. 1. Если шары движутся, то:

$$\text{удар} = \frac{(1,6 - 0,8)^2}{2 \cdot 9,81} \cdot \frac{8 \cdot 20}{8 + 20} = 0,186 \text{ кгм.}$$

2. Скорость после удара:

$$v = \frac{8 \cdot 1,6 + 20 \cdot 0,8}{8 + 20} = 1,03 \text{ м/сек.}$$

163. Столкновение двух тел. Два шара одинакового веса

$G_1 = G_2 = 30$ кг сталкиваются со скоростью $v_1 = v_2 = 12,5$ м/сек (фиг. 144).

1. Чему равна величина удара, если оба шара вполне неупруги?

2. В каком направлении будут двигаться шары после удара?

3. Чему равна величина удара, если шары вполне упруги?



Фиг. 144.

4. В каком направлении будут двигаться такие шары после удара?

Решение. 1. Для точного расчета можно воспользоваться уравнением 93 § 29 *f*; для приближенного расчета вставляем в уравнение 93 значение $z = 2$ из таблицы, тогда работа удара $= 2 \cdot 30 \cdot \frac{12,5^2}{2 \cdot 9,81} = 477$ кгм.

2. Шары образуют одну общую массу и не двигаются.

3. Удар $= 0$.

4. Шары будут двигаться в противоположные стороны, с прежней скоростью.

164. То же при $G_1 = G_2 = 60$ кг; $v_1 = v_2 = 25$ м/сек.

165. Удар. Пусть второй шар (в предыдущей задаче) до удара находился в покое. Определить (для неупругих тел) (фиг. 145):



Фиг. 145.

1. Величину удара.

2. Скорость и направление движения шаров после удара.

Решение. Для $v_2 = 0$ коэффициент $z = 0$, поэтому:

1. Работа удара $= \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot \frac{12,5^2}{2 \cdot 9,81} = 119$ кгм.

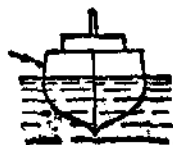
2. Общая скорость шаров после удара в данном случае будет:

$$v = \frac{1}{2} v_1 = \frac{1}{2} \cdot 12,5 = 6,25 \text{ м/сек.}$$

Направление движения обоих шаров — вправо.

166. То же при $G_1 = G_2 = 15$ кг, $v_1 = 20$ м/сек.

167. Снаряд. Ядро весом $G = 38$ кг падает со скоростью $v = 110$ м/сек в брону корпуса корабля (фиг. 146). Определить:



Фиг. 146.

1. Величину работы удара при $v = 110$ м/сек.

2. Величину работы удара при $v = 330$ м/сек.

3. В какой зависимости находятся величины удара и скорости между собой?

Решение. 1. Работа удара равна живой силе ядра, что при

$v = 110$ м/сек и $G = 38$ кг дает:

$$\text{удар} = 38 \cdot \frac{110^2}{2 \cdot 9,81} = 23\,500 \text{ кгм.}$$

2. Для $v = 330$ м/сек имеем:

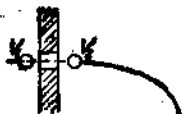
$$\text{удар} = \frac{330^2}{110^2} \cdot 23\,500 = 211\,500 \text{ кгм,}$$

т. е. $3^2 = 9$ раз больше.

3. Удар возрастает пропорционально квадрату скорости.

168. То же при $G = 7,6$ кг; $v = 900$ м/сек.

169. Снаряд весом $G = 14$ кг попадает в стену со скоростью $v_1 = 350$ м/сек, пробивает ее и выходит из нее со скоростью $v_2 = 110$ м/сек (фиг. 147). Определить:



Фиг. 147.

1. Живую силу перед самой стеной в кгм.

2. То же сейчас же за стеной.

3. Величину работы удара в стену.

Решение. Перед самой стеной:

$$\text{Живая сила} = \frac{14}{9,81} \cdot \frac{350^2}{2} = 87\,000 \text{ кгм.}$$

За стеной:

$$\text{живая сила равна: } \frac{14}{9,81} \cdot \frac{110^2}{2} = 8050 \text{ кгм.}$$

Величина работы удара равняется разности живых сил, т. е. $87\,000 - 8050 = 78\,950$ кгм.

170. То же при $v_1 = 700$ м/сек; $v_2 = 220$ м/сек; $G = 30$ кг.

171. Паровой молот с бабой весом $G = 520$ кг работает под давлением на поршень $P = 1250$ кг. Высота падения $h = 800$ мм (фиг. 148). Определить:



Фиг. 148.

1. Ускорение φ в м/сек².

2. Конечную скорость v в м/сек.

3. Величину работы удара.

4. Как можно вычислить величину работы удара более простым способом?

Решение. 1. Ускорение

$$\varphi = \frac{1250}{520 : 9,81} + 9,81 = 33,41 \text{ м/сек}^2.$$

2. Конечная скорость

$$v = \sqrt{2 \cdot 33,41 \cdot 0,8} = 7,32 \text{ м/сек.}$$

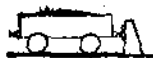
3. Работа удара равна:

$$\frac{520}{9,81} \cdot \frac{7,32^2}{2} = 1410 \text{ кгм.}$$

4. Движущей силой является $P + G$; значит, работа удара $= (P + G) h = (1250 + 520) \cdot 0,8 = 1410 \text{ кгм.}$

172. То же при $G = 1040 \text{ кг}$; $P = 2090 \text{ кг}$, $h = 1200 \text{ мм}$.

173. Железнодорожный вагон ударяется со скоростью $v = 2,5 \text{ м/сек}$ в упорный брус тупика. Вес вагона с грузом $G = 11\,500 \text{ кг}$. Среднее натяжение буферных пружин $P = 1000 \text{ кг}$ для каждого из обоих буферов; сжатие пружин $f = 10 \text{ см}$ (фиг. 149).



Определить: 1. Живую силу вагона в кгм.

2. Живую силу, поглощаемую действием буферов. Фиг. 149.

3. Величину удара в упорный брус.

4. Допустимую скорость вагона, если буфера должны воспринять на себя всю силу удара.

Решение. 1. Живая сила

$$E = \frac{G}{g} \cdot \frac{v^2}{2} = 3670 \text{ кгм}$$

2. Живая сила, поглощаемая действием буферов. 1)

$$E' = 2 \times \text{натяжение пружин} \times \text{сжатие} = 2 \times 1000 \times 0,1 = 200 \text{ кгм.}$$

3. На упорный брус приходится только разность

$$= E - E' = 3470 \text{ кгм.}$$

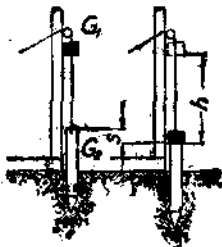
4. Тогда необходимо, чтобы

$$E = \frac{G}{g} \cdot \frac{v^2}{2} = E' = 200 \text{ кгм,}$$

отсюда $v = 0,59 \text{ м/сек.}$

174. То же при $G = 5750 \text{ кг}$, $P = 1620 \text{ кг}$, $f = 20 \text{ см}$.

175. Копер. Вес бабы $G_1 = 210 \text{ кг}$, вес сваи $G_2 = 60 \text{ кг}$. Глубина осаживания сваи при каждом ударе $s = 0,08 \text{ м}$. Средняя высота падения $h = 0,9 \text{ м}$ (фиг. 150).



Фиг. 150.

1) Сравни „Расчет буферных пружин“, второй том.

- Определить: 1. Теоретическую величину работы бабы в кгм .
 2. Потерю живой силы при ударе в кгм .
 3. Полезную работу в кгм .
 4. Коэффициент полезного действия.
 5. Сопротивление сваи в кг .

Решение. 1. Теоретическая величина работы удара =

$$= 210 \cdot 0,9 = 189 \text{ кгм.}$$

2. Потеря живой силы при ударе:

$$210 \cdot 0,9 \left(1 - \frac{210}{210 + 60} \right) = 42 \text{ кгм.}$$

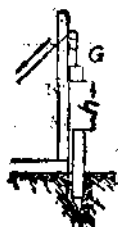
3. Полезная работа = разности между работой бабы и потерей живой силы при ударе, т. е. полезная работа равна $189 - 42 = 147 \text{ кгм}$.

4. Коэффициент полезного действия:

$$\eta = \frac{210}{210 + 60} = 0,78.$$

5. Сопротивление земли осаживанию сваи получается из уравнения 96:

$$W = \frac{0,78 \cdot 210 \cdot 0,9}{0,08} = 1842 \text{ кг.}$$



176. То же при $G = 400 \text{ кг}$, $G_1 = 100 \text{ кг}$, $S = 0,04 \text{ м}$, $h = 1,2 \text{ м}$. Фиг. 151.

177. Копер ручного действия. Пусть вес бабы $G = 150 \text{ кг}$, средняя высота падения $h = 0,8 \text{ м}$ (фиг. 151).

1. С какой силой один рабочий тянет в среднем за канат?
 2. Сколько нужно рабочих?
 3. Какую работу A должны затратить рабочие для того,

чтобы в течение 1 минуты произвести $n = 10$ ударов?

Решение. 1. Каждый рабочий тянет за канат силою

$$p = 14 \text{ кг.}$$

2. Необходимое число рабочих:

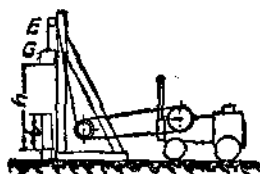
$$z = \frac{G}{p} = \frac{150}{14} \sim 11.$$

3. В 1 секунду затрачивается:

$$\text{работа } A = \frac{G \cdot h \cdot n}{60} = \frac{150 \cdot 0,8 \cdot 10}{60} = 20 \text{ кгм/сек.}$$

178. То же при $G = 300 \text{ кг}$, $h = 0,9 \text{ м}$, $n = 15$ ударов.

179. *Паровой копер.* На прилагаемом рисунке показана установка, при которой баба автоматически освобождается в точке E и падает (фиг. 152). Пусть вес бабы $G = 400$ кг; свая требуется осадить на $t = 1,8$ м; $h = 4$ м; скорость подъема бабы $= 0,9$ м/сек. Определить:



Фиг. 152.

1. Наименьшую и наибольшую высоту падения бабы в м.

2. Величину ударов в кгм.

3. Время подъема бабы.

4. Эффективную мощность локомотива в л. с.

Решение. 1. Наименьшая высота падения 2,2 м. Наибольшая $2,2 + 1,8 = 4$ м.

2. Наименьший удар $A = G(h - l) = 880$ кгм.

Наибольший удар $A = G \cdot h = 1600$ кгм.

3. Время наибольшего подъема $t = \frac{4}{0,9} = 4,4$ сек.

4. Мощность локомотива:

$$N = \frac{0,9 \cdot 400}{75} \text{ или } \frac{1600}{4,4 \cdot 75} \sim 5 \text{ л. с.}$$

180. *Измеритель силы удара.* Пусть вес гирьки $G_2 = 1,5$ кг; вес молотка $G_1 = 12$ кг (фиг. 153).

1. Какую начальную скорость должна приобрести гирька для того, чтобы подпрыгнуть на высоту $h = 4$ м?

2. С какой скоростью v должен молоток G_1 ударить боек?

Решение. 1. Начальная скорость

$$c = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 4} = 8,85 \text{ м/сек.}$$

2. Коэффициент полезного действия:

$$\eta = \frac{12}{12 + 1,5} = 0,89.$$

Преобразуя уравнение, получим:

$$\frac{G_1}{g} \cdot \frac{v^2}{2} = (1 - \eta) \frac{G_1}{g} \cdot \frac{v^2}{2} + \frac{G_2}{g} \cdot \frac{c^2}{2};$$



Фиг. 153.

отсюда скорость молотка

$$v = \sqrt{\frac{G_2 \cdot c^2}{G_1 \cdot \eta}} = \sqrt{\frac{1,5 \cdot 8,85^2}{12 \cdot 0,89}} = 3,32 \text{ м/сек.}$$

181. *Бурильный молот.* Пусть $d = 90$ мм, $d_1 = 45$ мм, ход поршня $s = 230$ мм, давление воздуха $p = 4$ атм, вес $G = 20$ кг. Определить количество ударов в минуту при горизонтальном положении (фиг. 124).

Вычислить: 1. Давление на поршень P для хода вперед.

2. Ускорение φ для хода вперед.

3. Конечную скорость v для хода вперед.

4. Продолжительность хода вперед.

5. Давление на поршень P_1 для хода назад.

6. Ускорение φ_1 для хода назад.

7. Конечную скорость v_1 для хода назад.

8. Продолжительность хода назад.

9. Количество ударов в минуту.

Решение. 1. Давление на поршень при ходе вперед:

$$P = \frac{\pi}{4} 9^2 \cdot 4 = 254 \text{ кг},$$

а отсюда получается:

2. Ускорение

$$\varphi = \frac{254}{20 : 9,81} = 124,6 \text{ м/сек}^2.$$

3. Конечная скорость

$$v = \sqrt{2 \cdot 124,6 \cdot 0,23} = 7,57 \text{ м/сек.}$$

4. Продолжительность хода

$$t = \frac{2 \cdot 0,23}{7,57} = 0,061 \text{ сек.}$$

5. Для хода назад давление на поршень

$$P_1 = \frac{\pi}{4} (9^2 - 4,5^2) \cdot 4 = 190 \text{ кг.}$$

6. Ускорение

$$\varphi_1 = \frac{190 \cdot 9,81}{20} = 93,2 \text{ м/сек}^2.$$

7. Конечная скорость

$$v_1 = \sqrt{2 \cdot 93,2 \cdot 0,23} = 6,55 \text{ м/сек.}$$

8. Продолжительность хода

$$t_1 = \frac{2 \cdot 0,23}{6,55} = 0,07 \text{ сек.}$$

9. Число ударов:

$$n = 0,9 \cdot \frac{60}{0,061 + 0,07} = 410 \text{ в минуту.}$$

182. То же при $d=70$ мм; $d_1=35$ мм, $z=190$ мм; $p=5$ атм; $G=16$ кг.

Удар жидких и газообразных тел. Скоростный напор. Что такое скоростный напор?

Ответ. Скоростным напором называется измеренный в метрах водяного столба напор, который, вследствие разности веса столба и атмосферного давления, дал бы скорость истечения жидкости w .



183. Пусть из отверстия выходит газ со скоростью $w=3,8$ м/сек (фиг. 154).

1. Чему равен скоростный напор?

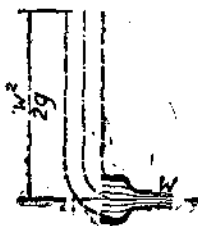
2. Какому давлению p в атм соответствует этот напор у выходного отверстия?

Решение. 1. Скоростный напор

$$h = \frac{w^2}{2g} = \frac{3,8^2}{2 \cdot 9,81} = 0,735 \text{ м.}$$

2. Так как 10 м водяного столба = 1 атм, то давление

$$p = 0,735 : 10 = 0,0735 \text{ атм.}$$



Фиг. 154.

184. То же при $w=5$ м/сек.

185. **Работоспособность.** Что такое работоспособность газообразных или жидких тел?

Ответ. Работоспособность есть та мощность в кгм/сек, которую может развить данное количество вещества.

186. Напишите уравнение работоспособности, если G — количество вещества в кг, вытекающее в 1 сек. В каких единицах меры оно выражается?

Решение. Работоспособность равна весу вещества $\times$ скоростный напор, т. е. работоспособность равна:

$$\frac{G \cdot w^2}{2g} \text{ } ^{1)} \text{}$$



Фиг. 155.

Размерность кгм/сек.

187. **Струя пара.** Пар под давлением в 7 атм выходит на воздух со скоростью $w=400$ м/сек через отверстие диаметром $d=20$ мм (фиг. 155).

1. Чему равняется давление (или удар) струи на плоскость, перпендикулярную к направлению струи?

¹⁾ Живая сила. Прим. ред.

2. Через отверстие вытекает 500 кг пара в час. Как велико давление на эту плоскость?

Решение. 1. Для вычисления удара нам нужно знать количество вытекающего пара в кг/сек. 1 м³ пара в 7 атм давления (абс.) весит 3,66 кг; следовательно, вес

$$G = (\pi : 4) \cdot 0,02^2 \cdot 400 \cdot 3,66 = 0,154 \text{ кг},$$

удар струи

$$P = 400 \cdot \frac{0,154}{9,81} = 18,5 \text{ кг}.$$

2. Вес вытекающего в 1 сек. пара равняется:

$$\frac{500}{60 \cdot 60} = 0,139 \text{ кг},$$

получается скорость

$$w = \frac{G}{F \cdot \gamma} = \frac{0,139}{\frac{\pi}{4} \cdot 0,02^2 \cdot 3,66} = 123 \text{ м/сек},$$

следовательно удар

$$P = 123 \cdot 0,139 : 9,81 = 1,74 \text{ кг}.$$

188. То же при $w = 100 \text{ м/сек}$; $d = 30 \text{ мм}$.

189. Струя жидкости, вытекающая в количестве $G = 12 \text{ кг}$ в 1 сек со скоростью $w = 4,3 \text{ м/сек}$, ударяется в плоскость, расположенную под углом к направлению струи (фиг. 156).

Какой груз Q может это давление уравновесить:

1. Если угол $\delta = 35^\circ$ и $a = b$?

2. Если угол $\delta = 70^\circ$ и $a = b$?

Решение. 1. При одинаковых плечах рычага $Q = P$ должно быть

$$Q = P = \sin^2 35^\circ \cdot 4,3 \cdot 12 : 9,81 = 1,72 \text{ кг}.$$

2. Для $\delta = 70^\circ$ получается:

$$Q = P = \sin^2 70^\circ \cdot 4,3 \cdot 12 : 9,81 = 4,6 \text{ кг}.$$

190. То же при $\delta = 45^\circ$; $w = 5 \text{ м}$; $G = 20 \text{ кг}$; $a : b = 2$.

191. Клапан. Из отверстия, сечением $F = 0,03 \text{ м}^2$, вытекает жидкость со скоростью $w = 1,8 \text{ м/сек}$; $\gamma = 800 \text{ кг/м}^3$ (фиг. 157).

Определить: 1. вес вытекающего в 1 сек количества жидкости в кг;



Фиг. 156.

2. вес P клапана, если требуется, чтобы он плавал в струе и имел: I угол конусности $\delta = 45^\circ$ и II угол конусности $\delta = 90^\circ$

Решение. 1. Вес вытекающей жидкости

$$G = F \cdot \omega \cdot \gamma = 0,03 \cdot 1,8 \cdot 800 \sim 43 \text{ кг.}$$

2. I при $\delta = 45^\circ$ получим вес

$$P = (1 - \cos 45^\circ) \cdot 1,8 \cdot 43 : 9,81 = 2,3 \text{ кг.}$$

II при $\delta = 90^\circ$ выражение $(1 - \cos \delta)$ превра-

щается в единицу; следовательно вес:

$$P = 1,8 \cdot 43 : 9,81 = 7,9 \text{ кг.}$$

Из этого видно, какое громадное влияние оказывает угол конусности клапана на нагрузку на клапан.

192. Клапан. Какое влияние имеет угол конусности клапана на необходимую нагрузку клапана (фиг. 158)?

1. Если клапан находится сравнительно далеко от гнезда. Начертите схему для угла конусности $= 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ и 90° .



Фиг. 158.

2. Если клапан расположен совсем близко к отверстию гнезда.

Решение. 1. Чем меньше угол конусности δ , тем меньше должна быть нагрузка на клапан. (Это, однако, действительно только в том случае, если клапан удален от отверстия гнезда не менее, чем на величину диаметра отверстия.)

2. В этом случае угол конусности не играет роли, так как тогда мы имеем дело не с ударом, а только с гидравлическим давлением.

193. Водяное колесо. Из сопла вытекает в секунду $G = 24$ кг жидкости со скоростью $\omega = 18$ м/сек. Окружная скорость лопаток $u = 4,5$ м/сек (фиг. 159).

Определить:

1. Полезную скорость в м/сек.



Фиг. 159.

2. Полезное касательное давление P , если коэффициент полезного действия колеса $\eta_0 = 0,7$.

3. Мощность колеса в кгм/сек.

Примечание. В уравн. (115) теоретическое давление струи на лопатки обозначено буквой P , между тем как в уравнении 130 буквой P обозначено полезное действие (принимая во внимание коэффициент полезного действия η_0).

Решение. 1. Здесь нужно принять в расчет разность скорости струи и окружной скорости лопаток.

1. Полезная скорость равна:

$$18 - 4,5 = 13,5 \text{ м/сек.}$$

2. Теоретическое касательное давление

$$P = 13,5 \cdot \frac{24}{9,81} = 33 \text{ кг,}$$

полезное давление

$$P_1 = P \cdot \eta_0 = 33 \cdot 0,7 = 23,1 \text{ кг.}$$

3. Теоретическая мощность на окружности:

$$A = P_1 \cdot (w - u) = 23,1 \cdot 13,5 \sim 312 \text{ кгм/сек.}$$

На валу мощность несколько меньше, а именно, на величину трения в подшипниках вала и сопротивления воздуха.

194. То же при $w = 30 \text{ м/сек.}$; $u = 8 \text{ м/сек.}$

195. Давление струи. На вогнутую поверхность ударяет под углом $\alpha = 22^\circ$ количество жидкости $G = 32 \text{ кг}$ в секунду, со скоростью $w = 24 \text{ м/сек.}$ Определить теоретическое давление на поверхность (фиг. 160).



Фиг. 160.

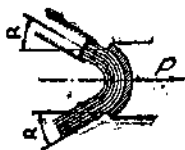
Решение. Давление зависит только от веса жидкости и от скорости, которую она обладает в момент удара о поверхность.

Если эта поверхность неподвижна, то:

$$P = w \cdot \cos^2 \alpha \cdot \frac{G}{g} = 24 \cdot 0,427^2 \cdot \frac{32}{9,81} = 67 \text{ кг.}$$

196. То же при $\alpha = 45^\circ$; $G = 16 \text{ кг.}$; $w = 35 \text{ м/сек.}$

197. Давление струи и обратное давление. Поверхность имеет двойной изгиб для того, чтобы угол выхода струи также равнялся $\alpha = 22^\circ$ (фиг. 161).



Фиг. 161.

Насколько увеличится вычисленное в предыдущем примере давление?

Решение. Для выхода струи принимается в расчет обратное давление, а именно:

Обратное давление

$$w \cdot \cos^2 \alpha \cdot \frac{G}{g} = 24 \cdot 0,427^2 \cdot \frac{32}{9,81} = 67 \text{ кг.}$$

Следовательно, давление входящей струи на лопатку равно давлению выходящей струи, так что полное давление на поверхность лопатки

$$P = 67 + 67 = 134 \text{ кг.}$$

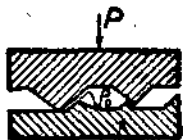
§ 35. Трение.

При движении одного тела по поверхности другого (как бы ни были гладки соприкасающиеся поверхности) возникает трение, препятствующее движению. Смазочные вещества могут только уменьшить трение, но не уничтожить его.

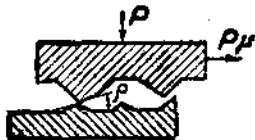
Различают трение сухих и смазанных поверхностей. Трение сухих поверхностей может быть: либо трением покоя, либо трением движения.

а) Трение сухих поверхностей. Причиной трения сухих поверхностей является неровность (шероховатость) соприкасающихся поверхностей. При скольжении одной поверхности по другой движущаяся поверхность благодаря неровностям должна приподниматься над неподвижной поверхностью.

При этом выступы на поверхностях испытывают деформации таким образом, что угол наклона в состоянии покоя ρ_0 (фиг. 162) уменьшается до угла наклона в состоянии движения ρ (фиг. 163).



Фиг. 162. Покой.



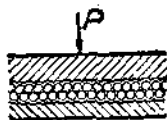
Фиг. 163. Движение.

Тогда сопротивление трению равняется $\operatorname{tg} \rho \cdot P = \mu \cdot P$ (трение сухих поверхностей при движении).

Коэффициент трения для сухих поверхностей зависит только от нормальной силы P и состояния скользящих поверхностей и

не зависит от удельного давления и от скорости скольжения (закон Куломба).

б) Трение смазанных поверхностей. Трение жидкостей получается, когда на обеих поверхностях имеется слой жидкости такой толщины, что поверхности, перемещаясь одна относительно другой, непосредственно при движении друг друга не касаются. При таком трении, когда поверхности отделены друг от друга слоем смазочного вещества, коэффициент трения зависит от скорости, удельного давления (давления на единицу поверхности), от температуры и от рода смазочного материала (фиг. 164).



Фиг. 164.

Различают: 1) трение скольжения, 2) трение цапф, 3) трение катания.

§ 36. Трение скольжения.

Трение скольжения имеет место у обыкновенного кривошипа с шатуном, направляющих двигателя, рамной пилы, строгального станка и проч.

а) Сопротивление трению. Пусть P давление тела на опору в кг, μ коэффициент трения по табл. § 39 (см. ниже) (фиг. 165), тогда сопротивление трению равно

$$\mu \cdot P \text{ кг.} \quad (133)$$



Фиг. 165.



Фиг. 166.

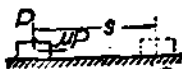


Фиг. 167.



Фиг. 168.

Форма и величина опоры (напр., полукруглая, как показано на фиг. 166, или с выемкой по ширине, как показано на фиг. 167) на коэффициент трения не влияют.



Фиг. 169.

Пример: При движении стального тела весом 30 кг по бронзе сопротивление трению равно $30 \cdot 0,16 = 4,8$ кг. В случае давления пружины, равного 300 кг (фиг. 168), сопротивление трению составит $(30 + 300) \cdot 0,16 = 52,8$ кг.

б) Работа, затрачиваемая на преодоление трения. Если нужно переместить тело на s метров (фиг. 169), то затрачиваемая работа на преодоление трения должна быть равна

$$\mu \cdot P \cdot s \text{ кгм.} \quad (134)$$

Пример: Если в предыдущем примере тело передвигается без пружины на $s = 3,4$ м, то необходимо затратить работу, равную $4,8 \cdot 3,4 = 16,3$ кгм.

с) Мощность, затрачиваемая на преодоление трения. Для определения величины мощности мы должны ввести в расчет продолжительность движения t в секундах или среднюю скорость v в м/сек. Тогда мощность будет равна

$$\frac{1}{75} \cdot \mu \cdot P \cdot s \cdot \frac{1}{t} = \frac{1}{75} \cdot \mu \cdot P \cdot v \text{ л. с.} \quad (135)$$

Пример: Если в предыдущем примере требуется, чтобы тело прошло путь s в $t = 2,2$ сек, то необходимая мощность

$$\frac{1}{75} \cdot 16,3 \cdot \frac{1}{2,2} = 0,1 \text{ л. с.}$$

д) Трение при ускоренном движении. Если нужно привести тело из состояния покоя в состояние движения или сообщить телу большую скорость, чем та, которую он в данный момент обладает, то необходима для этого движения сила Z складывается из силы на преодоление сопротивления трению и силе, вызывающей ускорение.

$$Z = \mu \cdot P + \varphi \cdot \frac{G}{g} \text{ кг.} \quad (136)$$

Работа:

$$Z : s \text{ кгм.}$$

Мощность:

$$\frac{1}{75} \cdot Z \cdot v \text{ л. с.} \quad (137)$$

Ускорение φ определяется согласно § 19.

Если скорость тела убывает, то сила Z равняется сопротивлению трения минус сила, вызывающая замедление.

Относительно трения на наклонной плоскости см. § 44.

§ 37. Трение в подшипниках.

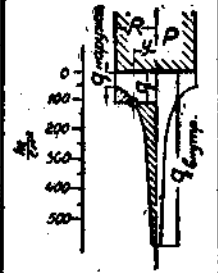
Трение цапф, собственно говоря, есть также трение скольжения; однако здесь имеет значение радиус трения y , так как

скорость $v = u \cdot \frac{1}{30} \cdot \pi \cdot n$, где $\frac{1}{30} \cdot \pi \cdot n$ есть угловая скорость.

Давление распределяется неравномерно по поверхности трения, возрастая от окружности к центру; для расчетов принимают среднее давление, приходящееся на 1 см^2 и называемое *удельным давлением*.

Введем обозначения: P — вертикальная нагрузка в кг, f — площадь трения в см^2 минус 0,2 этой площади на смазочные канавки (см. уравнение 138), u — радиус трения в метрах, q — удельное давление в кг/см^2 , $q_{\text{нар.}}$ — давление в кг/см^2 на наружной окружности, $q_{\text{вн.}}$ — давление в кг/см^2 на внутренней окружности.

Л Таблица давлений на поверхность, радиусов трения, скоростей.

I	II	III	IV
 $r=0$ $u=0,5 R$ $q_{\text{вн.}} = \infty \cdot q$ $q_{\text{нар.}} = 0,5 q$ площ. $f = 2,51 R^2$ скорость $v = \frac{R \cdot n}{30}$	$0,1 R$ $0,55 R$ $5,5 q$ $0,55 q$ $2,48 R^2$ $\frac{R \cdot n}{17}$	$0,25 R$ (1) $0,63 R$ (2) $2,5 q$ (3) $0,63 q$ (4) $2,35 R^2$ (5) $\frac{R \cdot n}{15}$ (6)	$0,5 R$ $0,75 R$ $1,5 q$ $0,75 q$ $1,88 R^2$ $\frac{R \cdot n}{13}$
$P \cdot n \geq 4800 \cdot q \cdot v \cdot R$	$4200 \cdot q \cdot v \cdot R$	$3500 \cdot q \cdot v \cdot R (T)$	$2400 \cdot q \cdot v \cdot R$

За единицу допускаемой работы трения принимают работу в кгм/сек. , приходящуюся на 1 см^2 поверхностей трения, так как отвод тепла в окружающий воздух лучеиспусканием через внешнюю поверхность подшипника возрастает почти прямо пропорционально поверхности трения.

$$\text{Площадь трения: } f = (\pi \cdot R^2 - \pi \cdot r^2) \cdot 0,8 \text{ см}^2 \quad (138)$$

$$\text{Удельное давление на поверхность: } q = P : f \text{ кг/см}^2. \quad (139)$$

$$\text{Радиус трения } y = \frac{R+r}{2} \text{ м для сработавшихся цапф.} \quad (140)$$

Окружная скорость трения:

$$v = \frac{1}{30} y \cdot \pi \cdot n \text{ м/сек.} \quad (141)$$

$$\text{Момент трения: } M = \mu \cdot q \cdot y \text{ кгм/см}^2. \quad (142)$$

$$\text{Работа трения: } A = q \cdot \mu \cdot v \text{ кгм/см}^2 \text{ сек.} \quad (143)$$

$$\text{Полное количество тепла, развивающегося в каждую секунду: } \frac{A \cdot f}{427} \text{ кал/сек.} \quad (144)$$

Коэффициент теплопередачи:

$$k = \frac{8,4 \cdot A}{t_1 - t_2} = \frac{8,4}{20} A = 0,42 A \text{ на } 1 \text{ см}^2, 4200 A \text{ на } 1 \text{ м}^2. \quad (145)$$

II. ТАБЛИЦА

Вспомогательных величин для расчета пят.

Качество выполнения	μ	Допускаемые величины				
		$q \cdot v$	q вн.	q	k в час	
			кг/см^2	кг/см^2	на см^2	на м^2
Из 3 частей, лучшее выполнение	0,05	20	150	70	0,5	(5000)
Хорошее выполнение	0,07	12	100	40	0,35	(3500)
Обыкновенное выполнение	0,1	7	60	25	0,3	(3000)

III. Таблица давления на поверхность, радиусов трения и моментов трения для лия наиболее употребительной формы (в приработавшемся состоянии).

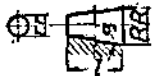
Род поверхности	P ↓	R и r в см Давление на поверхн. q в кг/см ²	u, R и r в м		Примечание
			Радиус трения u в м	Момент трения M в кгм	
Острые		почти со	почти нуль	почти нуль	Применяется только для очень малых нагрузок
Конус		$\frac{P}{\pi \cdot R^2}$	$\frac{R}{2}$	$\mu \cdot \frac{P}{\sin \alpha} \cdot \frac{R}{2}$	Невыгодно, так как при малом угле α момент очень велик
Усечен. конус		$\frac{P}{\pi \cdot (R^2 - r^2)}$	$\frac{R+r}{2}$	$\mu \cdot \frac{P}{\sin \alpha} \cdot \frac{R+r}{2}$	
Шар		$\frac{P}{\pi \cdot R^2}$	$0,63 \cdot R$	$\mu \cdot P \cdot 0,63 \cdot R$	
Сферич. поверхн. $\alpha = 90^\circ$		$\frac{P}{\pi \cdot R^2}$	$0,56 \cdot R$	$\mu \cdot P \cdot 0,56 \cdot R$	Часто употреб. для вертик. валов, мельничных поставов, центрофуг и т. д.
Круг		$\frac{P}{\pi \cdot R^2}$	$\frac{R}{2}$	$\mu \cdot P \cdot 0,5 \cdot R$	
Кольцев. поверхн.		$\frac{P}{\pi \cdot (R^2 - r^2)}$	$\frac{R+r}{2}$	$\mu \cdot P \cdot \frac{R+r}{2}$	
		R и r в см	u, R и r в м		

§ 38. Трение на цапфах.

Пусть P — давление цапфы в кг, μ — коэффициент трения согласно таблицы § 39 тогда здесь также сопротивление трению равно

$$\mu \cdot P \text{ кг.}$$

(146)

	Форма цапфы $P \downarrow$	R, r в см. Давление q в кг/см ²	y, R, r в м	
			Радиус трения y в м	Момент трения M в кгм
Цилиндрич.		$\frac{P}{2 \cdot R \cdot l}$	$1,27 \cdot R$	$\mu \cdot P \cdot 1,27 \cdot R$
Шаров.		$\frac{P}{2 \cdot R \cdot l}$	$1,27 \cdot R^2$	$\mu \cdot P \cdot 1,27 \cdot R$
Конич.		$\frac{2P}{(R+r) \cdot l}$ R, r в см	$0,63 (R+r)$ y, R, r в м	$\mu \cdot \frac{P}{\cos \alpha} \cdot 0,63 (R+r)$

а) Радиус трения y . Давление (нормальное к поверхности вкладыша подшипника) распределяется не равномерно по радиусам, а, как показано на фиг. 170, по отдельным элементам

1) Коэффициент трения, если цапфа работает по цилиндрической поверхности

$$\mu_{ц} = \frac{4}{\pi} \cdot \mu = 1,27 \mu$$

поверхности. Вследствие этого радиус трения больше, чем R , как видно из предыдущей таблицы, а именно:

$$\frac{4}{\pi} \cdot R = 1,27 R.$$

б) Момент трения. Для него существует зависимость:

мом. трения = сопротивление $\times$ радиус трения:

$$M = P \cdot y \text{ кгм.} \quad (147)$$

в) Работа трения прямо пропорциональна угловой скорости $\frac{\pi n}{30}$ и равна

$$A = P \cdot y \cdot \frac{\pi \cdot n}{30} \text{ кгм/сек.} \quad (148)$$

где n — число оборотов цапфы в мин.

д) Давление на поверхность, радиус трения и момент трения для наиболее употребительных форм цапф (см. табл. на стр. 172).

Пример: Пусть давление на коренной подшипник паровой машины $P = 5300$ кг, диаметр цапфы $2R = 0,21$ м (цилиндрич.), $n = 95$ оборотов в мин.; тогда по табл. § 39 берем $\mu = 0,05$ (бabbитовые подшипники); следовательно:

согласно уравнению 146

таблице § 39

уравнению 147

уравнению 148

сопротивление трению

$$= 0,05 \cdot 5300 = 265 \text{ кг,}$$

радиус трения

$$y = 1,27 \cdot 0,105 = 0,133 \text{ м,}$$

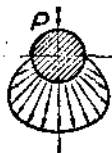
момент трения

$$M = 265 \cdot 0,133 = 35,5 \text{ кгм,}$$

работа трения

$$A = 35,5 \cdot \frac{\pi \cdot 95}{30} = 355 \text{ кгм/сек}$$

$$N = \frac{355}{75} = 4,7 \text{ л. с.}$$



Фиг. 170.

§ 89. Коэффициент трения скольжения.

(По Морену и др.).

Применение	Материал	μ	
		Движение	Покой
Подшипники для двигателей, точное выполнение	Сталь по бронзе	0,06	0,1
	„ „ баббиту	0,03	0,1
Подшипники для вагонов и т. п. обыкн. выполнение	„ „ „	0,1	0,15
	„ „ чугуну	0,15	0,18
Подпятники	„ „ стали	0,03	—
Ползуны (крейцкопфы, перечивы)	Чугун по чугуну	0,04	0,1
	Чугун по стали или баббиту	0,09	0,12
Поршень паров. цилиндра	Чугун по чугуну	0,07	0,1
Поршень водяных насосов	„ „ „	0,2	0,3
	Сталь „ „	0,25	0,35
	Кожа „ „	0,1	—
	Кожа по чугуну в грязи. виде	0,2	—
Сальники	Хлопчатобум. или пеньк. набивка	0,1	—
	Металлич. набивка	0,08	—
Шлифовал. камни, крупнозерн. песочн. камень	по чугуну	0,23	—
	„ стали и железу	0,43	—
Шлифовал. камни, мелкозерн. песочн. камень	„ чугуну	0,72	—
	„ стали и железу	1,00	—
Кирпичная кладка	Камень по кирпичу	—	0,65
На растительном грунте	Сухой и тверд. грунт	—	0,65
	Влажн. и глин. грунт	—	0,30
	по бетону (сухому)	—	0,75

Коэффициенты трения для зубчатых колес.

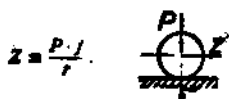
Для зубчатых колес коэффициент μ скользящего трения принимается обычно:

для чугуна по чугуну или бронзе	легкая смазка	$\mu = 0,15$
" " " " " "	с водой	$= 0,31$
железо по железу	сухие поверхн.	$= 0,44$
" " чугуна или бронзе	" "	$= 0,18$
бронза по чугуну	" "	$= 0,21$
" " железу	легкая смазка	$= 0,16$
" " бронзе	сухие поверхн.	$= 0,21$

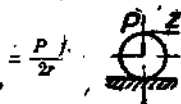
Сани. Необитые и несмазанные дерев. полозья на гладк. деревянн.	$\mu = 0,38$
или каменные пути { смазанные сухим мылом	$= 0,15$
	$= 0,07$
Необитые деревянные полозья по снегу и льду	$= 0,035$
" " " " " "	$= 0,02$

§ 40. Трение качения.

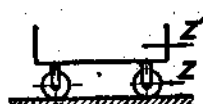
Пусть P — давление на опору в кг, Z — сила тяги для движения в кг, v — скорость центра катящегося тела в м/сек. $A = Z \cdot v$ кгм/сек — работа трения, f — коэффициент трения или плечо трения в см, r — радиус катящегося тела в см (фиг. 171 и 172).



Фиг. 171.



Фиг. 172.



Фиг. 173.

Число роликов безразлично. Для колес Z увеличивается на величину трения цапф. Безразлично, где точка приложения силы тяги: у Z или у Z' .

Коэффициент трения качения.

Бакаут по бакауту $f = 0,046$ см.

Вяз по бакауту $f = 0,08$ см.

Железо по железу (сталь по стали) $f = 0,06$ до $0,1$ см.

§ 41. Повозка на горизонтальной плоскости.

Определить величину отдельных элементов трения, состоящего из трения цапф в ступицах и трения качения по окружности колес, почти нет возможности, так как на нее влияет конструкция повозки, род смазки, ширина колеса и проч. (фиг. 173). Поэтому удовлетворяются обобщением обоих родов трения и выражением их одним приблизительным коэффициентом μ .

$$\text{Сопротивление трению} = G \cdot \mu \text{ кг}, \quad (149)$$

где G — вес повозки с грузом, μ — общий коэффициент трения.

Общий коэффициент трения μ .

Жел.-дор. колея (прямой участок)	$\mu = 0,005$
Колея городских жел. дор.	0,015

Мостовые:

Хорошая асфальтированная мостовая	0,010
Отличная булыжная мостовая и хорошая шоссированная улица	0,015
Хорошая торцовая и булыжная мостовая	0,020
Шоссированная дорога в хорошем состоянии	0,025
Плохая булыжная мостовая и плохо шоссированная улица	0,035
Очень плохо шоссированная улица и хорошая грунтовая дорога	0,050
Грунтовые дороги разные, полевые дороги и сыпучий песок	0,1—0,3

Сила тяги одной лошади на равной дороге при одиночной упряжке уменьшается:

для парной упряжки на	2%
„ тройной „	10%
„ упряжки четвериком на	20%
„ „ пятериком „	25%
„ „ шестериком „	30%
„ „ восьмериком „	40%

Скорость и сила тяги одной лошади на ровной дороге при 8—10-часовом рабочем дне:

Скорость движения $v =$	Трогание с места	Медленным шагом			Быстрым шагом			Рысью	
	0,1 0,36	0,25 0,9	0,5 1,8	0,75 2,7	1 3,6	1,25 4,5	1,5 5,4	2 7,2	2,5 м/сек 9 км/час
Легков. лошади, вес 200 кг. . . .	100	72	60	40	30	20	15	7	3 м
Средней лошади, вес 300 кг. . . .	150	110	90	60	45	35	20	10	—
Ломовой лошади, вес 400 кг. . . .	200	140	120	80	60	45	25	—	—

При угле подъема α сила тяги лошади уменьшается на

$$\text{собственный вес лошади} \times \operatorname{tg} \alpha. \quad (150)$$

1. *Пример:* Ломовая лошадь может при скорости

$$v = 1,25 \text{ м/сек}$$

развивать силу тяги в 45 кг на протяжении пути в

$$\frac{1,25 \cdot 3600 \cdot 10}{1000} = 40 \text{ км}$$

за 10-часовой рабочий день; 4 лошади дали бы не 4-кратную мощность, а согласно таблице 35, е,

$$0,8 \cdot 4 \cdot 45 = 144 \text{ кг.}$$

Пример: Для передвижения ломовой повозки весом 3000 кг с грузом в 30 000 кг по хорошей горизонтальной булыжной мостовой требуется $33\,000 \cdot 0,02 = 660$ кг. Ломовая лошадь может согласно таблице, при скорости 0,5 м, тянуть 120 кг. Следовательно нужны $660 : 120 \sim 6$ лошадей. Но по данным на стр. 176, каждая лошадь при упряжке шестериком тянет на 30% меньше; поэтому требуется $660 : (0,7 \cdot 120) = 8$ лошадей. (Затраченная мощность будет $= \frac{1}{75} \cdot 660 \cdot 0,5 = 4,4$ л. с.)

§ 42. Торможение поезда.

Здесь также основной формулой является уравнение (149).

Если требуется остановить при помощи тормоза движущийся поезд, то можно величину общего коэффициента трения μ , отнесенного к полному времени торможения, считать в среднем согласно следующему:

Скор. в км/час = 10 20 30 40 50 60 70 80 90
Средн. значен. $\mu = 0,2$ 0,16 0,14 0,13 0,12 0,11 0,1 0,1 0,09

Пример: Поезд из 18 вагонов весом по 15 000 кг должен быть остановлен при скорости в 60 км/час. Согласно приведенной таблице берем $\mu = 0,11$; тогда среднее сопротивление трению $= 18 \cdot 15\,000 \cdot 0,11 = 28\,500$ кг.

Затем определяем, согласно § 19, с, замедление,

$$\gamma = \frac{28\,500 \cdot 9,81}{18 \cdot 15\,000} = 1,04 \text{ м/сек}^2,$$

а согласно § 14 скорость, путь и время торможения (случай равномерно замедленного движения при конечной скорости — 0):

$$\text{Начальная скорость } c = \frac{60 \cdot 1000}{3600} = 16,7 \text{ м/сек.}$$

$$\text{Путь торможения } s = 16,7^2 : (2 \cdot 1,04) = 134 \text{ м.}$$

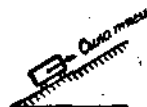
$$\text{Время торможения } t = (2 \cdot 134) : 16,7 = 16 \text{ сек.}$$

§ 43. Повозка на наклонной плоскости.

К сопротивлению трения, определяемому из уравнения 149 (см. фиг. 174), прибавляется еще влияние для преодоления силы тяжести, так что

усилие, параллельное наклонной плоскости, равно

$$G \cdot \cos \alpha \cdot \mu + G \cdot \sin \alpha. \quad (151)$$



Фиг. 174.
Сила, параллельная наклонной плоскости.

Для приблизительных и сравнительных расчетов рекомендуется пользоваться таблицей § 41.

§ 44. Наклонная плоскость.

I. Без учета трения.

Необходимо сначала выяснить два понятия: *нормальное давление и сила, параллельная наклонной плоскости*. Обе силы

определяются графически и зависят от веса G и угла наклона α наклонной плоскости к горизонтальной (фиг. 175). В нижеследующих примерах угол α выбран в двух вариантах: большой и малый угол.

а) Нормальное давление, т. е. давление, перпендикулярное к наклонной плоскости.



I

α — большой α — малый

Норм. давл. $= G \cdot \cos \alpha$. (152)

б) Сила, параллельная наклонной плоскости, т. е. составляющая силы тяжести, действующая по направлению, параллельному наклонной плоскости (не принимая в расчет трения).



II

α — большой α — малый

Сила, паралл. накл. пл. $= G \cdot \sin \alpha$. (153)

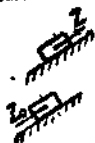


Фиг. 175.

Если эту составляющую силы тяжести заменить равной по величине и противоположно направленной силой ($G \sin \alpha$), то получится состояние равновесия, причем трение нами пока не принимается в расчет (фиг. 175). При таких условиях тело должно скользить вниз уже при самом малом увеличении наклона.

II. Влияние трения.

Если μ — коэффициент трения, то для состояния равновесия имеем:



$$Z = \underbrace{G \cdot \cos \alpha \cdot \mu}_{\text{Сопротивл. трению}} + \underbrace{G \cdot \sin \alpha}_{\text{Сопротивл. силе тяжести}} \quad (154)$$

$$Z_0 = G \cdot \cos \alpha \cdot \mu - G \cdot \sin \alpha \quad (155)$$

Фиг. 176—177.

Пример: $G = 810$ кг, $\alpha = 15^\circ$, $\mu = 0,12$

вверх по 154: $Z = 810 \cdot 0,97 \cdot 0,12 + 810 \cdot 0,26 = 304$ кг,

вниз по 155: $Z_0 = 810 \cdot 0,97 \cdot 0,12 - 810 \cdot 0,26 = -116$ кг

Для Z , получается величина отрицательная; это обозначает, что тело под влиянием составляющей силы тяжести само скользит вниз.

Нижеследующая таблица дает понятие об изменениях отдельных величин в связи с изменением угла наклона α

Сила тяги Z , необходимая для $G=1$ кг.

							
Угол наклона $\alpha =$	0°	5°	10°	30°	45°	60°	90°
Нормал. давл. $G \cdot \cos \alpha =$	1	1	0,98	0,87	0,71	0,5	нуль
Сила, паралл. накл. плоск. $G \cdot \sin \alpha =$	нуль	0,09	0,17	0,5	0,71	0,87	1
$\mu = 0,05; \rho = 3^\circ \quad Z =$	0,05	0,14	0,22	0,54	0,75	0,89	1
$\mu = 0,10; \rho = 5^\circ 40' \quad Z =$	0,1	0,19	0,27	0,59	0,78	0,92	1
$\mu = 0,15; \rho = 8^\circ 30' \quad Z =$	0,15	0,24	0,32	0,63	0,81	0,94	1
$\mu = 0,20; \rho = 11^\circ 20' \quad Z =$	0,3	0,29	0,37	0,67	0,85	0,97	1

Пример: Для $G=780$ кг, $\alpha=5^\circ$, $\mu=0,15$ получим согласно таблице $Z=0,24 \cdot 780=187$ кг.

III. Угол трения.

Углом трения называется угол наклона плоскости к горизон-
тали, при котором тело, лежащее на плоскости, еще находится



Фиг. 178.



Фиг. 179.

в покое, т. е. не скользит вниз (фиг. 178). Следовательно нужно, чтобы:

$$G \cdot \sin \alpha = G \cdot \cos \alpha \cdot \mu; \quad (156)$$

откуда

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \mu, \quad \text{tg } \alpha = \mu. \quad (157)$$

Значит, для каждого коэффициента трения μ существует определенный угол трения, который обозначают буквой ρ , т. е.

$$\operatorname{tg} \rho = \mu. \quad (158)$$

На фиг. 179 показано несколько углов трения ρ с отметкой соответствующего коэффициента трения μ .

IV. Ускорение по наклонной плоскости.

В уравнениях (154) и (155), сила Z или Z_0 есть та сила, при которой тело находится в равновесии. Если же телу, находящемуся в состоянии покоя, нужно сообщить ускорение, то для этого требуется особое усилие, а именно:

Необходимая движущая сила = ускорение $\times$ масса

$$\varphi \frac{G}{g}. \quad (159)$$

Таким образом полная сила тяги будет:

$$\text{при движении вверх} = Z + \varphi \cdot \frac{G}{g}, \quad (160)$$

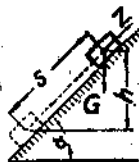
$$\text{при движении вниз} = Z_0 + \varphi \cdot \frac{G}{g}, \quad (161)$$

где Z и Z_0 берутся из уравнений (154) и (155).

Если угол α больше угла трения ρ , то Z_0 получится со знаком минус (фиг. 180). В остальном действительны все формулы для φ , s , t , c и v , выведенные для прямолинейного движения согласно §§ 14 и 19.

Пример: Берем задание предыдущего примера: $G = 810$ кг, $\alpha = 15^\circ$, $Z = 304$ кг, $Z_0 = -116$ кг, начальная скорость $= 0$, путь $s = 8,4$ м, время $t = 3$ сек. Тогда согласно § 14:

$$\varphi = \frac{2 \cdot 8,4}{3^2} = 1,87 \text{ м/сек}^2.$$



Фиг. 180.

Следовательно, полная сила тяги при:

$$\text{движении вверх} = 304 + 1,87 \cdot \frac{810}{9,81} = 458 \text{ кг},$$

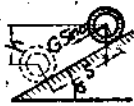
$$\text{движении вниз} = -116 + 1,87 \cdot \frac{810}{9,81} = 38 \text{ кг}.$$

V. Качение по наклонной плоскости.

Качение происходит под влиянием все той же составляющей силы тяжести, параллельной наклонной плоскости и равной

$G \cdot \sin \alpha$. Эта сила приводит массу тела во вращение и сообщает ей ускорение. На скорость, с которой круглое тело скатывается по наклонной плоскости, влияет главным образом момент инерции тела. Обруч скатывается медленнее, чем шар, так как массы первого удалены от оси вращения дальше, чем второго.

Если не принимать в расчет трения, то получим:

	Обруч	Цилиндр	Шар
			
Момент инерции $J =$	$(G : g) \cdot r^2$	$(G : g) \cdot 0,5 \cdot r^2$	$(G : g) \cdot 0,4 r^2$
Скорость $v =$	$0,71 \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$	$0,82 \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$	$0,85 \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$
Ускорение $\varphi =$	$\frac{1}{2} \cdot g \cdot \sin \alpha$	$\frac{2}{3} \cdot g \cdot \sin \alpha$	$\frac{5}{7} \cdot g \cdot \sin \alpha$
Окружное усилие $=$	$\frac{1}{2} \cdot G \cdot \sin \alpha$	$\frac{1}{3} \cdot G \cdot \sin \alpha$	$\frac{2}{7} \cdot G \cdot \sin \alpha$

Последняя величина есть окружное усилие, необходимое для качения. Если она больше, чем сопротивление трению $G \cdot \cos \alpha \cdot f$, то происходят одновременно качение и скольжение.

Наибольший угол наклона α , при котором еще происходит чистое качение, получается из следующей зависимости: $\operatorname{tg} \alpha \leq 3f$ для обруча, $3f$ для цилиндра, $3,5f$ для шара, где f — коэффициент трения качения согласно § 40.

При большем угле α будет происходить одновременно и качение и скольжение.

ЗАДАЧИ К §§ 35 — 44.

Общепринятый способ расчета на трение страдает еще некоторыми пробелами, так как результаты расчета не всегда совпадают с опытными данными. Но пока в этот вопрос не будет внесена полная ясность, приходится придерживаться существующего способа расчета.

198. Трение. Различают трение трех родов. Каких именно?

Ответ. Скользящее трение, трение цапф, трение качения (катания).

199. *Работа трения.* Куда девается работа, поглощаемая трением?

Ответ. Работа превращается в теплоту, которая отдается среде, окружающей тело, как-то: воздуху, воде и т. п.

200. *Коэффициент трения.* Что такое коэффициент трения и в каких единицах таковой измеряется?

Ответ. Коэффициентом трения называется то число, которое, будучи умножено на давление (на поверхность трения), даст в результате величину сопротивления трению. Коэффициент трения качения (катания) выражается в сантиметрах.

201. *Трение скольжения.* Пусть ползун, весящий $G = 130$ кг, скользит по гладкой смазанной поверхности, чугуна по чугуну (фиг. 181). Должны быть определены следующие величины:



Фиг. 181.

1. Коэффициент трения μ .
2. Сила K в кг, необходимая для движения ползуна.

3. Затрачиваемая работа в кгм на перемещение ползуна от A до B , путь $s = 5,5$ м.

4. Мощность в л. с., потребная для движения ползуна со скоростью $v = 3,3$ м/сек.

Решение. 1. Предположим, что ползун хорошо смазан; берем поэтому коэффициент трения $\mu = 0,07$.

2. Сила $K = G \cdot \mu = 130 \cdot 0,07 = 9,1$ кг.

3. Работа $A = K \cdot s = 9,1 \cdot 5,5 = 50$ кгм.

4. Для движения ползуна со скоростью 3,3 м/сек требуется мощность

$$N = \frac{9,1 \cdot 3,3}{75} = 0,4 \text{ л. с.}$$

202. То же — при $G = 260$ кг; $s = 11$ м; $v = 6,6$ м/сек.

203. *Трение с ускорением масс.* Пусть ползун в предыдущей задаче находится в покое и должен пройти путь $s = 5,5$ м в $t = 0,5$ сек. Какую для этого нужно силу приложить к ползуну. Определить:

1. Ускорение φ в м/сек².

2. Силу для перемещения ползуна в кг.

Решение. 1. Ускорение $\varphi = \frac{2 \cdot s}{t^2} = \frac{2 \cdot 5,5}{0,5^2} = 44$ м/сек².

2. Движущая сила = сопротивлению трению + сила, сообщающая ускорение.

А так как коэффициент трения в покое $\mu=0,1$, то сила $K=130 \cdot 0,1 + 44 \cdot \frac{130}{9,81}=593 \text{ кг.}$

204. Цапфы. Что влияет на: 1) величину работы трения, 2) нагревание цапфы?

Решение. 1. Давление на подшипник, радиус трения и окружная скорость цапфы.

2. Величина трения на 1 см^2 поверхности подшипника.

205. Радиус трения пяты. Что такое радиус трения и чему равен таковой для диаметра пяты в 11 см ?

Решение. В радиусе трения принято во внимание влияние распределения давления, так что:

$$\text{радиус трения } y = \frac{4}{\pi} \cdot R = 1,27 R;$$

значит, для $d=11 \text{ см}$, $y=1,27 \cdot 5,5=7 \text{ см.}$

206. Окружная скорость цапфы. Чему равняется окружная скорость для диаметра цапфы в 21 см при $n=95$ оборотам в минуту?

Решение. Расчет показан в задаче № 213, пункт 3.

В паровой машине встречается трение почти всех родов; поэтому покажем здесь расчет *всех видов сопротивлений трению в одноцилиндровой паровой машине*. Пусть: ход поршня $H=800 \text{ мм}$; давление на поршень в мертвом положении $P=12\,100 \text{ кг}$; число оборотов $n=96$ в мин.; давление пара $p=8 \text{ атм. абс.}$; мощность $N_i=120$ индикаторных л. с.

В виде другого примера можно предположить $H=600 \text{ мм}$, $P=7400 \text{ кг}$, $n=125 \text{ об/мин}$, $p=8 \text{ атм.}$, $N_i=70 \text{ л. с.}$

207. Направляющие. Радиус кривошипа $r=40 \text{ см}$; длина шатуна $l=200 \text{ см}$ (чугун по чугуну; обильная смазка). Определить (фиг. 182):



Фиг. 182.

1. Вес движущихся частей, которые здесь должны быть приняты в расчет.

2. Среднее давление P_m шатуна.

3. Давление Q для расчета трения.

4. Среднюю скорость крейцкофа в м/сек.

5. Коэффициент трения μ .

6. Работу трения A в кгм/сек.

7. Расход энергии в л. с.

8. Процент мощности, расходуемый машиной на перемещение крейцкофа.

Решения. 1. Здесь нужно принять в расчет вес крейцкопфа 75 кг, пальца крейцкопфа 15 кг, половины шатуна 66 кг, половины поршневого штока 34 кг.

Общий вес $G \sim 190$ кг.

2. Для расчета давления шатуна нужно вычислить среднее давление, зависящее от мощности машины и вызывающее соответствующее давление на направляющие, а именно:

$$P_m = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{75 \cdot 30 \cdot 120}{2 \cdot 0,4 \cdot 96} = 2750 \text{ кг.}$$

3. Среднее давление

$$Q = 2750 \cdot \frac{40}{200} + 190 = 740 \text{ кг.}$$

4. Средняя скорость крейцкопфа

$$C = \frac{2 \cdot 0,4 \cdot 96}{30} = 2,55 \text{ м/сек.}$$

5. Коэффициент трения $\mu = 0,07$.

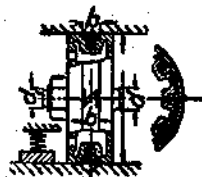
6. Работа трения $= Q \cdot \mu \cdot C = 740 \cdot 0,07 \cdot 2,55 = 132 \text{ кгм/сек.}$

7. Расход энергии $N_r = \frac{132}{75} = 1,76 \text{ л. с.}$

8. Потеря мощности $= \frac{1,76 \cdot 100}{120} = 1,46\%$.

208. То же — при $r = 30 \text{ см, } l = 156 \text{ см.}$

209. Поршень и шток. Поршневые кольца, шириною $b = 52 \text{ мм}$ и диам. $D = 40 \text{ см}$, снабжены радиально действующими спиральными пружинами. Давление колец на стенки цилиндра $q = 0,15 \text{ кг/см}^2$. Диаметр штока $d = d_1 = 78 \text{ мм}$, шток направляется спереди и сзади в сальниках. Определить (фиг. 183):



Фиг. 183.

1. Давление P поршневых колец на стенки цилиндра.

2. Трение поршня R в кг.

3. Трение в сальниках R_1 в кг.¹⁾

4. Силу K , потребную для перемещения поршня со штоком,

5. Расход энергии N_r в л. с.

¹⁾ $R_1 = d \cdot \pi \cdot \mu \cdot p$, где d — диаметр штока, $\mu = 0,1$ — коэффициент трения, p — манометрическое давление.

Решение 1. Давление на стенки цилиндра:

$$P = D \cdot \pi \cdot b \cdot q = 40 \cdot 3,14 \cdot 5,2 \cdot 0,15 = 98 \text{ кг.}$$

2. $\mu = 0,07$,

поэтому трение поршня

$$R = 98 \cdot 0,07 = 6,9 \text{ кг.}$$

3. Трение в сальниках

$$R_1 = 2 \cdot 7,8 \cdot \pi \cdot 0,1 \cdot 7 \sim 34 \text{ кг,}$$

где $\mu = 0,1$ согласно § 39.

4. Суммарное трение

$$K = R + R_1 = 6,9 + 34 = 40,9 \text{ кг.}$$

5. Средняя скорость поршня

$$C = 2,55 \text{ м/сек,}$$

поэтому: расход энергии

$$N_r = \frac{40,9 \cdot 2,55}{75} = 1,4 \text{ л. с.}$$

210. То же — при $b = 4,5 \text{ см}$, $D = 35 \text{ см}$, $d = d_1 = 6,2 \text{ см}$.

211. *Коренной подшипник*. Пусть диаметр $d = 21 \text{ см}$, длина шейки $l = 33 \text{ см}$, вес маховика $Q = 3400 \text{ кг}$ (фиг. 184). Определить:

1. Среднее рабочее давление P , считая, что полезная площадь поршня $Q = 1560 \text{ см}^2$ и среднее давление пара $p_m = 2,3 \text{ атм}$.

2. Расчетное давление P_r на подшипник в кг.

3. Коэффициент трения μ .

4. Работу трения A в кгм/сек.

5. Расход энергии N_r в л. с.

Решение. Для коренного подшипника следовало бы определить для каждой точки окружности соответствующее давление и скорость. Принимаем здесь приблизительное эмпирическое значение:

$$\text{давление} = 1,2 P + 0,46 Q.$$

$$1. P = Q \cdot p_m = 1560 \cdot 2,3 = 3600 \text{ кг.}$$

$$2. P_r = 1,2 P + 0,46 Q = 1,2 \cdot 3600 + 0,46 \cdot 3400 = 5880 \text{ кг.}$$

$$3. \mu = 0,05.$$

4. Скорость на поверхности трения:

$$v = \frac{21}{100} \cdot \frac{3,14 \cdot 96}{60} = 1,04 \text{ м/сек,}$$

поэтому работа трения

$$A = 1,27 \cdot 5880 \cdot 1,04 \cdot 0,05 = 388 \text{ кгм/сек.}$$

5. Расход энергии

$$N_r = \frac{A}{75} = \frac{388}{75} = 5,2 \text{ л. с.}$$

212. То же — при $d = 16 \text{ см}$, $l = 25 \text{ см}$, $G = 2000 \text{ кг}$.

213. Задний подшипник. Пусть диаметр $d = 21 \text{ см}$, длина вкладыша $l = 33 \text{ см}$, вес маховика $G = 3400 \text{ кг}$.
Определить (фиг. 185):



Фиг. 185.

1. Давление на подшипник в кг.

2. Коэффициент трения μ .

3. Работу трения A в кгм/сек.

4. Расход энергии N_r в л. с.

Решение. 1. Задний подшипник испытывает кроме веса маховика еще реакцию давления поршня; принимаем приближительную эмпирическую величину:

$$\text{давление} = 0,65 \cdot G = 0,65 \cdot 3400 = 2200 \text{ кг.}$$

2. $\mu = 0,05$.

3. Скорость на поверхности трения

$$v = \frac{21}{100} \cdot \frac{3,14 \cdot 96}{60} = 1,04 \text{ м/сек.}$$

поэтому работа трения

$$A = 1,27 \cdot 2200 \cdot 1,04 \cdot 0,05 = 146 \text{ кгм/сек.}$$

4. Расход энергии

$$N_r = \frac{146}{75} \sim 2 \text{ л. с.}$$



Фиг. 186.

214. То же — при $d = 16 \text{ см}$, $l = 25 \text{ см}$, $G = 2000 \text{ кг}$.

215. Кривошип. Пусть диаметр $d = 11 \text{ см}$, длина шейки $l = 14,5 \text{ см}$, среднее давление поршня $P = 3600 \text{ кг}$. Определить (фиг. 186):

1. Коэффициент трения μ .

2. Работу трения A в кгм/сек.

3. Расход энергии N_r в л. с.

Решение. 1. $\mu = 0,05$.

2. Скорость на поверхности трения

$$v = \frac{11}{100} \cdot \frac{3,14 \cdot 96}{60} = 0,55 \text{ м/сек.}$$

поэтому работа трения

$$A = 1,27 \cdot 3600 \cdot 0,05 \cdot 0,55 = 126 \text{ кгм/сек.}$$

3. Расход энергии

$$N_r = \frac{126}{75} = 1,68 \text{ л. с.}$$

216. То же — при $d = 8,5 \text{ см}$, $l = 11,5 \text{ см}$, $P = 2200 \text{ кг}$.

217. *Маховик.* Чему равен расход энергии N_r , необходимый для преодоления сопротивления воздуха вращению маховика диаметра $D = 400 \text{ см}$?

Решение. Приблизительно можно взять

$$N_r = \frac{N \cdot n^2}{700\,000} \text{ л. с.,}$$

где N — мощность машины в л. с., n — число оборотов в мин.; значит:

$$N_r = \frac{120 \cdot 96^2}{700\,000} = 1,54 \text{ л. с.}$$

218. То же — при $D = 320 \text{ см}$.

219. *Распределительные клапаны.* Пусть ход клапанов $h = 25 \text{ мм}$, давление пружин $P = 30 \text{ кг}$. Определить:

1. Работу A' , затрачиваемую на подъем клапанов за 1 оборот в кгм.

2. Работу A в одну минуту в кгм.

3. Расход энергии в л. с.

Решение. 1. Суммарный путь, проходимый 4-мя клапанами при одном обороте $w = 4 \cdot 0,025 = 0,1 \text{ м}$; значит, работа A' за один оборот = давление пружин $w = 30 \cdot 0,1 = 3 \text{ кгм}$.

2. При 96 оборотах в минуту получим

$$A = 96 \cdot 3 = 288 \text{ кгм/мин.}$$

$$3. \quad N_r = \frac{288}{60 \cdot 75} = 0,07 \text{ л. с.}$$

220. То же — при $h = 20 \text{ мм}$, $P = 23 \text{ кг}$.

221. *Внешние части распределительного механизма.* Какая часть сопротивления трению падает на части распределительного механизма. (Можно принять 1,5% мощности машины.)

Решение. Расход энергии равняется, при $N = 120 \text{ л. с.}$

$$\frac{N}{100} \cdot 1,5 = 1,8 \text{ л. с.}$$

222. Сумма сопротивлений трению и эффективная мощность паровой машины. 1. Составьте таблицу всех найденных сопротивлений трению (зад. №№ 207 до 221). Затем разделите:

2. Соответствующий процент расхода энергии на трение от общей мощности машины.

3. Эффективную мощность машины в л. с.

4. Сравните результат с таковым, получаемым по общепринятому способу расчета.

Решение.

1. Согл. зад. № 207 Направляющие	1,76 л. с.
" " № 208 Поршень и шток	1,4 " "
" " № 209 Кор. подшипник	5,2 " "
" " № 210 Задн. подшипник	2 " "
" " № 211 Кривошип	1,68 " "
" " № 212 Маховик	1,54 " "
" " № 213 Клапаны	0,07 " "
" " № 214 Распред. механизмы	1,8 " "

Итого. . . 15,45 л. с.

2. При 120 л. с. это составляет:

$$\frac{15,45}{120} \cdot 100 \sim 13\%$$

3. Эффективная мощность $N_e = 120 - 15,45 = 104,6$ л. с.

4. Обыкновенно считают для паровых машин коэффициент полезного действия

$\eta = 0,88$, т. е. эффективная мощность $N_e = N_i \cdot \eta = 105,6$ л. с.

Из этого видно, что оба способа расчета дают приблизительно один и тот же результат.

223. То же — для машины с ходом поршня $= 600$ мм

224. Различие между скользящим.

трением качения и трением цапф. Для уяснения различия между скользящим трением, трением качения и трением цапф решим следующую задачу (фиг. 187). Требуется переместить тело, обладающее весом Q , со скоростью v м/сек в горизонтальном направлении. Пусть $G = 532$ кг, диаметр цапф $2 \cdot r = 6,2$ см, диаметр ролика $2 \cdot R = 32$ см, $\mu = 0,15$, $f = 0,05$.



Фиг. 187.

Определить для трех случаев I, II и III:

1. Силу тяги K в кг,

2. Работу трения A в кгм/сек.

Решение. Случай I. 1. Потребная сила тяги $K = G \cdot \mu = 532 \cdot 0,16 = 85 \text{ кг}$.

2. Работа трения $A = K \cdot v$.

Случай II. 1. $K = \frac{G \cdot f}{R} = \frac{532 \cdot 0,05}{16} = 1,66 \text{ кг}$.

2. Работа трения $A = K \cdot v$;

Случай III. 1. $K = 1,27 \cdot G \cdot \mu \cdot \frac{r}{R} + \frac{G \cdot f}{R}$.

$$K = 1,27 \cdot 532 \cdot 0,15 \cdot \frac{3,1}{16} + \frac{532 \cdot 0,05}{16} = 21,3 \text{ кг};$$

здесь $\mu = 0,15$.

2. Работа трения $A = K \cdot v$.

225. Пусть для случая III в предыдущей задаче $r = \text{нуль}$

Решение. При радиусе $r = 0$ случай III превращается в случай II.

226. Какое же следовательно влияние имеет диаметр цапф на потребную силу тяги?

Решение. Чем больше r , тем больше потребная сила тяги.

227. *Обыкновенная повозка.* Пусть коляска нагружена $G = 5000$ килограммами. Сколько лошадей требуется для того, чтобы везти эту повозку (скорость $= 4,5 \text{ км/час}$)? Определить:

1. Сопротивление трению на хорошей мостовой в кг.

2. Силу тяги лошади (средней) в кг.

3. Потребное число лошадей.

Решение. 1. Коэффициент трения $\mu = 0,02$; следовательно сопротивление трению:

$$5000 \cdot 0,02 = 100 \text{ кг}.$$

2. Сила тяги лошади (средней $= 35 \text{ кг}$).

3. Потребное число лошадей $= \frac{100}{35} \sim 3$.

228. *Угол трения.* Что такое угол трения и как его обозначают?

Ответ. Углом трения называется такой максимальный угол наклона плоскости к горизонту, при котором предмет, лежащий на плоскости, начинает скользить. Угол трения обозначается буквой ρ .

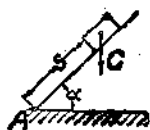
229. Как гласит основное уравнение для состояния равновесия?

Решение. — Основное уравнение гласит:

$$\operatorname{tg} \rho = \mu$$

230. Наклонная плоскость. Тело, обладающее весом $G = 150$ кг, покоится на наклонной плоскости под углом $\alpha = 32^\circ$ к горизонту (фиг. 188). Материал: деревянные полозья по дереву (без смазки). Определить:

1. Нормальное давление, перпендикулярное к наклонной плоскости в кг.
2. Составляющую веса параллельную наклонной плоскости в кг.
3. Коэффициент трения μ .
4. Сопротивление трению в кг.
5. Составляющую (в кг), параллельную наклонной плоскости, которая стремится тянуть тело вниз.
6. Ускорение, приобретаемое телом, в м/сек².
7. Зависимость между путем s , временем t и ускорением φ .
8. Промежуток времени t в секундах, в который тело пройдет путь до точки А, если $s = 15$ м.



Фиг. 188.

9. Максимальный угол наклона, при котором тело еще не скользит.

Решение. 1. Нормальное давление

$$150 \cdot \cos 32^\circ = 127,2 \text{ кг (фиг. 189).}$$

2. Сила, параллельная наклонной плоскости $= 150 \cdot \sin 32^\circ = 79,5$ кг.

В вышеуказанных значениях для нормального и параллельного давления трение не принято во внимание.

3. Коэффициент трения $\mu = 0,38$.

4. Сопротивление трению

$$Z = 150 \cdot \cos 32^\circ \cdot 0,38 = 48,3 \text{ кг.}$$

5. Сила $Z_0 = 79,5 - 48,3 = 31,2$ кг.

6. Ускорение

$$\varphi = \frac{\text{сила}}{\text{масса}} = \frac{31,2}{150 : 9,81} = 2,05 \text{ м/сек}^2.$$

7. Путь $s = \frac{\varphi}{2} \cdot t^2$; время $t = \sqrt{\frac{2s}{\varphi}}$; ускорение $\varphi = \frac{2s}{t^2}$.

8. Время $t = \sqrt{\frac{2s}{\varphi}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 15}{2,05}} = 3,83 \text{ сек.}$

9. Согласно задаче № 229:

$$\operatorname{tg} \rho = \mu = 0,38,$$



Фиг. 189.

следовательно, угол трения

$$\rho = 20^{\circ} 50'.$$

231. То же — при $G = 300$ кг, $\alpha = 64^{\circ}$, $s = 30$ м.

232. Американские горы. Требуется определить высоту h . Пусть $H = 15$ м; угол наклона $\alpha = 35^{\circ}$, вес тележки с людьми (6 чел.), $G = 650$ кг; диаметр колес (4 шт.) $D = 2 \cdot R = 32$ см;

диаметр осевых шеек $d = 2 \cdot r = 6,2$ см (фиг. 190). Определить для спуска:

1. Нормальное давление от веса G в кг.

2. Трение качения колес в кг.

3. Трение осевых шеек в кг.

4. Составляющую веса G , параллельную наклонной плоскости, в кг.

5. Величину трения в кг.

6. Силу, действующую на тележку, в кг.

7. Ускорение, приобретаемое тележкой в м/сек².

8. Длину пути s (длину спуска) в м.

9. Время t , потребное для прохождения пути s в сек.

10. Конечную скорость v в м/сек (т. е. скорость в конце пути s).

11. Живую силу тележки в кгм.

Для подъема:

12. Замедление, испытываемое тележкой при подъеме, в м/сек².

13. Время t , потребное для подъема, в сек.

14. Высоту h , до которой поднимется тележка в м.

15. Какое обстоятельство, нами пропущенное, необходимо принять еще в расчет?

Решение. 1. Нормальное давление (фиг. 191).

$$N = 650 \cdot \cos 35^{\circ} = 532 \text{ кг.}$$

2. Коэффициент трения качения (для железа по железу):

$$f = 0,05 \text{ см;}$$

следовательно, трение:

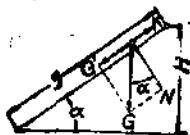
$$Z = \frac{532 \cdot 0,05}{16} = 1,66 \text{ кг.}$$

3. Коэффициент трения для цапф:

$$\mu = 0,15;$$



Фиг. 190.



Фиг. 191.

поэтому трение

$$Z_1 = 1,27 \cdot 532 \cdot 0,15 \cdot \frac{3,1}{16} = 19,8 \text{ кг}$$

(сравни зад. № 224, случай III).

4. Составляющая, параллельная наклонной плоскости.

$$G' = 650 \cdot \sin 35^\circ = 372 \text{ кг.}$$

5. Суммарное трение:

$$K = Z + Z_1 = 1,66 + 19,8 = 21,4 \text{ кг.}$$

6. На тележку действует сила:

$$P = \text{параллельная составляющая} - K = 372 - 21,4 = 360,6 \text{ кг.}$$

7. Ускорение:

$$\varphi = \frac{\text{сила}}{\text{масса}} = \frac{350,6}{650 : 9,81} = 5,3 \text{ м/сек}^2.$$

8. Длина пути:

$$s = \frac{H}{\sin \alpha} = \frac{15}{\sin 35^\circ} = 26,2 \text{ м.}$$

9. Время:

$$t = \sqrt{\frac{2s}{\varphi}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 26,2}{5,3}} = 3,15 \text{ сек.}$$

10. Конечная скорость:

$$v = 5,3 \cdot 3,15 = 16,7 \text{ м/сек.}$$

11. Живая сила тележки:

$$E = \frac{650}{9,81} \cdot \frac{16,7^2}{2} \sim 9220 \text{ кгм.}$$

12. Замедление при подъеме:

$$\varphi' = \frac{\text{сопротивление}}{\text{масса}} = \frac{372 + 21,4}{650 : 9,81} = 5,95 \text{ м/сек}^2.$$

13. Начальная скорость $c = 16,7 \text{ м/сек}$, конечная $v = 0$, поэтому время:

$$t = \frac{c}{\varphi'} = \frac{16,7}{5,95} = 2,8 \text{ сек.}$$

14. Путь

$$s' = \frac{c}{2} \cdot t = \frac{16,7}{2} \cdot 2,8 = 23,4 \text{ м;}$$

отсюда высота

$$h = s' \cdot \sin \alpha = 23,4 \cdot \sin 35^\circ = 13,4 \text{ м.}$$

15. Здесь не принято во внимание сопротивление воздуха. При начальной скорости x м/сек конечная скорость $v = c + x$,

а наибольшая высота $= h \cdot \frac{c + x}{c}$ м.

232а. То же — при $d = 2 \cdot r = 12,4$ см.

232б. То же — при $d = 2 \cdot r = 3,1$ см.

III. СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ.

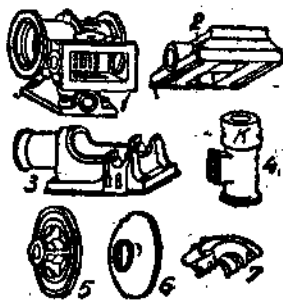
§ 45. Машиностроительные материалы.

I. Общее замечание.

В машиностроении применяются главным образом два типа заготовок, которым придается определенная форма посредством литья иликовки.

1. Материалом для *литья* служат чугун, сталь, бронза, металл дельта и т. п.

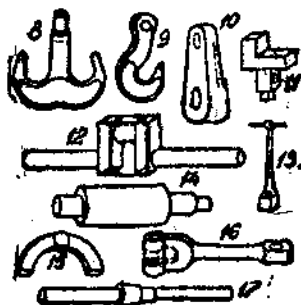
Отливки.



Отливкам можно придавать любую форму, в зависимости от формы моделей и шпншек. Более плотный чугун получается путем отливки с „прибылью“ (рис. 4). Прибыль К имеет целью увеличить давление жидкого чугуна, и в дальнейшей обработке удалить собирающиеся в прибыли нечистоты.

2. Материалом для *ковки* служат литое или сварочное железо и сталь.

Поковки.



При ковке требуемая форма детали получается только приблизительно. Так, напр., вместо кривошипа коленчатого вала отковывается прямоугольный массив, из которого требуемая форма (показанная пунктиром на рис. 12) получается уже на долбежном и токарном станках.

Разделение железа на различные сорта может быть весьма разнообразным; в дальнейшем будем пользоваться следующей группировкой:

1. Чугунное литье: отливки из серого чугуна, ковкого чугуна, отбеленного чугуна.
2. Стальное литье: отливки из мартеновской стали и из электрических печей.
3. Сварочное железо.
4. Литое железо.

II. Различие между чугунными и стальными отливками.

а) Чугунные отливки. Для чугунных отливок употребляют чугунные чушки, которые переплавляются в вагранках, пламенных печах и иногда в тигельных горнах.

Непосредственная отливка из доменной печи невыгодна, так как содержание углерода и кремния в сыром чугуне подвержено весьма сильным колебаниям, и, кроме того, чушки вследствие сильного дутья во время доменного процесса содержат значительное количество газов. Вследствие этого в отливках образуются раковины, значительно уменьшающие плотность и прочность чугуна. Кроме серого чугуна с высоким содержанием кремния, различают еще белый чугун, в котором углерод содержится в связанном состоянии. Для отливок применяется преимущественно серый чугун.

Серый чугун в чушках содержит от 2 до 4,5% углерода (большей частью 3—3,5%); температура плавления 1150—1250°. Жидкость чугуна в значительной степени зависит от содержания кремния, фосфора и серы. Слишком высокое содержание фосфора и серы вызывает ломкость чугуна, причем фосфор способствует вязкости, между тем как сера имеет обратное влияние.

Содержание кремния существенно влияет на твердость чугуна. Так, при малом содержании кремния получается светлый или белый, но зато более твердый чугун. Весьма полезным является свойство чугуна расширяться перед самым застыванием, благодаря чему получается отчетливая отливка.

Чугун прекрасно поддается любой механической обработке (строжке, обточке и т. д.) и отличается значительным сопротивлением сжатию, что очевидно и способствовало столь значительному распространению чугуна.

Усадка чугуна. При остывании чугун сжимается равномерно по всем направлениям; это явление называется *усадкой* чугуна. Та часть длины, на которую при усадке происходит линейное сжатие $\left(\frac{1}{96} - \frac{1}{97} \text{ длины}\right)$, называется линейной; она уменьшается с увеличением процента содержания углерода, находящегося в свободном состоянии в виде графита. Наоборот, если чугун подвергается *повторному* перегреву до красного цвета, то он испытывает остающееся расширение во всех направлениях, примерно в 3—4%.

Ковкий чугун. Одним из видов чугунного литья является *ковкий чугун*, заменяющий железо при изготовлении мелких деталей, толщиной примерно до 25 мм. Чугунные части, отлитые из „белого“ или „половинчатого“ чугуна, бедного кремнием, отжигаются в железных ящиках, наполненных красным железняком, в течение 7—10 дней при температуре 680—850°. При этом, благодаря присутствию кислорода красного железняка, выгорает часть углерода, содержащегося в чугуне. Для ускорения указанного процесса к чугуну присаживают в вагранке железный лом.

Хорошо отожженный чугун можно ковать при температуре красного каления, а также гнуть и разгонять в холодном состоянии. Прочность ковкого чугуна выше обыкновенного серого чугуна, но ниже литого или сварочного железа и стальной отливки. Для деталей, подверженных большим напряжениям, ковкий чугун не применим.

Содержание кремния:

для крупных отливок	0,45%
для средних отливок	≤ 0,65%
для деталей сельско-хоз. машин . . .	0,8 до 1,25%.

Выше 1,25% содержание кремния обычно не допускают, так как в этом случае прочность материала становится уже недостаточной.

Отбеленный чугун. Для отбеленных отливок пользуются чугуном с белым изломом и свободным от графита. Отбеленный чугун содержит очень мало кремния и марганца; остывает в формах *внезапно*, образуя твердую корку, и отличается белым изломом.

Сопротивление растяжению несколько больше, чем у серого чугуна; сопротивление сжатию обоих чугунов одинаково.

б) **Стальные отливки.** На ряду с чугуном, в машиностроении часто применяется стальное литье, главным образом там, где требуется большая прочность отливки при сравнительно небольшом весе. Стальное литье гораздо более вязко и прочно, чем чугун.

Стальные отливки получаются из мартеновских печей, идущих на основном процессе. Получаемая при этом сталь гораздо чище, чем при кислом процессе; в последнее время пользуются также электрическими печами.

Упругость и прочность стальных отливок. Мартеновская сталь отличается значительной упругостью, вязкостью и прочностью, каковые качества следует приписывать присутствию сравнительно малого количества углерода и кремния (0,06%). Но наравне с преимуществами она имеет и недостатки, заключающиеся в том, что именно вследствие незначительного содержания углерода (C) и кремния (Si) температура плавления ее должна быть не меньше 1500°, чтобы получить достаточно жидкий материал, заполняющий все углы формы и дающий отчетливую отливку.

Усадка. С другой стороны, благодаря высокой температуре плавления, при остывании имеет место значительная усадка ($\frac{1}{50}$ до $\frac{1}{70}$), что в свою очередь вызывает сильные внутренние напряжения в отливках, которые устраняются путем длительного отжига. При этом крупнозернистая структура металла переходит в мелкозернистую.

За последнее время в промышленности по стальному литью достигнуты большие успехи; производят отливки от самых мелких до самых крупных размеров.

III. Различия между литым и сварочным железом.¹⁾

а) **Сварочное железо.** Сварочное железо получается преимущественно в пудлинговых печах;²⁾ оно содержит много примесей в виде шлаков, окислов и значительного процента окиси железа. Эти загрязнения удаляются путем последовательнойковки и прокатки. Рыночное железо содержит 96 — 97% метал-

1) Оба сорта называются просто железом.

2) Способ пудлингования является довольно трудным и для рабочих весьма утомительным способом, вследствие чего сварочное железо дороже литого железа и в настоящее время производство его отошло на второй план.

лического железа и 3%, шлама. При содержании углерода меньше 0,1%, оно закалки не принимает. Можно, стало быть, такое железо нагреть до красного каления и быстро затем охладить в воде, и все-таки после этого оно поддается обработке напильником. При возрастании содержания углерода железо начинает принимать закалку, и тогда оно называется сварочной сталью.

Следовательно, в зависимости от степени *закаляемости* можно говорить о сварочном железе, принимающем или не принимающем закалку. Последнее в практике называется просто железом; чем меньше в нем содержание углерода, тем оно мягче. (Химически чистое железо настолько мягко, что его можно резать ножом, как дерево или свинец. Причиной этого является полное отсутствие в нем углерода.)

Различают три сорта сварочного металла: *сварочное железо*¹⁾ (с весьма незначительным процентным содержанием углерода, 0,1% и меньше); *мелкозернистое железо* (с несколько большим процентным содержанием углерода, до 0,6%); *сталь* (до 2,3% углерода) с трудом куется.

Поэтому можно всякий закаляющийся сварочный металл считать сталью, а не закаляющийся — железом, либо мелкозернистым, либо крупнозернистым.

б) Литое железо. Литое железо, в отличие от сварочного, получается не в тестообразном, а в жидком состоянии и притом без примеси шлаков. Отсюда ясно, что этот металл в большинстве случаев может заменять сварочное железо. Причину, почему сварочное железо иногда предпочитают литому, следует искать с одной стороны в неправильной переработке литого железа на рыночный товар, а с другой стороны в некоторых неудобствах самого производства литого железа. Последнее, вследствие отсутствия шлаков, в холодном состоянии гораздо более ломко, чем сварочное железо.

Так называемая температура *синего каления* находится между 230 и 260°. При этой температуре нельзя обрабатывать литого железа, так как иначе получаются мелкие трещины, вследствие чего железо легко ломается (синеломкость).

Литое железо с содержанием углерода меньше $\frac{1}{5}$ % более вязко и лучше поддается сварке, чем литая сталь, и закалки не

¹⁾ Производство собственно сварочной стали все более и более сокращается.

принимает. Но как только процент содержания углерода приближается к верхнему пределу, сейчас же ясно обнаруживается его способность закаливаться. Наибольшей твердостью обладает железо примерно при 2% углерода.

Если при испытании на разрыв временное сопротивление окажется больше, чем 5000 кг/см^2 , то металл уже принимает закалку и называется сталью. При меньшей сопротивляемости разрыву он называется железом.

Таблица металлов.

Металл	Обозначение	Принимает ли закалку	Допускает ли ковку	Удлинение	Сопротивление в кг/см^2	
					На разрыв ¹⁾	На сжатие
Литое железо .	Л. Ж.	нет	да	$22 \div 12\%$	3800	3800
Сварочное железо	Св. Ж.	"	очень хорошо	$22 \div 12\%$	3500	3500
Литая сталь . .	Л. Ст.	да	да	$20 \div 10\%$	6000	7000
Стальное литье	Ст. Л.	нет	нет	$30 \div 10\%$	5000	7000
Ковкий чугун .	"	"	да	$2,5 \div 5\%$	3200	
Отбеленный чугун	Об. Ч.	"	нет		3500	7500
Серый чугун .	С. Ч.	"	"		2800	
Медь	М.	"	хол. сост. немного	45%	2200	
Металл-дельта						
катанный . .	Δ	"	да	41%	5800	
литой	"	"	нет	22%	3500	
кованный . .	"	"	да	22%		

Твердый литой металл, принимающий закалку, содержит по крайней мере 0,6 и максимум 2,3% углерода; обычно стараются, чтобы содержание углерода не превышало 1,5%.

Прочность железа зависит еще главным образом от двух элементов, — кремния и марганца; фосфор и сера в этом отношении существенной роли не играют. Сера является вредной

¹⁾ Изменяется в зависимости от температуры.

примесью в железе; она уменьшает прочность и способность свариваться, и ее стараются по возможности из железа удалить, что в настоящее время в достаточной степени удается.

Наименьшая прочность 3000 кг/см^2 , наибольшая 8000 кг/см^2 и больше для литой стали.

Из сравнения обоих сортов железа нужно вывести заключение, что литое железо значительно лучше сварочного, которое все более и более вытесняется. Для очень сложных поковок и деталей, подверженных толчкам и ударам, предпочтительнее все-таки сварочное железо.

Сортовое железо. Если железо по всей своей длине имеет одинаковое поперечное сечение, то его называют брусковым или сортовым железом. Сюда относятся профиль    (круглое, квадратное и полосовое железо) и   (угловое, двутавровое, тавровое и зетовое железо). Материалом для сортового железа служит как литое, так и сварочное железо. Так как сортовое железо выходит исключительно из прокатных станов, то его называют еще прокатным железом.

В машиностроении употребляются главным образом следующие металлы (см. табл. на стр. 200).

Приведенные цифры являются только средними, как видно из таблицы 1 § 49.

§ 46. Общие сведения о сопротивлении материалов.

Сопротивление материалов дает возможность определить форму и размеры частей машин таким образом, чтобы они при допускаемой деформации (изменении формы) могли с достаточной прочностью оказывать сопротивление действующим на них силам.

Кроме того, можно определить напряжение в материале или изменение формы тела, если известна нагрузка или действующие на него внешние силы. Поэтому, если для изделия предписываются определенные напряжения или изменение формы, то можно определить допускаемую нагрузку.¹⁾

Для проверки прочности всех сортов железа требуется, помимо прочих (испытание на изгиб, испытание на удар), главным образом испытание на разрыв, между тем для чугуна с этой целью пользуются испытанием на изгиб. Брусоч обыкновенного машинного чугуна круглого сечения, диам. 30 мм и длиной 650 мм (600 мм между опорами) должен дать при вре-

¹⁾ О допускаемых напряжениях см. § 49.

менном сопротивлении — 495 кг стрелу прогиба не менее 7 мм, что соответствует напряжению в 2800 кг/см^2 . Для чугуна высокого качества эти требования повышаются до 600 кг временного сопротивления и стрелы прогиба не менее 10 мм, что соответствует напряжению в 3400 кг/см^2 .

§ 47. Виды деформаций.

(Подробности см. в §§ 51 — 68.)

В зависимости от действия внешних сил, которые приводят тело в напряженное состояние и вызывают деформацию, различают разного рода сопротивления. Форма тела может быть весьма разнообразна, но мы здесь рассмотрим, ради простоты, *призматический брус*.



Фиг. 192.

а) Сопротивление разрыву. *Примеры:* цепи, канаты, ремни, тяги.

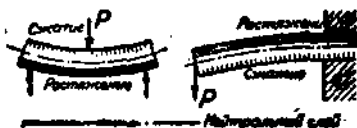
Тело испытывает растяжение, если внешняя сила действует на него по направлению оси и стремится его растянуть (фиг. 192, А). Вместе с удлинением тела происходит одновременно уменьшение поперечных размеров (поперечное сжатие).

б) Сопротивление сжатию. *Примеры:* фундаменты, подушки, короткие подпорки и т. п.

Тело испытывает сжатие, если действующая по направлению оси сила стремится его сжать (фиг. 193). При этом, конечно, происходит одновременное увеличение размеров поперечного сечения тела (фиг. 193). Предполагается, что бокового выпучивания тела (изгиба) не происходит, так как иначе мы имели бы дело с случаем продольного изгиба, рассматриваемого в § 55.



Фиг. 193.



Фиг. 194.

в) Сопротивление изгибу. *Примеры:* балки, цапфы, оси.

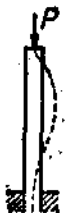
Если прямой брус (фиг. 194) изгибается под действием силы P , то происходит сжатие волокон, распо-

ложенных у вогнутой поверхности, и растяжение волокон, расположенных у выпуклой поверхности. Между этими двумя слоями сжатых и растянутых волокон лежит слой, волокна которого не изменяются, т. е. ни растягиваются, ни сжимаются; этот слой называется *нейтральным слоем*,

д) Сопротивление продольному изгибу. *Примеры:* колонны, поршневые штоки, шатуны, укосины кранов.

Если длина тела очень велика в сравнении с размерами поперечного сечения и сила притом действует так же, как при сжатии (см. выше), параллельно оси, то происходит боковое выпучивание или продольный изгиб тела, фиг. 195. Для различных способов закрепления концов (§ 55) установлено отношение „наименьшего сечения к длине“, при котором нужно рассчитывать на продольный изгиб, а не на сжатие.

Впрочем практически осуществить направление нагрузки точно по оси вообще невозможно; кроме того, вследствие неоднородности самого материала геометрическое место центров тяжести никогда не будет совпадать с прямой.

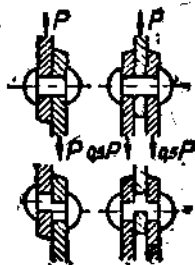


е) Сопротивление сдвигу и срезу. *Примеры:* Фиг. 196. заклепки, шповки, болты, ножницы для металла.

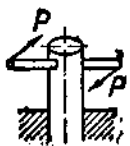
Сдвиг или срез имеет место, когда две силы, действующие в одной и той же плоскости сечения, равные по величине, но противоположные по направлению, стремятся отделить одну часть тела от другой в указанной плоскости (сдвиг по направлению действия сил), как показано на фиг. 196 и 197.

ж) Сопротивление кручению. *Примеры:* длинные валы.

Кручение имеет место, когда действующие на тело силы лежат в плоскости, перпендикулярной к его оси, и стремятся скручивать его около его оси (фиг. 198). Нужно себе представить при этом, будто тело в каком-нибудь месте закреплено (заторможено). На практике чистые напряжения на скручивание бывают редко.



Фиг. 196. Фиг. 197.



Фиг. 198.

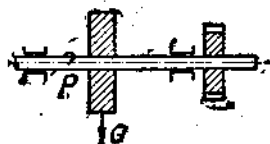
г) Сложное сопротивление. Если тело испытывает одновременно несколько из вышеизложенных простых сопротивлений (деформаций), то мы имеем дело со сложным сопротивлением. Большей частью имеют место:

и) Кручение и изгиб. *Примеры:* валы с насаженными на них шкивами, шестернями и т. п., затем валы двигателей с сидящими на них маховиками.

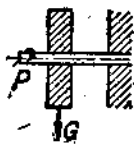
Сила P стремится скручивать вал, а вес G его изгибать.

Обе силы действуют на напряжение тела; обе стремятся его разрушить, фиг. 199 и 200.

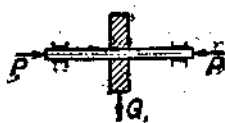
в) Изгиб и продольный изгиб. Примеры: поршневый шток с насаженным на него поршнем и т. п.



Фиг. 199.



Фиг. 200.



Фиг. 201.

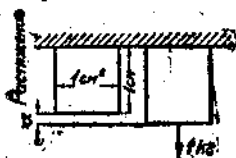
Сила P стремится согнуть шток; вес G этому еще содействует фиг. 201.

§ 48. Основные понятия учения о сопротивлении материалов.

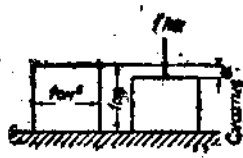
Прежде чем перейти к более подробному изучению различного рода деформаций, нам необходимо усвоить значение нижеследующих понятий, так как они весьма часто будут встречаться при расчетах (см. табл. на стр. 205).

Объяснение вышеуказанных величин.

а) Коэффициент удлинения или сжатия. $\alpha = 1 : E$ представляет собой величину, на которую увеличивается или уменьшается стержень длиной в 1 см и сечением 1 см² под влиянием



Фиг. 202.



Фиг. 203.

действия силы в 1 кг, или другими словами: при растяжении увеличение единицы длины при 1 кг напряжения (фиг. 202) и при сжатии: уменьшение единицы длины при 1 кг напряжения (фиг. 203).

Пример: Стержень длиной $l = 42$ см и сечением 5,3 см² под влиянием осевого растяжения $P = 10600$ кг изменяет свою длину на $\lambda = 0,041$ см. Чему равен коэффициент удлинения?

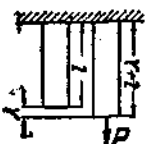
$$\alpha = \frac{1}{E} = \frac{0,041}{10\,600} \cdot \frac{5,3}{42} = \frac{0,2173}{445\,200} \sim \frac{1}{2\,000\,000} \text{ см}^2/\text{кг}.$$

Наименование	Общепринятое обозначение	Единица измерения	Примечания
Модуль упругости при растяжении (модуль Юнга)	$1: \alpha$, или E	кг/см^2	С м о т р и 49.
Коэффициент удлинения	α , или $\frac{1}{E}$	$\text{см}^2/\text{кг}$	
Модуль упругости при сдвиге	$1: \beta$, или G	кг/см^2	
Коэффициент сдвига . .	β , или $\frac{1}{G}$	$\text{см}^2/\text{кг}$	
Предел упругости	T	кг/см^2	
Предел пропорциональности	σ_p	кг/см^2	
Временное сопротивление	K	кг/см^2	
Момент инерц. площади .	J	см^4	
Момент сопротивления площади	W	см^3	
Полярный момент инерции	J_p	см^4	
Момент сопротивления кручению	W_d	см^3	
Изгибающий момент . .	M_b	кг см	
Крутящий момент	M_d , или $P \cdot R$	кг см	
Напряжение, как результат расчета	σ	кг/см^2	
Допускаемое напряжение	k	кг/см^2	

Усилие, приходящееся на 1 см^2 площади поперечного сечения бруса, назыв. *напряжением*. Если площадь поперечного сечения $F \text{ см}^2$ и растягиваемая сила $P \text{ кг}$ (фиг. 204), то напряжение (нормальное) $\sigma = \frac{P}{F}$ в кг/см^2 . Внешняя нагрузка вызывает

напряжение в теле и производит его деформацию; деформации тела оказывают сопротивление внутренние силы упругости.

Приращение длины бруса при растяжении $\lambda = l_1 - l$ назыв. **абсолютным удлинением** (фиг. 204), при сжатии брус укорачивается, уменьшение длины λ . Мерой деформации служит относительное удлинение ϵ , которое представляет отношение абсолютного удлинения λ к первоначальной длине:



Фиг. 204.

$$\epsilon = \frac{\lambda}{l}.$$

За меру пластичности металла принимают величину относительного удлинения разорванного образца, выраженную в процентах.

$$\epsilon\% = \frac{\text{длина в момент разрыва минус первонач. длина}}{\text{первоначальная длина}} \cdot 100$$

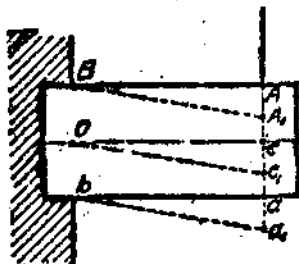
б) **Модуль упругости**. $\frac{1}{\alpha} = E$ представляет собой величину обратную коэффициенту удлинения α . Если $\frac{\lambda}{l} = \epsilon$ и при этом действует нормальное напряжение σ , то

$$\frac{\epsilon}{\sigma} = \alpha = \frac{1}{E}.$$

$$\sigma = E \cdot \epsilon \text{ — закон Гука.}$$

В формуле, выражающей закон Гука, ϵ — величина отвлеченная, поэтому модуль упругости E выражается в таких же мерах, как напряжение, т. е. в кг/см^2 или кг/мм^2 .

с) При сдвиге сечения Aa относительно сечения Bb происходит (фиг. 205) одинаковое смещение точек, находящихся в сечении Aa . Величина отрезка $AA_1 = CC_1$, на которую сечение Aa сдвинулось относительно другого, весьма близкого сечения Bb , называется **абсолютным**



Фиг. 205.

сдвигом. Отношение $\frac{CC_1}{CO}$, т. е. абсолютного сдвига к расстоянию между площадками, называется **относительным сдвигом**.

$$\text{tg } \gamma = \frac{CC_1}{CO};$$

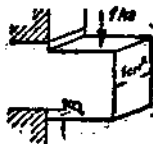
так как при деформациях этот угол весьма мал, то $\gamma = \frac{CC_1}{CO}$, угол выражен отвлеченным (в радианах).

Мерой деформации служит угол γ , на который перекашиваются прямые углы ABb , COb .

Если площадь сечения $Aa = F \text{ см}^2$ и сила $P \text{ кг}$, то напряжение — касательное или скалывающее

$$\sigma = \frac{P}{F} \text{ в кг/см}^2.$$

Коэффициентом сдвига β называется величина сдвига при расстоянии между площадками (Aa и Bb) в 1 см и при напряжении сдвига (фиг. 206) $\sigma = 1 \text{ кг/см}^2$.

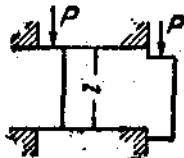


Фиг. 206.

Единица измерения: $\text{см}^2/\text{кг}$.

Обратная величина $\frac{1}{\beta} = G$ называется модулем сдвига, или коэффициентом поперечной упругости G ; как и E , он измеряется в кг/см^2 .

Пример: Тело, длиной $l = 24 \text{ см}$ и сечением $f = 4,7 \text{ см}^2$, под действием силы $P = 9200 \text{ кг}$ испытывает сдвиг $0,06 \text{ см}$ (фиг. 207). Чему равен коэффициент сдвига?



Фиг. 207.

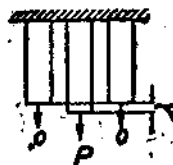
$$\beta = \frac{1}{G} = \frac{0,06}{9200} \cdot \frac{4,7}{24} = \frac{0,282}{220800} = \frac{1}{78000} \text{ см}^2/\text{кг}.$$

д) Предел упругости T представляет собой напряжение, при котором деформации упруги; тело по устранении внешней нагрузки принимает снова свою первоначальную форму. В случае превышения предела упругости деформация становится остающейся. Единица измерения: кг/см^2 .

Пример. Стержень сечением 3 см^2 может быть нагружен максимально $P = 2850 \text{ кг}$, если требуется, чтобы он после устранения действия силы приобрел снова свою первоначальную длину. Увеличение силы P вызывает остающееся увеличение длины, фиг. 208.

Предел упругости в данном случае будет:

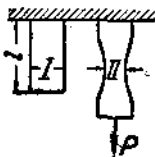
$$T = 2850 : 3 = 950 \text{ кг/см}^2.$$



Фиг. 208.

е) Предел пропорциональности представляет собой напряжение, до которого имеет еще место закон Гука, т. е. прямая

пропорциональная зависимость между напряжением и относительным удлинением. Для сварочного железа, литого железа и стали коэффициент удлинения α , внутри определенных пределов нагрузки, остается без изменения. Значит, пропорциональность существует. Для чугуна, меди, цинковой отливки, сплавов и т. д. пропорциональность отсутствует.



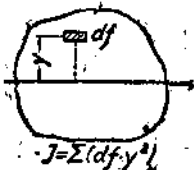
Фиг. 209.

в) Временное сопротивление K представляет собой напряжение, при котором происходит разрушение тела. Единица измерения: кг/см^2 .

Пример: Стержень сечением в $6,4 \text{ см}^2$ разорвался в момент действия осевой нагрузки, равной $22\,000 \text{ кг}$, при одновременном сужении поперечного сечения с I до II (фиг. 209). Чему равняется временное сопротивление?

Последнее относят к первоначальному сечению (значит I). Поэтому $K = 22\,000 : 6,4 \sim 3450 \text{ кг/см}^2$.

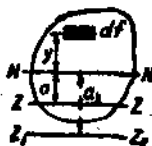
г) Под экваториальным (или осевым) моментом инерции J площади подразумевают сумму произведений элементарных площадок df на квадраты их расстояний до оси, лежащей в той же плоскости. Единица измерения: см^4 является из вышеуказанного объяснения (площадь $\times$ квадрат расстояния), фиг. 210.



Фиг. 210.

$$\text{то же оси } y: \left. \begin{aligned} J_x &= \int df \cdot y^2 \\ J_y &= \int df \cdot x^2 \end{aligned} \right\} \text{ для круга } J_x = J_y = \frac{\pi}{64} d^4.$$

б) Момент инерции. Экваториальный момент инерции, отнесенный к произвольной оси Z , равняется моменту инерции J + произведение площади на квадрат расстояния осей (фиг. 211).



Фиг. 211.

$$\begin{aligned} J_z &= \sum df (y + a)^2 = \sum df (y^2 + 2ya + a^2) = \\ &= \sum df y^2 + 2a \sum df y + a^2 \sum df, \\ 2a \sum df y &= 0, \\ J_z &= J + a^2 F. \end{aligned}$$

Ось ZZ может проходить также и вне площади (напр. $Z_1 Z_1$).

1) Полярный момент инерции J_p площади равен сумме произведений элементарных площадок на квадраты их расстояний

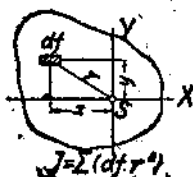
от центра тяжести площади, т. е. от оси, перпендикулярной к плоскости названной площади (фиг. 212).

Центробежным моментом инерции данной фигуры относительно осей OX и OY называется сумма произведений из элементарных площадок и их координат

$$J_{xy} = \int df \cdot x \cdot y.$$

к) Свойства моментов инерции. 1. Сумма моментов инерции относительно двух взаимно перпендикулярных осей равна поллярному моменту инерции

$$J_p = J_x + J_y.$$



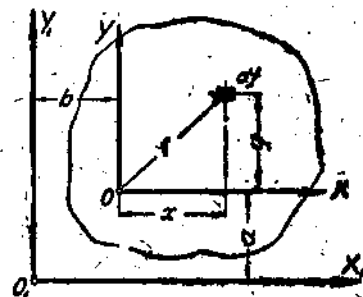
Фиг. 212.

Из фиг. 212 следует: $r^2 = x^2 + y^2$, поэтому

$$J_p = \int df \cdot r^2 = \int df (x^2 + y^2) = \int df \cdot x^2 + \int df \cdot y^2 \\ J_p = J_x + J_y.$$

Для круга $J_x = J_y$, поэтому $J_p = 2J_x = 2 \cdot \frac{\pi}{64} a^4 = \frac{\pi}{32} a^4$.

2. Момент инерции относительно оси OX_1 (фиг. 213) параллельной оси OX , проходящей через центр тяжести, равен моменту инерции относительно центральной оси OX + произведение из площади данной фигуры на квадрат расстояния между осями.



Фиг. 213.

$$J_{x_1} = J_x + f \cdot a^2$$

$$J_{y_1} = J_y + f \cdot b^2.$$

Оси, относительно которых центробежный момент равен нулю, называются главными осями инерции, а моменты инерции относительно этих осей называются главными моментами инерции; один из них имеет наибольшее значение, другой — наименьшее. Всякая ось симметрии является главной осью инерции.

б) Моменты сопротивления. Экваториальным моментом сопротивления W называется отношение момента инерции J отно-

сительно главной центральной оси к расстоянию наиболее удаленной точки фигуры от этой оси:

$$W = \frac{J}{e}.$$

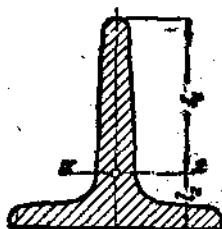
Для круга $J = \frac{\pi}{64} d^4$, $e = \frac{d}{2}$.

$$W = \frac{\pi}{64} d^4 : \frac{d}{2} = \frac{\pi}{32} d^3.$$

Полярный момент сопротивления для круга

$$W_p = \frac{J_p}{d} = \frac{\pi}{32} d^4 : \frac{d}{2} = \frac{\pi}{16} d^3.$$

Для несимметричных фигур, как, например, для таврового сечения (фиг. 214), момент сопротивления относительно оси x имеет два значения, так как расстояния наиболее удаленных точек от этой оси различны.



Фиг. 214.

$$W_{x'} = \frac{J_x}{l_1}; \quad W_{x''} = \frac{J_x}{l_2}.$$

м) Изгибающий момент M_b или M равен произведению силы на плечо в кгс.м.

н) Крутящий момент M_d или $P \cdot R$ равен произведению силы $\times$ радиус в кгс.м.

о) Коэффициент безопасности =

$$= \frac{\text{временное сопротивление}}{\text{действительное напряжение}}.$$

Однако из таблиц 3 и 4 § 49 видно, что это выражение представляет собой в общем ненадежный масштаб.

§ 49. Численные величины сопротивления материалов.

Для различного рода сопротивлений приходится часто пользоваться данными таблиц, которые в целях наглядности приводим уже здесь, тем более что одни и те же значения при различных способах расчета повторяются.

Временное сопротивление на растяжение и на сжатие в зависимости от качества материала и его назначения чрезвычайно разнообразны, как видно из таблицы 1.

Табл. 1. Колебания предела пропорциональности и временного сопротивления в кг/см².

Материал	Предел пропорциональности σ_p	Временное сопротивление	
		растяжение R_k	сжатие K
Литое железо	2000 ÷ 2400	3400 ÷ 4500	3400 ÷ 4500
Сварочное железо ¹⁾ .	1300 ÷ 1700	3300 ÷ 3800	3300 ÷ 3800
Сталь (литая)	2500 ÷ 5000	4500 ÷ 11000	6000 ÷ 10000
Пружинная сталь, не- закаленная	4000 ÷ 8000	7500 ÷ 10000	3000 ÷ 10000
Пружинная сталь, за- каленная	7500 ÷ 10000	14000 ÷ 17000	8000 ÷ 12000
Стальное литье (фа- сонное)	2000 ÷ 7000	3700 ÷ 10500	3700 ÷ 10000
Чугунное литье (се- рый чугун)	не имеется	(2800 ÷ 3400) ²⁾	7000 ÷ 9000

Для упражнений необходимо принимать определенные цифры. В нижеследующих таблицах (2 — 6) имеются средние величины, применимые для материалов среднего качества.

Литое или сварочное железо.

Какому железу отдать предпочтение, этот вопрос приходится решать в каждом отдельном случае в зависимости от характера поковок, а именно от их величины и условий их дальнейшей работы. В нижеследующих примерах мы избрали именно этот путь; в таблицах имеется особая строка, содержащая величины для расчета поковок, являющиеся средними между величинами для литого и сварочного железа. (Только для „кручения“ разница между величинами сопротивления значительна, примерно 1:2, сравни таблицу 3.)

¹⁾ Параллельно и направлению волокон.

²⁾ Сопротивление изгибу (см. § 46).

Таблица 2. Величины E , σ , T и K .

Материал	Модуль упругости		Предел упругости T			Временное сопротивление K		
	Растяжение и сжатие	Сдвиг						
	$\frac{1}{a} = E$	$\frac{1}{\beta} = G$	Растяжение	Сжатие	Сдвиг	Растяжение	Сжатие	Сдвиг
Железо и сталь								
Литое железо	2 150 000	830 000	1 500	1 500	1 000	3 800	3 800	2 300
Сварочное железо	2 000 000	770 000	1 400	1 400	1 000	3 500	3 500	2 000
Сталь для поковок ¹⁾	2 050 000	800 000	1 450	1 450	1 000	3 600	3 600	2 200
Сталь	2 200 000	850 000	3 000	3 000	1 500	6 000	7 000	4 000
Никкелевая сталь						8 000		
Отливки								
Чугун	900 000	350 000				$K_b = 2800-3400$		
Сталь	2 150 000	830 000				5 000	7 000	3 000
Медь и сплавы меди								
Медные листы	1 200 000	480 000				2 100		
Латунь	900 000	360 000				1 650		
Бронза	900 000	360 000				2 000		
Пушечная бронза	1 100 000	440 000				3 000		
Метал. дельта	950 000	380 000				5 000		
Цинк, свинец, алюминий								
Цинк обыкновенный	150 000					1 900	1 000	
Свинец мягкий	50 000					125		
Алюминий	675 000	260 000				1 000		

¹⁾ См. текст предыдущей страницы.

Таблица 2. (Продолжение.)

Материал	Модуль упругости		Предел упругости σ			Временное сопротивление R		
	Растя- ние и сжатие	Сдвиг	Растя- жение	Сжа- тие	Сдвиг	Растя- жение	Сжа- тие	Сдвиг
	$\frac{1}{\sigma} = E$	$\frac{1}{\tau} = G$						
Проволо- ка, канаты, ремни								
Жел. провол., светлотян. . .						6 000		
Жел. провол. отожжен. . .	2 000 000					4 000		
Стальн. пров. светлотян. . .						6 500		
Стальн. пров. отожжен. . .	2 150 000					5 000		
Манильский канат . . .	9 000					700		
Пеньков. кан- нат	11 000					700		
Кож. ремень	1 500					350		
Дерево								
Дуб, паралл. волокну . .	105 000	8 000	270	200		965	340	70
Бук, паралл. волокну . .	175 000	6 200	160	200		1 340	220	80
Тополь, пар. волокну . .	50 000							
Сосна, парал. волокну . .						790	280	40
Пихта, парал. волокну . .						750	240	40

**ТАБЛИЦА 2-А. ВРЕМЕННОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ НА ИЗГИБ ДЛЯ
ЧУГУННОГО ЛИТЬЯ.**

Согласно „Инструкциям для поставки чугуна, выработанным Германским Союзом для испытания технических материалов, в городе Дармштадте 17/IX 1908“, применительно к машинному литью, строительному литью, отливке труб (для прочих родов отливок нормы не выработаны).

Т р е б у е т с я	Пробный брусок $\Phi 30 \times 600$ мм		
	K_D кг/см ²	Стрела прогиба f мм	Временное сопротивление R кг
I. Машинное литье:			
а) обыкновенное	2800	7	495
б) высокого качества	3400	10	600
II. Строительное литье	2600	6	455
III. Литье труб, миним. сопро-:			
а) газо- и водопровод	2600	6	—
б) паропровод до 7 атм. и 165° Ц	2600	6	—
в) паропровод свыше 7 атм. и 165° Ц	3400	10	—

При испытании труб пробное давление должно быть на 10 атм. выше рабочего давления.

ТАБЛИЦА 3. ДОПУСКАЕМЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ в кг/см² для металлов.

Материал	Растяжение k_z			Сжатие k_s		Сдвиг k_s			Кручение k_d			Изгиб
	a	b	c	a	b	a	b	c	a	b	c	
Литье же- лезо	1050	700	350	1050	700	840	560	280	720	480	240	См. табл. 6
Сварочное железо . . .	900	600	300	900	600	720	480	240	360	240	120	
Сталь для поковок ¹⁾	970	650	320	970	650	780	520	260				
Литая сталь	1350	900	450	1350	900	1080	720	360	1050	700	350	
Чугунное литье	300	200	100	900	600	300	200	100	300	200	100	
Стальное литье	750	500	250	1050	750	660	440	220	660	440	220	
Медь	600	300										

¹⁾ Если еще не решено: литая или сварочная сталь. Для железных конструкций, напр., железных крыш, берут до $k_s = 1000 \div 1200$ (случай а).

Величины допускаемых напряжений даны (по Баху) в столбце: a — для спокойной нагрузки; b — для нагрузки (растяжения, изгиба, кручения), изменяющейся в одном направлении от 0 до некоторой максимальной величины; c — для нагрузки, изменяющейся от максимальной положительной до равной ей максимальной отрицательной величины, т. е. для повторного изгиба, растяжения и кручения в противоположные стороны.

Таблицей 3 пользуются при расчете деталей, для которых не имеется практических данных; для деталей же, приведенных во втором томе, всегда даются напряжения, соответствующие выполненным на практике конструкциям.

Таблица 4. Допускаемые напряжения в кг/см^2 для дерева.

Род дерева	Растяжение k_x	Сжатие k_y	Сдвиг k_s	Изгиб k_b
Ель	60	50	—	50
Дуб, бук	100	80	20	80
Сосна	100	60	10	70
Ясень	110	60	20	60

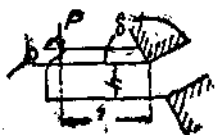
Таблица 5. Допускаемые напряжения в кг/см^2 для строительных материалов.

Базальт	Гранит	Известняк	Песчаник	Мрамор	Кирпичная кладка		Строит. грунт	
					Обыкновенная известня	Хорошая на цементе	Хороший	Лучший
$k=75$	45	25	20	24	7	11	2,5	4,5 кг/см^2

Допускаемое напряжение на изгиб.

Согласно данным берем:

$$\text{допускаемое напряжение} = k_b \cdot \left(\frac{8}{180}\right)^2, \quad (162)$$

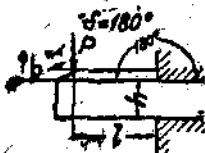
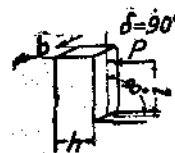


Фиг. 215.

