

95993

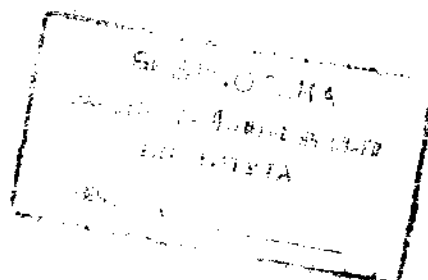
**РУКОВОДСТВА И НАУЧНЫЕ ПОСОБИЯ
ДЛЯ ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ**

Проф. А. САМУСЬ

532

**ТЕХНИЧЕСКАЯ
ГИДРАВЛИКА**

ТРЕТЬЕ ИЗДАНИЕ



ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО

1 9 2 6

3976

Г. П. Б.
1926

РУКОВОДСТВА И НАУЧНЫЕ ПОСОБИЯ
ДЛЯ ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ

Проф. А. М. САМУСЬ

153

С 17

ТЕХНИЧЕСКАЯ ГИДРАВЛИКА

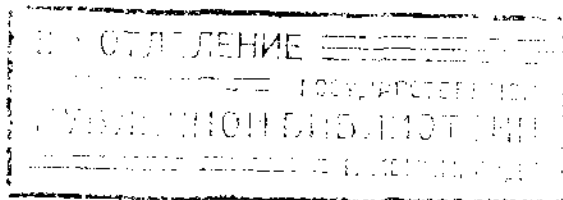
ЛЕКЦИИ, ЧИТАННЫЕ В ТЕХНОЛОГИЧЕСКОМ
ИНСТИТУТЕ ИМЕНИ ЛЕНИНГРАДСКОГО СОВЕТА

с 358 рисунками в тексте

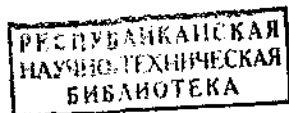
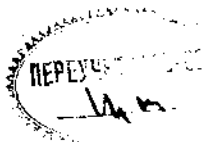
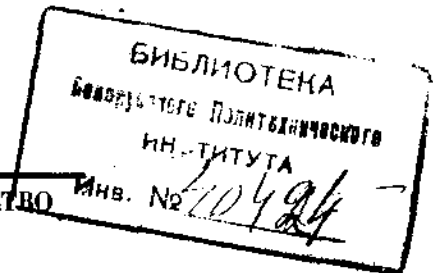
ТРЕТЬЕ ИЗДАНИЕ,
ИСПРАВЛЕННОЕ И ДОПОЛНЕННОЕ

Допущено Научно-Технической Секцией
Государственного Ученого Совета

1/326775



ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МОСКВА 1926 ЛЕНИНГРАД





ПРЕДИСЛОВИЕ.

Настоящее 3-е издание курса совершенно заново переработано и по своему содержанию существенно отличается от прежних изданий и вообще имеет иной характер — по сравнению с существующими курсами гидравлики, так как необходимо было затронуть многие технические вопросы чисто прикладного характера, вследствие чего настоящему курсу и дано название Техническая Гидравлика.

При составлении курса пришлось считаться с измененными учебными планами и измененными программами, а также с требованиями, предъявляемыми к дипломному проектированию. Необходимо было включить многие отделы, которые при старых учебных планах составляли самостоятельные общеобязательные курсы или входили в них — как составные части, а в настоящее время, при новых учебных планах, выделены и признаны обязательными лишь для студентов, специализирующихся по гидротехнике.

Настоящим трудом преследовалась еще другая цель — придать ему отчасти характер справочника, который мог бы облегчить студентам решение очень многих вопросов, возникающих при проектировании.

А. С.

23 декабря 1925 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ.

	стр.
Предисловие	3
Гидростатика.	
§§	
1. Предмет гидравлики. Определения жидкостей	9
2. Направление внешних сил	9
3. Гидростатическое давление	10
4. Давление в какой-нибудь точке не зависит от направления выбранного элемента поверхности	10
5. Уравнение равновесия жидкого тела	12
6. Поверхность уровня	15
7. Свойства поверхности уровня	15
8. Поверхности уровня для некоторых частных случаев	16
9. Определение давления в различных точках тяжелой жидкости, когда внешняя сила есть сила тяжести	22
10. Гидростатический парадокс	25
11. Сообщающиеся сосуды	25
12. Давление на наклонную стенку	26
13. Давление на криволинейную стенку	27
14. Давление на сферическое дно сосуда	27
15. Равновесие плавающего твердого тела	28
Гидродинамика.	
16. Дифференциальные уравнения движения (Эйлера)	35
17. Уравнение неразрывности массы	37
18. Установившееся движение	40
19. Теорема Даниила Бернулли	43
20. Плоскость напора	45
21. Опытное подтверждение справедливости уравнения Д. Бернулли	46
22. Частные случаи движения жидкости. а) Прямолинейное движение тяжелой капельной жидкости	48
23. б) Независимое (свободное) движение частиц жидкости	49
24. Истечение тяжелой капельной жидкости через отверстия при постоянном напоре. Отверстие в дне сосуда	49
25. Определение расхода	52
26. Коэффициенты расхода, сжатия и скорости. Коэффициент сопротивления	53
27. Различные случаи сжатия струи жидкости	56
28. Неполюное и несовершенство сжатие	58
29. Отверстие снабжено открытым руслом	59
30. Истечение из отверстия в боковой стенке сосуда при постоянном напоре	59
31. Водосливы. Полный водослив. Водослив Д. Томсона. Неполный водослив. Боковой водослив	62

	стр.
32. Истечение жидкости из сообщающихся сосудов	79
33. Теорема Борда-Карно	81
34. Особые сопротивления при истечении	89
35. Истечение жидкостей из насадок	93
36. Истечение при переменном уровне из сосудов правильной формы	104
37. Истечение при переменном уровне из сосудов неправильной формы	106
38. Случай истечения при переменном уровне в сообщающихся сосудах	109
39. Движение воды в каналах и реках. Равномерное движение воды в открытых каналах или реках	111
40. Сопротивление русла канала	116
41. Неравномерное движение воды в русле	123
42. Форма поперечного профиля каналов. Величина падения	125
43. Сопротивления в каналах при входе и выходе воды	127
44. Образование водяного порога в каналах и реках	129
45. Неустановившееся движение жидкости	130
46. Волнообразное движение воды	135
47. Подпор (подпруды). Определение амплитуды подпора	140
48. Движение почвенных или грунтовых вод. Горизонтальное расположение водо- непроницаемого слоя. Наклонное расположение водонепроницаемого слоя	150
49. Движение капельных жидкостей по трубам. Влияние колен и закруглений	164
50. Потеря напора от трения в трубах	169
51. Водопроводы	180
52. Водопроводы с постоянным диаметром, расход на оконечности. Движение установившееся	182
53. Водопроводы с постоянным диаметром, расход на оконечности. Движение неустановившееся	186
54. Определение высоты фонтана	190
55. Истечение из наконечников или брандспойтов. Брызгало	191
56. Водопровод с постоянным диаметром, расход на оконечности, при чем высота напора сравнительно с длиной водопровода весьма незначительна	195
57. Сифон	196
58. Простой водопровод с переменным диаметром	198
59. Простой водопровод с рядом цилиндрических труб неравного диаметра	199
60. Влияние труб малого диаметра на потерю напора	200
61. Сложный водопровод с параллельными трубами	201
62. Сложный водопровод с резервуарами различного напора	203
63. Водопровод с ответвлениями на конце магистрали	209
64. Водопровод, расходующий воду и на оконечности и на пути	210
65. Водопроводы с непрерывным расходом на пути	211
66. Определение диаметра трубы. Равномерное нагнетание	214
67. Неравномерное нагнетание	217
68. Краткие сведения относительно устройства водопроводов	218
69. Расчет и проектирование сети	225
70. Водоснабжение фабрик и заводов. Водоснабжение текстильных фабрик	232
71. Водоснабжение железнодорожных станций	238
72. Нефтепроводы. Трубопроводы со многими станциями. Трубопроводы без промежуточных станций	240
73. Краткие сведения относительно устройства водостоков. Вещества, подлежащие удалению, и определение количества их. Атмосферные осадки. Домовые и общественные воды	247
4. Системы водостоков. Общесплавная и раздельная системы	251
75. Расчет сети. Количество отводимых каналами вод. Скорость течения. Уклоны коллекторов. Глубина заложения каналов или коллекторов. Виды попе- речных сечений водостоков. Определение площади поперечного сечения каналов	254

	стр.
76. Особые части водосточков. Приемники сточных вод. Ливнеотводы или ливне-спуски. Дюкеры и сифоны	259
77. Очистка водосточков. Промывка водосточков. Механическая очистка водосточков	262
78. Вентиляция водосточков	264
79. Фабричные воды. Заключение	266
80. Газопроводы	267
81. Зависимость между площадями отверстий истечения для газов и эквивалентом трения. Влияние внезапных изменений поперечных сечений газовых трубо-проводов	271
82. Газопровод с ответвлениями	277
83. Перемещение струей воздуха пылеобразных веществ	278
84. Определение скорости и расхода воды в естественных и искусственных пото-ках. Мерники. Гидрометрическое ведро (Дананда). Водяной дюйм. По-плавка. Гидрометрический маятник. Реометры. Трубка Нито. Вертушки. Фото-гадрометрический шнур. Химический метод измерения расхода воды	280
85. Водомеры	290
86. Давления, производимые жидкостями на тела	298
87. Удар отдельной струи жидкости о неподвижную плоскость, снабженную за-краинами, и о плоскую поверхность	298
88. Давление на поверхность тела, помещенного внутри трубы	305
89. Центральный удар жидкости о неподвижную поверхность тела. Активное давление	309
90. Центральный удар жидкости о подвижную поверхность тела вращения	309
91. Работа, производимая струей жидкости	310
92. Потеря работы при ударе струи жидкости	312
93. Удар жидких тел между собою	315
94. Гидравлические удары в трубопроводах	318
95. Повреждения в трубопроводах и средства к их устранению	333
96. Гидравлический таран. Гидропульсор	338
97. Реактивное действие воды	343

ГИДРОСТАТИКА.

Предмет гидравлики.

1. Часть теоретической механики, занимающаяся изучением свойств жидких тел, называется Гидравликой, которая разделяется на Гидростатику — излагающую законы равновесия и Гидродинамику — излагающую законы движения жидкостей.

[Определения жидкостей.

Совершенною жидкостью называется тело, способное оказывать сопротивление только силам, его сжимающим, а потому совершенную жидкость следует отнести к телам, обладающим одностороннею связью. Существующие в природе реальные или действительные (песовершенные) жидкости обладают этим свойством, но обладают только до известной степени, так как они оказывают сопротивление, хотя и очень ничтожное, силам растягивающим и производящим сдвиг. По характеру оказываемого сопротивления сжимающим силам, жидкости можно разделить на два класса: а) капельные (неупругие) жидкости, обнаруживающие едва заметное изменение объема от самых больших давлений, — их можно рассматривать как несжимаемые¹⁾, и б) газообразные (упругие) — изменяющие значительно свой объем от действия сжимающих сил.

Направление внешних сил.

2. Принимая вышеуказанное определение жидких тел, мы должны допустить, что, раз тело находится в равновесии, то внешние силы, на него действующие, должны быть направлены по нормальям, идущим внутрь жидкого тела. Действительно, если бы допустить противное, то всякую силу

¹⁾ При испытаниях на сжатие жидкостей (до 500 атм.) оказалось, что жидкости обладают полною упругостью. По опытам Amagat при давлении в 1 kg/cm^2 коэффициент кубического сжатия $\frac{\delta V}{V} = 0,00005$. Если через k обозначить коэффициент упругости жидкости,

то давление на единицу поверхности:

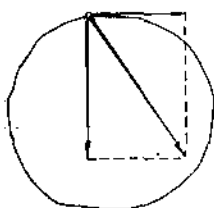
$$p = k \frac{\delta V}{V}.$$

Для воды можно принять $k = 20\,000 \text{ kg/cm}^2$. По Heinsmann для разрыва столба воды достаточно напряжение в $3,6 \text{ kg/m}^2$.

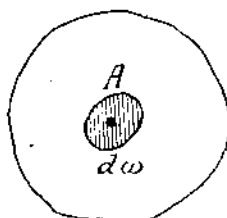
можно бы было разложить на: одну — направленную по нормали и другую — направленную по касательной (фиг. 1); последняя составляющая заставляла бы частицу скользить по поверхности, а так как жидкость не может оказывать сопротивления этому перемещению, то тело не находилось бы в равновесии. Теперь становится ясным, что всякая частица жидкости должна испытывать давления от соседних частиц, ее окружающих. Гидростатика и изучает свойства этих давлений, определяющие собою условия равновесия жидкого тела.

Гидростатическое давление.

3. Выделим в массе жидкости какую-нибудь поверхность и вообразим на ней некоторую бесконечно-малую площадку $d\omega$, точка A которой есть центр ее тяжести (фиг. 2). Частицы, расположенные на этой площадке, испытывают от соседних частиц давления, которые можно рассматривать как силы, направленные нормально к площадке, а так как размеры ее бесконечно-малы, то можем считать, что силы распределяются равномерно, т.-е. они равны между собою; пусть полное давление на площадь $d\omega$ будет dP , тогда



Фиг. 1.



Фиг. 2.

$$\frac{dP}{d\omega} = p \dots \dots \dots (1)$$

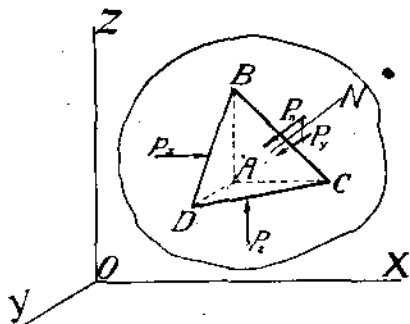
изображает собою гидростатическое давление в рассматриваемой точке A жидкости (давление на единицу площади).

Полное давление на площадь $d\omega$, следовательно,

$$dP = p \cdot d\omega \dots \dots \dots (2)$$

Давление в какой-нибудь точке не зависит от направления выбранного элемента поверхности.

4. Докажем, что давление в какой-нибудь точке не зависит от направления выбранного элемента поверхности. Вообразим внутри жидкости бесконечно-малый тетраэдр (фиг. 3), на грани которого действуют силы, направленные по нормальям внутрь (на един. площ.): p_x , p_y , p_z и p_n . Положим, N — нормаль к грани BCD . Давления на соответствующие грани будут:



Фиг. 3.

$$\text{на грань } ABD \dots \dots p_x \cdot \frac{1}{2} dy dz$$

$$\text{„ „ } ABC \dots \dots p_y \cdot \frac{1}{2} dx dz$$

$$\text{„ „ } ACD \dots \dots p_z \cdot \frac{1}{2} dx dy.$$

Положим, площадь грани $BCD = d\omega$, полное давление на эту грань $= p_n \cdot d\omega$; найдем проекции этого давления на три взаимно-перпендикулярные оси, они будут:

$$\begin{aligned} & - p_n \cos(N, x) d\omega \\ & - p_n \cos(N, y) d\omega \\ & - p_n \cos(N, z) d\omega. \end{aligned}$$

Кроме указанных сил есть еще силы объемные, или массовые, которые действуют на всю массу (тяжесть, притяжение луны и т. п.).

Положим: X , Y и Z — проекции ускорения объемной силы (отнесенной к единице массы жидкости), действующей на наш тетраэдр, объем которого $= \frac{1}{6} dx \cdot dy \cdot dz$; m — масса единицы объема (плотность). [X , Y и Z можно также рассматривать как проекции внешней силы, отнесенной к единице массы жидкости и действующей на весь объем.]

Проекция объемной силы будут:

$$\begin{aligned} & \frac{m}{6} dx \cdot dy \cdot dz \cdot X \\ & \frac{m}{6} dx \cdot dy \cdot dz \cdot Y \\ & \frac{m}{6} dx \cdot dy \cdot dz \cdot Z. \end{aligned}$$

Введением новых связей в какую бы то ни было систему материальных точек, находящуюся в состоянии равновесия, мы это последнее не нарушаем, а потому мы можем наш тетраэдр рассматривать как твердое тело и полагать суммы проекций на оси всех действующих на него сил $= 0$, т.-е. написать следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} p_x \cdot dy \cdot dz - p_n \cdot \cos(N, x) d\omega + \frac{m}{6} X dx dy dz &= 0 \\ \frac{1}{2} p_y \cdot dx \cdot dz - p_n \cdot \cos(N, y) d\omega + \frac{m}{6} Y dx dy dz &= 0 \\ \frac{1}{2} p_z \cdot dx \cdot dy - p_n \cdot \cos(N, z) d\omega + \frac{m}{6} Z dx dy dz &= 0; \end{aligned}$$

но

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} dy \cdot dz &= d\omega \cos(N, x) \\ \frac{1}{2} dx \cdot dz &= d\omega \cos(N, y) \\ \frac{1}{2} dx \cdot dy &= d\omega \cos(N, z), \end{aligned}$$

а потому уравнение

$$\frac{1}{2} p_x \cdot dy \cdot dz - p_n \cdot \cos(N, x) d\omega + \frac{m}{6} X dx dy dz = 0$$

после сокращения примет вид:

$$p_x - p_n + \frac{m}{3} X dx = 0.$$

Точно таким же образом сокращая другие уравнения, получим:

$$p_y - p_n + \frac{m}{3} Y dy = 0$$

$$p_z - p_n + \frac{m}{3} Z dz = 0.$$

Уменьшаем размеры тетраэдра, тогда в пределе, для точки А, получим:

$$p_x = p_n, \quad p_y = p_n, \quad p_z = p_n.$$

или

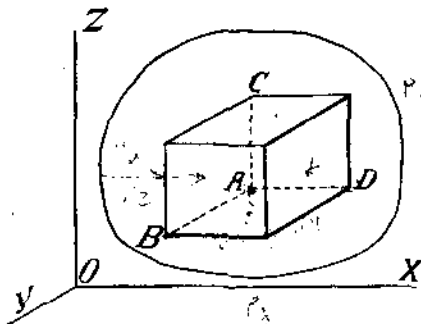
$$p_x = p_y = p_z = p_n \dots \dots \dots (3)$$

т. е. частицы жидкости со всех сторон испытывают одинаковое давление, и, как видим, гидростатическое давление на бесконечно-малую площадку не зависит от направления выбранной площадки, но зависит от положения этой площадки, т. е. для другой точки давление может быть другим, и потому оно будет функцией координат:

$$p = f(x, y, z) \dots \dots \dots (4)$$

Уравнение равновесия жидкого тела.

5. Посмотрим, каким образом меняется гидростатическое давление при переходе от одной точки к другой.



Фиг. 4.

Выделим мысленно внутри жидкости параллелепипед с ребрами dx , dy и dz (фиг. 4), параллельными взаимно-перпендикулярным осям координат. Положим, гидростатическое давление в точке А будет p , тогда давление на грань ABC будет:

$$p \cdot dy \cdot dz.$$

Давление на единицу площади грани, параллельной грани ABC, (по ур. 4) будет:

$$p = f(x + dx, y, z),$$

так как при переходе к упомянутой грани только переменная x и получит приращение $= dx$, и давление будет:

$$p + \frac{\partial p}{\partial x} dx.$$

Давление на всю грань будет:

$$-\left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx\right) dy \cdot dz.$$

Точно таким же образом определим давление и на другие грани. Итак, будем иметь следующие силы:

давление по направлению оси x ...	$p \, dy \, dz$ и	$-\left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx\right) dy \, dz$
» » »	» y ... $p \, dx \, dz$ и	$-\left(p + \frac{\partial p}{\partial y} dy\right) dx \, dz$
» » »	» z ... $p \, dx \, dy$ и	$-\left(p + \frac{\partial p}{\partial z} dz\right) dx \, dy.$

Кроме этих сил действуют объемные силы, величины проекций которых соответственно будут:

$$\begin{aligned} m X dx dy dz \\ m Y dx dy dz \\ m Z dx dy dz. \end{aligned}$$

Так как рассматриваемый параллелепипед находится в равновесии, то должны иметь место следующие уравнения:

$$p dy dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dy dz + m X dx dy dz = 0$$

$$p dx dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial y} dy \right) dx dz + m Y dx dy dz = 0$$

$$p dx dy - \left(p + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) dx dy + m Z dx dy dz = 0,$$

или

$$\left. \begin{aligned} m X &= \frac{\partial p}{\partial x} \\ m Y &= \frac{\partial p}{\partial y} \\ m Z &= \frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

Полученные уравнения называются общими уравнениями равновесия совершенного жидкого тела, их также называют Эйлеровыми уравнениями. В этих уравнениях вторые части — частные производные функции p по координатам.

Как видно, не при всяких объемных силах возможно равновесие, так как эти силы, будучи частными производными, должны удовлетворять условиям интегрируемости.

Взявши производные по y от членов 1-го уравнения и производные по x от членов 2-го уравнения, получим:

$$\frac{\partial(m X)}{\partial y} = \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial y} \text{ и } \frac{\partial(m Y)}{\partial x} = \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial y},$$

откуда

$$\frac{\partial(m X)}{\partial y} = \frac{\partial(m Y)}{\partial x}.$$

Из 2-го и 3-го уравнений имеем:

$$\frac{\partial(m Y)}{\partial z} = \frac{\partial^2 p}{\partial y \partial z} \text{ и } \frac{\partial(m Z)}{\partial y} = \frac{\partial^2 p}{\partial y \partial z}$$

или

$$\frac{\partial(m Y)}{\partial z} = \frac{\partial(m Z)}{\partial y}.$$

Из 1-го и 3-го уравнений имеем:

$$\frac{\partial(m X)}{\partial z} = \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial z} \text{ и } \frac{\partial(m Z)}{\partial x} = \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial z}$$

или

$$\frac{\partial(m X)}{\partial z} = \frac{\partial(m Z)}{\partial x}.$$

Итак имеем следующие три уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial(m X)}{\partial y} &= \frac{\partial(m Y)}{\partial x} \\ \frac{\partial(m Y)}{\partial z} &= \frac{\partial(m Z)}{\partial y} \\ \frac{\partial(m X)}{\partial z} &= \frac{\partial(m Z)}{\partial x} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

т.-е. внешние объемные силы должны удовлетворять последним трем уравнениям, и только тогда жидкое тело будет находиться в равновесии. Если имеем дело с капельною однородною жидкостью, то m — постоянная, и уравнения (6) примут вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial X}{\partial y} &= \frac{\partial Y}{\partial x} \\ \frac{\partial Y}{\partial z} &= \frac{\partial Z}{\partial y} \\ \frac{\partial X}{\partial z} &= \frac{\partial Z}{\partial x} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

Из уравнений (5), помножая каждое из них соответственно на dx , dy и dz и складывая, получим:

$$m(Xdx + Ydy + Zdz) = \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz$$

или

$$dp = m(Xdx + Ydy + Zdz) \dots \dots \dots (8)$$

и

$$p = \int m(Xdx + Ydy + Zdz) + C \dots \dots \dots (9)$$

или

$$p = f(x, y, z) + C, \dots \dots \dots (10)$$

где C есть постоянная произвольная, определяемая заданною величиною гидростатического давления для любой точки жидкости.

Уравнение (8) есть основное уравнение гидростатики. Рассматривая равновесие однородного газа, мы также можем пользоваться ур. (8). Для постоянных газов, подчиняющихся закону Mariotte и Gay-Lussac:

$$m = \frac{Kp}{1 + \alpha\Theta},$$

где K — постоянное число, α — коэффициент расширения газа и Θ — температура его. Если температура газа не изменяется, т.-е. остается постоянною, то можно положить:

$$m = k \cdot p, \dots \dots \dots (11)$$

и для газа, одинаково нагретого во всех точках, получим:

$$dp = kp(Xdx + Ydy + Zdz)$$

или

$$\frac{dp}{p} = d \log nat p = k(Xdx + Ydy + Zdz) \dots \dots \dots (12)$$

Чтобы газ был в равновесии, необходимо, чтобы вторая часть уравнения удовлетворяла условиям интегрируемости, которые при $k = const.$ приводятся к условиям (7).

При решении уравнений (5) приходится также рассматривать частицы жидкости, находящиеся на периферии, т.е. на поверхности, ограничивающей жидкое тело. Эти поверхности могут быть двух родов: поверхности, соприкасающиеся с поверхностью сосуда, в котором заключается жидкость, и свободная поверхность, не соприкасающаяся с поверхностями стенок сосуда. Если будем рассматривать точки на свободной поверхности, то для них

$$p = \pi, \dots \dots \dots (13)$$

где π есть внешнее давление, отнесенное к единице площади; если сосуд открыт, то это будет давление атмосферы.

Поверхность уровня.

6. Поверхность, все точки которой подвергаются одинаковому гидростатическому давлению, называется поверхностью уровня.

Само собою разумеется, для подобной поверхности

$$p = \text{const. и } dp = 0,$$

а потому

$$dp = m(Xdx + Ydy + Zdz) = 0 \dots \dots \dots (14)$$

или, при $m = \text{const.}$:

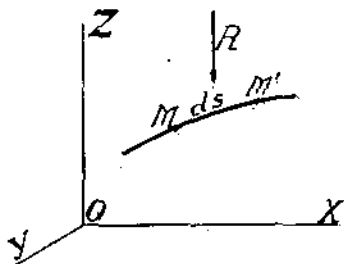
$$Xdx + Ydy + Zdz = 0 \dots \dots \dots (15)$$

Это и есть уравнение поверхности уровня¹⁾.

Свойства поверхности уровня.

7. Возьмем на поверхности уровня точки M и M' (фиг. 5), на расстоянии ds одна от другой. Положим, R — объемная сила, приложенная в точке M , составляющая с осями координат углы α , β и γ . Сила R будет равнодействующая объемных сил X , Y и Z . Положим также, что α' , β' и γ' — углы, составляемые элементом ds с осями координат, тогда:

$$\begin{aligned} X &= R \cos \alpha & dx &= ds \cos \alpha' \\ Y &= R \cos \beta & dy &= ds \cos \beta' \\ Z &= R \cos \gamma & dz &= ds \cos \gamma'. \end{aligned}$$



Фиг. 5.

Помножим ур. (15) на $\frac{1}{Rds}$, тогда получим:

$$\frac{X}{R} \cdot \frac{dx}{ds} + \frac{Y}{R} \cdot \frac{dy}{ds} + \frac{Z}{R} \cdot \frac{dz}{ds} = 0.$$

В силу вышеприведенных равенств имеем:

$$\cos \alpha \cdot \cos \alpha' + \cos \beta \cdot \cos \beta' + \cos \gamma \cdot \cos \gamma' = 0;$$

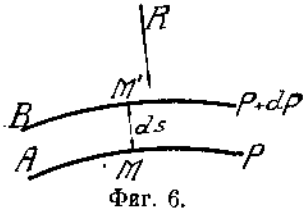
последнее выражение указывает на то, что $\cos(R, ds) = 0$, т.е. что сила R перпендикулярна к любому элементу ds , взятому на поверхности уровня,

¹⁾ Мы имели уравн. (10): $p = f(x, y, z) + C$. Дифференциальные уравн. (5) требуют, чтобы X , Y , Z были частными производными по x , по y , по z от функции f . Эта функция f называется потенциальной функцией объемных сил, а объемные силы называются объемными силами, имеющими потенциал. Следовательно, поверхность уровня есть такая, все точки которой обладают одинаковым потенциалом (эквипотенциальная поверхность).

другими словами: сила R направлена по нормали к поверхности уровня. Это одно из свойств поверхностей уровня; другое свойство состоит в том, что две поверхности уровня с различными гидростатическими давлениями не могут иметь общих точек, т.-е. не могут касаться и пересекаться между собою.

Возьмем две поверхности уровня с гидростатическими давлениями p и $p + dp$ (фиг. 6) и на них две точки M и M' на расстоянии ds одна от другой, при чем ds нормально к поверхности A .

Рассматривая X , Y и Z как проекции объемной силы R и dx , dy и dz — как проекции ds , мы можем уравнение (8) представить в таком виде:



$$dp = m[R \cos(R, x) \cdot ds \cos(ds, x) + R \cos(R, y) \cdot ds \cos(ds, y) + R \cos(R, z) \cdot ds \cos(ds, z)],$$

или

$$dp = m \cdot R \cos(R, ds) ds \dots \dots \dots (16)$$

Так как R и ds нормальны к поверхности, то они параллельны между собою, и угол между ними $= 0$, следовательно:

$$\cos(R, ds) = \pm 1.$$

Подставляя это значение в уравнение (16), получим, что

$$dp = \pm m \cdot R \cdot ds,$$

откуда

$$ds = \pm \frac{dp}{m \cdot R} \dots \dots \dots (17)$$

dp по условию не ноль, m и R имеют конечные значения, а потому и ds не может обратиться в ноль, следовательно поверхности уровня не могут касаться и не могут пересекаться между собою.

Поверхности уровня для некоторых частных случаев.

8. а) Посмотрим, какую форму примет поверхность уровня, если частицы жидкости подвергаются только действию силы тяжести, т.-е. положим, что жидкость заключена в сосуде.

Располагая координатные оси x и y в горизонтальной плоскости, а ось z — в вертикальной и обозначая через g — ускорение силы тяжести, получим для данного случая:

$$X = 0, Y = 0 \text{ и } Z = g,$$

а потому уравн. (15) примет вид:

$$g dz = 0,$$

а следовательно:

$$dz = 0 \text{ и } z = \text{const.},$$

т.-е. в данном случае поверхность уровня будет горизонтальная плоскость; она и должна быть горизонтальной плоскостью, так как только при этом условии центр тяжести рассматриваемого объема жидкости занимает самое низкое положение, при котором только и возможно равновесие жидкости.

Если сосуд взят огромных размеров (море), то силы тяжести не параллельны, а сходятся в центре земли, тогда, понятно, и поверхность уровня будет сферическая.

б) Положим, жидкость заключена в сосуде и вращается вместе с ним около вертикальной оси, с которой совмещается ось координат z (фиг. 7).

Частицы жидкости подвергаются действию силы тяжести, ускорение которой $=g$, и влиянию центробежной силы $\left(m \frac{v^2}{\rho}\right)$, ускоре-

рение коей $= \frac{v^2}{\rho}$. Если обозначим постоянную угловую скорость вращения сосуда через ω , то $v = \omega \rho$ и $\frac{v^2}{\rho} = \omega^2 \rho$. Равнодействующая указанных векторов $= R$, точка приложения ее, положим, будет a .

Мы в данном случае имеем относительный покой (по отношению к стенкам сосуда), а потому вправе применять уравнения гидростатики.

Чтобы найти поверхность уровня, будем пользоваться уравнением (15):

$$Xdx + Ydy + Zdz = 0.$$

Определим значения X , Y и Z :

$$\begin{aligned} X &= R \cos(R, x) = g \cos(g, x) + \omega^2 \rho \cdot \cos(\rho, x) \\ Y &= R \cos(R, y) = g \cos(g, y) + \omega^2 \rho \cdot \cos(\rho, y) \\ Z &= R \cos(R, z) = g \cos(g, z) + \omega^2 \rho \cdot \cos(\rho, z), \end{aligned}$$

но

$$\cos(\rho, x) = \frac{x}{\rho}, \cos(\rho, y) = \frac{y}{\rho} \text{ и } \cos(\rho, z) = 0$$

$$\cos(g, x) = 0, \cos(g, y) = 0 \text{ и } \cos(g, z) = 1,$$

а потому

$$X = \omega^2 \rho \cdot \frac{x}{\rho} = \omega^2 x$$

$$Y = \omega^2 \rho \cdot \frac{y}{\rho} = \omega^2 y$$

$$Z = g.$$

Подставляя эти значения в уравнение, получим:

$$\omega^2 x \cdot dx + \omega^2 y \cdot dy + g \cdot dz = 0$$

или

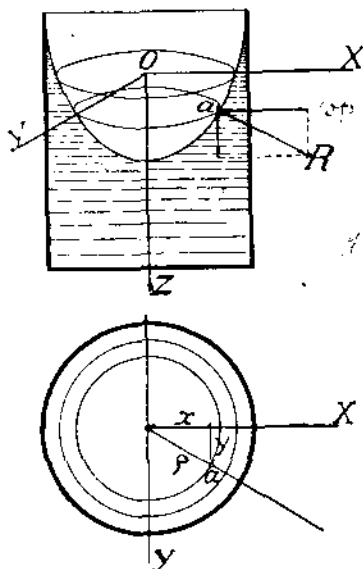
$$\omega^2 (x dx + y dy) + g dz = 0;$$

интегрируя, получим:

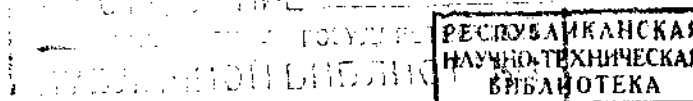
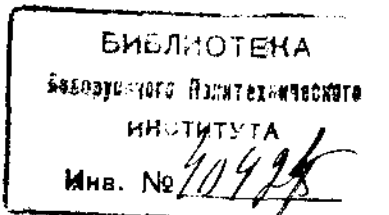
$$\omega^2 \frac{x^2 + y^2}{2} + g z = \text{const.}$$

Это есть уравнение параболоида вращения, следовательно, поверхность уровня — поверхность параболоида вращения.

Проф. Самусь. Техн. гидравлика.



Фиг. 7.



К тому же самому заключению можно прийти более простым путем: продолжим направление равнодействующей R до пересечения в точке c с осью вращения сосуда (фиг. 8); то же сделаем и с вектором $\omega^2 \rho$; получим точку b . Заштрихованные треугольники подобны, а потому:

$$\frac{bc}{ba} = \frac{g}{\omega^2 \rho}$$

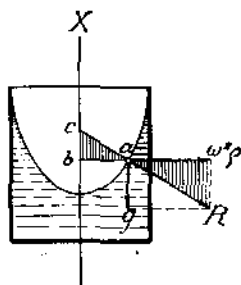
или

$$\frac{bc}{\rho} = \frac{g}{\omega^2 \rho},$$

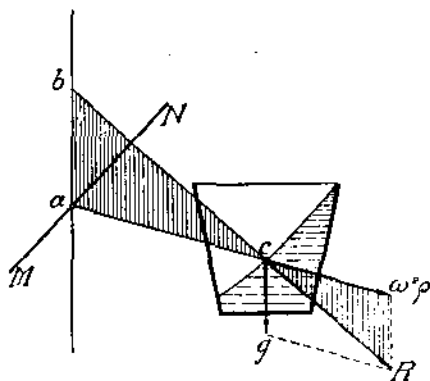
откуда

$$bc = \frac{g}{\omega^2} = \text{const.}$$

Но bc является поднормалью для кривой, образуемой пересечением поверхности уровня плоскостью, проходящей через ось вращения сосуда, а потому эта кривая будет параболой, а образуемая ею поверхность — параболоидом вращения. Если вращение сосуда прекратится, то $\omega = 0$ и $bc = \infty$, т.е. поверхность уровня примет вид горизонтальной плоскости.



Фиг. 8.



Фиг. 9.

в) Жидкость вместе с сосудом вращается около горизонтальной оси MA . В этом случае уже не имеется относительного покоя, а потому, строго говоря, уравнения гидростатики применять нельзя, но, желая иметь хотя бы приблизительное представление о виде поверхности уровня, вследствие малой скорости относительного движения, можно допустить относительный покой и разрешать вопрос аналогично предыдущему случаю. Частицы жидкости подвергаются действию сил тяжести и центробежной (фиг. 9). Равнодействующей ускорений $\omega^2 \rho$ и g пусть будет R , она должна быть нормалью к поверхности уровня, и направление ее пересекает отвесную линию в точке b .

Заштрихованные треугольники подобны, а потому имеем:

$$ab : ac = g : \omega^2 \rho$$

или

$$ab : \rho = g : \omega^2 \rho,$$

откуда

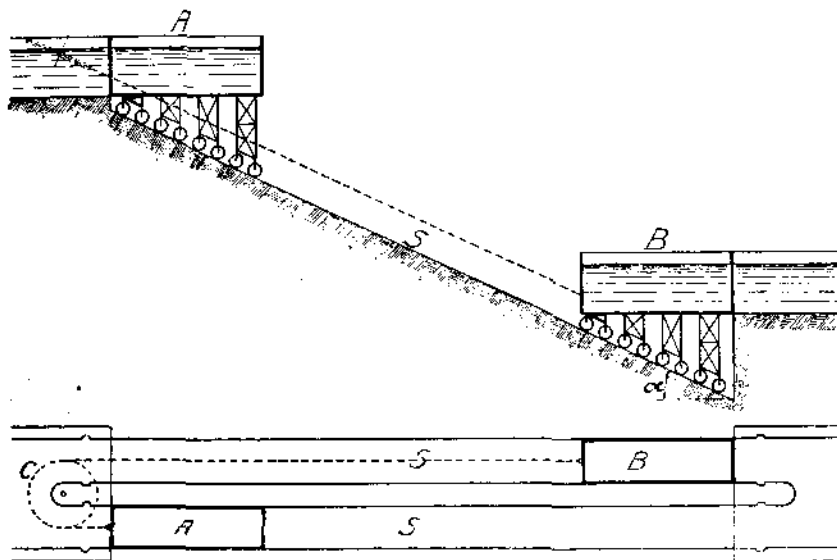
$$ab = \frac{\rho \cdot g}{\omega^2 \rho} = \frac{g}{\omega^2} = \text{const.}$$

Но в данном случае прямая ab не будет поднормалью, и, как видно, расстояние ab также не зависит от ρ ; другими словами, все нормали к поверхности уровня проходят через точку b , т.-е. поверхность уровня — цилиндрическая с круговым основанием. Но в действительности, как было указано, вид поверхности будет немного отличаться.

При $\omega = 0$, т.-е. когда сосуд находится в покое, $ab = \infty$; следовательно, поверхность уровня будет горизонтальной плоскостью.

Сходного характера явления с только-что рассмотренным случаем имеют в так называемых верхненаливных или верхнебойных водяных колесах.

г) Для сообщения между водоемами, находящимися на различных высотах, и для перевода судов из одного в другой, применяются наклонные к горизонту под углом α два рельсовых пути S (фиг. 10), по которым перемещаются резервуары A и B , наполненные водою и принимающие суда.



Фиг. 10.

Резервуары A и B соединяются между собою канатом или цепью, огибающими блок C . Для того, чтобы произвести подъем резервуара B и опустить резервуар A , в последний приливается излишек воды. Требуется определить: какой угол β с горизонтом образуют свободные поверхности в резервуарах A и B при их движении?

Для упрощения решения будем пренебрегать сопротивлениями движению резервуаров (трением о рельсы), жесткостью каната или трением в цепи и трением в блоке.

Положим:

G = общему весу двух резервуаров и воды, в них заключающейся.

Q = весу излишка воды, приливаемой в верхний резервуар A .

P_x = горизонтальной составляющей силы Q (фиг. 11).

P_s = составляющей той же силы, но направленной параллельно пути S .

Из чертежа (фиг. 11) видно, что

$$P_s = Q \cdot \sin \alpha \text{ и } P_x = Q \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Если через M обозначим движущиеся массы и через j_s и j_x — соответствующие ускорения, то

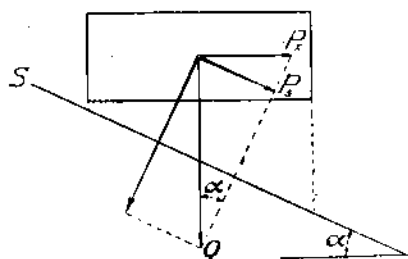
$$\left. \begin{aligned} P_s &= M \cdot j_s = \frac{G}{g} j_s = Q \cdot \sin \alpha \\ P_x &= M \cdot j_x = \frac{G}{g} j_x = Q \cdot \operatorname{tg} \alpha \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (a)$$

По соответствующим направлениям отложим величины: $j_s = Op$; $j_x = Op'$; $\frac{Q}{G} g = Oq$ (фиг. 12), тогда в силу уравнений (a) можем написать:

$$\left. \begin{aligned} j_s &= \frac{Q}{G} g \cdot \sin \alpha = \overline{Op} = \overline{Oq} \cdot \sin \alpha \\ j_x &= \frac{Q}{G} g \cdot \operatorname{tg} \alpha = \overline{Op'} = \overline{Oq} \cdot \operatorname{tg} \alpha \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (b)$$

Если бы у нас был всего один резервуар, то $Q = G$, и тогда

$$\left. \begin{aligned} j_s &= g \cdot \sin \alpha \\ j_x &= g \cdot \operatorname{tg} \alpha \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (c)$$



Фиг. 11.

При движении резервуаров можно принять, что вода, заключающаяся в них, находится в покое по отношению к стенкам резервуаров.

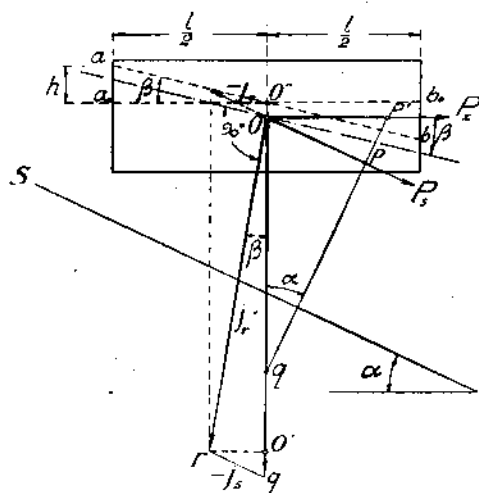
Положим $\overline{Og} = g$ = ускорению силы тяжести = силе, отнесенной к единице массы, тогда сила инерции будет $-j_s$; равнодействующая указанных векторов, положим, будет $=j_r$, это и будет сила, отнесенная к единице массы, и действию коей подвергается вода, заключающаяся в каждом резервуаре, а потому свободная поверхность из первоначального положения $a_0 b_0$ (фиг. 12), соответствующего спокойному положению резервуаров, перейдет в наклонное положение ab , перпендикулярное направлению силы j_r .

Из точки r опустим перпендикуляр на линию $\overline{Og}$, и, положим, он пересечет последнюю в точке O' ; тогда, как это видно из чертежа,

$$\overline{rO'} = \overline{OO'} \cdot \operatorname{tg} \beta$$

или

$$j_s \cdot \cos \alpha = (g - j_s \cdot \sin \alpha) \operatorname{tg} \beta$$



Фиг. 12.

и

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \beta &= \frac{j_s \cdot \cos \alpha}{g - j_s \cdot \sin \alpha} = \frac{\frac{Q}{G} \cdot g \cdot \sin \alpha \cos \alpha}{g - \frac{Q}{G} g \sin^2 \alpha} = \frac{Q \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\cos^2 \alpha}}{\frac{G}{\cos^2 \alpha} - Q \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}} = \\ &= \frac{Q \cdot \operatorname{tg} \alpha}{G \sec^2 \alpha - Q \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{Q \operatorname{tg} \alpha}{G + (G - Q) \operatorname{tg}^2 \alpha} \dots \dots \dots (d) \end{aligned}$$

Положим $\overline{aa_0} = h = \overline{bb_0}$ (фиг. 12), тогда

$$h = \frac{l}{2} \operatorname{tg} \beta = \frac{l}{2} \cdot \frac{Q \operatorname{tg} \alpha}{G + (G - Q) \operatorname{tg}^2 \alpha} \dots \dots \dots (e)$$

Если угол α небольшой, то без большой погрешности можно положить $\operatorname{tg}^2 \alpha = 0$, а тогда отклонение направления ускорения j_s от перпендикуляра к направлению силы тяжести будет весьма незначительно и будет мало отличаться от направления ускорения j_x ; имея это в виду и принявши $\operatorname{tg} \beta = n$, можем положить:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \beta &= \frac{Q}{G} \operatorname{tg} \alpha = n \\ j_x &= g \operatorname{tg} \beta = gn \\ h &= \frac{l}{2} \operatorname{tg} \beta = \frac{l}{2} \cdot \frac{j_x}{g} = \frac{l}{2} \cdot \frac{Q}{G} \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{l \cdot n}{2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (f)$$

Если принять $l = 68 \text{ м}$ и $j_x = 0,02 \text{ м}$, то $h = 0,07 \text{ м}$. Знание величины h дает возможность определить необходимую высоту бортов над водою в резервуарах, чтобы вода через них не переливалась при движении.

Если резервуар будет свободен и будет перемещаться по рельсам под влиянием собственной тяжести, то в ур. (b), (d) и (e) следует положить $Q = G$, и тогда

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \beta &= \operatorname{tg} \alpha \\ j_x &= g \operatorname{tg} \alpha \\ j_s &= g \sin \alpha \\ h &= \frac{l}{2} \operatorname{tg} \alpha \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (g)$$

В этом случае свободная поверхность будет параллельна рельсовому пути.

В п. (а) определялся вид поверхности уровня жидкости, помещаемой в сосудах заметных размеров; в таких сосудах около самих стенок их изменения вида поверхности сравнительно незначительны, но, если диаметральные размеры сосудов будут небольшие, то при наполнении их действительными жидкостями придется считаться с явлениями капиллярности, или волосности; если жидкость смачивает стенки и содержится, например, в трубках очень малого диаметра или в узких щелях, стенки которых находятся на близком расстоянии, то происходит заметное поднятие уровня жидкости, и свободная поверхность ее имеет вогнутый вид. Для воды зависимость между высотой h поднятия ее, температурой $t^\circ \text{ С.}$ и диаметром d (внутренним) цилиндрической трубки хорошо выражается следующей эмпирической формулой:

$$h = \frac{30(1 - 0,002t)}{d} \dots \dots \dots (18)$$

где h и d выражены в миллиметрах.

Эта высота h изменяется с изменением состава воды, но не зависит от вещества или материала трубки, если только не имеется химического взаимодействия между веществом трубки и водой.

Свойством капиллярности, или волосности, объясняется поднятие воды в почве, и наблюдениями подтверждается справедливость вышеприведенной формулы, а именно: в почве вода поднимается тем выше, чем плотнее строение почвы, т.е. чем частицы в почве мельче и чем теснее расположены друг к другу. В общем высота капиллярного поднятия значительно, чем обыкновенно принимают, и достигает, например, для мелкого песка 1,5 — 2 метров и даже более.

Определение давления в различных точках тяжелой жидкости, когда внешняя сила есть сила тяжести.

9. Обратимся опять к уравнению (8):

$$dp = m(Xdx + Ydy + Zdz).$$

, В данном случае (фиг. 13) для любой точки a :

$$X=0, Y=0 \text{ и } Z=g,$$

а потому

$$dp = mgdz.$$

Если жидкость однородна, то $m = \text{const.}$ и

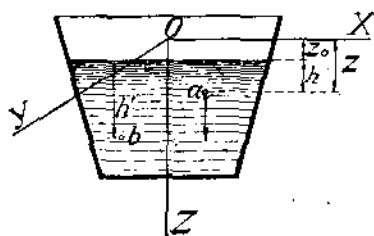
$$p = mgz + C \dots \dots \dots (19)$$

Произведение mg = весу единицы объема, положим

$$mg = \Delta, \dots \dots \dots (20)$$

тогда

$$p = \Delta z + C \dots \dots \dots (21)$$



Фиг. 13.

Чтобы найти постоянное C , надо задать величину давления в какой-нибудь определенной точке жидкости.

Возьмем точку на свободной поверхности, пусть для нее давление = π (на ед. площ.), тогда из ур. (21) имеем:

$$\pi = \Delta z_0 + C. \dots \dots \dots (22)$$

Вычитая ур. (22) из ур. (21), получим:

$$p - \pi = \Delta(z - z_0)$$

или

$$p = \pi + \Delta(z - z_0), \dots \dots \dots (23)$$

где $z - z_0$ = глубине погружения частицы под свободную поверхность; положим $z - z_0 = h$ (фиг. 13), тогда

$$p = \pi + \Delta h \dots \dots \dots (24)$$

Если бы мы взяли другую какую-нибудь точку b , погруженную на глубину h' , то для нее нашли бы

$$p' = \pi + \Delta h'.$$

Вычитая ур. (24) из этого уравнения, получим:

$$p' - p = \Delta(h' - h) \dots \dots \dots (25)$$

Из уравнения (24) видно, что гидростатическое давление в какой-либо точке однородной жидкости = давлению на единицу площади свободной поверхности + вес столба жидкости, основанием которого = единице плоскостной меры, а высота = глубине погружения точки под свободной поверхностью.

Уравнение (25) показывает, что разность давлений, определенных для точек различных поверхностей уровня, равна весу столба жидкости, основанием равного единице плоскостной меры, а высотой равного разности глубин погружения рассматриваемых точек под свободной поверхностью.

Если жидкость неоднородна, то для того, чтобы произведение mdz было полным дифференциалом, необходимо, чтобы

$$m = \varphi(z) \dots \dots \dots (26)$$

и

$$p = g \int mdz + C \dots \dots \dots (27)$$

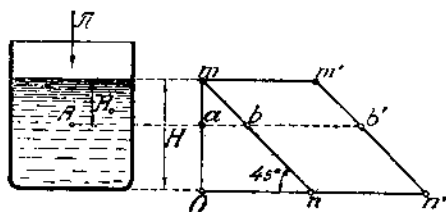
Из ур. (26) видно, что частицы одной и той же горизонтальной поверхности уровня (z для них const.) должны иметь одинаковую плотность. Для устойчивого равновесия необходимо, чтобы плотность m возрастала по мере увеличения глубины z . Отсюда видно, что несмешивающиеся жидкости должны располагаться слоями, и жидкости, подверженные действию только силы тяжести, должны располагаться горизонтальными слоями. Если будем иметь несколько несмешивающихся жидкостей, то они расположатся слоями толщиной $h_1, h_2, \dots$, и давление на дно будет:

$$\left. \begin{aligned} p &= \pi + g \Sigma mh \\ p &= \pi + \Sigma \Delta h \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (28)$$

или

Рассматривая ур. (24), мы видим, что присутствие члена π указывает нам на то, что жидкое тело обладает свойством передавать давление, приложенное к его поверхности, всем своим точкам, т.е. по всем направлениям (закон Паскаля). На этом свойстве жидкости основано устройство гидравлических прессов, гидравлических подъемных машин и т. п.

Из предыдущего ясно, что, если мы имеем однородную жидкость, то для нее закон изменения давлений, в зависимости от величины погружения под свободную поверхность, изобразится прямою линиею.



Фиг. 14.

Если из верхней точки m , находящейся на одном уровне со свободною поверхностью, проведем вертикальную линию mO и прямую mn под углом в 45° к горизонтали On (фиг. 14), находящейся на одном уровне со дном сосуда, то прямая mn представит собою линию переноса давлений, т.е. линию, дающую возможность определить для любой точки A , находящейся на глубине H , под свободною поверхностью, величину сверхатмосферного — гидростатического давления, которое для указанной точки выразится отрезком ab , взятым на горизонтальной прямой, проведенной через точку A , и отсекаемым прямыми

mO и mn . Если вес единицы объема жидкости обозначим через Δ , то это давление в kg на единицу площади будет:

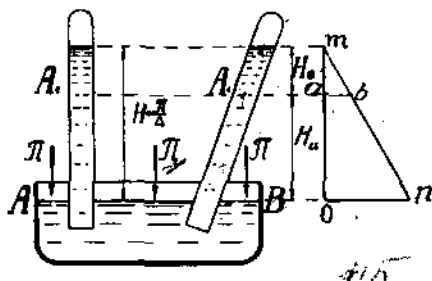
$$p = \Delta H_0 = \Delta \cdot ab.$$

Отложим на горизонтальной прямой от точки m отрезок mm' , изображающий собою в принятом масштабе высоту столба жидкости, определяющую собою атмосферное или вообще внешнее давление π на единицу площади свободной поверхности, и через точку m' проведем прямую $m'n'$, параллельную прямой mn ; тогда прямая $m'n'$ представит собою линию абсолютных давлений. Обозначим величину абсолютного давления на единицу площади через p_a , тогда для точки A это давление будет:

$$p_a = \pi + \Delta H_0 = \Delta(ab + bb') = \Delta \overline{ab'}.$$

Рассмотрим для примера таковой случай: имеется сосуд, наполненный до уровня AB жидкостью (фиг. 15), и в него опущены открытые концы трубок Торричелли; требуется определить в трубках давление на различных глубинах.

Отложивши по горизонтали AB отрезок $On = \mu\pi$, где через π обозначено атмосферное давление на единицу площади свободной поверхности, выраженное в kg , μ — масштабный коэффициент, т.-е. число линейных единиц, изображающих собою 1 kg .



Фиг. 15.



Фиг. 16.

Так как вверху трубок пустота, то прямая mn будет изображать собою закон изменения абсолютных давлений, и для точек A_1 это давление будет:

$$p_a = \Delta H_0 = \frac{\overline{ab}}{\mu},$$

но

$$H_0 + H_n = H = \frac{\pi}{\Delta}$$

или

$$H_0 = H - H_n,$$

а потому

$$p_a = \Delta (H - H_n) = \pi - \Delta H_n = \frac{\overline{ab}}{\mu},$$

т.-е. абсолютное гидростатическое давление равняется давлению атмосферы, уменьшенному на давление столба жидкости высотой, которая соответствует нахождению точки A_1 над свободною поверхностью AB .

Решим еще одну задачу. — Имеется сосуд, внутренняя площадь основания которого $= Q$ (фиг. 16). Сосуд наполнен жидкостью, вес единицы объема коей $= \Delta$, и сверху закрывается поршнем, плотно входящим в суженное горло сосуда. Площадь поперечного сечения поршня $= \omega$, и вес его $= Q$.

Поршень подвергается осевому давлению силы P . Требуется определить давление на дно сосуда. Трением поршня о горло сосуда будем пренебрегать. Давление на единицу площади, производимое поршнем, будет:

$$\frac{P+Q}{\omega}.$$

Если основание поршня от дна сосуда находится на высоте h , то давление на дно сосуда будет:

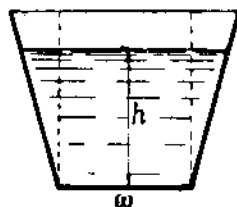
$$\Delta \omega h + \frac{P+Q}{\omega} \cdot \omega = \omega \left[\Delta h + \frac{P+Q}{\omega} \right].$$

Гидростатический парадокс.

10. Определим давление на дно сосуда площадью ω . Если в сосуде имеется жидкость, глубина которой $= h$ (фиг. 17), то на основании формулы (24) давление на дно будет:

$$\omega \pi + \Delta \omega h,$$

но с нижней стороны на дно также давит атмосфера, а потому дно испытывает давление $= \Delta \omega h$. Возьмем сосуды различной формы и обозначим для каждого из них вес жидкости через P и через ω площадь дна (фиг. 18 и 19). Тогда действительное давление на дно в каждом сосуде $= \Delta \omega h$, и

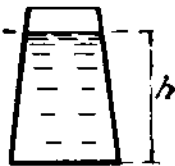


Фиг. 17.

$$\begin{aligned} \text{для сосуда } a \dots \Delta \omega h &< P \\ > > b \dots \Delta \omega h &= P \\ > > c \dots \Delta \omega h &> P. \end{aligned}$$



Фиг. 18.



Фиг. 19.

Сообщающиеся сосуды.

11. Положим, мы имеем два сообщающиеся между собою сосуда A и B , в которых заключаются несмешивающиеся жидкости (фиг. 20). Как мы видели в § 9, эти жидкости должны располагаться слоями. Положим, плотность жидкостей будет m и m' , и соответственно веса единицы объемов — Δ и Δ' .

Проведем поверхность уровня MN , тогда для точек на этой поверхности в сосудах A и B получим следующие давления:

$$\pi + \Delta h \text{ и } \pi + \Delta h'' + \Delta' h'.$$

Эти давления, принадлежа одной поверхности уровня, должны быть равны между собою, а потому:

$$\pi + \Delta h = \pi + \Delta h'' + \Delta' h'$$

или

$$\Delta h = \Delta h'' + \Delta' h',$$

откуда

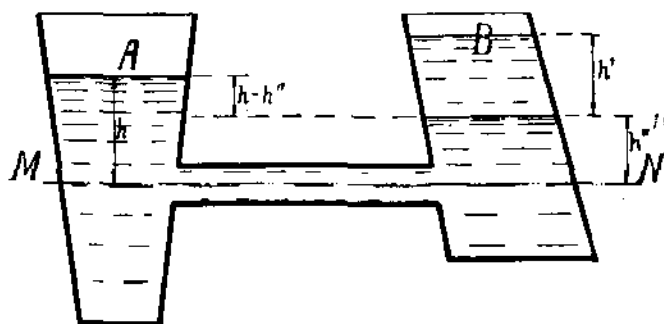
$$\Delta(h - h'') = \Delta' h'$$

и

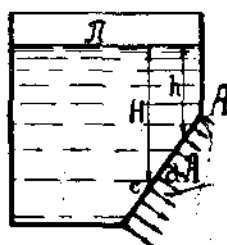
$$\frac{h - h''}{h'} = \frac{\Delta'}{\Delta} = \frac{m'}{m}, \dots \dots \dots (29)$$

т.е. толщины слоев жидкостей, над плоскостью их раздела, должны быть обратно-пропорциональны плотностям.

Само собою разумеется, если $\Delta' = \Delta$, то $h - h'' = h'$, т.е. свободные поверхности одной и той же жидкости, в сообщающихся сосудах, будут находиться в одной горизонтальной плоскости.



Фиг. 20.



Фиг. 21.

Давление на наклонную стенку.

12. Разобьем наклонную стенку, площадь которой $= A$, на элементы dA (фиг. 21). Давление на элемент dA будет (см. форм. 24):

$$p dA = (\pi + \Delta h) dA.$$

Эти силы будут нормальны к наклонной стенке, а потому будут параллельны между собою, и давление на всю стенку будет:

$$R = \int p dA = \pi A + \Delta \int h dA.$$

Если c — центр тяжести площади A , то

$$AH = \int h dA$$

и

$$R = \int p dA = \pi A + \Delta AH, \dots \dots \dots (30)$$

т.е. давление на плоскую негоризонтальную стенку $=$ давлению на такую же по величине площадь свободной поверхности $+$ вес столба жидкости, основанием равного площади стенки, а высотой — глубине погружения центра тяжести c стенки под свободную поверхность.

Как видно, величина давления на наклонную стенку не зависит от угла наклона. Равнодействующая этого давления приложена ниже центра тяжести наклонной площадки, так как, чем ниже взять элемент, тем большее давление он испытывает. Точка приложения равнодействующей называется **центром давления**, который, следовательно, лежит ниже центра тяжести наклонной стенки.

Положение центра давления легко определить, так как давления перпендикулярны к стенке, а, следовательно, параллельны между собою, и вопрос сводится к определению точки приложения равнодействующей параллельных сил.

Давление на криволинейную стенку.

13. В случае криволинейной стенки представляет большой интерес — определить давление на элемент этой стенки и рассмотреть те результаты, какие из этого вытекают. Положим, S криволинейная стенка возьмем в точке O элемент на ее поверхности $d\omega$ (фиг. 22), и проведем плоскость xoz , проходящую через нормаль N в точке O к стенке; тогда давление на площадку $d\omega$ будет:

$$p d\omega.$$

Проекция этого давления на ось x будет:

$$p d\omega \cdot \cos \alpha$$

или

$$p (d\omega \cdot \cos \alpha) \dots \dots \dots (31)$$

но $d\omega \cdot \cos \alpha$ представляет собою проекцию элемента $d\omega$ на плоскость yoz , перпендикулярную к оси ox , а потому, чтобы определить проекцию давления на элемент $d\omega$ — на ось, следует давление помножить на проекцию $d\omega$ на плоскость, перпендикулярную к упомянутой оси. Проекция полного давления на ось x будет:

$$\int p d\omega \cdot \cos \alpha = \int p (d\omega \cdot \cos \alpha) \dots \dots \dots (32)$$

Если мы будем пренебрегать действием силы тяжести на жидкость и будем принимать во внимание только внешнее давление на жидкость, то в этом случае можно считать $p = \text{const.}$, и

$$\int p d\omega \cos \alpha = p \int d\omega \cdot \cos \alpha, \dots \dots \dots (33)$$

т.е. сумма проекций (на какую-либо ось) давлений, испытываемых криволинейною стенкою, равна давлению, помноженному на проекцию стенки на плоскость, перпендикулярную к упомянутой оси.

Давление на сферическое дно сосуда.

14. Положим, имеем цилиндрический резервуар, наполненный до краев жидкостью; требуется определить полное давление на его дно (фиг. 23).

Давление на элемент $d\omega$ в точке n будет:

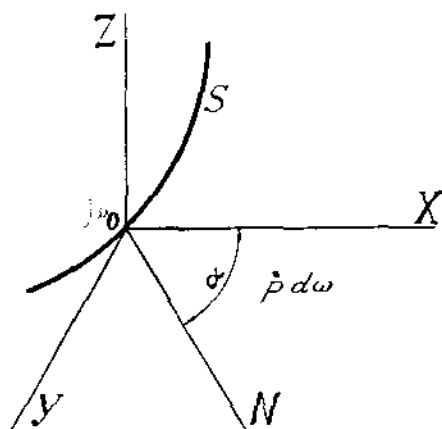
$$\Delta h d\omega.$$

Проекция этого давления на ось yy' будет:

$$\Delta h d\omega \cdot \cos \alpha.$$

Равнодействующая этих давлений, или полное давление на дно будет:

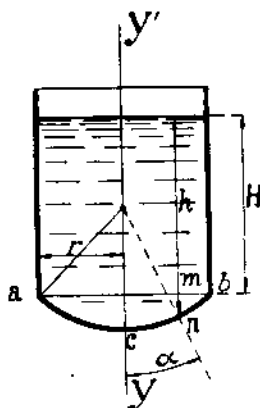
$$R = \int \Delta h d\omega \cdot \cos \alpha = \Delta \int h d\omega \cdot \cos \alpha,$$



Фиг. 22.

где $h = H + mn$, а потому

$$R = \Delta \left[\int H d\omega \cdot \cos \alpha + \int mn \cdot d\omega \cdot \cos \alpha \right] = \Delta \left[H \int d\omega \cdot \cos \alpha + \int mn \cdot d\omega \cdot \cos \alpha \right],$$



Фиг. 23.

но

$$\int d\omega \cdot \cos \alpha = \pi r^2,$$

а потому

$$R = \Delta H \pi r^2 + \Delta \int mn \cdot d\omega \cdot \cos \alpha \dots (34)$$

$\int mn \cdot d\omega \cdot \cos \alpha$ представляет собою объем сферического сегмента acb ; обозначая его через v , получим:

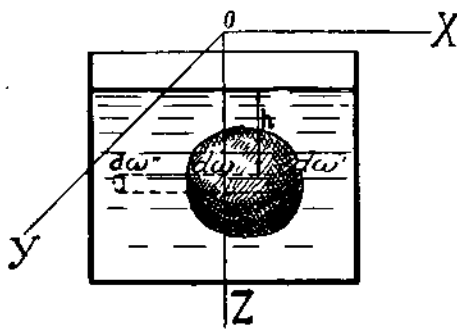
$$R = \Delta (\pi r^2 H + v), \dots (35)$$

т.е. давление на дно = весу жидкости, заключенной в резервуаре.

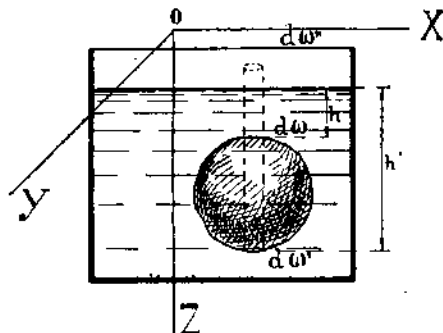
Равновесие плавающего твердого тела.

15. Положим, твердое тело погружено в сосуд с однородною жидкостью; определим условия его равновесия (фиг. 24). Возьмем элементарные площадки $d\omega$ и $d\omega'$, которые образуются пересечением цилиндра с поверхностью тела, при чем производящая цилиндра параллельна оси x ; давления жидкости на площадки будут:

$$\Delta h d\omega \text{ и } \Delta h' d\omega'.$$



Фиг. 24.



Фиг. 25.

Спроектируем эти давления на ось x ; полагая проекции $d\omega$ и $d\omega'$ на плоскость $yo z$ равными $d\omega''$, на основании выражения (31) можем написать, что искомые проекции будут:

$$\Delta h d\omega'' \text{ и } -\Delta h' d\omega''.$$

Как видно, проекции имеют одинаковые величины и разные знаки, а потому сумма этих проекций = 0. К такому же точно заключению мы придем, определяя проекции на ось y .

Следовательно, давление жидкости на наше тело будет направлено вертикально.

Проектируя давления на элементарные площадки на ось oz (фиг. 25), получим:

$$+\Delta h d\omega'' \text{ и } -\Delta h' d\omega'';$$

равнодействующая этих давлений направлена обратно силе тяжести и будет равна:

$$-\Delta(h' - h) d\omega''.$$

Сумма подобных давлений = проекции полного давления на ось z ; она будет:

$$-\Sigma \Delta(h' - h) d\omega'' \dots \dots \dots (36)$$

и представляет вес вытесненной телом жидкости (закон Архимеда).

Если объем тела равен v , то вес вытесненной телом жидкости будет:

$$\Delta v.$$

Если обозначим через p вес тела, то при

$$p > \Delta v$$

равновесия не может быть — и тело опускается на дно; если же

$$p < \Delta v,$$

то тело будет плавать, при чем погруженная в жидкость часть тела вытесняет объем жидкости, вес которого = весу p тела; при этом сила Δv , равная весу вытесненного объема жидкости, должна быть равна и по направлению прямо-противоположна силе p , представляющей собою вес тела.

Решим несколько задач.



Фиг. 26.

а) В призматический сосуд (фиг. 26), наполненный до высоты h жидкостью, погружается тело весом Q . Вес жидкости в сосуде = Q_1 , а вес самого сосуда = Q_2 . Определить величину давления сосуда на подставку.

Если V = объему погружаемого тела, то от него давление на подставку = $Q - \Delta V$. При погружении указанного тела в жидкость, уровень ее поднимается на высоту

$h_1 = V : \Omega$, где Ω = площади поперечного сечения сосуда; а потому давление жидкости на дно сосуда будет:

$$\Delta \Omega(h + h_1) = Q_1 + \Delta V.$$

Полное давление на подставку будет:

$$(Q - \Delta V) + (Q_1 + \Delta V) + Q_2 = Q + Q_1 + Q_2,$$

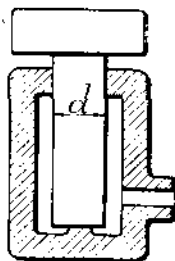
т.е. подставка будет испытывать давление, равное сумме весов: тела, сосуда и жидкости, заключающейся в последнем.

б) Имеется аккумулятор, заключающий поршень диаметра d (фиг. 27). Положим, давление жидкости на единицу площади поршня, при его нижнем положении, равняется p . На трение в сальнике, положим, уходит 3% от полного давления на поршень в конце подъема его.

Если ход поршня = h , то как велико полное давление на поршень в конце его подъема?

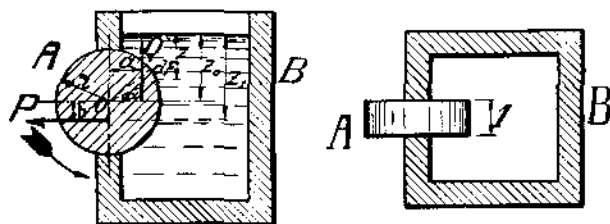
Так как объем, вытесняемый поршнем при переходе его из верхнего положения в нижнее, равняется $\frac{1}{4}\pi d^2 \cdot h$, то полное давление на поршень при верхнем его положении будет:

$$P = \frac{\pi d^2}{4} (p - \Delta h) (1 - 0,03).$$



Фиг. 27.

в) Основываясь на законе Архимеда, многие предлагают устроить вечный двигатель (Perpetuum mobile). Укажем на одно из таких предложений: положим, половина цилиндра A , могущего вращаться около оси O , входит в сосуд B , наполненный жидкостью (фиг. 28); погруженная в жид-



Фиг. 28.

кость часть цилиндра A теряет в весе, а потому предполагают, что цилиндр должен вращаться по направлению стрелки; докажем, что это невозможно.

Примем высоту цилиндра $= 1$.

Величина давления Q жидкости, действующей

щего в вертикальном направлении, дает момент относительно оси O :

$$Q \cdot a = M_1.$$

Величина давления P жидкости, действующего в горизонтальном направлении, дает момент:

$$P \cdot b = M_2.$$

Цилиндр будет находиться в покое, если

$$M_1 = M_2.$$

Докажем справедливость последнего равенства.

$$Q = \frac{\pi r^2}{2} \cdot \Delta \text{ и } a = \frac{4}{3} \cdot \frac{r}{\pi},$$

а потому

$$M_1 = \frac{2}{3} r^3 \cdot \Delta.$$

Горизонтальная составляющая давления на элемент поверхности dF равняется:

$$\Delta \cdot z \cdot dF \cdot \cos \alpha = \Delta z \, dz,$$

а потому

$$P = \int_{z_0-r}^{z_0+r} \Delta z \, dz = 2r \Delta z_0$$

и

$$P \cdot z_1 = \int_{z_0-r}^{z_0+r} \Delta z^2 \, dz = \Delta \left[\frac{z^3}{3} \right]_{z_0-r}^{z_0+r},$$

откуда

$$z_1 = P \cdot z_1 : P = z_0 + \frac{1}{3} \frac{r^2}{z_0}.$$

Зная z_1 , определим b :

$$b = z_1 - z_0 = \frac{1}{3} \frac{r^2}{z_0}$$

и

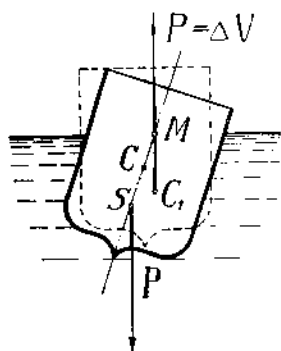
$$M_2 = P \cdot b = \frac{2}{3} r^3 \cdot \Delta.$$

Следовательно:

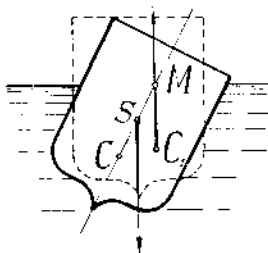
$$M_1 = M_2.$$

К этому же заключению можно было прийти прямыми рассуждениями. Нам уже известно, что давления жидкости должны быть направлены нормально к поверхности цилиндра A , а потому равнодействующая этих давлений пройдет через ось цилиндра — и момент ее относительно указанной оси будет равняться нулю; следовательно, цилиндр должен находиться в равновесии.

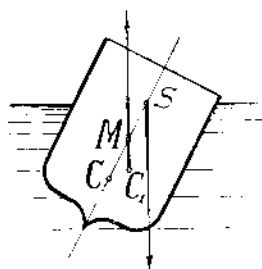
Из всего вышесказанного вытекает, что давление на поверхность тела, погруженного в тяжелую капельную жидкость, производит давление, образующее так называемую подъемную силу, которую можно рассматривать, как равнодействующую параллельных сил, точка приложения коей называется центром давления жидкости, или центром водовмещения. Так как каждый элемент тела может быть рассматриваем отдельно — и для каждой такой части условия равновесия одинаковы, то центр давления жидкости является в то же время и центром тяжести жидкости, занимающей объем, вытесняемый погружаемым в нее телом.



Фиг. 29.



Фиг. 30.



Фиг. 31.

Равновесие плавающего тела возможно лишь в том случае, когда, как это нами было указано, подъемная сила ΔV равна и прямо-противоположна весу тела P . Отсюда ясно, что для равновесия необходимо, чтобы центр давления лежал на вертикальной оси, проходящей через центр тяжести плавающего тела. На этом основании, если мы будем рассматривать плавающее тело, имеющее плоскость симметрии, то в этой плоскости должны располагаться центр тяжести тела S и центр давления C . Они могут иметь различные положения по отношению друг-к-другу.

В наклоненных положениях тела, представленных на фиг. 29 и 30, центр давления C займет иное положение и, допустим, переместится в C_1 . Вес P тела и подъемная сила ($\Delta V = P$) образуют, при указанных положениях тела, пары сил, которые будут возвращать тело в первоначальные положения, указанные пунктиром. При расположении центра тяжести тела и центра давления, показанных на фиг. 31, образующаяся пара сил будет способствовать большему крену и опрокидыванию тела.

Как видно, то или иное действие пары сил зависит от положения точки M — точки пересечения направления подъемной силы и оси, соединяющей центры C и S . Для устойчивого равновесия или устойчивости (стойчивости) необходимо, чтобы точка M , так называемый метациентр, находилась выше центра тяжести S тела.

Рассмотрим условия равновесия твердого тела, плавающего в тяжелой капельной жидкости. Положим, у нас имеется плавающее тело, поперечный разрез которого представлен на фиг. 32. Положим, тело, имеющее плоскость

симметрии EF , наклонилось на угол α . Предположим, что первоначальное положение плоскости плавания, т.-е. сечения плавающего тела свободной поверхностью жидкости, обозначено на чертеже линией AB , и эта плоскость при наклоне переместилась в положение A_1B_1 . Пересечение этих плоскостей будет происходить по прямой линии, след которой на чертеже изобразится точкою O . Пусть C — центр давления жидкости при первоначальном положении тела, и S — центр тяжести тела. При рассматриваемом наклоненном положении тела метацентр находится в точке M . Объем части тела, ограниченный обводом AGB , обозначим через V . Через C_1 обозначим положение сместившегося при наклоне центра давления. Так как при всяком положении тела объем вытесняемой им жидкости должен быть одинаков, то, обозначая через W объем заштрихованной части тела A_1GBO и через v_1 и v_2 объемы клиновидных частей тела AOA_1 и B_1OB , будем иметь следующее равенство:

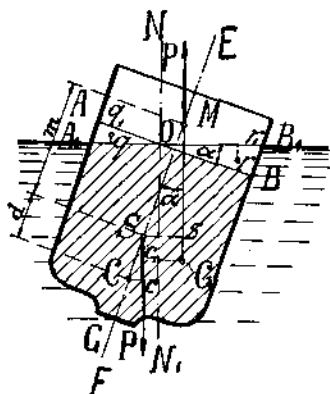
$$\text{об. } AGB = \text{об. } A_1GB_1 = \text{об. } A_1GBO + \text{об. } AOA_1 = \text{об. } A_1GBO + \text{об. } B_1OB$$

или

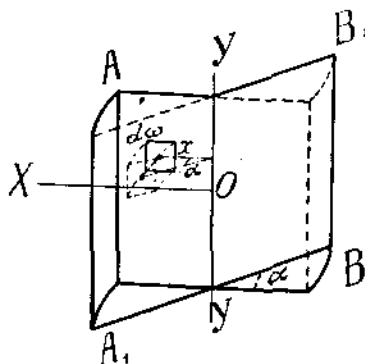
$$V = W + v_1 = W + v_2,$$

из которого видно, что

$$v_1 = v_2.$$



Фиг. 32.



Фиг. 33.

Обозначим эти равные объемы клиновидных частей тела через v . Проведем через линию пересечения плоскостей AB и A_1B_1 , а на чертеже через точку O , вертикальную плоскость NN_1 и определим относительно нее моменты объема заштрихованной части тела, при том и другом положении последнего, рассматривая первоначально эту часть объема тела—как разность объемов A_1GB_1 и B_1OB , а затем—как разность объемов AGB и AOA_1 ; тогда получим:

$$V \cdot (\overline{C_1c_1}) - v \cdot (\overline{Or_1}) = V \cdot (-\overline{Cc}) - v \cdot (-\overline{Oq_1}),$$

где отрезки $\overline{C_1c_1}$, $\overline{Cc}$, $\overline{Or_1}$ и $\overline{Oq_1}$ изображают собою расстояния центров тяжести C_1 , C , r и q соответствующих объемов от плоскости NN_1 .