где δ — угол в градусах (фиг. 215), а k_b — допускаемое напряжение для прямого стержня (табл. 6).

Для чугунок и стального литья величины напряжений в нижеследующей таблице (как обычно принято) несколько больше, чем на растяжение.

ТАБЛИЦА 6. ДОПУСКАЕМЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ ИЗГИБЕ, В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ФОРМЫ ТЕЛА.

Допускаемое напряжение для дерева, см. табл. 4								
Материал	Временное сопротивле- ние ¹⁾ k_b	Допускаемое			Врем. сопро- тивле- ние ²⁾ k_b	Допускаемое		
		a	b	c		a	b	c
Железо	3300	970	650	320	1000	250	150	80
Сталь	6000	1350	900	450	2000	340	230	120
Чугун. литье ^{*)}	2800 — 3400	550	430	250	600	120	80	40
Стальное литье	6000	900	600	300	2000	250	150	100
Пружин. сталь закаленная . .	8500	2500	1500	700	3000	1000	600	300

1) Эти цифрам временного сопротивления не следует придавать большего значения, так как они в зависимости от качества материала колеблются в широких пределах (как видно из табл. 1).

Влияние закругленных углов см. § 61.

*) $k_b = \frac{1}{2.5} k_b$.

Допускаемое напряжение для пружин см. во втором томе.
Относительно рода нагрузки a , b и c см. таблицу 3.

§ 50. Моменты инерции и моменты сопротивления.

а) Симметричные сечения (таблицы 1 и 2). $W = J$: расстояние наиболее удаленного волокна от нейтральной оси.

Таблица 1. Формулы для J и W .

Поперечное сечение	J см^4	Изгиб	
		W см^3	Направление сил
	$\frac{\pi}{64} d^4$	$\frac{\pi}{32} d^3$	Направление нагрузки не влияет
	$\frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$	$\frac{\pi}{32} \frac{D^4 - d^4}{D}$	

Таблица 2. То же с учетом направления нагрузки.

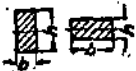
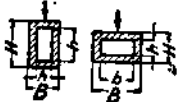
Поперечное сечение	J см^4	Изгиб	
		W см^3	Направление сил
	$0,065 d^4$	$0,128 d^3$ $0,11 d^3$	$\perp$ к b $\perp$ к ребру
	$\frac{b^4}{12}$	$\frac{1}{6} h^3$ $0,118 h^3$	$\perp$ к b $\perp$ к ребру
	$\frac{b \cdot h^3}{12}$	$\frac{b \cdot h^3}{6}$	Нагрузка $\perp$ к b , значит $\parallel$ к h

Таблица 2. (Продолжение.)

Поперечное сечение	J см ⁴	Изгиб	
		W см ³	Направление силы
	$\frac{\pi}{64} \cdot b \cdot h^3$	$\frac{\pi}{32} \cdot b \cdot h^3$	Нагрузка ⊥ к b , значит к h
	$\frac{B \cdot H^3 - b \cdot h^3}{12}$	$\frac{B \cdot H^3 - b \cdot h^3}{6 \cdot H}$	Нагрузка ⊥ к B , т. е. к H
	$\frac{B \cdot H^3 + b \cdot h^3}{12}$	$\frac{B \cdot H^3 + b \cdot h^3}{6 \cdot H}$	

Изгиб. Для сечений, указанных в таблицах 1 и 2, нейтральная ось является одновременно осью симметрии; поэтому напряжения на растяжение и на сжатие в крайних волокнах имеют одинаковую величину.

Продольный изгиб. Здесь принимается в расчет всегда наименьший момент инерции J .

Стрела прогиба (см. § 59) вычисляется всегда в зависимости от J , соответствующего данному направлению нагрузки (см. таблицы 1 и 2).

б) Несимметричные сечения. Напряжения в крайних волокнах (сжатом и растянутом) неодинаковы, поэтому определяют каждое напряжение отдельно (см. § 58).

Сначала находят **положение центра тяжести**.

Для этого разбивают сечение на отдельные простые фигуры, положение центра тяжести которых известно, и составляют уравнение статических моментов (фиг. 216 и 217).

Статический момент площади относительно данной оси равен величине площади, умноженной на расстояние центра тяжести площади до оси $\int x = F \cdot a$.

Статический момент площади составной (сложной) фигуры относительно данной оси равен сумме статических моментов относительно той же оси отдельных площадей простых фигур, на которые данная сложная фигура была разбита.

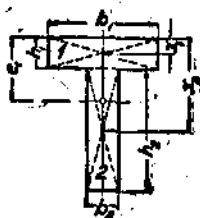
Разбиваем фиг. 216 на два прямоугольника с площадями f_1 и f_2 ; на основании вышеуказанного, уравнение статических моментов относительно оси, совпадающей с верхним основанием b_1 , представляется в следующем виде:

$$\int_x = F \cdot e_1 = (f_1 + f_2) e_1 = f_1 x_1 + f_2 \cdot x_2.$$

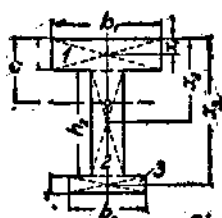
Для фиг. 217:

$$(f_1 + f_2 + f_3) e_1 = f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + f_3 \cdot x_3.$$

Из составленных уравнений можно определить e_1 — координату центра тяжести.



Фиг. 216.



Фиг. 217.

Центр тяжести лежит на оси симметрии, — поэтому его положение определяется одной координатой.

Получаются следующие уравнения статических моментов площадей (относительно верхней кромки сечения).

Для фиг. 216 имеем:

$$f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 = (f_1 + f_2) e_1. \quad (163)$$

Для фиг. 217 имеем:

$$f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + f_3 \cdot x_3 = (f_1 + f_2 + f_3) e_1. \quad (164)$$

Отсюда находят расстояние e_1 крайнего волокна от центра тяжести и проводят линию —○—.

После этого определяют: момент инерции согласно правилу, указанному в § 48 г, получаем величину момента инер-

ции фигуры относительно оси, проходящей через центр тяжести:

$$J = \frac{1}{12} b \cdot h^3 + f \cdot s^2, \quad (165)$$

или

$$J = f \cdot \frac{1}{12} h^3 + f \cdot s^2,$$

или для фиг. 218:

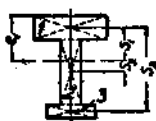
$$J = \frac{1}{12} f_1 \cdot h_1^3 + f_1 \cdot s_1^2 + \frac{1}{12} f_2 \cdot h_2^3 + f_2 \cdot s_2^2. \quad (166)$$



Фиг. 218.

Для фиг. 219: прибавляются еще члены

$$\frac{1}{12} f_3 \cdot h_3^3 + f_3 \cdot s_3^2.$$



Фиг. 219

Прямоугольное полое сечение по фиг. 220 в данном случае

представляют себе, будто обе боковые стенки сдвинуты к середине; получается сечение, показанное на фиг. 221, для которого и вычисляют момент инерции.

Обозначение e для расстояния волокна от оси, проходящей через центр тяжести.¹⁾



Фиг. 220.

1. В случае симметричного сечения (таблицы 1 и 2) в расчете фигурирует только одно расстояние e .

2. В случае же несимметричного сечения:

а) если сопротивление растяжению и сжатию приблизительно одинаково (как для литого и сварочного железа, стали, стального литья), то буквой e обозначают всегда расстояние наиболее удаленного волокна;

б) если сопротивление сжатию больше сопротивления растяжения (напр. чугун), то для обыкновенных сечений буквой e обозначают всегда расстояние наиболее удаленного растянутого волокна.

Расстояние растянутого волокна от центра тяжести обозначают e_2 , а сжатого волокна — e_1 . Какое из этих расстояний принимается в расчет, подробно объяснено в § 58.

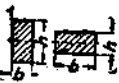


Фиг. 221.

В случае кручения мы имеем дело с полярными моментами инерции и полярными моментами сопротивления.

¹⁾ Для кривых стержней (см. § 68) расстояние внутреннего волокна обозначено буквой e , что является из рисунков этого параграфа.

**ТАБЛИЦА 8. ПОЛЯРНЫЙ МОМЕНТ ИНЕРЦИИ И МОМЕНТ СОПРОТИВЛЕНИЯ
ПРИ КРУЧЕНИИ.**

Размеры в см	Полярн. момент инерции J_p	Момент сопроти- вления кручения W_d	Примечания
	$\frac{\pi}{32} \cdot d^4 \sim 0,1 d^4$	$\frac{\pi}{16} \cdot d^3 \sim 0,2 d^3$	В случае симметричных сечений круга, кольца, шестиугольника и т.д. $W_d =$ полярн. моменту сопротивления W_p (объяснения см. § 48 к).
	$\frac{\pi}{32} (D^4 - d^4)$	$\frac{\pi}{16} \frac{D^4 - d^4}{D}$	
	$1,04 \cdot b^4$	$0,92 \cdot b^3$	
	$\frac{b^4}{46}$	$\frac{1}{20} \cdot b^3$	Равносторонний треугольник
	$\frac{1}{3,6} \cdot \frac{b^3 \cdot h^3}{b^2 + h^2}$	$\frac{2}{9} b^2 \cdot h$	τ_{max} имеет место по середине длинных сторон $\tau_{min} =$ корот. стор. τ_{max} длинн. стор. В углах $\tau = 0$.
	$\frac{\pi}{16} \cdot \frac{b^3 \cdot h^3}{b^2 + h^2}$	$\frac{\pi}{16} \cdot b^2 \cdot h$	

§ 51. Основные уравнения для определения прочных размеров.

I. Растяжение и сжатие.		Подробности в §§
F —площадь поперечного сечения стержня в см ²		53, 54, 55, 56
Напряж. растяж. $\sigma_z = P : F$	Напряж. сжат. $\sigma = P : F$ кг/см ²	
Допуск. нагрузка $P = F \cdot k_z$	Допуск. нагрузка $P = F \cdot k$ кг	

II. Продольный изгиб.

m — коэффициент безопасности

J — момент инерции в см^4

E — модуль упругости в кг/см^2

l — длина стержня в см

Допускаемая нагрузка

$$P = x \cdot \pi^2 \cdot \frac{E \cdot J}{l^2 \cdot m} \text{ кг}$$

Необходимый момент инерции

$$J = \frac{P \cdot l^2 \cdot m}{x \cdot \pi^2 \cdot E} \text{ см}^4$$

Коэффициент Эйлера x от $\frac{1}{4}$ до 4 зависит от
рода нагрузки и способа закрепления концов
стержня

III. Кручение (см. табл. 3, § 50).

J_p — полярн. момент инерции в см^4

e — расстояние наиболее удаленного волокна от
нейтральной оси в см

$W_d = \frac{J_p}{e}$ — момент сопротивления кручения в см^3

k_d — допуск. напряжение кручения в кг/см^2

Действительное напряжение

$$\tau = M_d : W_d \text{ кг/см}^2$$

Допуск. момент кручения

$$M_d = W_d \cdot k_d \text{ кгсм}$$

Необход. момент сопротивления

$$W_d = M_d : k_d \text{ см}^3$$

Для круглого сечения W_d часто обозначается

W_p (полярн. момент сопротивления), так что

$$W_d = W_p = \frac{\pi}{16} d^3 \sim 0,2 d^3$$

	Подробности в §§
IV. Сдвиг и срез. P — сила, производящая сдвиг, в кг F — площ. поперечного сечения в см^2 Действит. напряжение сдвига $\tau = x \cdot P : F \text{ кг/см}^2$ Допуск. нагрузка на сдвиг $P = F \cdot k_s \cdot x \text{ кг}$ Коэффициент $x = \frac{4}{3}$ до 2 в зависимости от формы сечения	57 57
V. Изгиб (прямой стержень). J — мом. инерции в см^4 $W = J : e \text{ см}^3$ — момент сопротивления Необход. момент сопротивления $W = M_b : k_b \text{ см}^3$ Допуск. момент изгиба $M_b = P \cdot l = W \cdot k_b \text{ кгсм}$ Действ. напряжение $\sigma_b = M_b : W \text{ кг/см}^2$	58 — 61
VI. Сложные сопротивления. См. подробно в §§ 62 — 67.	

§ 52. Определение прочных размеров деталей.

Общее замечание о расчете. В общем, ход расчета следующий. Определяют напряжение по заданным, якобы существующим, размерам. Этот способ можно рекомендовать, как вырабатывающий у конструктора чувство действительных размеров. При помощи одного только расчета конструировать машины нельзя, даже если бы было найдено средство избежать ошибки.

В исключительных случаях определяют необходимое поперечное сечение или допускаемую нагрузку при помощи допускаемого напряжения.

В дальнейшем будем, по возможности, пользоваться следующими обозначениями.

Величины	Растя- жение	Сжатие	Сдвиг	Круче- ние	Изгиб
Вычислен. или действит. напряжение	σ_z	σ	τ		σ_b
Допускаемое напряжен. .	k_z	k	k_s	k_d	k_b
Моменты	—	—	—	M_d	M_b
Времен. сопротивление .	K				
Предел упругости	T				

§ 58. Растяжение.

(См. § 47.)

Пусть P — растягивающая сила в кг; F — площадь поперечного сечения в см^2 (фиг. 222).

Тогда:

действит. напряжение $\sigma_z = P : F \text{ кг/см}^2$.

Это σ_z должно быть $< k_z$ (согл. § 49, табл. 3—5).

При расчете длинных частей, как-то: подъемных канатов, цепей, шахтных штанг, необходимо принимать во внимание их собственный вес G (аналогично случаю, показанному на фиг. 223); тогда в уравнение (167) нужно вставить взамен силы P общее усилие, равное

$$P + G \text{ кг.} \quad (168)$$

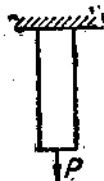
Напряжение в расстоянии x от свободного конца от собственного веса (фиг. 223).

$$\sigma_z = x \cdot \gamma,$$

где γ — вес 1 см^3 тела в кг/см^3 .

В случае действия внешней нагрузки требуемая площадь для опасного сечения ab

$$F = \frac{P + G}{k_s}. \quad (169)$$



Фиг. 222.

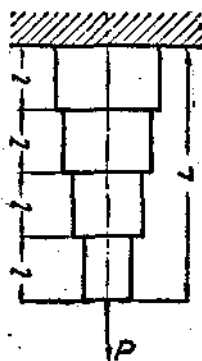


Фиг. 223.

$G = F \cdot l \cdot \gamma$; вставляя это значение в формулу (169), получаем:

$$F = \frac{P}{k_z - l \cdot \gamma}$$

Ступенчатый брус. Площадь сечения n -го звена при одинаковой длине звеньев (фиг. 224):



Фиг. 224.

$$F_n = \frac{P \cdot k_z}{(k_z - \gamma \cdot l)^n}$$

Пример. Пусть глубина колодца для спуска в шахту $H=500$ м; поднимаемый груз, включая люльку и вагонетку, равен 1800 кг; вес одного погонного метра каната — 1,2 кг; рабочее сечение каната равно 3,5 см² (фиг. 225). Тогда у нижнего конца (а) имеем:

$$\sigma_z = 1800 : 3,5 = 515 \text{ кг/см}^2,$$

а у верхнего конца (б):

$$\sigma_z = \frac{1800 + 500 \cdot 1,2}{3,5} = 690 \text{ кг/см}^2.$$



Фиг. 225.

Значит, напряжение возрастает здесь с 515 до 690 кг/см². Если исходить из допускаемого напряжения (см. § 49, таблица 3—4), то:

необходимое сечение

$$F = P : k_z; \quad (170)$$

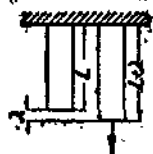
допускаемая нагрузка

$$P = F \cdot k_z. \quad (171)$$

Пример. Пусть на конце железного прутика круглого сечения висит груз $P=8300$ кг. Берем из табл. 3 § 49 допускаемую нагрузку $k_z=970$ кг/см². Тогда необходимое сечение будет $8300 : 970 = 8,6$ см².

Удлинение растянутого стержня (фиг. 226) без учета его собственного веса определяется по формуле:

$$\lambda = \frac{P \cdot L}{E \cdot F} = \frac{\sigma_z \cdot L}{E} \text{ см.} \quad (172)$$



Фиг. 226.

где L первоначальная длина стержня в см; E модуль упругости материала согл. § 49, табл. 2

Пример. Стальные проволоки каната из предыдущего примера удлинились на

$$\lambda = \frac{600 \cdot 50\,000}{2\,000\,000} = 15 \text{ см},$$

где 600 средняя величина для σ_z

$$\left(\frac{515 + 690}{2} \approx 600 \right).$$

Удлинение от собственного веса бруса

$$\lambda_b = \frac{P \cdot L^2}{2E}.$$

Полное удлинение при учете собственного веса

$$\lambda = \frac{PL^2}{EF} + \frac{\gamma L^3}{2E}.$$

§ 54. Сжатие.

(См. § 47.)

Вопрос о том, подлежит ли тело расчету на продольный изгиб или на сжатие, решается на основании указаний § 55.

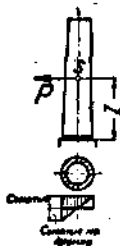
В зависимости от рода нагрузки здесь может также иметь влияние вес самого тела.

Для многих расчетов на сжатие, напр., кирпичная кладка, фундаменты и т. п., сжатие зависит вообще только от веса (фиг. 227).



Если здесь также: P — сжимающая сила в кг, F — поперечное сечение в см^2 , то действительное напряжение

$$\sigma = P : F \text{ кг/см}^2. \quad (173)$$



Фиг. 227.

Это σ должно быть $< k$ (см. § 49, Фиг. 228, табл. 3 — 5).

Пример. Пусть кирпичная дымовая труба весит $G = 28\,500$ кг; площадь кольцевого сечения у цоколя $F = 4800 \text{ см}^2$ (фиг. 228). Тогда согласно уравнению (173):

Величина напряжения сжатия:

$$\sigma = 28500 : 4800 = 5,9 \text{ кг/см}^2.$$

В случае давления ветра P , на противоположной стороне возникает напряжение сжатия (давление)

$$\sigma_b = \frac{P \cdot l}{W} \text{ кг/см}^2 \quad (174)$$

(см. § 47 с).

Это давление прибавляется к силе сжатия; следовательно:

Общее напряжение равно $\sigma + \sigma_b \text{ кг/см}^2$. (175)

Расчет давления ветра — см. § 135.

Допускаемое напряжение, включая таковое на изгиб до 10 кг/см^2 , если кладка на цементном растворе (§ 49, табл. 5).

Исходя из допускаемой нагрузки, получим необходимое сечение $F = \frac{P}{k \cdot \sigma_b}$, допускаемая нагрузка $P = F \cdot k \cdot \sigma_b$.

Сокращение λ длины сжатого стержня определяется согласно уравн. 172, причем вместо σ_z вставляется напряжение сжатия σ .

§ 55. Продольный изгиб.

В некоторых случаях затруднительно решить вопрос, как рассчитывать стержень: на сжатие или на продольный изгиб?

Поэтому стержень рассчитывается на сжатие и на продольный изгиб и принимается во внимание наибольшее из получающихся значений.

В приводимой ниже таблице даны для различных случаев закрепления концов стержня значения $\frac{l}{d}$ и $\frac{l}{h}$, ниже которых расчет ведется на сжатие. Предварительные данные указаны в нижеследующей таблице, в которой обозначено:

P допускаемая нагрузка в кг, l длина стержня в см, $J_{\min}$ наименьший момент инерции в см^4 согл. § 49, E модуль упругости (§ 49, табл. 2), m коэффициент безопасности (5- до 12-кратный — см. том второй; см. табл. на стр. 228).

Если при круглом сечении отношение длины стержня к диаметру ($l:d$) или при прямоугольном сечении отношение длины стержня к более короткой стороне $\frac{l}{h}$ меньше приведенных в вышеуказанной таблице, то расчет нужно вести на сжатие.

При установлении вышеозначенных пределов было принято,

$$\text{допуск. напряж. сжатия} = \frac{K \text{ из табл. 2 § 49}}{(m - \text{коэфф. безоп.})} \text{ кг/см}^2 \quad (176)$$

ТАБЛИЦА СЛУЧАЕВ ПРОДОЛЬНОГО ИЗГИБА

$E \cdot J =$
 $\sqrt{\frac{J}{F}}$
 $\frac{2}{P}$
 гибкость
 62-170
 16-822
 03-205

	I	II	III	IV
	Один конец закреплен, другой свободен	Оба конца шарнирно закреплены и не смещаются. — Основной случай	Один конец закреплен, другой шарнирно, но неподвижен	Оба конца закреплены
				
	$P = \frac{\pi^2}{2} \frac{J \cdot E}{m \cdot l^2}$	$P = \frac{10 \cdot J \cdot E}{m \cdot l^2}$	$P = \frac{20 \cdot J \cdot E}{m \cdot l^2}$	$P = \frac{40 \cdot J \cdot E}{m \cdot l^2}$
	$l:d$ $l:h$	$l:d$ $l:h$	$l:d$ $l:h$	$l:d$ $l:h$
Железо . . .	12 14	24 28	33 35	48 56
Чугун . . .	5 6	10 12	14 16	22 23
Дерево . . .	6 7	11 13	16 19	23 27

В вышеуказанных формулах принято $\pi^2 \sim 10$.

значит, одинаковая степень безопасности как для продольного изгиба, так и для сжатия.

Подробности — см. том второй, а также соответствующие задачи.

Пределы применимости формулы Эйлера для основного случая (см. таблицу) для железа, если $\frac{l}{r} > 105$, где r — наименьший

радиус инерции, $r = \sqrt{\frac{J_{\min}}{F}}$ ($J_{\min}$ и F берутся брутто) (177)

для твердой стали $\frac{l}{r} > 90$

„ чугуна $\frac{l}{r} > 80$

„ дерева $\frac{l}{r} > 100$

Расчет обычно производится по допускаемому напряжению на продольный изгиб $k' = \varphi \cdot k$, где φ — коэффициент уменьшения основного напряжения в зависимости от $\frac{l}{r_{\min}}$ (см. стр. 230 — 232).

1) Поверка на прочность

$$\frac{P}{F_{\text{netto}}} \leq k.$$

2) Поверка на продольный изгиб (устойчивость)

$$\frac{P}{F_{\text{brutto}}} \leq k' \leq \varphi \cdot k.$$

Если $\varphi < \frac{F_{\text{netto}}}{F_{\text{brutto}}}$, то проверка на прочность является излишней.

§ 56. Кручение.

(См. § 47.)

При кручении происходит поворот поперечных сечений около оси и таким образом имеет место сдвиг одного сечения по отношению к другому. Поэтому мы здесь действительное напряжение будем также обозначать буквой τ .

Пусть:

M_d = сила $\times$ плечо = момент кручения в кгсм.

W_d = момент сопротивления в см³ согл. табл. 3 § 50.

Для прямоугольного сечения независимо от отношения сторон

$\frac{h}{b}$ применяется формула

$$\tau_{\max} = \frac{M_d}{\frac{2}{9} b^2 \cdot h}, \quad (h > b) \quad (178)$$

$\tau_{\max}$ — в середине длинных сторон.

В середине коротких сторон:

$$\tau_{\min} = \frac{M_d}{\frac{2}{9} h^2 \cdot b}.$$

ТАБЛИЦА 1. Коэффициент уменьшения основного напряжения

$\frac{l}{r}$	φ	$\frac{l}{r}$	φ	$\frac{l}{r}$	φ	$\frac{l}{r}$	φ
20	0,88	45	0,78	70	0,67	95	0,56
21	0,88	46	0,77	71	0,67	96	0,56
22	0,88	47	0,77	72	0,66	97	0,56
23	0,87	48	0,76	73	0,66	98	0,55
24	0,87	49	0,76	74	0,66	99	0,55
25	0,86	50	0,76	75	0,65	100	0,54
26	0,86	51	0,75	76	0,65	101	0,54
27	0,85	52	0,75	77	0,64	102	0,53
28	0,85	53	0,74	78	0,64	103	0,53
29	0,85	54	0,74	79	0,63	104	0,53
30	0,84	55	0,73	80	0,63	105	0,52
31	0,84	56	0,73	81	0,62	106	0,52
32	0,83	57	0,73	82	0,62	107	0,51
33	0,83	58	0,72	83	0,62	108	0,51
34	0,82	59	0,72	84	0,61	109	0,51
35	0,82	60	0,71	85	0,61	110	0,50
36	0,82	61	0,71	86	0,60	111	0,49
37	0,81	62	0,71	87	0,60	112	0,48
38	0,81	63	0,70	88	0,59	113	0,48
39	0,80	64	0,70	89	0,59	114	0,47
40	0,80	65	0,69	90	0,59	115	0,46
41	0,79	66	0,69	91	0,58	116	0,45
42	0,79	67	0,68	92	0,58	117	0,44
43	0,79	68	0,68	93	0,57	118	0,44
44	0,78	69	0,68	94	0,57	119	0,43

$\frac{l}{r}$	φ	$\frac{l}{r}$	φ	$\frac{l}{r}$	φ	$\frac{l}{r}$	φ
120	0,42	145	0,29	170	0,21	195	0,16
121	0,41	146	0,29	171	0,21	196	0,16
122	0,41	147	0,28	172	0,21	197	0,16
123	0,40	148	0,28	173	0,20	198	0,16
124	0,40	149	0,27	174	0,20	199	0,15
125	0,39	150	0,27	175	0,20	200	0,15
126	0,38	151	0,27	176	0,20	201	0,15
127	0,38	152	0,26	177	0,19	202	0,15
128	0,37	153	0,26	178	0,19	203	0,15
129	0,37	154	0,26	179	0,19	204	0,15
130	0,36	155	0,25	180	0,19	205	0,14
131	0,35	156	0,25	181	0,19	206	0,14
132	0,35	157	0,25	182	0,18	207	0,14
133	0,34	158	0,24	183	0,18	208	0,14
134	0,34	159	0,24	184	0,18	209	0,14
135	0,33	160	0,24	185	0,18	210	0,14
136	0,33	161	0,23	186	0,18	211	0,14
137	0,32	162	0,23	187	0,17	212	0,14
138	0,32	163	0,23	188	0,17	213	0,13
139	0,31	164	0,23	189	0,17	214	0,13
140	0,31	165	0,22	190	0,17	215	0,13
141	0,31	166	0,22	191	0,17	216	0,13
142	0,30	167	0,22	192	0,16	217	0,13
143	0,30	168	0,22	193	0,16	218	0,13
144	0,29	169	0,21	194	0,16	219	0,13

ТАБЛИЦА 2.

$\lambda = \frac{l}{r}$	φ	$\lambda = \frac{l}{r}$	φ	$\lambda = \frac{l}{r}$	φ
0	0,870	70	0,668	140	0,237
10	0,845	80	0,642	150	0,196
20	0,820	90	0,583	160	0,164
30	0,796	100	0,515	170	0,138
40	0,771	110	0,437	180	0,116
50	0,743	120	0,352	190	0,098
60	0,722	130	0,287	200	0,083

ТАБЛИЦА 3.

$\frac{l}{r}$	φ	$\frac{l}{r}$	φ	$\frac{l}{r}$	φ	$\frac{l}{r}$	φ	$\frac{l}{r}$	φ	$\frac{l}{r}$	φ
5	1,000	30	0,839	55	0,664	80	0,493	105	0,321	155	0,146
7,5	0,993	32,5	0,821	57,5	0,646	82,5	0,475	110	0,283	160	0,136
10	0,979	35	0,804	60	0,632	85	0,457	115	0,268	165	0,129
12,5	0,961	37,5	0,787	62,5	0,614	87,5	0,439	120	0,246	170	0,121
15	0,943	40	0,771	65	0,596	90	0,421	125	0,225	175	0,114
17,5	0,925	42,5	0,754	67,5	0,578	92,5	0,405	130	0,207	180	0,107
20	0,907	45	0,736	70	0,561	95	0,387	135	0,193	185	0,104
22,5	0,889	47,5	0,718	72,5	0,543	97,5	0,371	140	0,179	190	0,093
25	0,871	50	0,700	75	0,525	100	0,353	145	0,168	195	0,093
27,5	0,857	52,5	0,682	77,5	0,511	—	—	150	0,157	200	0,089

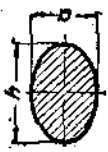
W_d I_d

Сечения	Момент сопротивления в см ³	Точки наибольших напряжений $\tau_d \max = \frac{M_d}{W_d}$	Момент инерции (условный) в см ⁴					
	$\frac{l}{b} = n > 1$ $W_d = \xi b^3$	В середине длинных сто- рон $\tau_d \max$	$I_d = \eta b^4$					
		В середине ко- ротких сторон $\tau_d = \xi \tau_d \max$						
		В вершинах углов $\tau_d = 0$						
$n =$	1	1,5	2	3	4	6	8	10
$\xi =$	0,208	0,346	0,493	0,601	1,150	1,789	2,456	3,123
$\eta =$	0,1404	0,2936	0,4572	0,7899	1,1232	1,789	2,456	3,123
$\zeta =$	1,0	0,8588	0,7952	0,7533	0,7447	0,7426	0,7425	0,7425
	$\frac{h}{b} = n > 4$ $W_d = \frac{1}{3}(n - 0,63)b^3 =$ $= \frac{I_d}{b}$	В точках длин- ных сторон & кроме вершин $\tau_d \max$	$I_d =$ $= \frac{1}{3}(n - 0,63) \cdot b^4$					
		В середине ко- ротких сторон $\tau_d =$ 0,7425 $\tau_d \max$						
		В вершинах углов $\tau_d = 0$						

W_d I_d

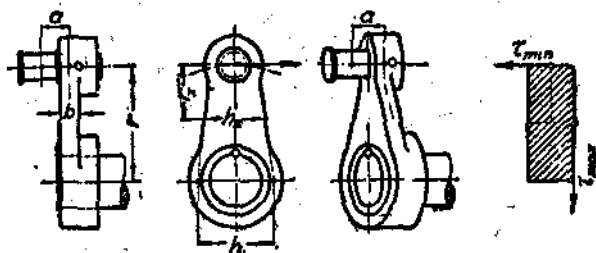
Сечения	Момент сопротивления в см ³	Точки наибольших напряжений $\tau_d \max = \frac{M_d}{W_d}$	Момент инерции (условный) в см ⁴
	$W_d = 0,05 b^3 h = \frac{h^3}{7,5\sqrt{3}} = \frac{h^3}{12,99} = \frac{2I_d}{h}$	В середине сторон $\tau_d \max$ В вершинах $\tau_d = 0$	$I_d = \frac{h^4}{15\sqrt{3}} = \frac{h^4}{25,981} = \frac{3b^4}{80\sqrt{3}} = \frac{b^4}{46,188}$
	$W_d = 0,436 r_m \cdot F_d$ $F_d = \text{площадь}$	В середине сторон	$I_d = 0,520 r_m^3 F_d$
	$W_d = \frac{\pi}{16} d^3 = W_p$	В каждой точке наружной окружности	$I_d = \frac{\pi}{32} d^4 = I_p$
	$d_i = \alpha \cdot d_a$ $W_d = \frac{\pi}{16} d_a^3 (1 - \alpha^4)$	В каждой точке наружной окружности	$I_d = \frac{\pi}{32} d_a^4 (1 - \alpha^4) = I_p$

W_d I_d

Сечения	Момент сопротивления в см ⁴	Точки наибольших напряжений $\tau_d \max = \frac{M_d}{W_d}$	Момент инерции (условный) в см ⁴
	$\frac{h}{b} = n > 1$	В конечных точках малой оси $\tau_d \max = \frac{M_d}{W_d}$	$I_d = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{n^3}{n^2 + 1} b^4 =$
	$W_d = \frac{\pi}{16} \cdot n b^3$	В конечных точках большой оси $\tau_d = \frac{\tau_d \max}{n}$	$= \frac{F^4}{4\pi^2 I_p}$
	$\frac{h_a}{b_a} = \frac{h_l}{b_l} = n > 1$	В конечных точках малой оси $\tau_d \max$	
	$\frac{h_l}{h_a} = \frac{b_l}{b_a} = \alpha < 1$		$I_d = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{n^6}{n^2 + 1} \cdot b_a^4 \times (1 - \alpha^4)$
	$W_d = \frac{\pi}{16} \cdot n b_a^3 (1 - \alpha^4)$	В конечных точках большой оси $\tau_d = \frac{\tau_d \max}{n}$	
	$W_d = 0,208 a^3$	В середине сторон $\tau_d \max$	$I_d = 0,1404 a^4$

В вершинах углов напряжение равно нулю.

I		$\tau = \frac{M_d}{\frac{\pi}{16} \cdot d^3} \sim \frac{M_d}{0,2 \cdot d^3}$	0,2 · d ³ есть одновременно полярный момент
II		$\tau = \frac{M_d}{\frac{\pi}{16} \cdot \frac{D^4 - d^4}{D}} \sim \frac{M_d}{0,2 \cdot \frac{D^4 - d^4}{D}}$	0,2 · $\frac{D^4 - d^4}{D}$ есть одновременно полярный момент
III		$\tau_{\max} = \frac{M_d}{\frac{2}{9} \cdot b^3 \cdot h}$	Для тела прямоугольного сечения, испытывающего только кручение, должно быть: $\tau_{\max} \leq k_d$ (k _d согл. § 49 табл. 3) $\tau_{\min}$ принимается в расчет только при сложном сопротивлении, напр., при расчете кривошипов
IV		$\tau_{\min} = \frac{M_d}{\frac{2}{9} \cdot h^3 \cdot b}$	
V	Эллипс	как для III и IV, но вместо $\frac{2}{9}$ должно быть $\frac{\pi}{16}$	



Фиг. 229.

Пример. Пусть для кривошипа $b = 75$ мм, $h = 400$ мм, $r = 400$ мм, $a = 110$ мм, касательная сила $T = 10\,900$ кг (фиг. 229). Тогда

Момент кручения $M_d = T \cdot a = 10\,900 \cdot 11 = 120\,000 \text{ кгсм}$.

$$\tau_{\max} = \frac{120\,000}{\frac{2}{9} \cdot 7,5^2 \cdot 40} = 240 \text{ кг/см}^2.$$

Напряжение в середине сторон b (табл. на стр. 236).

$$\tau_{\min} = \frac{120\,000}{\frac{2}{9} \cdot 40^2 \cdot 7,5} = 45 \text{ кг/см}^2.$$

К этому напряжению кручения 45 кг/см^2 прибавляется еще напряжение изгиба (сравни § 4 и § 66, 2-й пример).

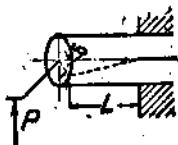
Если исходить из допускаемого напряжения M_d (§ 49, таблицы 3—4), то

$$\text{необходимый } W_d = M_d : k_d \text{ см}^3 \quad (179)$$

$$\text{допустимый } M_d = W_d \cdot k_d \text{ кгсм} \quad (180)$$

Для круглого и кольцеобразного сечения $W_d = W_p$, согласно табл. 3, § 50. При прямоугольном или эллиптическом сечении для W_d берут всегда наименьшее значение.

Пример. Пусть $M_d = 25\,820 \text{ кгсм}$; тогда для стали (табл. 3, § 49) $k_d = 1050 \text{ кг/см}^2$; значит, необходим $W_d = 25\,820 : 1050 = 24,7 \text{ см}^3$. Затем берут, в зависимости от формы поперечного сечения, уравнение § 50 по табл. 3.



Фиг. 230.

Вычисление угла кручения. Момент кручения стремится сместить отдельные частицы массы тела относительно друг друга.

Угол кручения для стержня круглого сечения прямо пропорционален крутящему моменту, длине стержня L , и обратно пропорционален моменту J_p (полярному) и модулю сдвига G (фиг 230).

Угол кручения в градусах

$$\vartheta = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{M_d \cdot L}{J_p \cdot G} \quad (181)$$

¹⁾ Относительный угол кручения, измеренный в единицах дуги и отнесенный к длине, равной 1 см, равен $\vartheta = M_d : (J_p \cdot G)$, а отнесенный к длине в L см

$\vartheta = \frac{M_d \cdot L}{J_p \cdot G}$ в единицах дуги, где L — длина в см, J_p — полярный момент

При расчете валов наибольший допускаемый угол кручения равен $1/4^\circ$ на 1 погонный метр. (181a)

Пример. Стальной вал (значит, $G = 850\,000$, согл. табл. 2, § 49) диаметром в 150 мм передает момент кручения в 175 000 кгсм, согл. табл. 3, § 50 — $J_p = 4970\text{ см}^4$, а для длины вала в 1 м (100 см):

$$\vartheta = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{175\,000}{4970} \cdot \frac{100}{850\,000} = 1/4 \text{ градуса.}$$

§ 57. Сдвиг или срез.

(См. § 47.)

Обычный способ вычисления напряжения: Напряжение = $\frac{\text{срезающая сила}}{\text{площадь среза}}$.

Однако действительные напряжения значительно отличаются от вычисленных таким образом. Поэтому необходимо принять в расчет момент инерции площади; тогда по Баху (фиг. 231):

$$\text{Действительное напряжение } \tau = \frac{x \cdot P}{F} \text{ кг/см}^2. \quad (182)$$

Здесь P — срезающее усилие в кг,

F — площадь среза в см².

Величина F зависит от количества сечений, испытывающих деформацию сдвига.

Так, напр., каждая отдельная заклепка испытывает напряжение сдвига:

инерции в см⁴ (§ 50, табл. 3), O — модуль сдвига в кг/см² (§ 49, табл. 2). Под единицей дуги понимают длину дуги круга с радиусом 1, охватываемую сторонами данного угла, так что:

$$\frac{\text{угол в дуговых единицах}}{\text{окружность круга рад.} = 1} = \frac{\text{угол в градусах}}{\text{окружность круга в градусах}} = \frac{\text{угол в дуговых единицах}}{2\pi \cdot 1} = \frac{\text{угол в градусах}}{360^\circ}$$

$$\text{Угол в дуговых единицах} = \frac{\pi}{180} \times \text{угол в градусах}$$

$$\text{Угол в градусах} = \frac{180}{\pi} \times \text{угол в дуговых единицах}$$

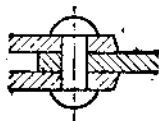
При склепывании в нахлестку в одном сечении (одиночное срезывание) (фиг. 232).

При склепывании с накладкой в двух сечениях (двойное перерезывание) (фиг. 233).

Пример. Для заклепочного соединения, показанного на фиг. 234, с тремя заклепками $\varnothing 18$ мм, сечение $F = 2 \cdot 3 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 1,8^2 = 15,2 \text{ см}^2$. Если срывающее усилие $= 8000 \text{ кг}$, то: действительное напряжение $\tau = \frac{4}{3} \cdot \frac{8000}{15,2} = 700 \text{ кг/см}^2$.



Фиг. 232.



Фиг. 233.



Фиг. 234.

Исходя из допускаемого напряжения k_s (§ 49, табл. 3—4), имеем:

$$\text{Необходимое сечение } F = x \cdot P : k_s \quad (183)$$

$$\text{Допускаемая нагрузка } P = (1 : x) \cdot F \cdot k_s \quad (184)$$

где x берут согласно уравнению 182.

§ 58. Изгиб.

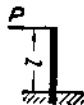
(См. § 47.)

а) Изгибающий момент. Изгибающий момент $=$ силе $\times$ плечо.

Плечом служит кратчайшее расстояние направления силы от опасного сечения, фиг. 235—239.



Фиг. 235.



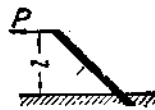
Фиг. 236.



Фиг. 237.



Фиг. 238.



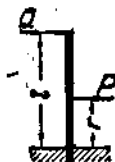
Фиг. 239.

Для этих случаев изгибающий момент $P \cdot l$. (185)

Пример. Пусть для балки (согл. фиг. 235) $P = 150 \text{ кг}$, $l = 200 \text{ см}$; следовательно, изгибающий момент $= 150 \cdot 200 = 30\,000 \text{ кгсм}$.

В случае действия нескольких сил в разных направлениях расчетный изгибающий момент равен алгебраической сумме моментов.

Таким образом на стержень (фиг. 240) действует:

$$\text{изгибающий момент} = Q \cdot l - P \cdot r \quad (186)$$


Фиг. 240.

момент влево момент вправо



Фиг. 241.



Фиг. 242.

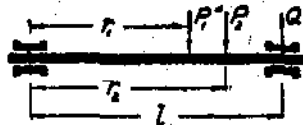
Пример. Пусть $Q = 180 \text{ кг}$, $l = 250 \text{ см}$, $P = 50 \text{ кг}$, $r = 100 \text{ см}$. Тогда изгибающий момент $= 180 \cdot 250 - 50 \cdot 100 = 40\,000 \text{ кгсм}$.

Если брус лежит на нескольких опорах, напр., двух, и нагружен в любом месте (как на фиг. 241, или вне опор, как на фиг. 242) силой P , то для получения величины изгибающего момента надо определить сначала реакции опор.

б) Реакции опор. Для равновесия сил, лежащих в одной плоскости, необходимо соблюдение трех условий равновесия:

$$\Sigma X = 0; \Sigma Y = 0; \Sigma M = 0. \quad (187)$$

Для вертикальных сил: 1) сумма реакций равна сумме нагрузок и 2) сумма моментов слева какого-либо сечения равна сумме моментов сил справа сечения, но с обратным знаком.



Фиг. 243.

Для балки фиг. 243 получаем из условия равновесия:

$$P_1 r_1 + P_2 r_2 = Q l, \quad (188)$$

откуда реакция опор

$$Q = \frac{P_1 r_1 + P_2 r_2}{l}. \quad (189)$$

В дальнейшем будем обозначать реакции буквами A и B .

Изгибающий момент силы принято считать положительным, если он изгибает балку выпуклостью вниз (фиг. 247) или стремится повернуть левую часть балки по направлению часовой стрелки, а правую против часовой стрелки. Изгибающий момент будет отрицательным, если он изгибает балку выпуклостью вверх

(фиг. 248), т. е. стремится повернуть левый конец балки против часовой стрелки, а правый — по часовой стрелке.

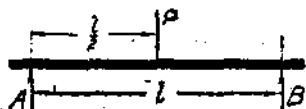
Для фиг. 244 имеем:

$$A = B = \frac{P}{2}.$$

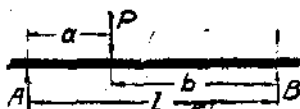
Момент изгиба равен

$$B \cdot \frac{l}{2} = \frac{P}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{P \cdot l}{4}.$$

(Сравни § 59, случай 3.)



Фиг. 244.



Фиг. 245.

Для рис. 245 мы имеем.

$$A \cdot l = P \cdot b; \quad A = P \cdot \frac{b}{l}.$$

$$B \cdot l = P \cdot a; \quad B = P \cdot \frac{a}{l}.$$

$$\left. \begin{aligned} \text{Изгиб. момент} &= A \cdot a = P \cdot \frac{b \cdot a}{l} \\ \text{или} \quad &= B \cdot b = P \cdot \frac{a \cdot b}{l} \end{aligned} \right\} \text{(сравни § 59, случай 4).}$$

Для балок с равномерно распределенной нагрузкой Q расчет несколько сложнее.

Для фиг. 246 обе реакции опор равны.

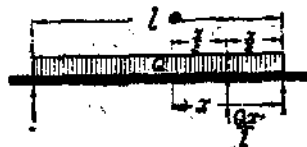
$$\text{Реакции } A + B = Q.$$

$$A = B = \frac{Q}{2}.$$

Рассмотрим сначала какое-нибудь сечение в расстоянии x от опоры B ; здесь мы имеем справа от сечения два действующих в противоположных направлениях момента, а именно:

От равнодействующей нагрузки на длине x

$$\text{Момент} = \frac{Q \cdot x}{l} \cdot \frac{x}{2}.$$



Фиг. 246.

От реакции B .

$$\text{Момент} = + B \cdot x.$$

$\frac{Q \cdot x}{l}$ представляет собой часть нагрузки Q , приходящейся на длину x , причем ее точка приложения лежит в середине этой длины (так как нагрузка равномерная).

Согласно уравнению (186):

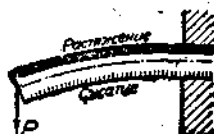
$$\text{Изгибающий момент равен } B \cdot x - \frac{Q \cdot x}{l} \cdot \frac{x}{2},$$

а так как $B = \frac{Q}{2}$, то:

$$\text{изгибающий момент равен } \frac{Q}{2} \cdot x - \frac{Q \cdot x}{l} \cdot \frac{x}{2}$$



Фиг. 247.



Фиг. 248.

Нейтральный слой.

Изгибающий момент приобретает наибольшее значение для $x = \frac{l}{2}$ (т. е. в середине), а именно:

$$M_{\max} = \frac{Q}{2} \cdot \frac{l}{2} - \frac{Q}{2} \cdot \frac{l}{4} = \frac{Q \cdot l}{4} - \frac{Q \cdot l}{8} = \frac{Q \cdot l}{8}.$$

Для различных встречающихся в практике случаев данные помещены в таблице § 59.

с) Определение напряжений при изгибе. Отдельные волокна изгибаемого тела испытывают либо растяжение, либо сжатие, которые необходимо определить (фиг. 247 и 248)



Фиг. 249.

На различных сечениях (фиг. 249) нужно себе представить действие силы сверху, вниз, как указано на фиг. 241.

Обозначим через: e_z расстояние наиболее удаленного растянутого волокна в см,

e_d расстояние наиболее удаленного сжатого волокна в см,
 J момент инерции сечения в см^4 , отнесенный к оси, проходящей через центр тяжести, M_b — изгибающий момент в кгсм .
 Тогда: действительное напряжение

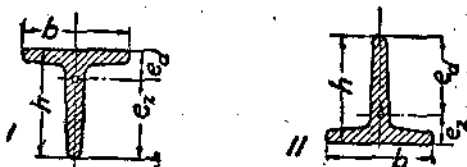
$$\sigma_z = \frac{M_b}{J \cdot e_z} = \frac{M_b}{J} \cdot e_z \text{ кг/см}^2. \quad (190)$$

Действительное напряжение

$$\sigma_d = \frac{M_b}{J \cdot e_d} = \frac{M_b}{J} \cdot e_d \text{ кг/см}^2. \quad (191)$$

Пример: Сравнение двух способов нагрузки (фиг. 250) для тавровой балки нормального профиля $h = b = 10 \text{ см}$, $J = 178 \text{ см}^4$ (согл. таблице).

При величине изгибающего момента $M_b = 24\,860 \text{ кгсм}$ имеем:



Фиг. 250.

$$e_d = 2,8 \quad e_z = 7,2 \text{ см}$$

$$\sigma_z = 24\,860 \cdot \frac{7,2}{178} = 1010 \text{ кг/см}^2$$

$$\sigma_d = 24\,860 \cdot \frac{2,8}{178} = 390 \text{ кг/см}^2$$

Запас прочности.¹⁾ Для

$$\text{железа: } \frac{3600}{1010} \sim 3,6$$

$$(k_z = k = 3\,600 \text{ кг/см}^2)$$

$$\text{Для чугуна: } \frac{1500}{1010} \sim 1,5$$

$$(k_z = 1500 \text{ кг/см}^2).$$

$$e_z = 2,8 \quad e_d = 7,2 \text{ см}$$

$$\sigma_z = 24\,860 \cdot \frac{2,8}{178} = 390 \text{ кг/см}^2$$

$$\sigma_d = 24\,860 \cdot \frac{7,2}{178} = 1010$$

$$\text{Для железа: } \frac{3600}{1010} \sim 3,6$$

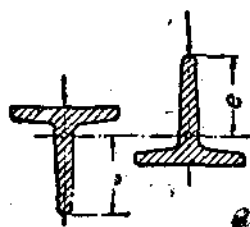
$$\text{Для чугуна: } \frac{1500}{390} \sim 4$$

Эти результаты особенно примечательны, так как они показывают, что сжатые волокна для чугунного бруса должны лежать дальше от оси, проходящей через центр тяжести, чем растянутые во-

¹⁾ Временное сопротивление см. § 49, табл. 2

ложа, дабы напряжение растяжения было как можно меньше. Следовательно, сечения по фиг. 249 — 2, 4, 6, 8 и 10 для чугуна более надежны.

д) Упрощенный способ расчета. Если материал имеет приблизительно одинаковую прочность на растяжение и на сжатие, как, напр., *литое железо, сварочное железо, сталь*, — то расчет ведется по моменту сопротивления W .



Фиг. 251.

Наиболее опасным местом такого поперечного сечения является наиболее удаленное от центра тяжести волокно, так что момент сопротивления

$$W = J : e, \quad (192)$$

где e есть расстояние волокна, наиболее удаленного от оси, проходящей через центр тяжести (фиг. 251).

Действительное напряжение:

$$\sigma_b = M_b : W. \quad (193)$$

Это напряжение может быть только растяжением или сжатием, как видно из предыдущего.

Приведенный способ расчета (ур. 192 и 193) пригоден для всех тел с симметричным сечением (фиг. 252), так как при этом:

$$W = \frac{J}{0,5h} \text{ или } W = \frac{J}{0,5d} \text{ см}^2, \quad (194)$$

при этом растягивающее и сжимающее напряжения одинаковы:

$$\text{действительное напряжение } \sigma_p = M_p : W \text{ кг/см}^2.$$



Фиг. 252.

(Нагрузка перпендикулярна к горизонтальной оси.)

Пример: На двутавровую балку № 30 (фиг. 253) действует нагрузка $P = 500$ кг при длине $L = 10$ м.

Согласно таблице $W = 592 \text{ см}^3$.

Согл. уравн. 185 изг. мом. $M_b = -500 \cdot 1000 = -500\,000 \text{ кгсм}$

193 напряж. $\sigma_b = 500\,000 : 592 \sim 844 \text{ кг/см}^2$.

Если исходить из допускаемого напряжения k_b (§ 49, табл. 4 и 6), то: необходимый момент сопротивления

$$W = M_b : k_b \quad (195)$$

допускаемый изгибающий момент

$$M_b = W \cdot k_b \quad (196)$$

Пример: Согл. § 49, табл. 6, допускаемое напряжение для железа $k_b = 970 \text{ кг/см}^2$; значит, для вышеуказанной балки при $W = 592 \text{ см}^3$ допускаемый изгибающий момент

$$M_b = 592 \cdot 970 = 574\,240 \text{ кгсм.}$$

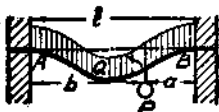


Фиг. 253.

§ 50. Реакции опор, моменты, стрелы прогиба.

Кривая, в которую обращается ось бруса при его изгибе, называется *упругой линией*; ординаты этой линии дают прогибы для соответствующих точек балки; наибольший прогиб называется стрелой прогиба. На практике необходимо бывает знать стрелу прогиба; для этой цели в нижеследующей таблице приведены значения ее для различных случаев. Для железных балок гражданских сооружений допускают обычно $\frac{f}{l}$ от $\frac{1}{500}$ до $\frac{1}{600}$; для мостовых железных балок $\frac{f}{l}$ от $\frac{1}{1000}$ до $\frac{1}{1250}$.

Первые 12 случаев нагрузки на балку см. стр. 246 и 247.



Фиг. 254.

13. На балку с заделанными концами действует равномерно распределенная нагрузка Q и сосредоточенная сила P , фиг. 254.

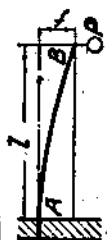
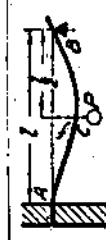
$$a < b.$$

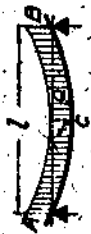
Реакции опор:

$$A = P \frac{(a + 3b) \cdot a^3}{l^3} + \frac{Q}{2} \quad (197)$$

$$B = P \frac{(3a + b) \cdot b^3}{l^3} + \frac{Q}{2} \quad (198)$$

ТАБЛИЦА РЕАКЦИЙ ОПОР, МОМЕНТОВ И СРЕД ПРОГИБА.

№ ПО ПОДПЛАТКУ	Род нагрузки	Реакции опор в кг	Наибольш. изгибающ. момент в кгсм	Стрела прогиба в см	Опасное сечение	Примечание
1		$A = P$	$M_b = P \cdot l$	$f = \frac{P \cdot l^3}{3 E \cdot J}$	у А	
2		$A = B = \frac{P}{2}$	$\frac{P \cdot l}{8}$	$\frac{P \cdot l^3}{192 E \cdot J}$	у А, В и С	
3		$A = B = \frac{P}{2}$	$\frac{P \cdot l}{4}$	$\frac{P \cdot l^3}{48 E \cdot J}$	В середине	
4		$A = P \cdot c : l$ $B = P \cdot c_1 : l$	$\frac{P \cdot c \cdot c_1}{l}$	$\frac{P \cdot c^3 \cdot c_1^3}{8 E \cdot J \cdot l}$	у А	
5		$A = \frac{11}{16} P$ $B = \frac{5}{16} P$	$\frac{3}{16} P \cdot l$	$\frac{P \cdot 7 l^3}{768 E \cdot J}$	у А	
6		$A = B = P$	$P \cdot m$	$\frac{P \cdot l^3}{8 E \cdot J} \cdot m$	в середине	

1		$A=B=P$	$M_B=P \cdot c$	$f_2 = \frac{P}{E \cdot J} \left(\frac{c^3}{3} + \frac{c^2 \cdot l}{2} \right)$	месте между А и В
8		$A=Q$	$\frac{Q \cdot l}{2}$	$f = \frac{Q \cdot l^4}{8 E \cdot J}$	у А
9		$A=B=\frac{Q}{2}$	$\frac{Q \cdot l}{12}$	$\frac{Q \cdot l^3}{384 J \cdot E}$	у А и В (ср. случай 13)
10		$A=B=\frac{Q}{2}$	$\frac{Q \cdot l}{8}$	$\frac{Q \cdot 5 \cdot l^3}{384 J \cdot E}$	у С (ср. случай 15)
11		$A=\frac{5}{8} Q$ $B=\frac{3}{8} Q$	$\frac{Q \cdot l}{8}$	$\frac{Q \cdot l^3}{165 E \cdot J}$	у А (ср. случай 14)
12		$A=B=\frac{Q}{2}$	$\frac{Q \cdot c^2}{2 l}$	$\frac{Q \cdot l^3}{24 E \cdot J} \left(\frac{5}{16} - \frac{5}{2} \frac{c}{l} + \frac{c^3}{l^3} - 4 \frac{c^2}{l^2} + \frac{c^4}{l^4} \right)$	у А, В или С

В. в размеры в см, Е согласно табл. 1 § 48, J согласно табл. 1 § 50.

Оплатное сечение у опоры B.

$$M_b = P \cdot \frac{a \cdot b^2}{l^3} + \frac{Ql}{12}. \quad (199)$$

Стрела прогиба

$$f = \frac{1}{E \cdot J} \cdot \left(P \cdot \frac{a^3 \cdot b^3}{3l^3} + Q \cdot \frac{a^3 \cdot b^3}{24l} \right). \quad (200)$$

14. На балку с одним закрепленным и другим свободно лежащим концом действует такая же нагрузка, что и в примере 13, фиг. 255.



Фиг. 255.

Реакции опор:

$$A = P \frac{(2a^3 + 6a \cdot b + 3b^3) \cdot a}{2l^3} + \frac{5}{8} Q. \quad (201)$$

$$B = P \cdot \frac{b^3 \cdot (3a + 2b)}{2l^3} + \frac{3}{8} Q. \quad (202)$$

Момент изгиба у A:

$$M_{b_1} = P \cdot \frac{a \cdot b(2a + b)}{2l^3} + Q \cdot \frac{l}{8}. \quad (203)$$

Момент изгиба у C:

$$M_{b_2} = P \cdot \frac{a \cdot b^2(3a + 2b)}{2l^3} + Q \frac{(3b + a) \cdot a}{8l}. \quad (204)$$

$M_{b_{\max}}$ получается для $x = \frac{A \cdot l}{Q}$, если $x < a$ и тогда:

$$M_{b_{\max}} = \frac{A^2}{2Q} \cdot l. \quad (205)$$

Условия для $x < a$:

$$\frac{P}{Q} < \frac{l^3}{4b^3} \cdot \frac{5a - 3b}{3a + 2b}. \quad (206)$$

С другой стороны $M_{b_{\max}}$ получается

$$\text{для } x = \frac{A - P}{Q} \cdot l, \text{ если } x > a \text{ (или } x_1 \leq b)$$

и тогда:

$$M_{b_{\max}} = \frac{B^2}{2Q} l - M_1 = P \cdot a + \frac{(A - P)^2}{2Q} \cdot l. \quad (207)$$

Условие для $x > a$ ($x_1 < b$):

$$\frac{P}{Q} < \frac{l^3(3b - 5a)}{4a(2a^3 + 6a \cdot b + 3b^3)}. \quad (208)$$

Расчет сечения производится по изгибающему моменту с наибольшей абсолютной величиной (согл. уравн. 205 — 207).

Стрела прогиба в точке приложения сосредоточенной силы P .

$$f = \frac{P}{E \cdot J} \cdot \frac{a^3 \cdot b^3(4a + 3b)}{12l^3} + \frac{Q}{E \cdot J} \cdot \frac{a \cdot b^3(3a + b)}{48l} \quad (209)$$

15. На балку с свободно лежащими концами действует такая же нагрузка, что и в предыдущих двух примерах, фиг. 256.

$$a < b.$$

Реакции опор:

$$A = \frac{P \cdot a}{l} + \frac{Q}{2} \quad (210)$$

$$B = \frac{P \cdot b}{l} + \frac{Q}{2} \quad (211)$$

Если $\frac{P}{Q} > \frac{b-a}{2a}$, то:

Момент изгиба

$$M_{b\max} = \left(P + \frac{Q}{2}\right) \cdot \frac{a \cdot b}{l} \quad (212)$$

если же $\frac{P}{Q} < \frac{b-a}{2a}$, то:

$$M_{b\max} = \frac{A^2 \cdot l}{2Q} \quad (213)$$



Фиг. 256

Стрела прогиба в точке приложения силы P .

$$f = \left(P + \frac{l^3 + a \cdot b}{8 \cdot a \cdot b} \cdot Q\right) \frac{a^3 \cdot b^3}{3J \cdot E \cdot l} \quad (214)$$

Для $a = b = 0,5l$, реакция опор:

$$A = B = 0,5 (P + Q) \quad (215)$$

$$M_{b\max} = \frac{2P + Q}{8} \cdot l \quad (216)$$

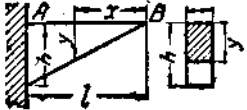
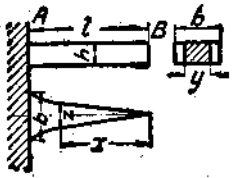
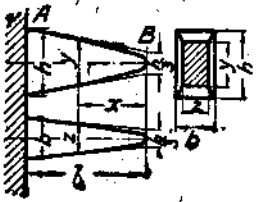
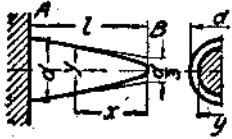
$$f = \frac{P + \frac{1}{4}Q}{E \cdot J} \cdot \frac{l}{48} \quad (217)$$

§ 60. Тела равного сопротивления изгибу.

а) Телами равного сопротивления изгибу называются такие, у которых напряжение изгиба во всех сечениях одинаково. В нижеследующей таблице приведено несколько употребительных форм таких тел. Тонкими линиями обозначена упрощенная форма балки.

ТЕЛА РАВНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ИЗГИБУ.

Форма балки	Поперечное сечение	Очертание продольного профиля	Формулы для определения размеров сечения
Груз P приложен на конце балки			
1a	Прямоугольники одинаковой ширины b и переменной высоты y	1a. Верхнее очертание — прямая линия, нижнее — обыкновенная парабола 1b. Обыкновенная парабола	$y^3 = \frac{6P}{b \cdot k_b} \cdot x$ $h = \sqrt[3]{\frac{6P \cdot l}{b \cdot k_b}}$ Прогиб у B: $f = \frac{8P}{b \cdot E} \left(\frac{l}{h}\right)^3$
2	Прямоугольники одинаковой высоты h и переменной ширины b	Прямая линия	$y = \frac{6P}{h^3 \cdot k_b} \cdot x$ $b = \frac{6P \cdot l}{h^3 \cdot k_b}$ Прогиб у B: $f = \frac{6P}{b \cdot E} \left(\frac{l}{h}\right)^3$
3	Подобные прямоугольники высотой y и шириной z; отношение сторон $z:y = a$	Кубическая парабола	$y^3 = \frac{6P}{a \cdot k_b} \cdot x$ $z = a \cdot y$ $h = \sqrt[3]{\frac{6P \cdot l}{a \cdot k_b}}$ $b = a \cdot h$
4	Круги диаметром y	Кубическая парабола	$y^3 = \frac{32P}{\pi \cdot k_b} \cdot x$ $d = \sqrt[3]{\frac{32P \cdot l}{\pi \cdot k_b}}$

Форма балки	Поперечное сечение	Очертание продольного профиля	Формулы для определения размеров сечения
Нагрузка Q равномерно распределена по балке			
5 	Прямоугольник одинаковой ширины b и переменной высоты y	Прямая линия	$y = x \sqrt{\frac{3Q}{b \cdot l \cdot k_b}}$ $h = \sqrt{\frac{3Q \cdot l}{b \cdot k_b}}$
6 	Прямоугольник одинаковой высоты h и переменной ширины y	Обыкновенная парабола	$y = \frac{3Q}{l \cdot k_b} \cdot \frac{x^2}{h^3}$ $b = \frac{3Q \cdot l}{k_b \cdot h^3}$ Прогиб у B: $f = \frac{3Q}{b \cdot E} \cdot \left(\frac{l}{h}\right)^3$
7 	Подобные прямоугольники высотой y и шириной z отношение сторон $z:y = a$	Полукубическая парабола	$y^3 = \frac{3Q \cdot x^2}{a \cdot k_b \cdot l}$ $z = a \cdot y$ $h = \sqrt[3]{\frac{3Q \cdot l}{a \cdot k_b}}$ $b = a \cdot h$
8 	Круг диаметром y	Полукубическая парабола	$y^3 = \frac{16Q}{\pi \cdot l \cdot k_b} \cdot x^2$ $d = \sqrt[3]{\frac{16Q \cdot l}{\pi \cdot k_b}}$

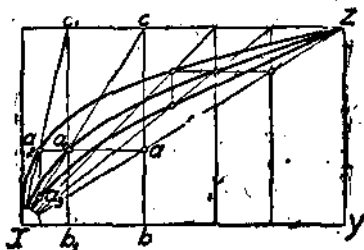
Форма балки	Поперечное сечение	Очертание продольного профиля	Формулы для определения размеров сечения
Груз P приложен в точке.			
	Прямоугольник одинаковой ширины b и переменной высоты y	Верхнее очертание: две обыкновенные параболы	$y^2 = \frac{6P \cdot (l-p)}{b \cdot l \cdot k_0} \cdot x$ $y_1^2 = \frac{6P \cdot p}{b \cdot l \cdot k_b} \cdot x_1$ $h = \sqrt{\frac{6P(l-p) \cdot p}{b \cdot l \cdot k_b}}$
Положение точки приложения S груза P переменное			
	Прямоугольник одинаковой ширины b и переменной высоты y	Верхнее очертание: эллипс	$\left(\frac{x}{\frac{l}{2}}\right)^2 + \frac{y^2}{\frac{3P \cdot l}{2b \cdot k_b}} = 1$ $h = \sqrt{\frac{3P \cdot l}{2b \cdot k_b}}$
Груз Q равномерно распределен по балке			
	Прямоугольник одинаковой ширины b переменной высоты y	Верхнее очертание: эллипс	$\left(\frac{x}{\frac{l}{2}}\right)^2 + \frac{y^2}{\frac{3Q \cdot l}{4b \cdot k_b}} = 1$ $h = \sqrt{\frac{3Q \cdot l}{4b \cdot k_b}}$ Прогиб в середине $f = \frac{1}{64} \frac{Q \cdot l^2}{E \cdot J} = \frac{3}{16} \frac{Q}{b \cdot E} \left(\frac{l}{h}\right)^2$

б) Построение обыкновенной, кубической и полукубической параболы (фиг. 257). Выбираем на линии XZ произвольную точку a . Проводим линию bas перпендикулярно к оси XU ,

в линию aa_1a_2 параллельно оси XU . Точки a_1 и a_2 находятся на линии Xc ; линия a_2a_3 перпендикулярна к оси XU .

Тогда:

a_1 есть одна из точек обыкновенной параболы
 a_2 кубической
 a_3 полукубической



Фиг. 257.

Таким образом можно найти любое число точек трех парабол, причем выбор исходных точек на линии XZ может быть совершенно произвольным.

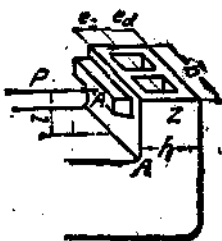
§ 61. Особые случаи изгиба.

Несколько лет тому назад выяснилось, что в наших познаниях о сопротивлении изгибу имеются пробелы и что, напр., временное сопротивление на изгиб, в зависимости от формы тела, колеблется вокруг некоторого среднего значения 1:3.

В опытах Баха пробный образец (чугунный), $b=90$ мм, $h=195$ мм, $l=74$ мм, $J=1015$ см⁴, $l_z=42$ мм, сломался при $P=21\,200$ кг (фиг. 258).

Соответствующее временное сопротивление § 58,с:

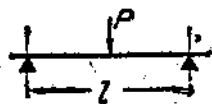
$$\sigma_z = \frac{21\,200 \cdot 7,4}{1015} \cdot 4,2 \sim 650 \text{ кг/см}^2.$$



Фиг. 258.

Между тем пробные образцы из того же материала и при способе нагрузки по фиг. 259 (изгибающий момент $= \frac{1}{4} \cdot P \cdot l$) давали временное сопротивление ~ 2450 кг/см². В данном слу-

чае, следовательно, разрушение происходило при нагрузке в $2450:650 \sim 3,7$ раза большей, чем по фиг. 258.



Фиг. 259.

Поэтому, если мы хотим сохранить общепринятый до сих пор способ расчета (согл. § 58, е), то придется для каждой формы тела выработать иное допускаемое напряжение. Уравнение 191 и величины из таблицы 6 § 49 служат для этой цели лишь вспомогательным средством.

Закругления (галтели) всегда более благоприятны, чем острые углы. Чтобы принять это обстоятельство во внимание, допустим, что разрушение начинается в том месте, где дуга, соответствующая углу в 45° , встречает закругление (фиг. 260). Для опасного сечения $b \cdot h$ берем:

Изгибающий момент $M_b = P \cdot l$ кгс.м

действительное напряжение $\sigma_z = \frac{M_b}{J} \cdot e_z$ кг/см²,

где:

P — приложенная сила в кг,

l — плечо в см,

J — момент инерции сечения $h \cdot b$ в см⁴ (согл. § 50, табл. 1 и дальше),

e_z — расстояние волокна, наиболее удаленного от оси, проходящей через центр тяжести.

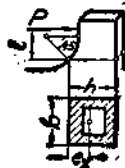
Кроме того, должно быть:

$$\sigma_z \leq k_c \text{ в § 49, табл. 6, фиг. 2.} \quad (216)$$

Если исходить из допускаемого напряжения k_b (§ 49, табл. 6, фиг. 2), то:

$$\text{необходимый момент инерции } J = \frac{M_b}{k_b} e_z \text{ в см}^4, \quad (217)$$

$$\text{допускаемая нагрузка } P = \frac{J \cdot k_b}{e_z \cdot l} \text{ в кг.} \quad (218)$$



Фиг. 260.

СЛОЖНЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ.

§ 62. Растяжение и изгиб.

Если на стержень действует сила P под углом, как указано на фиг. 261, то сила может быть разложена на две составляющие, из которых

$P \cdot \sin \alpha$ производит изгиб,

$P \cdot \cos \alpha$ производит растяжение.

Согласно указаниям в § 47 — от действия силы $P \sin \alpha$ волокна стержня, лежащие с правой стороны от нейтрального слоя, испытывают растяжение; кроме того, сила $P \cdot \cos \alpha$ тоже растягивает эти волокна, так что оба эти напряжения суммируются.

Если затем согласно §§ 53 и 58, с, F — сечение стержня в см^2 , W — момент сопротивления в см^3 , то:

Напряжение растяжения

$$\sigma_z = P \cdot \cos \alpha : F \text{ кг/см}^2 \quad (219)$$

Напряжение изгиба

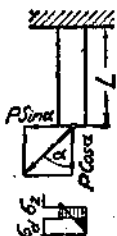
$$\sigma_b = (P \cdot \sin \alpha \cdot L) : W \text{ кг/см}^2. \quad (220)$$

Сложное напряжение (наибольшее)

$$\sigma_{\max} = \sigma_z + \sigma_b \text{ кг/см}^2. \quad (221)$$

Наименьшее

$$\sigma_{\min} = \sigma_z - \sigma_b.$$



Фиг. 261.

Кроме того, должно быть для прочности $\sigma_{\max} < k_z$ (согл. § 49, табл. 3 — 4).

Пример: Пусть согласно фиг. 261: $L = 36 \text{ см}$, $\alpha = 45^\circ$, $P = 380 \text{ кг}$, диаметр круглого стержня $3,8 \text{ см}$, значит, поперечное сечение $F = 11,4 \text{ см}^2$, момент сопротивления $W = (\pi : 32) \cdot 3,8^4 \sim 5,4 \text{ см}^3$.

Тогда:

$$\sigma_z = 380 \cdot 0,707 : 11,4 = 23,5 \text{ кг/см}^2$$

$$\sigma_b = (380 \cdot 0,707 \cdot 36) : 5,4 = 180 \text{ кг/см}^2.$$

Суммарное напряжение

$$\sigma = 23,5 + 180 = 203,5 \text{ кг/см}^2$$

§ 63. Сжатие и изгиб.

Аналогичный результат дает совокупное действие напряжений сжатия и изгиба. Под действием силы $P \sin \alpha$ (фиг. 262) волокна стержня на вогнутой стороне испытывают сжатие; кроме того, сила $P \cdot \cos \alpha$ тоже сжимает эти волокна, так что эти оба напряжения суммируются.

Таким образом имеем суммарное напряжение (наибольшее)

$$\sigma_{\max} = -\sigma_d - \sigma_b; \quad \sigma_{\min} = -\sigma_d + \sigma_b.$$

Кроме того:



$$\sigma_{\max} = -\frac{P \cos \alpha}{F} - \frac{P \cdot L \cdot \sin \alpha}{W},$$

$$\sigma_{\min} = -\frac{P \cos \alpha}{F} + \frac{P \cdot L \cdot \sin \alpha}{W}.$$

Фиг. 262.

Для материалов, одинаково сопротивляющихся растяжению и сжатию, необходимо: $\sigma_{\max} \leq k$.

§ 64. Эксцентричное растяжение или сжатие и изгиб длинных стержней.

Для сечения A изгиб. момент $M_b = P \cdot a$ соответственно табл. 6 § 49 Фиг. 2				
Момент $M_{\max} =$	$P \cdot a$	$\frac{P \cdot a}{\cos \delta}$	$\frac{P \cdot a}{\cos \delta}$	$\frac{H}{P} \cdot \operatorname{tg} \delta$
Суммарное напряжение для сечения B = ...	$\frac{P}{F} + \frac{M_{\max}}{W}$	$\frac{P}{F} + \frac{M_{\max}}{W}$	$\frac{P}{F} + \frac{M_{\max}}{W}$	$\frac{P}{F} + \frac{M_{\max}}{W}$
Стрела прогиба $f =$		$a \left(\frac{1}{\cos \delta} - 1 \right)$		$\frac{H}{P} \left(\frac{\operatorname{tg} \delta}{\varphi} - l \right)$

Здесь обозначаем наибольшее напряжение со знаком плюс; при этом для сечения B получается наибольшее равнодействующее напряжение.

Угол $\varphi = \sqrt{\frac{P}{E \cdot J}}$ есть вспомогательная величина (222)

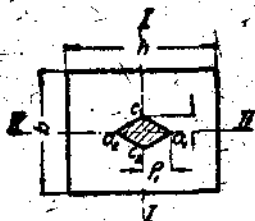
в дуговых единицах; для перевода его в градусы (в целях вычисления необходимых тригонометрических функций), пишем:

$$\text{вспом. угол } \delta = \frac{180}{\pi} \cdot \varphi \cdot l \text{ в градусах,} \quad (223)$$

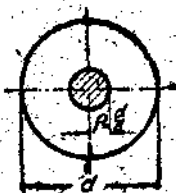
где l — длина стержня в сантиметрах

При выборе *допускаемого напряжения* необходимо различать, какое напряжение (растяжение, сжатие или изгиб) принимает наибольшее участие.

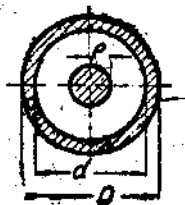
Если необходимо, чтобы в сечении при эксцентричном сжатии возникали напряжения одного знака, например, одни сжимающие напряжения в случае кладки из кирпича и камня, то сжимающая сила не должна выходить из некоторой площади



Фиг. 263.



Фиг. 264.



Фиг. 265.

внутри сечения. Часть сечения, ограниченная определенным контуром, обладающая указанным свойством, называется *ядром сечения*.

Наибольшие расстояния p , крайних точек ядра от центра тяжести сечения называются *радиусами ядра*.

1) Для прямоугольного сечения (фиг. 263) ядро сечения есть ромб со сторонами: $p_1 = \frac{h}{6}$; $p_2 = \frac{b}{6}$.

Сжимающая сила должна действовать внутри средней трети сечения, чтобы в кладке не возникали недопустимые растягивающие напряжения.

2) Для круглого сечения ядро сечения круг радиуса (фиг. 264)

$$p = \frac{d}{8}.$$

3) Для кольцевого сечения (фиг. 265)

$$p = \frac{D}{8} \left[1 + \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right].$$

Если на стержень действует несколько сил (фиг. 266), то суммарная нагрузка

$$P = P_1 + P_2$$

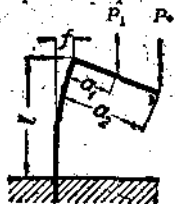
$$\text{среднее плечо } a = \frac{P_1 \cdot a_1 + P_2 \cdot a_2}{P_1 + P_2}$$

Полученную таким образом величину для P и a вставляют затем в вышеуказанное уравнение.

Для фиг. 267 имеем:

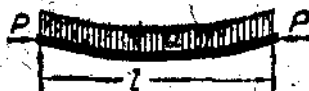
$$M_{\max} = \frac{0,5 Q}{l \cdot \varphi^3} \left(\frac{1}{\cos \vartheta} - 1 \right) \quad (224)$$

суммарное напряжение $\sigma = \sigma_x + \sigma_b$



Фиг. 266.

$$\sigma = \frac{P}{F} + \frac{M_{\max}}{W} \quad (224a)$$



Фиг. 267.

§ 65. Растяжение, сжатие и изгиб совместно с кручением и сдвигом.

При совместном действии этих усилий мы имеем дело в общем только с двоякого рода напряжениями, а именно (по Баху):

- 1) нормальным напряжением (от растяжения, сжатия и изгиба),
- 2) касательным (скалывающим) напряжением (при кручении и сдвиге).

Если имеют место оба рода напряжений, то для расчета применяют приведенные напряжения. Пусть вообще:

σ_n — действит. нормальное напряжение;

τ — действит. срезающее напряжение

тогда по Баху:

Приведенное напряжение:

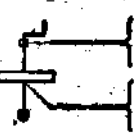
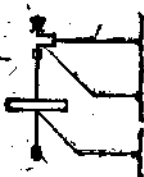
$$\sigma_1 = \frac{m-1}{2m} \cdot \sigma_n + \frac{m+1}{2m} \sqrt{\sigma_n^2 + 4(\alpha_s \tau)^2} \quad (225)$$

$$\text{где } \alpha_s = \frac{\text{допускаем. норм. напряж.}}{\alpha(m+1) : m} \quad (226)$$

Если $m = \frac{10}{3}$, то уравнения 225 и 226 получают следующий вид:

$$\text{Приведенное напряжение } 0,35 \sigma_n + 0,65 \sqrt{\sigma_n^2 + 4(\alpha_s \cdot \tau)^2}.$$

Величины коэффициента α_0

$\alpha_0 = \frac{R_b}{1,3 k_d}$	Напряже- ние	Случай нагрузки	Сталь	Железо	Литое же- лезо	Стальное литье	Чугунное литье
Плечо кривошипа	Изгиб Кручение	$b \div c$	1,0	2,0	1,2	1,2	0,9
Вал с 1 или 2 кривоши- пами 	Изгиб Кручение	$b \div c$	1,0	2,0	1,2	—	—
	Изгиб Кручение	c $b \div c$	0,7	1,3	0,8	—	—
Коленчатый вал 	Изгиб Кручение	$b \div c$	1,0	2,0	1,2	—	—
	Изгиб Кручение	$b \div c$	1,0	2,0	1,2	—	—
	Изгиб Кручение	c $b \div c$	0,7	1,3	0,8	—	—
Вал водян. колеса  Для всех сечений	Изгиб/ Кручение	c $a \div b$	0,4	0,8	0,5	0,4	0,5

Формула Сен-Венана с поправкой Баха:

$$\text{привед. напряжение } \sigma_l = 0,35 \sigma_n + 0,65 \sqrt{\sigma_n^2 + 4 \tau^2}$$

(принято, что материал изотропен).

$$\alpha_0 = \frac{\text{допуск. норм. напряж.}}{1,3 \times \text{допуск. срезыв. напр.}} \quad (227)$$

Здесь для допускаемого напряжения (нормального и сдвигающего) выбирают по табл. 3, § 49, значения в столбце *a*, *b* или *c*, в зависимости от того, являются ли в уравнении 225 нагрузки σ_n и τ *a*) спокойными, или *b*) они колеблются между 0 и максимумом, или же *c*) изменяются попеременно от минимума до максимума.

Коэффициент α_0 выбирается лучше всего по таблице на стр. 259, в которой даны его общеупотребительные значения.

§ 66. Изгиб и кручение.

Примеры: Трансмиссионные валы, испытывающие нагрузку от шкивов, зубчатых колес и т. п., валы двигателей с маховиками, кривошипами и т. д.

При вычислении приведенного напряжения можно исходить из двух различных точек зрения.

1. *Сложение моментов*, только для круглых сечений и правильных многоугольников с четным числом сторон.

Если M_b изгибающий момент (согл. § 59), M_d — момент кручения (согл. § 56), то приведенный (фиктивный) момент равен:

$$(M_b)_t = 0,35 M_b + 0,65 \sqrt{M_b^2 + (\alpha_0 M_d)^2} \text{ кгс.м}, \quad (228)$$

где коэффициент α_0 берется по таблице на стр. 259.

Если далее W момент сопротивления согл. § 50 табл. 1, то: приведенное напряжение

$$(\sigma_b)_t = (M_b)_t : W \text{ кг/см}^2. \quad (229)$$

Кроме того, должно быть:

$$(\sigma_b)_t \leq k_b \text{ (§ 49, табл. 6)}, \quad (230)$$

если k_b — допускаемое напряжение согласно табл. 6, § 49.

2. *Сложение напряжений.* Вообще $\sigma_b = M_b : W$, $\tau = M_d : W_d$ и согласно уравн. 227: приведенное напряжение

$$\sigma = 0,35 \sigma_b + 0,65 \sqrt{\sigma_b^2 + 4(\alpha_0 \cdot \tau)^2}, \quad (231)$$

α_0 согласно § 65.

Кроме того должно быть: $\sigma \leq k_b$ согласно § 49, табл. 6. (231a)

Примечание: По третьей теории прочности, критерием которой служит наибольшее удлинение, при расчете валов пользуются формулой Сен-Венана с поправкой Баха:

$$k_b \cdot W = 0,35 M_b + 0,65 \sqrt{M_b^2 \times (\alpha M_d)^2}. \quad (232)$$

Расчет производится на изгиб от фиктивного момента.

По 2-й теории прочности, критерием для которой служит наибольшее касательное напряжение, применяется формула Геста с поправкой Баха

$$k_u \cdot W = \sqrt{M_b^2 + (\alpha_0 M_d)^2}, \quad (233)$$

где α_0 — коэффициент, введенный Бахом.

Совокупное действие изгиба и кручения. Правильность вычисления момента M_i по способу, указанному в § 66, в настоящее время оспаривается. Мор предлагает вычислять максимальное расчетное сопротивление сдвигу по следующей формуле:

$$\tau = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{M_b^2 + M_d^2}}{W},$$

где

$$W = \frac{\pi}{32} \cdot d^3, \text{ или приблизительно } 0,1 d^3. \quad (234)$$

Для круглого сечения берут при этом допускаемую величину τ в 2 раза меньше, чем допускаемое при старом способе вычисления значение σ .

Напр., для мартеновской стали допускаемое

$$\tau = \frac{1}{2} \sigma = 400 \text{ кг/см}^2.$$

Насколько эта формула пригодна, покажет будущее.

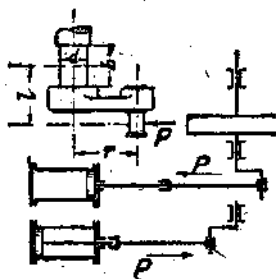
Сечение	Круг 	Квадрат 
Напряжение изгиба	$\sigma_b = M_b : 0,1 d^3$	$\sigma_b = M_b : \frac{1}{8} b^3$
Напряж. кручения	$\tau = M_d : 0,2 d^3$	$\tau = M_d : \frac{3}{8} b^3$

1. Для круглых и квадратных сечений.

Приведенное напряжение согласно уравн. 231.

Пример: Шейка вала $\Phi 21$ см, давление шатуна = 10 900 кг, $l = 39,5$ см, $r = 40$ см (фиг. 268).

Согласно вышеприведенной таблице:



Фиг. 268.

Напряжение от изгиба

$$\sigma_b = \frac{10\,900 \cdot 39,5}{0,1 \cdot 21^3} = 472 \text{ кг/см}^2.$$

Напряжение от кручения

$$\tau = \frac{10\,900 \cdot 40}{0,2 \cdot 21^3} \sim 240 \text{ кг/см}^2.$$

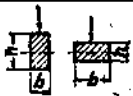
Согласно таблице § 65 для стали $\alpha_b = 1$, следовательно — согласно уравн. 231:

Приведенное напряжение

$$\sigma_l = 0,35 \cdot 472 + 0,65 \sqrt{472^2 + 4 \cdot 240^2} = 600 \text{ кг/см}^2.$$

II. Для прямоугольных и эллиптических сечений.

Для прямоугольных и эллиптических сечений приведенные напряжения должны появляться в одном и том же волокне материала.

Сечение		
Напряж. изгиба	$\sigma_b = M_b : \frac{1}{8} b \cdot h^2$	$\sigma_b = M_b : 0,1 b \cdot h^2$
Напряж. кручен.	$\tau = M_d : \frac{2}{9} b \cdot h^2$	$\tau = M_d : 0,2 b \cdot h^2$

Приведенное напряжение согласно уравн. 231.

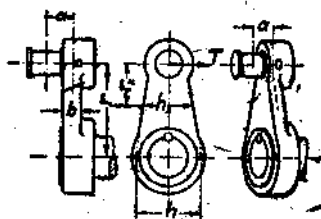
Пример: Плечо кривошипа (Фиг. 269) также испытывает изгиб под действием момента $M_b = T \cdot r$ кгсм и кручение под действием момента $M_d = T \cdot a$ кгсм.

Для $b = 8,5$, $h = 38$, $a = 11$,
 $r = 40$ см, $T = 10\,900$ кг.

Тогда по таблице на этой странице

$$\sigma_b = \frac{10\,900 \cdot 40}{\frac{1}{8} \cdot 8,5 \cdot 38^2} = 218 \text{ кг/см}^2,$$

$$\tau = \frac{10\,900 \cdot 11}{\frac{2}{9} \cdot 8,5 \cdot 38^2} = 45 \text{ кг/см}^2.$$



Фиг. 269.

а так как согласно таблице § 65 для стали $\alpha_0 = 1$, то приведенное напряжение

$$\sigma_l = 0,35 \cdot 218 + 0,65 \sqrt{218^2 + 4 \cdot 45^2} = 230 \text{ кг/см}^2.$$

§ 67. Другие виды сложных сопротивлений.

а) Растяжение и кручение.¹⁾ Согласно § 65 приведенное напряжение

$$\sigma_l = 0,35 \sigma_z + 0,65 \sqrt{\sigma_z^2 + 4(\alpha_0 \cdot \tau)^2}$$

$$\alpha_0 \text{ по таблице § 65} = \frac{k_z}{1,3k_d}.$$

Условие:

Суммарное напряжение $\leq k_z$ (§ 49, табл. 3 — 4).

б) Сжатие и кручение.¹⁾ Согласно § 65 приведенное напряжение

$$\sigma_l = 0,35 \sigma + 0,65 \sqrt{\sigma^2 + 4(\alpha_0 \cdot \tau)^2}$$

$$\text{по таблице § 65} = \frac{k}{1,3k_d}.$$

Условие:

Приведенное напряжение $\leq k$ (§ 49, табл. 3 — 4).

в) Растяжение и сдвиг.¹⁾ Согласно § 65 приведенное напряжение

$$\sigma_l = 0,35 \sigma_z + 0,65 \sqrt{\sigma_z^2 + 4(\alpha_0 \cdot \tau)^2}$$

$$\alpha_0 \text{ по таблице § 65} = \frac{k_z}{1,3k_s}.$$

Условие:

Суммарное напряжение $\leq k_z$ (§ 49, табл. 3 — 4).

г) Сжатие и сдвиг.¹⁾ Согласно § 65 приведенное напряжение

$$\sigma_l = 0,35 \sigma + 0,65 \sqrt{\sigma^2 + 4(\alpha_0 \cdot \tau)^2}$$

$$\alpha_0 \text{ по таблице § 65} = \frac{k}{1,3 \cdot k_s}.$$

Условие:

Приведенное напряжение $\leq k$ (§ 49, табл. 3 — 5).

¹⁾ Для сложных сопротивлений встречаются редко.

е) Изгиб и сдвиг¹⁾. Согласно § 65 суммарное напряжение

$$\sigma_t = 0,35 \sigma_b + 0,65 \sqrt{\sigma_b^2 + 4(\sigma_b \cdot \tau)^2};$$

по таблице § 65 $\sigma_b = \frac{k_b}{1,3k_s}$.

Условие:

Приведенное напряжение $\sigma_t \leq k_b$ (§ 49, табл. 5—6).

§ 68. Расчет кривых брусьев.

1. Общие данные.

Общепринятая формула $\sigma_b = M_b : W$ для определения напряжения при изгибе пригодна только для прямых брусьев (§ 58, с) и, будучи применена для приближенного расчета кривых брусьев, дает преуменьшенные значения напряжений. Дело в том, что волокна вогнутой части испытывают большее напряжение, чем волокна выпуклой части.

Мы будем различать: *Открытые стержни*:

а) растягиваемые, б) сжимаемые.

Замкнутые стержни: а) растягиваемые,

б) сжимаемые.

Пусть: P — растягивающая или сжимающая сила в кг, M_b — изгибающий момент в кгсм (сравни § 58), F — поперечное сечение в см², расстояние центра тяжести s : e от внутреннего волокна в см (фиг. 270—272), e_1 от наружного волокна в см, J — экваториальный момент инерции²⁾ в см⁴ согласно § 50.

Фиг. 270—272.

Затем моменты сопротивления:

W для напряжений у внутреннего края (фиг. 271, около b) в см³,

W_1 для напряжений у наружного края (фиг. 271, около a) в см³

(если $e_1 = e$, то $W_1 = W$ берется прямо из таблиц § 50),

r — радиус кривизны в см, измеряемый от центра кривизны до центра тяжести сечения (сравни фиг. 270—272).

Несколько кропотливый вывод формулы для сопротивлений не дает наглядных уравнений. В нижеследующих случаях II и III (с некоторым приближением) дано несколько удобных урав-

¹⁾ Эти сложные сопротивления встречаются редко.

²⁾ Графическое определение моментов инерции показано в отделе „Графостатика“.

нений, пригодных для всякого рода кривых брусьев. Соответствующие примеры см. фиг. 270 — 272.

Для сечений, не много отличающихся от круглых, принимают приближенный радиус кривизны r . Все размеры в сантиметрах.

II. Открытые кривые брусья.

а) Растягиваемые кривые брусья.

Примеры: Крюки, серьги, кожницы, станины.

$$\text{Для внутреннего волокна } W = J : e \text{ см}^2. \quad (232)$$

$$\text{Для наружного волокна } W_1 = J : e_1 \text{ см}^2. \quad (233)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{внутр. волокна} \\ \text{растяжение} \end{array} \right\} \sigma = \frac{M_b}{W \cdot \left(1 - \frac{e}{r}\right)} + \frac{M_b}{F \cdot r} + \frac{P}{F} \text{ кг/см}^2 \quad (234)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{наружн. волокна} \\ \text{сжатие} \end{array} \right\} \sigma_1 = \frac{M_b}{W_1 \cdot \left(1 + \frac{e_1}{r}\right)} + \frac{M_b}{F \cdot r} - \frac{P}{F} \text{ кг/см}^2. \quad (235)$$

Пренебрегая собственным весом, для фиг. 273 — 277 берем

$$P = Q \text{ и } M_b = Q \cdot l.$$



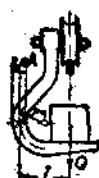
Фиг. 273.



Фиг. 274.



Фиг. 275.



Фиг. 276.



Фиг. 277.

В уравнениях 234 и 235 первые два члена представляют собой напряжения, вызванные чистым изгибом, и последний член — напряжения, вызванные растяжением. Опасные сечения находятся в x .

Допускаемое напряжение согласно § 49, табл. 3 и 6.

Моменты инерции J согласно § 50.

Уравнение 234 дает здесь всегда наибольшее значение; только если e_1 значительно больше, чем e , то может понадобиться еще проверка по уравнению 235.

Если $r = l$, как, напр., для крюка (фиг. 274), то согласно уравн. 234 имеем:

$$\left. \begin{array}{l} \text{внутр. вол.} \\ \text{растяжение} \end{array} \right\} \sigma = \frac{Q \cdot l^2}{W \cdot (l - e)} \text{ кг/см}^2 \quad (236)$$

согласно уравнению 4:

$$\left. \begin{array}{l} \text{наружн. вол.} \\ \text{сжатие} \end{array} \right\} \sigma_1 = \frac{Q \cdot l^2}{W_1 \cdot (l + e_1)} \text{ кг/см}^2, \quad (237)$$

В задаче уравнения 236 и 237 дают:

для внутр. волокна растяжение $\sigma = 986 \text{ кг/см}^2$.

для наружн. волокна сжатие $\sigma_1 = 473 \text{ кг/см}^2$.

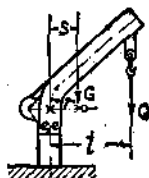
Значит, напряжение внутреннего волокна больше; следовательно, по этому напряжению и ведется расчет.

б) Сжимаемые кривые брусья. Примеры: краны, консоли, захваты и пр. (фиг. 278 и 279).

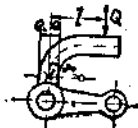
Для W и W_1 действительны уравнения 232 и 233.

Затем:

для внутр. волокна — уравн. 234, однако результат есть напряжение сжатия, для наружн. волокна — уравн. 235, однако результат есть напряжение растяжения.



Фиг. 278.



Фиг. 279.

Опасное сечение около x .

Допускаемое напряжение согласно § 49, табл. 3 и 6.

Моменты инерции согласно § 50.

Для железа и стали (напряжения растяжения и сжатия примерно одинаковы) расчет ведется по уравнению 234. Для чугуна же также и по уравнению 235, в особенности, если e_1 гораздо больше, чем e .

Эмпирическая формула: У опасного сечения $e + e_1 = 2 \cdot \sqrt{M_{\max}} + 200 \text{ мм}$.

III. Замкнутые кривые брусья (кольца).

а) Растягиваемые кольца. Для нормальных звеньев цепи нижеследующий расчет не пригоден, так как здесь внутреннее закругление соответствует диаметру цепи.

На фиг. 280—282 показаны 3 растягиваемых кольца. Опасное сечение x . Максимальное напряжение и здесь имеет место во внутреннем волокне. Для фиг. 282 нижеследующий расчет пригоден только с известным приближением.

При тех же обозначениях, что в пункте I, результат несколько кропотливых вычислений получается для силы сжатия:

$$\sigma_{\max} = \frac{Q \cdot r^2}{(F \cdot r^2 + J) \cdot \pi} \cdot \left(\frac{F \cdot r^2}{J} \cdot \frac{e}{r - e} - 1 \right) \text{ кг/см}^2. \quad (238)$$

Допускаемое напряжение согласно § 49, табл. 3 и 6.

Для наружного волокна в уравнение 238 нужно вставить e_1 вместо e , $r + e_1$ вместо $r - e$ и $+1$ вместо -1 . (Для чугуна необходимо принять во внимание также напряжение растягиваемого волокна.)

Для кольца (или петли) с круглым сечением получим согласно уравнению 238:

$$\sigma = X \cdot \frac{Q}{r^2} \text{ кг/см}^2. \quad (239)$$

• Временное сопротивление:

$$Q = k \cdot r^2 : X \text{ кг (} k \text{ согласно § 49, табл. 2).}$$

Таблица значений X .

$r : e$	2,0	2,1	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0	3,3	3,6	4,0	4,5	5,0
X	5,7	6,5	8,0	10	12	13,5	15	19	24	33	45	60

Пример: Имеется петля круглого сечения (фиг. 281) $r = 5,5 \text{ см}$, $e = 1,8 \text{ см}$, нагрузка $Q = 2000 \text{ кг}$. Определить напряжение σ .

Для $r : e = 5,5 : 1,8 \approx 3$ по таблице $X = 15$, следовательно согласно уравн. 239:

$$\sigma = 15 \cdot \frac{2000}{5,5^2} \approx 1000 \text{ кг/см}^2.$$



Фиг. 283.

б) Сжимаемые кольца. Сила Q стремится выгнуть кольцо (фиг. 283) в обе стороны; благодаря этому внутреннее волокно материала испытывает в x растяжение.

Опасное сечение в x , максимальное напряжение во внутреннем волокне (растяжение).

Расчет тоже согласно уравн. 238.

Для круглого сечения (толщина железа $\approx 2e$) здесь также пригодно уравн. 239, но в результате получается растяжение.

Допускаемое напряжение

k_2 согл. § 49, табл. 3.

Временное сопротивление
согл. § 49, табл. 2.

Сжатое кольцо встречается
в опрокидывающих приспособ-
лениях (фиг. 284 и 285).



Фиг. 284.



Фиг. 285.

ЗАДАЧИ К §§ 45—68.

233. Какие металлы больше всего применяются в машиностроении?

Ответ. Серый чугун, стальная отливка, железо, сталь.

234. Чугун и стальная отливка. Укажите главное различие в применении этих материалов.

Ответ. Стальная отливка прочнее, но зато в 2 или 3 раза дороже чугуна.

235. Серый чугун. Укажите содержание углерода и кремния в процентах.

Ответ. Углерода 3—3,5%; кремния 1—3%.

236. Усадка. Брусек из чугуна в жидком состоянии имел, например, длину $= 4,3$ м. Вычислить усадку после остывания.

Решение. При остывании чугун сжимается на $\frac{1}{100}$ своей длины, следовательно здесь усадка $= 4,3 \cdot \frac{1}{100} \sim 0,045$ м.

237. Ковкий чугун. В каких случаях применяется ковкий чугун и каково в нем содержание кремния?

Ответ. Ковкий чугун идет на изготовление мелких деталей вместо железа. Содержание кремния 0,45—1,25%.

238. Отбеленная отливка. Что характерно для отбеленной отливки и для какой цели таковая применяется?

Ответ. Для нее характерна твердая корка; идет на изготовление деталей, подверженных сильному изнашиванию.

239. Стальная отливка. Какое преимущество дает стальная отливка?

Ответ. Стальная отливка характеризуется большей прочностью и большим удлинением, чем чугун.

240. При какой температуре плавится литая сталь?

Ответ. При 1800° .

241. Усадка для стальной отливки. Если в задаче 236

чугун заменить стальной отливкой, то насколько уменьшится длина его после остывания?

Решение. Усадка для стальной отливки $= 1,7\%$; поэтому $4,3 \cdot 0,017 = 0,073 \text{ м} = 73 \text{ мм}$.

242. *Сварочное железо*. Как получается сварочное железо?

Ответ. Сварочное железо получается в кричных горнах и пудлинговых печах. Примеси удаляются путемковки и вальцовки.

243. Какие три сорта сварочного металла различают?

Ответ. Различают: сварочное железо, мелкозернистое железо и сталь.

244. *Сварочная сталь*. Принимает ли сварочная сталь закалку?

Ответ. Сварочное железо с высоким процентом содержания углерода называется „сварочной сталью“; такая сталь принимает закалку.

245. *Литое железо*. Как получается литое железо?

Ответ. Литое железо получается в жидком состоянии, вследствие чего оно имеет меньше шлака, чем сварочное железо.

246. При каких условиях литой металл принимает закалку?

Ответ. При содержании углерода от 0,6 — 2,3% литой металл принимает закалку и называется тогда „литая сталь“.

247. *Сортовое железо*. Что такое брусковое и прокатное железо?

Ответ. Сортное железо, имеющее по всей своей длине одинаковое поперечное сечение.

В приведенных ниже задачах большое место занимает применение всякого рода расчетов на прочность, имеющих в машиностроении огромное значение. Поэтому выбираем здесь лишь несколько простых примеров для объяснения основных понятий, тем более, что уже в тексте в §§ 45 — 68 имеется целый ряд подобных примеров.

248. Какие рода прочности различают? (Прежде чем изучать всякого рода сопротивления, необходимо усвоить себе общее объяснение в § 47.)

Ответ. Различают: сопротивление разрыву, сжатию, изгибу, продольному изгибу, сдвигу, скручиванию и сложное сопротивление.

249. Какие основные понятия нужно запомнить и какими буквами они обозначаются в теории сопротивления материалов?

Ответ. Основные понятия подробно объяснены в § 48.

Запомнить нужно значение следующих букв: $E, G, T, K, J, J_p, W, W_p, M_b, M_d$ или P, R, τ, k, τ .

250. Сопротивление разрыву. На стержне из круглого железа $d = 13$ мм подвешен груз $Q = 2000$ кг (фиг. 286). Определить:



1. Напряжение в стержне в кг/см^2 .
2. Удлинение стержня в см , при первоначальной его длине $= 3,2$ м.
3. При какой предельной нагрузке Q в кг произошел бы разрыв стержня?

Решение. 1. Напряж. $= \frac{\text{нагрузка в кг}}{\text{плоск. попер. сеч. в см}^2} \text{ кг/см}^2$.

Фиг. 286.

Значит:

$$\text{Напряжение } \sigma = \frac{2000}{\frac{\pi}{4} 1,3^2} = \frac{2000}{1,33} = 1500 \text{ кг/см}^2.$$

$$2. \text{ Удлинение } \lambda = \frac{1500 \cdot 320}{2\,050\,000} = 0,235 \text{ см.}$$

Модуль упругости $E = 2\,050\,000$ согласно § 49.

3. Временное сопротивление $K_z = 3600 \text{ кг/см}^2$

$$Q = \frac{\pi}{4} d^2 \cdot K_z = 1,33 \cdot 3600 = 4800 \text{ кг.}$$

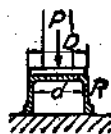
251. То же — при $d = 2,5$ см, $Q = 10\,000$ кг.

252. Сопротивление сжатию. Пусть на чугунное изделие кольцевого поперечного сечения $D = 12$ см, $d = 10$ см давит груз P кг (фиг. 287). Определить:

1. Временное сопротивление материала в кг/см^2 .
2. Груз P в кг , при котором данное изделие разрушается.

Решение. 1. Временное сопротивление для чугуна

$$K_d = 7500 \text{ кг/см}^2.$$



Фиг. 287.

2. Поперечное сечение $f = \frac{\pi}{4} \cdot 12^2 - \frac{\pi}{4} \cdot 10^2 = 35 \text{ см}^2$; следовательно разрушающий груз

$$P = 7500 \cdot 35 \sim 260\,000 \text{ кг} = 260 \text{ т.}$$

253. Сопротивление продольному изгибу. Пусть круглая железная колонна имеет диам. $d = 5,6$ см и высоту $l = 250$ см (фиг. 288). Рассчитать допускаемую нагрузку колонны. Определить:

1. Момент инерции в см^4 .

2. Модуль упругости кг/см^2 .
3. Допускаемую нагрузку в кг при $m=5$ -кратной прочности.
4. При каком критическом грузе P произойдет разрушение колонны?

Решение. 1. Момент инерции $J = \frac{\pi}{64} d^4 \sim 0,05 \cdot 5,6^4 = 50 \text{ см}^4$.

2. Модуль упругости для железа

$$E = 2\,050\,000 \text{ кг/см}^2.$$

3. Согласно случаю II § 55 имеем:

$$P = \frac{10 \cdot 50 \cdot 2\,050\,000}{5 \cdot 250^3} = 3280 \text{ кг.}$$

4. Берем $m=1$; тогда:

Критическая нагрузка

$$P = \frac{10 \cdot 50 \cdot 2\,050\,000}{1 \cdot 250^3} = 16\,400 \text{ кг.}$$



Фиг. 288.

254. То же — при $d=11,2 \text{ см}$, $l=500 \text{ см}$.

255. Усилие стержня верхнего пояса фермы $P = -11\,193 \text{ кг}$; длина стержня $2,393 \text{ м}$.

Подобрать сечение, если допускаемое напряжение

$$k = 1000 \text{ кг/см}^2.$$

1 вариант. Сечение состоит из 2 равнобоких уголков (фиг. 289).

Решение. Задаемся $\varphi_0 = 0,5$ и напряжением на продольный изгиб $\approx 500 \text{ кг/см}^2$ ($0,5 \cdot 1000$).

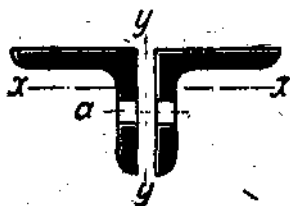
Площадь сечения

$$F = \frac{11\,193}{500} = 22,3 \text{ см}^2.$$

из сортамента по $\frac{F}{2} = 11,15 \text{ см}^2$

находим 2 уголка

$$75 \times 75 \times 9 \text{ мм.}$$



Фиг. 289.

Заклепки ставим диаметра $2,0 \text{ см}$.

Площадь сечения:

$$F_{\text{брутто}} = 12,8 \cdot 2 = 25,6 \text{ см}^2;$$

$$F_{\text{нетто}} = 25,6 - 2 \cdot 2,0 \cdot 0,9 = 22 \text{ см}^2;$$

$$J_{\text{хмид}} = 2 \cdot 65,1 = 130,2 \text{ см}^4$$

Радиус инерции:

$$r_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{F}} = \sqrt{\frac{130,2}{25,6}} = \sqrt{5,09},$$

$$r = 2,25 \text{ см}$$

$$\frac{l}{r} = \frac{239,3}{2,25} = 106,3$$

коэффициент уменьшения основного напряжения — по таблице 1 § 56

$$\varphi = 0,52.$$

Допускаемое напряжение:

$$k' = 0,52 \cdot 1000 = 520 \text{ кг/см}^2.$$

Действительное напряжение:

$$\sigma = \frac{11 \cdot 193}{22} = 508,8 \text{ кг/см}^2 < k'$$

[φ по формуле Шварц-Рейкина (Навье):

$$\varphi = \frac{1}{1 + 0,00008 \cdot \left(\frac{l}{r}\right)^2} = 0,522].$$

Вес погонного метра g выбранного сечения $2 \cdot 10,05 = 20,1 \text{ кг}$.

П-вариант. Сечение крестообразное (фиг. 290). Задаемся уголками:

$65 \times 65 \times 9$ и диаметром заделки $d = 16 \text{ мм}$.

$$F_{\text{брутто}} = 2 \cdot 10,96 = 21,92 \text{ см}^2;$$

$$F_{\text{нетто}} = 21,92 - 2 \cdot 1,6 \cdot 0,9 = 19 \text{ см}^2;$$

$$J_{\min} = 2 \cdot 65,7 = 131,4 \text{ см}^4;$$

$$r_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{F}} = \sqrt{\frac{65,7}{10,96}} = 2,45 \text{ см};$$

$$\frac{l}{r} = \frac{239,3}{2,45} = \text{окр. } 97,7.$$

Из таблицы 1 § 56 находим коэффициент φ интерполированием $\varphi = 0,533$.

Допускаемое напряжение

$$k' = \varphi \cdot k = 533 \text{ кг/см}^2.$$

Напряжение материала:

$$\sigma = \frac{11193}{19} = 536 \text{ кг/см}^2.$$

Вес погонного метра: $g = 2 \cdot 8,6 = 17,2 \text{ кг}$.

III вариант. Сечение из 2 неравнобоких уголков (фиг. 291).

Принимаем 2 неравнобоких уголка:

$90 \times 60 \times 8 \text{ мм}$.

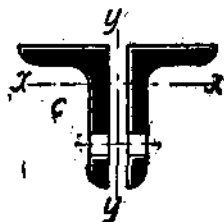
Площадь сечения:

$$F_{\text{брутто}} = 2 \cdot 11,45 = 22,9 \text{ см}^2;$$

$$F_{\text{нетто}} = 22,9 - 2 \cdot 2 \cdot 0,8 = 19,7 \text{ см}^2;$$

$$J_x = 2 \cdot 92,1 = 184,2 \text{ см}^4;$$

при толщине соединительного листа $\delta = 10 \text{ мм}$.



Фиг. 291.

$$J_y = 2[32,65 + 11,45(1,48 + 0,5)^2] = 154 \text{ см}^4.$$

$$J_y < J_x;$$

$$r = \sqrt{\frac{154}{22,9}} = 2,57 \text{ см};$$

$$\frac{l}{r} = \frac{239,3}{2,57} \sim 93; \quad \varphi = 0,57$$

допускаемое напряжение

$$k' = \varphi \cdot k = 0,57 \cdot 1000 = 570 \text{ кг/см}^2.$$

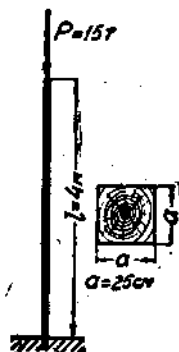
Напряжение материала:

$$\sigma = \frac{11193}{19,7} = 568 \text{ кг/см}^2 < 570 \text{ кг/см}^2.$$

Вес g погонного метра сечения $2 \cdot 8,99 = 17,98 \text{ кг}$.

Наиболее выгодно в экономическом отношении сечение крестообразное.

256. Определить допускаемую нагрузку P для деревянной стойки (из сосны) (фиг. 292) квадратного сечения, если длина $l = 4 \text{ м}$, сторона сечения $a = 25 \text{ см}$ и коэффициент безопасности $n = 10$.



Фиг. 292.

$$r_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{F}} = \sqrt{\frac{25^4}{12 \cdot 25^3}} = 7,2 \text{ см}.$$

Приведенная длина $\mu l = 2 \cdot 400 = 800 \text{ см}$.

Характеристика:

$$\frac{\mu l}{r_{\min}} = \frac{800}{7,2} = 111,$$

в виду чего можно применить формулу Эйлера (для основного случая необходимо, чтобы $\frac{l}{r_{\min}} > 100$).

Допускаемая нагрузка

$$P = \frac{P_{\text{кр}}}{n} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J}{4 \cdot \mu \cdot n};$$

$$J_{\min} = \frac{a^4}{n} = \frac{25^4}{12} = 32552 \text{ см}^4;$$

$$E = 100\,000 \text{ кг/см}^2;$$

$$P = \frac{10 \cdot 100\,000 \cdot 32\,552}{4 \cdot 160\,000 \cdot 10} = \text{окр. } 5080 \text{ кг.}$$

257. Рассчитать сечение полой чугунной колонны (фиг. 293) длиной $= 4,0 \text{ м}$, если центральная нагрузка $Q = 50 \text{ т}$, допускаемое напряжение на сжатие $k_{\text{сж}} = 750 \text{ кг/см}^2$

и $\frac{d}{D} = 0,8$. Нижний конец колонны закреплен, — принять верхний конец закрепленным шарнирно.

Задаемся ориентировочно $\varphi = 0,6$ и напряжением

$$k' = 0,6 \cdot 750 = 450 \text{ кг/см}^2.$$

Требуемая площадь

$$F = \frac{Q}{k'} = \frac{50\,000}{450} = 111,1 \text{ см}^2;$$

$$F = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4} (D^2 - 0,64 D^2) = 0,09 \pi D^2;$$

$0,09 \pi D^2 = 111,1$, откуда $D = \text{окр. } 20,0 \text{ см}$ и $d = 0,8 \cdot 20 = 16 \text{ см}$; толщина стенки $\delta = 2 \text{ см}$.

Проверка сечения.

$$J = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4) = \frac{\pi}{64} (20,0^4 - 16,0^4) = 4637 \text{ см}^4$$

$$F = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4} (20,0^2 - 16,0^2) = 113 \text{ см}^2$$

$$r = \sqrt{\frac{J}{F}} = \sqrt{\frac{4637}{113}} = 6,4 \text{ см.}$$

Приведенная длина $\mu \cdot l = 0,7 \cdot 400 = 280 \text{ см.}$

Характеристика $\frac{\mu \cdot l}{r} = \frac{280}{6,4} = 43,75.$

По формуле Шварц-Ренкина:

$$\varphi = \frac{1}{1 + a \left(\frac{\mu \cdot l}{r} \right)^2} = \frac{1}{1 + 0,0003 \cdot (43,75)^2} = 0,635.$$

Допускаемое напряжение на продольный изгиб

$$k' = \varphi \cdot k = 0,635 \cdot 750 = 476 \text{ кг/см}^2.$$

Действительное напряжение

$$\sigma = \frac{Q}{F} = \frac{50\,000}{113} = 442 \text{ кг/см}^2 < k'.$$

258. Момент инерции. Пусть брусок прямоугольного сечения имеет размеры: $h = 5,8 \text{ см}$, $b = 2,1 \text{ см}$ (фиг. 294). Определить момент инерции, если брусок сопротивляется на продольный изгиб.

Решение. При расчете на продольный изгиб нужно всегда брать наименьший момент инерции, т. е. меньшую сторону прямоугольника в 3-й степени.

Момент инерции



Фиг. 294.

$$J = \frac{h \cdot b^3}{12} = \frac{5,8 \cdot 2,1^3}{12} = 4,5 \text{ см}^4.$$

259. То же при $h = 11,6 \text{ см}$, $b = 1,05 \text{ см}$.

260. Сопротивление скручиванию. Пусть на одном из концов стального вала длиной $L = 2,4 \text{ м}$ имеется рукоятка радиуса $R = 72 \text{ см}$, к которой приложена сила $P = 3100 \text{ кг}$. Диаметр вала $d = 190 \text{ мм}$ (фиг. 295). Найдите напряжение и угол кручения. Определить:

1. Крутящий момент в кгсм.

2. Полярный момент сопротивления в см⁴.

3. Сопротивление кручению в кг/см^2 .
4. Полярный момент инерции.
5. Модуль сдвига.
6. Угол кручения на 1 погонный метр.

Решение. 1. Крутящий момент

$$M_d = 3100 \cdot 72 = 223\,000 \text{ кгсм.}$$

2. Полярный момент сопротивления

$$W_p = \frac{\pi}{16} \cdot d^3 \sim 0,2 \cdot 19^3 = 1370 \text{ см}^3.$$

Фиг. 295.

3. Напряжение:

$$\tau = \frac{223\,000}{1370} = 162 \text{ кг/см}^2.$$

4. Полярный момент инерции

$$J_p = \frac{\pi}{32} \cdot d^4 \sim 0,1 \cdot 19^4 = 13\,000 \text{ см}^4.$$

5. Модуль сдвига для стали = $850\,000 \text{ кг/см}^2$.

6. Наибольший угол кручения (2,4 м):

$$\delta = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{223\,000}{13\,000} \cdot \frac{240}{850\,000} = 0,275^\circ \sim \frac{1}{4}^\circ,$$

следовательно на 1 погонный метр длины

$$\delta = \frac{1/4^\circ}{2,4} \sim \frac{1^\circ}{10}.$$

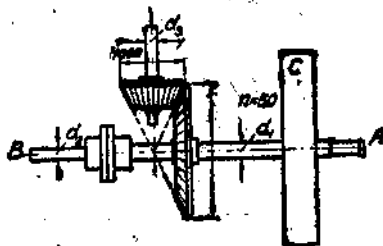
261. То же, при $L = 45 \text{ м}$, $R = 40 \text{ см}$, $P = 1200 \text{ кг}$, $d = 21 \text{ см}$.

262. Горизонтальный вал АВ (фиг. 296) получает от двигателя посредством шкива С 150 л.с. сил, из которых половина передается посредством конических колес вертикальному валу. Валы изготовлены из литого железа.

Определить диаметры d_1 , d_2 и d_3 , если горизонтальный вал АВ делает 50 оборотов в минуту и допускаемое напряжение

$$k = 400 \text{ кг/см}^2$$

$$M_d = W_p \cdot k_d; \quad W_p = \frac{\pi d^3}{16},$$



Фиг. 296.

откуда

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{кр}}{\pi \cdot 400}} \quad (a)$$

Вал на длине до конической передачи передает 150 лощ. сил.
Скручивающий момент

$$M_1 = 71\,620 \frac{N}{n} = 71\,620 \cdot \frac{150}{50} = 214\,860 \text{ кгсм.}$$

Вертикальный вал диаметром d_1 получает 75 лощ. сил (по условию, $-\frac{1}{2} \cdot 150$) и делает 100 оборотов (передача колес $= 1:2$).
Скручивающий момент

$$M_2 = 71\,620 \frac{N}{n} = 71\,620 \cdot \frac{75}{100} = 53\,715 \text{ кгсм.}$$

Момент, скручивающий горизонтальный вал диаметром d_2 :

$$M_2 = 71\,620 \frac{N}{n} = 71\,620 \cdot \frac{75}{50} = 107\,430 \text{ кгсм.}$$

Вставляя в вышеприведенную формулу (a) соответствующие величины моментов, получаем:

$$d_1 \sim 14 \text{ см}; \quad d_2 \sim 11 \text{ см}; \quad d_3 \sim 8,8 \text{ см.}$$

263. Требуется рассчитать полый чугунный вал для водяной турбины, которая при $n=120$ оборотах в минуту развивает $N=240$ лощ. сил, если внутренний диаметр вала $d=0,8 D$; допускаемое напряжение

$$k_d = 100 \text{ кг/см}^2;$$

$$M_d = 71\,620 \frac{N}{n} = 71\,620 \cdot \frac{240}{120} = 143\,240 \text{ кгсм}^2.$$

Момент сопротивления кольцевого сечения

$$W_p = 0,2 \frac{D^3 - d^3}{D};$$

по заданию $d=0,8 D$

$$W_p = 0,2 \frac{D^3 - (0,8 \cdot D)^3}{D} = 0,118 D^2;$$

$$W_p = 0,118 D^2 = \frac{M_d}{k_d} = \frac{143\,240}{100};$$

$$D = 23 \text{ см};$$

внутренний диаметр $d = 0,8 D = 0,8 \cdot 23 = 18,4$ см, толщина δ кольца

$$\delta = \frac{D - d}{2} = \frac{230 - 184}{2} = 23 \text{ мм.}$$

264. Сопротивление скручиванию в случае прямоугольного сечения. Пусть брусок (зад. № 260) имеет прямоугольное сечение с размерами $b = 12$ см, $h = 24$ см. Определить напряжение $\tau_{\max}$ в кг/см² (фиг. 297).

Решение. Напряжение $\tau_{\max}$ возникает в середине длинных сторон. Крутильный момент сопротивления:

$$W_d = \frac{2}{9} \cdot 12^3 \cdot 24 = 770 \text{ см}^3,$$

Фиг. 297.

напряжение $\tau_{\max} = 223\,000 : 770 = 290$ кг/см².

265. То же при $b = 7$ см, $h = 14$ см.

266. Сопротивление сдвигу и срезу. Пусть в показанном на рисунке заклепочном соединении толщина листа $\delta = 1,5$ см, диам. заклепок $d = 2,2$ см, число заклепок $Z = 3$ (фиг. 298).

Найти разрывное усилие. Определить:

1. Временное сопротивление на срез.
2. Поперечное сечение площади среза в см².
3. Критическое усилие P в кг, при котором произойдет разрыв.



Фиг. 298.

Решение. 1. Временное сопротивление на срез

$$K' = 2200 \text{ кг/см}^2.$$

2. Площадь среза $F = 2 \cdot 3 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 2,2^2 \sim 23$ см².

$$3. \tau = \frac{x \cdot P}{F};$$

заменив τ через K' и приняв коэффициент $x = \frac{4}{3}$ (см. § 57), получаем:

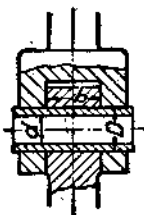
$$P = \left(1 : \frac{4}{3}\right) \cdot 23 \cdot 2200 = 38\,000 \text{ кг.}$$

Вообще же для заклепочных соединений (напр. для паровых котлов) главную роль играет сопротивление трению.

267. То же при $d = 1,8$ см; $Z = 6$.

268. Болтовое соединение (фиг. 299). Размеры полого стального болта $D = 8$ см, $d = 5$ см. При какой нагрузке P произойдет поломка болта? Определить:

1. Поперечное сечение площади среза в см^2 .
2. Коэффициент для кольцевого сечения.
3. Временное сопротивление для стали в кг/см^2 .



Фиг. 299.

4. Разрывающее усилие в кг.

Если $b > 1,5 D$, то такие оси следует рассчитывать также и на изгиб.

Решение. 1. Здесь работают 2 сечения, поэтому:

$$F = \frac{\pi}{4} \cdot (8^2 - 5^2) \cdot 2 = 61 \text{ см}^2.$$

2. Коэффициент $x = 2$ (для кольцевого сечения).
3. Временное сопротивление для стали

$$K = 4000 \text{ кг/см}^2.$$

4. Следовательно:

$$\text{разрывное усилие } P = \frac{61 \cdot 4000}{2} = 122\,000 \text{ кг.}$$

Расчет этой оси на изгиб показан в задаче № 304.

269. Какие основные понятия встречаются при расчетах на изгиб?

Ответ. Главным образом изгибающий момент, перерезывающая сила, момент сопротивления.

270. Момент. Что такое „момент“ и в каких единицах таковой выражается?

Ответ. Момент = сила $\times$ плечо.

Единицы меры: сила в кг, плечо в см, момент в кгсм .

271. Плечо. Что такое плечо?

Ответ. Плечо представляет собою перпендикуляр, опущенный на направление силы из центра тяжести опасного сечения (фиг. 300).



Фиг. 300.

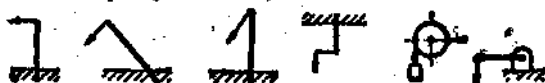
272. Изгибающие моменты. Начертить на фиг. 301 силу Q и плечо l таким образом, чтобы всегда момент влево $= Q \cdot l$, как указано для примера на фиг. 300.

Решение. Согласно правилам в задачах №№ 270 и 271 на фиг. 300 момент изгиба всегда $= Q \cdot l$.

273. Пусть на фиг. 300 груз $Q = 600$ кг, плечо $l = 210$ см. Чему равняется момент?

Решение. Момент $Q \cdot l = 600 \cdot 210 = 126\,000$ кгсм.

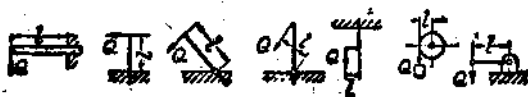
274. То же при $Q = 1\,200$ кг, $l = 105$ см.



Фиг. 301.

275. Как гласит уравнение изгибающих моментов в случае действия нескольких сил (например двух), и притом:

1. В одинаковом направлении?
2. В противоположных направлениях?



Фиг. 302.

Решение. 1. Если действует несколько сил в одном и том же направлении, то равнодействующий момент изгиба равен сумме составляющих моментов (фиг. 303), т. е.

$$M_b = Q \cdot l + P \cdot r.$$



Фиг. 303.

2. Если же силы действуют в противоположных направлениях, то равнодействующий момент изгиба равен разности составляющих моментов, т. е.

$$M_b = Q \cdot l - P \cdot r.$$

276. Момент справа, момент слева.

Что обозначают эти выражения?

Ответ. Момент справа: так называются обыкновенно моменты, вызывающие вращение по часовой стрелке.

Момент слева: вызывает вращение против часовой стрелки.

277. Состояние равновесия. Как гласит уравнение равновесия для двух моментов относительно одного центра вращения, действующих в противоположных направлениях?

Ответ. Сумма моментов должна равняться нулю

$$M_{\text{п}} - M_{\text{л}} = 0.$$

Момент справа должен равняться моменту слева.

278. Реакция опор. Как определить реакции опор для балки, свободно лежащей на двух опорах?

Ответ. Реакция опор определяется согласно указанному в задаче № 277 правилу для состояния равновесия, причем реакция действует всегда в направлении, обратном направлению нагрузки.

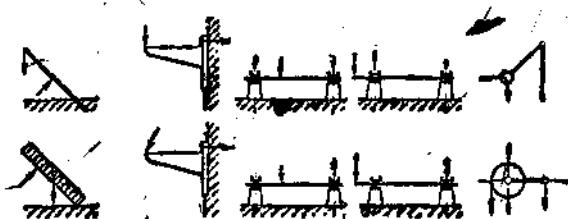
279. Для какой цели определяются реакции опор?

Ответ. Для нахождения изгибающих моментов и перерезывающей силы от внешних сил, к каковым относятся реакции.



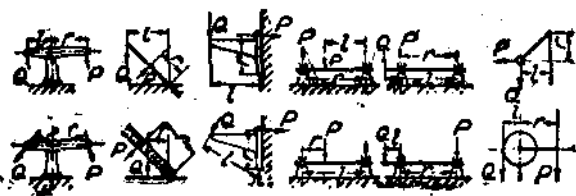
Фиг. 304.

280. Состояние равновесия. Для усвоения указанных в задачах №№ 276—278 осн. понятий предлагаем на фиг. 305 проставить буквы Q, l, P и r таким образом, чтобы момент слева равнялся $Q \cdot l$, а момент справа $P \cdot r$ (см. фиг. 304).



Фиг. 305.

Решение. Что касается направления силы и плеча, то здесь действительны те же указания, которые были даны в задачах



Фиг. 306.

№№ 271—276. Для состояния равновесия (сравни также задачу № 277) должно быть:

$$M_{\text{л}} = M_{\text{п}} \quad \text{или} \quad Q \cdot l = P \cdot r.$$

Если три величины известны, то четвертая определяется просто, напр.:

$$P = \frac{Q \cdot l}{r}.$$

Буквы на фиг. 306 рекомендуется проставлять по памяти.

281. Пусть *плита* на фиг. 307 весит $Q = 300$ кг, расстояние центра тяжести от кромки качания $l = 115$ см, длина плеча прилагаемой силы P пусть будет $r = 200$ см. Чему равна сила P ? (Фиг. 307.)



Фиг. 307.

Решение. Уравнение моментов:

$$Q \cdot l = P \cdot r,$$

следовательно

$$P = \frac{Q \cdot l}{r} = \frac{300 \cdot 115}{200} = 172 \text{ кг.}$$

282. То же при $Q = 600$ кг, $l = 230$ см, $r = 100$ см.

283. *Регулятор*. Вращающийся центробежный регулятор находится в равновесии. Пусть вес шара (фиг. 308) $Q = 12$ кг, расстояния центра шара от вертикальной оси $l = 20$ см, то же до верхней точки вращений $r = 22,4$ см. Чему равна центробежная сила P (фиг. 308)?

Решение. $Q \cdot l = P \cdot r$, значит:

$$\text{центробежная сила } P = \frac{Q \cdot l}{r} = \frac{12 \cdot 20}{22,4} = 10,7 \text{ кг.}$$



Фиг. 308.

284. То же при $Q = 24$ кг, $l = 40$ см, $r = 11,2$ см.

285. *Ворот*. Пусть на фиг. 309 груз $Q = 210$ кг, радиус барабана $l = 21,5$ см, радиус кривошипа $r = 32$ см. Определить силу P , потребную для подъема груза.

Решение. $Q \cdot l = P \cdot r$ (фиг. 309),

отсюда

$$P = \frac{Q \cdot l}{r} = \frac{210 \cdot 21,5}{32} = 131 \text{ кг.}$$

286. То же при $Q = 420$ кг, $l = 43$ см, $r = 16$ см.

287. *Равновесие*. Уравнение равновесия при действии нескольких сил (фиг. 310).

Решение. Сумма моментов слева равна сумме моментов справа; значит:

$$Q_1 \cdot l_1 + Q_2 \cdot l_2 = P \cdot r.$$

288. Лебедка. Напишите уравнение равновесия.

1. Для оси I.

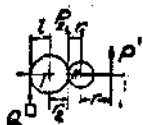
2. Для оси II.

Решение. Из уравнения:

Момент слева = момент справа имеем (фиг. 311):

$$\text{для оси I: } Q \cdot l = P_2 \cdot r_2$$

$$\text{для оси II: } P_2 \cdot r_1 = P \cdot r.$$



Фиг. 311.

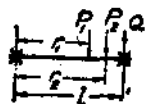
289. Вал. Нагрузка: $P_1 = 5200$ кг, $P_2 = 2300$ кг; расстояния $r_1 = 180$ см, $r_2 = 215$ см; между подшипниками $l = 290$ см. Определить реакцию Q на правом подшипнике (фиг. 312).

Решение. Согласно объяснениям в задаче № 278 реакция Q действует обратно направлению силы. Следовательно имеем уравнение равновесия:

$$Q \cdot l = P_1 \cdot r_1 + P_2 \cdot r_2$$

отсюда реакция

$$Q = \frac{5200 \cdot 180 + 2300 \cdot 215}{290} \sim 4950 \text{ кг.}$$



Фиг. 312.

290. То же при $P_1 = 2600$ кг, $P_2 = 4600$ кг, $r_1 = 90$ см, $r_2 = 150$ см.

291. Болты кронштейна. Пусть $Q_2 = 3400$ кг, $l = 86$ см, $r_1 = 41$ см, $r_2 = 6$ см. Число болтов $2 \cdot 2 = 4$ (фиг. 313).

1. Напишите уравнение равновесия.

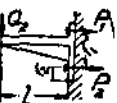
2. Определите силу растяжения P_1 (в кг)

в одном болте верхнего ряда.

3. То же P_2 для нижнего ряда.

Решение. 1. Уравнение равновесия

$$\frac{1}{2} \cdot 3400 \cdot 86 = P_1 \cdot 41 + P_2 \cdot 6 \text{ кгсм.}$$



Фиг. 313.

2. Так как r_2 в сравнении с r_1 весьма мало, то можно им пренебречь.

$$\text{Тогда } P_1 \sim \frac{3400 \cdot 86}{2 \cdot 41} \sim 3570 \text{ кг.}$$

$$3. P_2 = 3570 \cdot \frac{6}{41} = 540 \text{ кг.}$$

292. То же при $Q = 6800$ кг, $l = 43$ см, $r_1 = 82$ см, $r_2 = 12$ см.

293. Сопротивление изгибу. По какой общей формуле ведется расчет на изгиб?

Решение. Напряжение $\sigma_b = \frac{\text{изгибающий момент } M_b}{\text{момент сопротивления } W} \text{ кг/см}^2.$

294. Момент сопротивления W (при изгибе). 1. Что такое момент сопротивления?

2. В каких единицах он выражается?

Ответ. 1. Момент сопротивления какой-либо площади равен моменту инерции этой площади, деленному на расстояние наиболее удаленного волокна от нейтральной оси.

2. Единица меры: см^3 .

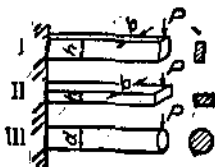
295. Напишите уравнение для W в случае круглого и прямоугольного сечения.

296. В каких расчетах применяется момент сопротивления?

Ответ. При расчетах на изгиб.

297. На что нужно обратить особое внимание при определении момента сопротивления?

Ответ. Ось, относительно которой берется момент сопротивления, должна быть перпендикулярна к плоскости изгиба.



Фиг. 314.

298. Момент сопротивления и форма поперечного сечения. Чтобы выяснить влияние положения поперечного сечения относительно направления действующей силы (плоскость изгиба) на величину момента сопротивления, приведем нижеследующие задачи.

Пусть 3 бруса из одного материала (фиг. 314; I, II и III), заделанные в стену, имеют одинаковую площадь поперечного сечения (стало быть, и одинаковый вес), напр.

$$\text{I } b = 8, \quad h = 14 \text{ см.}$$

$$\text{II } b = 14, \quad h = 8 \text{ см.}$$

$$\text{III } a = 12 \text{ см.}$$

Определить: 1. Какое сечение наиболее выгодно.

2. Отношение между допускаемыми нагрузками для всех трех случаев.

3. Начертите все 3 сечения в масштабе.

Решение. 1) Имеем:

$$\text{I. Момент сопротивления } W = \frac{b \cdot h^3}{6} = \frac{8 \cdot 14^3}{6} = 260 \text{ см}^3.$$

$$\text{II. } W = \frac{b \cdot h^3}{6} = \frac{14 \cdot 8^3}{6} = 150 \text{ см}^3.$$

$$\text{III. } W = \frac{\pi}{32} \cdot a^4 \sim 0,1 \cdot 12^3 = 173 \text{ см}^3.$$

Следовательно наиболее выгодным является поперечное сечение I.

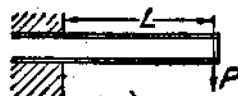
2) Допускаемые нагрузки относятся между собой как:

$$I : II : III = 1,5 : 0,87 : 1,$$

так как согласно уравнению $M_b = W \cdot k_b$ нагрузка пропорциональна W .

299. То же при $b = 4$ см, $h = 12$ см. Определить диаметр и моменты сопротивления.

300. Двутавровая балка. Пусть на свободный конец двутавровой балки (фиг. 315), заделанной другим концом, действует груз $P = 2000$ кг. Определить профиль, если длина балки $L = 3,2$ м. Определить:



Фиг. 315.

1. Изгибающий момент.
2. Допускаемое напряжение.
3. Момент сопротивления.
4. Профиль.

Решение. 1. Изгиб. момент $M_b = 2000 \cdot 3,20 = 640\,000$ кгсм.

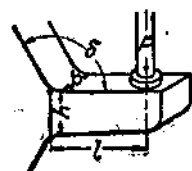
2. Допускаемое напряжение (для железа) $k_b = 970$ кг/см² (по нашим данным можно принять 1000 — 1200 кг/см²; принимаем $k_b = 1000$ кг/см²).

3. Требуемый момент сопротивления

$$W = \frac{640\,000}{1000} = 640 \text{ см}^3.$$

4. Чему соответствует профиль N 30 (Р. Н. С.), т. е. балка высотой 30 см.

301. То же при $Q = 1000$ кг, $L = 2$ м.



Фиг. 316.

302. Чугунный кронштейн, фиг. 316. Пусть $b = 8$ см, $h = 15$ см (не полый), $l = 22$ см, $\delta = 120^\circ$. Определить допускаемую нагрузку P .

1. Момент сопротивления опасного сечения
2. Допускаемое напряжение в кг/см².
3. Допускаемую нагрузку P .

Решение. 1. Момент сопротивления

$$W = \frac{b \cdot h^3}{6} = \frac{8 \cdot 15^3}{6} = 300 \text{ см}^3.$$

2. Берем

$$k_b = 300 \text{ кг/см}^2$$

и вставляем эту величину в уравнение (162); но должны принять во внимание угол δ ; тогда:

$$\text{допуск. напряж.} = 300 \cdot \left(\frac{120}{180}\right)^3 = 300 \cdot 0,45 = 135 \text{ кг/см}^2.$$

3. Следовательно из уравнения $P \cdot l = W \cdot k_b$ получим

$$P = \frac{300 \cdot 135}{22} = 1840 \text{ кг.}$$

303. То же при $b = 16 \text{ см}$, $h = 30 \text{ см}$, $l = 44 \text{ см}$, $\delta = 175^\circ$.

304. Ось шарнира. Пусть $D = 8 \text{ см}$, $d = 5 \text{ см}$, $b = 10 \text{ см}$, $c = 5 \text{ см}$. Определить разрушающее усилие от изгиба (фиг. 317).

1. Момент сопротивления поперечного сечения оси.

2. Временное сопротивление при изгибе в кг/см^2 .

3. Разрывающее усилие в кг .

Решение 1. Момент сопротивления

$$W = \frac{\pi}{32} \cdot \left(\frac{8^4 - 5^4}{8}\right) = 43,5 \text{ см}^3.$$

2. Временное сопротивление

$$K_b = 6000 \text{ кг/см}^2.$$

3. Из формулы

$$W \cdot K_b = \frac{P \cdot x}{2}$$

получаем разрушающее усилие

$$P = \frac{43,5 \cdot 6000}{0,5 \cdot 5} = 105\,000 \text{ кг,}$$

где

$$x = \frac{L}{2} - \frac{b}{4} = \frac{15}{2} - \frac{10}{4} = 5 \text{ см.}$$

305. Вал (сварочное железо). Пусть по середине вала диам. $d = 5 \text{ см}$ действует нагрузка $P = 300 \text{ кг}$. Расстояние между подшипниками $l = 2 \text{ м}$. Определить напряжение и стрелу прогиба (фиг. 318).

1. Изгибающий момент M_b в кгсм .

2. Момент сопротивления W в см^3 .

3. Напряжение (нормальное) σ_b в кг/см^2 .

4. Модуль упругости E .



Фиг. 318.

5. Момент инерции J .

6. Стрелу прогиба в середине.

Решение. 1. Изгибающий момент

$$M_b = \frac{300 \cdot 200}{4} = 15\,000 \text{ кгсм.}$$

2. Момент сопротивления

$$W = \frac{\pi}{32} \cdot 5^3 = 12,5 \text{ см}^3.$$

3. Напряжение

$$\sigma_b = \frac{15\,000}{12,5} = 1200 \text{ кг/см}^2.$$

4. Модуль упругости

$$E = 2\,050\,000 \text{ кг/см}^2.$$

5. Момент инерции

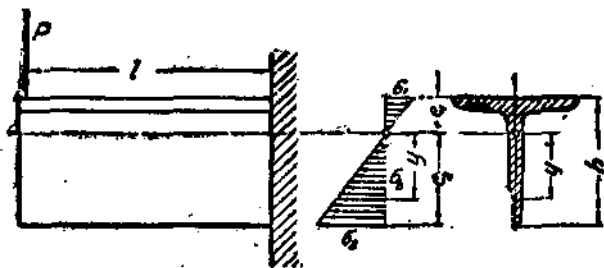
$$J = \frac{\pi}{64} \cdot 5^4 \sim 31 \text{ см}^4.$$

6. Стрела прогиба

$$f = \frac{300 \cdot 200}{48 \cdot 2\,050\,000 \cdot 31} = 0,195 \text{ см.}$$

306. То же при $d = 10 \text{ см}$, $P = 1500 \text{ кг}$, $l = 2,8 \text{ м}$.

307. Железная консольная балка таврового сечения № 9 (фиг. 319) длиной $l = 1 \text{ м}$ несет на свободном конце нагрузку



Фиг. 319.

$P = 200 \text{ кг}$. Определить наибольшие напряжения — растягивающее и сжимающее. Расстояние центра тяжести сечения $e_1 = 2,47 \text{ см}$; $J_x = 118 \text{ см}^4$; $h = 9,0 \text{ см}$.

$$M_{\max} = -P \cdot l = -200 \cdot 100 = -20\,000 \text{ кгсм};$$

$$e_1 = 2,47 \text{ см}; \quad e_2 = 9,0 - 2,47 = 6,53 \text{ см};$$

наибольшее растягивающее напряжение

$$\max \sigma_p = \frac{M \cdot e_1}{J} = \frac{20\,000 \cdot 2,47}{118} = \text{ок. } 418 \text{ кг/см}^2;$$

наибольшее сжимающее напряжение

$$\max \sigma_{сж} = \frac{M \cdot e_2}{J} = \frac{20\,000 \cdot 6,53}{118} = \text{ок. } 1106 \text{ кг/см}^2.$$

Примечание. Наибольшее растягивающее напряжение значительно ниже допускаемого, материал в растянутой зоне недостаточно использован, поэтому для железа при одинаковом допускаемом напряжении на растяжение и сжатие тавровое сечение является неэкономичным.

Для железа выгодны симметричные сечения, когда $e_1 = e_2$.



Фиг. 320.

308. Перекрытие помещения произведено кирпичными сводами в $\frac{1}{2}$ кирпича по железным балкам (фиг. 320) при расстоянии между их осями $e = 2$ м.

Расчетный пролет балки $l = 6,4$ м.

Определить номер профиля двутавровой балки, если вес перекрытия со штукатуркой и деревянным полом $g = 300 \text{ кг/м}^2$, временная нагрузка $p = 400 \text{ кг/м}^2$ и допускаемое напряжение $k = 1200 \text{ кг/см}^2$.

Решение. Нагрузка, приходящаяся на 1 пог. м балки:

- 1) от собственного веса перекрытия . . . = $300 \cdot 2 = 600 \text{ кг}$
- 2) от временной нагрузки = $400 \cdot 2 = 800 \text{ кг}$
- 3) от собственного веса балки принимаем 60 кг

$$g = 1460 \frac{\text{кг}}{\text{м}}.$$

Наибольший изгибающий момент

$$M_{\max} = \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{1460 \cdot 6,4^2}{8} = \text{окр. } 7475 \text{ кгм} = 747\,500 \text{ кгсм}.$$

Требуемый момент сопротивления

$$W = \frac{M_{\max}}{k} = \frac{747 \cdot 500}{1200} = 623 \text{ см}^3.$$

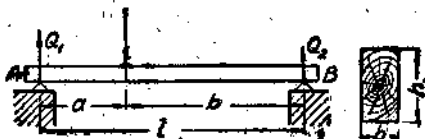
Из сортамента находим соответствующий профиль балки:

$$\text{I № 32 } W_x = 706 \text{ см}^3.$$

309. Деревянная балка (из сосны) прямоугольного сечения пролетом $l = 3,0 \text{ м}$ (фиг. 321) лежит свободно на 2-х опорах и несет сосредоточенную нагрузку $P = 1500 \text{ кг}$ в расстоянии $a = 1,0 \text{ м}$ от левой опоры. Определить прочные размеры балки, если отношение вы-

соты балки h к ши-

рине b равно $\frac{h}{b} = 2$ и допускаемое напряже-
ние $k = 100 \text{ кг/см}^2$ (собственным весом балки пренебречь).



Фиг. 321.

Решение. Реакция

$$Q_1 = \frac{P \cdot b}{l} = \frac{1500 \cdot 200}{300} = 1000 \text{ кг.}$$

Реакция

$$Q_2 = \frac{P \cdot a}{l} = \frac{1500 \cdot 100}{300} = 500 \text{ кг.}$$

$$Q_1 + Q_2 = P.$$

Наибольший изгибающий момент относительно сечения C под грузом:

$$M_{\max} = \frac{P \cdot a \cdot b}{l} = \frac{1500 \cdot 100 \cdot 200}{300} = 100\,000 \text{ кгсм.}$$

Требуемый момент сопротивления

$$W_{\text{тр}} = \frac{M_{\max}}{k} = \frac{100\,000}{100} = 1000 \text{ см}^3.$$

Момент сопротивления прямоугольного сечения

$$W = \frac{bh^3}{6}; \quad \left(b = \frac{h}{2} \text{ по заданию} \right);$$

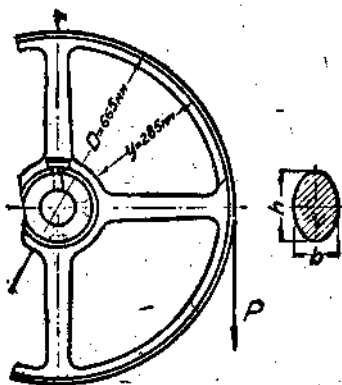
поэтому

$$W = \frac{h^3}{12} = 1\,000,$$

откуда

$$h = 23 \text{ см.}$$

310. Определить размеры эллиптического сечения спиц (фиг. 322) чугунного шкива диаметром $D = 665$ мм по следующим данным: число лошадиных сил, передаваемых шкивом, $N = 3$, число оборотов в минуту — 120; ширина сечения $b = 0,4 h$, $y = 285$ мм, допускаемое напряжение $k_n = 300$ кг/см²; принимают, что в передаче силы участвует только треть часть спиц $\left(\frac{1}{3}\right)$.



Фиг. 322.

Решение. Опасное сечение у ступицы, поэтому $\max M = P \cdot y$.

Окружное усилие

$$P = \frac{75 \cdot N}{v};$$

скорость

$$v = \frac{\pi \cdot D \cdot n}{60} = \frac{3,14 \cdot 0,665 \cdot 120}{60} = 4,176 \text{ м/сек};$$

$$P = \frac{75 \cdot 3}{4,176} \approx \text{окр. } 54 \text{ кг},$$

$$\max M = P \cdot y = k \cdot W$$

(вместо y берут также радиус шкива); требуемый момент сопротивления

$$W_{\text{тр}} = \frac{54 \cdot 28,5}{300} = 5,1 \text{ см}^3.$$

Число спиц, участвующих в сопротивлении $\frac{4}{3}$; для эллипса

$$W = 0,1 b h^2 = 0,1 \cdot 0,4 h \cdot h^2 = 0,04 h^3;$$

так как в сопротивлении участвует $\frac{1}{3}$ ручки, то

$$\frac{4}{3} \cdot 0,04 h^3 = 5,1,$$

откуда

$$h \approx \text{окр. } 4,6 \text{ см};$$

$$b = 0,4 h = 2 \text{ см}.$$

искомое давление

$$p = \frac{W \cdot k}{l} = \frac{868,7 \cdot 100}{500} = 1737 \text{ кг.}$$

312. Рассчитать ось из литого железа (фиг. 324), как брус равного сопротивления, если нагрузка колеса $p = 6000 \text{ кг}$, длина между серединами цапф $l = 2,4 \text{ м}$ и допускаемое напряжение $k = 500 \text{ кг/см}^2$.

Решение. Реакции:

$$Q_1 = \frac{6000 \cdot 800}{2400} = 2000 \text{ кг.}$$

$$Q_2 = 6000 - 2000 = 4000 \text{ кг.}$$

Обозначив через D_x диаметр сечения в расстоянии x от опоры A и приняв $W = 0,1 \cdot D_x^3$, имеем:

$$k = \frac{M_x}{W_x} = \frac{Q \cdot x}{0,1 \cdot D_x^3},$$

откуда

$$D_x^3 = \frac{Q}{0,1 \cdot k} x; \quad (1)$$

т. е. что диаметр изменяется по закону кубической параболы. Для опасного сечения при $x = a$

$$D_a^3 = \frac{Q}{0,1 \cdot k} \cdot a; \quad (2)$$

$$D = \sqrt[3]{\frac{2000 \cdot 160}{0,1 \cdot 500}} = \text{окр. } 18,6 \text{ см.}$$

Разделив выражение (1) на выражение (2), получаем:

$$D_x = D \sqrt[3]{\frac{x}{a}} = D \sqrt[3]{\frac{1}{a}} \cdot \sqrt[3]{x};$$

$$D = 18,6 \text{ см.}; \quad a = 160 \text{ см.};$$

$$D_x = 18,6 \cdot 0,184 \sqrt[3]{x} = 3,4 \sqrt[3]{x}. \quad (3)$$

По этой формуле можно определить значения диаметров для части оси между A и C .

Аналогично указанному для части оси, лежащей направо от точки C приложения силы,

$$D_y = D \sqrt[3]{\frac{1}{b}} \sqrt[3]{y},$$

где

y = расстояние от точки B , $b = 80$ см;

$$D_y = 18,6 \cdot 0,232 \sqrt[3]{y} = 4,3 \sqrt[3]{y}.$$

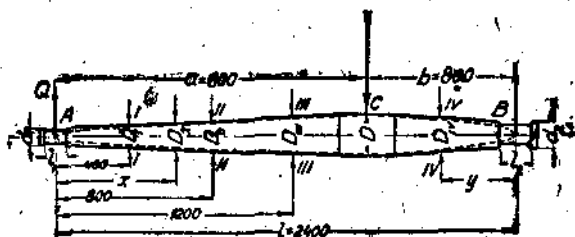
Для $x_1 = 40$ см (сечение I—I) $D_1 = 3,4 \sqrt[3]{40} = 11,6$ см;

$x_2 = 80$, (сечение II—II) $D_2 = 3,4 \sqrt[3]{80} = 14,6$,

$x_3 = 120$, (сечение III—III) $D_3 = 3,4 \sqrt[3]{120} = 16,7$,

$x_4 = 40$, (сечение IV—IV) $D_4 = 4,3 \sqrt[3]{40} = 14,7$,

Если определить диаметры для других сечений и соединить между собой точки отложенных от оси диаметров, то получатся 2 кубические параболы с вершинами в точках опор, как показано на фиг. 324 пунктиром.



Фиг. 324.

От вращения этих парабол вокруг оси AB получается параболоид, представляющий теоретическую форму оси, как тела равного сопротивления.

В виду сложности изготовления, на практике упрощают поверхность оси; место, где насаживаются колеса, шкивы, называемое головкой, делают цилиндрическим; вследствие ослабления сечения шпонкой полученный расчетом диаметр D увеличивают по крайней мере на глубину шпоночной канавки; длина головки берется от $(1,5 - 2,2) D$, частям оси от головки к цапфам придается форма усеченных конусов (фиг. 324), по возможности касательных к параболоиду.

313. Сложное сопротивление. Каковы формулы напряжений сложных сопротивлений для:

1. Изгиба и растяжения?
2. Изгиба и кручения?
3. Кручения и растяжения?
4. Среза и растяжения?
5. Что обозначает в случаях 2, 3 и 4 величина α .

Численные примеры приведены в задачах по деталям машин (ось, вал и т. д.)

Решение.

1. Сложное сопротивление $\sigma = \sigma_b + \sigma_z$ в кг/см^2

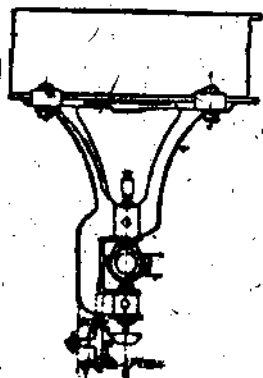
2. $\sigma_1 = 0,35 \sigma_b + 0,65 \cdot \sqrt{\sigma_b^2 + 4 \cdot (\alpha_0 \cdot \tau)^2}$;

3. $\sigma_2 = 0,35 \sigma_z + 0,65 \cdot \sqrt{\sigma_z^2 + 4 \cdot (\alpha_0 \cdot \tau)^2}$;

4. $\sigma_2 = 0,35 \sigma_z + 0,65 \cdot \sqrt{\sigma_z^2 + 4 \cdot (\alpha_0 \cdot \tau)^2}$;

5. α_0 — коэффициент, зависящий от материала согласно § 65.

314. Определить напряжения указанного в разрезе на фиг. 325 сечения подвески S , если вертикальное давление P подшипника $= 700 \text{ кг}$; размеры сечения даны в мм .



фиг. 325.

Решение. Сила P действует эксцентрично и вызывает в крайнем правом волокне наибольшее растягивающее напряжение от силы P и изгибающего момента.

Находим центр тяжести сечения:

$$(80 \cdot 20 + 90 \cdot 20)e_1 = (80 + 20)20 \times \frac{80 + 20}{2} + (90 - 20)20 \frac{20}{2},$$

откуда

$$e_1 = 33,5 \text{ мм.}$$

Эксцентриситет

$$e = 93 + 33,5 = 126,5 \text{ мм.}$$

Напряжения

$$\max \sigma = \frac{P}{F} + \frac{M}{W_1}$$

$$\min \sigma = \frac{P}{F} - \frac{M}{W_2}$$

$$M = P \cdot e = 700 \cdot 126,5 = 8855 \text{ кгсм,}$$

$$W_1 = \frac{J}{e_1}; \quad W_2 = \frac{J}{e_2};$$

$$e_2 = 100 - 33,5 = 66,5 \text{ мм; } F = 10 \cdot 2 + 2 \cdot 7 = 34 \text{ см}^2,$$

$$J = \frac{2 \cdot 10^3}{3} - 10 \cdot 2 \cdot 3,35^2 + \frac{7 \cdot 2^3}{3} - 7 \cdot 2 \cdot 3,35^2 = \text{окр. } 303 \text{ см}^4$$

$$\max \sigma = \frac{700}{34} + \frac{8855 \cdot 3,35}{303} = \text{окр. } + 118 \text{ кг/см}^2.$$

315. Определить диаметр d железной пяты для поворотного крана, представленного схематически на фиг. 326. Наибольший поднимаемый груз $Q = 8000$ кг; вес крана $G = 6500$ кг приложен в центре тяжести S . Допускаемое напряжение на изгиб $k = 500$ кг/см² и допускаемое удельное давление $q = 110$ кг/см²; длины даны, на рисунке в мм.

Решение. Пята подвергается сжатию силой P_1 и изгибу силою P_2 как равнодействующей давлений на стенки подпятника и приложенной в середине длины пяты l .

Сила $P_1 = Q + G = 8000 + 6500 = 14500$ кг.

Момент, изгибающий пяту:

$$M = P_2 \cdot \frac{l}{2}.$$

P_2 определяем из уравнения моментов относительно точки A :

$$P_2 \cdot 600 - 8000 \cdot 500 - 6500 \cdot 125 = 0,$$

откуда

$$P_2 = \text{окр. } 8000 \text{ кг.}$$

Чтобы определить момент M , надо иметь размер l .

Задаемся величиной $l = 1,5d$ и определяем d предварительно из условия прочности на изгиб.

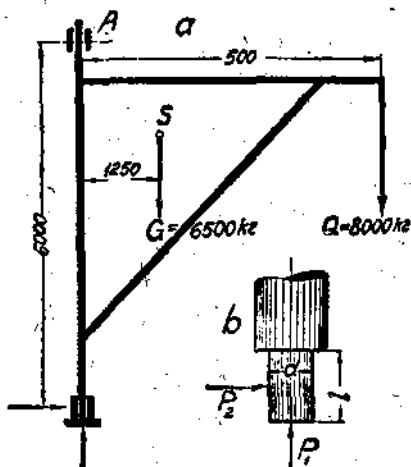
$$W \cdot k = M; \quad 0,1d^3 \cdot k = P_2 \cdot \frac{1,5d}{2},$$

откуда

$$d = \sqrt[3]{\frac{1,5P_2}{0,2k}} = \sqrt[3]{\frac{1,5 \cdot 8000}{0,2 \cdot 500}} = \text{окр. } 10,6 \text{ см.}$$

В виду того, что не учтено сжатие, принимаем $d = 12,0$ см и $l = 1,5d = 18$ см.

Проверяем пяту на изгиб и сжатие.



Фиг. 326.

Напряжение:

$$\sigma_{\max} = -\frac{P}{F} - \frac{M}{W};$$

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi 12^2}{4} = 113 \text{ см}^2;$$

$$W = 0,1 d^3 = 0,1 \cdot 12^3 = 172,8 \text{ см}^3;$$

$$M = P_2 \cdot \frac{l}{2} = 8000 \cdot \frac{18}{2} = 72000 \text{ кгсм};$$

$$\sigma_{\max} = -\frac{1450}{113} - \frac{72000}{172,8} = -11,1 - 416,6 = -427,7 \text{ кг/см}^2 < k.$$

Необходимый диаметр d на изнашивание:

$$\frac{\pi d^2}{4} = \frac{Q}{q} = \frac{14500}{116},$$

откуда

$$d = 13 \text{ см.}$$

316. Полярный момент инерции.

1. Что такое полярный момент инерции?

2. В каких единицах меры таковой выражается?

Ответ. 1. Подробные объяснения даны в § 48, i.

2. Единица меры: см^4 . Рекомендуется запомнить уравнение для круглого сечения $J_p = 0,1 \cdot d^4$.

317. Коэффициент удлинения. Объясните это выражение.

Ответ. Коэффициент удлинения $\alpha = \frac{1}{\text{модуль упругости}} =$
= приращению длины при нагрузке в 1 кг, длине в 1 см и поперечном сечении в 1 см^2 .

318. Удлинение. Пусть железный брусок длиной $L = 1 \text{ м}$ и поперечного сечения — $4,2 \text{ см}^2$ испытывает нагрузку — $10\,300 \text{ кг}$. Как велико удлинение?

Решение. Модуль упругости для железа $E = 2\,050\,000 \text{ кг/см}^2$, следовательно удлинение $= \frac{1}{2\,050\,000} \cdot 4,2 \cdot 100 = 0,00025 \text{ см}$,

319. Предел упругости. Что такое предел упругости?

Ответ. Подробное объяснение дано в § 48, d.

320. Нагрузка до предела упругости. Пусть стальной брусок имеет поперечное сечение — $6,4 \text{ см}^2$. Какая сила нужна для нагрузки до предела упругости?

Решение. Предел упругости

$$T = 3000 \text{ кг/см}^2;$$

следовательно сила

$$P = 6,4 \cdot 3000 = 19\,200 \text{ кг.}$$

321. Временное сопротивление, предел пропорциональности. Что это такое?

Ответ. Подробное объяснение дано в § 48, г.

Предел пропорциональности. Подробное объяснение дано в § 48, е.

ПРУЖИНЫ.

Для получения пружин хорошего качества требуются очень высокие напряжения, а следовательно и лучшего качества материал.

§ 69. Пружины, работающие на изгиб.

1. Плоские пружины.

P — нагрузка, действующая на оси пружины в кг,

f — стрела прогиба в см,

l — длина, h — толщина, b — ширина пружины в см,

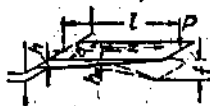
z — число листов пружины,

k_b — допускаемое напряжение изгиба в кг/см²,

E — модуль упругости для стали в кг/см².



Фиг. 327.



Фиг. 328.

Прямоугольные пружины. Уравнение моментов

$$P \cdot l = W \cdot k_b$$

Стрела прогиба

$$f = \frac{P \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot J} \text{ см.} \quad (240)$$

Так как

$$W = \frac{b \cdot h^3}{6} \text{ и } J = \frac{b \cdot h^3}{12},$$

то имеем:

Вообще:

$$h = \frac{2}{3} \cdot \frac{k_b \cdot l^3}{E \cdot f}$$

$$b = 6 \cdot \frac{P \cdot l}{k_b \cdot h^3}$$

Для $k_b = 5000$, $E = 2\,200\,000$

$$h \sim \frac{l^3}{660 f} \text{ см.} \quad (241)$$

$$b \sim \frac{P \cdot l}{830 \cdot k_b} \text{ см.} \quad (242)$$

Пружины с продольным профилем, очерченным кубической параболой. В каждом сечении должно быть одинаковое напряжение.

Из уравнения $P \cdot l = W \cdot k_b$ получаем:

$$\frac{h_x^3}{h^3} = \frac{x}{l}, \text{ отсюда } h_x = h \cdot \sqrt[3]{\frac{x}{l}} \text{ см.} \quad (243)$$

В середине $h_x = 0,7h$ см,

$$f = \frac{P \cdot l^3}{2 \cdot E \cdot J} \text{ см.} \quad (244)$$

Вообще:

$$h = \sqrt[3]{\frac{k_b \cdot P}{E \cdot f}}$$

$$b = 6 \cdot \frac{P}{k_b} \cdot \frac{l}{h^3}$$

Для $k_b = 5000$, $E = 2\,200\,000$

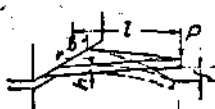
$$h = \frac{l^2}{440f} \text{ см.} \quad (245)$$

$$b = \frac{P \cdot l}{830 \cdot h^2} \text{ см.} \quad (246)$$

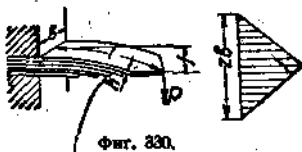
II. Треугольные пружины.

Здесь также во всех сечениях одинаковое напряжение изгиба.

Стрела прогиба f , толщина h , ширина b согласно уравнениям 245 и 256 (фиг. 329).



Фиг. 329.

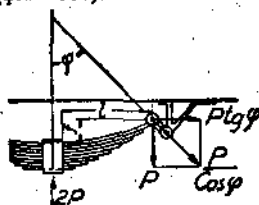


Фиг. 330.

Составные пружины. Здесь ведется расчет также по формулам 245 и 246, так как эти рессоры можно рассматривать как треугольные шириною $= z \cdot b$ (фиг. 330).



Фиг. 331.



Фиг. 332.

Следовательно

$$P = z \cdot \frac{b \cdot h^3}{6} \cdot \frac{k_b}{l} \text{ кг,} \quad (247)$$

z — число листов.

Железнодорожные рессоры. Обычная конструкция, подвешенная на шарнирах (фиг. 331).

Угол φ в большинстве случаев $= 45^\circ$ (фиг. 332).

В уравнение 245 вставляем вместо P значение

$$P + f \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot l. \quad (248)$$

III. Спиральные пружины.

Эти пружины подвергаются изгибу под влиянием момента $P \cdot R$. Наибольшим распространением пользуется пружина (фиг. 333), известная под названием замковой пружины.

Спиральная	Цилиндр.-прямо- угольная	Цилиндр.-круглая
Фиг. 333.	Фиг. 334.	Фиг. 335.
$W = \frac{b \cdot h^3}{6}; J = \frac{b \cdot h^3}{12}$	$W = \frac{b \cdot h^3}{6}; J = \frac{b \cdot h^3}{12}$	$W = \frac{\pi}{32} s^4; J = \frac{\pi}{64} s^4$

Нагрузка

$$P = \frac{W \cdot k_b}{R} \text{ кг.}$$

(249)

Стрела прогиба

$$f = \frac{P}{E \cdot J} \cdot l \cdot R^2 \text{ см.}$$

l — выпрямленная длина пружины в см.

Отсюда толщина

$$h = 2 \cdot \frac{k_b \cdot l \cdot R}{E \cdot f} \text{ см.} \quad (250)$$

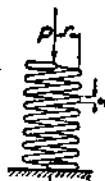
При $k_b = 5000 \text{ кг/см}^2$ и $E = 2\,200\,000$ имеем:

$$h = \frac{l \cdot R}{220 \cdot f} \text{ см.; } f = \frac{l \cdot R}{220 \cdot h} \text{ см.;} \quad (251)$$

$$b = \frac{P \cdot R}{830 \cdot h^2} \text{ см.} \quad (252)$$

§ 70. Пружины, работающие на кручение.

1. Цилиндрические винтовые пружины.



Фиг. 336.

k_d — допускаемое напряжение кручения в кг/см^2 ;
 G — модуль сдвига в кг/см^2 ;
 z — число витков.

Для цилиндрической формы действительны следующие уравнения (фиг. 336):

Вообще:

Допускаемое напряжение

$$P = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{s^3}{r} \cdot k_d;$$

$$f = 4 \cdot \pi \cdot z \cdot \frac{r^2}{s} \cdot \frac{k_d}{G}.$$

Радиус

$$r = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{s^3}{P} \cdot k_d \text{ см.};$$

$$s = 1,72 \sqrt[3]{\frac{P \cdot r}{k_d}}.$$

Необходимое число витков

$$z = 13,3 \frac{s \cdot f}{r^2}. \quad (257)$$

Всякая пружина устанавливается с известным сжатием f_0 соответственно натяжению P_0 . При работе пружина затем сжимается еще больше, причем сила напряжения возрастает до некоторой $P_{\max}$ (фиг. 337).

Тогда:

$$\frac{P_0}{P_{\max}} = \frac{f_0}{f_0 + m}.$$

$$P_{\max} = P_0 \left(1 + \frac{f_0}{m} \right) \text{ кг.} \quad (258)$$

Обыкновенно берут:

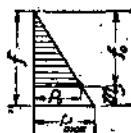
$$P_{\max} = 1,3 \text{ до } 1,5 P_0 \text{ кг.} \quad (259)$$

Тогда

$$f = 4,35 m \text{ до } 3 m. \quad (260)$$

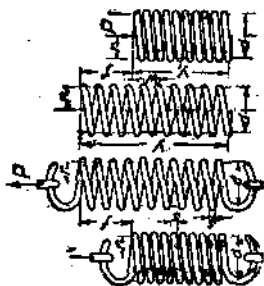
Для сжатой пружины расстояние между витками должно быть

$$s \geq 0,3 s \text{ см.} \quad (261)$$



Фиг. 337.

r	$s=0,2$	$0,25$	$0,3$	$0,35$	$0,4$	$0,45$	$0,5$	$0,55$	$0,6$	$0,65$	$0,7$	$0,75$	$0,8$	$0,85$	$0,9$	r
CM	K2 CM	K2 CM	K2 CM	K2 CM	K2 CM	K2 CM	K2 CM	K2 CM	K2 CM	K2 CM	K2 CM	K2 CM	K2 CM	K2 CM	K2 CM	CM
1,0	7,1 3,8	14 3	24 2,5	38 2,2 57	1,9 81	1,7 110	1,5 147	1,4								1,0
1,2	5,9 5,5	11 4,3	20 3,6	32 3,1 47	2,7 67	2,4 92	2,2 123	2 159	1,8							1,2
1,5	4,7 8,5	9,2 6,8	16 5,7	25 4,8 38	4,2 54	3,8 74	3,4 98	3,1 127	2,8 162	2,5 203	2,4					1,5
1,8		7,7 9,8	13 8,2	21 7 31	6,1 45	5,4 61	4,8 82	4,4 106	4,1 135	3,8 169	3,5					1,8
2,0		6,9 12	12 10	19 8,5 28	7,6 40	6,7 55	6 74	5,5 96	5 121	4,5 152	4,3 187	4				2,0
2,2			11 12	17 10 26	9,3 36	8,1 50	7,2 67	6,6 87	6,1 110	5,6 138	5,3 170	4,9				2,2
2,5				15 13 23	12 32	10 44	9,3 59	8,5 77	7,8 98	7,2 122	6,7 150	6,3				2,5
2,8				13 17 20	14 29	13 40	12 53	10 68	9,9 87	9,1 108	8,4 133	7,8				2,8
3,0					19 17 27	15 37	14 49	12 64	11 81	10 101	9,7 125	9 152	8,5			3,0
3,2					18 19 25	17 35	16 46	14 60	13 76	12 95	11 117	10 141	9,6			3,2
3,5					28 20 32	18 42	17 55	15 69	14 87	13 107	12 130	11 156	11			3,5
3,8					29 22 39	19 50	18 64	16 80	15 98	14 119	13 143	12				3,8
4,0						28 24 37	22 48	20 61	18 76	17 93	16 113	15 136	14 161	13		4,0
4,5							43 25 54	23 68	21 83	20 101	19 121	17 143	17 165	17		4,5
5,0								61 26 74	25 91	24 108	22 129	21 150	21 171	21		5,0
$y' =$	2,9	3,6	4,3	5,0	5,7	6,6	7,2	7,9	8,6	9,3	10	10,8	11,5	12,2	12,9	CM 1)



1) Размер y' = наименьшая длина сжатой до отказа пружины с 10 витками при нагрузке $= P$,
 $y = y' + f$ = длина пружины в свободном состоянии, обращенная в растягиваемую пружину.

Для лучшего усвоения формул см. фиг. 347 пружины, приведенной в задаче 335. Большой частью задается максимальная нагрузка P (в нашей задаче $P=140$ кг) и фактический рабочий ход пружины m (в нашем примере $m=36$ мм). Пусть, стало быть, пружина клапана паровой или газовой машины постоянно сжимается и разжимается на величину m мм.

Прогиб f_0 соответствует начальному сжатию от нуля до P_0 .

Предварительные размеры цилиндрических винтовых пружин. Из уравнений 253—257 получаются значения, указанные в таблице на стр. 301.

В каждом столбце обозначает: левое число (под кг) — силу сжатия P в кг, правое число (под см) — допускаемый прогиб f в см для 10 витков.

Примеры к таблице цилиндрических винтовых пружин (сжимаемых).

1) прогиб больше, чем указано в таблице. Для $r=2,5$ см, $z=0,5$ см имеем:

$$P=44 \text{ кг и } f=9,3 \text{ см при 10 витках.}$$

Если этой пружине дать прогиб $f=14,2$ см, то получим:

$$\text{число витков } z = \frac{14,2}{9,3} \cdot 10 = 15;$$

$$\text{длина } y' = 7,2 \cdot \frac{15}{10} = 10,8 \text{ см;}$$

2) прогиб меньше, чем указано в таблице. Если дать той же пружине (пример 1) прогиб $f=3$ см, то это соответствовало бы нагрузке

$$P = \frac{3}{9,3} \cdot 44 = 14,2 \text{ кг при 10 витках.}$$

Пружин с числом витков меньше 10 применять не следует; чем больше витков, тем равномернее P .

Для промежуточных значений нужно пользоваться уравнениями 252 до 260; тогда таблица служит только для приближенных подсчетов и проверки результатов вычисления.

Рабочие пружины. Рабочими пружинами называются такие пружины, которые периодически через короткие промежутки времени сжимаются и снова разжимаются, напр., для клапанов паровых машин и газомоторов (меняется от 1 до 5 раз в секунду). Здесь главным образом надо иметь в виду, что материал высшего качества, при высоком напряжении дает лучшую работу.

II. Конические пружины из круглой стальной проволоки.

Обозначения согласно § 70, I (фиг. 338).

Нагрузка

$$P = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{s^3}{r} \cdot k_d \text{ кг.} \quad (262)$$

Прогиб

$$f = l \cdot \frac{r_1^2 + r^2}{r \cdot s} \cdot \frac{k_d}{G} \text{ см.} \quad (263)$$

Выпрямленная длина

$$l = (r_1 + r) \cdot z \text{ см.} \quad (264)$$

Нагрузка (фиг. 339)

$$P = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{s^3}{r} \cdot k_d \text{ кг.} \quad (265)$$

Прогиб

$$f = \frac{l \cdot r}{s} \cdot k_d \text{ см.} \quad (266)$$

Выпрямленная длина

$$l = r \cdot \pi \cdot z \text{ см.} \quad (267)$$

Здесь модуль сдвига $G =$

$= 750\,000.$



Фиг. 338.



Фиг. 339.

Допускаемое напряжение для пружинной стали

k_d до 6700 кг/см².

III. Конические пружины прямоугольного сечения.

Допускаемая нагрузка (фиг. 340)

$$P = x \cdot \frac{a^3 \cdot h}{r} k_d \text{ кг.} \quad (268)$$

Отношение $h : a =$	1	1,5	2	4	8	16
Коэффициент $x =$	0,3	0,31	0,32	0,33	0,34	0,35

Прогиб

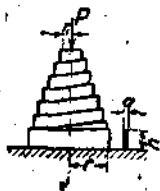
$$f = 0,4l \cdot \frac{(r_1^2 + r^2)}{r} \cdot \frac{a^3 + h^3}{a \cdot h^3} \cdot \frac{k_d}{G} \text{ см.} \quad (269)$$

Выпрямленная длина

$$l = (r + r_1) \pi \cdot z \text{ см.} \quad (270)$$

IV. Работа в кгсм, поглощаемая одной пружиной при сжатии, равна:

$$A = \frac{1}{2} P \cdot f \text{ кг/см,} \quad (271)$$



Фиг. 340.

так как для несжатой пружины, имеем $P = 0$.

Двойные пружины. Двойная пружина, состоящая из двух, помещенных одна в другую, пружин, одинаковой высоты (рис. 341) и обладающих силой P_1 и P_2 , дают в совокупности давление

$$P = P_1 + P_2 \quad (272)$$

Для равномерной нагрузки обеих пружин необходимо, чтобы

$$r_1 \cdot s_2 = r_2 \cdot s_1 \text{ и } z_1 \cdot s_1 = z_2 \cdot s_2. \quad (273)$$

Прогиб f , вызываемый нагрузкой P , вычисляем по приведенной основной формуле, вводя величины r_1, z_1 и s_2 , или r_2, z_2 и s_1 , что дает одинаковые значения.

Двойная пружина, состоящая из двух помещенных одна в другую пружин неодинаковой высоты (фиг. 342).

Здесь получается двухступенчатое давление пружины, ибо пружина 1 должна сначала сжаться на величину f' , прежде чем начнет действовать пружина 2.

На фиг. 342 согласно уравнению (272) имеем $P = P_1 + P_2$.

Наибольший прогиб вычисляется по уравнению (254) § 70, если

прогиб малой пружины $f_2 = \frac{1}{2} f_1$, что дает равномерную нагрузку обеих пружин, а именно: максимальный прогиб

$$f = 4 \cdot \pi \cdot z_1 \cdot \frac{r_1^3}{s_1} \cdot \frac{k_d}{G}. \quad (274)$$

Если f_2 не равно $\frac{1}{2} f_1$, то пружины нагружены неравномерно, но все же

$$P = P_1 + P_2$$



Фиг. 341.

Фиг. 342.

Фиг. 341. Двойная пружина с одинаковой строительной высотой обеих пружин.

Фиг. 342. Двойная пружина с неодинаковой строительной высотой обеих пружин.

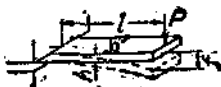
ЗАДАЧИ К §§ 69 И 70.

Плоские пружины постоянного сечения.

322. Формулы для расчета (фиг. 343):

- 1) на прочность;
- 2) на величину деформации.
- 3) Соедините оба уравнения и определите толщину h и ширину b пружины.

Решение. 1. Уравнение моментов
 $P \cdot l = W \cdot k_b$.



Фиг. 343.

2. Прогиб $f = \frac{P \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot J}$ см.

3. Так как $W = \frac{b \cdot h^3}{6}$ и $J = \frac{b \cdot h^3}{12}$, то: $\frac{f \cdot 3 \cdot E \cdot b \cdot h^3}{l^3 \cdot 12} =$
 $= \frac{b \cdot h^3}{6} \cdot k_b$, отсюда $h = \frac{2}{3} \cdot \frac{k_b \cdot l^3}{E \cdot f}$ см; $b = \frac{P}{k_b} \cdot \frac{l}{h^3}$ см.

323. Численный пример к задаче 322. Пусть длина $l = 72$ см, прогиб $f = 4,5$ см. Определить:

1. Толщину пружины, при $k_b = 5000$ кг/см².
2. Ширину пружины при $P = 530$ кг.

Решение.

Толщина $h = \frac{2}{3} \cdot \frac{5000 \cdot 72^3}{2200000 \cdot 4,5} \sim 1,7$ см,

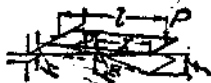
ширина $b = \frac{530}{5000} \cdot \frac{72}{1,7^3} \sim 16$ см.

324. То же — при $l = 120$ см, $f = 3,3$ см.

Пружины с продольным профилем, очерченным по кубической параболе (Фиг. 344).

325. Формулы. Напишите формулу:

1. Для любого сечения.
2. Какую толщину имеет пружина в середине?
3. Как гласит общая формула для h и b ?



Фиг. 344.

Решение. 1. В каждом сечении должно быть одинаковое напряжение.

Из $P \cdot l = W \cdot k_b$ получается:

$$\frac{h_x^3}{h^3} = \frac{x}{l} \text{ или } h_x = \sqrt{\frac{x}{l}} \cdot h \text{ см.}$$

2. В середине $h_x = 0,7h$ см.

3. Здесь поступаем так же, как в задаче 322, и получаем:

$$h = \frac{k_b \cdot P}{E \cdot f} \text{ см}; \quad b = 6 \cdot \frac{P}{k_b} \cdot \frac{1}{h^2} \text{ см.}$$

326. Численный пример к задаче 325. Каковы будут размеры пружины при тех же условиях, что и в задаче 323?

Решения. Согласно уравнению в задаче 325:

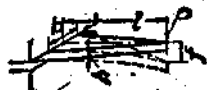
$$h = \frac{5000 \cdot 72^2}{2200000 \cdot 4,5} \sim 2,6 \text{ см,}$$

$$b = 6 \frac{530 \cdot 72}{5000 \cdot 2,6^2} = 4,3 \text{ см.}$$

Треугольные пружины (фиг. 345).

327. Какие формулы для толщины и ширины применимы в данном случае?

Ответ. У этой пружины также во всех сечениях одинаковое напряжение. Следовательно, здесь применимы те же самые формулы, что и для параболической пружины (задача 325).



фиг. 345.

328. Каковы будут размеры пружины при тех же условиях, что в задаче 323?

Ответ. Размеры будут те же, что и для параболической пружины, т. е. $h = 2,6$ см; $b = 4,3$ см (зад. 326).

Составные пружины (рессоры) (фиг. 330).

329. Формулы. Почему для составных пружин действительны те же самые формулы, что и для простых треугольных пружин а именно: формулы 240—242.

Ответ. Потому, что эти пружины не что иное, как треугольные пружины, составленные из отдельных полос — простых пружин, общей шириною $z \cdot b$.

330. Двусторонние составные пружины (фиг. 331). Пусть жел.-дор. вагон весом 16 000 кг покоится на 4 рессорах размером $l = 41$ см, стрела прогиба $f = 3$ см, число листов $z = 11$.

1. Найти силу P в кг.

2. Толщину листа в см.

3. Ширину листа в см.

Решение. 1. На каждую половину рессоры приходится $\frac{16\,000}{8} = 2000 \text{ кг} + (75\% \text{ на толчки}) = 2000 + 1500 = 3500 \text{ кг}$.

2. Толщина листа

$$h = \frac{41^3}{440 \cdot 3} = 1,3 \text{ см.}$$

3. Ширина листа (суммарная)

$$\pi \cdot b = \frac{3500 \cdot 41}{830 \cdot 1,3^3} \sim 100 \text{ см,}$$

отсюда $b = 100 : 11 \sim 9 \text{ см}$.

331. То же — при весе $= 10\,000 \text{ кг}$; числе рессор $= 4$ $l = 35 \text{ см}$; $f = 6,5 \text{ см}$; $z = 5$.

332. Жел.-дор. рессоры. Обычная конструкция, подвешенная на шарнирах. В большинстве случаев угол $\varphi = 45^\circ$ (фиг. 432).

Решение. В уравнение 244 вставляем вместо l^3 значение $l^3 + f \cdot \lg \varphi \cdot l$, что при $\varphi = 45^\circ$ дает

$$h = \frac{l^3}{440f} + \frac{l}{440},$$

а для вышеуказанного примера

$$h = 1,4 \text{ см, т. е. разница только в } 7,5\%.$$

333. Буферные пружины для жел.-дор. вагонов (фиг. 346). Нормальные пружины имеют следующие размеры: $h = 14,5 \text{ см}$, $a = 0,75 \text{ см}$, $r_1 = 2,5 \text{ см}$, $r = 8 \text{ см}$, 5 оборотов.

Определить:

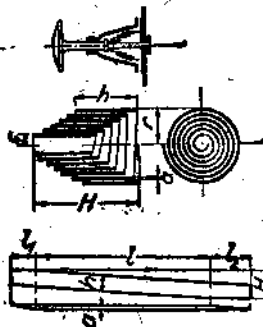
1. Допускаемую нагрузку P в кг при напряжении 8500 кг/см^2 .
2. Развернутую длину пружины в см.
3. Модуль сдвига для стали в кг/см^2 .
4. Стрелу прогиба.
5. Работу, воспринимаемую пружиной в кгм .

Решение. 1. Нагрузка, соответствующая напряжению $k_d = 8500 \text{ кг/см}^2$, равна:

$$P = 0,35 \cdot \frac{0,75^3 \cdot 14,5}{8} \cdot 8500 \sim 3250 \text{ кг.}$$

2. Развернутая длина пружины

$$l \sim (8 + 2,5)\pi \cdot 5 = 165 \text{ см.}$$



Фиг. 346.

3. Модуль сдвига для стали $G = 750\,000$.

$$4. f = 0,4 \cdot 165 \cdot \frac{(2,5^2 + 8^2)}{8} \cdot \frac{(0,75^3 + 14,5^3)}{0,75 \cdot 14,5} \cdot \frac{8500}{750\,000} = 9,5 \text{ см.}$$

5. Так как для свободной пружины $P = 0$, то воспринимаемая работа (приблизит.).

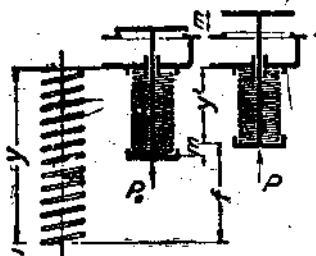
$$A = \frac{1}{2} P \cdot f = \frac{3250}{2} \cdot \frac{9,5}{100} = 155 \text{ кг.м.}$$

334. Как начертить развёртку этой пружины?
Прибавка на непружинящие концевые витки:

$$l_1 = \frac{3}{4} \cdot 2r \cdot \pi, \quad l_2 = \frac{3}{4} \cdot 2r \cdot \pi.$$

Решение. Выпрямляем пружину согласно фиг. 346, причем H равно высоте свободной (не сжатой) пружины.

335. Цилиндрическая винтовая пружина для выпускного клапана газового двигателя (фиг. 347).
Дано:



Фиг. 347.

Радиус пружины $r = 4,5 \text{ см}$, число витков $z = 13$, допускаемое напряжение $k_d = 4500 \text{ кг/см}^2$, ход клапана $m = 3,6 \text{ см}$, нагрузка сжатой пружины $P = 140 \text{ кг}$.

Определить: 1. Толщину проволоки в см.

2. Стрелу прогиба f в см.

3. Высоту y' сжатой пружины в см, при открытом клапане.

4. То же при закрытом клапане.

5. То же в свободном состоянии.

6. Нагрузку P_0 при закрытом клапане в кг.

Решение. 1. Для $P \sim 140 \text{ кг}$ и $r = 4,5 \text{ см}$ находим из таблицы § 70, 1, толщину проволоки $S = 0,9 \text{ см}$.

Уравнение 256 дает тот же самый результат.

2. Для такой толщины проволоки

$$f = 17 \cdot \frac{13}{10} = 22 \text{ см.}$$

Уравнение 254 дает тот же самый результат.

$$3. y' = 12,9 \cdot \frac{13}{10} \sim 17 \text{ см.}$$

$$4. y' + m = 17 + 3,6 = 20,6 \text{ см.}$$

5. Высота свободной пружины:

$$Y = y' + f = 17 + 22 = 39 \text{ см.}$$

6. Нагрузка прямо пропорциональна стреле прогиба f , как видно из фиг. 347, поэтому:

$$P_0 = \left(1 - \frac{m}{f}\right) \cdot P = \left(1 - \frac{3,6}{22}\right) \cdot 140 \sim 117 \text{ кг.}$$

336. То же — при $r = 3,5 \text{ см.}$, $m = 4,2 \text{ см.}$, $P = 150 \text{ кг.}$, $z = 15$.

337. Спиральная пружина (с прямоугольным поперечным сечением), фиг. 348. Напишите уравнение для толщины листа h , стрелы прогиба f и ширины листа b , аналогично задаче 322.



Фиг. 348.

1. Какого рода напряжение испытывает пружина?

2. Напишите уравнения для h , f и b .

Решение. 1. Пружина подвергается изгибу.

2. Из уравнения 250 имеем:

$$h = 2 \cdot \frac{k_b \cdot l \cdot R}{E \cdot f} \text{ см.}$$

$$k_b = 5000 \text{ кг/см}^2, \quad E = 2200000,$$

$$h = \frac{l \cdot R}{220 \cdot f} \text{ см.}, \quad f = \frac{l \cdot R}{220 \cdot h} \text{ см.}, \quad b = \frac{P \cdot R}{830 \cdot h^2} \text{ см.}$$

338. Спиральная пружина. Пусть $R = 9 \text{ см.}$, $l = 94 \text{ см.}$, $f = 8 \text{ см.}$, $P = 90 \text{ кг.}$

Решение. Из вышеуказанных уравнений получаем:

$$h = 0,5 \text{ см.}, \quad b = 4 \text{ см.}$$

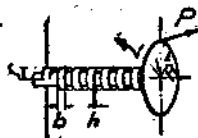
Сжатая пружина может совершить работу:

$$A = \frac{90}{2} \cdot \frac{8}{100} = 3,6 \text{ кгм.}$$

339. То же — при $R = 4,5 \text{ см.}$, $l = 47 \text{ см.}$, $f = 4 \text{ см.}$, $P = 45 \text{ кг.}$

340. Витая пружина, работающая на изгиб (фиг. 349).

Пусть так же, как в задаче 339: $l = 94$, $P = 90 \text{ кг.}$, $f = 8 \text{ см.}$, $R = 9 \text{ см.}$ Определить b и h (прямоугольное сечение).



Фиг. 349.

Решение. Здесь также получается

$$h = 0,5 \text{ см}, \quad b = 4 \text{ см}.$$

Отсюда видно, что ни диаметр витков, ни число таковых роли не играют; влияет только выпрямленная длина пружины, равная $2r \cdot \pi \cdot z$.

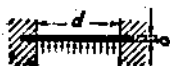
РАСЧЕТ ПЛИТ.

§ 71. Круглые плиты.

Пусть d — диаметр плиты в см, δ — толщина в см, p — (ма- ном.) давление жидкости в кг/см² (фиг. 350).

Представим себе, что плита закреплена по диаметру (так как по этому направлению располагается наибольшее напряже- ние) (фиг. 351); тогда получаются сле- дующие моменты.

Момент сил давления жидкости (на- грузка на половину плиты, помноженная на расстояние до цен- тра тяжести) согласно § 58 будет:



Фиг. 350.



Фиг. 351.

$$M_0 = \frac{1}{8} \pi \cdot d^3 \cdot p \cdot \frac{2d}{3\pi} = \frac{1}{12} \cdot d^3 \cdot p \text{ кгсм.} \quad (275)$$

Момент сил реакции по окружности (нагрузка на половину плиты, помноженная на расстояние центра тяжести дуги круга):

$$M_1 = \frac{1}{8} \pi \cdot d^3 \cdot p \cdot \frac{d}{\pi} = \frac{1}{8} d^3 \cdot p \text{ кгсм.} \quad (276)$$

Так как силы реакции направлены обратно силам давления, то первый момент нужно вычесть из второго, и тогда равно- действующий момент будет:

$$M = M_1 - M_0 = d^3 \cdot p \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{12} \right) = \frac{1}{12} d^3 \cdot p \text{ кгсм.} \quad (277)$$

Вследствие возникающего сопротивления на изгиб имеем еще:

$$M = W \cdot k_b = \frac{1}{6} \delta^3 \cdot d \cdot k_b = \frac{1}{24} d^3 \cdot p \text{ кгсм.} \quad (278)$$

И если ввести еще коэффициент μ , соответствующий роду закрепления, то:

$$\text{Напряжение на изгиб } \sigma_b = \mu \cdot \left(\frac{d}{\delta}\right)^2 \cdot \frac{p}{4} \text{ кг/см}^2. \quad (279)$$

$$\text{Толщина стенок } \delta = \frac{d}{2} \sqrt{\mu \cdot \frac{p}{k_b}} \text{ см.} \quad (280)$$

Величины коэффициента μ с указанием, какой размер d принимается в расчет.

				
Железо $\mu = 0,8 \dots$	0,8	0,75	0,7	0,5
Чугун $\mu = 1,2 \dots$	1,2	1,0	1,0	0,8

Если расстояние от диаметра окружности болтов очень велико, то μ нужно брать больше.

Расчет крышек для днищ и сосудов см. § 73. Расчет котельных днищ см. том второй.

§ 72. Прямоугольные и эллиптические плиты.

Представим себе прямоугольную плиту, закрепленную по диагонали (фиг. 352).

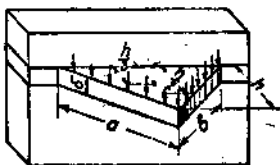
Пусть a — длина, b — ширина прямоугольника в см.

Аналогично § 71 здесь имеем

(по Баху):

$$M_0 = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot p \cdot \frac{h}{3} \text{ кгсм.} \quad (281)$$

$$M_1 = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot p \cdot \frac{h}{2} \text{ кгсм.} \quad (282)$$



Фиг. 352.

Отсюда равнодействующий момент:

$$M_0 = M_1 - M_2 = \frac{1}{12} a \cdot b \cdot h \cdot p = p \cdot \frac{a \cdot b}{12} \cdot \frac{a \cdot b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (283)$$

$$\text{А так как } M_0 = W \cdot k_b = \frac{1}{6} \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \delta^2 \cdot k_b, \quad (284)$$

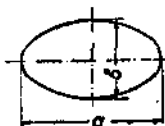
то, соединяя оба уравнения, получим:

$$\text{толщина стенки } \delta = \frac{1}{2} b \cdot \sqrt{\mu \cdot \frac{2}{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2}} \cdot \sqrt{\frac{p}{k_b}} \text{ см.} \quad (285)$$

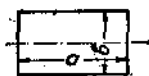
Так как при вычислении по этой формуле весьма часто имеют место арифметические ошибки, обозначим величину среднего корня буквою x ; тогда:

$$\text{Напряжение } \sigma_b = x^2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{b}{\delta}\right)^2 \cdot p \text{ кг/см}^2. \quad (286)$$

$$\text{Толщина стенки } \delta = x \cdot \frac{b}{2} \cdot \sqrt{\frac{p}{k_b}} \text{ см.} \quad (287)$$



Фиг. 353.



Фиг. 354.

Коэффициент x , зависящий от формы плиты и от коэффициента μ , берем из нижеследующей таблицы (фиг. 353 и 354).

Отношение сторон $b : a =$	Для эллипса и прямоугольника				Для квадрата
	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
Железо ($\mu = 0,8$) . . $x =$	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9
Чугун ($\mu = 1,2$) . . $x =$	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1

Допускаемое напряжение k_b зависит от рода примененного материала. Для приближенных расчетов (b — меньшая сторона прямоугольника):

Для $p =$	2	6	12	50	100 атм.
Железо $\delta =$	$0,036b$	$0,05b$	$0,07b$	$0,12b$	$0,2b$
Чугун $\delta =$	$0,06b$	$0,1b$	$0,14b$	$0,24b$	$0,4b$

Временное сопротивление приблизительно равно $5 \times p$ атм.

РАСЧЕТ СОСУДОВ, ПОДВЕРЖЕННЫХ ДАВЛЕНИЮ.

§ 73. Сосуды с внутренним давлением (тонкостенные).

а) Общие обозначения.

d — внутр. диаметр в см
 δ — толщ. стенки в см
 σ_z — действит. напряж. растяжения в кг/см²

l — длина в см
 p — внутреннее манометрич. давление в кг/см²
 k_z — допускаемое напряжение в кг/см²

б) Продольные напряжения. Напряжение полого цилиндра. Если оба конца трубы закрыты (фиг. 355), то на днище действует давление

$$\frac{\pi d^2}{4} \cdot p \text{ кг.} \quad (288)$$



Сопротивление поперечного сечения цилиндра

$$d \cdot \pi \cdot \delta \cdot \sigma_z \text{ кг,} \quad (289)$$

Фиг. 355.

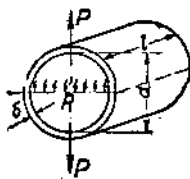
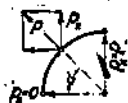
а так как величины уравнений 288 и 289 должны быть одинаковы, то

$$\frac{\pi}{4} d^2 \cdot p = \pi \cdot d \cdot \delta \cdot \sigma_z$$

или

$$\sigma_z = \frac{d \cdot p}{4 \cdot \delta} \text{ кг/см}^2. \quad (290)$$

При продольном сечении плоскостью, проходящей через ось, напряжение будет в два раза больше, чем при поперечном сечении (см. пример). В виду этого для поперечных швов клепанных резервуаров и труб берут меньше рядов заклепок, чем для продольных.



Фиг. 356.

Определение толщины стенки. Расчет толщины стенок ведется по большому поперечному напряжению (при продольном сечении). Если на радиальной силе p , действующей на элемент площади f , построить параллелограмм сил, то получим (фиг. 356):

$$\frac{f_x}{f} = \frac{p \cdot \sin \alpha}{f \cdot \sin \alpha} = \frac{p}{f} \text{ кг/см}^2, \quad (291)$$

а для силы, стремящейся разорвать цилиндр, получим:

$$P = \Sigma f_x \cdot p = d \cdot l \cdot p \text{ кг.} \quad (292)$$

Сопротивление стенок равно

$$2l \cdot \delta \cdot \sigma_z \text{ кг.} \quad (293)$$

Так как величины в уравнениях 292 и 293 должны быть равны, то:

$$P = d \cdot l \cdot p = 2l \cdot \delta \cdot \sigma_z \text{ кг; } d \cdot p = 2\delta \cdot \sigma_z.$$

Поэтому действительное напряжение

$$\sigma_z = \frac{d \cdot p}{2 \cdot \delta} \text{ кг/см}^2. \quad (294)$$

Исходя из допускаемых напряжений k_z , получим:
толщина стенок

$$\delta = \frac{d}{2} \cdot \frac{p}{k_z} \text{ см,} \quad (295)$$

допускаемое давление

$$p = \frac{2\delta \cdot k_z}{d} \text{ кг/см}^2. \quad (296)$$

Уравнение 295 действительно только для тонких стенок, т. е. для небольшого внутреннего давления.

с) Шар с внутренним давлением (фиг. 357).
(Все размеры в см.) Здесь также сила растяжения находится по уравнению 291.

P — площадь сечения в $\text{см}^2 \times p$ атм. маном. давления, т. е.

$$P = \frac{\pi}{4} d^2 \cdot p \text{ кг.} \quad (297)$$

Сопротивление оболочки

$$d \cdot \pi \cdot \delta \cdot \sigma_z \text{ кг.} \quad (298)$$

Поэтому:

Действительное напряжение

$$\sigma_z = \frac{d}{4} \cdot \frac{p}{\delta} \text{ кг/см}^2. \quad (299)$$

Согласно § 49, табл. 3 — σ_z должно быть $\leq k_z$.

Исходя из допускаемого напряжения k_z имеем:

Толщина стенок:

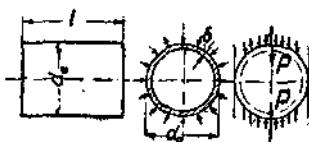
$$\delta = \frac{d \cdot p}{4 \cdot k_z} \text{ см.} \quad (300)$$

Допускаемое давление:

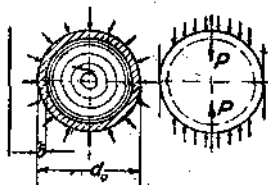
$$p = \frac{4\delta \cdot k_z}{d} \text{ кг/см}^2. \quad (301)$$

§ 74. Сосуды с внешним давлением.

Здесь также: P — площадь сечения в $\text{см}^2 \times p$ (тм. маном. давления, откуда для небольших давлений:



Фиг. 358.



Фиг. 359.

Толщина стенок цилиндра:

$$\delta = \frac{d_a}{2} \cdot \frac{p}{k} + C \text{ см} \quad (302)$$

Толщина стенок шара:

$$\delta = \frac{d_a}{4} \cdot \frac{p}{k} + C \text{ см} \quad (303)$$

где d_a — наружн. диам. в см, p — наружн. маном. давление в кг/см^2 , k — допуск, напряжение согласно § 49.

Чтобы избежать опасности вдавливания, в формулу введена постоянная C , зависящая от рода материала, от назначения, а при цилиндрической форме — еще и от длины трубы.

Эту постоянную C для жаровых труб (котельное железо) берут $= 0,2 \text{ см}$. Для цилиндра насоса: чугунного $C = 0,6 \text{ см}$, стального $C = 0,3 \text{ см}$.

Вышеуказанные формулы пригодны, однако, только для тонких стен.

§ 75. Толстостенные трубы и сосуды. (Фиг. 360.)

p_i — внутреннее давление в кг/см^2 .

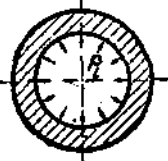
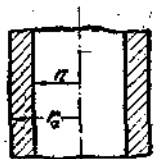
p_a — наружное давление . . .

r_i — внутренний радиус трубы в см . . .

r_a — наружный радиус трубы . . .

1) Если внешнее давление $p_a = 0$ или по отношению к внутреннему давлению может быть принято равным нулю, то для трубы

$$r_a \geq r_i \sqrt{\frac{k_z + 0,7 p_i}{k_z - 1,3 p_i}}$$



Фиг. 360.

где k_z допускаемое напряжение на растяжение в кг/см^2 .

Для 1,3 $p_l = k$, $r_a = \infty$; из этого следует:
Условие

$$p_l < \frac{k_z}{1,3};$$

2) Если внутреннее давление $p_l = 0$, то для трубы

$$r_a \geq r_l \sqrt{\frac{k}{k - 2p_a}};$$

k — допускаемое напряжение на сжатие в кг/см^2 ,

p_a должно быть $< \frac{k}{2}$.

Полый цилиндр: 1) внешнее давление $p_a = 0$

$$r_a \geq r_l \sqrt{\frac{k_z + 0,4p_l}{k_z - 1,3p_l}};$$

Для 1,3 $p_l = k$, $r_a = \infty$, поэтому необходимо условие

$$p_l < \frac{k_z}{1,3};$$

2) внутреннее давление $p_l = 0$

$$r_a \geq r_l \sqrt{\frac{k}{k - 1,7p_a}};$$

Полый шар: 1) внешнее давление $p_a = 0$

$$r_a \geq r_l \sqrt[3]{\frac{k_z + 0,4p_l}{k_z - 0,65p_l}};$$

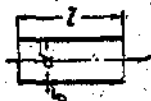
2) внутреннее давление $p_l = 0$

$$r_a \geq r_l \sqrt[3]{\frac{k}{k - 1,05p_a}};$$

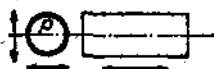
ЗАДАЧИ К §§ 73—75.

341. Трубы с внутренним давлением (фиг. 361 и 362.)

Какого рода напряжение испытывает такая труба и в каком направлении проявляется это напряжение?



Фиг. 361.



Фиг. 362.

Ответ. Сопротивление разрыву, а именно:

1. В поперечном направлении.
2. В продольном направлении.

342. Основные формулы. Как гласят основные формулы для сопротивления цилиндрических сосудов:

1. В поперечном направлении (сила = сопротивлению).
2. В продольном направлении (сила = сопротивлению).
3. Какое из сопротивлений в кг/см^2 является наиболее значительным?

Ответ. 1. В поперечном направлении:

$$d \cdot l \cdot p = 2b \cdot l \cdot \sigma_z.$$

2. В продольном направлении:

$$\frac{\pi}{4} d^2 \cdot p = d \cdot \pi \cdot b \cdot \sigma_z.$$

3. Сопротивление в поперечном направлении вдвое больше; с ним, стало быть, только и приходится считаться.

343. Сопротивление. Пусть $d = 74 \text{ см}$, $l = 120 \text{ см}$, внутреннее давление $p = 8 \text{ атм.}$, $b = 1 \text{ см}$. Чему равняется сопротивление разрыву в кг/см^2 ?

Ответ. Сопротивление разрыву

$$\sigma_z = \frac{d \cdot p}{2 \cdot b} = \frac{74,8}{2,1} = 296 \text{ кг/см}^2.$$

344. Трубы высокого давления. Пригоден ли вышеуказанный расчет также и для толстостенных труб?

Ответ. Нет, здесь сопротивление постепенно убывает по направлению наружу.

345. Цилиндр прессы (чугун) (фиг. 363).

Пусть $d = 16 \text{ см}$, $D = 26 \text{ см}$.

Давление $p = 250 \text{ атм.}$



Фиг. 363.

1. Определить сопротивление в кг/см^2 .
2. При каком давлении в атм. произойдет разрыв цилиндра.

Решение. 1. Пользуемся диаграммой (стр. 336) и находим для 250 атм. при $\frac{D}{d} = 1,62$:

$$\sigma_z = 600 \text{ кг/см}^2.$$

2. Для чугуна временное сопротивление

$$K_z = 1500 \text{ кг.}$$

Из диаграммы получаем:

$$\text{давление } p = 600 \text{ атм.}$$

345а. То же — при $d = 32 \text{ см}$, $D = 52 \text{ см}$.

346. Привинченная крышка (железная) (фиг. 364).

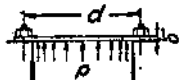
Пусть: $d = 70$ см; давление $p = 2,5$ атм. Определить: необходимую толщину стенки в см.

Решение. Допускаемое напряжение

$$k_b = 650 \text{ кг/см}^2.$$

Необходимая толщина стенки

$$\delta = \frac{70}{2} \cdot \sqrt{0,8 \cdot \frac{2,5}{650}} \sim 2 \text{ см.}$$



Фиг. 364.

346а. То же — при $d = 140$ см, $p = 1,3$ атм.

347. Прессованное дно. Вместо привинченного дна в задаче 346 имеется прессованное дно (фиг. 365). Определить необходимую толщину стенки в см, если углы хорошо закруглены. Ср. задачи на „сосуды“.

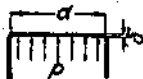
Решение. Для колебаний давления от 0 до некоторого максимума имеем для железа допускаемое напряжение:

$$k_b = 600 \text{ кг/см}^2.$$

Фиг. 365.

И если радиус закругления углов $r = 0,05 d$, то необходимая толщина стенок

$$\delta = 0,32 \cdot 70 \cdot \sqrt{\frac{2,5}{600}} \sim 1,5 \text{ см.}$$



СОСУДЫ, РЕЗЕРВУАРЫ, КРЫШКИ И ЦИЛИНДРЫ.

§ 76. Прямоугольные резервуары с внутренним давлением.

а) Толщина стенок закрытых резервуаров. Согласно способу расчета по § 72 имеем:

$$\text{Толщина стенок } \delta = \frac{b}{2} \cdot x \cdot \sqrt{\frac{p}{k_b}} \text{ см.} \quad (304)$$

$$\text{Напряжение } \sigma_b = \frac{b^2}{4} \cdot x^2 \cdot \frac{p}{\delta^3} \text{ кг/см}^2, \quad (305)$$

где b более короткая сторона участка стены, находящегося между двумя связями в см, а p манометрическое давление в атм.

Можно принять:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Коэффициент.} \quad x \begin{array}{ccccc} \approx 1,3 & 1,2 & 1,1 & 1 & 0,9 \end{array} \\ \text{для } b : a \dots \dots \dots = 0,2 \quad 0,4 \quad 0,6 \quad 0,8 \quad 1 \end{array} \right\} \cdot (306)$$

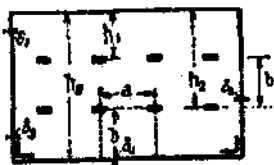
б) Толщина стенок открытых сосудов. Для приблизительно квадратных участков ($b = a$ до 0,7а) и $k_b = 1000$ кг/см² котельного железа (фиг. 366):

$$\delta_x = \frac{b}{200} \cdot \sqrt{h_x} \text{ см.} \quad (307)$$

h_x — наибольшее расстояние данного участка от верхней кромки в метрах; следовательно для расчета δ , нужно принять $h_x = h$.

Для мелких второстепенных резервуаров (для воды) толщина стенок делается по возможности не свыше 0,5 см, так как до этой толщины заклепочные швы могут быть еще уплотнены парусиновыми лентами, пропитанными суриком. У более толстых листов (свыше 6 мм) швы зачеканиваются.

В больших резервуарах стенки скрепляются целым рядом связей из углового или плоского железа.



Фиг. 366. Вычерчено с двумя рядами поперечных связей.

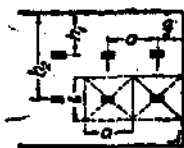
с) Таблица толщины стенок по уравн. 397.

Высота = 1	1,5	2	2,5	3	4 м
Число связей ¹	1	1	2	2	3
$\delta = h$	0,33h	0,33h	0,33h	0,33h	0,25h
наверху $\delta_1 = 0,3$	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5 см
внизу $\delta = 0,3$	0,35	0,5	0,65	0,9	1,0

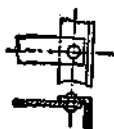
Опоры под дном должны быть так расположены, чтобы свободные участки были величиною приблизительно $= a \cdot b$.

Толщина дна $\delta_d = \delta + 0,1$ см. (398)

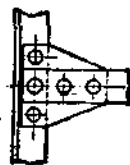
д) Толщина связей (открытые резервуары). Для высоких резервуаров ($h > 2,5$ м) целесообразнее скреплять связи за-



Фиг. 367.



Фиг. 368.



Фиг. 369.

клепками, так как гораздо труднее добиться плотности болтовых соединений, чем заклепочных (фиг. 367 — 369).

¹ Число горизонтальных рядов связей.

Растягивающая сила одной связи равна:

$$P = a \cdot b \cdot 0,1 \cdot h_x \text{ кг}, \quad (309)$$

где a и b в см, h_x в м.

Для первого ряда связей $h_x = h_1$, для второго $h_x = h_2$ и т. д.

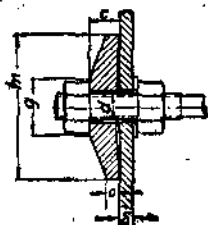
Требуемая площадь связей

$$f = P : k_x \text{ см}^2. \quad (310)$$

Допускаемое напряжение для плоского железа

$$k_x = 1000 \text{ кг/см}^2. \quad (311)$$

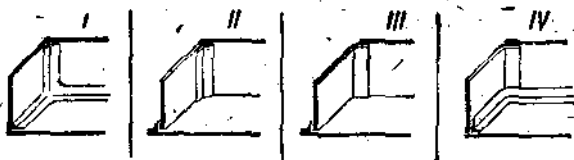
Стяжные болты. Размеры в мм, P в кг (фиг. 370).



Фиг. 370.

d	t	c	g	p	P
$\frac{3}{4}$ "	100	20	25	10	1000
$\frac{7}{8}$ "	115	23	28	12	1500
1"	130	25	32	13	2500
$1\frac{1}{8}$ "	145	28	38	14	3200
$1\frac{1}{4}$ "	160	32	42	16	4000
$1\frac{1}{2}$ "	175	38	45	19	6000

е) Углы резервуаров образуются либо загнутыми листами, либо приклепанными угольниками (фиг. 371).



Фиг. 371. I. Соединение граней рамой из сваренных между собой уголков (дорого). II. Присоединение дна наружными уголками с соединением боковых стен между собой внутренними уголками. III. Присоединение дна наружными уголками, соединение боковых стен между собой в нахлестку. IV. Присоединение дна внутренними уголками, соединение боковых стен между собой в нахлестку.

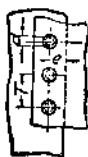
ф) Угловое железо и заклепки (фиг. 372).

толщ. листа	$\delta =$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	мм.
Угловое железо	$=$	40	40	45	45	50	55	60	65	70	75	80	"
		4	5	5	6	7	9	10	11	12	13	14	"
Диам. заклепок	$d =$	8	9	10	12	14	16	16	18	18	20	20	"
Расстояние между заклепок	$T =$	28	33	35	50	50	55	55	59	59	64	64	"
Расстояние оси заклепок от края листа	$e =$	16	17	17	18	19	21	21	23	23	25	25	"

Последние цифры даны для однорядного шва, который для резервуаров является наиболее употребительным.

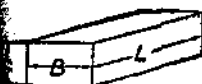
г) Клепка. Для открытых резервуаров и неизвестных сил сопротивление заклепок сравнительно велико; главным образом требуется плотность соединения.¹⁾

При диаметре заклепок, меньшем или равном 1 мм, склепывание производится обычно в холодную. Листы больше 0,5 см уже не поддаются чеканке, поэтому для уплотнения швов между тонкими листами пользуются парусиновыми или картонными лентами, пропитанными суриком (см. также 76, б).



Фиг. 372.

н) Общепринятые размеры резервуаров. В основание выбора размеров положены следующие пропорции (фиг. 373):



Фиг. 373.

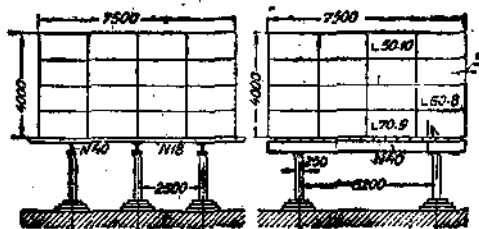
$$B : L = 0,5; h : L = 0,3.$$

Емкость $Q =$	1	2,5	5	7,5	10	20	40	60	80	100	150	200 м³
Длина $L =$	1,9	2,5	3,2	3,7	4	5,1	6,4	7,4	8,1	8,7	10	11 м
Высота $h =$	0,55	0,75	0,95	1,1	1,2	1,5	1,9	2,2	2,4	2,6	3	3,3 "
Ширина $B =$	0,95	1,25	1,6	1,8	2	2,6	3,2	3,7	4	4,4	5	5,5 "
Вес $G =$	240	400	700	850	1000	2000	3000	4000	5800	6500	9000	12000 кг

и) Опоры под прямоугольные резервуары. Прямоугольные резервуары, в целях лучшего доступа к заклепочным швам

¹⁾ Подробности о заклепках см. том второй.

днища, всегда устанавливаются на колоннах и двутавровых балках (фиг. 374).



Фиг. 374.

Расчет фундамента, колонн и двутавровых балок см. § 106.

§ 77. Круглые резервуары.

Применение. Напорные баки для водопроводов городских и жел. дорог, керосиновые баки, резервуары для масла и т. п.

I. Круглые резервуары с внутренн. давлением.

а) Толщина стенок закрытых резервуаров. ¹⁾ Расчет ведется так же, как и в § 73, б для труб с внутренним давлением p в атм., диам. D в см:

$$\text{толщина стенок } \delta = \frac{D}{2} \cdot \frac{p}{k_z} + C \text{ см.} \quad (312)$$

Постоянная C зависит от материала и от назначения резервуара.

б) Толщина стенок открытых резервуаров (фиг. 375). Принимая в расчет ослабление листов под влиянием ржавчины, а также во избежание внешних повреждений, допускаемое напряжение выбирают сравнительно небольшим, а именно:

$k_z = 500 \text{ кг/см}^2$. Тогда согласно уравнению 312 имеем:

$$\text{толщина стенок } \delta = \frac{D}{1000} \cdot \frac{h}{10} + 0,4 \text{ см.} \quad (313)$$

Диаметр D в см, высота h в м.

¹⁾ О расчете стенок паровых котлов см. том второй.

Толщина стенок, в мм для круглых резервуаров.

Диаметр —	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10 м
Высота 2 м	4	4	4	5	5	5	5,5	5,5	6	6
„ 3 „	—	4,5	5	—	5,5	6	6	6,5	7	7
„ 4 „	4,5	—	—	5,5	6	6,5	7	7	7,5	8
„ 5 „	—	5	—	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9
„ 6 „	—	—	6	6,5	7	7,5	8	9	9,5	10
„ 7 „	—	5,5	—	7	7,5	8	9	9,5	10	11
„ 8 „	5	—	—	—	8	9	9,5	10	11	12
„ 9 „	—	6	7	7,5	8,5	9,5	10	11	12	13
„ 10 „	—	—	—	8	9	10	11	12	13	14

Пример: Резервуар диаметром в 7 м, высотой в 8 м, имеет толщину стенок нижнего звена, $\delta = 9,5$ мм.

Толщина стенок остальных звеньев получается из соответствующего значения h_x согласно уравнению 313 или по вышеуказанной таблице.

II. Днище больших круглых резервуаров.

а) Простое выпуклое днище. Выпуклое днище рассчитывается как сектор шара с внутренним давлением (фиг. 376).

Толщина дна

$$\delta_u = \frac{R}{2} \cdot \frac{P}{k_z} \text{ см.} \quad (314)$$

Напряжение

$$\sigma_z = \frac{R}{2} \cdot \frac{P}{\delta_u} \text{ кг/см}^2 \quad (314a)$$



Фиг. 376.

P — давление жидкости в атм. Для воды $P = 0,1h$, где h в метрах,
 R — радиус выпуклого днища в см

$$(R \sim 1,4 D). \quad (315)$$

$k_z = 400 \text{ кг/см}^2$ — допускаемое напряжение для котельного железа.

Недостатки выпуклого днища: в опорном кольце резервуара появляется горизонтальная сила, вследствие чего головки заклепок, прикрепляющих днище, работают на отрывание.

б) Днище по системе Интце. Здесь диаметр опорного кольца выбран таким образом, чтобы разделяемые им части поверхности днища были равны (фиг. 377, 378, 379 и 380):

$$\text{т. е. } d \sim 0,7 D.$$

(316)



Фиг. 377.



Фиг. 378.



Фиг. 379.

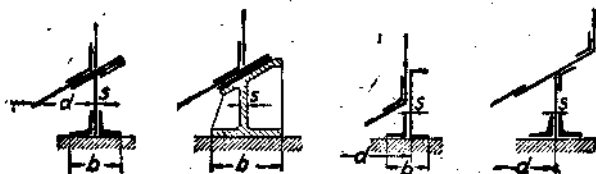


Фиг. 380.

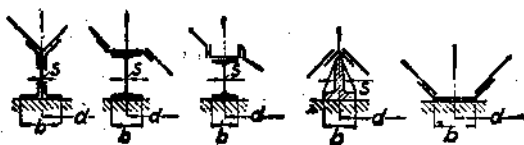
Благодаря этому появляющиеся в опорном кольце горизонтальные усилия взаимно уничтожаются.

III. Опоры для круглых резервуаров.

а) Соединение опорного кольца с днищем (фиг. 381 и 382): 1. Опоры под выпуклые днища. 2) Опоры под днище сист. Интце.



Фиг. 381.



Фиг. 382.

1) Расчет опорного кольца. Пусть Q — вес резервуара в кг.¹⁾

G_1 — все жидкости в кг, d — диаметр опорного кольца в см, b — ширина кольца, k — допускаемое давление на фундамент (для данного материала) в кг/см².

1) На каждый кубический метр емкости считают приблизительно 60 кг для всасывающих днищ, 50 кг для опорных днищ и 80 кг для кольцевых баков во круг дымовых труб и т. п.

Тогда: $d \cdot \pi \cdot b \cdot k = G + G_1$, откуда требуемая ширина кольца

$$b = \frac{G + G_1}{d \cdot \pi \cdot k} \text{ см.} \quad (317)$$

Для хорошей кладки на цементном растворе (сверху цемент)

$$k = 10 - 14 \text{ кг/см}^2. \quad (318)$$

с) Толщина стойки S.

$$\text{Здесь имеем } d \cdot \pi \cdot k = S \cdot G + G_1, \quad (319)$$

отсюда:

$$S = \frac{G + G_1}{d \cdot \pi \cdot k} \text{ см.} \quad (320)$$

Допускаемое напряжение (для железа или чугуна)

$$k = 500 \text{ кг/см}^2. \quad (321)$$

Для заклепок кольцевой железной стойки принимается коэффициент сопротивления

$$w = \frac{G + G_1}{d \cdot \pi}. \quad (322)$$

Для этого коэффициента выбирают по таблице § 76 f толщину стойки и тип заклепочного соединения.

д) Угловое железо. Ширину полки и толщину можно взять по § 76 f.

Упражнения. Для упражнений по расчету круглых резервуаров принимается:

$$\text{Диаметр } D \sim h, \text{ так что } D \sim 1,1 \sqrt[3]{Q} \text{ м,} \quad (323)$$

где Q — объем жидкости в м³.

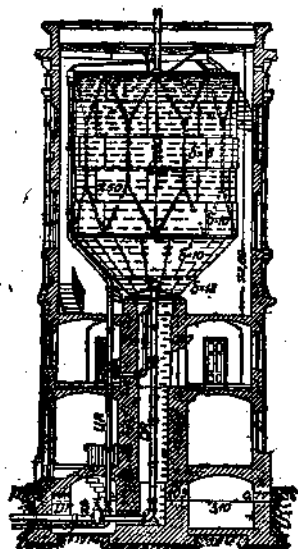
Тогда для Q и D имеем два ряда соответствующих значений:

$$\begin{array}{cccccccc} Q = & 2 & 5 & 10 & 20 & 50 & 100 & 500 & 1000 \text{ м}^3 \\ D = h = & 1,4 & 2 & 2,5 & 3 & 4 & 5 & 8,5 & 11 \text{ м} \end{array}$$

Для звеньев применяются листы длиной в 3 — 5 м и шириной в 1 — 2 м.

Отсюда получается число звеньев.

Фиг. 383. Водонапорный бак (города Ремшейд): емкостью в 400 м³. D · R — нагнетательный трубопровод, V · R — сливная труба.



Фиг. 383

Тогда:
толщина стенок

$$x \cdot d \cdot \sqrt{\frac{p}{k_b}} \text{ см.} \quad (324)$$

напряжение

$$\sigma_b = x^2 \cdot p \cdot \frac{d^2}{\delta^2} \text{ кг/см}^2, ^1) \quad (325)$$

допускаемое давление

$$p = \left(\frac{\delta}{d}\right)^2 \cdot \frac{k_b}{x^2} \text{ атм.} \quad (326)$$

Для	$r : d = 0,0$	0,05	0,1	0,15	0,2
Железо	$x = 0,43$	0,32	0,27	0,25	0,22
Чугун	$x = 0,50$	0,45	0,40	0,36	0,32

б) Выпуклое днище (фиг. 385). Для $R = 0,5d$ до $1,5d$ применяется уравнение сопротивления шара:

Толщина стенок

$$\delta = \frac{R}{2} \cdot \frac{p}{k_2} \text{ см.} \quad (327)$$

¹⁾ Опасное сечение, в случае непредвиденного повышения давления, находится у σ

Напряжение

$$\sigma_z = \frac{R}{2\delta} \cdot p \text{ кг/см}^2. \quad (328)$$

Допускаемое давление:

$$p = \frac{2\delta}{R} \cdot k_z \text{ атм.} \quad (329)$$



Фиг. 385.

R — радиус выпуклости в см, допускаемое напряжение k_z согл. § 49.

с) Усиление дний посредством прилитых ребер. 1) Наружные ребра (фиг. 386, I) нецелесообразны, так как наиболее удаленные волокна испытывают растяжение (ср. § 58, I). Внутренние ребра по фиг. 386, II лучше; однако расчет толщины стенок следует вести, не учитывая ребра.

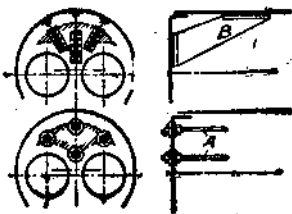


Фиг. 386.

д) Широкие плоские днища из листового железа укрепляются связями или анкерами (фиг. 387).

Связи A или анкера B растягиваются силой (в кг), величина которой равна произведению из давления в атм. на площадь в см², отмеченную пунктиром.

Расчет согласно § 76 с (см. также т. второй).

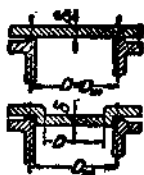


Фиг. 387.

§ 76. Крышки сосудов и резервуаров.

Общепринятые формы крышек: круглые, прямоугольные, овальные.

а) Круглые крышки. Плоские крышки (§ 71, г), фиг. 388.



Фиг. 388.

Толщина стенок

$$\delta = \frac{1}{2} D \cdot \sqrt{\frac{p}{k_b}} \text{ см.} \quad (330)$$

Напряжение

$$\sigma_b = \frac{1}{4} D^2 \cdot \frac{p}{\delta^3} \text{ кг/см}^2. \quad (331)$$

1) Опасное сечение, в случае непредвиденного повышения давления, находится у а.

Допускаемое давление

$$p = 4 \cdot k_b \cdot \frac{\delta^3}{D^3} \text{ кг/см}^2. \quad (332)$$

Допускаемое напряжение k_b см. ниже.



Фиг. 389.

Сферические крышки, фиг. 389. (Действительно для $R = 0,5 D$ до $1,5 D$.)¹⁾

Толщина стенок

$$\delta = \frac{R}{2} \cdot \frac{p}{k_z} \text{ см.} \quad (333)$$

Напряжение

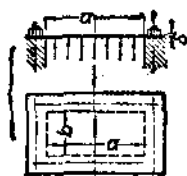
$$\sigma_z = \frac{R}{2} \cdot \frac{p}{\delta} \text{ кг/см}^2. \quad (334)$$

Допускаемое давление

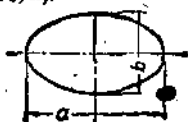
$$p = \frac{2\delta}{R} \cdot k_z \text{ атм.} \quad (335)$$

Допускаемое напряжение k_z согл. § 78, d; таблица помещается ниже.

в) Прямоугольные и овальные крышки (ср. § 72), фиг. 390 и 391. Расчет такой же, как для боковых стенок плоских сосудов (§ 76, a).



Фиг. 390.



Фиг. 391.

Толщина стенок:

$$\delta = \frac{b}{2} \cdot x \cdot \sqrt{\frac{p}{k_b}} \text{ см.} \quad (336)$$

Напряжение:

$$\sigma_b = \frac{b^3}{4} \cdot x^3 \cdot \frac{p}{\delta^3} \text{ кг/см}^2. \quad (337)$$

Допускаемое давление:

$$p = \frac{4\delta^3}{b^3} \cdot \frac{k_b}{x^3} \text{ атм.} \quad (338)$$

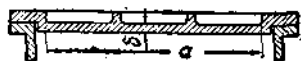
¹⁾ Для $R > 1,5 D$ см. уравнения 324 — 326.

Величина коэффициента x для чугуна.

Отношение $b : a = 0,2$	0,4	0,6	0,8	1	} (339)
Коэффициент $x = 1,5$	1,4	1,3	1,2	1,1	

Допускаемое напряжение k_b по приведенной ниже таблице.

с) Конструкция чугунных прямоугольных крышек. Средние и крупные ковши усиливаются так же, как днища, фиг. 392 — 395.



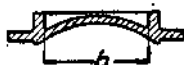
Фиг. 392.



Фиг. 393.



Фиг. 394.



Фиг. 395.

1. Наружные ребра нецелесообразны, так как наиболее удаленные волокна испытывают растяжение.
2. Внутренние ребра выгоднее (см. § 58, г).

Выпуклые крышки выгоднее плоских.

Расчет толщины стенки δ , как для цилиндра.

д) Допускаемое напряжение для сосудов и крышек. При выборе допускаемого напряжения необходимо учитывать значение данного резервуара и род нагрузки.

Приближенные значения (если нет определенных опытных данных):

Род нагрузки	Чугун			Медь		Железо (листовое)			Сталь (листовая)			Стальная отливка		
	a	b	c	a	b	a	b	c	a	b	c	a	b	c
Растяжение $k_z =$	300	200	100	600	300	800	600	400	1000	700	500	750	500	300
Сжатие $k =$	900	600	—	—	—	800	600	400	—	—	—	1000	750	500
Изгиб $k_b =$	450	300	150	—	—	800	600	400	1100	800	500	900	600	300

Столбец *a* применим для *слухойной* нагрузки. (Сосуды для жидкостей, воздушные резервуары, аккумуляторы.)

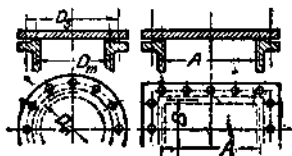
Столбец *b* применим для повторной нагрузки, изменяющейся от наибольшей положительной величины до некоторой вдвое меньшей (или еще меньшей) отрицательной величины.

Столбец *c* применим для переменной нагрузки, изменяющейся от наибольшей положительной величины до вдвое меньшей или равной ей отрицательной величины.

Для крышек цилиндров низкого давления паровой машины с конденсацией следует пользоваться значениями столбца *c*; то же самое для крышек цилиндров насоса с большой высотой всасывания и малой высотой нагнетания (< 20 м).

§ 79. Болты для крышек.

На основании данных в том же втором ход расчета должен быть следующий (фиг. 396 и 397).



Фиг. 396.

Фиг. 397.

Пусть p — внутреннее давление в атм. D_m , A и B в см.

Тогда давление на крышку

$$P = \frac{\pi}{4} D_m^2 \cdot p \text{ кг} \quad (340)$$

для круглых крышек и $P = A \cdot B \cdot p$ кг для прямоугольных.

Наибольшее растягивающее усилие P_m , испытываемое болтом, зависит не только от давления p на крышку, но и от рода прокладок, от длины и материала болтов.

Приближенные значения:

	Длинные болты	Пришлифовано	Медь	Картон	Асбест	Резина
$P_m =$	1,33 P	1,42 P		1,6 P		1,7 P

Значит, сначала определяют P по уравнению 1, а затем P_m .

ТАБЛИЦА ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫХ РАЗМЕРОВ ТОЛЩИНЫ БОЛТОВ.

(фиг. 398).

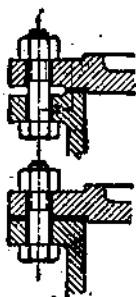
$q =$	20	24	28	32	35	40	45	мм
$\lambda =$	10	12	15	18	21	25	30	"
$d =$	16	20	23	26	30	33	40	"
$f =$	1,3	1,96	2,7	3,6	4,5	5,8	8,4	см ²
$k_z =$	300	350	400	440	470	500	540	кг/см ²

Тогда
число болтов

$$l = \frac{P_m}{f \cdot k_z} \quad (341)$$

Относительно расположения болтов смотри также „Правила конструирования“ и таблицу числа и толщины болтов для высоконапорных труб.

Ниже приведены практические примеры, которые показывают, что расстояние x между осью болта и кромкой прокладки должно быть по возможности меньше (фиг. 399); предпочтительнее однако ставить прокладки во всю ширину фланца (фиг. 400).



Фиг. 399 и 400.

Для крышек, подлежащих частому открыванию, рекомендуется применять болты с ушками или бугеля (см. том второй).

Цилиндры. В машиностроении часто встречаются детали цилиндрической формы, подверженные внутреннему давлению.

§ 80. Паровые цилиндры.

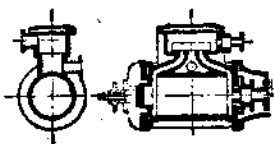
Вследствие крайне разнообразных форм, правила для конструирования паровых цилиндров выделены и внесены в специальный отдел паровых машин.

Общепринятые формы парового цилиндра с зотниковым парораспределением (фиг. 401 и 402).

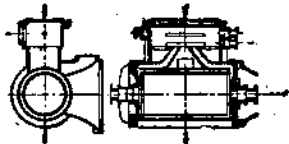
а) Толщина стенок корпуса цилиндра.¹⁾ Теоретические значения согл. § 73, b здесь непригодны. Учитывая возможность в дальнейшем расточки, берут толщину стенки

$$b = \frac{1}{50} D + 1,5 \text{ см} \quad (342)$$

¹⁾ Расчет крышки и болтов см. § 76 и 78.



Фиг. 401.



Фиг. 402.

401. Без паровой рубашки для простого золотникового парораспределения.

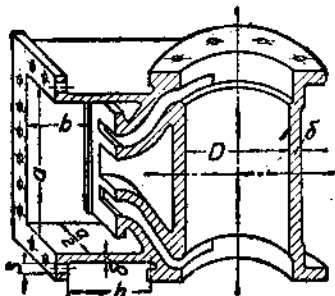
402. С паровой рубашкой для двойного золотникового парораспределения.

б) Толщина стенок золотниковой коробки. Расчет производится на основании формул, указанных в § 72, значит: толщина стенки

$$\delta = \frac{b}{2} \cdot x \cdot \sqrt{\frac{p}{k_b}} \text{ см.} \quad (343)$$

Напряжение

$$\sigma_b = 0,25 \cdot b^2 \cdot x^2 \cdot \frac{p}{\delta^2} \text{ кг/см}^2. \quad (344)$$



Фиг. 403.

Вообще говоря, толщина стенок обычно не вычисляется, а берется из практических таблиц, на что нужно обязательно обращать внимание. Величина x , если b есть меньшая сторона прямоугольника (фиг. 403):

$$\left. \begin{array}{l} b : a = 0,4 \quad 0,6 \quad 0,8 \quad 1 \\ x = 1,3 \quad 1,2 \quad 1,1 \quad 1,0 \end{array} \right\} \quad (345)$$

Допускаемое напряжение (для чугуна)

$$k_b = 300 \text{ кг/см}^2. \quad (346)$$

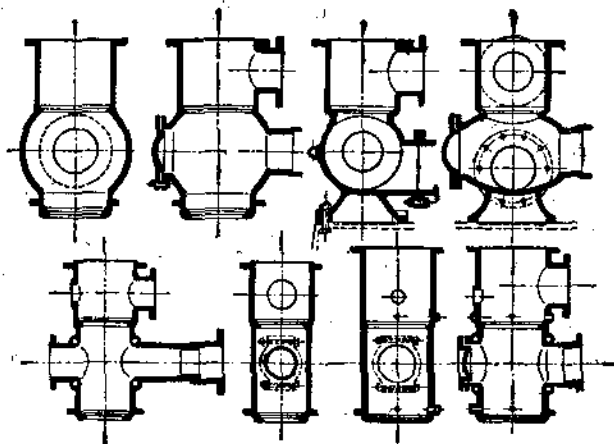
§ 81. Цилиндры насосов.

Форма этих цилиндров также чрезвычайно разнообразна (фиг. 404).

Поломки корпуса цилиндра происходят большей частью в местах перехода (галтель) и вызываются внутренними напряжениями в отливках и ударами воды.

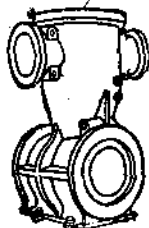
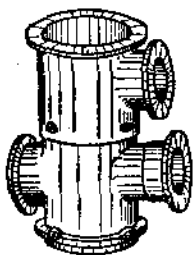
Поэтому в опасных местах устраиваются утолщения, которые вместе с стяжными болтами предназначаются для предотвращения поломки (см. фиг. 404 и 405 и п. е), в случае появления

трещины имеется тогда возможность настолько стянуть трещины болтами, что насос может продолжать работать.

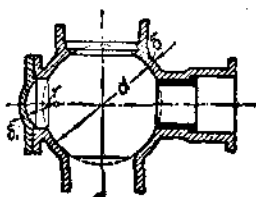


Фиг. 404.

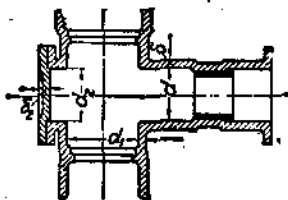
Для высоких давлений корпус цилиндра снабжается продольными и поперечными ребрами, а также стяжными болтами.



Фиг. 405.



Фиг. 408.



Фиг. 407.

а) Корпус шарообразный (фиг. 406). Теоретическое напряжение:

$$\sigma_z = \frac{d}{4} \cdot \frac{p}{\delta} \text{ кг/см}^2. \quad (347)$$

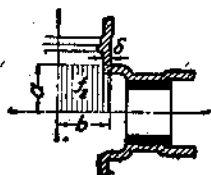
Толщина стенки (если p в атм):

$$\delta = \frac{d}{4} \cdot \frac{p}{k_z} + C \text{ см.} \quad (348)$$

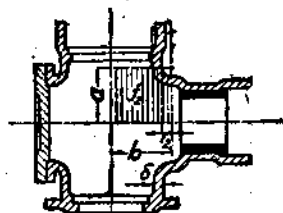
δ_1 согласно § 78, а.

б) Корпус цилиндрический (фиг. 407). Теоретическое напряжение:

$$\sigma_z = \frac{d}{2} \cdot \frac{p}{\delta} \text{ кг/см}^2. \quad (349)$$



Фиг. 406.



Фиг. 409.

Толщина стенки:

$$\delta = \frac{d}{2} \cdot \frac{p}{k_z} + C \text{ см.} \quad (350)$$

$$\delta_1 = \frac{d_1}{2} \cdot \frac{p}{k_z} + C \text{ см.} \quad (351)$$

δ_2 согласно § 78, а.

Для чугуна: допускаем. $k_z = 200 \text{ кг/см}^2$, $C = 0,6 \text{ см}$ (352)

Для стальн. отливки: доп. $k_z = 300 \text{ кг/см}^2$, $C = 0,3 \text{ см}$ (353)

Нужны ли утолщения и стяжные болты или нет, решается на основании указаний, помещенных ниже.

с) Переходы стенок цилиндра. Переходы с острыми углами (фиг. 408).

Опорная площадь

$$f_1 = \delta^2 \text{ см}^2 \quad (354)$$

Площадь нагрузки:

$$f_2 = a \cdot b - b^2 \text{ см}^2. \quad (355)$$

Напряжение

$$\sigma_z = \frac{f_2}{f_1} \cdot p \text{ кг/см}^2. \quad (356)$$

д) Переходы с закруглениями (фиг. 409).

Опорная площадь

$$f_1 = \frac{r_1^2 \cdot \pi}{4} - \frac{r_2^2 \cdot \pi}{4} \text{ см}^2. \quad (357)$$

Площадь нагрузки

$$f_2 = a \cdot b - \frac{r_1^2 \cdot \pi}{4} \text{ см}^2. \quad (358)$$

Напряжение

$$\sigma_z = \frac{f_2}{f_1} \cdot p \text{ кг/см}^2. \quad (359)$$



Фиг. 410.

е) Стяжные болты (фиг. 410) применяются, если:

$$\sigma_z > 200 \text{ кг/см}^2. \quad (360)$$

Растягивающая сила

$$P = f_2 \cdot p \text{ кг} \quad (361)$$

(f_2 согл. уравн. 355 или 358).

Поперечное сечение стержня

$$f = \frac{P}{k_z} \text{ см}^2. \quad (362)$$

Допускаемое напряжение для железа (хорош. качества)
 $k_z = 1000 \text{ кг/см}^2. \quad (363)$

§ 82. Цилиндры прессов.

Для расчета толстостенных труб высокого давления, цилиндров пресса и т. д., пользуются уравнениями § 75 (фиг. 411 и 412).

Заточки S служат для кожаных манжет.

Приближенные уравнения для толстых стенок, т. е. для высоких давлений, гласят:

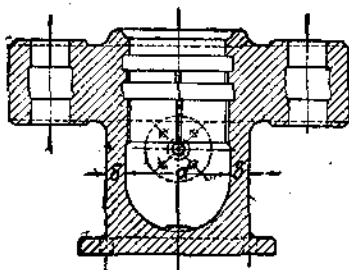
по Баку:

$$\left. \begin{aligned} \frac{D}{d} &= \sqrt{\frac{k_z + 0,4 p}{k_z - 1,3 p}} \\ \frac{D}{d} &= \sqrt{\frac{k_z + p}{k_z - p}} \end{aligned} \right\} \quad (364)$$

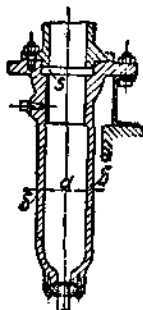
по Ламе:

$$\frac{D}{d} = \sqrt{\frac{k_z + p}{k_z - p}}$$

где D — наружный, d — внутренний диаметр в см, p — внутреннее давление в кг/см^2 или атм.



Фиг. 411.