Из вышеприведенного равенства получим:

$$V(\overline{C_1c_1} + \overline{Cc}) = v(\overline{Oq_1} + \overline{Or_1}),$$

но

$$\overline{C_1c_1} + \overline{Cc} = \overline{CM} \sin \alpha = (m + d) \sin \alpha,$$

а потому

$$V(m + d) \sin \alpha = v(\overline{Oq_1} + \overline{Or_1}) \dots \dots \dots (37)$$

Выберем две координатные оси, одну — Y , совпадающую с линией пересечения плоскостей плавания, а другую — X , расположенную в плоскости AB и направленную перпендикулярно к оси Y . Разобьем клинообразные объемы AOA_1 и B_1OB на элементарные призмы с основаниями площадью $d\omega$ и высотами $x \cdot \alpha$ (фиг. 33), где x — расстоянием центров тяжести площадок $d\omega$ от оси Y ; тогда объем каждой такой элементарной призмы может быть принят равным:

$$\alpha \cdot x \cdot d\omega$$

и

$$v = \int \alpha x d\omega = \alpha \int x d\omega.$$

Зная объемы AOA_1 и B_1OB , легко найти моменты их относительно плоскости NN_1 и значение выражения второй части равенства (37):

$$v(\overline{Oq_1} + \overline{Or_1}) = \alpha \int x^2 \cdot d\omega.$$

Угол α обыкновенно небольшой, а потому его можно будет заменить синусом угла α . выражение же $\int x^2 d\omega$ представляет собою момент инерции сечения судна плоскостью плавания относительно оси Y ; обозначая этот момент через I_y , можем представить предыдущее выражение в следующем виде:

$$v(\overline{Oq_1} + \overline{Or_1}) = I_y \cdot \sin \alpha.$$

Подставляя это выражение в равенство (37), получим:

$$V(m + d) \sin \alpha = I_y \cdot \sin \alpha$$

или

$$V(m + d) = I_y.$$

откуда

$$m = \frac{I_y}{V} - d \dots \dots \dots (38)$$

Имея выражение для m , легко найти момент M_n пары сил, возвращающий тело в первоначальное положение:

$$M_n = P \cdot \overline{Ss} = P \cdot m \cdot \sin \alpha = P \left(\frac{I_y}{V} - d \right) \sin \alpha \dots \dots \dots (39)$$

где P — весу плавающего тела = величине подъемной силы ΔV . Как видно, чем больше величина m , тем сильнее стремление тела возвратиться в первоначальное положение, т.е. тем более устойчиво тело, другими словами — величина m , или так называемая метацентрическая высота, может служить мерою устойчивости плавающего тела: если $m > 0$, то получается равновесие устойчивое; если $m < 0$, что будет, когда точка M расположится ниже точки S , то получается неустойчивое равновесие; и при $m = 0$, т.е. когда точки M , S и C совпадают, равновесие будет безразличное, как, например, это имеет место для шара.

Укажем здесь, что расстояние между метацентром M и центром C давления называют метацентрическим радиусом.

Если величина d имеет отрицательное значение, что будет в том случае, когда центр тяжести S плавающего тела лежит ниже центра давления C (фиг. 29), то разность $\frac{I_y}{V} - d$ обращается в сумму $\frac{I_y}{V} + d$, и m будет всегда более нуля, т.е. плавание тела получается устойчивым при всякой его форме.

Указанными выше соображениями руководствуются при определении боковой устойчивости (или остойчивости) плавающего судна. Если бы требовалось произвести проверку устойчивости судна при килевом наклонении, то пришлось бы определять момент инерции сечения плоскостью плавания относительно главной оси X , и в этом случае:

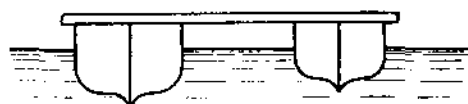
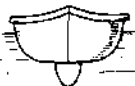
$$M_n = P \left(\frac{I_x}{V} - d \right) \sin \alpha \dots \dots \dots (40)$$

При длинном судне этот момент I_x имеет значительно большую величину, чем момент инерции I_y относительно продольной оси Y , и потому при килевой качке метацентрическая высота m становится более значительной, и в продольном направлении устойчивость судна получается более поперечной, или боковой, устойчивости.

Если бы рассматривали тело, вполне погруженное в жидкость, то при весе его, равном весу вытесняемой воды, возможно также достигнуть устойчивого равновесия: для этого достаточно, чтобы центр тяжести тела и центр давления лежали на одной вертикальной прямой, и притом центр тяжести тела лежал ниже центра давления.



Фиг. 34.



Фиг. 35.

Увеличить устойчивость плавающего тела можно или понижением центра тяжести его, снабжая его, например, тяжелым килем (фиг. 34), или соединением плавающих тел, располагаемых на некотором расстоянии друг от друга (фиг. 35). В последнем случае два плавающих тела следует рассматривать как одно, и, вследствие указанного расположения их, момент инерции I_y значительно увеличивается, а вместе с тем происходит увеличение значения m , влекущее за собою увеличение M_n ¹⁾.

¹⁾ Более подробные сведения по рассматриваемому вопросу можно найти в соч. M. Rühlmann: Hydromechanik. Erstes Heft. 1879.

ГИДРОДИНАМИКА.

Дифференциальные уравнения движения (Эйлера).

16. Движение сплошного деформирующегося тела будет нам известно, если имеется возможность перейти от начальных координат всякой точки тела к координатам в любой момент времени. Давление, плотность, скорость и проч. должно рассматривать как функции координат x, y, z и времени t . По смыслу решаемого вопроса переменные x, y, z и t могут рассматриваться или как независимые переменные, или первые три из них — как функции t . Чем проще вид функции, тем она удобнее для приложений, наиболее же простая зависимость — зависимость между силами и скоростями, так как она выражается дифференциальными уравнениями 1-го порядка. Мы уже упомянули, что скорость будет функцией переменных x, y, z и t , т.-е.

$$V = f(x, y, z, t) \dots \dots \dots (41)$$

Если мы желаем найти скорости различных частиц жидкости, проходящих через определенную точку, определяемую координатами, то следует в уравнении (41), сохраняя для координат x, y и z определенные значения, переменной t придавать различные значения. Наоборот, сохраняя определенное значение для t и придавая различные значения переменным x, y и z — мы будем определять в данный момент скорости различных частиц жидкости. Наконец, желая определить скорости одной и той же частицы жидкости в различные моменты времени, при движении ее по определенной траектории, мы должны придавать различные значения t и переменным x, y и z , которые в этом случае связаны уравнением траектории. Положим, частица жидкости перемещается по некоторой траектории, и положение частицы во время t определяется координатами x, y и z ; затем дадим времени t некоторое приращение dt ; тогда частица переместится, пройдет путь ds , и положение ее будет определяться координатами $x + dx, y + dy$ и $z + dz$. Само собою разумеется, dx, dy и dz будут проекциями перемещения ds . Если мы через V обозначим скорость, через u, v и w — проекции скорости на оси x, y и z , т.-е.

$$u = V \cos(V, x), v = V \cos(V, y) \text{ и } w = V \cos(V, z),$$

то

$$u = \frac{dx}{dt}, v = \frac{dy}{dt} \text{ и } w = \frac{dz}{dt} \dots \dots \dots (42)$$

Полная производная скорости по времени будет:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial V}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt} + \frac{\partial V}{\partial z} \cdot \frac{dz}{dt} \dots \dots \dots (43)$$

*) $\frac{dV}{dt}$ обозначает полную производную, $\frac{\partial V}{\partial t}$ — частную.

Рассматривая движение частицы по траектории, подставим значения (42), тогда получим:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} \cdot u + \frac{\partial V}{\partial y} \cdot v + \frac{\partial V}{\partial z} \cdot w \dots \dots \dots (44)$$

Рассматривая и давление как функцию переменных t, x, y и z , точно таким же образом найдем полную производную его:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} \cdot u + \frac{\partial p}{\partial y} \cdot v + \frac{\partial p}{\partial z} \cdot w \dots \dots \dots (45)$$

Определяя в § 5 условия равновесия бесконечно-малого параллелепипеда (фиг. 4), мы нашли, что проекции сил, к нему приложенных, будут:

$$p \, dy \, dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dy \, dz + mX \, dx \, dy \, dz$$

$$p \, dx \, dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial y} dy \right) dx \, dz + mY \, dx \, dy \, dz$$

$$p \, dx \, dy - \left(p + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) dx \, dy + mZ \, dx \, dy \, dz$$

или после сокращения:

$$\left. \begin{aligned} dx \, dy \, dz \left(mX - \frac{\partial p}{\partial x} \right) \\ dx \, dy \, dz \left(mY - \frac{\partial p}{\partial y} \right) \\ dx \, dy \, dz \left(mZ - \frac{\partial p}{\partial z} \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (46)$$

Разделяя эти величины на массу параллелепипеда $m \cdot dx \cdot dy \cdot dz$, получим проекции ускорения равнодействующей силы:

$$\left. \begin{aligned} X - \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \\ Y - \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} \\ Z - \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (47)$$

В случае движения, по началу д'Аламбера, должно быть:

$$X - \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{du}{dt} = 0$$

$$Y - \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{dv}{dt} = 0$$

$$Z - \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{dw}{dt} = 0$$

или

$$\left. \begin{aligned} X - \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot u + \frac{\partial u}{\partial y} \cdot v + \frac{\partial u}{\partial z} \cdot w \\ Y - \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} &= \frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} \cdot u + \frac{\partial v}{\partial y} \cdot v + \frac{\partial v}{\partial z} \cdot w \\ Z - \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} &= \frac{dw}{dt} = \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial x} \cdot u + \frac{\partial w}{\partial y} \cdot v + \frac{\partial w}{\partial z} \cdot w \end{aligned} \right\} \dots (48)$$

Эти уравнения были выведены Эйлером и называются общими уравнениями движения, они применимы в случае совершенной жидкости, в которой отсутствует трение частиц между собою и о поверхность¹⁾.

Этими уравнениями можно пользоваться при определении движения какой угодно частицы жидкости по своей траектории.

Уравнение неразрывности массы.

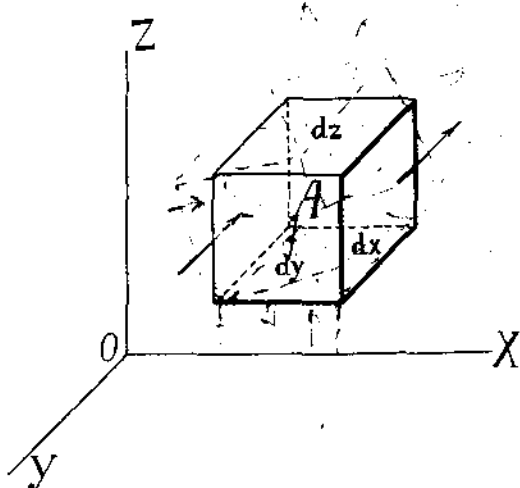
17. В уравнения (48) входят пять неизвестных m , p , u , v и w ; следовательно, для определения их недостаточно указанных трех уравнений, и приходится делать некоторые допущения.

Обыкновенно в гидродинамике рассматривается только движение жидкости сплошной, т.е. жидкости, внутри которой не образуется пустот и, следовательно, не происходит разрыва струй. Выделим в жидкости бесконечно-малый параллелепипед с ребрами dx , dy и dz ; допустим, что положение параллелепипеда в пространстве не меняется; следовательно, и координаты точки A не меняются (фиг. 36). Положим, через грань, площадью $= dy \cdot dz$, вливается во время dt объем жидкости, который $=$ объему наклонной призмы с ребрами dy , dz и Vdt , где V скорость. Высота призмы $= Vdt \cdot \cos(V, x)$ ($=$ проекции на ось x). Следовательно, объем втекающей жидкости $= dy \cdot dz \cdot V \cdot dt \cdot \cos(V, x) = dy \cdot dz \cdot dt \cdot V \cdot \cos(V, x) = dy \cdot dz \cdot dt \cdot u$, масса которого $= m \cdot u \cdot dy \cdot dz \cdot dt$.

Предполагая, что нет быстрых изменений скоростей, можно определить массу вытекающей жидкости из грани, площадью $= dy \cdot dz$. Эта масса, в силу сделанного предположения, может отличаться только бесконечно-малой величиной от массы втекающей, и так как абсцисса грани вытекания $= x + dx$, то масса вытекающей жидкости будет:

$$\left(mu + \frac{\partial(mu)}{\partial x} dx \right) dy \cdot dz \cdot dt.$$

¹⁾ Из ур-ния (48) можно получить общие уравнения равновесия (5) — полагая $\frac{du}{dt} = 0$, $\frac{dv}{dt} = 0$ и $\frac{dw}{dt} = 0$.



Фиг. 36.

И приращение массы внутри параллелепипеда, вследствие движения по направлению оси x , будет:

$$mu \cdot dy \, dz \, dt, - \left(mu + \frac{\partial(mu)}{\partial x} dx \right) dy \, dz \, dt$$

или

$$- \frac{\partial(mu)}{\partial x} dx \, dy \, dz \, dt.$$

То же самое мы можем сказать и о массах, входящих и выходящих через площадки $dx \cdot dz$ и $dx \cdot dy$. Рассматривая эти движения, найдем приращение масс внутри параллелепипеда:

$$- \frac{\partial(mv)}{\partial y} dx \, dy \, dz \, dt$$

и

$$- \frac{\partial(mw)}{\partial z} dx \, dy \, dz \, dt.$$

Сумма этих приращений = общему приращению массы внутри параллелепипеда (в зависимости от времени), т.-е. должна равняться

$$\frac{\partial m}{\partial t} dt \cdot dx \, dy \, dz$$

или

$$\frac{\partial m}{\partial t} dt \, dx \, dy \, dz = - \left(\frac{\partial(mu)}{\partial x} + \frac{\partial(mv)}{\partial y} + \frac{\partial(mw)}{\partial z} \right) dx \, dy \, dz \, dt;$$

после сокращения получим:

$$\frac{\partial m}{\partial t} = - \frac{\partial(mu)}{\partial x} - \frac{\partial(mv)}{\partial y} - \frac{\partial(mw)}{\partial z}$$

или

$$\frac{\partial m}{\partial t} + \frac{\partial(mu)}{\partial x} + \frac{\partial(mv)}{\partial y} + \frac{\partial(mw)}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (49)$$

Это четвертое уравнение и есть уравнение сплошности, или неразрывности, массы жидкости. Ур. (49) одинаково применимо как к капельным жидкостям, так и к газам, но оно принимает более простой вид для капельных жидкостей. Это уравнение можно еще написать иначе:

$$\frac{\partial m}{\partial t} + \frac{\partial m}{\partial x} u + \frac{\partial m}{\partial y} v + \frac{\partial m}{\partial z} w + m \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0 \dots\dots (50)$$

Принимая капельную жидкость несжимаемой, и будет ли она однородна, или неоднородна — безразлично, мы должны положить $\frac{dm}{dt} = 0^1$), а тогда должно быть:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{\partial m}{\partial t} + \frac{\partial m}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial m}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial m}{\partial z} \frac{dz}{dt} = 0,$$

но

$$\frac{dx}{dt} = u, \frac{dy}{dt} = v \text{ и } \frac{dz}{dt} = w,$$

¹⁾ Если жидкость будет однородна, то $m = \text{const.}$, если же жидкость неоднородна, то m , будучи различна для различных частиц, будет постоянна для одной и той же частицы при ее движении по своей траектории.

а потому

$$\frac{\partial m}{\partial t} + \frac{\partial m}{\partial x} u + \frac{\partial m}{\partial y} v + \frac{\partial m}{\partial z} w = 0, \dots \dots \dots (51)$$

а, следовательно, и

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \dots \dots \dots (52)$$

т.-е. ур. (50) распадается на два уравнения, (51 и 52), из которых при $\frac{dm}{dt} = 0$, т.-е. для капельных жидкостей, остается только одно уравнение (52).

Само собою разумеется, в этом случае должен быть известен род жидкости.

Если имеем жидкость газообразную, то следует еще присоединить уравнение, указанное в § 5 и выражающее закон Mariotte и Gay-Lussac:

$$m = \frac{Kp}{1 + \alpha\Theta} \dots \dots \dots (53)$$

Когда температура газа Θ постоянна, то, как это мы уже видели, ур. (53) можно представить в более простой форме (см. форм. 11):

$$m = kp.$$

Итак, для определения неизвестных мы имеем ур. (48) и (49) или (52), затем для однородной жидкости принимаем $m = \text{const.}$, а для неоднородной, как это было указано, имеем $\frac{dm}{dt} = 0$ или полагаем, что m изменяется согласно какому-либо определенному закону. При интегрировании уравнений войдут постоянные произвольные величины или произвольные функции, которые можно определить, рассматривая частицы, лежащие на поверхности, ограничивающей жидкость. К сожалению, эти уравнения настолько неудобны, как говорит Лагранж¹⁾, что только в некоторых, очень ограниченных, случаях удается их решение.

Уравнения Эйлера (48) можно представить в другом виде, если за независимые переменные принять время t и координаты a, b, c какой-либо частицы жидкости, соответствующие определенному мгновению t_0 , т.-е. положить:

$$x = f(a, b, c, t); y = f_1(a, b, c, t) \text{ и } z = f_2(a, b, c, t) \dots \dots (54)$$

Исключая из этих уравнений время t , получим уравнение траектории рассматриваемой частицы жидкости; придавая же различные значения величинам a, b и c — получим уравнения траекторий для других частиц жидкости. Само собою разумеется, принимая за независимые переменные величины a, b, c и t , — мы должны рассматривать u, v, w, p и m также как функции этих переменных.

Помножаем каждое из уравнений Эйлера (48) последовательно 1-е на $\frac{\partial x}{\partial a}$, 2-е на $\frac{\partial y}{\partial a}$ и 3-е на $\frac{\partial z}{\partial a}$ и складывая все уравнения, затем помножая

¹⁾ Malheureusement, ces équations sont si rebelles, qu'on n'y a réussi que dans quelques cas très-limités (M. Bresse).

1-е на $\frac{\partial x}{\partial b}$, 2-е на $\frac{\partial y}{\partial b}$ и 3-е на $\frac{\partial z}{\partial b}$ и опять складывая и, наконец, помножая 1-е на $\frac{\partial x}{\partial c}$, 2-е на $\frac{\partial y}{\partial c}$ и 3-е на $\frac{\partial z}{\partial c}$ и складывая — получим следующие уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{du}{dt} - X \right) \frac{\partial x}{\partial a} + \left(\frac{dv}{dt} - Y \right) \frac{\partial y}{\partial a} + \left(\frac{dw}{dt} - Z \right) \frac{\partial z}{\partial a} + \frac{1}{m} \frac{\partial p}{\partial a} &= 0 \\ \left(\frac{du}{dt} - X \right) \frac{\partial x}{\partial b} + \left(\frac{dv}{dt} - Y \right) \frac{\partial y}{\partial b} + \left(\frac{dw}{dt} - Z \right) \frac{\partial z}{\partial b} + \frac{1}{m} \frac{\partial p}{\partial b} &= 0 \\ \left(\frac{du}{dt} - X \right) \frac{\partial x}{\partial c} + \left(\frac{dv}{dt} - Y \right) \frac{\partial y}{\partial c} + \left(\frac{dw}{dt} - Z \right) \frac{\partial z}{\partial c} + \frac{1}{m} \frac{\partial p}{\partial c} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

Эти уравнения движения предложены были Лагранжем. Применяя эти уравнения, понятно, следует соответственно изменить ур. (49), т.е. уравнение сплошности или неразрывности массы жидкости.

Установившееся движение.

18. Положим, что имеем дело с установившимся движением, т.е. с таким движением, при котором в определенной точке пространства плотность, давление и скорость с течением времени не меняются, но в различных точках пространства могут иметь разные величины, т.е. упомянутые величины — функции только координат, тогда:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 0, \frac{\partial v}{\partial t} = 0, \frac{\partial w}{\partial t} = 0, \frac{\partial p}{\partial t} = 0, \frac{\partial m}{\partial t} = 0.$$

Точно так же положим, что

$$Xdx + Ydy + Zdz$$

есть дифференциальная функция только координат, т.е.

$$Xdx + Ydy + Zdz = dT. \quad (56)$$

где T — функция координат x, y, z .

Помножая ур. (48) соответственно на dx, dy и dz и складывая их, получим:

$$dT - \frac{1}{m} \left(\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) = udu + vdv + wdw,$$

но p не зависит от времени, а потому $\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz$ — полный дифференциал и $= dp$; подставляя это значение, получим:

$$dT - \frac{1}{m} dp = udu + vdv + wdw. \quad (57)$$

С другой стороны, V есть скорость в рассматриваемой точке и

$$V^2 = u^2 + v^2 + w^2.$$

Дифференцируя, получим:

$$VdV = udu + vdv + wdw. \quad (58)$$

Сравнивая ур. (57) с ур. (58), получим:

$$dT - \frac{1}{m} dp = VdV. \quad (59)$$

Пользуясь этим уравнением, надо помнить, что дифференциалы dT , dp и dV соответствуют элементарному перемещению ds , взятому на траектории одной из частиц.

Интегрирование уравнения (59) становится возможным и даже легким, когда считаем жидкость однородною, а если имеем дело с газом, то полагая температуру его постоянною. В первом случае m — постоянна, и ур. (59) после интегрирования принимает вид:

$$T - \frac{p}{m} - \frac{1}{2} V^2 = \text{const.} \quad (60)$$

Переменяя знаки, получим:

$$\frac{1}{2} V^2 + \frac{p}{m} - T = \text{const.} \quad (61)$$

Во втором случае (газ) принимаем:

$$m = kp,$$

тогда

$$T - \frac{1}{k} \log nat p - \frac{1}{2} V^2 = \text{const.} \quad (62)$$

Следует иметь в виду, что выражения (60) или (61) и (62) применимы только для точек, через которые проходит частица при своем движении. Этими выражениями удобно пользоваться в том случае, когда траектория, описываемая частицею при своем движении, известна.

Уравнение (61) выражает собою закон сохранения энергии: сумма кинетической энергии (живой силы) точки или системы точек и потенциальной энергии (запаса работы действующих сил) есть величина постоянная.

Первый член ур. (61) выражает живую силу единицы массы жидкости; действительно:

$$\frac{MV^2}{2} : M = \frac{V^2}{2},$$

где M — масса жидкости.

Посмотрим, что представляет собою 2-й член уравнения $\frac{p}{m}$. Если на длине s струйки возьмем элемент жидкости, масса которого $= dM$, поперечное сечение $= d\omega$ и длина $= ds$, то:

$$dM = m \cdot d\omega \cdot ds.$$

При установившемся движении гидродинамическое давление p — функция только пути s . На грани элемента струйки производят давление силы:

$$p \cdot d\omega, - \left(p + \frac{dp}{ds} ds \right) d\omega$$

и силы, нормальные к элементу ds . Сумма работ их, при перемещении на величину ds , будет:

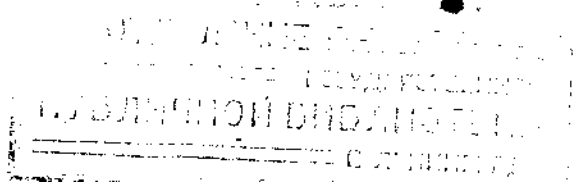
$$p \cdot d\omega \cdot ds - \left(p + \frac{dp}{ds} ds \right) d\omega \cdot ds = - dp \cdot d\omega \cdot ds$$

или, так как из предыдущего равенства

$$d\omega \cdot ds = \frac{dM}{m},$$

то

$$- dp \cdot d\omega \cdot ds = - dM \frac{dp}{m}.$$



Израсходованная работа, отнесенная к единице массы, будет:

$$-dM \frac{dp}{m} : dM = -\frac{dp}{m},$$

приращение же запаса работы будет:

$$+\frac{dp}{m},$$

и

$$\frac{p}{m} = \int \frac{dp}{m}$$

выражает приращение энергии внутреннего давления, или превышение энергии при давлении p над энергией, соответствующей давлению, которое обращает интеграл в нуль.

Теперь посмотрим, что представляет собою последний член ур. (61) — T . Положим, в некоторой точке приложена объемная, отнесенная к единице массы, сила R , и перемещение точки под действием силы R равняется ds .

Выражая работу силы через работу составляющих, получим:

$$Rds \cdot \cos(R, ds) = Xdx + Ydy + Zdz.$$

Сравнивая это уравнение с ур. (56), видим, что

$$Rds \cdot \cos(R, ds) = dT.$$

Следовательно, dT выражает элементарную работу, произведенную внешней объемною силою R (отнесенною к единице массы), т.е. расход энергии, а $(-dT)$ выражает приращение энергии, так что $(-T)$ выражает собою запас работы внешней объемной силы, или превышение энергии над энергией, коей потенциал $T=0$.

Итак, 1-й член уравнения (61) представляет собою кинетическую энергию, 2-й и 3-й — потенциальную, а все уравнение выражает собою закон сохранения энергии, как это и было указано.

Рассматривая движения действительных, несовершенных жидкостей, приходится встречаться с различного рода сопротивлениями — гидравлическими сопротивлениями, или гидравлическим трением. Принимая во внимание гипотезу Ньютона и опыты Дюбуа, Герстнера, Жирара и Пуазейля, можно установить, что гидравлическое трение подчинено следующим законам:

- 1) является линейною функцией относительной скорости, прямо-пропорционально ей и при покое $= 0$,
- 2) не зависит от давления¹⁾,
- 3) прямо-пропорционально величине поверхности соприкосновения,
- 4) зависит от свойств жидкости и прямо-пропорционально весу единицы объема жидкости или, правильнее, плотности, и
- 5) зависит от температуры и с повышением ее уменьшается.

Принимая гипотезу Ньютона, что внутренние гидравлические трения — линейные функции относительных скоростей, Навье ввел в уравнения движения жидкости члены, зависящие от этих трений²⁾.

¹⁾ Позднейшие исследования показали, что гидравлическое трение вообще зависит от давления и для некоторых жидкостей (скинпидар, спирт и др.) с увеличением давления возрастает, а для других (вода, глицерин и др.) — убывает, но в общем эти отклонения имеют незначительную величину.

²⁾ См. Курс гидравлики Н. А. Евневича, 1891, стр. 81, и M. Bresse: Cours de Mécanique appliquée, 1897, стр. 29.

Обратимся к дифференциальному уравнению установившегося движения (59):

$$dT - \frac{dp}{m} = V dV,$$

которое можно написать иначе:

$$d\left(\frac{V^2}{2}\right) = dT - \frac{dp}{m} \dots \dots \dots (63)$$

Обозначим ускорение, которое сообщается гидравлическим сопротивлением какой-нибудь точке струи, через j^1), тогда работа этих сопротивлений будет:

$$-j ds \cos(j, ds),$$

которая войдет во вторую часть уравнения (63), и мы получим

$$V dV = d\left(\frac{V^2}{2}\right) = dT - \frac{dp}{m} - j ds \cos(j, ds) \dots \dots \dots (64)$$

Интегрируя, получим:

$$\frac{V^2}{2} - T + \frac{p}{m} + \int j ds \cos(j, ds) = \text{const.} \dots \dots \dots (65)$$

Теорема Даниила Бернулли.

× 19. Применим предыдущие выводы к тяжелой и однородной жидкости. Если жидкость подвергается действию только силы тяжести, и притом ось координат z мы положим направленно вертикально вверх, то:

$$X=0, Y=0, Z=-g$$

и из ур. (56) получим, что

$$T = -gz \dots \dots \dots (66)$$

Обозначим вес единицы объема (который $=mg$) через Δ ; тогда, в силу равенства (66), уравнение (60) примет вид:

$$-gz - g \frac{p}{\Delta} - \frac{V^2}{2} = \text{const.}$$

или

$$z + \frac{p}{\Delta} + \frac{V^2}{2g} = \text{const.} \dots \dots \dots (67)$$

Это уравнение, применимое для капельной тяжелой однородной жидкости, в случае установившегося движения, известно под именем теоремы Даниила Бернулли. Все члены ур. (67) — линейные: 1-й выражает собою высоту рассматриваемой точки относительно горизонтальной плоскости координат; 2-й выражает высоту столбика жидкости, с основанием $=$ квадратной единице, вес которого равен давлению p (так как высота $\frac{p}{\Delta} = \frac{p}{mg}$, помноженная на вес единицы объема mg , дает величину p), — эта высота называется высотой, соответствующую

¹⁾ Если ускорение j отнести к единице массы, то его можно рассматривать как силу.

давлению p , или пнезومتрической¹⁾, 3-й член $\frac{V^2}{2g}$ представляет собою высоту, с которой должно свободно падать тяжелое тело, чтобы приобрести в конце своего падения скорость V , — эта высота называется высотой, соответствующей скорости V , или скоростною высотой, или скоростным напором.

Следовательно, теорема Д. Бернулли показывает, что при установившемся движении тяжелой совершенной жидкости, для различных положений частицы на своей траектории, сумма высот, соответствующих давлению $\left(\frac{p}{\Delta}\right)$ и скорости $\left(\frac{V^2}{2g}\right)$, с высотой положения точки (z) есть величина постоянная.

Считаясь с вредными сопротивлениями, которые имеют место в действительных жидкостях, придется в ур. (67) включить дополнительный член, для чего воспользуемся ур. (65). Выбирая соответственно расположенные оси координат и поступая точно так же, как это делали при выводе ур. (67), получим:

$$z + \frac{p}{\Delta} + \frac{V^2}{2g} + \frac{1}{g} \int j \, ds \cos(j, ds) = \text{const.} \quad (68)$$

член $\frac{1}{g} \int j \, ds \cos(j, ds)$ представляет собою так называемую высоту, соответствующую вредным сопротивлениям. Положим

$$\frac{1}{g} \int j \, ds \cos(j, ds) = \zeta,$$

тогда ур. (68) примет вид:

$$z + \frac{p}{\Delta} + \frac{V^2}{2g} + \zeta = \text{const.} \quad (69)$$

Для начала движения $\zeta = 0$. Эта высота выражается различными эмпирическими формулами. Добавочный член ζ , с механической точки зрения, представляет собою энергию, перешедшую в теплоту, электричество или затрачиваемую на бесполезное смещение частиц материала или вещества, с которым соприкасается текущая жидкость.

Уравнение Д. Бернулли имеет чрезвычайно большое значение в гидродинамике, а потому желательно всестороннее его освещение, — с этою целью воспользуемся ур. (64). Выбравши указанное в настоящем § расположение осей координат и сделавши вышеприведенное преобразование, предполагая действие силы тяжести, проинтегрируем ур. (64); тогда получим:

$$\int_{V_0}^V V \, dV = -g \int_{z_0}^z dz - \frac{1}{m} \int_{p_0}^p dp - \int j \, ds \cos(j, ds)$$

или

$$\frac{1}{2g} (V^2 - V_0^2) = z_0 - z + \frac{p_0 - p}{\Delta} - \frac{1}{g} \int j \, ds \cos(j, ds) \quad (70)$$

¹⁾ Пнезометром называется стеклянная трубочка, открытая с обоих концов. Погружая ее вертикально в жидкость, определяют высоту последней в трубке; тогда, зная эту высоту h , определим давление p из ур. (24): $p = \pi + \Delta h$.

Это уравнение, как представляющее собою общее уравнение работ и выражающее закон живых сил, следует читать так: изменение запаса кинетической энергии (живой силы), отнесенной к одному килограмму, равно изменению запаса потенциальной энергии, также отнесенной к одному килограмму, за вычетом энергии, затрачиваемой на преодоление вредных сопротивлений, при чем потенциальная энергия образуется из работы силы тяжести и из работы гидродинамических давлений.

Уравнение (70) можно написать в ином виде:

$$z_0 + \frac{p_0}{\Delta} + \frac{V_0^2}{2g} = z + \frac{p}{\Delta} + \frac{V^2}{2g} + \frac{1}{g} \int j ds \cos(j, ds) \dots \dots (71)$$

или

$$z_0 + \frac{p_0}{\Delta} + \frac{V_0^2}{2g} = z + \frac{p}{\Delta} + \frac{V^2}{2g} + \zeta \dots \dots \dots (72)$$

А это и есть уравнение Д. Бернулли, примененное для двух положений точки или частицы одной и той же струйки; следовательно, и смысл его тот же, что и ур. (70). Это толкование уравнения несколько не противоречит предыдущим объяснениям и представляет лишь дополнительную характеристику, а так как все указанные уравнения выводились из уравнения установившегося движения, то мы можем ур. (70) прочитать еще таким образом: при установившемся движении, на данном перемещении, приращение живой силы в каждом килограмме капальной жидкости, движущейся под влиянием силы тяжести, равно сумме работы силы тяжести на этом перемещении и работы гидродинамических давлений, за вычетом работы вредных сопротивлений на том же протяжении.

Из всего сказанного выше совершенно ясно, что ур. Д. Бернулли может быть применяемо только к отдельным струйкам или траекториям жидкости, между тем представляется возможным, пользуясь теми же дифференциальными уравнениями Эйлера, получить аналогичную ур. Д. Бернулли зависимость, устанавливающую поперечную связь между условиями движения жидкости по различным траекториям. Недостаток места не позволяет нам останавливаться на этом вопросе, а интересующиеся им могут почерпнуть соответствующие сведения из статьи проф. А. А. Саткевича, помещенной в Известиях Российского Гидрологического Института за 1924 г., № 9.

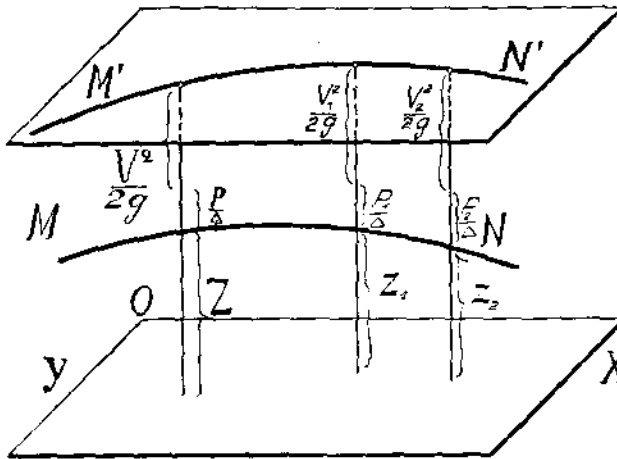
Плоскость напора.

× 20. Если бы построить все указанные высоты, откладывая их по вертикалям, то получились бы точки, лежащие в горизонтальной плоскости, параллельной плоскости координат; эта плоскость называется плоскостью напора. Сделаем подобное построение для совершенной жидкости; пусть HOY — координатная горизонтальная плоскость, MN — траектория частицы; откладывая выше ее величины $\frac{p}{\Delta}$ и $\frac{V^2}{2g}$, получим линию $M'N'$, лежащую в плоскости напора (фиг. 37). Если обозначим расстояние между плоскостями через H , то:

$$z + \frac{p}{\Delta} + \frac{V^2}{2g} = H \dots \dots \dots (73)$$

Для частиц, лежащих в плоскости напора, т.е. на траектории MN' , $z=H$, и уравнение (73) примет вид:

$$\frac{p}{\Delta} + \frac{V^2}{2g} = 0 \dots \dots \dots (74)$$



Так как p не может быть < 0 , то должно быть

$$p=0 \text{ и } V=0,$$

т.е. выше плоскости напора жидкость подняться не может. Если принять плоскость напора за координатную, и координаты, направленные вниз, будем обозначать через φ , то уравнение (67) примет вид:

$$\varphi = \frac{p}{\Delta} + \frac{V^2}{2g} \dots \dots (75)$$

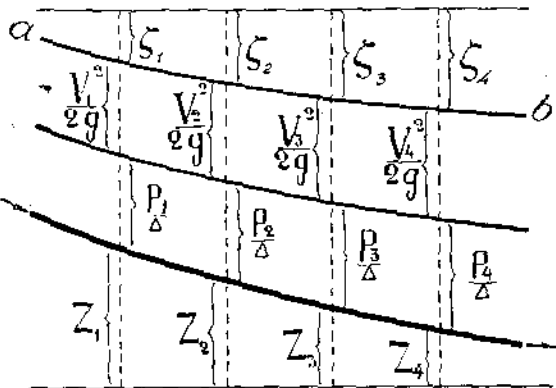
Фиг. 37.

Если будем иметь дело с несовершенною, действительною жидкостью,

то придется воспользоваться ур. (69); произведя для него построение, подобное предыдущему, увидим (фиг. 38), что геометрическое место концов

высот $\left(z + \frac{p}{\Delta} + \frac{V^2}{2g} \right)$ не пред-

ставляет уже горизонтальной плоскости, но является некоторою поверхностью ab , постепенно понижающеюся по направлению движения.



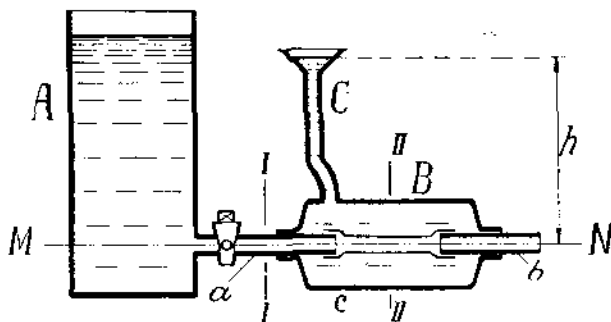
Фиг. 38.

Опытное подтверждение справедливости ур. Д. Бернулли.

✕ 21. В немецком журнале «Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure». (1909). Bd. 53, № 37, S. 1490, помещена статья D. Bánki: Ueber unrichtige Anwendung hydraulischer Sätze, в которой описывается очень эффектный опыт.

Имеются два сосуда A и B (фиг. 39), из коих сосуд B стеклянный и снабжается трубкою C с воронкой. От сосуда A ответвляется стеклянная трубка a с крапом, свободным концом вводимая в сосуд B и имеющая на некотором расстоянии продолжение в виде трубки b , входящей также в сосуд B . Концы указанных трубок, выступающие внутрь сосуда B , соединяются резиноюю трубкою c с очень тонкими стенками.

Если наполнить сосуд *A* водою, а сосуд *B* оставить порожним и открыть кран на трубке *a*, то вода будет вытекать из сосуда *A* по трубкам *a*, *c* и *b*, — и никаких особенных явлений не наблюдается. Если теперь через воронку на трубке *C* налить воду в сосуд *B*, то увидим, что трубка *c*, при движении по ней жидкости, начнет расширяться, разбухать — и, чем большее давление будем производить снаружи, тем больше трубка будет раздуваться и в конце концов может лопнуть. Это чрезвычайно эффектное парадоксальное явление можно объяснить, применяя к данному случаю ур. Д. Бернулли.



Фиг. 39.

Чтобы не усложнять вопрос, будем пренебрегать вредными сопротивлениями и положим, что основная горизонтальная плоскость, от которой отсчитываются высоты, проходит через ось трубок *a*, *c*, *b*. Рассмотрим два сечения: I—I и II—II, для которых при первом опыте, т. е. при порожнем сосуде *B*, будем иметь:

$$\frac{p_1}{\Delta} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\Delta} + \frac{V_2^2}{2g},$$

где p_1 , p_2 , V_1 и V_2 соответственные гидродинамические давления и скорости в указанных сечениях.

При втором опыте высота столба воды в сосуде *B*, положим, равна h . Через тонкую резиновую трубочку наружное давление будет передаваться частицам воды, протекающим через трубку *c*, а так как, при этом, условия тока в трубке *a* остаются без изменения, то можем написать, что

$$\frac{p_1}{\Delta} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\Delta} + h + \frac{V_3^2}{2g}.$$

Сравнивая два имеющихся уравнения, видим, что должно иметь место неравенство:

$$V_3 < V_2,$$

где V_3 — скорость течения в трубке *c* при втором опыте. Последнее условие возможно лишь при увеличении поперечного сечения трубки *c*, что на самом деле и наблюдается.

Если воду из сосуда *B* выпускать медленно, то трубка *c* начнет сжиматься, и, если трубка не приобрела остающихся деформаций, то она по выпуске воды может принять прежние размеры; если же воду из сосуда *B* выпустить быстро, то наружное давление спадет сразу до атмосферного; и, так как переход из одного состояния движения в другое быстро произойти не может, то внутреннее давление в трубке *c*, не испытывая сопротивления со стороны наружного давления, может разорвать трубку на мелкие куски, что в действительности иногда и наблюдается.

Объяснение описываемого явления, даваемое D. Bānki, весьма туманно, а между тем, как видно, при пользовании ур. Д. Бернулли весь процесс выясняется с большою простотою — и само описанное явление как нельзя лучше подтверждает справедливость этого уравнения.

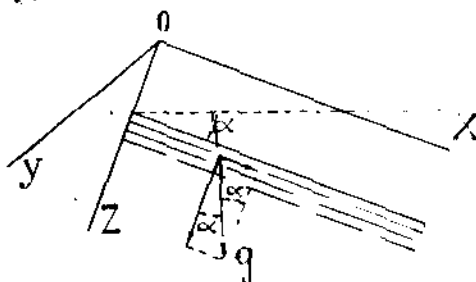
При описании своего опыта D. Bānki указывает также на то, что второй процесс сопровождается сильною вибрациею трубки с, благодаря которой резина очень часто ломается. Это явление можно объяснить тем, что под влиянием наружного давления, наступающего довольно быстро, трубка с — вместо того, чтобы расширяться — сжимается, скорость в ней увеличивается, давление внутри еще более понижается, отчего происходит еще большее сжатие трубки и полное прекращение тока, а тогда давление жидкости в сосуде A почти полностью передается в трубку с, она начнет быстро расширяться, скорость в трубке с станет возрастать, давление внутри трубки начнет падать, чему также будут способствовать появляющиеся вредные сопротивления току, начнет повторяться прежний процесс — сжатие трубки и т. д., что будет происходить до восстановления равновесного, установившегося движения, наступление которого указанными процессами сильно затрудняется.

Явления вибрации трубки можно избежать — введением сопротивления или подпора в конце трубки b.

Частные случаи движения жидкости.

а) Прямолинейное движение тяжелой капельной жидкости.

22. Рассмотрим некоторые частные случаи движения тяжелой капельной жидкости под влиянием силы тяжести. Положим, частицы движутся по прямым, параллельным между собою, линиям, составляющим с горизонтальною плоскостью угол α . Положим, ось x совпадает с направлением движения, ось y — горизонтальна, и ось z направлена вниз (фиг. 40), тогда:



Фиг. 40.

$$X = g \sin \alpha, \quad Y = 0, \quad Z = g \cos \alpha$$

и вследствие того, что частицы движутся параллельно оси x ,

$$v = 0 \text{ и } w = 0,$$

а уравнение неразрывности (52) дает:

$$\frac{du}{dx} = 0.$$

Вследствие указанных значений основные уравнения (48) обращаются в следующие:

$$\left. \begin{aligned} g \sin \alpha - \frac{1}{m} \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{du}{dt} \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= 0 \\ g \cos \alpha - \frac{1}{m} \frac{\partial p}{\partial z} &= 0. \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (76)$$

Сравнивая эти уравнения с уравнениями (5), видим, что последние два уравнения одинаковы с уравнениями равновесия жидкости, а потому

заключаем, что в точках, лежащих в секущих плоскостях, перпендикулярных к направлению движения, распределение давления p следует законам гидростатики.

Следовательно, если жидкость в этом случае имеет свободную поверхность, подверженную во всех точках одинаковому давлению, то свободную поверхность секущие плоскости, перпендикулярные к направлению движения, должны пересекать по прямым горизонтальным линиям, или, иначе говоря, свободная поверхность должна представлять собою плоскость, наклонную к горизонту под углом α . Условие $\frac{du}{dx} = 0$ указывает на то, что частицы, распо-

ложенные в каком-либо сечении на одной из прямых, параллельных оси x , в данное мгновение, имеют одинаковую скорость, хотя для различных прямых эти скорости могут быть и неодинаковы, так как $\frac{du}{dy}$ и $\frac{du}{dz}$ могут и не равняться нулю. Если рассматриваемое движение есть установившееся,

то (см. § 18) $\frac{du}{dt} = 0$ или $u = \text{const.}$, т.-е. движение будет равномерным, хотя скорости отдельных струй могут быть и не равны. Эти результаты могут быть применимы во всех тех случаях, когда можно считать линии тока параллельными, например: в трубах, каналах и т. п.

6) Независимое (свободное) движение частиц жидкости.

✕ 23. В этом случае каждая частица жидкости движется так, как бы она двигалась под влиянием тех же сил, если бы не было окружающих ее частиц.

В подобном случае уравнения движения частицы принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= \frac{du}{dt} = X \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= \frac{dv}{dt} = Y \\ \frac{d^2z}{dt^2} &= \frac{dw}{dt} = Z \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (77)$$

Сравнивая эти уравнения с уравнениями (48), получим, что:

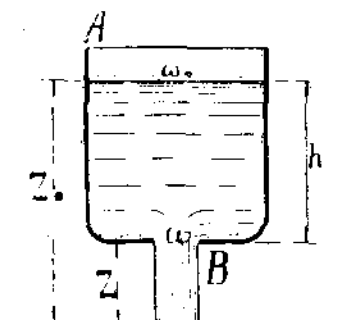
$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = 0,$$

т.-е. что давление p в случае свободного движения в каждый данный момент одинаково для всех точек и зависит только от внешнего давления. Если, кроме того, движение будет установившимся, то давление p будет не только постоянным для всех точек, но и во все мгновения времени (вытекание жидкости из отверстия в стенке сосуда).

Истечение тяжелой капальной жидкости через отверстия при постоянном напоре. Отверстие в дне сосуда.

✕ 24. Положим, сосуд наполнен тяжелой жидкостью, и в дне его имеется отверстие (фиг. 41). Положим также, что площади поперечных сечений сосуда изменяются непрерывно, тогда скорости можно считать совпадающими

с вертикальной линией, или, другими словами—проекции их на вертикальную ось z будут почти равны самим скоростям, а проекции на оси x и y будут весьма малы в сравнении с проекциями на ось z . Явление истечения мы будем считать установившимся, не рассматривая начала вытекания, когда движение еще не установилось, так как продолжительность этого периода весьма мала.



Фиг. 41.

Применим к этому случаю теорему Д. Бернулли (форм. 72).

Положим, для точек жидкости на свободной поверхности A , не изменяющей своего положения, значения величин, входящих в уравнение, будут:

$$z_0, p_0 \text{ и } V_0.$$

Относя значения z, p и V к месту рассматриваемого сечения сосуда, на основании уравн. (72) можем написать:

$$z_0 + \frac{p_0}{\Delta} + \frac{V_0^2}{2g} = z + \frac{p}{\Delta} + \frac{V^2}{2g} + \zeta \dots \dots \dots (78)$$

или

$$\frac{V^2}{2g} - \frac{V_0^2}{2g} = (z_0 - z) + \frac{p_0 - p}{\Delta} - \zeta \dots \dots \dots (79)$$

Если будем рассматривать совершенную жидкость, то в уравнении (78) надо положить

$$\zeta = 0.$$

Присоединяя к уравнению (78) уравнение неразрывности жидкости:

$$\omega_0 V_0 = \omega V, \dots \dots \dots (80)$$

где ω_0 и ω — площади свободной поверхности и любого рассматриваемого сечения сосуда, легко определить величину V .

Из уравнения (80) имеем:

$$V_0 = V \frac{\omega}{\omega_0},$$

подставляя это значение в уравнение (79), получим:

$$\frac{V^2 \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right]}{2g} = z_0 - z + \frac{p_0 - p}{\Delta},$$

откуда

$$V = \sqrt{\frac{z_0 - z + \frac{p_0 - p}{\Delta}}{2g \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}}} \dots \dots \dots (81)$$

Рассматривая истекающую струю, когда уровень жидкости в сосуде постоянен, и полагая напор $z_0 - z = h$, а отношение $\omega : \omega_0 = n$, получим:

$$= \sqrt{\frac{h + \frac{p_0 - p}{\Delta}}{2g \frac{1 - n^2}{1 - n^2}}} \dots \dots \dots (82)$$

Полагая величину отверстия ω весьма малою в сравнении с площадью ω_0 , без большой погрешности можно принять $n^2 = 0$, а тогда формула (82) представится в более простом виде:

$$V = \sqrt{2g \left(h + \frac{p_0 - p}{\Delta} \right)} \dots \dots \dots (83)$$

Полагая же, что свободная поверхность сообщается с атмосферой, и что истечение также происходит в атмосферу, в силу § 23 можем принять

$$p = p_0,$$

и тогда формулы (82) и (83) примут очень простой вид:

$$V = \sqrt{\frac{2gh}{1 - n^2}} \dots \dots \dots (84)$$

и
$$V = \sqrt{2gh} \dots \dots \dots (85)$$

Последняя формула была найдена Торричелли ранее формулы Д. Бернулли и была выведена из наблюдений над высотой струй воды в фонтанах. Формулою (83) можно пользоваться и в тех случаях, когда давление при отверстии истечения не равно давлению на свободной поверхности. Это имеет место, например, в том случае, когда отверстие погружено в другой сосуд с подобною же жидкостью, на некоторую глубину h_1 под свободною поверхностью; тогда давление $p = p_0 + \Delta h_1$. В этом случае, т.-е. при истечении через затопленное отверстие или при истечении под уровень:

$$V = \sqrt{2g \left(h + \frac{p_0 - p_0 - \Delta h_1}{\Delta} \right)}$$

или

$$V = \sqrt{2g(h - h_1)} \dots \dots \dots (86)$$

Из уравнения (78) имеем:

$$\frac{p_0 - p}{\Delta} = \frac{V^2 - V_0^2}{2g} - (z_0 - z) + \zeta,$$

откуда

$$p = p_0 + \frac{\Delta}{2g} (V_0^2 - V^2) + \Delta(z_0 - z) - \Delta\zeta.$$

Для совершенных жидкостей $\zeta = 0$, а потому

$$p = p_0 + \frac{\Delta}{2g} (V_0^2 - V^2) + \Delta(z_0 - z) \dots \dots \dots (87)$$

В этом уравнении величина

$$p_0 + \Delta(z_0 - z)$$

представляет собою гидростатическое давление в рассматриваемом сечении.

Из уравнения (87) видно, что гидродинамическое давление p вообще не равно гидростатическому. При $V_0 > V$, т.-е. для сечений, площади которых более площади свободной поверхности (см. рав. 80),

$$p > p_0 + \Delta(z_0 - z).$$

Для сечений, площади которых менее площади свободной поверхности ($V_0 < V$),

$$p < p_0 + \Delta(z_0 - z),$$

и при равенстве площадей ($V_0 = V$)

$$p = p_0 + \Delta(z_0 - z).$$

При выводе формул истечения мы полагали жидкость совершенною, при рассмотрении же истечения действительной жидкости приходится принимать во внимание гидравлические сопротивления и вводить в формулы поправки, о чем сказано будет ниже.

Обратимся еще раз к формуле (81) и, положим, пренебрегаем величиною $(\omega : \omega_0)^2$, вследствие того, что площадь ω мала сравнительно с площадью ω_0 : тогда формула (81), при постоянном уровне, т.-е. при $z_0 - z = h$, примет вид:

$$V = \sqrt{2g \frac{\Delta h + p_0 - p}{\Delta}},$$

где $\Delta h + p_0 - p = P$ — полному давлению (на единицу площади), которому подвергается жидкость; подставляя величину P в вышеприведенное уравнение, получим:

$$V = \sqrt{2g \frac{P}{\Delta}} \dots \dots \dots (88)$$

Если имеется еще сосуд с другой жидкостью, то для нее

$$V_1 = \sqrt{2g \frac{P_1}{\Delta_1}}.$$

Отношение скоростей будет:

$$\frac{V}{V_1} = \sqrt{\frac{P}{P_1} \cdot \frac{\Delta_1}{\Delta}} \dots \dots \dots (89)$$

При $\Delta_1 = \Delta$:

$$\frac{V}{V_1} = \sqrt{\frac{P}{P_1}} \dots \dots \dots (90)$$

При $P = P_1$:

$$\frac{V}{V_1} = \sqrt{\frac{\Delta_1}{\Delta}} \dots \dots \dots (91)$$

т.-е. при одинаковых плотностях скорости истечения пропорциональны корню квадратному из давлений, а при одинаковых давлениях скорости обратно-пропорциональны корню квадратному из плотностей, т.-е. чем плотность жидкости меньше, тем скорость истечения ее будет больше. Формула (91) как бы противоречит формуле (85), но, чем больше Δ , тем больше давление p , а чтобы жидкость более легкая производила то же давление — она должна иметь большую высоту в сосуде, и скорость $V = \sqrt{2gh}$, при большей высоте h , будет больше.

Определение расхода.

✓ 25. При известной скорости истечения V легко определить так называемый расход, т.-е. объем жидкости, вытекающий в единицу времени.

Предположим, что направления движения частиц при выходе из отверстия перпендикулярны к плоскости последнего, и что скорости для всех одинаковы, тогда расход будет:

$$Q = \omega V \dots \dots \dots (92)$$

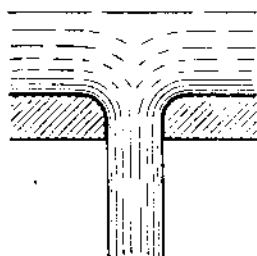
Если движение неустановившееся, то скорость V будет функцией времени, и

$$Q = \omega \int_t^{t+1} V dt \dots \dots \dots (93)$$

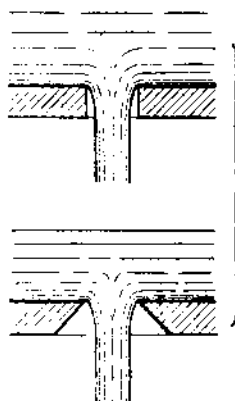
Коэффициенты расхода, сжатия и скорости.

Коэффициент сопротивления.

× 26. При выводе формул параграфа 24 мы не принимали во внимание влияния гидравлических сопротивлений и полагали кроме того, что струйки



Фиг. 42.



Фиг. 43.

при выходе из отверстия перпендикулярны к площади последнего, что справедливо не для всех струек. Вследствие уклонения струек от нормального направления происходит удар частиц о частицы, перемещение последних, или так называемое сжатие струи — явление, в первый раз замеченное Ньютоном. Вследствие сжатия струи на некотором, весьма близком, расстоянии от отверстия площадь поперечного сечения струи достигает наименьшего значения; в этом сжатом месте струйки протекают, сохраняя свою параллельность. Если края отверстия в толстой стенке закруглены, то эти закругления способствуют постепенному сжатию струи (фиг. 42) — и частицы вытекающей воды можно считать перемещающимися параллельно самим себе, и, следовательно, давление здесь должно распределяться по гидростатическому закону. Сжатие же заметно при отверстиях, не имеющих закруглений или сделанных в тонких стенках (фиг. 43).

Пусть Q_1 будет действительный расход жидкости, V_1 — действительная средняя скорость и ω_1 — площадь поперечного сжатого сечения струи, тогда:

$$Q_1 = \omega_1 V_1 \dots \dots \dots (94)$$

Теоретический расход Q определялся нами по формуле (92). Найдем отношение Q_1 к Q :

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{\omega_1}{\omega} \frac{V_1}{V}.$$

Положим:

$$\frac{Q_1}{Q} = \mu, \quad \frac{\omega_1}{\omega} = \alpha \text{ и } \frac{V_1}{V} = \varphi, \dots \dots \dots (95)$$

тогда

$$\mu = \alpha \cdot \varphi \dots \dots \dots (96)$$

Коэффициенты μ , α и φ называются коэффициентами расхода, сжатия и скорости; каждый из них меньше единицы.

Уравнение (96) показывает, что коэффициент расхода = произведению из коэффициента сжатия на коэффициент скорости.

Для прямоугольных и круглых отверстий, в тонкой стенке, согласно опытам, можно принять следующие численные значения:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= 0,64 \\ \varphi &= 0,96 \text{ до } 0,98 \\ \text{Принимая } \varphi &= 0,97, \text{ получим:} \\ \mu &= 0,64 \cdot 0,97 = 0,62 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (97)$$

Величина φ более или менее постоянна, а потому μ исключительно зависит от α . Численная величина μ обыкновенно изменяется от 0,60 до 0,64, при очень малых же отверстиях и малых напорах μ доходит до 0,68—0,70.

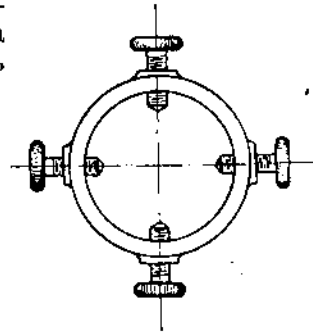
Вообще при малых отверстиях истечения μ больше, чем при больших. Чем больше напор, тем больше сжатие, и тем меньше μ . Коэффициенты α и μ зависят от формы стенки, образующей дно сосуда; так, например, если сравнить сосуд, представленный на фиг. 44, с сосудом, представленным на фиг. 45, то в последнем сжатие струи будет большим, и коэффициент $\mu = 0,5$, т.-е. получает меньшее значение, так как для сосуда, представленного на фиг. 44, при тонкой стенке дна можно принять $\mu = 0,62$.



Фиг. 44.



Фиг. 45.



Фиг. 46.

При очень больших напорах (более 30 м) и при больших отверстиях истечения коэффициент расхода изменяется очень мало и приближается к постоянному значению, близкому к 0,6.

Определение величины коэффициента расхода μ опытным путем не представляет затруднения, определение же величины коэффициента сжатия α совершается уже не так легко и производится обыкновенно при помощи особого кольца (фиг. 46), снабженного заостренными винтами. Кольцо устанавливается так, чтобы оно охватывало струю, и при этом острия винтов доводятся до соприкосновения со струей и тем дают возможность определить место наибольшего сжатия и величину последнего.

При истечении через отверстие в дне сосуда коэффициент скорости φ опытным путем не определяется.

Зная коэффициенты скорости и расхода, мы можем определить действительную скорость и действительный расход помощью тех же формул, какие были нами выведены выше. Действительная скорость (см. форм. 85) будет $V_1 = \varphi \sqrt{2gh}$, или напишем без значков:

$$V = \varphi \sqrt{2gh} \dots \dots \dots (98)$$

Действительный расход (см. форм. 92 и 94) равен:

$$Q = \omega_1 V_1 = \frac{\omega_1}{\omega} \cdot \omega \cdot V_1$$

или

$$Q = \alpha \varphi \omega \sqrt{2gh} = \mu \omega \sqrt{2gh} \dots \dots \dots (99)$$

Высоту h можно разложить на две высоты: h_v и h_p , из коих высота h_v затрачивается на получение скорости V , т.-е.

$$h_v = \frac{V^2}{2g} \dots \dots \dots (100)$$

и, как указано было раньше, эту высоту называют скоростным напором, а высота h_p идет на преодоление вредных сопротивлений, итак:

$$h = h_v + h_p \dots \dots \dots (101)$$

Из равенства (98) имеем:

$$\frac{V^2}{2g} = \varphi^2 h = h_v \dots \dots \dots (102)$$

а потому:

$$h_p = h - h_v = h - \varphi^2 h = (1 - \varphi^2)h, \dots \dots \dots (103)$$

Отношение $\frac{h_p}{h_v} = \zeta$ называют коэффициентом сопротивления (Вейсбах); вводя его, можем h_p выразить через h_v и h :

$$h_p = \zeta h_v = \zeta \frac{V^2}{2g} = \zeta \varphi^2 h \dots \dots \dots (104)$$

и

$$h = h_v + h_p = (1 + \zeta) \frac{V^2}{2g} \dots \dots \dots (105)$$

Высоту h_p можно выразить через высоту h и иначе; действительно:

$$h_p = (1 - \varphi^2) h = h - \frac{h_p}{\zeta},$$

откуда

$$h_p = \frac{\zeta}{1 + \zeta} \cdot h \dots \dots \dots (106)$$

Пользуясь равенствами (102) и (103), легко найти коэффициент ζ :

$$\zeta = \frac{h_p}{h_v} = \frac{(1 - \varphi^2)h}{\varphi^2 h} = \frac{1}{\varphi^2} - 1 \dots \dots \dots (107)$$

Если принять $\varphi = 0,97$, то

$$\zeta = \frac{1}{(0,97)^2} - 1 = 0,063$$

и (см. рав. 106)

$$h_p = 0,059h.$$

Пользуясь коэффициентом ζ , можно и для нахождения скорости V дать иное выражение, для чего воспользуемся равенством (105), из которого получим:

$$V = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta}} \sqrt{2gh} \dots \dots \dots (108)$$

Сравнивая последнее равенство с равенством (98), видим, что

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta}} \dots \dots \dots (109)$$

Это значение для φ можно получить и прямо из равенства (107).

Что касается формы струи истечения, то, изменяя вид и расположение отверстия, можно получить струю самой разнообразной и даже причудливой формы.

Различные случаи сжатия струи жидкости.

27. В предыдущем параграфе мы видели, что при толстой стенке, с закругленными краями отверстия, $\alpha = 1$. Другое несколько явление происходит, если не закруглять край отверстия; в этом случае жидкость, как и в случае истечения через отверстие в тонкой стенке, сначала сжимается, но затем опять пристаёт к стенкам отверстия (фиг. 47), если размер d не менее $1,5d$ (до $3d$), и вытекает, заполняя отверстие; следовательно и в данном случае надо принять

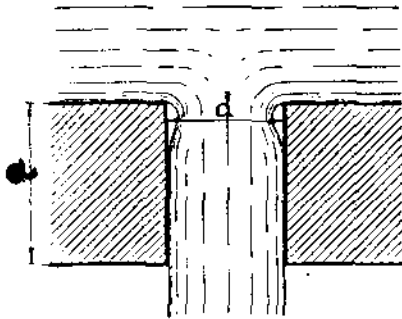
$$\alpha = 1 \text{ и } \mu = \alpha\varphi = \varphi.$$

По опытам оказывается, что в этом случае коэффициент расхода

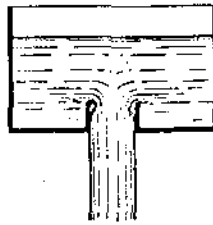
$$\mu = 0,815, \dots \dots \dots (110)$$

а не 0,62, как это имело место в случае отверстия в тонкой стенке. Те же явления происходят и в том случае, когда к отверстию в тонкой стенке присоединяется призматическая или цилиндрическая трубочка (фиг. 48).

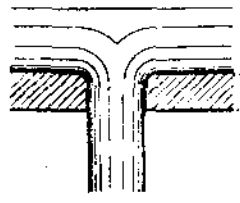
Как в том, так и в другом случае увеличивается расход в $815 : 620 = 1,314$ раза, т.-е. более чем на 30%.



Фиг. 47.



Фиг. 48.



Фиг. 49.

В рассматриваемом случае и $\varphi = 0,815$, из таблицы же (97) $\varphi = 0,970$, а потому скорость истечения уменьшается в $970 : 815 = 1,19$ раза.

Живая сила движущейся струи жидкости пропорциональна расходу и квадрату скорости; действительно, живая сила будет:

$$\frac{\Delta Q}{g} \cdot \frac{V^2}{2} = \frac{\Delta Q V^2}{2g} \dots \dots \dots (111)$$

Следовательно, в вышеприведенном случае истечения живая сила уменьшается в $(1,19)^2 : 1,314 = 1,078$ раза, т.-е. почти на 8%.

При $\varphi = 0,815$ (см. предыдущий §)

$$\zeta = \frac{1}{\varphi^2} - 1 = 0,505$$

и для данного случая (см. рав. 106):

$$h_p = 0,336 h.$$

Если же отверстие истечения будет снабжено закругленными кромками (фиг. 49), то:

$$\zeta = 0,059 \text{ до } 0,08.$$

Из сказанного вытекает, что, если хотим скорее опорожнить сосуд, то отверстие следует делать в толстой стенке; если же вытекающей струей приводится в движение какой-нибудь приемник, то выгоднее отверстие делать в тонкой стенке. Вообще степень сжатия зависит от угла β , составляемого дном сосуда с его осью (фиг. 50—54). Наименьшее сжатие будет при $\beta = 0$ (фиг. 54). Для таких сосудов $\alpha \cong 1$, следовательно

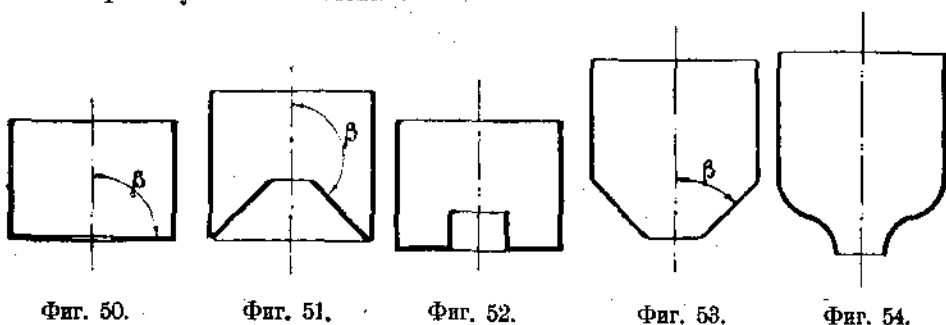
$$\mu = \varphi = 0,975 \dots \dots \dots (112)$$

Максимальное сжатие будет при $\beta = 180^\circ$ (фиг. 52, если длина трубки близка к диаметру, при большей же длине может иметь место случай, рассмотренный выше). При этом значении β , по опытам Борда,

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = 0,512 \\ \mu = 0,515 \\ \mu = 0,555 \end{array} \right\} \dots \dots \dots (113)$$

и
по Видону

При $\beta = 90^\circ$ (фиг. 50) коэффициенты имеют значения, приведенные в таблице (97). Для сосудов, представленных на фиг. 51 и 53, коэффициенты имеют промежуточные значения.



Фиг. 50.

Фиг. 51.

Фиг. 52.

Фиг. 53.

Фиг. 54.

По опытам Вейсбаха для круглых отверстий зависимость между β , μ и $\frac{\mu}{\mu_0}$ (где μ_0 — коэффициент расхода в тонкой стенке при $\beta = 90^\circ$) выражается следующей таблицей¹⁾:

β		μ	$\frac{\mu}{\mu_0}$	β		μ	$\frac{\mu}{\mu_0}$
0	0	0,986	1,528	R	90°	0,632	1,000
$1/16 R$	$5 1/4^\circ$	0,949	1,501	$5/16 R$	$112 1/2^\circ$	0,606	0,959
$1/8 R$	$11 1/4^\circ$	0,924	1,462	$3/8 R$	135°	0,577	0,913
$1/4 R$	$22 1/2^\circ$	0,882	1,395	$7/8 R$	$157 1/2^\circ$	0,546	0,864
$1/2 R$	45°	0,753	1,191	2R	180°	0,541	0,856
$3/4 R$	$67 1/2^\circ$	0,684	1,082				

где буквою R обозначен прямой угол.

Цейнер предложил эмпирическую формулу, основанную на этих опытах:

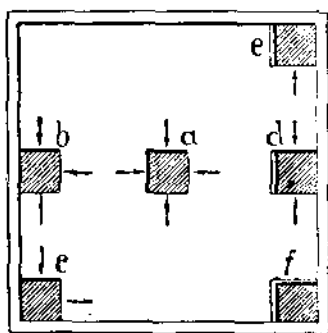
$$\frac{\mu}{\mu_0} = 1 + 0,33214 \cos^3 \beta + 0,16672 \cos^5 \beta \dots \dots \dots (114)$$

¹⁾ См. Grashof: Hydraulik, 1875, S. 447.

Неполное и несовершенное сжатие.

Х 28. В вышеперассмотренных случаях сжатие происходило беспрепятственно по всему периметру выпускного отверстия; такое сжатие называется полным. Могут быть случаи, когда сжатие происходит на известной части периметра выпускного отверстия; при подобных случаях происходит так называемое неполное сжатие.

Положим, в дне сосуда с вертикальными стенками имеются отверстия: a, b, c, d, e и f (фиг. 55). При истечении из отверстия a происходит полное сжатие; при истечении из отверстия b сжатие происходит с трех сторон, и ось струи отклоняется в сторону; при истечении из отверстий c и d — сжатие происходит с двух сторон (около отверстия d имеется внутри стенка), но при истечении из c происходит отклонение струи, при истечении же из d — струя сохраняет вертикальное направление. При истечении из отверстия e сжатие происходит с одной стороны, и при истечении из f сжатия не происходит. Те же самые явления происходят, если отверстия имеются в боковой стенке сосуда, при чем помещенная около отверстия пластинка отклоняет струю (см. фиг. 56, пунктиром обозначены направления струй при полном сжатии).



Фиг. 55.



Фиг. 56.

На основании опытов Видона зависимость между коэффициентами μ_1 и μ для прямоугольных отверстий выражается следующей формулой:

$$\mu_1 = \mu \left(1 + 0,152 \frac{N}{P} \right) \dots \dots \dots (115)$$

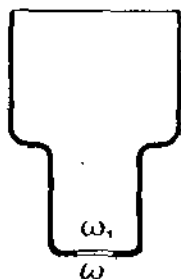
где μ_1 — коэффициент расхода при неполном сжатии, а μ — коэффициент расхода при полном сжатии (см. табл. 97), $N : P$ — отношение закрытой части периметра к полному периметру данного отверстия.

По Вейсбаху:

$$\mu_1 = \mu \left(1 + 0,157 \frac{N}{P} \right) \dots \dots \dots (115 a)$$

Для круглых отверстий:

$$\mu_1 = \mu \left(1 + 0,128 \frac{N}{P} \right) \dots \dots \dots (116)$$



Фиг. 57.

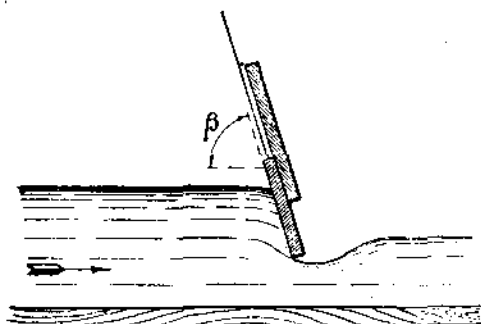
Различают еще несовершенное сжатие, происходящее в том случае, когда отношение площади ω отверстия к площади ω_1 сосуда имеет более значительную величину сравнительно с тою, которая была рассмотрена нами выше (см. фиг. 57).

С увеличением отношения $\omega : \omega_1$ величина μ увеличивается. По Вейсбаху при $\omega : \omega_1 = 1/20$ коэффициент расхода μ на 0,7% больше, чем при совершенном сжатии; при $\omega : \omega_1 = 0,5$ увеличение коэффициента μ при несовершенном сжатии происходит уже на 13,5% и т. д.

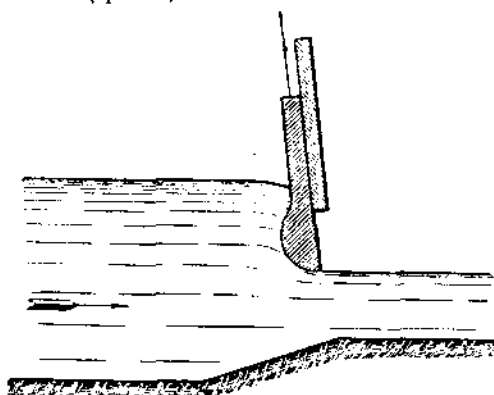
Отверстие снабжено открытым руслом.

29. Формулу (115) можно применять в тех случаях, когда в рабочем русле имеется щит (фиг. 58), которому часто дают наклон, — теперь понятно, с какою целью это делается. По опытам Понселе

$$\begin{aligned} \text{при } \beta = 63\frac{1}{2}^\circ & \dots \dots \mu_1 = 0,75 \\ > \beta = 45^\circ & \dots \dots \mu_1 = 0,80 \end{aligned}$$



Фиг. 58.



Фиг. 59.

По Редтенбахеру в подобных случаях величину μ_1 можно определять по формуле:

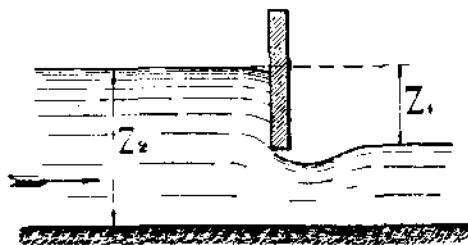
$$\mu_1 = 1 - 0,0043 \beta^\circ, \dots \dots (117)$$

при чем ширина отверстия полагается равной ширине русла.

Весьма часто щит ставят вертикально. Для уменьшения сжатия — нижнюю часть щита делают закругленною. Если бы пожелали увеличить коэффициент расхода, то и руслу под щитом надо придавать особую форму (фиг. 59).

Если отверстие снабжено руслом, в котором вода движется прямолинейно (фиг. 60), то для определения расхода можно пользоваться следующей формулою:

$$Q = \mu_1 \cdot \omega \sqrt{2g \frac{z_1 + z_2}{2}} \dots (118)$$



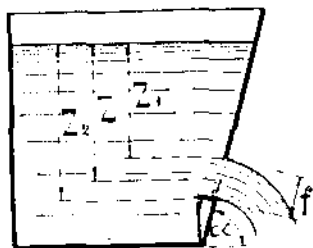
Фиг. 60.

в которой коэффициент μ_1 можно определить по формуле (117).

Истечение из отверстия в боковой стенке сосуда при постоянном напоре.

30. При истечении из отверстия в боковой стенке сосуда различные струйки обладают различными скоростями, так как они находятся на различных глубинах под свободною поверхностью.

Разобьем отверстие на бесконечно-узкие горизонтальные полоски шириною $=y$ и высотой $=df$. Положим, стенка, в которой имеется отверстие, наклонена к горизонту под углом α (фиг. 61). Положим, рассматриваемая полоска погружена под свободную поверхность на глубину z ; тогда элементарный расход определить легко:



Фиг. 61.

но

$$dQ = \mu \cdot y \cdot df \cdot \sqrt{2gz},$$

$$df = \frac{dz}{\sin \alpha},$$

а потому

$$dQ = \mu y \frac{dz}{\sin \alpha} \sqrt{2gz} \dots \dots \dots (119)$$

Полный расход

$$Q = \frac{\mu \sqrt{2g}}{\sin \alpha} \int_{z_1}^{z_2} y \sqrt{z} \cdot dz \dots \dots \dots (120)$$

Если жидкость перед отверстием истечения имеет заметную скорость v , то необходимо принять влияние скоростного напора $v^2/2g$, и тогда полный расход будет:

$$Q = \frac{\mu \sqrt{2g}}{\sin \alpha} \int_{z_1 + \frac{v^2}{2g}}^{z_2 + \frac{v^2}{2g}} y \sqrt{z} \cdot dz \dots \dots \dots (121)$$

Если отверстие будет прямоугольное, ширина которого $=b$ и высота $=f$, то равенство (120) примет следующий вид:

$$Q = \frac{\mu \sqrt{2g}}{\sin \alpha} b \int_{z_1}^{z_2} \sqrt{z} \cdot dz = \frac{2}{3} \frac{\mu \sqrt{2g}}{\sin \alpha} b (z_2^{3/2} - z_1^{3/2}), \dots \dots (122)$$

но, так как

$$z_2 - z_1 = f \sin \alpha,$$

то

$$\sin \alpha = \frac{z_2 - z_1}{f}.$$

Подставляя это значение в ур. (122), получим:

$$Q = \frac{2}{3} \mu f \cdot b \sqrt{2g} \frac{z_2^{3/2} - z_1^{3/2}}{z_2 - z_1} \dots \dots \dots (123)$$

В этой формуле произведение $f \cdot b = \omega$ — площади отверстия.

Если стенка вертикальна, то ур. (122) примет следующий вид:

$$Q = \frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} b (z_2^{3/2} - z_1^{3/2}) \dots \dots \dots (124)$$

Учитывая же влияние скорости v притока к отверстию, т.е. применяя к последнему случаю ур. (121), получим:

$$Q = \frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} b \left[\left(z_2 + \frac{v^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(z_1 + \frac{v^2}{2g} \right)^{3/2} \right] \dots \dots \dots (125)$$

Если величина $z_2 - z_1$ будет невелика в сравнении с глубиной погружения отверстия, то формулу (123) можно упростить, полагая скорости во всех точках одинаковыми и равными скорости в центре тяжести площади отверстия, т. е. принять расход равным

$$Q = \mu \omega \sqrt{2gh}, \dots \dots \dots (126)$$

где h — глубина погружения центра тяжести площади отверстия. Применяя формулу (126), мы делаем весьма небольшую ошибку ¹⁾.

Если отверстие симметрично относительно горизонтальной оси, проходящей через центр тяжести площади отверстия, то $h = \frac{z_1 + z_2}{2}$, и формула (126) примет следующий вид:

$$Q = \mu \omega \sqrt{2g \frac{z_1 + z_2}{2}} \dots \dots \dots (127)$$

Получилось выражение, сходное с формулой (118).

Если отверстие в боковой вертикальной стенке, положим, будет круглое, и если центр его помещается на глубине h (фиг. 62), то возьмем полоску на глубине z , для нее:

$$y = 2r \sin \alpha \text{ и } h = z + r \cos \alpha,$$

где r — радиус отверстия.