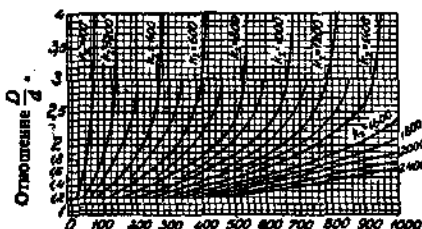
Фиг. 412.

Допускаемое напряжение для:

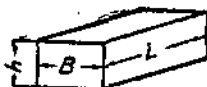
Чугуна	$k_z = 300 \text{ кг/см}^2$	} (365)
Стального литья	$k_z = 1000$	
Стали	$k_z = 1500$	

Диаграмма (фиг. 413). Заменяющая уравнение 364 (по Баху).

Пример: Пусть $k_z = 1000 \text{ кг/см}^2$, $p = 500$ атм., $D = 1,85$ см. Определить d .



Фиг. 413. Давление жидкости в атм.



Фиг. 414.

ЗАДАЧИ к §§ 76 — 82.

348. **Прямоугольный резервуар.** Требуется быстро спроектировать прямоугольный резервуар для воды емкостью $Q = 80 \text{ м}^3$ (фиг. 414).

1. Определить: высоту, ширину и длину резервуара.
2. Количество рядов связей.
3. Толщину стенки в верхней и в нижней части резервуара в см.

4. Толщину днища в см.
5. Вертикальное расстояние между связями.
6. Расстояние a между связями в продольном направлении.
7. Растягивающую силу одной связи в нижнем ряду в кг.
8. Толщину распорного болта в англ. дюймах.
9. Размеры распорных болтов.
10. Способ соединения углов.
11. Размеры углового железа.
12. Заклепочное соединение.

Решение: 1. Для $Q = 80 \text{ м}^2$ имеем:

Длину $L = 8,1 \text{ м}$, ширину $B = 4 \text{ м}$, высоту $h = 2,4 \text{ м}$.

2. Для высоты 2,4 м берем 2 ряда связей.

3. Толщина стенок сверху $\delta_1 = 0,4 \text{ см}$.

Толщина стенок внизу $\delta = 0,65 \text{ см}$.

4. Толщина днища $\delta_d = 0,65 + 0,1 = 0,75 \text{ см}$.

5. При двух рядах связей:

$$b = \frac{h}{2 + 1} = \frac{2,4}{3} = 0,8 \text{ м.}$$

6. Чтобы получить приблизительно квадратные участки, берем $q = 1 \text{ м}$.
7. Растягивающая сила:

$$P = 80 \cdot 100 \cdot 0,1 \cdot (2,4 - 0,8) = 1300 \text{ кг.}$$

8. Для $P = 1300 \text{ кг}$ диаметр стяжного болта $= 7/8''$.

9. Размеры надо взять из таблицы.

10. Берем соединение согл. 176, e и притом тип II с угловым железом.

11. Для $\delta = 0,65 \text{ см}$ получим: угловое железо 55×7 .

12. Диаметр заклепок $d = 15 \text{ мм}$, деление $T = 40 \text{ мм}$, расстояние до края $e = 20 \text{ мм}$.

348в. То же — при $Q = 160 \text{ м}^2$.

349. Медный котел с внешним давлением, для сахарных заводов.

На фиг. 415 показан медный котел с вакуумом $= 72 \text{ см}$, значит наружное давление $p \sim 1 \text{ атм}$.

Под влиянием наружного давления 7-миллиметровые днища оказались вдавленными у AA' , а 5-миллиметровый корпус у B^3 . Найти путем расчета причину этого явления.

1. Определить: теоретическое напряжение материала днища в кг/см^2 .

2. То же — корпусу.

3. Предполагаемое напряжение материала днищ в кг/см^2 .

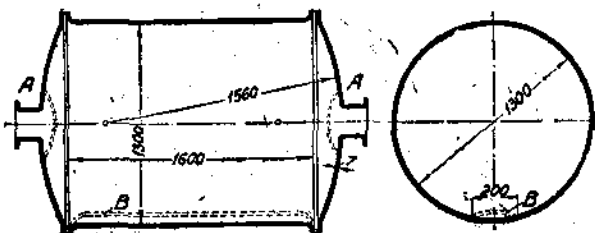
4. То же — корпуса.

Решение. 1. Согласно уравнению для шара с внешним давлением имеем:

$$\sigma = \frac{r}{2} \cdot \frac{p}{\delta} = \frac{156}{2} \cdot \frac{1}{0,7} \sim 110 \text{ кг/см}^2.$$

2. Для полого цилиндра с внешним давлением имеем:

$$\sigma = \frac{d}{2} \cdot \frac{p}{\delta} = \frac{130}{2} \cdot \frac{1}{0,7} = 95 \text{ кг/см}^2.$$



Фиг. 415.

Напряжение, в обоих случаях, невелико, так что при теоретически правильной выпуклости вдавливания получиться не должно.

Но допустим, что вследствие неточной обработки, около AA получилось более плоское место с диаметром ок. 50 см; тогда напряжение:

$$3. \sigma_b = \frac{1}{4} \cdot 50^2 \cdot \frac{1}{0,7^2} = 1275 \text{ кг/см}^2.$$

При таком напряжении происшедшее вдавливание уже легче объяснимо.

4. Допуская для корпуса также плоское место шириною = 20 см, получим для $\frac{b}{a} = \frac{20}{160} = 0,13$; коэффициент $k = 1,2$;

тогда

$$\sigma = \frac{20^2}{4} \cdot 1,2^2 \cdot \frac{1}{0,5^2} \sim 580 \text{ кг/см}^2.$$

349 а. То же при $p = 0,5$ атм.

350. Резервуар. Требуется спроектировать резервуар емкостью в $Q = 225 \text{ м}^3$ воды, имеющий квадратное днище и высоту 4 м.

Пусть резервуар разделяется перегородками на 4 равные части, скрепленные между собой связями (фиг. 416 и 417).

Определить: 1. Длину и ширину резервуара в м.

2. Число рядов связей (соответственно высоте h)

3. Вертикальное расстояние между ними в м.

4. Число вертикальных рядов.

5. Расстояние a в м.

6. Толщину стенки в нижней части резервуара в см.

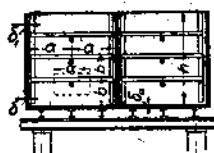
7. То же — в верхней части.

8. Толщину стенки днища в см.

9. Растягивающую силу в кг одной связи нижнего ряда.

10. Поперечное сечение плоского железа.

11. Не лучше ли поставить стяжные болты и какого они получатся диаметра?



Фиг. 416

Решение. 1. Длина = ширина = $\sqrt{\frac{225}{4}} = 7,5$ м.

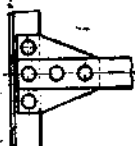
2. Для $h = 4$ м берем три ряда связей.

3. Равномерно распределяя их по высоте h , получим расстояние

$$b = \frac{4}{3+1} = 1 \text{ м.}$$

4. Если взять для каждой боковой стенки части резервуара один вертикальный ряд связей, то:

5. Расстояние $a = \frac{7,5}{4} = 1,85$ м.



Фиг. 417.

6. Для $b : a = 1 : 1,85 \sim 0,55$ коэфф. $x \sim 1,1$; значит, толщина стенок

$$\delta = \frac{100}{2} \cdot 1,1 \sqrt{\frac{0,1 \cdot 4}{1000}} = 1,1 \text{ см.}$$

7. Толщина стенки

$$\delta_1 = \frac{100}{2} \cdot 1,1 \sqrt{\frac{0,1 \cdot 1}{1000}} = 0,55 \text{ см.}$$

8. Толщина стенки днища

$$\delta_n = 1,1 + 0,1 = 1,2 \text{ см.}$$

9. Растягивающая сила одной связи

$$P = 100 \cdot 1,85 \cdot 0,1 (4 - 1) = 5500 \text{ кг.}$$

10. Поперечное сечение плоского железа

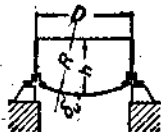
$$f = \frac{P}{1000} = \frac{5500}{1000} = 5,5 \text{ см}^2.$$

Соответствующий размер: $5,5 \times 1 \text{ см}$.

11. Для высоких резервуаров, как в данном случае, выгодны приклепанные связи из полосового железа, ибо при болтах труднее обеспечить плотность соединения.

Для $P = 5500 \text{ кг}$ пришлось бы взять болты диаметром $1\frac{1}{2}''$. (Такой резервуар построен для одного маслобойного завода, причем толщина стенки в нижней части резервуара $\delta = 10 \text{ мм}$, в верхней $\delta = 5 \text{ мм}$, поперечное сечение связей $50 \times 10 \text{ мм}$.)

350а. То же при $Q = 100 \text{ м}^3$, $h = 3 \text{ м}$.



Фиг. 418.

351. Резервуар. Для городского водопровода требуется резервуар емкостью $Q = 400 \text{ м}^3$ (фиг. 418).

Определить: 1. Диаметр в м.

2. Высоту резервуара в м.

3. Число звеньев на высоту h в м.

4. Толщину стенки отдельных звеньев.

5. Радиус выпуклого днища в м.

6. Толщину стенки днища в см.

Решение. Для $Q = 400 \text{ м}^3$ имеем:

1. Диаметр $D \sim 1,1 \cdot \sqrt[3]{400} = 8 \text{ м}$.

2. Высота

$$h = \frac{400}{\frac{\pi}{4} \cdot 8^3} = 8 \text{ м}.$$

3. Принимаем высоту отдельного звена $= 1,6 \text{ м}$.

Тогда получим $\frac{8}{1,6} = 5$ звеньев.

4. Толщина стенки при $D = 8 \text{ м}$:

I. Звено:	$h_1 = 1,6$,	$\delta = 5,5 \text{ мм}$
II. "	$h_2 = 3,2$,	$\delta = 6,5$ "
III. "	$h_3 = 4,8$,	$\delta = 8$ "
IV. "	$h_4 = 6,4$,	$\delta = 9$ "
V. "	$h_5 = 8$,	$\delta = 10$ "

5. Радиус днища

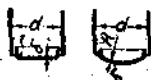
$$R = 1,4 \cdot 8 \sim 11 \text{ м}.$$

6. Толщина стенки днища:

$$\delta_d = \frac{1100}{2} \cdot \frac{0,1 \cdot 8}{400} = 1,1 \text{ см.}$$

351а. То же — при $Q = 800 \text{ м}^3$.

352. Днище круглого резервуара. Требуется определить толщину днища, если диаметр резервуара $d = 2,0 \text{ см}$, и внутреннее давление $p = 10 \text{ атм.}$ (спокойная нагрузка) (фиг. 419).



Фиг. 419.

1) плоское днище с загнутыми краями ($r = 5 \text{ см}$),

2) выпуклое днище ($R = d$).

Решение. 1. Плоское днище с загнутыми краями: Для $r : d = 5 : 200 = 0,025$ получим

$$\text{толщ. стенки } \delta \sim 0,3 \cdot 200 \cdot \sqrt{\frac{10}{900}} \sim 6 \text{ см.}$$

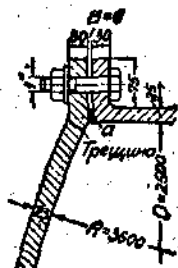
2. Выпуклое днище:

Для $R = d$ получим

$$\text{толщ. стенки } \delta = \frac{200}{2} \cdot \frac{10}{900} = 1,1 \text{ см.}$$

Отсюда следует, что для котлов такой величины плоские днища непригодны.

352а. То же — при $d = 100 \text{ см}$, $p = 20$.



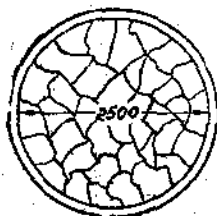
Фиг. 420.

353. Крышка круглого сосуда. На сахарном заводе установлен новый испаритель (фиг. 420); при пуске его асбестовая прокладка около a оказалась при манометрическом давлении в $1/2 \text{ атм.}$ недостаточно плотной. Для устранения этого недостатка начали затягивать болты на фланце. Как только повернули примерно на $1/2$ оборота одну гайку, произошел страшный взрыв, и все здание наполнилось паром.

Оказалось, что днище совершенно разрушено и оторвалось по периферии около фланца (см. фиг. 421). В чугуне однако не было заметно никаких дефектов; структура металла была хорошей и толщина стенки равномерной (фиг. 420).

Решение. Если рассматривать выпуклую часть днища как шаровой сектор, и рассчитать его по формуле шара с внутренним давлением считая, что диаметр шара $2R = 7200 \text{ мм}$, тол-

ниина стенки $\delta = 23$ мм, временное сопротивление на разрыв для чугуна $k_2 = 1200$ кг/см², то получим напряжение:



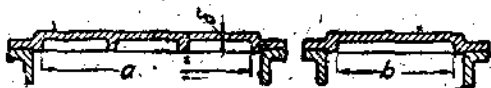
Фиг. 421.

$$p = \frac{4 \cdot \delta \cdot k_2}{2R} = \frac{4 \cdot 2,3 \cdot 1200}{720} = 15,3 \text{ атм.}$$

Стало-быть, толщина стенки достаточная; однако при затягивании болтов очевидно появились в крышке напряжения, не поддающиеся проверке, вследствие чего разрыв произошел уже при давлении в $1\frac{1}{2}$ атм. Во всяком случае фланец следовало бы сделать толще и переход к выпуклой части котла более плавным.

Лучше было бы также разместить болты ближе к цилиндру и заложить прокладки во всю ширину фланца.

354. Крышка золотниковой коробки и т. д. (прямоугольн.), фиг. 422; $a = 70$ см, $b = 18,5$ см, давление $p = 7$ атм.



Фиг. 422.

Определить толщину стенки крышки (чугун).

Решение. Отношение $\frac{b}{a} = \frac{18,5}{70} = 0,26$; в данном случае коэффициент $x \sim 1,35$.

Допускаемое напряжение для чугуна (нагрузка b) $k_b = 300$ кг,

$$\text{толщина стрелок } \delta = \frac{18,5}{2} \cdot 1,35 \cdot \sqrt{\frac{7}{300}} = 1,9 \text{ см.}$$

354а. То же при $a = 100$ см, $b = 50$ см; $p = 10$ атм.

355. Пусть та же крышка имеет выпуклую форму с радиусом $r = b$, фиг. 394 и 395.

Какая должна быть тогда толщина стенок?

Решение. Для расчета толщины стенки пользуются уравнением чугунных труб; тогда толщина стенки

$$\delta = \frac{2 \cdot 18,5}{2} \cdot \frac{7}{250} + 0,8 = 1,3 \text{ см.}$$

355а. То же. что и в задаче 354а

356. Корпус насоса. На фиг. 423 показан чугунный корпус насоса. Давление воды $p = 43$ атм.

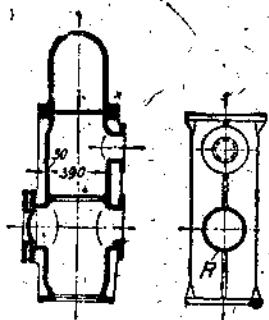
После трехнедельной работы у R образовалась трещина. Доказать причину образования трещины расчетным путем. Определить для перехода с 260 мм на 390 мм диам.:

1. Опасное сечение.
2. Опорная площадь в см^2 .
3. Площадь нагрузки в см^2 .
4. Напряжение в кг/см^2 .

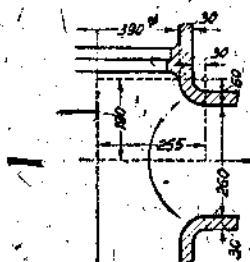
Решение. 1. Опасное сечение находится в боковом переходе, т. е. у R . Рассмотрим показанный на фиг. 424 пунктирный прямоугольник и получим по Ридлеру:

2. Опорная площадь

$$f_1 = \frac{\pi}{4} \cdot 6^2 - \frac{\pi}{4} \cdot 3^2 = 21 \text{ см}^2.$$



Фиг. 423.



Фиг. 424.

3. Согласно фиг. 424 имеем:

$$a = \frac{260}{2} + 60 = 190 \text{ мм},$$

$$b = \frac{390}{2} + 60 = 255 \text{ мм}.$$

Значит, площадь нагрузки:

$$f_2 = 19 \cdot 25,5 - \frac{\pi}{4} \cdot 6^2 = 457 \text{ см}^2.$$

4. Сопротивление разрыву

$$\sigma_2 = \frac{457 \cdot 43}{21} = 930 \text{ кг/см}^2.$$

Для чугуна же допускается только $k_z = 200 \text{ кг/см}^2$, так как временное сопротивление равно 1200 кг/см^2 .¹⁾

357. Корпус насоса в предыдущем примере был заменен новым, большего диаметра и из стального литья (фиг. 425).

После трехмесячной работы и у этого корпуса образовалась трещина у R .

Определить 1. Опасное сечение.

2. Опорную площадь.

3. Площадь нагрузки в см^2 .

4. Напряжение в кг/см^2 .

Решение. 1. Опасное сечение находится в данном случае также у бокового патрубка, т. е. у R . Напряжение в месте перехода определяется так же, как в предыдущей задаче:

2. Опорная площадь

$$f_1 = \frac{\pi}{4} \cdot 9^2 - \frac{\pi}{4} \cdot 4,5^2 = 47,6 \text{ см}^2.$$

3. На основании данных размеров имеем:

$$a = \frac{260}{2} + 90 = 220 \text{ мм}$$

$$b = \frac{690}{2} + 90 = 435 \text{ мм}.$$

Поэтому площадь нагрузки:

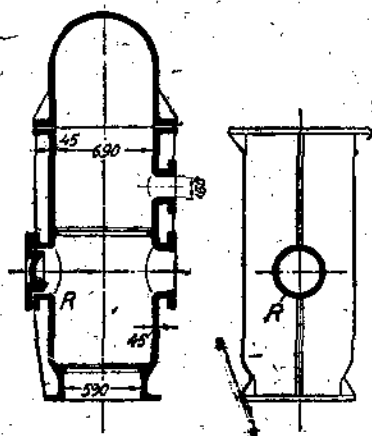
$$f_2 = 22 \cdot 43,5 - \frac{\pi}{4} \cdot 9^2 = 895 \text{ см}^2.$$

4. Напряжение:

$$\sigma_z = \frac{895 \cdot 43}{47,6} = 810 \text{ кг/см}^2.$$

Однако здесь допускается только:

$$k_z = 300 \text{ кг/см}^2.$$



Фиг. 425.

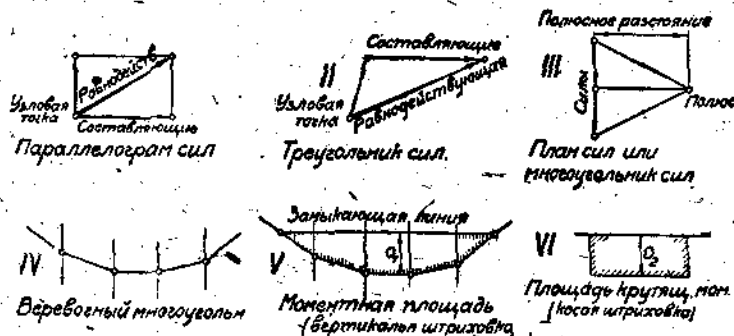
¹⁾ В данном случае к расчетному давлению 43 кгт., очевидно, прибавляется еще особенное повышение давления от ударов воды или вследствие слишком узких клапанов, благодаря чему была превзойдена величина временного сопротивления материала.

IV. ГРАФИЧЕСКАЯ СТАТИКА.

§ 83. Основные понятия.

Приводим несколько общепринятых обозначений, которые необходимо знать (фиг. 426):

Масштаб сил: за единицу принимается *мм*, как мера, более удобная для построения ординат эпюры моментов, чем *см*.



Фиг. 426.

Масштаб расстояний: в любом измерении, в зависимости от имеющегося в распоряжении листа бумаги.

Полюсное расстояние: за единицу измерения принимается *см*, так как для определения моментов полюсное расстояние должно быть выражено в *см*.

Ординаты — вертикальные отрезки, отсекаемые сторонами веревочного многоугольника в площади моментов, — выражающиеся в *мм*, напр., O_1 и O_2 , фиг. V и VI.

Графическая статика определяет графическим путем величину сил, а также и статических моментов. Сила и плечо изображаются в виде прямой линии, длина которой выражает

величину силы в заданном масштабе сил, а направление и положение ее соответствует данным условиям.

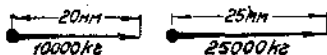
а) Масштаб сил. Величина силы изображается прямой линией, содержащей в себе столько единиц длины, сколько самая сила содержит единиц веса; линия эта выражается в заданном масштабе сил, единица которого (обыкновенно 1 мм) соответствует определенному количеству кг.

Принято считать:

Сила в кг = длине прямой линии в мм $\times$ масштаб сил.
Длина прямой линии в мм = силе в кг : масштаб сил.

1-й пример. Если принять, напр., 20 мм = 10 000 кг, тогда (фиг. 427) —

$$1 \text{ мм} = \frac{10\,000}{20} = 500 \text{ кг.}$$



Фиг. 427.

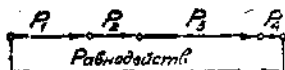
Масштаб сил 1 мм = 500 кг.

2-й пример. В масштабе 1 мм = 100 кг, сила в 2500 кг будет представлена отрезком прямой в $\frac{2500}{100} = 25 \text{ мм}$.

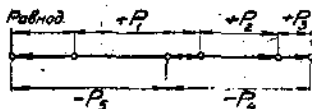
Направление силы обозначается стрелкой.

б) Сложение и разложение сил. Сложение нескольких сил производится путем замены всех сил одной равнодействующей, т. е. такой одной силой, действие которой одинаково с совокупным действием всех отдельных сил. И наоборот, при замене одной силы путем разложения на составляющие — совокупное действие последних эквивалентно действию разложенной силы. Полученная путем сложения сила носит название равнодействующей.

Если произвольное число сил расположено по одной прямой и имеет одинаковое направление действия, то равнодействующая равна их сумме (фиг. 428).



Фиг. 428.



Фиг. 429.

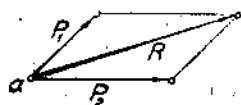
Если же силы, расположенные по одной прямой, действуют в противоположных направлениях, то силы с направлением действия вправо принято считать положительными (+), влево отрицательными (—) (фиг. 429).

В данном случае равнодействующая равна разности между

положительными и отрицательными силами и получает направление однозначной с ней силы.

Пример. Пусть по фиг. 429: $P_1 = +800$, $P_2 = +500$, $P_3 = +200$, $P_4 = -900$, $P_5 = -1000$ кг, тогда равнодействующая $= +(800 + 500 + 200) - (900 + 1000) = -400$ кг.

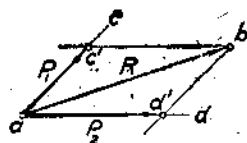
с) Параллелограмм сил. Если две силы P_1 и P_2 действуют в одной и той же плоскости и притом не в одном направлении, то по правилу параллелограмма — величина и направление равнодействующей их определяется диагональю R параллелограмма, построенного на отрезках, представляющих собою данные силы (фиг. 430).



Фиг. 430.

Равнодействующая всегда расположена между обеими силами и действие ее направлено от узловой точки a составляющих сил. Также и наоборот, можно равнодействующую разложить, по правилу параллелограмма, на составляющие, если даны направления действия последних.

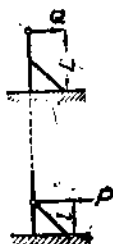
Если требуется равнодействующую ab (фиг. 431) разложить на две составляющие, с направлением их действия ac и ad , то через конечную точку b равнодействующей необходимо провести прямые, параллельные направлениям составляющих сил, и тогда отрезки ac' и ad' определяют величину составляющих сил.



Фиг. 431.

д) Точка приложения сил. Если сила приложена не к узловой точке (фиг. 432 — 435), то необходимо точку приложения ее, до разложения силы на составляющие, перенести в узловую точку.

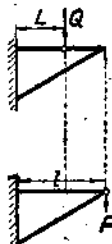
Приводим простейшие случаи:



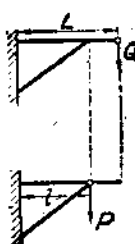
Фиг. 432.



Фиг. 433.



Фиг. 434.



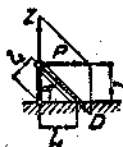
Фиг. 435.

Из уравнения моментов $Q \cdot L = P \cdot l$ имеем:

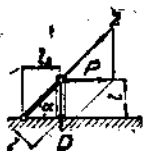
$$P = Q \cdot \frac{L}{l} \text{ кг.} \quad (366)$$

е) Разложение силы на составляющие. Для разложения силы по правилу параллелограмма необходимо сперва установить направление составляющих. На прилагаемых рисунках стержни, работающие на растяжение, обозначены простыми жирными линиями, а на сжатие — двойными линиями.

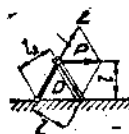
1. Простейшие случаи разложения сил (фиг. 436 — 438). Масштаб сил принят: 1 мм = 100 кг.



Фиг. 436.



Фиг. 437.



Фиг. 438.

Сила $P = 850 \text{ кг} = 8,5 \text{ мм.}$

Растяжение $Z = 8,5 \cdot 100 = 850 \text{ кг.}$

Сжатие $D = 12 \cdot 100 = 1250 \text{ кг.}$

$P = 650 \text{ кг} = 6,5 \text{ мм.}$

$Z = 6,5 \cdot 100 = 650 \text{ кг.}$

$D = 6,5 \cdot 100 = 650 \text{ кг.}$

$P = 800 \text{ кг} = 8 \text{ мм.}$

$Z = 11 \cdot 100 = 1100 \text{ кг.}$

$D = 8 \cdot 100 = 800 \text{ кг.}$

Тот же результат получаем аналитическим путем:

$$Z = P \cdot (l : l_1) = P \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad \left| \quad Z = P \cdot (l : l_1) = P : \cos \alpha \right.$$

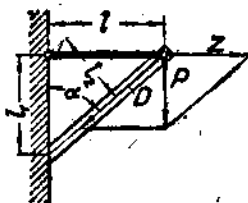
$$D = P \cdot (l : l_2) = P : \cos \alpha \quad \left| \quad D = P \cdot (l : l_2) = P \cdot \operatorname{tg} \alpha \right.$$

$$Z = P \cdot (l : l_1) \text{ кг}$$

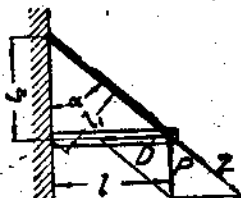
$$D = P \cdot (l : l_2) \text{ кг}$$

2. Консоли (фиг. 439 и 440).

Масштаб сил принят: 1 мм = 20 кг.



Фиг. 439.



Фиг. 440.

$$\text{Нагрузка } P = 230 \text{ кг} = \frac{230}{20} = 11,5 \text{ мм.}$$

$$\text{Растяжение } Z = 13,5 \cdot 20 = 270 \text{ кг.}$$

$$\text{Сжатие } D = 17,5 \cdot 20 = 350 \text{ кг.}$$

$$P = 180 \text{ кг} = \frac{180}{20} = 9 \text{ мм.}$$

тогда

$$\text{Растяжение } Z = 14 \cdot 20 = 280 \text{ кг.}$$

$$\text{Сжатие } D = 10 \cdot 20 = 200 \text{ кг.}$$

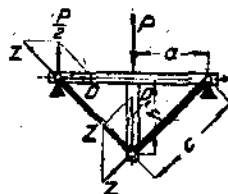
Аналогичные результаты получаем аналитическим путем:

$$Z = P \cdot (l : l_1) = P \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad Z = P \cdot (l : l_1) = P : \cos \alpha \text{ кг.}$$

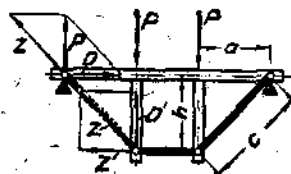
$$D = P \cdot (l : l_2) = P : \cos \alpha, \quad D = P \cdot (l : l_2) = P \cdot \operatorname{tg} \alpha \text{ кг.}$$

Для упражнения:

$$P = 100 \text{ до } 3000 \text{ кг, } l = 0,5 \text{ до } 6 \text{ м, } l_1 = 0,3 \text{ до } 0,6 \text{ л.}$$



Фиг. 441.



Фиг. 442.

Масштабы расстояний и сил следует принять с таким расчетом, чтобы получить изображение примерно вдвое больше прилагаемого рисунка.

3. Шпренгеля простейшей формы (фиг. 441 и 442). Масштаб сил принят: 1 мм — 500 кг.

$$\text{Нагрузка } P = 4600 = \frac{4600}{500} = 9,2 \text{ мм.}$$

$$\text{Растяжение } Z = 7 \cdot 500 = 3500 \text{ кг.}$$

$$\text{Сжатие } D = 2300 \text{ кг, } D_1 = 4600 \text{ кг.}$$

$$P = 4600 \text{ кг} = \frac{4600}{500} = 9,2 \text{ мм.}$$

$$\text{Растяжение } Z = 6000 \text{ кг.}$$

$$Z_1 = 3800 \text{ кг.}$$

$$\text{Сжатие } D = 3750 \text{ кг, } D_1 = 4600 \text{ кг.}$$

Аналогичный результат получаем аналитическим путем:

$$Z = 0,5 \cdot (c : h) \text{ кг.}$$

$$D = 0,5 \cdot P(a : h), D_1 = P \text{ кг.}$$

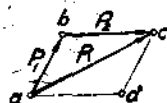
$$Z = P \cdot (c : h), Z_1 = P \cdot (a : h) \text{ кг.}$$

$$D = P \cdot (a : h), D_1 = P \text{ кг.}$$

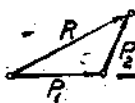
Для упражнения:

$$P = 500 \text{ до } 8000 \text{ кг, } a = 2 \text{ до } 5 \text{ м, } c = 1,3 \text{ а до } 1,6 \text{ а.}$$

б) Треугольник сил, заменяющий параллелограмм. Для определения равнодействующей можно ограничиться построением половины параллелограмма, так называемого треугольника сил (фиг. 443 и 441).



Фиг. 443.

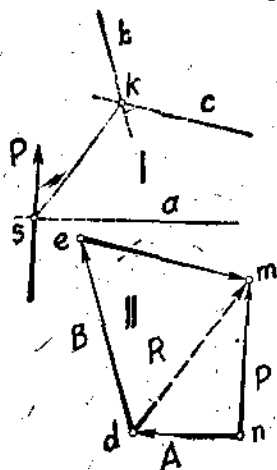


Фиг. 444.

Для этой цели остается перенести отрезок ad , представляющий по величине и направлению силу P_2 в bc . Построение треугольника сил часто встре-

чается в графической статике. Если требуется разложить силу R на две составляющие P_1 и P_2 с данным направлением их действия, то величина составляющих определяется построением треугольника сил, для чего через конечные точки равнодействующей нужно провести прямые, параллельные данным направлениям составляющих.

г) Разложение силы на три заданных направления. Решение возможно, если направления составляющих сил не пересекаются в одной точке. Пусть дана сила P , которую требуется разложить на три составляющие силы по направлениям a, b, c (фиг. 445). Равнодействующая составляющих, направленных по b и c , проходит через их точку пересечения k . Продол-

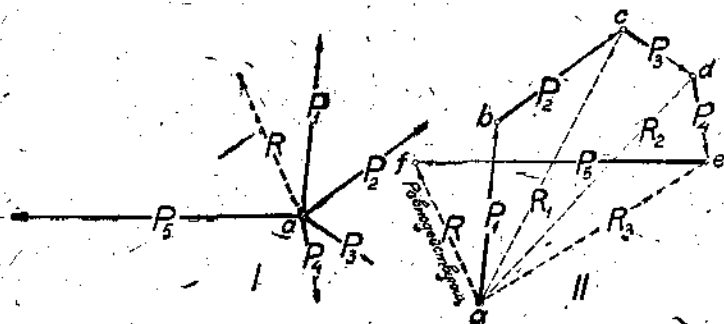


Фиг. 445.

жаем направление a до пересечения в точке s с силой P и соединяем точки s и k прямой sk . Силу P разлагаем на две составляющих: одну по направлению a и другую — по направлению sk (фиг. 445); из треугольника сил tmn получаем составляющие

A и R ; силу R переносим в точку k и разлагаем на две составляющих, как это показано на чертеже, путем построения треугольника сил.

h) Сложение сил, действующих в плоскости и приложенных в одной точке. Многоугольник сил. Равнодействующая какого угодно числа сил, сходящихся в одной точке, приложена в той же точке и равна замыкающей многоугольника, стороны которого равны и параллельны слагаемым силам.



Фиг. 446.

Пример. Даны по фиг. 446, I. — силы P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 , приложенные к точке a с разным направлением их действия.

Требуется найти: величину и направление равнодействующей.

Порядок следования сил при построении. Из произвольной точки a (фиг. 446, II) откладываем последовательно одну за другой силы P_1, P_2 и т. д., по величине и по направлению равные заданным силам; тогда замыкающая af представит величину равнодействующей данных сил, точка приложения которой будет в узловой точке a , а направление противоположно последней силе P_5 .

Масштаб сил.

$$1 \text{ мм} = 20 \text{ кг}$$

$$P_1 = 320 \text{ кг} = 16 \text{ мм}$$

$$P_2 = 540 \text{ } \cdot \text{ } = 27 \text{ } \cdot \text{ }$$

$$P_3 = 130 \text{ } \cdot \text{ } = 6,5 \text{ } \cdot \text{ }$$

$$P_4 = 180 \text{ } \cdot \text{ } = 9 \text{ } \cdot \text{ }$$

$$P_5 = 600 \text{ } \cdot \text{ } = 30 \text{ } \cdot \text{ }$$

Далее мы имеем:

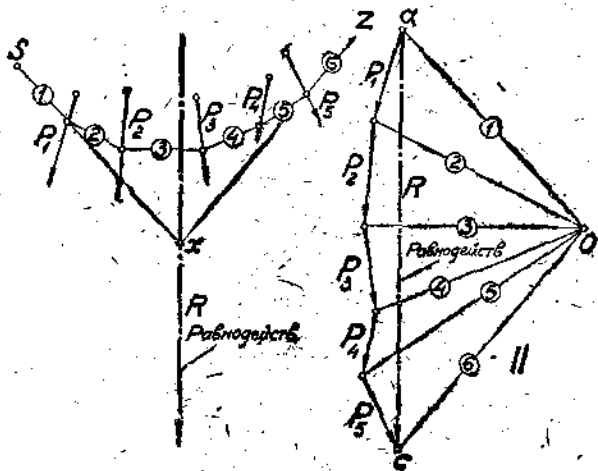
$R_1 =$ отрезок $ac =$ равнодействующая сила P_1 и P_2

$R_2 =$. . . $ad =$. . . P_1, P_2 и P_3

$R_3 =$. . . $ae =$. . . P_1, P_2, P_3 и P_4

При $1 \text{ мм} = 20 \text{ кг}$, равнодействующая $(21,5 \text{ мм}) = 21,50 \cdot 20 = 430 \text{ кг}$.

И) Равновесие сил, действующих в одной точке. Отложим в точке a (фиг. 446, I) равнодействующую R заданных



Фиг. 446.

сил. Если в точке a приложить силу R_1 , равную и противоположную этой равнодействующей, то система сил будет в равновесии; в многоугольнике сил (фиг. 446, II) сила R_1 будет иметь направление, указанное двумя стрелками. Силы, действующие на одну точку, находятся в равновесии, если построенный многоугольник сил, стороны которого равны по величине и направлению отдельным (слагаемым) силам, является сомкнутым (с течением сил в одну сторону).

к) Многоугольник сил и веревочный многоугольник. Сложение сил, как угодно расположенных в плоскости. Если силы расположены как угодно в плоскости, то для нахождения величины и направления их равнодействующей строят многоугольник сил, а для определения положения равнодей-

ствующей строят дополнительно веревочный многоугольник, как это ниже показано на примере.

Пример. Даны силы P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 (фиг. 447, I). Требуется найти: величину, направление и положение равнодействующей.

1. *Построение многоугольника сил.* Задавшись (фиг. 447, II) произвольной точкой a , проводят последовательно отрезки, изображающие силы P_1, P_2 и P_3 параллельно их направлению (фиг. 447, I), и соединяют начальную точку a с конечной точкой c , т. е. проводят замыкающую ac , которая определяет величину и направление равнодействующей.

Масштаб сил

$$1 \text{ мм} = 10 \text{ кг}$$

$$P_1 = 100 \text{ кг} = 10 \text{ мм}$$

$$P_2 = 115 \text{ } = 11,5 \text{ мм}$$

$$P_3 = 85 \text{ } = 8,5 \text{ }.$$

$$P_4 = 90 \text{ } = 9 \text{ }.$$

$$P_5 = 55 \text{ } = 5,5 \text{ }.$$

$$\text{Равнодействующая } R = 43,5 \cdot 10 = 435 \text{ кг.}$$

2. Построение веревочного многоугольника.

Выбирают в стороне от сил произвольно точку O , называемую *полюсом*, и соединяют ее с началом и концом каждой силы, как показано на фиг. 447, II, проведенные линии 1, 2, 3 ... называют *лучами*.

Для построения веревочного многоугольника проводят, исходя из произвольно выбранной точки S , прямые 1, 2, 3, 4, 5, 6 (фиг. 447, I), параллельные лучам 1, 2, 3, 4, 5, 6 (фиг. 447, II); полученная ломаная линия SZ называется *веревочным многоугольником*.

Продолжением крайних сторон 1 и 6 веревочного многоугольника находят точку x , через которую проходит равнодействующая R , определенная уже по величине и направлению из многоугольника сил. На фиг. 447, I через точку x проведена линия, параллельная $ac = R$ (фиг. 447, II).

§ 84. Равновесие сил.

Силы, действующие на различные точки тела, находятся в равновесии, если многоугольник и соответствующий ему веревочный многоугольник сами собою замыкаются.

Если многоугольник сил замыкается, а веревочный многоугольник остается открытым, то данная система сил приводится к паре сил.

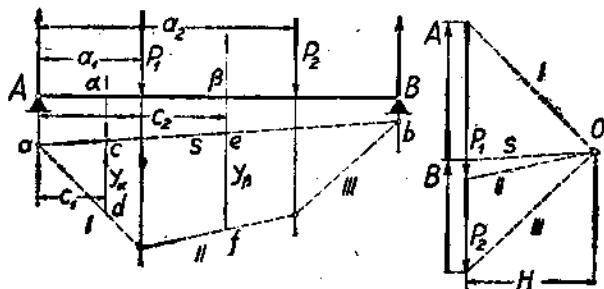
Пусть даны силы P_1, P_2, P_3 и P_4 (фиг. 448), для которых многоугольник сил смыкается, а веревочный многоугольник, построенный с помощью

полюса O , остается открытым (не смыкается).

Силы II (в веревочном многоугольнике) действуют по одной прямой, равны и прямо противоположны, поэтому уравниваются; на том же основании уравниваются силы III и IV. Оставшиеся силы I, I

параллельны друг другу (параллельны лучу I), равны и имеют противоположное направление, — они образуют пару сил, момент которой $M = I \cdot h$.

Чтобы не было вращения от момента M , необходимо условие: $M = 0$, которое удовлетворяется значением $h = 0$; силы



Фиг. 449.

в этом случае будут лежать на одной прямой, и веревочный многоугольник сомкнется.

Приложение: определение реакций опор для балки, лежащей на двух опорах (фиг. 449).

Пусть на балку AB действуют силы P_1 и P_2 . Построив многоугольник сил, чертят веревочный многоугольник, начиная с какой-

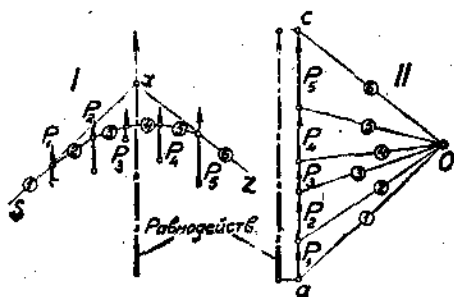
нибудь точки a , лежащей на продолжении реакции A ; последний луч III продолжают до пересечения в точке b с направлением реакции B . Так как данные силы P_1 и P_2 уравниваются с реакциями A и B опор, то веревочный многоугольник должен быть сомкнутым; поэтому, соединяя прямой точки a и b , находят замыкающую ab .

В многоугольнике сил проводят через полюс O линию S , параллельную замыкающей ab , до пересечения в точке B с планом сил. Отсекаемые отрезки AB и BC представляют искомые величины реакций. Верхний отрезок AB дает величину реакции A , так как она находится в равновесии с силами I и S веревочного многоугольника.

§ 85. Параллельные силы.

I. Параллельные силы, направленные вертикально.

Пусть даны параллельные силы P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 с направлением их действия по вертикали кверху (фиг. 450, I). Требуется найти: величину, направление и положение равнодействующей



Фиг. 450.

а) Порядок следования сил при построении. Величина и положение равнодействующей. Избрав точку a (фиг. 450, II), откладываем силы P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 ; тогда ac определяет величину равнодействующей. В данном случае многоугольник сил называется *планом сил*.

б) Положение равнодействующей. Избрав полюс O , проводят лучи $1, 2, 3, 4, 5, 6$; для построения веревочного многоуголь-

ника (фиг. 450, II) проводят, исходя из произвольно выбранной точки S прямые 1, 2, 3, 4, 5, 6, параллельные полюсным лучам 1, 2, 3, 4, 5, 6; получается веревочный многоугольник SZ . Равнодействующая, равная и параллельная отрезку ac , проходит через точку пересечения x продолжений крайних сторон 1 и 6 веревочного многоугольника.

Масштаб сил: $1 \text{ мм} = 100 \text{ кг}$

$$P_1 = 600 \text{ кг} \dots = 6 \text{ мм}$$

$$P_2 = 800 \text{ „} \dots = 8 \text{ „}$$

$$P_3 = 500 \text{ „} \dots = 5 \text{ „}$$

$$P_4 = 800 \text{ „} \dots = 8 \text{ „}$$

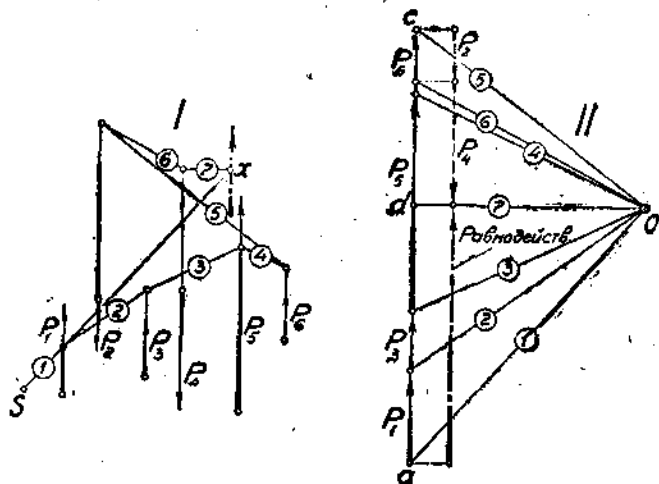
$$P_5 = 1200 \text{ „} \dots = 12 \text{ „}$$

$$\text{Равнодействующая} = 39 \text{ мм}$$

$$39 \cdot 100 = 3900 \text{ кг.}$$

II Параллельные силы, направленные частью в разные стороны.

Даны силы P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 , параллельные с противоположным направлением действия (фиг. 451, I).



Фиг. 451.

Требуется найти величину, направление и положение равнодействующей.

а) Порядок следования сил при построении. Величина равнодействующей (многоугольник сил) (фиг. 451, II). Из произвольно выбранной точки a откладываем последовательно действующие в одном направлении силы P_1, P_2, P_3 и P_4 , а из конечной точки в обратном направлении силы P_5 и P_6 с противоположным направлением действия; тогда отрезок ad представляет равнодействующую, имеющую исходную точку в a и противоположно направленную последней силе (P_6).

б) Положение равнодействующей. Задаемся полюсом O (фиг. 451, II) и проводим лучи $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$. Для построения веревочного многоугольника проводим из произвольно выбранной точки S прямые $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ параллельно соответствующим полюсным лучам $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$. Необходимое условие, чтобы линии веревочного многоугольника пересекали всегда ту силу (фиг. 451, II), исходная точка которой (фиг. 451, II) соединена с полюсом O , т. е. прямая 3 пересекает P_1 и P_2 , и т. д. Через точку пересечения x продолжений крайних сторон 1 и 7 веревочного многоугольника проходит равнодействующая, величина и направление которой определяется отрезком ad (фиг. 451, II). Масштаб сил $1 \text{ мм} = 20 \text{ кг}$.

$P_1 = +290 \text{ кг}$	$P_2 = -160$	$P_3 = +180$	$P_4 = -390$	$P_5 = +590$	$P_6 = +200 \text{ кг}$
14,5 мм	8 мм	9 мм	19,5 мм	29,5 мм	10 мм

Равнодействующая получается 35,5 мм или $35,5 \cdot 20 = 710 \text{ кг}$.

III. Графический способ определения реакций (для параллельных сил).

Для определения реакций балки, свободно лежащей на двух опорах и подверженной действию параллельных сил, прибегают также к построению веревочного многоугольника, как это видно из следующего примера.

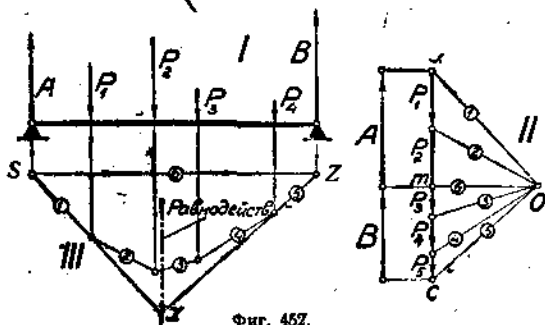
Опорные реакции. Дано: балка с параллельными силами P_1, P_2, P_3 и $P_4 \text{ кг}$ (фиг. 452). Требуется найти: опорные реакции A и B .

Порядок построения. (Фиг. 452, I.) Изобразив схематически, но в заданном масштабе, балку, наносит на ней в выбранном масштабе сил силы P_1 до P_4 линиями соответствующей длины.

План сил (фиг. 452, II). Избран произвольную точку a , откладывают силы в выбранном масштабе (параллельно направлению сил (фиг. 452, I) в последовательном порядке вертикально вниз, тогда отрезок ac будет равнодействующей заданных параллельных сил.

Задаются полюсом O и проводят лучи $1, 2, 3, 4, 5$.

Для построения веревочного многоугольника проводят из произвольно выбранной точки S на вертикали, проходящей через опору A , прямые $1, 2, 3, 4, 5$ (фиг. 452, I) параллельно соответствующим лучам $1, 2, 3, 4, 5$ (фиг. 452, II), продолжают последнюю сторону 5 до пересечения в точке Z с вертикалью, проходящей через другую опору B , и, соединяя точки S и Z прямой, получают замыкающую линию 6 (фиг. 452, I).



Фиг. 452.

В многоугольнике сил проводят из полюса O линию O_m (фиг. 452, II) параллельно замыкающей 6 (фиг. 452, III), которая пересекает план сил в точке m , лежащей на равнодействующей ac , и делит его на две части, представляющие величины опорных реакций.

Реакция A равна отрезку am , и реакция B — отрезку mc .

Положение равнодействующей получается в точке x , в которой пересекаются продолжения линий 1 и 5 (фиг. 452, I). Ее величина равна отрезку ac (фиг. 452, II).

Принято: масштаб сил $1 \text{ мм} = 100 \text{ кг}$.

Дано: $P_1 = 900$, $P_2 = 1400$, $P_3 = 600$, $P_4 = 400 \text{ кг}$.

Тогда длина: 9 мм , 14 мм , 6 мм , 4 мм .

A измерено $18,5 \text{ мм}$, значит $A = 18,5 \cdot 100 = 1850 \text{ кг}$.

$B = 14,5 \cdot 100 = 1450$.

Равнодействующая равна $A + B = 3300 \text{ кг}$.

IV. Соединение плана сил с веревочным многоугольником.

Для экономии места часто соединяют план сил с веревочным многоугольником так, чтобы один полюсный луч был вместе с тем стороной веревочного многоугольника. При обыкновенной нагрузке балки замыкающую линию веревочного многоугольника принимают совпадающей с осью балки, строят сначала веревочный многоугольник и затем уже определяют полюсное расстояние.

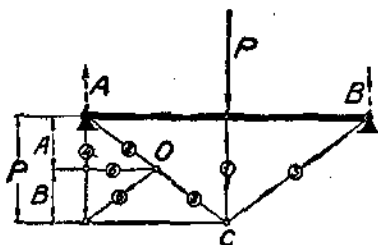
Опорные реакции. Дано: расстояние точек опор A и B и сила P кг (фиг. 453).

Требуется найти: опорные реакции A и B кг.

Порядок построения. Чертят схематически на чертеже балку в заданном масштабе расстояний и откладывают в любом масштабе силу P вертикально вниз (отрезки 1 и 4).

Длина отрезка 1 и 4 равна $\frac{\text{сила } P \text{ кг}}{\text{масштаб сил}}$ мм.

Проводят ломаную линию 2 и 3, а из конечной точки отрезка 4 — луч 5, параллельно стороне 3, до пересечения со стороной 2 веревочного многоугольника и находят полюс O ; отрезок 2 является одновременно полюсным лучом. Проведенная из точки O прямая (6), параллельная линии AB (замыкающей) дает: отрезок A равен опорной реакции на опоре A , отрезок B — опорной реакции на опоре B .



Фиг. 453.

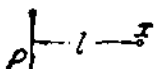
Параллельны: прямые $4 \parallel 1$, $5 \parallel 3$ и $6 \parallel AB$.
Принято: масштаб сил $1 \text{ мм} = 200 \text{ кг}$.
Дано: $P = 3300 \text{ кг} = 3300 : 200 = 16,5 \text{ мм}$.
Результат: $A = 8,5 \text{ мм} = 8,5 \cdot 200 = 1700 \text{ кг}$.
 $B = 8 \text{ мм} = 8200 = 1600 \text{ кг}$.

V. Определение статических моментов сил.

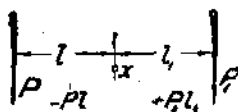
Статическим моментом силы относительно точки вращения называется произведение из силы на расстояние (плечо) от точки вращения до силы (фиг. 454). Статический момент $M = p \cdot l$, (367)

Единицы измерения: если M в кгсм, то P в кг, l в см. Если сила проходит через точку (центр) вращения, то статический момент равняется нулю (плечо $l = 0$).

При действии нескольких сил (фиг. 455) моменты будут положительны или отрицательны, причем принято считать моменты со знаком $+$, если силы будут вращать плечо по часовой стрелке,



Фиг. 454.



Фиг. 455.

и со знаком $-$ в направлении противоположном. Если несколько сил действуют в одной плоскости, то относительно произвольно выбранной точки x (фиг. 456):



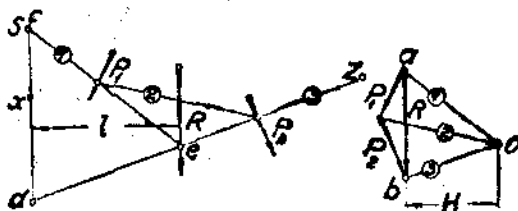
Фиг. 456.

статический момент равнодействующей равен сумме моментов составляющих сил, т. е. момент

$$R \cdot l = P_1 \cdot l_1 + P_2 \cdot l_2. \quad (368)$$

Статические моменты могут быть определены также и графическим путем при помощи плана сил и веревочного многоугольника, как это видно из следующего примера.

Пример. Пусть будет по фиг. 457 построен веревочный многоугольник SZ для P_1 и P_2 ; произвольно выбранная точка x принята за центр вращения. Требуется определить момент равнодействующей R относительно этой точки.



Фиг. 457.

Момент равнодействующей. Через точку x проводим параллельную равнодействующей R и продолжением крайних сторон 1 и 3 веревочного многоугольника отсекаем на этой прямой отрезок cd . Как это видно из многоугольника сил (фиг. 457), полученный треугольник cde подобен треугольнику abo ,

так как стороны их параллельны. Тогда имеем для отношения сторон: $cd:ab = l:H$, или, так как отрезок $ab = R$, то момент $R \cdot l = cd \cdot H$, где cd сила, выраженная в кг, H плечо — в см.

Аналогично определяются и моменты отдельных сил.

VI. Изгибающие моменты.

Построение изгибающих моментов для балки, свободно лежащей на двух опорах. Изгибающим моментом для какого-нибудь поперечного сечения балки называют момент всех сил, лежащих по одну сторону сечения относительно его центра тяжести.

Пусть на балку действуют силы P_1 и P_2 . Силы уравновешиваются реакциями, которые находим, как указано выше (см. фиг. 449).

Пусть требуется определить моменты сил левее сечения α .

Строим многоугольник сил и веревочный многоугольник, который замыкаем. Проводим через точку α линию, параллельную силам; отрезок u_α , заключенный между сторонами I и S веревочного многоугольника, сходящимися у силы A , измеряет величину изгибающего момента.

$$M_\alpha = A \cdot C_1 = H \cdot u_\alpha.$$

Изгибающий момент для сечения β .

Левее сечения β находятся силы A и P_1 , для которых первой и последней стороной веревочного многоугольника являются стороны S и II ; отрезок u_β , параллельный силам, заключенный между указанными выше сторонами и умноженный на полюсное расстояние, даст величину изгибающего момента:

$$M_\beta = A \cdot C_2 - P_1(C_2 - a_1) = H \cdot u_\beta.$$

Момент численно равен ординате, умноженной на полюсное расстояние. Площадь, ограниченная веревочной ломаной и ее замыкающей, называется площадью моментов. При графическом способе расчета необходимо иметь в виду *масштаб длин и масштаб сил*. Тогда уравнение для определения моментов будет:

Момент (кгсм) = ординате (мм) $\times$ масштаб сил $\times$
 $\times$ полюсное расстояние (см) $\times$ масштаб рас-
 стояний.

(369)

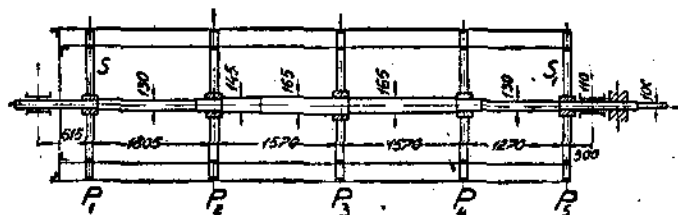
§ 86. Применение графической статики к расчету коренных валов.

Вал сортировочного барабана.

У барабана (фиг. 458) часто ломались болты, скрепляющие кожух, а также спицы звездочек S и S_1 . Приглашенному для осмотра эксперту было поручено рассчитать вал на прочность, так как полагали, что причиной поломки является слишком малый размер вала.

Дано:

вес наружного кожуха $G_1 = 700$ кг, вес песка $G_2 = 1300$ кг,
вес внутреннего кожуха $G_3 = 1100$ кг, собственный вес
вала $G_4 = 900$ кг.



Фиг. 458.

От веса частей приходится на вал следующие силы в средней плоскости

$$\begin{array}{ll} \text{средних звездочек: } P_2 = P_3 = P_4 = 1000 \text{ кг} \\ \text{крайних} \quad \quad \quad P_1 = P_5 = 500 \text{ кг} \end{array}$$

а) Порядок построения. ¹⁾ 1. Вычертим вал в масштабе 1:20 (1:60) и отметим средние линии и точки приложения нагрузок P (фиг. 459).

2. Принимаем масштаб сил $1 \text{ мм} = 20 \text{ кг}$ (60 кг) и откладываем от произвольной точки a в данном масштабе силы P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 последовательно по вертикали вниз.

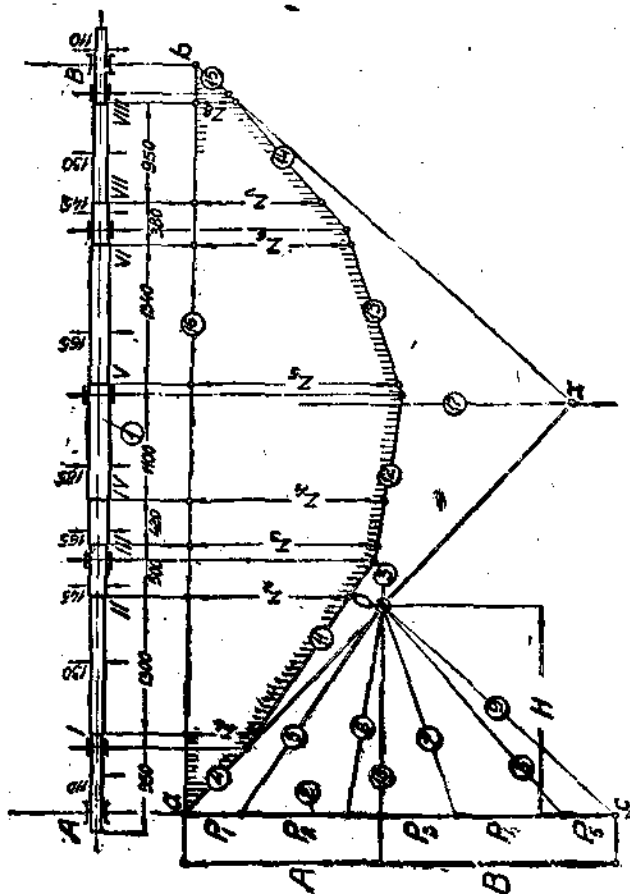
3—9. Выбираем полюсное расстояние $H = 10 \text{ см}$ (3,3 см) и полюс O ; проводим лучи 4, 5, 6, 7, 8.

¹⁾ Проставленные в скобках цифры относятся к изображению в уменьшенном масштабе (это сделано для удобства).

В оригинале — масштаб длин 1:20, масштаб сил $1 \text{ мм} = 20 \text{ кг}$, полюсное расстояние $H_0 = 10 \text{ см}$.

Уменьшенный масштаб — масштаб длин 1:60, масштаб сил $1 \text{ мм} = 60 \text{ кг}$, полюсное расстояние $H_0 = 3,3 \text{ см}$.

10 — 15. Строки веревочный многоугольник, для чего проводим прямые 10, 11, 12, 13, 14, 15 параллельно полюсным лучам 4, 5, 6, 7, 8, 9.



Параллели:

11 || 3
12 || 6

13 || 7
14 || 8

15 || 9
16 || 16

16. Точки пересечения a и b крайних сторон веревочного многоугольника с направлениями опорных реакций соединяем прямой — проводим замыкающую 16.

17. Продолжим крайние стороны веревочного многоугольника 10 и 15 до точки их пересечения x , тогда вертикаль, проведенная через эту точку, определит положение равнодействующей.

18. Проводим через полюс O линию 18, параллельную замыкающей 16, тогда:

Отрезок A даст реакцию в опоре A

. B B

б) Определение моментов и напряжений. С помощью плана сил и веревочного многоугольника можно определить изгибающие моменты для любого сечения вала. Особенное внимание необходимо обращать на масштаб длин, масштаб сил и полюсное расстояние. Для определения моментов по площади моментов существует следующая зависимость:

Момент в $кгсм$ = ордината в $мм$ $\times$ масштаб сил $\times$ масштаб длин $\times$ полюсное расстояние в $см$, согласно уравни. 369.

Тогда будет (согласно выноске на стр. 362) в действительности: момент = ордината в $мм$ $\times 20 \times 20 \times 10$ = ордината в $мм$ $\times 4000$ $кгсм$.

в уменьшенном масштабе: момент = ордината в $мм$ $\times 60 \times 60 \times \times 3,3$ = ордината в $мм$ $\times 12\,000$ $кгсм$.

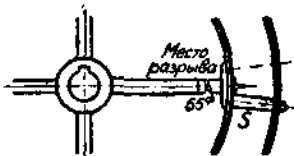
Соответствующие отрезки мы будем непосредственно отмерять, пользуясь рисунком, и тогда получим:

ТАБЛИЦА.

Поперечное сечение	Изгибающие моменты в $кгсм$	Момент сопротивления $W=0,1 \cdot d^3$ в $см^3$	Напряжение $\sigma_b = M_b : W$ в $кг/см^2$
I	$M_b = z_1 \cdot 12000 = 11 \cdot 12000 = 132\,000$	$W = 0,1 \cdot 11^3 = 132$	$\sigma_b = 132\,000 : 132 = 1000$
II	$M_b = z_2 \cdot 12000 = 24,5 \cdot 12000 = 295\,000$	$W = 0,1 \cdot 13^3 = 220$	$\sigma_b = 295\,000 : 220 = 1340$
III	$M_b = z_3 \cdot 12000 = 29 \cdot 12000 = 350\,000$	$W = 0,1 \cdot 14,5^3 = 305$	$\sigma_b = 350\,000 : 305 = 1150$
IV	$M_b = z_4 \cdot 12000 = 30 \cdot 12000 = 360\,000$	$W = 0,1 \cdot 16,5^3 = 450$	$\sigma_b = 360\,000 : 450 = 800$
V	$M_b = z_5 \cdot 12000 = 32,5 \cdot 12000 = 390\,000$	$W = 0,1 \cdot 16,5^3 = 450$	$\sigma_b = 390\,000 : 450 = 865$
VI	$M_b = z_6 \cdot 12000 = 24 \cdot 12000 = 288\,000$	$W = 0,1 \cdot 14,5^3 = 305$	$\sigma_b = 288\,000 : 305 = 945$
VII	$M_b = z_7 \cdot 12000 = 20 \cdot 12000 = 240\,000$	$W = 0,1 \cdot 13^3 = 220$	$\sigma_b = 240\,000 : 220 = 1090$
VIII	$M_b = z_8 \cdot 12000 = 6,5 \cdot 12000 = 78\,000$	$W = 0,1 \cdot 11^3 = 132$	$\sigma_b = 78\,000 : 132 = 580$

Максимальное напряжение $\sigma_b = 1340 \text{ кг/см}^2$ испытывает сечение II, хотя это необычайно высокое напряжение нельзя рассматривать как непосредственную причину разрыва болтов и спиц.

Одной из главных причин разрушения можно считать недоброкачественное выполнение и недостаточно тщательное крепление кожухов, так как, во время работы образовалась трещина в 3—12 мм (фиг. 460). Спицы круглые диаметром только 55 мм (чугун).



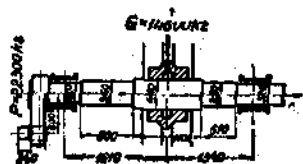
Фиг. 460.

При несоответствующем кожухе и при сильном напряжении болтов S диаметра $\frac{7}{8}$ " — разрыв спиц объясняется просто.

§ 67. Графический расчет вала с кривошипом.

Задача 358. Дано: Диаметр парового цилиндра 700 мм, ход поршня 1200 мм, давление пара (рабочее $p = 7$ атм. абс.), давление шатуна на палец кривошипа в мертвом положении $P = 22\,300 \text{ кг}$, вес маховика $G = 14\,800 \text{ кг}$.

Требуется определить изгибающие моменты и напряжения вала. Необходимые для расчета размеры даны на фиг. 461.



Фиг. 461.

*а) Порядок следования сил при построении.*¹⁾ На фиг. 462 изображен вал в масштабе 1:10 (1:50). 1. Проводим прямую l и проектируем соответствующие центры (фиг. 462) в точки A , B , C и D .

б) Действие сил. 2. Описываем радиусом кривошипа круг

в масштабе 1:10 (1:50), т. е. радиус $R = \frac{600}{10} = 60 \text{ мм}$ (12 мм).

3. Пусть будет масштаб сил $1 \text{ мм} = 200 \text{ кг}$ ($1 \text{ мм} = 1000 \text{ кг}$); отложим на этом масштабе давление шатуна P , так что по задаче 1530 длина прямой $3 = \frac{22\,300}{200} = 111,5 \text{ мм}$ (22,3 мм).

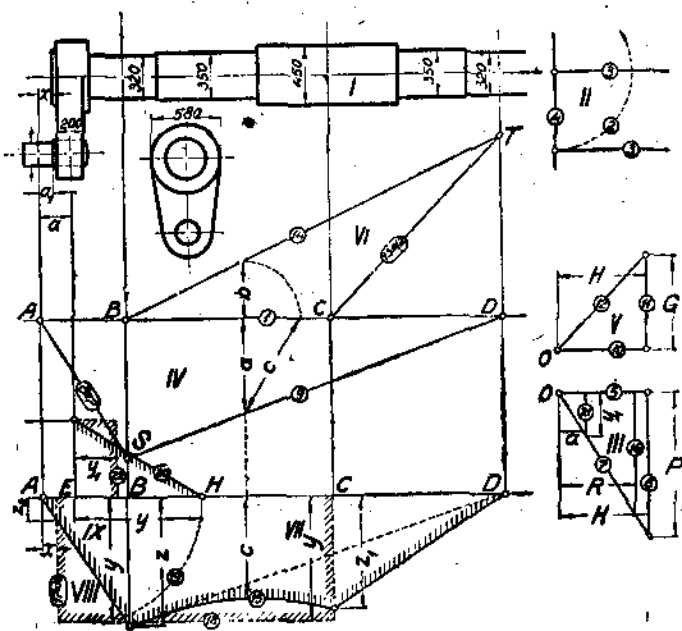
4. В том же масштабе отложим вниз вес маховика G , тогда длина прямой $4 = \frac{14\,800}{200} = 74 \text{ мм}$ (14,8 мм).

¹⁾ Значения в скобках относятся к уменьшенному масштабу.

с) Многоугольник сил. (Давление шатуна.) 5. Пусть произвольно взятое полюсное расстояние $H = 7$ см (1,4 см) и пусть оно будет больше R .

6. Проводим прямую 6, представляющую силу P , по вертикали вниз. Длина прямой 6 равна прямой 3.

7. Проведем полюсный луч 7.



Фиг. 462.

д) Горизонтальная площадь изгибающих моментов от давления шатуна. 8. Из точки А проводим прямую 8 параллельно лучу 7 до пересечения в точке S с направлением реакции левого подшипника В.

9. Соединяем точку S с направлением правого подшипника D , тогда ASD будет площадь моментов от нагрузки, вызванной давлением шатуна.

в) Многоугольник сил (вес маховика). 10. Отложим полюсное расстояние H на горизонтали 10.

11. Вес маховика G откладываем от прямой 10 по вертикали. Длина прямой 11 равна прямой 4.

12. Проводим полюсный луч 12.

г) Вертикальная площадь изгибающих моментов (от веса маховика). 13. Из точки пересечения C веса маховика с осью вала проводим линию веревочного многоугольника 13 параллельно лучу 12, до пересечения в точке T с направлением реакции D .

14. Соединяем точку пересечения T с осью подшипника B , тогда треугольник BCT будет площадью моментов от нагрузки, вызванной весом маховика.

г) Нахождение равнодействующих изгибающих моментов. Так как получаемые от действия сил P и G моментные площади взаимно перпендикулярны, то при равенстве полюсных расстояний H для них равнодействующий момент M_p для какого-либо сечения k получается из двух составляющих моментов $H \cdot a$ и $H \cdot b$ геометрическим сложением, т. е. $M_p = \sqrt{H^2 a^2 + H^2 b^2} = H \sqrt{a^2 + b^2} = H \cdot c$.

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Графическое определение c .

Из точки k опишем радиусом длиной b четверть окружности, тогда отрезок c будет гипотенузой треугольника с катетами a и b , и одновременно представляет ординату соединенных площадей моментов.

15. Построим прямую 15, как показано выше.

h) Определение площадей крутящего момента. Давление шатуна P , приложенное к радиусу кривошипа R , вызывает крутящий момент $M_k = P \cdot R$.

От левого конца вала до середины маховика крутящий момент имеет постоянную величину, и его можно представить в виде прямоугольника. Чтобы построить его в том же масштабе, как изгибающие моменты, представляем его в виде $H \cdot y_k$, где y_k — ордината, H — полюсное расстояние, то же что и для изгибающих моментов. Крутящий момент $M_k = P \cdot R = H \cdot y_k$ откуда $P : y_k = H : R$.

16. Откладываем от полюса O (фиг. 462, III) радиус R и проводим линию 16, параллельную P ; линия 16 дает величину ординаты y_k .

17. Проводим прямую 17, длина равна прямой 16 (расстояние x — расстояние от середины пальца кривошипа до торца вала).

18. Проводим линию 18, замыкающую площадь крутящего момента, до середины маховика.

Поперечное сечение		Изгибающий момент M_b в кг/см Крутящий момент M_d в кг/см	Момент сопротивления см ³ по § 49 и § 50.
Вал в середине подшипника В	$M_b =$	$x \cdot 70\,000 = 20 \cdot 70\,000 = 1\,400\,000$	$W = 0,1 \cdot 32^3 = 3\,280$
	$M_d =$	$y \cdot 70\,000 = 19 \cdot 70\,000 = 1\,330\,000$	$W_p = 0,2 \cdot 32^3 = 6\,560$
В середине маховика С	$M_b =$	$x_1 \cdot 70\,000 = 18 \cdot 70\,000 = 1\,260\,000$	$W = 0,1 \cdot 45^3 = 9\,100$
	$M_d =$	$y \cdot 70\,000 = 19 \cdot 70\,000 = 1\,330\,000$	$W_p = 0,2 \cdot 45^3 = 18\,200$
Плечо криво- шипа	$M_b =$	$y \cdot 70\,000 = 19 \cdot 70\,000 = 1\,330\,000$	$W = \frac{1}{8} \cdot 20 \cdot 55^3 = 10\,000$
	$M_d =$	$y_1 \cdot 70\,000 = 7 \cdot 70\,000 = 490\,000$	$W_{kp} = \frac{2}{9} \cdot 20 \cdot 55^3 = 13\,400$
Палец криво- шипа	$M_b =$	$x_2 \cdot 70\,000 = 3,5 \cdot 70\,000 = 245\,000$	$W = 0,1 \cdot 17 \cdot 5^3 = 538$

1) Площади моментов для плеча кривошипа. Крутящий момент вала будет изгибающим моментом для плеча кривошипа.

19. Опишем из точки E радиусом y четверть круга до пересечения в точке N .

20. Соединяем эту точку с серединой пальца F .

21. Для определения ординаты y , крутящего момента для плеча кривошипа, откладываем от полюса O (фиг. 462, III) расстояние a и проводим вертикаль 21.

22. Откладываем отрезок y_1 этой прямой из точки E и проводим прямую 22 параллельно EF . Проектируя на основание EF , получим:

прямую 20 — геометрическое место ординат изгибающих моментов плеча кривошипа и

прямую 22 — то же для ординат крутящих моментов.

к) *Определение моментов и напряжений.* Следует обратить особое внимание на принятые масштабы сил и длин и на полюсное расстояние.

Согласно вышеизложенному имеем:

в подлинном чертеже: масштаб длин 1 : 10, масштаб сил 1 мм = 200 кг, полюсное расстояние $h_0 = 7$ см,

в уменьшенном масштабе: масштаб длин 1 : 50, масштаб сил 1 мм = 1000 кг, полюсное расстояние $h_0 = 1,4$ см.

Поперечное сечение	Напряж. от изгиба $\sigma_b = M_b : W$ кг/см ² Напряж. от кручения $\tau =$ $= M_d : W_p$ в кг/см ²	Приведенное напряже- ние согл. § 86, сталь $\sigma_0 = 1$ в кг/см ²
Вал в середине подшипника В { $M_b =$ $M_d =$	$\sigma_b = 1400000 : 3280 = 425$ $\tau = 1330000 : 6560 = 204$	{ $\sigma = 533$
В середине маховика С { $M_b =$ $M_d =$	$\sigma_b = 1260000 : 9100 = 138$ $\tau = 1330000 : 18200 = 73$	{ $\sigma = 178$
Плечо криво- шипа { $M_b =$ $M_d =$	$\sigma_b = 1330000 : 10000 = 133$ $\tau = 490000 : 34000 = 37$	{ $\sigma = 146$
Палец криво- шипа { $M_b =$	$\sigma_b = 245000 : 538 = 455$	{ $\sigma = 455$

Согласно уравнению 369 будет:

в подлинном чертеже: момент = ордината в мм $\times 7 \cdot 10 \cdot 200 =$
 $=$ ордината в мм $\times 14000$ кг см,
 в уменьшенном масштабе: момент = ордината мм $\times 1,4 \cdot 50 \cdot 1000 =$
 $=$ ордината в мм $\times 70000$ кг см.

Ординаты изгибающих моментов и крутящих моментов для вала отмеряются по прямой, перпендикулярной к AD , а для плеча кривошипа — по прямой, перпендикулярной к EF .

§ 88. Графический расчет одноколенчатого вала для вертикальной машины.

Задача 359. Одноколенчатый вал. Машина без конденса-
ции.

Диаметр парового цилиндра 300 мм, ход поршня 500 мм. Давление при впуске $p = 8$ атм. абс., давление шатуна $P = 5420$ кг, вес маховика $G = 850$ кг (фиг. 463).

а) Порядок построения. Сначала вычерчивают вал в масштабе 1:5 (1:20)¹⁾ и проводят через середины подшипников цапфы колена и маховика вертикальные прямые (фиг. 464).

б) Схематическое изображение действия сил. 1. Представим схематический чертеж вала и обозначим стрелками направление сил.

¹⁾ Цифры в скобках относятся к изображению в уменьшенном масштабе, т. е. $1/5$ оригинального чертежа.

2. Изобразим круг, описываемый цапфой кривошипа, в масштабе 1:5 (1:20), так что $R = \frac{250}{5} = 50 \text{ мм}$ (12,5 мм).

3. Принимаем масштаб сил $1 \text{ мм} = 75 \text{ кг}$ ($1 \text{ мм} = 300 \text{ кг}$) и откладываем давление поршня P ; тогда прямая 3 = $\frac{5420}{75} = 72 \text{ мм}$



Фиг. 463.

(18 мм) длиной.

4. В том же масштабе откладываем вес маховика. Прямая 4 = $\frac{850}{75} = 11,3 \text{ мм}$ (2,85 мм) длиной.

с) Построение многоугольника сил. 5. Проводим вертикаль 5, изображающую давление поршня, длина равна прямой 3 (фиг. 464, VIII).

6. Выбираем произвольное расстояние полюса $h_0 = 8 \text{ см}$ (2 см), притом больше R .

7. От нижней точки прямой 5 откладываем вверх вес маховика G , равный прямой 4 (так как вес имеет направление, противоположное действию силы P).

8 — 10. Проводим лучи 8, 9 и 10.

а) Построение веревочного многоугольника. 11 — 13. Для построения веревочного многоугольника проводим прямую 13 параллельно 10, 12 параллельно 8 и 11 параллельно 9 (фиг. 464, IV).

14. Проводим замыкающую 14, определяющую площадь изгибающих моментов.

15. Проводим из полюса O (фиг. 464, III) луч 15 параллельно замыкающей 14, который отсекает на плане сил отрезки, представляющие опорные реакции.

• е) Площадь крутящих моментов. 16. Для определения крутящих моментов откладываем от полюса O в заданном масштабе радиус кривошипа R и проводим прямую 16 = f (фиг. 464, III).

17. Откладываем вертикально вниз прямую 17 — 16 (фиг. 464, V).

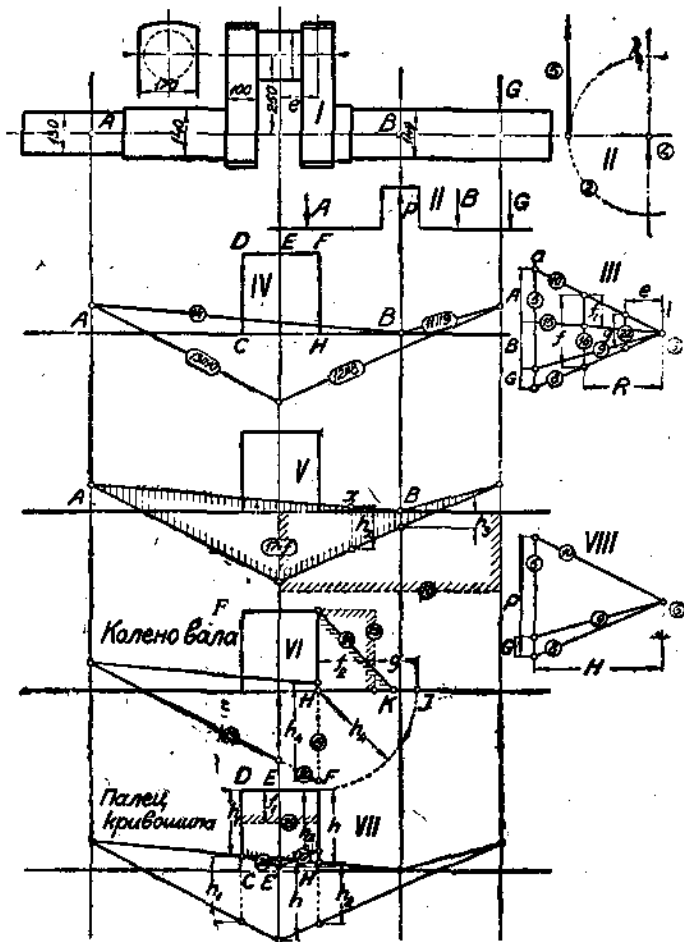
18. Для получения полной площади крутящих моментов проводим горизонталь 18 до линии, проходящей через центр маховика

ф) Шеки колена. 19. Проводим среднюю линию плеча FH (рис. 464, VI).

20. Проводим прямую веревочного многоугольника 13 до линии 19.

21. Из точки H вправо отсекаем радиусом, равным ординате h_0 , прямую HJ .

22. Половину цапфы колена *е* откладываем от полюса *O* (фиг. 464, III) и проводим вертикаль 22.



Фяг. 464.

23. Радиусом, равным длине этой прямой $= g$, отсекаем из точки J влево отрезок π из конечной точки его проводим прямую 23

24. Расстояние f в многоугольнике сил (фиг. 464, III) откладываем от точки J до точки K и соединяем ее с точкой F .

г) Шейка колена. Примем прямую DF за основную линию.

25. Откладываем ординату площади моментов h от точки E до точки E' .

26 — 27. Таким же образом откладываем ординаты h_1 от D , h_2 от F и найденные точки соединяем с точкой E' .

28. Крутящий момент для цапфы колена будет $A \cdot R$. Плечо для всех моментов равно полюсному расстоянию H ; поэтому относим A к полюсному расстоянию H , тогда получим отрезок f в многоугольнике сил (фиг. 464, III).

29. Отрезок f_1 отложим от основной линии DF и проводим прямую 29, тогда расстояния прямых 26, 27 и 29 от основной линии DF представят ординаты для определения соответствующих моментов.

h) Определение моментов и напряжений. В подлинном чертеже: масштаб длин 1:5, масштаб сил 1 мм = 75 кг, полюсное расстояние $h_0 = 8$ см,

в уменьшенном масштабе: масштаб длин 1:20, масштаб сил 1 мм = 300 кг, полюсное расстояние $h_0 = 2$ см.

По уравнению 369 будем иметь:

в подлинном чертеже: момент = ординате мм $\times 5 \cdot 75 \cdot 8 =$
= ординате мм $\times 3000$ кг/см,

в уменьшенном масштабе: момент = ординате мм $\times 20 \cdot 300 \cdot 2 =$
= ординате мм $\times 12000$ кг/см.

Поперечное сечение		Изгибающий момент M_b в кг см Крутящий момент M_d в кг см	Момент сопротивления по § 49 и § 50 в см ³
Цапфа колена	$M_b =$	$h \cdot 12000 = 12 \cdot 12000 = 144000$	$W = 0,1 \cdot 14^3 = 275$
	$M_d =$	$f_1 \cdot 12000 = 5 \cdot 12000 = 60000$	$W_p = 0,2 \cdot 14^3 = 550$
Шейка колена	$M_b =$	$f \cdot 12000 = 11,5 \cdot 12000 = 138000$	$W = \frac{1}{8} \cdot 10 \cdot 17^3 = 48$
	$M_d =$	$f_1 \cdot 12000 = 8,75 \cdot 12000 = 105000$	$\frac{3}{8} \cdot 10 \cdot 17^3 = 64$
Вал в В	$M_b =$	$h_2 \cdot 12000 = 2,5 \cdot 12000 = 30000$	$W = 0,1 \cdot 14^3 = 275$
	$M_d =$	$f \cdot 12000 = 11,5 \cdot 12000 = 138000$	$W_p = 0,2 \cdot 14^3 = 550$

а) Порядок построения. Изобразим схематически вал в заданном масштабе длин и отметим все средние линии и точки приложения сил (фиг. 466). Требуется согласно § 85, d, и в отличие от решения задач 358 и 359, совместить чертеж плана сил (слева и справа на фиг. 466, II) с веревочным многоугольником.

План сил слева на фиг. 466, II построен для части вала AG и GN . План сил справа на фиг. 466, II — для части вала NT . Для облегчения проставлены в маленьких кружках цифры, определяющие порядок следования линий при построении.

б) Площадь изгибающих моментов для части вала AN (продолж.)¹⁾ с планом сил слева на фиг. 466, II.

1—2. Откладываем давление на поршень $P_{\max} = 18\,000$ кг в точках их приложения, так что отрезок $cd = ef = \frac{18\,000}{200} = 90$ мм (22,5 мм).¹⁾

3—4. Соединяем A с d и d с G .

5—6. Также f с G и f с N .

7. Для определения полюсного расстояния (сравни § 85, d) проводим линию $ab \parallel cd$ и откладываем отрезок cd .

8. Проводим из точки b прямую, параллельную линии dG , тогда:

9. Перпендикуляр, опущенный из точки O на линию ab , равен полюсному расстоянию.

$h_1 = 3,6$ см (0,9 см). Далее отрезок $ag = R_1$ — опорное давление в A ; $gb = R_2$ — опорное давление в G (без участия цилиндра II). Тогда мы имеем:

Веревочный многоугольник $AdGfN$ и план сил abo . Часть вала NT с планом сил справа на фиг. 466, II. 10—11. Откладываем отрезок, представляющий вес маховика, тогда $Sk = hi = \frac{20\,600}{200} = 103$ мм (25,75 мм).

12—13. Соединяем k с N и k с T .

14. Проводим линию $io' \parallel kN$, тогда:

15. Отрезок $h_2 = 5,6$ см (1,4 см) — полюсное расстояние для осевого плеча NT .

Мы имеем здесь веревочный многоугольник $NkTi$ и план сил hio .

с) Крутящие моменты для цапф колен и вала. Шейка CE колена 16. От A откладываем $R = \frac{400}{10} = 40$ мм (10 мм)

¹⁾ Цифры в скобках относятся к уменьшенному масштабу.

и проводим mm' (так как $Md = R_1 \cdot R$, то R_1 приведено к полюсному расстоянию h_1).

17. Проводим горизонталь 17.

Шейка FH вала. 18. Прямая $dc' =$ полюсному расстоянию h_1 .

Соединяем c и c' и продолжим ее до горизонтали $d'c'' = R$.

19. Продолжим $d'c''$ до H'' .

Таким образом крутящий момент $P \cdot R$ приведен к полюсному расстоянию H' .

Шейка JL колена. 20. Приравнивая $Gp = R$, проводим

Поперечное сечение	Изгиб. момент M_b Крутящ. момент M_d в кг см	Момент сопротивления в см ³ по § 49 и § 50 в см
Цапфа колена CE	$M_b = cd = 28\ 800 = 22,5 \cdot 28\ 800 = 650\ 000$ $M_d = BC' = 28\ 800 = 8,5 \cdot 28\ 800 = 245\ 000$	$W = 0,1 \cdot 26^3 = 1\ 750$ $W_p = 0,2 \cdot 26^3 = 3\ 500$
Шейка FG	$M_b = c'd' = 28\ 800 = 10 \cdot 28\ 800 = 288\ 000$ $M_d = FF' = 28\ 800 = 25 \cdot 28\ 800 = 720\ 000$	$W = 0,1 \cdot 26^3 = 1\ 750$ $W_p = 0,2 \cdot 26^3 = 3\ 500$
Коренной подшипник в O	$M_b =$ нуль $M_d = FF'' = 28\ 800 = 25 \cdot 28\ 800 = 720\ 000$	$W_b = 0,2 \cdot 26^3 = 3\ 500$
Цапфа колена JL	$M_b = ef = 28\ 800 = 22,5 \cdot 28\ 800 = 650\ 000$ $M_d = Hg'' = 28\ 800 = 34,5 \cdot 28\ 800 = 1\ 000\ 000$	$W = 0,1 \cdot 26^3 = 1\ 750$ $W_p = 0,2 \cdot 26^3 = 3\ 500$
Шейка колена в e'	$M_b = e'f' = 28\ 800 = 18 \cdot 28\ 800 = 460\ 000$ $M_d = MM'' = 28\ 800 = 35 \cdot 28\ 800 = 1\ 000\ 000$	$W = 0,1 \cdot 31^3 = 2\ 950$ $W_p = 0,2 \cdot 31^3 = 5\ 900$
Коренной подшипник в N	$M_b =$ нуль $M_d = NN' = 28\ 800 = 35 \cdot 28\ 800 = 1\ 000\ 000$	$W_p = 0,2 \cdot 26^3 = 3\ 500$
Вал в S	$M_b = Sa = 44\ 800 = 35 \cdot 44\ 800 = 1\ 160\ 000$ $M_d = Sa = 44\ 800 = 22 \cdot 44\ 800 = 985\ 000$	$W = 0,1 \cdot 40^3 = 6\ 400$ $W_p = 0,2 \cdot 40^3 = 12\ 800$
Щека колена CB	$M_b = Cq = 28\ 800 = 8,5 \cdot 28\ 800 = 245\ 000$ $M_d = Cq' = 28\ 800 = 18 \cdot 28\ 800 = 520\ 000$	$W = \frac{1}{8} \cdot 17 \cdot 35^3 = 3\ 500$ $W_d = \frac{3}{8} \cdot 17 \cdot 35^3 = 4\ 630$
Щека колена EF	$M_b = Fr = 28\ 800 = 25 \cdot 28\ 800 = 720\ 000$ $M_d = Fr' = 28\ 800 = 13,5 \cdot 28\ 800 = 390\ 000$	$W = \frac{1}{8} \cdot 17 \cdot 35^3 = 3\ 500$ $W_d = \frac{3}{8} \cdot 17 \cdot 35^3 = 4\ 630$
Щека колена JH	$M_b = Js'' = 28\ 800 = 34,5 \cdot 28\ 800 = 1\ 000\ 000$ $M_d = Js = 28\ 800 = 14 \cdot 28\ 800 = 400\ 000$	$W = \frac{1}{8} \cdot 17 \cdot 35^3 = 3\ 500$ $W_d = \frac{3}{8} \cdot 17 \cdot 35^3 = 4\ 630$
Щека колена LM	$M_b = Mt'' = 28\ 800 = 35 \cdot 28\ 800 = 1\ 000\ 000$ $M_d = Mt' = 28\ 800 = 18 \cdot 28\ 800 = 520\ 000$	$W = \frac{1}{8} \cdot 19 \cdot 35^3 = 3\ 850$ $W_d = \frac{3}{8} \cdot 19 \cdot 35^3 = 5\ 200$

¹⁾ Коэффициент 1,7 учитывает влияние прогиба вала.

через точку p вертикаль, тогда крутящий момент равен $R_p \cdot R = p \cdot p' \cdot h_1$. Кроме того цапфа испытывает напряжения, вызванные действием крутящего момента $P \cdot R$ левой цапфы колеса. Так как возможность одновременного действия этих двух моментов исключена, то принято считать $0,7 P \cdot R$ вместо $P \cdot R$. Откладывая этот отрезок от p' , получим

21. Горизонталь 21.

Вал MN . 22. Согласно указаниям, данным в томе втором, максимальный крутящий момент $1,4 P \cdot R = 1,4 \cdot HH'$ и равен отрезку $M''N'$, отложенному по горизонтали.

Поперечное сечение	$\sigma = Mb : W$ в $кг/см^2$ $\tau = Md : W_p$ в $кг/см^2$	Приведенное напряжение по § 65 а, сталь $\sigma_0 = 1$	Обозначение на фиг. 48
Цапфа колена CE $\left\{ \begin{array}{l} M_b = \\ M_d = \end{array} \right.$	$\sigma_b = 650\,000 : 1\,750 = 370$ $\tau = 245\,000 : 3\,500 = 70$	$\sigma = 390 \text{ кг/см}^2$	1
Шейка FG $\left\{ \begin{array}{l} M_b = \\ M_d = \end{array} \right.$	$\sigma_b = 288\,000 : 1\,750 = 165$ $\tau = 720\,000 : 3\,500 = 205$	$\sigma = 345$	2а
Коренной подшипник в G $\left\{ \begin{array}{l} M_b = \\ M_d = \end{array} \right.$	$\tau = 720\,000 : 3\,500 = 205$	$\sigma = 1,7 \cdot 250 = 305 \text{ кг/см}^2$ (изгиб, включая надб. 1)	3
Цапфа колена JL $\left\{ \begin{array}{l} M_b = \\ M_d = \end{array} \right.$	$\sigma_b = 650\,000 : 1\,750 = 370$ $\tau = 1\,000\,000 : 3\,500 = 285$	$\sigma = 570 \text{ кг/см}^2$	II
Шейка колена в e' $\left\{ \begin{array}{l} M_b = \\ M_d = \end{array} \right.$	$\sigma_b = 460\,000 : 2\,950 = 156$ $\tau = 1\,000\,000 : 5\,900 = 170$	$\sigma = 300$	2а
Коренной подшипник в N $\left\{ \begin{array}{l} M_b = \\ M_d = \end{array} \right.$	$\tau = 1\,000\,000 : 3\,500 = 285$	$\sigma = 1,7 \cdot 285 = 485 \text{ кг/см}^2$ (изгиб, включая надб. 1)	2
Вал в S $\left\{ \begin{array}{l} M_b = \\ M_d = \end{array} \right.$	$\sigma_b = 1\,160\,000 : 6\,400 = 180$ $\tau = 985\,000 : 12\,800 = 77$	$\sigma = 220 \text{ кг/см}^2$	5
Шейка колена CB $\left\{ \begin{array}{l} M_b = \\ M_d = \end{array} \right.$	$\sigma_b = 245\,000 : 3\,500 = 70$ $\tau = 520\,000 : 4\,630 = 112$	$\sigma = 175$	6а
Шейка колена EP $\left\{ \begin{array}{l} M_b = \\ M_d = \end{array} \right.$	$\sigma_b = 720\,000 : 3\,500 = 205$ $\tau = 390\,000 : 4\,630 = 84$	$\sigma = 246$	1а
Шейка колена JH $\left\{ \begin{array}{l} M_b = \\ M_d = \end{array} \right.$	$\sigma_b = 1\,000\,000 : 3\,500 = 285$ $\tau = 400\,000 : 4\,630 = 86$	$\sigma = 314$	3а
Шейка колена LM $\left\{ \begin{array}{l} N_b = \\ M_d = \end{array} \right.$	$\sigma_b = 1\,000\,000 : 3\,850 = 260$ $\tau = 520\,000 : 5\,200 = 100$	$\sigma = 312$	2а

23. Для части вала NT полюсное расстояние принято равным h_2 , а потому откладываем от точки N' отрезок, равный h_2 , соединяем u с N , проводим отрезок, равный h_1 , перпендикулярно к NN' , а затем параллель к NN' ; тогда горизонталь 23, проходящая через точку пересечения u' , будет крутящим моментом при полюсном расстоянии h_2 .

24. Учитывая, что крутящий момент воспринимается маховиком, соединяем замыкающей линией точку u с конечной точкой x ступицы.

д) Моменты для щек колен. Щека колена BC (фиг. 466, III). 25. Откладываем в точке B угол $\alpha = \angle aob$; тогда отрезок $Cq = mt'$ соответствует изгибающим моментам для щеки колена.

26. От точки B откладываем отрезок BB' (фиг. 466, II), соответствующий крутящему моменту для щеки.

е) Щека колена EF (фиг. 466, IV). 27. Откладываем отрезок $Fr = FF'$ (фиг. 466, III) и соединяем E с r (изгиб).

28. Отрезок $Fr' = F'P$ (кручение).

ф) Щека колена HJ (фиг. 466, V). 29. Откладываем от точки H отрезок $0,7 HH'$ (из фиг. 466, II), равный Md для колена I (сравни примечание к линии 20).

30. К этому прибавляется Mb для колена II, которое равно отрезку $S'S''$, полученному путем построения угла β' .

31. Откладываем отрезок $Js = HH'$, представляющий собою крутящий момент.

г) Плечо колена LM (фиг. 466, VI). 32. Откладываем от точки M отрезок NN'' из фиг. 466, II (изгибающий момент) = крутящий момент для колена I.

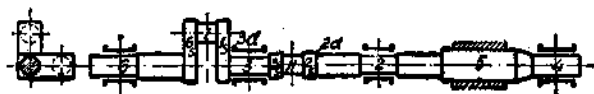
33. Откладывая отрезок Mt'' , равный максимальному крутящему моменту MM'' (из фиг. 466, II), получим в данном случае изгибающий момент.

34. Откладываем отрезок MM' (из фиг. 466, II) от M и проводим линию 34; получаем ординаты для крутящего момента.

Для определения моментов из чертежа воспользуемся, согласно § 85, следующими уравнениями:

Часть вала $A - N$ и цапфа колена	{	В подлинном чертеже: момент = ординате в
		$mm \times 10.200 \cdot 3,6 = \text{ординате в } mm \times 7200 \text{ кг см.}$
		В уменьшенном масштабе ($\frac{1}{4}$): момент = ординате в
		$mm \times 40 \times 800 \times 0,9 = \text{ординате в } mm \times$
		$\times 28\,800 \text{ кг см.}$

В подлинном чертеже: момент = ординате в мм $\times 10 \times 200 \times 5,6$ = ординате в мм $\times 11\,200$ кг см.
В уменьшенном масштабе ($1/4$): момент = ординате в мм $\times 40 \times 800 \times 1,4$ = ординате в мм $\times 44\,800$ кг см.



Обозначения поперечных сечений на фнг. 467 относятся к табл. на стр. 377.

На конце оси (фиг. 468) сидит зубчатое колесо; сила передается от K к E , а потому напряжения на кручение вал не испытывает.

Вес зубчатого колеса, включая нагрузку от давления зубов, $G = 5800$ кг. Размеры оси даны на фиг. 469. Требуется найти изгибающие моменты и напряжения для сечений I, II и III, если $x = 25$ см и $y = 75$ см.

Порядок построения¹⁾. 1. Помеченные цифры на сторонах веревочного многоугольника и на лучах многоугольника сил одновременно определяют порядок следования сил при построении (фиг. 469). Вычерчиваем ось в масштабе 1:10 (1:30)¹⁾ и проектируем вниз середины подшипника и зубчатого колеса.



ФКГ. 468.

2. Принимаем масштаб сил $1 \text{ мм} = 100 \text{ кг}$ ($1 \text{ мм} = 300 \text{ кг}$)¹ и откладываем в этом масштабе нагрузку G от произвольно выбранной точки a (фиг. 469) по вертикали вниз. Длина прямой $ac = \frac{5800}{100} = 58 \text{ мм}$ (19,3 мм).

2) Заключенные в скобки значения относятся к уменьшенному масштабу.
В подлинном чертеже: масштаб длин 1:10; масштаб сил 1 мм = 100 кг.
полюсное расстояние = 4,5 см.
В уменьшенном масштабе: масштаб длин 1:30; масштаб сил 1 мм = 300 кг.
полюсное расстояние = 1,5 см.

Поперечное сечение II:

Изгибающие моменты $M_B = z_2 \cdot 13\,500 = 11 \cdot 13\,500 \sim 145\,000 \text{ кг см}$

Момент сопротивления $W = 0,1 \cdot d^3 = 0,1 \cdot 12^3 = 172 \text{ см}^3$

Напряжение $\sigma_B = M_B : W = 145\,000 : 172 = 840 \text{ кг/см}^2$

Поперечное сечение III:

Изгибающие моменты $M_B = z_3 \cdot 13\,500 = 11 \cdot 13\,500 \sim 145\,000 \text{ кг см}$

Момент сопротивления $W = 0,1 d^3 = 0,1 \cdot 12^3 = 172 \text{ см}^3$

Напряжение $\sigma_B = M_B : W = 145\,000 : 172 = 840 \text{ кг/см}^2$

§ 91. Графическое определение упругой линии (способ Мора).

Дифференциальное уравнение изогнутой оси балки:

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = M. \quad (370)$$

Дифференциальное уравнение веревочной кривой:

$$H \frac{d^2 y}{dx^2} = q. \quad (380)$$

Упругую линию можно построить как веревочную кривую, если вместо интенсивности нагрузки q взять грузовую площадь, интенсивность которой представляется изгибающим моментом M , а за полюсное расстояние вместо H принять EI .

Жесткость балки EI постоянна по длине балки.

Ординаты грузовой площади от заданной нагрузки (фиг. 470)

$$y = \frac{M}{H}.$$

Приняв грузовую площадь за фиктивную нагрузку и обозначив момент от нее для какого-либо сечения через M_ϕ , получают соответствующий прогиб:

$$\delta = \frac{M_\phi}{EI} = \frac{M_\phi}{H};$$

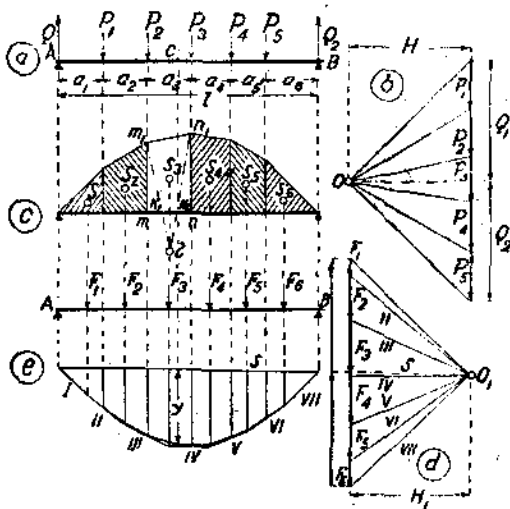
общий прием указан на нижеследующем примере.

Пусть дана балка постоянного сечения на двух опорах, подверженная действию сил $P_1 - P_2$ (фиг. 470).

Принимают впору моментов (фиг. 470,с) за грузовую линию, а ее площадь — за грузовую площадь; делят эту площадь

на участки, показанные штрихами разных направлений, и, принимая величины площадок $F_1, F_2 \dots F_6$ за фиктивные силы, приложенные в центрах тяжести площадок $S_1, S_2, \dots S_6$, строят для них многоугольник сил (фиг. 470, d), с полюсным расстоянием H_1 того же измерения, что и площади F (сила на длину) и затем соответствующий веревочный многоугольник (фиг. 470, e).

Так как на опорах прогиб равен нулю, то проводят замыкающую S через точки, лежащие на вертикалях опор A и B ;



Фиг. 470.

вписывая в веревочный многоугольник кривую, получают упругую линию; прогибы отсчитываются по ординатам кривой от замыкающей.

Не определяя самих центров тяжести, в которых приложены фиктивные нагрузки $F_1 - F_6$, можно определить их положение по вертикалям, проходящим через центр тяжести площадок.

Для крайних треугольников эта вертикаль проходит в расстоянии от опор, равном $\frac{2}{3}$ оснований a_1 и a_6 . Для трапеции, например $m_1 m_2 n_1 n_2$, положение вертикали определяется следующим образом: делят основание $m_1 n_1$ на три равные части точ-

ками k_1 и k_2 ; левую точку k_1 соединяют прямой с левой вершиной m_1 , правую точку k_2 — с правой вершиной n_1 ; прямые m_1k_1 и n_1k_2 продолжают до их взаимного пересечения в точке e , через которую проводят вертикаль; по этой вертикали направлена нагрузка F_2 .

Изгибающий момент M_1 под силой P_1 равен $H \cdot y_1$; величина площадки

$$F_1 = \frac{1}{2} \cdot H \cdot y_1 \cdot a_1$$

изгибающий момент под силой P_2 $M_2 = H \cdot y_2$; величина площадки

$$F_2 = \frac{Hy_1 + Hy_2}{2} a_2 = \frac{H_1(y_1 + y_2)}{2} a_2.$$

Если вместо F_1 , F_2 и других площадок взять величины в H раз меньшие, т. е. определять величины площадок по ординатам

$$\left(f_1 = \frac{F_1}{H} = \frac{1}{2} y_1 a_1; f_2 = \frac{F_2}{H} = \frac{y_1 + y_2}{2} a_2 \text{ и т. д.} \right)$$

то, чтобы не изменилась величина прогиба, надо вместо полюсного расстояния $H_1 = EI$ взять $H_1' = \frac{EI}{H}$.

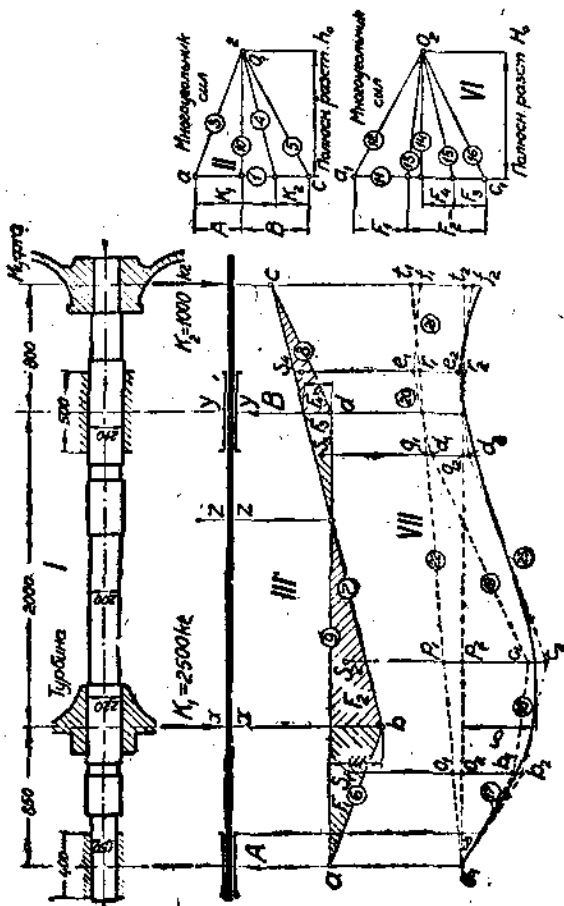
$$\delta = \frac{M_\phi}{EI} = \frac{\frac{M_\phi}{H}}{\frac{EI}{H}}$$

Так как ординаты y получаются в n раз уменьшенными соответственно принятому масштабу, для длины балки, то для получения натуральной величины прогибов надо взять

$$H_1 = \frac{EI}{n \cdot H}.$$

Во многих случаях прогибы на чертеже получаются очень малыми, поэтому для лучшего отсчета и получения более точного ответа увеличивают прогибы в m раз, для чего уменьшают полюсное расстояние H_1 в m раз. Величина H_1 в общем случае равна $\frac{EI}{m \cdot n \cdot H}$ (см. пример).

Задача 361. Вал горизонтальной турбины (фиг. 471).
Дано: требуемая мощность $N = 1000$ л. с., обороты $n = 300$.



Фиг. 471.

вес рабочего колеса $K_1 = 1000$ кг, вес муфты $K_2 = 1000$ кг.

Необходимые для расчета размеры указаны на фиг. 471, I.

Параллельные линии:

К фиг. 471, II и III		К фиг. 471, VI и VII	
Линия . . .	6 3	17 12	20 15
• . . .	7 4	18 13	21 14
• . . .	8 5	19 16	
• . . .	10 9		

а) Порядок построения ¹⁾. Фиг. 471, I. Вычертим сперва вал в масштабе 1:10 (1:40) и изобразим вкладыши и ступицы.

б) Построение многоугольника сил. Пусть будет масштаб сил 1 мм = 50 кг (1 мм = 200 кг).

1. Из произвольно выбранной точки *a* откладываем в данном масштабе силы K_1 и K_2 , тогда:

$$K_1 = \frac{2500}{50} = 50 \text{ мм (12,5 мм)}$$

$$K_2 = \frac{1000}{50} = 20 \text{ мм (5 мм)}$$

2. Выбираем полюс o_1 , на расстоянии $h_0 = 8 \text{ см (2 см)}$.

3—5. Проводим лучи 3, 4, 5.

с) Построение площади моментов. 6—8) Строим веревочный многоугольник 6, 7, 8 (фиг. 471, III) параллельно лучам 3, 4, 5, фиг. 471, II.

9. Проводим замыкающую 9.

10. Через полюс o_1 (фиг. 471, II) проводим линию 10, параллельную замыкающей 9, тогда получаем реакции: *A* и *B*.

д) Определение моментов и напряжений. Уравнение для определения моментов согласно уравнения 369, будет:

в подлинном чертеже: момент = ординате в мм $\times 10 \cdot 50 \cdot 8 =$
= ординате в мм $\times 4\,000 \text{ кгсм}$,

в уменьшении: момент = ординате в мм $\times 40 \times 200 \times 2 =$
= ординате в мм $\times 16\,000 \text{ кгсм}$.

¹⁾ Цифры в скобках относятся к уменьшенному масштабу.

Поперечное сечение	Момент в кгс·см	Моменты сопротивления в см ⁴
$x-x$	$M_b = m \cdot 16\,000 = 7,5 \cdot 16\,000 = 120\,000$ $M_d = (N:n) \cdot 71\,620 = (1000:300) \cdot 71\,620 = 238\,733$	$W = 0,1 \cdot 22^3 = 1\,064$ $W_p = 0,2 \cdot 22^3 = 2\,128$
$y-y$	$M_b = o \cdot 16\,000 = 5 \cdot 16\,000 = 80\,000$ $M_d = 238\,733$	$M = 0,1 \cdot 21^3 = 926$ $M_p = 0,2 \cdot 21^3 = 1\,852$

е) *План сил.* Площадь моментов разбиваем на несколько частей, например F_1, F_2, F_3, F_4 и определяем их площади. (В некоторых случаях, как в задаче 333, было бы рационально отдельные треугольники разбить еще на несколько частей, причем с таким расчетом, чтобы площади трапеций и треугольников были бы приблизительно равны.)

Определяем центры тяжести S_1, S_2, S_3, S_4 этих площадей и проводим через них вертикали. Пусть будет масштаб площадей $1\text{ мм} = 40\text{ мм}^2$ (10 мм^2).

11. Из произвольной точки a_1 (фиг. 471, VI) последовательно откладываем в заданном масштабе все площади, выраженные в мм^2 , причем следует обратить внимание на то, что площади, лежащие ниже замыкающей линии ad , принято считать положительными, лежащие выше замыкающей линии — отрицательными. Произвольно назначим полюсное расстояние H_0 , но лучше всего с таким расчетом, чтобы H_0 было пропорционально моменту инерции J , при постоянном в данном примере сечении вала — для облегчения определения фактического прогиба.

Для диаметра вала $d = 20\text{ см}$ по § 50, табл. 1:

$$\text{Момент инерции } J = \frac{\pi}{64} \cdot 20^4 = 7854\text{ см}^4,$$

а потому полюсное расстояние выбираем $H_0 = 7,854\text{ см}$ ($1,96\text{ см}$).

12—16. Проводим лучи 12, 13, 14, 15, 16.

ф) *Кривая изгиба* (веревочная кривая).

17—21. Проводим линии 17, 18, 19, 20, 21 на фиг. 471, VII параллельно лучам 12, 13, 16, 15, 14 на фиг. 471, VI.

22. Соединяя точку пересечения S_1 прямой 20 с серединой левого подшипника a_1 , получим замыкающую линию a_1d_1 (фиг. 471, VII).

Поперечное сечение	Напряжения в кг/см ²	Приведенные напряжения по § 65с сталь $\alpha_0 = 1$ в кг/см ²
$x-x$	$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_b = 120\,000 : 1\,060 = 113 \\ \tau = 238\,733 : 2\,120 = 112 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = 203 \\ \tau = 208 \end{array} \right.$
$y-y$	$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_b = 80\,000 : 925 = 86 \\ \tau = 238\,733 : 1\,850 = 130 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = 203 \\ \tau = 208 \end{array} \right.$

23. В виду того, что середины подшипников вала расположены по одной горизонтали, было бы целесообразно построить замыкающую линию тоже горизонтально и уже тогда, соответственно этому, ординаты откладывать от новой замыкающей линии $a_1 t_2$.

В стороны веревочного многоугольника от фиктивных нагрузок (площадей F) вписываем, как указано на фиг. 471, VII кривую, которая представляет упругую линию; ордината в любом месте дает прогиб для соответствующего сечения.

Для нахождения наибольшего прогиба проводят параллельно замыкающей $a_1 t_2$ касательную к кривой в наиболее удаленной ее точке; ордината расстояния от точки касания до замыкающей дает величину наибольшего прогиба, а расстояние от точки касания до середины подшипника определяет абсциссу наибольшего прогиба вала δ .

г) *Нахождение действительного прогиба.* Действительный прогиб определяется нижеследующим уравнением:

$$f = \text{ордината в мм} \cdot \frac{L^3 \cdot h_0 \cdot k \cdot F \cdot H_0}{E \cdot J} \text{ мм},$$

где обозначают: L — масштаб длин чертежа (в целых числах), h_0 — полюсное расстояние в плане сил II (см), k — масштаб сил, F — масштаб площадей к плану сил VI, H_0 — полюсное расстояние в плане сил VI (см), E — модуль упругости кг/см² § 49, табл. 2, J — момент инерции § 50, табл. 1.

Для приводимого примера будем иметь (в основу приняты уменьшенные масштабы):

$$\text{прогиб } f = \text{ординате в мм} \times \frac{40^3 \times 2 \times 200 \times 10 \times 1,96}{2\,200\,000 \times 7854} =$$

$$= \text{ординате в мм} \times 0,029 \text{ мм}.$$

С помощью циркуля отмеряем наибольшую ординату $\delta = 11,5$ мм; тогда максимальный прогиб будет:

$$f_{\max} = 11,5 \times 0,029 = 0,33 \text{ мм.}$$

Для трения подшипника самое важное значение имеет прогиб на краю подшипника. Из чертежа имеем:

$$\text{ордината } \delta_1 = 3,1 \text{ мм,}$$

тогда прогиб на краю подшипника $= 3,1 \cdot 0,029 = 0,09$ мм.

Задача 362. *Кривошип паровой машины мощностью 3000 л. с. с якорем динамомашин. Зазоры между якорем и магнитами статора динамомашин должны быть по возможности незначительными. А потому совершенно необходимым является определение прогиба вала паровой машины, на который насажен ротор динамомашин. В этих случаях предпочитают графический метод расчета, так как вследствие переменных сечений вала при учете собственного веса вала аналитический расчет получается слишком сложным.*

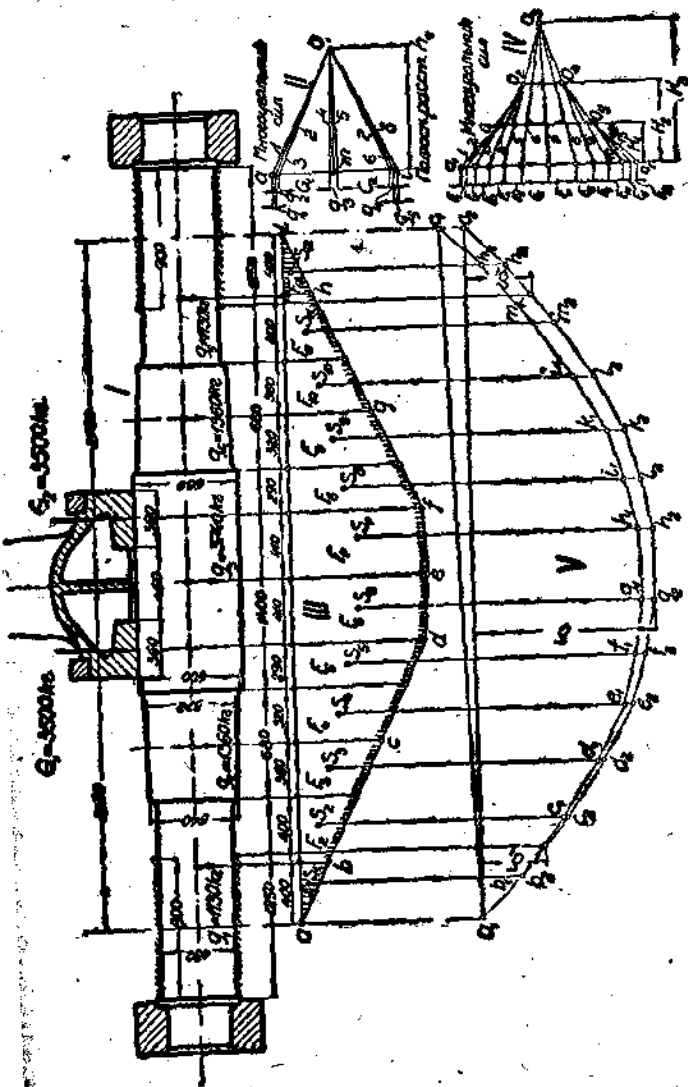
Дано (фиг. 472): мощность паровой машины $N = 3000$ л. с. Число оборотов $n = 83$ в минуту. Вес ротора $G_1 + G_2 = 70\,000$ кг. Требуется определить прогиб вала.

а) Порядок построения. Фиг. 472, III. Чертим сначала вал в масштабе 1:10 (1:40) и откладываем требуемые для расчета размеры. Собственный вес вала между двумя серединами подшипников учитываем, деля вал на несколько (не слишком много) частей, конечные площади которых совпали бы с плоскостями, в которых вал меняет свое сечение. Определяются веса, а также и центры тяжести этих частей вала, причем для сокращения времени в конических частях положение центра тяжести определяется приблизительно.

б) План сил¹⁾. Принимаем масштаб сил 1 мм = 1000 кг (1 мм = 4000 кг) и соединяем последовательно в многоугольник сил все действующие на вал силы в заданном масштабе из произвольно выбранной точки a . Так как на вал действует симметричная нагрузка и реакции будут равны, то делим равнодействующую af пополам и восстанавливаем к ней в середине m перпендикуляр. Расстояние полюса O выбираем $h_0 = 8$ см (2 см) на этой же прямой.

(Замыкающая веревочного многоугольника af , фиг. 472, III, будет горизонтальна, так как ее проводят параллельно лучу Om)

¹⁾ Цифры в скобках относятся к уменьшенному масштабу.



Строим силовой и веревочный многоугольники и проводим замыкающую a_i , как указано на фиг. 472, II). (Незначительное влияние собственного веса легко усматривается уже из плана сил.)

с) *Площади изгибающих моментов.* Изгибающие моменты определяются аналогично вышеприведенному при помощи ординат, полюсного расстояния, масштаба сил и масштаба длин.

д) *План сил.* Проведя через точки уступов вала B, C, D и E и середины частей вала AB, BC, CD, DE вертикали, разбиваем, как это видно из фиг. 472, III, площадь моментов на участки с площадями F_1, F_2, F_3, F_4, F_5 до F_{12} .

Определяем центры тяжести этих площадей S_1, S_2, S_3, S_4 до S_{12} и проводим из них вертикали. Принимаем масштаб площадей $1 \text{ мм} = 200 \text{ мм}^2$ ($1 \text{ мм} = 50 \text{ мм}^2$) и строим из произвольно выбранной точки a , в заданном масштабе, план сил, рассматривая вычисленные площади как фиктивные параллельные нагрузки.