Из последнего равенства имеем:

$$df = dz = r \sin \alpha \cdot d\alpha,$$

и

$$dQ = \mu y \cdot df \sqrt{2gz} =$$

$$= \mu \cdot 2r \sin \alpha \cdot r \sin \alpha \cdot d\alpha \cdot \sqrt{2g(h - r \cos \alpha)} =$$

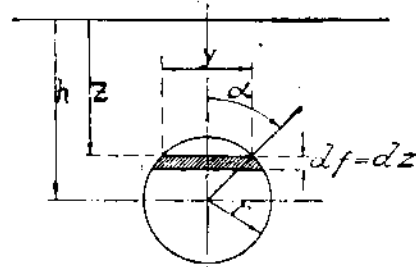
$$= \mu \sqrt{2g} \cdot 2r^2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sqrt{h - r \cos \alpha} \cdot d\alpha$$

и

$$Q = \mu \cdot 2r^2 \sqrt{2gh} \int_0^\pi \sin^2 \alpha \sqrt{1 - \frac{r}{h} \cos \alpha} d\alpha.$$

По биному Ньютона

$$\left(1 - \frac{r}{h} \cos \alpha\right)^{1/2} = 1 - \frac{1}{2} \frac{r}{h} \cos \alpha - \frac{1}{8} \left(\frac{r}{h}\right)^2 \cos^2 \alpha$$



Фиг. 62.

¹⁾ В справедливости этого заключения легко убедиться. Положим $\beta = \frac{z_2 - z_1}{2h}$.

Так как $h = \frac{z_2 + z_1}{2}$, то $z_1 = \frac{z_2 + z_1}{2} - \frac{z_2 - z_1}{2} = h(1 - \beta)$ и $z_2 = \frac{z_2 + z_1}{2} + \frac{z_2 - z_1}{2} = h(1 + \beta)$,

и (см. ур. 123) $Q = \mu \omega \sqrt{2gh} \frac{(1 + \beta)^{3/2} - (1 - \beta)^{3/2}}{3\beta}$.

Разлагая $(1 + \beta)^{3/2} - (1 - \beta)^{3/2}$ в ряд по степеням и ограничиваясь первыми двумя членами, можем принять

$$\frac{(1 + \beta)^{3/2} - (1 - \beta)^{3/2}}{3\beta} = 1 - \frac{\beta^2}{24}, \text{ а тогда } Q = \mu \omega \sqrt{2gh} \left(1 - \frac{(z_2 - z_1)^2}{96h^2}\right).$$

Если положить $z_2 - z_1 = h$, т. е. $\beta = 1/2$, то $1/24 \beta^2 = 1/96$. Как видно, принимая в последнем выражении величину в скобках равную 1, делаем очень незначительную ошибку, даже при не особенно малой величине $z_2 - z_1$.

и

$$Q = \mu \cdot 2r^2 \sqrt{2gh} \left[\int_0^\pi \sin^2 \alpha \cdot d\alpha - \frac{1}{2} \frac{r}{h} \int_0^\pi \sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha \cdot d\alpha - \right. \\ \left. - \frac{1}{8} \left(\frac{r}{h} \right)^2 \int_0^\pi \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha \cdot d\alpha \right]$$

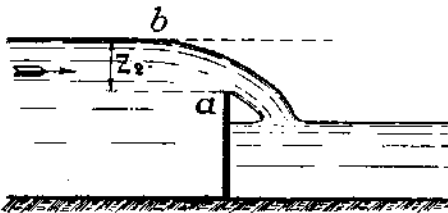
или

$$Q = \mu \pi r^3 \sqrt{2gh} \left(1 - \frac{1}{32} \frac{r^2}{h^2} \right) \dots \dots \dots (128)$$

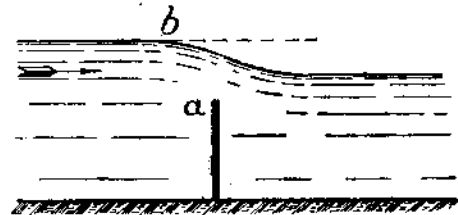
Водосливы.

31. Если в формуле (123) принять $z_1 = 0$, то получим:

$$Q = \frac{2}{3} \mu f \cdot b \sqrt{2gz_2} = \frac{2}{3} \mu \omega \sqrt{2gz_2} \dots \dots \dots (129)$$



Фиг. 63.

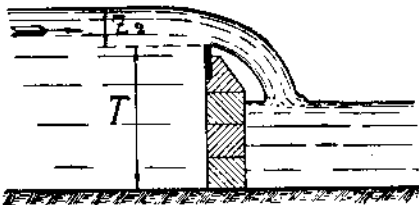


Фиг. 64.

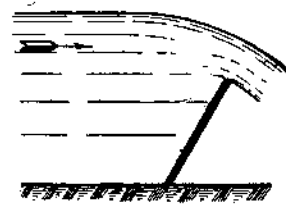
При $z_1 = 0$ истечение происходит через так называемый водослив, расход через который также определяется последнею формулою, которую, если положить $\frac{2}{3}\mu = k$ и $f = z_2$, можно представить в следующем виде:

$$Q = k \cdot b \cdot z_2 \sqrt{2gz_2} \dots \dots \dots (130)$$

Рассматривая формулу (129), видим, что при водосливе средняя скорость истечения $= \frac{2}{3} \sqrt{2gz_2}$. Наибольшая скорость у порога a (фиг. 63) водослива $= \sqrt{2gz_2}$, откуда видно, что средняя скорость при водосливе $= \frac{2}{3}$ наибольшей скорости у порога водослива.



Фиг. 65.



Фиг. 66.

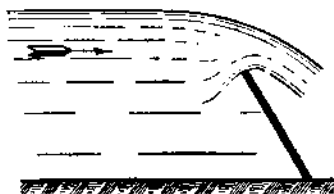
Падение уровня воды при водосливе начинается в некоторой точке b (фиг. 63), не доходя до порога; в большинстве случаев эту высоту надо измерять на расстоянии не меньшем 1,5—2 м от порога.

При свободном истечении жидкости в воздушное пространство (фиг. 63) имеется так называемый полный, совершенный или незатопленный водослив, в отличие от случаев, когда порог a водослива

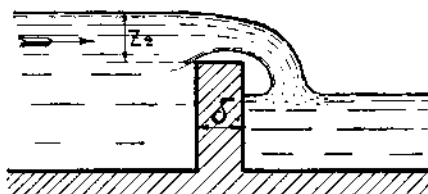
погружен в жидкость нижележащего сосуда или бассейна (фиг. 64), т.-е. когда у нас имеется так называемый неполный, несовершенный или затопленный водослив, и в этом случае падение также начинается в некоторой точке b перед порогом.

Следует различать водосливы: а) в тонкой стенке и б) в толстой стенке.

Водослив в тонкой стенке. Стенка водослива может иметь вертикальное (фиг. 65) или наклонное (фиг. 66 и 67) положение. Наибольшее сжатие струи получает в том случае, когда стенка наклонена против течения (фиг. 67).



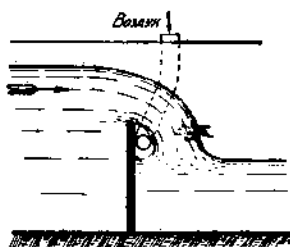
Фиг. 67.



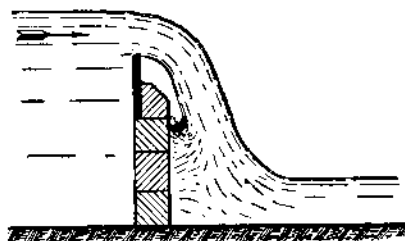
Фиг. 68.

На величину сжатия струи оказывает влияние глубина T перед стенкою или щитом (фиг. 65), а также ширина или толщина поперечной стенки, ограничивающей водослив. Что касается влияния глубины T , то оно является совершенно понятным, так как от этой глубины зависит скорость в русле перед водосливом.

Опыты Вазена показали, что и при водосливе в толстой стенке может иметь место случай, при котором истечение будет происходить как бы при водосливе в тонкой стенке, а именно это будет тогда, когда напор над ребром или порогом водослива будет более двойной его ширины, т.-е. при $z_2 > 2\delta$ (фиг. 68), где δ = ширине или толщине стенки водослива. При $z_2 \leq \frac{3}{2}\delta$ струя плотно прилегает к порогу.



Фиг. 69.

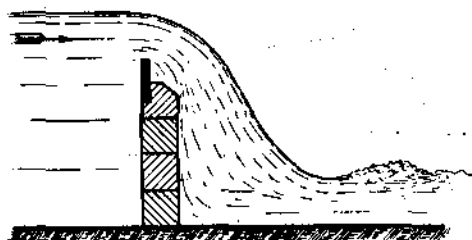


Фиг. 70.

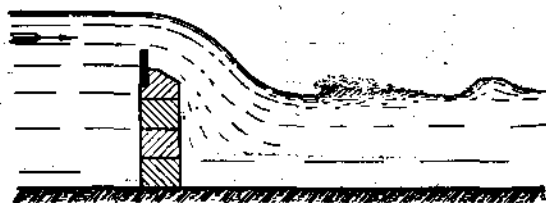
Рассмотрим полный водослив в вертикальной тонкой стенке, при чем тонкую стенку может представлять только верхний конец ее, образующий порог. При таком водосливе струя может получиться: свободная (*nappe libre*) и отжатая (*nappe déprimée*). Свободная струя получается в том случае, когда с низовой стороны водослива имеется свободный доступ воздуха под струю, и, следовательно, давление под нею равняется атмосферному давлению, что будет, когда ширина водослива менее ширины канала, или когда имеется вентиляция в водосливе, занимающем всю ширину канала или бассейна (фиг. 69).

Отжатая струя получается в том случае, если не имеется свободного доступа воздуха под струю; при этом происходит следующее явление: пере-

мещающиеся частицы воды увлекают воздух, оставшийся под струей, вследствие чего под струей образуется вакуум, благодаря которому наружным давлением воздуха струя отжимается к стенке водослива; при этом уровень под струей поднимается, и величина сжатия струи уменьшается (фиг. 70). Величина вакуума определяется разностью между высотой уровня под струей и уровнем нижнего бассейна или бьефа, т.е. части реки или канала, находящейся между двумя плотинами или плыжами. При таком истечении под струей образуются водовороты, и вследствие увеличения вакуума все

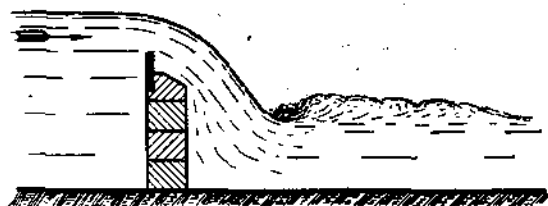


Фиг. 71.



Фиг. 72.

пространство под нею, до ребра водослива, может заполниться водою; при этом получается струя, подтопленная или затопленная снизу (*parre pousse en dessous*, фиг. 71), которая может иметь различный вид: или струи с отогнанным или сдвинутым прыжком или скачком воды в нижнем бассейне или бьефе (фиг. 72), или покрытой струи (фиг. 73). В первом случае частицы воды обладают такою скоростью, при которой образующийся прыжок не может надвинуться на ниспадающую из водослива струю, во втором же случае происходит надвигание прыжка на указанную струю и ее перекрытие или покрытие.



Фиг. 73.

При малых напорах возможно образование прилипающей струи (*parre adhérente*): в этом случае струя пристает, прилипает к задней стенке водослива, и форма ее получается очень неустойчивая (фиг. 74). С увеличением напора струи стремится отделиться от стенки и образует как бы складки дра-

пировки (фиг. 75), а с дальнейшим увеличением напора — отделится от стенки.

При неполном или затопленном водосливе могут получиться три вида струи: струя с отогнанным прыжком, покрытая струя и волнистая струя (*parre ondulée*), при которой не имеется резкой границы между струей и уровнем нижнего бассейна или бьефа (фиг. 76).

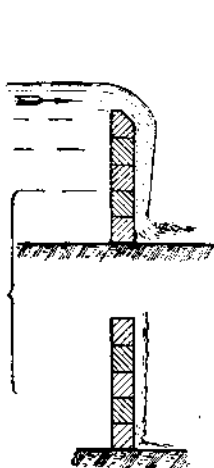
При отогнанном прыжке совершенно понятно, что нижний уровень не может влиять на коэффициент расхода. При покрытой же или волнистой струе на величине коэффициента расхода довольно сильно сказывается влияние нижнего уровня.

Для определения расхода через водослив предложено очень много формул, но, собственно говоря, каждая из них справедлива только при тех условиях, при которых она выводилась. В каждую формулу вводится поправочный коэффициент, определяемый опытным путем.

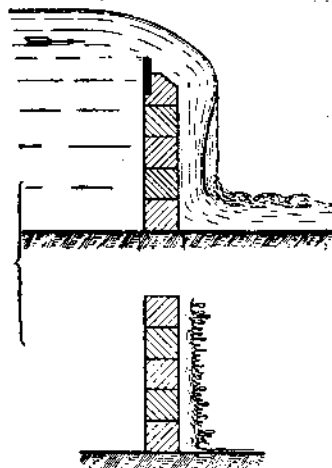
Как уже было указано, для определения расхода через водослив возможно воспользоваться формулой (130).

Если вода подходит к водосливу в тонкой стенке с некоторой средней скоростью v_0 , и желательно учитывать влияние этой скорости подхода, то скорость в сжатом сечении водосливной струи следует принимать равной

$$v = \varphi \sqrt{2g \left(z_2 + \frac{v_0^2}{2g} \right)} \dots \dots \dots (131)$$



Фиг. 74.



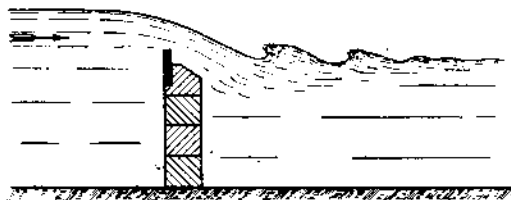
Фиг. 75.

а расход через водослив определяется по формуле (125), из которой, делая соответствующие подстановки, получим:

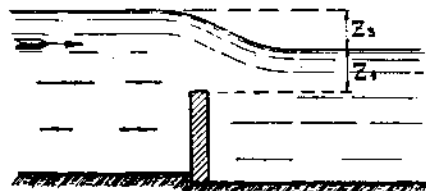
$$Q = k \cdot b \sqrt{2g} \left[\left(z_2 + \frac{v_0^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(\frac{v_0^2}{2g} \right)^{3/2} \right] \dots \dots \dots (132)$$

Для данного случая весьма часто применяют также более упрощенную формулу:

$$Q = k \cdot b \cdot z_2 \sqrt{2g \left(z_2 + \frac{v_0^2}{2g} \right)} \dots \dots \dots (133)$$



Фиг. 76.



Фиг. 77.

Базен предложил пользоваться вышеприведенными формулами и при истечении через неполный или затопленный водослив, изменяя соответственно величину коэффициента расхода, так как применяемая весьма часто в этих случаях формула Дюбуа страдает неточностью. Дюбуа предложил рассматривать расход жидкости при неполном водосливе состоящим из двух частей: 1) расхода через полный водослив при напоре z_2 (фиг. 77) и 2) рас-

хода через отверстие площадью $b \cdot z_1$, как бы погруженное в другой сосуд, где b — ширина водослива или длине порога; следовательно, по Дюбюа:

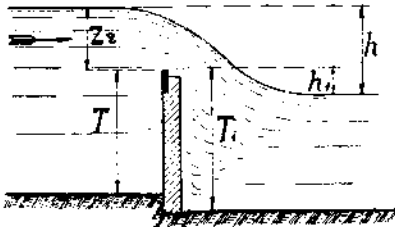
$$Q = k \cdot b \cdot z_2 \sqrt{2gz_2} + k_1 \cdot b \cdot z_1 \sqrt{2gz_1} = b \sqrt{2gz_2} (kz_2 + k_1z_1), \dots (134)$$

где k и k_1 — соответствующие коэффициенты расхода.

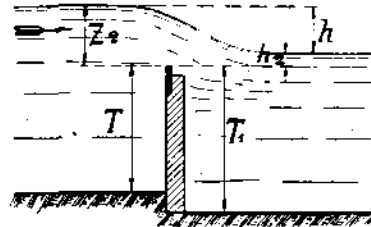
Эта формула может быть применима для некоторых частных случаев и неприменима в других, вследствие чего гораздо правильнее пользоваться вышеприведенными формулами (130), (132) и (133).

✓ **Полный водослив.** Положим, у нас имеется полный водослив (фиг. 78). Обозначим через z_2 напор над ребром или порогом водослива в том месте, где еще не замечается понижение верхнего уровня, через T и T_1 — высоты стенки или порога водослива в верхнем и нижнем русле или бьефах, которые очень часто равны между собою, через h — вертикальное расстояние между верхним и нижним уровнями (полный перепад) и через h_1 — вертикальное расстояние между порогом водослива и нижним уровнем.

При рассмотрении неполного водослива (ф. 79) для однородных частей сохраним те же обозначения, которые были введены для полного водослива, вертикальное же расстояние между нижним уровнем и порогом водослива обозначим через h_2 .



Фиг. 78.



Фиг. 79.

Для определения коэффициентов μ и k , которые входили в вышеприведенные выражения для определения расхода Q через водослив, предложено очень много различных формул. Первоначально будем рассматривать полный водослив, — для него по Базену, в случае свободной струи и при тонкой стенке, коэффициент k в формуле (130) имеет следующее значение (фиг. 78):

$$k = \left[0,405 + \frac{0,003}{z_2} \right] \left[1 + 0,55 \frac{z_2^3}{(z_2 + T)^2} \right] \dots (135)$$

Подставляя это значение для k в формулу (130), получим:

$$\begin{aligned} Q_{m2} &= \left[0,405 + \frac{0,003}{z_2} \right] \left[1 + 0,55 \frac{z_2^3}{(z_2 + T)^2} \right] b \cdot z_2 \sqrt{2gz_2} = \\ &= \left[1,794 + \frac{0,013}{z_2} \right] \left[1 + 0,55 \frac{z_2^3}{(z_2 + T)^2} \right] b \cdot z_2^{3/2} \dots (136) \end{aligned}$$

При единице длины — метр.

Если высота T водослива по сравнению с высотой z_2 очень значительна, то можно принимать

$$k = 0,405 + \frac{0,003}{z_2} \dots (137)$$

При $z_2 > 2\delta$ (см. фиг. 68) истечение через водослив можно рассматривать, как это и было уже указано, как истечение через водослив с тонкой стенкой. При $z_2 < \frac{3}{2}\delta$ струя смачивает верхнюю площадку или гребень

стенки, т.-е. пристает к площадке, и, если при этом воздух имеет свободный доступ под струю, то для определения расхода через водослив по вышеуказанным формулам в них коэффициент k следует заменить другим коэффициентом k_1 ¹⁾. Базен нашел следующее соотношение между указанными коэффициентами:

$$\frac{k_1}{k} = 0,70 + 0,185 \frac{z_2}{\delta} \dots \dots \dots (138)$$

При $2\delta > z_2 > \frac{3}{2}\delta$ явление истечения имеет неустойчивый характер, — струя может перескакивать порог или его смачивать, в зависимости от случайных обстоятельств, например: втягивания воздуха, попадания в струю постороннего тела и т. п.; в этом случае k_1 принимается или равным k , т.-е. коэффициенту, определяемому по формулам (135) или (137), или выбирается в пределах 0,98 k до 1,07 k .

Если переднее ребро порога закруглено радиусом в 0,05 — 0,10 m , то k_1 может быть еще увеличено на 12 — 14 %.

Если будем иметь дело с подтопленной снизу струей, то здесь следует различать два случая: в одном из них (фиг. 72) мы имеем дело со струей с отогнанным прыжком, а в другом — с покрытой струей, но при этом горизонт воды в отводном русле будет лежать ниже порога (фиг. 73). Для первого случая Базен дает следующую зависимость между коэффициентами k_1 и k (фиг. 78):

$$\frac{k_1}{k} = 0,845 + 0,176 \frac{T}{z_2} - 0,016 \frac{T^2}{z_2^2} \dots \dots \dots (139)$$

или менее точно:

$$\frac{k_1}{k} = 0,878 + 0,128 \frac{T}{z_2} \dots \dots \dots (140)$$

Указанные случаи истечения через водослив имеют место только до тех пор, пока $z_2 \leq T$; при меньших напорах получается или отжатая, или прилипающая струя. При $z_2 = 0,4 T$ из форм. (139) получаем максимальное значение для $k_1 = 1,19 k$; действительно, уже при $z_2 = 2T$, что встречается довольно редко, $k_1 = 0,93 k$ и т. д.

Если в рассматриваемых случаях высоты T и T_1 имеют различные величины, то для определения коэффициента k по форм. (135) и (137) следует принимать высоту порога в приводном русле, т.-е. подставлять высоту T , а для определения коэффициента k_1 по форм. (139) и (140) вместо высоты T подставлять высоту T_1 .

Во многих случаях для определения расхода через водослив вполне удовлетворительные решения получаются, если принять:

$$k_1 = 0,470 + 0,0075 \frac{T^2}{z_2^2} \dots \dots \dots (141)$$

При подтопленной снизу и покрытой струе (фиг. 73 и 78) коэффициент k_1 определяется из следующего уравнения:

$$\frac{k_1}{k} = 1,06 - 0,16 \left(\frac{h_1}{T} + 0,05 \right) \frac{T}{z_2} - 0,02 \left(\frac{h_1}{T} + 0,05 \right) \frac{T^2}{z_2^2} \dots \dots (142)$$

или приближенно:

$$\frac{k_1}{k} = 1,05 - 0,15 \frac{h_1}{z_2} \dots \dots \dots (143)$$

¹⁾ Во избежание всяких недоразумений во всех тех случаях, когда будет указание относительно коэф. k_1 , следует его определять из предлагаемых уравнений и вставлять вместо коэф. k в одну из основных формул: (130), (132) и (133).

В ур. (142) и (143) величину h_1 надо рассматривать как отрицательную (фиг. 78), так как она откладывается вниз от порога, а потому ее следует вносить в указанные уравнения со знаком минус, и, как видно, получается:

$$k_1 > k, \dots \dots \dots (144)$$

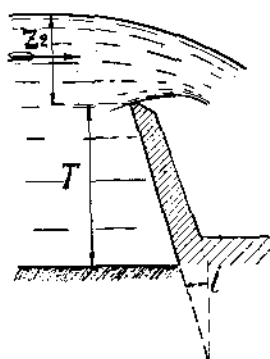
но при этом должно иметь место неравенство:

$$z_2 + h_1 < 0,75 T_1, \dots \dots \dots (145)$$

в котором h_1 следует рассматривать как абсолютную величину.

Если же получится:

$$z_2 + h_1 > 0,75 T_1, \dots \dots \dots (146)$$



Фиг. 80.

то будет иметь место первый случай (фиг. 72), при котором прыжок оттесняется.

Кроме того следует еще иметь в виду, что, при удовлетворении неравенства (145), абсолютная величина h_1 должна быть меньше $0,383 T_1$, в противном случае получается струя отжатая или прилипающая, так как при этом получается $z_2 < 0,4 T_1$.

Если имеется стенка наклонная против течения (фиг. 80) и составляющая с вертикалью угол i , то при свободной струе для определения коэффициента k_1 можно пользоваться следующей формулой:

$$k_1 = 0,4342 \left(1 - 0,3902 \frac{i}{\pi} \right) \dots \dots (147)$$

Если учитывать скорость подхода воды к водосливу, то в формуле (147) коэффициент 0,4342 следует заменить выражением:

$$0,4342 + 0,2 \frac{z_2^2}{(z_2 + T)^2} \dots \dots \dots (148)$$

и

$$k_1 = \left(0,4342 + 0,2 \frac{z_2^2}{(z_2 + T)^2} \right) \left(1 - 0,3902 \frac{i}{\pi} \right) \dots \dots \dots (149)$$

При $z_2 + T = 5z_2$ добавочный член:

$$0,2 \frac{z_2^2}{(z_2 + T)^2} = 0,008,$$

т.-е. представляет очень малую величину.

При вертикальной стенке, т.-е. при $i = 0$, коэффициент

$$k_1 = 0,4342.$$

Это значение k_1 соответствует $z_2 = 0,103 m$ в формуле (137).

Если принять угол $i = 30^\circ$, то:

$$k_1 = 0,4342 \times 0,935 = 0,405.$$

Если при этом положить $z_2 + T = 10z_2$, то численное значение дополнительного члена в формуле (148) равняется 0,002, которым свободно можно пренебречь, и тогда для свободной струи:

$$k_1 = 0,407.$$

Если в том же водосливе с наклонной стенкой, положим, глубина русла $z_2 + T = 0,40 \text{ м}$, а высота порога $T = 0,25 \text{ м}$, то численное значение добавочного члена будет:

$$0,2 \frac{(0,15)^3}{(0,40)^3} = 0,028,$$

и коэффициент 0,4342 в формуле (147) должен быть заменен величиною:

$$0,4342 + 0,028 = 0,4622$$

и

$$k_1 = 0,4622 \times 0,935 = 0,432.$$

При наклоне стенки в сторону течения коэффициент k_1 следует увеличивать процентов на 5—12, и, чем больший угол с вертикалью будет составлять стенка, тем большее значение можно принять для k_1 .

Если через B обозначим ширину русла или канала и оставим прежнее обозначение ширины водослива буквою b , то при вертикальной тонкой стенке и при $b = B$, т.е. когда не имеется бокового сжатия водосливной струи, по Фрезе:

$$k_1 = \frac{2}{3} \left(0,615 + \frac{0,0021}{z_2} \right) \left[1 + 0,55 \frac{z_2^3}{(z_2 + T)^3} \right]. \quad (150)$$

Эта формула применима для $z_2 = \text{от } 0,1 \text{ м до } 0,6 \text{ м}$ и при $b > z_2$.

При $b < B$ (фиг. 81) происходит боковое сжатие водосливной струи, и для этого случая по Фрезе:

$$k_1 = \frac{2}{3} \left[0,5755 + \frac{0,017}{z_2 + 0,18} - \frac{0,075}{b + 1,2} \right] \left[1 + \left(0,25 \frac{b^3}{B^3} + 0,025 + \frac{0,0375}{\left(\frac{z_2}{z_2 + T} \right)^3 + 0,02} \right) \left(\frac{z_2}{z_2 + T} \right)^3 \right]. \quad (151)$$

Эта формула неприменима, когда $z_2 < 0,1$, или когда, при $z_2 = 0,2$ до $0,6 \text{ м}$, ширина $b < 0,1$ до $0,5$.

Применимость указанной формулы также обуславливается наличием следующих соотношений:

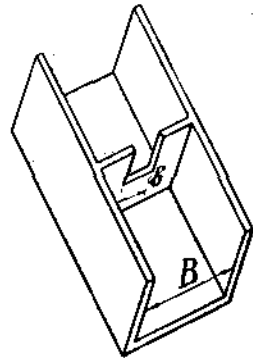
$$\text{при } \frac{b}{B} = 0,9 \quad 0,8 \quad 0,7 \quad 0,5 \quad 0,3 \quad 0,2 \quad 0,1$$

$$\text{должно быть } \frac{z_2}{z_2 + T} < 0,1 \quad 0,2 \quad 0,3 \quad 0,4 \quad 0,5 \quad 0,7 \quad 1,0.$$

По Négly для этого случая:

$$k_1 = \left[0,405 - 0,03 \frac{B-b}{B} + \frac{0,0027}{z_2} \right] \cdot \left[1 + 0,55 \frac{b^3 z_2^3}{B^3 (z_2 + T)^3} \right]. \quad (152)$$

Приведем здесь также более новые данные относительно определения расходов через полный водослив с остроконечным порогом, а именно фор-



Фиг. 81.

муду, предложенную Ребоком (Rehbock)¹⁾ и выведенную на основании опытов, произведенных в гидравлической лаборатории в Karlsruhe; эта формула имеет следующий вид:

$$Q_m = \frac{2}{3} \left(0,605 + \frac{1}{1050 z_2 - 3} + 0,08 \frac{z_2}{T} \right) b z_2 \sqrt{2g z_2} =$$

$$= \left(1,787 + \frac{2,925}{1050 z_2 - 3} + 0,236 \frac{z_2}{T} \right) b z_2^{3/2} \dots \dots (153)$$

при единице длины — метр.

Тот же автор дает формулу для определения расхода через водослив, имеющий вид жолоба, устроенного в плотине, расположенной перпендикулярно к направлению течения в русле, при чем жолоб наклонен к горизонту под углом в 60°. Если обозначим через r — радиус, выраженный в метрах, которым выкружен жолоб, то формула имеет следующий вид:

$$Q_m = \frac{2}{3} \left[0,845 - 0,0206 \left(3,8 - \frac{z_2}{r} \right)^2 + \frac{z_2}{12T} \right] b \cdot z_2 \sqrt{2g z_2} =$$

$$= \left[2,495 - 0,06084 \left(3,8 - \frac{z_2}{r} \right)^2 + 0,2461 \frac{z_2}{T} \right] b \cdot z_2^{3/2} \dots \dots (154)$$

При $z_2 > 0,4 T + 0,5 r$ эта формула неприменима.

Если для определения расхода пользоваться формулою:

$$Q = \frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} \cdot b \cdot z_2^{3/2}$$

и применить ее к водосливу с трапецевидной в сечении плотиной высотой в 1,4—1,5 м, то Рафтер (Rafters) дает таблицу для определения величины $\frac{2}{3} \mu \sqrt{2g}$ при различных покатостях передней и задней стенок плотины. Приводим ниже эту таблицу.

Ширина порога в метрах	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2	0,0	0,1	0,2	0,8	0,8	2,0	2,0
	Наклон передней стенки	1:2	1:2	1:5	1:4	1:3	1:2	1:2	1:2	отвесна		
» задней »							1:1	1:2	1:5			
Напор z_2 в метрах	0,15	1,85	1,78	1,83	—	2,01	2,33	1,73	1,82	1,43	1,63	1,38
	0,30	2,03	1,70	1,84	1,90	2,11	2,34	1,90	1,97	1,47	1,66	1,43
	0,60	2,08	2,02	1,85	1,92	2,04	2,19	1,99	1,94	1,57	1,70	1,37
	0,91	2,03	2,03	1,86	1,92	1,96	2,11	2,02	1,93	1,66	1,79	1,39
	1,22	2,04	2,04	1,87	1,92	1,96	2,06	2,02	1,95	1,77	1,87	1,44
	1,52	2,05	2,05	1,87	1,92	1,96	2,03	2,01	1,97	1,87	1,92	1,49

В указанных водосливах верхнее переднее ребро порога было закруглено радиусом в 102 мм.

✓ Для определения расходов в реках, каналах и иных потоках весьма часто пользуются водосливами; в этом отношении заслуживает внимания треугольный водослив Джемса Томсона с постоянным коэффициентом расхода (фиг. 82). При прямоугольном водосливе с изменением величины z_2 , как мы видели, будет изменяться толщина струи над порогом, а также форма

¹⁾ См. Forchheimer: Grundriss der Hydraulik. 1920. (Teubners technische Leitfäden. Bd. 8.)

ее и вообще все обстоятельства движения. При треугольном отверстии в водосливе с изменением величины напора будут также изменяться площади нормальных сечений струй, но таковые сечения будут представлять подобные между собою треугольники.

Обозначая различные напоры через h и h_1 и соответствующие им площади нормальных сечений водосливных струй через ω и ω_1 и расходы через Q и Q_1 , можем определить соотношение между последними:

$$\frac{Q}{Q_1} = \frac{k \cdot \omega \sqrt{2gh}}{k \cdot \omega_1 \sqrt{2gh_1}}$$

Но

$$\frac{\omega}{\omega_1} = \frac{h^2}{h_1^2},$$

а потому:

$$\frac{Q}{Q_1} = \frac{h^2 \sqrt{h}}{h_1^2 \sqrt{h_1}} = \frac{h^{5/2}}{h_1^{5/2}}.$$

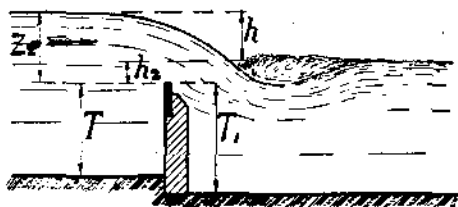
Откуда имеем:

$$Q = \frac{Q_1}{h_1^{5/2}} \cdot h^{5/2} = K \cdot h^{5/2}, \dots \dots \dots (155)$$

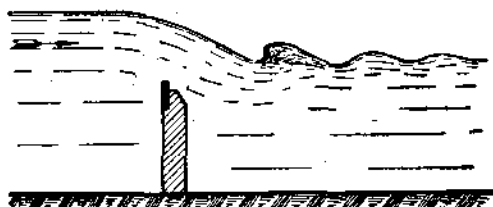
где коэффициент K для данного водослива и данного угла α представляет собою постоянную величину, для определения которой достаточно произвести один опыт, при одной какой-нибудь высоте h_1 напора. Как видно, градуировка такого прибора отличается большою простотою. Для равностороннего треугольника в тонкой стенке, при угле $\alpha = 90^\circ$, Д. Томсон нашел $K = 1,4$. Таким образом, для $\alpha = 90^\circ$

$$Q_m = 1,4 h^{5/2} \dots \dots \dots (156)$$

при единице длины — метр.



Фиг. 83.



Фиг. 84.

Получается чрезвычайно простая формула, но применимая по конструктивным соображениям только для небольших расходов, так как для больших расходов не имеется возможности, при ограниченной глубине русла, получить достаточных размеров отверстие треугольного водослива.

Неполный водослив. Рассмотрим три случая, которые могут иметь место при неполном водосливе, т.е., другими словами, три вида струи.

К первому случаю отнесем струю, имеющую вид покрытой струи (фиг. 83). Затем, когда полный перепад h начнет уменьшаться, и величина его будет заключаться в пределах от $0,2 T_1$ до $0,3 T_1$, то внезапно получится второй вид струи — волнистая струя (фиг. 84).

Для двух вышеуказанных случаев, для определения коэффициента k_1 , Базен дает два уравнения:

$$\frac{k_1}{k} = 1,06 + \frac{1}{4} \frac{h_2}{T} - \left[0,008 + \frac{1}{3} \frac{h_2}{T} + \frac{1}{3} \left(\frac{h_2}{T} \right)^2 \right] \frac{T}{z_2} \dots \dots (157)$$

$$\frac{k_1}{k} = 1,08 \left(1 + \frac{1}{6} \frac{h_2}{T} \right) \sqrt[3]{\frac{z_2 - h_2}{z_2}} \dots \dots \dots (158)$$

В этих уравнениях величина h_2 положительна.

Первое уравнение (157) имеет место при

$$\frac{T_1}{z_2} < 0,4 \left(1 + 0,3 \frac{T_1}{h_2} \right)^2,$$

второе — при

$$\frac{T_1}{z_2} > 0,4 \left(1 + 0,9 \frac{T_1}{h_2} \right)^2.$$

Вместо приведенных двух уравнений (157) и (158) Базен предлагает также одно общее уравнение:

$$\frac{k_1}{k} = 1,05 \left(1 + \frac{1}{5} \frac{h_2}{T} \right) \sqrt[3]{\frac{h}{h_2 + h}} \dots \dots \dots (159)$$

Когда будет иметь место неравенство:

$$h > 0,7 T_1,$$

то получится третий вид струи — струя с отогнанным прыжком; тогда откошение $k_1 : k$ следует определять из следующей таблицы:

При $\frac{h_2}{T} =$	0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60
$\frac{k_1}{k} =$	1,08	1,05	1,04	1,03	1,02	1,00	0,99	0,98	0,97
При $\frac{h_2}{T} =$	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50
$\frac{k_1}{k} =$	0,96	0,95	0,95	0,94	0,94	0,93	0,93	0,92	0,92

Если имеется толстая стенка или широкий порог, то при полном водосливе и отжатой струе также следует рассматривать несколько случаев. Для определения расхода можно пользоваться коэффициентами k_1 , находимыми из формул (138) и (139). Если обозначим, как и раньше, толщину стенки через δ , то обе формулы дают одинаковые значения для коэффициента k_1 при

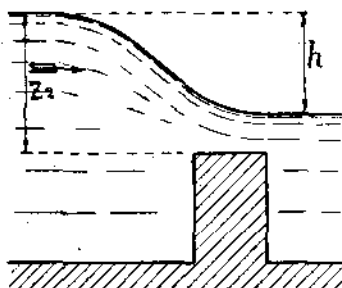
$$z_2 = z'_2 = \frac{\delta}{2} \left(1 + \sqrt[3]{3 \frac{T_1}{\delta}} \right).$$

Если $z_2 < z'_2$, то следует принимать форм. (138), увеличивая k_1 процента на 2 — 4. Если $z_2 > z'_2$, то следует пользоваться форм. (139).

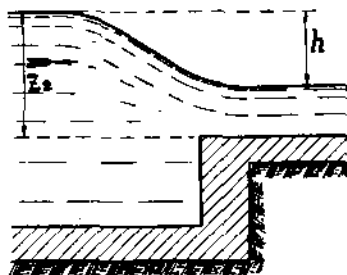
Если имеется покрытая струя, то при малых напорах следует пользоваться форм. (138), а при больших — форм. (143).

Если при толстой стенке является водослив несовершенный, то при нем можно пользоваться формулами (138) или (159), в зависимости от того — отстает струя от порога или нет.

Беланже предложил решать вопрос об истечении через водослив, исходя из «принципа наибольшего расхода», согласно которому должно устанавливаться известное соотношение между напором и расходом, при котором определенному напору должен соответствовать максимальный расход.



Фиг. 85.



Фиг. 86.

Рассматривая водослив в толстой стенке (фиг. 85) или исток в русло (фиг. 86) и пренебрегая вредными сопротивлениями, принимаем расход

$$Q = \mu b(z_2 - h) \sqrt{2gh},$$

что возможно допустить, так как в русле частицы движутся по прямым, параллельным дну русла.

В силу вышесказанного положения мы должны для определения высоты перепада h найти максимальное значение Q , для чего приравняем нулю производную по h от функции $(z_2 - h)\sqrt{h}$, т. е.

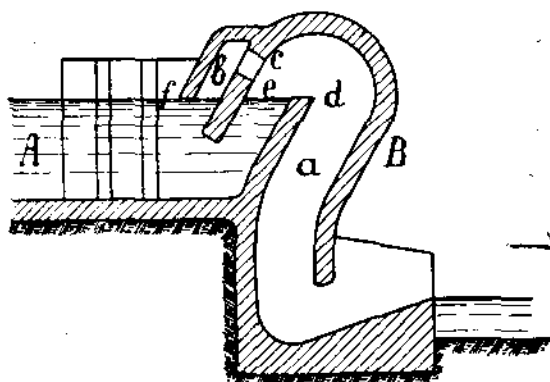
$$z_2 - 3h = 0,$$

откуда $h = \frac{1}{3} z_2$, и толщина слоя воды над порогом:

$$z_2 - h = \frac{2}{3} z_2,$$

а потому приблизительно

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \cdot z_2 \sqrt{2g \frac{z_2}{3}} \dots \dots \dots (160)$$



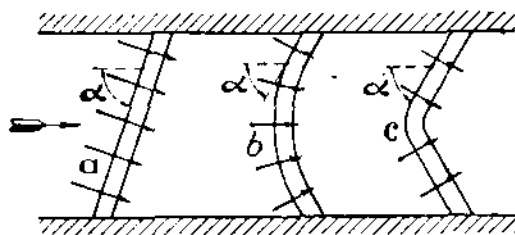
Фиг. 87.

Но Беланже, а за ним и Буссинеск (Boussinesq) не обратили внимания на то обстоятельство, что сопротивления должны влиять на характер истечения, и в действительности «принцип наибольшего расхода» не оправдывается.

В теплых странах и горных штольнях, в которых исключена возможность промерзания, могут быть применяемы сифонные водосливы (фиг. 87).

Когда уровень в верхнем русле A поднимется выше гребня d — вода начнет переливаться в трубу a сифона B ; при этом будет происходить через отверстие c

всасывание верхней воды в канал b , из которого она через отверстие c будет переливаться также в трубу a ; последняя заполнится водою — и сифон начнет работать, засасывая из верхнего русла воду через отверстия c и e до тех пор, пока уровень в указанном русле не понизится до ребра f ; тогда воздух врывается в верхнее колено сифона — и работа его прекращается. Ребро f находится на одном уровне с ребром d водослива.



Фиг. 88.

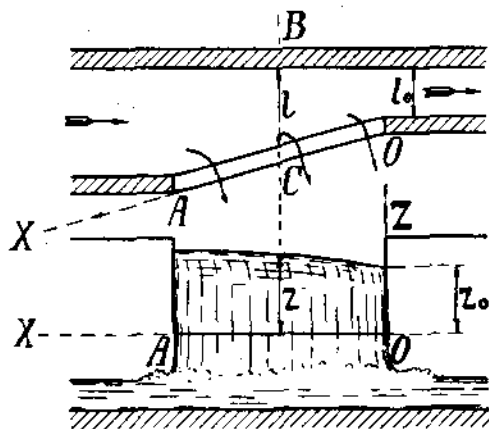
Для уменьшения по возможности вредного действия водоворотов, стремятся уменьшить толщину переливающегося через гребень слоя воды, а для этого приходится увеличивать длину плотины, что достигается тем, что придают плотине в русле реки или наклонное к направлению течения положение (фиг. 88, а), и получается так называемый ко-

сой водослив, или плотину делают криволинейною — сводчатую (фиг. 88, б) или ломаную (фиг. 88, в), и получаются криволинейный и ломаный, или шевронный водослив. В таких водосливах следует принимать во внимание стеснение истечения и изменение направления струй, — стеснение истечения будет тем больше, чем больше будет отличаться от прямого угол α между направлением водослива и направлением течения в русле. Вследствие указанных причин безопаснее при определении расхода через такие водосливы вводить поправочный коэффициент, определяемый из нижеприведенной таблицы.

Угол α	5°	15°	30°	45°	60°	90°
Поправочный коэффициент	0,80	0,86	0,91	0,94	0,96	1,00

К таким водосливам прибегают также с целью повысить уровень верхнего резервуара, не уменьшая максимальный расход через водослив.

Боковой водослив. Если водосливное отверстие сделано в боковой стенке русла или канала (фиг. 89), то такой водослив называется боковым. Истечение через боковой водослив очень мало обследовано, тем не менее при некоторых допущениях этот вопрос подлежит разрешению. Придавая различную ширину каналу, возможно достигнуть постоянной скорости течения в нем, несмотря на расход через водослив, а, следовательно, возможно принять падение τ постоянным (см. § 40), и, так как оно обыкновенно в каналах



Фиг. 89.

имеет небольшую величину, то его можно положить равным $\frac{dz}{dx}$.

Для определения средней скорости течения в канале воспользуемся формулой Кези (см. § 40); тогда расход, определяемый для произвольного сечения BC , будет:

$$Q = k \cdot l \cdot h \sqrt{R \frac{dz}{dx}}, \dots \dots \dots (161)$$

где l — ширина канала в рассматриваемом сечении BC , h — его глубина, которую можно принять очень мало изменяющеюся, и R — средний гидравлический радиус.

Из равенства (161) имеем:

$$Q^2 = k^2 \cdot l^2 \cdot h^2 \cdot R \frac{dz}{dx}$$

и

$$dz = \frac{Q^2}{k^2 \cdot l^2 \cdot h^2 \cdot R} dx \dots \dots \dots (162)$$

Нижнюю часть канала, положим, отводится в секунду $Q_0 \text{ м}^3$ воды; тогда в силу вышесказанных соображений можно признать допустимым соотношение между расходами:

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{l}{l_0}$$

и

$$Q = Q_0 \frac{l}{l_0}.$$

Подставляя это значение для Q в уравнение (162), получим:

$$dz = \frac{Q_0^2}{k^2 \cdot l_0^2 \cdot h^2 \cdot R} dx \dots \dots \dots (163)$$

и

$$\int_{z_0}^z dz = \int_0^x \frac{Q_0^2}{k^2 \cdot l_0^2 \cdot h^2 \cdot R} dx$$

или

$$z = z_0 + \frac{Q_0^2}{k^2 \cdot l_0^2 \cdot h^2 \cdot R} x \dots \dots \dots (164)$$

Элементарный расход через боковой водослив будет:

$$dq = \frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} \cdot z^{3/2} \cdot dx.$$

Подставляя вместо z его значение из ур. (164), получим:

$$dq = \frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} \left(z_0 + \frac{Q_0^2}{k^2 \cdot l_0^2 \cdot h^2 \cdot R} x \right)^{3/2} dx$$

или

$$dq = \frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} \left(\frac{Q_0^2}{k^2 \cdot l_0^2 \cdot h^2 \cdot R} \right)^{1/2} \cdot \left(\frac{k^2 \cdot l_0^2 \cdot h^2 \cdot R \cdot z_0}{Q_0^2} + x \right)^{3/2} dx \dots \dots (165)$$

Положим, полная ширина бокового водослива $x=b$, и приток в верхней части канала, перед водосливом, равняется Q_1 м³ в сек.; тогда, интегрируя дифференциальное уравнение (165), определим полный расход через боковой водослив:

$$q = Q_1 - Q_0 = \frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} \left(\frac{Q_0^2}{k^2 \cdot l_0^2 \cdot h^2 \cdot R} \right)^{3/2} \left[\left(\frac{k^2 \cdot l_0^2 \cdot h^2 \cdot R \cdot z_0}{Q_0^2} + b \right)^{5/2} - \left(\frac{k^2 \cdot l_0^2 \cdot h^2 \cdot R \cdot z_0}{Q_0^2} \right)^{5/2} \right]$$

или

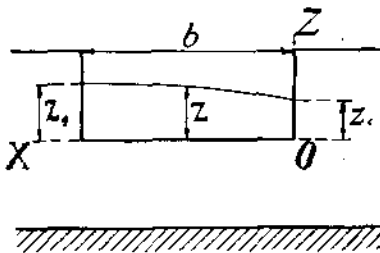
$$q = Q_1 - Q_0 = \frac{4}{15} \mu \sqrt{2g} \left(\frac{Q_0^2}{k^2 \cdot l_0^2 \cdot h^2 \cdot R} \right)^{3/2} \cdot \left[\left(\frac{k^2 \cdot l_0^2 \cdot h^2 \cdot R \cdot z_0}{Q_0^2} + b \right)^{5/2} - \left(\frac{k^2 \cdot l_0^2 \cdot h^2 \cdot R \cdot z_0}{Q_0^2} \right)^{5/2} \right] \dots \dots \dots (166)$$

Рассчитывая подобный водослив с некоторым запасом, будем принимать коэффициент расхода μ = от 0,45 до 0,47 (хотя в некоторых случаях возможно его увеличить и до 0,63), а тогда $\frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} = 1,33$ до 1,39, в среднем $\frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} = 1,36$ и $\frac{4}{15} \mu \sqrt{2g} = 0,544$.

Вставляя этот коэффициент в ур. (166), получим:

$$q = Q_1 - Q_0 = 0,544 \left(\frac{Q_0^2}{k^2 \cdot l_0^2 \cdot h^2 \cdot R} \right)^{3/2} \cdot \left[\left(\frac{k^2 \cdot l_0^2 \cdot h^2 \cdot R \cdot z_0}{Q_0^2} + b \right)^{5/2} - \left(\frac{k^2 \cdot l_0^2 \cdot h^2 \cdot R \cdot z_0}{Q_0^2} \right)^{5/2} \right] \dots \dots \dots (167)$$

Обыкновенно боковой водослив выполняют полным, т. е. незатопленным, и задаются величинами: Q_0 , Q_1 , k , l_0 , R и z_0 и определяют ширину водослива b , при чем из ур. (164) можно найти также толщину струи в самом начале водослива. Само собою разумеется, вопрос можно ставить и иначе, например: при данных размерах водослива — находить расход q и т. д.



Фиг. 90.

Та же задача о боковом водосливе разрешается значительно проще, если пренебрегать вредными сопротивлениями в русле или канале. Положим, перед самым водосливом приток в канале = Q_1 м³, а отвод с конца водослива = Q_0 м³, и соответственно площади живых сечений канала = ω_1 и ω_0 и средние скорости = v_1 и v_0 (фиг. 90).

Принимая движение установившимся, можно приблизительно положить:

$$v_0 = \frac{Q_0}{\omega_0} \text{ и } v_1 = \frac{Q_1}{\omega_1}.$$

При горизонтальном пороге, для верхних струек:

$$z_0 = z_1 - \frac{v_0^2 - v_1^2}{2g}.$$

Далее, можно принять

$$z = z_0 + \frac{z_1 - z_0}{b} \cdot x.$$

Имея эти указания, можно определить элементарный расход через боковой водослив:

$$dq = \frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} \left[z_0 + \frac{z_1 - z_0}{b} \cdot x \right]^{3/2} dx$$

и

$$\int_0^q dq = \int_{x=0}^{x=b} \frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} \left[z_0 + \frac{z_1 - z_0}{b} \cdot x \right]^{3/2} dx$$

или

$$q = \frac{4}{15} \mu b \sqrt{2g} \frac{z_1^{5/2} - z_0^{5/2}}{z_1 - z_0} \dots \dots \dots (168)$$

Получаем очень простое уравнение, из которого можно определить приблизительное значение b или, при данной ширине водослива b , — расход q .

Если стенки русла или канала будут параллельны между собою (фиг. 91), и в одной из них выбрано отверстие для бокового водослива, то такой водослив весьма часто называют параллельным.

Обыкновенно такими водосливами снабжаются многоводные русла или каналы, а сами водосливы делаются сравнительно небольшой величины. При таких условиях возможно скорость течения на всем протяжении канала считать мало изменяющеюся; примем ее постоянной, это даст возможность решить данную задачу самостоятельно и весьма просто.

Элементарный расход через параллельный водослив (сечение соответствующей элементарной струйки заштриховано на чертеже) будет:

$$k \sqrt{2g} \cdot z^{3/2} dx.$$

Рассматривая два нормальных сечения водяного потока 1—1 и 2—2, находящиеся на расстоянии dx одно от другого, и принимая во внимание, что расход в сечении 2—2 будет равен расходу в сечении 1—1, увеличенному на элементарный расход через водослив, можем составить следующее уравнение:

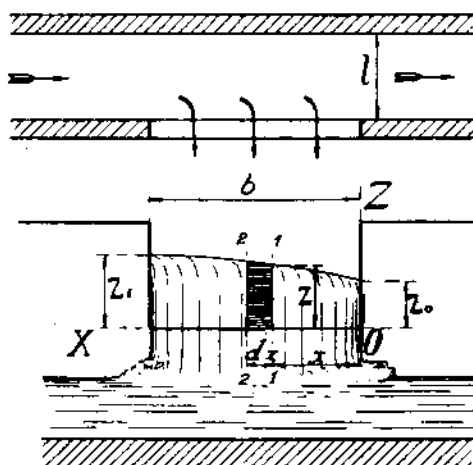
$$v \cdot l \cdot (z + dz) = v \cdot l \cdot z + k \sqrt{2g} \cdot z^{3/2} \cdot dx \dots \dots \dots (169)$$

Из этого уравнения имеем:

$$v \cdot l \cdot dz = k \sqrt{2g} \cdot z^{3/2} \cdot dx$$

и

$$\int \frac{dz}{z^{3/2}} = \frac{k \sqrt{2g}}{v \cdot l} \int dx$$



Фиг. 91.

или

$$C - \frac{2}{\sqrt{z}} = \frac{k\sqrt{2g}}{v \cdot l} \cdot x$$

При $x=0$ $z=z_0$, и постоянная произвольная

$$C = \frac{2}{\sqrt{z_0}}$$

Подставляя это значение в предыдущее уравнение, получим:

$$\frac{2}{\sqrt{z_0}} - \frac{2}{\sqrt{z}} = \frac{k\sqrt{2g}}{v \cdot l} \cdot x,$$

откуда

$$z = \left(\frac{2}{\frac{2}{\sqrt{z_0}} - \frac{k\sqrt{2g}}{v \cdot l} \cdot x} \right)^2 \dots \dots \dots (170)$$

Расход q через водослив будет равен объему воды, притекающей по каналу перед водосливом, за вычетом объема воды, отводимой нижним каналом; рассматривая объемы воды, протекающие выше горизонтальной плоскости, проходящей через гребень водослива, получим:

$$q = v \cdot l \cdot z_1 - v \cdot l \cdot z_0 = v \cdot l (z_1 - z_0) \dots \dots \dots (171)$$

Ордината z_1 соответствует $x=b$; подставляя в ур. (170) вместо x величину b , определим z_1 и, подставляя его значение в равенство (171), получим:

$$q = v \cdot l \left[\left(\frac{2}{\frac{2}{\sqrt{z_0}} - \frac{k\sqrt{2g}}{v \cdot l} \cdot b} \right)^2 - z_0 \right] \dots \dots \dots (172)$$

Как видно, получили довольно простого вида уравнение для определения или расхода q , или ширины b водослива, при заданных: q , v , l и z_0 и принятом значении коэффициента k .

Заканчивая статью о водосливах, следует еще указать на одно обстоятельство. Весьма нередко устройством плотины определяется возможный подъем уровня воды, т.е. величина перепада, и при этом определяются предельные размеры водослива; спрашивается, какого вида получится водослив — полный или неполный, при определенном расходе Q и определенной средней скорости v_0 подхода воды к водосливу?

Для решения этого вопроса чрезвычайно удобно воспользоваться формулой (134), которая хотя и не для всех водосливов дает точные результаты, но в достаточной степени выясняет происходящее явление. При выводе форм. (134), как мы видели, расход через неполный водослив рассматривался как суммарный расход, состоящий из расхода через полный водослив и расхода через истечение под уровень. Если учесть скорость v_0 , то формулу (134) можно представить в следующем виде (фиг. 77):

$$Q = k \cdot b \sqrt{2g} \left[\left(z_3 + \frac{v_0^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(\frac{v_0^2}{2g} \right)^{3/2} \right] + k_1 \cdot b \cdot z_1 \sqrt{2g \left(z_3 + \frac{v_0^2}{2g} \right)}. \quad (173)$$

Для приближенных вычислений можно принимать $k=0,57$ и $k_1=0,62$. Если, например, будет задана высота z_3 подъема воды плотиною (фиг. 77), затем даны: ширина b водослива, количество Q , которое он должен пропустить

в секунду, и средняя скорость подхода воды v_0 , или же глубина воды в русле и его размеры, то могут иметь место два неравенства:

$$\left. \begin{aligned} Q &< 0,57 b \sqrt{2g} \left[\left(z_3 + \frac{v_0^2}{2g} \right)^{1/2} - \left(\frac{v_0^2}{2g} \right)^{1/2} \right] \\ \text{или} \\ Q &> 0,57 b \sqrt{2g} \left[\left(z_3 + \frac{v_0^2}{2g} \right)^{1/2} - \left(\frac{v_0^2}{2g} \right)^{1/2} \right] \end{aligned} \right\} \dots (174)$$

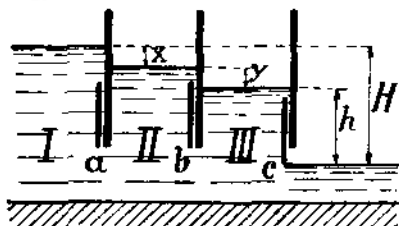
Первое неравенство обуславливает собою образование полного водослива (сравни с форм. 173), второе — неполного, при одинаковых перепадах z_3 .

Заканчивая этот параграф, следует указать, что в нем не исчерпываются все случаи истечений через отверстия; возможны отдельные, особые случаи, как, например, истечение через быстро открывающиеся большие отверстия, являющиеся вследствие прорыва плотины, и т. п. Некоторые указания по данному вопросу приведены ниже в § 46.

Истечение жидкости из сообщающихся сосудов.

32. Весьма часто приходится наблюдать истечение жидкости из сосудов, которые находятся в сообщении между собою, и из которых каждый имеет щиты, изменяющие величину отверстий.

Положим, полный напор = H . Если закрыть щит c , то, при открытых щитах a и b , жидкость во всех трех сосудах I, II, III (фиг. 92) будет стоять на одном уровне. Откроем щит c , тогда произойдет понижение уровней в сосудах — и для переливания жидкости из сосуда I во II (сосуд I, положим, питающий и имеет постоянный уровень) необходим напор x , а для переливания из сосуда II в III — напор y . Допустим непрерывность тока, тогда:



Фиг. 92.

$$Q = \mu \omega_1 \sqrt{2g x} = \mu \omega_2 \sqrt{2g y} = \mu \omega_3 \sqrt{2g h}$$

или

$$Q = \mu \omega_3 \sqrt{2g (H - x - y)}$$

В этих формулах $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ изображают собою площади отверстий истечения, и для всех принят одинаковый коэффициент расхода, хотя, само собою разумеется, могут быть коэффициенты разные.

Из вышеприведенных уравнений получим:

$$x = \frac{1}{2g} \left(\frac{Q}{\mu \omega_1} \right)^2, y = \frac{1}{2g} \left(\frac{Q}{\mu \omega_2} \right)^2, H - x - y = \frac{1}{2g} \left(\frac{Q}{\mu \omega_3} \right)^2$$

или

$$H = \frac{1}{2g} \left(\frac{Q}{\mu \omega_3} \right)^2 + x + y = \frac{Q^2}{2g} \left[\frac{1}{(\mu \omega_1)^2} + \frac{1}{(\mu \omega_2)^2} + \frac{1}{(\mu \omega_3)^2} \right],$$

откуда

$$Q = \mu \sqrt{\frac{2g H}{\frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} + \frac{1}{\omega_3^2}}}$$

Если бы число сосудов было, положим, n , то:

$$Q = \mu \sqrt{\frac{2gH}{\frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} + \dots + \frac{1}{\omega_n^2}}} \dots (175)$$

Скорость истечения в n -м сосуде будет

$$V_n = \frac{Q}{\omega_n} = \varphi \sqrt{\frac{2gH}{\left(\frac{\omega_n}{\omega_1}\right)^2 + \left(\frac{\omega_n}{\omega_2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\omega_n}{\omega_{n-1}}\right)^2 + 1}} \dots (176)$$

Если $\omega_1 = \omega_2 = \dots = \omega_n$, то:

$$Q = \mu \sqrt{\frac{2gH}{\frac{n}{\omega_n^2}}} = \mu \omega_n \sqrt{\frac{2gH}{n}} \dots (177)$$

и

$$V_n = \varphi \sqrt{\frac{2gH}{n}} \dots (178)$$

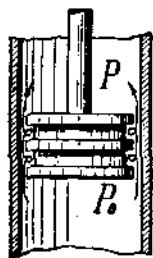
Из последней формулы видно, что $h = H/n$. Формулы (177) и (178) указывают на то, как значительно уменьшается расход и скорость истечения из последнего сосуда при сообщающихся сосудах. Если отверстия ω_1 , ω_2 и т. д. будут сравнительно с ω_n довольно значительны, т.-е. дроби $1/\omega_1^2$, $1/\omega_2^2$ будут малы — сравнительно с дробью $1/\omega_n^2$, то приблизительно:

$$Q = \mu \sqrt{\frac{2gH}{1/\omega_n^2}} = \mu \omega_n \sqrt{2gH} \dots (179)$$

и

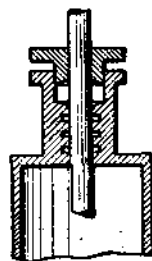
$$V_n = \varphi \sqrt{2gH} \dots (180)$$

Как видно, в этом случае влияние остальных сосудов сводится на нуль, и мы пользуемся полным напором. Вот почему, когда русло разветвляется, и вода подводится на гидравлические приемники отдельными руслами, то не следует стеснять воду при переходе из одного русла в другое.



Фиг. 93.

Уменьшать количество жидкости, вытекающей из последнего отверстия, можно различным образом: уменьшая отверстие c — мы уменьшаем расход Q , и, следовательно, жидкость в сосудах II и III подыметсЯ, и h увеличится — это наиболее рациональный способ регулирования; уменьшая отверстие b — повысим уровень во II сосуде и понизим в III, следовательно, и h уменьшится; уменьшая отверстие a — понизим уровни во II и III сосудах, и опять h уменьшится, а потому последние два способа управления притоком жидкости в нижнее русло менее рациональны.



Фиг. 94.

Свойством сообщающихся сосудов понижать напор h пользуются и в машиностроении, например: имея поршни без колец с кольцеобразными каналами (лабиринтное уплотнение или лабиринтная набивка), мы можем уменьшить проток жидкости или газа (фиг. 93).

Положим, величина площади кольцеобразного зазора между поршнем и стенками ω ; тогда при давлениях p и p_0 жидкости, с каждой стороны поршня, потеря жидкости через зазоры (в 1 секунду) будет (см. форм. 179):

$$Q = \mu \cdot \omega \cdot \sqrt{\frac{2g(p - p_0)}{\Delta}} \dots (181)$$

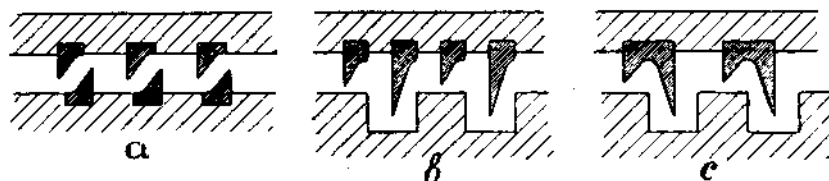
где Δ — вес ед. объема данной жидкости. Если будем иметь n гребней, образуемых заточками (фиг. 93), то вышеуказанная потеря будет:

$$Q = \rho \omega_0 \sqrt{\frac{2g(p - p_0)}{n \Delta}}, \dots \dots \dots (182)$$

т. е. значительно меньше первой.

Подобно поршням устраиваются и сальники, которые также снабжаются кольцевыми каналами — для уменьшения протока жидкости или газа (фиг. 94).

При опытах Баха над лабиринтными уплотнениями обнаружился очень интересный факт, что при применении в поршне кольцевых заточек сопротивление протеканию жидкости было даже меньше, чем в гладком поршне без заточек, т. е. получилось более легкое проскакивание жидкости. Бах объяснял это явление тем, что при вступлении в заточки не происходит расширения жидкости (теорема Борда-Карно), и она в глубине заточек остается неподвижною — и та жидкость, которая проскакивает через зазор между поршнем и стенками цилиндра, частично, в заточках поршня, будет испытывать трение о жидкость же, значительно меньшее трения о твердые стенки поршня, вследствие чего в общем сопротивление протеканию и уменьшается.



Фиг. 95.

По нашим наблюдениям подобное явление проскакивания всегда обнаруживалось, когда заточки были сделаны мелкими, но, когда заточки образовали собою довольно значительные кольцевые полости — польза их обнаруживалась явно.

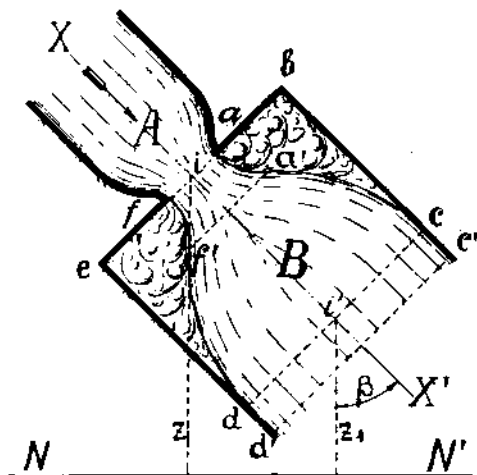
В сальниках паровых турбин для лучшего уплотнения применяются заточки и кольца, образующие кольцевые выступы, заставляющие протекающую среду изменять свое направление и тем оказывающие большее сопротивление проскакиванию (фиг. 95, *a*, *b* и *c*).

Теорема Борда-Карно.

✓ 33. При внезапном увеличении сечения струи жидкости происходит быстрое изменение в величине скорости, подобное удару. Имея такой случай установившегося движения жидкости и применяя для него ур. Д. Бернулли, необходимо ввести поправку, что и было выполнено проф. Белаяже; но значительно ранее (в 1766 г.) ученым Борда (J. Ch. Borda) было указано на потерю энергии при ударе капельных жидкостей, почему в гидравлике это явление и носит часто название — **принцип Борда**, который в сущности есть не что иное, как распространение на капельные жидкости общего **принципа Карно** (Carnot) о потере энергии при ударе упругих масс, вот почему решение настоящего вопроса обыкновенно носит название теоремы Борда-Карно.

Положим, жидкость вытекает из сосуда *A* в сосуд *B*, при этом площадь сечения в сосуде *B* значительно больше площади сечения *a* ф сосуда *A* (фиг. 96).

Применим уравнение количеств движения к части жидкости, заключающейся между сечениями be и cd . В промежуток времени dt объем жидкости $acdf$ займет положение $a'c'd'f'$. Вместо этого бесконечно-малого перемещения



Фиг. 96.

конечного объема $acdf$, при движении установившемся, можно рассматривать перемещение бесконечно-малого объема $aa'ff'$ в конечное положение $cc'dd'$. За ось проекций примем ось XX' , параллельную геометрической оси сосудов, высоты же будем считать от горизонтальной плоскости NN' .

Положим площадь сечения $af = \omega$ и площадь сечения $cd = \Omega$; соответственно средние скорости в этих сечениях пусть будут v и v_1 ; тогда приращение количеств движения будет ¹⁾:

$$\frac{\Delta \cdot \Omega \cdot v_1 \cdot dt}{g} \cdot v_1 - \frac{\Delta \cdot \omega \cdot v \cdot dt}{g} \cdot v.$$

Непрерывность течения требует, чтобы

$$\omega \cdot v = \Omega \cdot v_1.$$

В сечениях af и cd можно предположить, что движение частиц жидкости происходит параллельными струйками, а потому принимаем, что давление в указанных сечениях распределяется по законам Гидростатики, в углах же b и e , как уже было указано, движение очень медленное, а потому без большой погрешности и здесь можно допустить распределение давления по тому же закону и принять полные давления в сечениях be и cd равными давлениям p и p_1 в центрах тяжести указанных сечений, помноженным на площади указанных сечений, т.е.

$$p\Omega \text{ и } p_1\Omega,$$

импульсы которых равняются

$$p\Omega \cdot dt \text{ и } p_1\Omega \cdot dt.$$

Следует учесть еще влияние веса жидкости рассматриваемого объема, каковой вес равняется

$$\Delta \Omega \cdot \ddot{u}.$$

Импульс веса объема жидкости, спроектированный на ось XX' , будет:

$$\Delta \Omega \cdot \ddot{u} \cdot dt \cdot \cos \beta = \Delta \Omega (\ddot{u} \cdot \cos \beta) dt = \Delta \Omega (z - z_1) dt.$$

Проекция импульсов давлений, действующих на боковую поверхность рассматриваемого объема жидкости, будут $= 0$, так как давления перпендикулярны оси XX' .

Все вышеприведенные величины связываются уравнением количеств движения, которое будет иметь следующий вид:

$$\frac{\Delta \Omega v_1 dt}{g} v_1 - \frac{\Delta \omega v dt}{g} v = \Delta \Omega (z - z_1) dt + \Omega (p - p_1) dt,$$

¹⁾ Приращением количеств движения частиц жидкости, находящихся в углах b и e , мы пренебрегаем, т. к. скорости их чрезвычайно малы, и мы их полагаем равными нулю.

но $\omega \cdot v = \Omega \cdot v_1$, а потому:

$$\frac{\Delta \Omega v_1 dt}{g} (v_1 - v) = \Delta \Omega (z - z_1) dt + \Omega (p - p_1) dt, \dots (183)$$

откуда

$$\frac{\Delta}{g} v_1 (v_1 - v) = \Delta (z - z_1) + p - p_1,$$

или

$$v_1 \frac{(v_1 - v)}{g} = z - z_1 + \frac{p - p_1}{\Delta} \dots (184)$$

Применим к данному случаю теорему Д. Бернулли; тогда, рассматривая сечения af и cd и обозначая искомую потерю энергии на внезапное расширение струи через ζ , получим:

$$z + \frac{p}{\Delta} + \frac{v^2}{2g} = z_1 + \frac{p_1}{\Delta} + \frac{v_1^2}{2g} + \zeta,$$

откуда

$$\zeta = \frac{v^2 - v_1^2}{2g} + z - z_1 + \frac{p - p_1}{\Delta}.$$

(Сравнивая это уравнение с ур. (184), получим:

$$\zeta = \frac{v^2 - v_1^2}{2g} + \frac{v_1 (v_1 - v)}{g} = \frac{(v - v_1)^2}{2g} \dots (185)$$

Это равенство показывает, что при внезапном изменении сечения струи или при внезапном изменении скоростей частиц получается явление, однородное с ударом, на преодоление которого, на каждую единицу веса протекающей жидкости, затрачивается работа = живой силе от потерянной скорости, как это и следовало ожидать из начала Карно. Имея значение ζ , мы можем уже написать ур. Д. Бернулли в общем виде:

$$z + \frac{p}{\Delta} + \frac{v^2}{2g} = z_1 + \frac{p_1}{\Delta} + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{(v - v_1)^2}{2g} \dots (186)$$

Итак, из всего сказанного видно, что при рассматриваемом движении жидкости потеря на удар, определяемая формулой (185), представляет собою потерю некоторой части напора, под влиянием которого происходит движение жидкости в сообщающихся между собою сосудах. Эту потерю можно выразить еще иначе — в зависимости от расхода Q , который при известных размерах сосудов и данных скоростях легко определить:

$$Q = \omega \cdot v = \Omega \cdot v_1.$$

Подставляя в формулу (185) вместо v и v_1 — их значения, определяемые из последнего равенства, получим:

$$\zeta = \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\omega} - \frac{1}{\Omega} \right)^2 \dots (187)$$

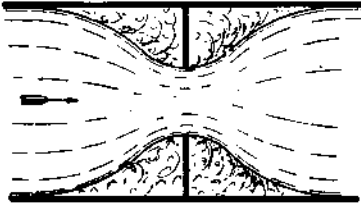
Если форма сосудов такова, что должно происходить сжатие струи, то следует ввести коэффициент расхода. Так, например, при форме сосудов, представленных на фиг. 96, сжатие струи существует; то же можно сказать, если в трубе имеется стенка или диафрагма с отверстием (фиг. 97) или клапан и т. п.; в этом случае $Q = \mu \cdot \omega \cdot v$, и

$$\zeta = \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\mu \omega} - \frac{1}{\Omega} \right)^2 \dots (188)$$

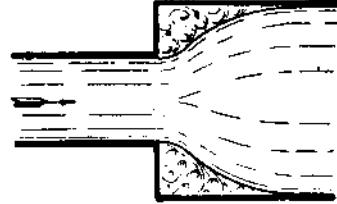
Если истечение в широкий сосуд будет происходить, например, из цилиндрической трубы (фиг. 98), то в данном случае сжатия струи не происходит — и имеет место формула (187).

Если положить $\Omega = \omega$, тогда получим случай истечения, показанный на фиг. 99, т.е. из широкого сосуда в узкий, и

$$\zeta = \frac{Q^2}{2g\omega^2} \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2 \dots \dots \dots (189)$$



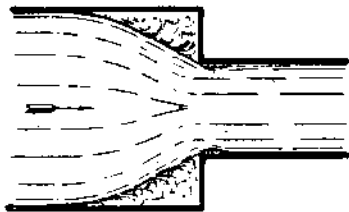
Фиг. 97.



Фиг. 98.

Если положить $\Omega = \infty$, то это будет соответствовать истечению в резервуар, в котором жидкость находится в покое (фиг. 100), и высота напора, теряющаяся на удар, равна

$$\zeta = \frac{Q^2}{2g(\mu\omega)^2} = \frac{(\mu\omega v)^2}{2g(\mu\omega)^2} = \frac{v^2}{2g} \dots \dots \dots (190)$$



Фиг. 99.



Фиг. 100.

Описываемое явление истечения в действительности имеет иной характер: скорости частиц жидкости в сечениях $a/$ и cd мы принимали равными средним скоростям v и v_1 ; в действительности скорости в каждом сечении изменяются и для различных точек могут иметь различные величины; затем не принимались во внимание вредные сопротивления — трение, затрата энергии на вихревые движения и т. п. В результате находились потери, отличающиеся от действительных, и для согласования с опытными данными необходимо ввести поправочный коэффициент — k , который определяется различными формулами.

Если для определения действительной потери ζ_r на удар будем пользоваться формулой (185), то по исправлении она примет следующий вид:

$$\zeta_r = k \frac{(v - v_1)^2}{2g} \dots \dots \dots (191)$$

На величину коэффициента k оказывает влияние, между прочим, способ перехода от одного сечения сосуда к другому; так, например, если сосуды раз-

личных сечений будут соединяться конической частью a (фиг. 101) с углом конусности α , то от величины последнего зависит и величина коэффициента k . По А. Н. Gibson минимальное значение, для угла $\alpha \leq 5^\circ 30'$

$$k = 0,135$$

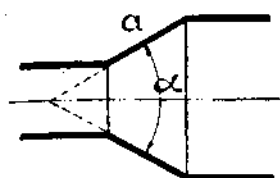
и максимальное значение для угла $\alpha \leq 63^\circ$.

$$k = 1,21$$

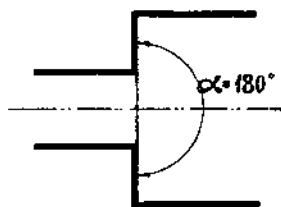
Для $\alpha = 180^\circ$ (фиг. 102)

$$k = 1,017.$$

При $\alpha = 0$ и $k = 0$, а, следовательно, и $\zeta_r = 0$, что, понятно само собою, и должно быть.



Фиг. 101.



Фиг. 102.

Сен-Венан (Saint-Venant)¹⁾ на основании опытов Борда дает следующее выражение для определения потери ζ_r :

$$\zeta_r = \frac{(v - v_1)^2}{2g} + \frac{1}{9} \frac{v_1^2}{2g}, \dots \dots \dots (192)$$

которое можно представить в другом виде:

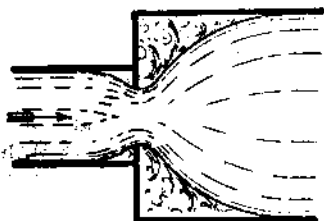
$$\zeta_r = \frac{v_1^2}{2g} \left[\left(\frac{v}{v_1} - 1 \right)^2 + \frac{1}{9} \right];$$

но (фиг. 96)

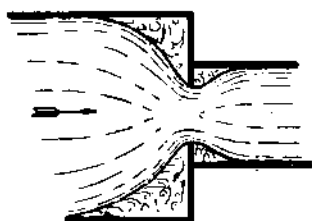
$$\omega \cdot v = \Omega \cdot v_1 \text{ и } \frac{v}{v_1} = \frac{\Omega}{\omega},$$

а потому

$$\zeta_r = \frac{v_1^2}{2g} \left[\left(\frac{\Omega}{\omega} - 1 \right)^2 + \frac{1}{9} \right] \dots \dots \dots (193)$$



Фиг. 103.



Фиг. 104.

Если при истечении происходит сжатие струи, а также, следовательно, и изменение скорости в сжатом сечении (фиг. 96, 97, 103 и 104), то следует ввести коэффициент расхода μ , и

$$\zeta_r = \frac{v_1^2}{2g} \left[\left(\frac{\Omega}{\mu \omega} - 1 \right)^2 + \frac{1}{9} \right], \dots \dots \dots (194)$$

где $\frac{v_1^2}{2g}$ представляет собою живую силу для 1 kg жидкости и, в то же время, изображает скоростный напор.

¹⁾ См. F. Flamant: Hydraulique. 1909. Стр. 75, а также Mémoires de l'Institut, T. XLIV.