Полюсные расстояния H_1, H_2 и H_3 выбираем в любом масштабе пропорционально моментам инерции соответствующих поперечных сечений вала:

$$\begin{aligned} a_1 &= 48 \text{ см}, J_1 = 0,05 \cdot 48^4 = 260\,576, \text{ принято } H_1 = 2,6 \text{ см} (0,85 \text{ см}) \\ a_2 &= 57,2 \text{ см}, J_2 = 0,05 \cdot 57,2^4 = 525\,666 \text{ см}^4, H_2 = 5,25 \text{ см} (0,31 \text{ м}) \\ a_3 &= 66 \text{ см}, J_3 = 0,05 \cdot 66^4 = 931\,420 \text{ см}^4, H_3 = 9,31 \text{ см} (2,32 \text{ м}) \end{aligned}$$

Из полюса O_2 проводим лучи к конечным точкам сил соответствующих поперечных сечений вала, — в данном случае лучи 5, 6, 7, 8, 9. Отложив от плана $F_1 - F_{12}$ полюсное расстояние H_2 и проведя линию, параллельную $a_1 O_1$, получаем поаксы O_2 и O_1 .

Последние соединяем с конечными точками F_1, F_4 и F_9, F_{12} соответствующего поперечного сечения вала, т. е. проводим лучи 3, 4, 10 и 11, а также из полюсов O_1 и O_2 на расстояниях H_1 лучи 1, 2, 12, 13.

е) *Кривая изгиба.* Строим веревочный многоугольник для фиктивных нагрузок $F_1 - F_{12}$, т. е. проводим прямые $a_1 b_1, b_1 c_1, c_1 d_1, d_1 e_1 \dots$ параллельно лучам многоугольника сил и затем проводим замыкающую $a_1 o_1$. Построенный веревочный многоугольник преобразовываем в таковой с горизонтальной замыкающей линией $o_1 o_2$, откладывая от нее соответствующие ординаты.

ж) *Действительный прогиб.* По уравнению предыдущей задачи имеем, принимая во внимание уменьшенный масштаб:

$$\begin{aligned} \text{Прогиб } f &= \text{ординате (мм)} \times \frac{40^3 \cdot 2 \cdot 4\,000 \cdot 50 \cdot 0,65}{260\,575 \cdot 2\,200\,000} = \\ &= \text{ординате (мм)} \times 0,029 \text{ мм}. \end{aligned}$$

Отмеряем на чертеже наибольшую ординату $\delta = 28,5 \text{ мм}$. Наибольший прогиб тогда будет:

$$f_{\max} = \delta \cdot 0,029 = 28,5 \cdot 0,029 = 0,83 \text{ мм}.$$

Прогиб на краю подшипника будет:

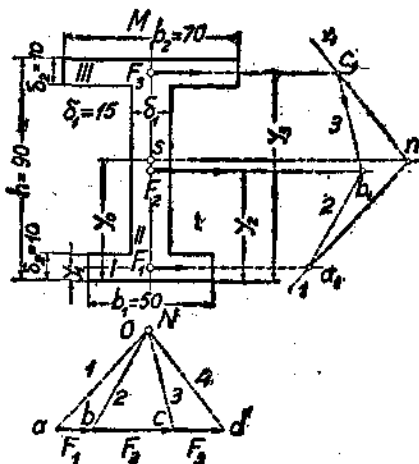
$$\delta_1 \cdot 0,029 = 10,5 \cdot 0,029 = 0,31 \text{ мм}.$$

§ 92. Графическое определение центра тяжести плоских фигур.

Для сложных фигур графическое определение центра тяжести проще аналитического. Графическое определение основано на свойстве веревочного многоугольника дающего при продолжении крайних сторон точку, через которую проходит равнодействующая.

Фигуру разбивают на части, центры тяжести которых легко определяются; площади частей заменяют фиктивными силами, для которых строят веревочный многоугольник.

На следующем примере (фиг. 473) указано нахождение центра тяжести двутаврового сечения. На оси симметрии фигуры лежит центр тяжести.

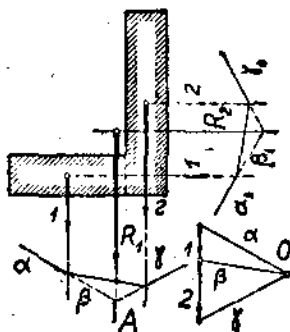


Фиг. 473.

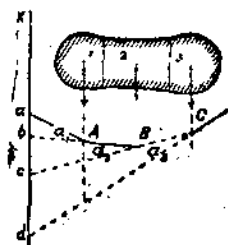
Фигура разбивается на три прямоугольника. Параллельно основанию прикладываем в центре тяжести каждого прямоугольника величины соответствующих площадей, рассматриваемые как фиктивные силы.

Строим план сил, откладывая их по ad в горизонтальном направлении пропорционально площадям, и веревочный многоугольник; продолжая крайние его стороны 1 и 4, получают точку n , через которую проводят линию ns , параллельную равнодействующей ad (площади фигуры) до пересечения в точке s с осью симметрии. Точка s представляет центр тяжести фигуры.

Если фигура не имеет оси симметрии, то нужно построить два веревочных многоугольника и центр тяжести получается пересечением двух равнодействующих: одной — горизонтальной и другой — вертикальной, как это представлено на фиг. 474.



Фиг. 474.



Фиг. 475.

§ 93. Графическое определение статических моментов площадей.

Для определения статических моментов площадей применяется веревочный многоугольник. Данную фигуру разбиваем на части, к центру тяжести которых (фиг. 475) прилагаются фиктивные силы, численно равные площадям этих частей и параллельные оси, относительно которых определяется момент. Строит план сил и веревочный многоугольник. Продолжают крайние стороны веревочного многоугольника до пересечения в точках a и d с осью X .

Отсеченный отрезок ad , умноженный на полюсное расстояние H , даёт величину искомого статического момента S_x .

§ 94. Графическое определение моментов инерции.

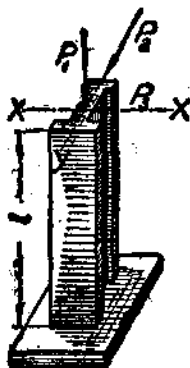
При сложных поперечных сечениях графическое определение моментов инерций предпочитают аналитическому. (Ср. § 48.) Необходимо обратить внимание на то, какая из проходящих через центр тяжести осей будет нейтральной осью: X или Y (фиг. 476.) Так, например, при изгибе силой P_1 нейтральной осью будет ось X , проходящая через центр тяжести сечения. При изгибе силой P_2 нейтральной осью будет ось Y . При действии сжимающей силы P_3 принимается при расчете на

продольный изгиб меньше из двух главных моментов инерции, в данном случае относительно оси Y .

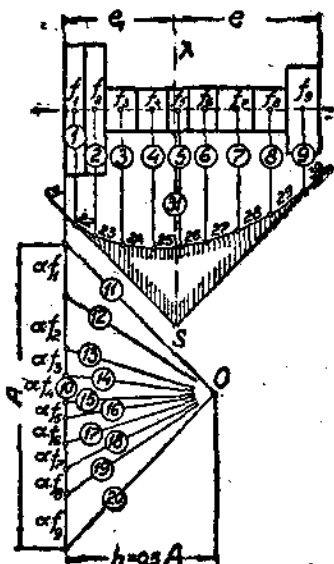
В нижеследующем примере (фиг. 477) показан способ определения момента инерции относительно нейтральной оси X .

Разобьем площадь поперечного сечения на ряд отдельных полосок, площади которых имеют величины $f_1, f_2, f_3 \dots f_x$ (чем больше количество полосок, тем точнее результат). $f_1, f_2, f_3 \dots f_x$ в см^2 обозначают площади отдельных полосок. $F = f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_x$ в см^2 обозначают общую площадь сечения.

а) Порядок построения плана сил.



Фиг. 476.



Фиг. 477.

1 — 9. Вертикали, проходящие через центры тяжести площавок $f_1, f_2, f_3 \dots f_x$.

Для кратного числа $\alpha = A : F$ выбираем более удобное число.

10. $\alpha \cdot f_1, \alpha \cdot f_2, \alpha \cdot f_3 \dots \alpha \cdot f_x$. Подсчет площадей и построение. Если принять 1 мм за 1 см^2 , то $\alpha = 0,1$.

$h_0 = 0,5 \cdot A$ — полюсное расстояние.

11 — 20. Проводим лучи.

21 — 30. Строим веревочный многоугольник, причем $21 \parallel 11$,

$22 \parallel 12, 23 \parallel 13 \dots 28 \parallel 18, 29 \parallel 19, 30 \parallel 20$.

S — точка пересечения продолженных крайних лучей 21 и 30.

31. Пусть через точку S будет проведена ось центра тяжести XZ .

Заштрихованная площадь F_1 фигуры, образованной веревочным многоугольником и продолженными крайними его сторонами, выражается в см^2 .

Относительно оси X_S :

Момент инерции $J = F \cdot F_1 \text{ см}^4$.

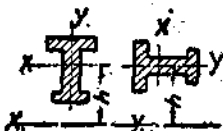
Моменты сопротивления $W = J : e$ и $W_1 = J : e_1 \text{ см}^3$.

Полученные значения относятся к сечению, изображенному в натуральную величину. При изображении сечения в масштабе $1 : m$ следует вставить действительные значения:

$$m \cdot e, m \cdot e_1, m^2 \cdot F, m^2 \cdot F_1, m^4 \cdot J, m^4 \cdot W, m^4 \cdot W_1.$$

Согласно изображению в подлинном чертеже (фиг. 477 дает значения в масштабе $1 : 3$) имеем:

$f_1 = f_2 = 6 \text{ см}$ и т. д., $F = 2f_1$ до $f_x = 35 \text{ см}$; принято $\alpha = A : F = 0,4$; $A = \alpha \cdot F = 14 \text{ см}$, $h_0 = 0,5A = 7 \text{ см}$, $\alpha \cdot f_1 = \alpha \cdot f_2 = 2,4 \text{ см}$ и т. д. Площадь, ограниченная веревочным многоугольником и крайними его сторонами $F_1 = 15,71 \text{ см}^2$.



Фиг. 478.

$J = 35 \cdot 15,71 = 550 \text{ см}^4$, наибольшее расстояние от оси X крайнего волокна $e = 6,75 \text{ см}$. Наименьший момент сопротивления $W = 550 : 6,75 = 82 \text{ см}^3$.

Относительно осей X_1 или Y_1 , параллельных осям, проходящим через центр тяжести X и Y (фиг. 478), момент инерции будет $J_1 = J + F \cdot h^2 \text{ см}^4$.

Этот момент инерции J_1 находит применение, кроме гидростатики (ср. § 13), еще при определении моментов сопротивления сложных сечений, как, например, при расчете клепаных балок.

Если h по сравнению с поперечным сечением очень велико, то приближенно можно принять

$$J_1 \approx F \cdot h^2 \text{ см}^4.$$

ПЛОСКИЕ ФЕРМЫ.

§ 95. Основные понятия.

Фермой называется система стержней, соединенных между собой по концам. Если оси стержней лежат в одной плоскости, то ферма называется *плоской*.

Точки, в которых сходятся оси двух или нескольких стержней, называются *узловыми точками*, или *узлами* фермы. Стержни и узлы суть элементы фермы.

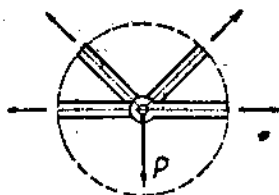
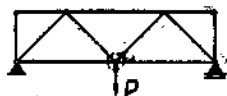
Для упрощения расчетов принимают, что стержни в узлах соединены идеальными шарнирами — без трения; практически при шарнирном соединении не может не появиться трения даже при отсутствии временных нагрузок — вес стержней, соединенных посредством шарнира, производит на их ось давление, вследствие чего появляется соответствующее трение.

Системы стержней, ограничивающих ферму сверху и снизу, называются *поясами*. Стержни между поясами образуют собственно решетку; стержни, направленные вертикально, носят название *вертикалей*, или *стоек*; если они направлены косо — *диагоналей*, или *раскосов*.

Внешние силы, действующие на ферму, предполагаются лежащими в плоскости фермы и приложенными в узловых точках.

Вследствие указанного устройства фермы, стержни подвергаются действию осевых сил — или *растяжению*, или *сжатию*.

Выделим мысленно часть фермы — какой-нибудь узел с пересекающимися в нем стержнями и внешней силой P (фиг. 479). Для того, чтобы этот узел был в равновесии, необходимо приложить к стержням те силы, которые проявляли эти стержни до своего отсечения. Эти силы направлены по осям стержней и должны проходить через узловую точку, в противном случае они повернули бы отрезки стержней около узловой точки и таким образом не было бы равновесия. Силы, действующие по осям стержней и замещающие действие отдельной части, называются *усилиями стержней*. Эти усилия — внутренние силы — по отношению к выделенной части будут внешними.



Фиг. 479.

В сплошных балках, подверженных изгибу от действия внешних сил, напряжение материала распределяется неравномерно, убывая от крайних волокон к нейтральной оси; материал, прилегающий к нейтральному слою, мало участвует в сопротивлении внешним силам и имеет тот недостаток, что бесполезно увеличивает мертвую нагрузку — собственный вес балки.

В решетчатой балке — ферме, напротив, материал может быть использован целесообразно, с наибольшей выгодой. Как мы видели выше, стержни — элементы фермы — подвергаются или

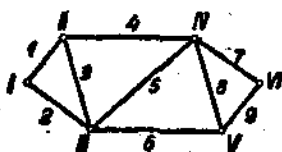
растяжению или сжатию, напряжение материала распределяется равномерно, каждая площадка поперечного сечения может быть использована с одинаковой выгодой.

Стержни фермы подвергаются также изгибу от собственного веса, но величина напряжения, вызываемого изгибом, вообще незначительна по отношению к напряжению от осевого усилия; поэтому ею пренебрегают.

Расчет фермы сводится к двум операциям: 1) нахождению реакции опор и максимальных усилий стержней в зависимости от внешних сил и 2) определению прочных размеров стержней в зависимости от найденных максимальных усилий.

§ 96. Неизменяемость системы.

Одним из условий статической определимости фермы является неизменяемость системы; узловые точки такой системы вслед-



Фиг. 480.

ствие наличия достаточного количества стержней, их связывающих, не могут изменить своего взаимного расположения—фигура фермы не изменяется при неизменности длины стержней.

К такой геометрически неизменяемой системе, как подобие твердого тела, некоторые частицы которого укреплены и расстояния между ними не изменяются, приложимы законы статики.

Такая неизменяемость фермы необходима для ее устойчивости.

Рассмотрим, сколько необходимо стержней, чтобы можно было фермы рассматривать как неизменяемую жесткую систему.

Пусть даны сначала три узла на плоскости I, II, III (фиг. 480). Соединяя между собой эти узлы стержнями 1, 2 и 3, получаем треугольник I—II—III—простейшую неизменяемую систему; узлы ее, вследствие наличия стержней, не могут изменить своего взаимного расположения. Для соединения IV—четвертого узла с полученной системой неизменяемым образом необходимы два стержня (4 и 5); таким образом образовалась новая неизменяемая система I—II—III—IV.

Для нового узла V потребуются на том же основании два стержня (6 и 8).

Чтобы получилась жесткая неизменяемая система, необходимо прикрепить каждый новый узел посредством двух стержней, не лежащих на одной прямой.

Пусть имеется n узлов; для соединения трех из них в неизменяемую систему необходимы 3 стержня; для остальных $(n - 3)$ точек необходимо и достаточно 2 $(n - 3)$ стержней. Обозначив через m число всех стержней системы o и n точек, имеем:

$$m = 3 + 2(n - 3) = 2n - 3^1).$$

§ 97. Условие статической определимости неизменяемой фермы.

Так как вся система находится под действием внешних сил в равновесии, то и каждый узел находится в равновесии под влиянием приложенной к нему внешней силы и неизвестных внутренних сил стержней, сходящихся в узле.

Для каждой узловой точки, в которой пересекаются силы, имеются два условия равновесия:

$$\Sigma x = 0, \quad \Sigma y = 0.$$

Для n узловых точек имеем потому $2n$ уравнений, которыми могут быть определены неизвестные усилия $2n$ стержней.

Для системы сил внешних, заданных и опорных реакций имеются в случае равновесия 3 условия:

$$1) \Sigma x = 0, \quad 2) \Sigma y = 0, \quad 3) \Sigma M = 0.$$

Эти уравнения служат для определения опорных реакций ферм, статически определимых в отношении опор.

Выделив из $2n$ уравнений эти три уравнения, получаем $2n - 3$ независимых между собой уравнения, которыми может быть определено такое число внутренних усилий стержней:

$$m = 2n - 3.$$

Выше было указано, что для геометрической неизменяемости системы, не прикрепленной к земле, необходимое число стержней

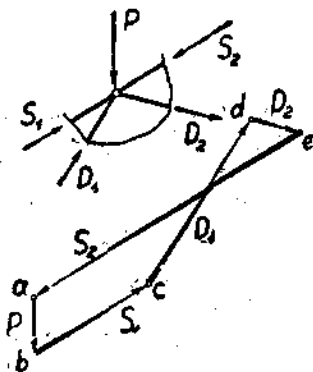
$$m = 2n - 3.$$

Таким образом, геометрически неизменяемые фермы с необходимым числом стержней являются статически определимыми относительно усилий в стержнях.

¹⁾ Число стержней, как видно из формулы, нечетное; если число стержней — четное, то система или машинная жесткая, или подвижная.

§ 98. Графический способ.

Этот способ, основанный на условии равновесия узлов фермы, прост и удобен. Рассмотрим его подробно. Пусть из нагруженной фермы (фиг. 481) выделен узел с приложенной к нему внешней силой P ; действия рассеченных стержней на узел заменены соответственно силами, которые направлены по осям стержней и сходятся в узловой точке — центре шарнира. В этом случае для равновесия необходимо и достаточно, чтобы построенный многоугольник сил сам собой сомкнулся. Если неизвестны две силы, то построение этого многоугольника позволяет определить их. Если, например, в рассматриваемом случае неизвестны силы S_1 и D_1 , то, отложив одну за другой известные силы



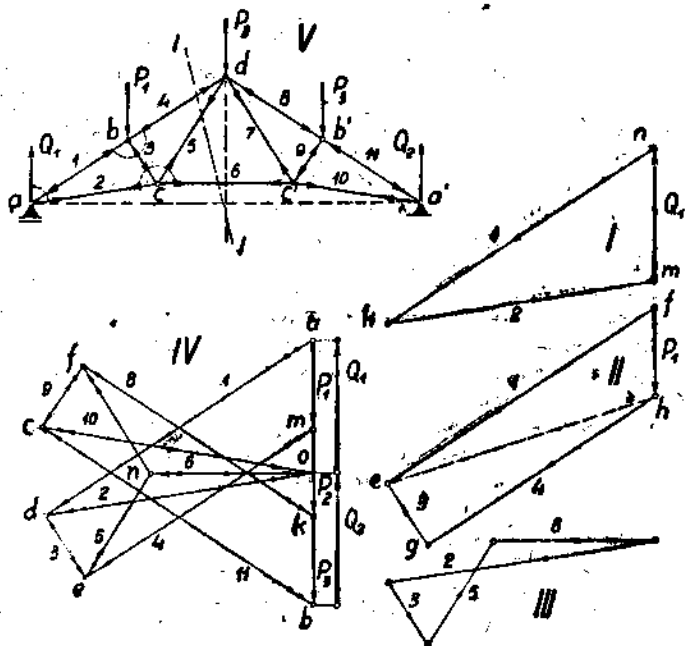
Фиг. 481.

D_2 , S_2 и P с общим течением в одном направлении, как показано на рисунке, проводят через одну концевую точку d линию dc , параллельную направлению неизвестной силы D_1 , и через другую концевую точку b — линию bc , параллельную направлению другой неизвестной силы S_2 , до пересечения в точке c с линией cd . Из многоугольника сил $deabcd$ определяются неизвестные силы S_1 и D_1 по величине и направлению; отрезок bc представляет в выбранном масштабе силу S_2 , а отрезок dc — силу

D_1 . Так как многоугольник должен быть сомкнутым, то из кругового обвода (общего течения стрелок) определяется направление S_1 и D_1 .

Для применения указанного приема надо начать построение с узла, в котором сходятся два стержня. Возьмем для примера ферму, представленную на фиг. 482, на которую действуют силы P_1 , P_2 и P_3 ; ферма — симметрична, силы $P_1 = P_2 = P_3 = P$, Q_1 и Q_2 — реакции опор — одинаковы и равны $1,5 P$. Отрежем сначала опорный узел a ; при этом перерезываются два стержня: 1 и 2; действие остальной части фермы заменяем силами, направленными по осям этих стержней. Так как этот узел под действием трех сил — известной реакции Q_1 и двух неизвестных сил 1 и 2 — находится в равновесии, то эти силы должны обра-

зовать сомкнутый треугольник (фиг. 482, I). Откладываем силу Q_1 и через ее концевые точки m и n проводим линии, параллельные направлениям стержней 1 и 2 до пересечения их в точке k . Стороны треугольника 1 и 2 представляют величины искомых сил — направления их указаны стрелками (общее течение сторон). Чтобы узнать, *сжат* ли стержень или *растянут*, надо из тре-



Фиг. 482.

угольника сил перенести направление сил на узел (фиг. 482, V); если сила направлена на узел, то стержень *сжат*; если она направлена от узла, то стержень *растянут*; в рассматриваемом случае стержень 1 — сжат, стержень 2 — растянут.

Перейдем к другому узлу. К узлу e перейти нельзя, так как в нем сходятся 4 стержня; из них для одного — 2 — найдено выше усилие, для остальных трех усилия неизвестны и их надо определить. Найдя усилия стержня 8, нам можно будет определить усилия стержней 5 и 6.

Перейдем к узлу *b*; выделим его сечением, которое перерезывает стержни 1, 4 и 3, силы, заменяющие действие остальной части фермы и направленные по осям перерезанных стержней, уравниваются внешней силой P_1 . Из этих сил найдена выше сила 1, неизвестными являются силы 3 и 4. Растянутый стержень старается сблизить соединяемые им узлы. Усилие растянутого стержня 2 для узла *a*, как видели, направлено от этого узла; для другого узла *c* это усилие будет иметь обратное направление, также от узла *c*. Сжатый стержень, оказывая сопротивление сжимающим силам, старается раздвинуть узлы. Усилие сжатого стержня 1, как видели, для узла *a* направлено на этот узел; для другого узла *b* стержня усилие такое должно быть направлено на этот узел, и оно будет иметь прямо противоположное направление. При построении многоугольника сил (фиг. 482, II) для узла *b* отложены сначала определенное выше усилие 1 с соответствующим направлением и известная внешняя сила P , по тому же течению стрелок. Через концевые точки их равнодействующей проведены: через точку *e* линия *eg*, параллельная стержню 3, и через точку *h* линия, параллельная стержню 4. Получается сомкнутый многоугольник, стороны которого *eg* и *gh* представляют величины искомых усилий 3 и 4. Направление этих усилий показано стрелками, течение которых в многоугольнике непрерывное в одну сторону. Перенеся направление стрелок на перерезанные стержни 3 и 4, видим, что усилие 4, направленное на узел, сжимает стержень, усилие 3 направлено также на узел и сжимает стержень.

Теперь переходим к узлу *c*. Сечением, выделяющим узел, перерезываются 4 стержня — усилия двух из них (2 и 3) найдены, остаются неизвестными усилия стержней 5 и 6, которые получатся по предыдущему из построенного многоугольника сил (фиг. 482, III).

Переходя последовательно от узла к узлу, для фермы с большим числом узлов можно было бы таким же образом определить усилия стержней. Для этого пришлось бы построить ряд многоугольников.

Рассматривая многоугольники сил *a*, *b*, *c* (фиг. 482), мы замечаем, что они имеют по одной равной и параллельной стороне. При построении многоугольника сил для нового узла приходится вновь откладывать одну или несколько сил, найденных из многоугольников раньше рассмотренных узлов; если ферма имеет много узлов, то придется вычертить много таких многоугольников, чтобы найти искомые усилия стержней. Возможно более

простое и компактное решение вопроса — построение одного общего многоугольника сил или диаграммы Кремоны, чем значительно сокращается время при получении большей точности построения.

Многоугольники сил можно расположить таким образом, чтобы их общие стороны — силы (1, 2, 3...) в диаграмме совпадали; если вести построение в известной последовательности, причерчивая к полученным многоугольникам новые, чтобы не было повторяющихся сил, то получается компактная диаграмма усилий стержней.

Представим построение диаграммы усилий стержней для той же фермы (фиг. 482, IV).

Строим сначала многоугольник — план всех внешних сил — данных сил P и реакций Q ; в рассматриваемом случае план сил P_1, P_2 и P_3 замыкается реакциями Q_1 и Q_2 . Линия ab представляет равнодействующую данных сил, отрезки ao и bo выражают величины реакций Q_1 и Q_2 . Силы считаем в следующем порядке: Q_1, P_1, P_2, P_3 и Q_2 .

Внешние силы отложены одна за другой в таком порядке, в котором их встречаем по контуру фермы от опорного узла a к опорному узлу b .

Рассмотрим условия равновесия опорного узла a .

Выделим его мысленно сечением, перерезывающим два стержня. Узел находится в равновесии под действием приложенной к нему силы Q_1 и двух неизвестных 1 и 2. Для определения их строим сомкнутый треугольник aod (фиг. 482, IV), через концевые точки отрезка ao (силы Q_1) проводим линии, параллельные стержням 1 и 2, до их пересечения в точке d . Сторона ad представляет силу 1, сторона od — силу 2.

Переносим направление стрелок на перерезанные стержни, находим, как указано выше, что стержень 1 сжат, стержень 2 растянут.

Переходим к узлу b . Отделяя этот узел сечением, видим, что он находится в равновесии под действием внешней силы P_1 , найденного усилия 1 и двух неизвестных усилий 3 и 4. Эти все силы должны образовать сомкнутый многоугольник.

Усилие 1 для узла b имеет направление, противоположное его направлению для узла a , т. е. усилие также направлено на узел и показано на чертеже двойной стрелкой. Мы видим, что усилие 1 и сила P_1 , действующие на узел, расположены одна за другою с тем же течением стрелок — нет надобности строить многоугольник сил в стороне (фиг. 482, II), а строим его на

том же чертеже (фиг. 482, IV), проведя через концевую точку силы P_1 линию, параллельную стержню 4, и через другую концевую точку d усилия 1 линию, параллельную стержню 3.

Стороны de и et представляют величины искомых усилий 3 и 4. Переноса направление стрелок на перерезанные стержни, мы видим, что оба усилия направлены на узел; таким образом они сжимают стержни.

Переходим далее к узлу c . Отрезая его мысленно сечением, мы видим, что около c уравниваются два найденных усилия 2 и 3 с двумя неизвестными усилиями 5 и 6. Так как определенные усилия 2 и 3 оказываются расположенными одно за другим с общим течением стрелок,¹⁾ то нет надобности строить в стороне многоугольник сил (фиг. 482, III), как это сделали раньше. Мы строим этот многоугольник на том же чертеже IV, проведя через одну концевую точку o равнодействующей усилий 2 и 3 линию op , параллельную стержню 6, и через другую e — линию ep , параллельную 5 (2); отрезки op и ep дают величины искомых усилий. Направление этих сил берем из условия непрерывного течения стрелок в сомкнутом многоугольнике. Переноса эти направления на перерезанные стержни, замечаем, что усилие 5 направлено от узла, т. е. *стержень растянут*; усилие 6 тоже направлено от узла, *стержень растянут*.

Переходим к узлу d . Так как известные силы 5, 4 и P_2 оказываются расположенными одна за другой с общим течением стрелок, нет надобности строить многоугольник сил в стороне, проведя через концевые точки n и k линии, параллельные стержням 7 и 8 до их пересечения в точке f , имеем сомкнутый многоугольник $petkfn$, построенный на фиг. 482, IV. Переноса направление стрелок, мы находим, что *стержень 8 сжат* (—), *стержень 7 — растянут* (+).²⁾ Величины усилий 7 и 8 представляются сторонами nf и fk многоугольника.

Переходим к узлу e , в котором усилия 6 и 7 известны, а усилия 9 и 10 — неизвестны, и их надо определить. Силы 6 и 7 расположены одна за другой с общим течением стрелок (двойные стрелки). Проведя через концевые точки o и f линии, параллельные стержням 9 и 10, до пересечения их в точке e , полу-

¹⁾ Для узла c направления усилий 2 и 3 показаны двумя стрелками.

²⁾ От узла c мы должны будем перейти к узлу d . Около этого узла уравниваются: приложенная к нему сила P_2 , найденные усилия 4 и 6 и неизвестные усилия 7 и 8. Для определения их надо будет построить многоугольник, в котором известные силы должны быть расположены одна за другой, а виду чего через точку e , общую с усилием 4, проводим линию ef , параллельную направлению усилия 5, а не линию, параллельную стержню 6.

чаем сомкнутый многоугольник *onfo*, входящий, как и другие предыдущие, в состав фиг. 482, IV. Сторона же, параллельная стержню 9, определяет усилие 9; сторона *oe* представляет по величине и направлению усилие 10. Усилие 9 направлено на узел и *сжимает* стержень (—), усилие 10 направлено от узла и оно *растягивает* стержень (+).

Неизвестным теперь осталось одно усилие стержня 11. Перейдем к узлу *b'*, в котором известны внешняя сила P_2 и усилия 8 и 9, неизвестно лишь усилие стержня 11. Так как этот узел находится в равновесии, то это усилие равно по величине, но прямо противоположно замыкающей (равнодействующей) многоугольника, построенного на этих силах. Силы 9, 8 и P_2 расположены на чертеже одна за другой, с одним течением стрелок. Соединяя концевые точки *c* и *b* (замыкая многоугольник сил), получаем усилие *cb* стержня 11. Так как усилие 11 действует по оси стержня, то сторона *cd* должна быть параллельна стержню 11. Если эта сторона параллельна, то это указывает на правильность и точность построения предыдущих многоугольников. Переноса направление стрелки (одиночной) на мысленно отделенный стержень 11, замечаем: усилие направлено на узел, потому стержень *сжат*.

Для узла *a'* это усилие также направлено на узел, т. е. имеет противоположное направление, указанное двойной стрелкой.

Все усилия, вызываемые внешними силами в стержнях фермы, определены из *частных* многоугольников, входящих в состав *одного общего многоугольника сил*.

Для проверки правильности и точности построения рассмотрим узел *a'*. В этом узле действует реакция Q_2 и определенные усилия 10 и 11. Так как узел находится в равновесии, то эти силы должны образовать сомкнутый треугольник с общим течением стрелок, что следует из чертежа.

Общий многоугольник IV, который начерчен при обходе узлов, начиная с одного опорного узла *a* и кончая другим опорным узлом *a'*, называется *диаграммой Кремоны*.

Чтобы выделить в диаграмме, какие стержни сжаты и какие растянуты, прибегают к обозначениям: 1) вычерчивают усилия линиями разного цвета, обыкновенно сжимающие усилия — красными, растягивающие — синими, 2) в одноцветной диаграмме вытягивающие усилия изображают тонкими линиями, сжимающие — толстыми, или 3) растягивающие усилия обозначают знаком + (плюс), сжатые знаком — (минус). Стрелок в диаграмме не указывают.

Свойства диаграммы. Рассматривая чертеж фермы и диаграмму усилий (фиг. 482, IV) и сравнивая их, мы заключаем, что обе фигуры находятся в определенном соотношении:

1. Каждой линии фермы (фиг. 482, V) соответствует параллельная ей линия на диаграмме.

2. Усилие каждого стержня начерчено на диаграмме один раз.

3. Число линий диаграммы равно числу линий фермы.

4. Линиям, сходящимся в какой-либо узловой точке фермы, соответствуют линии в диаграмме, им параллельные, образующие сомкнутый многоугольник, считая и внешние силы, т. е. все силы, пересекающиеся в одной узловой точке фермы, образуют в диаграмме сомкнутый многоугольник и обратно.

5. Линиям — силам диаграммы, сходящимся в одной точке, соответствуют линии фермы, образующие замкнутый многоугольник. Например, в узловой точке *b* фермы сходятся внешняя сила P_2 , стержни 1, 3, 4, а им в диаграмме соответствуют усилия стержней 1, 3, 4, им параллельные, и сила P_1 , которые образуют сомкнутый многоугольник *adcm*.

Число сомкнутых многоугольников диаграммы равно поэтому числу узлов фермы.

Треугольнику фермы, например 5—6—7, соответствует в диаграмме точка *n*, в которой сходятся усилия (линии), соответственно параллельные этим сторонам.

Одна фигура взаимна другой.

Взаимность определяет ход построения диаграммы.

Двум каким-либо силам, приложенным к смежным узлам, и стержню, соединяющему эти узлы, соответствует в диаграмме общая точка, в которой сходятся линии, им соответственно параллельные.

Например, двум силам Q_1 и P_1 и стержню 1 соответствует в диаграмме точка *a*, в которой сходятся прямые, им параллельные. Силы P_1 и P_2 имеют свою общую точку, как и силы Q_1 и P_1 , что возможно, когда сила P_1 находится между силами Q_1 и P_2 . На этом основании сила P_2 находится между силами P_1 и P_3 . Приходим к заключению, что внешние силы нужно откладывать одну за другой в том порядке, в котором их встречаем, обходя контур фермы.

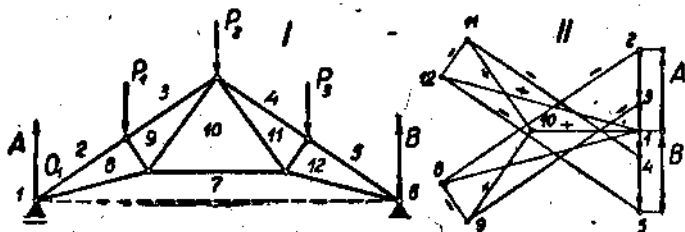
Допустим, что сила P_1 постепенно убывает; из диаграммы можно видеть, что точка *m* отрезка *am*, изображающего эту силу, будет приближаться постепенно к точке *a* — усилие 4 при этом будет возрастать, приближаясь к усилию 1, а усилие 3 бу-

лет убывать. Когда P_1 станет равным нулю, усилие 4 будет равным усилию 1, а усилие 3 обратится в нуль.

Диаграмма дает условия равновесия не только для каждого узла, но и для целых частей, выделенных каким-нибудь сечением.

Проведем сечение I—I, которым ферма V (фиг. 482) разрезается на две части, и отделим правую часть; для того, чтобы левая часть находилась в равновесии, необходимо заменить действие отброшенной части силами 4, 5 и 6. Эти силы уравнeshиваются внешними силами Q_1 и P_1 — им в диаграмме IV (фиг. 482) соответствует сомкнутый многоугольник *oatno*.

Способ обозначения Бау. В виду взаимности фигур фермы и диаграммы американский инженер Бау применил простой и удобный способ обозначения усилий в диаграммах. Способ состоит в том, что на эскизе фермы цифрой или буквой (фиг. 483)



Фиг. 483.

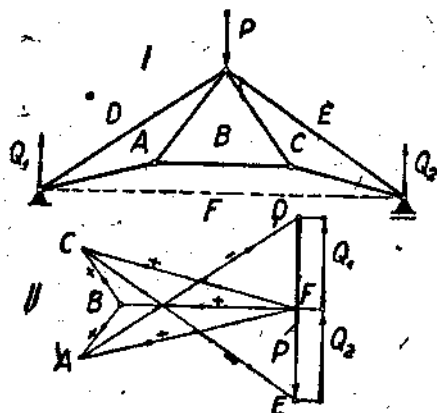
обозначают каждое отдельное пространство между стержнями по их сторонам; так, например, на фиг. 483, пространства по обеим сторонам стержня O_1 обозначены цифрами 2 и 8, и вместо обозначения O_1 стержень обозначается 2—8 по этим цифрам, 3—9 обозначается следующий стержень пояса; сила P_1 , расположенная между пространствами 2 и 3, обозначается 2—3, а обозначение P_1 не надо; следующие силы читаются 3—4, 4—3, 5—7, 1—2. На фиг. 484 вместо цифр поставлены в соответствующих пространствах буквы, поэтому стержни фермы: A—D, E—C, A—F, B—F, C—F, A—B, B—C, силы: D—E, E—F, F—D.

Таким образом, стержни и силы обозначаются двумя цифрами или буквами тех пространств, между которыми они заключаются. Этими обозначениями пользуются при построении диаграммы. Каждому пространству на эскизе фермы соответствует узел в диаграмме: например, пространства 8, 9, 11 (фиг. 483) имеют соответствующие узлы на диаграмме. Каждому узлу фермы

соответствует на диаграмме сомкнутый многоугольник: например, узлу при силе P_1 (2—3) соответствует многоугольник 2—3—9—8, узлу 3—4—многоугольник 3—4—11—10—9.

Правило для построения диаграммы. Для построения диаграммы необходимо сначала определить все внешние силы, приложенные в узлах, затем — реакции. Для определения последних надо построить силовой многоугольник, причем внешние силы надо откладывать последовательно одну за другой в том порядке, как их встречаем, обходя кругом фермы. Обходы обычно совершают по часовой стрелке. Определив

реакции, замыкающие многоугольник сил, приступают к вычерчиванию диаграммы, начиная от узла, в котором сходится не более двух стержней; обычно таким узлом является опорный узел. Затем надо переходить от узла к узлу так, чтобы в каждом из них не встретилось более двух неизвестных усилий, последовательно пристраивая для узлов многоугольники сил, как это было показано



Фиг. 484.

на примере. Имея направление силы или одного из усилий, в многоугольнике сил находят направления других усилий; по этим направлениям определяют, растянут ли стержень или сжат.

Невязка диаграммы. Когда ферма имеет много стержней и следовательно получается много параллельных им линий в диаграмме, то часто бывает, что диаграмма не смыкается, получается невязка. Для ее уменьшения начинают построение диаграммы с двух концов фермы; кроме того, определяют для контроля некоторые усилия по способу Риттера.

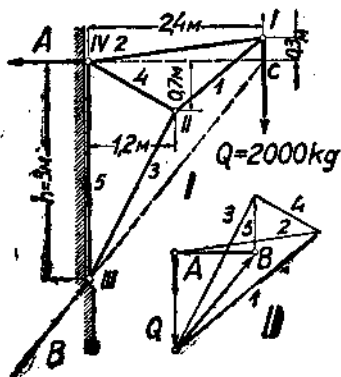
Диаграммы Кремони могут быть вычерчены указанным способом для статически определимых ферм при двух следующих условиях: 1) должен быть хотя один узел, в котором сходится только 2 стержня — наружных, принадлежащих ее контуру, и

2) не должно быть треугольников, составляемых одними внутренними стержнями.

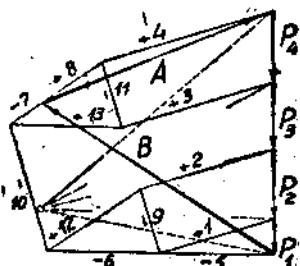
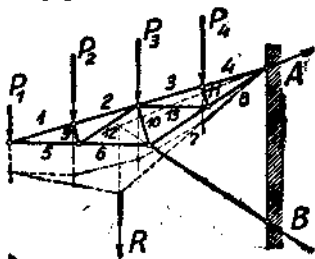
Если эти условия не соблюдены, то при вычерчивании диаграммы встречаются затруднения и для их устранения применяют один из следующих способов, которыми определяются усилия некоторых стержней, после чего может быть диаграмма вычерчена. Примеры таких расчетов ферм приведены ниже.

Примеры: 1) На фиг. 485 построена диаграмма усилий стержней поворотного крана от нагрузки Q , приложенной в узле I.

Реакция A подшипника —



Фиг. 485.



Фиг. 486.

горизонтальна; для нахождения линии действия другой реакции B подпятника продолжаем направление реакции A до пересечения в точке C с направлением силы Q . Соединяя прямой точку C с узлом III, получаем линию действия реакции B . Разлагая силу Q по направлениям реакций, получаем из сомкнутого треугольника (фиг. 485, II) их величины и направления. Построение диаграммы усилий стержней можно начать с узла I или с узла III. На фиг. 485, II вычерчена диаграмма; жирными линиями обозначены сжимающие усилия, тонкими линиями — растягивающие.

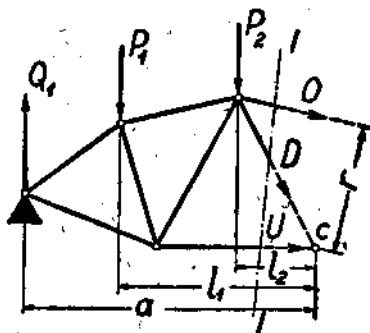
2) На фиг. 486 представлена диаграмма усилий стержней от вертикальной нагрузки для навесной фермы, поддерживаемой подкосом.

3) На фиг. 487 представлена английская ферма, для которой построены диаграммы усилий стержней: 1) от вертикальной нагрузки, 2) давления ветра со стороны неподвижной опоры и 3) со стороны подвижной.

§ 99. Способ Риттера.

Способ Риттера значительно упрощает решение вопроса; он основан на применении условия равновесия $\sum M = 0$, которое составляется таким образом, чтобы в него входило одно только неизвестное искомое усилие одного стержня.

Для этой цели за точку, относительно которой берется сумма моментов всех сил, следует принимать точку пересечения тех двух перерезанных стержней (или их продолжений), усилия которых не отыскиваются. Момент усилий этих стержней относительно точки их пересечения равен 0 (плечо $= 0$).



Фиг. 483.

Таким образом, в уравнение статических моментов войдет момент одного лишь неизвестного усилия — получается уравнение с одним неизвестным, которое решается просто.

Способ Риттера применим, когда сечением перерезывается не более трех стержней. Если сечением перерезывается число стержней больше трех, то усилие одного стержня может быть определено, если остальные стержни пересекаются в одной точке. Если сечение отсекает два стержня, то для определения усилия одного из них надо брать сумму моментов всех сил относительно точки, лежащей на направлении другого перерезанного стержня.

Усилия стержней при составлении $\sum M = 0$ предполагаются сначала направленными в сторону отброшенной части, т. е. предполагается, что все перерезанные стержни вытянуты.

Момент принимается положительным, если сторона кажущегося вращения совпадает с вращением часовой стрелки; в противном случае момент отрицателен. Пусть для примера имеем ферму (фиг. 486), которая сечением I—I разделена на две части;

правая часть отброшена; сечением перерезываются три стержня (O, D, U); направление усилий (предварительно принятое) показано стрелками.

Определим усилие стержня O . За центр вращения надо принять точку C — точку пересечения остальных стержней D и U . Перпендикуляры, опущенные из точки C на направление сил, как видно на чертеже, равны a, l_1, l_2, r .

Составляем уравнение моментов:

$$Q_1 \cdot a - P_1 \cdot l_1 - P_2 \cdot l_2 + O \cdot r = 0;$$

отсюда неизвестное усилие

$$O = \frac{P_1 \cdot l_1 + P_2 \cdot l_2 - Q_1 \cdot a}{r}.$$

Если $Q_1 \cdot a < P_1 \cdot l_1 + P_2 \cdot l_2$, то O — положительно, момент его относительно точки C также положителен, а потому заданное нами стрелкой направление усилия верно, и стержень O при этом растянут.

Пример. Определим усилия некоторых стержней бельгийской фермы (фиг. 489), стойки которой U_1 и U_2 перпендикулярны к верхнему поясу.

Пролет фермы $l = 12$ м, высота $h = 3$ м.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{\frac{l}{2}} = \frac{3}{6} = 0,5;$$

угол $\alpha = 26^\circ 40'$ (с округлением).

Узловые нагрузки $P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = 840$ кг.

Решение.

$$\text{Реакции } A = B = \frac{6P}{2} = 3P = 3 \cdot 840 = 2520 \text{ кг.}$$

Усилие стержня O_1 (фиг. 489, II).

Перерезываем сечением два стержня O_1 и U_1 , принимаем за центр вращения центр шарнира узла III и берем момент всех сил оставшейся левой части фермы относительно узла III; на левую часть действуют три силы: реакция A и внутренние силы стержней O_1 и U_1 .

$$\left(A - \frac{P}{2}\right)(a+x) + O_1 \cdot U_1 = 0,$$

откуда искомое усилие

$$O_1 = \frac{\left(A - \frac{P}{2}\right)(a+x)}{U_1}; \quad a = \frac{\frac{l}{2}}{3} = \frac{6}{3} = 2 \text{ м.}$$

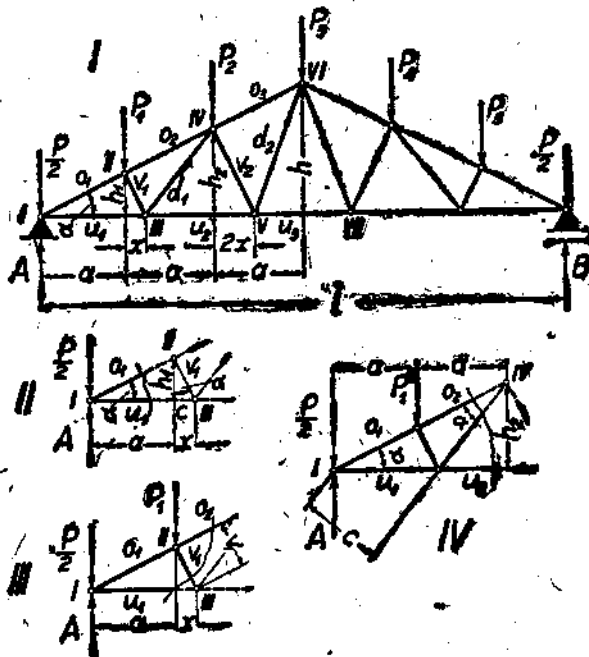
Определим величины x и U_1 .

Из треугольника II с III имеем:

$$\text{длина } \bar{U}_1 = \frac{h_1}{\cos \alpha}; \quad h_1 = \frac{h}{3} = \frac{3}{3} = 1 \text{ м};$$

$$\cos \alpha = \cos 26^\circ 40' = 0,893,$$

$$\bar{U}_1 = \frac{1,0}{0,893} = 1,118 \text{ м}; \quad x = h_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha = 0,5 \text{ м}.$$



Фиг. 489.

$$O_1 = - \frac{(2520 - 420) (2 + 0,5)}{1,118} = - 4696 \text{ м}$$

(стержень сжат).

Усилие стержня U_1 .

Взяв моменты сил относительно узла II, получаем:

$$\left(A - \frac{P}{2}\right) a - U_1 \cdot h_1 = 0,$$

откуда искомое усилие

$$U_1 = \frac{\left(A - \frac{P}{2}\right)a}{h_1} = \frac{(2520 - 420) \cdot 2}{1} = 4200 \text{ кг}$$

а (стержень растянут).

Усилие стержня V_1 .

Перерезываем сечением три стержня и берем моменты сил относительно узла I:

$$+ P_1 \cdot a + V_1 \cdot \bar{O}_1 = 0;$$

$$\text{длина } \bar{O}_1 = \frac{a}{\cos \alpha} = \frac{2}{0,893} = 2,236 \text{ м,}$$

$$V_1 = - \frac{840 \cdot 2}{2,236} = - 751,3 \text{ кг.}$$

Усилие в стержне O_2 (фиг. 489, III).

Берем моменты сил относительно узла III.

$$\left(A - \frac{P}{2}\right)(a + x) - P_1 \cdot x + O_2 \cdot \bar{V}_1 = 0.$$

$$(2520 - 420)(2,0 + 0,5) - 840 \cdot 0,5 + O_2 \cdot 1,118 = 0,$$

откуда

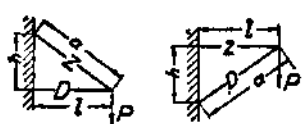
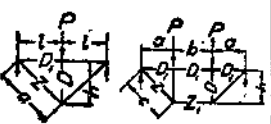
$$O_2 = - \frac{2100 \cdot 2,5 - 840 \cdot 0,5}{1,118} = - 4321 \text{ кг.}$$

Из фиг. 489, IV можно определить усилия стержней U_2 и d_1 .

V. СТРОИТЕЛЬНОЕ ДЕЛО.

Область строительных и железных конструкций настолько обширна, что мы здесь приведем только наиболее простые и часто встречающиеся в машиностроении конструкции.

§ 100. Консоли и шпренгельные системы.

Консоли		Шпренгель	
			
Растяжение $\left\{ \begin{array}{l} Z = P \cdot \frac{a}{h} \\ Z = P \cdot \frac{l}{h} \end{array} \right.$		$Z = 0,5 \cdot P \cdot \frac{a^2}{h}$ $D = P^1$	
Сжатие $\left\{ \begin{array}{l} D = P \cdot \frac{l}{h} \\ D = P \cdot \frac{a}{h} \end{array} \right.$		$D_1 = 0,5 \cdot P \cdot \frac{l^2}{h}$ $\left\{ \begin{array}{l} D = P \\ D_1 = P \cdot \frac{a}{h} \end{array} \right.$	

Наименьшее напряжение на продольный изгиб¹⁾ испытывает стержень a во втором типе консоли при $h = \sqrt{0,59} \cdot l = 0,71 l$.

¹⁾ При равномерно распределенной по всей длине продольной нагрузке P усилия уменьшаются наполовину.

СТРОПИЛЬНЫЕ ФЕРМЫ.

§ 101. Общие сведения.

По нормам УМГИ при проектировании кровель надлежит давать им подъем для стока воды, каковой должен быть не менее:

для крытой железом	$\frac{1}{8}$
„ „ толем	$\frac{1}{10}$
„ „ черепицей	$\frac{1}{8}$
„ „ гонтом или досч.	$\frac{1}{4}$
„ „ искусств. шифер.	$\frac{1}{4}$
„ гольцементных перекрытий	$\frac{1}{60}$

а) Нагрузки. Нагрузки слагаются из нагрузок *постоянных* и *временных*.

Постоянная нагрузка. Величина ее определяется постепенно, по мере расчета частей.

Собственный вес — p_1 — железных строительных ферм. При предварительном расчете пользуются эмпирической формулой:

$$p_1 = (1,5 - 2)l, \quad (370)$$

где p_1 — вес на 1 м^2 горизонтальной проекции, l — пролет фермы в метрах,

p_2 — собственный вес кровли, обрешетин и связей на 1 м^2 горизонтальной проекции крыши (см. табл. на стр. 415).

Постоянная нагрузка $p = p_1 + p_2$.

Временная нагрузка. К временной нагрузке относятся давление снега и давление ветра.

б) Действие одного снега. Действие снега принимается по следующим нормам на 1 м^2 горизонтальной проекции кровли:

при угле наклона от $0^\circ - 10^\circ$	120 кг
„ „ „ „ $0^\circ - 15^\circ$	110 „
„ „ „ „ $0^\circ - 20^\circ$	100 „
„ „ „ „ $0^\circ - 25^\circ$	90 „
„ „ „ „ $0^\circ - 30^\circ$	80 „
„ „ „ „ $0^\circ - 35^\circ$	60 „
„ „ „ „ $0^\circ - 40^\circ$	40 „
„ „ „ „ $0^\circ - 45^\circ$	20 „

Собственный вес кровли, обрешетин и связей (p_1) на кв. м горизонтальной проекции крыши при различных уклонах ее в кг.¹⁾

Уклон крыши α —	45°	30°41'	26°34'	21°48'	18°26'	16°	14°2'	12°32'	11°18'
Система кровли $\frac{A}{B}$:	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{1,5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2,5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3,5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4,5}$	$\frac{1}{5}$
в килограммах,									
1. Одиночная черепичная .	144	122	114	—	—	—	—	—	—
2. Двойная или шведская черепичная . . .	180	152	142	157	129	—	—	—	—
3. Обыкновенная асфидная	108	91	85	82	—	—	—	—	—
4. Асфидная на железных уголках . . .	64	54	50	48	—	—	—	—	—
5. Толевая . . .	42	36	34	32	32	31	31	31	30
6. Древесноцементная . .	Так как уклон такой крышки обыкновенно $= \frac{1}{10}$, то на 1 кв. м горизонтальной проекции вес ее можно принимать равным 164 кг.								
7. Из цинковых и железных листов на деревянном настиле	58	49	46	44	43	42	42	42	42

1) К постоянным нагрузкам относятся также: вес потолков, люстр, нагрузки от трансмиссии и др. подъемных приспособлений, если они поддерживаются стропильными фермами.

Уклон крыши α —	45°	30°41'	26°34'	21°48'	18°26'	16°	14°2'	12°32'	11°18'
Система кровли $\frac{h}{f}$:	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{1,5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2,5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3,5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4,5}$	$\frac{1}{5}$
в килограммах									
8. Из цинковых листов на настиле или на железных обрешетинах .	68	58	54	52	51	50	49	49	49
9. Из листового железа на железн. уголках . . .	35	30	28	27	26	26	26	26	26
10. Из волнистого цинка на железн. уголках . . .	28	24	23	22	21	21	21	21	20
11. Из волнистого железа на жел. уголках . . .	21	18	17	16	16	16	15	15	15
12. Стекланная на железн. уголках или горбылях . .	57	48	45	43	—	—	—	—	—

с) Действие одного ветра. Направление действия ветра принимается горизонтальное. Давление ветра на плоскость, нормальную к воспринимающей ветер поверхности, считается пропорциональным первой степени синуса угла, составляемого поверхностью к горизонту.

$$W_0 = W \sin \alpha, \quad (371)$$

где W_0 — давление ветра нормально к поверхности в кг на кв. м,
 α — угол наклона поверхности к горизонту,

W — давление ветра на вертикальную плоскость в кг на кв. м.

Значение величины W принимается для гражданских сооружений:

- а) в застроенных высокими строениями местностях, в городе Москве в пределах Садового кольца, а также в лесистых местах в губернии 80 кг/м^2
- б) в окраинной части города Москвы и в небольших городах 120
- в) в особо открытых и возвышенных районах вне города Москвы 150

Ниже приведены значения W_0 (кг) для различных значений W и α .

Углы наклона α —	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	60°	70°	90°
а) $W = 80$..	14	21	27	34	40	46	51	57	61	69	75	80
б) $W = 120$..	21	31	41	51	60	69	77	85	92	104	113	120
в) $W = 150$..	26	39	51	63	75	86	96	106	115	130	141	150

Примечание: при двухскатных крышах считается, что ветер действует лишь на один скат, а потому вертикальная составляющая на кв. метр горизонтальной проекции крыши, определяемая из таблицы, будет только для того ската, который нагружен ветром.

Фермы открытых зданий рассчитываются кроме вышеуказанного давления ветра W_0 еще на давление ветра, направленное изнутри помещения наружу нормально к поверхности и равное $0,6 W_0$.

При расчетах нагрузка от действия снега и ветра принимается действующей порознь или вместе.

При совместном действии снега и ветра принимать лишь $\frac{1}{3}$ нагрузки от полного давления снега и $\frac{1}{3}$ нагрузки от ветра.

д) Нагрузка от веса человека. При расчете досок опалубки и обрешетин принимается сосредоточенный груз в 100 кг, представляющий вес человека с инструментом; в этой нагрузке учтено динамическое действие при ходьбе и работе. См. также нормы Госплана.

§ 102. Расчет стропильных ферм.

1. Железные фермы.

а) Допускаемое напряжение для литого железа как правило 1200 кг/см^2 .

б) Определение усилий стержней (аналитическое) для некоторых ферм:

если l — пролет ферм в м,

t — расстояние между двумя промежуточными фермами в м,

q — общая вертикальная нагрузка кг/м^2 горизонтальной проекции крыши.

Собственный вес — давление снега и давление ветра ¹⁾, то вся вертикальная нагрузка на ферму:

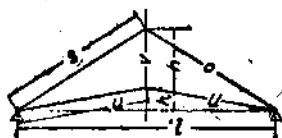
$$P = l \cdot t \cdot q \text{ кг.} \quad (372)$$

В дальнейшем изложении условимся напряжения обозначать большими буквами и считать

знак — (минус) сжатие

знак + (плюс) растяжение.

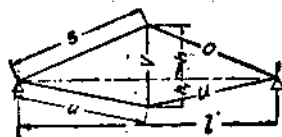
с) Стропильные фермы для пролетов до 8 м (фиг. 490 и 491).



Фиг. 490.

$$O = -\frac{P \cdot S}{2 \cdot h}; \quad U = +\frac{P \cdot u}{2 \cdot h};$$

$$V = +P \frac{h_1}{h};$$



Фиг. 491.

$$O = -\frac{P \cdot S}{2(h + h_1)};$$

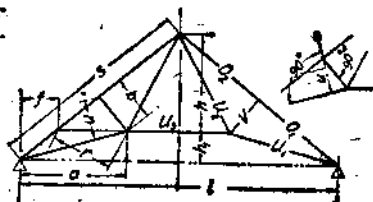
$$U = +\frac{P \cdot u}{2(h + h_1)};$$

$$V = -\frac{P \cdot h_1}{h + h_1}.$$

д) Простая ферма Полонсо. При равных панелях (расстоянии между узлами $= \frac{l}{4}$) усилия стержней от вертикальной на-

¹⁾ При одновременном действии снега и ветра принимается $\frac{1}{4}$ полного давления снега и $\frac{3}{4}$ полного давления ветра.

грузки P на всю ферму представляются следующими величинами (фиг. 492).



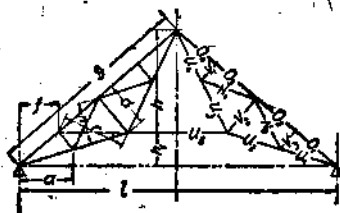
Фиг. 492.

$$O_1 = -\frac{3}{8} \cdot P \cdot \frac{a}{l};$$

$$O_2 = -\frac{3 \cdot P \cdot a}{8 \cdot b} + P \frac{h + h_1}{4 \cdot S}.$$

$$U_1 = +\frac{3 \cdot P \cdot l}{32 \cdot n}; U_2 = +\frac{P \cdot (l + 2f)}{16 \cdot r}; U_3 = +\frac{P \cdot l}{8 \cdot h};$$

$$V = -\frac{P \cdot l}{8 \cdot S}.$$



Фиг. 493.

е) Сложная ферма Полонсо. При равных панелях (расстоянии между узлами $\frac{l}{8}$)

узловая нагрузка $\frac{P}{8}$, где P — вертикальная нагрузка на всю ферму (фиг. 493).

Усилия стержней:

$$O_1 = -\frac{7 \cdot P \cdot a}{8 \cdot d}; O_2 = O_1 + \frac{P(n + h_1)}{8 \cdot s}; N_1 = N_2 = +\frac{P \cdot l}{64 \cdot n};$$

$$O_3 = O_1 + \frac{P \cdot (h + h_1)}{8 \cdot s}; O_4 = O_2 + \frac{P \cdot (h + h_1)}{8 \cdot s}; U_1 = 7 \cdot N_1;$$

$$U_2 = 6 \cdot N_1; U_3 = \frac{P \cdot (3 \cdot l + 2 \cdot f)}{32 \cdot r}; V_1 = V_2 = -\frac{P \cdot l}{16 \cdot s};$$

$$U_4 = \frac{N_1 \cdot (2 \cdot n + r)}{r} + \frac{3 \cdot P \cdot f}{16 \cdot r}; U_5 = \frac{P \cdot l}{8 \cdot h}; V_3 = 2 \cdot V_1.$$

Если $h_1 = 0$, то:

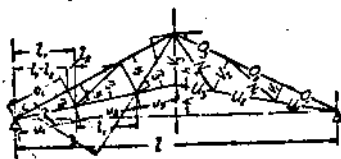
$$O_1 = -\frac{7 \cdot P \cdot a}{8 \cdot d}; O_2 = O_1 + \frac{P \cdot h}{8 \cdot s}; O_3 = O_2 + \frac{P \cdot h}{8 \cdot s};$$

$$O_4 = O_2 + \frac{P \cdot h}{8 \cdot s};$$

$$N_1 = N_2 = +\frac{P \cdot l}{32 \cdot h}; U_1 = 7 \cdot N_1; U_2 = 6 \cdot N_1; U_3 = 2 \cdot N_1;$$

$$U_4 = 3 \cdot N_1; U_5 = 4 \cdot N_1; V_1 = V_2 = -\frac{P \cdot l}{16 \cdot s}; V_3 = 2 \cdot V_1.$$

б) Для представленной на фиг. 494 фермы бельгийской системы усилия стержней представляются следующими величинами:



Фиг. 494.

$$O_1 = -\frac{5}{12} \cdot P \cdot \frac{l_1}{v_1};$$

$$O_2 = -\frac{P}{12 \cdot v_1} \cdot (5l_1 - 2 \cdot l_2)$$

$$O_3 = -\frac{P}{12 \cdot v_2} \cdot (8 \cdot l_1 - 6 \cdot l_2); \quad U_1 = +\frac{5 \cdot P}{12 \cdot n_1} \cdot (l_1 - l_2);$$

$$U_2 = +\frac{2 \cdot P}{3 \cdot n_2} \cdot (l_1 - l_2); \quad U_3 = +\frac{3 \cdot P}{4 \cdot n_3} \cdot (l_1 - l_2);$$

$$V_1 = -\frac{2 \cdot P}{12 \cdot O_1} \cdot (l_1 - l_2); \quad V_2 = -\frac{P}{4 \cdot O_1} \cdot (l_1 - l_2);$$

$$N_1 = +\frac{2 \cdot P}{12 \cdot n_4} \cdot (l_1 - l_2); \quad N_2 = +\frac{P}{2 \cdot n_5} \cdot (l_1 - l_2);$$

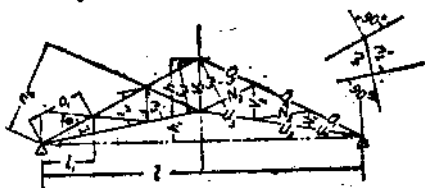
$$V_3 = +\frac{3}{2} \cdot \frac{P \cdot h_1 \cdot (l_1 - l_2)}{n_3(u_1 + u_2 + u_3)}.$$

г) Для представленной на фиг. 495 английской фермы усилия стержней:

$$O_1 = -\frac{5}{12} \cdot \frac{P \cdot l_1}{n_1};$$

$$O_2 = -\frac{2}{3} \cdot \frac{P \cdot l_1}{n_2};$$

$$O_3 = -\frac{3}{4} \cdot \frac{P \cdot l_1}{n_3};$$



Фиг. 495.

$$U_1 = +\frac{5}{12} \cdot \frac{P \cdot l_1}{n'_1}; \quad U_2 = +\frac{5}{12} \cdot \frac{P \cdot l_1}{n'_1}; \quad U_3 = +\frac{2}{3} \cdot \frac{P \cdot l_1}{n'_2};$$

$$V_1 = 0; \quad V_2 = +\frac{P}{12}; \quad V_3 = +\frac{1}{2} \cdot \frac{(h + h_1) \cdot P \cdot l_1}{O_1 \cdot n_3};$$

$$N_1 = -\frac{2}{12} \cdot \frac{P \cdot l_1}{n_4}; \quad N_2 = -\frac{1}{2} \cdot \frac{P \cdot l_1}{n_5}.$$

III. Деревянные стропила.

Напряжение материала по § 49, табл. 4 и 5.

Определение напряжений (— сжатие; + растяжение).

и) Висячие стропила. Пусть балка AB (фиг. 496) нагружена равномерно распределенной нагрузкой Q и в точках C и D.

передается посредством обрешетин и прогонов, давление P , нормально к скату, то усилия определяются по формулам:

$$l_1 = 4,5 \text{ м } l_2 \sim 0,5 l_1.$$

$$H = + \frac{11}{30} \cdot Q; \quad S = - \frac{1}{\sin \alpha} \left(\frac{11}{30} Q + P \cdot \cos \alpha \right);$$

$$R = - \frac{1}{\sin \alpha} \left(\frac{11}{30} \cdot Q \cdot \cos \alpha + P \right);$$

$$T = + \frac{1}{\sin \alpha} \left(\frac{11}{30} \cdot Q \cdot \cos \alpha + P \right).$$



Фиг. 496.

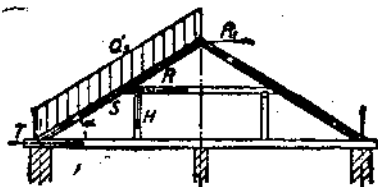
п) Стропила с затяжками. От действия вертикальной нагрузки Q_s' (фиг. 497), равномерно распределенной по скату, усилия будут:

$$R_1 = - \frac{3}{16} Q_s' \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha};$$

$$R = - \frac{5}{16} \cdot Q_s' \cdot \sin 2\alpha; \quad H = + \frac{5}{8} \cdot Q_s' \cdot \cos^2 \alpha;$$

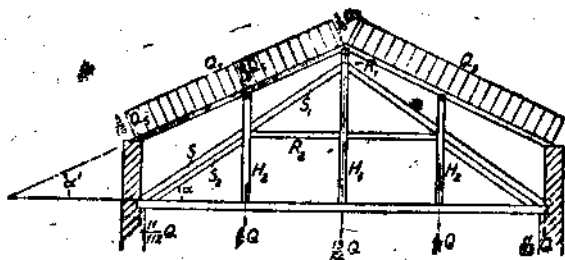
$$S = - \frac{1}{16} \cdot \frac{Q_s'}{\sin \alpha} \cdot (3 + 10 \cdot \sin^2 \alpha);$$

$$T = + \frac{1}{16} \cdot \frac{Q_s'}{\operatorname{tg} \alpha} \cdot (3 + 10 \cdot \sin^2 \alpha).$$



Фиг. 497.

к) Тройная подвесная стропильная ферма. Пусть равномерно распределенная нагрузка Q действует на главные балки и на каждый скат нагрузка Q_s (фиг. 498).



Фиг. 498.

Тогда напряжения будут:

$$H_1 = +\frac{13}{56} \cdot Q; H_2 = +\frac{2}{7} \cdot Q;$$

$$S_1 = -\frac{1}{112 \cdot \sin \alpha} (21 \cdot Q_s \cdot \cos \alpha' + 13 \cdot Q);$$

$$S_2 = -\frac{1}{56 \cdot \sin \alpha} (35 \cdot Q_s \cdot \cos \alpha' + 16 \cdot Q);$$

$$R_2 = -\frac{1}{56 \cdot \operatorname{tg} \alpha} (35 Q_s \cdot \cos \alpha' + 16 \cdot Q);$$

$$S = S_1 + S_2 = -\frac{1}{112 \cdot \sin \alpha} (91 Q_s \cdot \cos \alpha' + 45 Q);$$

$$T = +\frac{1}{112 \cdot \operatorname{tg} \alpha} (91 Q_s \cdot \cos \alpha' + 45 Q).$$

§ 103. Стены, окна и двери.

Рассмотрим здесь несколько случаев, наиболее часто встречающихся в практике машиностроения.

а) Каменная кладка стен для фабричных зданий. *Вес.* Прежде всего определяют веса, выражая все размеры в метрах.

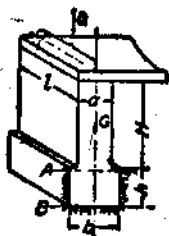
Вес стены будет (фиг. 499):

$$G = H \cdot a \cdot l \cdot \gamma \text{ кг} \quad (373)$$

и вес фундамента

$$G_1 = h \cdot b \cdot l \cdot \gamma \text{ кг}, \quad (374)$$

где γ — вес 1 куб. м кладки по нижеследующей таблице:



Фиг. 499.

Вес 1 куб. м кладки в кг.

	Кирпичная кладка			Извест- няк	Песча- ник	Гранит и мрамор	Бетон
	обыкно- венный кирпич	пори- стый кирпич	пусто- телый кирпич				
Вес в кг/м³.	1600	1100	1300	2600	2400	2700	2000

Напряжения. Все линейные размеры приняты в см. Обозначая через Q в кг нагрузку, приходящуюся на длину l от выше-лежащей кладки, балок и пр. находим напряжение в сечении A :

$$\sigma = \frac{Q + G}{a \cdot l} \text{ кг/см}^2. \quad (374)$$

В сечении B имеем:

$$\text{давление на грунт } \sigma = \frac{Q + G + G_1}{b \cdot l} \text{ кг/см}^2. \quad (375)$$

Допускаемые напряжения по § 49 табл. 5.

Кирпич: обыкновенный кирпич нормального формата $6 \times 3 \times 1\frac{1}{2}$ вершка = $267 \times 133 \times 67$ мм.

Употребительный способ укладки стен — английский (один ряд тычком, другой ряд ложком или переменными рядами). Преимущество дает способ голландский (в каждом ряду тычок и ложок или смешанными рядами), фиг. 500 и 501.

Толщина шва обыкновенно принимается в 1 см, при кладке шамотного кирпича в точках 0,3 см. В зависимости от толщины швов, 1 куб. м кирпичной кладки содержит от 380 до 400 кирпичей нормального профиля.

б) Отверстия в стенах. Окно. Наименьшая ширина 0,3 м, обыкновенно от 0,9 до 1,25 м.

Двустворчатые окна в жилых зданиях 0,9 — 1,5 м шириною, трехстворчатые окна 1,5 — 2,5 м.

Высота двустворчатого окна в 2 до $2\frac{1}{2}$ раз больше ширины или равна диагонали прямоугольника, стороны которого равны одиночной и двойной ширине окна.

Расстояние от верха окна до потолка в капитальных постройках не менее 25 см и фахверковых 16 см.

Оконные парапеты или высота подоконника над полом 75 до 90 см, обыкновенно 78 до 80 см.



Фиг. 500.

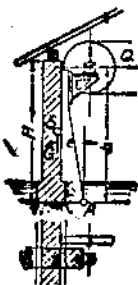


Фиг. 501.

Двери. Ширина дана для отверстия в свету каменной кладки.

Фабричные ворота	3,2 — 5,0 м
Ворота в конюшнях	1,25 — 2,0 .
" для проезда	2,5 — 3,5 .
Двери жилых помещений	1,5 — 2,25 .
" для жилых комнат одно- створчатые	1,0 — 1,25 .
Двери для небольших жилых ком- нат	0,9 — 1,1 .

а) Стены, подверженные боковому давлению. В фабричных зданиях с высоко расположенной тяжелой трансмиссией стены усиливаются контрфорсами (фиг. 502). Для каменной кладки растягивающие напряжения не допускаются.



Фиг. 502.

Определение устойчивости. Пусть G в кг — вес столба стены заштрихованного поперечного сечения высотой H . S — центр тяжести этого столба, h и l — размеры согласно фиг. 502. Q в кг — горизонтальная нагрузка от действия трансмиссий.

Во избежание опрокидывания относительно крайней опоры A и пренебрегая грузом от балок и весом трансмиссий, должно быть:

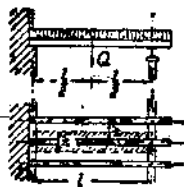
$$G \cdot l > Q \cdot h, \text{ значит } G > Q \cdot \frac{h}{l} \text{ кг.} \quad (376)$$

Для упрощения:

$$H = 3 \text{ до } 5 \text{ м, } Q = 150 \text{ до } 500 \text{ кг} \\ a = 40, 52 \text{ см, } l = 20, 80 \text{ см.}$$

§ 104. Балки и своды.

а) Нагрузки, изгибающие моменты. Пусть (фиг. 503): l в см — длина пролета балок, W в см — расстояние между осями балок, q — нагрузка перекрытия в кг/м², Q в кг — равномерно распределенная нагрузка балки.



Фиг. 503.

Нагрузка, приходящаяся на балку,

$$Q = \frac{W \cdot l}{10\,000} \cdot q \text{ кг.} \quad (377)$$

Изгибающий момент

$$M_b = \frac{Q \cdot l}{8} \text{ кгсм.} \quad (378)$$

Напряжение

$$\sigma_b = M_b : W \text{ кг/см}^2. \quad (379)$$

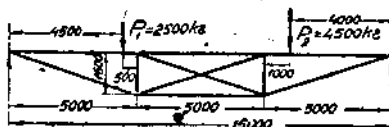
Момент сопротивления по § 50.

Допускаемое напряжение по § 49.

Нагрузка q потолков в фабричных зданиях.

Род нагрузки	Пролеты в м	Сечение в см	Собств. вес в кг/м ²	Полезная нагрузка в кг/м ²	Общая нагрузка в кг/м ²
Потолочн. пере- крытие с де- рев. балками.	1	16 22	200	600	800
То же в амбарах	0,9	20/24	250	750	1000
Сводчат. пото- лок из обык- нов. кирпича	1—1,5	1/2 кирп.	450	500	950
между жел.	1,5—2	1/2 "	450	450	900
балками . . .	2—2,5	1 "	650	500	1150
Железобет. пе- рекрытие с армат. из. кр. железа . . .	—	—	250	до 3000	—
То же — с армат. из плоского железа	—	—	100	2000	—
Железобетонн. констр. систе- мы „Мэллёр“.	—	—	—	до 20 000	—

**б) Расчет шпренгель-
ных балок (аналитиче-
ский).** Для шпренгельной
балки по фиг. 504 тре-
буется определить усилия
в стержнях аналитическим
путем. (Решение прибли-
женное.)



Фиг. 504.

Дано: силы $P_1 = 2500 \text{ кг}$, $P_2 = 4500 \text{ кг}$ и представленные
на фиг. 504 главные размеры.

Требуется найти нормальный профиль верхнего пояса, состоящего из двух швеллеров.

1. Опорные давления и равнодействующая сила (фиг. 505).

Уравнение моментов:

$$P_1 \cdot l_1 + P_2 \cdot l_2 = A_1 \cdot L.$$

Уравнение моментов:

$$P_1 \cdot l_1 + P_2 \cdot l_2 = A_2 \cdot L.$$

Отсюда находим реак-

ции:

$$A_1 = \frac{2500 \cdot 10,5 + 4500 \cdot 4}{15} = 2950 \text{ кг.}$$

$$A_2 = \frac{2500 \cdot 4,5 + 4500 \cdot 11}{15} = 4050 \text{ кг.}$$

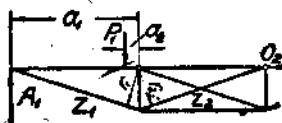
Равнодействующая:

$$R = P_1 + P_2 = 2500 + 4500 = 7000 \text{ кг.}$$

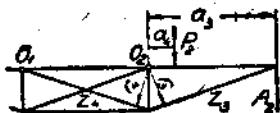
Точка ее приложения в расстоянии:

$$x_1 = (A_2 : R) \cdot L = (4050 : 7000) \cdot 15 = 8,7 \text{ м.}$$

2. Определение усилий в стержнях (фиг. 506).



Фиг. 506.



Фиг. 507.

а) Уравнение моментов относительно центра вращения O_1 :

$$A_1 \cdot a_1 - P_1 \cdot a_2 = Z_1 \cdot r_1 = Z_2 \cdot r_2;$$

тогда (так как $r_1 = r_2 = 1,5 \text{ м}$):

$$Z_1 = Z_2 = \frac{2950 \cdot 5 - 2500 \cdot 0,5}{1,5} = 9015 \text{ кг.}$$

б) Уравнение моментов относительно центра вращения O_2 (фиг. 507).

$$A_2 \cdot a_2 - P_2 \cdot a_2 = Z_2 \cdot r_2 - Z_4 \cdot r_4;$$

тогда (так как $r_2 = r_4 = 1,5 \text{ м}$)

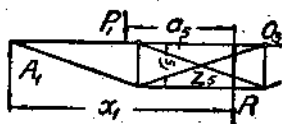
$$Z_2 = Z_4 = \frac{4050 \cdot 5 - 4500 \cdot 1}{1,5} = 10\,500 \text{ кг.}$$

с) Нижний пояс (фиг. 508). Максимальный момент:

$$A_1 \cdot x_1 - P_1 \cdot a_1;$$

тогда растягивающие напряжения будут:

$$Z_5 = \frac{A_1 \cdot x_1 - P_1 \cdot a_1}{r_1};$$

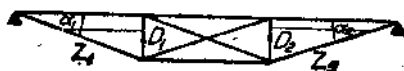


Фиг. 508.

$$Z_5 = \frac{2950 \cdot 8,7 - 2500 \cdot (8,7 - 4,5)}{1,6} = 9400.$$

д) Сжатые стойки D_1 и D_2 (фиг. 509 и 510).

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \operatorname{tg} \alpha_2 = 1,6 : 5 = 0,32; \alpha_1 = \alpha_2 = 17^\circ 45'.$$



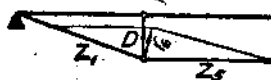
Фиг. 509.

Напряжения на сжатие:

$$D_1 = Z_1 \cdot \sin \alpha = 9015 \cdot 0,305 = 2750 \text{ кг.}$$

Напряжения на сжатие:

$$D_2 = Z_2 \cdot \sin \alpha = 10\,500 \cdot 0,305 = 3200 \text{ кг.}$$



Фиг. 510.

В виду неравномерного распределения нагрузки сжатые стойки испытывают усилие, состоящее из Z_1 и Z_2 или Z_1 и Z_3 (см. фиг. 510). Следовательно в сжатых стойках действует кроме сжимающего усилия еще усилие, вы-

ываемое изгибающим моментом (изгибающий момент = равнодействующей Z_1 и $Z_2 \times r_0$), которым однако здесь пренебрегаем.¹⁾

е) Верхний пояс. Усилие, сжимающее в верхнем поясе, равно растягивающему усилию в нижнем поясе, т. е.

$$D_2 = Z_2 = 9400 \text{ кг.}$$

Модуль упругости $E = 2\,000\,000 \text{ кг/см}^2$.

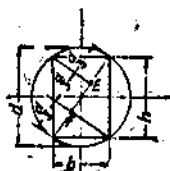
Пусть будет коэффициент безопасности $m = 6$, тогда момент инерции:

$$I = \frac{P \cdot m l^3}{10 \cdot E} = \frac{9400 \cdot 6 \cdot 1500^3}{10 \cdot 2\,000\,000} = 6300 \text{ см}^4.$$

Требуемое сечение два швеллера.

Норм. профиль № 26 при расстоянии $a = 14,8 \text{ см.}$

с) Деревянные балки. Для получения из бревна балки прямоугольного сечения с наибольшим моментом сопротивления, проводят, как это видно из фиг. 511, диаметр d , делят его в точках E и F на 3 равные части и из точек деления прочерчивают перпендикуляры до пересечения с окружностью; соединяя точки A, B, C и D , получают искомый прямоугольник $AD = BC = h$ и $AB = DC = b$.



Фиг. 511.

Аналитически:

$$h = d \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} = 0,816 d$$

$$b = d \sqrt{\frac{1}{3}} = 0,577 d,$$

т. е. отношение сторон $b : h \cong 5 : 7$.

Допускаемые напряжения для дерева по табл. 4, § 49.

¹⁾ Усилия от момента учитываются в том случае, если угол, образуемый равнодействующей и сжатой стойкой, более 10° .

²⁾ Ср. § 56; формула Эйлера применима, так как $\frac{l}{r_{\min}} > 105$.

УПОТРЕБИТЕЛЬНЫЕ РАЗМЕРЫ ДЛЯ ДЕРЕВЯННЫХ ВАЛОК.
 (Расстояние между бадками 0,9 — 1 м.)

Пролет $l =$	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0 м
Ширина (высота сечения) $b/h =$	12/16	14/18	14/20	16/22	18/24	20/24	20/26	22/28 см

д) Своды. Пусть (фиг. 512):

Q в кг — равномерно распределенная нагрузка свода, включая собственный вес; H в кг — горизонтальный распор; W, h, S и l в см — размеры согласно прилагаемому чертежу.

Так как изгибающий момент не допускается, то момент в пите A равен:

$$H \cdot h - \frac{Q}{2} \cdot \frac{W}{4} = 0,$$

и горизонтальный распор $H = Q \cdot W : 8 h$ кг.

Тогда в середине свода напряжение на сжатие

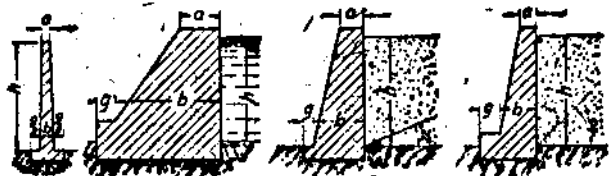
$$\sigma = H : (S \cdot l) \text{ кг/см}^2.$$

Стрела подъема h должна быть не менее 1,8 пролета W .

Расчет по вышеприведенным формулам дает мало пригодные значения, вследствие чего пользуются практическими данными согласно таблице нагрузки потолков.

§ 105. Подпорные стены.

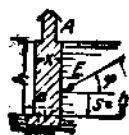
Расчет толщины подпорных стен должен производиться с особенной тщательностью. Данные для основных соотношений см. в нижеследующей таблице (фиг. 513).



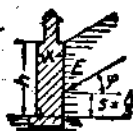
Фиг. 513.

ТАБЛИЦА ДАННЫХ ДЛЯ ПОДПОРНЫХ СТЕН.

Высота h м	Свободно стоящая стена			Вода, угол естественного откоса φ			Мокрая на- сыпь. Мокрый глинистый грунт или ра- стительная зем- ля, угол есте- ственного от- коса 22°			Сухая насыпь. Глинистый грунт, расти- тельная земля. Угол естествен- ного отко- са 45°		
	Толщина стены		Вы- ступ g	Толщина стены м		Вы- ступ g	Толщина стены м		Вы- ступ g	Толщина стены		Вы- ступ g
	на- верху a	сни- зу b		на- верху a	сни- зу b		на- верху a	сни- зу b		на- верху a	сни- зу b	
2	0,25	0,4	—	0,5	2	Только для скалистого грунта $g=0$.	0,5	1	—	0,4	0,7	—
3	0,25	0,4	—	0,7	3		0,7	1,5	—	0,5	0,8	—
4	0,25	0,5	0,2	1	4		0,8	2	—	0,5	1	—
5	0,25	0,5	0,2	1,5	5		1	2,5	—	0,6	1,2	—
6	0,4	0,7	0,4	2	6		1,2	3	0,5	0,7	1,5	0,5
7	0,4	0,7	0,4	2,5	7		1,5	3,5	0,5	0,8	1,7	0,5
8	0,4	0,8	0,4	3	8		1,8	4	0,7	0,9	2	0,6
9	0,4	1	0,5	3,4	9		2	4,5	0,8	1	3	0,7
10	0,4	1,2	0,5	4	10		2,2	5	1	1,3	3,5	1
15	—	—	—	4,5	13		2,5	7	2	1,6	4	1,5
20	—	—	—	5	15		2,7	8	4	2,0	5	2
30	—	—	—	5,5	22		3	11	6	2,2	6	5
50	—	—	—	6	40		3,5	20	8	2,4	9	7



Фиг. 514.



Фиг. 515.

Подпорными стенками называются свободно стоящие стены, с одной стороны которых имеется земля, песок, глина и т. п. Строго говоря, следует вместо угла естественного откоса φ (фиг. 514 и 515)

в расчет вводить угол трения ρ

между сыпучей массой и стенкой. В зависимости от состояния поверхности стены будет

$$\rho = 0 \text{ до } \rho = \varphi.$$

	Вода	З а с ы п к а		
		Очень мокрая	Мокрая	Сухая
$\varphi =$	0°	20°	30°	40°
$\gamma =$	1000	2000	1800	1600 кг/м^3
Фиг. 514 $E =$	$0,5\gamma \cdot h^2$	$0,25\gamma \cdot h^2$	$0,15\gamma \cdot h^2$	$0,1\gamma \cdot h^2 \text{ кг}$
Фиг. 515 $E =$	—	$0,5\gamma \cdot h^2$	$0,4\gamma \cdot h^2$	$0,3\gamma \cdot h^2 \text{ кг}$

Нижние значения для E относятся к случаю, когда поверхность засыпки образует угол φ , γ — вес 1 м^3 засыпки в кг, h — высота стенки в метрах. Точка приложения давления земли (сила E) находится на высоте

$$S = \frac{1}{3}h \text{ м.} \quad (380)$$

Пример. Мокрая засыпка по фиг. 514, высота $h = 1,3 \text{ м}$, тогда по таблице угол естественного откоса $\varphi = 30^\circ$ и давление земли $E = 0,15 \cdot 1800 \cdot 1,3^2 = 470 \text{ кг}$.

По уравн. (380): точка приложения $S = \frac{1}{3} \cdot 1,3 = 0,43 \text{ м}$.

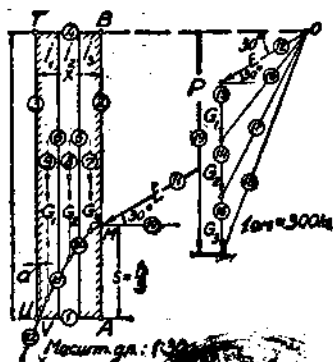
Построение плана сил. Линии, соответственно порядку их построения, последовательно пронумерованы.

1—6) Возьмем ориентировочно стену толщиной 30 см и разделим ее вертикальными плоскостями на несколько узких полос (фиг. 516). Объем каждой полосы при ширине в 1 м:

$$I_1 = I_2 = I_3 = 0,1 \cdot 1,3 \cdot 1 = 0,13 \text{ м}^3,$$

а вес ее будет:

$$G_1 = G_2 = G_3 = 0,13 \cdot \gamma_1 = 0,13 \cdot 1600 = 210 \text{ кг}$$



7—9) Точки приложения весов полосок находятся в середине этих полос.

10—11) Отложим $AM=S$ и проведем давление земли E под углом $\varphi=30^\circ$.

12—19) Веса $G_1=G_2=G_3$ и давление земли E соединяем в план сил, тогда сила P представляет вертикальную составляющую равнодействующей 18.

20—12) Проводим $11 \parallel 12$, $20 \parallel 16$, $21 \parallel 17$ и $22 \parallel 18$; тогда получим точку V , в которой направление общей равнодействующей 18 встречает линию AU основания.



Фиг. 517.

Вследствие того, что нагрузка при действии силы P эксцентрична, в расчет принимается только площадь подошвы стены шириною $3a$, где a — расстояние точки приложения силы от края стенки (фиг. 517).

Часть подошвы, проведенная тонкой линией, не испытывает никаких напряжений. Сила P кроме напряжения сжатия, вызывает еще напряжения от изгиба согласно фиг. 517. Тогда (для стены шириною в 100 см) имеем напряжение

$$\sigma = \frac{P}{3 \cdot 100 \cdot a} + \frac{P \cdot \frac{1}{2} \cdot a}{\frac{1}{6}(3a)^2 \cdot 100} = \frac{2P}{300a} \text{ кг/см}^2. \quad (381)$$

Из плана сил (фиг. 516) отмеряем $P=1020 \text{ кг}$ и $a=1,7 \text{ см}$, следовательно по уравнению (381) напряжение

$$\sigma = \frac{2 \cdot 1020}{300 \cdot 1,7} = 4 \text{ кг/см}^2.$$



Фиг. 518.

Допускаемое напряжение для очень хорошего грунта $4,5 \text{ кг/см}^2$ по § 49, табл. 5.

Если бы мы получили слишком большое значение для σ , то потребовалось бы увеличить толщину стенки x , чтобы получить большее a и затем вновь построить план сил. В виду нижеприведенных условий следовало бы принять толщину стенки в нижней ее трети 40 см ($1\frac{1}{2}$ кирпича).

Вышприведенный расчет соответствует фиг. 518. Фундамент под стенку фиг. 514 и 515 необходимо сделать несколько шире принятой толщины стены.

§ 106. Колонны.

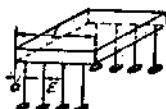
I. Определение давления на колонну.

а) Колонны для резервуаров. Пусть (фиг. 519) Q — вес содержимого + вес резервуара в кг, S — число рядов колонн, L — длина стороны резервуара над колоннами в м, Z — число колонн в одном ряду, таким образом давление на одну колонну:

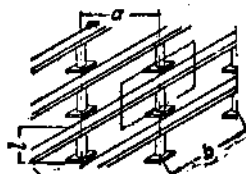
$$P = \frac{Q}{Z \cdot S} \text{ кг.} \quad (382)$$

$$\text{Расстояние } E = 2 \cdot a = \frac{L}{Z} \text{ м.} \quad (383)$$

б) Колонны для зданий (фиг. 520). Пусть: a и b — расстояние между колоннами в м, q — нагрузка на 1 м²



Фиг. 519.



Фиг. 520.

Тогда давление на колонну:

$$P = a \cdot b \cdot q \text{ кг.} \quad (384)$$

Колонна рассчитывается на продольный изгиб, принимая во внимание давление P .

II. Расчет колонн.

а) Общий расчет. Берем случай II § 55 продольного изгиба; значит, допускаемая нагрузка

$$P = \frac{10 \cdot J \cdot E}{m \cdot l^3} \text{ кг.} \quad (385)$$

Необходимый момент инерции

$$J = \frac{m \cdot P \cdot l^3}{10 \cdot E} \text{ см}^4, \quad (386)$$

где E — модуль упругости в кг/см², m — запас прочности, l — длина колонны в см.

Сечения.				
Момент инерц. $J =$	$\frac{\pi}{64} \cdot d^4$	$\frac{\pi}{64} \cdot (D^4 - d^4)$	$\frac{b^4}{12}$	$\frac{h \cdot b^3}{12} \cdot (387)$
Модуль упругости $E =$	Для дерева 120 000	чугуна ^{*)} 1 000 000	железа 2 000 000	(388)
Запас прочности $m =$	10	8 до 6 ¹⁾	6	(389)

Короткие колонны рассчитываются, кроме того, на сжатие согл. § 54, причем в расчет принимается наиболее неблагоприятная величина.

б) Полые чугунные колонны.

D см	δ см	J см ⁴	Допуск. нагрузка в тоннах при длине l ж							
			1	2	3	4	5	6	7	8
10	1	300	12	9	5	3,5	2	1	0,8	0,6
12	1,2	600	22	14	9	7	4	3	2	1,5
15	1,5	1500	30	25	15	12	8	6	4	3
17	1,7	1800	42	40	24	19	15	12	9	6
20	2	2800	56	52	45	38	26	20	15	12
22	2,2	7500	70	60	50	42	34	28	24	20
25	2,5	12000	88	80	70	60	50	42	34	28
27	2,7	17000	105	95	80	70	62	55	48	40
30	3	24000	125	125	120	110	95	80	60	50

1) По нормам УМГИ давление на грунт не должно превышать 40% временного сопротивления той породы, на которую опирается основание.

Короткие колонны ($l : D < 10$), для которых данные в таблице значения помещены слева от жирной линии, кроме того, рассчитываются на сжатие по формуле $P = F : k$, где F — поперечное сечение колонны в см^2 , а допускаемое $k = 500 \text{ кг/см}^2$ (для чугуна).

III. Основание, фундамент и капиталь колонн.

а) Фундамент (фиг. 521). Допускаемое давление для кирпичной кладки на известковом растворе

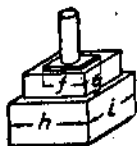
$$k = 7 \text{ кг/см}^2, \quad (390)$$

на цементном растворе

$$k = 10 \text{ кг/см}^2. \quad (391)$$

Необходимая площадь опоры:

$$f \cdot g = P : k \text{ см}^2. \quad (392)$$



Фиг. 521.

б) Грунт. Допускаемое давление зависит от качества грунта. Значения k :

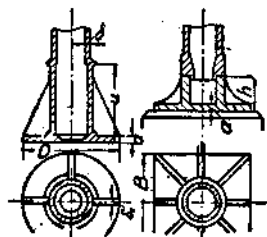
Особо твердый скалистый грунт	до 40 кг/см ²
Твердый скалистый грунт из известняка или песчаника	до 30 .
Небольшой твердости скалистый грунт	до 15 .
Глина, плотно слежавшаяся в слоях не менее 1,0 м на скалистой подпочве	до 8 .
Крупный гравий, плотно слежавшийся в слоях не менее 1,0 м	до 6 .
Плотный глинистый грунт и мергель, а также плотно слежавшийся песок	до 4 .
Плотно слегающаяся глина с примесью песка	до 3 .
Сухой, чистый, слабо уплотненный песок	до 2 .
Слабый глинистый грунт, сырой песок	до 1 .
Растительная земля и слабый, пропитанный водой илистый грунт	до 0,5 .
Необходимая площадь основания фундамента	

$$h \cdot l = P : k \text{ см}^2 \quad (393)$$

с) База или основание чугунных колонн. База состоит из плиты, которая отливается или со стержнем колонны, или отдельно. Во избежание появления вредных напряжений лучше производить отливку отдельно от стержня (фиг. 522).

НОРМАЛЬНЫЕ РАЗМЕРЫ БАЗЫ:

Нагрузка $P =$	2000	4000	9000	16 000	25 000	36 000 кг
$B =$	140	200	300	400	500	600 мм
$D =$	160	225	340	450	565	680 "
$a =$	12	15	20	26	32	38 "
$h =$	30	65	100	135	170	210 "
$\delta_1 =$	8	10	15	20	24	28 "
Число ребер $=$	4	4	6	6	8	8 "

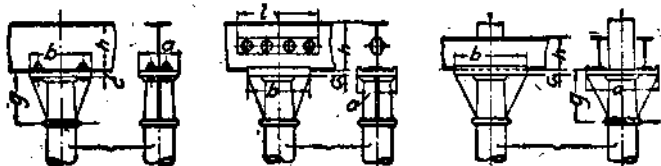


Фиг. 522.

Обычно устанавливают базу свободно на фундаменте; только в зданиях, где от действия машин или по другим причинам происходят сотрясения, необходимо предохранить плиту от бокового сдвига. Это достигается либо устройством выступов на нижней поверхности плиты, которые входят в соответствующие гнезда фундамента, либо применением фундаментных болтов и ершей.

а) Капитель колонны также часто составляет общую отливку с колонной (фиг. 523).

Соединение с балками и прогонами.



Фиг. 523.

Неразрезная балка

Стыковое соединение балок

Параллельные балки

$b = 1,2h$; $a = 0,8h$ $l = 1,8h$; $a = 0,8h$; $a \sim h$; $b \sim 1,5h$;
 $c = 0,2D$; $g \sim 2D$ $b = 1,5h$; $c = 0,2D$; $c \sim 0,2D$; $g \sim 2D$

где D — наружный диаметр колонны в см.

IV. Железные колонны.

Общепринятые профили поперечного сечения колонн, составленных из прокатного железа (фиг. 524).



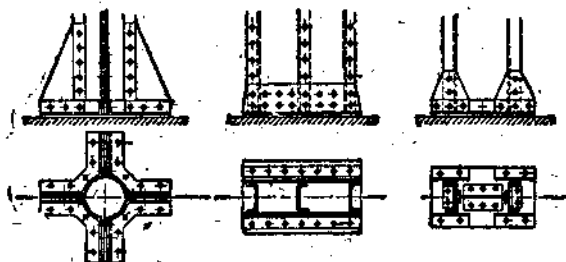
Фиг. 524.

Расчет железных колонн согласно § 106, II.

Моменты инерции J вычисляются согласно § 49, или берутся по таблицам.

Для облегчения расчета ниже приведены графики для расчета колонн.

Базы железных колонн изготавливаются большей частью из железа (фиг. 525), реже из чугуна. Относительно необходимой величины площади основания см. уравнения 390—393.



Фиг. 525.

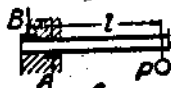
§ 107. Консольные балки и кронштейны.

I. Опорное давление консольных балок.

а) Консоли, заделанные в стену, рекомендуется опирать на особые плиты (фиг. 526).

Если x — расстояние между серединами плит в см, то наибольшее опорное давление

$$A = P \cdot \frac{l+x}{x} \text{ кг.} \quad (394)$$

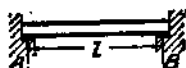


Фиг. 526.

Необходимое противодействие кирпичной кладки (реакция опоры):

$$B = P \cdot \frac{l}{x}. \quad (395)$$

б) Балки (фиг. 527). Величина опорного давления в зависимости от нагрузки, см. § 107, II.



фиг. 527.

Величина плиты (железо на песчанике) определяется тогда из необходимой площади опоры

$$f = A : k \text{ см}^2 \quad (396)$$

где A — наибольшее опорное давление в кг.

Допускаемое давление на площадь k для кладки — см. выше.

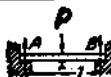
II. Изгибающие моменты.

Из указанных уже в § 59 случаев чаще всего встречаются нижеследующие:

а) Консоли.

P — сосредоточенный груз в кг Q — равномерно распределенный груз			
Изгиб. момент.	$M_b = P \cdot l$	$Q \cdot \frac{l}{2}$	$\left(P + \frac{Q}{2}\right) \cdot l \text{ кг/см.}$

б) Балки.

					
Изг. мом. $M_b =$	$P \cdot \frac{l}{4}$	$P \cdot \frac{m \cdot n}{l}$	$Q \cdot \frac{l}{8}$	$P \cdot m \text{ кг/см}$	
Опорное давление	$\left\{ \begin{array}{l} A = \\ B = \end{array} \right.$	$\begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot P \\ \frac{1}{2} \cdot P \end{array}$	$\begin{array}{l} P \cdot \frac{n}{l} \\ P \cdot \frac{m}{l} \end{array}$	$\begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot Q \\ \frac{1}{2} \cdot Q \end{array}$	$\begin{array}{l} P \text{ кг} \\ P \text{ кг} \end{array}$

Опасные сечения отмечены I.

III. Напряжения и допускаемая нагрузка балок.

а) Основные расчетные формулы на прочность:

Напряжение

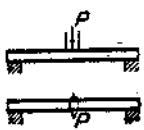
$$\sigma_b = M_b : W \text{ кг/см}^2. \quad (397)$$

Необходимый момент сопротивления

$$W = M_b : k_b \text{ см}^3. \quad (398)$$

Допускаемый момент изгиба

$$M_b = W \cdot k_b \text{ кгсм}. \quad (399)$$

Материал	Чугун	Железо	Дерево	
Допускаемое напряж. $k_b =$ {	— —	1 200 900	100 60	

Верхние значения действительны для спокойной нагрузки, нижние — для нагрузки с сотрясениями, напр., при подвешивании на тросах и т. п.

б) Моменты сопротивления W в см^3 общеупотребительных поперечных сечений ¹⁾.

Направление силы размеру h		Высота h балки в см								
Попер. сечение	W	5	10	15	20	25	30	35	40	45
	$\frac{\pi}{32} \cdot h^3$	12,3	98	331	785	1534	2651	4209	6283	8946
	$\frac{1}{8} h^3$	21	166	560	1336	2600	4500	7200	10670	15000
	$\frac{1}{12} h^3$	10,5	83	280	668	1300	2250	3600	для $b = \frac{1}{2} h$	
	из	—	36	—	—	—	—	—	—	—
	таб- лиц.	—	—	—	—	—	—	—	—	—

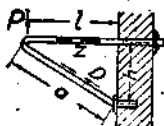
¹⁾ Указанные в таблице величины W даны здесь в виде контрольных цифр, так как при взятии W из справочных таблиц происходят самые невероятные ошибки.

Для промежуточных значений нужно пользоваться справочными таблицами или же формулами согласно § 49.

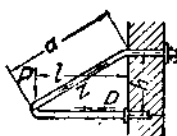
Пример. Для I и II см. сортамент ОСТ.

IV. Кронштейны.

а) Кронштейны из прокатного железа. Согнутое полосовое или квадратное железо. Размеры в см (фиг. 528 и 529).



Фиг. 528.



Фиг. 529.

В верхнем стержне растяжение	$Z = P \cdot \frac{l}{h}$	$Z = P \cdot \frac{a}{h}$
В нижнем стержне сжатие	$D = P \cdot \frac{a}{h}$	$D = P \cdot \frac{l}{h}$

Для растяжения необходимое поперечное сечение

$$f = Z : k_2 \text{ см}^2.$$

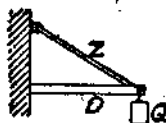
На продольный изгиб необходим момент инерции

$$J = \frac{m \cdot D \cdot l^3}{10 \cdot E} \text{ см}^4.$$

Допускаемое напряжение $k_2 = 900 \text{ кг/см}^2$.

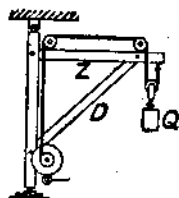
Запас прочности $m = 6$.

Для J берут наименьший момент инерции, согласно § 50.



Фиг. 530.

В кронштейнах вышеуказанной конструкции верхняя часть a наиболее обеспечивает выпучивания, если $h = \sqrt{0,5 \cdot l} = 0,71 \cdot l$.



Фиг. 531.

Вышеприведенные уравнения для J и f применимы также и для кронштейнов, показанных на фиг. 530 и 531 и т. п.

б) Пустотелая и ребристая отливка. Кронштейны для

подшипников и т. п. (расчет аналогично консолям), фиг. 532 и 533.

Изгибающий момент $M_b = P \cdot l$ кгсм.

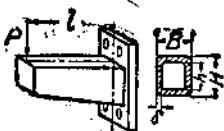
Напряжение $\sigma_b = M_b : W$ кг/см².

Необходимый момент сопротивления

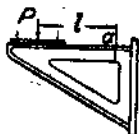
$W = M_b : k_b$ см³.

Допускаемое напряжение k_b согл. § 49.

Момент сопротивления, согл. § 50.



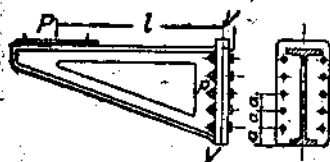
Фиг. 532.



Фиг. 533.

с) Расчет болтов для кронштейна. Пусть: l — число болтов каждого горизонтального ряда (для-фиг. 534, следовательно $l=2$),

z — число болтов каждого вертикального ряда (для того же рисунка $z=5$),



Фиг. 534.

a — расстояние между болтами в см.

Верхний выступ V предохраняет болты от среза.

Болты верхнего горизонтального ряда испытывают наибольшее напряжение. Пусть p — нагрузка в кг, которая приходится на каждый болт.

Если нижний край кронштейна принять за центр вращения, то уравнение моментов имеет следующий вид:

$$p \cdot z \cdot a + p \cdot \frac{(z-1) \cdot a}{z \cdot a} \cdot (z-1) \cdot a + p \cdot \frac{(z-2) \cdot a}{z \cdot a} \cdot (z-2) \cdot a + \dots = \frac{1}{l} \cdot P \cdot l. \quad (400)$$

или ¹⁾

$$p \cdot \frac{a}{z} \cdot [z^2 + (z-1)^2 + (z-2)^2 + \dots] = \frac{1}{l} \cdot P \cdot l. \quad (401)$$

откуда

$$\frac{p \cdot a}{z} \cdot \frac{z \cdot (z+1) \cdot (2z+1)}{6} = \frac{1}{l} \cdot P \cdot l. \quad (402)$$

¹⁾ Соответствующее образование ряда см. § 6.

Значит, наибольшая нагрузка на болт:

$$p = \frac{6 \cdot P \cdot l}{l \cdot a (z+1) \cdot (2z+1)} \text{ кг.} \quad (403)$$

Для фиг. 534

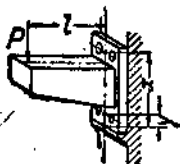
$$l=2, \quad z=5;$$

тогда

$$p = \frac{P \cdot l}{22 \cdot a} \text{ кг.}$$

Неравномерное расстояние между болтами (фиг. 535).

Пусть p — нагрузка на один болт верхнего ряда, p_1 — нагрузка на один болт нижнего ряда. Уравнение моментов:



$$\frac{1}{l} \cdot P \cdot l = p \cdot x + p_1 \cdot y.$$

Отсюда

Фиг. 535.

$$P \cdot l = l \cdot p \cdot x + l \cdot p_1 \cdot y.$$

Так как y в сравнении с x весьма мало, то можно принять $y=0$.

Тогда

$$P \cdot l = l \cdot p \cdot x,$$

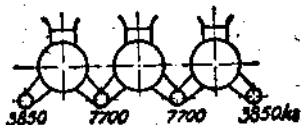
следовательно

$$p \sim \frac{P \cdot l}{l \cdot x} \text{ кг.} \quad (404)$$

Для фиг. 535 $l=2$, ибо в горизонтальном ряду имеется 2 болта. Все размеры в см.

ЗАДАЧИ К §§ 106 и 107.

363. Железные колонны вертикальных машин. Насос с тремя паровыми цилиндрами диаметром $D=57$ см и ходом поршня $=600$ мм (фиг. 536) установлен с одной стороны на 4 колоннах указанных на фиг. 537 размеров. Давление пара (манометрическое) 6 атм.



Фиг. 536.

Определить: 1. Наибольшее давление в кг в одном цилиндре.

2. Расчетную нагрузку на одну колонну в кг.

3. Момент инерции поперечного сечения колонны в см⁴.

4. Модуль упругости для железа.

5. Запас прочности.

6. Технически допустима ли установка?

Решение. 1. Наибольшее давление в цилиндре

$$P_0 = \frac{\pi}{4} \cdot 57^2 \cdot 6 = 15\,370 \text{ кг.}$$

2. В данном случае имеем наибольшую нагрузку на колонну:

$$P = \frac{1}{2} \cdot 15\,370 = 7700 \text{ кг.}$$

3. Средний диаметр колонны

$$\frac{13,5 + 15}{2} = 14,2 \text{ см.}$$

Момент инерции

$$J = \frac{\pi}{64} \cdot 14,2^4 = 2150 \text{ см}^4.$$

4. Модуль упругости для железа

$$E = 2\,050\,000 \text{ кг/см}^2.$$

5. Запас прочности

$$m = \frac{10 \cdot 2150 \cdot 2\,050\,000}{7700 \cdot 340^3} \sim 50.$$

6. Установка допустима, так как для железа допускается

$$m = 6.$$

363а. То же для $D = 104 \text{ см.}$

864. Полые колонны для резервуаров. Нагрузка $Q = 55\,000 \text{ кг}$ распределена равномерно. Резервуар подпирается двумя рядами круглых чугунных колонн по $Z = 4$ в каждом, всего 8 колонн. Длина $L = 8 \text{ м}$ (фиг. 538).



Фиг. 538.

Определить:

1. Расстояние E в м.

2. Размер a в м.

3. Нагрузку каждой колонны в кг.

4. Диаметр и толщину стенки колонн, при длине их в 4 м.

Решение. 1. Каждая колонна должна испытывать одинаковую нагрузку: поэтому расстояние

$$E = \frac{L}{Z} = \frac{8}{4} = 2 \text{ м.}$$



Фиг. 537.

2. Тогда:

$$a = \frac{E}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ м.}$$

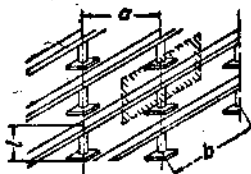
Можно считать также:

$$a = \frac{L}{2 \cdot Z} = \frac{8}{2 \cdot 4} = 1 \text{ м.}$$

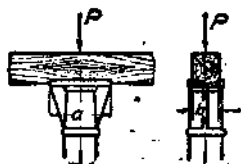
3. На каждый ряд колонн приходится груз $\frac{Q}{2}$; следовательно на каждую колонну приходится $\frac{55\,000}{2 \cdot 4} \sim 7000 \text{ кг.}$

4. Для $P = 7000 \text{ кг}$ и длины колонны 4 м диаметр будет $D = 12 \text{ см}$ и толщина стенок $\delta = 1,2 \text{ см.}$

364а. То же — при $Q = 11\,000 \text{ кг}$, $S = 3$, $Z = 8$, $L = 16 \text{ м.}$



Фиг. 539.



Фиг. 540.

365. Чугунные колонны для помещения склада. Прогонь деревянные. Пусть $a = 3,5 \text{ м}$, $b = 3 \text{ м}$, равномерно распределенная нагрузка $q = 6000 \text{ кг/м}^2$ (фиг. 539).

Определить:

1. Нагрузку на каждую колонну в кг.
2. Диаметр и толщину стенок колонны.
3. Необходимую площадь опоры чугунной капители в см^2 .
4. Длину капители, если ширина прогона 26 см.

Решение. 1. Для равномерно распределенной нагрузки имеем (фиг. 540): давление на колонну

$$P = a \cdot b \cdot q = 3,5 \cdot 3 \cdot 6000 = 63\,000 \text{ кг.}$$

2. Для $P = 63$ тонны и высоты 4 м имеем:

$$D \sim 25 \text{ см, } \delta = 2,5 \text{ см.}$$

3. Допускаемое напряжение (для сосны) $k = 60 \text{ кг/см}^2$, следовательно площадь опоры

$$\frac{P}{k} = \frac{63\,000}{60} = 1050 \text{ см}^2.$$

4. При ширине прогона = 26 см длина капителя будет:

$$\frac{1050}{26} = 40 \text{ см.}$$

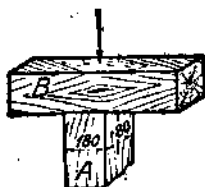
365а. То же при $a = 4 \text{ м}$, $b = 2,5 \text{ м}$, $Q = 12\,000 \text{ кг}$.

366. Прогон. Прогон В подпирается столбом А ($18 \times 18 \text{ см}$) и испытывает нагрузку $P = 10\,400 \text{ кг}$ (фиг. 541).

Не произойдет ли вдавливание торца столба в прогон?

Решение. Напряжение на сжатие =
 $\frac{\text{нагрузка в кг}}{\text{попер. сеч. колонны в см}^2}$

т. е. $\frac{10\,400}{18 \cdot 18} = \frac{10\,400}{324} = 32 \text{ кг/см}^2.$

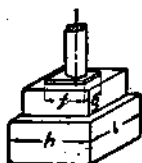


Фиг. 541.

Такое напряжение допустимо, так что вдавливания не произойдет (табл. 4, § 49).

366а. То же при сечении столба $24 \times 24 \text{ см}$.

367. База колонны и фундамент. Определить для колонны, упомянутой в задаче 364 (значит, для $P = 7\,000 \text{ кг}$), размеры плиты и фундамента (фиг. 542).



Фиг. 542.

1. Допускаемое давление для кирпичной кладки в кг/см^2 .

2. Необходимую площадь опоры в см^2 .

3. Размер квадратной плиты (башмака).

4. Площадь фундамента в см^2 .

5. Длину сторон квадрата.

Решение. 1. Допускаемое давление для кирпичной кладки на известковом растворе $k = 7 \text{ кг/см}^2$.

2. Площадь опорной плиты

$$f \cdot g = \frac{P}{k} = \frac{7\,000}{7} = 1\,000 \text{ см}^2.$$

3. Для квадратного основания:

$$f = g \sim 32 \text{ см, толщина плиты } \delta = 15 \text{ мм.}$$

4. Допускаемое давление на грунт

$$k = 2,5 \text{ кг/см}^2.$$

Площадь основания фундамента

$$h \cdot l = 7\,000 : 2,5 = 2\,800 \text{ см}^2.$$

5. Сторона квадрата фундамента

$$h = i = \sqrt{2800} \sim 53 \text{ см}^2.$$

367а. То же при $P = 14\,000 \text{ кг}$.

368. Двутавровая балка, заделанная одним концом, с расчетным вылетом $l = 250 \text{ см}$, подвергается изгибу силой $P = 1360 \text{ кг}$. Расстояние опорных плит $x = 25 \text{ см}$ (фиг. 543).

Определить: 1. Изгибающий момент M_b в кг/см .

2. Допускаемое напряжение k_b в кг/см^2 .

3. Момент сопротивления W в см^3 и I нормальный I профиль.

4. Высоту требуемого двутаврового жезла в см .

5. Реакцию опоры A в кг .

6. Величину подкладок.

Решение. 1. Если рассматривать l как длину свешивающегося конца, то изгибающий момент $M_b = 1360 \cdot 250 = 340\,000 \text{ кг/см}$.

2. Для переменной нагрузки (тали и т. д.) берем допускаемое напряжение $k = \frac{2}{3} \cdot 1200 = 800 \text{ кг/см}^2$.

3. Необходимый момент сопротивления

$$W = \frac{340\,000}{800} = 425 \text{ см}^3.$$

4. Выбираем профиль № 28 с $W_x = 491 \text{ см}^3$, значит, высота $h = 28 \text{ см}$.

$$5. A = 1360 \cdot \frac{250 + 28}{28} \sim 13\,500 \text{ кг}.$$

6. Допускаемое напряжение на давление для кирпичной кладки на цементном растворе $k = 10 \text{ кг/см}^2$.

Следовательно площадь опоры:

$$q = \frac{A}{k} = \frac{13\,500}{10} = 1350 \text{ см}^2.$$

369. Какие выводы можно сделать из предыдущей задачи относительно размера x ?

Решение. Размер x должен быть как можно больше; тогда плиты будут меньше и необходимое давление

$$B = P \cdot \frac{l}{x}$$

будет также меньше.

370. Пусть на консоль в предыдущей задаче (значит, при $l=250$ см, $h=28$ см) действует сосредоточенный на конце груз $P=900$ кг + равномерно распределенная нагрузка

$$Q=500 \text{ кг.}$$

Определить: 1. Изгибающий момент в кгсм.

2. Момент сопротивления балки № 28 в см³.

3. Сопротивление изгибу σ_b в кг/см².

Решение. 1. Изгибающий момент

$$M_b = \left(900 + \frac{500}{2} \right) \cdot 250 = 290\,000 \text{ кгсм.}$$

2. Момент сопротивления

$$W = 491 \text{ см}^3.$$

3. Сопротивление изгибу

$$\sigma_b = \frac{290\,000}{491} \approx 600 \text{ кг/см}^2.$$

370а. То же при $l=150$ см, I № 30, $P=1800$ кг, $Q=1000$ кг.

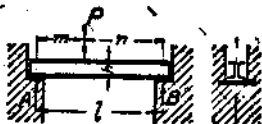
371. Балка из швеллеров (коробчатое железо)

На балку из двух швеллеров № 20 действует сосредоточенный груз $P=900$ кг (фиг. 514).

Расстояние $m=250$ см

$n=350$ см

Определить напряжение швеллера и необходимую площадь опоры в кирпичной кладке.



Фиг. 514.

1. Реакция опоры A в кг.

2. Реакция опоры B в кг.

3. Изгибающий момент в кг/см.

4. Момент сопротивления швеллера в см³.

5. Сопротивление изгибу в кгсм².

6. Допустимо ли это?

7. Допускаемое давление на кладку в кг/см².

8. Необходимая площадь опоры подкладки.

Решения. 1. Реакция опоры

$$A = 900 \cdot \frac{350}{350 + 250} = 525 \text{ кг.}$$

2. Реакция опоры

$$B = 900 \cdot \frac{250}{350 + 250} = 375 \text{ кг.}$$

3. Изгибающий момент

$$M_b = A \cdot m = 525 \cdot 250 \approx 130\,000 \text{ кгсм.}$$

4. Момент сопротивления

$$W = 2 \cdot 202 = 404 \text{ см}^3 \text{ (см. сортамент ОСТ).}$$

5. Напряжение

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{130\,000}{404} = \text{ок. } 322 \text{ кг/см}^2.$$

6. Допустимо. При спокойном действии нагрузки

$$k_b = 1000 \text{ кг/см}^2.$$

7. Допускаемое давление на кладку на цементном растворе

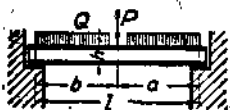
$$k = 10 \text{ кг/см}^2.$$

8. Необходимая площадь опоры

$$q = \frac{A}{k} = \frac{525}{10} = 53 \text{ см}^2.$$

371а. То же при $P = 1800 \text{ кг.}$

372. Прогон. Пролет $l = 10 \text{ м}$, равномерно распределенная нагрузка $Q = 2700 \text{ кг}$, нагрузка от колонны $P = 2700 \text{ кг}$. Двутавровая балка № 30 (фиг. 545).



Фиг. 545.

Определить напряжение и стрелу прогиба.