Само собою разумеется, если рассматривать общий случай подобного истечения жидкости, то потеря от быстрого расширения струи жидкости в действительности может отличаться от теоретической и на иную величину, чем $\frac{1}{9} \frac{v_1^2}{2g}$. В сечении cd (фиг. 96) мы принимаем за v_1 — среднюю скорость, но в различных точках сечения cd действительные скорости могут иметь различные значения, а потому действительная живая сила для 1 kg жидкости в рассматриваемом сечении может быть принята $= \frac{mv_1^2}{2g}$ ¹⁾, и тогда в формуле (193) добавочный член $\frac{1}{9}$ может быть заменен величиною $(m-1)$, и указанная формула представится в следующем виде:

$$\zeta_r = \frac{v_1^2}{2g} \left[\left(\frac{\Omega}{\omega} - 1 \right)^2 + (m-1) \right] \dots \dots \dots (195)$$

или, учитывая сжатие струи:

$$\zeta_r = \frac{v_1^2}{2g} \left[\left(\frac{\Omega}{\mu\omega} - 1 \right)^2 + (m-1) \right] \dots \dots \dots (196)$$

Если учесть еще потерю напора на преодоление вредных сопротивлений в сосуде, в который происходит истечение, то, полагая напор, затрачиваемый на преодоление указанных сопротивлений, равным ¹⁾ $\frac{nv_1^2}{2g}$, получим:

$$\zeta_r = \frac{v_1^2}{2g} \left[\left(\frac{\Omega}{\mu\omega} - 1 \right)^2 + (m+n-1) \right] \dots \dots \dots (197)$$

и полный напор h , необходимый для получения средней скорости v_1 и действительной живой силы $\frac{mv_1^2}{2g}$ для 1 kg жидкости, в сечении cd , будет:

$$\begin{aligned} h &= \frac{mv_1^2}{2g} + \frac{v_1^2}{2g} \left[\left(\frac{\Omega}{\mu\omega} - 1 \right)^2 + (m+n-1) \right] = \\ &= \frac{v_1^2}{2g} \left[\left(\frac{\Omega}{\mu\omega} - 1 \right)^2 + (2m+n-1) \right] \dots \dots \dots (198) \end{aligned}$$

Если будет происходить истечение из широкого сосуда в узкий (фиг. 99 и 104), то, как мы уже видели при выводе формулы (189), необходимо положить $\Omega = \omega$, и формулы (194), (196), (197) и (198) для данного случая преобразуются в следующие:

$$\zeta_r = \frac{v_1^2}{2g} \left[\left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2 + \frac{1}{9} \right] \dots \dots \dots (199)$$

$$\zeta_r = \frac{v_1^2}{2g} \left[\left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2 + (m-1) \right] \dots \dots \dots (200)$$

$$\zeta_r = \frac{v_1^2}{2g} \left[\left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2 + (m+n-1) \right] \dots \dots \dots (201)$$

и

$$h = \frac{v_1^2}{2g} \left[\left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2 + (2m+n-1) \right] \dots \dots \dots (202)$$

¹⁾ где m и n — некоторые коэффициенты.

Вышеприведенные формулы можно представить еще иначе, если потерю на быстрое расширение струи выразить в зависимости от расхода Q , как это мы делали при преобразовании формулы (185) в формулу (187). Полагая $Q = \Omega \cdot v_1$, определим v_1 :

$$v_1 = \frac{Q}{\Omega}.$$

Подставляя это значение для v_1 в формулы (193) — (202), соответственно получим:

$$\zeta_r = \frac{Q^2}{2g} \left[\left(\frac{1}{\omega} - \frac{1}{\Omega} \right)^2 + \frac{1}{9} \left(\frac{1}{\Omega} \right)^2 \right] \dots \dots \dots (203)$$

$$\zeta_r = \frac{Q^2}{2g} \left[\left(\frac{1}{\omega} - \frac{1}{\Omega} \right)^2 + (m-1) \left(\frac{1}{\Omega} \right)^2 \right] \dots \dots \dots (204)$$

$$\zeta_r = \frac{Q^2}{2g} \left[\left(\frac{1}{\mu\omega} - \frac{1}{\Omega} \right)^2 + (m-1) \left(\frac{1}{\Omega} \right)^2 \right] \dots \dots \dots (205)$$

$$\zeta_r = \frac{Q^2}{2g} \left[\left(\frac{1}{\mu\omega} - \frac{1}{\Omega} \right)^2 + (m+n-1) \left(\frac{1}{\Omega} \right)^2 \right] \dots \dots \dots (206)$$

$$h = \frac{Q^2}{2g} \left[\left(\frac{1}{\mu\omega} - \frac{1}{\Omega} \right)^2 + (2m+n-1) \left(\frac{1}{\Omega} \right)^2 \right] \dots \dots \dots (207)$$

$$\zeta_r = \frac{Q^2}{2g\omega^3} \left[\left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2 + \frac{1}{9} \right] \dots \dots \dots (208)$$

$$\zeta_r = \frac{Q^2}{2g\omega^3} \left[\left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2 + (m-1) \right] \dots \dots \dots (209)$$

$$\zeta_r = \frac{Q^2}{2g\omega^3} \left[\left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2 + (m+n-1) \right] \dots \dots \dots (210)$$

и

$$h = \frac{Q^2}{2g\omega^3} \left[\left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2 + (2m+n-1) \right] \dots \dots \dots (211)$$

В зависимости от вида сосудов и характера истечения легко по одной из соответствующих формул определить потерю на быстрое расширение струи или величину требующегося напора для получения желаемой средней скорости v_1 .

Для примера воспользуемся формулой (202) и покажем, каким образом определить соотношение между величинами h и v_1 .

Положим, сосуд, в который происходит истечение, имеет вид трубы весьма незначительной длины, тогда величиною n можно пренебречь. Величина коэффициента расхода μ обыкновенно принимается $= 0,62$, по Базену же можно положить $\mu = 0,7$. Что же касается величины коэффициента m , то по Фламану (Flamant) $m = 1,11$, по Сен-Венану (Saint-Venant) тоже $m = 1,11$, по Буссинеску (Boussinesq) $m = 1,14$ и $2m \cong 2,3$.

Если принять $\mu = 0,62$ и $m = 1,11$, то по формуле (202):

$$h \cong 1,6 \frac{v_1^2}{2g},$$

или

$$v_1 \cong 0,79 \sqrt{2gh}.$$

Если положить $\mu = 0,7$ и $m = 1,11$, то:

$$h \cong 1,4 \frac{v_1^2}{2g},$$

или

$$v_1 \cong 0,84 \sqrt{2gh}.$$

Задаваясь величиною скорости v_1 , можно определить требуемый для ее получения напор h ; или, имея напор h , можно найти величину средней скорости v_1 .

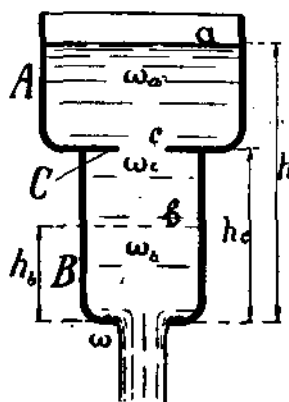
Формулы (193) — (202) показывают, что вообще потерю напора на быстрое расширение струи можно изобразить очень простою на вид формулою:

$$\zeta_r = K \frac{v_1^2}{2g}, \dots \dots \dots (212)$$

где K — численный коэффициент.

Рассмотрим для примера случай истечения из сосуда, в котором бы пришлось считаться с потерей Борда-Карно.

Положим, имеется сосуд, состоящий из двух частей A и B , между которыми имеется перегородка C с отверстием (фиг. 105). Требуется определить скорость истечения v из отверстия в нижнем днище сосуда. Положим, движение установилось. Обозначим соответственно площади сечений сосудов A и B через ω_a и ω_b , а площади отверстий в перегородке C и в нижнем днище — через ω_c и ω . Скорости в соответствующих сечениях пусть будут: v_a и v_b , а в отверстиях — v_c и v . Пользуясь ур. Д. Бернулли, составим для трех сечений, на вертикальных расстояниях: h , h_c и h_b (произвольном) от нижнего дна, следующие уравнения:



Фиг. 105.

$$h + \frac{\pi}{\Delta} + \frac{v_a^2}{2g} = h_c + \frac{p_c}{\Delta} + \frac{v_c^2}{2g},$$

$$h_c + \frac{p_c}{\Delta} + \frac{v_c^2}{2g} = h_b + \frac{p_b}{\Delta} + \frac{v_b^2}{2g} + \frac{(v_c - v_b)^2}{2g},$$

$$h_b + \frac{p_b}{\Delta} + \frac{v_b^2}{2g} = \frac{\pi}{\Delta} + \frac{v^2}{2g},$$

где π — давление атмосферы, p_c и p_b — давления в соответствующих сечениях.

Складывая уравнения второе и третье, получим:

$$h_c + \frac{p_c}{\Delta} + \frac{v_c^2}{2g} = \frac{\pi}{\Delta} + \frac{v^2}{2g} + \frac{(v_c - v_b)^2}{2g}.$$

Сравнивая это уравнение с первым из вышеприведенных, получим:

$$h + \frac{\pi}{\Delta} + \frac{v_a^2}{2g} = \frac{\pi}{\Delta} + \frac{v^2}{2g} + \frac{(v_c - v_b)^2}{2g},$$

откуда

$$\frac{v^2}{2g} = h + \frac{v_a^2}{2g} - \frac{(v_c - v_b)^2}{2g}.$$

Но при сплошном токе жидкости:

$$v \cdot \omega = v_b \cdot \omega_b = v_c \cdot \omega_c = v_a \cdot \omega_a,$$

а потому

$$\frac{v^2}{2g} = h + \frac{v^2}{2g} \left(\frac{\omega}{\omega_a} \right)^2 - \left(\frac{\omega}{\omega_c} - \frac{\omega}{\omega_b} \right)^2 \frac{v^2}{2g},$$

откуда искомая скорость:

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1 - \omega^2 \left[\frac{1}{\omega_a^2} - \left(\frac{1}{\omega_c} - \frac{1}{\omega_b} \right)^2 \right]}}$$

Вводя для соответствующих отверстий коэффициенты сжатия: α_c и α_b и коэффициент скорости — φ , получим:

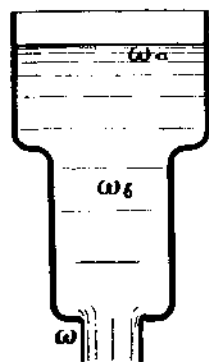
$$v = \varphi \sqrt{\frac{2gh}{1 - \alpha^2 \omega^2 \left[\frac{1}{\omega_a^2} - \left(\frac{1}{\alpha_c \omega_c} - \frac{1}{\omega_b} \right)^2 \right]}} \dots \dots \dots (213)$$

Если уничтожить перегородку c (фиг. 106), то $\omega_c = \omega_b$, и

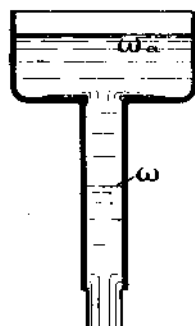
$$v = \varphi \sqrt{\frac{2gh}{1 - \frac{\alpha^2 \omega^2}{\omega_a^2} + \left(\frac{\alpha \omega}{\alpha_c \omega_b} - \frac{\alpha \omega}{\omega_b} \right)^2}}$$

Полагая $\frac{\alpha \omega}{\omega_a} = n$ и $\frac{\alpha \omega}{\alpha_c \omega_b} = n_1$, получим:

$$v = \varphi \sqrt{\frac{2gh}{1 - n^2 + n_1^2 (1 - \alpha_c)^2}}$$



Фиг. 106.



Фиг. 107.

Если сосуд будет иметь форму, представленную на фиг. 107, то $\omega_c = \omega_b = \omega$,

и $\alpha = 1$; подставляя эти значения в формулу (213) и полагая $\omega/\omega_a = n$, получим:

$$v = \varphi \sqrt{\frac{2gh}{1 - n^2 + \left(\frac{1}{\alpha_c} - 1 \right)^2}}$$

Как видно, формула (213) облегчает решение очень многих задач.

Особые сопротивления при истечении.

34. На величину потери от резкого изменения сечения струи, происходящего вследствие различных форм и размеров сообщающихся между собою сосудов, имеет влияние способ соединения последних между собою или, правильнее, способ провода струи в отверстие, сообщающее сосуды.

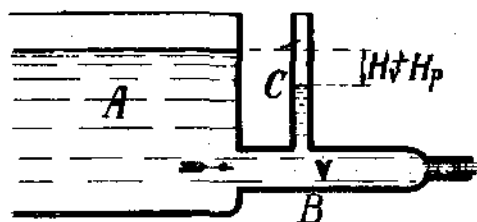
Положим, к сосуду A присоединена труба B (фиг. 108), в которую происходит истечение жидкости. Если в самом начале трубы B к ней присоединить пнезметрическую трубку C , то мы увидим, что жидкость в ней будет стоять ниже уровня в сосуде A на высоту:

$$H_v + H_p$$

где H_v — скоростной напор и

$$H_v = \frac{v^2}{2g}$$

а H_p — высота, затрачиваемая на преодоление вредных сопротивлений при вступлении жидкости в трубу B , и



Фиг. 108.

$$H_p = K \frac{v^2}{2g}$$

где K — численный коэффициент.

На фиг. 109 представлено несколько различных способов закрепления трубы. Для случаев (а) и (б) весьма часто принимают

$$K = 0,5.$$

Для случая (с) полагают

$$K \leq 1,$$

и, чем тоньше и острее выступающий край трубы, тем больше K .

При закреплении трубы по способам (d) и (е) берут

$$K \approx 0,06 \text{ до } 0,08.$$

Если конец трубы снабжается сеткою (фиг. 109, f), и расход обозначим через Q , то можно принять

$$Q = \frac{2}{3} \Omega \cdot v,$$

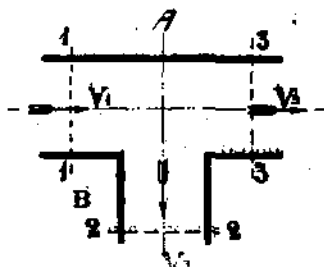
где Ω — живому сечению сетки, т.е. сумме площадей всех отверстий сетки.

Если отвод жидкости производится в направлении, перпендикулярном направлению движения жидкости (фиг. 110), т.е. у нас имеется боковой отвод или боковое ответвление,

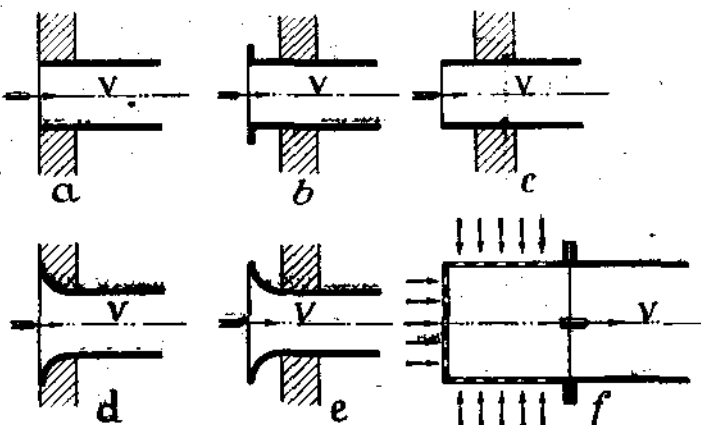
то в данном случае также приходится считаться с потерей напора. Положим, у нас имеются две трубы A и B ; тогда по d'Aubuisson потеря напора для струи, входящей в ответвление B , равняется двойному скоростному напору внутри последнего, а потому, применяя уравнение Д. Бернулли для сечений 1—1 и 2—2 и полагая, что центры этих сечений лежат в одной горизонтальной плоскости, при чем ответвление B перпендикулярно к трубе A и имеет меньший диаметр, получим:

$$\frac{p_1}{\Delta} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\Delta} + \frac{v_2^2}{2g} + 2 \frac{v_2^2}{2g},$$

где p_1 и p_2 — давления в указанных сечениях, а v_1 и v_2 — скорости в них.



Фиг. 110.



Фиг. 109.

Если принять, что давления в сечениях 1—1 и 3—3 остаются одинаковыми, то для струи, проходящей через сечение 3—3, потеря напора будет:

$$\frac{v_1^2 - v_3^2}{2g}$$

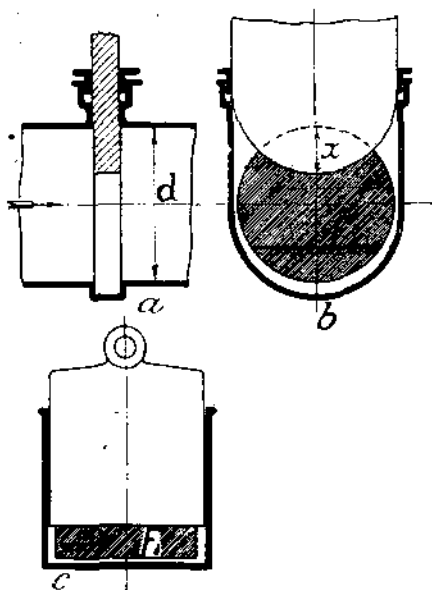
Резкие изменения сечений струй, а, следовательно, и вызываемые ими вредные сопротивления всегда появляются также при пользовании запорными приспособлениями: задвижками, кранами, клапанами и т. п.

Весьма часто для определения величины потери при применении запорного органа указанных типов пользуются данными Вейсбаха, полученными им из опытов с водою, проводимую по трубе с диаметром в 4 см, распространяя эти данные и на трубы больших диаметров.

Положим, запорным органом служит задвижка (клинкет); сопротивление в ней, при закругленной заслонке, зависит от отношения $x:d$ (фиг. 111, б).

Если скорость течения в трубе обозначить через v , то потеря напора, от прикрытия отверстия, будет:

$$h = \zeta \frac{v^2}{2g} \dots \dots \dots (214)$$



Фиг. 111.

Обозначим площадь открытого отверстия через F_1 и площадь поперечного сечения трубы через F , тогда по данным Вейсбаха для задвижки (по фиг. 111а—111б):

$\frac{x}{d} =$	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{7}{8}$
$\frac{F_1}{F} =$	0,948	0,859	0,740	0,609	0,466	0,315	0,159
$\zeta =$	0,07	0,26	0,81	2,06	5,52	17,0	97,8

Для задвижки, снабженной заслонкою с прямою кромкою (фиг. 111а—111с):

$\frac{F_1}{F} =$	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
$\zeta =$	0,09	0,39	0,95	2,08	4,02	8,12	17,8	44,5	193

Положим, $v = 1^m/sec$ и $\frac{x}{d} = \frac{2}{8}$, тогда по формуле (214):

$$h = 0,26 \frac{1}{2,9,81} = 0,0133 m.$$

Для второй задвижки при $v = 1 \text{ м/сек}$ и $\frac{F_1}{F} = 0,8$ получим:

$$h = 0,39 \frac{1}{2,9,81} = 0,0198.$$

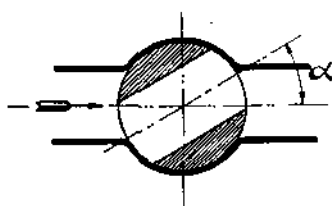
При применении кранов в круглых трубах (фиг. 112) коэффициент ζ возрастает с увеличением угла α . По Вейсбаху:

$\alpha =$	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°
Отношение открытого сечения к сечению трубы.	0,926	0,850	0,772	0,692	0,613	0,535	0,458
$\zeta =$	0,05	0,29	0,75	1,56	3,10	5,47	9,68

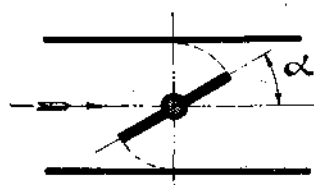
$\alpha =$	40°	45°	50°	55°	60°	65°	82 1/2°
Отношение открытого сечения к сечению трубы.	0,385	0,315	0,250	0,190	0,137	0,091	0
$\zeta =$	17,3	31,2	52,6	106	206	486	∞

Положим, $v = 1 \text{ м/сек}$ и $\alpha = 50^\circ$; тогда по форм. (214) напор h , необходимый для проталкивания воды через кран, будет:

$$h = 52,6 \frac{1}{2,9,81} = 2,68 \text{ м.}$$



Фиг. 112.



Фиг. 113.

Для поворотного плоского крана (горлового) коэффициент ζ также зависит от угла α (фиг. 113). По Вейсбаху:

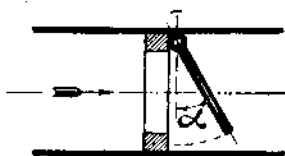
$\alpha =$	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°
Отношение открытого сечения к сечению трубы.	0,913	0,826	0,741	0,658	0,577	0,500	0,426
$\zeta =$	0,24	0,52	0,90	1,54	2,51	3,91	6,22

$\alpha =$	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°
Отношение открытого сечения к сечению трубы.	0,357	0,293	0,234	0,181	0,134	0,094	0,060
$\zeta =$	10,8	18,7	32,6	53,8	118	256	751

Клапан закрывается при $\alpha \infty 90^\circ$.

Положим, $v = 1^m/sec$ и $\alpha = 40^\circ$; тогда напор, необходимый для проталкивания воды, будет:

$$h = 10,8 \frac{1}{2,9,81} = 0,55 \text{ м.}$$



Для шарнирного клапана (захлонка) коэффициент ζ возрастает с уменьшением угла α (фиг. 114). По Вейсбаху:

Фиг. 114.

$\alpha =$	70°	65°	60°	55°	50°	45°	40°	35°	30°	25°	20°	15°
$\zeta =$	1,7	2,3	3,2	4,6	6,6	9,5	14	20	30	42	62	90

Положим, $v = 1^m/sec$ и $\alpha = 45^\circ$; тогда:

$$h = 9,5 \frac{1}{2,9,81} = 0,48 \text{ м.}$$

Истечение жидкостей из насадок.

35. Насадками называются трубки различной формы, длина которых $l = (2 \text{ до } 3) d$, где d — диаметру насадки. Если трубка в поперечном сечении имеет форму правильного многоугольника или квадрата, то за d принимают диаметр вписанного круга.

В случае четырехугольного отверстия за d принимается наименьшая сторона четырехугольника. Толстые стенки сосудов тоже играют роль насадок, если толщина стенки более диаметра отверстия в 2—3 раза. Обыкновенно насадки подразделяют на два класса:

I) насадки с острыми кромками в отверстии сосуда (фиг. 115) и II) насадки (конические) с внутренними округленными кромками (фиг. 116). Насадки (II) дают более правильную струю и большей скорости.

При $l:d > 3$ вредные сопротивления настолько возрастают, что скорости и расход уменьшаются, и в этом случае от насадки мы переходим к трубке.

Для того, чтобы жидкость выполняла насадку, необходимо соблюдать известные условия, благоприятствующие тесному соприкосновению жидкости со стенками (напр., если открыть быстро отверстие насадки, то может случиться, что жидкость будет выливаться неполною струей).

Рассмотрим насадки первого типа (фиг. 115). Пренебрегая трением, положим, что движение установилось при постоянном уровне и со скоростями v_1 и v_2 в сечениях (1) и (2). Пользуясь уравнением Д. Бернулли и считая высоты от горизонтальной плоскости, проходящей через ось насадки, можем написать:

$$h + \frac{p_0}{\Delta} = \frac{p_1}{\Delta} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\Delta} + \frac{v_2^2}{2g}.$$

Примем $p_2 = p_0$, т.е. положим, что давление той среды, в которую вытекает струя, одинаково с давлением, действующим на свободную поверхность, тогда из приведенного уравнения получим:

$$\frac{v_1^2}{2g} = h + \frac{p_0 - p_1}{\Delta} \dots \dots \dots (215)$$

или

$$v_1 = \sqrt{2g \left(h + \frac{p_0 - p_1}{\Delta} \right)} \dots \dots \dots (216)$$

и

$$\frac{v_2^2}{2g} = h$$

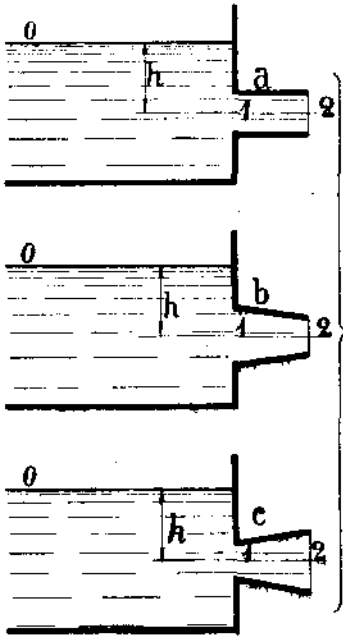
или

$$v_2 = \sqrt{2gh} \dots \dots \dots (217)$$

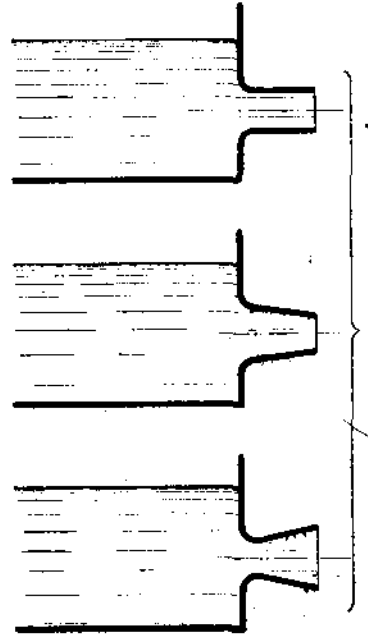
Вследствие непрерывности движения жидкости

$$Q = \omega_1 v_1 = \omega_2 v_2 = \omega_1 \sqrt{2g \left(h + \frac{p_0 - p_1}{\Delta} \right)} \dots \dots \dots (218)$$

где ω_1 и ω_2 — площади сечений 1 и 2.



Фиг. 115.



Фиг. 116.

Из уравнения (215) имеем:

$$\frac{p_0 - p_1}{\Delta} = \frac{v_1^2}{2g} - h,$$

но

$$v_1 = \frac{\omega_2}{\omega_1} v_2,$$

$$\frac{v_1^2}{2g} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \cdot \frac{v_2^2}{2g} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 h,$$

а потому

$$\frac{p_0 - p_1}{\Delta} = \left[\left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 - 1 \right] h \dots \dots \dots (219)$$

Так как p_1 не может быть < 0 , то максимальное значение Q будет:

$$Q_{max} = \omega_1 \sqrt{2g \left(h + \frac{p_0}{\Delta} \right)} \dots \dots \dots (220)$$

Это значение показывает нам, что данный случай истечения подобен тому, когда истечение совершается через сечение ω_1 в безвоздушное пространство.

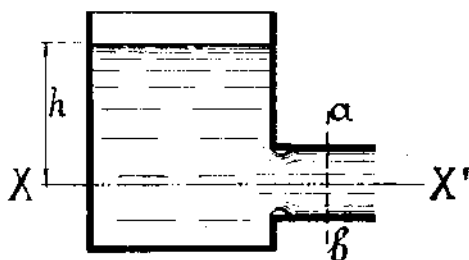
Отношение площадей ω_2 и ω_1 , при котором давление $p_1 = 0$, получается из уравнения (219):

$$\left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 = 1 + \frac{p_0}{\Delta h} \dots \dots \dots (221)$$

В действительности очень трудно достигнуть того, чтобы $p_1 = 0$, так как при значительном уменьшении p_1 струя стремится отделиться от стенок, и малейшего сотрясения достаточно, чтобы произошло отделение. Если возьмем расходящуюся насадку (фиг. 115, с), то для нее $\omega_2 > \omega_1$, и из уравн. (219) видно, что в этом случае $p_1 < p_0$. Это можно наблюдать на опыте: если сделать отверстие в насадке, в месте, соответствующем сечению ω_1 , то воздух будет всасываться и вытекать вместе с жидкостью из насадки. Если таких отверстий сделать много, то всасывающее действие насадки прекратится, и получится случай истечения через отверстие в тонкой стенке. Итак давление жидкости в последнем случае, при переходе от сечения ω_1 к сечению ω_2 , возрастает до внешнего давления. Если расширение слишком значительно, то давление возрастает до внешнего уже в некотором промежуточном сечении, и жидкость далее движется под постоянным давлением, т.-е. равномерно, и не заполняет остальной части трубки, а потому эта часть становится совершенно лишней.

Из уравн. (218) видно, что при $\omega_2 = \omega_1$ скорости v_2 и v_1 равны между собою, при $\omega_2 < \omega_1 \dots v_2 > v_1$ и при $\omega_2 > \omega_1 \dots v_2 < v_1$.

Явления истечения через насадки можно выяснить, пользуясь теоремой Борда-Карно. Возьмем цилиндрическую насадку (фиг. 117) и положим, что истечение через нее происходит при постоянном уровне, т.-е. под постоянным напором h , считая высоты от оси XX' , совпадающей с геометрической осью насадки. Обозначим давление на свободной поверхности через p , это же давление будет и в плоскости сечения ab , площадь которого $= \omega$, и скорость в котором обозначим через v . Жидкость, проходя в насадку, испытывает сжатие, и, положим, скорость и давление в сжатом месте будут v_1 и p_1 , тогда по формулам (185) и (189) будет:



Фиг. 117.

$$\zeta = \frac{(v_1 - v)^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g\omega^2} \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2$$

или, так как $Q = \omega \cdot v$, то;

$$\zeta = \frac{(v_1 - v)^2}{2g} = \frac{(\omega v)^2}{2g\omega^2} \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2 = \frac{v^2}{2g} \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2.$$

Применяя ур. (186) к свободной поверхности и к рассматриваемым сечениям, получим:

$$h + \frac{\pi}{\Delta} = \frac{p_1}{\Delta} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{\pi}{\Delta} + \frac{v^2}{2g} + \frac{(v_1 - v)^2}{2g},$$

или, в силу предыдущего уравнения:

$$h + \frac{\pi}{\Delta} = \frac{p_1}{\Delta} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{\pi}{\Delta} + \frac{v^2}{2g} \left[1 + \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2 \right], \dots \dots (222)$$

откуда

$$v = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2}} \cdot \sqrt{2gh} = \varphi \sqrt{2gh} \dots \dots (223)$$

Как видно, коэффициент скорости для истечения из насадки

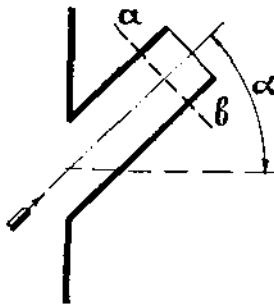
$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2}} \dots \dots (224)$$

Принимая $\mu = 0,62$, получим:

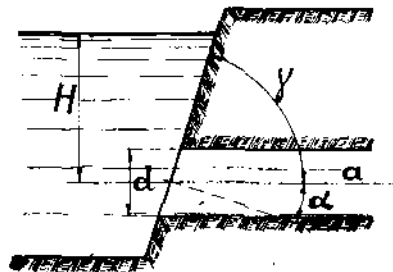
$$\varphi = 0,855.$$

Это значение очень близко к тому, которое определено опытом:

$$0,815 - 0,82.$$



Фиг. 118.



Фиг. 119.

Для сечения ab коэффициент сжатия $\alpha = 1$, и, следовательно, если принять $\varphi = 0,82$, то коэффициент расхода

$$\mu = \alpha \cdot \varphi = 0,82,$$

и расход

$$Q = \mu \omega \sqrt{2gh} = 0,82 \omega \sqrt{2gh}.$$

При истечении же через отверстие в тонкой стенке, как мы видели, $\mu = 0,62$, а потому при применении насадки расход увеличивается в $0,82 : 0,62 = 1,3$ раза, т.е. получается явление, сходное с истечением через отверстие в толстой стенке, о чем уже довольно подробно говорилось выше.

Если насадка расположена под углом (фиг. 118), то коэффициент расхода уменьшается. Обозначим угол, образуемый осью насадки с нормалью к стенке сосуда, через α , тогда коэффициент сопротивления насадки по Вейсбаху будет:

$$\zeta_1 = 0,505 + 0,303 \sin \alpha + 0,226 \sin^2 \alpha, \dots \dots (225)$$

Так как в сечении ab сжатия струи не происходит, то $\alpha = 1$ и (см. форм. 109):

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_1}} = \mu.$$

Подобное же расположение входных отверстий имеется часто в плотинах (фиг. 119). Если угол откоса $= \gamma$, то $\gamma = 90^\circ - \alpha$, и равенство (225) обращается в следующее:

$$\zeta_1 = 0,505 + 0,303 \cos \gamma + 0,226 \cos^2 \gamma \dots \dots \dots (226)$$

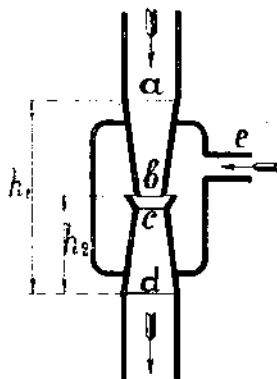
Но, применяя это значение ζ_1 для плотин, в которых канал a имеет длину большую, чем насадка, т.е. большую $3d$, придется еще ввести коэффициент ζ_2 , определяющий собою сопротивление в канале a , и если площадь сечения последнего обозначим через ω , то расход через канал будет:

$$Q = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_1 + \zeta_2}} \omega \sqrt{2gH} \dots \dots \dots (227)$$

Насадки или сопла являются составными частями очень многих аппаратов: инжекторов, эжекторов, водоструйных водяных и воздушных насосов. В физических и химических лабораториях весьма часто применяется водоструйный воздушный насос Бунзена (фиг. 119а).

По трубке a подводится напорная вода, производящая, при посредстве конических насадок b и c , засасывание воздуха или газа через патрубок e , соединенный с вытяжною трубкою; удаление газа происходит через трубку d .

Рассматривая в данном аппарате движение струи жидкости, трением в трубках будем пренебрегать, но будем учитывать влияние расширения струи. Предполагаем движение установившимся и применим к нему ур. Д. Бернулли, отмечая входящие в него величины буквами, соответствующими буквам, обозначающим указанные на чертеже сечения; тогда получим:



Фиг. 119 а.

$$h_1 + \frac{p_a}{\Delta} + \frac{v_a^2}{2g} = h_2 + \frac{p_b}{\Delta} + \frac{v_b^2}{2g}$$

$$h_1 + \frac{p_a}{\Delta} + \frac{v_a^2}{2g} = \frac{p_d}{\Delta} + \frac{v_d^2}{2g} + \frac{(v_b - v_c)^2}{2g}.$$

В этих уравнениях величинами h_1 и h_2 можно пренебречь, и тогда приведенные уравнения получают следующий вид:

$$\frac{p_a}{\Delta} + \frac{v_a^2}{2g} = \frac{p_b}{\Delta} + \frac{v_b^2}{2g} \dots \dots \dots (228)$$

$$\frac{p_a}{\Delta} + \frac{v_a^2}{2g} = \frac{p_d}{\Delta} + \frac{v_d^2}{2g} + \frac{(v_b - v_c)^2}{2g} \dots \dots \dots (229)$$

Площадь каждого сечения будем обозначать буквою ω с соответствующим индексом и примем:

$$\frac{\omega_d}{\omega_a} = q; \frac{\omega_d}{\omega_b} = m \text{ и } \frac{\omega_d}{\omega_c} = n.$$

Допуская движение сплошной струей, можем положить:

$$\omega_a \cdot v_a = \omega_b \cdot v_b = \omega_c \cdot v_c = \omega_d \cdot v_d.$$

Принимая во внимание вышеуказанные соотношения, получим:

$$\frac{v_a}{v_d} = \frac{\omega_d}{\omega_a} = q \text{ и } v_a = q \cdot v_d.$$

Точно таким же образом найдем, что

$$v_b = m \cdot v_d \text{ и } v_c = n \cdot v_d.$$

Будем рассматривать крайнее решение, когда в сечении b получается полное разрежение, т.е. $p_b = 0$. Выражая все скорости через скорость v_d , из ур. (228) будем иметь:

$$\frac{p_b}{\Delta} = \frac{p_a}{\Delta} + (q^2 - m^2) \frac{v_d^2}{2g} = 0,$$

и

$$\frac{v_d^2}{2g} = \frac{p_a}{\Delta(m^2 - q^2)};$$

из ур. (229) получим:

$$\frac{v_d^2}{2g} = \frac{p_d - p_a}{\Delta[q^2 - 1 - (m - n)^2]}.$$

Приравнявая вторые части последних двух уравнений и выводя за скобку величину p_a , получим:

$$p_a \left[\frac{1}{m^2 - q^2} + \frac{1}{q^2 - 1 - (m - n)^2} \right] = \frac{p_d}{q^2 - 1 - (m - n)^2},$$

откуда

$$p_a = \frac{m^2 - q^2}{(2m - n)n - 1} p_d \dots \dots \dots (230)$$

Пренебрегая величиною q , получим более простую зависимость между p_a и p_d :

$$p_a = \frac{m^2}{(2m - n)n - 1} p_d \dots \dots \dots (231)$$

Если принять во внимание потери на трение, удары и т. п., то придется величину p_a увеличить на 10% — 20%.

Положим, диаметры круглых сечений b , c и d будут соответственно равны 2, 4 и 8 mm , тогда $m = \left(\frac{8}{2}\right)^2 = 16$, и $n = \left(\frac{8}{4}\right)^2 = 4$. Если допустить, что нагнетание происходит в атмосферу, то p_d = атмосферному давлению и

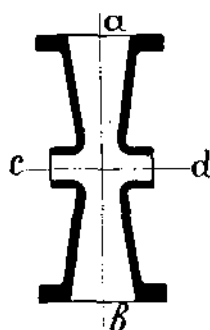
$$p_a = \frac{16^2}{(32 - 4)4 - 1} \cdot p_d = 2,3 p_d,$$

т.е. величина необходимого напора в трубе a для возможности отсасывания воздуха или газа должна быть равна 2,3 атм.

В действительности давление должно быть равно (1,1 до 1,2) p_a , и в данном случае давление должно быть равно от (1,1 до 1,2) · 2,3, или от 2,5 до 2,8 атм.

На подобном же принципе основано устройство и других аппаратов, например: водоструйного воздушного насоса Нагеля и Кемпе, а также водоструйного насоса Кёртинга.

В насосе Нагеля и Кемпе (фиг. 120) через трубку *ab* пропускается ток воды, одна из трубок *c* или *d* соединяется с вакууметром, а другая с резервуаром, из которого жаляют выкачать воздух или газ.

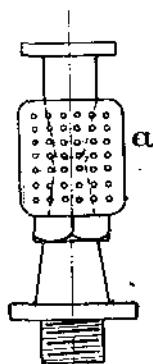


Фиг. 120.

Насос Кёртинга (фиг. 121) устроен подобно насосу Бузена и служит для удаления воды из подвалов и т. п. помещений.

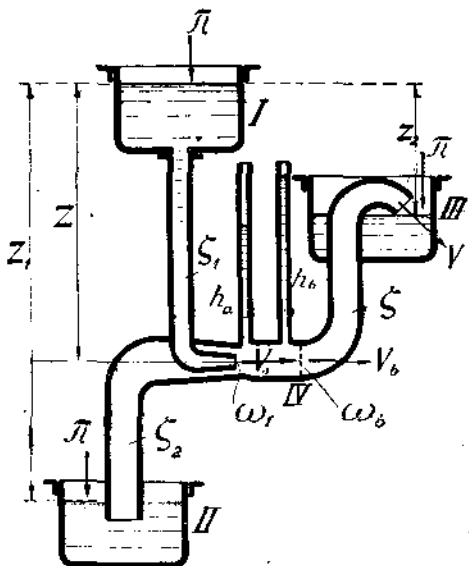
Для устранения загрязнения насоса всасывающая воду полость выполняется в виде сетчатого цилиндра *a*. В этих насосах одним литром напорной воды (под давлением $3\frac{1}{2} - 4$ атм) обыкновенно поднимается около литра воды на высоту 4 м.

Для того, чтобы более выяснить действие водоструйных насосов, лучше всего рассмотреть водоструйный насос Томсона (фиг. 122).



Фиг. 121.

Вода, находящаяся под атмосферным давлением π , вытекает из открытого сосуда I в подводящую или питающую трубу и через сопло, в суженном конце имеющее сечение ω_1 , входит со скоростью v_1 в камеру смешения IV. Вышеуказанное сопло окружено соплом, образующим с первым кольцевой зазор, имеющий в суженной части сечение ω_2 , через которое вода всасывается со скоростью v_2 из трубы, погруженной концом в резервуар II. Из камеры смешения, имеющей поперечное сечение ω_b , вода отводится напорною, или нагнетательною трубою в отводящий резервуар III; при этом, положим, верхний конец трубы имеет сечение ω , через которое вода вытекает под атмосферным давлением со скоростью v . Соответствующие вертикальные расстояния между свободными поверхностями воды в резервуарах обозначим через z_1 и z_2 , а вертикальное расстояние от оси отверстия питающей трубы до свободной поверхности верхнего резервуара I обозначим через z . В сечениях *a* и *b* поставлены пнезмометрические трубки, определяющие давления p_a и p_b в данных сечениях. Коэффициенты сопротивления в питающей, всасывающей и нагнетательной трубах обозначим соответственно через ζ_1 , ζ_2 и ζ .



Фиг. 122.

Предполагаем движение установившимся; тогда, применяя для различных сечений уравнение Д. Бернулли, получим ряд уравнений:

$$\begin{aligned} z + \frac{\pi}{\Delta} &= \frac{p_a}{\Delta} + (1 + \zeta_1) \frac{v_1^2}{2g}, \\ -(z_1 - z) + \frac{\pi}{\Delta} &= \frac{p_a}{\Delta} + (1 + \zeta_2) \frac{v_2^2}{2g}, \\ \frac{p_b}{\Delta} + \frac{v_b^2}{2g} &= z - z_2 + \frac{\pi}{\Delta} + (1 + \zeta) \frac{v^2}{2g}. \end{aligned}$$

Полагая $\frac{\pi}{\Delta} = h_0$, $\frac{p_a}{\Delta} = h_a$ и $\frac{p_b}{\Delta} = h_b$ и подставляя эти величины в предыдущие уравнения, получим:

$$2g(z + h_0 - h_a) = (1 + \zeta_1) v_1^2 \dots \dots \dots (232)$$

$$2g(z - z_1 + h_0 - h_a) = (1 + \zeta_2) v_2^2 \dots \dots \dots (233)$$

$$2g(z_2 - z + h_b - h_0) = (1 + \zeta) v^2 - v_b^2 \dots \dots \dots (234)$$

Давления струй по направлению движения легко определить. Положим, M_1 и M_2 — массы вытекающих в 1 сек. из насадок жидкостей, тогда давления обеих струй будут:

$$M_1(v_1 - v_b) + M_2(v_2 - v_b).$$

Если давление в камере смешения IV имело величину p_a , то полное давление по направлению смешения будет:

$$p_a \omega_b + M_1(v_1 - v_b) + M_2(v_2 - v_b)$$

и будет равно восстановившемуся давлению $p_b \cdot \omega_b$, т.е.

$$p_b \cdot \omega_b = p_a \cdot \omega_b + M_1(v_1 - v_b) + M_2(v_2 - v_b),$$

откуда

$$\omega_b(p_b - p_a) = M_1(v_1 - v_b) + M_2(v_2 - v_b) = M_1 v_1 + M_2 v_2 - v_b(M_1 + M_2).$$

Если удельный вес смеси в сечении ω_b будет равен Δ , то:

$$\frac{\Delta \cdot \omega_b \cdot v_b}{g} = M_1 + M_2,$$

и предыдущее уравнение можно представить в следующем виде:

$$\frac{p_b - p_a}{\Delta} = \frac{v_b}{g} \left[\frac{M_1 v_1 + M_2 v_2}{M_1 + M_2} - v_b \right],$$

или

$$h_b - h_a = \frac{v_b}{g} \left[\frac{M_1 v_1 + M_2 v_2}{M_1 + M_2} - v_b \right].$$

Если имеется всего одна насадка и одна струя, то $M_2 = 0$ и

$$h_b - h_a = \frac{v_b(v_1 - v_b)}{g},$$

т.е. получим выражение (184), чего и следовало ожидать, так как в данном случае приходится считаться с внезапным расширением струи.

Если бы у нас было несколько струй, то:

$$h_b - h_a = \frac{v_b}{g} \left[\frac{\sum M v}{\sum M} - v_b \right].$$

В насосе Томсона мы имеем две струи и, полагая плотности их одинаковыми, получим, что

$$\frac{\Delta \omega_1 v_1}{g} = M_1, \frac{\Delta \omega_2 v_2}{g} = M_2 \text{ и } \frac{\Delta \omega_b v_b}{g} = M_1 + M_2,$$

а потому

$$h_b - h_a = \frac{v_b}{g} \left[\frac{\frac{\Delta \omega_1 v_1^2}{g} + \frac{\Delta \omega_2 v_2^2}{g}}{\frac{\Delta \omega_b v_b}{g}} - v_b \right] = \frac{1}{g} \left[\frac{\omega_1}{\omega_b} v_1^2 + \frac{\omega_2}{\omega_b} v_2^2 - v_b^2 \right] \dots (235)$$

Если сопло с площадью сечения ω_2 расположено перпендикулярно к оси камеры смещения (фиг. 123), то скорость v_2 следует считать поперечной, и тогда:

$$h_b - h_a = \frac{1}{g} \left[\frac{\omega_1}{\omega_b} v_1^2 - v_b^2 \right] \dots \dots \dots (236)$$

Для насоса Томсона, как мы видим, следует применять ур. (235), которое можно представить в ином виде:

$$2g(h_b - h_a) = 2 \frac{\omega_1}{\omega_b} v_1^2 + 2 \frac{\omega_2}{\omega_b} v_2^2 - 2v_b^2,$$

или, в общем случае, последнее уравнение можно написать так:

$$2g(h_b - h_a) = 2 \frac{\omega_1}{\omega_b} v_1^2 + 2k \frac{\omega_2}{\omega_b} v_2^2 - 2v_b^2, \quad (237)$$

где для насоса, представленного на фиг. 122, $k=1$, а для насоса, представленного на фиг. 123, $k=0$.

Вычтем из уравнения (237) уравнение (234), получим:

$$\begin{aligned} 2g(h_b - h_a + z - z_2 - h_b + h_o) &= 2 \frac{\omega_1}{\omega_b} v_1^2 + 2k \frac{\omega_2}{\omega_b} v_2^2 - 2v_b^2 - (1 + \zeta)v^2 + v_b^2 = \\ &= 2 \frac{\omega_1}{\omega_b} v_1^2 + 2k \frac{\omega_2}{\omega_b} v_2^2 - [v_b^2 + (1 + \zeta)v^2], \end{aligned}$$

но $v = \frac{\omega_b}{\omega} v_b$, а потому после сокращения получим:

$$g(z - z_2 + h_o - h_a) = \frac{\omega_1}{\omega_b} v_1^2 + k \frac{\omega_2}{\omega_b} v_2^2 - \frac{1}{2} \left[1 + (1 + \zeta) \frac{\omega_b^2}{\omega^2} \right] v_b^2.$$

Положим

$$\frac{1}{2} \left[1 + (1 + \zeta) \frac{\omega_b^2}{\omega^2} \right] = \varphi;$$

тогда, помножая обе части последнего уравнения на $\frac{\omega_b^2}{\omega_1^2 \cdot v_1^2}$, получим:

$$\frac{\omega_b^2}{\omega_1^2} g \left[\frac{z - z_2 + h_o - h_a}{v_1^2} \right] = \frac{\omega_b}{\omega_1} + k \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_b}{\omega_1} \cdot \frac{v_2^2}{v_1^2} - \varphi \frac{\omega_b^2}{\omega_1^2} \cdot \frac{v_b^2}{v_1^2}.$$

Положим $\frac{\omega_b}{\omega_1} = m$; $\frac{\omega_2}{\omega_1} = n$ и, следовательно, $\frac{\omega_b}{\omega_2} = \frac{m}{n}$; тогда, подставляя эти величины в предыдущее уравнение, получим:

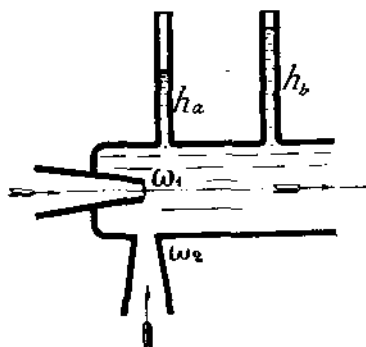
$$m^2 g \left[\frac{z - z_2 + h_o - h_a}{v_1^2} \right] = m + k \cdot n \cdot m \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 - \varphi m^2 \left(\frac{v_b}{v_1} \right)^2,$$

но $\omega_b \cdot v_b = \omega_1 v_1 + \omega_2 v_2$ или

$$v_b = \frac{\omega_1}{\omega_b} v_1 + \frac{\omega_2}{\omega_b} v_2,$$

и

$$v_b^2 = \left(\frac{\omega_1}{\omega_b} v_1 \right)^2 + 2 \frac{\omega_1}{\omega_b} \frac{\omega_2}{\omega_b} v_1 \cdot v_2 + \left(\frac{\omega_2}{\omega_b} v_2 \right)^2,$$



Фиг. 123.

откуда

$$\left(\frac{v_b}{v_1}\right)^2 = \left(\frac{\omega_1}{\omega_b}\right)^2 + 2 \frac{\omega_1}{\omega_b} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_b} \cdot \frac{v_2}{v_1} + \left(\frac{\omega_2}{\omega_b}\right)^2 \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{m^2} + 2 \frac{1}{m} \cdot \frac{n}{m} \cdot \frac{v_2}{v_1} + \left(\frac{n}{m}\right)^2 \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2.$$

Помножая обе части уравнения на $-\varphi m^2$, получим:

$$-\varphi m^2 \left(\frac{v_b}{v_1}\right)^2 = -\varphi - 2\varphi n \frac{v_2}{v_1} - \varphi n^2 \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

и

$$m^2 g \left[\frac{z - z_2 + h_0 - h_a}{v_1^2} \right] = m + k \cdot n \cdot m \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 - \varphi - 2\varphi n \frac{v_2}{v_1} - \varphi n^2 \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 =$$

$$= m - \varphi - (\varphi n^2 - k \cdot m \cdot n) \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 - 2\varphi n \left(\frac{v_2}{v_1}\right) \dots \dots \dots (238)$$

Пользуясь вышеприведенными уравнениями, можно вывести и основное уравнение для решения задачи.

Из ур. (232) имеем:

$$z + h_0 - h_a = \frac{(1 + \zeta_1) v_1^2}{2g} \dots \dots \dots (239)$$

Вычитая из уравнения (233) уравнение (232), получим:

$$2g(z - z_1 + h_0 - h_a) - 2g(z + h_0 - h_a) = (1 + \zeta_2) v_2^2 - (1 + \zeta_1) v_1^2$$

или

$$-2gz_1 = (1 + \zeta_2) v_2^2 - (1 + \zeta_1) v_1^2, \dots \dots \dots (240)$$

откуда

$$-2g = \frac{(1 + \zeta_2) v_2^2}{z_1} - \frac{(1 + \zeta_1) v_1^2}{z_1},$$

и

$$-2gz_2 = (1 + \zeta_2) v_2^2 \cdot \frac{z_2}{z_1} - (1 + \zeta_1) v_1^2 \cdot \frac{z_2}{z_1},$$

или

$$-z_2 = \frac{(1 + \zeta_2) v_2^2}{2g} \cdot \frac{z_2}{z_1} - \frac{(1 + \zeta_1) v_1^2}{2g} \cdot \frac{z_2}{z_1} \dots \dots \dots (241)$$

Принимая во внимание ур. (239) и (241), уравнение (238) можно преобразовать:

$$g \left[\frac{z + h_0 - h_a}{v_1^2} m^2 - \frac{z_2}{v_1^2} m^2 \right] = g \cdot \frac{(1 + \zeta_1) v_1^2}{2g \cdot v_1^2} \cdot m^2 + g \frac{(1 + \zeta_2) v_2^2}{2g} \cdot \frac{z_2}{v_1^2} m^2 -$$

$$- g \frac{(1 + \zeta_1) v_1^2}{2g \cdot v_1^2} \cdot \frac{z_2}{z_1} m^2 = \frac{1 + \zeta_1}{2} \cdot m^2 + \frac{1 + \zeta_2}{2} \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \cdot \frac{z_2}{z_1} m^2 - \frac{1 + \zeta_1}{2} \cdot \frac{z_2}{z_1} m^2 =$$

$$= m - \varphi - (\varphi n^2 - k \cdot m \cdot n) \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 - 2\varphi n \left(\frac{v_2}{v_1}\right).$$

Откуда получаем основное уравнение:

$$\left[\frac{(1 + \zeta_2) m^2}{2} \cdot \frac{z_2}{z_1} + (\varphi n^2 - k \cdot m \cdot n) \right] \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 + 2\varphi n \left(\frac{v_2}{v_1}\right) =$$

$$= (m - \varphi) - \frac{1 + \zeta_1}{2} \left(1 - \frac{z_2}{z_1}\right) m^2 \dots \dots \dots (242)$$

Из ур. (240) имеем:

$$1 + \zeta_1 - (1 + \zeta_2) \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 = \frac{2gz_1}{v_1^2},$$

откуда

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gz_1}{1 + \zeta_1 - (1 + \zeta_2) \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2}} \dots \dots \dots (243)$$

Имея указанные уравнения, легко произвести надлежащие вычисления: из основного ур. (242) находим отношение $v_2 : v_1$, затем из формулы (243) определяем v_1 ; зная величину отношения $v_2 : v_1$ и скорость v_1 , — находим величину скорости v_2 , так как

$$v_2 = \frac{v_2}{v_1} \cdot v_1 \dots \dots \dots (244)$$

Зная величину v_1 , из ур. (239) найдем пнезметрическую высоту h_a , определяющую давление в камере смещения.

Вес расходуемой рабочей воды:

$$G_1 = \Delta \cdot \omega_1 \cdot v_1 \dots \dots \dots (245)$$

Вес нагнетаемой или поднимаемой воды:

$$G_2 = \Delta \cdot \omega_2 \cdot v_2 \dots \dots \dots (246)$$

Высота напора воды была обозначена через z , тогда высота подачи = $z_1 - z_2$; следовательно затрачиваемая работа на подъем воды будет $G_1 \cdot z_1$, а полезная работа равняется $G_2(z_1 - z_2)$, и коэффициент полезного действия:

$$\eta = \frac{G_2(z_1 - z_2)}{G_1 \cdot z_1} = \frac{\Delta \omega_2 v_2 (z_1 - z_2)}{\Delta \omega_1 v_1 z_1} = \frac{z_1 - z_2}{z_1} \left(\frac{v_2}{v_1} \right) \dots \dots \dots (247)$$

Как видно, для решения задачи приходится манипулировать с довольно сложными уравнениями — и для определения наивыгоднейших поперечных сечений, при которых получился бы наивыгоднейший коэффициент полезного действия η , пришлось бы натолкнуться на почти непреодолимые трудности, вот почему имеют очень большое значение опытные исследования и опытные данные.

Указанными уравнениями возможно воспользоваться и для расчета воздушных насосов, в которых нагнетается или высасывается воздух или газ, но тогда высоты z_1 и z_2 должны быть заменены столбами воздуха или газа.

Рассматривая вышеприведенные уравнения (242), (243) и (247), видим, что они не содержат высоты z , т. е. высоты, определяющей положение камеры смещения, и из ур. (239) видно, что эта высота отзывается только на величине h_a , т. е. пнезметрической высоте в камере смещения, но с изменением длины труб — изменяются величины коэффициентов ζ , ζ_1 и ζ_2 .

Теперь станет понятным, что действие прибора не изменяется, если окажется малым влияние происходящих изменений в величинах коэффициентов ζ , ζ_1 и ζ_2 — будем ли мы камеру смещения располагать на той или иной высоте; таким образом, если в приборе Томсона камера IV и сосуд III находятся на одной высоте, то для этого случая следует положить $z = z_2$, и насос будет действовать только как всасывающий. В насосе Нателла¹⁾, применяющемся для удаления воды из фундаментных язов, камера IV и сосуд II расположены на одной высоте ($z = z_1$), и насос действует исключительно как нагнетающий.

¹⁾ См. Zeitschrift d. Vereins deutscher Ingenieure, Bd. 10, 1886, S. 721.

Если насос отказывается производить подъем жидкости, то $v_2 = 0$, и из основного ур. (242) в этом случае находим, что

$$\frac{z_1 - z_2}{z_1} = \frac{2(m - \varphi)}{(1 + \zeta_1)m^2} \dots \dots \dots (248)$$

Чтобы возможен был подъем воды—необходимо, чтобы было $v_2 > 0$, или

$$m - \varphi > \frac{1 + \zeta_1}{2} \left(1 - \frac{z_2}{z_1}\right) m^2,$$

т.-е. должно иметь место неравенство:

$$\frac{z_1 - z_2}{z_1} < \frac{2(m - \varphi)}{(1 + \zeta_1)m^2}.$$

Исследования этого вопроса приводят к заключению, что высота подачи, т.-е. величина $z_1 - z_2$, составляет лишь небольшую часть высоты z_1 , и что коэффициент полезного действия η получается очень невысоким (обыкновенно полезное действие таких насосов $= 8\% - 25\%$), а потому рационально прибегать к подобным приборам только в случае имеющейся возможности пользоваться дешевой напорной водой.

Заканчивая статью о водоструйных насосах, укажем здесь на приближенное решение для определения подачи.

Если обозначим через H — напор, под которым происходит истечение из насадки питательной трубки, через h — высоту нагнетания, через q — количество воды, подводимое питательной трубкой, через Q — втягиваемое насосом количество воды и через η — коэффициент полезного действия, то эти величины связываются следующими уравнениями:

$$\eta q H = (q + Q) h,$$

откуда

$$Q = q \left(\frac{\eta H}{h} - 1 \right) \dots \dots \dots (249)$$

Коэффициент $\eta = 0,08 - 0,25$. Полная подача насосом $= q + Q$. Из этой формулы вытекает, что работа насоса возможна лишь в том случае, если будет иметь место неравенство:

$$\frac{\eta H}{h} > 1.$$

Истечение при переменном уровне из сосудов правильной формы.

36. До сих пор мы рассматривали истечение жидкостей из отверстий при постоянном уровне или напоре, что имеет место в том случае, когда приток равен расходу жидкости, или когда площадь сосуда в отношении к площади отверстия сравнительно очень значительна, т.-е., другими словами, когда изменение горизонта жидкости в рассматриваемый промежуток времени весьма ничтожно (заводские пруды).

Теперь рассмотрим истечение в том случае, когда имеется переменный уровень. При постоянном уровне на теоретическую скорость истечения форма сосуда не имеет влияния, при переменном же уровне форма сосуда имеет существенное влияние на скорость истечения и на расход жидкости, а потому

и следует различать два случая: истечение из сосудов правильной формы и истечение из сосудов неправильной формы; к последним надо отнести озера, пруды и проч. Рассмотрим истечение из сосудов правильной формы (фиг. 124).

Положим, в данное мгновение t высота напора для отверстия, площадью $=\omega$, будет h , Ω — площадь свободной поверхности, и q — количество жидкости, притекающее в единицу времени. В промежуток времени dt

приток жидкости $=q dt$, а убыль $=\mu\omega v dt$,

где v — скорость истечения, соответствующая напору h в рассматриваемый момент времени.

Повышение или понижение уровня в промежуток времени dt будет, положим, dh ; тогда приращение объема, положительное или отрицательное, жидкости в сосуде равняется

$$q dt - \mu\omega v dt = (q - \mu\omega v) dt = \Omega dh. \dots\dots\dots (250)$$

Допустим, что величины q и Ω постоянны, т.-е. количество притекающей жидкости постоянно, и что сосуды призматической формы; тогда:

$$\begin{aligned} t = \int dt &= \int \frac{\Omega dh}{q - \mu\omega v} = \int \frac{\Omega dh}{q - \mu\omega \sqrt{2g} \cdot \sqrt{h}} = \\ &= \frac{\Omega}{\mu\omega \sqrt{2g}} \int \frac{dh}{\frac{q}{\mu\omega \sqrt{2g}} - \sqrt{h}} \dots\dots\dots (251) \end{aligned}$$

Положим, $\sqrt{h} = z$ или $h = z^2$, и $dh = 2z dz$, тогда интегрируем ур. (251):

$$\begin{aligned} t &= \frac{2\Omega}{\mu\omega \sqrt{2g}} \int \frac{z dz}{\frac{q}{\mu\omega \sqrt{2g}} - z} = \\ &= \frac{2\Omega}{\mu\omega \sqrt{2g}} \left[C - z - \frac{q}{\mu\omega \sqrt{2g}} \log \left(\frac{q}{\mu\omega \sqrt{2g}} - z \right) \right] = \\ &= \frac{2\Omega}{\mu\omega \sqrt{2g}} \left[C - \sqrt{h} - \frac{q}{\mu\omega \sqrt{2g}} \log \left(\frac{q}{\mu\omega \sqrt{2g}} - \sqrt{h} \right) \right]. \end{aligned}$$

Положим, при $t=0$, $h=H$, тогда определяем C :

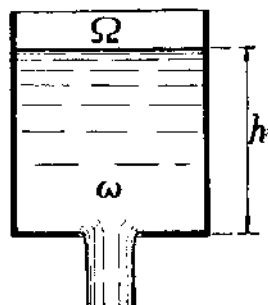
$$0 = C - \sqrt{H} - \frac{q}{\mu\omega \sqrt{2g}} \log \left(\frac{q}{\mu\omega \sqrt{2g}} - \sqrt{H} \right),$$

откуда

$$C = \sqrt{H} + \frac{q}{\mu\omega \sqrt{2g}} \log \left(\frac{q}{\mu\omega \sqrt{2g}} - \sqrt{H} \right).$$

Подставляя найденный интервал уравнения (251) величину C , получим:

$$t = \frac{2\Omega}{\mu\omega \sqrt{2g}} \left[\sqrt{H} - \sqrt{h} + \frac{q}{\mu\omega \sqrt{2g}} \log \left(\frac{q - \mu\omega \sqrt{2g} H}{q - \mu\omega \sqrt{2g} h} \right) \right] \dots\dots (252)$$



Фиг. 124.

Так как логарифм отрицательного числа — количество мнимое, а величина t мнимой быть не может, то разности:

$$q - \mu \omega \sqrt{2gH} \quad \text{и} \quad q - \mu \omega \sqrt{2gh}$$

должны иметь одинаковые знаки. Следовательно, если при начале истечения было $\mu \omega \sqrt{2gH} > q$, то во все время истечения должно быть $\mu \omega \sqrt{2gh} > q$.

При $\mu \omega \sqrt{2gh} = q$ получится $t = \infty$, т.-е. изменение положения уровня будет происходить в бесконечно-большое время, другими словами: установится равновесие между притоком и расходом жидкости, и уровень будет стоять на определенной высоте.

Если притока нет, то $q = 0$ и

$$t = \frac{2\Omega}{\mu \omega \sqrt{2g}} (\sqrt{H} - \sqrt{h}), \dots \dots \dots (253)$$

получается формула, определяющая время, необходимое для понижения горизонта на величину $H - h$. Время, необходимое для опорожнения сосуда (при $q = 0$), определим из формулы (253), полагая в ней $h = 0$; тогда получим:

$$t = \frac{2\Omega}{\mu \omega \sqrt{2g}} \sqrt{H} \dots \dots \dots (254)$$

Эту формулу можно написать иначе:

$$t = \frac{2\Omega H}{\mu \omega \sqrt{2gH}};$$

в ней ΩH — объем, занятый жидкостью в сосуде, $\mu \omega \sqrt{2gH}$ — объем, вытекающий в каждую единицу времени, при постоянном напоре H , а потому видим, что время для опорожнения сосуда будет в два раза более времени, потребного для удаления того же объема жидкости при постоянном напоре. Пользуясь формулой (253), можно определить коэффициент расхода μ при переменном напоре из опыта — определяя t .

Истечение при переменном уровне из сосудов неправильной формы.

37. Если имеются сосуды неправильной формы, с переменной площадью поперечного сечения, каковыми представляются пруды, озера, различные бассейны и т. п., то зависимость Ω от h точно выразить невозможно, а, следовательно, и интегрирование ур. (251) произвести нельзя. Таким образом математически-точное решение данного вопроса является невозможным, и приходится довольствоваться приближенными решениями. Здесь надо рассматривать два наиболее важных случая: 1) когда форма сосуда более или менее известна, т.-е. когда имеются детальные планы сосуда, и 2) когда форма его неопределенна, т.-е. когда размеры сосуда неизвестны.

Первый случай имеет большое значение в практике, когда, например, требуется вычислить время службы заводских прудов, для чего необходимо знать зависимость площадей поперечных горизонтальных сечений какого-нибудь пруда от вертикальных расстояний.

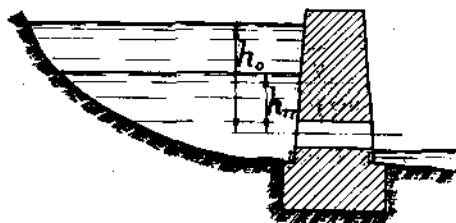
Положим, сооружением плотины образовался резервуар или пруд, в который происходит приток воды qm^3 в сек. (фиг. 125). В плотине устроено отверстие, площадь ω , которое может прикрываться щитом.

Если у нас при определенном расходе, положим, наблюдается за время t повышение уровня от высоты h_n , считаемой от оси отверстия в плотине, до высоты h_0 , то легко найти зависимость, подобную той, которую мы находили раньше, при выводе ур. (251). Разделим толщину слоя $h_0 - h_n$ на большое четное число n частей или слоев, равной толщины $(h_0 - h_n) : n$, которую в ур. (251), при приближенном решении, можно заменить величину dh . Обозначим площади горизонтальных сечений, при различных напорах $h_0, h_1, h_2 \dots h_n$, через $\Omega_0, \Omega_1, \Omega_2 \dots \Omega_n$; тогда для рассматриваемого случая ур. (251) заменяется следующим:

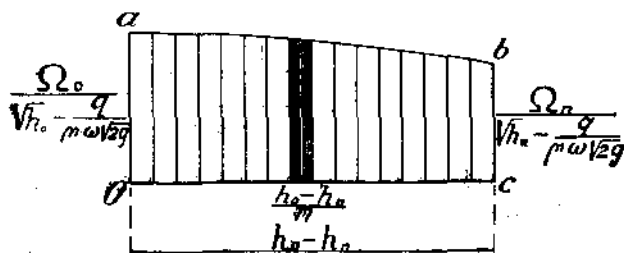
$$t = \sum_{h_n}^{h_0} \frac{\Omega}{q - \mu\omega\sqrt{2gh}} \cdot \frac{h_0 - h_n}{n} = \frac{1}{\mu\omega\sqrt{2g}} \sum_{h_n}^{h_0} \frac{\Omega}{\sqrt{h} - \frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}}} \cdot \frac{h_0 - h_n}{n}. \quad (255)$$

Если будем рассматривать понижение уровня, то ур. (255) представляется в ином виде:

$$t = \sum_{h_n}^{h_0} \frac{\Omega}{\mu\omega\sqrt{2gh} - q} \cdot \frac{h_0 - h_n}{n} = \frac{1}{\mu\omega\sqrt{2g}} \sum_{h_n}^{h_0} \frac{\Omega}{\sqrt{h} - \frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}}} \cdot \frac{h_0 - h_n}{n}. \quad (256)$$



Фиг. 125.



Фиг. 126.

Для решения этого уравнения можно применить правило Симпсона. Возьмем прямоугольную систему координат и по оси абсцисс отложим n равных делений (фиг. 126), из коих каждое выражает величину $(h_0 - h_n) : n$; на соответствующих этим делениям перпендикулярах отложим величины:

$$\frac{\Omega}{\sqrt{h} - \frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}}}, \text{ т. е. } \frac{\Omega_0}{\sqrt{h_0} - \frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}}}, \frac{\Omega_1}{\sqrt{h_1} - \frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}}}, \frac{\Omega_2}{\sqrt{h_2} - \frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}}} \text{ и т. д.}$$

Соединим сплошной кривой вершины перпендикуляров, тогда отсечаемая ею площадь $Oabc$ будет выражать собою искомую сумму:

$$\sum_{h_n}^{h_0} \frac{\Omega}{\sqrt{h} - \frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}}}.$$

Применяя правило Симпсона, получим величину площади:

$$\frac{h_0 - h_n}{3n} \left[\frac{\Omega_0}{\sqrt{h_0} - \frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}}} + \frac{\Omega_n}{\sqrt{h_n} - \frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}}} + 4 \left(\frac{\Omega_1}{\sqrt{h_1} - \frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}}} + \frac{\Omega_3}{\sqrt{h_3} - \frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}}} + \dots + \frac{\Omega_{n-1}}{\sqrt{h_{n-1}} - \frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}}} \right) + 2 \left(\frac{\Omega_2}{\sqrt{h_2} - \frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}}} + \frac{\Omega_4}{\sqrt{h_4} - \frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}}} + \dots + \frac{\Omega_{n-2}}{\sqrt{h_{n-2}} - \frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}}} \right) \right].$$

Зная величину указанной суммы, определим время t , за которое уровень в пруде с высоты h_0 спадет до высоты h_n :

$$t = \frac{h_0 - h_n}{3n\mu\omega\sqrt{2g}} \left[\frac{\Omega_0}{\sqrt{h_0} - \frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}}} + \frac{\Omega_n}{\sqrt{h_n} - \frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}}} + 4 \left(\frac{\Omega_1}{\sqrt{h_1} - \frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}}} + \frac{\Omega_3}{\sqrt{h_3} - \frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}}} + \dots + \frac{\Omega_{n-1}}{\sqrt{h_{n-1}} - \frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}}} \right) + 2 \left(\frac{\Omega_2}{\sqrt{h_2} - \frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}}} + \frac{\Omega_4}{\sqrt{h_4} - \frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}}} + \dots + \frac{\Omega_{n-2}}{\sqrt{h_{n-2}} - \frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}}} \right) \right] \dots (257)$$

Объем Q вытекающей из пруда воды за время t определится по тому же правилу Симпсона:

$$Q = \sum \Omega \cdot \frac{h_0 - h_n}{n} = \frac{h_0 - h_n}{3n} \left[\Omega_0 + \Omega_n + 4(\Omega_1 + \Omega_3 + \dots + \Omega_{n-1}) + 2(\Omega_2 + \Omega_4 + \dots + \Omega_{n-2}) \right] \dots (258)$$

Если притока в пруд не будет, т.-е. $q=0$, то:

$$t = \frac{h_0 - h_n}{3n\mu\omega\sqrt{2g}} \left[\frac{\Omega_0}{\sqrt{h_0}} + \frac{\Omega_n}{\sqrt{h_n}} + 4 \left(\frac{\Omega_1}{\sqrt{h_1}} + \frac{\Omega_3}{\sqrt{h_3}} + \dots + \frac{\Omega_{n-1}}{\sqrt{h_{n-1}}} \right) + 2 \left(\frac{\Omega_2}{\sqrt{h_2}} + \frac{\Omega_4}{\sqrt{h_4}} + \dots + \frac{\Omega_{n-2}}{\sqrt{h_{n-2}}} \right) \right] \dots (259)$$

Теперь рассмотрим второй случай, когда форма сосуда неизвестна. Элементарный расход через отверстие в плотине, площадью ω , определяется следующим уравнением:

$$dQ = \mu\omega\sqrt{2gh} \cdot dt,$$

и

$$Q = \int \mu\omega\sqrt{2gh} \cdot dt \dots (260)$$

В сосудах или резервуарах неизвестной или неправильной формы невозможно определить зависимость между t и h , а потому невозможно определить и величину Q из ур. (260). Чтобы в данному случае применить правило Симпсона, заменим величину dt величиною t/n , где n большое четное число; тогда уравнение (260) обратится в следующее:

$$Q = \mu \omega \sqrt{2g} \sum_{h_n}^{h_0} \sqrt{h} \cdot \frac{t}{n}, \dots \dots \dots (261)$$

где Q будет выражать собою расход в течение времени t , соответствующего понижению уровня в пруде на величину $h_0 - h_n$. Определение величины Q возможно, если присоединить некоторые данные, найденные путем соответствующих наблюдений, число коих примем $= n$. Наблюдения состоят в том, что при выпуске воды из пруда через равные промежутки времени t/n определяют положение уровня, т.-е. находят величины напоров над центром тяжести выпускного отверстия; положим, эти напоры соответственно будут: $h_0, h_1, h_2, \dots, h_n$.

Зная величины указанных напоров, возможно воспользоваться правилом Симпсона для определения расхода за время t , который будет равен:

$$Q = \mu \omega \sqrt{2g} \cdot \frac{t}{3n} \left[\sqrt{h_0} + \sqrt{h_n} + 4(\sqrt{h_1} + \sqrt{h_3} + \dots + \sqrt{h_{n-1}}) + \right. \\ \left. + 2(\sqrt{h_2} + \sqrt{h_4} + \dots + \sqrt{h_{n-2}}) \right] \dots \dots \dots (262)$$

Если притока в пруд не имеется, т.-е. $q = 0$, то объем V воды, заключающийся между уровнями, соответствующими напорам h_0 и h_n , как раз и будет представлять собою величину расхода Q . Если же имеется приток $q \text{ м}^3$ в сек., то объем воды между указанными уровнями будет:

$$V = Q - qt.$$

Зная Q , определяемое ур. (262), легко найти равномерный приток q . Когда уровень выпускаемой из пруда воды понизится до высоты h_n , закрываем отверстие истечения щитом и будем наблюдать время t_1 , в которое уровень поднимается до высоты h_0 ; очевидно:

$$V = q \cdot t_1.$$

Сравнивая два последних уравнения, находим:

$$Q - q \cdot t = q \cdot t_1 \text{ или } Q = q(t + t_1),$$

откуда определяем искомую величину q :

$$q = \frac{Q}{t + t_1} \dots \dots \dots (263)$$

Случай истечения при переменном уровне в сообщающихся сосудах.

38. Положим, имеем два сосуда A и B , которые сообщаются между собою (фиг. 127), в которых уровни в данное время t находятся на высоте z и z_1 над дном, и h — разности высот уровней, т.-е.

$$z - z_1 = h,$$

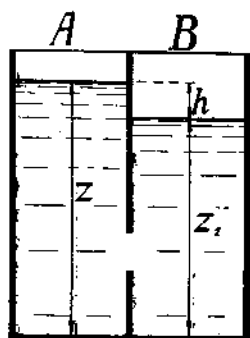
тогда

$$dz - dz_1 = dh.$$

Количество вытекающей через отверстие из сосуда A в сосуд B жидкости во время dt будет:

$$\mu \omega \sqrt{2gh} \cdot dt,$$

где ω — площадь отверстия.



Фиг. 127.

Положим, площадь свободной поверхности в сосуде $A = \Omega$ и в сосуде $B = \Omega_1$, тогда:

$$\mu \omega \sqrt{2gh} dt = -\Omega dz = \Omega_1 dz_1 \dots (264)$$

и

$$dz_1 = -\frac{\Omega dz}{\Omega_1},$$

но:

$$dz = dh + dz_1,$$

а потому

$$dz_1 = -\frac{\Omega}{\Omega_1} (dh + dz_1) \text{ и } dz_1 = -\frac{\Omega}{\Omega + \Omega_1} dh.$$

Подставляя это значение dz_1 в ур. (264), получим:

$$\mu \omega \sqrt{2gh} \cdot dt = -\frac{\Omega \cdot \Omega_1}{\Omega + \Omega_1} dh, \text{ или } \mu \omega \sqrt{2g} dt = -\frac{\Omega \cdot \Omega_1}{\Omega + \Omega_1} \frac{dh}{\sqrt{h}}.$$

Положим, в начале истечения, т.е. при $t=0$, разность уровней $= H$, тогда:

$$\mu \omega \sqrt{2g} \int_0^t dt = \int_H^h -\frac{\Omega \Omega_1}{\Omega + \Omega_1} \frac{dh}{\sqrt{h}} = \frac{\Omega \Omega_1}{\Omega + \Omega_1} \int_h^H \frac{dh}{\sqrt{h}},$$

или

$$\mu \omega \sqrt{2g} \cdot t = \frac{2\Omega \Omega_1}{\Omega + \Omega_1} (\sqrt{H} - \sqrt{h}) \dots \dots \dots (265)$$

и

$$t = \frac{2\Omega \Omega_1}{\mu(\Omega + \Omega_1) \omega \sqrt{2g}} (\sqrt{H} - \sqrt{h}) \dots \dots \dots (266)$$

Из этого уравнения можно определить время, необходимое для того, чтобы уровни сравнялись; для этого положим $h=0$, тогда:

$$t = \frac{2\Omega \Omega_1 \cdot \sqrt{H}}{\mu(\Omega + \Omega_1) \omega \sqrt{2g}} \dots \dots \dots (267)$$

Так как эта величина t не зависит от перестановки величин Ω и Ω_1 , то заключаем, что время, необходимое для того, чтобы уровни сравнялись, одинаково, будет ли жидкость переливаться из сосуда A в сосуд B (когда уровень в сосуде A выше, чем в сосуде B), или из сосуда B в сосуд A (когда уровень в сосуде B выше, чем в сосуде A).