Ход расчета. Определить:

1. Изгибающий M_b в кгсм , если $a = b$.
2. Момент сопротивления в см^3 .
3. Напряжение в кгсм^2 .
4. Допустимо ли оно?
5. Прогиб балки в см .

Решение. 1. Изгиб. момент

$$M_b = \frac{Q \cdot l}{8} + \frac{P \cdot l}{4} = \frac{2700 \cdot 1000}{8} + \frac{2700 \cdot 1000}{4} = 1\,000\,000 \text{ кг/см.}$$

2. Момент сопротивления $W = 502 \text{ см}^3$.

3. Сопротивление изгибу

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{1\,000\,000}{592} \sim 1690 \text{ кг/см}^2.$$

4. Не допустимо. Для железа

$$k_b = 1000 \text{ кг/см}^2.$$

5. Из сортамента: момент инерции $I = 8881 \text{ см}^4$.

Модуль упругости $E = 2\,050\,000 \text{ кг/см}^2$.

Для $a = b = 0,5 l$ имеем:

Стрелу прогиба

$$f = \left(2700 + \frac{1,25}{2} \cdot 2700 \right) \cdot \frac{1000^3}{48 \cdot 8881 \cdot 2\,050\,000} \cong 4,8 \text{ см};$$

$$\frac{f}{l} = \text{около } \frac{1}{200}.$$

VI. ГИДРАВЛИКА.

§ 108. Общие понятия. Гидравлический пресс. Аккумулятор.

а) Жидкости сжимаются лишь весьма мало и в технических расчетах считаются неупругими. Уменьшение объема жидкости вследствие повышения давления на нее на 1 атм. называется *коэффициентом сжатия*, который для давления до 500 атм. равен приблизительно:

$$\text{для воды } \frac{45}{10^6} = 0,000045; \text{ для ртути } 0,000003;$$

для алкоголя 0,000008.

Чем выше давление, тем меньше коэффициент сжатия.

Пример. Большой паровой котел, емкостью в 18 м³, целиком наполнен водою. При испытании на 15 атм. давления нужно было бы добавить еще $18\,000 \cdot 0,000045 \cdot 15 = 12,2$ литров воды. В действительности пришлось бы добавить гораздо больше, вследствие расширения стенок сосуда.

б) Давление на жидкость передается в ней равномерно по всем направлениям (фиг. 546) (закон Паскаля). Давление, приходящееся на единицу поверхности, называется *удельным давлением* и измеряется в атмосферах или в метрах водяного столба, причем 10 м водяного столба соответствуют 1 атм.



Фиг. 546.



Фиг. 547.

с) Давление жидкости на поверхность стенок прямо пропорционально величине последних. Это легче всего уяснить себе на примере с двумя поршнями различного сечения, производящими давление на жидкость. Вообще имеем (фиг. 547):

$$Q : q = F : f. \quad (405)$$

Если меньший поршень (площадь f) производит на жидкость давление q кг, то другой поршень поднимается с силой

$$Q = q \cdot (E : f) \text{ кг.} \quad (406)$$

$$\text{Давление воды } p = \frac{Q}{F} = \frac{q}{f} \text{ атм.} \quad (407)$$

F и f площади в см^2 ; Q и q давления в кг.

Пример. Чтобы на площадь $F = 210 \text{ см}^2$ произвести давление в 12 000 кг, необходимо усилие:

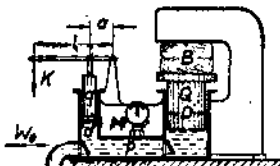
$$p = \frac{12\,000}{210} = 57 \text{ атм.}$$

Открытие этого закона привело к изобретению гидравлического пресса (в 1794 г.).

д) Гидравлический пресс (фиг. 548) применяется в тех случаях, когда нужно получить высокое давление, напр.: при прессовании хлопка, семя, угля; выжимании масла из семян растений; подъеме груза; испытании цепей и строительных материалов, а также в других случаях.

Кроме уравнений 406 — 407, мы имеем также следующие зависимости:

для малого поршня (ручной насос)



Фиг. 548.

$$k \cdot l = q \cdot a = \frac{\pi}{4} d^2 \cdot p \cdot a \quad (408)$$

давление на поршень пресса

$$Q = \frac{\pi}{4} D^2 \cdot p = k \cdot \frac{l}{a} \cdot \frac{D^2}{d^2} \text{ кг.} \quad (409)$$

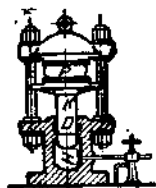
Все размеры в см.

Пресс с аккумулятором см. п. е.

Пример: $k = 20$, $l : a = 8$, $D : d = 6$ получается.

$$Q = 20 \cdot 8 \cdot 6^2 = 5760 \text{ кг.}$$

е) Аккумулятор служит для сохранения воды под высоким давлением и применяется на металлургических заводах (80 атм. давления), для гидравлических подъемных кранов, для коловых прессов, в маслобойном деле (200 атм.) и т. д. (фиг. 549 и 550).



Фиг. 549.



Фиг. 550.

Посредством насоса вода нагнетается в цилиндр, нагруженный кладкой или металлическим грузом, где она сохраняется и по мере необходимости расходуется.

* Вес необходимого груза

$$G = \frac{\pi}{4} D^2 \cdot p \text{ кг} \quad (410)$$

$$\text{Объем воды} = \underbrace{\frac{\pi}{4} D^2 \times \text{ход поршня, в м.}}_{\text{д.м.}} \quad (411)$$

Пример: $D = 500 \text{ мм}$, $p = 80 \text{ атм.}$ необходимо

$$G = \frac{\pi}{4} \cdot 50^2 \cdot 80 = 157\,000 \text{ кг.}$$

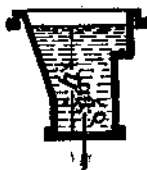
При высоте подъема поршня $2,1 \text{ м}$

$$\text{объем воды} = \frac{\pi}{4} 5^2 \cdot 21 = 412 \text{ л.}$$

§ 109. Давление жидкости на стенки открытого сосуда.

Давление на отдельные части площади горизонтального дна сосуда везде одинаково; давление же на боковые стенки возрастает с увеличением глубины погружения (фиг. 551 и 552).

Если вообразить себе все эти параллельные силы давления сосредоточенными в одну равнодействующую, то точка приложения таковой будет лежать глубже центра тяжести поверхности боковой стенки и называется центром давления; в этой точке необходимо боковую стенку подпереть, если желательно таким способом поддерживать равновесие.



Фиг. 551.
Горизонтальное дно.



Фиг. 552.
Наклонное дно.

а) Дно сосуда. Давление на дно сосуда не зависит от формы или угла наклона боковых стенок сосуда.

Давление на горизонтальное дно равно

$$\gamma \cdot f \cdot h \text{ кг}, \quad (412)$$

где

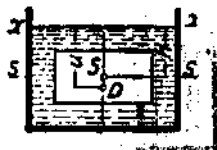
f — площадь дна в м^2 ,

h — высота давления в м .

Пример: Площадь дна $1,8 \text{ м}^2$, $h = 6,2 \text{ м}$, удельный вес жидкости $0,81$, следовательно, $\gamma = 810 \text{ кг/м}^3$. Давление на дно равняется $810 \cdot 6,2 \cdot 1,8 = 9000 \text{ кг}$.

При наклонном дне центр давления лежит несколько ниже центра тяжести S площади дна (фиг. 552), так как давление жидкости на половину дна S_y больше, чем на половину S_x . В этом случае величина u , нормальное давление N , вертикальное давление V и горизонтальное давление P вычисляются как для боковых стенок.

в) Боковые стенки сосуда. Центр давления D лежит всегда глубже центра тяжести S поверхности, испытывающей давление (фиг. 553).



Фиг. 553.

Если J_x момент инерции, отнесенный к оси, проходящей в плоскости уровня воды, J_s момент инерции относительно оси, проходящей через центр тяжести поверхности, тогда:

$$J_x = J_s + F \cdot h^2. \quad (413)$$

$$u = \frac{J_s + F \cdot h^2}{F \cdot h} = \frac{J_s}{F \cdot h} + h. \quad (414)$$

Здесь также всегда давление на поверхность

$$P = \gamma \cdot F \cdot h \text{ кг}, \quad (415)$$

где F поверхность в м^2 , испытывающая давление; h высота напора до центра тяжести в м , u высота уровня воды над центром давления D в м .

с) Для наиболее часто встречающихся форм плоских поверхностей имеем:

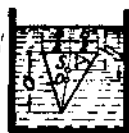


прямоугольник $F = a \cdot b \text{ м}^2$;

$$v = \frac{a}{2}; u = h + \frac{(a^2 : h)}{12};$$

$$\text{при } h = u \text{ } u = \frac{2a}{3}.$$

(416)



Треугольник $F = \frac{a \cdot b}{2};$

$$y = \frac{a}{3}; u = h + \frac{(a^2 : h)}{18} \quad (417)$$

при $h = y$ $u = \frac{a}{2}.$

Треугольник

$$F = \frac{a \cdot b}{2};$$

$$y = \frac{2a}{3}; u = h + \frac{(a^2 : h)}{18}; \quad (418)$$

при $h = y$ $u = \frac{3a}{4}.$

Круг

$$F = r^2 \cdot \pi;$$

$$u = r + \frac{(r^2 : h)}{4} \quad (419)$$

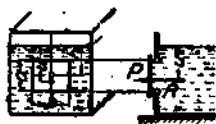
при $h = r$ $u = \frac{5r}{4}.$

Применение уравнений 412 — 415.

д) Вертикальная прямоугольная стенка (фиг. 554).

$$P = \gamma \cdot a \cdot b \cdot h \text{ кг.} \quad (420)$$

$$h = \frac{1}{2} a; u = \frac{3}{8} a. \quad (421)$$



Фиг. 554.

Фиг. 555.

Опрокидывающий момент относительно R :

$$M = P \cdot (a - u) = \frac{1}{8} \cdot P \cdot a. \quad (422)$$

Пример: $a = 4,2 \text{ м}; b = 5,4 \text{ м}.$ Получаем $h = \frac{1}{2} \cdot 4,2 = 2,1 \text{ м}$

$$P = 1000 \cdot 4,2 \cdot 5,4 \cdot 2,1 = 47\ 600 \text{ кг.}$$

$$\text{Момент } M = 47\ 600 \cdot \frac{1}{8} \cdot 4,2 = 65\ 800 \text{ кг.}$$

е) Отверстие в стенке (фиг. 555).

$$P = \gamma \cdot a \cdot b \cdot h \text{ кг.} \quad (423)$$

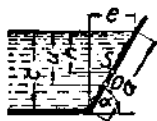
$$u = h + \frac{1}{12} \cdot (a^2 : h). \quad (424)$$

Опрокидывающий момент относительно R :

$$M = P \cdot (h + \frac{1}{2} a - u); \quad (425)$$

с увеличением h величина u приближается к h .

б) Наклонные боковые стенки. Для определения центра давления и центра тяжести плоскости, испытывающей давление, имеем здесь также (фиг. 556, 557)



Фиг. 556.



Фиг. 557.

$$h = \frac{1}{2} c; u = \frac{1}{3} c. \quad (426)$$

г) Горизонтальное давление на наклонную плоскость равняется весу столба жидкости, с основанием, равным

проекции наклонной плоскости на вертикальную, и высотой, равной глубине погружения центра тяжести наклонной плоскости (фиг. 558, 559).

Для прямоугольной боковой стенки:

$$P = \gamma \cdot c \cdot b \cdot h \text{ кг.}^1) \quad (427)$$

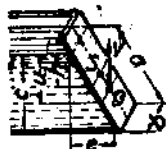
Пример: $c = 3,6 \text{ м}$, $b = 4,3 \text{ м}$, $h = 1,8 \text{ м}$. Для воды $P = 1000 \cdot 3,6 \cdot 4,3 \cdot 1,8 = 28\,000 \text{ кг}$.

в) Вертикальное давление на наклонную плоскость равняется весу столба жидкости, с основанием, равным

проекции наклонной плоскости на горизонтальную, а высота равна глубине погружения центра тяжести наклонной плоскости (фиг. 560, 561).



Фиг. 560.



Фиг. 561.

Для прямоугольной боковой стенки:

$$V = \gamma \cdot e \cdot b \cdot h \text{ кг.} \quad (428)$$

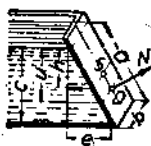
д) Нормальное давление (перпендикулярное к наклонной

¹⁾ Все размеры в метрах; для воды $\gamma = 1000 \text{ кг/м}^3$.

плоскости равняется весу столба жидкости, с основанием, равным площади наклонной плоскости, а высота равна глубине погружения центра тяжести последней (фиг. 562, 563).



Фиг. 562.



Фиг. 563.

Для прямоугольной боковой стенки нормальное давление:

$$N = \gamma \cdot a \cdot b \cdot h \text{ кг.} \quad (429)$$

Пример: $a \cdot b = 17,2 \text{ м}^2$, $h = 5,4 \text{ м}$; для керосина с уд. в. $= 0,79$, $\gamma = 790 \text{ кг/м}^3$, $N = 790 \cdot 17,2 \cdot 5,4 = 73\,500 \text{ кг}$.

§ 110. Основные уравнения для бокового давления и точки его приложения.

а) Боковое давление на плоскую вертикальную или наклонную стенку (фиг. 564).

$F \text{ м}^2$ площадь вертикальной или наклонной стенки, испытывающей давление;

ΔF элементарная площадка, выделенная из площади F ;

$y \text{ м}$ вертикальное расстояние площадки ΔF от поверхности уровня;

$\gamma \text{ кг/м}^3$, вес 1 м^3 жидкости (для воды $\gamma = 1000$).

Нормальное давление

$$N = \gamma \cdot \sum y \cdot \Delta F = F \cdot h \cdot \gamma \text{ кг,} \quad (430)$$

где $h \text{ м}$ вертикальное расстояние центра тяжести площади F от уровня воды.

б) Точка приложения нормального давления. Расстояние до этой точки от горизонта воды:

$$l_d = \frac{\sum F \cdot \Delta F}{F \cdot (h \sin \alpha)} = \frac{J_s}{F \cdot l_s} + l_s \text{ м,} \quad (431)$$

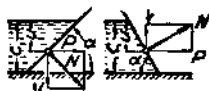
где $J_s \text{ м}^4$ момент инерции площади, испытывающей давление, относительно горизонтальной оси, проходящей через центр тяжести площади F .

Из уравнений 430 и 431 не трудно вывести формулы для круглого сечения с диаметром d и для прямоугольного сечения длиной a и шириной b .

е) Величину отдельных сил можно выразить также посредством угла наклона стенки сосуда к горизонтали (фиг. 565), а именно:

Нормальное давление

$$N = \frac{V}{\cos \alpha} = \frac{P}{\sin \alpha} \text{ кг.} \quad (431a)$$

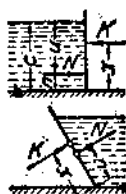


Фиг. 565.

Горизонтальное давление

$$P = V \cdot \operatorname{tg} \alpha = N \cdot \sin \alpha \text{ кг.} \quad (431b)$$

Вертикальное давление



Фиг. 566

$$V = \frac{P}{\operatorname{tg} \alpha} = N \cdot \cos \alpha \text{ кг.} \quad (432)$$

а) Подпирание стенок сосуда. Если для уравновешения нормального давления N стенка подпирается силой k , то имеем равенство моментов (фиг. 566)

$$N \cdot n = k \cdot x. \quad (433)$$

(Для прочности боковых стен желательно, чтобы точки приложения сил N и k совпадали, т. е. чтобы $x = n$; тогда и $k = N$.)

§ 111. Подъемная сила жидкости. Поплавков. Удельный вес.

а) Подъемной силой жидкости называется сила, которая стремится поднять погруженное в жидкость тело и равняется весу вытесненной телом жидкости (фиг. 567).

V объем тела, погруженного в жидкость в литрах,

γ удельный вес жидкости,

тогда подъемная сила жидкости равна $V \cdot \gamma$, (434)

G (вес тела) производит давление вниз, для состояния равновесия (полное погружение) плавающего тела должно быть поэтому

$$V \cdot \gamma = G; V = G : \gamma; \quad (435)$$

следовательно для плавающего тела:

$$V > G : \gamma$$

для тонущего тела

$$V < G : \gamma.$$



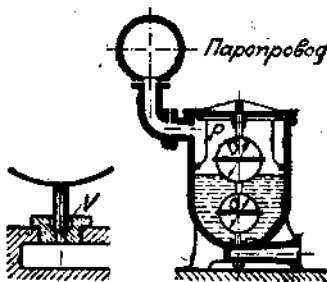
Фиг. 567.

Точка приложения подъемной силы лежит в центре тяжести вытесненной жидкости.

б) Поплавок применяется как указатель высоты уровня жидкости в сосудах (фиг. 568), а также в соединении с сигнальными аппаратами или с клапанами (фиг. 569), напр. сток конденсационной воды при машинах, работающих давлением водяного столба (в шахтах) и в прочих случаях.



Фиг. 568.



Фиг. 569.

Здесь применимы уравнения 434 и 435, если V объем поплавка в литрах и G его вес.

Если требуется, чтобы поплавок погружался только на половину, то должно быть



Фиг. 570.

$$V = 2 \frac{G}{\gamma} \quad (436)$$

Пример (фиг. 570).

Деревянный цилиндр $d = 8,8$ см весит 0,9 кг. Как глубоко погрузится тело в керосин удельного веса 0,79?

Объем жидкости

$$\frac{\pi}{4} d^2 \cdot e = G : \gamma.$$

Глубина погружения

$$e = \frac{0,9}{0,79 \cdot \frac{\pi}{4} 0,88^2} = 1,9 \text{ дм} = 19 \text{ см.}$$

с) Удельный вес. Тело, погруженное в жидкость, теряет в весе столько, сколько весит вытесненная им жидкость.¹⁾

¹⁾ Закон Архимеда.

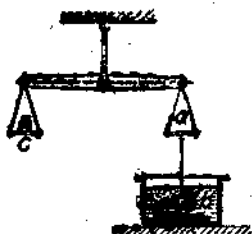
На этом основано определение удельного веса тела, т. е. числа, указывающего, во сколько раз тело тяжелее воды, взятой в том же объеме:

$$\text{удельный вес } \gamma = \frac{\text{вес тела}}{\text{вес вытесненной воды}} = \frac{G}{V}. \quad (437)$$

Опыт. К чашке весов *a* (фиг. 571) подвешивается кусок железа *b*, а на чашку *c* кладутся гири до тех пор, пока не наступит равновесие (напр., 150 г).

Затем под висящий кусок железа подставляют сосуд с водою таким образом, чтобы железо целиком погрузилось в воду. Тогда сейчас же опустится чашка *c*. Для восстановления равновесия необходимо положить на чашку *a* некоторый груз (напр. 20 г).

Удельный вес железа получается путем деления веса гирь на чашке *c* на вес гирь, положенных на чашку *a* (напр. $150 : 20 = 7,5$).



Фиг. 571.

1. Твердые тела¹⁾.

Асбест.....	2,1—2,8
Алюминий химически чистый.....	2,6
Алюминиевая бронза.....	7,7
Асфальт.....	1,3
Баббит.....	7,1
Бетон.....	1,8—2,45
Бронза с содержанием 8—14% олова.....	7,4—8,9
Гипс.....	1—1,81
Гранит.....	2,5—3
Дерево: бук, ясень (свежие).....	0,75
„ черное дерево сухое.....	1,25
„ дуб сухой.....	0,7—1
„ пихта сухая.....	0,35—0,6
„ сосна, ель сухие.....	0,3—0,75
Железо литее.....	7,85
„ ковачное.....	7,9
„ сварочное.....	7,6—7,8

¹⁾ Числовые данные соответствуют весу в кг/дм³.

Золото.....	19,3
Известь обожженная.....	2,8
„ гашеная.....	1,25
Кирпич.....	1,4—1,6
„ клинкер.....	1,7—2,0
Лагунь.....	8,6
Лед.....	0,9
Медь красная.....	8,8—9
„ желтая.....	8,7
Никкель.....	8,9—9,2
Олово.....	7,3
Пемза.....	0,4—0,9
Платина.....	21,4
Свинец.....	11,25—11,4
Серебро.....	10,5
Сталь литая.....	7,86
Сталь.....	7,85
Стальное литье.....	7,8
Стекло.....	2,5
Сурьма.....	6,7
Цемент.....	0,8—1,95
Цинк.....	6,9—7,2
Чугун чушковый.....	6,7—7,8
Чугунное литье.....	7,3

2. Жидкие тела.

Азотная кислота.....	1,5	15° Ц.
Алкоголь.....	0,79	„
Бензин.....	0,68—0,7	„
Бензол.....	0,9	0° Ц.
Вода (дистиллиров.).....	1	4° Ц.
Деготь каменноугольный.....	1,2	„
Керосин.....	0,79—0,82	15° Ц.
Парафин.....	0,9—0,92	„
Ртуть.....	13,6	0° Ц.
Серная кислота.....	1,6	15° Ц.
Скипидар.....	0,88	16° Ц.
Соляная кислота.....	1,2	15 Ц.
Соляровое масло.....	0,83	„
Цилиндровое масло.....	0,92—0,94	15° Ц.
Эфир.....	0,74	0° Ц.

д) Ареометр. При помощи ареометра определяют удельный вес кислотных, солевых растворов и т. п. и судят о содержании в данном растворе соли, кислоты и т. д.

Ареометр представляет собою плавающее тело (фиг. 572) большей частью стеклянное. Нижний шарик наполнен ртутью или дробью.

Ареометр погружается в жидкость тем глубже, чем меньше удельный вес последней. На верхней трубке имеются деления, по которым непосредственно отсчитывается удельный вес.

Если вместо делений для удельного веса имеются деления для отсчитывания процентов содержания соли и т. д., то приходится делать пересчет.

Если γ_1 градусы ареометра, γ_1 уд. вес жидкости тяжелее воды, γ_2 уд. вес жидкости, легче воды, тогда на ареометре:
по Бомэ (при 12,5° Ц.):

фиг. 571.

$$\gamma_1 = \frac{145,88}{145,88 - n}; \quad \gamma_2 = \frac{145,88}{145,88 + n};$$

по Беку (при 12,5° Ц.):

$$\gamma_1 = \frac{170}{170 - n}; \quad \gamma_2 = \frac{170}{170 + n};$$

по Бриксу (при 15,6° Ц.):

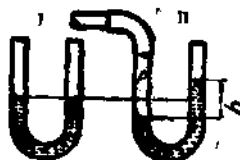
$$\gamma_1 = \frac{400}{400 - n}; \quad \gamma_2 = \frac{400}{400 + n}.$$

§ 112. Сообщающиеся сосуды.

Применение: измерение скорости тяги в топках, для газов, воздуха и т. п.

В сообщающихся сосудах при однородной жидкости устанавливается равновесие, т. е. одинаковый уровень, вне зависимости от формы, положения и поперечного сечения (фиг. 573, I).

Давление p атм. (манометрич. кг/см²) на один из уровней заставляет другой уровень подниматься на высоту h м, являющуюся, следовательно, изме-



фиг. 573.

рителем давления. Если γ в кг/дм^3 представляет удельный вес жидкости, то для составления равновесия имеем:

$$h \cdot \gamma = 10 p; \quad (438)$$

разность высот

$$\left. \begin{aligned} h &= \frac{10 \cdot p}{\gamma} \text{ м} \\ p &= \frac{h \cdot \gamma}{10} \text{ атм.} \end{aligned} \right\} \quad (439)$$

Пример. Тягомер (фиг. 573, II) соединен с камерой давления эксгаустора и показывает $h = 22 \text{ мм}$. Если жидкостью служит вода, то ($\gamma = 1 \text{ кг/дм}^3$) в камере

$$p = \frac{h \cdot \gamma}{10} = \frac{0,022 \cdot 1}{10} = 0,0022 \text{ атм.}$$

Неоднородные жидкости. Если в сообщающихся сосудах имеются две разные жидкости, то для равновесия необходимо, чтобы высоты их уровней, отсчитываемые от плоскости соприкосновения обеих жидкостей, были обратно пропорциональны удельному весу ¹⁾ этих жидкостей, т. е. (фиг. 574).

$$h_1 \cdot \gamma_1 = h_2 \cdot \gamma_2; \quad (440)$$

разность высот $h = h_1 - h_2$.



Фиг. 574.

Пример. $h_2 = 4 \text{ см}$ ртути ($\gamma_2 = 13,6$), с одной стороны, и вода ($\gamma_1 = 1$), с другой стороны.

Высота уровня воды над плоскостью раздела:

$$h_1 = h_2 \cdot \frac{\gamma_2}{\gamma_1} = 4 \cdot \frac{13,6}{1} = 54,4 \text{ см};$$

Разность уровней

$$h = 54,4 - 4 = 50,4 \text{ см.}$$

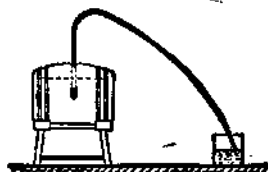
§ 113. Сифон.

Сифон применяется для переливания жидкостей из сосудов (фиг. 575), причем сначала из сифона высасывается ртом или воздушным насосом воздух; далее он служит для доставки значительных количеств воды, в промышленном или городском водоснабжении. Если, напр., колодец дает слишком мало воды, то

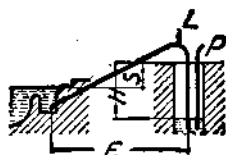
¹⁾ Автором принято обозначение γ как для уд. веса, так и для веса единицы объема. *Прим. ред.*

посредством сифона возможно устроить дополнительное питание его из другого колодца или из ближайшего пруда (фиг. 576).

Для пуска сифона в действие и для удаления скопляющегося воздуха необходимо в высшей точке (L) предусмотреть возмож-



Фиг. 575.



Фиг. 576.

ность выкачивания воздуха (посредством всасывающего эжектора), напр., путем соединения с конденсационной камерой паровой машины и т. п.

Чем меньше S высота наивысшей точки сифона над уровнем воды в пруде, тем большую скорость воды v можно получить.

Обозначим: h_w суммарное гидравлическое сопротивление в сифоне в m водяного столба, H высота верхней точки сифона над уровнем воды в колодце в m (фиг. 577).

Если считать наибольший вакуум в L равным $0,1 \text{ атм.}$ соответственно давлению водяного столба высотой в $1 m$, то скорость воды будет:

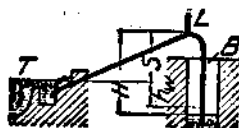
$$V \leq \sqrt{2g(H - S - 1 - h_w)} \text{ м/сек.} \quad (441)$$

Так как v входит в обе стороны уравнения, потому что h_w также зависит от v^2 , то нужно вести расчет сначала подбором, принимая предварительно $v = 0,6 - 1 \text{ м. сек.}^1)$

Тогда между сечением трубы в m^2 и расходом воды Q в $m^3/\text{мин.}$ будет зависимость:

Поперечное сечение

$$\frac{\pi}{4} d^2 = \frac{Q}{60 \cdot v} \text{ м}^2. \quad (442)$$



Фиг. 577.

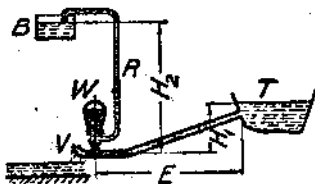
§ 114. Гидравлический таран.

Применение. В случае наличия падения у источника водоснабжения и необходимости посредством сравнительно больших

¹⁾ Сопротивление h_w см. § 113.

количество воды и малого напора поднимать малые количества воды на большую высоту (фиг. 578).

Действие. Живая сила движущейся массы воды $\frac{\pi}{2} \cdot v^2$ производит на клапан V давление (удар) и закрывает его. Вследствие этого вода в воздушном колпаке W и в трубопроводе R поднимается. Как только скорость воды опять уменьшится, клапан V вследствие своего веса опять открывается, и цикл начинается сначала.



Фиг. 578.

Обычные размеры: напор $H_1 = 2 - 8$ м, высота подъема $H_2 = 5 - 10$ м, коэффициент полезного действия 0,5 — 0,6, скорость воды в трубопроводе ~ 1 м/сек.

§ 115. Коэффициент расхода μ .

Обозначим: α коэффициент сжатия струи, тогда поперечное сечение струи будет $\alpha \cdot f$;

φ коэффициент скорости, тогда действительная скорость будет $\varphi \cdot w$;

$\mu = \alpha \cdot \varphi$ коэффициент расхода.

Получаем действительный расход воды $\mu \cdot f \cdot w$.

Из опытов для этих величин получены следующие значения:

 Гонкая стенка	 Длина насадки	 Острые края	 Закругл. края	 $\delta = 22^\circ$ 45°	
$\mu = 0,61$	$l = d$	$\mu = 0,88$	0,96	0,82	0,76
	$l = 5d$	$\mu = 0,81$	0,89	0,76	0,71
	$l = 10d$	$\mu = 0,77$	0,85	0,69	0,69

Приближенные значения для μ . Можно принять для круглого отверстия в тонкой стенке $\mu = 0,61$; для круглых насадок

коротких $\mu = 0,95$, длинных — $0,85$; для прямоугольного отверстия, щитовых $\mu = 0,65$, в плотинах $\mu = 0,60$.

§ 116. Истечение жидкости через боковые отверстия.

а) Вообще: Расход воды (фиг. 579).

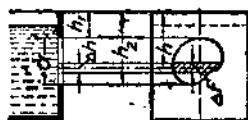
$$Q = \mu \cdot \Sigma (\sqrt{2g \cdot h} \cdot \Delta F) \text{ м}^3/\text{сек},$$

где μ коэффициент расхода.

Отсюда для прямоугольного сечения:

$$Q = \mu \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot \frac{2}{3} \cdot (h_2^{3/2} - h_1^{3/2}) \text{ м}^3/\text{сек},$$

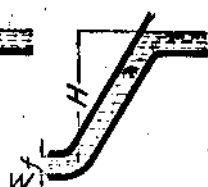
где b ширина в м.



Фиг. 579.



Фиг. 580.



Фиг. 581.

б) Свободное истечение воды. (Необходимо заметить: что при малых расходах воды, если они выражены в $\text{м}^3/\text{сек}$, получаются числа со многими десятичными знаками, поэтому расходы выражаются обычно в $\text{м}^3/\text{мин}$ ¹⁾, помножением на 60).

Основные формулы (фиг. 580 и 581):

высота напора

$$H = \frac{w^2}{2g} \text{ м}; \quad (413)$$

скорость истечения

$$w = \sqrt{2gH} \text{ м/сек}. \quad (414)$$

Расход

$$Q = 60 \cdot \mu \cdot f \cdot w \text{ м}^3/\text{мин}; \quad (445)$$

поперечное сечение

$$f = \frac{Q}{60 \cdot \mu \cdot w} \text{ м}^2. \quad (446)$$

Пример (фиг. 580): $H = 13 \text{ м}$, $f = 0,04 \text{ м}^2$, $\mu = 0,65$

Тогда

$$w = \sqrt{2 \cdot g \cdot 13} = 16,1 \text{ м/сек}.$$

$$Q = 60 \cdot 0,65 \cdot 0,04 \cdot 16,1 = 25,1 \text{ м}^3/\text{мин}.$$

¹⁾ При малых расходах применяются также выражения расхода воды в л/сек. Прим. ред.

В действительности будет вытекать значительно меньше, так как в уравнение 444 нужно вставить высоту $H - h$ (фиг. 582) т. е.

$$w = \sqrt{2g \cdot (H - h)}, \quad (444a)$$

где h высота напора, потерянного на сопротивление, причем h тем больше, чем длиннее трубопровод, чем меньше диаметр и чем больше скорость w .¹⁾



Фиг. 582.

ПРИБЛИЖЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ДЛЯ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ТРУБОПРОВОДОВ (фиг. 582).

Напор $H =$	1	10	50	100	200	500 м
Теоретич. скор. . $w =$	4,4	14	31	44	63	100 м/сек
Диаметр трубопров.	Действительная скорость истечения					
$d = 50$ мм	3,8	6,1	6,7	6,7	6,7	6,7 м/сек
$d = 100$.	4	8	9,5	10	10	10 .
$d = 200$.	4,3	10	13	14	14	14 .
$d = 500$.	4,4	11	17	19	20	20 .

Пример. Для $d = 100$ мм, $H \geq 50$ м, имеем по таблице $w = 9,5$ м/сек (теорет. 31).

с) Сообщающиеся сосуды (фиг. 583). Переливание жидкости из одного сосуда в другой. F и F_1 одинаковые сечения обоих сосудов, f сечение переходной трубки в м², H начальная высота напора в м, конечная высота напора равна нулю.

Так как наименьший напор равен нулю, то

$$\text{средняя скорость воды } w_{\text{ср.}} = \frac{\sqrt{2g \cdot H}}{2} \text{ м/сек.}$$

Объем протекшей воды

$$G = \frac{1}{2} H \cdot F = \mu \cdot f \cdot w_{\text{ср.}} \cdot t \text{ м}^3.$$



Фиг. 583.

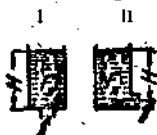
¹⁾ Объяснение в § 118.

Время, необходимое для этого:

$$t = \frac{Q}{\mu \cdot f \cdot w_{\text{ср.}}} = \frac{1}{\mu} \cdot \sqrt{\frac{H}{2g}} \cdot \frac{F}{f} \text{ сек.}$$

F, F_1 и f в м^2 , Q в м^3 .

д) Истечение при убывающем напоре. На фиг. 584, I и II сосуды опоражниваются. На фиг. 585 сосуд наполняется.



Фиг. 584.



Фиг. 585.

Уровень воды понижается или поднимается равномерно-замедленно; поэтому средняя скорость воды

$$w_{\text{ср.}} = \frac{\sqrt{2g \cdot H}}{2} \text{ м/сек.}$$

Объем воды

$$Q = F \cdot H = \mu \cdot f \cdot w_{\text{ср.}} \cdot t \text{ м}^3.$$

Время, необходимое для наполнения (фиг. 585),

$$t = \frac{Q}{\mu \cdot f \cdot w_{\text{ср.}}} = \frac{1}{\mu} \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot \frac{F}{f} \text{ сек.,}$$

μ согласно § 115, примеру 0,7.

е) Истечение воды под давлением p кг/см² (абсол. давление). Здесь также применимы уравнения 443—446. Однако, в этом случае (фиг. 586):



Фиг. 586.

$$H = 10 \cdot (p - p_0) \text{ м вод. столба,} \quad (447)$$

где p_0 давление в пространстве, в которое вытекает вода.

При свободном истечении (в атмосферу)

$$H = 10p - A \text{ м вод. столба (A, согласно § 120)}$$

На уровне моря, в среднем, $A = 10,33 \text{ м.}$

Пример. Для $p = 17$ абс. атм., при свободном истечении на уровне моря:

$$w = \sqrt{2g(10 \cdot 17 - 10,33)} = 56 \text{ м/сек.}$$

г) Истечение воды под действием разрежения. (Применение: инжекционная конденсация у паровых машин, высасывание насосами). Давление наружного воздуха на поверхность A сообщает воде скорость w (фиг. 587):

p_0 вакуум в абс. атм.

H_s высота всасывания в м

h сопротивление трубопровода в метрах вод. столба (§ 118).

Скорость истечения из трубопровода



Фиг. 587.

$$w = \sqrt{2g \cdot (10 - H_s - h - 10 \cdot p_0)} \text{ м/сек.} \quad (448)$$

Пример: Вакуум $p_0 = 0,15$ абс. атм., $H_s = 5,3$ м, $h = 0,5$ м; получается:

$$w = \sqrt{2g(10 - 5,3 - 0,5 - 10 \cdot 0,15)} = 7,3 \text{ м/сек.}$$

§ 117. Расход воды и диаметр трубы.

К движению воды в трубопроводах относятся следующие основные уравнения:

Расход воды

$$Q = 60 \cdot f \cdot v \text{ м}^3/\text{мин.} \quad (449)$$

Сечение

$$f = \frac{Q}{60 \cdot v} \text{ м}^2. \quad (450)$$

Скорость воды

$$v = \frac{Q}{60 f} \text{ м/сек.} \quad (451)$$

Для любого сечения трубопровода $f \cdot v = \text{const}$, следовательно:

$$f_1 \cdot v_1 = f_2 \cdot v_2. \quad (452)$$

Пример. Диаметр трубы $d = 190$ мм, скорость $v = 1,1$ м/сек, получаем:

$$Q = 60 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0,19^2 \cdot 1,1 = 1,87 \text{ м}^3/\text{мин.}$$

§ 118. Сопротивление в трубопроводах и клапанах.

а) Определение потерь напора играет важную роль при расчетах необходимой мощности и возможной высоты всасывания насосов.

Сопротивление на трение жидкости о стенки труб и между отдельными струями возрастают пропорционально квадрату скорости.

Общее выражение для потерь напора пишется так:

$\zeta \cdot \frac{v^2}{2g}$, где коэффициент сопротивления ζ зависит от числа колен, от изменений сечения и т. п.

Поэтому приведенные ниже величины коэффициентов нужно рассматривать как приближенные.

б) Для прямых труб (по Вейсбаху). Потеря напора

$$h = \lambda \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} \text{ м вод. столба,} \quad (453)$$

где L длина трубы в м, d диаметр трубы в м, v скорость воды в м/сек.

Для большинства практических случаев применима нижеследующая таблица:

Потеря напора в метрах водяного столба на 100 м длины трубы

Диаметр трубы в мм	Скорость воды v в м/сек.														
	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	3	4	5	
30 до 39	0,85	1,3	1,6	1,9	2,3	3	4,2	5,2	7	8	11	24	50	75	
40 . 59	0,7	1	1,3	1,6	2	2,4	3,4	4,4	5,6	6,7	8,6	19	39	54	
60 . 89	0,5	0,65	0,85	1,1	1,3	1,6	2,4	3,2	4	4,8	5,7	12	21	36	
90 . 120	0,35	0,5	0,6	0,8	1	1,2	1,6	2,2	2,8	3,4	4,3	9,7	17	27	
130 . 170	0,24	0,32	0,43	0,54	0,67	0,8	1,2	1,6	2	2,4	2,8	6,3	11	17	
180 . 220	0,18	0,24	0,32	0,4	0,5	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8	2,1	4,7	8,5	13	
230 . 270	0,14	0,19	0,26	0,33	0,4	0,5	0,7	0,9	1,1	1,4	1,7	3,8	6,8	11	
275 . 360	0,12	0,16	0,21	0,27	0,34	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	3,2	5,5	8,8	
370 . 500	0,09	0,12	0,16	0,2	0,25	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	1	2,3	4	6,3	

Прим.р. Длина трубы 930 м, диаметр 100 мм, скорость 1,8 м.

Потеря напора

$$3,4 \cdot \frac{930}{100} = 32 \text{ м.}$$

с) Нормальные отводы ¹⁾ (фиг. 588).

Потеря напора в м на каждые 100 шт. отводов.

1) Для отводов с углом, отличающимся от 90°, потеря напора равна

$$0,2 \frac{\delta}{90} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

где δ угол поворота в градусах.

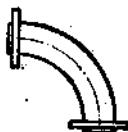
При скорости воды:

0,5 0,6 0,7 0,8 0,9 1 1,2 1,4 1,6 1,8—2 3 4 5 м/сек.

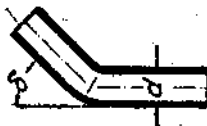
Потеря напора соответственно:

0,3 0,4 0,6 0,7 0,9 1 1,5 2 2,5 3 4 9 16 25 м вод. ст.

Пример. Если в предыдущем примере трубопровод имеет 18 колен, то сопротивление увеличивается на $3 \cdot (18 : 100) = 0,55$ м.



Фиг. 588.



Фиг. 589.

д) Применения колен (фиг. 589) следует избегать, так как потеря напора в каждом из них $= \zeta \cdot \frac{v^2}{20}$

$\beta \approx$	20	30	40	50	60	70	80	90°
$\zeta =$	0,03	0,07	0,14	0,23	0,36	0,52	0,75	F

Пример. Насос с трубопроводом длиной 900 м, диаметром 0,15 м, с 20-ю нормальными отводами, $v = 2,3$ м/сек

Потеря напора $= \frac{900}{100} \cdot 4 + \frac{20}{100} \cdot 5,5 = 37$ м вод. столба

е) Потеря напора для приемного клапана с сеткой (всасывающей коробкой).

Скорость в отводе клапана v =	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2 м/сек	
Приемн. клапан . .	0,04	0,06	0,09	0,12	0,15	0,19	0,24	} м вод. ст.
Сетка	0,01	0,02	0,02	0,03	0,03	0,04	0,05	
Клапан+сетка . . .	0,05	0,08	0,11	0,15	0,18	0,23	0,29	

г) Потери в клапанах (подробнее см. том второй); фиг. 590 и 591. Приближенно можно принять:

для 1 клапана потери напора $\frac{v^2}{2g}$ м вод. столба, (454)



Фиг. 590.



Фиг. 591.

где v скорость при проходе через отверстие при поднятом клапане.

Потеря напора, отнесенная к скорости w перед клапаном:

$3 \frac{w^2}{2g}$ м вод. столба. (455)

Сопротивление от всасывающего копка до нагнетального, включая сопротивление клапанов, берется в 2,2 раза большим; его можно принять равным 1 м вод. столба.

г) Внезапное изменение сечения трубы. Встречающиеся в водопроводах изменения сечений весьма разнообразны. Нижеследующие численные значения имеют целью дать понятие о различных случаях этих изменений:

Для фиг. 592 имеем

$$h = \zeta_2 \cdot \frac{v_2^2}{2g}$$



Фиг. 592.



Фиг. 593.

Для фиг. 593 имеем

$$h = \zeta_3 \cdot \frac{v_2^2}{2g} = \zeta_3 \cdot \frac{v_1^2}{2g}$$

При незакругленных кромках по Вейсбаху:

для

$$F_2:F_1 = 0,01 \ 0,1 \ 0,2 \ 0,4 \ 0,6 \ 0,8 \ 1$$

$$\zeta_2 = 0,5 \ 0,5 \ 0,42 \ 0,33 \ 0,25 \ 0,15 \ 0$$

$$\alpha = 0,64 \ 0,64 \ 0,66 \ 0,7 \ 0,75 \ 0,84 \ 1$$

если $F_2 < 0,1$ - F , причем α постоянно $\sim 0,62$,

$$F_2:F_1 = 0,1 \ 0,2 \ 0,3 \ 0,4 \ 0,5 \ 0,6 \ 0,7 \ 0,8 \ 0,9 \ 1$$

$$\zeta_2 = 2,3 \ 2 \ 1,7 \ 1,4 \ 1,2 \ 0,8 \ 0,7 \ 0,6 \ 0,5$$

если

$$F_1 = F_2$$

$$F_2:F_1 = 0,1 \ 0,2 \ 0,3 \ 0,4 \ 0,5 \ 0,6 \ 0,7 \ 0,8 \ 0,9 \ 1$$

$$\alpha = 0,62 \ 0,63 \ 0,64 \ 0,66 \ 0,68 \ 0,71 \ 0,75 \ 0,81 \ 0,9 \ 1$$

$$\zeta_2 = 2,26 \ 1,91 \ 1,6 \ 1,24 \ 0,94 \ 0,65 \ 0,39 \ 0,19 \ 0,05 \ 0$$

§ 115. Ускорение и замедление водяных масс.

Вопрос этот чрезвычайно важен для расчета удара воды в насосах и трубопроводах, а также вычисления возможной высоты всасывания.

Воду можно рассматривать как *твердое* тело; поэтому можно применять все формулы ускорения твердых тел. Вместо веса G можно вводить в расчет также *расход воды*.

Аналогично твердым телам здесь также сила должна преодолеть составляющую силы тяжести $G \cdot \sin \alpha$.

Так как в жидкостях давление распространяется равномерно во всех направлениях, то можно принять (фиг. 594):

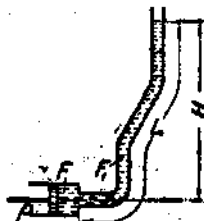
$$G \cdot \sin \alpha = \frac{F_1}{100} \cdot 10 H = \frac{1}{10} \cdot F_1 \cdot H, \quad (456)$$

где F_1 сечение трубопровода в см^2 ,

H высота трубопровода в м по вертикали.



Фиг. 594.



Фиг. 595.

Если мы далее введем обозначения (фиг. 595):

F полезная площадь поршня в см^2 ,

L длина трубопровода в м ,

G вес воды, находящейся в трубопроводе в кг ,

$$G = \frac{F_1}{100} \cdot 10 \cdot L = \frac{F_1 \cdot L}{10}, \quad (457)$$

p давление (манометрическое) в атм. , действующее на поршень F ,

φ ускорение водяной массы в м/сек^2 , то здесь также:

$$\underbrace{F \cdot p}_{\text{Сила}} = \underbrace{\frac{H \cdot F}{10}}_{\text{ускорение}} \times \underbrace{\frac{F_1 \cdot L}{10 \cdot g}}_{\text{масса}} \quad (458)$$

Для горизонтальных трубопроводов

$$\frac{H \cdot F}{10} = 0. \quad (459)$$

Пример. Давление поршня $F \cdot p = 1860$ кг, $F_1 = 70$ см², $L = 180$ м, $H = 22$ м; тогда при $F = 310$ см².

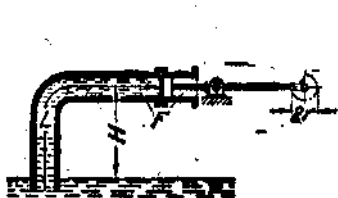
$$\underbrace{1860 - \frac{22 \cdot 310}{10}}_{\text{сила}} = \varphi \cdot \underbrace{\frac{70 \cdot 180}{10 \cdot g}}_{\text{масса}}$$

отсюда $\varphi = 9,2$ м/сек².

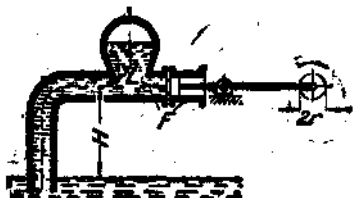
Однако такое равномерное ускоренное движение в условиях работы насоса не имеет места, так как поршень в каждом положении обладает другой скоростью. Поэтому при расчете ускорения объема воды нужно как во всасывающем, так и в нагнетающем трубопроводе принять во внимание изложенные дальше правила.

§ 120. Всасывающее действие насосов.

Силой, сообщающей воде ускорение, является атмосферное давление, так как над столбом воды образуется насосом про-



Фиг. 596. Без воздушного колпака на всасывающей трубе.



Фиг. 597. С воздушным колпаком на всасывающей трубе.

странство с разреженным давлением. Обозначив здесь также через H высоту всасывания и через L длину столба воды в трубе, получим из уравнения 458:

$$\underbrace{\frac{(A - a) - H}{10}}_{\text{Сила}} \cdot F = \underbrace{\varphi}_{\text{= ускорение}} \times \underbrace{\frac{L \cdot F}{10 \cdot g}}_{\text{масса}} \quad (460)$$

Последний член уравнения 460, т. е. масса у насосов с воздушным колпаком (фиг. 597) гораздо меньше, чем у насосов без колпака (фиг. 596), так как L меньше. В виду этого φ и возможная высота всасывания H гораздо больше.

В первом члене уравнения 460 буквой A обозначено атмос-

ферное давление в м вод. столба, согласно показаниям барометра. В среднем берут:

Высота = 0 100 200 300 400 500 м над ур. моря
 Ср. показ. баром. = 760 751 741 732 723 714 мм ртутн. столба
 А = 10,33 10,2 10,08 9,97 9,83 9,7 м вод. столба

a зависит от температуры воды t .

$t = 0 \quad 10 \quad 15 \quad 20 \quad 25 \quad 30 \quad 40 \quad 50 \quad 60 \quad 70 \quad 80 \quad 90 \quad 100^\circ$
 $a = 0,06 \quad 0,12 \quad 0,17 \quad 0,24 \quad 0,32 \quad 0,43 \quad 0,75 \quad 1,3 \quad 2 \quad 3,2 \quad 4,8 \quad 7,1 \quad 10,33$

Для обычных условий принимается в расчет давление воздуха ~ 745 мм ртутного столба и температура воды 10° , т. е.

$$A - a = 10,12 - 0,12 = 10 \text{ м.} \quad (461)$$

Это значение действительно для нормальных условий. Если диаметр поршня равен диаметру всасывающей трубы, то $F = F_1$ и тогда, согласно уравнению 460, получим теоретически:

Наибольшая высота всасывания

$$H = 10 - \varphi \cdot \frac{L}{g} \text{ м.} \quad (462)$$

Наибольшее ускорение воды

$$\varphi = \frac{10 - H}{L : g} \text{ м/сек}^2. \quad (463)$$

Ускорение поршня определяется в зависимости от скорости кривошипа.

Для обыкновенной длины шатуна (1 : 5) имеем приближенно:

$$\text{Ускорение поршня} = \frac{n^2}{75} \cdot r, \quad (464)$$

где r радиус кривошипа в м, n число оборотов насоса в минуту.

Во избежание отделения поршня от воды обязательно необходимо соблюдение важного условия:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ускорение воды} > \text{ускорение поршня} \\ \text{т. е. } \varphi > \frac{n^2}{75} \cdot r \end{array} \right\} \quad (465)$$

Пример. $L = 4,9$ м, $H = 4,4$ м, $n = 55$, $r = 0,4$ м. Тогда:

$$\text{по уравнению 463 } \varphi = \frac{10 - 4,4}{4,9 : 9,81} = 11,2 \text{ м/сек}^2,$$

$$464 \text{ уск. поршня} = \frac{55^2}{75} \cdot 0,4 = 16,2$$

$$465 \text{ должно быть } 11,2 > 16,2.$$

Это условие, очевидно, не соблюдено, поэтому должно произойти отделение воды от поршня и насос не будет работать. Путем включения в сеть воздушного колпака можно получить меньшее L , а следовательно большее φ или большее H .

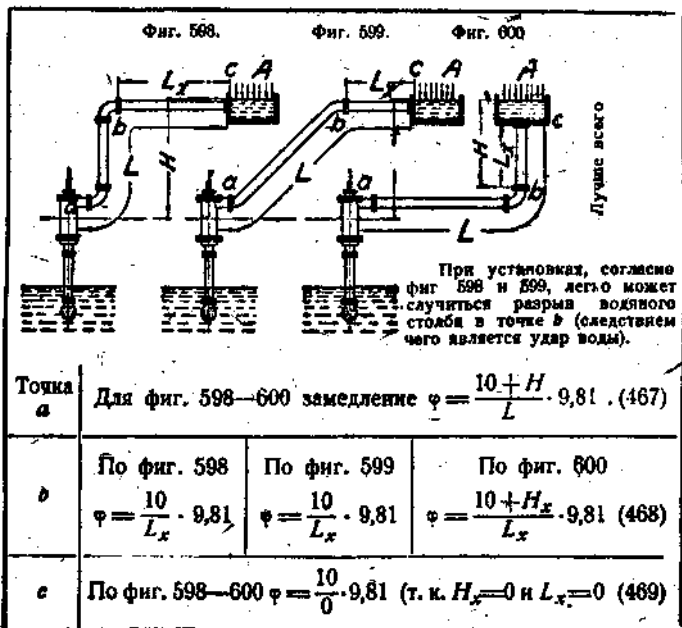
§ 121. Удар воды в напорных трубопроводах.

Атмосферное давление A у выходного отверстия, вместе с гидравлическими сопротивлениями h , вызывает замедление скорости воды. Когда поршень догоняет воду или вода, вследствие замедления, получает обратное движение, то при встрече воды с поршнем получается удар.

В этом случае применимо общее уравнение:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Сопротивление} = \text{замедлению} \times \text{масса} \\ F_1 \times \frac{A + H + h}{10} = \varphi \times \frac{L \cdot F_1}{10 \cdot g} \end{array} \right\} \quad (466)$$

где $A = 10$ м, H высота нагнетания в м, h потеря напора в м,



L — длина напорного трубопровода в м, r — сечение напорного трубопровода в см².

Для различных точек трубопровода получается согласно вышесказанному ¹⁾ (см. таблицу на стр. 476)

Если F_1 не равняется F , то:

Ускорение воды, отнесенное к поршню $F >$ Ускорение поршня

$$\varphi \cdot \frac{F_1}{F} \text{ должно быть больше, чем } \frac{\pi^2}{75} r, \quad (470)$$

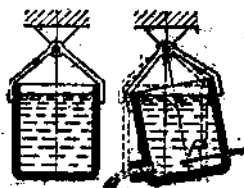
где φ — число оборотов в минуту, r — радиус кривошипа в м.

РЕАКЦИЯ ВЫТЕКАЮЩЕЙ ВОДЫ.

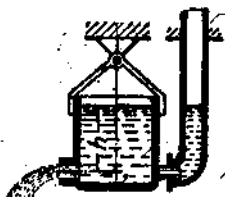
§ 122. Общие данные.

Сосуд, наполненный жидкостью, находится в равновесии, так как давление на стенки распространяется равномерно по всем направлениям (фиг. 601).

Представим себе, что в левой боковой стенке имеется отверстие (фиг. 601). Тогда для этой части стенки давление отпадает



Фиг. 601.



Фиг. 602.

а сосуд будет отталкиваться вправо с силою $R = f \cdot h \cdot \gamma$, если f сечение отверстия в м², h высота жидкости в м и γ вес 1 м³ жидкости в кг (для воды $\gamma = 1000$).

Скорость истечения, получающаяся под действием напора h (для воды скорость равна $\sqrt{2gh}$), может, следовательно, уравновешивать давление столба жидкости высотой h , если укрепленный с правой стороны сосуда поршень также имеет поперечное сечение f , как показано на фиг. 602.

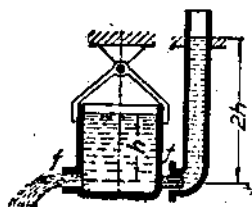
В действительности, однако, реакция струи *вдвое больше*.

К вышеуказанному гидростатическому давлению $f \cdot h \cdot \gamma$ прибавляется еще гидродинамическое давление, вызываемое вытекающей из насадки f жидкостью благодаря ее

¹⁾ Потери h в сравнении с H весьма малы, поэтому ими ею пренебрегаем.

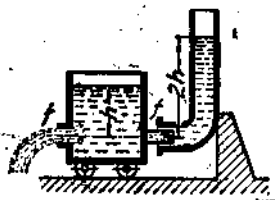
инерционному действию, потому что каждую частицу жидкости нужно вывести из состояния покоя и сообщить ей скорость w . Эта величина также равняется $f \cdot h \cdot \gamma$. Таким образом суммарное давление равно $2 \cdot f \cdot h \cdot \gamma$, как показано на фиг. 603.

Еще нагляднее пример катящегося сосуда. При этом безразлично, вытекает ли жидкость свободно (фиг. 604) или струя встречает препятствие (фиг. 605). Во всяком случае и здесь вытекающая струя сечением f м² уравновешивает столб жидкости высотой $2h$, если нарисованный справа поршень имеет также сечение f м². Отсюда закон:

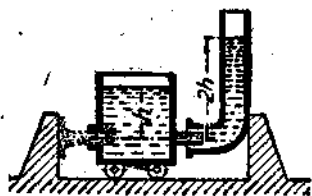


Фиг. 603.

Правило. Реакция направлена всегда обратно вытекающей струе и равна по величине весу



Фиг. 604.



Фиг. 605.

столба жидкости с основанием, равным площади выходного отверстия, и высотой, равной двойной высоте напора, т. е. реакция

$$R = f \cdot \frac{w^2}{g} \cdot \gamma = 2 \cdot f \cdot h \cdot \gamma \text{ кг.} \quad (471)$$



Фиг. 606.

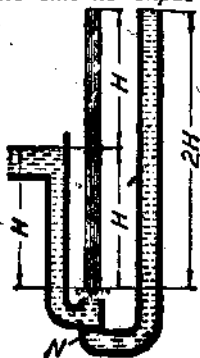
Ускоренное под влиянием напора H истечение жидкости вызывает при встрече с плоской поверхностью удар, который (фиг. 606) уравновешивает столб жидкости, равный $2H$ м, если этот столб жидкости имеет такое же сечение, как и выходное отверстие.

Если, следовательно, понимать вышеуказанное правило буквально, то выходит, что реакция на поршень N (фиг. 607) должна быть такой же величины (согл. уравн. 471), т. е. уравновешивать столб жидкости,

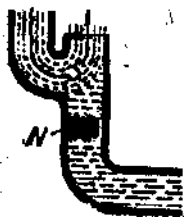
равный $2H$ м. В действительности однако это не оправдывается. Истинную величину давления на поршень N , при современном состоянии гидравлики, невозможно определить, даже если выбрать наипростейшую форму трубы, и если кривая линии тока S была бы точно известна (фиг. 608).

Реакцию можно использовать также для получения работы, если дать выходной трубке возможность двигаться в противоположном направлении. На этом принципе основано так называемое Сегнерово колесо.

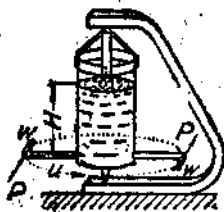
На фиг. 609 показана модель Сегнерова колеса для учебных целей. Садовый разбрызгиватель (фиг. 610), с автоматически вращающимися трубками, основан также на принципе реакции струи.



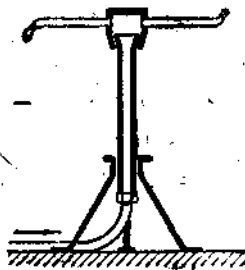
Фиг. 607.



Фиг. 608.



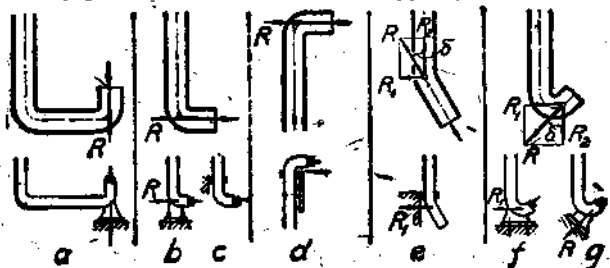
Фиг. 609.



Фиг. 610.

§ 128. Укрепление выходных участков трубопроводов.

На нижеследующей схеме показаны обычно применяемые способы укрепления выходных концов труб, фиг. 601.



Фиг. 611.

Величина силы R всегда вычисляется по формуле:

$$\text{Реакция } R = f \cdot \frac{w^2}{g} \cdot \gamma \cdot \rho \text{ кг,} \quad (472)$$

где f выражено в м^2 , w в м/сек , γ в кг/м^3 (для воды $= 1000$), $\rho \sim 1$.

Разлагая силу R , получим ее составляющие:

$$R_1 = R \cdot \sin \delta; \quad R_2 = R \cdot \cos \delta, \quad (473)$$



Фиг. 612.



Фиг. 613.

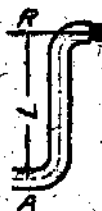
Для уравнивания реакции применяются опоры и крепления, показанные на фиг. 611. Анкерные болты башмака (фиг. 611, f) испытывают напряжение — срез. При этом безразлично, происходит ли истечение под влиянием естественного напора (фиг. 612) или механического давления (фиг. 613).

Пример. Если диаметр трубы 20 см, $w = 5,3 \text{ м/сек}$, то показанные на фиг. 612 и 613 анкерные болты рассчитываются на срез (для воды $\gamma = 1000$), исходя из силы горизонтального сдвига

$$R = \frac{\pi}{4} \cdot 0,2^2 \cdot \frac{5,3^2}{9,81} \cdot 1000 = 90 \text{ кг.}$$

Это, правда, величина не очень большая: однако, пренебрегая реакцией, можно получить иногда печальные результаты.

Так, напр., если на фиг. 614 не принять меры для уравнивания реакции R , то труба в A будет испытывать изгиб под влиянием изгибающего момента $R \cdot L$.



Фиг. 614.

Пример. В предыдущем примере ($R = 90 \text{ кг}$) длина трубы $L = 5 \text{ м}$; в таком случае изгибающий момент

$$M = 90 \cdot 500 = 45\,000 \text{ кгсм.}$$

§ 124. Измерение скоростей в реках и каналах.

а) Поплавком (фиг. 615). Наблюдают время t в сек, в течение которого пущенный по поверхности воды поплавок (или другое тело) проходит расстояние s . Поверхностная скорость

$$w = s : t \text{ м/сек.} \quad (474)$$

Средняя скорость течения примерно 0,9 w .

б) Трубка Пито (фиг. 616). В вертикальном колене погруженной в воду изогнутой трубки вода поднимается на

высоту h над уровнем реки. Следовательно, скорость течения

$$w = \mu \cdot \sqrt{2 \cdot h \cdot g} \text{ м/сек.} \quad (475)$$

Коэффициент μ больше единицы и выражает влияние капиллярности и трения воды в трубке. На усовершенствованной трубке Дарси скорость отсчитывается непосредственно по шкале.

с) Вертушка Вольтмана (фиг. 617). На конце небольшого горизонтального валика w насажена вертушка с 3—5 крыльями, которые течением воды приводятся во вращение.

Число оборотов n валика отмечается счетчиком z .

До употребления эти приборы должны быть тарированы, т. е. нужно определить входящую в уравнение

$$w = C + B \cdot n \quad (476)$$

постоянную C , выражающую скорость, необходимую для вращения вала w .

§ 123. Измерение расхода воды.

а) Формы сечения. Посредством полученной одним из вышеуказанных способов средней скорости w вычисляется расход протекающей воды

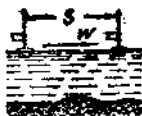
$$Q = F \cdot w \text{ м}^3/\text{сек.} \quad (477)$$

где F живое сечение потока в м^2 .

В случае простых форм сечения с плоскими боковыми поверхностями площадь F определяется следующим образом (фиг. 618 и 619).

$$F = a \cdot b \text{ м}^2; \quad (478)$$

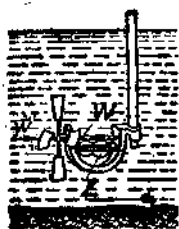
$$F = \frac{b + b_1}{2} \cdot a \text{ м}^2. \quad (479)$$



Фиг. 615.



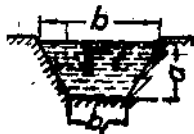
Фиг. 616.



Фиг. 617.



Фиг. 618.



Фиг. 619.

Сечения неправильной формы или сечения с неровными боковыми поверхностями (фиг. 620) разделяются на ряд элементарных площадок. Затем определяют скорость для каждой площадки и складывают отдельные расходы воды:

$$Q = a_1 \cdot b_1 \cdot w_1 + a_2 \cdot b_2 \cdot w_2 + \dots + a_n \cdot b_n \cdot w_n. \quad (480)$$



Фиг. 620.

Такие вычисления однако весьма приблизительны и ненадежны, потому что при этом получаются величины с ошибкою до 200% как для скоростей, так и для расходов воды.

б) Более точные способы измерения расходов воды и скоростей.¹⁾ По пути водного потока устраивается плотина (деревянная или иная) с прямоугольным вырезом. Тогда можно расход воды Q вычислить посредством вы-

соты напора h , измеряемой во время наблюдений, как показано на нижеследующих двух примерах.

1. *Водослив Понселе* является часто применяемым способом и очень удобен для небольших рек (фиг. 621 и 622).



Фиг. 621.



Фиг. 622.

Скорость воды

$$w = \sqrt{2g \cdot \frac{1}{2} \cdot h} \text{ м/сек.} \quad (481)$$

Расход воды

$$Q = \mu \cdot b \cdot h \cdot w \text{ м}^3/\text{сек.} \quad (482)$$

Если кромки отверстия заострены внутрь, то коэффициент сжатия $\mu = 0,65$, b ширина водослива, h высота слоя переливающейся воды в м (h измеряется выше понижения поверхности воды и находится большей частью на расстоянии $E = 1$ м

¹⁾ Относительно сжатия сечения струи — см. § 115.

от гребня водослива; поэтому нужно измерять каждый раз два размера, а именно: h_1 и h_2 , чтобы получить $h = h_1 - h_2$.

Пример.

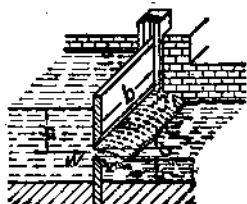
$$b = 1,2 \text{ м}, h = 1,1 \text{ м}, h_2 = 0,65 \text{ м},$$

следовательно,

$$h = 1,1 - 0,65 = 0,45 \text{ м},$$

по уравнениям 481 и 482 расход

$$Q = 0,65 \cdot 1,2 \cdot 0,45 \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,23} = 0,72 \text{ м}^3/\text{сек.}$$



Фиг. 623.

2. *Щит* (фиг. 623) а высота подъема щита устанавливается таким образом, чтобы высота верхнего уровня воды оставалась, по возможности, постоянной. Тогда: скорость

$$w = \sqrt{2 \cdot g \cdot H} \text{ м/сек.} \quad (483)$$

Расход

$$Q = \mu \cdot a \cdot b \cdot w \text{ м}^3/\text{сек.} \quad (484)$$

a и b в м (фиг. 623).

Кромки должны быть заострены внутрь, тогда $\mu = 0,65$.

Пример. Для $H = 0,6 \text{ м}$, $a = 0,2 \text{ м}$, $b = 0,8 \text{ м}$ получается, по уравнению 483:

$$w = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,6} = 3,43 \text{ м/сек.},$$

по уравнению 484:

$$Q = 0,65 \cdot 0,2 \cdot 0,8 \cdot 3,43 = 0,355 \text{ м}^3/\text{сек.}$$

3. *Плотина* (фиг. 624). При существующем водосливе считают: скорость



Фиг. 624.

$$w = \sqrt{2g \cdot \frac{1}{2} h} \text{ м/сек.} \quad (485)$$

$$Q = \mu \cdot b \cdot h \cdot w \text{ м}^3/\text{сек.} \quad (486)$$

b и h в м, $\mu = 0,60$.

Пример. Для $b = 12 \text{ м}$, $h = 0,9 \text{ м}$ имеем, по уравнению 485:

$$w = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,45} = 3 \text{ м/сек.}$$

$$Q = 0,6 \cdot 12 \cdot 0,9 \cdot 3 = 19,6 \text{ м}^3/\text{сек.}$$

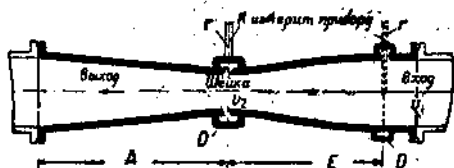
с) Водомер „Вентури“ (Сименс и Гальске). 1. *Отличительные признаки* (фиг. 625). трубки „Вентури“: сужение трубопровода (впуск E) и примыкающее к нему расширение (выпуск A).

Сужение струи воды в шейке трубки „Вентури“ вызывает увеличение скорости воды с v_1 до v_2 , благодаря чему получается разность давлений, между впускным отверстием и шейкой, равная:

$$H = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \text{ в м водян. столба,}$$

где v_1 в м/сек. — скорость впуска,

v_2 в м/сек. — скорость в шейке.



Фиг. 625.

2. *Указатель количества протекающей воды.* Разность давлений можно измерять дифференциальным манометром. Тогда количество протекающей воды:

$$Q = \frac{F_1 \cdot F_2}{\sqrt{F_1^2 - F_2^2}} \cdot \sqrt{2g \cdot H} \text{ м}^3/\text{час},$$

где F_1 в м^2 — сечение впуска

F_2 в м^2 — сечение шейки.

Обозначив все постоянные значения в совокупности через C , получим:

$$Q = C \cdot \sqrt{H} \text{ м}^3/\text{час}.$$

Следовательно, практически можно непосредственно отсчитывать величину Q .

3. *Регистрирующий аппарат.* Количество воды, протекающее в определенный промежуток времени, записывается особым регистрирующим аппаратом.

4. *Парциальный водомер.* Непрерывное суммирование протекающего количества воды путем включения чувствительного водомера в ответвление трубопровода, соединяющее обе камеры давления D . Вследствие разности давления H часть Q_i общего количества вгоняется в ответвление трубопровода, причем отношение $Q_i : Q$ при всяком H одинаково.

РАБОТА ВОДЫ

§ 126. Общие данные.

Вода может совершать работу: 1) своей тяжестью, 2) своей скоростью, 3) ударом струи, 4) реакцией истечения струи, 5) одновременно несколькими из предыдущих четырех способов.

Точное разделение этих способов не всегда возможно, так как, напр., скорость воды является следствием напора, а удар результат скорости.

Содержащаяся в воде *работоспособность* равна

$$1000 \cdot Q \cdot H \text{ кг м/сек.} = \frac{1}{75} \cdot 1000 \cdot Q \cdot H \text{ л. с.}, \quad (487)$$

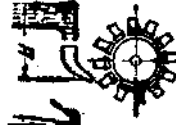
а *производимая водою работа* равна

$$\frac{1}{75} \cdot 1000 \cdot Q \cdot H \cdot \eta \text{ л. с.}, \quad (488)$$

где Q расход воды в $\text{м}^3/\text{сек.}$, H высота напора в м , η коэффициент полезного действия водяного колеса или турбины.

§ 127. Водяные колеса.

Применяемые конструкции:

	Нижнебойное колесо	Среднебой- ное колесо	Верхнебой- ное колесо	Колесо Пельтона (активная турбина)
				
Способ дей- ствия:	ударом	весом	весом и отча- сти ударом	Изменен. напра- вления скорости
Кэфф. пол. действия	$\eta = 0,3 \text{ до } 0,4$	$\eta = 0,6 \text{ до } 0,85$	$\eta = 0,6 \text{ до } 0,85$	$\eta = 0,8 \text{ до } 0,9$

Пример. Для среднебойного колеса при $Q = 0,75 \text{ м}^3/\text{сек.}$, $H = 3 \text{ м}$, $\eta = 0,8$, получается сог. уравнению 487:

Работоспособность воды $= \frac{1}{75} \cdot 1000 \cdot 0,75 \cdot 3 = 30 \text{ л. с.}$ сог. уравнению 488.

Производимая работа $= \frac{1}{75} \cdot 1000 \cdot 0,75 \cdot 3 \cdot 0,8 = 24 \text{ л. с.}$

§ 128. Турбины

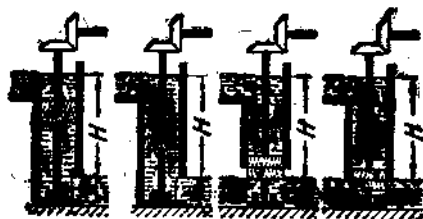
В зависимости от конструкции и расположения турбины разделяются на:

реактивные турбины (работа получается в результате изменения направления и величины скорости (реакции) струи);

активные турбины (работа получается в результате изменения направления скорости).

Коэффициент полезного действия турбины доходит до $\eta = 0,92$.

Различные расположения колеса турбины показаны на фиг. 626.



Фиг. 626, I—IV.

Реактивные турбины могут вращаться, будучи полностью погружены в воду, причем рабочее колесо и направляющий аппарат могут быть установлены в любом месте шахты (фиг. 626, I—IV). Нижний столб воды действует тогда в са-
сывающ и м образом и, конечно, не должен превышать теоретическую высоту 10,33 м.

Рабочие колеса *активных турбин* всегда должны иметь сообщение с наружным воздухом; стекающая вода всасывание не производит (фиг. 626, III).

Пример. Для $H = 20 \text{ м}$, $Q = 0,3 \text{ м}^3/\text{сек.}$, $\eta = 0,92$ имеем из уравнения 488 мощность

$$\frac{1}{75} \cdot 1000 \cdot 0,3 \cdot 20 \cdot 0,92 = 73 \text{ л. с.}$$

ГАЗЫ.

§ 129. Общие данные.

В технике находят применение главным образом следующие газы: при добывании соды — аммиак; при фабрикации искусствен-

ного льда + углекислота, сернистая кислота, аммиак; для нагревания и силовых установок — светильный газ, доменный газ, водяной газ, генераторный газ; для освещения — светильный газ, ацетилен.

Газы, подчиняющиеся закону Гей-Люссака и Мариотта, называются *идеальными газами*.

Характеристическое уравнение состояния идеальных газов следующее:

$$10\,000 \cdot p (1 : \gamma) = R \cdot T; \quad \gamma = \frac{10\,000 \cdot p}{R \cdot T}. \quad (489)$$

$$10\,000 \cdot p \cdot V = G \cdot R \cdot T, \quad (490)$$

где p — давление в *атм. абс.*; $10\,000 \cdot p$ — давление в кг/м^2 ; γ — удельный вес в кг/м^3 ; $1 : \gamma$ — объем 1 кг газа в $\text{м}^3/\text{кг}$; V — объем в м^3 количества газа весом G кг ; t — температура; $T = t + 273$ — абсолютная температура в градусах; R — газовая постоянная в кгм/Т .

Газовая постоянная R обратно пропорциональна молекулярному весу газа. Принимая для кислорода молекулярный вес $m = 32$ (по Оствальду), будем иметь:

$$R = \frac{848.1}{m}. \quad (491)$$

Удельный вес

$$\gamma = \frac{10000 p}{R T}. \quad (492)$$

Газовая постоянная R и удельный вес γ в кг/м^3 , относенные к 1 *атм. абс.*

Жирно напечатанные цифры таблицы на стр. 488 служат для подсчетов при определении поперечного сечения газопроводов, скорости и количества газа для светильного, генераторного, доменного и смешанного газа. Давления этих газов колеблются обычно в пределах от $p = 0,8$ до $1,03$ *атм. абс.*

1) При $p = 10\,333 \text{ кг/м}^2$, $t = 0^\circ$ или $T = 273^\circ$ и объеме килограмм-молекулы, равном $22,4 \text{ м}^3$, имеем:

$$10\,333 \cdot 22,4 = m \cdot R \cdot 273,$$

откуда:

$$R = \frac{10\,333 \cdot 22,4}{m \cdot 273} = \frac{848,5}{m}.$$

Прим. ред.

ГАЗОВАЯ ПОСТОЯННАЯ.

Г А З Ы	Светильный газ	Доменный и генераторный газ	Водяной газ	Смешанный газ	Ацетилен
Газовая постоянная $R =$	67	30	54	35	38 кгм/Т
для $t = 0^\circ$. $\gamma =$	0,56	1,22	0,68	1,05	1,11 кг/м ³
• $t = 20^\circ$ { $\gamma =$	0,51	1,14	0,63	0,97	1,03 .
• $t = 50^\circ$. $\gamma =$	0,46	1,04	0,57	0,89	0,94 кг/м ³
• $t = 100^\circ$ $\gamma =$	0,4	0,9	0,5	0,77	0,81 .

§ 130. Основные законы.

При равных температурах объемы газов обратно пропорциональны давлениям в атм. абс., в мм водяного столба или в мм ртутного столба. ¹⁾

При одинаковых давлениях объемы газов прямо пропорциональны абсолютным температурам.

Пример. 24 м³ газа при давлении 0,92 атм. абс., будучи сжаты до 1,3 атм. абс., имеют объем, равный:

$$24 \cdot (0,92 : 1,3) = 17 \text{ м}^3.$$

Если одновременно с этим газ будет нагрет с 8° до 35°, то его объем будет равен:

$$17 \cdot \frac{273 + 35}{273 + 8} = 18,7 \text{ м}^3.$$

¹⁾ Для измерения давления удобнее пользоваться мм ртутного столба, так как при этом легко можно учесть показания барометра. Пересчет производится по следующему равенству:

$$10\,000 \text{ мм вод. ст.} = 735,5 \text{ мм ртут. ст.} = 1 \text{ атм. абс.}$$

то дает, например, следующие значения:

Атм. абс.	0,92	0,94	0,96	0,98	1	1,01	1,02	1,03
мм вод. ст.	9 200	9400	9600	9800	10 000	10 000	10 200	10 000
мм рт. ст.	677	691	706	721	735,5	743	750	758

§ 131. Газы в трубопроводах.

Обозначим через: w — скорость газов в м/сек , d — диаметр газопровода в см , тогда:
количество газа

$$Q = 0,36 \cdot (\pi : 4) \cdot d^2 \cdot w \text{ м}^3/\text{час}, \quad (493)$$

поперечное сечение трубы

$$(\pi : 4) \cdot d^2 = Q : (0,36 \cdot w) \text{ см}^2. \quad (494)$$

Пример.

$$d = 200 \text{ мм}, w = 5,2 \text{ м/сек}.$$

$$Q = 0,36 \left(\frac{\pi}{4} \right) \cdot 20^2 \cdot 5,2 = 587 \text{ м}^3/\text{час}.$$

Потеря давления. В газопроводах, передающих на большое расстояние светильный или доменный газ, мы имеем дело большей частью с низким давлением, измеряемым в мм водяного столба.

Скорость газов выбирается таким образом, чтобы разность давлений в начале и в конце газопровода оставалась в определенных пределах.¹⁾

Обозначим далее через L — длину прямого трубопровода в м , d — диаметр в свету трубопровода в мм и $G = Q \cdot \gamma$ — количество газа в кг/час .

Тогда для воздуха, газа и пара потеря давления по Фришче будет:

$$h = \beta \cdot \gamma \cdot w^2 \cdot \frac{L}{d} \text{ мм вод. ст.}, \quad (495)$$

где

$$\beta = 2,526 \frac{d^{0,027}}{G^{0,148}} \text{ (опытное значение)}. \quad (496)$$

Но так как $d^{0,027}$ изменяется незначительно, то, принимая в среднем $d \sim 100 \text{ мм}$, получим:

$$\beta = \frac{2,86}{G^{0,148}}. \quad (497)$$

¹⁾ В городских газопроводах давление под колпаком газометра доходит до 50 — 60 мм водяного столба для мелких установок и до 70 — 120 мм водяного столба для крупных. Для доменного газа берут 20 мм водяного столба; для питания газовых двигателей давление повышается при помощи центробежных вентиляторов до 200 — 300 мм водяного столба.

σ	β	σ	β	σ	β	σ	β
10	2,03	100	1,45	1 000	1,03	10 000	0,73
15	1,92	150	1,36	1 500	0,97	15 000	0,69
25	1,78	250	1,26	2 500	0,90	25 000	0,64
40	1,66	400	1,18	4 000	0,84	40 000	0,595
65	1,54	650	1,10	6 500	0,78	65 000	0,555
100	1,45	1000	1,03	10 000	0,73	100 000	0,525

Для отводов с радиусом $r = (2 \div 4) d$ сопротивление учитывается прибавлением к длине прямого трубопровода прямой трубы длиной около $10 d$, т. е. сопротивление отвода заменяют сопротивлением эквивалентной длины прямой трубы.

Например, имея для отвода $d = 200$ мм, к длине прямого трубопровода прибавляется $10 \times 200 = 2000$ мм = 2 м длины.

Из уравнения 495 составлена следующая таблица:

Сопротивление в мм водян. столба на 1 погонный метр длины трубопровода (при нормальной шероховатости внутренней поверхности).

Диаметр трубы в свету $d =$	25	50	100	200	300	500 мм
Светильный газ $\left. \begin{array}{l} \gamma = 0,51, \quad w = 2 \end{array} \right\} h =$	0,15	0,06	0,025	0,01	0,006	0,003 мм вод. ст.
Доменный газ $\left. \begin{array}{l} \gamma = 1,14, \quad w = 4 \end{array} \right\} h =$	1,09	0,45	0,18	0,074	0,043	0,025 мм вод. ст.

Пример. Имеется трубопровод для светильного газа $d = 300$ мм, длиной 730 м прямых труб с 10 отводами, что эквивалентно общей длине труб $L = 730 + 10 \cdot (10 \cdot 0,3) = 760$ м. При $\gamma = 0,51$ и $w = 2$ м/сек получим по таблице потерю давления: $h = 760 \cdot 0,006 = 4,56$ мм водяного столба.

ВОЗДУХ.

§ 132. Состав, влажность, вес, барометрическое давление.

Сухой атмосферный воздух состоит из:	В процентах по весу	В процентах по объему
Кислорода	23,2	20,96 ~ 21
Азота (+ аргон, гелий и другие газы в небольших количествах)	76,8	79,04 ~ 79
	100	100 100

Абсолютная влажность воздуха измеряется в граммах водяного пара, содержащегося в 1 м^3 воздуха. Единицей измерения служит г/м^3 .

Пример. Если в 1 м^3 воздуха содержится 10 г водяного пара, то его абсолютная влажность равна 10.

Относительной влажностью воздуха называется отношение количества водяного пара в граммах, содержащегося в 1 м^3 воздуха, к количеству пара, которое могло бы максимально содержаться в 1 м^3 воздуха при той же температуре.

Стократная величина относительной влажности называется *степенью влажности* воздуха. Приборы для измерения влажности воздуха называются *гигрометрами*.

Пример. Если при данной температуре максимально возможное количество водяного пара равно 15 г в 1 м^3 воздуха, а в действительности воздух содержит только 9 г, то относительная влажность равна $9 : 15 = 0,6$. Следовательно степень влажности равна $100 \cdot 0,6 = 60$.

Удельный вес 1 м^3 воздуха при температуре $t^\circ \text{Ц}$ и давлении p атм. абс. равен:

$$\gamma = \frac{1,252 \cdot p}{1 + 0,00366 \cdot t} \text{ кг.} \quad (498)$$

Сухой атмосферный воздух весит при 0° и 760 ртутного столба $1,29 \text{ кг/м}^3$. (499)

Воздух нормальной влажности весит:

$$1,3 - 0,004 \cdot t \text{ кг/м}^3. \quad (500)$$

Пример. 1 м³ воздуха при $t = 30^\circ \text{Ц}$. весит согласно уравнению 500:

$$1,3 - 0,004 \cdot 30 = 1,18 \text{ кг.}$$

Среднее барометрическое давление при температуре 0°Ц .

0	100	200	300	400	500 м над уровнем моря
760	751	741	732	723	714 м ртутн. столба.

§ 193. Нагревание и расширение воздуха.

а) Коэффициентом расширения α газа называется приращение единицы объема его при нагревании от 0° до 1°Ц , которое равно $\frac{1}{273}$ объема V_0 газа при 0°Ц . Следовательно:

$$\alpha = \frac{1}{273} = 0,00366. \quad (501)$$

Пример. Температура воздуха объема V_1 м³ повышается от t_1 до t_2 . Тогда при одинаковом давлении получим:

$$V_2 = V_1 + V_0(t_2 - t_1) \cdot \alpha \text{ м}^3. \quad (502)$$

Здесь V_0 определяется по формуле идеальных газов (§ 128), вставляя для сухого воздуха при 0° и 760 мм рт. ст. постоянную:

$$R = 29,27, \quad (503)$$

или же V_0 вычисляется по формуле 502.

б) При постоянном давлении объемы газа прямо пропорциональны, а удельные веса обратно пропорциональны абсолютным температурам.

Эти зависимости являются следствиями закона Гей-Люссака.

$$\frac{v_2}{v_1} \text{ или } \frac{V_2}{V_1} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{1 + \alpha \cdot t_2}{1 + \alpha \cdot t_1} = \frac{\frac{1}{\alpha} + t_2}{\frac{1}{\alpha} + t_1} = \frac{273 + t_2}{273 + t_1} = \frac{T_2}{T_1}. \quad (504)$$

V_1 , γ_1 — объем и удельный вес при температуре газа t_1° , V_2 , γ_2 — то же при t_2° .

с) Обозначая через p давление в атм. абс., а абсолютную температуру через

$$T = \frac{1}{\alpha} + t = 273 + t, \quad (505)$$

по закону Мариотта и Гей-Люссака будем иметь:

$$\frac{p_2 \cdot V_2}{p_1 \cdot V_1} = \frac{1 + \alpha \cdot t_2}{1 + \alpha \cdot t_1} = \frac{273 + t_2}{273 + t_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad (506)$$

Следовательно при постоянном объеме давления прямо пропорциональны абсолютным температурам.

Пример. Определенный объем воздуха начального давления $p_1 = 2$ атм. абс. нагревается от $t_1 = 8^\circ$ до $t_2 = 45^\circ$.

Тогда давление в конце нагревания

$$p_2 = 2 \cdot \frac{273 + 45}{273 + 8} = 2,26 \text{ атм. абс.}$$

Примечание. Удельный объем

$$v = \frac{V}{G} = \frac{1}{\gamma} \text{ м}^3/\text{кг};$$

следовательно

$$V = v \cdot G \text{ м}^3.$$

§ 134. Сжатый воздух.

Сжатый воздух применяется в качестве рабочего тела, обладающего определенным запасом энергии для приведения в действие бурильных молотов (6 атм.), небольших машин в шахтах, для передачи энергии на большие расстояния (например, парижская сеть сжатого воздуха 6 атм.) для дутья в доменных печах (0,3 до 2 атм.), для пуска в ход двигателей внутреннего сгорания, для пневматических инструментов, для воздушной почты, для непосредственного выкачивания воды (насосы „Маммут“), для всевозможных пневматических установок ($\frac{3}{4}$ атм.) (работы под водой), для железнодорожных тормозов и т. д.

При сжатии воздух нагревается тем выше, чем больше сжатие. Если при этом теплота не подводится к воздуху и не отводится от него, то такое изменение состояния воздуха называется *адиабатическим*.

Конечная температура воздуха (по окончании сжатия) зависит от его начальной температуры и от величины давления в начале и в конце сжатия.

Для первонач. состояния воздуха	V_1	p_1	t_1	$T_1 = 273 + t_1$
Для сжатого состояния воздуха	V_2	p_2	t_2	$T_2 = 273 + t_2$
Обозначает:	объем в м ³	давление в атм. абс.	темпер. в градус. Ц.	абсолютная температура

Отношение $p_2 : p_1$ называется *степенью сжатия*.

Основные уравнения, применяемые при расчетах:

Уравнения:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{1,41}; \quad p_2 \cdot V_2^{1,41} = p_1 \cdot V_1^{1,41} \quad (507)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{1,41-1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1,41-1}{1,41}} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{0,2908} = \frac{273 + t_2}{273 + t_1} \quad (508)$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \sqrt[1,41]{\frac{p_1}{p_2}} = \frac{(1 + a \cdot t_2) \cdot p_1}{(1 + a \cdot t_1) \cdot p_2} = \frac{273 + t_2}{273 + t_1} \cdot \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{p_1}{p_2} \quad (509)$$

Для всех изменений состояния:

$$\gamma = \frac{1,252 \cdot p}{1 + 0,00366 \cdot t} \text{ кг/м}^3. \quad (510)$$

Пример. Чему равно отношение объемов воздуха, если в первоначальном состоянии при $t_1 = 20^\circ \text{ Ц.}$ $p_1 = 1 \text{ атм. абс.}$, а в конечном (после адиабатического сжатия) $p_2 = 5 \text{ атм. абс.}$?

Согласно уравнению 508:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{5}{1}\right)^{0,2908} = 1,597,$$

откуда

$$T_2 = 1,597 \cdot (273 + 20) = 468.$$

Из уравнения 509 получим (фиг. 627):

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{293}{468} \cdot \frac{5}{1} = 3,12.$$

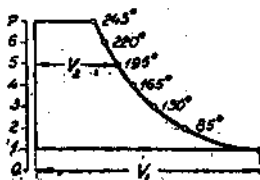
Если на диаграмме взять $V_1 = 100 \text{ мм.}$, то получим, например, при 5 атм. $V_2 = 100 : 3,12 \text{ мм.}$ На диаграмме указаны также

температуры t для давлений от 1 до 7 атм. абс., если в начальном состоянии $p_1 = 1$ атм. абс., а $t_1 = 20^\circ \text{Ц}$.

Удельный вес сжатого воздуха определится согласно уравнению 510:

$$\gamma_2 = \frac{1,252 \cdot 5}{1 + 0,00366 \cdot 195} = 3,65 \text{ кг/м}^3.$$

В последнее время применяют сжатый воздух для добывания жидкого воздуха и кислорода для паровозов, действующих сжатым воздухом, и т. п. Для этих давлений двух ступеней недостаточно, поэтому доходят до 5 ступеней. При начальной температуре в 20° и конечной температуре в 120° , коэффициент сжатия $P_2 : P_1 = 3,3$, для показателя $k = 1,33$.



Фиг. 627.

§ 135. Давление ветра.

Давление ветра необходимо принимать во внимание при расчетах разного рода построек, как-то: дымовых труб, мостов, кранов и др.

Так как здесь величина давления также пропорциональна квадрату скорости ветра и плотности воздуха, то формула для определения давления имеет тот же вид, что и для газообразных тел.

Пусть w скорость ветра в м/сек, $\gamma = 1,29$ удельный вес воздуха (вес 1 м^3 в кг), η_0 коэффициент поверхности (η_0 зависит также от формы поверхности):

Форма поверхности							
	Круг		Отношение сторон $h : b$			Квадрат	Ветряная мельница
			1	2	4		Прямоугол.
Коэффициент $\eta_0 =$	0,83		0,86	0,92	0,94	$0,86 \cdot \sin \alpha$	$0,93 \cdot \sin \alpha$
Поверхность $F =$	$(\pi : 4) D^2$		$b \cdot h$	$b \cdot h$	$b \cdot h$	$b \cdot h$	$b \cdot h$

Тогда давление, перпендикулярное к поверхности, будет равно:

$$q = \eta_0 \cdot \frac{w^2}{g} \cdot \gamma \text{ кг/м}^2. \quad (511)$$

Нормальное давление:

$$N = q \cdot F \text{ кг.} \quad (512)$$

Значение η_0 и F .

Т Е Л А					
	Полый шар	Шар	Усеченный конус	Усеченная пирамида 6-гранная	Усеченная пирамида 8-гранная
Коэффициент $\eta_0 =$	1	0,33	0,67	0,75	0,71
Поверхность $F =$	$(\pi : 4) D^2$	$(\pi : 4) D^2$	$(r + R) \cdot h$	$(r + R) \cdot h$	$(r + R) \cdot h$
Расстоян. центра тяжести $s =$	$0,5 \cdot D$	$0,5 \cdot D$	$\frac{h}{3} \cdot \frac{2r + R}{r + R}$	$\frac{h}{3} \cdot \frac{2r + R}{r + R}$	$\frac{h}{3} \cdot \frac{2r + R}{r + R}$

Шкала силы ветра и значение $\frac{w^2}{g} \cdot \gamma$ (давление в кг/м²).

Умеренный ветер . . . $w = 2,5$ м/сек, $\frac{w^2}{g} \cdot \gamma = 0,82$

Свежий ветер $w = 5$. $\frac{w^2}{g} \cdot \gamma = 3,3$

Очень свежий ветер. $w = 7$. $\frac{w^2}{g} \cdot \gamma = 6,5$

Сильный ветер $w = 15$. $\frac{w^2}{g} \cdot \gamma = 30$

Буря $w = 30$. $\frac{w^2}{g} \cdot \gamma = 118$

Ураган $w = 40$. $\frac{w^2}{g} \cdot \gamma = 210^1)$

¹⁾ Обычно сила ветра определяется в баллах по 12-балльной шкале Бо-форта, по которой ветер со скоростью 2—3 м/сек. оценивается в 0 баллов, 4—5 м/сек. — в 1 балл, 6—7 м/сек. — в 2 балла, 8—9 м/сек. — в 3 балла, и т. д. Ветер в 24—28 м/сек. (сильный шторм) соответствует 9 баллов, а 29—33 м/сек. (жестокий шторм) — 10 баллов и в 34 и выше (ураган) — 12 баллов.

Прим. ред.

При расчете устойчивости дымовых труб принимают давление:

$$\frac{w^2}{g} \cdot \gamma = 150 \text{ кг/м}^3,$$

чему соответствует

$$w \sim 34 \text{ м/сек.} \quad (513)$$

Пример. Круглая дымовая труба

$$r = 0,6, R = 1,2 \text{ и } h = 24 \text{ м.}$$

Согласно таблице на стр. 496

$$\eta_0 = 0,67; F = (0,6 + 1,2) \cdot 24 = 43,2 \text{ м}^2.$$

Расстояние центра тяжести

$$S = \frac{24}{3} \cdot \frac{2 \cdot 0,6 + 1,2}{0,6 + 1,2} = 10,65 \text{ м.}$$

Согласно уравнению 513 берем

$$\frac{w^2}{g} \cdot \gamma = 150 \text{ кг/м}^3.$$

Согласно уравнению 511 давление

$$q = 0,67 \cdot 150 = 100 \text{ кг/м}^2.$$

Согласно уравнению 512 нормальное давление

$$N = 43,2 \cdot 100 = 4320 \text{ кг.}$$

Отсюда опрокидывающий момент равен:

$$4320 \cdot 10,65 = 46\,000 \text{ кгм.}$$

§ 136. Ветряные двигатели.

а) Ветряные мельницы. Пусть (фиг. 628 и 629) z — число крыльев, $b \cdot h$ — поверхность одного крыла в м^2 .

Тогда полная поверхность крыльев:

$$F = z \cdot b \cdot h \text{ м}^2. \quad (514)$$

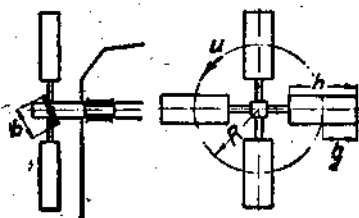
Для нормального давления N действительны уравнения 511 и 512, где согласно таблицы для плоских поверхностей имеем:

$$\eta_0 = 0,93 \cdot \sin \alpha. \quad (515)$$

Часть (P) давления N вызывает вращение вала, причем окружное усилие $P = N \cdot \cos \alpha$.

Подставляя значения из уравнений 511 и 512, получим:

$$P = \eta_0 \cos \alpha \frac{w^2}{g} \cdot \gamma \cdot F. \quad (516)$$



Фиг. 628.

Обозначив через u окружную скорость, т. е. скорость на окружности



Фиг. 629.

в м/сек. (на окружности, описываемой центром тяжести $u = \frac{R \cdot \pi \cdot n}{30}$). Мощность двигателя в л. с. получим равной:

$$\frac{1}{75} \cdot P \cdot u. \quad (517)$$

Вспомогательная таблица для расчетов.

Угол $\alpha =$	0°	70°	75°	80°	85°	90°
Для уравнения 515: $\eta_0 = 0,93 \cdot \sin \alpha =$	0	0,87	0,9	0,91	0,92	0,93
Для уравнен. 516: $\cos \alpha =$	1	0,34	0,26	0,17	0,09	0
Наивыгоднейшая окружная скорость . . . $u =$	0	0,6 · w	0,8 · w	1,4 · w	2 · w	0

Из уравнений 515 — 517 имеем:

Мощность

$$N = \frac{1}{75} \cdot \eta_0 \left(\cos \alpha \frac{w^2}{g} \gamma \cdot F \right) u. \quad (518)$$

Для нормальных условий:

$$\alpha = 80^\circ \text{ и } u = 1,4 w,$$

откуда

$$N = 0,0004 w^2 F \text{ л. с.} \quad (519)$$

Для $w = 4 \text{ м/сек.}$ (умеренный ветер) получим:

$$N = 0,0004 \cdot 4^2 \cdot F = 0,025 \cdot F \text{ л. с.} \quad (520)$$

Последним выражением уравнения 520 можно пользоваться и для приблизительных подсчетов.

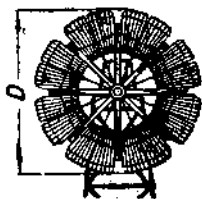
Пример. Ветряный двигатель в 4 крыла длиной 10 м и шириной 2 м.

$$F = 4 \cdot 10 \cdot 2 = 80 \text{ м}^2.$$

Мощность:

$$N = 0,025 \cdot 80 = 2 \text{ л. с.}$$

в) Ветряные колеса (ветродвигатель), фиг. 630. Для них можно считать полную поверхность равной:



Фиг. 630.

$$F \sim \frac{8}{9} \cdot \frac{\pi D^2}{4} \text{ м}^2. \quad (521)$$

Внутренний диаметр колеса $d = \frac{1}{3} D$, где D в м.

В остальном действительны все приведенные выше уравнения.

ЗАДАЧИ К §§ 118 — 136.

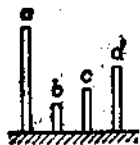
373. Коэффициент сжатия. Что такое коэффициент сжатия?

Ответ. Коэффициентом сжатия называется уменьшение объема 1 л жидкости при повышении давления на нее на 1 атм.

374. В сосуде объемом 1 м³ вода сжимается с 1 атм. до 300 атм. Определить объем после сжатия.

Ответ. После сжатия объем воды равен:

$$1 - 0,00005 \cdot 300 = 0,985 \text{ м}^3.$$



Фиг. 631.

375. Закон Паскаля. Как формулируется закон Паскаля?

Ответ. Закон Паскаля гласит: давление, производимое на жидкость, передается равномерно во все точки жидкости.

376. Разность давлений. Какой высоты должен быть столб (H м), чтобы производить на свое основание давление, равное 1 атм. (фиг. 631):

а) столб воды, б) столб ртути, в) столб бронзы, г) столб чугуна?

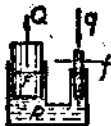
Решение. а) 10 м водяного столба равны 1 атм., следовательно $H = 10$ м.

б) Удельный вес ртути 13,6, т. е. она в 13,6 раз тяжелее воды: поэтому высота ртутного столба

$$H = \frac{10}{13,6} \sim 0,735 \text{ м.}$$

с) Удельный вес бронзы 8,7, высота столба

$$H = \frac{10}{8,7} \sim 1,15 \text{ м.}$$



Фиг. 632.

д) Удельный вес чугуна 7,3, высота столба

$$H = \frac{10}{7,3} \sim 1,37 \text{ м.}$$

377. Гидравлический пресс. Малый поршень имеет сечение $f = 42 \text{ см}^2$ и передает жидкости давление $q = 710 \text{ кг}$ (фиг. 632).

Определить: 1. Удельное давление воды p в атм.

2. Давление Q на большой поршень, если $F = 310 \text{ см}^2$.

Решение. 1. Удельное давление в жидкости

$$p = \frac{q}{f} = \frac{710}{42} = 17 \text{ атм.}$$

2. Давление $Q = 310 \cdot 17 = 5250 \text{ кг.}$

377а. То же при $f = 84 \text{ см}^2$;
 $p = 1420 \text{ кг.}$

378. Гидравлический ручной пресс. Дано: $a = 9 \text{ см}$, $l = 80 \text{ см}$, $k = 20 \text{ кг}$, $d = 5 \text{ см}$. Требуется получить давление $Q = 1000 \text{ кг}$.

Какой должен быть диаметр у большого поршня (фиг. 633)?

Решение. Давление на большой поршень:

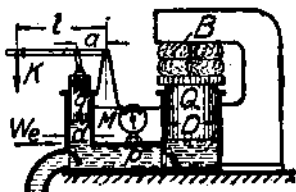
$$Q = k \cdot \frac{l}{a} \cdot \frac{D^2}{d^2}$$

получается:

$$\frac{D}{d} = \sqrt{\frac{Q \cdot a}{k \cdot l}} = \sqrt{\frac{1000 \cdot 9}{20 \cdot 80}} = 2,37,$$

поэтому диаметр большого поршня:

$$D = 2,37 \cdot 5 = 12 \text{ см.}$$



Фиг. 633.

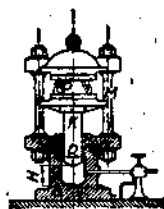
378а. То же $a = 12$ см, $l = 150$ см, $k = 20$ кг, $d = 6$ см, $Q = 2000$ кг.

379. Аккумулятор. Матрица M (фиг. 634) должна на пуансон P производить давление $Q = 19\,500$ кг. Имеющееся в аккумуляторе давление воды $p = 52$ атм.

Определить: 1. Сечение f и диаметр D поршня k .

2. Мощность насоса, питающего аккумулятор, если поршень насоса при ходе в 21 см поднимается и опускается $n = 12$ раз в минуту и если насос должен подавать данный объем воды в 2 раза быстрее.

3. Сколько лошадиных сил нужно затратить на работу насоса?



Фиг. 634.

Решение. 1. Поперечное сечение поршня

$$f = \frac{19\,500}{52} = 375 \text{ см}^2,$$

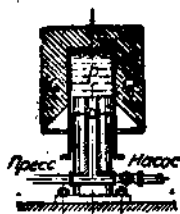
отсюда

$$D = 22 \text{ см.}$$

2. Объем воды при каждом ходе поршня насоса: $f \times \text{ход} = 8000 \text{ см}^3 = 8$ л, следовательно производительность насоса $2 \cdot 8 \cdot 12 = 192$ л в мин.

3. Теоретическая мощность насоса

$$N = \frac{1}{75} \cdot \frac{192}{60} \cdot 10 \cdot p = 22 \text{ л. с.}$$



Фиг. 635.

379а. То же при $P = 39\,000$ кг; $p = 104$ атм., во втором пункте $n = 24$, ход = 42.

380. Аккумулятор. Аккумулятор, предназначенный для давления воды $p = 62$ атм., имеет емкость $1,2 \text{ м}^3$ (фиг. 635). Как велика потребная мощность водяного насоса, если необходимо наполнить аккумулятор в 3 минуты?

Решение. Необходимая мощность будет равна работе, которую нужно затратить, чтобы поднять 1200 кг воды на высоту 620 м; получается:

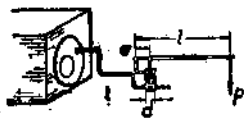
$$N_s = \frac{1200 \cdot 10 \cdot p}{3 \cdot 60 \cdot 75} \sim 55 \text{ л. с.}$$

381. Поршень аккумулятора в предыдущей задаче имеет

$D = 630$ мм. Какой груз требуется для получения давления воды $p = 62$ атм.?

Решение. Груз равен $\frac{\pi}{4} 63^2 \cdot 62 = 193\,400$ кг.

382. *Испытание котла.* Котел, предназначенный для нормального давления 7 атм., испытывается на $p = 7 + 5 = 12$ атм.



Фиг. 636.

Ручной насос (фиг. 636) имеет диаметр $d = 40$ мм и плечи рычага $l = 750$, $a = 90$ мм.

1. Какую силу P нужно приложить к рычагу?

2. Может ли это усилие приложить один рабочий?

Решение. Давление на поршень насоса

$$P = \frac{\pi}{4} \cdot 4^2 \cdot 12 = 150 \text{ кг};$$

к рычагу нужно приложить усилие

$$P \cdot \frac{a}{l} = 150 \cdot \frac{90}{750} = 18 \text{ кг}.$$

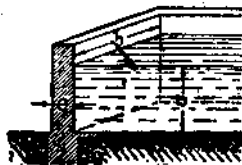
Один рабочий может нажимать на рычаг с силой до 25 кг.

383. *Давление жидкости.* Как гласит основной закон «давления жидкости» на стенки и дно сосуда?

Ответ. Давление жидкости на горизонтальное дно сосуда во всех его точках одинаково. Давление жидкости на элементарные площадки боковых стенок возрастает с глубиной погружения площадок.

Давление жидкости на дно не зависит ни от формы сосуда, ни от наклона боковых стенок.

384. *Давление воды.* На бетонную стену давит масса воды высотой $a = 2,4$ и шириною $b = 4,2$ м (фиг. 637).



Фиг. 637.

Определить: 1. Среднюю высоту давления h м.

2. Давление на стену в кг.

3. Центр давления, считая от дна бассейна.

4. Опрокидывающий момент, на который толщина стены должна быть рассчитана в килограммах.

Решение. 1. Средняя высота давления $h = \frac{1}{2} \cdot 2,4 = 1,2$.

2. Давление на стену $= 1000 \cdot 2,4 \cdot 4,2 \cdot 1,2 = 12\,000$ кг.

3. Центр давления всегда ниже средней высоты давления, а именно: $\frac{1}{2}a$ (считая снизу) $= \frac{1}{2} \cdot 2,4 = 0,8$ м.

4. Так как момент = силе $\times$ плечо, то опрокидывающий момент равен $12\,000 \cdot 0,8 = 9\,600$ кг.

384а. То же при $a = 1,15$ м, $b = 2,1$ м.

385. Давление жидкости. В боковой стене сосуда (фиг. 638) имеется крышка: $a = 0,52$ м, $b = 0,41$ м, $h = 3$ м.



Фиг. 638.

Определить: 1. Площадь крышки в м^2 .

2. Давление на крышку в кг.

Решение. 1. Площадь крышки равна $0,52 \cdot 0,41 = 0,215$ м^2 .

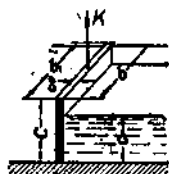
2. Давление на крышку

$$P = 1000 \cdot 0,215 \cdot 3 = 645 \text{ кг.}$$

Это усилие нужно принимать во внимание при расчете болтов крышки.

385а. То же при $a = 1,1$ м; $b = 0,82$ м; $h = 6$ м.

386. Дубовый щит (фиг. 639). $C = 1,3$ м, $b = 2,3$ м, $b_1 = 2,4$ м, $\delta = 5$ см; глубина воды $s = 0,85$ м. Удельный вес дуба 1,2. Определить усилие, требующееся для подъема щита.



Фиг. 639.

1. Величину площади давления воды в м^2 .

2. Давление воды на щит в кг.

3. Вес щита G в кг.

4. Подъемное усилие k для подъема, если принять коэффициент трения $\mu = 0,5$.

Решение. Усилие, требующееся для подъема щита, зависит от трения щита в пазах и от его веса.

1. Площадь давления воды $0,85 \cdot 2,3 = 1,96$ м^2

2. Давление на щит

$$P = 1000 \cdot 1,96 \cdot 0,5 \cdot 0,85 = 832 \text{ кг.}$$

3. Удельный вес сырого дуба 1,2, следовательно вес щита

$$G = 13 \cdot 2,4 \cdot 0,5 \cdot 1,2 = 187 \text{ кг.}$$

4. Трение

$$R = 832 \cdot 0,5 = 416 \text{ кг;}$$

таким образом, подъемное усилие

$$k = 416 + 187 = 603 \text{ кг.}$$

386а. То же при:

$$C = 2,5 \text{ м}; b = 3,2 \text{ м};$$

$$b_1 = 3,3 \text{ м}; \delta = 7 \text{ см}; c = 2 \text{ м}.$$

Относительно наклонного щита см. задачу 388; необходимо обратить внимание на различие результатов.



Фиг. 640.

387. Давление на подпорки (фиг. 643).

Высота резервуара $c = 1,3 \text{ м}$, ширина $b = 2,2 \text{ м}$ материал — листовое железо. Наклонную (под углом 45°) стенку требуется подпереть.

Определить: 1. Горизонтальное давление P в кг.

2. Нормальное давление N на стенку в кг.

3. Давление, на которое нужно рассчитать подпорки S .

4. В каком месте будет рациональнее всего подпереть?

Решение. 1. Горизонтальное давление (фиг. 641):

$$P = c \cdot b \cdot 0,5 \cdot \gamma = 1860 \text{ кг}.$$

2. Нормальное давление:

$$N = \frac{P}{\sin \alpha} = \frac{1800}{0,707} = 2640 \text{ кг}$$



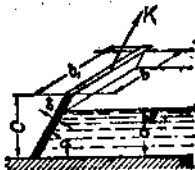
Фиг. 641.

3. При двух подпорках на каждую приходится по 1320 кг давления.

4. В центре давления $u = \frac{1}{3} \cdot 1,3 = 0,87 \text{ м}$, считая сверху.

387а. То же при $c = 0,65 \text{ м}$; $b = 1,1 \text{ м}$.

388. Наклонный дубовый щит (фиг. 642). Щит задачи 386 наклонен к горизонту под углом $\alpha = 70^\circ$. Определить усилие, требующееся для подъема щита.



Фиг. 642.

Определить: 1. Нормальное давление на щит/в кг.

2. Сопротивление трению в кг при $\mu = 0,5$.

3. Собственный вес щита, при удельном весе $= 1,2$.

4. Сопротивление собственного веса в направлении усилия.

5. Подъемное усилие.

6. Сравнить результат с таковым в задаче 386. То же при $\alpha = 80^\circ$.

Решение. При определении подъемного усилия K нужно

принять в расчет собственный вес и трение, вызываемое нормальным давлением.

1. Из задачи 386 известно, что горизонтальное давление $P = 832 \text{ кг}$, следовательно нормальное давление (фиг. 643)

$$N = \frac{P}{\sin \alpha} = \frac{832}{0,94} = 885 \text{ кг.}$$

2. Трение

$$R = 885 \cdot 0,5 \sim 443 \text{ кг.}$$

3. Собственный вес

$$G = (13 : 0,94) \cdot 24 \cdot 0,5 \cdot 1,2 \sim 200 \text{ кг}$$

4. Сопротивление собственного веса:

$$G_1 = G \cdot \sin \alpha = 200 \cdot \sin 70^\circ = 188 \text{ кг.}$$

5. Подъемное усилие

$$K = R + G_1 = 443 + 188 = 631 \text{ кг.}$$

6. Таким образом, для подъема наклонного щита требуется больше усилия, чем для вертикального щита.

389. Удельный вес. Что такое „удельный вес“ и как гласит основное правило.

Ответ. Удельным весом называется вес одного кубического дециметра данного вещества. Основное правило гласит: удельный вес равен весу тела, деленному на вес воды одинакового с этим телом объема.



Фиг. 644.

390. Как определить удельный вес каково-нибудь тела?

Ответ. Удельный вес тела определяется посредством деления веса тела в кг на его объем в кубических дециметрах.

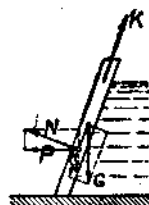
391. Определение удельного веса (фиг. 644). В сосуд, наполненный водою до сливной трубки, погружается шар k весом $G = 13,2$. Вытесненная шаром вода (в сосуд b) весит $G' = 3,1 \text{ кг}$.

Определить удельный вес шара.

Решение. Удельный вес $\gamma = \frac{\text{вес тела}}{\text{вес вытесненной воды}}$ таким образом

$$\gamma = \frac{13,2}{3,1} = 4,25.$$

391а. То же при $G = 26,4 \text{ кг}$; $G' = 6,2 \text{ кг}$.



Фиг. 643.

392. Подъемная сила жидкости. 1. Что такое подъемная сила?

2. Чему равна подъемная сила?

Ответ. 1. Подъемной силой называется та сила, которая стремится поднять погруженное в жидкость тело.

2. Объем в куб. дециметрах + удельный вес жидкости.



Фиг. 645.

393. Деревянный шар (фиг. 645) диаметром $d = 12$ см весит $G = 0,4$ кг и погружен в воду.

1. Чему равна подъемная сила воды?

2. С какой силой в кг тело поднимается вверх?

3. Каков должен быть вес тела, чтобы оно осталось под водой?

Решение. Объем шара

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = 0,9 \text{ дм}^3;$$

получается: 1. Подъемная сила $V \cdot \gamma = 0,9$ кг.

2. Сила, с которой шар выпирается,

$$0,9 - 0,4 = 0,5 \text{ кг.}$$

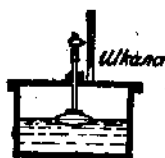
3. Вес тела должен быть равным весу вытесненной им воды, т. е. 0,9 кг.

393а. То же при $G = 0,8$ кг, $d = 24$ см.

394. Поплавок (фиг. 646). Полый поплавок, показывающий высоту уровня воды в сосуде, имеет объем $V = 2$ л.

1. Чему равна подъемная сила?

2. Чему должен равняться вес поплавка и указательной штанги, чтобы поплавок всегда был наполовину погружен в воду?



Фиг. 646.

Решение. 1. Подъемная сила $V \cdot \gamma = 2$ кг.

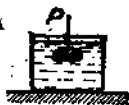
2. Вес должен равняться весу вытесненной воды; если требуется, чтобы тело погрузилось наполовину, то вытесненное количество воды равно $\frac{2}{2} = 1$ л и вес $= 1$ кг.

394а. То же при $V = 4$ л.

395. Погружение тела в воду (фиг. 647). Какая сила P в кг требуется для того, чтобы тело весом $G = 240$ кг и объемом $V = 0,11$ м³ удерживать под водой?

Определить: 1. Подъемную силу воды в кг.

2. Силу P в кг.



Фиг. 647.

Решение. 1. Объем выражается в литрах, следовательно: сила давления воды равна $110 \cdot 1 = 110$ кг.

2. Так как вес тела (240 кг) больше, чем сила давления воды, то тело пойдет ко дну. Если бы, например, тело весило только 60 кг, то для удержания его под водою потребовалось бы приложить силу:

$$P = 110 - 60 = 50 \text{ кг.}$$

395а. То же при $G = 100$ кг; $V = 0,15$ м³.

396. Объем. Твердое тело весит $G = 70$ кг, в воде же его вес $G' = 30$ кг (фиг. 648).



Фиг. 648.

Определить: 1. Подъемную силу в кг.

2. Объем тела.

Решение. В результате разности давлений вода стремится поднять тело с силою $G - G'$.

1. Эта подъемная сила $70 - 30 = 40$ кг.

2. Так как подъемная сила равна весу вытесненной жидкости то объем тела равен $40 : 1 = 40$ л.

396а. То же при $G = 150$ кг; $G' = 15$ кг.

397. Баржа (фиг. 649) имеет следующие размеры: $a = 12$ м, $b = 5$ м, $e = 1,8$ м, $s = 2,5$ м, собственный вес $G = 1300$ кг.

Какой груз может баржа поднимать при глубине погружения $h = 1,3$ м?

Определить: 1. Величину погруженной площади в м².

2. Вытесненную баржей воду в м³.

3. Подъемную силу давления воды в кг.

4. Грузоподъемность в кг.



Фиг. 649.

Решение. 1. Погруженная площадь получается следующим образом, $L = a + 2x$, а так как $x : h = e : s$, то

$$x = \frac{1,3 \cdot 1,8}{2,5} = 0,94 \text{ м,}$$

следовательно длина

$$L = 12 + 2 \cdot 0,94 = 13,88 \text{ м}$$

и погруженная площадь равна

$$\frac{13,88 + 12}{2} \cdot 1,3 = 16,82 \text{ м}^2.$$

2. Вытесненная вода имеет объем

$$16,82 \cdot 5 = 84,10 \text{ м}^3.$$

3. Для воды

$$\gamma = 1; 1 \text{ м}^3 = 1000 \text{ л};$$

отсюда подъемная сила составляет

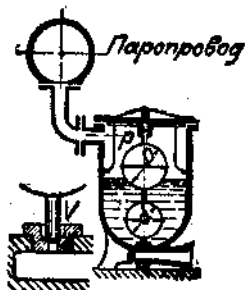
$$84,10 \cdot 1000 \cdot 1 = 84\,100 \text{ кг}.$$

4. Грузоподъемность равна силе давления минус собственный вес, т. е.

$$84\,100 - 1300 = 82\,800 \text{ кг}.$$

397а. То же при $a=20 \text{ м}$; $b=8 \text{ м}$; $e=2 \text{ м}$; $z=3 \text{ м}$; $G=3000 \text{ кг}$.

398. Конденсационный горшок для паропроводов. Для изображенного на фиг. 650 конденсационного горшка требуется, чтобы клапан V (внизу) открывался, когда верхний полый шар наполовину погружен в воду.



Фиг. 650.

$$d = 80 \text{ мм}, D = 100 \text{ мм}.$$

Определить: 1. Силу давления воды на поплавки.

2. Вес полых шаров.

3. Толщину стенок полых шаров.

Решение. 1. Сила давления воды равна весу вытесненной жидкости, т. е.

$$V \cdot \gamma = \left(\frac{4\pi}{3} \cdot 0,4^3 + \frac{1}{2} \cdot \frac{4\pi}{3} \cdot 0,5^3 \right) \cdot 1 = \sim 0,8 \text{ кг}$$

(объем шаров в дм^3 или л).

2. Вес шаров со шпинделем может быть только 0,8 кг.