Если хотим получить время t при постоянном уровне в одном из сосудов, то надо положить площадь этого сосуда бесконечно-большою, сравнительно с площадью сосуда, в котором уровень переменный. Положим, уровень в сосуде A постоянный, тогда при сделанных предположениях:

$$\frac{\Omega \Omega_1}{\Omega + \Omega_1} = \Omega_1,$$

и из формулы (267) получим:

$$t = \frac{2\Omega_1 \sqrt{H}}{\mu \omega \sqrt{2g}} \dots \dots \dots (268)$$

Если сосуд B имеет неограниченные размеры, то:

$$\frac{\Omega \Omega_1}{\Omega + \Omega_1} = \Omega,$$

и

$$t = \frac{2\Omega \sqrt{H}}{\mu \omega \sqrt{2g}} \dots \dots \dots (269)$$

Вышеприведенные формулы имеют практическое применение при шлюзах, которые служат для судоходного сообщения между собою двух водных бассейнов, расположенных на различной высоте. Пользуясь указанными формулами, когда ω/Ω или ω/Ω_1 весьма малые дроби, можно определить время наполнения и опорожнения шлюзовых камер.

Движение воды в каналах и реках.

Равномерное движение воды в открытых каналах или реках.

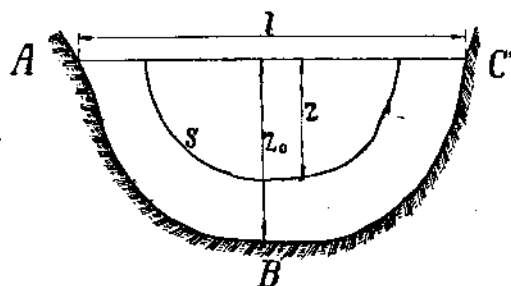
39. При движении воды в открытых каналах и реках правильность движения нарушается благодаря неровностям дна и берегов, а также благодаря колебаниям и движению атмосферного воздуха, производящим изменения давления на свободной поверхности. Главным образом требуется определить среднюю скорость течения, произведение которой на площадь поперечного сечения (живого сечения) дает объем, протекающий в секунду.

Рассматривая движение воды в каналах, приходится делать различные предположения.

Сделаем сечение рассматриваемого прямолинейного потока и допустим, что подводный периметр ABC имеет плавное очертание, и что в точке B , т.е. низшей точке, не имеется перелома (фиг. 128). Допустим, что влияние дна и берегов распространяется одинаково на частицы, находящиеся на равных расстояниях, считая по нормальям к подводному периметру, от подводного периметра. Делая это допущение, мы, следовательно, полагаем, что частицы, имеющие равные скорости, располагаются по линиям, параллельным подводному периметру. Мы в праве делать подобное заключение, так как опыты с жидкостями показали, что трение пропорционально величине трущейся поверхности, пропорционально некоторой функции от скорости, но не зависит от давления, как это указано было в § 18.

Возьмем одну из таких линий, длину которой положим $=s$, и верхнюю площадь, ею ограничиваемую, положим $=\omega$. Пусть длина подводного периметра $=s_0$, и площадь живого сечения $=\omega_0$. Примем глубину погружения точки B равную z_0 и глубину погружения ближайшей точки рассматриваемой линии $=z$; тогда можно положить приблизительно:

$$\frac{s}{s_0} = \left(\frac{z}{z_0} \right)^n \dots \dots \dots (270)$$



Фиг. 128.

Взявши узкую полоску, ограниченную кривою s и кривою, ей concentричною, проведенною на расстоянии dz , найдем, что

$$d\omega = s dz,$$

и

$$\begin{aligned} \omega &= \int s dz = \int s_0 \left(\frac{z}{z_0} \right)^n dz = \int s_0 z_0 \left(\frac{z}{z_0} \right)^n d \left(\frac{z}{z_0} \right) = \\ &= \frac{s_0 z_0}{n+1} \left(\frac{z}{z_0} \right)^{n+1} \dots \dots \dots (271) \end{aligned}$$

Подставляя в эту формулу вместо z величину z_0 , получим площадь ω_0 :

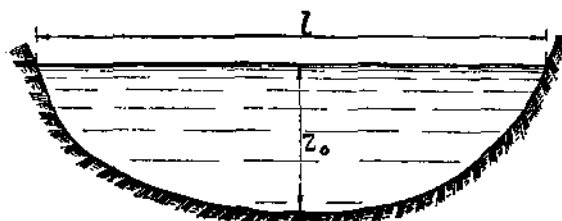
$$\omega_0 = \frac{s_0 z_0}{n+1},$$

следовательно:

$$\omega = \frac{s_0 z_0}{n+1} \left(\frac{z}{z_0} \right)^{n+1} = \omega_0 \left(\frac{z}{z_0} \right)^{n+1} \dots \dots \dots (272)$$

и

$$n+1 = \frac{s_0 z_0}{\omega_0} \dots \dots \dots (273)$$



Фиг. 129.

Это уравнение дает возможность отыскать среднее значение n . Для полукруга $s_0 z_0 = \pi \cdot z_0^2 = 2\omega_0$, — следовательно, $n=1$. Для площадей живых сечений, в которых l значительно больше z_0 , и которые образуются дугами круга или параболою, можно n определить приблизительно; так,

напр., для параболы такого вида можно принять (фиг. 129):

$$s_0 = l \left[1 + \frac{2}{3} \left(\frac{z_0}{l/2} \right)^2 - \frac{2}{5} \left(\frac{z_0}{l/2} \right)^4 \right]$$

или приблизительно

$$s_0 = l$$

Площадь $\omega_0 = \frac{2}{3} l \cdot z_0$, $n+1 = \frac{l \cdot z_0}{\frac{2}{3} l \cdot z_0} = 1,5$, откуда

$$n = 0,5.$$

При бесконечно-широком потоке $n=0$.

По кинетической теории газов и жидкостей, молекулы жидких тел, предполагаются подвижными, постоянно сталкивающимися между собою и ударяющимися о стенки сосуда. Общая живая сила всех молекул и средняя скорость всех частиц остаются без изменения, благодаря полной упругости ударов. Этими ударами молекул и объясняются законы давления газов. От ударов о стенки сосудов уменьшается видимая скорость молекул жидкости, и увеличивается относительная разность скоростей. С увеличением разности скоростей в двух данных слоях — увеличивается, понятно, величина трения, которая, как это мы уже видели в § 18, оказывается пропорционально увеличению скорости на единичном расстоянии, т.е., другими словами, — внутренние гидравлические трения (трение жидкости о жид-

кость) суть линейные функции относительных скоростей, не зависят от величины давления, но зависят от физических свойств жидкости, другими словами — касательная сила, выражающая собою сопротивление и отнесенная к единице площади трущихся поверхностей, пропорциональна относительной скорости v , и может быть принята $= kv$, где k — коэффициент, зависящий от физических свойств жидкости, носящий название (по предложению Boussinesq) коэффициента внутреннего трения или коэффициента вязкости, при чем, если имеется вихревое движение, то коэффициент k зависит от интенсивности этого движения. Как уже было указано, Ньютон первый предложил эту гипотезу. Если проекции скорости элемента жидкости, определяемого координатами x, y и z , назовем через u, v и w , то проекции скорости, в тот же момент времени t , элемента, коего координаты будут $x + dx, y + dy$ и $z + dz$, представятся так:

$$\begin{aligned} u + \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz \\ v + \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy + \frac{\partial v}{\partial z} dz \\ w + \frac{\partial w}{\partial x} dx + \frac{\partial w}{\partial y} dy + \frac{\partial w}{\partial z} dz, \end{aligned}$$

относительные же скорости равняются:

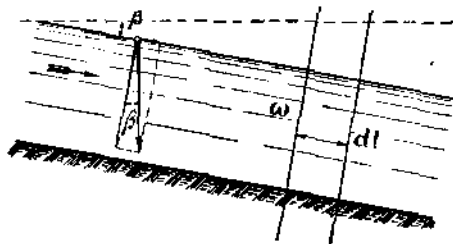
$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz \\ \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy + \frac{\partial v}{\partial z} dz \\ \frac{\partial w}{\partial x} dx + \frac{\partial w}{\partial y} dy + \frac{\partial w}{\partial z} dz. \end{aligned}$$

Как видим, проекции относительной скорости второго рассматриваемого элемента выражаются линейным образом через производные скоростей u, v и w по координатам, — следовательно, и гидравлические сопротивления пропорциональны этим производным. Принимая во внимание сделанные допущения и применяя сказанное к нашему случаю, т.-е. рассматривая данное сечение и определяя сопротивление f на единицу поверхности, найдем, что

$$f = k \frac{dv}{dz}, \dots \dots \dots (274)$$

где k — некоторый коэффициент.

Рассмотрим равномерное движение. Движение частиц жидкости происходит благодаря действию силы тяжести (фиг. 130), проекция которой на направление движения заставляет частицы двигаться; это и есть сила, производящая ускорение; но, раз движение равномерное, то, следовательно, сила сопротивления уравновешивает силу, производящую ускорение, а потому сумма проекций этих сил на направление движения должна быть $= 0$. Возьмем два сечения бесконечно-близкие друг-к-другу, т.-е. на расстоянии dl , и определим вес объема воды, основанием $= \omega$, и другой, размер которого $= dl$; этот вес будет: $\Delta \cdot \omega \cdot dl$.



Фиг. 130.

Сопротивление на поверхности рассматриваемого объема $= f \cdot s \cdot dl$, где s — подводный периметр.

Сумма проекций этих сил, как было указано, должна быть $= 0$, т.е.:

$$\Delta \cdot \omega \cdot dl \cdot \sin \beta + f \cdot s \cdot dl = 0,$$

или, так как угол β весьма мал, то можно принять $\sin \beta = \beta$, и уравнение после сокращения на dl примет следующий вид:

$$\Delta \omega \beta + fs = 0 \quad \dots \dots \dots (275)$$

Но из уравнения (272): $\omega = \omega_0 \left(\frac{z}{z_0} \right)^{n+1}$.

Имея это значение ω и подставляя в ур. (275) вместо f и s их величины (см. ур. 270 и 274), получим:

$$\Delta \omega_0 \beta \left(\frac{z}{z_0} \right)^{n+1} + k s_0 \left(\frac{z}{z_0} \right)^n \cdot \frac{dv}{dz} = 0,$$

или

$$\Delta \omega_0 \beta \frac{z}{z_0} + k s_0 \frac{dv}{dz} = 0,$$

откуда

$$\begin{aligned} dv &= - \frac{\Delta \omega_0 \beta}{k \cdot s_0} \cdot \frac{z}{z_0} dz = - \frac{\Delta \omega_0 \beta}{k \cdot s_0} \cdot \frac{z}{z_0} dz \cdot \frac{z_0}{z_0} = \\ &= - \frac{\Delta \omega_0 \beta \cdot z_0}{k \cdot s_0} \left(\frac{z}{z_0} \right) d \left(\frac{z}{z_0} \right) \quad \dots \dots \dots (276) \end{aligned}$$

Если на свободной поверхности обозначим скорость через v_1 , то:

$$\int_{v_1}^v dv = \int_{z=z_0}^z - \frac{\Delta \omega_0 \beta z_0}{k s_0} \left(\frac{z}{z_0} \right) d \left(\frac{z}{z_0} \right),$$

или:

$$v - v_1 = - \frac{\Delta \omega_0 \beta z_0}{2 k s_0} \left(\frac{z}{z_0} \right)^2,$$

и

$$\int_{v_1}^{v_0} dv = \int_{z=z_0}^{z=z_0} - \frac{\Delta \omega_0 \beta z_0}{k s_0} \left(\frac{z}{z_0} \right) d \left(\frac{z}{z_0} \right),$$

или:

$$v_0 - v_1 = - \frac{\Delta \omega_0 \beta z_0}{2 k s_0},$$

следовательно:

$$v - v_1 = (v_0 - v_1) \left(\frac{z}{z_0} \right)^2,$$

или

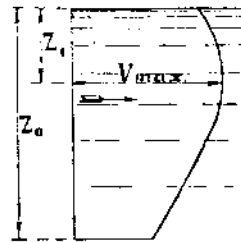
$$v = v_1 + (v_0 - v_1) \left(\frac{z}{z_0} \right)^2 \quad \dots \dots \dots (277)$$

Это уравнение показывает, что закон распределения скоростей следует ординатам параболы, и что скорости убывают пропорционально квадрату углубления, что подтверждается большей частью опытов. Как видно из ур. (277), наименьшую скорость имеют частицы, соприкасающиеся с дном реки (фиг. 131), при спокойном воздухе.

Динамическая ось потока совпадает со струйкою, частицы которой обладают максимальной скоростью. В потоках большой глубины эта ось обыкновенно располагается под поверхностью на глубине $z_1 \approx \frac{1}{3} z_0$, в потоках же малой глубины z_1 близко к нулю.

Если провести ряд плоскостей, параллельных плоскости живого сечения потока, то пересечения их с поверхностью параболоида скоростей дадут линии равных скоростей (изотакхи, или изодромы).

На скорости струек поверхностных слоев имеют большое влияние направление и сила ветра, значительно иногда изменяющие вид кривых распределения скоростей и положение динамической оси потока.



Фиг. 131.

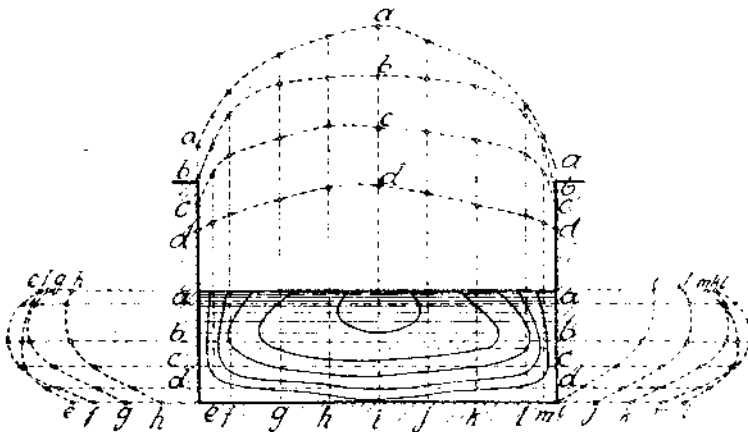
Вследствие различия скоростей в различных сечениях, что обуславливается разнообразием препятствий движению струй, возникают вихревые движения, перекачивающиеся обыкновенно по направлению к динамической оси.

Разностью скоростей и вихревыми движениями объясняется образование размывов и наслонений или отмелей, т.-е. смывание наслонений и подъем предметов в одних местах и отложение их в других (денудация, денудационные процессы).

Здесь также укажем, что существует мнение, что распределение скоростей в вертикальном направлении совершается по логарифмическим линиям, удовлетворяющим уравнению:

$$v = a + b \lg(z + c) \dots \dots \dots (278)$$

где z — расстояние рассматриваемой точки от дна, a , b и c — коэффициенты, определяемые опытом.



Фиг. 132.

На фиг. 132 представлено сечение прямоугольного канала, и показаны кривые распределения скоростей.¹⁾

Величины скоростей в горизонтальных плоскостях на чертеже определяются расстояниями от прямых, представляющих собою следы сечений вертикальной плоскостью; например, кривая bbb построена таким образом,

¹⁾ См. Flamant: Hydraulique. 1909. Стр. 195.

что скорости откладывались от прямой bb — пересечения указанных плоскостей. Боковые кривые представляют собою изменения скоростей в вертикальных сечениях. Как видно из чертежа, изменения скоростей по направлению от середины потока к берегам происходят аналогично с изменениями в вертикальных плоскостях: начиная от середины потока к берегам, скорости постепенно уменьшаются.

Большую часть приходится иметь дело со средними скоростями. Среднюю скорость v_c легко определить из уравнения:

$$v_c \cdot \omega_0 = \int_0^{\omega_0} v \, d\omega.$$

В силу уравнения (277) имеем:

$$v_c = \frac{1}{\omega_0} \int \left[v_1 - (v_1 - v_0) \left(\frac{z}{z_0} \right)^n \right] d\omega = \frac{1}{\omega_0} \int v_1 d\omega - \left(\frac{v_1 - v_0}{\omega_0} \right) \int \left(\frac{z}{z_0} \right)^n d\omega,$$

но из ур. (272) имеем:

$$d\omega = \omega_0 d \left[\left(\frac{z}{z_0} \right)^{n+1} \right] = (n+1) \omega_0 \left(\frac{z}{z_0} \right)^n d \left(\frac{z}{z_0} \right),$$

а потому:

$$\begin{aligned} v_c &= \frac{1}{\omega_0} \int_0^{\omega_0} v_1 d\omega - (n+1) (v_1 - v_0) \int_{z=0}^{z=z_0} \left(\frac{z}{z_0} \right)^{n+1} d \left(\frac{z}{z_0} \right) = \\ &= v_1 - (n+1) (v_1 - v_0) \left[\frac{\left(\frac{z}{z_0} \right)^{n+2}}{n+2} \right]_{z=0}^{z=z_0}, \end{aligned}$$

или

$$v_c = v_1 - \frac{n+1}{n+2} (v_1 - v_0) = v_1 + \frac{v_0 - v_1}{2} - \frac{n+1}{n+2} (v_1 - v_0) - \frac{v_0 - v_1}{2},$$

и

$$v_c = \frac{v_1 + v_0}{2} + \frac{1-n}{2(n+2)} (v_1 - v_0) \dots \dots \dots (279)$$

При $n=1$ последний член обращается в нуль, да и при других значениях n величина этого члена очень незначительна, так что средняя скорость v_c очень близка к средней арифметической из v_1 и v_0 , т.е. из скоростей на поверхности и у дна, что в большей или меньшей степени подтверждается опытами.

Сопротивление русла канала.

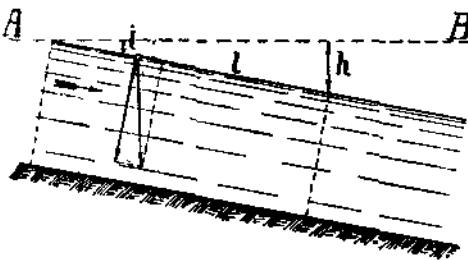
40. Мы уже говорили, что движение частиц жидкости происходит благодаря действию силы тяжести, составляющая которой, совпадающая с направлением движения, и производит перемещение частиц (фиг. 133). Положим, имеется часть канала. Проведем горизонталь AB , тогда угол i , составляемый поверхностью воды с горизонтом, называется углом падения,

или уклона. Разность уровней h называется падением канала на длине l . Падение на единицу длины будет:

$$\tau = \frac{h}{l} = \sin i \dots \dots \dots (280)$$

и называется уклоном, или относительным падением. Уклон каналов изменяется в пределах 0,02 до 0,0001. Уклон обыкновенно имеет одинаковую величину по всей длине канала. В естественных потоках уклон к устью уменьшается. В больших реках уклон у верховья = 0,005 до 0,001, а у устья = 0,0005 до 0,0001.

Движение может быть равнопеременное, что зависит от относительного положения поверхности воды и дна канала. Если поверхность воды параллельна дну, то движение равномерное; если поверхность не параллельна, то при угле $i > i_1$ (где i_1 — угол уклона дна) движение равномерно-ускоренное и при $i < i_1$ — равномерно-успокоительное. При угле $i = 0$ движение воды невозможно, какую бы величину ни имел угол i_1 . При конечной же величине угла i — движение будет совершаться и при всяком значении угла i_1 .



Фиг. 133.

Русло канала оказывает сопротивление движению; сопротивление является функцией средней скорости v_c . Если мы через F обозначим сопротивление на единицу длины русла, через ω — подводный периметр и через ω — площадь живого сечения, то:

$$F = \alpha (av_c + \beta v_c^2), \dots \dots \dots (281)$$

где α и β — коэффициенты.

Если обозначим через Δ вес единицы объема воды, то F можно заменить давлением столба воды высотой ζ :

$$\zeta = \frac{F}{\Delta \omega} = \frac{\alpha}{\omega} \left(\frac{\alpha}{\Delta} v_c + \frac{\beta}{\Delta} v_c^2 \right) \dots \dots \dots (282)$$

Положим:

$$\frac{\omega}{\alpha} = R$$

(так называемый средний гидравлический радиус сечения),

$$\frac{\alpha}{\Delta} = a \text{ и } \frac{\beta}{\Delta} = b;$$

так как высота ζ есть не что иное, как падение на единицу длины канала, т.-е. τ , то:

$$R \cdot \tau = av_c + bv_c^2 \dots \dots \dots (283)$$

Из опытов Дюбуа (Dubuat) Прони (Prony) определил коэффициенты a и b и нашел, что

$$\left. \begin{aligned} a &= 0,000044 \\ b &= 0,000309 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (284)$$

Дарси (Darcy) и Базен (Bazin) из многочисленных опытов нашли, что

$$R\tau = b_1 v_c^2 \dots \dots \dots (285)$$

Материал стенок канала: Значения b_1 :

Стенки очень ровные, гладко оштукатуренные цементом или строганные деревянные	0,00015	$\left(1 + \frac{0,03}{R}\right)$	} \dots \dots (286)
Стенки ровные, облицованные тесаным камнем или обшитые досками	0,00019	$\left(1 + \frac{0,07}{R}\right)$	
Стенки не так ровные, облицованные камнем	0,00024	$\left(1 + \frac{0,25}{R}\right)$	
Земляные стенки	0,00028	$\left(1 + \frac{1,25}{R}\right)$	

В этой таблице $R = \frac{\omega}{u}$. Средняя скорость определялась по формуле: $v_c = \frac{Q}{\omega}$, где Q — объем протекающей воды.

Итальянский инженер Кези (Chezy) придает формуле для определения средней скорости следующий вид:

$$v_c = k \sqrt{R\tau} \dots \dots \dots (287)$$

где коэффициент $k = 50$ по Тадини; подставляя вместо k его величину, можно определить $R\tau$, и получим:

$$R\tau = 0,0004 v_c^2,$$

т.-е. в данном случае в форм. (285) вместо b_1 можно подставить 0,0004. Сопротивление на длине l будет:

$$\tau \cdot l = Z = \frac{\omega}{u} (a v_c + b v_c^2) l \dots \dots \dots (288)$$

Bazin на основании своих обширных исследований предложил другую формулу, хорошо согласующуюся с действительностью при самых разнообразных уклонах:

$$\frac{\tau \cdot R}{v_c^2} = \frac{\alpha}{R} + \beta \dots \dots \dots (289)$$

или, полагая $\alpha_1 = \frac{\alpha}{\beta}$, формулу можно написать в другом виде:

$$\frac{\tau \cdot R}{v_c^2} = \beta \left(1 + \frac{\alpha_1}{R} \right) \dots \dots \dots (290)$$

Гангилле и Куттер, на основании исследования Гемфрея и Аббота на реке Миссисипи, а также на основании других исследований, дали для коэффициента k следующее выражение:

$$k = \frac{23 + \frac{0,00155}{\tau} + \frac{1}{n}}{1 + \left(23 + \frac{0,00155}{\tau}\right) \frac{n}{\sqrt{R}}}, \dots \dots \dots (293)$$

где для коэффициента шероховатости n принимается одно из следующих значений:

Х а р а к т е р с т е н о к .	n	$\frac{1}{n}$
Стенки канала вполне гладкие (цементная штукатурка, строганные доски)	0,010	100
Стенки канала дощатые	0,012	83
» » гладкие, облицованы тесаным камнем или кирпичом	0,013	77
Стенки канала негладкие (бутовая кладка)	0,017	58
» » из грубой бутовой кладки	0,020	50
» » земляные (естественное русло)	0,025	40
» » с булыжником и водорослями	0,030	33
» » неправильные в плохом состоянии	0,035	29
» » в очень плохом состоянии	0,040	25

Инженер Горбачев путем многочисленных измерений определял коэффициент k в формуле Кези и дал формулу для определения величины средней скорости v_c следующего вида:

$$v_c = \frac{\alpha R}{\beta + \sqrt{R}} \sqrt{\tau} \dots \dots \dots (294)$$

Преобразовав эту формулу и приводя ее к виду формулы Кези, увидим, что коэффициент k в ней будет иметь следующее выражение:

$$k = \frac{\alpha}{1 + \frac{\beta}{\sqrt{R}}},$$

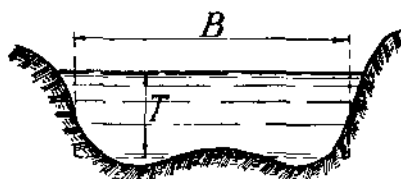
при чем при расчете в метрических мерах величина α получает постоянное значение, равное 70, и тогда последняя формула примет следующий вид:

$$k = \frac{70}{1 + \frac{\beta}{\sqrt{R}}}, \dots \dots \dots (295)$$

где коэффициент шероховатости β выбирается согласно нижеследующим указаниям¹⁾:

Для новых чугунных труб	$\beta = 0,04$
Для чистых водопроводных труб	$\beta = 0,06$
Для обыкновенных водопроводных труб	$\beta = 0,08$
Для канализационных (гончарных, бетонных, кирпичных, чугунных и железных) труб	$\beta = 0,10$
Для каналов из новой и правильной бутовой кладки, а также хорошо замощенных каналов	$\beta = 0,25$
Для каналов из старой и поврежденной бутовой кладки, а также плохо замощенных каналов	$\beta = 0,50$
Для каналов с правильными земляными руслами	$\beta = 0,75$
Для обыкновенных рек	$\beta = 1,00$
Для рек, влекущих по дну камни или сильно заросших растениями	$\beta = 1,25$

Как видно, вышеприведенными формулами определяется величина коэффициента k в формуле Кези. Применяя старую формулу Куттера, надо иметь в виду, что она более удовлетворительные результаты дает при падениях τ более 1:2000, формулу же Гангиле и Куттера лучше применять при малых падениях и больших расходах.



Фиг. 134.

В 1906 г. В. Christen для определения средней скорости предложил следующую формулу:

$$v_c = 6,307 \sqrt[3]{T \cdot \tau} \sqrt[3]{B}, \dots \dots \dots (296)$$

где T — средняя глубина и B — средняя ширина русла (фиг. 134).

В 1905 г. проф. Негманек предложил более простую формулу:

$$v_c = k_m \sqrt{T \cdot \tau}, \dots \dots \dots (297)$$

в которой T также представляет собою среднюю глубину русла и

$$k_m = k_0 + \frac{m}{6} (70 - k_0),$$

где $k_0 = 34 \sqrt[4]{T}$, а величина m выбирается согласно нижеследующим указаниям:

Для стенок из естественных грунтов	$m = 0$
» » » бутовой плиты	$m = 1$
» » » отесанной плиты	$m = 2$
» » » кирпичной кладки	$m = 3$
» » » нестроганных досок	$m = 4$
» » » оштукатуренных цементом или гладких бетонных	$m = 5$
Для стенок из строганных досок	$m = 6$

Если канал по сравнению с глубиной узок, то коэффициент k_m уменьшается и заменяется коэффициентом:

$$k' = k_m \left(1 - \frac{T}{4B} \right).$$

¹⁾ См. Труды Девятого Русского Водопроводного Съезда. 1909. Стр. 552.

При устройстве каналов важно знать зависимость между скоростями: v_1 — наибольшей близ поверхности, v_0 — наименьшей около дна и v_c — средней скоростью.

Если будем определять опытом скорости v_x течения на различных расстояниях x от берега, и если число сделанных наблюдений $= n$, то:

$$v_c = k_c \frac{\sum v_x}{n}, \dots \dots \dots (298)$$

где k_c — коэффициент. По опытам Дарси и Базена, при земляном грунте, $k_c = 0,65$. Вейсбах полагает $k_c = 0,92$. Среднее значение $k_c = 0,8$.

По Ваумгартену:

$$v_c = 0,842 v_{1 \max}, \dots \dots \dots (299)$$

по Ламейеру:

$$v_c = 0,75 v_{1 \max}, \dots \dots \dots (300)$$

по Базену:

$$v_c = 0,85 v_{1 \max} \dots \dots \dots (301)$$

Как мы видели выше (см. формулу 279), можно принимать:

$$v_c = \frac{v_1 + v_0}{2} \dots \dots \dots (302)$$

Прони дает следующую эмпирическую формулу:

$$v_c = v_{1 \max} \frac{v_{1 \max} + a}{v_{1 \max} + b} \dots \dots \dots (303)$$

где $a = 2,372$ и $b = 3,153$.

При устройстве канала, сообразно свойству грунта, задается скорость на дне v_0 (см. внизу таблицу), при которой не должно повреждаться русло, а затем, выбравши v_0 , из форм. (302) и (303), сравнением последних, можно определить величину скорости v_1 ; а зная v_0 и v_1 , определим, какая должна быть средняя скорость v_c ; сообразно полученной величине нетрудно определить необходимое падение τ .

Материал русла.	v_0 max в 1 сек. в метрах.
Рыхлая земля	0,076
Жирная глина	0,152
Песок	0,305
Хряц	0,609
Гравий	0,914
Дресва (чугун)	1,220
Слоистые твердые породы	1,830
Неслоистые твердые породы	3,050

При определении размеров каналов, подводящих воду для действия гидравлических машин, обыкновенно берут:

$$v_c = 0,5 \text{ до } 1,5 \text{ м сек} \dots \dots \dots (304)$$

Неравномерное движение воды в русле.

✓X 41. Рассмотрим неравномерное движение воды в русле. Возьмем элемент длины русла dl , площадь в сечении AB , положим, $=\omega$, и средняя скорость v , а в сечении CD площадь $=\omega + d\omega$ и средняя скорость $v + dv$ (фиг. 135). Приращения $d\omega$ и dv могут быть положительные и отрицательные, но всегда с разными знаками, потому что, если обозначим через Q объем протекающей жидкости, который постоянен, то:

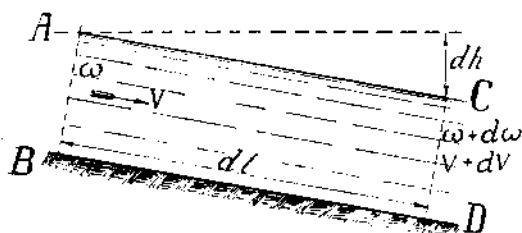
$$Q = \omega v = (\omega + d\omega)(v + dv),$$

$$dQ = \omega dv + v d\omega = 0, \dots \dots \dots (305)$$

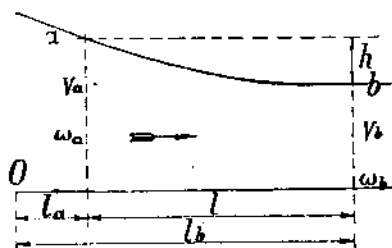
откуда

$$\omega dv = -v d\omega;$$

так как ω и v всегда положительны, то dv и $d\omega$ должны иметь разные знаки.



Фиг. 135.



Фиг. 136.

Если мы через dh обозначим падение, то эта высота затрачивается на высоту, соответствующую приращению скорости, и на высоту, которую преодолеваются сопротивления на пути dl ; но эта последняя высота на единицу длины может быть определена, например, из уравнения (285):

$$\tau = \frac{b_1 v^2}{R};$$

так как $R = \frac{\omega}{u}$, то:

$$\tau = \frac{ub_1 v^2}{\omega} \text{ и на пути } dl \dots \dots \tau dl = \frac{ub_1 v^2}{\omega} dl.$$

Следовательно:

$$dh = \frac{(v + dv)^2 - v^2}{2g} + \frac{ub_1 v^2}{\omega} dl.$$

В выражении $(v + dv)^2 - v^2 = 2v dv + (dv)^2$ бесконечно-малыми 2-го порядка пренебрегаем, а потому можем положить $(v + dv)^2 - v^2 = 2v dv$, и наше уравнение примет вид:

$$dh = \frac{v dv}{g} + \frac{u b_1 v^2}{\omega} dl \dots \dots \dots (306)$$

Это и есть дифференциальное уравнение для неравномерного движения воды в каналах.

Рассматривая какой-нибудь участок на расстоянии l_a от пункта O (фиг. 136) и полагая в сечении a среднюю скорость $=v_a$, площадь живого

сечения $= \omega_a$, а в сечении b , на расстоянии l_b от пункта O и на l от сечения a , соответственно среднюю скорость $= v_b$ и площадь живого сечения $= \omega_b$, можем определить падение h . Интегрируя ур. (306), получим:

$$h = \int_{v_a}^{v_b} \frac{v dv}{g} + \int_{l_a}^{l_b} \frac{u b_1 v^2}{\omega} dl,$$

откуда

$$h = \frac{v_b^2}{2g} - \frac{v_a^2}{2g} + \int_{l_a}^{l_b} \frac{u b_1 v^2}{\omega} dl \dots \dots \dots (307)$$

Отношение $u : \omega$ изменяется между сечениями a и b , а потому для вычисления интеграла

$$\int_{l_a}^{l_b} \frac{u}{\omega} b_1 v^2 dl$$

придется всю длину $l = l_b - l_a$ разделить на участки, в пределах которых можно считать $u : \omega$ постоянным, и для каждого участка вычислить u и ω (по формуле Симпсона) и величину интеграла.

При выводе уравнения (307) мы полагали в каждой точке рассматриваемого сечения скорость равную средней, вследствие чего входит ошибка в величины $\frac{v_b^2}{2g}$ и $\frac{v_a^2}{2g}$, которая, впрочем, очень невелика. Чтобы поправить ошибку, следует каждую из упомянутых величин помножить на коэффициент $k > 1$, при выборе которого должно следовать закону изменения скоростей каждого сечения, но закон этот точно не известен, а потому невозможно вычислить действительную величину k . Poncelet полагает

$$k = 1,10.$$

М. Bazin предлагает принимать

$$k = 1 + 2,10 b_1.$$

Отсюда видно, что, если принять $k = 1$, как это мы делали при выводе уравнений (306) и (307), ошибка, вводимая в вычисление, будет невелика.

Вводя коэффициент k , получим:

$$h = \int_{v_a}^{v_b} \frac{k v dv}{g} + \int_{l_a}^{l_b} \frac{u}{\omega} b_1 v^2 dl,$$

или

$$h = \frac{k(v_b^2 - v_a^2)}{2g} + \int_{l_a}^{l_b} \frac{u}{\omega} b_1 v^2 dl \dots \dots \dots (308)$$

Обозначая последний интеграл через h_c , можем ур. (308) написать в общем виде:

$$h = \frac{k(v_b^2 - v_a^2)}{2g} + h_c \dots \dots \dots (309)$$

Форма поперечного профиля каналов. Величина падения.

42. Наивыгоднейший профиль канала будет в том случае, когда подводный периметр получает минимальное значение, т.е. когда отношение

$$\frac{u}{\omega} = \frac{1}{R}$$

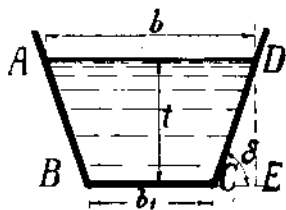
будет иметь минимальную величину. При минимальной величине этого отношения будет и наименьшее сопротивление русла.

Из прямоугольных фигур наименьшее отношение $u : \omega$ будет иметь квадрат, но то же будет и для полуквadrата, а потому в каналах прямоугольного профиля выгодно ширину канала делать = удвоенной глубине его.

Из всех замкнутых фигур для круга отношение $u : \omega$ — наименьшее. Но подобный профиль, по трудности исполнения и дороговизне, применяется только при устройстве водосточков.

При каналах значительного размера полукруглый профиль заменяется профилем в виде трапеции. Угол δ (фиг. 137) зависит от материала стенок канала. Из чертежа видно, что

$$\frac{CE}{DE} = \cotg \delta = \frac{CE}{t}.$$



Фиг. 137.

Материал стенок и дна русла:	$\cotg \delta$	δ
Металлическое или деревянное русло	0 . . .	90°
Хорошая каменная кладка при малых каналах	0 . . .	90°
Каменная облицовка	0,5 . . .	$63\frac{1}{2}^\circ$
Твердые земляные стенки, откосы покрыты дерном и вообще укреплены	1 . . .	45°
Твердые земляные стенки без укрепления откосов	1,5 . . .	$33\frac{1}{3}^\circ$
Рыхлое земляное русло	2 . . .	$26\frac{1}{2}^\circ$

Для судоходных каналов Редтенбахер дает следующие формулы:

$$\left. \begin{aligned} \frac{b_1}{t} &= 2,7 + 0,9\omega \\ \frac{b}{t} &= 2,7 + 0,9\omega + 2 \cotg \delta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (310)$$

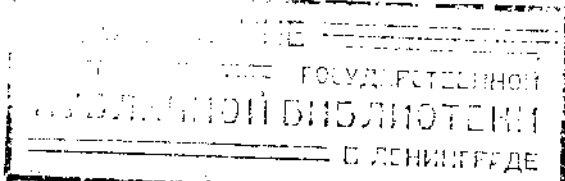
где ω — площадь живого сечения.

Эта формула устарела и дает слишком малую глубину для больших судоходных каналов, а потому пользуются и другими формулами:

$$\left. \begin{aligned} \frac{b_1}{t} &= 1,7 + 0,09\omega \\ \frac{b}{t} &= 1,7 + 0,09\omega + 2 \cotg \delta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (311)$$

Площадь живого сечения для профиля в виде трапеции:

$$\omega = \frac{b + b_1}{2} \cdot t, \dots \dots \dots (312)$$



где

$$b = b_1 + 2t \cdot \cotg \delta : \dots \dots \dots (313)$$

из этих уравнений имеем:

$$t = \sqrt{\frac{\omega}{b_1/t + \cotg \delta}} \dots \dots \dots (314)$$

Задавшись отношением $b_1 : t$, найдем t и, следовательно, определим и b_1 .

Подводный периметр будет:

$$u = b_1 + \frac{2t}{\sin \delta}.$$

Если воспользоваться формулой Эйтельвейна, который для определения средней скорости дал следующее уравнение:

$$\tau = k \frac{u}{\omega} \cdot \frac{v_c^2}{2g}, \dots \dots \dots (315)$$

где $k = 0,007565$, то получим:

$$v_c = \sqrt{\frac{\omega}{u} \cdot \frac{2g\tau}{k}} \dots \dots \dots (316)$$

Если величина τ — постоянна ¹⁾, то при глубине t_1 и соответственной величине ω_1

$$v_c' = \sqrt{\frac{\omega_1}{u_1} \cdot \frac{2g\tau}{k}},$$

и

$$\frac{v_c'}{v_c} = \sqrt{\frac{u \cdot \omega_1}{u_1 \cdot \omega}}; \dots \dots \dots (317)$$

этой формулой определяется соотношение между средними скоростями с изменением t и ω , но при постоянном τ .



Фиг. 138.



Фиг. 139.

Обыкновенно с увеличением живого сечения ω периметр u возрастает относительно ничтожно, а потому с повышением уровня воды в канале — средняя скорость в нем увеличивается. Если желаем, чтобы средняя скорость не изменялась (при постоянном τ) с изменением глубины t , то следует, чтобы отношение $\omega : u$ оставалось постоянным, т.е. чтобы с увеличением ω и подводный периметр u увеличивался в соответственной степени, что достигается приданием бокам канала незначительного уклона. Вольтман советует в этом случае берегам давать очертание в виде параболы (фиг. 138), что затруднительно осуществить на практике. Удобнее в этом отношении профиль, предложенный Прони (фиг. 139).

¹⁾ Это не всегда справедливо, так как с повышением уровня воды в канале величина τ может и уменьшаться.

Что касается величины падения τ , то в руслах, подводящих воду на гидравлические приемники:

$$\tau = 0,0003 \text{ до } 0,0005; \dots\dots\dots (318)$$

для каналов, отводящих воду:

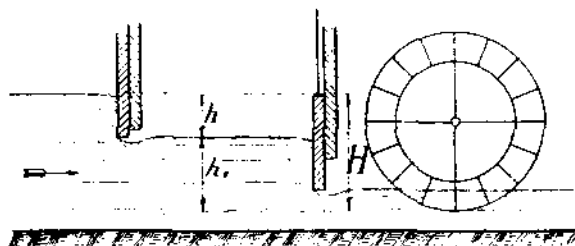
$$\tau = 0,0005 \text{ до } 0,001. \dots\dots\dots (319)$$

хотя, само собою разумеется, иногда приходится в большей или меньшей степени отклоняться от указанных пределов в ту или другую сторону.

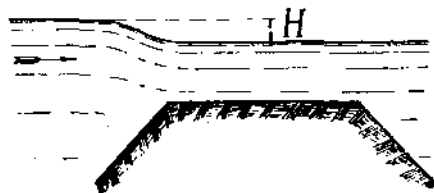
Сопротивления в каналах при входе и выходе воды.

43. Каналами отводится вода из озер, прудов и т. п. При заводских каналах, подводящих воду на гидравлические приемники, обыкновенно в начале и конце канала имеются щиты (фиг. 140). Судоводные каналы обыкновенно изгибов не имеют (фиг. 141). При проходе воды через щиты теряется обыкновенно часть напора на преодоление вредных сопротивлений. Вследствие этих причин каналу приходится придавать больший уклон, чем тот, который определялся по формулам §§ 40, 41. Потеря напора происходит вследствие удара частиц воды; эта потеря определяется формулой (185):

$$\tau = \frac{(v - v_1)^2}{2g}.$$



Фиг. 140.



Фиг. 141.

а) Если будем рассматривать судоводный канал (фиг. 141), то при начале канала происходит неполное сжатие; если обозначим площадь живого сечения канала через Ω и среднюю скорость в нем через v_c , площадь в сжатом месте потока через ω и скорость через v , то вследствие непрерывности тока должно быть:

$$\omega v = \Omega v_c,$$

и

$$v = \frac{\Omega}{\omega} v_c;$$

но мы обозначили коэффициент сжатия через α , в данном случае

$$\alpha = \frac{\omega}{\Omega},$$

следовательно:

$$v = \frac{v_c}{\alpha}.$$

В формулу (185) придется вместо v подставить $\frac{v_c}{\alpha}$ и вместо v_1 — величину v_c , а потому потеря напора будет:

$$\zeta = \frac{1}{2g} \left(\frac{v_c}{\alpha} - v_c \right)^2 = \frac{v_c^2}{2g} \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right)^2 = \frac{v_c^2}{2g} \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^2 \dots \dots \dots (320)$$

Дюбуа для коэффициента сжатия дает следующие значения:

$$\alpha = 0,73 \text{ до } 0,91 \dots \dots \dots (321)$$

При больших каналах с незначительной скоростью течения:

$$\alpha = 0,97 \dots \dots \dots (322)$$

Полное падение H состоит из трех частей: h_1 — падения, составляющего потерю на сжатие, которое мы определяли; падения h_2 — на преодоление гидравлических сопротивлений в канале и, наконец, падения h_3 — для сообщения воде при конце канала скорости v_c , а потому:

$$H = h_1 + h_2 + h_3,$$

где

$$h_1 = \frac{v_c^2}{2g} \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^2;$$

h_2 можно определить по одной из формул § 40 или по формуле Эйтельвейна (315):

$$h_2 = k \cdot \frac{u}{\omega} \cdot \frac{v_c^2}{2g} \cdot l, \dots \dots \dots (323)$$

где коэффициент k может быть взят тот, который дал Эйтельвейн, принявший, как это было указано, $k = 0,007565$, а можно также его определить путем сравнения форм. (323) с другими формулами, определяющими среднюю скорость; наконец, падение

$$h_3 = \frac{v_c^2}{2g}.$$

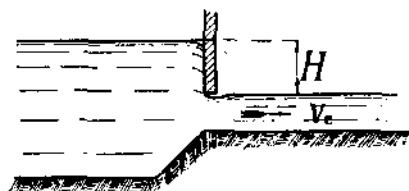
Итак,

$$H = \frac{v_c^2}{2g} \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^2 + k \frac{u}{\omega} \frac{v_c^2}{2g} \cdot l + \frac{v_c^2}{2g},$$

или

$$H = \frac{v_c^2}{2g} \left[\left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^2 + k \frac{ul}{\omega} + 1 \right] \dots \dots \dots (324)$$

б) Эту же формулу можно применить и к тому случаю, когда в начале канала имеется щит (фиг. 142). Обозначим через ω_1 площадь щитового отверстия и через Ω — площадь живого сечения канала, тогда площадь сечения в сжатом месте струи будет:



Фиг. 142.

и

$$\omega = \alpha \omega_1,$$

откуда

$$v \cdot \alpha \cdot \omega_1 = v_c \cdot \Omega,$$

$$v = v_c \frac{\Omega}{\alpha \omega_1},$$

следовательно:

$$h_1 = \frac{1}{2g} \left(v_c \frac{\Omega}{\alpha \omega_1} - v_c \right)^2 = \frac{v_c^2}{2g} \left(\frac{\Omega}{\alpha \omega_1} - 1 \right)^2,$$

$$H = \frac{v_c^2}{2g} \left[\left(\frac{\Omega}{\alpha \omega_1} - 1 \right)^2 + k \frac{ul}{\omega} + 1 \right] \dots \dots \dots (325)$$

в) Если канал имеет в начале и в конце щиты (фиг. 140), то подобным же образом можно определить падение. Обозначим через H напор, считая от уровня воды в резервуаре до центра тяжести выпускного отверстия нижнего щита, через v — скорость истечения воды из этого отверстия и через h_1 — напор над центром тяжести отверстия, тогда:

$$H = \frac{v^2}{2g} \left[\left(\frac{\Omega}{\alpha \omega_1} - 1 \right)^2 + k \frac{ul}{\omega} \right] + \frac{v^2}{2g};$$

скорость v получается вследствие напора h_1 и напора, соответствующего скорости v_c , с которою вода подходит к щитовому отверстию, потому:

$$\frac{v^2}{2g} = h_1 + \frac{v_c^2}{2g}$$

и

$$H - h_1 = \frac{v_c^2}{2g} \left[\left(\frac{\Omega}{\alpha \omega_1} - 1 \right)^2 + k \frac{ul}{\omega} + 1 \right]$$

или

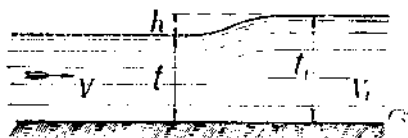
$$h = \frac{v_c^2}{2g} \left[\left(\frac{\Omega}{\alpha \omega_1} - 1 \right)^2 + k \frac{ul}{\omega} + 1 \right] \dots \dots \dots (326)$$

т.е. получилась формула (325), что и надо было ожидать, так как скорость перед щитом = скорости в конце канала, представленного на фиг. 142.

В формулах (325) и (326) численные значения коэффициента α надо выбирать согласно указаниям, сделанным в §§ 26 и 27.

Образование водяного порога в каналах и реках.

44. При малой глубине и большой скорости течения, при впадении каналов или рек в бассейны или при перегибах дна иногда замечается образование на поверхности воды порога (фиг. 143), часто называемого прыжком воды. Положим, скорость воды до порога = v и за порогом = v_1 , t и t_1 — соответствующие глубины, b = ширине потока, h = высоте порога. Безаже и др. гидравлики определяют высоту порога приблизительно последующей формуле:



Фиг. 143.

$$h = \frac{1}{2g} (v^2 - v_1^2),$$

т.е., следовательно, полагают высоту = разности высот, соответствующих скоростям v и v_1 . Вследствие непрерывности течения

$$b \cdot t \cdot v = b \cdot (t + h) \cdot v_1,$$

или

$$tv = (t + h) v_1,$$

откуда

$$v_1 = \frac{t \cdot v}{t + h},$$

следовательно:

$$h = \frac{v^2}{2g} \left[1 - \left(\frac{t}{t+h} \right)^2 \right],$$

откуда

$$(t+h)^2 = \frac{v^2}{2g} \left[\frac{(t+h)^2 - t^2}{h} \right],$$

или

$$h^2 + h \left(2t - \frac{v^2}{2g} \right) = \frac{v^2 t}{g} - t^2,$$

следовательно:

$$h = \frac{v^2}{4g} - t + \sqrt{\frac{v^2}{2g} \left(\frac{v^2}{8g} + t \right)} \dots \dots \dots (327)$$

Чтобы существовал порог — должно быть:

$$h > 0.$$

или

$$\frac{v^2}{4g} - t + \sqrt{\frac{v^2}{2g} \left(\frac{v^2}{8g} + t \right)} > 0,$$

или

$$\sqrt{\frac{v^2}{2g} \left(\frac{v^2}{8g} + t \right)} > t - \frac{v^2}{4g}.$$

Возвышая в квадрат и сокращая, получим:

$$\frac{tv^2}{g} > t^2 \text{ или } \frac{v^2}{g} > t, \text{ т.-е. должно быть}$$

$$t < 2 \frac{v^2}{2g} \dots \dots \dots (328)$$

Другими словами, глубина потока должна быть менее удвоенного напора, соответствующего скорости течения до порога, и только в таком случае образуется порог.

Неустановившееся движение жидкости.

45. До сих пор мы рассматривали установившееся движение жидкости, но во многих случаях приходится считаться с движением неустановившимся и учитывать все обстоятельства, сопровождающие его, а потому считаем необходимым дать некоторые общие указания по данному вопросу, которыми возможно было бы пользоваться при разрешении многих задач, выдвигаемых практикою.

При неустановившемся движении — элементы, его определяющие, зависят от времени, или, выражаясь математическим языком, можем дать такое определение: неустановившимися движениями жидкости называются все те движения, при которых хотя бы одна из частных производных $\frac{\partial u}{\partial t}$, $\frac{\partial v}{\partial t}$,

$\frac{\partial w}{\partial t}$, $\frac{\partial v_c}{\partial t}$ и $\frac{\partial \omega}{\partial t}$ не обращается в нуль в каких-либо частях объема, заня-

того жидкостью; здесь буквами u , v и w , как было уже принято выше, обозначаются проекции абсолютной скорости какой-либо частицы жидкости на координатные оси, v_c — средняя скорость течения в поперечном живом сечении потока, заключающем рассматриваемую точку и имеющем площадь величиною ω .

Не желая усложнять рассматриваемый вопрос, примем жидкость несжимаемой, т.-е. неупругой, и стенки сосудов, по которым происходит движение жидкости, вполне жесткими. Сохраняя указанные обозначения и допуская, что расход Q , или объем жидкости, протекающий в единицу времени, будет одинаков для всех сечений сосудов, можем положить

$$Q = \omega \cdot v_c,$$

или, при данном Q :

$$v_c = \frac{Q}{\omega}.$$

При неустановившемся или переменном движении расход Q будет зависеть от времени t , и его можно рассматривать как функцию от t , т.-е. положить:

$$Q = f(t), \dots \dots \dots (329)$$

а тогда

$$v_c = \frac{f(t)}{\omega},$$

и

$$\frac{dv_c}{dt} = \frac{1}{\omega} \frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{1}{\omega} \cdot \frac{\partial f(t)}{\partial t}, \dots \dots \dots (330)$$

так как величина ω , при вполне жестких стенках, от t не зависит.

При принятых условиях, т.-е. при неупругой жидкости и при жестких, недеформирующихся стенках, средняя скорость v будет зависеть лишь от конфигурации системы, по которой проходит жидкость, или лишь от пути s , а потому подобное движение и называют **одномерным**.

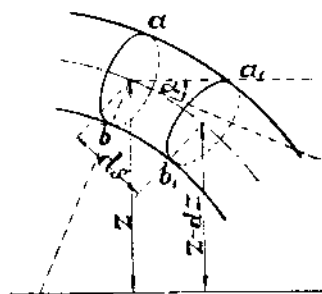
Принимая во внимание вышесказанное, можем представить полную производную от v в следующем виде:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial s} \cdot \frac{ds}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial s} v = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{v^2}{2} \right) \dots \dots \dots (331)$$

Имея приведенную зависимость, легко вывести уравнение одномерного переменного движения жидкости.

Возьмем элементарную струйку. Положим, касательная к оси струйки в рассматриваемом сечении ab составляет с горизонталью угол α (фиг. 144). Положим, в элемент времени dt сечение ab переместится в положение $a'b'$, находящееся от первоначального на расстоянии ds .

Если в сечении ab гидродинамическое давление $= p$, то в сечении $a'b'$ оно будет $p + \frac{\partial p}{\partial s} ds$.



Фиг. 144.

Смачиваемый периметр сечения обозначим через du и потери на единице поверхности рассматриваемого элемента струйки примем равными $f(v)$.

Применяя к данному случаю начало д'Аламбера и проектируя действующие силы на ось струи, получим:

$$\Delta \cdot d\omega \cdot ds \cdot \sin \alpha + p d\omega - \left(p + \frac{\partial p}{\partial s} ds \right) d\omega - du \cdot ds \cdot f(v) - \frac{\Delta \cdot d\omega \cdot ds}{g} \cdot \frac{dv}{dt} = 0$$

или

$$\Delta \cdot d\omega \cdot ds \cdot \sin \alpha - \frac{\partial p}{\partial s} ds \cdot d\omega - du \cdot ds \cdot f(v) - \frac{\Delta \cdot d\omega \cdot ds}{g} \cdot \frac{dv}{dt} = 0, \quad (332)$$

но $-dz = ds \cdot \sin \alpha$, откуда

$$\sin \alpha = -\frac{dz}{ds}.$$

Подставляя это значение в ур. (332) и разделяя его на $\Delta \cdot d\omega \cdot ds$, получим:

$$\frac{dz}{ds} + \frac{1}{\Delta} \frac{\partial p}{\partial s} + \frac{1}{\Delta} \frac{du}{d\omega} f(v) + \frac{1}{g} \cdot \frac{dv}{dt} = 0, \quad (333)$$

но (см. ур. 331)

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{v^2}{2} \right),$$

а потому ур. (333) примет следующий вид:

$$\frac{dz}{ds} + \frac{1}{\Delta} \frac{\partial p}{\partial s} + \frac{1}{\Delta} \frac{du}{d\omega} f(v) + \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{v^2}{2g} \right) = 0,$$

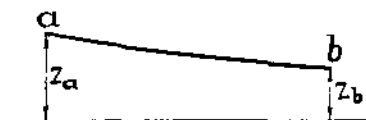
или

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(z + \frac{p}{\Delta} + \frac{v^2}{2g} \right) + \frac{1}{\Delta} \frac{du}{d\omega} f(v) + \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} = 0, \quad (334)$$

или

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(z + \frac{p}{\Delta} + \frac{v^2}{2g} \right) = -\frac{1}{\Delta} \frac{du}{d\omega} f(v) - \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} \quad (335)$$

Как видно, ур. (334) представляет собою уравнение Д. Бернулли в применении к действительным жидкостям, так как оно содержит член $\frac{1}{\Delta} \frac{du}{d\omega} f(v)$, выражающий собою напор, затрачиваемый на преодоление вредных сопротивлений, и дополнительный член $\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t}$, указывающий влияние времени на движение и также представляющий собою высоту, затрачиваемую на преодоление инерции массы одного килограмма жидкости.



Фиг. 145.

Будем рассматривать определенный участок элементарной струйки между пунктами a и b (фиг. 145); тогда, интегрируя ур. (335) и обозначая, сообразно пунктам a и b , соответствующими индексами входящие в уравнение величины, получим в конечном виде уравнение неустановившегося или переменного движения жидкости:

$$z_b + \frac{p_b}{\Delta} + \frac{v_b^2}{2g} = z_a + \frac{p_a}{\Delta} + \frac{v_a^2}{2g} - \int_a^b \frac{1}{\Delta} \frac{f(v) du}{d\omega} ds - \frac{1}{g} \int_a^b \frac{\partial v}{\partial t} ds \quad (336)$$

Обозначая q — элементарный расход, т.е. полагая $q = d\omega \cdot v$, найдем:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial q}{\partial t} \cdot \frac{1}{d\omega},$$

а потому

$$\int_a^b \frac{\partial v}{\partial t} ds = \int_a^b \frac{\partial q}{\partial t} \cdot \frac{ds}{d\omega} = \frac{\partial q}{\partial t} \int_a^b \frac{ds}{d\omega}.$$

Подставляя это значение в ур. (336), представим его в другом виде:

$$z_b + \frac{p_b}{\Delta} + \frac{v_b^2}{2g} = z_a + \frac{p_a}{\Delta} + \frac{v_a^2}{2g} - \int_a^b \frac{1}{\Delta} \frac{f(v) du}{d\omega} ds - \frac{1}{g} \frac{\partial q}{\partial t} \int_a^b \frac{ds}{d\omega} \dots (337)$$

В последнем уравнении член

$$\int_a^b \frac{1}{\Delta} \frac{f(v) du}{d\omega} \cdot ds$$

представляет собою высоту или напор, затрачиваемый на преодоление вредных сопротивлений на всей системе от a до b , — обозначим его через h_c ; членом же

$$\frac{1}{g} \frac{\partial q}{\partial t} \int_a^b \frac{ds}{d\omega}$$

учитывается влияние силы инерции между пунктами a и b , которое также можно изобразить высотой, — обозначим ее через h_u . Тогда ур. (337) представится в следующем виде:

$$z_b + \frac{p_b}{\Delta} + \frac{v_b^2}{2g} = z_a + \frac{p_a}{\Delta} + \frac{v_a^2}{2g} - h_c - h_u \dots (338)$$

или

$$z_a + \frac{p_a}{\Delta} + \frac{v_a^2}{2g} = z_b + \frac{p_b}{\Delta} + \frac{v_b^2}{2g} + h_c + h_u \dots (339)$$

Соответствующее двум последним уравнениям — дифференциальное уравнение одномерного переменного движения жидкости будет:

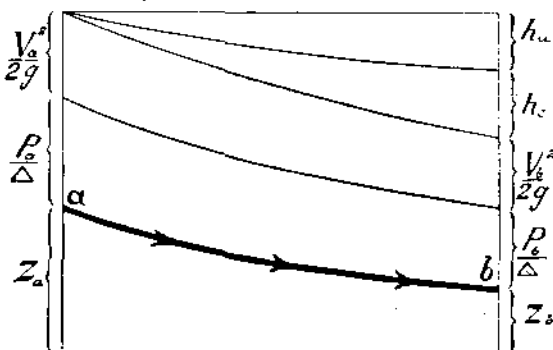
$$\frac{\partial}{\partial s} \left(z + \frac{p}{\Delta} + \frac{v^2}{2g} \right) = - \frac{\partial h_c}{\partial s} - \frac{\partial h_u}{\partial s} = - \frac{\partial h_c}{\partial s} - \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} \dots (340)$$

Как теперь видно, при неустановившемся движении появляется дополнительный

член $\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t}$.

Пользуясь уравнением (339), можно построением определить положение плоскости и напора (фиг. 146).

Если мы будем рассматривать поток конечных размеров, и движение будет удовлетворять условиям медленной изменчивости¹⁾, то при данных усло-



Фиг. 146.

¹⁾ При медленной изменчивости и отсутствии резких переходов от одного положения к другому, т.е. когда кривизна струек и расхождение их ничтожны, возможно принимать изменчивость давлений в поперечных направлениях к току следующей закону гидростатики.

виях обыкновенно принимаются во внимание средние скорости, которые с течением времени, при неустановившемся движении, также изменяются. Само собою понятно, что, при конечных размерах потока, — величину элементарного расхода q придется заменить расходом Q и вместо скорости v подставить среднюю скорость v_c ; но, так как:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial q}{\partial t} \frac{1}{\omega},$$

то, подставляя вышеуказанные величины, получим:

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v_c}{\partial t} = \frac{1}{g} \frac{\partial Q}{\partial t} \cdot \frac{1}{\omega},$$

и в уравнении (337) член

$$\frac{1}{g} \frac{\partial q}{\partial t} \int_a^b \frac{ds}{\omega}$$

должен быть заменен членом

$$\frac{1}{g} \frac{\partial Q}{\partial t} \int_a^b \frac{ds}{\omega}.$$

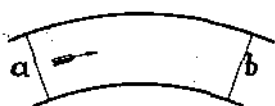
Обращаясь к установившемуся неравномерному движению, мы видим, что характеризующее его уравнение (309) при неустановившемся движении должно быть заменено одним из нижеследующих уравнений:

$$h = k \frac{v_b^2 - v_a^2}{2g} + h_c + \frac{1}{g} \int_a^b \frac{\partial v}{\partial t} ds \dots \dots \dots (341)$$

или

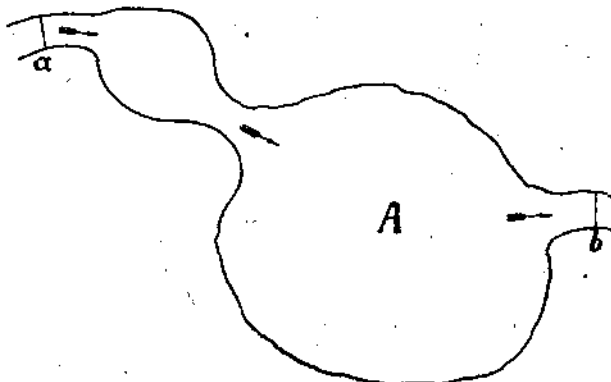
$$h = k \frac{v_b^2 - v_a^2}{2g} + h_c + \frac{1}{g} \frac{\partial Q}{\partial t} \int_a^b \frac{ds}{\omega} \dots \dots \dots (342)$$

Следовательно, при установившемся неравномерном движении последние члены в уравнениях (341) и (342) приравняются нулю.



Фиг. 147.

Если мы будем рассматривать установившееся неравномерное движение между любыми сечениями a и b (фиг. 147), и если в самих сечениях не имеется резких изменений в характере движения частиц жидкости, т.е. в этих сечениях



Фиг. 148.

имеется лишь медленная изменяемость, то уравнение установившегося движения можно применять к указанным сечениям, не обращая внимания на промежуточные сечения. Если же мы рассматриваем неустановившееся движение между теми же сечениями, то уравнения (341) и (342) могут быть применимы лишь при условии медленной изменяемости между сечениями a и b , т.е. при отсутствии резких переходов от одного сечения к другому смежному. Если же последнее условие не выполнено (фиг. 148),

то необходимо знать характер изменения сечений потока, т.е. законы изменения скоростей и ускорений в пределах рассматриваемых сечений, что обыкновенно трудно выполнимо, за исключением некоторых случаев; так, например, если имеется значительное ушрение поперечного сечения потока (место А, фиг. 148), то в нем скорости и ускорения можно принимать весьма малыми, а это значительно упростит решение задачи.

Что касается изменения сопротивлений току жидкости, при неустановившемся движении, то, имея в виду, что с увеличением скорости сопротивление возрастает, видим, что при ускоренном движении — сопротивления возрастают, а при замедлении движения — сопротивления будут уменьшаться, но непонятно, что изменение сопротивлений не зависит от величины абсолютной скорости. Действительно, за малый промежуток времени δt скорость v может получить приращение δv , которое может иметь положительный или отрицательный знак; при этом ускорение будет:

$$\frac{\partial v}{\partial t},$$

а потому:

$$\delta v = \frac{\partial v}{\partial t} \cdot \delta t;$$

но мы видели, что

$$h_u = \frac{1}{g} \int_a^b \frac{\partial v}{\partial t} ds = \frac{1}{g} \frac{\partial q}{\partial t} \int_a^b \frac{ds}{d\omega},$$

и

$$\frac{\partial h_u}{\partial s} = \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} = \tau_u, \dots \dots \dots (343)$$

где τ_u — пьезометрическому падению или уклону на пути ds .

Из уравнения (343) имеем:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = g \frac{\partial h_u}{\partial s} = g \tau_u,$$

а потому:

$$\delta v = \frac{\partial v}{\partial t} \cdot \delta t = g \tau_u \cdot \delta t \dots \dots \dots (344)$$

т.е., действительно, приращение скорости не зависит от величины абсолютной скорости, а, следовательно, и изменение сопротивления также не зависит от абсолютной величины указанной скорости.

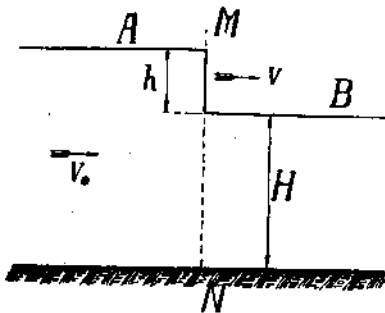
Неустановившееся движение можно наблюдать в каналах, реках, бассейнах, в трубах, при приливах и отливах, а также при подъемах и понижениях уровней и т. п. К неустановившемуся движению следует отнести волнообразное движение жидкости, но оно может быть рассматриваемо и совершенно самостоятельно, как это видно будет из следующего параграфа.

Ниже, в § 53, будут указаны примеры, — каким образом можно пользоваться вышеприведенными выводами.

Волнообразное движение воды.

46. Волнообразное движение жидкостей может происходить от весьма многих причин. Если мы будем рассматривать открытые водные бассейны, то главную причину образования волн в них является ветер.

Положим, в канале перед спокойною поверхностью B , левее сечения MN (фиг. 149), произошло поднятие уровня A на высоту h — и приток к упомянутому сечению MN совершается со среднею скоростью v_0 , выступающий же водяной вал будет перемещаться вправо со скоростью v . Будем рассматривать в вертикальной плоскости MN площадь водного сечения шириною в единицу линейной меры. Если глубину воды в спокойной части B обозначить через H , то давление воды на рассматриваемую площадь будет:



Фиг. 149.

$$\begin{aligned} \text{с левой стороны} & \dots\dots\dots \frac{\Delta(H+h)^2}{2}, \\ \text{а с правой} & \dots\dots\dots \frac{\Delta H^2}{2}, \end{aligned}$$

и перевес давления с левой стороны будет:

$$\frac{\Delta(H+h)^2}{2} - \frac{\Delta H^2}{2} = \Delta Hh + \frac{\Delta h^2}{2} \dots\dots\dots (345).$$

Объем воды перекаत्याющегося вправо водяного вала в единицу времени равняется $v \cdot h$. Полагая, что правая часть B остается в спокойном состоянии, ясным становится следующее равенство:

$$v \cdot h = v_0(H+h),$$

так как питание перекаत्याющегося водяного вала происходит за счет объемного количества воды, притекающей к сечению MN .

Из последнего равенства имеем:

$$v_0 = v \frac{h}{H+h} \dots\dots\dots (346).$$

Отнесем наши рассуждения ко времени dt . Под влиянием перевеса давления с левой стороны, начнется движение в первоначально находящейся в спокойном состоянии части B водоема. Полагая, что перекаत्याющийся вал во время dt смещается вправо со всем сечением MN на величину $v \cdot dt$, можем принять, что объем воды в части B , приводимый в движение, будет равен $H \cdot v \cdot dt$. Применяя к данному случаю уравнение количеств движения, можем написать (см. равенство 345):

$$\frac{\Delta H v dt}{g} \cdot v_0 = \left(\Delta Hh + \frac{\Delta h^2}{2} \right) dt.$$

Подставляя вместо v_0 его значение, определяемое равенством (346), получим:

$$\frac{H v^2}{g(H+h)} = H + \frac{h}{2},$$

откуда

$$v^2 = g \frac{(H+h) \left(H + \frac{h}{2} \right)}{H} = g \frac{H^2 + \frac{3}{2} Hh + \frac{h^2}{2}}{H}.$$

Если пренебречь величиною $\frac{1}{2}h^2$ по сравнению с H , то:

$$v^2 \cong g \left(H + \frac{3}{2} h \right),$$

и скорость перемещения водяного вала или волны: ¹⁾

$$v = \sqrt{g \left(H + \frac{3}{2} h \right)} \dots \dots \dots (347).$$

Положим, весь объем воды получит скорость течения v_1 ; тогда, если направление перемещения водяного вала совпадает с направлением течения, то скорость перемещения водяного вала или волны будет:

$$v + v_1 = \sqrt{g \left(H + \frac{3}{2} h \right)} + v_1 \dots \dots \dots (348).$$

Если же течение будет направлено против перемещения водяного вала, то скорость его движения будет:

$$v - v_1 = \sqrt{g \left(H + \frac{3}{2} h \right)} - v_1 \dots \dots \dots (349).$$

Если сопротивление потоку будем определять по формуле Кэзи (287), то:

$$v_1 = k \sqrt{R\tau}$$

и разность $v - v_1$ будет иметь положительный знак, т.-е. водяной вал будет перемещаться против направления течения, когда

$$\sqrt{g \left(H + \frac{3}{2} h \right)} > k \sqrt{R\tau}.$$

При малой волне можно величиною $\frac{3}{2}h$ пренебрегать, тогда последнее неравенство примет более простой вид:

$$\sqrt{gH} > k \sqrt{R\tau} \text{ или } \tau < \frac{gH}{k^2 R}.$$

Если же воспользоваться формулою Германека (297) и положить $T = H$, то последнее неравенство заменится следующим:

$$\tau < \frac{g}{k_m^2}.$$

Если будем рассматривать понижение уровня, то в формуле (347) величину h следует заменить отрицательной величиной $-h$, и для определения скорости v получим следующее выражение:

$$v = \sqrt{g \left(H - \frac{3}{2} h \right)} \dots \dots \dots (350)$$

Перемещение частиц по поверхности уровня ($h=0$) будет совершаться со скоростью

$$v = \sqrt{gH}.$$

¹⁾ См. 1) Д. Бобылев. Очерк теории водяных течений, выработанной Буссиеском. 1898. 2) Forchheimer, Grundriss der Hydraulik. 1920. 3) Ф. Е. Максимова. Курс Гидравлики. Часть I. Общая Гидравлика. 1921.

Чтобы найти зависимость v от h , следует взять производную по h от выражения (350), тогда получим:

$$dv = - \frac{3\sqrt{g} \cdot dh}{4\sqrt{H - \frac{3}{2}h}} \dots \dots \dots (351)$$

Forchheimer, пользуясь вышеприведенными данными, т.-е. рассматривая движение через быстро открываемое большое отверстие вырывающегося водяного вала или волны, разрешает очень интересный вопрос, — образование водяного передвигающегося вала или волны при быстром разрушении плотины, которую, например, в водоеме шириною b вода была поднята на высоту H . Пользуясь указаниями опыта, он вычисляет объемное количество Q m^3 воды, вытекающей в единицу времени через образовавшееся отверстие, по ширине = ширине водоема b , и дает следующую формулу:

$$Q = 0,86 b \cdot H \sqrt{H}, \dots \dots \dots (352)$$

которая не особенно значительно отличается от формулы A. Rüger:

$$Q = 0,93 b \cdot H \sqrt{H} \dots \dots \dots (353)$$

и формулы A. Schoklitsch:

$$Q = 0,90 b \cdot H \sqrt{H}, \dots \dots \dots (354)$$

предлагаемых для подобных же условий истечения.

A. Schoklitsch, кроме того, дает еще формулу для определения объемного количества воды, вытекающей в единицу времени через отверстие частично разрушенной плотины. Если ширина (длина) плотины = B , и ширина разрушенной до дна части плотины = b , то предлагаемая формула имеет следующий вид:

$$Q = 0,9 \sqrt{\frac{B}{b}} \cdot b \cdot H \sqrt{H} \dots \dots \dots (355)$$

Эта формула применима при $B < 30 b$.

Помощью формул 352 — 355 можно решать очень интересные задачи.

1) К гидравлическому двигателю вода подводится каналом шириною в 2 m и глубиною в 1,5 m . Канал закрывается щитом, шириною также в 2 m . Спрашивается: может ли канал, при полном открытии щита, дать требуемые гидравлическим двигателем 3 m^3 воды в секунду?

Для большей осторожности воспользуемся формулою (352), по которой легко определить время, необходимое для истечения через образовавшееся отверстие 3 m^3 ; если время это будет равно или меньше секунды, то подача воды в требуемом количестве будет обеспечена. Искомое время будет:

$$3 : (0,86 \cdot 2 \cdot 1,5 \sqrt{1,5}) = 0,95 \text{ сек.}$$

Как видно, вопрос решается удовлетворительно.

2) Какое количество воды будет прорываться в секунду через брешь шириною в 6 m в плотине длиною в 30 m , поднимающей воду на высоту в 20 m ?

Для решения этой задачи придется прибегнуть к формуле (355). Подставляя в нее соответствующие значения, получим:

$$Q = 0,9 \sqrt{\frac{30}{6}} \cdot 6 \cdot 20 \sqrt{20} = 804,6 \text{ } m^3/sec.$$

3) Для промывки городского канала требуется $0,6 \text{ м}^3$ воды в секунду. Спрашивается: до какой высоты щит, шириною в $0,5 \text{ м}$, должен поднимать уровень воды в водяном бассейне, шириною в 6 м , для того, чтобы при быстром открытии щита подавалось требуемое количество воды?

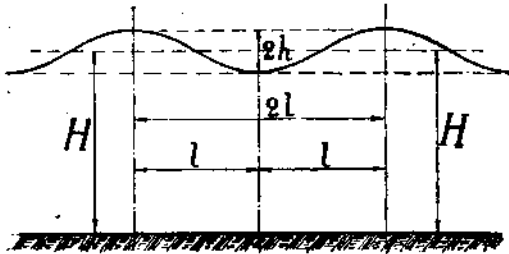
Для решения этой задачи придется также применить формулу (355). Подставляя соответствующие значения, получим следующее уравнение:

$$0,6 = 0,9 \sqrt{\frac{6}{0,5}} \cdot 0,5 \cdot H^{\frac{3}{2}} = 0,837 H^{\frac{3}{2}},$$

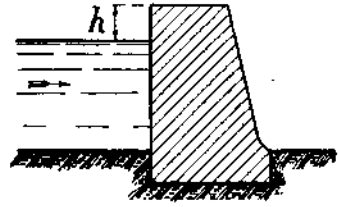
откуда $H = 0,8 \text{ м}$, т.е. на эту высоту следует поднять воду в бассейне.

При разрешении вопросов, связанных с волнообразными движениями воды, вообще говоря, приходится идти окопью.

Рассматривая образование волн в морях, обыкновенно профиль волны принимают трохоидальным. Здесь мы приведем только некоторые практические указания, представляющие известный интерес в техническом отношении, пользуясь для этого данными Boussinesq и Stevenson ¹⁾.



Фиг. 150.



Фиг. 151

Скорость перемещения волн в метрах в секунду:

$$w = \sqrt{\frac{gl}{\pi} \cdot \lg \frac{\pi H}{l}}, \dots \dots \dots (356)$$

где H — глубина рассматриваемого вместилища воды в метрах, $2l$ — длина волны в метрах (фиг. 150). При сильном ветре в морях высота волны $2h = 2-5 \text{ м}$ и более, при этом длина волны может быть принята $= (10-12) 2h$.

Еще в 1804 году Gerstner предложил для скорости перемещения волн формулу:

$$w = \sqrt{\frac{gl}{\pi}}, \dots \dots \dots (357)$$

принимая профиль волны циклоидальным.

Как видно, формула получилась более простого вида, но отличающаяся от более точной формулы (356) довольно значительно, так как не принято во внимание влияние глубины H .

При устройстве плотин возвышение h (фиг. 151) гребня плотины над уровнем воды должно быть настолько значительно, чтобы при волнении вода не переливалась через гребень. Для определения величины h , выраженной в футах, Bligh ²⁾ дает следующую формулу:

$$h = 1,5 \sqrt{L} + (2,5 - \sqrt[3]{L}) \dots \dots \dots (358)$$

¹⁾ Boussinesq. Théorie de l'écoulement tourbillonnant. Paris. 1897.

²⁾ См. W. G. Bligh. The practical design of irrigation works. 1912 (имеется русский перевод. Госуд. Изд. 1923 г.).

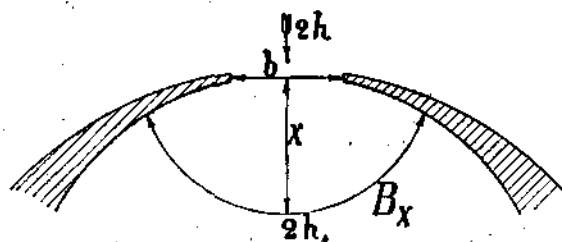
где L представляет собою наибольшее протяжение водной поверхности резервуара, подверженной действию ветра, выраженное в морских милях (1 англ. морская миля = 1,8532 km).

При уменьшении глубины H соответственно изменяется и скорость w перемещения волн, и

$$\frac{w}{w_1} = 0,9 \sqrt{\frac{H}{H_1}} \text{ или } w_1 = 1,1w \sqrt{\frac{H_1}{H}}, \dots \dots (359)$$

где w_1 — скорость перемещения волн при глубине воды H_1 .

С уменьшением глубины H уменьшается и высота волн $2h$.



Фиг. 152.

Особенный интерес в практике представляют защитные устройства в гаванях и т. п. сооружениях и влияние их на уменьшение высоты волн. Если через b обозначим ширину входа в гавань и через B_x — длину дуги, описанной радиусом x из центра, совпадающего с серединой отверстия входа (фиг. 152), через $2h_1$ — высоту волн на

указанной дуге, а через $2h$ — высоту волн перед входом в гавань, то:

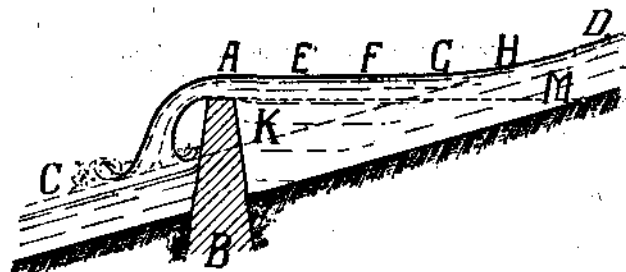
$$2h_1 = 2h \left[\sqrt{\frac{b}{B_x}} - 0,02 \left(1 + 1,35 \sqrt{\frac{b}{B_x}} \right) \right] \dots \dots (360)$$

Кроме подвижных, ходячих или перемещающихся волн, следует еще различать стоячие волны, образующиеся вследствие интерференции прямых волн с отраженными и толчею, образующуюся под влиянием ветров различных направлений.

Высота морских волн при сильном ветре, в бурю, достигает 14—15 м, при чем длина волны = 150—200 м, и скорость доходит до 61 км в час. Максимальный удар морских волн достигает до 32000 кг/м². Насколько велика разрушительная сила таких волн, можно указать на разрушение массивов у маяка Sherry: массивы весом в 13000 кг были сорваны с высоты 12 м.

Подпор (подпруда). Определение амплитуды подпора.

47. Если река в своем течении встречает какие-либо препятствия, которые, хотя и не совершенно, но на некотором протяжении ее живого сечения прерывают это течение, как, например, устой мостов, то уровень воды перед этими препятствиями несколько повышается, и повышение воды над поверхностью свободно протекающей воды называется подпором, или подпрудой. Длина от точки, где течение встречается препятствие, до точки, где уровень прежнего свободного течения реки не изменился, называется



Фиг. 153.

длиною или амплитудою подпора. Если CD — поверхность воды в реке до запруды, при свободном течении, то с устройством плотины AB (фиг. 153),

преграждающей все течение реки, уровень воды в последней перед плотиною подымется. Если бы предположить, что течение реки вверх по плотине вдруг прекратилось, то свободная поверхность воды перед плотиною сделалась бы горизонтальною плоскостью и изобразилась бы линиею *KM*. Но, если течение продолжается, то свободная поверхность примет вид вогнутой поверхности, след которой, при пересечении с вертикальною плоскостью, изобразится линиею *AEFGH*. Теория указывает нам, что эта кривая должна быть высшего порядка и принадлежит к числу асимптотических, т.-е., следовательно, влияние подпора распространяется на бесконечную длину, но, однако, на расстоянии уже полуторной или двойной длины *KM* от плотины расстояние между асимптотой *CD* и кривой представляет такую ничтожную величину, что можно ее считать практически несуществующею. Амплитуда *KM* называется гидростатическою амплитудою подпора.

Итак, гидродинамическая амплитуда значительно более амплитуды гидростатической.

При устройстве плотин необходимо принимать во внимание производимый ими подпор; само собою разумеется, точно определить величину последнего невозможно, обыкновенно на практике довольствуются приближенными способами вычислений; приведем один из них, решающий вопрос о подпоре с достаточною точностью.

Как мы видели, зависимость между падением и скоростью воды в русле выражается уравнением (306):

$$dh = \frac{v dv}{g} + \frac{u \cdot b_1 \cdot v^2}{\omega} dl,$$

или вообще

$$dh = \frac{v dv}{g} + A dl, \dots \dots \dots (361)$$

где для определения *A* можно пользоваться различными формулами. Из уравнения (361) имеем:

$$\frac{v dv}{g} = dh - A dl. \dots \dots \dots (362)$$

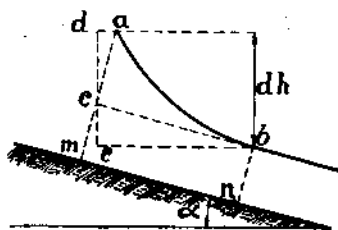
Положим, дно потока наклонено к горизонту под углом α (фиг. 154); примем $am = y$, тогда:

$$\overline{bn} = y - \overline{ac} = y - dy,$$

$$dh = \overline{dc} + \overline{ce} = \overline{ac} \cdot \cos \alpha + \overline{cb} \cdot \sin \alpha = dy \cdot \cos \alpha + dl \cdot \sin \alpha,$$

и

$$\frac{v dv}{g} = dy \cdot \cos \alpha + dl \cdot \sin \alpha - A \cdot dl.$$



Фиг. 154.

Реку можно всегда разбить на участки, в пределах которых скорость v изменяется очень незначительно и может быть принята постоянною, а тогда $dv = 0$, и предыдущее уравнение примет следующий вид:

$$0 = dy \cdot \cos \alpha + dl \cdot \sin \alpha - A \cdot dl.$$

Если примем $\cos \alpha = 1$ и $\sin \alpha = \tau$ (см. равен. 280), то:

$$0 = dy + dl \cdot \tau - A \cdot dl,$$

и

$$dy = (A - \tau) dl. \dots \dots \dots (363)$$

Для определения A воспользуемся формулой Кези (287):

$$A = \frac{v^3}{k^3} \cdot \frac{1}{R},$$

где v — средней скорости. Для канала прямоугольного сечения можно принять

$$R = \frac{\omega}{u} = y$$

и

$$dy = \left(\frac{v^3}{k^3} \cdot \frac{1}{y} - \tau \right) dl. \dots \dots \dots (364)$$

Если расход воды в сек. = Q , и b — ширине русла, то:

$$Q = b \cdot t \cdot v_c = b \cdot y \cdot v,$$



Фиг. 155.

где v_c — средней скорости, при глубине t реки или потока до устройства запруды или плотины (фиг. 155). Если ширина потока не изменяется, то:

$$\frac{v_c}{v} = \frac{y}{t},$$

или

$$v_c = v \frac{y}{t},$$

и

$$\tau = \frac{v_c^3}{k^3} \cdot \frac{1}{R} = \frac{v_c^3}{k^3} \cdot \frac{1}{t} = \frac{v^3}{k^3} \cdot \frac{y^3}{t^3}.$$

Подставляя это значение для τ в уравнение (364), получим:

$$dy = \left(\frac{v^3}{k^3} \cdot \frac{1}{y} - \frac{v^3}{k^3} \cdot \frac{y^3}{t^3} \right) dl = \frac{v^3}{k^3} \left(\frac{1}{y} - \frac{y^3}{t^3} \right) dl,$$

и

$$\frac{\tau}{dy} = \frac{y^3}{(t^3 - y^3) dl},$$

или

$$\tau \cdot dl = \frac{y^3 dy}{t^3 - y^3} \dots \dots \dots (365)$$

В любом сечении глубина $y = ac = ab + bc = z + t$, где z — подъему воды над естественным уровнем реки или потока после устройства запруды, а потому:

$$dy = dz,$$

$$\tau \cdot dl = \frac{(t + z)^3 \cdot dz}{t^3 - (t + z)^3},$$

или

$$\tau \cdot dl = - \left[1 + \frac{t^3}{(t + z)^3 - t^3} \right] dz \dots \dots \dots (366)$$

Более удобно для вычислений брать отношение τdl к t ; непосредственным делением получаем:

$$\frac{\tau \cdot dl}{t} = - \left[\frac{1}{3} \frac{dz}{z} + \frac{2}{3} \frac{dz}{t} + \frac{2}{9} \frac{z dz}{t^2} - \frac{1}{9} \frac{z^3 dz}{t^3} + \frac{1}{27} \frac{z^3 dz}{t^4} \dots \right] \dots \dots (367)$$

Произведя интегрирование, получим:

$$\frac{\tau \cdot l}{t} = - \int_z^Z \frac{1}{3} \frac{dz}{z} - \int_z^Z \frac{2}{3} \frac{dz}{t} \dots = \int_z^Z \frac{1}{3} \frac{dz}{z} + \int_z^Z \frac{2}{3} \frac{dz}{t} \dots = \frac{1}{3} \log \text{nat} \frac{Z}{z} + \frac{2}{3} \frac{Z-z}{t} +$$

$$+ \frac{1}{9} \frac{Z^3 - z^3}{t^3} - \frac{1}{27} \frac{Z^5 - z^5}{t^5} + \frac{1}{108} \frac{Z^7 - z^7}{t^7} \dots \dots \dots (368)$$

Если будем углублять дно, то Z и z меняют знаки, и

$$\frac{\tau \cdot l}{t} = \frac{1}{3} \log \text{nat} \frac{Z}{z} - \frac{2}{3} \frac{Z-z}{t} + \frac{1}{9} \frac{Z^3 - z^3}{t^3} - \frac{1}{27} \frac{Z^5 - z^5}{t^5} + \frac{1}{108} \frac{Z^7 - z^7}{t^7} \dots (369)$$

Пример 1. Вода поднята плотиною на 0,135 м (= Z), глубина реки $t = 1$ м, наклон дна = 1 : 3 000. Спрашивается: на каком расстоянии от плотины подъем воды равняется 0,01 м?

В этом случае

$$\frac{Z}{t} = \frac{0,135}{1} = 0,135; \frac{z}{t} = 0,01 \text{ и } \frac{Z}{z} = \frac{0,135}{0,01} = 13,5;$$

$$\frac{\tau \cdot l}{t} = \frac{1}{3} \log \text{nat} 13,5 + \frac{2}{3} \cdot 0,125 + \frac{1}{9} (0,018225 - 0,0001) -$$

$$- \frac{1}{27} (0,002360 - 0,000001),$$

или

$$\frac{\tau \cdot l}{t} = 0,867563 + 0,083383 + 0,002014 - 0,000097 = 0,952813,$$

и

$$l = 0,952813 \cdot 1 \cdot 3000 = 2858,439 \text{ м.}$$

Пример 2. На каком расстоянии от данного пункта, для которого, повышение = 0,01 м, повышение будет 0,0098 м?

В этом случае

$$\frac{Z}{t} = 0,01; \frac{z}{t} = 0,0098 \text{ и } \frac{Z}{z} = \frac{0,01}{0,0098} = 1,02$$

$$\frac{\tau \cdot l}{t} = \frac{1}{3} \log \text{nat} 1,02 + \frac{2}{3} \cdot 0,0002 = 0,00666,$$

и

$$l = 0,00666 \cdot 1 \cdot 3000 = 19,98 \text{ м.}$$

Пример 3. Положим, река имеет глубину 1 м, наклон дна = 1 : 4 000; от углубления дна уровень понизился на 0,225 м. Спрашивается: на каком расстоянии уровень потока понизился на 0,01 м?

В этом случае

$$\frac{Z}{t} = \frac{0,225}{1} = 0,225; \frac{z}{t} = 0,01 \text{ и } \frac{Z}{z} = 22,5;$$

$$\frac{\tau \cdot l}{t} = \frac{1}{3} \log \text{nat} 22,5 - \frac{2}{3} \cdot 0,215 + \frac{1}{9} \cdot 0,050525 + \frac{1}{27} \cdot 0,011389625 +$$

$$+ \frac{1}{108} \cdot 0,00256288 = 0,9005675,$$

и

$$l = 0,9005675 \cdot 1 \cdot 4000 = 3602,27 \text{ м.}$$

Для облегчения вычислений ниже приведены таблицы, данные проф. М. Rühlmann. Указанные примеры выясняют, каким образом пользоваться таблицами.

I. Таблица для определения повышений уровня.

$\frac{z}{t}$	$f\left(\frac{z}{t}\right)$	$\frac{z}{t}$	$f\left(\frac{z}{t}\right)$	$\frac{z}{t}$	$f\left(\frac{z}{t}\right)$	$\frac{z}{t}$	$f\left(\frac{z}{t}\right)$	$\frac{z}{t}$	$f\left(\frac{z}{t}\right)$
0,010	0,0067	0,205	1,1479	0,400	1,5119	0,595	1,7914	0,790	2,0375
0,015	0,1452	0,210	1,1595	0,405	1,5197	0,600	1,7980	0,795	2,0435
0,020	0,2444	0,215	1,1709	0,410	1,5275	0,605	1,8046	0,800	2,0495
0,025	0,3222	0,220	1,1821	0,415	1,5353	0,610	1,8112	0,805	2,0555
0,030	0,3868	0,225	1,1931	0,420	1,5430	0,615	1,8178	0,810	2,0615
0,035	0,4411	0,230	1,2040	0,425	1,5507	0,620	1,8243	0,815	2,0675
0,040	0,4889	0,235	1,2148	0,430	1,5583	0,625	1,8308	0,820	2,0735
0,045	0,5316	0,240	1,2254	0,435	1,5659	0,630	1,8373	0,825	2,0795
0,050	0,5701	0,245	1,2358	0,440	1,5731	0,635	1,8438	0,830	2,0855
0,055	0,6053	0,250	1,2461	0,445	1,5809	0,640	1,8503	0,835	2,0915
0,060	0,6376	0,255	1,2563	0,450	1,5884	0,645	1,8567	0,840	2,0975
0,065	0,6677	0,260	1,2664	0,455	1,5958	0,650	1,8631	0,845	2,1035
0,070	0,6958	0,265	1,2763	0,460	1,6032	0,655	1,8695	0,850	2,1095
0,075	0,7222	0,270	1,2861	0,465	1,6106	0,660	1,8759	0,855	2,1154
0,080	0,7482	0,275	1,2958	0,470	1,6179	0,665	1,8823	0,860	2,1218
0,085	0,7708	0,280	1,3054	0,475	1,6252	0,670	1,8887	0,865	2,1272
0,090	0,7933	0,285	1,3149	0,480	1,6324	0,675	1,8951	0,870	2,1331
0,095	0,8148	0,290	1,3243	0,485	1,6396	0,680	1,9014	0,875	2,1390
0,100	0,8353	0,295	1,3336	0,490	1,6468	0,685	1,9077	0,880	2,1449
0,105	0,8550	0,300	1,3428	0,495	1,6540	0,690	1,9140	0,885	2,1508
0,110	0,8739	0,305	1,3519	0,500	1,6611	0,695	1,9203	0,890	2,1567
0,115	0,8922	0,310	1,3610	0,505	1,6682	0,700	1,9266	0,895	2,1625
0,120	0,9098	0,315	1,3700	0,510	1,6753	0,705	1,9329	0,900	2,1683
0,125	0,9269	0,320	1,3789	0,515	1,6823	0,710	1,9392	0,905	2,1742
0,130	0,9434	0,325	1,3877	0,520	1,6893	0,715	1,9455	0,910	2,1800
0,135	0,9595	0,330	1,3964	0,525	1,6963	0,720	1,9517	0,915	2,1858
0,140	0,9751	0,335	1,4050	0,530	1,7032	0,725	1,9579	0,920	2,1916
0,145	0,9903	0,340	1,4136	0,535	1,7101	0,730	1,9641	0,925	2,1974
0,150	1,0051	0,345	1,4221	0,540	1,7170	0,735	1,9703	0,930	2,2032
0,155	1,0195	0,350	1,4306	0,545	1,7239	0,740	1,9765	0,935	2,2090
0,160	1,0335	0,355	1,4390	0,550	1,7308	0,745	1,9827	0,940	2,2148
0,165	1,0473	0,360	1,4473	0,555	1,7376	0,750	1,9888	0,945	2,2206
0,170	1,0608	0,365	1,4556	0,560	1,7444	0,755	1,9949	0,950	2,2264
0,175	1,0740	0,370	1,4638	0,565	1,7512	0,760	2,0010	0,955	2,2322
0,180	1,0869	0,375	1,4720	0,570	1,7589	0,765	2,0071	0,960	2,2380
0,185	1,0995	0,380	1,4801	0,575	1,7647	0,770	2,0132	0,965	2,2438
0,190	1,1119	0,385	1,4882	0,580	1,7714	0,775	2,0193	0,970	2,2496
0,195	1,1241	0,390	1,4962	0,585	1,7781	0,780	2,0254	0,975	2,2554
0,200	1,1361	0,395	1,5041	0,590	1,7848	0,785	2,0315	0,980	2,2611

$\frac{z}{t}$	$f\left(\frac{z}{t}\right)$	$\frac{z}{t}$	$f\left(\frac{z}{t}\right)$	$\frac{z}{t}$	$f\left(\frac{z}{t}\right)$	$\frac{z}{t}$	$f\left(\frac{z}{t}\right)$	$\frac{z}{t}$	$f\left(\frac{z}{t}\right)$
0,985	2,2668	1,300	2,6179	1,900	3,2553	2,500	3,8745	3,000	4,3843
0,990	2,2725	1,400	2,7264	2,000	3,3594	2,600	3,9768	3,500	4,4891
0,995	2,2782	1,500	2,8337	2,100	3,4631	2,700	4,0789	4,000	5,3958
1,000	2,2839	1,600	2,9401	2,200	3,5564	2,800	4,1808	4,500	5,8993
1,100	2,3971	1,700	3,0458	2,300	3,6694	2,900	4,2826	5,000	6,4120
1,200	2,5663	1,800	3,1508	2,400	3,7720				

II. Таблица для определения понижений уровня.

$\frac{z}{t}$	$f\left(\frac{z}{t}\right)$	$\frac{z}{t}$	$f\left(\frac{z}{t}\right)$	$\frac{z}{t}$	$f\left(\frac{z}{t}\right)$	$\frac{z}{t}$	$f\left(\frac{z}{t}\right)$	$\frac{z}{t}$	$f\left(\frac{z}{t}\right)$
0,010	0,0067	0,140	0,7886	0,270	0,9275	0,395	0,9819	0,520	1,0063
0,015	0,1251	0,145	0,7971	0,275	0,9306	0,400	0,9833	0,525	1,0069
0,020	0,2287	0,150	0,8058	0,280	0,9336	0,405	0,9847	0,530	1,0075
0,025	0,2888	0,155	0,8131	0,285	0,9365	0,410	0,9860	0,535	1,0081
0,030	0,3463	0,160	0,8205	0,290	0,9394	0,415	0,9873	0,540	1,0086
0,035	0,3943	0,165	0,8276	0,295	0,9421	0,420	0,9885	0,545	1,0091
0,040	0,4356	0,170	0,8344	0,300	0,9448	0,425	0,9897	0,550	1,0096
0,045	0,4715	0,175	0,8410	0,305	0,9473	0,430	0,9909	0,555	1,0101
0,050	0,5034	0,180	0,8473	0,310	0,9498	0,435	0,9920	0,560	1,0106
0,055	0,5319	0,185	0,8533	0,315	0,9522	0,440	0,9931	0,565	1,0111
0,060	0,5577	0,190	0,8591	0,320	0,9546	0,445	0,9941	0,570	1,0116
0,065	0,5811	0,195	0,8647	0,325	0,9569	0,450	0,9951	0,575	1,0121
0,070	0,6025	0,200	0,8700	0,330	0,9591	0,455	0,9961	0,580	1,0125
0,075	0,6222	0,205	0,8751	0,335	0,9612	0,460	0,9971	0,585	1,0129
0,080	0,6405	0,210	0,8801	0,340	0,9632	0,465	0,9980	0,590	1,0133
0,085	0,6575	0,215	0,8848	0,345	0,9652	0,470	0,9989	0,595	1,0137
0,090	0,6733	0,220	0,8895	0,350	0,9671	0,475	0,9998	0,600	1,0140
0,095	0,6881	0,225	0,8939	0,355	0,9690	0,480	1,0006	0,605	1,0166
0,100	0,7020	0,230	0,8982	0,360	0,9708	0,485	1,0014	0,700	1,0184
0,105	0,7150	0,235	0,9023	0,365	0,9725	0,490	1,0022	0,750	1,0194
0,110	0,7273	0,240	0,9063	0,370	0,9742	0,495	1,0029	0,800	1,0199
0,115	0,7389	0,245	0,9101	0,375	0,9759	0,500	1,0036	0,850	1,0203
0,120	0,7500	0,250	0,9138	0,380	0,9775	0,505	1,0043	0,900	1,0203
0,125	0,7603	0,255	0,9174	0,385	0,9790	0,510	1,0050	0,950	1,0203
0,130	0,7703	0,260	0,9209	0,390	0,9805	0,515	1,0057	1,000	1,0203
0,135	0,7796	0,265	0,9242						

Из таблицы I для $\frac{z}{t} = 0,01$ (для 1-го примера) найдем значение $f\left(\frac{z}{t}\right) = 0,0067$ (значение $\frac{\tau \cdot l}{t}$ для 2-го примера). Складываем величины отношений $\frac{\tau \cdot l}{t}$ для 1-го и 2-го примеров:

$$0,952813 + 0,00666 = 0,959479.$$

Если по таблице отыскать, значение $\frac{z}{t}$, соответствующее $f\left(\frac{z}{t}\right) = 0,959479$, то найдем, что $\frac{z}{t} = 0,135$, а это равняется величине отношения $\frac{Z}{t}$ для 1-го примера, итак:

$$0,952813 = 0,959479 - 0,00666,$$

или

$$\frac{\tau \cdot l}{t} = f\left(\frac{Z}{t}\right) - f\left(\frac{z}{t}\right) \dots \dots \dots (370)$$

Это и есть уравнение, при помощи которого можно решать чрезвычайно разнообразные задачи. Численные значения соответствующих величин для 1-го примера будут:

$$\frac{\tau \cdot l}{t} = 0,9595 - 0,0067 = 0,9528$$

и

$$l = 0,9528 \cdot 3000 = 2858,4 \text{ м.}$$

Так как уравнение (370) выражает собою связь между определенными отношениями, и в приведенных таблицах даются численные значения отношений, то безразлично, в каких мерах мы производим вычисления, и таблицы годны для всех мер.

Решим еще две задачи.

Пример 1. Поток имеет падение 1:5000, средняя глубина 2 фута. Плотиною уровень воды поднят на 3 фута, так что полная высота воды у плотины = 5 ф. Спрашивается: в каких расстояниях от плотины подпор равняется 2 ф., 1 ф., $\frac{1}{2}$ ф. и $\frac{1}{4}$ ф.?

$$\frac{Z}{t} = \frac{3}{2} = 1,5; \frac{z}{t} = \frac{2}{2} = 1; f\left(\frac{Z}{t}\right) = 2,8387; f\left(\frac{z}{t}\right) = 2,2839;$$

$$\frac{\tau \cdot l}{t} = f\left(\frac{Z}{t}\right) - f\left(\frac{z}{t}\right) = 0,5498.$$

При $\tau = 1:5000$ и $t = 2$:

$$l = 0,5498 \cdot 2 \cdot 5000 = 5498 \text{ ф.}$$

Точно таким же образом определим амплитуды подпора и для других повышений уровня.

Сравним величины, определенные из вышеприведенного уравнения при помощи таблицы, с величинами, определяемыми для данного случая таблицами Hagen и формулами Heinemann:

А м п л и т у д ы п о д п о р а .				
П о д п о р :	$z=2 \text{ ф.}$	$z=1 \text{ ф.}$	$z=1/2 \text{ ф.}$	$z=1/4 \text{ ф.}$
По Hagen	5496	11745	15880	19067
» Heinemann	5487	11682	15797	18948
» приведенной таблице . .	5498	11726	15876	19068

Пример 2. Река имеет везде постоянное падение 0,0003, глубина была 1,2 м, вследствие углубления дна уровень понизился на 0,36 м. Спрашивается: на каком расстоянии от указанного места понижение уровня равняется 0,12 м?

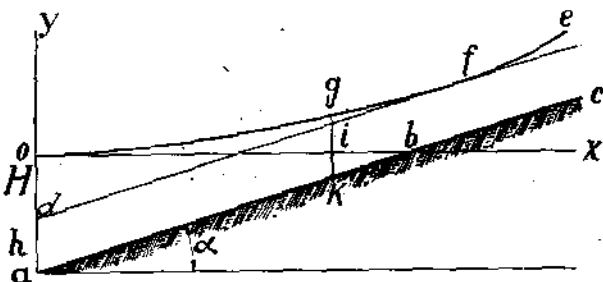
$$\frac{Z}{l} = \frac{0,36}{1,2} = 0,3; \quad \frac{z}{l} = \frac{0,12}{1,2} = 0,1;$$

из таблицы II имеем:

$$f\left(\frac{Z}{l}\right) = 0,9448; \quad f\left(\frac{z}{l}\right) = 0,7020,$$

$$\frac{\tau \cdot l}{t} = 0,9448 - 0,7020 = 0,2428 \text{ и } l = 0,2428 \cdot 1,2 \cdot \frac{10000}{3} = 971,2 \text{ м.}$$

Для определения амплитуды подпора в некоторых случаях можно пользоваться приближенным способом вычислений, предложенным Пуаре (Poirée) состоящим в том, что кривая подпора принимается за параболу 2-го порядка, касающуюся одной ветвью горизонтали oa в точке o , составляющей гребень запруды (фиг. 156), другой ветвью она касается линии среднего уклона de в точке f поверхности реки, где начинается подтоп от запруды.



Фиг. 156.

Положим, линия de (фиг. 156) представляет собою поверхность воды в ее естественном состоянии до запруды, линия ac (параллельная de) изображает дно реки, и, следовательно, h = высоте воды в реке в момент наблюдения.

Пусть H = высоте подпора. Отнесем параболу ogf к осям координат ox и oy ; тогда уравнение ее будет:

$$x^2 = 2py \dots \dots \dots (\beta)$$

Уравнения прямых de и ac будут:

$$y = tg\alpha \cdot x - H \dots \dots \dots (\gamma)$$

$$y = tg\alpha \cdot x - (H + h) \dots \dots \dots (\delta)$$

Прямая de совпадает с касательною к параболе в точке f , а потому:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{p} = \operatorname{tg} \alpha \dots \dots \dots (\varphi)$$

Из уравнений (8), (7) и (φ) исключаем x и y , получим:

$$p = \frac{2H}{\operatorname{tg}^2 \alpha}.$$

Подставляя эту величину для p в уравнение параболы (8), получим:

$$x^2 = \frac{4H}{\operatorname{tg}^2 \alpha} y \dots \dots \dots (371)$$

Величина ob определится, если в уравнении (8) положим $y = 0$, тогда:

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot ob - (H + h) = 0,$$

и

$$ob = \frac{H + h}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

Теперь легко определить величину подпора для любой точки i , находящейся на расстоянии x от гребня плотины; глубина воды для точки i будет изображаться прямою $gk = h_x$, но

$$gk = gi + ik$$

или

$$h_x = \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha \cdot x^2}{4H} - \operatorname{tg} \alpha \cdot x + H + h \dots \dots \dots (372)$$

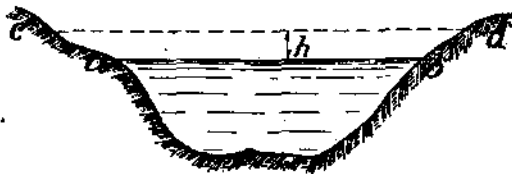
Рассматриваемый вопрос имеет большое значение в смысле затопления чужих угодий запрудой. Неоднократно по этому предмету возникавшие тяжбы ставили иногда неопытных юристов в большое затруднение. Владелец плотины, ссылаясь обыкновенно только на высоту воды у плотины и, следовательно, принимая во внимание только гидростатическую амплитуду, доказывал невозможность затопления чужих угодий, и нивелировка, конечно, его оправдывала, но тем не менее факт затопления существовал на самом деле, вследствие гидродинамической амплитуды подпора, которая, если ее вычислить, иногда более чем в $1\frac{1}{2}$ раза превосходит гидростатическую. При правильном способе эксплуатации водной силы требуется, чтобы, ранее сооружения необходимых для вододействия построек, путем вышеуказанных вычислений была определена площадь затопления¹⁾, и затопляемая земля приобреталась в собственность, или пользование ею устанавливалось актами соглашения. При сложной конфигурации местности возможно ожидать значительных несогласий с вычислениями, а потому, само собою разумеется, все возможные отступления следует предвидеть и их оговорить при заключении условий.

Иногда на подпруду имеет влияние прорастание дна осокою и другими растениями; прорастание меняется и бывает чрезвычайно разнообразно, а потому влияние его трудно поддается вычислениям. При возникновении тяжб следует иметь в виду это влияние—и, чтобы определить его, приходится производить спуск и подъем воды в то время, когда русло свободно от растений. Еще больше затруднений является в том случае, когда имеется несколько водоемов или озер, соединенных протоками с различными падениями; имея

¹⁾ См. курс автора: Гидротехнические сооружения. 1899—1900. Издание Техн. Инст. (литограф. записки).

дело с подобною местностью, для более правильного решения задачи придется всю затопляемую площадь разбить на отдельные участки и рассматривать каждый участок в отдельности.

При определении подпорных горизонтов следует принимать во внимание заболачивание местности, которому очень способствуют также имеющиеся ключи. Такое заболачивание отзывается на качестве растительности, и для устранения повреждения ее необходимо расчеты вести по повышенному горизонту. Если, например, предполагаемое повышение горизонта или уровня определяется линией ab , то расчет следует вести по горизонту или уровню cd (фиг. 157), находящемуся на расстоянии h выше горизонта ab . Выбор величины h зависит от местных условий.



Фиг. 157.

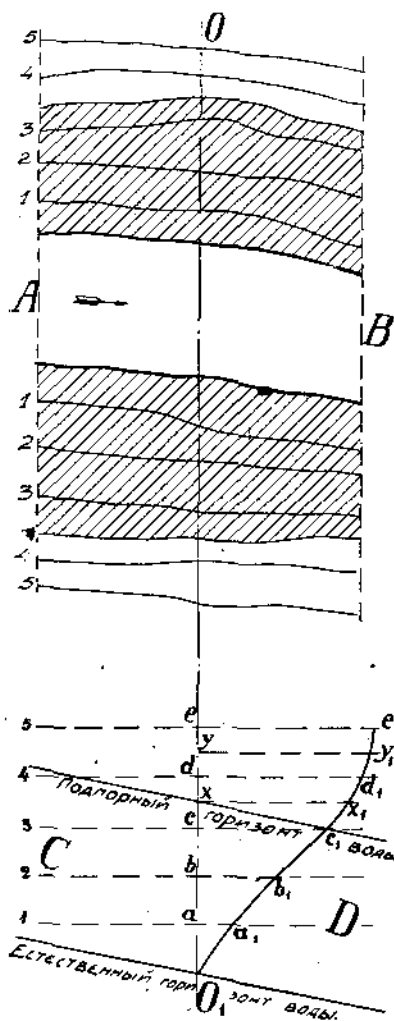
Горизонталью ab определяется уровень почвенных, или грунтовых, вод, а для произрастания определенного качества растительности необходимо известное возвышение дневной поверхности земли над уровнем почвенных вод; так, например, для трав хорошего качества требуется, чтобы высота или толщина слоя земли над подпочвенными водами была не менее 0,36 м (8 верш.), в противном случае вместо хорошей травы будет расти осока, тростник и т. п. Для злаков необходима толщина слоя земли в 1,07 м (1½ арш.). Имея подобные указания, возможно будет выбрать соответствующую величину для высоты h ; в первом случае придется принять $h = 0,36$ м (8 верш.), во втором — $h = 1,07$ м (1½ арш.) и т. д.

Из вышесказанного видно, что вопрос о правильном использовании водной силы не так прост, — приходится принимать в соображение чрезвычайно разнообразные обстоятельства и согласовать условия подчас совершенно противоположного характера. Для облегчения решения указанной задачи прибегают к графическому методу, при котором все вытекающие вопросы находят наглядное сопоставление, дающее возможность отыскать наиболее целесообразное и наиболее подходящее к местным условиям решение.

Положим, например, предполагается на реке устроить несколько плотин, располагаемых таким образом, что образуемые ими бьефы перекрывают друг-друга. Тогда, как было указано, для облегчения решения вопроса прибегают к графикам, в которых величины затопляемых площадей, количество затопляемых сел, деревень, усадеб, церквей и т. п., а также стоимость необходимых отчуждений изображаются линиями.

Выбираются небольшие участки реки, примерно длиной 3—5 км (3—5 в.). Вычерчиваются для каждого участка в известном масштабе план и продольный профиль. На плане и профиле наносятся горизонталы, определяющие положения возможных подпорных горизонтов. Расстояния между горизонталами по вертикальному направлению принимаются равными 0,5—1 м (0,25—0,5 саж.). На нанесенных на продольный профиль горизонталах откладывают в некотором масштабе от вертикальной оси соответствующие величины, — например, затопляемые площади. Полученные точки соединяются сплошной кривою линией, характеризующей изменение откладываемых величин в зависимости от повышения подпорных уровней. Возьмем участок AB (фиг. 158), проведем на нем и на продольном профиле CD горизонталы 1, 2, 3.... Затем наносим поперечную ось oo_1 участка и от нее откладываем на продольном профиле, в некотором масштабе, по горизонталам 1, 2, 3... отрезки aa_1 , bb_1 , cc_1 ..., выражающие собою измеренные затопляемые площади. Если подпорный горизонт в соответствующем бьефе поднимется до отметки x ,

то вызванное им затопление в рассматриваемом участке изобразится прямою xx_1 (площадь затопления заштрихована на плане). Степень точности измерения по графику зависит от принятой длины участка и величины принятых вертикальных расстояний между горизонталями. Само собою разумеется, чем участок короче, и чем меньше принятое расстояние между горизонталями, тем точность измерения больше.



Фиг. 158.

Подобным же образом вычерчиваем графики, определяющие собою количество затопляемых деревень, сёл, усадеб и т. п. или стоимость всех необходимых отчуждений. Произведя подобные построения, необходимо, как уже указывалось выше, учитывать возможную заболачиваемость прилегающих полос земли и вместо намеченных подпорных горизонтов принимать для расчета повышенные горизонты, каковое повышение выбирают в зависимости от местных условий.

Применяя сказанное к нашему примеру—вместо отрезка xx_1 придется взять отрезок yy_1 , который может быть проведен, например, на горизонтали, находящейся на 1,07 м (0,5 саж.) выше горизонтали xx_1 .

Для определения наивыгоднейшего и наиболее целесообразного положения подпорного горизонта, придется производить суммирование всех величин в полученных графиках для каждого горизонта. Сопоставление полученных результатов дает возможность избрать наиболее подходящее решение; при этом, само собою разумеется, должна быть учитываема и стоимость всех водоподпорных сооружений.

Движение почвенных или грунтовых вод.

48. Движение почвенных или грунтовых вод по однородным валунам. Если на некоторой глубине под водопроницаемую почву будет находиться наклонный водонепроницаемый слой, то по этому слою будет происходить движение грунтовой воды, и слой почвы, по которому течет эта вода, представляет собою водоносный слой грунтового потока.

Для упрощения задачи предположим, что все камни совершенно правильной формы, имеют одинаковые диаметры и равномерно расположены. Представим себе, что водоносный слой ограничен плоскостями, образующими правильный прямоугольный параллелепипед, шириною b , длиною l и высотой h . Положим, что весь этот слой заполнен шарами диаметра d . Опре-

делим число шаров, помещающихся в указанном слое: по ширине слоя расположится $b : d$ шаров; если шары будут прилегать друг-к-другу плотно, то они примут расположение, указанное на чертеже (фиг. 159), и расстояние между осями ab и dc смежных рядов шаров, т.е. величина m , определится из треугольника, из которого получим:

$$m^2 = d^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

и

$$m = \sqrt{d^2 - \frac{d^2}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot d.$$

Следовательно, по длине l слоя уложится рядов шаров:

$$\frac{l}{\sqrt{\frac{3}{4}} \cdot d}.$$

При плотном прилегании шаров центры верхних и нижних шаров образуют вершины тетраэдров, а потому вертикальное расстояние между центрами двух рядов шаров будет:

$$h_1 = \sqrt{d^2 - \left(\frac{d}{\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{d^2 - \frac{d^2}{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot d.$$

Следовательно, в вертикальном направлении число рядов будет:

$$\frac{h}{h_1} = \frac{h}{\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot d},$$

а количество всех шаров в рассматриваемом слое будет:

$$n = \frac{b}{d} \cdot \frac{l}{\sqrt{\frac{3}{4}} \cdot d} \cdot \frac{h}{\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot d} = \sqrt{2} \cdot \frac{b \cdot l \cdot h}{d^3} \dots \dots \dots (373)$$

Зная число шаров, найдем объем, занимаемый ими:

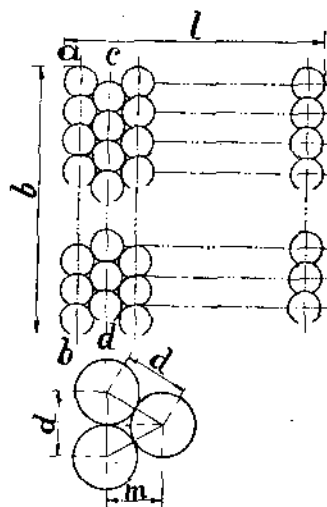
$$\frac{\pi d^3}{6} \cdot n = \frac{\pi d^3}{6} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{b \cdot l \cdot h}{d^3} = 0,73 \cdot b \cdot l \cdot h.$$

Объем промежутков между шарами легко определить:

$$W = (1 - 0,73) b \cdot l \cdot h = 0,27 b \cdot l \cdot h \dots \dots \dots (374)$$

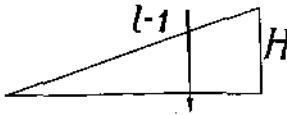
Как видно, объем промежутков не зависит от диаметра шаров. Общая поверхность всех шаров будет:

$$F = \pi d^2 \cdot n = \pi d^2 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{b \cdot l \cdot h}{d^3} = 4,44 \frac{b \cdot l \cdot h}{d} \dots \dots \dots (375)$$



Фиг. 159.

Если все промежутки между шарами будут заполнены водою, то при наклоне дна бассейна вода придет в движение, которое можно рассматривать как равномерное, при этом вода указанного слоя, при протекании на единице длины, т.е. при $l=1$, будет развивать работу (фиг. 160):



Фиг. 160.

но

$$A = 0,27 \Delta \cdot b \cdot h \cdot H,$$

$$\tau = \frac{H}{l} = \frac{H}{1} = H,$$

а потому

$$A = 0,27 \Delta \cdot b \cdot h \cdot \tau \dots \dots \dots (376)$$

Будем пренебрегать молекулярными работами, а тогда, рассматривая движение как равномерное, должны допустить, что вся работа затрачивается на преодоление вредных сопротивлений. Если обозначим через R работу трения на единицу поверхности и через s — смоченную поверхность на единице длины бассейна, то работа трения на единицу длины будет:

$$R \cdot s = 0,27 \Delta \cdot b \cdot h \cdot \tau \dots \dots \dots (377)$$

Вода при своем движении встречает чрезвычайно значительное сопротивление, а потому скорость v течения ее очень мала. Вообще можно принять высоту, определяющую собою сопротивление, равную

$$\frac{R}{\Delta} = \alpha v + \beta v^2,$$

но, так как скорость v очень мала, то можно принять:

$$\frac{R}{\Delta} = \alpha v \text{ или } R = \alpha \Delta v \dots \dots \dots (378)$$

Подставляя в равенство (375) величину s вместо F и принимая $l=1$, получим:

$$s = 4,44 \frac{b \cdot h}{d} \dots \dots \dots (379)$$

Подставляя в уравнение (377) вместо R и s величины, определяемые равенствами (378) и (379), получим:

$$4,44 \alpha \Delta v \frac{b \cdot h}{d} = 0,27 \Delta \cdot b \cdot h \cdot \tau.$$

Откуда

$$v = \frac{0,27}{4,44 \alpha} d \cdot \tau.$$

Полагая

$$\frac{0,27}{4,44 \alpha} = k,$$

получим:

$$v = k \cdot d \cdot \tau \dots \dots \dots (380)$$

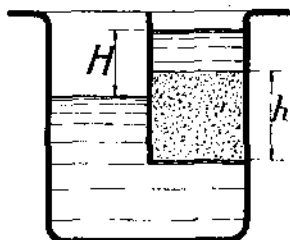
Как видно, скорость v равномерного движения воды не зависит от величины полного сечения потока, а только от диаметра d шаров и величины падения τ .

Материал, по которому происходит движение подпочвенной воды, может иметь разнообразное строение и расположение; несмотря на это принимают вообще скорость для подпочвенной воды равную

$$v = K \cdot \tau, \dots \dots \dots (381)$$

где K представляет собою коэффициент, определяемый опытом и различный для различных материалов, так как он зависит от величины d , т.е. от диаметра отдельных частей или песчинок. Это предположение вполне подтверждается наблюдениями.

Равенство (381) тем более согласуется с действительностью, чем скорость v меньше, т.е. чем меньше величина K при постоянном падении. Определение величины K можно произвести посредством особого устройства фильтра (фиг. 161). На проволоочной сетке располагается слой фильтрующего материала толщиной h . Для проталкивания воды через слой материала требуется некоторый напор H . Если спускной канал довольно велик, то работа, затрачиваемая на движение воды в нем, весьма мала сравнительно с работой, затрачиваемой на фильтрацию. Необходимое падение на единицу длины для получения движения в фильтрующем слое мы приняли $= \tau$, а на высоте h при подобных условиях придется затратить напор:



Фиг. 161.

$$H = h \cdot \tau = \frac{h \cdot v}{K},$$

откуда

$$K = \frac{h \cdot v}{H} \dots \dots \dots (382)$$

Скорость v можно определить наблюдением. Вода может протекать только через поры, и можно принять, что живое сечение свободных промежутков между частицами материала составляет от всей поперечной площади такую же часть, какую составляет объем промежутков или пор по отношению ко всему объему фильтрующего материала. Обозначая через ω величину указанного сечения или водопропускную поверхность фильтра, найдем количество или объем протекающей в одну секунду воды:

$$Q = \omega \cdot v, \dots \dots \dots (383)$$

откуда

$$v = \frac{Q}{\omega}.$$

Подставляя это значение для v в равенство (382), получим:

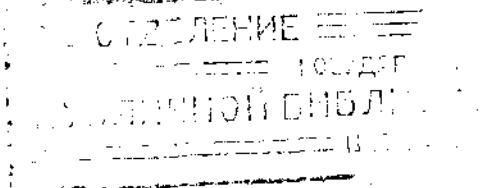
$$K = \frac{Q \cdot h}{H \cdot \omega} \dots \dots \dots (384)$$

В этом равенстве все величины кроме K известны.

Сравнивая равенства (380) и (381), видим, что

$$K = k \cdot d \dots \dots \dots (385)$$

Как видно, величина K прямо-пропорциональна d , и чем меньше d , или мельче песчинки фильтра, тем меньше K . Для непроницаемого материала или для бесконечно-малого диаметра отдельных зерен или частиц величина $K=0$.



Дарси в своих опытах применял для фильтрования воды песок, большая часть которого состояла из зерен диаметром в $0,8 \text{ mm} = 0,0008 \text{ m}$, и для такого материала можно было принять

$$K = 0,0008 \text{ или } k = \frac{K}{d} = \frac{0,0008}{0,0008} = 1.$$

Следовательно, для данного случая

$$K = d,$$

т.-е. величина коэффициента K равняется диаметру зерен, выраженному в метрах. Если придерживаться подобного соотношения, то:

для мелкого песка с диаметром частиц в $0,25 \text{ mm}$. . . $K = 0,00025$

для песка с диаметром частиц в 2 mm $K = 0,002$

для гравия, свободного от песка, можно принять . . . $K = 0,05$.

Необходимо принять во внимание, что найденные таким образом значения K не следует рассматривать как безусловно точные величины, но они могут быть приняты с достаточным приближением. Во всяком случае более истинные значения всегда могут быть определены опытом.

На величину k , а, следовательно, и на величину K , имеет большое влияние вид самих частиц, и только опытом для каждого данного случая может быть определено более или менее точное значение коэффициента K .

Пользуясь равенствами (381) и (383), можно определить скорость и количество протекающей воды для всякого падения τ . Так, например, для речного песка, при $d = 0,8 \text{ mm}$, скорость и падение находятся в следующей зависимости:

$$\tau = 0,1 \dots \dots \dots v = 0,000008 \text{ m}$$

$$\tau = 0,001 \dots \dots \dots v = 0,0000008 \text{ m}$$

$$\tau = 0,0005 \dots \dots \dots v = 0,0000004 \text{ m}$$

Как видно, при незначительных падениях в грунтовых потоках для пропускания даже сравнительно незначительных количеств воды требуются довольно большие поперечные сечения. Так, например, при падении $\tau = 0,001$ и при $d = 0,8 \text{ mm}$ для пропуска 1 m^3 воды в секунду пропускная площадь

$$\omega = \frac{Q}{v} = \frac{1}{0,0000008} = 1250000 \text{ m}^2.$$

Но водопроницаема только $\frac{1}{4}$ той площади, через которую протекает вода, а потому поперечное сечение для пропуска 1 m^3 воды должно иметь величину в четыре раза большую, т.-е. $1250000 \times 4 = 5000000 \text{ m}^2$.

При недостаточных размерах поперечного сечения наносного или водопроницаемого слоя возможно, вследствие атмосферных осадков, переполнение бассейна грунтовой водою, влекущее за собою подъем грунтовых или почвенных вод, и возможен выход воды на дневную поверхность в виде ключа, болота, озера и т. п. Протекающая по долине река играет роль дренарующего рва и будет воспринимать по берегам излишнюю грунтовую воду, вследствие чего ошибочно предположение, что, пересекая долину водосборными сооружениями, возможно уловить всю воду, имеющуюся выше сечения, так как добываемое количество воды будет составлять только весьма малую долю подпочвенной воды, которая в этих случаях главным образом уносится открытыми потоками. Но, если почва состоит из круглых валунов или вообще обладает расселинами, щелями и т. п., то вся вода может быть направляема руслом, которое обыкновенно в сухое время года не имеет вида открытого потока. Положим, для примера, имеется равномерный слой водопроницаемого

грунта, для которого примем $K=0,0008$ м; положим, этот слой с каждой стороны проходящего по середине русла имеет ширину в 5 км. Допустим, что глубина слоя до водонепроницаемой его подошвы $=100$ м, а длина слоя $=300$ км. Примем инфильтрацию атмосферных осадков по всей отмеченной области $=20$ см в год, тогда эта область принимает в год воды:

$$0,20 \cdot 300000 \cdot 5000 \cdot 2 = 600000000 \text{ м}^3,$$

или в круглых числах 20 м^3 в секунду.

Полная площадь поперечного сечения грунтового бассейна будет:

$$5000 \cdot 2 \cdot 100 = 1000000 \text{ м}^2.$$

Площадь промежутков, или водопроницающая площадь, положим, составляет $\frac{1}{4}$, точнее 0,27 (см. уравнение 374), тогда:

$$\omega = 250000 \text{ м}^2.$$

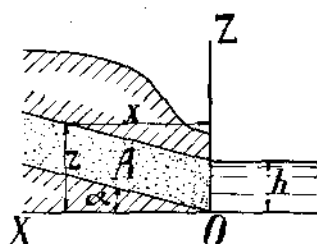
Если $\tau = 0,001$, то $v = 0,0000008$ и (см. равенство 383)

$$Q = \omega \cdot v = 250000 \cdot 0,0000008 = 0,2 \text{ м}^3 \text{ в секунду.}$$

Следовательно, из всего количества атмосферных осадков—в виде грунтового потока проникнет только 1% (так как $0,2 : 20 = 0,01$), остальные 99% должны подняться на такую высоту, при которой вода может вбираться руслом реки или открыто текущим потоком, играющим роль сборного канала.

Положим, у нас имеется водоносный слой A , из коего вода изливается в открытый поток (фиг. 162). Обозначим через Q —объем воды, стекающий в поток, через v —скорость в каком-либо сечении и через z —возвышение уровня грунтовой воды над осью.

Положим, отношение объема промежутков ко всему объему водопроницаемого пласта $=\eta:1$. Тогда при ширине пласта l водопроницающая площадь ω определится следующим равенством:



Фиг. 162.

$$\omega = \eta \cdot l(z - x \operatorname{tg} \alpha), \dots \dots \dots (386)$$

и скорость v в сечении на расстоянии x будет:

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{Q}{\eta l(z - x \operatorname{tg} \alpha)} \dots \dots \dots (387)$$

Для малого падения можно положить

$$\tau = \frac{dz}{dx},$$

а тогда

$$v = K \cdot \tau = K \cdot \frac{dz}{dx}.$$

В силу уравнения (387) получим:

$$K \frac{dz}{dx} = \frac{Q}{\eta l(z - x \operatorname{tg} \alpha)} \dots \dots \dots (388)$$

Если непроницаемый слой расположен горизонтально, то $\alpha = 0$, и

$$K \frac{dz}{dx} = \frac{Q}{\eta l z} \dots \dots \dots (389)$$

или

$$zdz = \frac{Q}{K \cdot \eta \cdot l} dx.$$

Интегрируя, получим:

$$z^2 = \frac{2Q}{K \cdot \eta \cdot l} x + C \dots \dots \dots (390)$$

Как видно, получилось уравнение параболы. Положим, что при $x=0 \dots \dots z=h$, тогда произвольная постоянная $C=h^2$, и

$$z^2 = h^2 + \frac{2Q}{K \cdot \eta \cdot l} \cdot x \dots \dots \dots (391)$$

Горизонтальное расположение водонепроницаемого слоя.

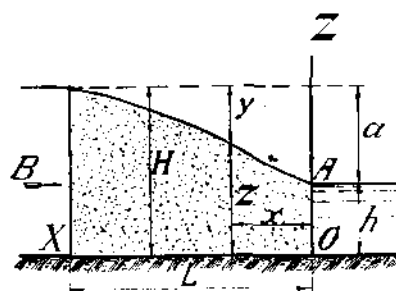
Предположим, что на горизонтальном водонепроницаемом слое лежит однородный слой песку, и в этом слое выкопан сборный канал A (фиг. 163). Будем пользоваться уравнением (391), из которого имеем:

$$Q = \frac{K \cdot \eta \cdot l}{2x} (z^2 - h^2) \dots \dots \dots (392)$$

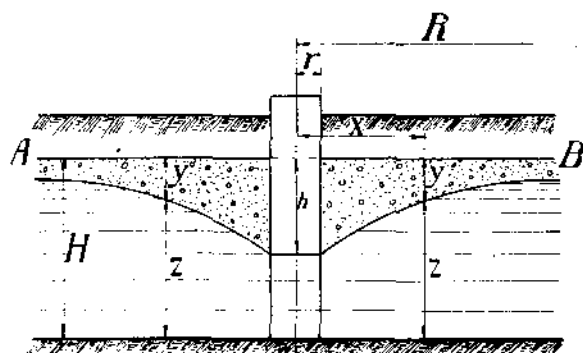
Положим, что при $x=L \dots \dots \dots z=H$, тогда:

$$Q = \frac{K \eta l}{2L} (H^2 - h^2) = \frac{K \eta l}{2L} (H + h) (H - h) = \frac{K \eta l}{2L} (H + h) a, \dots (393)$$

где a означает полное падение, а $\frac{a}{L}$ — среднее падение на единицу длины



Фиг. 163.



Фиг. 164.

Если питание водою канала производится с двух сторон, то количество стекающей в него воды $= 2Q$, что будет иметь место только в том случае, если приток в рассматриваемые резервуары из смежных резервуаров B будет неизменно происходить все время.

Совершенно аналогичного характера явление будет при питании грунтовой водою колодца, из которого вода выкачивается. Для пополнения водою колодца и возможности притока к нему — необходимо должно образоваться падение, вследствие понижения уровня. Притекание происходит со всех сторон по цилиндрическим поверхностям; если возьмем такую поверхность на расстоянии x от оси колодца (фиг. 164), то величина водонепроницаемой поверхности будет:

$$\omega = 2\pi x \cdot z \cdot \eta \dots \dots \dots (394)$$

Если объемное количество притекающей воды $= Q$, то скорость v притекания ее определяется следующим равенством:

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{Q}{2\pi x \cdot z \cdot \eta} \dots \dots \dots (395)$$

Пусть dz представляет собою высоту напора, необходимую для преодоления трения в песке между двумя кольцевыми поверхностями, находящимися на расстоянии dx ; тогда, как мы видели (см. равенства 381, 387 и 388):

$$v = K \frac{dz}{dx} = \frac{Q}{2\pi x \cdot z \cdot \eta},$$

или

$$z dz = \frac{Q}{K \cdot 2\pi \cdot \eta} \cdot \frac{dx}{x},$$

и

$$z^2 = \frac{Q}{K \cdot \pi \cdot \eta} \log \text{nat } x + C \dots \dots \dots (396)$$

Для определения произвольной постоянной C будем рассматривать цилиндрическую поверхность, совпадающую с наружной поверхностью колодца радиуса r ; положим, до выкачивания глубина колодца $= H$, а h изображает собою понижение уровня в нем вследствие выкачивания; тогда, принимая $x = r$ и $z = H - h$, из последнего уравнения получим:

$$(H - h)^2 = \frac{Q}{K \cdot \pi \cdot \eta} \log \text{nat } r + C,$$

откуда

$$C = (H - h)^2 - \frac{Q}{K \cdot \pi \cdot \eta} \log \text{nat } r,$$

а, следовательно,

$$z^2 = (H - h)^2 + \frac{Q}{K \cdot \pi \cdot \eta} \log \text{nat } \frac{x}{r} \dots \dots \dots (397)$$

Это уравнение представляет собою поверхность вращения, называемую депрессионною поверхностью, пересечением которой с вертикальною плоскостью, проходящею через ось колодца, получается линия депрессии. Если будем указанную поверхность пересекать горизонтальными плоскостями, то легко найти получающиеся при этом радиусы окружностей. Положим, для какого-нибудь постоянного значения $z = C_0$ требуется найти соответствующий радиус окружности пересечения. Из ур. (397) имеем:

$$\log \text{nat } \frac{x}{r} = \log \text{nat } x - \log \text{nat } r = [(C_0^2 - (H - h)^2) \frac{K\pi \cdot \eta}{Q}],$$

откуда

$$\begin{aligned} \log \text{nat } x &= [C_0^2 - (H - h)^2] \frac{K\pi\eta}{Q} + \log \text{nat } r = \\ &= \left[C_0^2 - (H - h)^2 + \frac{Q}{K\pi \cdot \eta} \log \text{nat } r \right] \frac{K\pi\eta}{Q}, \end{aligned}$$

и

$$x = e^{\frac{K\pi\eta}{Q} \left[C_0^2 - (H - h)^2 + \frac{Q}{K\pi\eta} \log \text{nat } r \right]} \dots \dots \dots (398)$$

Если обозначим через R расстояние от оси колодца, на котором величина z практически весьма мало отличается от величины H , то, полагая $z = H$ и $x = R$, из ур. (397) определим Q и h :

$$H^2 = (H - h)^2 + \frac{Q}{K\pi\eta} \cdot \log \text{nat} \frac{R}{r},$$

откуда

$$Q = K\pi\eta \frac{H^2 - (H - h)^2}{\log \text{nat} \frac{R}{r}} \dots \dots \dots (399)$$

и

$$h = H - \sqrt{H^2 - \frac{Q}{K\pi\eta} \log \text{nat} \frac{R}{r}} \dots \dots \dots (400)$$

Постоянство величины Q , т.-е. неизменяемость количества притока воды возможно допустить только в том случае, когда расход производится из бассейна бесконечно-большого протяжения с бесконечно-большим запасом воды, мы же, полагая $z = H$, приняли хотя и довольно большую, но конечную величину $x = R$. Затем мы полагали, что с появлением расхода величина R не изменяется, что будет правильно только до некоторой степени и тем более приближается к истине, чем колебания в величине Q будут меньше. Таковые допущения относительно постоянства величины R практически вполне возможны, так как в уравнения входит $\log \text{nat} R$, который с незначительным изменением R изменяется почти незаметно.

Поясним примерами наши выводы.

1) Положим, имеется колодец с наружным диаметром в 2 м, и на расстоянии $R = 200$ м глубина $H = 50$ м. Положим, для данного водяного грунта $K = \frac{1}{1266}$ и $\eta = 0,38$. Спрашивается: как велико количество Q воды при различных понижениях уровня?

Пользуемся ур. (399), из которого получим:

$$Q = K\pi\eta \frac{2Hh - h^2}{\log \text{nat} \frac{R}{r}} = \frac{2K\pi\eta H}{\log \text{nat} \frac{R}{r}} \left[h - \frac{h^2}{2H} \right] \dots \dots \dots (401)$$

Подставляя в последнее уравнение вышеприведенные значения, получим:

$$Q = 0,0178 (h - 0,01 h^2) \dots \dots \dots (402)$$

Если пренебречь величиною $0,01 h^2$, то

$$Q = 0,0178 h,$$

и для $h = 1$ м — величина $Q = 0,0178 \text{ м}^3$; для $h = 2$ м — величина $Q = 0,0356 \text{ м}^3$. Принимая во внимание величину $0,01 h^2$, получим соответственно $Q = 0,0176 \text{ м}^3$ и $Q = 0,0349 \text{ м}^3$. Как видно, разница получается ничтожная.

Обыкновенно в колодцах большого диаметра не происходит понижения уровня воды более, чем на 2 метра, а потому этим объясняется принимаемый в практике и подтверждаемый наблюдениями закон, состоящий в том, что для глубоких колодцев количество доставляемой ими воды прямо-пропорционально понижению уровня, но для значительных понижений — в 3, 4 и более метров — и для не очень глубоких колодцев указанное соотношение неприменимо и дает неправильные результаты.

2) Требуется определить количество Q воды, которое может быть получено от колодца наружного диаметра в 4 м, при понижении уровня на 2 м и при тех же условиях, которые указаны в первом примере.

Для определения величины Q пользуемся ур. (401), в котором положим $r = 2$ м, и тогда:

$$Q = 0,0205 (h - 0,01 h^2).$$

Принимая $h = 2$ м, найдем, что

$$Q = 0,0402 \text{ м}^3.$$

В первом примере, при понижении уровня на 2 м, мы нашли, что $Q = 0,0349 \text{ м}^3$; следовательно, во втором примере, при увеличении диаметра колодца в два раза, увеличение притока произошло всего на 5,3 литра в секунду.

3) Возьмем трубчатый колодец диаметром в 40 см и при соблюдении всех условий, указанных в первом примере, определим количество воды, которое он может дать при понижении уровня воды на 2 м. В ур. (401) подставим вместо r величину 0,2 м, получим:

$$Q = 0,0137 (h - 0,01 h^2);$$

полагая $h = 2$ м, найдем, что

$$Q = 0,0268 \text{ м}^3$$

Если сравнить последнюю величину с значением для Q , полученным во 2-м примере, то увидим, что изменение диаметра колодца сравнительно мало отзывается на количестве даваемой им воды. Действительно, из первых двух примеров мы видели, что разница в подаче воды колодцами ничтожна; сравнивая же 2-й и 3-й примеры, видим, что, несмотря на то, что колодец второго примера, имеющий диаметр в 4 м, сечением своим в 100 раз превосходит сечение колодца третьего примера, в котором диаметр = 40 см, — колодец последнего размера, при одинаковом понижении уровня, дает $\frac{2}{3}$ того количества воды, которое доставляется колодцем в 4 м диаметром.

4) Требуется определить наружный диаметр колодца, который при условиях, указанных в первом примере, должен давать 50 литров воды в секунду, при понижении уровня воды в колодце на 2 м.

Воспользуемся ур. (400), которое после подстановки примет следующий вид:

$$2,0 = 50 - \sqrt{2500 - \frac{0,050 \cdot 1266}{3,14 \cdot 0,38} \log \text{nat} \frac{200}{r}}.$$

откуда

$$\log \text{nat} r = \log \text{nat} 200 - \frac{3,14 \cdot 0,38 (2500 - 2304)}{0,050 \cdot 1266} = 1,61036,$$

и

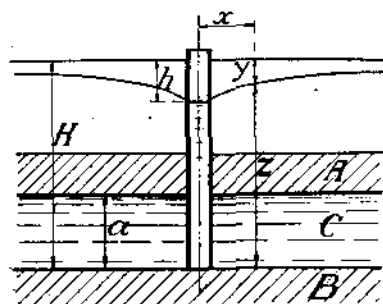
$$r = 5 \text{ м}.$$

Как видно, колодец должен иметь наружный диаметр в 10 м.

Сходные с вышеприведенными условиями имеют в так называемых артезианских колодцах. Положим, что имеются два горизонтальных водонепроницаемых слоя A и B , между которыми расположено напластование C , представляющее собою водоносный слой. Если в слой C опустить колодец или обсадную трубу, проникаемые по своей окружности, и если в этом слое или грунтовом потоке имеется давление p , то вода в колодце или в обсадной трубе подымется на высоту

$$H = \frac{p}{\Delta}.$$

Если бы на глубине h сделать отвод из колодца (фиг. 165), то в него подавалась бы вода из водоносного слоя или пласта.



Фиг. 165.

Депрессионная поверхность должна быть поверхностью вращения, и в данном случае

$$\omega = 2\pi \cdot x \cdot a \cdot \eta.$$

Если количество притекающей воды в секунду $= Q$, то, как мы видели,

$$v = \frac{Q}{\omega} = K \frac{dz}{dx} = \frac{Q}{2\pi x \cdot a \cdot \eta}$$

Это выражение представляет собою дифференциальное уравнение движения, из которого после интегрирования имеем:

$$z = \frac{Q}{2K \cdot \pi \cdot a \cdot \eta} \log \text{nat } x + C \dots (403)$$

Если r — радиусу колодца, то при $x=r$ величина $z=H-h$; подставляя эти значения в последнее уравнение, определим величину C и окончательно получим:

$$z = H - h + \frac{Q}{2K \cdot \pi \cdot a \cdot \eta} \log \text{nat } \frac{x}{r} \dots (404)$$

Радиус кругового сечения, полученного от пересечения депрессионной поверхности горизонтальной плоскостью на расстоянии $z=C_0$, легко определить:

$$x = e^{\frac{2K\pi a \eta}{Q} \left(C_0 - H + h + \frac{Q}{2K\pi a \eta} \log \text{nat } r \right)}$$

Если R будет расстояние, при котором величина z практически мало отличается от той высоты, на которую уровень воды подымается в колодце или обсадной трубе до начала расхода или до начала откачки, то можно принять при $x=R$ величину $z=H$, и тогда уравнение (404) получит следующий вид:

$$H = H - h + \frac{Q}{2 \cdot K \cdot \pi \cdot a \cdot \eta} \log \text{nat } \frac{R}{r},$$

и

$$Q = \frac{2K\pi \cdot a \cdot \eta}{\log \text{nat } \frac{R}{r}} \cdot h \dots (405)$$

Как видно, количество подаваемой колодцем воды пропорционально понижению h уровня. При этом выводе мы пренебрегали вредными сопротивлениями при движении воды в колодце или обсадной трубе.

Во всех выведенных формулах величина z большею частью недоступна для измерения и может быть заменена переменной $y = H - z$ (см. фиг. 165). Вводя эту переменную, которая может быть определяема непосредственным измерением, в уравнения (391), (397) и (404), получим следующие уравнения:

$$\text{для сборных каналов} \dots (H - y)^2 = h^2 + \frac{2Qx}{\eta K \cdot l} = (H - a)^2 + \frac{2Qx}{\eta K \cdot l} \dots (406)$$

$$\text{для обыкновенных колодцев} \dots (H - y)^2 = (H - h)^2 + \frac{Q}{\eta K \cdot \pi} \log \text{nat } \frac{x}{r} \dots (407)$$

$$\text{для артезианских колодцев} \dots y = h - \frac{Q}{2\eta K \pi a} \log \text{nat } \frac{x}{r} \dots (408)$$

при чем величина y в пределах между r и R всегда оказывается положительной.

Наклонное расположение водонепроницаемого слоя.

Решение рассматриваемых вопросов изменяется, если предположение о горизонтальном направлении водонепроницаемого слоя не оправдывается, и если до расхода или до откачки уровень воды был параллелен наклонному непроницаемому слою, и вода находилась в движении.

Итак, положим, у нас имеется наклонный водонепроницаемый пласт. Выберем прямоугольную систему координат, и пусть ось z совпадает с осью колодца (фиг. 166). Через точку пересечения оси z с наклонным водонепроницаемым пластом проведем горизонтальную плоскость и линию пересечения этой плоскости с указанным пластом примем за ось y ; ось x направим перпендикулярно к оси y .

Допустим, что каждая питающая цилиндрическая поверхность, окружающая колодец, сохраняет постоянную скорость притока по всей высоте, что вполне отвечает требованиям практики при небольшом падении ϵ пласта и большом значении H в сравнении с понижением h уровня в колодце.

Напишем прежнее уравнение (396), для более удобного отличия от других уравнений, с иными обозначениями переменных, тогда для точки A получим:

$$z_1^2 = \frac{Q}{\eta K \pi} \log \text{nat } x_1 + C. \dots \dots \dots (409)$$

Принимая вышеуказанное допущение относительно питающих цилиндрических поверхностей, можем найти зависимость между переменными величинами, отнесенными к принятой системе координат и к системе, которой мы пользовались при рассмотрении того случая, когда имелось горизонтальное расположение водонепроницаемого пласта. Упомянутая зависимость выражается следующими равенствами:

$$x_1^2 = x^2 + y^2$$

$$z = z_1 + x \cdot \tau.$$

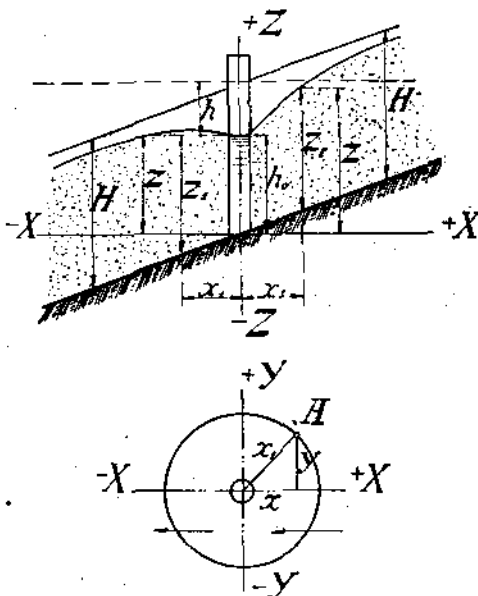
Последнее равенство возможно допустить лишь при малом наклоне водонепроницаемого пласта.

Подставляя в ур. (409) вместо x_1 и z_1 соответствующие значения, определенные из приведенных равенств, получим:

$$(z - x\tau)^2 = \frac{Q}{\eta K \pi} \log \text{nat } \sqrt{x^2 + y^2} + C \dots \dots \dots (410)$$

Постоянная C определяется тем условием, что при $x_1 = R$ величина z_1 получает предельное значение H ; подставляя эти значения в ур. (409), получим:

$$H^2 = \frac{Q}{\eta K \pi} \log \text{nat } R + C,$$



Фиг. 166.

откуда

$$C = H^2 - \frac{Q}{\eta K \pi} \log \text{nat } R,$$

и после подстановки этого значения для C в ур. (410) получим:

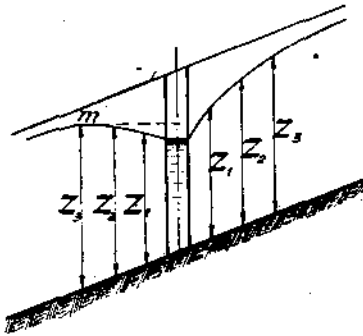
$$(z - \sigma\tau)^2 = H^2 + \frac{Q}{\eta K \pi} (\log \text{nat } \sqrt{x^2 + y^2} - \log \text{nat } R) = \\ = H^2 - \frac{Q^2}{\eta K \pi} (\log \text{nat } R - \log \text{nat } \sqrt{x^2 + y^2}) = H^2 - \frac{Q}{\eta K \pi} \log \text{nat } \frac{R}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (411)$$

Если провести горизонтальную плоскость на расстоянии $z = C$, то она пересечет депрессионную поверхность по горизонтальной кривой, уравнение которой будет:

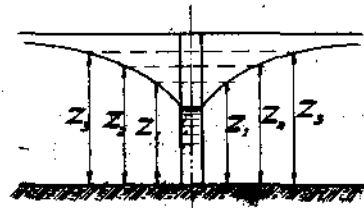
$$(C - \sigma\tau)^2 = H^2 - \frac{Q}{\eta K \pi} \log \text{nat } \frac{R}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (412)$$

Чтобы найти кривую депрессии в плоскости XZ , проведем вертикальную плоскость через ось x и положим $y = 0$, тогда уравнение искомой кривой будет:

$$(z - \sigma\tau)^2 = H^2 - \frac{Q}{\eta K \pi} \log \text{nat } \frac{R}{x} \quad (413)$$



Фиг. 167.



Фиг. 168.

а для получения линии депрессии в плоскости YZ проведем вертикальную плоскость через ось y и положим $x = 0$, тогда

$$z^2 = H^2 - \frac{Q}{\eta K \pi} \log \text{nat } \frac{R}{y} \quad (414)$$

Кривая по ур. (413) представлена на фиг. 167, а по ур. (414) — на фиг. 168.

Для определения положения крайнего пункта, до которого с отрицательной стороны оси x возможно рассчитывать на подачу грунтовой воды в колодезь, следует провести горизонтальную касательную к нижней кривой депрессии, и точка касания m (фиг. 167) определит указанный пункт.

Координаты точки m касания определяются из ур. (413), если взять первую производную по x и приравнять ее нулю. Первая производная будет:

$$\frac{dz}{dx} = \tau + \frac{Q}{2\eta K \pi x (z - \sigma\tau)} \quad (415)$$

Пологая $\frac{dz}{dx} = 0$ и пользуясь ур. (413), определим координату x_m точки m :

$$x_m = - \frac{Q}{2\eta K \pi \sqrt{H^2 - \frac{Q}{\eta K \pi} \log \text{nat } \frac{R}{x_m}}} \quad (416)$$

Величина x_m может быть определена пробными вычислениями. Из мест, расположенных ниже точки m , притока к колодцу происходит не может.

Проделивая подобные построения в других вертикальных сечениях и соединяя сплошной линией точки касания горизонталей с нижними кривыми депрессии, получим границы депрессионной поверхности питания колодца.

Депрессия прекращается на расстоянии $x_1 = \sqrt{x^2 + y^2} = R$. При $x^2 + y^2 = R^2$ ур. (412) примет следующий вид:

$$(C_0 - x\tau)^2 = H^2 \text{ или } C_0 - x\tau = H$$

и

$$x = \frac{C_0 - H}{\tau} \dots \dots \dots (417)$$

Определим скорость притока на окружности колодца радиуса r (фиг. 166). Уровень воды в колодце будет находиться на высоте $h_0 = H - h$. Из чертежа видно, что при $x = r$ разность $z - x\tau = z - r\tau = h_0$, величиною же $r\tau$, как весьма малую по сравнению с h_0 , можно пренебречь и положить $z = h_0$, а тогда, пользуясь ур. (415), можем определить скорость v в вертикальной плоскости XZ :

$$v = K \frac{dz}{dx} = K\tau + \frac{Q}{2\eta\pi \cdot r \cdot h_0} \dots \dots \dots (418)$$

Таким образом скорость v_1 притока к колодцу с верхней стороны будет:

$$v_1 = K\tau + \frac{Q}{2\eta\pi \cdot r \cdot h_0} \dots \dots \dots (419)$$

а скорость v_2 притока к колодцу с нижней стороны, при отрицательных значениях r и производной z по x , будет:

$$v_2 = -K\tau + \frac{Q}{2\eta\pi \cdot r \cdot h_0} \dots \dots \dots (420)$$

Как видно, приток воды к колодцу по всей окружности не совершается равномерно, как это происходило при горизонтально расположенном водонепроницаемом слое, при котором ($\tau = 0$)

$$v = \frac{Q}{2\eta\pi \cdot r \cdot h_0} \dots \dots \dots (421)$$

Если будем производить откачку из колодца, и при этом уровень воды в нем понизится на величину h , то высота стояния воды в колодце будет $h_0 = H - h$. Пользуясь ур. (411) и полагая в нем $x = 0$, $y = r$ и $z - x\tau = h_0 = H - h$, получим:

$$(H - h)^2 = H^2 - \frac{Q}{\eta K \pi} \log \text{nat} \frac{R}{r},$$

откуда

$$Q = \eta K \pi \frac{H^2 - (H - h)^2}{\log \text{nat} \frac{R}{r}} \dots \dots \dots (422)$$

Получили уравнение, совершенно одинаковое с ур. (399), т.е. при сделанных нами допущениях наклон водонепроницаемого слоя не отзывается на производительности колодца. Путем тех же самых рассуждений придем к тому же заключению и относительно артезианских колодцев, для которых получим:

$$Q = \frac{2\eta K \pi \cdot a}{\log \text{nat} \frac{R}{r}} \cdot h \dots \dots \dots (423)$$

Как видно, получилась формула, одинаковая с формулою (405).

Что касается коротких сборных каналов, напр., длиной l , получающих воду и у концов, то Forchheimer нашел, что производительность подобного сооружения эквивалентна производительности колодца с диаметром $= \frac{1}{2} l$.

Откачивание или отвод воды из обыкновенного или артезианского грунтового потока, при посредстве колодца или сборного канала, отражается на водоносности потока тем сильнее, чем большее количество воды откачивается или отводится по сравнению с количеством, проходящим через поток. Если от потока берется в единицу времени воды больше, чем он может дать, то равновесия не наступает, и уровень воды в колодце или сборном канале будет постепенно понижаться, и когда запас воды из подпочвенного резервуара будет исчерпан, то возможно будет пользоваться только тем количеством Q , которое постоянно притекает к грунтовому потоку в единицу времени.

Следует указать, что недостаточность количества доставляемой потоком воды может произойти и от других причин, когда, например, при откачке воды — из подошвы водоносного слоя в колодец поступает песок, уменьшающий пропускаемое поперечное сечение и препятствующий свободному притоку. Но эту причину констатировать легко, стоит только на короткое время прекратить откачку, — если понижение уровня происходит от засаривания песком, то по прекращении откачки уровень воды тотчас же примет положение, одинаковое с существовавшим до произведения откачки; если же понижение происходило от превышения расхода над притоком, то уровень после прекращения откачки будет подниматься весьма медленно до прежнего своего положения, так как, при прекращении расхода, раньше всего должен быть пополнен грунтовый резервуар.

Подробности по рассматриваемому вопросу можно найти в соч. Otto Lueger: *Die Wasserversorgung der Städte*. 1895, (имеется русский перевод под заглавием: Водоснабжение городов. Издание В. Эриксона. 1898 — 1904 гг.) и в труде инж. п. с. Н. Н. Павловского: Теория движения грунтовых вод под гидротехническими сооружениями и ее основные приложения. 1922.

Движение капельных жидкостей по трубам. Влияние колен и закруглений.

49. Рассмотрим теперь движение воды по трубам и определим влияние колен и закруглений, помощью которых изменяется направление тока. Положим, вода течет по трубе сечения F_1 (фиг. 169) и отклоняется в сторону трубою, площадь сечения которой $= F_2$, оси этих труб пусть составляют угол δ . Вследствие центробежной силы в колене произойдет сжатие струи. Положим, в сечении F_s скорость $= v_s$, и пьезометрическая высота $= a_s$, для сечений F_1 и F_2 соответственно скорости будут v_1 и v_2 и пьезометрические высоты a_1 и a_2 .

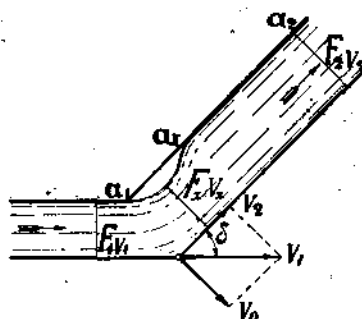
Если F_s — площадь в сжатом сечении, то на основании формулы (185) потеря напора выразилась бы формулою:

$$\zeta = \frac{(v_s - v_1)^2}{2g}$$

или по формуле (187):

$$\zeta = \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{F_s} - \frac{1}{F_1} \right)^2, \dots \dots \dots (424)$$

но, так как $Q = F_1 v_1 = F_s v_s = F_2 v_2$,



Фиг. 169.

то

$$\zeta = \frac{v_1^2}{2g} \left[\frac{F_1}{F_x} - \frac{F_1}{F_2} \right]^2 = \frac{v_1^2 F_1^2}{2g} \left[\frac{1}{F_x} - \frac{1}{F_2} \right]^2 = \frac{v_2^2}{2g} \left[\frac{F_2}{F_x} - 1 \right]^2, \dots (425)$$

при $F_1 = F_2$:

$$\zeta = \frac{v_1^2}{2g} \left[\frac{F_1}{F_x} - 1 \right]^2 = \frac{v_2^2}{2g} \left[\frac{F_2}{F_x} - 1 \right]^2 = \frac{v_2^2}{2g} \left[\frac{F_1}{F_x} - 1 \right]^2 \dots (426)$$

Цейнер¹⁾ определяет потерю напора иным путем.