3. При толщине стенок в 1,5 мм и диаметре шпинделя в 8 мм вес шаров и шпинделя $\sim 0,8 \text{ кг}$.

399. Подъемная сила (фиг. 651). Деревянный цилиндр ($\gamma=1,2$), диаметр $d=3,8 \text{ см}$, должен погрузиться на $e=9 \text{ см}$ в 20%-ный соляной раствор.

Чему должна равняться высота этого цилиндра?

Определить: 1. Удельный вес соляного раствора.

2. Вытесненный объем жидкости в литрах.

3. Высоту цилиндра в см.

Решение. 1. Удельный вес соляного раствора $\gamma = 1,155$.

2. Вес вытесненной жидкости выражает подъемную силу:

$$\frac{\pi}{4} 0,38^2 \cdot a \cdot 1,2 = 0,1 \cdot 1,155;$$

поэтому высота

$$a = \frac{0,1 \cdot 1,155}{\frac{\pi}{4} 0,38^2 \cdot 1,2} = \frac{0,1155}{0,11 \cdot 1,2} = 0,87 \text{ дм} = 8,7 \text{ см.}$$



Фиг. 651.

400. Тягомер (фиг. 652). При определении силы тяги в топке котла тягомер показывает разность уровней воды $h = 19 \text{ мм}$.

Чему равна сила тяги в топке?

Ответ. Сила тяги в топке вызывает в тягомере вакуум и выражается обыкновенно в миллиметрах водяного столба. Здесь сила тяги $= 19 \text{ мм}$ водяного столба (переведем их в атмосферы, получим:

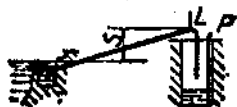


$$1 - \frac{0,019}{10} = 0,9981 \text{ атм. абс.}).$$

Фиг. 652.

400а. То же при $h = 23 \text{ мм}$.

401. Сифон. Для одной мельницы колодец не давал достаточно воды для питания паровых котлов. Поэтому решено было устроить сифон, который из озера, находящегося на расстоянии 125 м от мельницы, доставлял бы воду в колодец в количестве $Q = 0,75 \text{ м}^3/\text{мин.}$ (фиг. 653). Однако сифон этот не действовал. Диаметр трубопровода был $d = 90 \text{ мм}$ и длина $l = 125 \text{ м}$. Высшая точка сифона находилась на $z = 7,6 \text{ м}$ выше нормального уровня воды в озере (в L имеется воздушный кран для образования вакуума в трубопроводе).



Фиг. 653.

Определить: 1. Какая высота давления имеется в распоряжении для преодоления сопротивления трению.

2. Скорость воды в сифоне, соответствующую расходу воды в $0,75 \text{ м}^3/\text{мин.}$

3. Сопротивление трению в трубопроводе.

4. Почему сифон не действовал?

5. Какая высота s допустима, если сифон должен действовать при скорости воды $v = 2$ м/сек.

Решение. 1. В нормальных условиях можно (см. § 113), принимая во внимание температуру воды, считать давление наружного воздуха 10 м, а достижимый вакуум (посредством отсасывания инжектором через кран L , фиг. 654) примерно $H = 9$ м. Следовательно, высота давления, имеющаяся в нашем распоряжении для преодоления потерь напора, будет $9 - 7,6 = 1,4$ м.



Фиг. 654.

2. Скорость воды

$$v = \frac{Q}{\frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot 60} \sim 2 \text{ м/сек.}$$

3. Потеря напора

$$h_w = 4,3 \cdot \frac{l}{100} = 5,4 \text{ м.}$$

Скоростной напор

$$h = \frac{v^2}{2g} = 0,2 \text{ м.}$$

4. Так как согл. п. 1, для $h_w + h$ имелось в распоряжении только 1,4 м, то, конечно, сифон не мог действовать.

5. Теоретически возможная высота

$$s = 9 - 5,6 = 3,4 \text{ м.}$$

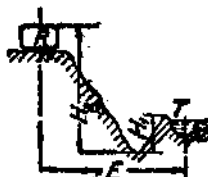
(В случае грязной воды нужно принять в расчет еще сопротивление всасывающей сетки от 0,1 до 0,2 м.)

401а. То же $Q = 1,5$ м³/мин.; $L = 62$ м; $d = 180$ мм; найти допустимое H .

402. Таран (фиг. 655). Из озера T требуется поднять воду в резервуар R , при $H_1 = 6$ м и $H_2 = 50$ м.

1. Применим ли в данном случае таран?

2. Из озера T вытекает $Q = 13,5$ м³ воды в час. Какого диаметра должен быть трубопровод?



Фиг. 655.

3. Какое количество воды q в м³/сек. будет доставляться в R , если считать коэффициент полезного действия $\eta = 0,5$?

4. Куда девается расход воды $Q - q$?

5. Как вести расчет в случае большого расстояния $E = 200$ м?

Решение. 1. Да, потому что таран применим при напорах до 8 м и при высоте подъема до 80 м.

2. Полагая скорость воды в трубопроводе 1 м/сек. получаем сечение трубы:

$$\frac{\pi}{4} d^2 = \frac{13,5}{60 \cdot 60 \cdot 1} = 0,0038 \text{ м}^2 = 38 \text{ см}^2$$

и диаметр трубы $d = 7 \text{ см.}$

3. Основное уравнение в данном случае:

$$\eta = Q \cdot H_1 = q \cdot H_2$$

получается:

$$q = \eta \cdot Q \cdot \frac{H_1}{H_2} = 0,5 \cdot 13,5 \cdot \frac{6}{50} = 0,81 \text{ м}^3/\text{сек.}$$

4. Расход $Q - q$ используется для подъема количества воды q .

5. Нужно принимать в расчет потерю напора в трубопроводах, согласно § 118.

402а. То же при $H_1 = 12 \text{ м; } H_2 = 65 \text{ м.}$

403. Коэффициенты для истечения воды. 1. Что такое коэффициент сжатия струи α ?

2. Что такое коэффициент скорости φ ?

3. Что такое коэффициент расхода μ ?

Ответ. 1. Отношение сечения струи к сечению отверстия истечения.

2. Отношение действительной скорости истечения к теоретической.

3. Отношение действительного расхода вытекающей воды к теоретическому. Следовательно: $\mu = \alpha \cdot \varphi$.

404. Какие основные уравнения применяются на практике при расчетах истечения (фиг. 656)?

1. Для высоты напора H ?

2. Для скорости истечения w ?

3. Для расхода вытекающей воды Q ?

4. Для сечения отверстия f ?

Ответ. 1. Высота напора

$$H = \frac{w^2}{2g} \text{ м.}$$

2. Скорость истечения

$$w = \sqrt{2gH} \text{ м/сек.}$$

3. Расход воды

$$Q = 60 \mu \cdot f \cdot w \text{ м}^3/\text{мин.}$$



Фиг. 656.

4. Сечение отверстия

$$f = \frac{Q}{60 \mu \omega} \text{ м}^2.$$

405. *Скорость истечения* (фиг. 657). Высота напора в сосуде $H = 9,4 \text{ м}$.

С какой теоретической скоростью вытекает вода из отверстия?



Фиг. 657.

РЕШЕНИЕ. $w = \sqrt{2gH} = 13,5 \text{ м/сек.}$

405а. То же при $H = 18,8 \text{ м}$.

406. *Высота напора*. Требуется, чтобы из отверстия (по схеме предыдущей задачи) вода вытекала со скоростью $w = 8,3 \text{ м/сек.}$ Какой должен быть при этом напор H ?

РЕШЕНИЕ. Высота напора

$$H = \frac{w^2}{2g} = 3,5 \text{ м.}$$

Эта высота напора называется также скоростным напором.

406а. То же при $w = 16,6 \text{ м/сек.}$

407. *Скорость истечения* (фиг. 658). Имеется вертикальный трубопровод диам. 100 мм при высоте напора $H = 200 \text{ м}$.

Определить: 1. Теоретическую скорость истечения.

2. Примерную действительную скорость истечения.

РЕШЕНИЕ. 1. Теоретическая скорость истечения:

$$w = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 200} = 63 \text{ м/сек.}$$

2. Действительная скорость истечения:

$$w = 10 \text{ м/сек.}$$

408. *Гидравлическое давление* (фиг. 659), $H = 21 \text{ м}$, высота напора над отверстием истечения.

Определить: 1. Гидравлическую высоту напора для точки А, если $H_1 = 8 \text{ м}$ и если отношение поперечных сечений $A : B = 1,5 : 1$.

2. То же для точки В.

3. Давление в атмосферах на стенку А сосуда.

РЕШЕНИЕ. 1. Скорость истечения

$$w = \sqrt{2gH} = 20,3 \text{ м/сек.}$$

Скорость воды в сечении

$$A = w : 1,5 = 13,5 \text{ м/сек.}$$



Фиг. 658.



Фиг. 659.

Гидравлическая высота напора для

$$A = 8 - \frac{13,5^2}{2 \cdot 9,81} = -1,3 \text{ м.}$$

2. Гидравлическая высота напора для

$$B = H - \frac{w^2}{2g} = 0 \text{ м}$$



Фиг. 660.

Однако, это справедливо лишь в том случае, когда линия течения равномерна, как на фиг. 660.

3. Давление в атмосферах на стенку А сосуда равно гидростатическому давлению $8 \text{ м} = 0,8 \text{ атм.}$

408а. То же при $H = 42 \text{ м}$; $H_1 = 16 \text{ м}$.

409. Истечение под давлением. Поршень производит на воду в цилиндре давление $p = 90 \text{ атм.}$ (фиг. 661).



Фиг. 661.

Определить скорость истечения для сечения f .

Решение. Получается ли напор от столба воды или от давления на воду — безразлично, потому что всегда скорость истечения

$$w = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 10 \cdot 90} = 133 \text{ м/сек.}$$

409а. То же при $p = 60 \text{ атм.}$

410. Сообщающиеся сосуды (фиг. 662, I и II). Переход жидкости из одного сосуда в другой.

Два сосуда имеют одинаковое сечение $F = F_1$ и сечение перехода f в м^2 .

H — начальная высота напора в м ; конечная высота напора равна 0. Составить уравнения для:



Фиг. 662.

- 1) средней скорости воды $w_{\text{ср.}}$ в м/сек. ;
- 2) объема воды Q в м^3 ;
- 3) времени t в сек. , требующегося для достижения состояния покоя (см. фиг. 662, II).

Решение. Так как наименьшая высота напора равна 0, то:

1. Средняя скорость

$$w_{\text{ср.}} = \frac{\sqrt{2gH}}{2} \text{ м/сек.}$$

2. Объем воды

$$Q = \frac{1}{2} H \cdot F = \mu \cdot f \cdot w_{\text{ср.}}$$

3. Время

$$t = \frac{Q}{\mu \cdot f \cdot w_{\text{ср.}}} = \frac{1}{\mu} \cdot \sqrt{\frac{H}{2g}} \cdot \frac{F}{f} \text{ сек.}$$

411. Дано $f = 38 \text{ см}^2$, $H = 4,3 \text{ м}$, $F = F_1 = 3,8 \text{ м}^2$.



Фиг. 663.

Определить w , Q и время t .

Решение. Из вышеуказанных уравнений получается:

$$w_{\text{ср.}} = 4,6 \text{ м/сек.}, Q = 8,2 \text{ м}^3, t = 470 \text{ сек.}$$

412. Уменьшается высота напора. Сосуды фиг. 663 опоражниваются.

Сосуд фиг. 664 наполняется.

Составить для обоих случаев:

1. Уравнение для средней скорости воды $w_{\text{ср.}}$.

2. Уравнение для расхода воды Q в м^3 .

3. Уравнение для времени t в сек.

Решение. Опускание уровня воды равномерно замедленное, поэтому: 1. Средняя скорость



Фиг. 664.

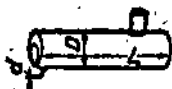
$$w_{\text{ср.}} = \frac{\sqrt{2gH}}{2} \text{ м/сек.}$$

2. Объем воды

$$Q = F \cdot H = \mu \cdot f \cdot w_{\text{ср.}} \cdot t \text{ м}^3.$$

3. Время

$$t = \frac{Q}{\mu \cdot f \cdot w_{\text{ср.}}} = \frac{1}{\mu} \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot \frac{F}{f} \text{ сек.}$$



Фиг. 665.

μ , согласно § 115, можно взять $\sim 0,7$.

413. Численный пример к задаче 412.

Требуется опорожнить котел с одной жаровой трубой, находящейся под гидравлическим давлением (фиг. 665). Через сколько времени вытечет вся вода, если $D = 2,2 \text{ м}$,

$L = 9,2 \text{ м}$, диаметр жаровой трубы $0,9 \text{ м}$, сечение спускного крана $f = 0,002 \text{ м}^2$.

Определить: 1. Среднюю скорость истечения в м/сек.

2. Объем котла в м^3 .

3. Время t , если принять $\mu \approx 0,7$.

Решение. 1. Средняя скорость истечения

$$w_{\text{ср.}} = 0,5 \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 2,2} = 3,28 \text{ м/сек.}$$

2. Объем котла, за вычетом объема жаровой трубы:

$$Q = (2,2^2 - 0,9^2) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 9,2 = 29,2 \text{ м}^3.$$

3. Время

$$t = \frac{29,2}{0,7 \cdot 0,002 \cdot 3,28} = 6362 \text{ сек.} = 1 \text{ час } 46 \text{ мин.}$$

413а. То же при $D = 1,8 \text{ м}$; $L = 11 \text{ м}$; $d = 40 \text{ мм}$; диаметр жаровой трубы $= 0,7 \text{ м}$.

414. Затопление снарядного погреба военного корабля. Погреб А (фиг. 666) имеет объем $Q = 38,4 \text{ м}^3$; постоянная высота напора $H = 1,57 \text{ м}$, диаметр впускной трубы $d = 120 \text{ мм}$. В какой промежуток времени наполнится погреб водою?



Фиг. 666.

Определить: 1. Среднюю скорость воды $w_{\text{ср.}}$ в м/сек.

2. Сечение впускной трубы в м^2 .

3. Коэффициент истечения μ .

4. Время t , необходимое для наполнения снарядного погреба.

Решение: Согласно задаче 412 имеем:

1. Средняя скорость

$$w_{\text{ср.}} = \frac{\sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1,57}}{2} \sim 2,8 \text{ м/сек.}$$

2. Сечение трубы

$$f_1 = \frac{\pi}{4} \cdot 0,12^2 = 0,0113 \text{ м}^2.$$

3. Если принять во внимание течение воды при движении корабля, то можно считать приблизительно $\mu = 0,4$.

4. Тогда время, необходимое для наполнения погреба, равно:

$$t = \frac{Q}{\mu \cdot f \cdot w_{\text{ср.}}} = \frac{38,4}{0,4 \cdot 0,0113 \cdot 2,8} = 3000 \text{ сек.} = 50 \text{ мин.}$$



Фиг. 667.

414а. То же при $Q = 20 \text{ м}^3$, $H = 2,5 \text{ м}$.

415. На маневрах выяснилась необходимость производить затопление погреба в более короткий промежуток времени, т. е. чтобы $t = 15 \text{ мин.}$, причем для этой цели используются еще насосы и трубопровод II (фиг. 667), в котором скорость воды $w_2 = 3,5 \text{ м/сек.}$

Определить: требуемый диаметр трубы II.

Решение. Из уравнения

$$\underbrace{\mu \cdot f_1 \cdot w_{\text{ср.}} \cdot t}_{\text{Труба I}} + \underbrace{f_2 \cdot w_2 \cdot t}_{\text{Труба II}} = Q$$

получаем сечение трубы:

$$f_2 = \frac{Q - (\mu \cdot f_1 \cdot w_{\text{ср.}} \cdot t)}{t \cdot w_2} = \frac{38,4 - (0,4 \cdot 0,0113 \cdot 2,8 \cdot 15 \cdot 60)}{15 \cdot 60 \cdot 3,5}$$

$$f_2 = 0,0082 \text{ м}^2;$$



Фиг. 668.

диаметр трубы:

$$d = 0,105 \text{ м} = 105 \text{ мм.}$$

415а. То же при $t = 10$ мин.

416. *Истечение под действием разрежения* (фиг. 668). В сосуде имеется вакуум $p_0 = 0,3$ атм. абс.; $H_s = 4,3$ м; сечение трубы $f = 20 \text{ см}^2$.

Определить: 1. Скоростной напор.

2. Скорость истечения в м/сек.

Решение. Пользуемся уравнением:

1. Скоростной напор

$$\frac{w^2}{2g} = (A - a) - H_s - 10 \cdot p_0,$$

причем $A - a$ считают обыкновенно 10 м водяного столба.

2. Из приведенного уравнения:

$$w = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot (10 - 4,3 - 10 \cdot 0,3)} = 7,3 \text{ м/сек.}$$

В случае длинного трубопровода необходимо принять во внимание сопротивление в трубопроводе h (сравни уравнение 446, стр. 469).

416а. То же при $p_0 = 0,7$ атм. абс.; $H_s = 6$ м.

417. *Струя воды* (фиг. 669). На какую высоту будет бить струя воды (теоретически), если посредством поршня на воду действует давление $p = 11$ атм.



Фиг. 669.

Решение. Если не принимать в расчет сопротивление воздуха, то струя била бы на такую высоту, которая точно соответствует давлению водяного столба, в результате которого получается данная скорость истечения; следовательно, для $p = 11 \text{ кг/см}^2$,

$$H = 10 \cdot 11 = 110 \text{ м.}$$

Для $p = 12 \text{ кг/см}^2$ абс. давления нужно взять: $H = 10 \cdot p = 120 \text{ м}$ воды (А согласно § 120).

417а. То же при $p = 5 \text{ атм.}$

418. *Расход воды.* В трубопроводе с $d = 84 \text{ мм}$ скорость воды $v = 1,8 \text{ м/сек.}$

Определить протекающий расход воды.

Решение. Сечение трубы

$$f = \frac{\pi}{4} \cdot 8,4^2 = 55 \text{ см}^2 = 0,0055 \text{ м}^2.$$

Расход воды

$$Q = 60 \cdot 0,0055 \cdot 1,8 \sim 0,6 \text{ м}^3/\text{мин.}$$

418а. То же при $d = 300 \text{ мм}; v = 1 \text{ м/сек.}$

419. *Скорость воды.* По трубе $d = 4,3 \text{ см}$ протекает $Q = 6,8 \text{ м}^3$ воды в час.

Как велика скорость в м/сек. ?

Решение. Сечение трубы

$$f = \frac{\pi}{4} \cdot 4,3^2 = 14,5 \text{ см}^2 = 0,00145 \text{ м}^2.$$

Скорость воды

$$v = \frac{6,8}{60 \cdot 60 \cdot 0,00145} = 1,3 \text{ м/сек.}$$

419а. То же при $d = 8,5 \text{ см}, Q = 20 \text{ м}^3$.

420. *Диаметр трубопровода.* По трубе протекает $Q = 20 \text{ м}^3$ воды в час со скоростью $v = 1,5 \text{ м/сек.}$ Определить сечение и диаметр трубы.

Решение. Сечение трубы

$$f = \frac{20}{60 \cdot 60 \cdot 1,5} = 0,0037 \text{ м}^2 = 37 \text{ см}^2.$$

диаметр трубы $\sim 7 \text{ см.}$

420а. То же при $Q = 15 \text{ м}^3/\text{час}; v = 0,8 \text{ м/сек.}$

421. *Гидравлические сопротивления.* Что, главным образом, влияет на величину сопротивления в трубопроводе?

Решение. Гидравлические сопротивления зависят от диаметра и длины трубопровода, а также от скорости течения воды.

422. *Потеря напора.* В прямом трубопроводе $d = 100 \text{ мм}$ и длиной $L = 420 \text{ м}$, вода течет со скоростью $v = 2,6 \text{ м/сек.}$ Определить потерю напора.

Решение.

$$h = 0,02 \cdot \frac{420}{0,1} \cdot \frac{2,6^3}{2 \cdot 9,81} = 29 \text{ м}$$

водяного столба.

422а. То же при $d=200$ мм, $L=300$ м, $v=1,5$ м/сек.

423. В трубопроводе предыдущей задачи имеется запорный клапан $d=12,3$ см (фиг. 670). Определить приблизительно потерю напора, если:



- 1) скорость перед клапаном $w=2,2$ м/сек.
- 2) скорость в отверстии под клапаном $v=4,1$ м/сек.

Решение. 1. Сопротивление клапана

Фиг. 670.

$$\frac{3 \cdot 2,2^3}{2 \cdot 9,81} = 0,75 \text{ м водяного столба.}$$

Это значение действительно только для совершенно открытого клапана.

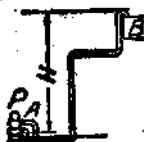
2. Сопротивление клапана

$$\frac{4,1^3}{2 \cdot 9,81} = 0,85 \text{ м водяного столба.}$$

Таким образом, сопротивление клапана можно определить двойным подсчетом.

423а. То же при $d=80$ мм; $w=1,5$ м/сек.

424. Насос (фиг. 671) качает воду в резервуар В на высоту $H=54$ м. Длина трубопровода $L=270$ м, диаметр $=95$ мм. В трубопроводе имеется 6 нормальных отводов (90°).



Фиг. 671.

Определить: 1. Давление в атмосферах в воздушном кошке у А во время остановки насоса.

2. Сопротивление в трубопроводе в кг, если вода течет со скоростью $v=1,8$ м/сек.

3. Давление у А во время действия насоса.

Решение. 1. Давление воды 54 м; $10 \text{ м} = 1 \text{ атм.}$; во время остановки насоса давление в воздушном кошке 5,4 атм.

2. Потеря напора в прямом трубопроводе

$$3,4 \cdot \frac{L}{100} = 9,2 \text{ м водяного столба.}$$

Потеря напора в 6 отводах $6 \cdot 0,03 = 0,18$ м водяного столба.

Суммарная потеря напора 9,38 м водяного столба.

3. Давление у А во время действия насоса

$$5,4 + \frac{9,38}{10} \sim 6,84 \text{ атм.}$$

424а. То же при $v=0,9$ м/сек.

425. Ускорение водяных масс. Вода, находящаяся в горизонтальной трубе $L = 1,2 \text{ м}$, сечением $f = 120 \text{ см}^2$, должна быть приведена в движение посредством указанного на фиг. 672 поршня и пройти в $t = 0,5 \text{ сек.}$ путь $s = 12 \text{ м}$.

Определить: 1. Требуемое ускорение в м/сек^2 .

2. Вес водяной массы в кг .

3. Основное уравнение.

4. Требуемое давление поршня в кг .

Решение. 1. Требуемое ускорение



Фиг. 672.

$$\varphi = \frac{2 \cdot s}{t^2} = 96 \text{ м/сек}^2.$$

2. Вес водяной массы

$$G = \frac{f \cdot L}{10} = 14,4 \text{ кг}.$$

3. Основное уравнение:

$$\text{сила} = \varphi \times \text{масса}.$$

4. Давление поршня

$$P = \varphi \cdot \frac{G}{g} = 140 \text{ кг}.$$



425а. То же при $L = 2,4 \text{ м}$; $f = 240 \text{ см}^2$, $t = 1 \text{ сек.}$; $s = 24 \text{ м}$.

426. Труба, указанная в задаче 425, направлена Фиг. 673. вертикально вверх (фиг. 673).

1. Какое требуется давление поршня в кг ?

2. Насколько уменьшится давление поршня, если труба направлена вниз, т. е. если поршень давит сверху?

Решение. 1. К давлению поршня, вычисленному в задаче 425, прибавляется еще вес воды, следовательно требуемое давление поршня $P = 140 + 14,4 = 154,4 \text{ кг}$.

2. Если труба направлена вниз, то

$$P = 140 - 14,4 = 125,6 \text{ кг}.$$

426а. То же, при условии задачи 425а.



Фиг. 674.

427. Всасывающее действие и ускорение (фиг. 674). Насос

имеет ход поршня $2 r = 700 \text{ мм}$, число оборотов в минуту $n = 92$, поперечное сечение цилиндра насоса равно поперечному сечению трубы $F = 126 \text{ см}^2$. Воздушного молпака нет.

Определить: 1. Наибольшее ускорение, которое нужно сообщить воде, чтобы получить непрерывный водяной столб.

2. Силу, имеющуюся в нашем распоряжении, если давление воздуха 745 мм ртутного столба, температура воды 10° , $H=0$.

3. Будет ли водяная масса следовать движению поршня, если $L=13,2$ м, $H=6,3$ м?

Решение. 1. Наибольшее ускорение

$$\varphi = \frac{n^2 \cdot r}{75} = 40 \text{ м/сек}^2.$$

2. Имеющееся в распоряжении давление воздуха

$$A - a = 10 \text{ м},$$

поэтому сила, сообщаемая воде ускорение,

$$P = \frac{A - a}{10} \times \text{поп. сеч. трубы} = 1 \cdot 126 = 126 \text{ кг}.$$

3. Можно определить вес водяных масс из уравнения:

$$\text{ускорение} = \frac{\text{сила}}{\text{масса}},$$

а так как (согл. § 119) сечение F встречается как в силе, так и в массе, то берем просто наибольшее ускорение.

$$\varphi = \frac{10 - H}{L : g} = \frac{10 - 6,3}{13,2 : 9,81} = 2,75 \text{ м/сек}^2.$$

Требуется же ускорение $= 40 \text{ м/сек}^2$, поэтому вода не будет следовать движению поршня.

427а. То же при $n=46$ оборотах.

428. Ускорение водяных масс (фиг. 675). К насосу задачи 427, устанавливается воздушный колпак, так что $L=1,5$ м.

Будет ли при этом непрерывная струя воды?

Решение. Наибольшее ускорение

$$\varphi = \frac{10 - 6,3}{1,5 : 9,81} = 24,2 \text{ м/сек}^2.$$

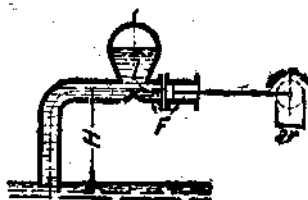
А так как ускорение поршня равно 40 м/сек^2 (см. зад. 427), то

в данном случае также непрерывного движения воды не получится.

При $n=72$ ускорения поршня

$$\varphi = \frac{72^2 \cdot r}{75} = 24 \text{ м/сек}^2$$

и получается непрерывная струя.



Фиг. 675.

428а. То же — при $n = 194$ оборотов в минуту.

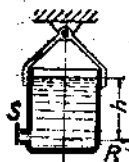
429. Следовательно, для какой цели применяется *воздушный колапс*? (выразить словами).

Ответ. Длина водяных масс, которым пужно сообщить ускорение, уменьшается, вследствие чего представляется возможность увеличить высоту всасывания H .

430. *Обратное давление или реакция*. Что такое обратное давление (или реакция) вытекающей струи и как гласит соответствующая основная формула (выразить словами).

Ответ. Реакцией струи называется давление, которое производит вытекающая из сосуда струя воды на противоположную стенку сосуда. Основная формула гласит (фиг. 676):

Реакция струи имеет всегда противоположное вытекающей жидкости направление и равняется по величине весу водяного столба, у которого основание равно площади выходного отверстия, а высота двойной высоте напора, т. е. реакция



Фиг. 676.

$$R = 2 \cdot f \cdot h \cdot \gamma \text{ кг.}$$

431. *Реакция* (фиг. 676). У подвешенного сосуда внезапно открывают отверстие S . Определить: давление R в кг, отклоняющее сосуд в противоположном течению направлении, если площадь сечения отверстия $f = 13 \text{ см}^2$, а высота напора $h = 1,9 \text{ м}$.

Решение. Реакция состоит из:

гидростатического давления + гидродинамич. давл.,

гидростатического давления $= f \cdot h \cdot \gamma$

гидродинамич. обратного удара $= f \cdot h \cdot \gamma$

$$\text{общая реакция} = 2 f \cdot h \cdot \gamma$$

подставляем

$$R = 2 \cdot \frac{13}{10000} \cdot 1,9 \cdot 1000 \sim 5 \text{ кг.}$$

где

$$f \text{ в м}^2; h \text{ в м}; \gamma \text{ вес 1 м}^3.$$

431а. То же — при $f = 22 \text{ см}^2$, $h = 2,5 \text{ м}$.

432. *Реакция*. В подвешенном сосуде уровень воды над центром отверстия $h = 1,3 \text{ м}$ (фиг. 677).

Площадь выходного отверстия и поршня проходящего через сальник равно $f = 28 \text{ см}^2$.

Какой величины водяной столб (в м) может уравновесить реакцию вытекающей струи воды?



Фиг. 677.

Решение. В данном случае применимы те же формулы, что и в предыдущей задаче; следовательно, высота

$$x = \frac{2 \cdot f \cdot h \cdot \gamma}{f \cdot \gamma} = 2h,$$

т. е.

$$x = 2 \cdot 1,3 = 2,6 \text{ м.}$$

432а. То же при $h = 2,2 \text{ м}$; $f = 35 \text{ см}^2$.

433. Основное правило (фиг. 678). Какая зависимость существует между средней скоростью воды w в м/сек., пройденным путем s в м и временем t в сек.

Ответ. Скорость $w = \frac{\text{пройденн. путь в м.}}{\text{время в сек.}}$ в м/сек.

Средняя скорость воды меньше, чем эта скорость на поверхности (примерно $\frac{2}{3} w$).



Фиг. 678.

434. Трубка Пито (фиг. 679). В погруженной в водный поток трубке установился уровень воды на высоте $h = 35 \text{ мм}$.



Фиг. 679.

Определить теоретическую скорость воды w .

Решение. Если принять коэффициент прибора $\mu = 1$, то получается скорость воды

$$w = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,035} = 0,83 \text{ м/сек.}$$

435. Расход воды (фиг. 680). Размеры канала:

$$a = 1,8 \text{ м, } b = 2,4 \text{ м, } b_1 = 0,9 \text{ м.}$$

Определить: 1. Поперечное сечение канала в м^2 .

2. Расход протекающей в 1 сек. воды в м^3 , если скорость

$$w = 0,9 \text{ м/сек.}$$

Решение. 1. Сечение канала

$$F = \frac{2,4 + 0,9}{2} \cdot 1,8 = 3 \text{ м}^2.$$



Фиг. 680.

2. Протекающая вода

$$Q = 3 : 0,9 = 2,7 \text{ м}^3/\text{сек.}$$

если 0,9 м/сек. выражает среднюю скорость.

435а. То же — при $a = 0,8 \text{ м}$; $b = 1,2 \text{ м}$; $b_1 = 0,9 \text{ м}$; $w = 1 \text{ м}$.

436. *Расход воды* (фиг. 681). Для более точных измерений меняющихся расходов воды применяют, вместо указанного в § 125 способа, следующее приспособление:

Положение планки L регулируется по желанию. На рейке M отсчитывается высота h .

Пример. При измерении конденсированной воды 1200-сильной паровой машины было $b = 1 \text{ м}$, а средняя высота $h = 155 \text{ мм}$. Коэффициент расхода $\mu = 0,6$.

Расход воды

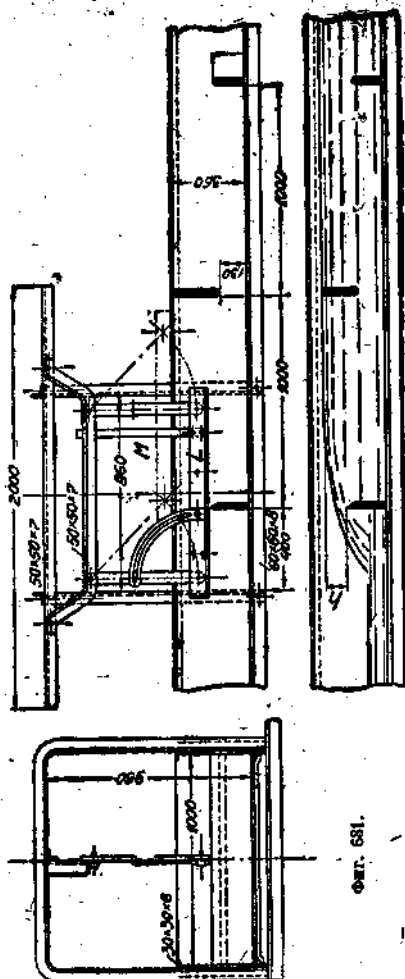
$$Q = \mu \cdot b \cdot h \cdot w = \\ = 0,6 \cdot 1 \cdot 0,155 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81} \cdot \frac{0,155}{2} = 0,116 \text{ м}^3/\text{сек.}$$

Выражение $\mu \cdot \sqrt{\frac{1}{2}}$

обозначают также буквой k (коэффициент расхода через водослив, который подставляют в формулу расхода воды); получается

$$Q = k \cdot b \cdot h \cdot \sqrt{2gh}$$

437. *Живая сила воды* (фиг. 682). Через отверстие высотой $a = 0,8 \text{ м}$ и шириною $b = 1,4 \text{ м}$ протекает вода. Высота



фиг. 681.

напора от середины отлестия до верхнего уровня воды $H = 2,1$ м.

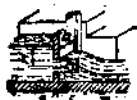
Определить: 1. Скорость истечения w в м/сек.

2. Коэффициент расхода μ .

3. Расход воды, протекающей в 1 сек.

4. Мощность протекающей воды в л. с.

5. Каким образом можно превратить живую силу воды в работу?



Фиг. 682.

Решение. 1. Скорость воды

$$w = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 2,1} = 6,4 \text{ м/сек.}$$

2. Коэффициент расхода

$$\mu = 0,65.$$

3. Расход воды

$$Q = 0,65 \cdot 0,8 \cdot 1,4 \cdot 6,4 = 4,66 \text{ м}^3/\text{сек.}$$

4. Живая сила

$$= \frac{1000 \cdot Q \cdot H}{75} = 130 \text{ л. с.}$$

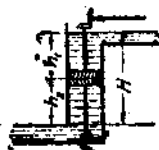
5. Путем направления закрытого потока воды на водяное колесо, турбину и т. н. таким образом, чтобы вода, после израсходования живой силы, приходила в состояние покоя.

437а. То же — при $a = 1,6$ м; $b = 2,8$ м; $H = 4,2$ м.

438. Турбина (фиг. 683), установленная в середине напорной трубы так, чтобы $h_1 = h_2 = 0,5 \cdot H$, имеет напор $H = 12,3$ м, при расходе воды $Q = 8,4$ м³/мин.

1. Определить теоретическую мощность.

2. Объяснить, почему высота h_2 под колесом турбины принимается в расчет, как полезная высота.



Решение. 1. Теоретическая мощность

$$N = \frac{1}{75} \cdot \frac{Q}{60} \cdot 1000 \cdot H = 23 \text{ л. с.}$$

Фиг. 683.

2. Высота h_2 производит на турбину всасывающее действие. Поэтому в расчет принимается полная высота напора H .

439. Живая сила воды (фиг. 684). В данной установке P насос, который приводится в движение турбиной T , причем насос качает воду опять на ту же турбину.

Расход воды $Q = 250$ л/сек.

Высота подъема воды насосом и одновременно высота напора турбины, $H = 9$ м.

Определить: 1. Скорость истечения, соответствующую напору 9 м.

2. Мощность турбины в л. с.

3. Требующуюся мощность для насоса.

4. Разницу между мощностями пункта 2 и пункта 3 в л. с.

Решение. 1. Скорость

$$c = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 9} = 13,4 \text{ м/сек.}$$

2. Мощность

$$\frac{Q \cdot c}{75} = \frac{250 \cdot 13,4}{75} = 44,5 \text{ л. с.}$$

3. Мощность насоса

$$\frac{Q \cdot H}{75} = \frac{250 \cdot 9}{75} = 30 \text{ л. с.}$$

4. Следовательно избыток мощности $44,5 - 30 = 14,5$ л. с.

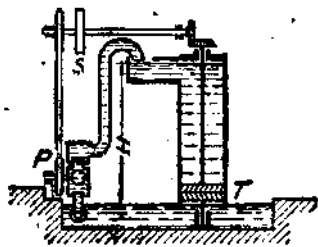
Этот избыток мощности можно использовать от шкива S.

Таким образом получается как-будто перпетуум мобиле. В чем же кроется *ошибка*?

Мощность вытекающей воды вовсе не $Q \cdot c$; скорость c во время работы будет все уменьшаться до нуля; мощность же равняется $\frac{Q}{g} \cdot \frac{c^2}{2}$, а так как $c = \sqrt{2gH}$, то получаем опять-таки мощность $Q \cdot H$.

Вследствие того, что насос должен давать такую же мощность, *избыток мощности равен нулю*.

439а. То же — при $Q = 500$ л/сек.; $H = 18$ м.



Фиг. 684.

Газы.

440. *Законы.* Каким законам подчиняются идеальные газы?

Ответ. Законам Мариотта и Гей-Люссака.

441. *Уравнение состояния газов.* Что выражает уравнение состояния идеальных газов?

Ответ. Уравнение состояния газов подробно объяснено в § 129.

442. *Газовая постоянная.* Что такое газовая постоянная?

Ответ. Газовая постоянная

$$R = \frac{848}{\text{молекулярный вес}}$$

443. Определить постоянную и вес 1 м^3 доменного газа при $t = 50^\circ$.

Решение. Постоянная доменного газа $R = 30$, вес $1 \text{ м}^3 = 1,04 \text{ кг}$.

443а. То же — при $t = 20^\circ$.

444. Основные формулы. Что выражают основные формулы для газов?

Ответ. Основные формулы подробно объяснены в § 129.

445. Расширение (фиг. 685). Объем газа $V_1 = 86 \text{ м}^3$ давления, $p_1 = 1,3 \text{ атм.}$ расширяется до давления $p_2 = 0,95 \text{ атм. абс.}$ Определить: объем V_2 , занимаемый газом в м^3 при этом давлении.

Решение. Объем в конце расширения будет равен:

$$V_2 = \frac{p_1}{p_2} \cdot V_1 = \frac{1,3}{0,95} \cdot 86 = 118 \text{ м}^3.$$



Фиг. 685.

445а. То же — при $V_1 = 60 \text{ м}^3$; $p_1 = 5 \text{ атм. абс.}$, $p_2 = 1,2 \text{ атм. абс.}$

446. Охлаждение. Пусть тот же объем газа (как и в предыдущей задаче) одновременно охлаждается от $t_1 = 70^\circ$ до $t_2 = 38^\circ$. Как тогда изменится объем?

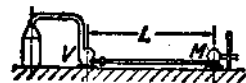
Решение. Объемы прямо пропорциональны абсолютным температурам, следовательно:

$$V_2 = 118 \cdot \frac{273 + 38}{273 + 70} = 107 \text{ м}^3.$$

446а. То же — при $t_1 = 150^\circ$; $t_2 = 110^\circ$.

447. Скорость движения газов. Что надо иметь в виду при выборе скорости газов в трубопроводе?

Ответ. Разность давлений газа у входного и выходного отверстий трубопровода должна оставаться в допустимых пределах. Расчет ведется согласно § 131.



Фиг. 686.

448. Диаметр газопровода (фиг. 686). Генераторный газ подводится к двигателю насосом V по трубе длиной $L = 520 \text{ м}$, удельный вес газа $\gamma = 1,14 \text{ кг/м}^3$; диаметр трубы $d = 380 \text{ мм}$; потеря давле-

ния h не должна превышать 30 мм. Определить допустимую скорость газа.

Решение. Потеря давления

$$h = 0,16 \cdot \gamma \cdot (L : d) \frac{1}{100} \cdot w^2 = 30,$$

а так как

$$L : d = 13,60,$$

то скорость

$$w = \sqrt{\frac{h}{0,16 \cdot \gamma \cdot 13,6}} = \sqrt{\frac{30}{0,16 \cdot 1,14 \cdot 13,6}} \sim 3,5 \text{ м/сек.}$$

448а. То же при $L = 300 \text{ м}$; $\gamma = 0,9$; $d = 500 \text{ мм}$; $h = 20 \text{ мм}$.

449. Давление газа. В каких единицах выражается давление газа в газопроводах?

Ответ. Единицей меры давления газа являются мм водяного столба, хотя при измерении давления в мм ртутного столба можно более просто учесть показания барометра.

450. Какие пределы давления газа встречаются в практических установках:

1. Для светильного газа в колпаке газометра?

2. Для доменного газа в трубопроводе?

Ответ. 1. Для светильного газа в колпаке газометра от 50 до 60 мм вод. столба.

2. Для доменного газа до 20 мм вод. столба. При применении его для газовых двигателей давление посредством вентиляторов повышается до 200—300 мм вод. столба.

450а. Почему газ для двигателей должен иметь более высокое давление?

451. Главные составные части воздуха. Каков состав воздуха и какое процентное содержание в нем его главных составных частей?

Ответ. Кислород $\sim 21\%$ по объему.

Азот $\sim 79\%$ по объему.

452. Влажный воздух. Что такое абсолютная влажность воздуха и в каких единицах она выражается?

Ответ. Абсолютной влажностью воздуха называется то количество водяного пара (в граммах), которое содержится в 1 м³ воздуха.

453. Определить абсолютную влажность воздуха, если 3 м³ его содержат 48 г водяного пара.

Решение. Абсолютная влажность равна:

$$\frac{48}{3} = 16.$$

453а. То же при 130 г в 20 м³ воздуха.

454. Что такое *относительная влажность воздуха*?

Ответ. Относительной влажностью воздуха называется отношение веса водяного пара (в граммах), содержащегося в 1 м³ воздуха, к весу водяного пара, который может максимально содержаться в 1 м³ воздуха при той же температуре.

455. Что называется *степенью влажности воздуха* и какими измерительными приборами определяется она?

Ответ. Степенью влажности воздуха называется стократная величина относительной влажности. Прибор, применяемый для измерения влажности воздуха, называется *гигрометром*.

456. *Вес воздуха*. Определить удельный вес (в кг/м³) сухого атмосферного воздуха и влажного воздуха при $t = 40^\circ \text{C}$.

Решение. Сухой атмосферный воздух весит 1,29 кг/м³.

Влажный атмосферный воздух при $t = 40^\circ \text{C}$ весит

$$G = 1,3 - 0,004 \cdot 40 = 1,14 \text{ кг/м}^3.$$

456а. То же при $t = 150^\circ$.

457. *Показания барометра*. Какое среднее давление показывает барометр на высоте 0 и 500 м над уровнем моря?

Ответ. На высоте 0 м — 760 мм ртут. столба.

На высоте 500 м — 724 мм ртут. столба.

458. *Коэффициент расширения*. Что такое коэффициент расширения воздуха и чему он равен при повышении температуры на 1° ?

Ответ. Коэффициент расширения α есть то число, которое, будучи умножено на объем газа, показывает приращение объема при повышении температуры на 1°C и равно:



$$\alpha = \frac{1}{273} = 0,00366.$$

Фиг. 687.

459. *Охлаждение* (фиг. 687). Некоторое количество воздуха $V_1 = 120 \text{ м}^3$ охлаждается от $t_1 = 48^\circ \text{C}$ до $t_2 = 4^\circ \text{C}$ при постоянном давлении. Чему равен тогда объем V_2 в конце расширения?

Решение. При постоянном давлении имеем:

$$V_2 \sim \frac{V_1}{1 + (t_1 - t_2)\alpha} \sim \frac{120}{1 + (48 - 4) \cdot 0,00366} = 103 \text{ м}^3.$$

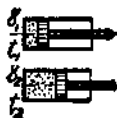
Расчет можно вести также согласно задаче 446 (с абсолютной температурой).

459а. То же при $V_1 = 30 \text{ м}^3$; $t_1 = 120^\circ$; $t_2 = 0^\circ$.

460. Закон Гей-Люссака. Как выражается закон Гей-Люссака?

Ответ. При постоянном давлении объемы газов прямо пропорциональны абсолютным температурам и обратно пропорциональны удельным весам.

461. Нагревание (фиг. 688). Некоторое количество воздуха весом $G = 28 \text{ кг}$, нагревается от $t_1 = 4^\circ$ до $t_2 = 48^\circ$. Сколько весит нагретый воздух того же объема?



Фиг. 688.

Решение. Так же, как в предыдущей задаче, имеем при постоянном давлении:

Вес

$$G_2 = G_1 \cdot \frac{1 + \alpha \cdot t_1}{1 + \alpha \cdot t_2} = 28 \cdot \frac{1 + 0,00366 \cdot 4}{1 + 0,00366 \cdot 48} \sim 24,1 \text{ кг}.$$

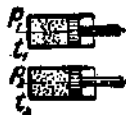
461а. То же при $G_1 = 180 \text{ кг}$; $t_1 = 2^\circ$; $t_2 = 90^\circ$.

462. Закон Мариотта—Гей-Люссака. Как выражается этот закон?

Ответ. При постоянном объеме давления прямо пропорциональны абсолютным температурам.

463. Охлаждение (фиг. 689). Некоторое количество воздуха при давлении $p_1 = 5 \text{ атм. абс.}$ охлаждается от $t_1 = 68^\circ$ до $t_2 = 8^\circ$.

Чему равняется в конце охлаждения давление p_2 ?



Решение. При постоянном объеме давление

$$p_2 = p_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} = 5 \cdot \frac{273 + 8}{273 + 68} \sim 4,12 \text{ атм. абс.}$$

Фиг. 689.

463а. То же при $p_1 = 10 \text{ атм. абс.}$, $t_1 = 170^\circ$, $t_2 = 150^\circ$.

464. Адиабата. Какое изменение состояния называется адиабатическим?

Изотерма. Какое изменение состояния называется изотермическим?

Ответ. Адиабата. При сжатии воздуха тепло не подводится к нему и не отводится от него.

Изотерма. При сжатии отводится столько тепла, чтобы температура оставалась постоянной.

465. **Сжатие** (фиг. 690). Объем воздуха $V_1 = 21 \text{ м}^3$ давления $p_1 = 2,5 \text{ атм.}$ сжимается до $p_2 = 9,5 \text{ атм.}$ Определить:

1. Степень сжатия.



2. Температуру t_2 после сжатия, если начальная температура воздуха $t_1 = 31^\circ$.



Решение. 1. Степень сжатия или отношение давлений равно:

Фиг. 690.

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{9,5}{2,5} = 3,8.$$

Для адиабатического сжатия (см. зад. 464):
Отношение объемов

$$\frac{V_1}{V_2} = \sqrt[1,41]{3,8} = 2,57.$$

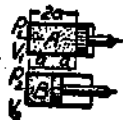
2. Абсолютная температура

$$T_2 = T_1 \cdot \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{V_1}{V_2} = (273 + 31) \cdot 3,8 \cdot \frac{1}{2,57} = 450^\circ,$$

или $t_2 = 450 - 273 = 177^\circ \text{ Ц.}$

465а. То же при $V_1 = 1,2 \text{ м}^3$; $p_1 = 1,2 \text{ атм.}$, $p_2 = 6 \text{ атм.}$

466. **Воздух**, находящийся в пространстве *A* (фиг. 691) сжимается до половины своего первоначального объема. Начальное давление $p_1 = 5 \text{ атм. абс.}$ Определить давление воздуха в конце сжатия в *атм. абс.*



Фиг. 691.

1. Если во время сжатия из цилиндра отводится столько тепла, что температура остается постоянной (изотермическое сжатие).

2. Если во время сжатия тепло не отводится и не подводится (адиабатическое сжатие).

Решение. 1. При одинаковой температуре имеем давление:

$$p_2 = p_1 \cdot \frac{V_1}{V_2} \cdot 5 \cdot \frac{1}{0,5} = 10 \text{ атм. абс.}$$

2. Если тепло не отводится, то давление:

$$p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{1,41} = 5 \cdot 2^{1,41} = 13,3 \text{ атм. абс.}$$

466а. То же при сжатии воздуха до $\frac{1}{10}$ начального объема.

467. *Диаграмма* (фиг. 692). Пусть давление воздуха $p_1 = 1$ атм. абс., а температура $t_1 = 20^\circ \text{C}$.

Определить отношение объемов при сжатии воздуха до 7 атм. абс. и начертить диаграмму при адиабатическом изменении состояния (ср. зад. 464).

Решение. Определим одну из точек диаграммы, а именно: для $p = 5$ атм. Имеем:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{5}{1}\right)^{0,2908} = 1,597.$$

Откуда абсолютная температура

$$T_2 = 1,597 \cdot (273 + 20) = 468^\circ,$$

$$t_2 = 468 - 273 = 195^\circ.$$

Отношение объемов:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{p_2}{p_1} = \frac{293}{468} \cdot \frac{5}{1} = 3,12.$$

Масштаб диаграммы $V_1 = 34$ мм, следовательно для давления $p_2 = 5$ атм. по оси абсцисс откладываем объем:

$$V_2 = \frac{34}{3,12} \sim 11 \text{ мм.}$$

Так же точно находим и остальные точки кривой сжатия.

467а. То же при $p_1 = 3$ атм., $t_1 = 40^\circ$.

468. *Плотность воздуха*. Что такое плотность воздуха и как велика плотность атмосферического воздуха?

Ответ. Плотностью воздуха называется вес 1 м³ его в кг, который равен $\gamma = 1,29 \text{ кг/м}^3$.

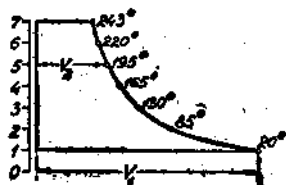
469. *Скорость ветра*. Чему равна скорость умеренного ветра и урагана?

Ответ. Скорость умеренного ветра равна 2,5 м/сек.; скорость урагана равна 40 м/сек.

470. *Давление ветра* (фиг. 693). Снежий петер встречает плоскую поверхность длиною $h = 2$ м и шириною $b = 6$ м, имеющую наклон $\alpha = 30^\circ$ к направлению ветра. Определить силу давления N в кг нормальную к поверхности.

Решение. Коэффициент полезного действия

$$\eta_0 = 0,93 \cdot \sin 30^\circ = 0,465.$$



Фиг. 692.



Фиг. 693.

Поверхность

$$F = 2 \cdot 6 = 12 \text{ м}^2.$$

Скорость ветра

$$w = 7 \text{ м/сек.}$$

Давление на плоскость

$$q = 0,465 \cdot (7^2 : 9,81) \cdot 1,29 = 3 \text{ кг/м}^2.$$

Нормальное давление

$$N = 3 \cdot 12 = 36 \text{ кг.}$$

470а. То же при $h = 4 \text{ м}$; $b = 3 \text{ м}$; $\alpha = 45^\circ$.

471. Дымовая труба (фиг. 694). Высота круглой дымовой трубы $H = 35 \text{ м}$; наименьший диаметр $2r = 1,8 \text{ м}$; наибольший диаметр $2R = 2,8 \text{ м}$; скорость ветра $w = 34 \text{ м/сек.}$ Определить опрокидывающий момент.



Фиг. 694.

1. Расстояние центра тяжести s в м.
2. Давление на поверхность q в кг/м^2 .
3. Нормальное давление N в кг.
4. Опрокидывающий момент в кгм.

Решение. 1. Расстояние центра тяжести

$$s = \frac{35}{3} \cdot \frac{1,8 + 1,4}{0,9 + 1,4} = 16,2 \text{ м.}$$

2. Коэффициент

$$\eta_0 = 0,67.$$

Давление на поверхность

$$q = \eta_0 \cdot \frac{w^2}{g} \cdot \gamma = 0,67 \cdot 150 = 100 \text{ кг/м}^2.$$

3. Нормальное давление

$$N = q \cdot F = 100 (0,9 + 1,4) \cdot 35 = 8000 \text{ кг.}$$

4. Опрокидывающий момент

$$N \cdot s = 8000 \cdot 16,2 = 130\,000 \text{ кгм.}$$

471а. То же при $H = 70 \text{ м.}$

472. Давление ветра (фиг. 695). Для деревянной перегородки высотой $h = 9 \text{ м}$ и шириной $b = 4 \text{ м}$, требуется рассчитать тяги z . Определить:



Фиг. 695.

1. Величину поверхности давления в м^2 .
2. Давление на перегородку при буре в кг.
3. Наивыгоднейшую точку прикрепления тяг z .
4. Силу растяжения, действующую в каждой тяге в кг при угле $\beta = 45^\circ$.

Решение. 1. Поверхность давления (фиг. 696):

$$F = b \cdot h = 4 \cdot 9 = 36 \text{ м}^2.$$

2. Для бури:

$$\frac{w^2}{g} \cdot \gamma = 118 \text{ кг/м}^2,$$

а так как

$$\frac{h}{b} = 2,25,$$

то:

$$\eta_0 \sim 0,93,$$

откуда давление ветра

$$W = 0,93 \cdot 118 \cdot 36 = 3950 \text{ кг}.$$

3. Точка прикрепления тяг в середине перегородки.

4. Сила растяжения в каждой тяге:

$$Z = \frac{1/2 W}{\cos \beta} = \frac{1975}{0,71} = 2780 \text{ кг}.$$

Тяги должны быть предусмотрены с обеих сторон; в противном случае их нужно рассчитывать на продольный изгиб, так как направление ветра меняется.

472а. То же при $h = 18 \text{ м}$, $b = 8 \text{ м}$.

473. *Ветряная мельница* (фиг. 697). 4 крыла ветряной мельницы длиной $h = 6 \text{ м}$ и шириною $b = 1,5 \text{ м}$ укреплены под углом $\alpha = 60^\circ$ по отношению к направлению ветра. Определить осевое давление на опору D .

1. Общую поверхность крыльев в м^2 .

2. Скорость весьма свежего ветра в м/сек .

3. Коэффициент полезного действия поверхности и нормальное давление.

4. Осевое давление на опору D в кг .

Решение. 1. Поверхность крыльев:

$$F = 4 \cdot 6 \cdot 1,5 = 36 \text{ м}^2.$$

2. Давление ветра:

$$\frac{w^2}{g} \cdot \gamma = 30 \text{ кг/м}^2.$$

3. Коэффициент полезного действия:

$$\eta_0 = 0,93 \cdot \sin 60^\circ = 0,80.$$

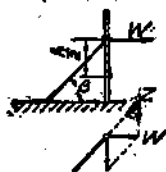
Нормальное давление:

$$N = 0,80 \cdot 30 \cdot 36 = 865 \text{ кг}.$$

4. Осевое давление:

$$D = N \cdot \sin \alpha = 865 \cdot \sin 60^\circ = 750 \text{ кг}.$$

473а. То же при $\alpha = 45^\circ$, $h = 5 \text{ м}$, $b = 1,21 \text{ м}$.



Фиг. 696.



Фиг. 697.

VII. ТЕПЛОТЕХНИКА.

§ 137. Общие сведения.

Теплота есть особое состояние движения, проявляющееся в виде ощущаемого повышения *температуры*, а также в виде увеличения количества тепла. Чем интенсивнее это движение, тем выше температура. Когда это движение принимает нулевое значение, мы имеем состояние абсолютного омертвления, при котором прекращаются всякие признаки движения, вследствие чего становятся невозможными явления теплоты, света, электричества, равно как и живой силы, работы, давления. При современном состоянии науки мы имеем возможность утверждать, что „нулевое значение“ движения, которое называется „абсолютным нулем температуры“, поддается вычислению, в результате чего считается, что газы представляют собою такие тела, объем которых с понижением температуры равномерно уменьшается вплоть до своего нулевого значения. Измеряя отношение этого изменения объема при нормальной температуре, можно для какой-либо единицы температуры и для некоторой, легко доступной исходной точки температуры, определить путем вычисления нулевую точку абсолютной температуры. Такой исходной точкой служит температура замерзания воды при атмосферном давлении. Абсолютная температура обозначается обыкновенно буквою T , а ее нулевая точка буквою T_0 . Лоренцом однако было сделано практическое предложение — выбрать для обозначения греческую букву θ (тэта), если речь идет о той температуре, при которой жидкость переходит в насыщенный пар (температура испарения), или наоборот, насыщенный пар в жидкость (температура сгущения). Если принять это предложение, то последовательность требует, чтобы было выбрано обозначение также и для температуры сгорания.

Температура T_0 до сих пор еще никем не достигнута. Может быть, она практически вообще недостижима. Однако в последнее время удалось получить такие температуры, которые весьма мало отличаются от так называемого „абсолютного нуля“.

Некоторые научные выкладки и технические расчеты выполняемы только в том случае, если за основу взята абсолютная температура.

Средние значения для теплотворной способности.

а) Твердое топливо.	Калории на 1 кг.
Антрацит	7 300—8 000
Бурый уголь, богемский	3 800—5 900
" " германский	1 900—3 000
Брикеты бурого угля	4 400—5 200
Дерево	3 500
Кокс	5 500—7 200
Каменный уголь, рурский	6 100—8 100
" " саарский	5 000—7 800
" " силезский	5 200—7 200
Брикеты каменного угля	6 200—7 600

б) Жидкое топливо.	Калории на 1 кг.
Бензол	10 000
Нефть	11 000
Нефтяные остатки	10 500
Мазут	10 500
Нафталин	9 760
Алкоголь	5 600
Деготь, камейноуг.	8 200—8 500
Дегтярное масло	9 000

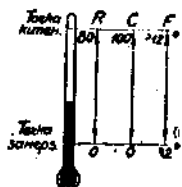
в) Газообразное топливо.	Калории на 1 м ³ .
Давосондский газ	1 100—1 400
Генераторный газ (воздушный).	900—1 200
Доменный газ	800— 900
Газ коксовых печей	4 500
Газ для двигателей	1 200
Светильный газ	5 000

§ 138. Измерение температуры.

а) Единицы температуры. Температура измеряется градусами (нормальную шкалу дает водородный термометр) Цельсия (С), Реомюра (R) или Фаренгейта (F).

ПЕРЕВОДНАЯ ТАБЛИЦА.

C =	R =	F =
$\frac{5}{4} R$	$\frac{4}{5} C$	$32 + \frac{9}{5} C$
$\frac{5}{9} (F - 32)$	$\frac{4}{9} (F - 32)$	$32 + \frac{9}{4} R$



Наиболее употребительной в технике является шкала Цельсия.

СРАВНИТЕЛЬНАЯ ТАБЛИЦА.

	Абсолютный нуль	Градусы ниже нуля	Нуль	Градусы выше нуля
Цельсий	— 273	— 20 — 10	0	50 100 150 200
Реомюр	— 218	— 16 — 8	0	40 80 120 160
Фаренгейт	— 458	— 4 14	32	122 212 302 392

б) Способы измерения и измерительные приборы.

Предел измерения

— 39° до + 200°

Ртутный термометр, — 39° соответствуют точке заморзания, + 200° — точке кипения ртути. Источники ошибок при измерении см. ниже.

Спиральная трубка, наполненная ртутью. При расширении и выпрямлении спирали стрелка показывает температуру.

до + 550°

Ртутный термометр, у которого над столбиком ртути находится газ (углекислота или азот) под давлением в 20 атм.

до + 800°

Ртутный термометр из кварцевого стекла, выдерживающего более высокое давление (60 атм.).

ниже — 39°

Термометр со спиртом (применим также до + 78°), толуолом, нефтяным эфиром или пентаном.

от любого
градуса ниже
нуля и до
+ 1000°

Электрический термометр, у которого при изменении температуры платиновой проволоки изменяется электрическое сопротивление, обнаруживаемое гальванометром, показывающим на циферблате температуру в градусах. Требуется источник электрического тока.

+ 200° до
+ 1600°

Термоэлектрический пирометр, у которого электродвижущая сила, возникающая при повышении или понижении температуры в месте спайки двух различных металлов, измеряется гальванометром. Предел измерения зависит от металла, из которого сделаны термоэлементы.

0° до
+ 1000°

Графитовый пирометр. Измерение температуры производится по удлинению графитового стержня.

+ 300° до
+ 3200°

Оптический пирометр. Измерение температуры основано на сравнении силы света, излучаемого телом, нагретым до определенной (известной) температуры, с силой света, излучаемой испытываемым телом. Система *Хольборн-Курльбаум*: оптическая трубка с лампочкой накаливания, питаемой от аккумулятора; сила света лампочки регулируется до совпадения с силой света источника тепла. Величину необходимого для этого сопротивления показывает гальванометр с температурной шкалой. Требуется источник электрического тока. Результат зависит от субъективных ощущений. Пирометр сист. *Ваннера*.

+ 600° до
+ 2000°

Конуса Зегера. Усеченные трехгранные пирамиды (материал — силикаты), высотой 6 см 59 различных точек плавления.

Температура, соответствующая номеру конуса, считается та, при которой вершина конуса склонится на сторону.

Применяются в керамическом производстве для определения температуры обжига, а также в паровых котлах для определения температуры газов в дымоходах.

с) Источники ошибок при измерении температуры. Ртутный столбик находится не весь в той среде, температура коей подвергается измерению; выступающая часть охлаждается температурой наружного воздуха. К величине T (показание термометра) нужно прибавить еще член:

$$k = \frac{n \cdot (T - t)}{6300},$$

где T — показание термометра, n — длина выступающей части термометра, выраженная в градусах, t — средняя температура ртутного столбика (измеряемая вспомогательным термометром, приспособленным в середине выступающей части, или в непосредственной близости у выступающего конца).

Для приблизительной оценки температуры пользуются *цветом каления железа* (см. таблицу ниже). Результаты в значительной мере субъективны.

Точки плавления и точки кипения разных тел (§ 143 и § 145) могут также служить мерой для определения температуры; если же они известны точно, то служат для калибровки и проверки термометров и пирометров:

3. Цвет каления железа при нагревании.

Красно-калильный в темноте	500°
Темнокрасный	700°
Темно-вишневокрасный	800°
Вишневокрасный	900°
Светло-вишневокрасный	1 000°
Темно-оранжевый	1 100°
Светло-калильный	1 150°
Светло-оранжевый	1 200°
Бело-калильный	1 300°
Сильно-белокалильный	1 380°
Сварочно-жаровой	1 400°
Ослепительно-белый	1 500°

§ 139. Линейное расширение.

а) Расширение тел от нагревания следует особенно учитывать при проектировании паровых трубопроводов тепловых двигателей, железнодорожных рельсов, металлических сооружений и др.

Коэффициент линейного расширения α твердого тела представляет собой его относительное удлинение при нагревании на 1°.

Сварочное железо	$\alpha = 0,00001468$	$E = 2\,000\,000$	$\alpha \cdot E = 29,4$
Литое железо . . .	0,00001176	2 150 000	25,3
Чугун	0,00001067	1 000 000	10,7
Сталь (мягкая) . .	0,00001079	2 200 000	23,7
Медь (красная) . .	0,00001643	1 150 000	18,9
Латунь	0,00001875	800 000	15
Алюминий	0,00002300	—	—
Свинец	0,00002848	500 000	1,4
Дерево (сосна) . .	0,00000800	1 200 000	9,6

Если t — увеличение температуры в градусах, а L — длина тела в m , то удлинение будет равно:

$$\lambda = \alpha \cdot t \cdot L \text{ м.} \quad (522)$$

Удлинение λ при $t = 100^\circ$ и $L = 1 \text{ м.}$

Свинец	$\lambda = 2,85 \text{ мм}$	Латунь	$\lambda = 1,88 \text{ мм}$
Бронза	$\lambda = 1,8 \text{ „}$	Ртуть	$\lambda = 6,00 \text{ „}$
Цемент	$\lambda = 1,4 \text{ „}$	Сорт. и листов. железо	$\lambda = 1,18 \text{ „}$
Чугун	$\lambda = 1,07 \text{ „}$	Сталь, стальное литье	$\lambda = 1,08 \text{ „}$
Сосна	$\lambda = 0,4 \text{ „}$		
Медь	$\lambda = 1,64 \text{ „}$		

Пример (фиг. 698). Чугунный стержень длиной 2,3 м при 28° нагревается до 58° . Следовательно $t = 58 - 28 = 30^\circ$.

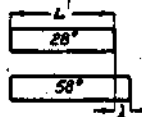
Откуда:

$$\lambda = 1,07 \cdot 2,3 \cdot (30 : 100) = 0,74 \text{ мм.}$$

в) Сила растяжения при нагревании и сжатия при охлаждении. Обозначим через: E — модуль упругости, отнесенный к 1 $см$, F — поперечное сечение стержня в $см^2$.

Тогда сила растяжения равна

$$P = \alpha \cdot E \cdot t \cdot F = (\lambda : L) \cdot E \cdot F \text{ кг.} \quad (528)$$



Фиг. 698.

Пример. Стержень из сварочного железа длиной $L = 1,4$ м и поперечного сечения $F = 38 \text{ см}^2$ нагревается с 20° до 90° , т. е. на $t = 70^\circ$.

Для сварочного железа, согласно уравнению (522) и таблице на стр. 539, имеем:

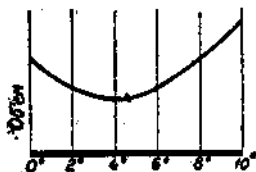
$$\lambda = 0,00001468 \cdot 70 \cdot 1,4 = 0,00144 \text{ м.}$$

Откуда согласно уравнению 523:

$$P = 29,4 \cdot 70 \cdot 38 = 78\,204 \text{ кг.}$$

§ 140. Объемное расширение.

а) Коэффициент объемного расширения твердого, жидкого или газообразного тела представляет собой относительное увеличение его объема при нагревании на 1° ; он в 3 раза больше величины коэффициента линейного расширения¹⁾.



Фиг. 699.

Расширение жидких тел менее равномерно. Вода расширяется весьма неравномерно (фиг. 699), а именно: она при $+4^\circ$ достигает своей максимальной плотности и расширяется как при нагревании выше $+4^\circ$, так и при охлаждении ниже этой температуры, в особенности же в момент замерзания.

Этим объясняются часто происходящие разрывы труб и сосудов, которые зимой при морозе остаются наполненными водой.

б) Расширение газообразных тел равномерно и при нагревании на 1° соответствует $\frac{1}{273}$ того объема, который этот газ занимает при 0° , если расширение это происходит при постоянном давлении.



Фиг. 700

Пример (фиг. 700). Сосуд с основанием, равным 1 м^2 и высотой в 1 м (значит объем его равен 1 м^3), наполнен газом при температуре $t_1 = 0^\circ \text{ Ц}$, причем сосуд закрыт невесомым

¹⁾ Коэффициент поверхностного расширения равен двойной величине коэффициента линейного расширения.

поршнем. При нагревании на 10° объем его увеличится и будет равен:

$$1 + 1 \cdot \frac{10 - 0}{273} = 1 \frac{10}{273} \text{ м}^3.$$

Так как площадь дна сосуда равна 1 м^2 , то поршень поднимется следовательно на:

$$\lambda = 1 \frac{10}{273} - 1 = \frac{10}{273} \text{ м} = 36,67 \text{ мм.}$$

§ 141. Усадочный масштаб.

При изготовлении моделей необходимо иметь в виду, что отливаемое изделие после остывания сжимается и объем его становится меньше объема модели.

Величина усадки некоторых металлов.

Свинец	1 : 92	Чугун	1 : 96
Бронза	1 : 63	Пушечный металл .	1 : 134
Мелкозернистое железо	1 : 72	Латунь	1 : 65
Литая сталь	1 : 64	Пудлинговая сталь	1 : 72
Колокольный ме- талл	1 : 65	Прокатное железо .	1 : 55
Стальная отливка .	1 : 50	Цинк	1 : 62
Висмут	1 : 265	Олово	1 : 128

Модельщики имеют особые масштабы с делениями, рассчитанными на усадку, так называемые „усадочные масштабы“.

Возьмем, например, чугун. Согласно таблице усадка чугуна равна $\frac{1}{96}$; следовательно длина отливки после остывания будет составлять $\frac{95}{96}$ длины модели. Если же нужно, чтобы чугунное изделие имело длину в 1 м , то модель должна иметь длину, равную $\frac{96}{95} \cdot 1000 \sim 1010 \text{ мм}$. Следовательно, усадочный метр имеет в действительности длину 1010 мм . Согласно таблице эта длина изменяется и для других материалов.

§ 142. Критическая температура.

Для каждого тела существует определенная критическая температура, при которой переход из жидкого состояния в

Теплоемкость с твердых и жидких тел.

Вода	1,0	Чугун между 0°	
Спирт	0,6	и 1200°	0,16
Свинец	0,03	Котельное железо	0,114
Стекло	0,20	Сера плавленная .	0,20
Чугун	0,13	" твердая . . .	0,18
Уголь	0,24	Серная кислота . .	0,33
Медь	0,093	Серебро	0,056
Латунь	0,092	Сталь мягкая . . .	0,116
Никкель	0,11	" твердая . . .	0,117
Фосфор	0,20	Кирпич	0,189—0,24
Ртуть	0,033	Огнеупорн. кирпич	0,21
Чугун между 0°		Цинк	0,094
и 200°	0,13	Олово	0,056

Пример. Чтобы 600 кг свинца при 0° нагреть до точки плавления (см. § 146), требуется (согласно уравнению 524) $600 \cdot 0,03 \cdot 330 = 5940$ калорий, так как согласно § 146 температура плавления свинца равна 330°.

Если, следовательно, имеем для этого топку с коэффициентом полезного действия 50%, и уголь теплотворной способности 7000 кал., то потребуется $5940 : (7000 \cdot 0,5) = 1,7$ кг угля.

Если же нужно 600 кг воды при 0° превратить в пар давления 8 атм. абс. (которого, согласно § 157, полная теплота парообразования равна 660,7 кал.), то для этого требуется $600 \cdot 660,7 = 396\,420$ кал., что при вышеуказанных угле и коэффициенте полезного действия топки соответствует расходу

$$396\,420 : (7000 \cdot 0,5) = 113 \text{ кг угля.}$$

Теплоемкости газов и паров в зависимости от температуры колеблются в небольших пределах. Для умеренных температур (до $t = 200^\circ$) вышеуказанная таблица дает вполне удовлетворительные значения.

Теплоемкости для водяного пара — см. ниже, в § 157.

При расчетах охлаждающей способности рефрижераторов часто требуется знать удельный вес и теплоемкости соляных растворов.

ТЕПЛОЕМКОСТИ ГАЗОВ И ПАРОВ.

Вещество	Вес в кг/м³ $t=15^\circ$ $p=1$ атм γ	Газо- вая по- стоян- ная R	Теплоемкость 1 кг (вода = 1)		Теплоемк. 1 м³ $t=15^\circ, p=1$ атм		Кэфф. $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$ $\kappa = \frac{C_p}{C_v}$
			При по- стоян- ном да- влении	При по- стоян- ном объе- ме	При по- стоян- ном да- влении	При по- стоян- ном объе- ме	
			c_p	c_v	C_p	C_v	
Аммиак . . .	0,700	49,6	0,53	0,41	0,37	0,29	1,28
Атм. воздух .	1,188	29,26	0,238	0,170	0,282	0,200	1,405
Окись угле- рода	1,148	30,25	0,242	0,172	0,279	0,197	1,410
Углекислота	1,804	19,25	0,21	0,16	0,37	0,29	1,28
Кислород . .	1,312	26,5	0,217	0,155	0,285	0,204	1,40
Сернистая кислота . .	2,627	13,2	0,15	0,12	0,39	0,31	1,25
Азот	1,151	30,2	0,247	0,176	0,281	0,20	1,408
Водород . . .	0,083	420	3,41	0,242	0,282	0,20	1,405

ТЕПЛОЕМКОСТИ СОЛЯНЫХ РАСТВОРОВ. (Поваренная соль в воде.)

Содержание соли в процентах	24	20	14	10	6	3	2	0 (вода)
Удельный вес $\gamma =$	1,187	1,155	1,103	1,072	1,044	1,023	1,012	1
Теплоемкость $c =$	0,791	0,824	0,863	0,895	0,931	0,962	0,978	1

В рефрижераторе холодильной установки содержится 20 000 литров 20% соляного раствора. Температура понижается в течение 105 минут на 12°.

Сколько калорий при этом отнимается?

Вес рассола $G = 20\,000 \cdot 1,155 = 23\,100$ кг.

Теплоемкость (согласно таблице): $c = 0,824$, следовательно согласно уравнению 524 отнимается:

$$23\,100 \cdot 0,824 \cdot 12 = 228\,412 \text{ кал.}$$

или

$$\frac{228\,412}{105} \cdot 60 \sim 130\,520 \text{ кал/час.}$$

§ 144. Парообразование и кипение.

Парообразование жидкости происходит тогда, когда она переходит в состояние насыщенного пара. Если этот переход происходит только на поверхности жидкости и при сравнительно низкой температуре, то говорят об испарении жидкости.

1. *Испарение* жидкости происходит тем скорее, чем больше ее поверхность, чем значительней разица между давлением поднимающегося из жидкости пара и давлением водяных паров, содержащихся в окружающей среде, и чем оживленнее обмен частиц этой среды. Открытая вода испаряется при прочих равных условиях тем быстрее, чем сильнее тяга воздуха.

2. *Кипение*. Если, благодаря непрерывному сообщению теплоты, одновременно во всех местах жидкости образуются быстро поднимающиеся на поверхность пузырьки пара, то такое явление называется *кипением*. Для каждой жидкости существует определенная температура, при которой она кипит: температура кипения, которая зависит от давления на жидкость.

ТЕМПЕРАТУРА КИПЕНИЯ ПРИ ДАВЛЕНИИ 1 АТМ. АБС.
И ТЕПЛОТА ИСПАРЕНИЯ 1 КГ.

Вода	100°	537 кал.	Ртуть	357°	62 кал.
Спирт	78°	210 "	Серн. кислота .	320°	122 "
Эфир	35°	90 "			

Пример. Чтобы превратить 15 кг воды при 100° в пар, требуется для этого количество теплоты, равное $15 \cdot 537 = 8055$ кал.

В горах давление воздуха меньше, чем на уровне моря, поэтому там температура начала парообразования или кипения ниже (например, на горе Монблан на высоте 4475 м давление равно 417 мм ртутн. столба, вследствие чего вода кипит уже при 84°). Следовательно можно пользоваться термометром (измеряя температуру кипения воды) также и для определения высоты места над уровнем моря.

Высота над уровнем моря	0	500	1000	2000	4000	6000 м
Температура кипения воды	100°	98°	97°	93°	86°	80°

§ 145. Температура смеси

Обозначим через G, G_1 — веса двух тел в кг, t, t_1 — температуры их в градусах, c, c_1 — теплоемкости (согласно § 142).

Тогда температура смеси этих тел при весе равном $G + G_1$ будет равна:

$$t_m = \frac{c \cdot G \cdot t + c_1 \cdot G_1 \cdot t_1}{c \cdot G + c_1 \cdot G_1} \quad (525)$$

Для воды (теплоемкость которой $c = 1$) уравнение это имеет следующий вид:

$$t_m = \frac{G \cdot t + G_1 \cdot t_1}{G + G_1} \quad (526)$$

Пример. $G = 20$ кг воды при $t = 35^\circ$ смешиваются с $G = 40$ кг воды при $t_1 = 70^\circ$. Тогда температура смеси ее согласно уравнению 526, будет равна:

$$t_m = \frac{20 \cdot 35 + 40 \cdot 70}{20 + 40} = 58^\circ.$$

Если $(G + G_1)$ кг воды образуется из G_1 кг воды при t_1° и из G кг сконденсировавшегося пара при t° , то температура смеси будет равна:

$$t_m = \frac{G \cdot (606,5 + 0,3 \cdot t) + G_1 \cdot t_1}{G + G_1} \quad (527)$$

Выражение в скобках представляет собой *полную теплоту* парообразования 1 кг пара (§ 157).

Пример. В смешивающем конденсаторе паровой машины конденсируют $G = 1000$ кг пара при 110° путем смешения с $G_1 = 25\,000$ кг воды при $t_1 = 15^\circ$. Согласно уравнению 527 температура смеси будет равна:

$$t_m = \frac{1000 \cdot (606,5 + 0,3 \cdot 110) + 25\,000 \cdot 15}{1\,000 + 25\,000} = 39^\circ.$$

§ 146. Плавление.

а) Точка плавления. Твердые тела, нагретые до определенной температуры, называемой *точкой плавления*, переходят в жидкое состояние.

Дальнейшее повышение температуры может иметь место лишь тогда, когда тело уже перешло в жидкое состояние.

Температура плавления до некоторой степени зависит от давления, под которым находится тело.

ТЕМПЕРАТУРА ПЛАВЛЕНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ТЕЛ.

Платина	2500°	Стекло	1100°
Сварочное железо . .	1550°	Медь	1095°
Никкель	1450°	Золото	1037°
Литое железо	1400°	Латунь	1015°
Сталь	1350°	Эмалевые краски . .	960°
Доменные шлаки . . .	1370°	Металл-Дельта . . .	950°
Чугун	1150°	Серебро	955°
Бронза	900°	Висмут	260°
Алюминий	650°	Олово	230°
Аммоний	420°	Каучук	125°
Цинк	410°	Сера	109°
Свинец	330°	Натрий	96°

б) Теплота плавления (скрытая теплота). Когда температура плавления твердым телом достигнута, то для превращения его в жидкое состояние необходимо сообщить ему еще некоторое количество теплоты (*скрытая теплота плавления*). При этом температура тела не повышается, а сообщаемое количество теплоты расходуется на работу, необходимую для перехода тела из твердого состояния в жидкое. (Перевод молекул из состояния твердого тела в жидкое).

Скрытой теплотой плавления твердого тела называется количество тепла в калориях, которое необходимо сообщить 1 кг тела, чтобы перевести его из твердого состояния в жидкое без повышения его температуры.

СКРЫТАЯ ТЕПЛОТА ПЛАВЛЕНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ТЕЛ В КАЛОРИЯХ.

Свинец	6	Серый чугун . . .	23
Лед (вода)	80	Белый чугун . . .	33
Доменный шлак . .	50	Сера	9
Никкель	4,6	Серебро	21
Платина	27	Цинк	28
Ртуть	2,8	Олово	14

Пример. Требуется 80 кг льда при 0° превратить в воду при 0°. Необходимое для этого количество теплоты равно $80 \cdot 80 = 6400$ кал. При замерзании воды такое же количество теплоты освобождается.

с) Замерзание. Если от жидкого тела отнять определенное количество теплоты, то оно затвердевает (замерзает). При этом освобождается скрытая теплота плавления.

Следующая таблица дает значения (температуры замерзания) некоторых тел:

ТЕМПЕРАТУРА ЗАМЕРЗАНИЯ ЖИДКИХ ТЕЛ.

Вода	0°	Ртуть	— 40°
Морская вода . . .	— 2,5°	Сернистая кислота . . .	— 76°
Сурепное масло . .	— 3,5°	Аммиак	— 77°
Скипидар	— 10°	Жидкая углекислота	— 79°
Раствор поваренной соли насыщенной . .	— 18°	Спирт чистый . . .	— 100°
Льняное масло . . .	— 20°	Эфир	— 117°

§ 147. Парообразование жидкостей.

Теплосодержанием жидкости i' называется количество теплоты в калориях, которое нужно сообщить 1 кг жидкости при 0°, чтобы нагреть его до температуры начала парообразования, соответствующей данному давлению.

Теплотой испарения r называется количество теплоты в кал., которое нужно сообщить 1 кг жидкости (при постоянном давлении наружной среды), чтобы превратить его в насыщенный пар при той же температуре. Наоборот, при переходе из состояния насыщенного пара в жидкое, такое же количество теплоты снова освобождается.

Теплота испарения зависит от температуры, при которой парообразование происходит, а следовательно от соответствующего давления.

Если, например, воде, находящейся в открытом сосуде и имеющей температуру 0°, сообщать теплоту, то погруженный в воду термометр покажет подъем температуры до 100°. На этой точке термометр остановится, даже если воде сообщать дальнейшее количество теплоты до тех пор, пока вся вода не превратилась

в пар. Количество теплоты, израсходованное при этом на 1 кг жидкости, называется *теплотой парообразования*.

Пример. Сколько калорий необходимо сообщить, чтобы 10 кг спирта при 78° превратить в пар при наружном давлении 1 атм. абс.?

Согласно таблице § 144 теплота испарения равна 210 калориям; следовательно необходимо подвести:

$$10 \cdot 210 = 2100 \text{ кал.}$$

Теплота испарения состоит из:

Внутренней скрытой теплоты испарения r в калориях (§ 157), т. е. того количества теплоты, которое необходимо для перехода из одного состояния (жидкого) в другое (парообразное). (Увеличение внутренней энергии путем парообразования.)

Внешней скрытой теплоты испарения ψ в калориях, которая эквивалентна работе, затрачиваемой для преодоления внешнего давления, чтобы увеличить объем v' (в m^3) жидкости до объема насыщенного пара v'' (в m^3).

Следовательно теплота испарения $r = r + \psi$ калорий.

Теплосодержание насыщенного пара $i'' = i' + r$ калорий¹⁾ представляет то количество тепла, которое необходимо сообщить жидкости при 0°Ц. и определенном давлении, чтобы получить 1 кг пара.

§ 148. Теплота и работа.

а) Преобразование теплоты в работу имеет место в двигателях, например, в паровых машинах, двигателях внутреннего сгорания, при расширении сжатых газов, причем последние отдают часть своей теплоты.

б) Преобразование работы в теплоту имеет место отчасти в следующих случаях:

1) при нагревании изделия или инструмента при механической обработке (удары ручником, обточка, строжка и др.);

2) при сжатии газов (компрессоры), причем температура сжимаемого газа или воздуха повышается.

в) Эквивалентность теплоты и работы. Теплота и работа взаимно эквивалентны.

¹⁾ Значок ' относится к жидкости, '' к насыщенному пару.

Общее обозначение (по Моллье):

$$i'' = i' + r = i' + \psi + r.$$

Для водяного пара принято:

$$x = q + r = q + \psi + r.$$

Опытным путем было найдено, что при преобразовании теплоты в работу и наоборот:

1 кал. эквивалентна или равна 427 кгм, т. е. 1 кал. может произвести работу, равную 427 кгм, или 1 кгм работы может воспроизвести количество теплоты, равное $\frac{1}{427}$ кал.¹⁾.

Следовательно *термический эквивалент работы*

$$A = \frac{1}{427} \text{ кал./кгм.} \quad (528)$$

Таким образом, для получения работы 1 лощ. силы в час требуется (при коэффициенте полезного действия $\eta = 1$) подвести:

$$\frac{75 \cdot 60 \cdot 60}{427} = 632 \text{ кал.} \quad (529)$$

Это число, называемое термическим эквивалентом работы 1 л. с./ч., не зависит от процесса преобразования теплоты в работу, т. е. оно одинаково для всех двигателей.

ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

§ 149. Общие обозначения. Энергия.

а) Обозначения. Q — количество теплоты в кал.; L — количество работы в кгм; $A = \frac{1}{427}$ кал. — термический эквивалент работы (1 кгм, см. § 148); P — абсолютное давление жидкости насыщенного, перегретого пара или газа в кг/м²; p — то же — в кг/см² (следовательно $p = 0,0001 P$); G — вес тела в кг; V — объем тела в м³; v — то же — в м³/кг, т. е. удельный объем; $T = (273 + t)$ в градусах Цельсия, абсолютная температура (§ 129); t — температура в градусах Цельсия (§ 138); u — внутренняя энергия 1 кг в кал./кг; S — энтропия (§ 150); i — тепло-содержание в кал./кг при постоянном давлении; c_p — теплоемкость при постоянном давлении в кал./кг; c_v — теплоемкость при постоянном объеме в кал./кг; $c_p : c_v = \kappa$, c_m — средняя теплоемкость при постоянном давлении между 0° и 1°.

б) Энергия. Энергией тела называется его способность производить работу; энергия может изменяться только путем поглощения ее извне или отдачи наружу. В мире количество энергии постоянно. При прохождении силою k пути l произво-

¹⁾ Прежнее число $1/424$, найденное Джоулем, оказалось неточным.

дится механическая работа, равная $k \cdot l$. Масса m , движущаяся со скоростью v , обладает живой силой, равной $\frac{m \cdot v^2}{2}$. Механическая работа может вызвать эквивалентную живую силу, следовательно можно принять $k \cdot l = \frac{m \cdot v^2}{2}$.

Механическую работу можно получить также за счет эквивалентного количества теплоты, следовательно и живую силу можно получить за счет теплоты.

Живая сила, как всякая форма энергии движения, называется *кинетической энергией*, между тем как всякая аккумулированная энергия называется внутренней энергией. В особых случаях получения из аккумулированной энергии силы внутренней энергия называется *потенциальной энергией*.

Суммарная энергия E какого-либо тела составляется, следовательно, из внутренней (зависящей от внутреннего состояния тела) энергии U , внешней кинетической энергии (≥ 0) и иногда из энергии силы тяжести (≥ 0).

§ 150. Первый основной закон термодинамики.

а) Если телу, обладающему суммарной энергией E_1 кгм, сообщается количество теплоты Q , и оно при этом производит внешнюю работу L кгм и если в конечном состоянии тела суммарная энергия его равна E_2 кгм, то между этими значениями существует следующая зависимость:

$$(E_2 - E_1) + L = \frac{Q}{A} = 427 Q. \quad (530)$$

Одна часть сообщаемой телу теплоты, израсходованной на внутреннюю работу, определяется разностью конечной и начальной суммарной энергии $E_2 - E_1$. Величина суммарной энергии считается, исходя от абсолютного нуля температуры, т. е. от состояния полного отсутствия движения, и поэтому не может быть измерена.

Другая часть сообщаемой теплоты соответствует внешней работе L , которая, в зависимости от процесса превращения из начального состояния в конечное, может иметь различные значения.

Таким образом, математическим выражением первого основного закона термодинамики будет следующее уравнение:

$$Q = A(E_2 - E_1) + A \cdot L. \quad (531)$$

Для жидких, парообразных и газообразных тел внешняя работа L расходуется всегда на преодоление внешнего давления, которое противодействует увеличению объема. Это внешнее давление в обратном процессе изменения состояния всегда равно внутреннему давлению. Соответственным образом работа L равна сумме произведений давления P и приращения элементов объема, а именно:

$$\left. \begin{aligned} L &= \sum P \cdot \Delta V \\ L &= \sum P \cdot \Delta v \end{aligned} \right\}, \quad (532)$$

где Δv ¹⁾ обозначает бесконечно малый объем.

Если через ΔQ обозначить бесконечно малую часть сообщаемой теплоты, а через ΔU бесконечно малую часть внутренней энергии, то получим:

$$\Delta Q = A \cdot P \cdot \Delta V + \Delta U,$$

или, относя к 1 кг,

$$\Delta Q = A \cdot P \cdot \Delta v + \Delta u, \quad (533)$$

откуда

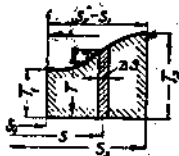
$$Q = A \cdot (\sum P \cdot \Delta V) + (U_2 - U_1),$$

или, относя к 1 кг

$$Q = A \cdot \sum (P \cdot \Delta v) + (u_2 - u_1). \quad (534)$$

б) Энтропия. Энтропия представляет собой величину (фиг 701):

$$S = \sum \frac{\Delta Q}{T}, \quad (535)$$



Фиг. 701.

где ΔQ бесконечно малое количество теплоты а $T = 273 + t$ абсолютная температура ее.

С помощью энтропии можно любое количество теплоты Q представить в виде простой функции $\sum T \cdot \Delta S$ абсолютной температуры T .

Если отложить в прямоугольной системе координат по оси абсцисс величины энтропий, а по оси ординат соответствующие абсолютные температуры, то получится площадь, зависящая от T и выражающая графически количество теплоты (см. фиг. 701).

¹⁾ Δ обозначает бесконечно малую частицу, $\sum$ — сумму, $\sum P \cdot \Delta v$ — сумму всех бесконечно малых частиц $P \cdot \Delta v$.

В особом случае сообщения или отнятия количества теплоты Q , когда температура T остается постоянной, имеем

$$S = Q : T. \quad (536)$$

§ 151. Второй основной закон термодинамики.

Теплота не может сама по себе (без соответствующего расхода или определенной компенсации) перейти от более холодного тела к более теплему. Из данной системы тел, температура которых во всех частях одинакова, нельзя получить механической работы.

Поэтому для всех обратимых процессов изменения состояния, т. е. таких, при которых равновесие не нарушается, имеем

$$\frac{\Delta Q}{T} = \Delta S$$

или, относя к 1 кг

$$\frac{\Delta Q}{T} = \Delta s, \quad (537)$$

откуда

$$\Delta Q = T \cdot \Delta S = A \cdot P \cdot \Delta V + \Delta U \quad (538)$$

или

$$\Delta Q = T \cdot \Delta s = A \cdot P \cdot \Delta v + \Delta u. \quad (539)$$

При обратимых процессах изменения состояния суммарная величина энтропии остается постоянной; при необратимых же процессах, сопровождаемых нарушением равновесия, суммарная величина энтропии увеличивается.

а) Круговой процесс (цикл). Если тело, после ряда изменений своего состояния, снова приходит в первоначальное состояние, то, следовательно, в целом содержание его энергии остается неизменным.¹⁾

При круговом процессе внешняя работа, произведенная рабочим телом, должна быть эквивалентна количеству сообщенного ему тепла

$$Q = A \cdot L. \quad (541)$$

При неизменной величине энтропии расходуемая энергия дает *полезную работу* L_n , при увеличивающейся же величине энтропии получается *потеря работы*.

Круговые процессы, при которых происходят только обратимые изменения состояния, называются *обратимыми процес-*

¹⁾ В уравн.: $Q = A(E_2 - E_1) + AL$, тогда член $(E_2 - E_1) = 0$. (540)

сами, в отличие от необратимых процессов, при которых происходят нарушения равновесия. В газах и парах, например, эти нарушения выявляются в виде бурного движения.

Если рабочее тело в течение кругового процесса поглощает количество теплоты Q_1 , а отдает количество теплоты Q_2 , то

$$A \cdot L = Q_1 - Q_2. \quad (542)$$

Если $Q_1 > Q_2$, то $A \cdot L$ равно полученной работе, если же $Q_1 < Q_2$, то $A \cdot L$ равно израсходованной работе.

Для кругового процесса $\Sigma (Q : T) = 0$.

в) Теплосодержание при постоянном давлении. Моллье дает следующую формулу:

$$l = u + A \cdot P \cdot v,$$

обозначающую теплосодержание при постоянном давлении.

Откуда получается:

$$\Delta Q = T \cdot \Delta s = \Delta l - A \cdot v \cdot \Delta P,$$

так как

$$u = l - A \cdot P \cdot v.$$

Если давление дано в кг/см^2 , вместо кг/м^2 , то вместо P надо вставить $10\,000 \cdot p$.

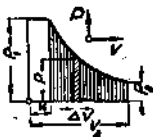
Агрегатное состояние. Состояние рабочего тела при нулевом значении абсолютной температуры T_0 нам неизвестно, но можно предположить это состояние твердым. При повышении температуры состояние рабочего тела, вообще говоря, изменяется в следующем порядке: твердое, размягченное, плавящееся, жидкое, испаряющееся, состояние влажного насыщенного пара, сухого насыщенного пара, перегретого пара, сильно перегретого пара или газообразное.

Можно считать, что между указанными основными и промежуточными состояниями существует непрерывная связь.

§ 152. Построение диаграмм.

Диаграммы представляют собою наглядное графическое изображение зависимостей между двумя из следующих величин (по возможности выбирается прямолинейная система координат): давление, температура, объем, энтропия, теплосодержание и энергия.

а) Диаграмма Pv (фиг. 702) (диаграмма работы или индикаторная). Объемы ($V \text{ м}^3$ или $v \text{ м}^3/\text{кг}$) откладываются по оси абсцисс. Давления ($P \text{ кг/м}^2$ или $p \text{ кг/м}^2$) откладываются по оси ординат. Заштрихованная площадь равна произведенной работе.



Фиг. 702.

$$L = \Sigma P \cdot \Delta V \text{ кгм или } \Sigma P \cdot \Delta v \text{ кгм/кг.}$$

б) Диаграмма Ts , фиг. 703 (тепловая диаграмма), при постоянном агрегатном состоянии.

Величины энтропии $S \frac{\text{кал.}}{^\circ\text{К}}$, или $s \frac{\text{кал./кг}}{^\circ\text{К}}$ откладываются по

оси абсцисс, а абсолютные температуры (T в градусах) по оси ординат.

Заштрихованная площадь равна поглощенному или отданному количеству теплоты.

Следовательно:

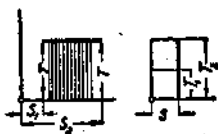
$$Q = \Sigma T \cdot \Delta S \text{ кал., или } \Sigma T \cdot \Delta s \text{ кал./кг.}$$



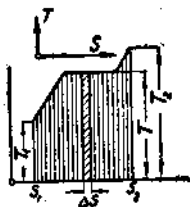
Фиг. 703.

Например, при *изотерме*, т. е. при процессе с постоянной температурой T , поглощенное или отданное количество теплоты равно (фиг. 704):

$$Q = T \cdot (S_2 - S_1) \text{ кал., или } T (s_2 - s_1) \text{ кал./кг.}$$



Фиг. 704.



Фиг. 705.

При *адиабате*, т. е. при процессе с постоянной энтропией s , поглощенное или отданное количество теплоты равно 0.

с) Диаграмма Ts , фиг. 705 (тепловая диаграмма), при изменении агрегатного состояния и при постоянном давлении.

Величины энтропии ($S \frac{\text{кал.}}{^\circ\text{К}}$, или $s \frac{\text{кал./кг}}{^\circ\text{К}}$) откладываются по оси абсцисс, а абсолютные температуры (T в градусах) по оси ординат.

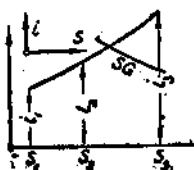
Заштрихованная площадь равна теплосодержанию при постоянном давлении.

Следовательно

$$J = \Sigma T \cdot \Delta S \text{ кал. или } \Sigma T \cdot \Delta s \text{ кал./кг}$$

Все вопросы, связанные с теплотой и работой, разрешаются при помощи и этой диаграммы.

д) Диаграмма J_s фиг. 706 (диаграмма теплосодержания).



Фиг. 706

Энтропии ($S \frac{\text{кал.}}{T}$, или $s \frac{\text{кал./кг}}{T}$) откладываются по оси абсцисс, а теплосодержания (J кал., или i кал./кг) по оси ординат.

Из этой диаграммы непосредственно получаются следующие значения работы и теплоты:

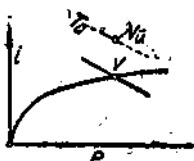
- 1) для различных удельных количеств пара,
- 2) для температуры насыщения (предел насыщения SG),
- 3) для различных степеней перегрева t_d .

$$\text{Абсолютная температура } T = \frac{J}{S} = \frac{i}{s}.$$

е) Диаграмма JP , фиг. 707 (диаграмма теплосодержания и давления).

Давления (P кг/м² или, p кг/см²) откладываются по оси абсцисс, а теплосодержания (J кал., или i кал./кг) по оси ординат.

Из диаграммы можно получить: для различных давлений p и температур T (SG — предел насыщения) — соответствующие объемы v в м³/кг и теплосодержания i в кал./кг.



Фиг. 707.

§ 153. Особые случаи изменения состояния.

Необходимо различать:

а) Изменение состояния по изоплере, т. е. при постоянном объеме. Давления пропорциональны абсолютным температурам, следовательно:

$$p_1 : p_2 = T_1 : T_2. \quad (543)$$

б) Изменение состояния по изобаре, т. е. при постоянном давлении. Объемы пропорциональны абсолютным температурам, следовательно:

$$V_1 : V_2 = T_1 : T_2. \quad (544)$$

с) Изотермическое изменение состояния, т. е. при постоянной температуре. Давления обратно пропорциональны объемам, следовательно:

$$p_1 : p_2 = V_2 : V_1. \quad (545)$$

д) Адиабатическое изменение состояния, т. е. при постоянной энтропии. При этом процессе:

$$p_1 : p_2 = V_2^\chi : V_1^\chi = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^\chi. \quad (546)$$

Для двухатомных газов показатель χ можно принять равным 1,4 (воздух и т. д.).

е) Политропическое изменение состояния, т. е. при постоянной теплоемкости. Здесь действительно уравнение 546, но только вместо показателя χ , надо поставить n . Следовательно

$$p_1 : p_2 = V_2^n : V_1^n = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^n, \quad (547)$$

где показатель n колеблется от 1 до 1,4.

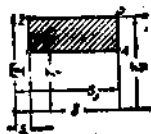
§ 154. Особые рабочие процессы.

1. Цикл Карно (фиг. 708) состоит из двух изотерм и двух адиабат 1—2 адиабатическое сжатие. Температура повышается с T_1 до T_2 .

2—3 изотермическое расширение при постоянной температуре T_2 .

3—4 адиабатическое расширение. Температура понижается с T_2 до T_1 .

4—1 изотермическое сжатие при постоянной температуре T_1 . При этом цикле производится работа при поглощении теплоты при T_2 и отдача теплоты при T_1 .

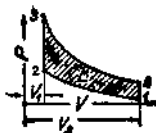


Фиг. 708.

2. Обратимый процесс между двумя кривыми постоянного давления (изобарами) и двумя адиабатами (воздушные двигатели), фиг. 709.



Фиг. 709.



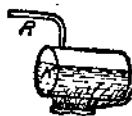
Фиг. 710.

3. Круговой процесс между двумя кривыми постоянного объема (2—3 и 4—1) и двумя политропами, или адиабатами (газовые двигатели), фиг. 710.

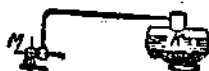
§ 155. Образование водяного пара.

Водяной пар применяется как рабочее тело для получения работы, а также для отопления, варки, сушки и пр.

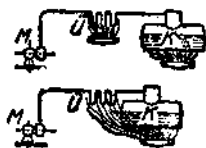
Если сообщать воде, находящейся в котле K (фиг. 711), посредством топки F теплоту так, чтобы вода начала испаряться, ¹⁾ то образующийся при этом пар будет находиться над поверхностью воды. Такой пар будет называться *насыщенным паром*.



Фиг. 711.



Фиг. 712.



Фиг. 713.

Если паровая машина M (фиг. 712) потребляет как раз столько пара, сколько образуется в котле, то давление, температура пара и температура воды остаются постоянными.

Если же пару по пути от котла K к машине M сообщить еще некоторое количество теплоты, то тогда паровая машина будет получать уже *перегретый пар* (фиг. 713).

§ 156. Давление пара.

Единицей давления пара служит атмосфера (атм.), причем:

1 атмосфера барометрическая равна давлению 1,033 кг на 1 см^2 . Это так называемая физическая атмосфера.

1 атмосфера метрическая равна давлению 1 кг на 1 см^2 . Это так называемая техническая атмосфера.

Следовательно, давление измеряется в атмосферах, или кг/см^2 .

Различают: *абсолютные* атмосферы (атм. абс.) и *манометрические* атмосферы (атм. ман.).

¹⁾ Температура начала испарения воды зависит от действующего на воду давления. Согласно табл. Кноблауха в зависимости от давления парообразование происходит при следующих температурах:

при $p = 1$ атм. абс.	$t = 99,06^\circ \text{ Ц.}$
" $p = 8$	$t = 169,59^\circ \text{ Ц.}$

Если прекратится сообщение теплоты, то прекращается и парообразование. При уменьшении давления парообразование также возможно, которое в этом случае протекает за счет освобождающейся теплоты жидкости (явление, наблюдаемое при взрывах котлов).

Манометры показывают давление в манометрических атмосферах. Манометры калибруются в кг/см^2 .

Давление манометрическое это давление, которое является давлением сверх атмосферного.

При барометрическом давлении, равном 735,5 мм ртутного столба, имеем давление, равное 1 кг/см^2 , или 1 атмосфере. Для этого случая имеем следующие соотношения:



$$\text{Атм. маном.} = \text{атм. абс.} - 1$$

$$\text{Атм. абс.} = \text{атм. маном.} + 1$$

Фиг. 714.

Примеры. Манометр котла (фиг. 714), показывает $p = 9$ атм. На днище котла диа-

метра $D = 1,8 \text{ м}$ действует давление, равное $\frac{\pi}{4} \cdot 180^2 \cdot 9 \text{ кг.}$

Если барометр показывает 730 мм ртут. столба, т. е.

$$\frac{730}{735,5} = 0,992 \text{ кг/см}^2,$$

то абсолютное давление пара, следовательно, равно:

$$9 + 0,992 = 9,992 \text{ атм. абс.}$$

Если бы днище котла соприкасалось с безвоздушным пространством (p_0 на фиг. 715), то давление на днище было бы равно $\frac{\pi}{4} \cdot 180^2 \cdot 9,992 \text{ кг.}$ Манометр, соеди-



Фиг. 715.

ненный с паровой камерой p и находящийся сам в безвоздушном пространстве p_0 , показывал бы также давление 9,992 атм.



Фиг. 716.

В теоретических исследованиях всегда нужно пользоваться абсолютными атмосферами, поэтому на диаграммах никогда не наносят шкалу по фиг. 716, а всегда так, как показано на фиг. 717.¹⁾



Фиг. 717.

§ 157. Насыщенный водяной пар.

Насыщенным водяным паром называется пар, имеющий при данной температуре наибольшую плотность и способный сгущаться в жидкость при малейшем уменьшении его температуры (частичная конденсация пара).

¹⁾ Т. е. давления откладывают, начиная не от 1 атм., а от нулевой линии
Прим. ред.

I. Теплота пара, температура, вес, объем. а) Теоретические зависимости.¹⁾

p — давление пара в атм. абс., или кг/см^2 ;
 $P = 10\,000 \cdot p$ кг/м^2 абс., т. е. давление на 1 м^2 ;
 t — температура кипения или парообразования, в градусах Цельсия; q — теплота жидкости в кал/кг ;
 r — внутренняя скрытая теплота испарения в кал/кг ;
 $\psi = A \cdot P \cdot w$ кал/кг внешняя скрытая теплота испарения; $A = \frac{1}{427}$ термический эквивалент работы, согл. § 150; $r = r + A \cdot P \cdot w$ кал/кг теплота испарения; $\lambda = q + r$ кал/кг полная теплота парообразования насыщенного пара; $v' = 0,001 \text{ м}^3/\text{кг}$ удельный объем воды; v — удельный объем сухого насыщенного пара в $\text{м}^3/\text{кг}$; $\gamma = \frac{1}{v}$ кг/м^3 удельный вес сухого насыщенного пара; $w = v - v'$ $\text{м}^3/\text{кг}$ увеличение объема при парообразовании; V — количество пара в м^3 .

см. § 136.

Для воды по Реньо:

теплоемкость

$$c = 1 + 0,00004 \cdot t + 0,0000009 \cdot t^2, \quad (548)$$

или приближенно

$$c \approx 1,0224. \quad (549)$$

Отсюда теплота жидкости равна:

$$q = \int c \cdot dt = t + 0,00002 \cdot t^2 + 0,0000003 \cdot t^3 \text{ кал/кг} \quad (550)$$

или приближенно

$$q = 1,0224 \cdot t \text{ кал/кг}. \quad (551)$$

Теплоемкость воды. Ниже приводим новейшую формулу для теплоемкости воды, согласно Дитеричи:

$$c = 0,9983 - 0,005184 \cdot \frac{t}{100} + 0,006912 \cdot \left(\frac{t}{100}\right)^2 \text{ калорий}.$$

¹⁾ Значки, введенные Мольте (") для насыщенного пара, неудобны для письма и печати; поэтому для водяного пара будем применять принятые до сих пор обозначения λ , v , γ , вместо обозначений по Мольте: l'' , v'' , γ' .

В нашей технике удельный объем сухого насыщенного пара принято обозначать через v_g , а влажного насыщенного через v_x . Прим. ред.

$t = 20^\circ$	40°	60°	80°	100°
$c = 1,0010$	0,9973	0,9976	0,9985	1,0000
$t = 140^\circ$	180°	200°	240°	300°
$c = 1,0046$	1,0113	1,0155	1,0256	1,0449

Для водяного пара по Реньо:¹⁾

Моллье дает:

$v' = 0,001 \text{ м}^3/\text{кг}$, значит $u' = q$ (см. уравн. Рейно 550 и 551),

$i' = q + A \cdot P \cdot v'$ кал/кг теплосодержание жидкости,

$r = p + A \cdot P \cdot (v - v') = p + \varphi$ кал/кг теплота парообразования,

$i'' = r + i'$ кал/кг теплосодержание насыщенного пара.

Таблицы Моллье, Цейнер-Реньо, Флигнер, Шюле и Кноблауха дают величины, несколько отличающиеся друг от друга. Таблица Кноблауха, Райше и Гаузена см. стр. 565; таблицы Моллье и Шюле см. стр. 562.

Внутренняя скрытая теплота испарения:

$$r = 575,4 - 0,791 \cdot t \text{ кал/кг.} \quad (552)$$

Внешняя скрытая теплота испарения:

$$\varphi = A \cdot P \cdot w = 31,1 + 1,096 \cdot t - q \text{ кал/кг.} \quad (553)$$

Теплота испарения:

$$r = p + A \cdot P \cdot w \text{ кал/кг.} \quad (554)$$

эмпирически:

$$r = 606,5 - 0,695 \cdot t - 0,00002 \cdot t^2 - 0,0000003 \cdot t^3 \text{ кал/кг.} \quad (555)$$

Количество теплоты, которое нужно сообщить одному килограмму воды при 0° , чтобы превратить ее в сухой насыщенный пар при t° , называется **полная теплота парообразования**:

$$\lambda = q + r \text{ кал/кг;} \quad (556)$$

$$\lambda = q + p + A \cdot P \cdot w \text{ кал/кг;} \quad (557)$$

эмпирически:

$$\lambda = 606,5 + 0,305 \cdot t \text{ кал/кг}^2). \quad (558)$$

¹⁾ Величина теплоты испарения r при $T = T_0$ и $T = T_k$ (критическая температура) равна нулю и изменяется между этими двумя нулевыми значениями по непрерывной кривой.

²⁾ Для полной теплоты парообразования считается более точной следующая формула Шюле:

$$\lambda = 608 - 0,311 \cdot t.$$

Прим. ред.

Если начальная температура воды t_w , то

$$\lambda = 606,5 + 0,305t - t_w \text{ кал/кг.} \quad (558a)$$

Удельный вес пара по Цейнеру:

$$\gamma = 0,5877 \cdot p^{0,9393} \text{ кг/м}^3, \quad (559)$$

приближенно:

$$\gamma \sim 0,5p \text{ кг/м}^3. \quad (559a)$$

Удельный объем является обратной величиной γ

$$v = \frac{1}{\gamma} \text{ м}^3/\text{кг.} \quad (560)$$

Величины q , p , A , P , w , r , γ и v могут быть получены непосредственно из таблиц для насыщенного пара.

ТАБЛИЦА ДЛЯ НАСЫЩЕННОГО ПАРА ПО МОЛЛЕ.

Давление в атм. абс. p	Температура в градусах Ц. t	Вес в кг/м ³ γ	Полная теплота в калориях λ	Давление в атм. абс. p	Температура в градусах Ц. t	Вес в кг/м ³ γ	Полная теплота в калориях λ
0,02	17,3	0,01468	602,9	0,80	93,0	0,4713	636,8
0,04	28,8	0,02826	608,3	0,90	96,2	0,5262	638,1
0,06	36,0	0,04142	611,6	1,0	99,1	0,5807	639,3
0,08	41,3	0,05432	614,1	1,1	101,8	0,6349	640,7
0,10	45,6	0,06703	616,0	1,2	104,2	0,6887	641,3
0,12	49,2	0,07956	617,7	1,4	108,7	0,7955	643,1
0,15	53,7	0,09814	619,7	1,6	112,7	0,9013	644,7
0,20	59,8	0,12858	622,4	1,8	116,3	1,0062	646,0
0,25	64,6	0,1586	624,6	2,0	119,6	1,1104	647,2
0,30	68,7	0,1881	626,4	2,5	126,7	1,3680	649,9
0,35	72,3	0,2174	628,0	3,0	132,8	1,6224	652,0
0,40	75,5	0,2463	629,4	3,5	138,1	1,8743	653,8
0,50	80,9	0,3036	631,7	4,0	142,8	2,1239	655,4
0,60	85,5	0,3601	633,7	4,5	147,1	2,3716	656,8
0,70	89,5	0,4160	635,3	5,0	151,0	2,6177	658,1

Давление в атм. абс. p	Темпера- тура в гра- дусах Ц t	Вес в кг/м ³ γ	Плотность теплота в калориях λ	Давление в атм. абс. p	Темпера- тура в гра- дусах Ц t	Вес в кг/м ³ γ	Плотность теплота в калориях λ
5,5	154,6	2,8624	659,2	10,0	178,9	5,018	666,1
6,0	157,9	3,1058	660,2	11,0	183,1	5,489	667,1
6,5	161,1	3,3481	661,1	12,0	186,9	5,960	668,1
7,0	164,0	3,5991	662,0	13,0	190,6	6,425	668,9
7,5	166,8	3,8294	662,8	14,0	194,0	6,889	669,7
8,0	169,5	4,0683	663,5	15,0	197,2	7,352	670,5
8,5	172,0	4,3072	664,2	16,0	200,3	7,814	671,2
9,0	174,4	4,5448	664,9	18,0	206,1	8,734	672,4
9,5	176,7	4,7819	665,5	20,0	211,3	9,648	673,4

По данным Шюле.

20	211,5	9,662	673	25	223,0	12,063	676
21	213,9	10,152	673	26	225,1	12,516	676
22	216,3	10,612	674	27	227,1	12,970	677
23	218,6	11,099	674,5	28	229,1	13,441	677
24	220,8	11,574	675	29	231,0	13,908	678
				30	232,9	14,368	678

б) Влажный пар. Влажный насыщенный пар представляет собой смесь насыщенного пара с мелко распыленной водой. Если в 1 кг влажного пара содержится x кг насыщенного пара, то объем 1 кг влажного пара будет равен:

$$v_0 = v \cdot x + v' \cdot (1 - x) = (v - v') \cdot x + v.$$

Но так как согласно фиг. 716 и 717: $v - v' = w$, то

$$v_0 = w \cdot x + v' \text{ м}^3/\text{кг}, \quad (561)$$

а его удельный вес:

$$\gamma_0 = \frac{1}{v_0} = \frac{1}{w \cdot x + v'} \text{ кг/м}^3. \quad (562)$$

Теплота жидкости — как для сухого пара.

Внутренняя скрытая теплота парообразования:

$$p_0 = x \cdot p \text{ кал/кг.} \quad (563)$$

Внешняя скрытая теплота парообразования:

$$A \cdot P \cdot w \cdot x \text{ кал/кг.} \quad (564)$$

Теплота испарения:

$$r_0 = r \cdot x = x \cdot (p + A \cdot P \cdot w) \text{ кал/кг.} \quad (565)$$

Полная теплота парообразования:

$$\lambda_0 = q + r_0 = q + x \cdot r \text{ кал/кг.} \quad (566)$$

Если 1 кг сухого пара содержит g_1 кг воды, то имеем $(1 + g_1)$ кг влажного пара, степень сухости которого равна:

$$x = 1 : (1 + g_1). \quad (566a)$$

Можно принять: для котлов с большим водяным пространством: $g_1 = 0,03$ или $x = 0,97$; для водотрубных котлов $g_1 = 0,06$ или $x = 0,94$ и для паровозных котлов при форсированной работе: $g_1 = 0,2$ или $x = 0,80$.

с) Таблица для насыщенного водяного пара. При помощи таблицы на стр. 565 можно непосредственно, или же путем пересчета найти все необходимые величины для насыщенного водяного пара.

Например, для пара давлением в 16 атмосфер имеем:

1) Удельный вес

$$\gamma \sim \frac{\text{атм. абс.}}{2} \text{ кг/м}^3, \quad (567)$$

или

$$\gamma \sim \frac{16}{2} = 8 \text{ кг/м}^3.$$

Согласно таблице: $\gamma = 7,93 \text{ кг/м}^3$.

2) Температура пара t

$$\left. \begin{array}{l} t \sim 100 \sqrt[4]{p} \text{ абс.} \\ \text{для } p = 1 \text{ до } 25 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 100 \sqrt[4]{P_{\text{абс}}} \\ 0,1 \text{ до } 1 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 145 \sqrt[4]{P_{\text{абс}}} \\ 0,03 \text{ до } 0,1 \text{ атм. абс.} \end{array} \right\} \quad (568)$$

Следовательно: $t \sim 100 \sqrt[4]{16} = 200^\circ \text{Ц.}$

Согласно таблице $t = 200, 4^\circ \text{Ц.}$

3) Внутр. скрытая тепл. испарения: p согл. ур. (552)

Внешн. " " " " ψ " " (553)

Теплота испарения " " " " r " " (554)

Полная теплота парообразования λ " " (558)

ТАБЛИЦА ДЛЯ НАСЫЩЕННОГО ПАРА ДО 60 АТМ.
по Кноблауху, Райше и Гаузену (1923 г.).

Давление в атм. абс.	Темпера- тура в град. Ц	Уд. вес в кг/м³	Полная теплота парообр. в ккал.	Давление в атм. абс.	Темпера- тура в град. Ц	Уд. вес в кг/м³	Полная теплота парообр. в ккал.
<i>p</i>	<i>t</i>	<i>γ</i>	<i>λ</i>	<i>p</i>	<i>t</i>	<i>γ</i>	<i>λ</i>
				2,5	126,78	1,3661	649,3
				3,0	132,87	1,6208	651,2
0,02	17,19	0,014642	604,1 ₆	3,5	138,18	1,8735	652,8
0,04	28,63	0,028190	609,5 ₆	4,0	142,91	2,1240	654,2
0,06	35,82	0,041322	612,9	4,5	147,19	2,3720	655,4
0,08	41,16	0,054186	615,3	5,0	151,10	2,6194	656,4
0,10	45,44	0,066852	617,2	5,5	154,71	2,8663	657,3
0,15	53,59	0,097874	620,7	6,0	158,07	3,1115	658,2
0,20	59,66	0,12823	623,3 ₆	6,5	161,21	3,3562	658,9
0,25	64,56	0,15810	625,4	7,0	164,16	3,5997	659,5
0,30	68,68	0,18758	627,2	7,5	166,96	3,8428	660,1
0,35	72,26	0,21674	628,7	8,0	169,59	4,0855	660,7
0,40	75,42	0,24565	630,0	8,5	172,12	4,3271	661,2
0,45	78,27	0,27429	631,2	9,0	174,52	4,5689	661,6 ₆
0,5	80,87	0,30274	632,2 ₆	9,5	176,82	4,8100	662,1
0,6	85,45	0,35911	634,1	10,0	179,03	5,0513	662,5
0,7	89,45	0,41486	635,7	10,5	181,16	5,2913	662,8 ₆
0,8	92,99	0,47009	637,1	11,0	183,20	5,5316	663,2
0,9	96,17	0,52490	638,3	11,5	185,18	5,7717	663,4
1,0	99,08	0,57928	639,4 ₆	12,0	187,08	6,0114	663,7
1,2	104,24	0,68706	641,4	12,5	188,93	6,2512	664,0
1,4	108,73	0,79381	643,1	13,0	190,71	6,4910	664,2
1,6	112,72	0,89938	644,5	13,5	192,45	6,7313	664,4
1,8	116,33	1,0042	645,8	14,0	194,14	6,9720	664,6
2,0	119,61	1,1084	646,9	14,5	195,77	7,2108	664,8

Давление в атм. абс. <i>p</i>	Темпера- тура в град. Ц. <i>t</i>	Уд. вес в кг/м³ <i>γ</i>	Полная теплота парообр. в кал. <i>λ</i>	Давление атм. абс. <i>p</i>	Темпера- тура в град. Ц. <i>t</i>	Уд. вес в кг/м³ <i>γ</i>	Полная теплота парообр. в кал. <i>λ</i>
15,0	197,37	7,4510	664,9	30,0	232,77	14,730	666,8
16,0	200,44	7,9315	665,3	32,0	236,36	15,723	666,7
17,0	203,36	7,4097	665,6	34,0	239,78	16,722	666,7
18,0	206,15	8,8921	665,8	36,0	243,05	17,727	666,6
19,0	208,82	9,3721	666,0	38,0	246,19	18,741	666,5
20,0	211,39	0,8522	666,2	40,0	249,20	19,767	666,4
21,0	213,85	10,336	666,3	42,0	252,09	20,794	666,3
22,0	216,24	10,821	666,4	44,0	254,89	21,829	666,1
23,0	218,53	11,303	666,5	46,0	257,58	22,873	666,0
24,0	220,75	11,786	666,6	48,0	260,19	23,923	665,9
25,0	222,90	12,276	666,7	50,0	262,72	24,994	665,7
26,0	224,99	12,765	666,7	55,0	268,72	27,685	665,5
27,0	227,02	13,254	666,7	60,0	274,32	30,441	665,2
28,0	228,99	13,742	666,8				
29,0	230,90	14,237	666,8				

д) Энтропия водяного пара. Объяснение энтропии — см.