На основании закона сохранения энергии мы можем написать:

$$a_1 + \frac{v_1^2}{2g} = a_x + \frac{v_x^2}{2g},$$

так как при переходе от сечения F_1 к сечению F_x не происходит потери энергии. При переходе же от сечения F_x к сечению F_2 происходит внезапное изменение скорости, и, следовательно, является потеря

$$h = \frac{(v_x - v_2)^2}{2g},$$

а потому

$$a_x + \frac{v_x^2}{2g} - \frac{(v_x - v_2)^2}{2g} = a_2 + \frac{v_2^2}{2g}.$$

Из последних двух уравнений имеем:

$$h = \frac{(v_x - v_2)^2}{2g} = \left(a_1 + \frac{v_1^2}{2g} \right) - \left(a_2 + \frac{v_2^2}{2g} \right) \dots (427)$$

Эту потерю можно выразить еще иначе (фиг. 169): скорость v_1 можно разложить на составляющие v_2 и v_0 , где v_0 — потерянная скорость и

$$h = \frac{v_0^2}{2g} \text{ или } v_0^2 = 2gh = v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 \cdot v_2 \cdot \cos \delta,$$

но $\cos \delta = 1 - 2 \sin^2 \frac{\delta}{2}$, а потому

$$2gh = v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 \cdot v_2 + 4v_1 \cdot v_2 \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2},$$

или

$$h = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} + \frac{4v_1 v_2 \sin^2 \frac{\delta}{2}}{2g} \dots (428)$$

Первый член выражает собою потерю энергии, которая происходит вследствие изменения скорости v_1 в скорость v_2 , второй член выражает влияние отклонения.

Из уравнения (427) имеем:

$$h = a_1 - a_2 + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g},$$

или

$$a_2 - a_1 = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} - h.$$

¹⁾ D-r Gustav Zeuner: Vorlesungen über Theorie der Turbinen. 1899. S. 39.

Помножим обе части уравнения на $2g$ и вместо h подставим его величину из уравнения (428), тогда получим:

$$2g(a_2 - a_1) = v_1^2 - v_2^2 - (v_1 - v_2)^2 - 4v_1v_2\sin^2\frac{\delta}{2},$$

или

$$2g(a_2 - a_1) = 2v_2(v_1\cos\delta - v_2).$$

Принимаем потерянную высоту напора

$$h = \gamma \frac{v_2^2}{2g},$$

где γ представляет в данном случае коэффициент сопротивления; так как $F_x \cdot v_x = F_2 \cdot v_2$, то

$$h = \frac{(v_x - v_2)^2}{2g} = \frac{\left(\frac{F_2}{F_x} \cdot v_2 - v_2\right)^2}{2g} = v_2^2 \frac{\left(\frac{F_2}{F_x} - 1\right)^2}{2g},$$

следовательно¹⁾:

$$\gamma = \left(\frac{F_2}{F_x} - 1\right)^2. \quad (429)$$

С другой стороны, $F_1 \cdot v_1 = F_2 \cdot v_2$, и, если положим

$$\frac{F_2}{F_1} = \lambda,$$

то из уравнения (428) имеем:

$$h = \gamma \frac{v_2^2}{2g} = \frac{\left(\frac{F_2}{F_1} \cdot v_2 - v_2\right)^2}{2g} + \frac{4 \frac{F_2}{F_1} v_2^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}}{2g},$$

или

$$h = \gamma \frac{v_2^2}{2g} = \frac{v_2^2}{2g} \left[(\lambda - 1)^2 + 4\lambda \sin^2 \frac{\delta}{2} \right],$$

откуда

$$\gamma = (\lambda - 1)^2 + 4\lambda \sin^2 \frac{\delta}{2}. \quad (430)$$

При чем, если $F_2 > F_1$, то и $\lambda > 1$.

Если величина λ и угол δ заданы, то определим γ из последнего уравнения, а из уравнения (429) найдется величина сечения F_x , т.е. определится величина сжатия. Следовательно, определится также величина v_x , а из уравнения:

$$a_x + \frac{v_x^2}{2g} = a_1 + \frac{v_1^2}{2g}$$

определим пнезметрическую высоту a_x .

Если колена не имеется, то $\delta = 0$, и, полагая $F_x = F_1$, а также $v_x = v_1$ и $a_x = a_1$, получим случай истечения, представленный на фиг. (98).

¹⁾ Как видим, потеря напора выражается формулой, аналогичною с форм. (426).

Если $F_2 < F_1$, то $\lambda < 1$ (см. фиг. 170); в этом случае первые члены в уравн. (428) и (430) при $v_2 = v_1$ пропадают, а при $v_2 > v_1$ величина их очень незначительна, и коэффициент сопротивления выражается более простой формулой:

$$\gamma = 4 \lambda \sin^2 \frac{\delta}{2} \dots \dots \dots (431)$$

Имея величину γ , из уравн. (429) определим степень сжатия струи. Мы имеем уравнение:

$$a_2 - a_1 = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} - h,$$

подставляя вместо h величину $\gamma \frac{v_2^2}{2g}$ и помножая на $2g$, получим:

$$2g(a_2 - a_1) = v_1^2 - v_2^2 - \gamma v_2^2,$$

или

$$2g(a_1 - a_2) = v_2^2 - v_1^2 + \gamma v_2^2 \dots \dots \dots (432)$$

Этим уравнением определяется изменение пиезометрических высот в направлении движения.

Вейсбах рассматривает перегиб трубы одинакового диаметра; в выведенных формулах, в этом случае, следует положить $F_1 = F_2$, т. е. $\lambda = 1$ и $v_1 = v_2$, тогда из равенства (430) получим:



Фиг. 170.

$$\gamma = 4 \sin^2 \frac{\delta}{2} \dots \dots \dots (433)$$

но, так как

$$\sin^2 \frac{\delta}{2} = \frac{1 - \cos \delta}{2},$$

то равенство (433) можно написать в другом виде:

$$\gamma = 2(1 - \cos \delta) \dots \dots \dots (434)$$

Вейсбах ¹⁾ производил опыты над трубой круглого сечения в 30 mm диаметром и определял коэффициент сопротивления γ при различных углах δ и дал следующую эмпирическую формулу:

$$\gamma = 0,9457 \sin^2 \frac{\delta}{2} + 2,047 \sin^4 \frac{\delta}{2} \dots \dots \dots (435)$$

Для облегчения вычислений приводим таблицу:

δ	20°	40°	60°	80°	90°	100°	120°	140°
γ	0,046	0,139	0,364	0,740	0,984	1,260	1,861	2,481

По этой формуле для $\delta = 90^\circ$ получаем:

$$\gamma = 0,984,$$

¹⁾ Weisbach: Lehrbuch der Ingenieur-und Maschinen-Mechanik.

и соответственный коэффициент сжатия: $\alpha = F_x : F_2 = 0,502$. Между тем теоретическая формула (433 или 434) в этом случае ($\delta = 90^\circ$) дает другую величину для γ , а именно:

$$\gamma = 2.$$

Из формулы (429) получаем величину α :

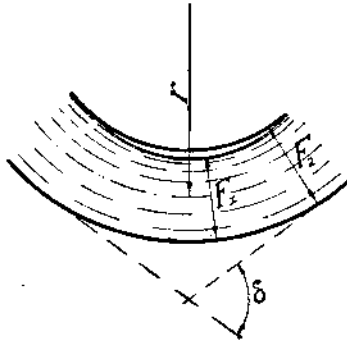
$$\alpha = \frac{F_x}{F_2} = 0,414.$$

При таком же угле отклонения Вейсбах нашел для трубы в 10 mm диаметром: $\gamma = 1,536$ и $\alpha = 0,446$.

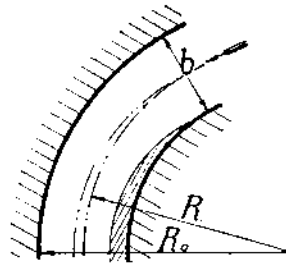
Несогласие с выведенными формулами, как видно, становится еще более. Вейсбах это отклонение от формулы (435) объясняет влиянием диаметра трубы. Закругления производят действие, подобное нами рассмотренным коленам (фиг. 171). Для коэффициента γ в этом случае Дюбуа дает следующую формулу:

$$\gamma = \left(\frac{F_2}{F_x} - 1 \right)^2 = (0,0039 + 0,0185r) \frac{l}{r^2}, \dots \dots \dots (436)$$

где r — радиус закругления оси трубы, и l — длине криволинейной части трубы, при чем r и l выражены в метрах.



Фиг. 171.



Фиг. 172.

Вейсбах для этого случая дает следующую формулу:

$$\gamma = \left[0,131 + 0,163 \left(\frac{d}{r} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \frac{\delta^\circ}{90} = \gamma_1 \frac{\delta^\circ}{90}, \dots \dots \dots (437)$$

где d — диаметр трубы, r имеет прежнее значение, а δ выражено в градусах. Для облегчения вычислений приведем таблицу, которая дает значения γ_1 :

$\frac{d}{r} = 0,1$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\gamma_1 = 0,131$	0,138	0,158	0,206	0,295	0,440	0,661	0,977	1,408	1,978.

При изгибах в каналах потерю напора можно определять по следующей формуле:¹⁾

$$h = 2,23 \frac{b}{R} \left(n + \sin \delta \right) \frac{v^2}{2g}, \dots \dots \dots (438)$$

где b — ширина прямоугольного канала (фиг. 172), R — средний радиус закругления канала, n — число прямых углов изгиба канала, δ — угол отклонения потока, меньший 90° , и v — скорость течения.

¹⁾ См. статью проф. А. Я. Миловича, помещенную в журн. «Вестник Инженеров», 1915 г. № 19.

Для избежания отжима потока от внутренней стенки, способствующего образованию наносов (заштрихованная площадь на чертеже), должно иметь место неравенство:

$$R_{\min} \geq 2,23b \dots \dots \dots (439)$$

Если обозначим через R_0 радиус кривизны внешней стенки, то

$$R_0 = R + 0,5b,$$

и предыдущее условие, т.-е. желание избежать отжима, требует, чтобы выполнялись неравенства:

$$\left. \begin{aligned} b &\leq 0,37 R_0 \\ R_0 &\geq 2,73b \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (440)$$

Вышеприведенные неравенства обуславливают максимальное значение для ширины b канала или естественного потока, до которой возможно еще доходить без появления отжима потока, и

$$b_{\max} = 0,37 R_0 \dots \dots \dots (441)$$

Потеря напора от трения в трубах.

50. Частицы воды, двигаясь по трубам, испытывают влияние стенок труб, которые задерживают их движение; вследствие этого частицы, расположенные около оси трубы, имеют наибольшую скорость.

В практике не принимают во внимание этих изменений скоростей и считают, что все частицы в данном сечении движутся с одинаковой скоростью — средней скорости течения, при чем полагают, что все струйки параллельны оси трубы.

Сопротивление движению воды (трение) пропорционально величине поверхности, смоченной жидкостью (поверхности трения), и некоторой функции от средней скорости; сопротивление зависит от рода стенок и не зависит от давления.

Предположим, что у нас движение установившееся, или в данный промежуток времени протекает определенное количество воды, т.-е. положим, например, что в секунду протекает объем Q воды; если обозначим через $\omega, \omega', \omega''$ и т. д. площади нормальных к оси трубы сечений и через v, v', v'' и т. д. средние скорости в этих сечениях, то

$$\omega v = \omega' v' = \omega'' v'' = \dots = Q$$

Если диаметр трубы постоянный, то

$$\omega = \omega' = \omega'',$$

и

$$v = v' = v''.$$

Рассмотрим часть трубы, заключающую жидкость между сечениями AB и $A'B'$, находящимися на бесконечно-близком расстоянии одно от другого (фиг. 173). Положим:

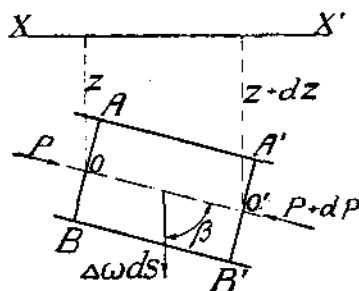
ds = расстоянию между сечениями AB и $A'B'$;

β = углу, образуемому осью трубы с вертикалью;

ω = площади поперечного сечения трубы;

u = периметру, смоченному жидкостью в рассматриваемом сечении;

p = среднему давлению на единицу площади в сечении AB ;



Фиг. 173.

$p + dp$ — среднему давлению в сечении $A'B'$;

γ — сопротивлению на единицу поверхности, направленному касательно к стенкам трубы;

Δ — весу единицы объема воды.

Так как мы рассматриваем равномерное движение, то силы, производящие движение, и силы, сопротивляющиеся движению, должны уравновешиваться, а потому, проектируя действующие силы на ось трубы и приравнявая сумму проекций нулю, получим:

$$p\omega + \Delta \omega ds \cos \beta - (p + dp)\omega - \gamma \omega ds = 0.$$

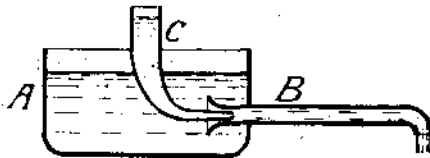
Положим, z — ордината точки O и $z + dz$ ордината точки O' , тогда:

$$dz = ds \cos \beta.$$

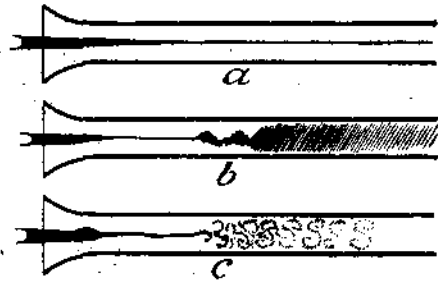
Подставляя это значение в вышеприведенное уравнение после сокращения, получим:

$$dz - \frac{dp}{\Delta} - \frac{\gamma}{\omega \Delta} ds = 0 \dots \dots \dots (442)$$

В последнем дифференциальном уравнении член $\frac{\gamma}{\omega \Delta} ds$ выражает собою влияние вредных сопротивлений на движение жидкости. Относительно некоторых явлений, сопровождающих движение воды в трубах, заслуживают внимания очень интересные и своеобразные исследования профес-



Фиг. 174.



Фиг. 175.

сора Osborne Reynolds ¹⁾. При своих опытах Осборн Рейнольдс пользовался следующим прибором: в сосуду A , наполняемому водою (фиг. 174), присоединялась стеклянная трубка B с хорошо скругленными концами, через которую происходило истечение воды из сосуда; в расширенный конец трубки B вводился кончик пипетки C , располагаемый по оси трубки B ; через пипетку впускалась тонкая струйка окрашенной жидкости. При опытах оказывалось, что при малых скоростях подрашенная струйка не смешивалась с остальными струйками воды и двигалась правильной, тонкой осевой ниткой по всей длине трубки B (фиг. 175, a), отчего можно подгадать, что при таких малых скоростях жидкость, т.-е. в данном случае вода, движется по трубе параллельными струйками. Но, начиная с некоторой скорости, которую Рейнольдс называет критической, струя окрашенной жидкости на некотором расстоянии от входа в трубку B разбивалась, окрашивая всю воду, заполнявшую трубку B , и вода оказывалась мутной (фиг. 175, b). Для того, чтобы выяснить происходящее явление, Рейнольдс освещал прибор рядом электрических искр, тогда можно было видеть, что кажущееся помутнение воды происходило от ряда вихрей (фиг. 175, c), на которые разбивалась окрашенная струйка.

¹⁾ Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Vol. 174. Part III.

Для скоростей, меньших критической скорости, сопротивления можно принимать пропорциональными первой степени скорости, а для скоростей, превышающих критическую скорость, следует уже принимать сопротивления возрастающими пропорционально квадрату скорости течения.

Величина критической скорости изменяется от температуры жидкости (с повышением температуры уменьшается) и от диаметра трубы — тем ниже, чем больше диаметр трубы.

Рейнольдс для определения величины полной потери на вредные сопротивления дает следующую формулу:

$$h = \frac{B^n \cdot P^{2-n}}{A} \cdot \frac{L}{D^{2-n}} \cdot v^n, \dots \dots \dots (443)$$

где D и L — диаметр и длина трубы, v — средняя скорость течения, все величины выражены в метрах;

$$A = 67,7 \cdot 10^4 = 67\,700\,000; B = 396,3; P = \frac{1}{1 + 0,0337t + 0,000\,221t^2},$$

где t — температура жидкости в градусах Цельсия.

Если скорость v меньше критической, то $n=1$, если же средняя скорость превышает критическую, то величина n зависит от степени шероховатости стенок и принимается:

для свинцовых и стеклянных труб	$n = 1,79$
» новых чугунных труб	$n = 1,88$
» чугунных очищенных труб	$n = 1,91$
» » загрязненных труб	$n = 2,00$
» асфальтированных железных труб	$n = 1,82$

Формула (443) пригодна для жидкостей различных физико-химических свойств.

Рейнольдс также дает эмпирическую формулу для определения критической скорости:

$$v_k = \frac{k \cdot k'}{\frac{\Delta}{g} \cdot D}, \dots \dots \dots (444)$$

где постоянная величина k' (абсолютное число) заключается между 1900 и 2000. Величина k представляет собой коэффициент вязкости (липкости, клейкости) и по опытам О. Е. Мауер для воды:

Температура воды.	10,1°	15,5°	17,9°	21,6° Celsius
$k =$	157×10^{-6}	136×10^{-6}	129×10^{-6}	118×10^{-6}

Например, при 15°С можно принять $k = 140 \times 10^{-6}$; полагая $\frac{\Delta}{g} = \frac{1000}{9,81}$ и $k' = 2000$, определим критическую скорость:

$$v_k = \frac{14 \cdot 10^{-9} \cdot 9,81 \cdot 2 \cdot 10^3}{10^6 \cdot 10^3 \cdot D} \cong \frac{14 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 10^3}{10^6 \cdot 10^3 \cdot D} \cong 28 \cdot \frac{1}{10^4 D}$$

Если положить $D = 0,01$ м, то $v_k \cong 0,28$ м/сек.

При $D = 1$ м, $v_k = 0,0028$ м/сек.

В совершенной, или идеальной жидкости трение отсутствует.

Сравнивая последние два уравнения, видим, что падение напора

$$BE = \frac{u}{\omega} \frac{f(v)}{\Delta} s.$$

Этот потерянный напор затрагивается на преодоление вредных сопротивлений.

Уравнение (448) можно написать в другом виде:

$$-z_0 + \frac{p_0}{\Delta} = -z + \frac{p}{\Delta} + \frac{u}{\omega} \cdot \frac{f(v)}{\Delta} s,$$

или

$$-z_0 + \frac{p_0}{\Delta} + \frac{v^2}{2g} = -z + \frac{p}{\Delta} + \frac{v^2}{2g} + \frac{u}{\omega} \frac{f(v)}{\Delta} s \dots \dots \dots (449)$$

Сравнивая эти уравнения с уравнением (78), видим, что

$$\zeta = \frac{u}{\omega} \frac{f(v)}{\Delta} s,$$

следовательно, $BE = \zeta$, т. е. действительно равняется напору, теряющемуся на трение.

Потеря напора на единицу длины трубы будет

$$\frac{BE}{s} = \frac{u}{\omega} \frac{f(v)}{\Delta} = J \dots \dots \dots (450)$$

Если d = диаметру трубы, то $u = \pi d$, и $\omega = \frac{1}{4} \pi d^2$, и тогда:

$$\frac{Jd\Delta}{4} = f(v) \dots \dots \dots (451)$$

Соединив верхние точки пиезометрических высот, получим линию AB .

В практике водопроводные трубы известной длины всегда состоят из звеньев, заметно прямолинейных, уклоны в большинстве случаев незначительны, так что без затруднений можно определить направление линии AB . Если обратимся к ур. (449), то из него видно, что подобным же построением легко определить и линию или плоскость напора. Действительно, откладываясь вверх величину (фиг. 176)

$$AA' = \frac{v^2}{2g}$$

и проводим линию $A'B'$, параллельную AB , — линия $A'B'$ и будет линией напора, которая, вследствие вредных сопротивлений, имеет наклонное к горизонтальной оси XX' положение (как это и было указано в § 20).

Если у нас будет круглая труба, смачиваемый периметр которой $= u$, и площадь поперечного живого сечения $= \omega$, а длина трубы $= l$, то добавочный член ζ в ур. Д. Барнулли, как представляющий собою работу вредных сопротивлений, отнесенную к одному килограмму жидкости (см. § 19), может быть представлен в следующем виде:

$$\zeta = \frac{\Delta \cdot u \cdot l \cdot f(v) \cdot v}{\Delta \cdot \omega \cdot v} = \frac{u}{\omega} l \cdot f(v).$$

Но

$$\frac{u}{\omega} = \pi d : \frac{\pi d^2}{4} = \frac{4}{d},$$

и, следовательно,

$$\zeta = \frac{4l}{d} f(v).$$

Воспользовавшись выражением (446) и подставляя соответствующее значение вместо $f(v)$, получим

$$\zeta = 4\zeta_1 \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}.$$

Обозначая $4\zeta_1$ через λ , окончательно получим:

$$\zeta = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} \dots \dots \dots (452)$$

Для определения $f(v)$ предложено очень много формул; мы здесь приведем некоторые из них, с которыми чаще приходится встречаться.

По Дарси:

$$\frac{f(v)}{\Delta} = \frac{1}{4} Jd = \left(\alpha + \frac{\beta}{d} \right) v^5, \dots \dots \dots (453)$$

где d — диаметр трубы, выраженный в метрах. Для новых чугунных труб, гладких внутри, Дарси дает коэффициенты:

$$\alpha = 0,000\ 253\ 5 \text{ и } \beta = 0,000\ 006\ 47,$$

которые советует удваивать для труб старых, покрытых известковыми осадками. Указанные значения α и β для старых труб слишком велики, как это оказалось по опытам других инженеров. Дарси дает таблицы для определения коэффициентов для труб до 0,5 м.

В случаях, когда не требуется большой точности, для упрощения принимают для старых труб:

$$\alpha = 0,000\ 625 \text{ и } \beta = 0.$$

М. Фламан (M. Flamant) на основании более чем 500 опытов во Франции и Англии вывел формулу следующего вида:

$$\frac{1}{4} Jd = 0,00023 \sqrt{\frac{v^5}{d}}, \dots \dots \dots (454)$$

в этой формуле d и v выражены в метрах; она применима даже для очень значительных диаметров, до 1,2 м.

Эту же формулу можно представить в другом виде:

$$J = a \frac{v^{7/4}}{d^{5/4}}, \dots \dots \dots (455)$$

где для новых чугунных труб . . . $a = 0,000\ 74$

» старых » » . . . $a = 0,000\ 92$

» свинцовых, оцинкованных,
железных и стеклянных . . $a = 0,000\ 52$ до 0,000 62.

По Вейсбаху

$$\frac{1}{4} Jd = \left(\alpha + \frac{\beta}{\sqrt{v}} \right) v^5, \dots \dots \dots (456)$$

где $\alpha = 0,000\ 733\ 6$, и $\beta = 0,000\ 482\ 8$.

Гангилье (Ganguillet) и Куттер (Kutter) предложили следующую формулу:

$$\frac{1}{4} Jd = \left(0,0001 + 0,00028 \frac{\alpha}{\sqrt{1/d}} + 0,0004 \frac{\alpha^2}{d} \right) v^5, \dots \dots (457)$$

где $\alpha = 0,15$ для новых труб,

» $\alpha = 0,25$ для старых труб.

Франк (Frank) дает для определения $\frac{1}{4} Jd$ следующую формулу:

$$\frac{1}{4} Jd = \left(\alpha + \frac{\beta}{\sqrt{d}} \right) v^5, \dots \dots \dots (458)$$

где $\alpha = 0,000\ 512$, $\beta = 0,000\ 385$.

Проф. М. Robert Manning предлагает формулу для труб, покрытых осадками, которая имеет вид очень удобный для логарифмирования:

$$\frac{1}{4} Jd = \frac{0,00078}{\sqrt{d}} v^2 \dots \dots \dots (459)$$

Лампе (Lampe) для труб, покрытых осадками, дает формулу следующего вида:

$$\frac{1}{4} Jd = \frac{0,0001889 v^{2/5}}{\sqrt[5]{d}} \dots \dots \dots (460)$$

Проф. Унвин (Unwin) рекомендует определять сопротивление по формуле:

$$\frac{1}{4} Jd = \frac{a}{4} \frac{v^2}{d^{n-1}}, \dots \dots \dots (461)$$

где a и n имеют различные значения и зависят от состояния стенок трубы, и изменяются между 1,79 и 2.

Определивши по одной из формул величину $\frac{1}{4} Jd$, мы определим сопротивление J на единицу длины водопровода; помножив J на полную длину водопровода диаметра d , найдем полное сопротивление на этом пути.

Присоединяя к приведенным формулам равенство:

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} \cdot v, \dots \dots \dots (462)$$

мы можем решать различного рода задачи.

При устройстве водоснабжения во многих городах России трубы рассчитывались по формуле Дарси-Базена, по которой полная потеря h напора на длине L водопровода, при скорости v в метрах и диаметре d в метрах,

$$h = \left(a + \frac{4b}{d} \right) \frac{4v^2}{d} \times L \dots \dots \dots (463)$$

Выбирая a и b для труб, бывших в действии, полагаем

$$a = 0,00019, \quad b = 0,0000133.$$

Тогда полная потеря напора будет:

$$h = \left(0,00019 + \frac{0,0000532}{d} \right) \frac{4v^2}{d} \times L,$$

или

$$h = \left(0,00078 + \frac{0,0002128}{d} \right) \frac{v^2}{d} \times L \dots \dots \dots (464)$$

Если обозначить расход воды через Q , то

$$v^2 = \left(\frac{4Q}{\pi d^2} \right)^2 = 1,62112 \frac{Q^2}{d^4},$$

и полная потеря напора будет:

$$h = \left(0,001232 + \frac{0,00034497}{d} \right) \frac{Q^2}{d^5} L = \frac{0,001232(d + 0,28)}{d} \frac{Q^2}{d^5} L \text{ метров } (465)$$

Здесь еще приведем формулу Биля (Biel)¹⁾, по которой потеря h напора на длине l трубопровода или канала, при скорости v в метрах, будет:

$$h = 0,001 \left(0,12 + \frac{a}{\sqrt{R}} + \frac{b}{v\sqrt{R}} \cdot \frac{n}{\Delta} \right) \frac{v^2}{R} \cdot l, \dots \dots \dots (466)$$

¹⁾ См. Zeitschrift d. Ver. d. Ing. 1908, №№ 26, 27.

где R — средний гидравлический радиус, a и b — коэффициенты шероховатости, n — коэффициент вязкости, и Δ — вес единицы объема. Значения величин a и b и отношения $n : \Delta$ указаны в нижеприведенных таблицах.

	a	b
Для очень гладких труб (металлических, стеклянных и т. п.)	0,0064	0,95
» гладких стенок (металлических, цементных, гончарных труб и т. п.)	0,018	0,71
» негладких стенок (чугунных и деревянных труб и т. п.)	0,036	0,46
» стенок из камня, бетона, встроганных досок и т. п.	0,054	0,27
» » » обыкновенного камня, кирпича и т. п. . .	0,072	} практически незначи- тельной величины
» » » неотесанного бутового камня	0,18	
» каналов и потоков с земляными стенками, образующими естественные береговые откосы, покрытые растительностью	0,29	
» естественных русел	0,5	
» каналов со стенками из валунов	0,75	
То же при крупных валунах	0,9	
То же при очень крупных валунах	1,06	

	Значение $\frac{n}{\Delta}$						
Градусы Цельсия	0	5	10	20	30	100	1200
Вода	0,01775	0,01515	0,0131	0,0101	0,0081	0,0031	—
Эфир	—	—	—	0,00853	—	—	—
Ртуть	—	—	—	0,00118	—	—	—
Жидкая угольная кислота под давлением 59 kg/cm ²	—	—	—	0,000862	—	—	—
Сурепное масло	27,7	6,8	4,07	1,98	1,1	—	—
Воздух	0,137	0,141	0,146	0,161	0,165	0,23	2,36
Светильный газ	—	—	—	0,23	—	—	—
Водород	1,07	—	—	1,21	—	1,7	18,8

Как видно, и эта формула, как и формула Рейнольдса, применима для жидкостей различных физико-химических свойств.

При пользовании многими существующими формулами для определения сопротивлений при движении воды в трубах, нередко приходилось убеждаться, что при малых диаметрах труб расчетные величины сопротивлений получались меньшими действительных, и обратно — при больших диаметрах сопротивления преувеличивались, в особенности в тех случаях, когда приходилось считаться с загрязненностью труб — понятием весьма растяжимым и не поддающимся точному учету, другими словами — вполне неопределенным.

Желаю хотя бы немного осветить этот вопрос, мы прибегли к графическому методу решения намеченной нами задачи. Пользуясь им и изображая графически результаты вычислений по различным формулам, можно было заметить довольно большие расхождения в полученных конечных величинах. Отделяя решения, более правильно учитывающие влияние загрязнения труб (руководствуясь в этом практическими данными и своими личными наблюдениями, указывающими, что влияние загрязнения сильно ослабляется с увеличением диаметра трубы и в этом отношении не следует никакой пропорциональности), можно было подметить некоторую закономерность в расположении наносимых точек, давшую возможность напасть на вид формулы, учитывающей влияние загрязнения, и ввести в нее член, сильно влияющий на изменение сопротивления с изменением диаметра трубы и оказывающий малое влияние при применении формулы к чистым трубам, но все-таки необходимый и изменяющий решение в благоприятную сторону.

Для определения потери напора оказалось возможным воспользоваться формулой (452), по нашему мнению, очень удобною для вычислений, и, если мы обозначим полную потерю на преодоление вредных сопротивлений вместо буквы ζ буквою h , как это мы делали в предыдущей формуле, то формула (452) представится в следующем виде:

$$h = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}, \dots \dots \dots (467)$$

где коэффициент λ определяется по следующей формуле:

$$\lambda = a \left(1 + \frac{1}{40d} \right) - b\sqrt{d}, \dots \dots \dots (468)$$

которую мы рискуем предложить вниманию лиц, интересующихся этим вопросом ¹⁾.

Значения коэффициентов a и b в формуле (468), при единице длины — метр и при применении труб для пропуска воды, следующие:

для новых труб	$a = 0,022,$	$b = 0,005,$
» загрязненных труб	$a = 0,03,$	$b = 0,01,$
» старых труб	$a = 0,04,$	$b = 0,01,$

при чем для труб, содержание которых в чистом виде обеспечено, коэффициентам a и b придаются значения, указанные для новых труб; для воздушных и подземных труб, не обеспеченных от загрязнения, но очистка которых не представляет больших затруднений, можно советовать выбирать для коэффициентов a и b значения, указанные для загрязненных труб; и для труб подземных или мало доступных для осмотра, очистка которых затруднительна и не может быть произведена за отсутствием надлежащих приспособлений, рекомендуется выбирать значения для коэффициентов a и b , указанные для старых труб.

Предлагаемая формула применима для малых, средних и больших диаметров труб, при скоростях 0,25 — 3 м/сек и даже более.

Формулу (467) можно преобразовать.

Если обозначим буквою Q расход воды в 1 сек., то

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} \cdot v,$$

и

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} \text{ или } v^2 = \frac{16Q^2}{\pi^2 d^4}.$$

¹⁾ Формула была опубликована в первый раз в Инженерном Календаре, изданном в 1923 г. проф. А. Ф. Астафьевым.

Подставляя это значение в формулу (467), получим:

$$h = \frac{8\lambda}{\pi^2 g} \cdot \frac{Q^2 l}{d^5} \dots \dots \dots (469)$$

Полагая

$$\frac{8\lambda}{\pi^2 g} = \varphi, \text{ или } \frac{8\lambda}{\pi^2 g} = \frac{1}{\gamma},$$

можем представить формулу (469) в следующих двух видах:

$$h = \varphi \frac{Q^2 l}{d^5} \dots \dots \dots (470)$$

$$h = \frac{Q^2 l}{\gamma d^5} \dots \dots \dots (471)$$

Можно получить еще третий вид формулы, полагая $\frac{\varphi}{d^5} = k$, тогда:

$$h = k \cdot Q^2 \cdot l \dots \dots \dots (472)$$

При пользовании формулой (472) — коэффициент k получает следующее значение:

$$k = \frac{8}{\pi^2 \cdot g \cdot d^5} \left[a \left(1 + \frac{1}{40d} \right) - b \sqrt{d} \right] \dots \dots \dots (473)$$

Для облегчения вычислений ниже приводятся таблицы для нахождения значений коэффициента k в зависимости от выбираемого диаметра трубы, для загрязненных и старых труб.

Значение коэффициента k для загрязненных труб.

$$(a = 0,03, b = 0,01.)$$

d мм.	k	d мм.	k	d мм.	k
10	859.10 ⁸	125	87,9	600	0,0249
20	1 706.10 ⁸	150	33,78	700	0,0112
30	181.10 ⁸	175	15,15	750	0,00777
40	37 750	200	7,54	800	0,00554
50	11 310	225	4,097	900	0,00298
60	4 260	250	2,37	1000	0,00176
70	1 867	300	0,917	1100	0,001024
75	1 298	350	0,413	1200	0,000 655
80	922,6	400	0,206	1300	0,000 427
90	493,9	450	0,117	1400	0,000 287
100	283,3	500	0,0644	1500	0,000 199

Значение коэффициента k для старых труб ¹⁾.

($a=0,04$, $b=0,01$.)

d миллим.	k	d миллим.	k	d миллим.	k
40	50 832,8	175	20,28	700	0,016 25
50	15 271,5	200	10,465	750	0,011 38
60	5 770,7	225	5,683	800	0,008 15
70	2 538,1	250	3,312	900	0,004 42
75	1 761,9	300	1,287	1000	0,002 56
80	1 250,6	350	0,571	1100	0,001 563
90	674,4	400	0,292	1200	0,000 992
100	386,7	450	0,159	1300	0,000 654
125	120,8	500	0,0955	1400	0,000 444
150	49,87	600	0,036	1500	0,000 309

Покажем на примерах, каким образом пользоваться формулой (472).

1) Положим, имеется воздушный или подземный водопровод, очистка труб которого возможна, но производится редко. Длина водопровода $= 1000$ м, и $d=200$ мм. Требуемый расход на конце водопровода $Q=60$ литров в сек. ($0,06$ м³). При данных условиях трубопровод следует рассчитывать как загрязненный, и, придавая коэффициенту k соответствующее диаметру значение, получим:

$$h = k \cdot Q^3 l = 7,54 \cdot 0,06^3 \cdot 1000 = 27,14 \text{ м.}$$

Скорость течения

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} = 1,91 \text{ м,}$$

Скоростный напор

$$\frac{v^2}{2g} \approx 0,18 \text{ м,}$$

Полный необходимый напор будет:

$$H = 27,14 + 0,18 = 27,32 \text{ м.}$$

Если трубопровод будет поставлен в такие условия, что очистка его весьма затруднительна, то придется пользоваться второй таблицей — для старых труб, и

$$h = 10,465 \cdot 0,06^3 \cdot 1000 = 37,67 \text{ м,}$$

и требуемый напор будет:

$$H = 37,67 + 0,18 = 37,85 \text{ м.}$$

2) Требуется определить диаметр трубопровода, пропускающего 300 литров воды в секунду при напоре в 10 м и длине $l=3800$ м. Обыкновенно скоростный напор очень незначителен, а потому им свободно можно пренебречь, и тогда:

$$k = \frac{h}{Q^3 l} = \frac{10}{0,3^3 \cdot 3800} \approx 0,0291.$$

¹⁾ Жирным шрифтом в таблицах обозначены диаметры по русскому метрич. сортаменту (см. Инженерный Календарь. 1923 г. Стр. 123. Изд. проф. А. Ф. Астафьева).

Если пользоваться таблицей для загрязненных труб, то ближайший диаметр будет:

$$d = 600 \text{ mm.}$$

Если же считать трубопровод старым, то

$$d = 700 \text{ mm.}$$

Заканчивая отдел о сопротивлениях в трубопроводах, следует еще коснуться вопроса, рассматривающего сопротивление в трубках очень небольших диаметров — капиллярных. В этом отношении большой интерес представляют работы врача Poiseuille ¹⁾, — при своих опытах он брал трубки диаметром от 0,03 до 0,14 mm, доводил давление до 8 атмосфер, при колебаниях температуры воды от 0 до 45° C, трубки брались небольшой длины — 100 mm и меньше.

Пуазейль дал для таких трубок следующую ²⁾ формулу:

$$Q = 1836,724 [1 + 0,0337t + 0,000221t^2] \frac{hd^4}{l}, \dots \dots (474)$$

где Q — расход воды в 1 сек. в куб. миллиметрах, t — температура в градусах Цельсия, d — диаметр и l — длина трубки в миллиметрах, h — напор, затрачиваемый на преодоление вредных сопротивлений, выраженный в миллиметрах ртутного столба. Если через v обозначим скорость в миллиметрах в 1 секунду и потерянный напор h будем измерять высотой водяного столба, то

$$h = \frac{k \cdot l}{P \cdot d^5} v, \dots \dots \dots (475)$$

где $k = 0,005816$ и $P = 1 + 0,0337t + 0,000221t^2$.

Как видно, в капиллярных или волосных трубках потеря напора пропорциональна первой степени скорости и длине трубки и обратно-пропорциональна второй степени диаметра.

Для определения потерь напора в трубах можно также пользоваться графическим методом, значительно облегчающим вычисления ³⁾.



Водопроводы.

51. Провод воды трубами представляет в известных случаях большие преимущества сравнительно с открытыми каналами. Применяя трубы, мы избегаем дорого стоящих туннелей и акведуков, главное же преимущество труб — можно иметь в распоряжении значительный напор.

Систем снабжения водою существует три.

1) Система постоянная (непрерывная), при этой системе вода постоянно находится под давлением во всех трубах, так что ее всегда можно получать, во всякое время дня и ночи.

2) Система переменная (перемежающаяся, или периодическая), при ней пускают воду в ту или другую часть города только на несколько часов, после чего трубы запирают. При этой системе в каждом доме или, как обыкновенно делается в больших домах, в каждой квартире,

¹⁾ См. Comptes rendus, T. XI (1840 г.), стр. 931 и 1041, и T. XII (1841 г.), стр. 112.

²⁾ Более точная формула имеет следующий вид:

$$Q = 1836,724 (1 + 0,033679t + 0,000220993t^2) \frac{hd^4}{l}.$$

³⁾ См. Труды Донского Отделения Русского Технического Общества. 1901. Доклад инженер-технолога П. Ф. Горбачева: о расчете скоростей течения и отводоспособностей в водопроводах и водосточках.

находится особый резервуар, который наполняется водою в те часы, когда она бывает отперта. Из резервуаров вода расходится для хозяйственных и других потребностей в продолжение времени выключения сети.

3) Смешанная система, состоящая из соединения первых двух и проявляющаяся в весьма разнообразных видах: в одних городах некоторые части снабжаются по постоянной системе, другие — по переменной; в других городах принято постоянное снабжение в течение осени, зимы и весны, а в течение лета — переменное; в третьих — вода бывает в трубах в продолжение всего дня и запирается на ночь и т. п.

В больших городах, если хорошего качества воды недостаточно, устраивают иногда две параллельные сети: одна для чистой, питьевой воды, другая подает воду неочищенную для хозяйственных, промышленных и общественных целей.

Самая удобная система — первая. Переменная система имеет очень много неудобств:

а) устройство баков (если баки имеют течь, то можно остаться без воды); б) опасность во время пожара, вследствие могущего быть недостатка воды; в) при гористой местности вода будет стекать в нижнюю часть города, и через неплотности в трубах может всасываться почвенная вода и воздух вместе с миазмами, а при наполнении труб водою она растворяет все эти прибавки, следовательно, как видно, трубы не должны оставаться без воды; г) наконец, в баках и цистернах вода загрязняется и портится, в особенности летом.

Достоинства переменной системы:

а) город разбивается на отдельные части, приблизительно с равным расходом воды, вследствие чего в магистралях сохраняется постоянная, наименьшая скорость, и размеры труб можно уменьшить; б) расходится вода более экономическим образом. При постоянной же системе, при отсутствии водомеров, тратится зря много воды, что, само собою разумеется, повышает ее стоимость.

Что касается применения двух сетей — для чистой и неочищенной воды, то таковая система водоснабжения имеет крупный недостаток — допускает возможность ошибок и потребление для питья негодной воды.

Источники, из которых производится снабжение городов водою, обыкновенно бывают различного рода; рассмотрим некоторые из них. Наиболее часто приходится для водоснабжения пользоваться горными источниками, озерами, реками и колодцами. Если пользуются горными источниками, то, так как они всегда протекают в долинах между горами, в наиболее узком месте этой долины обыкновенно возводится плотина, за которою уровень воды поднимается до определенной высоты, и таким образом получается резервуар, уровень которого иногда лежит на несколько сот футов выше уровня города, а потому вода из резервуара самотеком может быть направлена в город. Вода подобных горных источников большей частью такого хорошего качества, что может быть употребляема непосредственно без фильтрации. По такой системе, например, устроены водопроводы в Ливерпуле, Эдинбурге, Шеффилде и др. городах Англии.

При получении воды из озер, иногда, благодаря значительно высокому расположению озера, возможно воду спускать в город самотеком; так, например, снабжается водою Глазго, в который вода идет самотеком из озера Loch-Katrine; уровень озера на 367 фут. выше уровня города.

При снабжении городов водою из рек и озер, расположенных низко, приходится поднимать воду машинами. Вода поступает сперва в осадочные бассейны, где она отстаивается, а потом пускается на фильтры для очищения. Иногда осадочных бассейнов не имеется, и вода прямо поступает на фильтры.

При устройстве колодцев мы можем пользоваться почвенною или грун-
товою водою. Вода, выпавшая на землю в виде атмосферных осадков, частью
испаряется, частью стекает по поверхности земли в более пониженные места,
частью поглощается почвою и, пропитывая пласты, расположенные поверх
водонепроницаемого слоя грунта, образует водоносный пласт, вода коего
носит название почвенной воды — в отличие от воды грунтовой,
добываемой из водоносного пласта, лежащего под водонепроницаемым слоем.
Грунтовые воды могут выбиваться на дневную поверхность, образуя так
называемые ключи. Грунтовые воды глубоких водоносных пластов принято
называть артезианскими, которым возможно дать исток на дневную
поверхность путем искусственных сооружений — опускных трубчатых колодцев.

Водопроводы представляют собою сеть каналов или труб, распределяющих
воду от водоприемных устройств при источниках водоснабжения.

Различают водопроводы самотечные, т. е. с естественным уклоном
или гравитационные, и напорные, или насосные. К последнего
рода устройствам следует отнести также пневматическое водосна-
бжение (гидроэлеваторы), при котором пользуются закрытыми резер-
вуарами с сжатым воздухом, давление которого должно быть достаточным
для подъема воды на требуемую высоту или доставления струй воды необхо-
димой мощности. Сжатие воздуха достигается нагнетанием воды или нагне-
танием воздуха особыми воздушными насосами¹⁾.

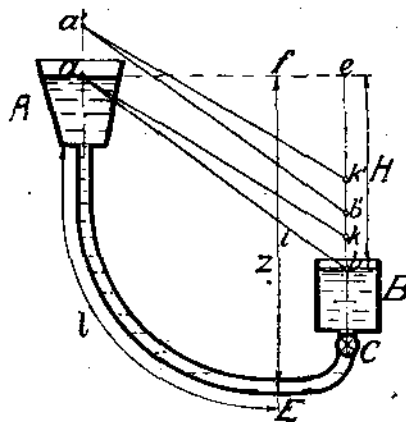
Для достижения известного напора при гравитационных водопроводах
необходимо иметь водосборные резервуары высокого уровня и из них уже
трубами распределять воду, при чем, если вода проводится самотеком по
каналам или трубам, проложенным по особо сооружаемым мостам, то таковые
сооружения называются акведуками (aquae ductus).

В дальнейшем изложении мы будем касаться только напорных водо-
проводов.

Водопровод с постоянным диаметром, расход на неограниченности.

Движение установившееся.

52. Положим, имеем два сосуда A и B , сообщающиеся при помощи
трубы с постоянным диаметром d , при чем длина трубы $= L$ (фиг. 177).



Фиг. 177.

Нижний резервуар B питается водою из верх-
него резервуара A ; на трубе имеется кран C ,
закрывая который мы можем прекратить при-
ток воды. Допустим, что разность уровней $= H$,
и что положение их в каждом резервуаре
с течением времени не изменяется. Такое
движение воды мы можем принять за устано-
вившееся и применить к нему теорему
Д. Бернулли.

Положим:

v_a = скорости на свободной поверхности
резервуара A ,
 v_b = скорости на свободной поверхности
резервуара B ,
 ω_a = площади свободной поверхности
резервуара A ,

¹⁾ См. ниже § 68.

- ω_b = площади свободной поверхности резервуара B ,
 v = средней скорости течения в трубе,
 v_c = скорости в отверстии крана C , через который вода вливается в резервуар B ,
 $\omega = \frac{1}{4} \pi d^2$ = площади сечения трубы,
 ω_c = площади отверстия крана,
 l = расстоянию рассматриваемого сечения E от начала трубы,
 p = давлению в этом сечении,
 Y = напору, потерянному на гидравл. сопротивления на полном протяжении L длины трубы,
 y = напору, потерянному на протяжении l ,
 P = давлению атмосферы на ед. площади свободной поверхности.

Уровень воды в верхнем резервуаре примем за координатную плоскость, вертикальное расстояние центра сечения E до этой плоскости положим $= z$, тогда:

$$0 + \frac{P}{\Delta} + \frac{v_a^2}{2g} = -z + \frac{P}{\Delta} + \frac{v^2}{2g} + y = -H + \frac{P}{\Delta} + \frac{v_b^2}{2g} + Y \dots (476)$$

Предполагая движение сплошным, т.-е. допуская неразрывность массы, мы имеем еще уравнение:

$$\omega_a \cdot v_a = \omega_b \cdot v_b = \omega \cdot v = Q \dots \dots \dots (477)$$

Резервуары A и B обыкновенно настолько значительных размеров, что скорости v_a и v_b будут весьма малы, а потому трением жидкости о стенки резервуаров можно свободно пренебрегать; то же самое можно сказать и о сопротивлениях в изгибах и закруглениях, которыми обыкновенно пренебрегают, так как они значительно меньше сопротивления от трения в трубе. Остается, следовательно, принять во внимание потерю напора на сжатие, при переходе воды из верхнего резервуара в трубу, и потерю напора на трение в трубе на длине ее l . Зная эти потери, мы определим величину y .

Для определения величины Y надо принять во внимание потерю напора на сжатие при входе в трубу, потерю на трение во всей трубе, т.-е. на длине L , и потерю на удар при входе воды в нижний резервуар B . Напор, потерянный на сжатие при входе в трубу, выражается формулой (189) и будет:

$$\frac{Q^2}{2g\omega^2} \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2 = \frac{v^2}{2g} \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2,$$

так как $Q = \omega \cdot v$.

Если принять коэффициент расхода $\mu = 0,62$ (см. табл. 97), то

$$\left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2 = 0,38.$$

Увеличим этот коэффициент, так как некоторые сопротивления не принимаются во внимание, и примем:

$$\left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2 = 0,50.$$

Напор, теряющийся на трение в трубе, будем определять по формуле (471):

$$h = \frac{Q^2 l}{\gamma d^5}.$$

Напор, теряющийся на удар, при проходе воды через кран в нижний резервуар, определится по формуле (188) и будет:

$$\frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\mu\omega_c} - \frac{1}{\omega_b} \right)^2 = \frac{Q^2}{2g\omega^2} \left(\frac{\omega}{\mu\omega_c} - \frac{\omega}{\omega_b} \right)^2;$$

но $Q = \omega \cdot v$; если подставить это значение, то получим для величины потеряннго напора следующее выражение:

$$\frac{v^2}{2g} \left(\frac{\omega}{\mu\omega_c} - \frac{\omega}{\omega_b} \right)^2.$$

Таким образом

$$y = 0,50 \frac{Q^2}{2g\omega^2} + \frac{Q^2 l}{\gamma d^5}.$$

и

$$Y = 0,50 \frac{Q^2}{2g\omega^2} + \frac{Q^2 L}{\gamma d^5} + \frac{Q^2}{2g\omega^2} \left(\frac{\omega}{\mu\omega_c} - \frac{\omega}{\omega_b} \right)^2.$$

Подставляя эти значения в уравнение (476), получим:

$$\begin{aligned} \frac{P}{\Delta} + \frac{v_a^2}{2g} = -z + \frac{p}{\Delta} + \frac{v^2}{2g} + 0,50 \frac{Q^2}{2g\omega^2} + \frac{Q^2 l}{\gamma d^5} = -H + \frac{P}{\Delta} + \\ + \frac{v_b^2}{2g} + 0,50 \frac{Q^2}{2g\omega^2} + \frac{Q^2 L}{\gamma d^5} + \frac{Q^2}{2g\omega^2} \left(\frac{\omega}{\mu\omega_c} - \frac{\omega}{\omega_b} \right)^2 \dots \dots \dots (478) \end{aligned}$$

Это выражение можно упростить, если принять во внимание, что скорость движения воды в трубах очень близка к одному метру, следовательно, при $v=1$:

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{1}{2 \cdot 9,81} \approx \frac{1}{20},$$

но $\frac{P}{\Delta} = \frac{10333}{1000} = 10 \frac{1}{3}$ м, а потому,

$$\frac{v^2}{2g} : \frac{P}{\Delta} = \frac{1}{20} : 10 \frac{1}{3} \approx \frac{1}{200},$$

т.е. высота, соответствующая скорости v , составляет почти $\frac{1}{200}$ часть высоты, измеряющей атмосферное давление. Высоты же, соответствующие скоростям v_a и v_b , т.е. $\frac{v_a^2}{2g}$ и $\frac{v_b^2}{2g}$, будут значительно меньше высоты $\frac{v^2}{2g}$, а потому без большой погрешности этими высотами можно пренебречь. Точно так же отношения:

$$\frac{Q^2}{2g\omega^2} = \frac{\omega^2 v^2}{2g\omega^2} = \frac{v^2}{2g} \text{ и } \frac{\omega}{\omega_a}, \frac{\omega}{\omega_b}$$

можно рассматривать, как весьма малые дроби. Вследствие этих соображений малыми членами пренебрегаем, и уравнения (476) и (478) можно представить в следующем виде:

$$\frac{P}{\Delta} = -z + \frac{p}{\Delta} + y = -H + \frac{P}{\Delta} + Y \dots \dots \dots (479)$$

и

$$\frac{P}{\Delta} = -z + \frac{p}{\Delta} + \frac{Q^2 l}{\gamma d^5} = -H + \frac{P}{\Delta} + \frac{Q^2 L}{\gamma d^5} + \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\mu\omega_c} \right)^2 \dots \dots (480)$$

Следовательно, для величин y и Y мы принимаем следующие значения:

$$y = \frac{Q^2 l}{\gamma d^5} \dots \dots \dots (481)$$

и

$$Y = \frac{Q^2 L}{\gamma d^5} + \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\mu \omega_c} \right)^2 \dots \dots \dots (482)$$

Если кран C будет вполне открыт, то последним членом в ур. (482) можно пренебречь и положить

$$Y = \frac{Q^2 L}{\gamma d^5} \dots \dots \dots (483)$$

Из уравнения (479) видно, что

$$Y = H.$$

Подставляя вместо Y его величину, определяемую формулами (482) и (483), получим:

$$H = \frac{Q^2 L}{\gamma d^5} + \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\mu \omega_c} \right)^2 \dots \dots \dots (484)$$

откуда

$$Q = \sqrt{\frac{H}{\frac{L}{\gamma d^5} + \frac{1}{2g} \left(\frac{1}{\mu \omega_c} \right)^2}} \dots \dots \dots (485)$$

и

$$H = \frac{Q^2 L}{\gamma d^5},$$

откуда

$$Q = \sqrt{\frac{\gamma d^5 H}{L}} \dots \dots \dots (486)$$

Формулами (485) и (486) определяется количество воды Q , доставляемое нижнему резервуару в единицу времени, при постоянном напоре H , при чем формулою (485) пользуемся в том случае, когда кран C прикрыт, а формулою (486) — когда кран совершенно открыт.

Само собою разумеется, применяя формулу (486), мы предполагаем, что потеря напора происходит только вследствие трения в трубе, что более или менее справедливо при значительной длине трубы.

Из уравнения (480) имеем:

$$\frac{p}{\Delta} = z + \frac{P}{\Delta} - \frac{Q^2 l}{\gamma d^5} \dots \dots \dots (487)$$

откуда

$$\frac{p-P}{\Delta} = z - \frac{Q^2 l}{\gamma d^5} \dots \dots \dots (488)$$

$p-P$ = давлению, которому подвергается стенка в сечении E , и

$\frac{p-P}{\Delta}$ будет пнезметрическая высота в сечении E .

Уравнение (487) можно представить в следующем виде:

$$\frac{p}{\Delta} = z + \frac{P}{\Delta} - \frac{Q^2 L}{\gamma d^5} \frac{l}{L},$$

но по ур. (484)

$$\frac{Q^2 L}{\gamma d^5} = H - \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\mu \omega_c} \right)^2,$$

а потому

$$\frac{p}{\Delta} = z + \frac{P}{\Delta} - \left[H - \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\mu \omega_c} \right)^2 \right] \frac{l}{L} \dots \dots \dots (489)$$

Если край *C* вполне открыт, то членом $\frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\mu \omega_c} \right)^2$ пренебрегаем, и

$$\frac{p}{\Delta} = z + \frac{P}{\Delta} - H \frac{l}{L} \dots \dots \dots (490)$$

Вернемся к уравнению (488), — из этого уравнения видно, что, если мы от горизонтальной плоскости *ae* вниз будем откладывать величину

$$h = \frac{Q^2 l}{\gamma d^5},$$

то получим кривую действительных давлений *ab*, при чем величины *Ei* будут пьезометрическими высотами. Чтобы получить кривую внутренних давлений, т.е. такую кривую, которую определяют высоты p/Δ , то, как видно из уравнения (487), следует ординаты кривой *ab* увеличить на высоту P/Δ , и тогда получится искомая кривая *a'b'* (фиг. 177).

Если край *C* будет закрыт, то кривые действительных и внутренних давлений будут другие. Уравнением (489) определяются величины p/Δ и $(p-P)/\Delta$, и можно будет вычертить кривые *a'k'* и *ak*, соответствующие этим давлениям.

Если край *C* закрыт, то $Q=0$ и из уравнения (488) имеем:

$$p - P = \Delta z,$$

или

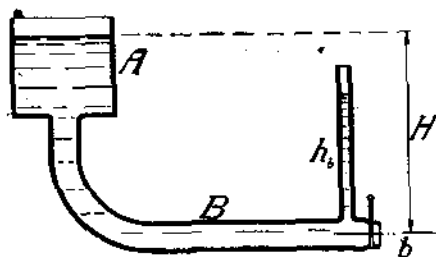
$$p = P + \Delta z,$$

т.е. гидродинамическое давление превратится в гидростатическое, и верхние точки пьезометрических высот будут находиться в горизонтальной плоскости *ae*.

Водопроводы с постоянным диаметром, расход на оконечности.

Движение неустановившееся.

53. Рассмотрим подобный же водопровод в условиях неустановившегося движения.



Фиг. 178.

Положим, имеется водопровод, состоящий из бака *A* и трубы *B* постоянного диаметра *d* (фиг. 178), оканчивающейся отверстием *b*, площадью ω_b , которая может быть изменяема. Положим, $\frac{1}{4} \pi d^2 = \omega$ и v_c — средней скорости в трубе.

Если давление или напор в трубе перед отверстием *b* будет $= h_b$, то расход

$$Q = \mu \omega_b \sqrt{2g \left(h_b + \frac{v_c^2}{2g} \right)} \dots (491)$$

откуда имеем:

$$h_b = \frac{Q^2}{\mu^2 \omega_b^3 \cdot 2g} - \frac{v_c^2}{2g},$$

но $Q = \omega \cdot v_c$ а потому,

$$h_b = \frac{v_c^2}{2g} \left[\frac{\omega^2}{\mu^2 \omega_b^3} - 1 \right] \dots \dots \dots (492)$$

Примем потерю на полной длине L трубы $= \psi \frac{v_c^2}{2g}$, тогда на основании ур. (336) можем написать:

$$H - h_b = (1 + \psi) \frac{v_c^2}{2g} + \frac{1}{g} \int_a^b \frac{dv_c}{dt} ds = (1 + \psi) \frac{v_c^2}{2g} + \frac{L}{g} \frac{dv_c}{dt},$$

где H — полному напору.

Подставляя в последнее уравнение вместо h_b его значение, получим:

$$H = (1 + \psi) \frac{v_c^2}{2g} + \frac{v_c^2}{2g} \left[\frac{\omega^2}{\mu^2 \omega_b^3} - 1 \right] + \frac{L}{g} \frac{dv_c}{dt} \dots \dots \dots (493)$$

откуда:

$$\frac{dv_c}{dt} + \frac{v_c^2}{2L} \left[\psi + \frac{\omega^2}{\mu^2 \omega_b^3} \right] - \frac{gH}{L} = 0 \dots \dots \dots (494)$$

При полном открытии отверстия b до величины $\omega_b = \omega$ следует в ур. (494) подставить ω вместо ω_b .

Если бы у нас было движение установившееся, т.-е. имелся бы случай, рассмотренный в предыдущем § 52, то:

$$v_c = v_a = \text{const},$$

и ур. (493) обратилось бы в следующее:

$$H = \frac{v_a^2}{2g} \left[\psi + \frac{\omega^2}{\mu^2 \omega_b^3} \right] \dots \dots \dots (495)$$

т.-е. получилось бы выражение, совершенно сходное с равенством (484) предыдущего параграфа. Из равенства (495) имеем:-

$$\psi + \frac{\omega^2}{\mu^2 \omega_b^3} = \frac{2gH}{v_a^2}.$$

Пользуясь этим выражением, можем ур. (494) представить в следующем виде:

$$\frac{dv_c}{dt} + \frac{gH}{L} \cdot \frac{v_c^2}{v_a^2} - \frac{gH}{L} = 0,$$

или

$$\frac{dv_c}{dt} + \frac{gH}{L} \left[\frac{v_c^2 - v_a^2}{v_a^2} \right] = 0 \dots \dots \dots (496)$$

Откуда

$$dt = \frac{L}{gH} \left[\frac{v_a^2}{v_a^2 - v_c^2} \right] dv_c \dots \dots \dots (497)$$

Интегрируя ¹⁾, получаем:

$$\int dt = \frac{Lv_a^2}{gH} \int \frac{dv_c}{v_a^2 - v_c^2},$$

¹⁾ Как видно, приходится иметь дело с гиперболической функцией и отыскивать интеграл вида:

$$\int \frac{dx}{a - bx^2} = \frac{1}{2\sqrt{ab}} \lg \frac{\sqrt{ab} + bx}{\sqrt{ab} - bx} + C.$$

В данном случае: $a = v_a^2$, $x = v_c$ и $b = 1$.

или
$$t = \frac{1}{2v_0} \cdot \frac{Lv_0^2}{gH} \lg \frac{v_0 + v_c}{v_0 - v_c} + C = \frac{Lv_0}{2gH} \lg \frac{v_0 + v_c}{v_0 - v_c} + C \dots \dots (498)$$

Для определения постоянной произвольной C положим в первоначальный момент, т.-е. при $t=0$, $v_c=0$, а тогда в этот момент и $h_b=0$ (см. ур. 492), и ур. (498) примет следующий вид:

$$0 = \frac{Lv_0}{2gH} \lg \frac{v_0}{v_0} + C;$$

но $\lg \frac{v_0}{v_0} = \lg 1 = 0$, а потому

$$C = 0,$$

и ур. (498) обратится в следующее:

$$t = \frac{Lv_0}{2gH} \lg \frac{v_0 + v_c}{v_0 - v_c} \dots \dots \dots (499)$$

Если положить

$$\frac{Lv_0}{2gH} = k,$$

то

$$t = k \lg \frac{v_0 + v_c}{v_0 - v_c} \dots \dots \dots (500)$$

Из последнего уравнения легко определить v_c :

$$v_c = v_0 \frac{e^{t/k} - 1}{e^{t/k} + 1} \dots \dots \dots (501)$$

Если расход при установившемся движении обозначим через Q_0 и примем для него $h_b = h_0$, то:

$$Q_0 = \mu \omega_b \sqrt{2g \left(h_0 + \frac{v_0^2}{2g} \right)},$$

и

$$h_0 = \frac{v_0^2}{2g} \left(\frac{\omega^2}{\mu^2 \omega_b^2} - 1 \right).$$

Сравнивая это равенство с выражением (492), найдем, что

$$\frac{h_b}{h_0} = \left(\frac{v_c}{v_0} \right)^2 \dots \dots \dots (502)$$

Но из ур. (501) имеем:

$$\left(\frac{v_c}{v_0} \right)^2 = \frac{e^{t/k} - 1}{e^{t/k} + 1}^2,$$

а потому

$$h_b = h_0 \left[\frac{e^{t/k} - 1}{e^{t/k} + 1} \right]^2 \dots \dots \dots (503)$$

Из выражений (501) и (503) видно, что величины v_c и h_b могут стать равными v_0 и h_0 через бесконечно-большое время, т.-е. лишь через такой промежуток времени может наступить установившееся движение. В действительности при увеличении t/k функция $\frac{e^{t/k} - 1}{e^{t/k} + 1}$ весьма быстро приближается к единице, и, следовательно, величины v_c и h_b весьма быстро получают значения v_0 и h_0 . На скорость сближения этих значений имеет влияние также величина

$$k = \frac{L \cdot v_0}{2g \cdot H},$$

и, как видно, с уменьшением k , т.-е. с уменьшением длины L трубопровода и увеличением напора H , устанавливается быстрее нормальный режим.

Из ур. (503) имеется возможность определить продолжительность восстановления нормального режима; из указанного уравнения имеем:

$$\frac{e^{t/k} - 1}{e^{t/k} + 1} = \sqrt{\frac{h_b}{h_0}},$$

откуда

$$e^{t/k} \left(1 - \sqrt{\frac{h_b}{h_0}} \right) = 1 + \sqrt{\frac{h_b}{h_0}}$$

и

$$e^{t/k} = \frac{1 + \sqrt{\frac{h_b}{h_0}}}{1 - \sqrt{\frac{h_b}{h_0}}}, \dots \dots \dots (504)$$

или

$$\frac{t}{k} = \lg \frac{1 + \sqrt{\frac{h_b}{h_0}}}{1 - \sqrt{\frac{h_b}{h_0}}}$$

и

$$t = k \lg \frac{1 + \sqrt{\frac{h_b}{h_0}}}{1 - \sqrt{\frac{h_b}{h_0}}} \dots \dots \dots (505)$$

Но (см. рав. 495)

$$H = \frac{v_0^2}{2g} \left[\psi + \frac{\omega^2}{\mu^2 \omega_b^2} \right],$$

откуда

$$v_0 = \frac{\sqrt{2gH}}{\sqrt{\psi + \frac{\omega^2}{\mu^2 \omega_b^2}}},$$

а потому:

$$k = \frac{L v_0}{2gH} = \frac{L}{2gH} \cdot \frac{\sqrt{2gH}}{\sqrt{\psi + \frac{\omega^2}{\mu^2 \omega_b^2}}} = \frac{L}{\sqrt{2gH}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\psi + \frac{\omega^2}{\mu^2 \omega_b^2}}} \dots \dots (506)$$

Подставляя это значение для k в ур. (505), получим:

$$t = \frac{L}{\sqrt{2gH}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\psi + \frac{\omega^2}{\mu^2 \omega_b^2}}} \lg \frac{1 + \sqrt{\frac{h_b}{h_0}}}{1 - \sqrt{\frac{h_b}{h_0}}} \dots \dots \dots (507)$$

Как видно, чтобы решение было возможно, необходимо, чтобы имело место неравенство:

$$\frac{h_b}{h_0} < 1,$$

и продолжительность наступления установившегося движения увеличивается с увеличением L и отношения $h_b : h_0$ и уменьшается с увеличением H , что мы уже и видели.

При $\frac{h_b}{h_0} = 0$, и $t = 0$; при $\frac{h_b}{h_0} = 1$ величина t обращается в бесконечность.

Имея выражение (504) — равенство (501) можно преобразовать:

$$v_c = v_0 \frac{e^{t/k} - 1}{e^{t/k} + 1} = v_0 \frac{\frac{1 + \sqrt{\frac{h_b}{h_0}}}{1 - \sqrt{\frac{h_b}{h_0}}} - 1}{\frac{1 + \sqrt{\frac{h_b}{h_0}}}{1 - \sqrt{\frac{h_b}{h_0}}} + 1} = v_0 \sqrt{\frac{h_b}{h_0}} \dots \dots \dots (508)$$

В нижеследующих параграфах рассматриваются движения жидкости только установившиеся.

Определение высоты фонтана.

54. Если бы труба выпускала струю в атмосферу через отверстие в стенке или через особый наконечник, то напор H расходовался бы на преодоление трения в трубе и на сообщение вытекающей воде скорости v , т.-е.

$$H = \frac{Q^2 L}{\gamma d^5} + \frac{v^2}{2g}, \dots \dots \dots (509)$$

но $Q = \mu \cdot \omega \cdot v$, или $v = \frac{Q}{\mu \omega}$, где ω — площадь отверстия для струи, следовательно:

$$H = \frac{Q^2 L}{\gamma d^5} + \frac{Q^2}{2g \mu^2 \cdot \omega^2} = \frac{Q^2}{2g \mu^2 \cdot \omega^2} \left(2g \mu^2 \omega^2 \frac{L}{\gamma d^5} + 1 \right),$$

откуда

$$Q = \mu \omega \sqrt{\frac{2gH}{1 + 2g \mu^2 \omega^2 \frac{L}{\gamma d^5}}} \dots \dots \dots (510)$$

и

$$v = \frac{Q}{\mu\omega} = \sqrt{\frac{2gH}{1 + 2g\mu^2\omega^2 \frac{L}{\gamma d^5}}} \dots\dots\dots (511)$$

Сравнивая эту формулу с формулой (85), видим, что струя будет подниматься на высоту

$$h = \frac{H}{1 + 2g\mu^2\omega^2 \frac{L}{\gamma d^5}} \dots\dots\dots (512)$$

В действительности высота фонтана бывает несколько меньше—вследствие сопротивлений, оказываемых струе воздухом; по опытам Мариотта зависимость между действительной высотой h_1 и теоретической h (по форм. 512) выражается следующим уравнением:

$$h = h_1 + 0,01h_1^2 \dots\dots\dots (513)$$

где h и h_1 должны быть выражены в метрах.

По Вейсбаху:

$$h_1 = h \left(1 - \alpha \frac{h}{\delta} \right), \dots\dots\dots (514)$$

где $\alpha = 0,000\,054$, и δ — диаметру отверстия; все величины выражены в метрах.

Если даны будут H (напор над отверстием) и Q (расход воды в единицу времени), затем высота h_1 (которая должна быть $< H$) и длина L трубы, то, чтобы найти диаметр трубы d и величину отверстия ω , поступаем так: из уравнения (513) определим h ; зная h — найдем v , которая будет:

$$v = \sqrt{2gh}.$$

Определивши v , найдем при заданном расходе Q площадь отверстия ω :

$$\omega = \frac{Q}{\mu v},$$

и зная ω — найдем d .

Истечение из наконечников или брандспойтов. Брызгало.

55. В предыдущем параграфе указано было, каким образом определить высоту струи, истекающей в виде фонтана через наконечник; здесь же мы рассмотрим влияние самого наконечника.

На высоту поднятия струи влияет сжатие струи и сопротивление воздуха, нарушающее связь между отдельными водяными частицами. Высота струи обыкновенно определяется эмпирическими формулами. Люгер ¹⁾ для насадок с полным круговым сечением приводит следующие указания:

1) наименьшее сжатие струи и наибольшая высота струи достигается при таких насадках, которые у выходного конца на коротком расстоянии имеют цилиндрическую форму и затем изнутри к наружному концу постепенно расширяются;

2) при одинаковом напоре высота струи уменьшается с уменьшением внутреннего диаметра насадки и не в простом отношении к диаметру; и

3) каждому калибру насадки соответствует определенная высота поднятия водяной струи, независимо от рабочей высоты напора перед выходным отверстием.

¹⁾ Otto Lueger: Die Wasserversorgung der Städte, 1895, стр. 120 (имеется русский перевод Л. А. Боровича).

Для определения высоты струи существует несколько формул, но все преимущества оказываются на стороне формулы, данной Люгером; по этой формуле высота струи:

$$h = \frac{H}{1 + \varphi H}, \dots \dots \dots (515)$$

или

$$\frac{1}{h} = \frac{1}{H} + \varphi, \dots \dots \dots (516)$$

где все величины выражены в метрах, и H — напору перед выходным отверстием, а коэффициент φ определяется следующей эмпирической формулой:

$$\varphi = \frac{0,00025}{d + 1000d^3}, \dots \dots \dots (517)$$

где d — диаметр выходного отверстия, выраженный также в метрах.

Принимая в уравнении (516) значение $H = \infty$ и определяя для различных диаметров d значение φ , найдем пределы высоты поднятия бьющей струи.

$d = 0,010$	$\varphi = 0,0228$	$H = \infty$	$h = 44 \text{ м}$
$\gg = 0,011$	$\gg = 0,0203$	$\gg = \infty$	$\gg = 49 \text{ »}$
$\gg = 0,012$	$\gg = 0,0183$	$\gg = \infty$	$\gg = 55 \text{ »}$
$\gg = 0,013$	$\gg = 0,0165$	$\gg = \infty$	$\gg = 61 \text{ »}$
$\gg = 0,014$	$\gg = 0,0149$	$\gg = \infty$	$\gg = 67 \text{ »}$
$\gg = 0,015$	$\gg = 0,0136$	$\gg = \infty$	$\gg = 73 \text{ »}$
$\gg = 0,016$	$\gg = 0,0124$	$\gg = \infty$	$\gg = 80 \text{ »}$
$\gg = 0,017$	$\gg = 0,0114$	$\gg = \infty$	$\gg = 87 \text{ »}$
$\gg = 0,018$	$\gg = 0,0105$	$\gg = \infty$	$\gg = 95 \text{ »}$
$\gg = 0,019$	$\gg = 0,0097$	$\gg = \infty$	$\gg = 103 \text{ »}$
$\gg = 0,020$	$\gg = 0,0090$	$\gg = \infty$	$\gg = 111 \text{ »}$
$\gg = 0,021$	$\gg = 0,0083$	$\gg = \infty$	$\gg = 120 \text{ »}$
$\gg = 0,022$	$\gg = 0,0077$	$\gg = \infty$	$\gg = 130 \text{ »}$
$\gg = 0,023$	$\gg = 0,0071$	$\gg = \infty$	$\gg = 141 \text{ »}$
$\gg = 0,024$	$\gg = 0,0066$	$\gg = \infty$	$\gg = 152 \text{ »}$
$\gg = 0,025$	$\gg = 0,0061$	$\gg = \infty$	$\gg = 163 \text{ »}$
$\gg = 0,026$	$\gg = 0,0057$	$\gg = \infty$	$\gg = 175 \text{ »}$
$\gg = 0,027$	$\gg = 0,0053$	$\gg = \infty$	$\gg = 187 \text{ »}$
$\gg = 0,028$	$\gg = 0,0050$	$\gg = \infty$	$\gg = 200 \text{ »}$
$\gg = 0,029$	$\gg = 0,0047$	$\gg = \infty$	$\gg = 213 \text{ »}$
$\gg = 0,030$	$\gg = 0,0044$	$\gg = \infty$	$\gg = 227 \text{ »}$

За недостатком соответствующих опытов для насадок или мундштуков диаметром выше 0,30 м невозможно было проверить результаты, даваемые формулой.

Из ур. (515) имеем:

$$h(1 + \varphi H) = H \text{ или } h + \varphi h H = H,$$

откуда

$$h = H(1 - \varphi h)$$

и

$$H = \frac{h}{1 - \varphi h}$$

Если бы возможно было достигнуть того, чтобы высота $h = H$, то должно было бы иметь место равенство:

$$1 - \varphi h = 1,$$

откуда

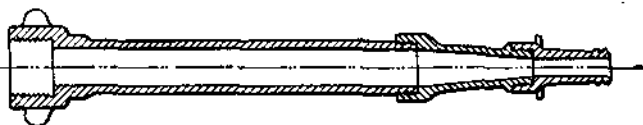
$$\varphi h = 0;$$

но $h > 0$, а потому должно быть:

$$\varphi = \frac{1}{\infty}, \text{ или } \varphi = \frac{0,00025}{d + 1000d^2} = \frac{1}{\infty},$$

или $d = \infty$, а это показывает, что невозможно получить такую насадку, при которой высота струи равнялась бы напору H .

Исследование вопроса о наконечниках для брандспойтов ¹⁾ указывает на то, что наиболее выгодным наконечником для брандспойта является конический наконечник с углом в 13° , каковые наконечники обыкновенно и делаются, и с практической точки зрения необходимо иметь наконечники с изменяющимся отверстием. Что касается самого брандспойта, то цилиндрический брандспойт имеет преимущества перед употребляемыми в настоящее время коническими брандспойтами, так как в коническом брандспойте потеря напора значительно более, чем в цилиндрическом, и по опытам Ясюковича цилиндрический брандспойт может быть изготовлен такого диаметра,



Фиг. 179.

что вес его, а, следовательно, и стоимость, будут одинаковы с весом и стоимостью конического брандспойта (фиг. 179); применяя такой брандспойт, будем иметь потерю напора раза в два меньше, чем в коническом брандспойте.

Кроме потери напора в брандспойтах и наконечниках, следует принимать во внимание еще потерю в шлангах. Исследования, произведенные Ясюковичем, приводят к следующим результатам.

1) Относительная потеря J напора, или потеря на единицу длины, в шлангах может быть вычисляема по формуле:

$$J = k \frac{Q^{1,5}}{D^{4,75}}, \dots \dots \dots (318)$$

в которой, при расходе Q в литрах в минуту и диаметре D шланга в миллиметрах, коэффициент k может быть принят: для резиновых шлангов = 2000, для пенковых = 5000 и для пенковых, выложенных резиной, = 3000.

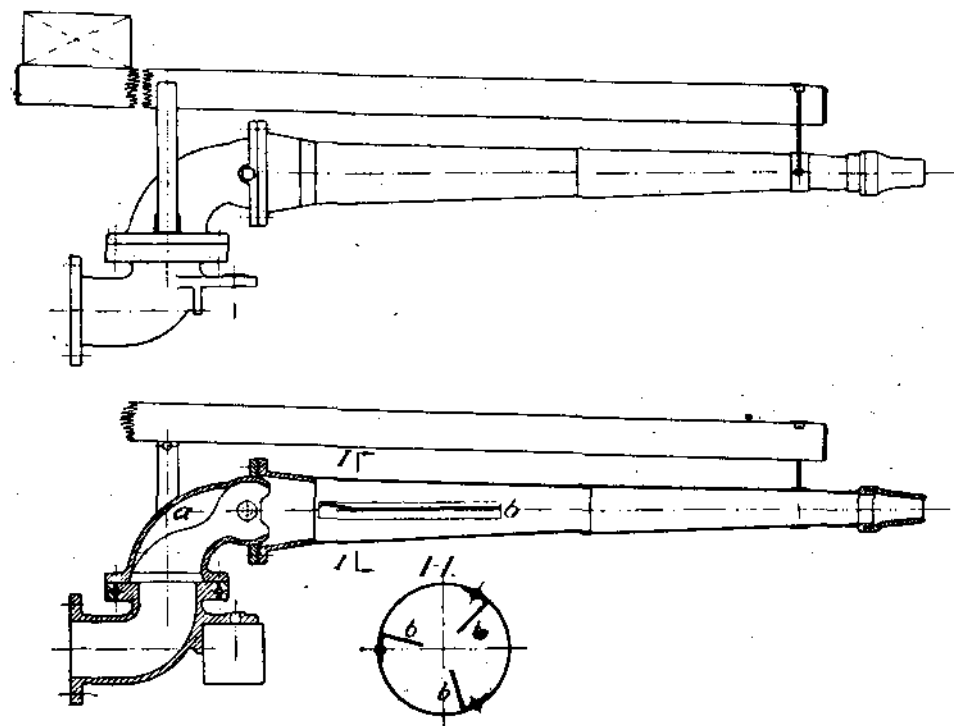
2) Экономические соображения приводят к желательности не конических, а цилиндрических пожарных брандспойтов.

3) Условия пожарного дела требуют переменного выходного отверстия брандспойта, почему желательно в наконечниках иметь приспособления для изменения величины отверстия истечения.

¹⁾ См. труд М. Ясюковича: Исследование вопроса об истечении воды из трубопровода с наконечником в связи с расчетом фонтанных и пожарных струй. 1908.