§ 150, в.

1. Величина энтропии. Сохраняя обозначения § 157, в, имеем для 1 кг воды

в жидком состоянии: энтропия —

$$S_w = 1,022 \cdot \ln \frac{T}{273},$$

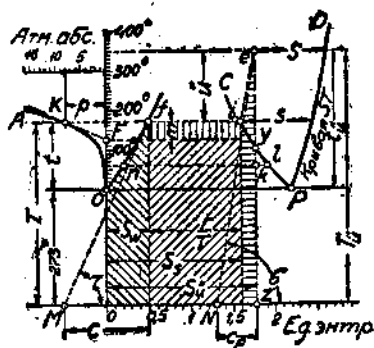
в виде сухого насыщенного пара: энтропия

$$S_s = S_w + \frac{r}{T},$$

в виде перегретого пара: энтропия

$$S_g = S_s + c_p \cdot \ln \frac{T_g}{T}.$$

Кривая ST (т. е. линия $\overline{PD}$) относится к перегреву, начинающемуся при $t = 0^\circ$, или $T = 273^\circ$.



Фиг. 718.

Теплота жидкости q .
Внутр. тепл. испаре-
ния r .
Внешн. тепл. испаре-
ния $A \cdot P \cdot (p - p')$.
Теплота перегрева
 $c_p \cdot d$.

ФЛГ. 719.

Проведем горизонтальную линию $K\bar{F}$, затем кривую ie параллельно $\overline{PD}$, далее касательную KF и через точку F горизонтальную линию. Тогда получим количества теплоты, различаемые по штриховке.

Если 1 кг пара расширяется без потерь до давления 0,2 атм., которому соответствует $t = 60^\circ$, то площадь $n f_{\text{тепл}}$ даст величину количества теплоты, преобразованного в работу, а $kl : n l$ в кг — количество воды, получившееся при расширении пара. В точке у пар превратился в сухой насыщенный пар, т. е. как при $t = \sim 100^\circ$ и $p = 1$ атм. абс.

II. Расширение и сжатие насыщенного пара.

а) Объяснение. Вообразим себе, например, согласно фиг. 720, что за поршнем на расстоянии a от клапана всасывающего находится пар под давлением 6 атм. абс. (в газопоршневой камере) и пусть поршень затем отодвинется на расстояние a . Тогда давление понизится до 3 атм., так как объем увеличится вдвое. Чем дальше отодвигается поршень, тем меньше становится давление.

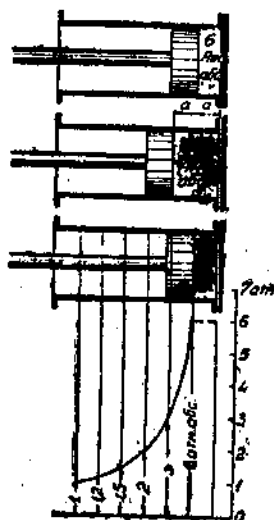
Получаемая таким образом кривая, называемая *кривой расширения*, вычерчена на фиг. 721.

Наоборот, при уменьшении объема произойдет повышение давления. Получаемая при этом кривая называется *кривой сжатия*, которая вычерчена на фиг. 722.

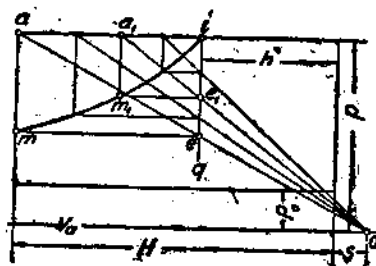
б) Законы расширения и сжатия. Расширение и сжатие пара происходит *адиабатически* и по закону

$$p \cdot V^x = \text{const.},$$

$$\text{или } p_1 \cdot V_1^x = p_2 \cdot V_2^x. \quad (569)$$



Фиг. 720.



Фиг. 721. Кривая расширения.

Показатель x зависит от состояния пара и может быть принят для сухого насыщенного пара

$$x = 1,135^1). \quad (570)$$

Для приближенных расчетов с достаточной точностью можно принять, что расширение и сжатие насыщенного пара происходит по закону Мариотта, который гласит:

При одинаковых температурах объемы *обратно* пропорциональны давлениям, следовательно $x=1$ (уравнение гиперболы).

$$p \cdot V = \text{const.}, \text{ или } p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2. \quad (571)$$

с) Построение *мариоттовой кривой*. Кривая расширения строится следующим образом:

¹⁾ Для влажного насыщенного пара $x = 1,035 + 0,1 \cdot x$ ($x > 0,7$); для сухого насыщенного пара $x = 1$, откуда $x = 1,135$.

Тогда по Тумлирцу (приближенно):

$$v_d = 0,00467 \cdot \frac{T_d}{p} - 0,0084 \text{ м}^3/\text{кг}, \quad (573)$$

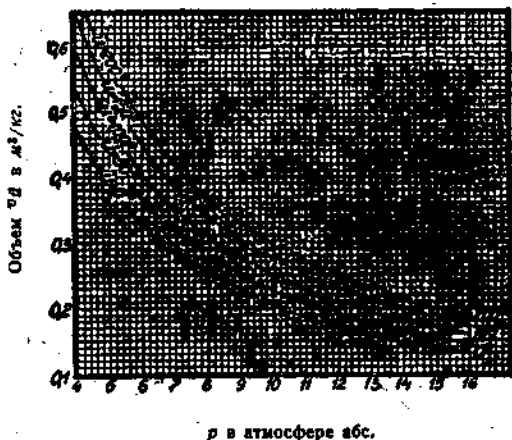
по Линде:

$$v_d = \frac{0,00471 \cdot T_d}{p} - 0,016, \quad (573a)$$

а удельный вес 1 м³ пара:

$$\gamma_d = 1 : v_d \text{ кг}. \quad (574)$$

ДИАГРАММА ЗНАЧЕНИЙ v_d ПО ФОРМУЛЕ 573.



Пример. Давление $p = 10 \text{ кг/см}^2$ абс., перегрев $\Pi = 170$
температура перегретого пара $t_d = 178,9 + 170 = 348,9^\circ$.

$$T_d = 273 + 348,9 = 621,9^\circ.$$

По формуле 573: $v_d = 0,282 \text{ м}^3/\text{кг}$. Приближенные значения для объема можно получить также из приведенной выше диаграммы.

Для точных расчетов вместо формулы 573 рекомендуется применять формулу Моллье:

$$v_d = 0,0047 \cdot \frac{T_d}{p} + 0,001 - \Phi, \quad (574a)$$

где

$$\Phi = 0,075 \left(\frac{273}{T_d} \right)^{10/3}$$

Сравни § 157, а.

б) **Теплоемкость перегретого пара.** G — количество пара в кг, подвергнутое перегреву, c_p — теплоемкость перегретого пара при постоянном давлении (согласно нижеприведенной таблице), λ — полная теплота парообразования насыщенного пара, согласно таблице на стр. 565:

Тогда необходимое для перегрева количество теплоты будет равно

$$c_p \cdot G \cdot \Delta \text{ кал.} \quad (575)$$

Для получения 1 кг перегретого пара из воды при 0° требуется следующее количество теплоты:

$$W_d = \lambda + c_p \cdot \Delta \text{ кал.}^1) \quad (576)$$

Опыты Кноблауха и Винкхауза дали нижеследующие средние значения для теплоемкости c_p :

Абсолютное давление пара $p =$		1	2	4	6	8	10	12	14	16	20 атм.
Температура {	от	100	130	150	160	170	190	190	200	210	220° Ц
	до	380	380	380	380	380	380	380	380	380	380°
Перегретый пар, c_p {	от	0,49	0,50	0,52	0,55	0,57	0,59	0,63	0,65	0,66	0,71
	до	—	0,49	0,49	0,50	0,50	0,51	0,51	0,51	0,52	0,53

Так как в настоящее время давления в пределах от 10 до 20 атм. являются наиболее часто применяемыми, то можно принять

$$c_p \sim 0,60. \quad (577)$$

На основании исследований Кноблауха и Якоба оказывается, что когда имеет место перегрев пара при постоянном давлении, то теплоемкость c_p по мере возрастания температуры, начиная с момента насыщения, сначала уменьшается, но только до некоторой определенной температуры перегрева, после которой она снова возрастает. Относительно данных исследований для давлений до 30 атм. см. ниже.

¹⁾ Моэльве дает для W_d следующее более точное уравнение

$$\left. \begin{aligned} W_d &= 594,7 + 0,477 t_d - J \cdot p \\ J &= \frac{10000}{427} \left(\frac{13}{3} \cdot \Phi - 0,001 \right) \end{aligned} \right\} \quad (578)$$

где

Средние значения теплоемкости c_p для перегретого пара.

1. По Лоренцу теплоемкость

$$c_p = 0,43 + 366\,000 \frac{P}{(273 + t_d)^3} \quad (579)$$

Пример. Для пара давления $p=2$ атм. абс. и $t_d=300^\circ\text{Ц}$ имеем согласно уравнению (579):

$$\begin{aligned} c_p &= 0,43 + 366\,000 \frac{2}{(273 + 300)^3} = \\ &= 0,43 + \frac{732\,000}{188132517} = 0,43 + 0,0039 = 0,4339. \end{aligned}$$

Нижеследующая таблица дает $c_p=0,48$, для $p=2$ атм. и $t_d=300^\circ\text{Ц}$.

2. Развитие прежних опытов Кноблауха и Якоба учеными Кноблаух и Райш подтверждают найденную закономерность, что c_p при заданной температуре с увеличением давления возрастает, а при заданном давлении с увеличением температуры, начиная от точки насыщения, убывает:

ТАБЛИЦА ТЕПЛОЕМКОСТИ ДЛЯ ПЕРЕГРЕТОГО ПАРА

Абсолютное давление пара $p =$	1	2	4	6	8	10	12	14 атм.
При температуре насыщения $c_p =$	0,486	0,499	0,525	0,551	0,578	0,605	0,633	0,633
При $t_d = 300^\circ\text{Ц}$, $c_p =$	0,473	0,480	0,495	0,510	0,524	0,539	0,555	0,570
При $t_d = 360^\circ\text{Ц}$, $c_p =$	0,474	0,481	0,494	0,506	0,516	0,529	0,540	0,552
Абсолютное давление пара $p =$	16	18	20	22	24	26	28	30 атм.
При температуре насыщения $c_p =$	0,694	0,726	0,759	0,794	0,829	0,865	0,902	0,94
При $t_d = 300^\circ\text{Ц}$, $c_p =$	0,585	0,603	0,619	0,638	0,656	0,675	0,695	0,714
При $t_d = 360^\circ\text{Ц}$, $c_p =$	0,565	0,576	0,588	0,600	0,612	0,624	0,635	0,648

ТАБЛИЦА ДЛЯ ПЕРЕГРЕТОГО ПАРА.

Атм. абс. Р	$\sqrt{\frac{1}{P}}$	П е р е г р е в а							
		$a =$	0°	10°	20°	30°	50°	100°	200°
6	1,565	$t + a =$	160	170	180	190	210	260	360°
		$T_a =$	433	443	453	463	483	533	633°
		$W_a =$	655	660	665	669	679	703	751 кал.
		$v_a =$	0,317	0,318	0,323	0,331	0,348	0,389	0,471 м³/кг
		$\gamma_a =$	3,16	3,16	3,1	3,02	2,87	2,57	2,12 кг/м³
7	1,627	$t + a =$	166	176	186	196	216	266	366°
		$T_a =$	439	449	459	469	489	539	639°
		$W_a =$	656	661	665	670	680	704	752 кал.
		$v_a =$	0,273	0,273	0,28	0,287	0,301	0,335	0,407 м³/кг
		$\gamma_a =$	3,66	3,66	3,57	3,48	3,32	2,98	2,46 кг/м³
8	1,682	$t + a =$	172	182	192	202	222	272	372°
		$T_a =$	445	455	465	475	495	545	645°
		$W_a =$	658	662	667	672	682	706	754 кал.
		$v_a =$	0,242	0,243	0,247	0,253	0,266	0,296	0,358 м³/кг
		$\gamma_a =$	4,14	4,15	4,05	3,95	3,76	3,38	2,79 кг/м³
10	1,778	$t + a =$	181	191	201	211	231	281	381°
		$T_a =$	454	464	474	484	504	554	654°
		$W_a =$	661	666	671	675	685	709	757 кал.
		$v_a =$	0,196	0,196	0,2	0,205	0,215	0,24	0,289 м³/кг
		$\gamma_a =$	5,11	5,12	5	4,88	4,65	4,17	3,46 кг/м³
11	1,821	$t + a =$	186	196	206	216	236	286	386°
		$T_a =$	459	469	479	489	509	559	659°
		$W_a =$	662	667	672	676	686	710	758 кал.
		$v_a =$	0,179	0,179	0,184	0,188	0,197	0,220	0,264 м³/кг
		$\gamma_a =$	5,59	5,59	5,43	5,33	5,08	4,54	3,79 кг/м³

Атм. абс. p	$\sqrt{p}$	П е р е г р е в н а							
		$t + a =$	0°	10°	20°	30°	50°	100°	200°
12	1,861	$t + a =$	190	200	210	220	240	290	390°
		$T_a =$	463	473	483	493	513	563	663°
		$W_a =$	663	668	673	677	687	711	759 кал.
		$v_a =$	0,165	0,165	0,169	0,174	0,182	0,202	0,243 м³/кг
		$\gamma_a =$	6,06	6,06	5,92	5,75	5,49	4,95	4,11 кг/м³
13	1,899	$t + a =$	193	203	213	223	243	293	393°
		$T_a =$	466	476	486	496	516	566	666°
		$W_a =$	665	670	675	679	689	713	761 кал.
		$v_a =$	0,153	0,153	0,157	0,161	0,168	0,187	0,225 м³/кг
		$\gamma_a =$	6,53	6,53	6,37	6,21	5,95	5,35	4,44 кг/м³

Пример. Необходимо получить 132 кг пара давлением 8 атм. абс. при перегреве на 50°. Тогда по вышеуказанной таблице температура перегретого пара будет 222°. Необходимое же количество теплоты будет равно: $132 \cdot 682 = 90\,024$ кал. Точнее по уравн. 575 и табл. § 158, в. Количество теплоты равно $(658 + 0,50 \cdot 50) 132 = 90\,156$ кал.

Расширение перегретого пара.

а) Закон расширения и сжатия. В уравнении расширения пара:

$$p_1 \cdot V_1^x = p_2 \cdot V_2^x \quad (580)$$

показатель для перегретого пара

$$x = 1,33. \quad (581)$$

Чем больше показатель x , тем быстрее понижается кривая расширения, что видно из фиг. 723, на которой нанесены кривые для пара различной температуры. (При одинаковом удельном весе объемы перегретого пара больше, как это видно из фиг. 723 и таблицы на стр. 573 перегретого пара.)

Точка, в которой кривая перегретого пара пересекает кривую насыщенного пара, соответствует точке перехода пара из перегретого состояния в насыщенное.

б) Построение кривой расширения перегретого пара. Это построение можно выполнить или путем вычисления отдельных точек кривой, или графическим построением.



Фиг. 723. На каждой кривой указаны соответствующие величины коэффициента x .

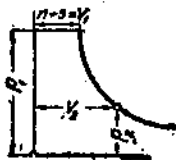
1. Построение путем вычисления (фиг. 724). Согласно уравнения 580 имеем:

$$p_2 \cdot V_2^{1,33} = p_1 \cdot V_1^{1,33} \quad (582)$$

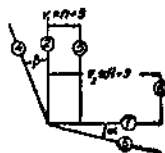
Задаваясь V_2 , получим:

$$p_2 = p_1 \cdot (V_1 : V_2)^{1,33} \quad (583)$$

Таким способом можно найти любое число точек, лежащих на кривой.

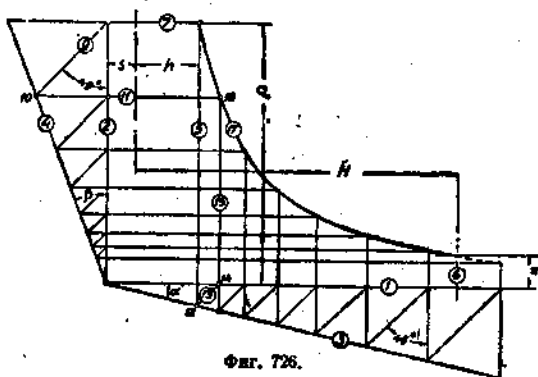


Фиг. 724.



Фиг. 725.

2. Графическое построение (по Брауеру). Ход построения (фиг. 725 и 726).



Фиг. 726.

1. Абсолютная нулевая линия.
2. Линия 2 перпендикулярна к линии 1.

3. Угол α любой величины (например, 15°).

4. Угол β зависит от угла α и показателя расширения κ , согласно уравнению:

$$\begin{aligned}(1 + \operatorname{tg} \beta) &= (1 + \operatorname{tg} \alpha)^\kappa \\ \operatorname{tg} \beta &= (1 + \operatorname{tg} \alpha)^\kappa - 1.\end{aligned}\quad (584)$$

В уравнении 584 для перегретого пара $\kappa = 1,33$; следовательно, для $\alpha = 15^\circ$, угол $\beta = 20^\circ 20'$. (585)

5 и 6. $V_1 = h + s$, $V_2 = H + s$; большей частью берут $H = 100$ мм. Наполнением h обыкновенно задаются, или же оно дано.

7. Проводим линию 7 соответственно давлению впуска p в атм. абс. Масштаб не играет роли, можно взять, например, 10 мм $= 1$ атм.

8. Линия 7 пересекает линию 2 в точке 8.

9. Проводим из точки 8 линию 9 под углом в 45° .

10. Эта линия пересекает линию 4 в точке 10.

11. Проводим через точку 10 горизонтальную линию 11.

12. Проводим из точки пересечения 12 линий 3 и 5.

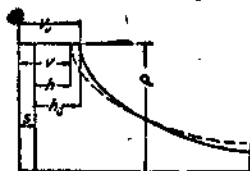
13. Линию 13 под углом 45° , которая

14. пересекает линию 1 в точке 14.

15. Перпендикуляр, опущенный из точки 14, пересекает линию 11 в точке 16.

16. Точка 16 будет одной из точек искомой кривой расширения.

Продолжая таким же образом, находим остальные точки, а соединив их, получим искомую линию 17.



Фиг. 727.

Одновременно определяем согласно п. б вес количества пара, соответствующий наполнению, а затем соответствующий ему объем насыщенного пара. Исходя из этого объема, строим кривую расширения для насыщенного пара (в виде адиабаты с коэффициентом $\kappa = 1,35$), чтобы найти точку

перехода перегретого пара в насыщенный (п. а).

Пример. Пусть на диаграмме перегретого пара при $p = 8$ атм. абс. и температуре пара 272° объем $v_d = h_d + s = 20 + 8 = 28\%$. Объем такого же количества насыщенного пара получится (фиг. 727):

по таблице на стр. 573 перегретого пара для

$$\begin{aligned}p &= 8 \text{ и } t + a = 272^\circ, \\ v_d &= 0,298 \text{ м}^3/\text{кг и}\end{aligned}$$

по таблице на стр. 565 насыщенного пара для

$$p = 8 \text{ и } t = 172^\circ \\ v = 0,242 \text{ м}^3/\text{кг.}$$

Таким образом искомый объем насыщенного пара будет:

$$28 \cdot \frac{0,242}{0,296} \sim 23\%.$$

Следовательно, при одинаковом весе пара получаем следующие величины наполнения:

для перегретого пара наполнение

$$h_s = 28 - 8 = 20\%;$$

для насыщенного пара наполнение

$$h = 23 - 8 = 15\%.$$

Отсюда видно, что при вычислении объемов в процентах размеры парового цилиндра не имеют значения.

§ 159. Скорость истечения пара.

Скорость струи пара можно определить различными способами, а именно: 1) из падения давления, 2) из объемной диаграммы и 3) из состояния пара до и после выпуска.

а) Определение скорости истечения из разности давлений. $\frac{w^2}{g}$ высота, соответствующая скорости w в м (сравни объяснение в § 33).

10 000 · p давление впуска в кг/м²; γ удельный вес пара при давлении p ; $v = 1 : \gamma$ удельный объем пара в м³ при давлении p ; $\frac{p_0}{p}$ степень расширения, т. е. отношение противодавления p_0 в атм. абс. к давлению впуска p в атм. абс.; x показатель кривой расширения; последний изменяется с температурой и состоянием пара.

Для двух состояний пара имеем:

$$p_1 \cdot V_1^x = p_2 \cdot V_2^x.$$

(586)

Основное уравнение скорости струи по Цейнеру (если $v = 1 : \gamma$) будет:

$$\frac{w^2}{2 \cdot g} = \frac{x}{x-1} \cdot 10\,000 \cdot p \cdot \frac{1}{\gamma} \cdot \left[1 - \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{x-1}{x}} \right] \quad (587)$$

На основании опытных данных берем:
для насыщенного пара

$$x = 1,135,$$

откуда

$$\frac{x}{x-1} = 8,4,$$

$$\frac{x-1}{x} = 0,119;$$

для перегретого пара

$$x = 1,33,$$

откуда

$$\frac{x}{x-1} = 4,04,$$

$$\frac{x-1}{x} = 0,248.$$

Вставляя эти значения в уравн. 587, получим:
для насыщенного пара

$$w = 1\,285 \sqrt{\frac{p}{\gamma}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{p_0}{p} \right)^{0,119}} \text{ м/сек}, \quad (588)$$

для перегретого пара

$$w = 885 \sqrt{\frac{p}{\gamma_d}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{p_0}{p} \right)^{0,248}} \text{ м/сек}, \quad (589)$$

где γ по таблице на стр. 565, а γ_d по уравн. 574.

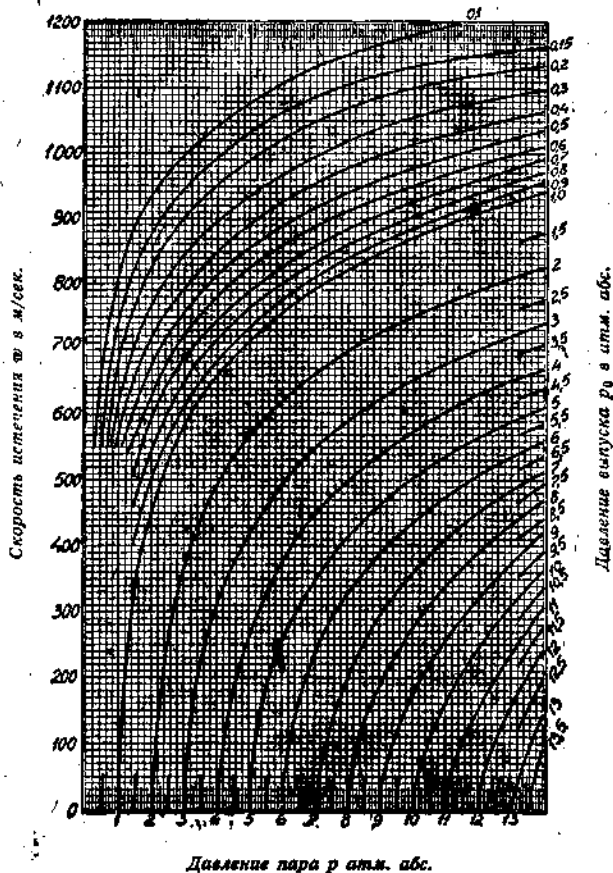
Для наибольшей (max) скорости истечения (при $p_0 = 0$) из формулы 587 имеем:

$$W_{\max} = \sqrt{2g \frac{x}{x+1} \cdot 10\,000 \cdot p \cdot v}.$$

в) Диаграмма скорости струи W . (Кривые вычислены по вышеуказанным формулам.)

ДИАГРАММА 1.

СКОРОСТЬ СТРУИ W ДЛЯ НАСЫЩЕННОГО ПАРА.



Пример. Пусть $p = 10$, тогда из диаграммы получим:

для противодавления . . . $p_0 =$	0,1	0,2	0,3	0,5 кг/см ²
.. скорости струи . . . $w =$	1183	1100	1055	978 м/сек.

ДИАГРАММА 2.

СКОРОСТЬ СТРУИ ПЕРЕГРЕТОГО ПАРА ПРИ ПРОТИВОДАВЛЕНИИ
 $p_0 = 0,15$ атм. абс.

(согласно уравнению 589).

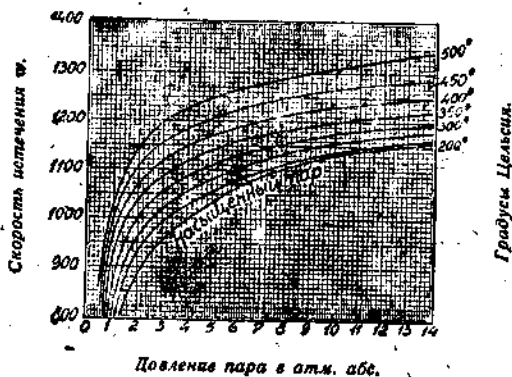
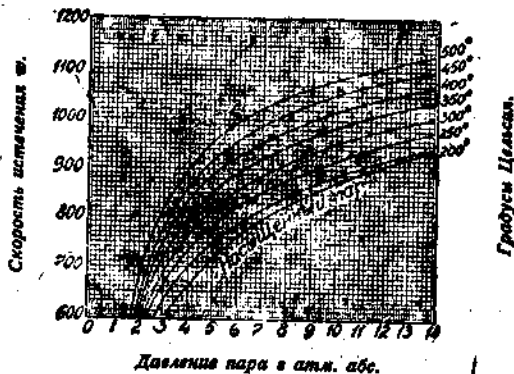


ДИАГРАММА 3.

СКОРОСТЬ СТРУИ ПЕРЕГРЕТОГО ПАРА ПРИ ПРОТИВОДАВЛЕНИИ
 $p_0 = 1$ атм. абс.

(согласно уравнению 589).



Пример. $p = 10$ атм. абс., $p_0 = 0,15$ атм. абс. Температура пара 400° . Согласно диаграмме 2: $w = 1230$ м/сек. Количество протекаемого пара в секунду, согл. § 33, имеем: $G = 0,6$ кг.

Откуда энергия струи равна:

$$\frac{1230^2}{2 \cdot 9,81} \cdot 0,6 = 46\,300 \text{ кгм/сек.}$$

с) Количество протекающего пара. Вычисленная указанным выше способом скорость истечения w однако больше, чем действительная скорость в устье сопла, так как пар после выпуска расширяется, вследствие чего освобождается часть энергии, которая могла бы быть использованной для увеличения скорости истечения пара. Величина поперечного сечения сопла, необходимого для протекания определенного количества пара G в сек., зависит от формы сопла, причем между G , v , F и W существует следующая зависимость:

$$G \cdot v = F \cdot W.$$

кг/сек. м³/кг м² м/сек.

§ 160. Потери давления в паропроводах.

а) Обозначим через:

γ удельный вес пара в кг/м³ — среднее значение γ в начале и в конце паропровода (таблица на стр. 565), L длину паропровода в м, d диаметр в свету паропровода в м и W среднюю скорость пара в м/сек.

Тогда, по Эберле, для насыщенного и перегретого пара, для давлений от 3 до 10 атм. потеря давления будет равна:

$$Z = \frac{10,5}{10^3} \cdot \gamma \cdot \frac{L}{d} W^2 \text{ атм.} \quad (590)$$

б) Потеря давления Z в атм. при длине $L = 100 d$ или $L : d = 100$ (насыщ. пар) по уравн. 590 (см. таблицу на стр. 582).

Для перегретого пара при одинаковом давлении потеря давления меньше, а именно:

$$Z_d = (\gamma_d : \gamma) \cdot Z \text{ атм.} \quad (591)$$

где γ_d — удельный вес в кг/м³ перегр. пара по таблице на стр. 572; γ — удельный вес в кг/м³ насыщ. пара по таблице на стр. 565, а Z — потеря давления по таблице на стр. 582.

с) Величина эквивалентной (в смысле сопротивления) длины прямого паропровода для клапанов и отводов. По

Эберле, сопротивление клапана равно сопротивлению прямой трубы того же внутреннего диаметра длиной в 16,4 м. (592)

По Блессу, сопротивление отвода равно сопротивлению прямой трубы длиной в 10 d , где d внутренний диаметр в м. (593).

ТАБЛИЦА ПОТЕРИ ДАВЛЕНИЯ Z .

Маном. давление в атм.	Скорость пара w в м/сек								
	10	15	20	25	30	40	50	75	100
1	0,001	0,003	0,005	0,007	0,010	0,019	0,029	0,066	0,117
3	0,002	0,005	0,009	0,014	0,020	0,036	0,056	0,126	0,223
5	0,003	0,007	0,013	0,020	0,030	0,052	0,082	0,184	0,326
7	0,004	0,010	0,017	0,027	0,039	0,068	0,107	0,241	0,427
9	0,005	0,012	0,021	0,033	0,047	0,089	0,134	0,296	0,527
10	0,006	0,013	0,023	0,036	0,052	0,092	0,148	0,324	0,576

Пример для насыщенного пара. Открытый трубопровод для насыщенного пара, длиной 35 м и внутреннего диаметра в 150 мм, имеет 5 отводов, 2 клапана и 14 пар фланцев.

Давление пара $p = 10$ атм. ман., скорость пара $w = 30$ м/сек температура пара $t_d \sim 183^\circ$, температура воздуха $t = 13^\circ$.

д) Потеря давления. Условная длина трубопровода, учитывающая наличие отводов и клапанов (формулы 592 и 593), будет равна:

$$L = 35 + 5(10 \cdot 0,15) + 2 \cdot 16,4 = 105,3 \sim 105 \text{ м.}$$

Следовательно

$$L : d = 105 : 0,15 = 700.$$

Для $L : d = 100$ потеря давления Z (согл. таблице) равна 0,052 атм. значит, для $L : d = 700$ потеря давления

$$Z = (700 : 100) \cdot 0,052 = \sim 0,364 \text{ атм.}$$

Для скорости пара $w = 75$ м/сек потеря давления, согласно таблице, была бы равной

$$Z = (700 : 100) \cdot 0,324 = \sim 2,268 \text{ атм.}$$

Пример — для перегретого пара. Для перегретого пара при $t_d = 386$ и $p = 10 + 1 = 11$ атм. абс., согласно таблице на стр. 573, $\gamma_d = 3,79$ кг/м³; для насыщенного пара при $p = 10 + 1 = 11$ атм. абс., согласно § 157 $\gamma = 5,489$ кг/м³.

Откуда для нашего примера из зависимости для того же отношения $L : d = 700$ имеем:

при $W = 30$ м/сек; $Z = (3,79 : 5,489) \cdot 0,364 = 0,2513$ атм.

$W = 75$ м/сек; $Z = (3,79 : 5,489) \cdot 2,268 = 1,5659$ атм.

§ 161. Потери теплоты в паропроводах.

Потеря теплоты в трубе происходит путем передачи соприкасанием и лучеиспусканием.

а) Открытый трубопровод. Потеря тепла:

$$Q = k \cdot F (t_d - t) \text{ кал./час,} \quad (594)$$

где F поверхность трубопровода в м², t_d средняя температура пара в градусах Цельсия, t температура окружающего воздуха в градусах Цельсия, k коэффициент теплопередачи в кал./м² час, т. е. количество тепла, передаваемое 1 м² поверхности трубы в 1 час на каждый градус Цельсия разности температур между паром и окружающим воздухом.

На основании опытов Эберле имеем для диаметра труб 70 до 150 мм:

Насыщенный пар $k \sim 12,3$	14,7	18,4	—	—	—
Перегретый пар $k \sim$ —	14,2	16	17,6	19,7	22,6

Эти величины k для перегретого пара действительны при $W \sim 25$ м/сек, причем k пропорционально W , например

при $t_d - t = 260^\circ$, $w \sim 10$ м/сек, $k = 17,7$

• $t_d - t = 280^\circ$, $w \sim 30$ м/сек, $k = 18,5$

К измеренной выпрямленной длине трубопровода прибавляется на:

- 1 пару фланцев от $\frac{1}{2}$ до 1 м данной трубы,
- 1 клапан (без фланцев) около 1 м данной трубы,
- 1 отвод (без фланцев) его выпрямленную длину.

б) Изожированный трубопровод. Потеря теплоты:

$$Q = K \cdot F (t_d - t) \text{ кал/час,} \quad (595)$$

где K коэффициент теплопередачи в кал/м²/час на каждый 1° Цельсия.

$t_d - t = 100$	150	200	250	300	350	400	
Насыщенный пар $K \sim 3,1 \dots \dots$	3,2	3,4	—	—	—	—	Открытые фланцы
Перегретый пар $K \sim 2,95 \dots \dots$	3,3	3,67	4,06	4,43	4,8	5,16	
Насыщенный пар $K \sim 2,3 \dots \dots$	2,3	2,3	—	—	—	—	Изолиро- ванные фланцы
Перегретый пар $K \sim 2,12 \dots \dots$	2,35	2,60	2,82	3,10	3,31	3,58	

Приведенная таблица применима при перегретом паре для трубопроводов диаметра 70 мм. При насыщенном паре: открытые фланцы от 70 до 150 мм, изолированные фланцы для 70 мм, а для диаметра 150 мм на 20% меньше.

Таблица действительна для изоляции с $\eta = 0,75 - 0,85$; сравни t , где даны также формулы с примерами для k и K , коэффициента полезного действия η и для падения температуры.

с) Потери теплоты в трубопроводах. Величина потери тепла зависит от разности температур между паром и воздухом ($t_d - t$) и от размеров наружной поверхности трубопроводов.

Различают: 1) голые трубы; 2) изолированные трубы с открытыми фланцами; 3) изолированные трубы с изолированными фланцами.

Насыщенный пар: передача тепла между паром и стенкой трубы лучше, чем у перегретого пара. Температура стенки трубы практически равна температуре пара.

Перегретый пар: разность температур между паром и стенкой трубы 4—6° для изолированных труб и 30—60° для голых труб.

1. Голый трубопровод. В формуле для потери тепла Q по

уравн. 594 коэффициент теплопроводности 1 м² наружной поверхности труб:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} \cdot \frac{d_a}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{d_a}{2\lambda} \cdot \ln \frac{d_a}{d_i}} \text{ кал/м}^2 \text{ час на каждый } 1^\circ \text{ Ц.}, \quad (596)$$

где α_1 в кал/м² час на 1° Ц. есть коэффициент теплопроводности между паром и стенкой трубы, α_2 — коэффициент теплопроводности между голой стенкой трубы и окружающим воздухом,

$$\alpha_2 \sim 13 - 16^1)$$

λ — коэффициент теплопроводности материала трубы при 1 м толщины, d_a и d_i — диаметры трубопровода в м, см. фиг. 728.



При перегретом паре k или Q возрастает при увеличении скорости пара; при насыщенном паре k от скорости пара не зависит. Значения для k см. § 161а. Фиг. 728.

Значения для коэффициентов теплопроводности α_1 :

Спокойный воздух $\alpha_1 = 4$.

Дымовые газы, $w = 4 - 5$ м/сек, $\alpha_1 = 10 - 25$.

Кипящая вода $\alpha_1 = 2\,000 - 6\,000$.

Конденсирующийся водяной пар $\alpha_1 = 7000 - 12000$.

Насыщенный пар (текущий) $\alpha_1 \sim 2000$.

Перегретый пар $\alpha_1 \sim 150^2)$.

Коэффициент λ на 1 м² поверхности, 1 м толщины материала и 1° разности температур обеих поверхностей стенки в час.

Железо	40 — 50	Воздух	0,02
Лист. железо . .	56	Накипь	2
Красная медь . .	320	Машин. масло . .	0,1
Латунь	50 — 60	Изоляционные материалы	
		см. ниже.	

1) Оберка напел $\alpha_2 = 14,4$ для насыщенного пара, $d_i = 70$ мм, $t_d - t_w = 140^\circ \text{ Ц.}$

2) Оберка напел для перегретого пара (если t_w — температура стенки трубы):

для $t_d - t_w \sim 4 - 6^\circ$ (изолир.) $w = 20,8$ м/сек. $\alpha_1 = 250 - 150$,

" " $\sim 34^\circ$ (голые) $w = 30$ " $\alpha_1 \sim 166$,

" " $\sim 45 - 60^\circ$ (голые) $w = 9 - 10$ " $\alpha_1 \sim 76$,

α_1 возрастает с увеличением давления и скорости пара; его величина, однако, мало влияет на результат формул 596 и 597.

2. *Изолированные трубопроводы.* В формуле теплопередачи Q , по уравнению 595 имеем:

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} \cdot \frac{d_a}{d_i} + \frac{1}{\alpha_u} \cdot \frac{d_a}{d_u} + \frac{d_a}{2\lambda_u} \cdot \ln \frac{d_u}{d_a}} \text{ кал/м}^2 \text{ час на } 1^\circ \text{Ц.}, \quad (597)$$

отнесенный к 1 м² поверхности голого трубопровода,

где α_1 — коэфф. теплопроводности, как и в голом трубопроводе.

α_u — коэфф. теплопроводности между наружной поверхностью изоляции и воздухом,

λ_u — коэфф. теплопроводности изоляции, согласно таблице на стр. 587.

d_i, d_a, d_u в м, согласно фиг. 729.

В вышеуказанной формуле мы пренебрегли потерей при проходе сквозь самую стенку трубы.

Значения для K — см. таблицу § 161 б, которая действительна для нижеуказанной изоляции, если труба находится в спокойном воздухе:

труба обмотана узкой лентой инфузорной земли; все это покрыто кожухом толщиной в 50 мм из жженой массы; щели уплотнены инфузорной землей; наружный бандаж покрыт асфальтовым лаком за 2 раза.

Коэффициент теплопроводности α_u .
Труба находится в *спокойном воздухе*.

$t_a - t = 100$	125	150	175	200	225	250	275	300	325	350	375	400
$\alpha_u = 5,7$	5,7	5,8	5,9	6,2	6,4	6,6	6,9	7,1	7,3	7,5	7,8	8,1

Труба находится в *движущемся воздухе*, напр., на дворе. α_u гораздо больше, в зависимости от скорости ветра. По Нуссельту — при разности температур в 20° Ц. между поверхностью трубы и воздухом:

Наружный диаметр трубы	$d_u =$	100	300	700 мм
Скорость ветра 5 м/сек	$\alpha_u \sim$	28	18	17
Скорость ветра 25 м/сек	$\alpha_u \sim$	80	60	47

Разность температур влияет меньше, чем величина диаметра трубы.

Коэффициент λ_n . Чем меньше λ_n , тем лучше действует изоляция. Вышеописанная изоляция, для которой составлена таблица в § 161b, показывает, по Эберле, следующие коэффициенты:

Коэффициент теплопроводности λ_n

$t_d - t$	100	150	200	250	300	350	400° Ц
Насыщенный пар	0,088	0,095	0,103	—	—	—	—
Перегретый пар	0,089	0,1	0,113	0,122	0,136	0,146	0,158

Коэффициент теплопроводности λ_n различных изоляционных материалов.

Температура изоляционной массы		—	50°	100°	150° Ц
Нуссельт	Пробковые опилки	$\lambda_n =$	0,041	0,048	—
	Шерсть		0,042	0,050	—
	Шелк		0,045	0,051	—
	Инфузорная земля, рыхлая		0,060	0,066	0,070
	Инфузорная земля, жженая		0,071	0,078	0,085
	Изоляц. масса смеш. с водой		—	—	0,100

Опыты Мюнхенской лаборатории для исследований изоляционных материалов, (в 1922 г.) дали следующие результаты:

Термодиагностический аппарат Болиндера ¹⁾	Средн. темп. изоляции =	100°		215°	330° Ц
	Соответственно $t_d \sim$	180°		410°	640°
	$\lambda_n =$	0,05		0,06	0,07

¹⁾ И. Болиндер — завод высококачественных изоляций для теплоты и холода в Висбадене.

Пробковые опилки, шерсть, шелк и войлок для высоких температур не пригодны, так как эти материалы под влиянием высокой температуры разрушаются.

3. Коэффициент полезного действия изоляции. На практике проще оперировать с коэффициентом полезного действия изоляции:

$$\eta = \frac{Q \text{ (голая)} - Q \text{ (изолир.)}}{Q \text{ (голая)}} \cdot 100\% \quad (598)$$

где

$$Q = K \cdot F \cdot (t_d - t) \text{ согл. уравнению 595.}$$

Отсюда вычисляется потеря теплоты изолированного трубопровода:

$$Q \text{ (изолир.)} = (1 - \eta) \cdot Q \text{ (гол.)} \quad (599)$$

Коэффициент полезного действия η гарантируется обычно поставщиком.

Коэффициент полезного действия η изоляции среднего качества.

Температура пара t_d	Насыщенный пар		Перегретый пар	
	фланцы открытые	фланцы изолированные	фланцы открытые	фланцы изолированные
100°	74,0	80,4	76,3	82,3
200°	78,6	85,4	77,2	83,3
300°	—	—	77,6	84,0
400°	—	—	78,0	84,7

Материал изоляции такой же, как в разделе 2.

Коэффициент полезного действия η , следовательно, возрастает с увеличением разности температур, а также с увеличением диаметра труб. Он зависит, главным образом, от коэффициента теплопроводности λ изоляционной массы.

Различные способы изоляции и коэффициенты полезного действия.

При толщине изоляции в 25 мм имеем по Ритчелю .

1. Для самых второстепенных целей и низких температур применяют солому с глиной 0%.
2. Часто применяется окрашивание изоляционной массой, разведенной в воде, очевидно вследствие ее дешевизны и легкой приспособляемости к самым разнообразным формам изолируемых предметов. Теплую трубу покрывают возможно большим числом слоев изоляционной массы, причем предыдущий слой должен предварительно хорошо просохнуть. Для предохранения против сырости и против отслаивания поверх изоляционной массы наматывают битый и покрывают его асфальтовым лаком или масляной краской 60—80%.
3. Асбестовые мешки, наполненные асбестовыми волокнами 46%.
4. Асбестовые мешки, наполненные инфузорной землей 60%.
5. Пробка 70%.
6. Инфузорная земля 73%.
7. Холщевый мешок, наполненный шелком или
8. Шелковая обмотка с воздушным слоем 78%.
9. Шелковая обмотка без воздушного слоя 80%.
10. Войлок 86%.
11. „Оптимат“ — изоляция по способу Боландера. Провод окрашивается слоем изоляционной массы и окружается твердым кожухом (Боландерит), который благодаря особому способу создает вокруг трубки пустоту, заполняемую рыхлым слоем высококачественного изоляционного вещества (Термалит), обладающего удельным весом $\gamma = 362$ г/см³ см. на предыдущей странице 92%.



Особым преимуществом последней из перечисленных изоляций является, помимо высокого коэффициента полезного действия, сопротивляемость даже сильным сотрясениям, какие встречаются у паровых машин, трубопроводов от паровых насосов и паровых турбин. Так, например, можно такие трубы, без вреда для изоляции, снять и применить в другом месте. Практика доказала их долговечность и неизменность изоляционного эффекта. Эта изоляция хорошо противостоит также действию кислотных паров и атмосферическому влиянию.

4. Коэффициент полезного действия η и толщина слоя изоляции. η возрастает с увеличением толщины изоляционного слоя; однако, начиная с некоторой толщины, возрастание становится мало заметным.

Нормальная толщина изоляции.

Темпер. пара $t_d = 150^\circ$	200°	250°	300°	350°	400° Ц
Толщ. изоляции 30 . .	40	50	60	70	80 мм

На фланцы надевают либо асбестовые мешки, наполненные изоляционной массой, либо, что еще лучше, съемные изоляционные колпаки. В обоих случаях нужно приспособить капельную трубку, дающую возможность обнаружить неплотность фланцев.

д) Потеря тепла для голых и изолированных паропроводов. Кроме указанных в § 161 обозначений, добавляем еще следующие:

Φ_p — теплоемкость пара, среднее значение между началом и концом трубопровода, см. § 158, в.

β — в градусах Цельсия — потеря тепла между началом и концом трубопровода.

β_1 — то же, на 1 погонный метр.

D в кг/час — протекающее количество пара.

Потеря тепла Q в трубопроводе, согласно § 161, может быть выражена также:

$$Q = c_p \cdot D \cdot \beta \text{ кал/час;} \quad (600)$$

откуда

$$\beta = \frac{Q}{c_p \cdot D} \text{ в градусах Цельсия.} \quad (601)$$

Для определения c_p нужно сначала задаться величиной β .

Потеря тепла β_1 на 1 пог. метр трубопровода ¹⁾.

Перегретый пар	Голые	Изолированные.
$t_d = 350^\circ$, $w = 10 - 40$ м/сек — — $d_i = 125$ мм	—	0,75 — 0,45°
По Гербергу $d_i = 350$ мм	—	0,36 — 0,10°
Другие дают для перегретого пара	1°	0,13°
Опыты в Дармштадте дали для насыщенного и перегретого пара	1°	1/3°

Добавки к измеренной выпрямленной длине трубопровода.

- 1 отвод — его выпрямленная длина.
- 1 голый вентиль без фланцев — 1 м голого или 5 м изолированного трубопровода при $\eta = 0,8$ (Эберле).
- 1 пара голых фланцев — 1/2 до 1 м голого трубопровода или
- 1 пара голых фланцев — 3 до 5 м изолированного трубопровода.

(Меньшие значения действительны для малых диаметров трубы.)

Для изолированных фланцев никаких добавок не требуется.

Примеры при условиях заданий в примерах § 161.

1. Потеря тепла. Для определения F имеем выпрямленную длину трубопровода 35 м.

К этому добавляется согласно § 161:

14 пар фланцев $\sim 14 \times 0,8$ м $\sim$	11 м
2 вентили 2×1 м	= 2 .
5 отводов $5 \times 0,4$ м	= 2 .
Расчетная длина L	= 50 .

При $d_i = 150$ имеем $d_a = 159$ мм и поверхность трубопровода $F = d_a \cdot \pi \cdot L = 0,159 \cdot 3,14 \cdot 50 \sim 25$ м².

¹⁾ Потерю тепла через голые фланцы можно считать в среднем 10°.

	Насыщенный пар	Перегретый пар
Голый трубопровод.		
Предварительно $\beta_1 = \dots$	1°	1°
Значит, для $L = 50 \text{ м}$ $\beta = 50 \cdot \beta_1 = \dots$	50°	50°
Средняя темпер. пара $t_d = \dots$	$183 - \frac{50}{2} = 158^\circ$	$386 - \frac{50}{2} = 361^\circ$
Падение температуры $t_d - t$ (темп. возд. $t = 13^\circ$) = . . .	$158 - 13 = 145^\circ$	$361 - 13 = 348^\circ$
Среднее $K = \dots$	14,5	22,5
Потеря тепла $Q = K \cdot F \cdot (t_d - t) = \dots$	52 500	196 000 кал/час
Изолированный трубопровод с голыми фланцами.		
Предварительно $\beta_1 = \dots$	$\frac{1}{2}^\circ$	$\frac{1}{2}^\circ$
Для $L = 50$ имеем $\beta = 50 \cdot \beta_1 = \dots$	25°	25°
Средн. темп. пара $t_d = \dots$	$183 - \frac{25}{2} \sim 171^\circ$	$386 - \frac{25}{2} \sim 374^\circ$
Падение темп. $t_d - t = \dots$	$171 - 13 = 158^\circ$	$374 - 13 = 361^\circ$
По § 161 б $K = \dots$	3,23	4,9
Потеря тепла $Q = K \cdot F \cdot (t_d - t) = \dots$	11 850	29 500 кал/час
Изолированный трубопровод с изолированными фланцами.		
Предварительно $\beta_1 = \dots$	$\frac{1}{2}^\circ$	$\frac{1}{2}^\circ$
Для $L = 50 \text{ м}$ имеем $\beta =$ $= 50 \cdot \beta_1 = \dots$	$\sim 17^\circ$	$\sim 17^\circ$
Средн. темп. пара $t_d = \dots$	$183 - \frac{17}{2} \sim 175^\circ$	$386 - \frac{17}{2} \sim 378^\circ$
Падение темпер. $t_d - t = \dots$	$175 - 13 = 162^\circ$	$378 - 13 = 365^\circ$
По § 161 б $K = \dots$	2,3	3,4
Потеря тепла $Q = K \cdot F \cdot (t_d - t) = \dots$	9300	31 000 кал/час

2. Потеря тепла. Для условий нашего примера (перегр. пар): колич. пара $D \sim 7260$ кг/час.

		Голая	Изолиров.
Примерная потеря тепла	$\beta =$	50°	17°
Средняя температура пара	$t_d =$	361°	378°
Теплоемкость согласно	$c_p =$	0,50	0,51
Тогда: действительная потеря тепла в градусах	$\beta = \frac{Q}{c_p \cdot D} \sim$	54°	$8,4^\circ$
То же — на 1 пог. м	$\beta_1 \sim$	1°	$1/8^\circ$

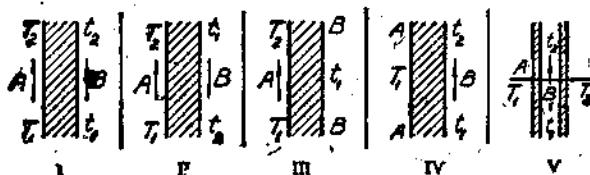
ПЕРЕДАЧА ТЕПЛА ЧЕРЕЗ СТЕНКИ СОСУДА.

§ 162. Общие указания.

На эту важную область в машиностроении следовало бы обратить особое внимание. Теплота представляет собою определенную ценность, поэтому возможно полное использование ее приносит только выгоду. В литературе о теплоте в этом отношении имеются нередко только слишком общие указания и притом в большинстве случаев мало пригодные для непосредственного применения их на практике. Ниже даны основы для простых и быстрых расчетов.

а) Сущность нагревания. Если по обе стороны стенки, ограниченной параллельными плоскостями, протекают две жидкости неодинаковой температуры, то более теплая жидкость отдает теплоту более холодной.

б) Объяснение процесса нагревания. Пусть на фиг. 730, I—V, А представляет жидкость, отдающую теплоту, а В — жид-



Фиг. 730. I. В одном и том же направлении. II. В противоположные направления. III. Движение с одной стороны. В покое, А движется. IV. А в покое, В движется. V. Перпендикулярно А и В движутся.

кость, получающую теплоту. Движение обоих течений может происходить как указано на фиг. 730.

с) Телами, отдающими или поглощающими теплоту, могут быть: 1. Воздух. 2. Топочные газы с высокой начальной температурой непосредственно в топке. 3. Газы в дымоходах с низкой начальной температурой. 4. Вода. 5. Свежий пар. 6. Отработавший пар.

д) Основы для расчета. H — поверхность в м^2 , передающая теплоту, T_1 — температура тела в градусах Цельсия, отдающего теплоту (до отдачи ее), t_1 — температура тела в градусах Цельсия, поглощающего теплоту (до поглощения ее), T_2 — температура тела, отдающего теплоту, после отдачи ее, t_2 — температура тела, поглощающего теплоту, после поглощения ее, W — количество теплоты в калориях, проходящее через поверхность в час, и k — коэффициент теплопередачи, т. е. количество теплоты в калориях, отдаваемое одним квадратным метром поверхности в час при разности температур равной 1°Ц . Тогда получим следующую зависимость:

$$W = H \cdot k(T_1 - t_1) \text{ кал.} \quad (602)$$

или приближенно:

$$W \cong H \cdot k \left(\frac{T_1 + T_2}{2} - \frac{t_1 + t_2}{2} \right) \text{ кал.} \quad (602a)$$

Поверхность нагрева

$$H = \frac{W}{k} \cdot \frac{1}{T_1 - t_1} \text{ м}^2. \quad (603)$$

При различных способах нагревания для величины поверхности нагрева существуют следующие общие зависимости (число 2,303 — коэффициент преобразования натуральных логарифмов в Бриггсовы логарифмы):

При протекании жидкости только с одной стороны стенки (фиг. 730, III) имеем:

$$H = \frac{W}{k} \cdot \frac{2,303}{T_1 - T_2} \cdot \log \frac{T_1 - t_1}{T_2 - t_1} \text{ м}^2, ^1) \quad (604)$$

причем температура T_1 понижается до T_2 .

При протекании обеих жидкостей в одну и ту же сторону или параллельными потоками (фиг. 730, I) имеем:

$$H = \frac{W}{k} \cdot \frac{2,303}{(T_1 - T_2) + (t_2 - t_1)} \cdot \log \frac{T_1 - t_1}{T_2 - t_2} \text{ м}^2. \quad (605)$$

¹⁾ Формула 604 действительна для случая, когда теплопоглощающая жидкость имеет постоянную температуру.

При протекании двух жидкостей в противоположном направлении (фиг. 730, II) имеем:

$$H = \frac{W}{k} \frac{2,303}{(T_1 - T_2) - (t_2 - t_1)} \cdot \log \frac{T_1 - t_2}{T_2 - t_1} \text{ м}^2. \quad (606)$$

При протекании двух жидкостей в направлениях, перпендикулярных одна к другой (фиг. 730, V) имеем:

$$W = H \cdot k(T_1 - t_1) \text{ кал.} \quad (607)$$

$$H = \frac{W}{k} \cdot \frac{2,303 \left(1 - \frac{T_1 - T_2}{t_2 - t_1} \cdot 2,303 \log \frac{T_1 - t_1}{T_2 - t_2} \right)}{T_1 - T_2} \quad (608)$$

В последних трех случаях температура T_1 понижается до T_2 , а температура t_1 повышается до t_2 .

е) Коэффициент теплопередачи k , отнесенный к разности температур в 1° , к 1 м^2 поверхности и к 1 часу.

1. Теплопередача через металлические стенки.

Коэффициент теплопередачи k .

Теплоотдающее тело	Теплопоглощающее тело	По Рек-нагелю 1)	По Фуку	По Гют-тигу
Дымы и воздух	Воздух	5÷7	18,9÷26,3	10÷17
Дым	Пар			
Пар	Воздух	10÷17		
Вода	Воздух	9÷13		
Воздух	Вода			
Пар	Вода (не кипящая)	800÷1000		
Пар	Вода (кипящая)	2000÷3800		
Вода	Вода	300÷400		

1) Действительно только для скоростей < м/сек; для больших скоростей коэффициент теплопередачи k определяется особо.

2. Передача тепла через чугун, медь, железо.

Коэффициент теплопередачи k .

Теплоотдающее тело	Теплопоглощающее тело	Чугун	Медь	Железо	По:
Дымовые газы	Вода	7	12	10 25 13÷54 25÷41	Гепке ¹⁾ Рейнагелью Фуксу Гюттиг
Вода		250	400	300	Гепке
Пар		800	1000	900 800÷1000	Гепке Рейнагелью

Величина коэффициента теплопередачи k сильно колеблется. Так, например, Фукс для разных мест котла дает значения его от 12,56 до 54,5. Поэтому указанные значения этого коэффициента нужно рассматривать как средние значения его.

г) Применение. Законы теплопередачи применимы при расчетах: 1) паровых котлов, 2) пароподогревателей, 3) экономайзеров, 4) перегревателей, 5) отопительных установок, 6) воздухоподогревателей.

§ 163. Расчеты теплопередачи.

1. Общие обозначения для расчетов.

Для расчета в случаях нагревания, указанных выше, введем еще следующие обозначения: k — коэффициент теплопередачи, согласно § 162, d и e , G — количество подлежащей нагреву, испарению или перегреву воды или пара в кг/час, T_1 — темпе-

¹⁾ k находится в зависимости от скорости v , например:

Вода $v=0,001$ м/сек, пар $v=1$ м/сек, $k=170$
 $v=3$ " " " $v=50$ " $k=8000$

Коэффициенты, указанные в таблице, действительны для теплой воды при $v \sim 0,2$ м/сек, для пара при $v \sim 10$ до 50 м/сек, для дымовых газов при $v \sim 2$ м/сек.

ратура газов (паров) перед прибором нагревания, T_2 — температура газов (паров) за прибором нагревания, t_1 — температура воды или пара при входе в прибор нагревания, t_2 — температура воды или пара при выходе из прибора нагревания в градусах Цельсия, t_0 — средняя разность между температурой газов (паров) с одной стороны и паров (воды) с другой.

II. Паровые котлы.

Для котлов, работающих по принципу противотока, действительны: фиг. 730, II и уравнение 606.

а) Нагревание котла непосредственно или косвенно от топки. В первом случае: использование теплоты, развиваемой при сжигании твердых, жидких или газообразных горючих.

Во втором случае: использование теплоты отходящих газов, например, кричных, пудлинговых, нагревательных печей и др.

б) Приближенный расчет. Пусть L — теоретическое количество воздуха в кг, необходимое для сжигания 1 кг топлива, ϵ — опытный коэффициент, зависящий от типа топки, b — опытный коэффициент, зависящий от вида топлива, σ — количество дымовых газов в кг, получаемое из 1 кг топлива, k — количество угля в кг, сжигаемое в 1 час, Q — количество дымовых газов в кг, образуемое в 1 час, λ — полная теплота парообразования в кал. (согласно § 157), $\mathcal{W}_1$ — количество теплоты, содержащееся в дымовых газах в калориях, $\mathcal{W}_2$ — то же при выпуске газов, $\mathcal{W} = \mathcal{W}_1 - \mathcal{W}_2$ — располагаемое к использованию количество теплоты в калориях, $C = 0,24$ — теплоемкость дымовых газов (согл. § 143), ω — количество воды, испаряемое с 1 м² поверхности нагрева в кг/час.

Средние значения для L , ϵ , b и σ .

Топливо	L	ϵ	b	$\sigma = \epsilon \cdot L + b$
Для газообразных горючих.	0,8 кг	1	0,96	1,76 кг
• дров (воздушно-сухих).	4,6 .	1,7	0,96	5,4 .
• хорошего бурого угля.	6,3 .	1,7	0,96	11,7 .
• каменн. .	10,7 .	1,7	0,96	19,1 .

Количество теплоты, передаваемое котлу, равно:

$$W = G \cdot (\lambda - t_1) \text{ кал.} \quad (609)$$

При вычислении поверхности нагрева необходимо различать два случая:

1) Когда G кг воды превращается в пар:

$$\text{поверхность нагрева } H = W : (k \cdot t_0) \text{ м}^2. \quad (610)$$

2) Когда требуется использовать имеющуюся в распоряжении теплоту дымовых газов:

$$\text{поверхность нагрева } H_1 = W : (k \cdot t_0) \text{ м}^2. \quad (611)$$

В уравнениях 610 и 611 имеем приближенно:

$$t_0 = \frac{T_1 + T_2}{2} - \frac{t_1 + t_2}{2}. \quad (612)$$

с) Более точное определение поверхности нагрева производится по уравнению 606.

Средние значения (обозначения см. § 163):
при наличии топки:

$$T_1 = 1200^\circ; T_2 = 200 \text{ до } 250^\circ; k = 23$$

при отсутствии топки:

$$T_1 = 600 \text{ до } 800^\circ; T_2 = 180 \text{ до } 200^\circ; k = 12 \text{ до } 15 \quad (613)$$

Последние значения коэффициента k зависят от количества осадков летучей золы:

Количество дымовых газов определится из следующего уравнения:

$$Q = K \cdot \sigma \text{ кг/час.} \quad (614)$$

Количество теплоты:

$$W_1 = Q \cdot T_1 \cdot c = Q \cdot T_1 \cdot 0,24 \text{ кал/час.} \quad (615)$$

Количество теплоты:

$$W_2 = Q \cdot T_2 \cdot c = Q \cdot T_2 \cdot 0,24 \text{ кал/час.} \quad (616)$$

Располагаемое количество теплоты равно:

$$W = W_1 - W_2 = Q \cdot 0,24 (T_1 - T_2) \text{ кал/час.} \quad (617)$$

Количество воды, превращенное в пар с 1 м² поверхности нагрева в 1 час, равно:

$$\sigma = \frac{W}{(\lambda - t_1) \cdot H} \text{ или } \sigma_1 = \frac{W}{(\lambda - t_1) \cdot H_1} \text{ кг/час.} \quad (618)$$

где $\lambda - t_1$ — действительная теплота парообразования для получения 1 кг пара из воды при t_1 .

III. Подогреватели

а) Назначение. Подогрев питательной воды мягким паром паровых машин, работающих на выхлоп или с конденсацией; в последнем случае подогреватель является одновременно и поверхностным конденсатором.

б) Конструкция, или по фиг. 731, причем мягкий пар проходит через систему трубок, между тем как питательная вода течет снаружи трубок, омывая их, или по фиг. 732, причем вода течет по трубкам, а мягкий пар омывает их снаружи.

Подогреватели должны работать всегда по принципу противотока.

в) Расчет. Пусть в дополнение к § 163, а: H_p — поверхность нагрева подогревателя в m^2 , D — количество пара в $кг/час$, λ — полная теплота парообразования пара, образовавшегося из питательной воды в $кал/кг$ (согласно § 157), λ_1 — полная теплота парообразования мягкого пара в $кал/кг$, W — количество



Фиг. 731.
Пар в трубках.



Фиг. 732.
Вода в трубках.

теплоты в $кал$, сообщаемое воде в час, N_d — часовое количество теплоты в $кал$, содержащееся в мягком паре, N_i — индикаторная мощность паровой машины, S_i — количество пара, расходуемое паровой машиной в $кг$ на лош. силу в час, τ — экономия угля вызываемая подогревом питательной воды в $\%$ от общего расхода угля.

Количество теплоты, которое необходимо сообщить питательной воде:

$$W = G(t_2 - t_1) \text{ кал/час.} \quad (619)$$

В мягком паре содержится количество теплоты.

$$W_d = 0,75 \cdot N_i \cdot S_i \cdot \lambda = D \cdot \lambda_1 \text{ кал/час.} \quad (620)$$

Из этого количества теплоты сообщается питательной воде:

$$W = \frac{W_d}{\lambda_1} (\lambda_1 - T_2) = D (\lambda_1 - T_2) \text{ кал/час.} \quad (621)$$

1) $0,75 N_i S_i \lambda$ представляет то количество теплоты, которое преобразовывается в работу, включая сюда потери между впуском пара и подогревателем.

Для нагрева G кг воды в час с $t_1^\circ \text{Ц}$ до $t_2^\circ \text{Ц}$ требуется в час количество теплоты, равное:

$$W_1 = 1,1 G(t_2 - t_1) \text{ кал}, \quad (622)$$

включая сюда 10% на потерю от лучеиспускания прибора.

Необходимая поверхность нагрева равна:

$$H_v = W_1 : (k \cdot t_0) \text{ м}^2, \quad (623)$$

где

$$t_0 = \frac{T_1 + T_2}{2} - \frac{t_2 + t_1}{2}. \quad (624)$$

Благодаря подогреву питательной воды, получаем экономию топлива (угля), равную:

$$\tau = \frac{t_2 - t_1}{\lambda - t_2} \cdot 100\%. \quad (625)$$

д) Расчетные величины. Для подогревателей, нагреваемых мягким паром, принимаются в расчет обычно следующие величины для машин, работающих на выхлоп:

$$T_1 = 100^\circ \text{ соответственно } \left\{ \begin{array}{l} p_0 = 1 \text{ атм. абс.} \\ \lambda_1 = 637 \text{ кал.} \end{array} \right\} \quad (626)$$

$$t_1 = 75^\circ \text{Ц.} \quad (627)$$

для машин с конденсацией:

$$T_1 = 45^\circ \text{ соответственно } \left\{ \begin{array}{l} p_0 = 0,1 \text{ атм. абс.} \\ \lambda_1 = 620 \text{ кал} \end{array} \right\} \quad (628)$$

$$t_2 = 35^\circ \text{Ц.} \quad (629)$$

Коэффициент теплопередачи берется равным:

$$k = 700 \text{ кал.} \quad (630)$$

Использование теплоты мягкого пара в подогревателях ведется обычно до такой степени, чтобы пар превращался в воду с температурой T_2 . Следовательно, в подогревателе от пара отнимается столько теплоты, чтобы вся его теплота испарения была использована. С этого момента телом, передающим теплоту, является вода.

При точном расчете это обстоятельство необходимо учитывать, строго различая, какая часть поверхности нагрева омывается паром, а какая часть водой. Будем однако различные способы подогрева учитывать соответствующим выбором величин коэффициента теплопередачи.

е) Правила для конструирования. Для расчета подогревателей допускаются следующие условия:

При подогревателях типа, представленного на фиг. 731, вода должна оставаться в приборе примерно 12—15 мин., или

$$z = 1/4 \text{ до } 1/4 \text{ часа.} \quad (631)$$

Общее сечение в свету всех трубок должно быть по крайней мере в 2 раза больше сечения трубы, подводящей мятый пар, общая же поверхность всех трубок по меньшей мере в 0,8 раз больше поверхности нагрева парового котла.

В подогревателях типа, представленного на фиг. 732, вода должна оставаться в подогревателе около 6 минут, или

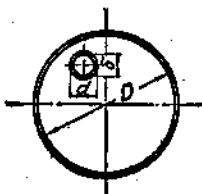
$$z = 1/10 \text{ часа.} \quad (632)$$

Поверхность же трубок должна быть вдвое больше, чем у подогревателей первого типа (фиг. 731).

Пусть H — поверхность нагрева парового котла в м^2 , ω — парообразование в кг с каждого м^2 поверхности нагрева в час, $0,001H \cdot \omega$ — количество питательной воды в $\text{м}^3/\text{час}$, d_a — внутренний диаметр трубопровода мятного пара, D — внутренний диаметр барабана подогревателя в м (фиг. 733), d — наружный диаметр трубок в м , δ — внутренний диаметр трубок в м , L — длина трубок в м , l — число трубок,

$R = l \cdot \pi \cdot d \cdot L$ — общая поверхность всех трубок в м^2

(633)



Фиг. 733.

$F = l \cdot \frac{1}{4} \pi d^2$ — суммарное сечение в свету всех трубок в м^2 . (634)

Тогда будем иметь:
для подогревателей типа фиг. 731:

$$F \geq 2 \cdot \frac{1}{4} \pi \cdot d_a^2 \cdot \text{м}^2, \quad (635)$$

$$R \geq 0,08 \cdot H \cdot \text{м}^2; \quad (636)$$

для подогревателей типа фиг. 732:

$$R \geq 0,16 \cdot H \cdot \text{м}^2, \quad (637)$$

для обычной конструкции, представленной на фиг. 731, имеем:

$$L \cdot \left(\frac{1}{4} \pi \cdot D^2 - l \cdot \frac{1}{4} \pi d^2 \right) = 0,001 H \cdot \omega \cdot z, \quad (638)$$

$$\frac{1}{4} \pi D^2 = \frac{0,001 \cdot H \cdot \omega \cdot z}{L} + l \cdot \frac{1}{4} \pi d^2 \cdot \text{м}^2, \quad (639)$$

где z — время пребывания воды в подогревателе в часах, согласно уравнению 631.

Из вычисленного по уравнению 639 сечения получается непосредственно диаметр D барабана в m .

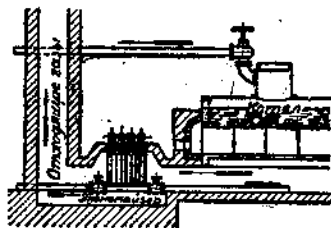
Для более редко применяемой конструкции, представленной на фиг. 732, имеем:

$$\left. \begin{aligned} L \cdot l \cdot \frac{1}{4} \pi \theta^2 &= 0,001 H \cdot \omega \cdot z; \\ L &= \frac{0,001 H \cdot \omega \cdot z}{l \cdot \frac{1}{4} \pi \theta^2} m \end{aligned} \right\} \quad (640)$$

где z берется из уравнения 632.

IV. Экономайзер.

а) Назначение. Подогрев питательной воды посредством теплоты отходящих газов паровых котлов.



Фиг. 734.

б) Расчет. Пусть кроме обозначений, указанных в § 163 (фиг. 734):

G — количество воды в $кг$, подлежащее подогреву, Q — количество дымовых газов в $кг$, согласно $c = 0,24$ — теплоемкость дымовых газов, согласно уравнению 608.

Сообщаемое количество теплоты равно:

$$W = G (t_2 - t_1) = Q \cdot c \cdot (T_1 - T_2) \text{ кал.} \quad (641)$$

Необходимая поверхность нагрева:

$$H_g = W : (k \cdot t_0) \text{ м}^2, \quad (642)$$

где t_0 — разность средних температур:

$$t_0 = \frac{T_1 + T_2}{2} - \frac{t_1 + t_2}{2}. \quad (643)$$

Из уравнения 641, путем преобразования, получим конечную температуру дымовых газов:

$$T_2 = T_1 - \frac{W}{Q \cdot c} \text{ в градусах Ц.} \quad (644)$$

Величину экономии в расходе угля:

$$\epsilon = \frac{t^2 - t_1}{\lambda - t_1} \cdot 100\% \text{ от общего расхода угля.} \quad (645)$$

с) Расчетные величины. При расчете экономайзера обычно приходится иметь дело со следующими величинами:

$$T_1 = 350^\circ \text{Ц.} \quad T_2 = 210^\circ \text{Ц.} \quad (646)$$

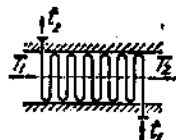
$$t_2 = 80 \text{ до } 100^\circ \text{Ц.} \quad k = 10 \text{ до } 15 \text{ кал.} \quad (647)$$

$$t_1 = 10 \text{ до } 20^\circ \text{Ц.} \quad (647a)$$

V. Перегреватель.

а) Нагревание перегревателей производится или непосредственно топочными газами, или же газами, подводимыми извне, фиг. 735.

б) Расчет (см. также § 163). Пусть: G — количество пара в кг/час, подлежащее перегреву, t_1 — температура насыщенного пара в градусах Ц., t_2 — температура перегретого пара в градусах Ц., T_1 и T_2 — температуры дымовых газов при входе в перегреватель и выходе из него в градусах Ц., W — количество сообщаемой теплоты в кал./час, W_0 — количество теплоты в кал./час, необходимое для испарения воды, увлекаемой паром, G_1 — количество увлекаемой паром воды в кг/час, λ — полная теплота парообразования насыщенного пара в кал/кг, t_0 — разность средних температур между дымовыми газами с одной стороны и паром с другой, $C_1 = 0,48$ — теплоемкость пара (см. также § 142), H_d — необходимая поверхность нагрева перегревателя в м², E — экономия в расходе пара в % от общего расхода пара, получаемая благодаря перегреву, $\alpha = \frac{1}{273}$ — коэффициент расширения дымовых газов, согласно § 139.



Фиг. 736.

Расчет ведется следующим образом:

Общее количество теплоты:

$$W = c_1 \cdot G (t_2 - t_1) + W_0 \text{ кал./час.}$$

Согласно § 157 имеем:

$$W_0 = G_1 (607 - 0,708 t_1) \text{ кал./час.} \quad (648)$$

$$H_d = W : (k \cdot t_0) \text{ м}^2. \quad (649)$$

$$t_0 = \frac{T_1 + T_2}{2} - \frac{t_1 + t_2}{2}. \quad (650)$$

Экономия в расходе пара вследствие перегрева его будет:

$$E = \left(1 - \frac{(\alpha + t_1) \cdot [\lambda + c_1 \cdot (t_2 - t_1)]}{\lambda (\alpha + t_2)} \right) \cdot 100 \% \quad (651)$$

с) Расчетные величины. При расчете перегревателей обычно приходится иметь дело со следующими величинами:

При наличии собственной топки:

$$T_1 = 800 \text{ до } 1000, \text{ в среднем } 900^\circ \text{ F} \quad (652)$$

При обогреве газами, подводимыми извне:

$$T_1 = 400 \text{ до } 800, \text{ в среднем } 600^\circ \text{ C.} \quad (653)$$

Температура перегретого пара:

$$t_2 = 230 \text{ до } 250^\circ \text{ C. для старых паровых машин.} \quad (654)$$

$$t_2 = 300 \text{ до } 350^\circ \text{ C. для новых паровых машин.} \quad (655)$$

Коэффициент теплопередачи:

$$k = 10 \text{ до } 15, \text{ в среднем } 12. ^1) \quad (656)$$

Количество увлекаемой с паром воды:

$$G_1 = 0,03 \cdot G \text{ до } 0,06 G \text{ кг/час.} ^2) \quad (657)$$

ЗАДАЧИ К §§ 137 — 163.

Теплота.

474. *Градусы.* Какой единицей пользуются при расчетах для измерения температуры?

Ответ. Всюду, кроме Англии и Америки, приняты градусы Цельсия.

475. *Температура.* Термометр показывает 35° Реомюра; чему это соответствует в градусах Цельсия?

Ответ. $35^\circ \text{ R} = 35 \cdot \frac{5}{4} = 43\frac{3}{4}^\circ \text{ C.}$

¹⁾ Приведенные значения k очень малы. Вообще коэффициент теплопередачи — величина переменная и зависит как от величины перегрева и степени сухости (или влажности) пара, так и от нагрузки котла, скорости протекания пара в перегревателе, количества топочных газов, температуры их и пр. Таким образом, для одного и того же перегревателя k может иметь различные значения. Насколько k зависит, например, от величины напряженности поверхности нагрева (b) котла, можно видеть из следующих данных:

При $b = 15$	20	25	30	35 кг/м ² час
$k = 18$	20	22	25	27

Правильнее k , в зависимости от нагрузки котла, принимать от 15 до 25, а в среднем 20.

²⁾ Для котлов с большим объемом воды (цилиндрические, английские и пр.) $G_1 = 2 - 3\%$ от G , для водотрубных же котлов $G_1 = 4 - 5\%$ от G .

Прим. ред.

476. *Измерение температуры.* Какие приборы применяются для измерения температур?

1. До -40°Ц .
2. Ниже -40°Ц .
3. Выше $+300^{\circ}\text{Ц}$.

Ответ. 1. Ртутные термометры.

2. Спиртовые термометры.

3. Пирометры.

477. *Определение температуры.* Какую температуру имеет железо, накалившее до темнокрасного цвета?

Ответ. Температура железа темнокрасного каления равна 700°Ц .

478. *Температура отходящих газов.* Как определить температуру отходящих газов в котле без пирометра и другого какого-либо измерительного прибора?

Ответ. В данном месте дымохода подвешивают кусочки металла, например олова или цинка. Если олово или цинк плавится, то температура лежит между 230° и 410°Ц .

Если плавится свинец, то температура во всяком случае больше 330° и т. д.

479. *Расширение.* Брусок из сварочного железа (фиг. 736) длиной $L = 1,8\text{ м}$ нагревается от 15° до 70° . Определить величину линейного расширения в мм.

Решение. Коэффициент расширения:

$$\alpha = 0,00001468.$$

Линейное расширение:

$$\lambda = 0,00001468 \cdot (70 - 15) \cdot 1,8 \cdot 1000 = 0,15\text{ мм}.$$

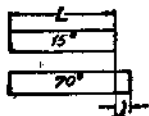
479а. То же при $L = 3,6\text{ м}$, нагрев с 15 до 140° .

480. *Расширение.* 1. Что такое расширение тела?

2. Как выражается величина расширения тела?

Ответ. 1. Приращение длины, вызванное теплотой.

2. В процентах длины данного бруска; приращение же длины получается при умножении длины тела в холодном состоянии на коэффициент расширения и разность температур.



Фиг. 736.



Фиг. 737.

481. *Напряжения, появляющиеся вследствие расширения.* Показанный на фиг. 737 чугунный трубопровод длиной $L = 92\text{ м}$ в холодном состоянии (т. е. при температуре $t = 15^{\circ}$), был тщательно собран

и прикреплен к стене посредством скоб s . Когда пустили пар давлением $p = 8$ атм., то через 10 минут труба лопнула в месте R .

Для объяснения этого явления определить:

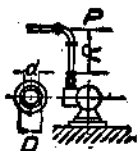
1. Температуру пара при 8 атм. абс.
2. Разность температур, принимаемую в расчет при определении удлинения трубопровода.
3. Изгибающий момент, вызвавший поломку.
4. Что надо предпринимать для предохранения трубопровода от поломки?

Решение. 1. Температура пара: $t = 172^\circ \text{Ц}$.

2. Разность температур $t = 172 - 15 = 157^\circ \text{Ц}$.

3. Расширение $\lambda = \alpha \cdot t \cdot L$ в м.

Линейное расширение вызывает изгиб трубы R ; поэтому (фиг. 738):



$$M_{из} = P \cdot R = \frac{\lambda \cdot 3E \cdot J}{R^2} \text{ в кгсм,}$$

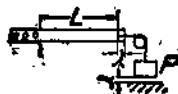
Фиг. 738.

причем λ в см; E согласно § 49; J согласно § 50; R длина вертикальной части трубы в см, являющаяся в данном случае плечом изгибающего момента.

4. Для того, чтобы парализовать вредное действие линейного расширения, в трубопровод вставляют эластичные части, так называемые компенсаторы.

481а. То же при $L = 185$ м; $p = 12$ атм. абс.

482. Напряжения, появляющиеся вследствие сжатия (фиг. 739). Брусек из сварочного железа (в задаче 479) имеет поперечное сечение $F = 24 \text{ см}^2$. Какая сила появляется при охлаждении бруска от 70° до 15°Ц ?



Фиг. 739.

Решение. Сначала определим $\alpha \cdot E = 29,4$.

Сила сжатия

$$P = 29,4 (70 - 15) \cdot 24 = 39\,000 \text{ кг.}$$

483. Расширение. Что известно о расширении воды?

Ответ. Объяснения даны в § 137.

484. Как обстоит дело с расширением газообразных тел:

1. Равномерно ли оно?

2. Как велико?

Ответ. 1. Газы расширяются равномерно.

2. При повышении температуры на 1°Ц газ расширяется на

$\frac{1}{273}$ своего объема при 0° , если расширение происходит при постоянном давлении.

485. Абсолютная температура. 1. Какая основная зависимость между T и t ?

2. Где находится абсолютный нуль температуры?

Ответ. 1. Основная зависимость следующая:

$$T = 273 + t.$$

2. Абсолютный нуль температуры находится при -273°Ц .

486. Единица теплоты. Поясните значение „единица теплоты“ словами.

Ответ. *Единица теплоты*, или *калория*, есть то количество теплоты, которое необходимо для того, чтобы повысить температуру 1 кг воды на 1°Ц .

487. Теплоемкость. Что такое теплоемкость?

Ответ. Теплоемкостью называется то количество теплоты в калориях, которое требуется для того, чтобы повысить температуру 1 кг какого-либо вещества на 1°Ц .

488. Нагрев. Для нагрева никкеля от 10° до 30°Ц израсходовано 8000 калорий. Определить:

1. Теплоемкость никкеля.

2. Вес того количества никкеля, которое подвергалось нагреванию.

Ответ. 1. Теплоемкость никкеля: $c = 0,11 \text{ кал/кг}$.

2. Разность температур: $30 - 10 = 20^\circ \text{Ц}$, следовательно вес никкеля равен:

$$Q = \frac{8000}{0,11 \cdot 20} = 3640 \text{ кг}.$$

489. Какое количество теплоты требуется для нагрева 800 кг чугуна от 0° до 160°Ц ?

Ответ. Теплоемкость чугуна $c = 0,13 \text{ кал/кг}$.

Количество теплоты равно:

$$800 \cdot 0,13 \cdot 160 = 16\,600 \text{ кал}.$$

490. Теплоемкость. Что обозначают c_v и c_p ?

Ответ. c_v — теплоемкость при постоянном объеме,

c_p — теплоемкость при постоянном давлении.

491. Точка кипения. При какой температуре кипит спирт, также серная кислота.

Ответ. Температура кипения спирта 78°Ц .

Температура кипения серной кислоты 320°Ц .

492. Термический эквивалент работы. Что такое термический эквивалент работы?

Ответ. $A = \frac{1}{427}$ кал., т. е. 1 килограммометр работы эквивалентен или равновелик количеству теплоты, равному $\frac{1}{427}$ кал.

Обратное значение называется механическим эквивалентом теплоты.

493. Теплота плавления. Что такое теплота плавления?

Ответ. Объяснение дано в § 146.

494. Замерзание. При какой температуре замерзает ртуть?

Ответ. Ртуть замерзает при температуре -40°Ц .

495. Теплота испарения. Что такое теплота испарения?

Ответ. Теплота испарения (r) есть то количество калорий, которое требуется для того, чтобы 1 килограмм жидкости превратить в пар той же температуры.

496. Работоспособность пара. Котел дает 250 кг пара в час; теплосодержание 1 кг пара равно 630 калорий. Определить работоспособность пара.

Решение. 1. Общее теплосодержание пара равно: $250 \cdot 630 = 158\,000$ калорий.

Мощность в л. с., соответствующая этому количеству калорий, равна:

$$\frac{158\,000 \cdot 427}{60 \cdot 60 \cdot 75} = 250 \text{ л. с.}$$

497. Пар. Какой бывает пар?

Ответ. Различают *насыщенный* и *перегретый* пар.

498. Атмосфера. В каких единицах выражается барометрическая и метрическая атмосфера?

Ответ. *Барометрическая* атмосфера равна $1,033 \text{ кг/см}^2$ или 76 см рт. ст.

Метрическая атмосфера (атм.) равна 1 кг/см^2 , или 73,3 см рт. ст. (10 м водяного столба).

499. Вакуум. Как измеряется (теоретически) вакуум?

Ответ. Вакуум измеряется при помощи ртутного вакуумметра, причем необходимо принимать в расчет высоту над уровнем моря. Пересчет согласно задаче 501.

500. Давление пара. 1. В чем состоит отличие манометрического давления от абсолютного давления в атм.?

2. Какое давление показывают манометры на паровых котлах (фиг 740)?

2. Какое давление показывают вакуумметры на конденсаторах?

Ответ: 1. Число абсолютных атмосфер на единицу больше манометрических.

2. Манометры показывают разность между абсолютным и атмосферным давлением в атмосферах.



3. Вакуумметры показывают обычно высоту ртутного столба — в см.

Фиг. 740.

501. Вакуумметр показывает 68 см рт. ст.; скольким атм. абс. соответствует это название, если барометр показывает 76 см?

— Решение. 68 см рт. ст. соответствует:

$$\left(1 - \frac{68}{76}\right) = \frac{8}{76} \sim 0,105 \text{ атм. абс.}$$

501а. То же при 35 см рт. ст.

502. Технические расчеты. Какими атмосферами следует всегда пользоваться в технических расчетах?

Ответ. Пользуются всегда абсолютными атмосферами.

503. Теплота парообразования. Объясните выражения:

1. Полная теплота парообразования насыщенного пара (λ)

2. Теплота жидкости (q)

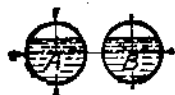
3. Теплота испарения (r)

Ответ. 1. Полной теплотой парообразования (λ) называется то количество теплоты, которое необходимо сообщить 1 кг воды при 0° для превращения ее в пар.

2. Теплотой жидкости (q) называется то количество теплоты, которое затрачивается на повышение температуры жидкости от 0° до точки кипения.

3. Теплотой испарения (r) называется та теплота, которая расходуется на парообразование жидкости при температуре кипения.

504. Количество теплоты для образования насыщенного пара. В котлах котла А и В (фиг. 741) содействуя каждой по $Q = 2,3 \text{ м}^3$ воды $t = 0^\circ \text{Ц}$. Какое количество теплоты нужно затратить, чтобы всю воду Q превратить в пар.



Фиг. 741.

1. В котле А в пар давления $p_1 = 1,5 \text{ атм. абс.}$

2. В котле В в пар давления $p_2 = 12 \text{ атм. абс.}$

во Г. Хедер.



8. Чем объясняется такая малая разница в затрачиваемом количестве тепла в обоих случаях?

Решение. 1. Полная теплота парообразования при давлении 1,5 атм. абс.: $\lambda = 640$ кал.

Следовательно на котел А нужно затратить:

$$2,3 \cdot 1000 \cdot 640 = 1\,372\,000 \text{ кал.}$$

2. То же — для 12 атм. абс.: $\lambda = 663$ кал.

Следовательно на котел В нужно затратить:

$$2,3 \cdot 1000 \cdot 663 = 1\,525\,000 \text{ кал.}$$

3. Полная теплота парообразования λ для различных давлений колеблется в весьма небольших пределах.

505. В чем, следовательно, преимущество пара высокого давления?

Ответ. Без особых дополнительных затрат тепла на увеличение давления можно получить больший эффект.

506а. Пусть в задаче 504: $Q = 4,6 \text{ м}^3$, $p_1 = 3$ атм. абс., $p_2 = 6$ атм. абс.

506. *Вес пара.* Определить вес:

1. 3 м^3 насыщенного пара давления 6 атм. абс.

2. 3 м^3 " " " " 1,2 " " "

3. 3 м^3 атмосферного воздуха.

Решение. 1. 3 м^3 пара при 6 атм. абс. весит: $3 \cdot 3,16 = 9,48 \text{ кг}$.

2. 3 м^3 пара при 1,2 атм. абс. весит: $3 \cdot 0,7 = 2,1 \text{ кг}$.

3. 3 м^3 атм. воздуха весит: $3 \cdot 1,29 = 3,87 \text{ кг}$.

507. При каком давлении водяной пар весит столько же, сколько окружающий нас воздух?

Ответ. При давлении 2,3 атм. абс.

508. *Закон расширения пара.* Как выражается закон расширения пара, если p — давление и V — уд. объем пара.

✓ Ответ. $p \cdot V^k = \text{const}$.

С достаточной точностью можно для насыщенного пара принять $k = 1$; в таком случае имеем $p \cdot V = \text{const}$.

509. *Перегретый пар.* Как получается перегретый пар?

Ответ. Перегретый пар получается путем сообщения насыщенному пару дальнейшего количества теплоты в отсутствии воды.

Пример получения перегретого пара.

510. 1200 кг пара при 6 атм. ман. требуется перегреть в течение 1 часа до 250°Ц . Определить:

1. *Необходимое количество тепла для получения из на-*

сыщенного пара перегретого. 1. Какую температуру имеет насыщенный пар при 7 атм. абс.?

2. На сколько градусов нужно повысить температуру для перегрева его?

3. Сколько калорий требуется для перегрева 1 кг пара на 1°Ц ?

4. Сколько калорий тепла нужно для перегрева 1200 кг/час?

II. Увеличение объема пара вследствие перегрева. 1. Объем пара до перегрева?

2. Чему равна абсолютная температура перегретого пара?

3. Объем пара после перегрева?

4. Чему равно приращение объема пара после перегрева?

III. Вес перегретого пара. Сколько весит 1 м³ перегретого пара при 6 атм. ман. и 250°Ц ?

IV. Расход угля, потребный для перегрева. Сколько кг угля требуется затратить в 1 час на перегрев, если теплотворная способность угля равна 6500 кал./кг и коэффициент полезного действия котла равен 75% ?

V. Полная теплота парообразования насыщенного и перегретого пара. 1. Полная теплота парообразования насыщенного пара при 7 атм. абс.?

2. Какое количество теплоты требуется для образования из питательной воды при 0°Ц , 1 кг насыщенного пара при 7 атм. абс. и перегретого до 250°Ц ?

3. Чему равняется полная теплота парообразования 1200 кг перегретого пара?

Решение. Решение этой задачи имеет чрезвычайно важное значение.

I. Необходимое количество тепла в кал. 1. Температура насыщенного пара при 7 атм. абс. равна:

$$t = 166^{\circ}\text{Ц}.$$

2. Перегрев равен: $250 - 166 = 84^{\circ}$.

3. Для перегрева 1 кг пара на 1°Ц требуется: $c = 0,53$ кал (теплоемкость перегретого пара).

4. Для перегрева 1200 кг на 84° требуется следовательно:

$$0,53 \cdot 1200 \cdot 84 = 53\,800 \text{ кал.}$$

II. Увеличение объема. 1. Удельный объем 1 кг пара при 7 атм. абс. равен

$$\frac{1}{8,66} \text{ м}^3/\text{кг}.$$

Следовательно:

$$v = \frac{1200}{3,66} \sim 330 \text{ м}^3.$$

2. Абсолютная температура перегретого пара:

$$T_d = 273 + 250 = 523^\circ.$$

3. После перегрева удельный объем пара равен:

$$v_d = \frac{0,004924 \cdot 523 - 0,18536 \cdot \sqrt[4]{7}}{7} \sim 0,325 \text{ м}^3/\text{кг}^1).$$

Значит, для 1200 кг:

$$v_d = 1200 \cdot 0,325 \sim 390 \text{ м}^3.$$

4. Таким образом приращение объема пара равно:

$$\frac{390 - 330}{320} \cdot 100 \sim 18\%.$$

III. Вес.

$$\text{Удельный вес } 1 \text{ м}^3 \text{ } \gamma_d = \frac{1200}{300} \sim 3,07 \text{ кг/м}^3.$$

IV. Расход угля. Так как затрачиваемое количество теплоты равно 53 800 кал. (см. п. I), то для перегрева требуется

$$\frac{53\,800 \cdot 100}{6500 \cdot 75} = 11 \text{ кг угля в час.}$$

V. Полная теплота парообразования. 1. Полная теплота парообразования насыщенного пара при 7 атм. абс. равна:

$$\lambda = 656 \text{ кал.}$$

2. Для образования 1 кг перегретого пара требуется количество теплоты:

$$W_d = 656 + 0,53 \cdot 84 = 700 \text{ кал.}$$

3. Для 1200 кг пара теплота парообразования равна:

$$1200 \cdot 700 = 840\,000 \text{ кал.}$$

511. Перегрев. Приблизительный расчет. Требуется перегреть насыщенный пар 6 атм. абс. до 260° Ц . Определите быстро:

1. Температуру насыщенного пара в градусах.

2. Перегрев в градусах.

¹⁾ По Цейлеру; по Туммицу же $v_d = 0,342 \text{ м}^3/\text{кг}$.

3. Удельный объем 1 кг перегретого пара в м^3 .

4. Абсолютную температуру.

Решение. 1. Температура насыщенного пара при 6 атм. абс.
 $t = 158^\circ \text{Ц}$ (см. таблицу), и

2. Перегрев: $260 - 158 = 102^\circ$

3. Объем: $v_d = \sim 0,41 \text{ м}^3/\text{кг}$.

4. Абсолютная температура: $T_d = 273 + 260 = 533^\circ$.

512. Закон расширения перегретого пара. Как выражается для данного случая уравнение расширения пара (сравни задачу 508)?

Решение. Уравнение расширения перегретого пара:

$$p_1 \cdot V_1^k = p_2 \cdot V_2^k,$$

где показатель степени $k = 1,33$.

513. Кривая расширения перегретого пара. Каким способом пользуются для построения кривой расширения?

Решение. Кривая расширения перегретого пара строится по способу Брауера. Подробные объяснения см. в § 157.

Истечение пара.

514. Высота, соответствующая скорости. Пусть пар вытекает из сопла со скоростью 980 м/сек. Чему равняется высота, соответствующая этой скорости?

Решение. Высота, соответствующая этой скорости, равна:

$$\frac{w^2}{2 \cdot g} = \frac{980^2}{2 \cdot 9,81} = 48\,500 \text{ м.}$$

515. Скорость истечения пара. Требуется пропустить пар давления $p = 8$ атм. абс. в пространство, находящееся под давлением $p_2 = 2$ атм. абс. Определить скорость истечения паровой струи.

1. Для перегретого пара при перегреве на 100° .

2. Для насыщенного пара.

Решение. 1. Сначала определяем удельный вес перегретого пара:

$$\gamma_d = 3,38 \text{ кг/м}^3.$$

Тогда, согласно уравнению 589 (стр. 578), имеем

$$W = 885 \cdot \sqrt{\frac{8}{3,38}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2}{8}\right)^{0,248}} \sim 740 \text{ м/сек.}$$

2. Здесь можно было бы тоже применить уравнение 588; на

проще воспользоваться диаграммой § 159. Тогда получается для насыщенного пара $W = 700$ м/сек.

516. *Работоспособность пара.* В задаче 514 из сопла вытекает 280 кг пара в час. Какова в этом случае работоспособность пара?

Решение. Количество пара, протекающего в 1 сек., равно:

$$\frac{280}{3600} = 0,078 \text{ кг,}$$

откуда работоспособность пара в лощ. силах равна:

$$\frac{0,078 \cdot 48\,500}{75} = 50 \text{ л. с.}$$

517. *Падение давления в трубопроводах.* Назовите причины падения давления в трубопроводах.

Ответ. Причина: трение пара о стенки труб и внутреннее трение.

518. Какие причины влияют на величину разности давления (в атм.) между началом и концом трубопровода?

Ответ. Потеря давления прямо пропорциональна длине трубопровода, обратно пропорциональна диаметру трубы и пропорциональна квадрату скорости истечения пара.

519. Длина трубопровода $L = 150$ м, диаметр трубы $d = 13$ см, скорость пара $W = 30$ м/сек. и давление его $p = 7$ атм. Определить потерю давления в атм. в прямом трубопроводе.

Решение. Здесь

$$\frac{L}{d} = \frac{150}{0,13} = 1150,$$

следовательно: на основании таблицы § 160 потеря давления

$$Z = 0,056 \cdot \frac{1150}{100} \sim 0,65 \text{ атм.}$$

Использование теплоты отходящих газов сварочной печи.

520. На крупном вагоностроительном заводе установлена сварочная печь. Желательно использовать теплоту отходящих газов ее (фиг. 742).

В печи сжигается $K = 110$ кг/час хорошего рурского угля; температура отходящих газов при входе в первый дымоход котла $T_1 = 600^\circ \text{Ц.}$; а при выходе из котла $T_2 = 200^\circ \text{Ц.}$

Требуется произвести 2 расчета:

1) Использование теплоты отходящих газов в целях получения пара во вновь устанавливаемом котле (фиг. 742). Новый котел должен занимать как можно меньше места.

Даны: температура питательной воды $t_1 = 60^\circ \text{Ц}$ и давление пара 8 атм. ман.

2) Использование отходящих газов в целях перегрева пара, питающего паровую машину в 250 лш. сил, работающую паром давления 8 атм. ман. и расходующую $S_1 = 7,2 \text{ кг}$ пара на л. с.-ч. Температура питательной воды 60° .

521. Паровой котел, отапливаемый отходящими газами, при условиях задачи 520.

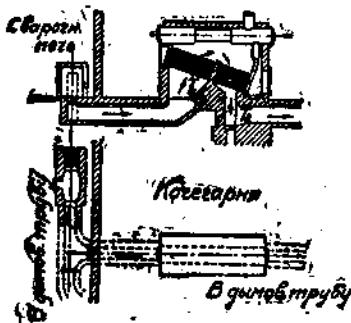
Имеем следовательно:

Количество дымовых газов, выделяющееся из $K = 110 \text{ кг}$ каменного угля, $T_1 = 600^\circ$, $T_2 = 200^\circ \text{Ц}$, температуру питательной воды $t_1 = 60^\circ$, давление 8 атм. ман.

Выбрать систему котла; определить величину поверхности нагрева и количество пара, которое может быть получено при данном количестве дымовых газов.

Решение и ход расчета.

I. Система котла. 1) Вследствие недостатка места было решено установить водотрубный котел (фиг. 743). Дымовые газы могут отводиться прямо в трубу, что очень важно при ремонте котла или же через котел, а затем в дымовую трубу.



Фиг. 743.

II. Имеющаяся в распоряжении теплота в кал./час.

2) При сжигании 1 кг хорошего каменного угля выделяется $q = 19,1 \text{ кг}$ дымовых газов.

Откуда:

$$Q = K \cdot q = 110 \cdot 19,1 = 2100 \text{ кг/час.}$$

3) Количество теплоты, содержащееся в дымовых газах при входе их в котел:

$$W_1 = Q \cdot T_1 = 0,24 = 2100 \cdot 600 \cdot 0,24 = 302\,400 \text{ кал./час.}$$

4) Количество теплоты, содержащееся в газах при выходе их:

$$W_2 = Q \cdot T_2 \cdot 0,24 = 2100 \cdot 200 \cdot 0,24 = 100\,800 \text{ кал./час.}$$

5) Имеющееся в распоряжении количество теплоты дымовых газов:

$$Q = Q_1 - Q_2 = 302\,400 - 100\,800 = 201\,600$$

или

$$Q = 2100 \cdot 0,24 \cdot (600 - 200) = 201\,600 \text{ кал./час.}$$

III. Необходимая поверхность нагрева котла. 6) Температура насыщенного пара при давлении 9 атм. абс. равна $t_1 = 177^\circ$.

7) Разность средних температур дымовых газов и пара:

$$t_0 = \frac{T_2 + T_1}{2} - \frac{t_2 + t_1}{2} = \frac{600 + 200}{2} - \frac{60 + 177}{2} = 281,5^\circ.$$

8) Коэффициент теплопередачи $k = 15$.

9) Необходимая поверхность нагрева котла:

$$H_1 = Q : k \cdot t_0 = 201\,600 : 15 \cdot 281,5 = 47,5 \text{ м}^2.$$

IV. Мощность котла. 10) Для пара 9 атм. абс. имеем:

$$\lambda = 660 \text{ кал.}$$

11) Питательная вода при 60°Ц. содержит количество теплоты, равное t_1 кал., или 60 кал.

12) Теплота, необходимая для образования 1 кг пара при 8 атм. ман., равна:

$$r = \lambda - t_1 = 660 - 60 = 600 \text{ кал.}$$

13) Паропроизводительная способность котла в кг с 1 м² поверхности нагрева в час:

$$w_1 = Q : (\lambda - t_1) \cdot H_1 = 201\,600 : 600 \cdot 47,5 = 7,07 \text{ кг.}$$

14) Мощность котла:

$$w_1 \cdot H_1 = 7,07 \cdot 47,5 = 336 \text{ кг пара в час.}$$

15) *Результат.* Используя теплоту дымовых газов, выделяемых из 110 кг каменного угля, можно получить 336 кг пара в час давления 8 атм. ман.

522. *Перегреватель.* Указанную в задачах 520 и 521 теплоту дымовых газов $Q = 201\,600$ кал./час. ($T_1 = 600^\circ$, $T_2 = 200^\circ$) требуется использовать для перегрева пара (фиг. 744).

Заданы. Нормальная мощность паровой машины $N_n = 250$ л. лош. сдл расход пара $S_p = 7,2$ кг на инд. лош. с.-ч., давление пара 8 атм. ман., длина трубопровода от перегревателя до машины 50 м и температура питательной воды 60°Ц.

Определять величину поверхности нагрева перегревателя и экономии в расходе пара, которую дает эта установка.

Решение и ход расчета.

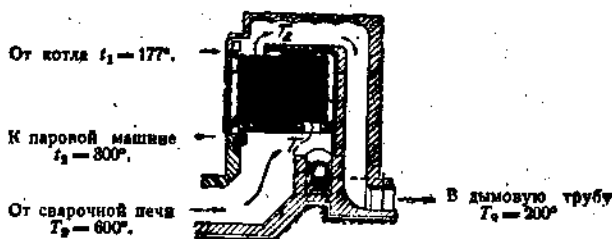
1. *Общий расход пара машины.* 1) Механический коэффициент полезного действия $\eta = 0,89$.

2) Индикаторная мощность машины:

$$N_I = N_e : \eta = 250 : 0,89 = 281 \text{ л. с.}$$

3) Берем индикаторную мощность несколько больше нормальной, а именно: $N_I = 300 \text{ л. с.}$, тогда полный расход пара будет равен:

$$G = N_I \cdot S_I = 300 \cdot 7,2 = 2160 \text{ кг/час.}$$



Фиг. 744.

II. *Количество теплоты, необходимое для перегрева.*

4) Количество воды, увлекаемое из котла:

$$G_1 = 0,03 \cdot G = 0,03 \cdot 2160 = 65 \text{ кг/час.}$$

5) Температура увлекаемой воды при 9 атм. абс.:

$$t_1 = 177^\circ.$$

6) Количество теплоты, необходимое для испарения увлекаемой воды:

$$W_0 = G_1 \cdot (607 - 0,708 t_1) = 65 (607 - 0,708 \cdot 177) = 31\,310 \text{ кал./час.}$$

7) Температура перегретого пара при впуске в машину

$$t = 250^\circ.$$

8) Понижение температуры перегрева в трубопроводе, длиной 50 м: считая на 1 м длины 1° , равна: $50 \cdot 1 = 50^\circ$, следо-

вательно требуемая температура перегретого пара при выходе из перегревателя будет равна:

$$t_2 = t + 50 = 250 + 50 = 300^\circ \text{Ц.}$$

9) Температура насыщенного пара (9 атм. абс.):

$$t_1 = 177^\circ.$$

10) Теплосмкость пара $c_1 = 0,48$.

11) Количество теплоты, необходимое для перегрева пара при 9 атм. абс.:

$$W = c_1 \cdot G \cdot (t_2 - t_1) + W_0, \\ W = 0,48 \cdot 2160 \cdot (300 - 177) + 31\,310 = 158\,836 \text{ кал./час.}$$

12) Имеющееся в распоряжении количество теплоты равно

$$W_B = 201\,600 \text{ кал./час. (см. задачу 521).}$$

Следовательно, количество располагаемого тепла достаточно для перегрева пара, и кроме того остается еще около 43 000 кал./час. неиспользованного тепла, т. е. газы покидают перегреватель при температуре несколько выше 200°Ц.

III. Необходимая поверхность нагрева перегревателя.

13) Разность средних температур:

$$t_0 = \frac{T_1 + T_2}{2} - \frac{t_2 + t_1}{2} = \frac{600 + 200}{2} - \frac{300 + 177}{2} = 162^\circ.$$

14) Коэффициент теплопередачи $k = 12$.

15) Необходимая поверхность нагрева перегревателя:

$$H_B = W : k \cdot t_0 = 158\,836 : 12 \cdot 162 = 82 \text{ м}^2.$$

IV. Полученная экономия в расходе пара. 16) Экономия в расходе пара в процентах от количества насыщенного пара:

$$E = \left(1 - \frac{(273 + 177) \cdot [660 + 0,48 \cdot (300 - 177)]}{660 \cdot (273 + 300)} \right) \cdot 100 = 15\%.$$

17) Общая экономия пара:

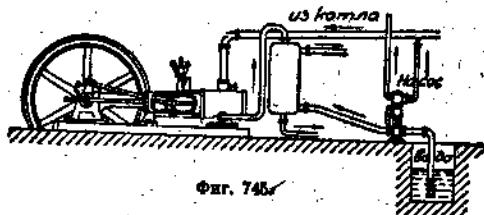
$$G \cdot E : 100 = 2160 \cdot 15 : 100 = 324 \text{ кг/час.}$$

Результат. Следовательно, при помощи дымовых газов сварочной печи, потребляющей 110 кг угля в час, при температуре отходящих газов 600°Ц. , можно для паровой мощности в 250 л.с. (при 8 атм. рабочего давления) пар перегреть до 300° . Необходимая для этого поверхность нагрева перегре-

вателя равна 82 л. Из получаемой экономии нужно вычесть проценты на затраченный капитал, амортизацию и стоимость содержания перегревателя.

Использование теплоты отработавшего пара паровой машины.

523. Подогреватель. На одном пивоваренном заводе нужно было для получения горячей воды использовать отработавший



Фиг. 745.

пар паровой машины, мощностью $N_t = 25$ инд. л. с., работавшей на выхлоп. Начальное давление пара равно 6 атм. ман. (фиг. 745).

Даны: Расход пара $S_t = 16,6$ кг на инд. лош. с./час, температура воды при входе в подогреватель $t_1 = 15^\circ \text{Ц.}$, и температура при выходе ее из подогревателя $t_2 = 80^\circ$.

Использование мягкого пара может быть доведено до $T_1 = 35^\circ$.

Требуется определить: I. Количество воды, которое может быть нагрето в час.

II. Необходимую поверхность нагрева подогревателя, и

III. Экономия в расходе угля в % если использовать эту воду для питания парового котла.

Решение и ход расчета.

I. Количество воды в литр/час, фиг.

46. 1) Для пара при 7 атм. абс. полная теплота парообразования $\lambda = 656$ кал./кг.

2) Количество теплоты, содержащееся в паре, подводимом в машину:

$$W_d = 0,75 \cdot N_t \cdot S_t \cdot \lambda = 0,75 \cdot 25 \cdot 16,6 \cdot 656 = 204180 \text{ кал.}$$

Температуру отработавшего пара примем

$$T_1 = 100^\circ.$$



Фиг. 746.

- 4) При этой температуре полная теплота отработавшего пара:

$$\lambda_1 = 637 \text{ кал./кг.}$$

- 5) Количество теплоты, отдаваемое отработавшим паром воде:

$$Q_3 = \frac{Wd}{\lambda_1} \cdot (\lambda_1 - T_2) = \frac{204180}{637} \cdot (637 - 35) = 192640 \text{ кал./час.}$$

- 6) Количество теплоты, поглощаемое водою:

$$W = G \cdot (t_2 - t_1) \text{ кал./час.}$$

- 7) Учитывая лучеиспускание подогревателя, требуемое количество теплоты получим равным:

$$W_1 = Q_3 = 1,1 \cdot G \cdot (t_2 - t_1) \text{ кал.}$$

- 8) Откуда вес подогреваемой воды будет равен:

$$G = \frac{Q_3}{1,1(t_2 - t_1)} = \frac{192640}{1,1 \cdot (80 - 15)} = 2691 \text{ кг/час.}$$

II. Необходимая поверхность нагрева подогревателя в м².

- 9) Разность средних температур:

$$t_s = \frac{T_1 + T_2}{2} - \frac{t_2 + t_1}{2} = \frac{100 + 35}{2} - \frac{80 + 15}{2} = 20^\circ \text{ Ц.}$$

- 10) Коэффициент теплопередачи

$$k = 700 \text{ кал./м}^2.$$

- 11) Необходимая поверхность нагрева подогревателя:

$$H_0 = W_1 : k \cdot t_s = 192640 : 700 : 20 \sim 14 \text{ м}^2.$$

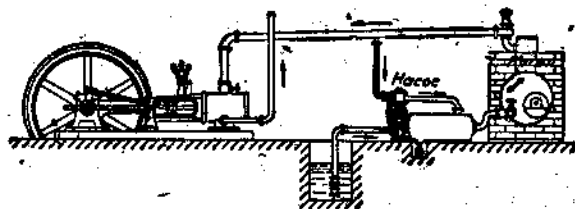
III. Экономия угля в процентах. 12) Если вода $G = 2691 \text{ кг/час}$ применяется для питания котла, то экономия угля будет равна:

$$\epsilon = \frac{t_2 - t_1}{\lambda - t_1} \cdot 100 = \frac{80 - 15}{656 - 15} \cdot 100 = 10\%.$$

13) *Результат.* Используя теплоту мягкого пара 25-сильной паровой машины, работающей на выхлоп, можно нагреть 2691 литр воды в час с 15° до 80°.

Использование теплоты мятного пара питательного насоса.

524. Подогреватель (фиг. 747 и 748). В котеларке нужно было использовать мятый пар парового насоса для подогрева питательной воды.



Фиг. 747.

Даны: Давление пара в атм. ман., количество питательной воды $G = 2800$ кг/час, количество мятого пара, получаемое из насоса $D = 75$ кг/час.

Согласно § 163 берем.

Температуру мятого пара при входе в подогреватель

$$T_1 = 102^\circ \text{Ц.}$$

то же, для питательной воды $t_1 = 20^\circ \text{Ц.}$

Использование мятого пара доводится до $T_2 = 50^\circ$.

Определить:

1. До какой температуры нагреется вода.

2. Необходимую поверхность нагрева подогревателя.

3. Экономия в расходе угля.

Решение и ход расчета.

1. Нагрев питательной воды. 1) Для температуры пара $T_1 = 102^\circ$ имеем:

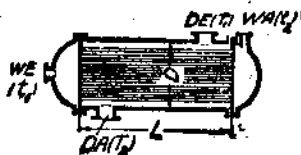
Полную теплоту парообразования: $\lambda = 637$ кал./кг,

2) Количество теплоты, отдаваемое мятым паром:

$$Q_1 = D (A_1 - T_2) = 75 \cdot (637 - 50) = 44\,025 \text{ кал./час.}$$

3) Количество теплоты, поглощаемое водой:

$$W = G \cdot (t_2 - t_1).$$



Фиг. 748.

4) Учитывая лучеиспускание подогревателя, необходимо количество тепла будет:

$$W_1 = 1,1 \cdot G \cdot (t_2 - t_1) \text{ кал./час.}$$

5) Так как $W_1 = 1,1 \cdot G \cdot (t_2 - t_1) \cdot \eta = 44\,025 \text{ кал./час.}$, то разность температур получится равной:

$$t_2 - t_1 = \frac{\eta}{1,1 \cdot G} = \frac{44\,025}{1,1 \cdot 2800} = 14,3^\circ.$$

6) Температура питательной воды:

$$t_2 = t_1 + 14,3 = 20 + 14,3 \sim 34^\circ \text{Ц.}$$

II. Необходимая поверхность нагрева подогревателя.

7) Разность средних температур:

$$t_0 = \frac{T_1 + \bar{T}}{2} - \frac{t_2 + t_1}{2} = \frac{102 + 50}{2} - \frac{34 + 20}{2} = 49^\circ,$$

8) Коэффициент теплопередачи $k = 700 \text{ кал./м}^2$,

9) Необходимая поверхность нагрева перегревателя:

$$H_p = W_1 : k \cdot t_0 = 44\,025 : 700 \cdot 49 = 1,3 \text{ м}^2.$$

III. Экономия угля. 10) Для пара 7 атм. абс. имеем:

Полную теплоту парообразования: $\lambda = 656 \text{ кал./кг.}$

11) Получаемая экономия угля:

$$\tau = \frac{t_2 - t_1}{\lambda - t_1} \cdot 100 = \frac{34 - 20}{656 - 20} \cdot 100 = 2,2\%.$$

12) *Результат.* Для использования теплоты 75 кг/час мягкого пара питательного насоса требуется поверхность нагрева подогревателя $H_p = 1,3 \text{ м}^2$; при этом достигается подогрев воды с 20° до 34° , а экономия угля $\tau = 2,2\%$ от общего расхода угля в паровом котле.

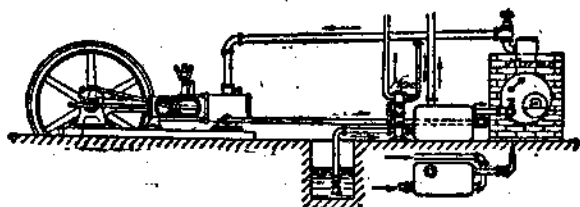
Определение размеров трубчатого подогревателя.

325. Подогреватель (фиг. 749). Для парового котла с дымовыми трубками, снабжающего паром 25-сильную паровую машину, требуется установить подогреватель, при помощи которого питательная вода нагревалась бы отработавшим паром машины.

Даны: Поверхность нагрева котла $H = 40 \text{ м}^2$; паропроизводительная способность его $\omega = 20 \text{ кг/м}^2 \text{ час.}$ и диаметр трубопровода отработавшего пара $d_a = 70 \text{ мм}$

Определить размеры подогревателя.

1. Когда через трубки пропускается пар и



Питат. вода. Подогреватель.
Фиг. 749.

2. Когда через трубки пропускается вода, а пар омывает трубки снаружи.

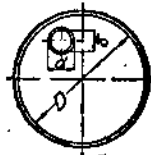
Решение и ход расчета.

1. Подогреватель согласно рис. 750 и 751. Отработавший пар проходит через трубки. 1. Общая поверхность трубок:

$$R = 0,08 \cdot H = 0,08 \cdot 40 = 3,2 \text{ м}^2.$$



Фиг. 750.



Фиг. 751.

2. Примем: внутренний диаметр трубок $\delta = 51 \text{ мм}$.

внешний " " " " $d = 57 \text{ "}$ и
число трубок $l = 12$.

3. Тогда длина трубок будет равна:

$$L = \frac{R}{l \cdot d \cdot \pi} = \frac{3,2}{12 \cdot 0,057 \cdot \pi} \sim 1,5 \text{ м}.$$

4. Общее сечение трубок в свету:

$$F = \frac{1}{4} \pi \cdot \delta^2 \cdot l = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 0,051^2 \cdot 12 = 0,0079 \text{ м}^2.$$

5. Сечение трубопровода отработавшего пара будет:

$$\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d_a^2 = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 0,07^2 = 0,00386 \text{ м}^2.$$

Таким образом условие соблюдено:

$$F \geq 2 \cdot \frac{1}{4} \pi \cdot d_a^2$$

6. При этой конструкции подогревателя вода должна оставаться в нем $\tau = \frac{1}{5}$ часа.

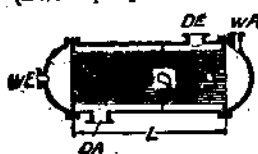
7. Сечение в свету барабана подогревателя:

$$\frac{1}{4} \pi \cdot D^2 = \frac{H \cdot \omega \cdot \tau}{1000 \cdot L} + l \cdot \frac{1}{4} \pi \cdot d^2 = \frac{40 \cdot 20}{1000 \cdot 1,5} \cdot \frac{1}{5} + 12 \cdot \frac{1}{4} \pi \cdot 0,057^2 = 0,136 \text{ м}^2$$

откуда

$$D = 0,415 \text{ м} = 415 \text{ мм.}$$

II. Подогреватель имеет устройство согласно фиг. 752. (Вода пропускается в трубках.) 1. Пусть: число трубок $l = 20$.



Фиг. 752.

Внутренний диаметр трубок $\vartheta = 51 \text{ мм.}$
Внешний $d = 57 \text{ мм.}$

2. Вода должна оставаться в подогревателе: $\tau = \frac{1}{10}$ часа,

3. Тогда длина трубок будет равна:

$$L = \frac{0,001 H \cdot \omega}{l \cdot \frac{1}{4} \pi \vartheta^2} \cdot \tau = \frac{0,001 \cdot 40 \cdot 20}{20 \cdot \frac{1}{4} \pi \cdot 0,051^2} \cdot \frac{1}{10} = 1,96 \text{ м.}$$

4. Общая поверхность трубок:

$$R = l \cdot \pi d \cdot L = 20 \cdot 0,057 \pi \cdot 1,96 = 7 \text{ м}^2.$$

Условие $R \geq 0,16 \cdot H = 0,16 \cdot 40 = 6,3 \text{ м}^2$ следовательно соблюдено.

Из сопоставления обоих решений вытекает следующее:

	Конструкция I	Конструкция II
Трубки	12 шт. $\frac{51}{57}$ diam.	20 шт. $\frac{51}{57}$ diam.
Общая длина трубок	$1,5 \cdot 12 = 18 \text{ м}$	$1,96 \cdot 20 = 39,2 \text{ м}$
Поверхность трубок	$3,2 \text{ м}^2$	7 м^2