4) При расчете шлангов с брандспойтами можно не считаться с потерей напора в брандспойте, увеличивая за то фактивно при расчете действительную длину резинового шланга на 6 длин брандспойта, пенкового — на 2,4 длины, пенкового, выложенного резиной, — на 4; при цилиндрических брандспойтах эти величины должны быть в два раза меньше.

Струями воды, истекающими под большим напором, пользуются весьма часто для размыва грунтов и горных пород. Размывом грунта пользуются для сооружения так называемых намывных плотин: струями воды грунт обращается в жидкую массу, которая самотеком направляется к месту работ. Наконечником для таких сильно бьющих струй служит так называемое брызгало (Hydraulic Monitor), устраиваемое в виде поворотного брандспойта (фиг. 180). Для устранения винтообразного движения частиц жидкости, способствующего разбрызгиванию и распыливанию струи, вытекающей из брызгала, последнее снабжается радиальными направляющими ребрами или лопастями *a, b*. Иногда поворотная часть устанавливается на шариках — для облегчения движения.



Фиг. 180.

Диаметр отверстия наконечника делается в 50 — 250 мм (2" — 10"), напор допускается 30 — 185 м (3 — 18 атм). Скорость вытекающей струи доходит до 60 — 90 м/сек (200 — 300 фут. в сек.). Для нормальной успешности размыва расход воды доводят до 0,14 — 0,85 м³ (5 — 30 фут.³) в секунду, хотя приходится пользоваться и меньшими расходами в 0,06 — 0,09 м/сек (2 — 3 фут.³). Сообразно этим расходам и допускаемому давлению определяют размеры наконечника, руководствуясь вышеуказанными соображениями для брандспойтов.

Водопровод с постоянным диаметром, расход на оконечности, при чем высота напора сравнительно с длиной водопровода весьма незначительна.

56. Перейдем к случаю, когда разность высот весьма мала сравнительно с длиной трубы (водопровод в Ленинграде). В этом случае без большой погрешности можно считать, что длина трубы = горизонтальной ее проекции (фиг. 181). Допустим, что ось трубы лежит в вертикальной плоскости, тогда можно положить, что $l = s$.

Потеря напора на трение, как мы видели, равняется

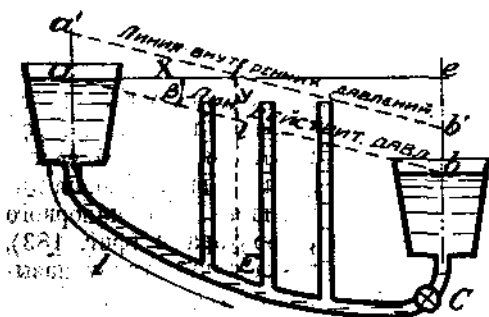
$$\frac{Q^2 l}{\gamma d^5}$$

Откладывая от горизонтальной линии ae вниз величины

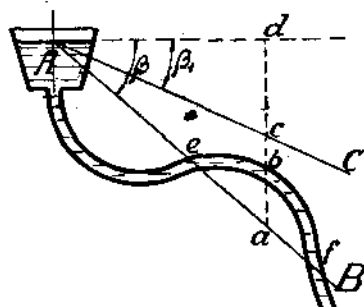
$$fi = y = \frac{Q^2 l}{\gamma d^5},$$

получим линию ab действительных давлений; уравнение этой линии, при сделанных предположениях, будет:

$$y = \frac{Q^2 x}{\gamma d^5} \dots \dots \dots (519)$$



Фиг. 181.



Фиг. 182.

т.е. уравнение прямой линии. Тангенс угла наклона β этой прямой будет:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{Q^2}{\gamma d^5} \dots \dots \dots (520)$$

Линия $a'b'$, параллельная ab , будет линией внутренних давлений, при чем $aa' = \frac{P}{\Delta}$, где P = давлению на ед. площади свободной поверхности.

Если мы начнем кран C закрывать, то Q будет уменьшаться, следовательно, будет уменьшаться и угол β (см. уравн. 520), т.е. линии ab и $a'b'$ будут вращаться около точек a и a' , и, когда кран C закроем, т.е. сделаем $Q=0$, то и β обратится в нуль, и линия ab совпадет с ae , а линия $a'b'$ будет параллельна ab . Как видно, в этом случае давления будут распределяться по законам гидростатики.

Положением линии действительных давлений определяются, как видно, давления в различных сечениях трубы. Если бы труба пересекала линию AB (фиг. 182)—линию действительных давлений, то для точки b , например, по уравнению (488), определяя действительное давление, получили бы:

$$\frac{p-P}{\Delta} = z - \frac{Q^2 l}{\gamma d^5},$$

но в данном случае

$$z = bd \text{ и } \frac{Q^2 l}{\gamma d^5} = ad,$$

следовательно:

$$\frac{p-P}{\Delta} = bd - ad = -ab,$$

и это показывает, что

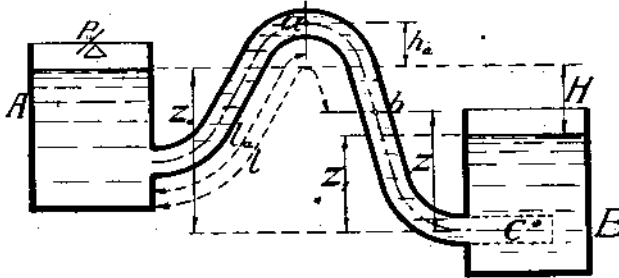
$$p < P,$$

т. е. внутреннее давление меньше атмосферного, и, если бы в части трубы ebf поставить край, то он не давал бы воды, хотя эта часть трубы и лежит ниже резервуара A , а, напротив, всасывался бы воздух. Для того же, чтобы возможно было получать воду и в этой части трубы, необходимо притворить кран C (фиг. 181), тогда угол β уменьшится, станет $=\beta_1$, и часть трубы ebf будет находиться ниже линии действительных давлений AcC .

Вода обыкновенно заключает в себе растворенный воздух. Если уменьшать давление на воду, то этот воздух выделяется. В силу этих соображений подобное расположение трубы, при котором являются части, находящиеся выше линий действительных давлений, нежелательно, так как в этих частях, вследствие уменьшения давления, выделяется воздух; и водоснабжение может прерваться; чтобы его восстановить, придется воздух в этих частях трубы по мере его скопления выкачивать.

Сифон.

57. В предыдущем § 56 мы видели, к каким последствиям может вести искривление трубы, но трубе можно придать такое искривление, при котором



Фиг. 183.

некоторая часть ее расположится выше уровня питающего или напорного резервуара A (фиг. 183), тогда такую трубу называют сифоном.

Положим, труба длиной l соединяет два резервуара, верхний A с нижним B , в которых уровни остаются на постоянной высоте, и скорости движения жидкости в них

настолько малы, что ими можно пренебрегать; будем также пренебрегать сопротивлениями при входе жидкости в трубу и скоростным напором $v^2/2g$. Сопротивление в трубе будем определять по формуле (452):

$$\zeta = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g},$$

где l — длина трубы, считая по оси ее, до рассматриваемой точки b . В силу сделанных допущений можем составить следующее уравнение:

$$z_0 + \frac{p_0}{\Delta} = z + \frac{p}{\Delta} + \zeta = z + \frac{p}{\Delta} + \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}, \dots \dots (521)$$

где $\frac{p_0}{\Delta}$ — высота столба жидкости, определяющая атмосферное давление,

а $\frac{p}{\Delta}$ — высота, определяющая давление жидкости в точке b .

Из последнего уравнения (521) имеем:

$$\frac{p}{\Delta} = z_0 - z + \frac{p_0}{\Delta} - \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Величина p/Δ должна быть больше нуля, а потому

$$z_0 - z + \frac{p_0}{\Delta} - \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} > 0,$$

или

$$z - z_0 < \frac{p_0}{\Delta} - \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Рассматривая полную потерю напора на длине L трубы, можем написать:

$$z_0 - z_1 = H = \lambda \frac{L}{d} \cdot \frac{v^2}{2g},$$

откуда

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{H \cdot d}{\lambda \cdot L} \dots \dots \dots (522)$$

Подставляя это значение для $\frac{v^2}{2g}$ в предыдущее неравенство, получим:

$$z - z_0 < \frac{p_0}{\Delta} - \frac{l}{L} H \dots \dots \dots (523)$$

Наиболее легко может происходить разрыв струи в верхней точке a , отстоящей от начала трубы на расстояние $l = l_a$, для которой

$$z - z_0 = h_a.$$

Для этой точки так же должно иметь место неравенство (523), а потому должно быть:

$$h_a < \frac{p_0}{\Delta} - \frac{l_a}{L} H \dots \dots \dots (524)$$

Величина p_0/Δ может быть принята $= 10,3 \text{ м}$, а тогда

$$h_a < 10,33 - \frac{l_a}{L} H.$$

Как видно, h_a зависит от H , l_a и L , т.-е. высота h_a может быть сделана тем больше, чем меньше $\frac{l_a}{L} H$, или, другими словами, может быть увеличена с уменьшением H и l_a/L , т.-е. с уменьшением l_a и увеличением L или с увеличением конца $L - l_a$, вызывающим увеличение потерь за точкой a , и, следовательно, величина h_a может быть сделана больше, если будет увеличено сопротивление за точкой a . Отсюда ясно, что, если сифон не забирает, то возможно будет заставить его действовать—увеличивая сопротивление, например, удлинивши выходной конец C трубы, как это показано пунктиром на фиг. 183.

Прибавив к первой и второй части неравенства (524) по H , получим:

$$h_a + H < \frac{p_0}{\Delta} - \frac{l_a}{L} H + H,$$

или

$$h_a + H < \frac{p_0}{\Delta} + \frac{L - l_a}{L} \cdot H \dots \dots \dots (525)$$

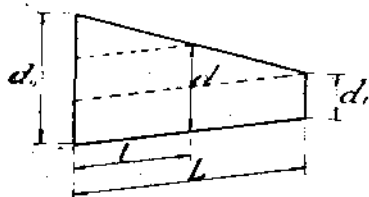
Из последнего выражения видно, что, если высота h_a и отрицательна, т. е. точка a лежит ниже уровня верхнего резервуара, то тем не менее может случиться, что в указанной точке получится опасное разрежение; этот случай может иметь место для каждой вертикальной трубы, и, чтобы сифон мог работать, следует произвести проверку, т. е. посмотреть — удовлетворяются ли вышеприведенные неравенства, каковую проверку следует производить вообще при любом значении h_a , если $h_a + H > 0$.

Простой водопровод с переменным диаметром.

58. Предположим, что у нас имеются такие же два резервуара A и B , сообщающиеся при помощи трубы. Такие водопроводы называются простыми, в отличие от сложных, когда имеется более или менее значительное число водопроводных труб, питающихся из одного или из нескольких резервуаров. Предположим, что у нас диаметр d переменный, изменяющийся постепенно. Такой случай в практике обыкновенно не встречается, но части с постепенно изменяющимся диаметром служат для соединений труб различных диаметров. Такие соединительные ставы обыкновенно бывают небольшой длины.

Положим, следовательно, что диаметр на протяжении l изменяется постепенно, допустим также, что все сопротивления движению весьма незначительны сравнительно с трением в трубе, тогда уравнение (487) примет следующий вид:

$$\frac{p}{\Delta} = z + \frac{P}{\Delta} - Q^2 \int_0^l \frac{dl}{\gamma d^5} \dots \dots \dots (526)$$



Фиг. 184.

Чтобы решить предлагаемую задачу, надо задаться формой трубы; положим, что диаметр трубы постепенно уменьшается (фиг. 184).

Из чертежа видно, что

$$\frac{d_0 - d}{d_0 - d_1} = \frac{l}{L},$$

откуда

$$d = d_0 - (d_0 - d_1) \frac{l}{L}, \dots \dots \dots (527)$$

и

$$d(d) = - \frac{d_0 - d_1}{L} dl \text{ или } dl = - \frac{L d(d)}{d_0 - d_1}.$$

Если за d принять средний диаметр, то для каждого данного случая можно считать величину γ постоянной, и тогда:

$$\frac{p}{\Delta} = z + \frac{P}{\Delta} + \frac{Q^2 L}{\gamma (d_0 - d_1)} \int_{d_0}^d \frac{d(d)}{d^5},$$

или

$$\frac{p}{\Delta} = z + \frac{P}{\Delta} - \frac{Q^2 L}{4\gamma (d_0 - d_1)} \left(\frac{1}{d^4} - \frac{1}{d_0^4} \right) \dots \dots \dots (528)$$

Следовательно, ординаты кривой действительных давлений ab могут быть определяемы из следующего уравнения (фиг. 185):

$$y = \frac{Q^2 L}{4\gamma (d_0 - d_1)} \left(\frac{1}{d^4} - \frac{1}{d_0^4} \right) \dots \dots \dots (529)$$

Для последнего сечения $y = H$ и $d = d_1$, а потому:

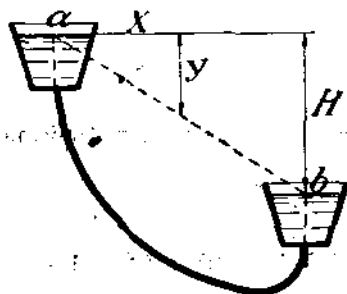
$$H = \frac{Q^2 L}{4\gamma(d_0^5 - d_1^5)} \left(\frac{1}{d_1^5} - \frac{1}{d_0^5} \right) \dots \dots \dots (530)$$

Чтобы найти зависимость y от l , в уравнение (529) вместо d надо подставить величину, определяемую уравнением (527). Если высота напора сравнительно с длиной водопровода незначительна, то вместо l можно подставить проекцию l на горизонталь, т.е. величину x .

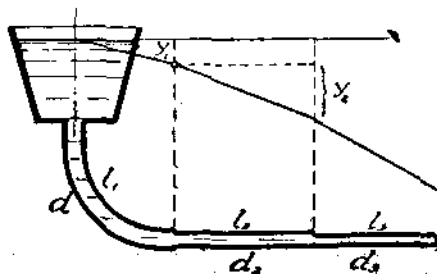
Так как для первого сечения $d = d_0$, и $y = 0$, для последнего сечения $d = d_1$, и $y = H$, то кривая ab начинается на уровне верхнего резервуара и кончается на уровне нижнего.

Простой водопровод с рядом цилиндрических труб неравного диаметра.

59. Как мы уже говорили, водопроводы с постепенно изменяющимися диаметрами труб обыкновенно не устраиваются и заменяются водопроводами, в которых имеется целый ряд труб с постоянными, но неравными диаметрами. В стыках труб будут потери напора, вследствие перехода от площади одного сечения трубы к большей или меньшей площади сечения другой трубы.



Фиг. 185.



Фиг. 186.

Но эти потери, при длинных водопроводах, ничтожны сравнительно с потерей на трение, а потому, как и в предыдущих случаях, мы будем принимать во внимание потери только на трение.

Для определения полной потери напора придется подсчитать отдельно потери для труб одинакового диаметра и затем эти потери сложить. Положим, мы весь водопровод разделили на участки с одинаковыми диаметрами труб (фиг. 186), тогда:

$$y_1 = \frac{Q^2 l_1}{\gamma_1 d_1^5}; \quad y_2 = \frac{Q^2 l_2}{\gamma_2 d_2^5} \text{ и т. д.}$$

и полный потерянный напор

$$H = Q^2 \left[\frac{l_1}{\gamma_1 d_1^5} + \frac{l_2}{\gamma_2 d_2^5} + \dots \right],$$

или

$$H = Q^2 \sum \frac{l}{\gamma d^5}.$$

Если γ изменяется незначительно, то можно положить

$$H = \frac{Q^2}{\gamma} \left[\frac{l_1}{d_1^5} + \frac{l_2}{d_2^5} + \dots \right], \dots \dots \dots (531)$$

или

$$H = \frac{Q^2}{\gamma} \sum \frac{l}{d^5} \dots \dots \dots (532)$$

Как видно, в данном случае линия действительных давлений будет ломаной.

Можно представить себе такую трубу постоянного диаметра D , для которой потеря напора H будет такою же, как общая потеря напора в составном водопроводе, с трубами различного диаметра. Эта величина D определится из уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \frac{Q^2 L}{\gamma_1 D^5} &= \frac{Q^2}{\gamma} \sum \frac{l}{d^5} \\ \text{Если принять } \gamma_1 &= \gamma, \text{ то} \\ \frac{L}{D^5} &= \sum \frac{l}{d^5} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (533)$$

Из этого уравнения можно определить D , если будет задана длина L ; так, например, можно положить

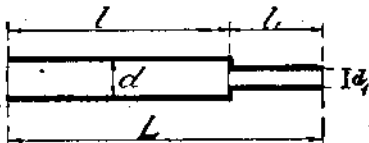
$$L = \Sigma l = l_1 + l_2 + \dots$$

Имея это соотношение, легко уже найти D .

Для более точного решения вопроса придется пользоваться формулами § 50.

Влияние труб малого диаметра на потерю напора.

60. Рассматривая уравнение (532), мы видим, что величина диаметра влияет на потерю напора значительно более, чем длина трубы; увеличивая длину, напр., в два раза, мы и потери увеличим в два раза; уменьшая их диаметр в два раза — потерю увеличим в 2^5 раза, т.-е. в 32 раза.



Фиг. 187.

На примерах более всего выясняется влияние длины и диаметра трубы. Положим, имеем водопровод, состоящий из труб двух различных диаметров (фиг. 187), при чем длина части с меньшим диаметром = всего 0,1 полной длины L , т.-е. $l_1 = 0,1L$, а, следовательно, $l = 0,9L$, и $d_1 = 1/3 d$.

Подставляя эти значения в уравнение (532) и принимая γ = постоянной величиной, найдем общую потерю напора на трение:

$$\begin{aligned} \frac{Q^2}{\gamma} \left(\frac{l}{d^5} + \frac{l_1}{d_1^5} \right) &= \frac{Q^2}{\gamma} \left[\frac{0,9L}{d^5} + \frac{0,1L}{(1/3 d)^5} \right] = \frac{Q^2}{\gamma} \left[\frac{0,9L}{d^5} + \frac{243 \cdot 0,1L}{d^5} \right] = \\ &= \frac{Q^2}{\gamma} \left[\frac{0,9L}{d^5} + \frac{24,3L}{d^5} \right]. \end{aligned}$$

Как видно, потеря в трубе большого диаметра будет:

$$\frac{0,9 Q^2 L}{\gamma d^5},$$

потеря в трубе малого диаметра будет:

$$\frac{24,3 Q^2 L}{\gamma d^5},$$

т.е. потеря во второй трубе, несмотря на ее малую длину, будет в 27 раз более, чем в 1-й трубе. Еще рельефнее выступает невыгода употребления труб малого диаметра, если поставить вопрос иначе. Так, например, положим, требуется определить длину водопровода, имеющего вышеопределенную полную потерю напора, если диаметр трубы сделать постоянным и равным диаметру меньшей трубы, т.е. d_1 . Длина трубы L_1 с диаметром d_1 , при том же расходе Q , определится из уравнения:

$$\frac{Q^2 L_1}{\gamma d_1^5} = \frac{Q^2}{\gamma} \left[\frac{0,9 L}{d^5} + \frac{24,3 L}{d^5} \right] = \frac{25,2 Q^2 L}{\gamma d^5},$$

или

$$\frac{L_1}{d_1^5} = \frac{25,2 L}{d^5};$$

но $d = 3d_1$, следовательно:

$$\frac{L_1}{d_1^5} = \frac{25,2 L}{(3d_1)^5} = \frac{25,2 L}{243 d_1^5},$$

откуда

$$L_1 = 0,1037 L,$$

т.е. получили длину почти равную l_1 ; следовательно, почти вся потеря в первом случае происходит в трубе малого диаметра, а отсюда видно, что при устройстве водопровода желательно избегать труб малого диаметра, которые, главным образом, влияют на потерю напора. Если в существующей сети потребовалось бы увеличить напор, не увеличивая напора на станции, или потребовалось бы увеличить расход, то следует сменить трубы малого диаметра, если таковые имеются, и заменить их трубами большого диаметра. Вследствие тех же причин в магистральных трубах меньше 4 дюймов диаметром не ставят.



Сложный водопровод с параллельными трубами.

61. В § 58 мы определили, что называется сложными водопроводами. Положим, имеем сложный водопровод, в котором из одного резервуара (фиг. 188) или из нескольких (фиг. 189), но имеющих уровни на одинаковой высоте, вода подается несколькими параллельными магистральями до узла a ¹⁾. Положим, параллельных труб 2. Расходы для каждой из них будут q_1 и q_2 , длины их $= l_1$ и l_2 и диаметры $= d_1$ и d_2 , тогда общий расход

$$Q = q_1 + q_2 \dots \dots \dots (534)$$

Так как в узле a трубы сходятся, то в этом месте давление имеет определенную величину, и потеря напора:

$$y = \frac{q_1^2 l_1}{\gamma d_1^5} = \frac{q_2^2 l_2}{\gamma d_2^5} \dots \dots \dots (535)$$

¹⁾ Такой водопровод называют также параллельным.

Если принять $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$, то

$$y = \frac{q_1^2 l_1}{\gamma d_1^5} = \frac{q_2^2 l_2}{\gamma d_2^5}.$$

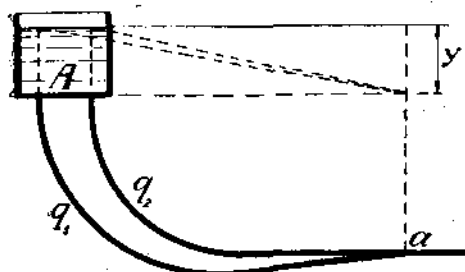
Если бы было труб больше, то

$$Q = q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + \dots \quad (536)$$

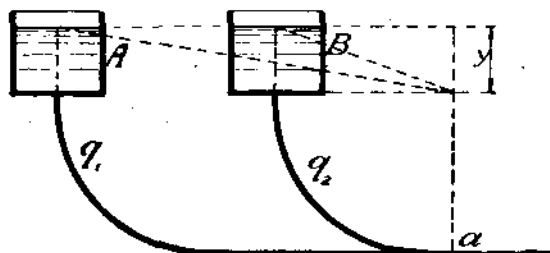
и (при $\gamma = \text{const.}$)

$$y = \frac{q_1^2 l_1}{\gamma d_1^5} = \frac{q_2^2 l_2}{\gamma d_2^5} = \frac{q_3^2 l_3}{\gamma d_3^5} = \frac{q_4^2 l_4}{\gamma d_4^5} = \dots \quad (537)$$

Так как длины труб и диаметры их различны, то является вопрос, почему же потери одинаковы. Дело в том, что вода в большем количестве будет вливаться в те трубы, в которых меньше сопротивление, т.е. другими словами — в сторону наименьшего сопротивления, и, следовательно, для труб более коротких или с большим диаметром количество q будет другое. Этим изменением величины q и объясняется возможность равенства (537).



Фиг. 188.



Фиг. 189.

Если бы потребовалось определить диаметр D простого водопровода, заменяющего собою параллельный, и длина трубы которого $= L$, то этот диаметр при постоянном значении γ определился бы из уравнения:

$$y = \frac{Q^2 L}{\gamma D^5} = \frac{(q_1 + q_2 + q_3 + q_4 \dots)^2 L}{\gamma D^5} = \frac{q_1^2 l_1}{\gamma d_1^5} = \frac{q_2^2 l_2}{\gamma d_2^5} = \frac{q_3^2 l_3}{\gamma d_3^5} = \dots \quad (538)$$

Если бы потребовалось определить, при данной потере y в напоре, общий расход Q , то это легко сделать; зная размеры труб, подставляя в ур. (536) вместо q их величины, определяемые ур. (537), получим:

$$\begin{aligned} Q &= \sqrt{\gamma y} \left(\sqrt{\frac{d_1^5}{l_1}} + \sqrt{\frac{d_2^5}{l_2}} + \sqrt{\frac{d_3^5}{l_3}} + \dots \right) = \\ &= \sqrt{\gamma y} \sum \sqrt{\frac{d^5}{l}} \dots \dots \dots (539) \end{aligned}$$

Если

$$l_1 = l_2 = l_3 = l_4 = \dots = l,$$

то

$$Q = \sqrt{\frac{\gamma y}{l}} (\sqrt{d_1^5} + \sqrt{d_2^5} + \dots) = \sqrt{\frac{\gamma y}{l}} \sum \sqrt{d^5} \dots \dots (540)$$

Если бы пожелали сложный водопровод заменить простым, то размеры его определились бы из уравнения (см. ур. 538 и 539):

$$Q = \sqrt{\gamma y} \sqrt{\frac{D^5}{L}} = \sqrt{\gamma y} \sum \sqrt{\frac{d^5}{l}},$$

или

$$\sqrt{\frac{D^5}{L}} = \sum \sqrt{\frac{d^5}{l}} \dots \dots \dots (541)$$

При $L = l_1 = l_2 = l_3 = \dots = l$

$$\sqrt{D^5} = \sum \sqrt{d^5} \dots \dots \dots (542)$$

Если

$$d_1 = d_2 = d_3 = \dots = d,$$

то

$$\sqrt{D^5} = n \sqrt{d^5}, \dots \dots \dots (543)$$

где n — число параллельных магистралей. Это последнее уравнение указывает нам на то, что устройство простого водопровода обходится дешевле, чем параллельного. Из опытов оказывается, что стоимость устройства водопровода (считая и укладку) пропорциональна диаметру труб и их длине. Если затраченный капитал обозначим через k , то

$$k = \varphi \cdot d \cdot l, \dots \dots \dots (544)$$

где φ — коэффициент.

Стоимость всех n параллельных магистралей, положим, будет k_1 , а стоимость простого водопровода $= k$, тогда:

$$k = \varphi \cdot D \cdot L \text{ и } k_1 = n \cdot \varphi \cdot d \cdot l;$$

но мы положили $L = l$, а потому

$$\frac{k_1}{k} = n \frac{d}{D}.$$

По уравнению (543)

$$D = \sqrt[n]{n^2} \cdot d = n^{2/n} d,$$

следовательно:

$$\frac{k_1}{k} = n^{1-2/n} = n^{1/2} \dots \dots \dots (545)$$

Откуда видно, что, чем больше n , тем больше разница между k_1 и k , и, так как $n > 1$, то всегда

$$k_1 > k.$$

Сложный водопровод с резервуарами различного напора.

62. Пользуясь ур. (533) и (541), всегда возможно водопровод с переменным диаметром и сложный, с параллельными магистральями, заменить простым водопроводом с постоянным диаметром, и обратно, а потому, для упрощения выводов, далее будем рассматривать только водопроводы с постоянным диаметром, и в каждом частном случае, согласно смыслу решаемого вопроса, всегда возможно произвести изменения в ту или другую сторону.

Положим, имеется несколько сообщающихся между собою резервуаров, в которых уровни на различной высоте (фиг. 190).

Понятно, что верхний резервуар *A*, как имеющий наибольший напор, может только питать нижние резервуары *B* и *C*.

Что касается резервуаров *B* и *C*, то функции их определяются обстоятельствами. Пусть q_1 , q_2 и q_3 — объемы воды, протекающие в секунду по соответствующим трубам, диаметр которых $= d$ и длины l_1 , l_2 и l_3 .

Допустим, что $H > h$. Если в узле *D* поставить пьезометр, то высота воды в нем определит действительное давление в узле и потерю y . От этой величины y зависит характер службы дополнительных резервуаров. Если $y < h$, то резервуар *B* будет питаемым; если же $y > h$, то резервуар *B* будет питающим.

При $0 < y < h$

$$q_1 = q_2 + q_3 \dots \dots \dots (546)$$

и соответственно потери напоров будут:

$$\left. \begin{array}{l} \text{в трубе } AD \dots \quad y = \frac{q_1^2 l_1}{\gamma d^5} \\ \text{» » } BD \dots h - y = \frac{q_2^2 l_2}{\gamma d^5} \\ \text{» » } CD \dots H - y = \frac{q_3^2 l_3}{\gamma d^5} \end{array} \right\} \dots \dots \dots (547)$$

Подставляя в ур. (546) вместо q_1 , q_2 и q_3 их величины, определяемые из ур. (547), получим:

$$\sqrt{\gamma d^5} \sqrt{\frac{y}{l_1}} = \sqrt{\gamma d^5} \sqrt{\frac{h-y}{l_2}} + \sqrt{\gamma d^5} \sqrt{\frac{H-y}{l_3}},$$

или

$$\sqrt{\frac{y}{l_1}} = \sqrt{\frac{h-y}{l_2}} + \sqrt{\frac{H-y}{l_3}} \dots \dots \dots (548)$$

Из этого уравнения можно найти y , зная величины h , H , l_1 , l_2 и l_3 . Последнее уравнение можно представить иначе:

$$\sqrt{\frac{y}{l_1}} - \sqrt{\frac{h-y}{l_2}} - \sqrt{\frac{H-y}{l_3}} = 0.$$

Подставляя вместо y в это уравнение низший и высший пределы, т.е. 0 и h , получим следующие два неравенства:

$$-\sqrt{\frac{h}{l_2}} - \sqrt{\frac{H}{l_3}} < 0$$

и

$$\sqrt{\frac{h}{l_1}} - \sqrt{\frac{H-h}{l_3}} > 0.$$

Из последнего неравенства имеем:

$$\frac{h}{l_1} > \frac{H-h}{l_3} \dots \dots \dots (549)$$

Если можно будет за длину трубы принимать длину проекции, то:

$$\frac{h}{l_1} = \operatorname{tg} \alpha \text{ и } \frac{H-h}{l_3} = \operatorname{tg} \beta,$$

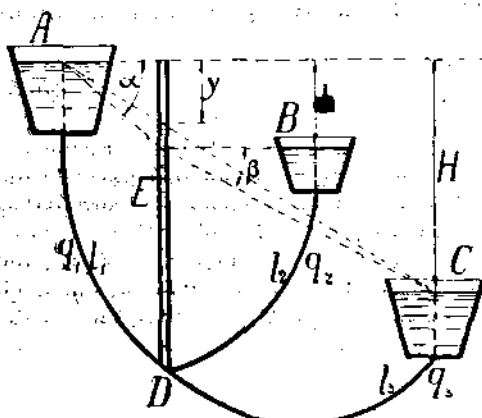
и, следовательно, должно быть

$$\operatorname{tg} \alpha > \operatorname{tg} \beta,$$

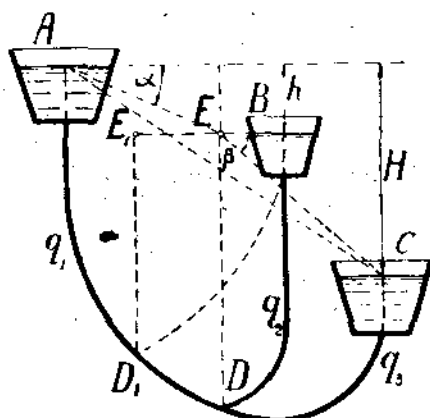
или

$$\alpha > \beta, \dots \dots \dots (550)$$

т.е. при этом условии: $0 < y < h$, и средний резервуар B будет питаемым, т.е. получающим воду. Это соотношение между углами возможно, если точка E лежит ниже линии AC — линии действительных давлений в водопроводе ADC (предполагая магистраль BD несуществующую).



Фиг. 190.



Фиг. 191.

Если

$$\frac{h}{l_1} < \frac{H-h}{l_3}, \dots \dots \dots (551)$$

то

$$\operatorname{tg} \alpha < \operatorname{tg} \beta,$$

или

$$\alpha < \beta, \dots \dots \dots (552)$$

В этом случае средний резервуар будет питающим сеть, т.е. расходуя воду, и точка E будет лежать выше линии AC (Фиг. 191).

Если бы пожелали, напротив, питать резервуар B , то следует узел D подвинуть ближе к верхнему резервуару, например, в точку D_1 , тогда точка E_1 будет лежать ниже линии AC , и будет иметь место неравенство (549), при котором резервуар B получает воду.

Если точка E будет лежать на линии AC , то:

$$\frac{h}{l_1} = \frac{H-h}{l_3} \dots \dots \dots (553)$$

и

$$\alpha = \beta, \dots \dots \dots (554)$$

При этом (при $y=h$):

$$\begin{aligned} q_1 &= \sqrt{\gamma d^5} \sqrt{\frac{y}{l_1}} = \sqrt{\gamma d^5} \sqrt{\frac{h}{l_1}} \\ q_2 &= \sqrt{\gamma d^5} \sqrt{\frac{h-y}{l_2}} = \sqrt{\gamma d^5} \sqrt{\frac{h-h}{l_2}} = 0 \\ q_3 &= \sqrt{\gamma d^5} \sqrt{\frac{H-y}{l_3}} = \sqrt{\gamma d^5} \sqrt{\frac{H-h}{l_3}} = q_1, \end{aligned}$$

т.-е. резервуар B будет бездействовать, и вся вода пойдет в резервуар C . Следовательно, величинами h , H , l_1 и l_2 определяется функция резервуара B , а определивши величину y (из ур. 548) — найдем значения q_1 , q_2 и q_3 , т.-е. расходы в магистральных.

Положим, средний резервуар B имеет кран.

Когда кран закрыт, то питается только нижний резервуар C , и потеря напора

$$H = \frac{Q^2(l_1 + l_2)}{\gamma d^5}, \quad (555)$$

где Q — количество воды, подаваемое в этом случае в нижний резервуар, которое при данном напоре H вполне определяется приведенным равенством.

Если кран открыт, то будет иметь место уравнение (546), в котором q_2 выражает собою количество воды, поступающее в резервуар C , в случае действия резервуара B . Чтобы выяснить влияние последнего на приток воды в нижний резервуар C , найдем соотношение между величинами q_2 и Q .

Обратимся к уравнениям (547); складывая первое с третьим, получим:

$$H = \frac{q_1^2 l_1}{\gamma d^5} + \frac{q_2^2 l_2}{\gamma d^5}.$$

Сравнивая это уравнение с уравнением (555), видим, что вторые части должны быть равны, т.-е.

$$\frac{q_1^2 l_1}{\gamma d^5} + \frac{q_2^2 l_2}{\gamma d^5} = \frac{Q^2(l_1 + l_2)}{\gamma d^5}$$

или

$$q_1^2 l_1 + q_2^2 l_2 = Q^2(l_1 + l_2).$$

В силу уравнения (546), имеем:

$$(q_2 + q_3)^2 l_1 + q_2^2 l_2 = Q^2(l_1 + l_2),$$

или

$$q_2^2 l_1 + 2q_2 q_3 l_1 + q_3^2 l_1 + q_2^2 l_2 = Q^2(l_1 + l_2),$$

откуда

$$q_2^2(l_1 + l_2) + 2q_2 q_3 l_1 = Q^2(l_1 + l_2) - q_3^2 l_1,$$

или

$$q_2^2 + \frac{2q_2 q_3 l_1}{l_1 + l_2} = Q^2 - \frac{q_3^2 l_1}{l_1 + l_2}.$$

Решая это уравнение, получим:

$$q_2 = \frac{-q_3 l_1}{l_1 + l_2} + Q \sqrt{1 - \frac{q_3^2 l_1 l_2}{Q^2(l_1 + l_2)^2}} \dots \dots \dots (556)$$

Обратим внимание на дробь $\frac{l_1 l_2}{(l_1 + l_2)^2}$, — положим $l_1 + l_2 = L$; в зависимости от положения узла D (фиг. 190) меняются величины l_1 и l_2 , но сумма их остается постоянной и $= L$; следовательно, максимальное значение вышеуказанной дроби будет при максимальном значении произведения $l_1 l_2$, т.-е. при

$$l_1 = l_2 = \frac{L}{2},$$

тогда:

$$\frac{l_1 l_2}{(l_1 + l_2)^2} = \frac{\frac{1}{4} L^2}{L^2} = \frac{1}{4}.$$

Предполагая, что $\frac{q_2}{Q} < 1$ и вообще малая дробь, как это бывает часто на практике, и разлагая корень по биному Ньютона, получим:

$$q_2 = \frac{-q_2 l_1}{l_1 + l_2} + Q \left[1 - \frac{1}{2} \frac{l_1 l_2}{(l_1 + l_2)^2} \left(\frac{q_2}{Q} \right)^2 \right] \dots \dots \dots (557)$$

Вследствие вышеуказанных соображений, без большой погрешности, можно принять

$$\left. \begin{aligned} q_2 &= Q - \frac{q_2 l_1}{l_1 + l_2} \\ \text{или} \\ q_2 &= Q - q_2 \frac{l_1}{L} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (558)$$

Из последнего уравнения видно, что, открывая кран у среднего резервуара, в предположении, что он питается водою, мы этим самым уменьшаем приток воды в нижний резервуар, который получил бы объем Q при закрытом кране у резервуара B , но уменьшаем не на $Q - q_2$, как это кажется на первый взгляд, а на величину $q_2 \frac{l_1}{L}$, тем меньшую, чем меньше величина l_1 сравнительно с L ; и только при $l_1 = L$, т.-е. когда резервуары расположены рядом, расход Q будет уменьшаться на полный расход q_2 . Как видим, величина q_2 зависит от положения узла D .

Интересно проследить, как изменяется расход q_1 из верхнего резервуара A в зависимости от положения того же узла D .

Величина q_1 определяется уравнением (546):

$$q_1 = q_2 + q_3.$$

Из силу уравнения (558) имеем:

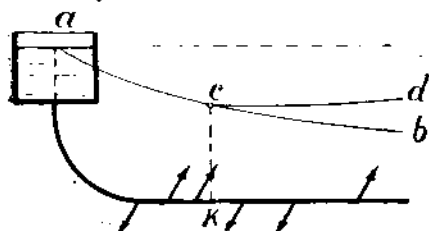
$$q_1 = Q + q_2 \frac{L - l_1}{L} \dots \dots \dots (559)$$

Следовательно, расход из верхнего резервуара увеличивается на количество, составляющее часть количества q_2 , при чем эта часть увеличивается с уменьшением l_1 , т.-е. с приближением узла D к резервуару A .

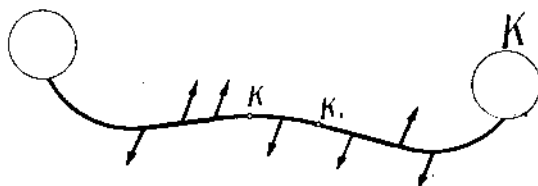
Включение в сеть вспомогательного или уравнительного резервуара (вонтр-резервуара) обуславливается необходимостью повысить питание и напор в сети в тех частях города, где эти величины падают вследствие усиленного расхода или иных причин. Благодаря применению такого резервуара

является возможность уменьшить также диаметры труб. Имеются различные предложения для решения указанной задачи, но они базируются весьма часто на соображениях, далеких от действительности. Действительный характер или существующие условия окружного или бокового питания не могут быть точно установлены, и, вследствие этого, каждый метод решения задачи имеет свои положительные и отрицательные стороны. Здесь мы предлагаем способ решения указанной задачи, к которому могут быть предъявлены те же замечания, но который заслуживает внимания по своей наглядности и простоте.

Для соответствующей части сети, состоящей из магистрали и ответвлений, вычерчиваем линию ab действительных давлений (фиг. 192) в часы наибольшего падения последних, затем проводим горизонтальную линию cd , пересекающую линию ab в точке c и определяющую собою величину давления, ниже коего не должно спускаться давление в сети; эта линия отсекает определенную часть площади города с пониженным давлением, при чем положение точки c отмечает и положение соответствующей ей точки k на магистрали. Вычерчиваем графики суточных расходов, останавливаемся на графике с резкими отступлениями в расходах, по нему определяем часы наибольшего расхода и величину его, согласно которой вычисляем емкость уравнительного резервуара, долженствующего поподнять в указанные часы сеть в отсеченной части города с пониженным давлением.



Фиг. 192.



Фиг. 193.

Чертим план рассматриваемой части сети (фиг. 193), на нем отмечаем место, более всего подходящее для установки уравнительного резервуара K , затем намечаем направление трубопровода, соединяющего резервуар с сетью, и определяем ответвления, включаемые в этот трубопровод. Задаваясь скоростью движения воды в указанном трубопроводе, определяем диаметры труб, ведя расчет до пункта k , и вычерчиваем линию mn действительных давлений для принятого секундного расхода (фиг. 194). Чертеж должен быть выполнен на прозрачной бумаге или кальке.

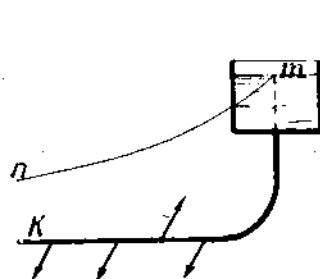
Развертываем на плоскость всю магистраль (фиг. 195). Положим, вертикальную линию MN отмечается положение оси резервуара K . В часы наибольшего расхода питание отрезанной части сети будет производиться уравнительным резервуаром, а потому верхняя часть магистрали до отсека должна будет уже подавать меньшее количество воды, согласно которому и вычерчиваем линию a_1b_1 действительных давлений. При втором построении линии a_1b_1 действительных давлений произойдет повышение ее по сравнению с положением линии ab , и пересечение линии a_1b_1 с линией cd совершится правее — в точке c_1 , определяющей отсечную точку k_1 , лежащую на одной вертикали с точкою c_1 и до которой распространяется влияние уравнительного резервуара.

Накладываем кальку с чертежом, представленным на фиг. 194, на указанный чертеж (фиг. 195) таким образом, чтобы ось резервуара K совпала с вертикалью MN ; перемещаем кальку вверх и вниз, не сдвигая ось

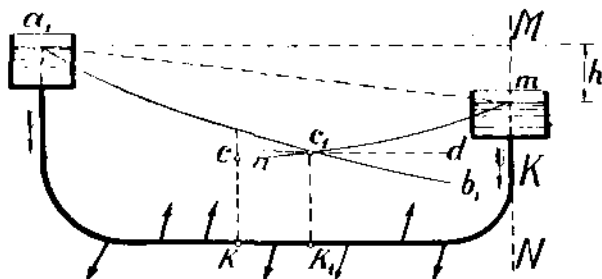
резервуара с вертикали MN в сторону, до тех пор, пока линия mn не пройдет через точку c_1 ; установивши таким образом кальку, определим положение уравнительного резервуара и требуемый напор.

Понятно, в действительности будут происходить отступления от принятых положений в определении сфер влияния резервуара, но это же самое имеет место и при любом способе решения вопроса о дополнительном питании сети.

Указанным способом возможно получить подходящее решение задачи, но надлежащее расположение резервуара будет только тогда, когда в часы малого расхода будет обеспечено наполнение его водою. Если бы в отсекаемой части магистрали не было ответвлений, то для наполнения резервуара K должно было бы иметь место вышеприведенное неравенство $h > y > 0$; но при существовании ответвлений, с определенными для каждого момента расходами, для наполнения резервуара необходимо, чтобы напор в месте соединения магистрали с трубопроводом от резервуара K был более напора, имеющегося в упомянутом резервуаре, а для этого необходимо, чтобы в часы малого расхода, например, в ночное время, линия действительных давлений a, m (фиг. 195) заняла такое положение, при котором крайняя



Фиг. 194.



Фиг. 195.

точка m линии находилась бы не ниже, чем на свободной поверхности наполненного резервуара K . Если при проверке это условие не выполняется, то придется или изменить место расположения резервуара K и определить, если возможно, новое положение, смещая кальку влево таким образом, чтобы линия mn все время проходила через точку c_1 , или изменить диаметры труб от уравнительного резервуара. Подобную проверку положения уравнительного резервуара не придется производить, если уравнительный резервуар получает самостоятельное питание от насосной станции.

При уравнительном резервуаре должно быть устроено приспособление для регулирования расхода, обыкновенно состоящее в применении задвижек или клинкетов, которыми всегда снабжается и вся сеть ¹⁾.

Водопровод с ответвлениями на конце магистрали.

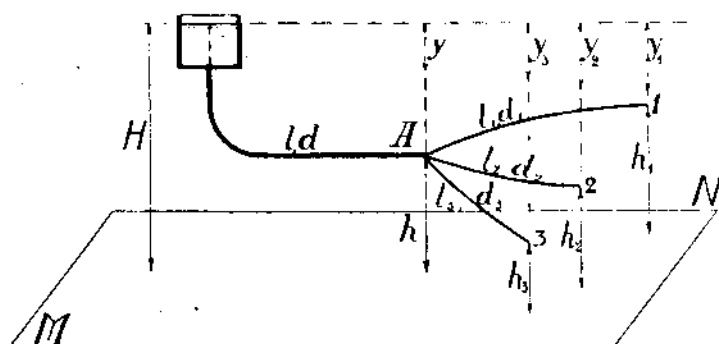
63. Положим, в конце магистрали имеются три ответвления: 1, 2 и 3 (фиг. 196).

Обозначим длину и диаметр магистрали до узловой точки a через l и d и те же величины для ответвлений через: l_1, d_1, l_2, d_2 и l_3, d_3 . Расходы обозначим через: q, q_1, q_2 и q_3 . Возвышение узловой точки a и концов ответвлений над некоторою горизонтальною плоскостью MN обозначим через $h, h_1,$

¹⁾ О расчете сети с уравнительным резервуаром см. статью проф. А. А. Саткевича (Инженерный Журнал, 1904 г. № 1).

h_2 и h_3 . Если обозначим внутренние давления в магистрали и ответвлениях через p , p_1 , p_2 и p_3 , а атмосферное давление через P (см. § 52), то, пренебрегая скоростными напорами, можем написать ряд следующих уравнений:

$$\left. \begin{aligned} q &= q_1 + q_2 + q_3 \\ y &= H - h - \frac{p - P}{\Delta} = \frac{q^2 \cdot l}{\gamma \cdot d^5} \\ y_1 &= H - h_1 - \frac{p_1 - P}{\Delta} = \frac{q_1^2 \cdot l_1}{\gamma_1 \cdot d_1^5} \\ y_2 &= H - h_2 - \frac{p_2 - P}{\Delta} = \frac{q_2^2 \cdot l_2}{\gamma_2 \cdot d_2^5} \\ y_3 &= H - h_3 - \frac{p_3 - P}{\Delta} = \frac{q_3^2 \cdot l_3}{\gamma_3 \cdot d_3^5} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (560)$$



Фиг. 196.

Как видно, имеем пять уравнений, из которых можем определить пять величин, задаваясь остальными. Если, например, будут даны: длины труб, их диаметры и величины внутренних давлений, то можем определить расходы. Задаваясь длинами труб, расходами и внутренними давлениями — можем определить необходимые диаметры труб, при некоторых предположениях относительно значений γ . Таким образом, в зависимости от постановки вопроса, можно получить то или другое решение.

Водопровод, расходующий воду и на оконечности, и на пути.

64. Представим себе водопровод, магистраль которого имеет довольно значительное количество боковых ответвлений. Соединение каждой боковой ветви с магистралью образует узел; следовательно, число узловых точек соответствует числу боковых ветвей, из которых каждая, в свою очередь, может быть магистралью и снабжать отдельные боковые ветви водою.

Таким образом водопровод расходует воду и по пути, и на оконечности. Обыкновенно в каждом боковом ответвлении ставится кран. Положим, расходы для боковых ветвей соответственно будут (фиг. 197): q_1 , q_2 , $q_3 \dots$

Часть магистрали AB проводит объем $= q_1 + q_2 + q_3 + \dots$

Часть магистрали BC проводит объем воды $= q_2 + q_3 + \dots$

Соответственно потери напоров в узловых точках будут:

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= \frac{(q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n)^2 l_1}{\gamma d^5} \\ y_2 &= \frac{(q_2 + q_3 + \dots + q_{n-1} + q_n)^2 l_2}{\gamma d^5} \text{ и т. д.,} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (561)$$

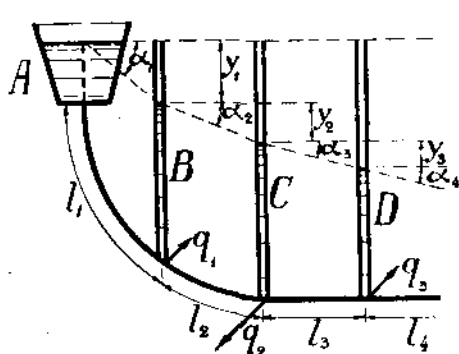
где $l_1, l_2, \dots$ будут длинами частей магистрали AB, BC и т. д., диаметры которых $= d$.

Полные потери напоров для узлов будут:

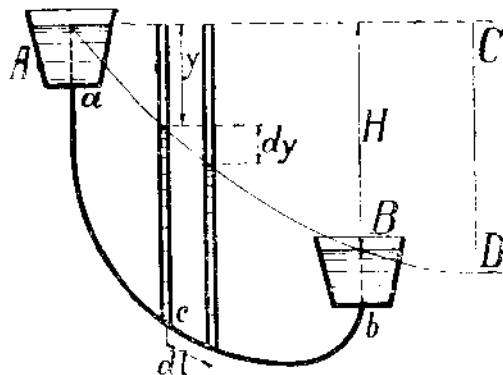
$$\begin{aligned} \text{узел } B &\dots y_1 \\ > \text{ } C &\dots y_1 + y_2 \\ > \text{ } D &\dots y_1 + y_2 + y_3 \text{ и т. д.} \end{aligned}$$

Если мы можем заменить длины l_1, l_2 и т. д. проекциями их на горизонталь, то линия действительных давлений будет ломаной, и тангенсы углов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ определятся, если известны $y_1, y_2, \dots$ и величины проекций $l_1, l_2, l_3, \dots$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{y_1}{l_1}; \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{y_2}{l_2} \dots$$



Фиг. 197.



Фиг. 198.

Как видно из ур. (561):

$$\operatorname{tg} \alpha_1 > \operatorname{tg} \alpha_2 > \operatorname{tg} \alpha_3 > \dots$$

и

$$\alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3 > \dots,$$

т.е. наклон линий действительных давлений к горизонту будет постепенно уменьшаться.

Уменьшая постепенно величины $l_1, l_2, l_3, \dots$, мы, без чувствительной погрешности, можем ломаную линию заменить кривою, т.е. можем предположить, что у нас имеется бесчисленное множество узлов, бесконечно-близко расположенных и образующих как бы непрерывную цепь во всю длину трубы. Такой случай легко подчинится математическому анализу и имеет практическое значение, так как при расчете водопроводной сети обыкновенно и принимают подобного рода допущения.

Водопроводы с непрерывным расходом на пути.

65. Предположим, что у нас имеется водопровод с непрерывным расходом объема Q на пути и объема q на оконечности (фиг. 198): вводя подобное предположение, мы допускаем в трубе образование как бы сплошной

щели. Полная длина трубы $= L$, и падение напора на оконечности $= H$, падение напора на длине $l = y$, и, следовательно, на длине dl падение $= dy$. Расход на пути на единицу длины $= Q : L$. Возьмем какое-нибудь сечение s , через это сечение должен протечь в секунду объем воды, равный

$$q + \frac{Q}{L} (L-l),$$

а потому:

$$dy = \frac{\left[q + \frac{Q}{L} (L-l) \right]^2}{\gamma d^5} \cdot dl \dots \dots \dots (562)$$

Положим:

$$q + \frac{Q}{L} (L-l) = x,$$

тогда:

$$dx = -\frac{dl}{L} Q$$

и

$$dl = -\frac{L \cdot dx}{Q}$$

Подставляя эти величины в ур. (562), получим:

$$dy = -\frac{x^2}{\gamma d^5} \cdot \frac{L \cdot dx}{Q}$$

и

$$y = C - \frac{Lx^3}{3\gamma d^5 Q} = C - \frac{L}{3\gamma d^5 Q} \left[q + \frac{L-l}{L} Q \right]^3 \dots \dots \dots (563)$$

При $l=0$ и $y=0$, следовательно:

$$0 = C - \frac{L}{3\gamma d^5 Q} (q + Q)^3 \text{ и } C = \frac{L(q + Q)^3}{3\gamma d^5 Q},$$

а потому:

$$y = \frac{L}{3\gamma d^5 Q} \left[(q + Q)^3 - \left(q + \frac{L-l}{L} Q \right)^3 \right] \dots \dots \dots (564)$$

Как видно, эта кривая — кубическая парабола. Если возможно длину l считать равною проекции на горизонталь, то уравнение (564) будет уравнением линии действительных давлений. Вершина D параболы найдется из условия, что

$$\frac{dy}{dl} = 0,$$

или, в силу уравнения (562), имеем:

$$q + Q \frac{L-l}{L} = 0,$$

следовательно:

$$l = AC = L + \frac{q}{Q} L,$$

и

$$y = CD = \frac{L(q + Q)^3}{3\gamma d^5 Q}.$$

Потеря напора на всей длине будет:

$$H = \frac{L}{3\gamma d^5 Q} [(q + Q)^3 - q^3] = \frac{L}{3\gamma d^5 Q} [3q^2 Q + 3q Q^2 + Q^3], \dots (565)$$

или

$$H = \frac{q^3 L}{\gamma d^5} + \frac{q Q L}{\gamma d^5} + \frac{Q^3 L}{3\gamma d^5} \dots (566)$$

Если расхода на пути не будет, т.е. $Q=0$, то из этого уравнения имеем:

$$H = \frac{q^3 L}{\gamma d^5}, \dots (567)$$

что и следовало ожидать. Если закроем кран на конце трубы, т.е. положим $q=0$, то:

$$H = \frac{Q^3 L}{3\gamma d^5} \dots (568)$$

Сравнивая формулы (568) и (567), видим, что, если бы расходы q и Q были одинаковы, то потеря напора во втором случае, т.е. при расходе на пути, была бы в 3 раза менее потери при расходе на оконечности. Если бы пожелали иметь одинаковые потери напора при $q=Q$, то должно иметь место равенство:

$$3d_1^5 = d^5,$$

где d_1 — соответствующий диаметр трубы, полагая расход только на пути, и

$$d = d_1 \sqrt[5]{3} = 1,25 d_1 \dots (569)$$

Следовательно, диаметр водопровода, расходующего воду только на оконечности должен быть в 1,25 раза более диаметра водопровода, расходующего тот же объем воды только на пути. Зная это соотношение, при составлении предварительных соображений относительно всего водоснабжения, можно расход на пути отнести к оконечности, этим мы увеличим размер диаметров приблизительно процентов на 25.

Из уравнения (566) имеем:

$$H = \frac{\left(q^3 + qQ + \frac{Q^3}{3}\right)L}{\gamma d^5} \dots (570)$$

Рассматривая q^3 , как квадрат 1-го члена, и Qq — как удвоенное произведение 1-го члена на 2-й, можем написать формулу (570) в другом виде:

$$H = \frac{\left(q + \frac{Q}{2}\right)^2 + \frac{Q^2}{12}}{\gamma d^5} L.$$

Рассматривая q^3 , как квадрат 1-го члена, и $\frac{Q^2}{3}$ — как квадрат 2-го члена, можем формуле (570) дать следующий вид:

$$H = \frac{\left(q + \frac{Q}{\sqrt{3}}\right)^2 + qQ - \frac{2qQ}{\sqrt{3}}}{\gamma d^5} L.$$

Итак:

$$q^3 + qQ + \frac{Q^2}{3} = \left(q + \frac{Q}{2}\right)^3 + \frac{Q^2}{12} = \left(q + \frac{Q}{\sqrt{3}}\right)^3 + qQ - \frac{2qQ}{\sqrt{3}},$$

но

$$\left(q + \frac{Q}{2}\right)^3 + \frac{Q^2}{12} > \left(q + \frac{Q}{2}\right)^3 \text{ или } q^3 + qQ + \frac{Q^2}{3} > \left(q + \frac{Q}{2}\right)^3$$

$$\text{и } \left(q + \frac{Q}{\sqrt{3}}\right)^3 + qQ - \frac{2qQ}{\sqrt{3}} < \left(q + \frac{Q}{\sqrt{3}}\right)^3 \text{ или } q^3 + qQ + \frac{Q^2}{3} < \left(q + \frac{Q}{\sqrt{3}}\right)^3,$$

следовательно:

$$\left(q + \frac{Q}{\sqrt{3}}\right)^3 > q^3 + qQ + \frac{Q^2}{3} > \left(q + \frac{Q}{2}\right)^3,$$

или

$$(q + 0,58Q)^3 > q^3 + qQ + \frac{Q^2}{3} > (q + 0,5Q)^3.$$

Следовательно, можно принять с небольшою погрешностью

$$H = \frac{(q + 0,55Q)^2 L}{\gamma d^5} \dots \dots \dots (571)$$

Итак, прибавив к расходу в конце 55%, расхода на пути, можем считать весь расход сосредоточенным на конце.

Если наш водопровод, расходуемый на пути, заменить водопроводом такого же диаметра, но с расходом R только на конце, то этот расход определялся бы формулою:

$$H = \frac{R^2 L}{\gamma d^5} \dots \dots \dots (572)$$

Сравнивая эту формулу с формулою (570), получим, что

$$R^2 = q^3 + qQ + \frac{Q^2}{3} \dots \dots \dots (573)$$

Решая уравнение (573) относительно q , получим:

$$q = -\frac{Q}{2} + \sqrt{R^2 + \frac{Q^2}{4} - \frac{Q^2}{3}} = -\frac{Q}{2} + \sqrt{R^2 - \frac{Q^2}{12}} \dots \dots (574)$$

Величина $q = 0$, если

$$\frac{Q}{2} = \sqrt{R^2 - \frac{Q^2}{12}}, \text{ или } Q = R\sqrt{3}.$$

Если

$$Q < R\sqrt{3}, \text{ то } q > 0,$$

и если

$$Q > R\sqrt{3}, \text{ то } q < 0.$$

В последнем случае нижний резервуар питает часть водопровода.

Определение диаметра трубы. Равномерное нагнетание.

66. Для того, чтобы определить размеры водопроводной сети, необходимо знать количество воды, проводимое всей сетью и отдельными трубами. Зная количество воды для отдельных проводов, легко определить диаметры их. Это определение диаметра может быть произведено двумя способами: а) зада-

ваясь среднюю скорость течения или б) руководствуясь экономическими соображениями, т.-е. чтобы расходы на устройство и эксплуатацию были наименьшими.

а) При определении диаметра трубы по первому способу, задают секундный расход воды Q и среднюю скорость течения v , которая выбирается обыкновенно равною 90—100 см (3 фута) в сек., тогда:

$$d = \sqrt{\frac{4Q}{v \cdot \pi}} \dots \dots \dots (575)$$

б) Определим диаметр трубы при условии наименьших денежных затрат, — при чем рассмотрим два случая: 1-й — равномерное нагнетание воды в течение t часов в сутки и 2-й — неравномерное нагнетание.

1-й случай — равномерное нагнетание.

Положим:

L = длине нагнетательной трубы в метрах;

p = стоимости погонной единицы, в данном случае 1 погонного метра, нагнетательной трубы диаметра d , который выражен также в метрах;

N_n = эффективной (действительной) силе насосов;

c = стоимости одной эффективной паровой силы насосов, включая капитализированный расход на ее эксплуатацию.

Тогда полная стоимость трубы и подачи воды:

$$K = N_n \cdot c + L \cdot p \dots \dots \dots (576)$$

Определим каждую величину, входящую в уравнение (576):

если Q = среднему секунднему расходу воды в трубе в куб. метрах,

» Q_0 = среднему суточному расходу в куб. метрах,

» t = числу часов качки в сутки.

Положим H = требуемой высоте подъема воды насосами в метрах; если не считать вредных сопротивлений в трубе, эта высота равняется сумме двух высот: высоты оси насоса над нижним горизонтом воды в источнике и высоты уровня напорного бака над осью насоса; первая высота, т.-е. высота всасывания, не должна быть больше 7 м (23 фута).

Положим Δ = весу 1 м³ воды.

Принимая вышеуказанные обозначения, получим для величины Q следующее выражение:

$$Q = \frac{Q_0}{t \cdot 60 \cdot 60} = \frac{Q_0}{3600t} \dots \dots \dots (577)$$

Потеря напора на длине L трубы будет:

$$h = \frac{Q^2 L}{\gamma d^5},$$

на эту высоту следует увеличить высоту H .

Следовательно, эффективная работа машин равняется

$$Q \Delta (H + h) = Q \Delta \left(H + \frac{Q^2 L}{\gamma d^5} \right),$$

или

$$N_n = \frac{\Delta Q}{75} \left(H + \frac{Q^2 L}{\gamma d^5} \right) \dots \dots \dots (578)$$

Что касается определения величины c , то она состоит из двух величин: c_1 — стоимости одной эффективной паровой силы в рублях (считая доставку с завода и установку) и величины c_2 — стоимости эксплуатации 1 паровой силы.

Положим, N_i обозначает число индикаторных сил машины, тогда:

$$N_n = \eta N_i, \dots \dots \dots (579)$$

где η — коэффициент полезного действия = от 0,65 до 0,85, в среднем 0,75.

Обыкновенно затраты на эксплуатацию обуславливаются количеством топлива, расходуемого в 1 час на индикаторную силу.

Положим:

q = числу kg угля, расходуемого в 1 час на индикаторную силу,

t = числу часов качки,

e = стоимости одного kg угля в копейках.

Тогда для эксплуатации насосов в год придется затратить рублей

$$N_i \cdot q \cdot t \cdot e \frac{365}{100},$$

или, в силу равенства (579), затраченная сумма на эксплуатацию будет равна

$$\frac{365 N_n \cdot q \cdot t \cdot e}{100 \eta}.$$

Капитализируя этот расход по m процентов в год, легко определить необходимый эксплуатационный капитал P , который равняется

$$P = \frac{100}{m} \cdot \frac{365 N_n \cdot q \cdot t \cdot e}{100 \eta} = 365 N_n q t e \frac{1}{m \eta} \dots \dots \dots (580)$$

Следовательно, расход на 1 эффективную силу равняется

$$c = c_1 + 365 q t e \frac{1}{m \eta} \dots \dots \dots (581)$$

Определим величину p — стоимость 1 погонного метра трубы, диаметра d . Как мы видели выше (см. равенство 544), стоимость трубы с укладкой можно принимать равною

$$\varphi \cdot d \cdot l,$$

или стоимость 1 погонного метра

$$p = \varphi d \dots \dots \dots (582)$$

Считая доставку не далее 600 верст, при глубине заложения около 2 метров (6'—7'), можно принять

$$\varphi = 80 - 120 \text{ золотых рублей.}$$

Подставляя найденные значения в формулу (576), получим:

$$K = \frac{\Delta Q}{75} \left(H + \frac{Q^2 L}{\gamma d^5} \right) \left(c_1 + 365 q t e \frac{1}{m \eta} \right) + \varphi \cdot d \cdot L \dots \dots \dots (583)$$

Чтобы получить значение для d , при котором величина K становится минимальною, следует взять производную по d и приравнять нулю:

$$\frac{dK}{d(d)} = - \frac{5 \Delta Q^3 L \cdot c}{75 \cdot \gamma d^6} + \varphi L = 0,$$

или

$$\frac{\Delta Q^3 c}{15 \gamma d^6} = \varphi,$$

откуда

$$d^6 = \frac{\Delta Q^3 c}{15 \gamma \varphi} \dots \dots \dots (584)$$

Следовательно:

$$Q = d^3 \sqrt[3]{\frac{15\gamma\varphi}{\Delta c}} \dots \dots \dots (585)$$

Средняя скорость течения

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} \dots \dots \dots (586)$$

а потому наивыгоднейшая в экономическом отношении скорость течения в метрах:

$$v = \frac{4}{\pi} \sqrt[3]{\frac{15\gamma\varphi}{\Delta c}} \dots \dots \dots (587)$$

Если, например, для трубопровода принять средний диаметр = 152 mm (6"), то $\gamma = 16^2$; полагая $\Delta = 1000$, получим:

$$v = 2 \sqrt[3]{\frac{\varphi}{c}} \dots \dots \dots (588)$$

или, при $\varphi = 100$:

$$v = \frac{9,28}{\sqrt[3]{c}} \dots \dots \dots (589)$$

где величина c определяется уравнением (581).

Обыкновенно задается величина Q_0 ; по форм. (577) мы определим Q , по форм. (581) определим c ; подставляя это значение в форм. (588 или 589), найдем v ; зная v и Q , из форм. (586) определим d . Или, зная Q и c , прямо из формулы (584) определяем d , подставляя вместо γ и φ — их величины.

Неравномерное нагнетание.

67. В этом втором случае машины разбиваются на группы, и в зависимости от расхода — работает та или другая группа, или работают совместно все группы. Благодаря подобному устройству емкость напорного бака может быть сделана меньше.

Положим, $w_1, w_2, w_3 \dots$ — правильные дроби, показывающие каждая — какая часть среднего суточного расхода Q_0 нагнетается в час в продолжение $t_1, t_2, t_3 \dots$ часов работы насосов. Поэтому, помножая каждую часть соответственно на время t и складывая, должны получить полный расход, т.-е.

$$w_1 t_1 + w_2 t_2 + \dots = 1.$$

В продолжение t_1 часов расходуется в каждый час $w_1 Q_0$ воды, или секундный расход равняется

$$\frac{w_1 Q_0}{3600}$$

В продолжение t_2 часов расходуется в каждый час $w_2 Q_0$ воды, или секундный расход равняется

$$\frac{w_2 Q_0}{3600} \text{ и т. д.}$$

Следовательно, если обратиться к формуле (584), определяющей наивыгоднейший диаметр d , соответствующий наименьшим денежным затратам, в случае равномерного нагнетания, то мы вправе принимать ее для каждого периода действия насосов.

В формуле (584) величина

$$c = c_1 + 365 \text{ qte } \frac{1}{m \cdot \eta},$$

где t — число часов качки в сутки.

Величина Q для каждого периода равняется

$$\frac{wQ_0}{3600}$$

и

$$Q^3 = w^3 \left(\frac{Q_0}{3600} \right)^3,$$

следовательно, применяя форм. (584), придется t помножить на w^3 или вместо t подставить: $\Sigma w^3 t$, где

$$\Sigma w^3 t = w_1^3 t_1 + w_2^3 t_2 + w_3^3 t_3 + \dots$$

Что касается величины c_1 , то следует эту величину помножить на максимальное значение w^3 , так как рассматриваем самый невыгодный случай. Итак, вместо формулы (584) в данном случае получится следующая:

$$d^6 = \frac{\Delta Q_0^3}{15 \cdot \frac{3600}{\gamma \cdot \varphi}} \left(c_1 w^3_{\max} + 365 q \cdot e \cdot \frac{1}{m \eta} \Sigma w^3 t \right) \dots \dots (590)$$

Вычисляя d по одной из приведенных формул § 66 или по форм. (590) и определяя стоимость водопровода, следует принимать во внимание и стоимость сооружения водопроводной станции, вместе с напорною башнею, если таковая имеется, фильтрами и т. п. сооружениями.

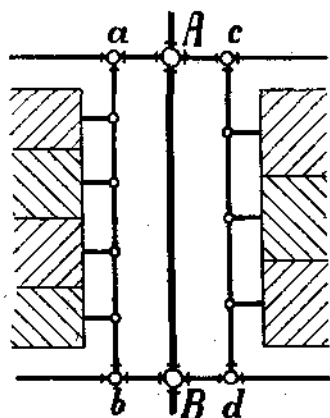
При определении диаметров труб многие инженеры советуют задаваться величиною скорости и брать ее равною около 1 метра (3 фута). Зная скорость, по определенным расходам легко уже найти соответствующие диаметры труб.

Краткие сведения относительно устройства водопроводов.

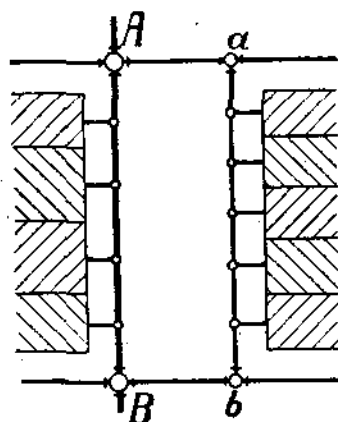
Х 68. Распределение воды в городе может быть производимо по двум основным способам: 1) помощью соединенных между собою труб, по так называемой круговой, сомкнутой или замкнутой системе и 2) помощью ответвляющихся от магистрали труб, образующих тупики, или по так называемой радиальной системе. При последнем способе распределения воды следует избегать так называемых мертвых или слепых концов, в которых отсутствует движение воды. Эта, т.-е. последняя, система преимущественно применяется в тех случаях, когда в концах ответвлений для пользования водою располагаются водоразборные краны или колодцы. При таких устройствах в трубах вода течет постоянно в одном и том же направлении, чего не наблюдается в круговой системе, при которой вода в трубах может двигаться в различных направлениях и никогда не находится в состоянии покоя. Так как в круговой системе все трубы соединены между собою, то расход в каком-либо месте вызывает движение воды в нескольких примыкающих трубах, чем уменьшается потеря напора от трения в трубах, а, следовательно, при одинаковом напоре и одинаковых диаметрах труб в двух указанных системах, при круговой системе расход воды может быть большим. Но главное преимущество круговой системы относительно системы с ответвлениями состоит в том, что в последней всякий перерыв в действии магистрали влечет за собою полное выключение ответвлений и перерыв в их действиях на более или менее продолжительное время, между тем как

при круговом питании последнее более обеспечено, и различные случайности или выключение из сети отдельных участков не нарушают водоснабжения других участков.

Затем следует различать еще: 3) смешанную систему и 4) параллельные распределительные трубопроводы. Смешанная система есть та же круговая, к которой только присоединяются отдельные ответвления, например, в частях города малонаселенных или довольно значительно удаленных. Для уменьшения стоимости устройства водоснабжения и главным образом приключения к сети, в особенности в тех случаях, когда магистрали имеют значительные диаметры, и всякие работы в них могут отзываться на правильности водоснабжения, прибегают к устройству параллельных распределительных трубопроводов. Если магистраль *AB* (фиг. 199) проходит по середине улицы, то проводят две параллельные ветви *ab* и *cd*. При боковом же расположении магистрали *AB* (фиг. 200) возможно ограничиться проведением одной ветви *ab*. От ветвей *ab* и *cd* ведутся мелкие ответвления. Подобные расположения труб дают сбережения в расходах при боковых включениях,



Фиг. 199.



Фиг. 200.

так как уменьшается стоимость земляных работ, по замачиванию, по перекладке и пересечению уложенных в землю газовых труб, каналов и проч., а затем при включениях значительно меньше повреждается магистраль.

Что касается размеров труб, то в больших городах можно советовать не укладывать уличных труб диаметром менее 10 см (4"). Вне городов это требование не имеет уже такого значения, но и тут нежелательно укладывать трубы менее 7,5 см (3") и во всяком случае не менее 4 см (1 1/2").

На уличных трубах, на расстояниях 50 — 100 метров друг-от-друга, желательно иметь водоразборные краны — гидранты.

Обыкновенно трубы погружаются в землю ниже линии промерзания. Укладка труб в галереях может быть осуществлена в тех случаях, когда подобные галереи имеются для каких-нибудь целей (канализационные каналы, туннели под улицами для подземных железных дорог и проч.). При укладке труб в галереях всегда возможен легкий доступ к ним, что представляет немаловажные удобства. В некоторых случаях приходится обязательно прибегать к устройству галерей для трубопроводов, — например, для безопасности путей сообщения или при пересечении трубопроводами ответственных сооружений. Представляет значительную опасность укладка труб большого диаметра без галерей под улицами, покрытыми асфальтом

или вообще водонепроницаемыми материалами, так как в этих случаях повреждение в трубах может быть обнаружено слишком поздно, когда произошло значительное размывание грунта под мостовой. Само собою разумеется, устройство галлерей в таких случаях желательно лишь для укладки труб большого диаметра при большом напоре. Вообще же при асфальтированных улицах лучше располагать трубопроводы под панелями или над трубами делать легко-разбираемые перекрытия.

Все наиболее возвышенные места главной сети должны быть снабжены самодействующими воздушными клапанами — в а н т у з а м и, для выпуска скопляющегося воздуха.

В хорошо устроенных водопроводах имеются промывные отверстия со спускными задвижками или заглушками, помощью которых производится опорожнение сети в глубже лежащий канал, водосток и т. п. или же в особо устроенные под землей поглощательные колодцы. Промывкою удаляются из труб отлагающиеся в них осадки, удаление которых через гидранты происходит далеко не совершенно.

Как уже упоминалось, трубы следует укладывать ниже линии промерзания. В Европейской части СССР обыкновенно глубина линии промерзания колеблется от 0 до 1,8 м (0 — 2¹/₂ арш.), по линии Сибирской жел. дор. доходит до 2,8 — 3,2 м (4 — 4¹/₂ арш.). Но имеются местности, как, например, почти вся линия Забайкальской жел. дор., где существует только оттаивающий слой, глубиною 1,4 — 2,8 м (2 — 4 арш.), за которым идет вечная мерзлота в несколько десятков саженей глубиною¹⁾. При устройстве трубопровода в мерзлоте, во избежание замерзания воды, приходится укладывать трубы в дорогостоящих отапливаемых каменных или деревянных галлереях. Во избежание устройства подобных дорогостоящих сооружений предложены устройства, в которых в замкнутую сеть, с постоянной циркуляцией, включаются подогреватели воды. Такого рода устройства осуществлены и прекрасно действуют.

Домовые ответвления вычисляются сообразно системе отдачи воды. Внутренний диаметр ответвления принимается не менее 2 см и обыкновенно не более 5 см. Лучше придерживаться правила, что никакой трубопровод не должен быть сделан в диаметре менее 2,5 см (1").

Обыкновенно диаметры труб в домовых ответвлениях, при давлении в сети от 2 до 4 атм., определяются сообразно числу кранов в доме:

укладываются	трубы	диаметром	в 2,5 см	при	числе	кранов	до 10,
»	»	»	» 3	»	»	»	от 10 до 20,
»	»	»	» 4	»	»	»	» 20 » 40,
»	»	»	» 5	»	»	»	» 40 » 80 и более,

при этом ванна принимается за два крана, клозет — каждый отвод за 2 крана и умывальник за 1 — 2 крана.

Обыкновенно принимают, что высота напора в уличной сети достаточна для домового водоснабжения, если при наибольшем часовом расходе указанная высота на 4 — 10 м превышает высоту наиболее высоко расположенного крана в доме. При зданиях значительной высоты приходится прибегать к устройству запасных резервуаров или баков или снабжать здание особой насосной станцией, берущей воду из городского же водопровода или из специально для этого устраиваемого приемника.

Трубопроводы с высоким напором (например, в 50 атм. и более) для промышленных целей устраиваются большею частью в виде отдельной, неза-

¹⁾ См. Материалы по вопросу о водоснабжении линии западной части Амурской ж. д. (1913), в которых имеются указания, что в полосе западной части Амурской ж. д. вечная мерзлота залегает на глубине 5 метров.

висимой сети. При этом следует иметь в виду, что трубы для таких водопроводов делаются с утолщенными стенками—и утолщение обыкновенно идет внутрь, т.-е. наружный диаметр труб не изменяется, а уменьшается внутренний диаметр—с целью возможного полного использования, обыкновенно заготавливаемых в большом количестве, соединительных частей, кранов и т. п.

Для домовых ответвлений обыкновенно употребляются чугунные, железные и свинцовые трубы. Для устранения разъедания железных труб их подвергают цинкованию, асфальтированию или же обработке по способу Барффа, при котором внутренняя поверхность труб покрывается слоем магнитной окиси железа. Кроме обыкновенных свинцовых труб имеются свинцовые трубы с внутренней оловянной оболочкой, толщиной около 0,5 мм, которые были предложены Гамоном (Hamon, Mantelröhre). Мы можем рекомендовать домовые ответвления устраивать из толстостенных свинцовых труб, если они находятся постоянно под напором воды, так как в этом случае нечего опасаться растворения свинца в воде. Нам известно несколько домов в Ленинграде, в которых железные трубы во дворах были заменены толстостенными свинцовыми, и после замены прекратились бесконечные ремонты: такие трубы стоят уже много лет, и ни разу не замечалось никакого повреждения.

Уличные трубы обыкновенно делаются чугунными и более редко—железными и стальными (см. ниже § 95).

В отдельных хозяйствах, селах и деревнях находят применение трубы из иных материалов: цементные или бетонные, гончарные, а также трубы из толя, нарусинны и т. п. материалов. В последнем случае на гладко выстроганный шест-скалку наворачивается в несколько слоев смазанный горячим асфальтом или гудроном толь или пропитанная ими ткань, затем шест удаляется—и получается готовая труба, поверхность которой обсыпают сухим мелким песком для устранения прилипания. Соединение подобных труб производится муфтами из того же материала, получаемыми наворачиванием на стыки предварительно смазанных или пропитанных асфальтом или гудроном полос. Такие трубы обходятся сравнительно очень дешево, выдерживают довольно большое давление, служат очень продолжительное время и допускают чрезвычайно легкий ремонт. Единственный недостаток, если ими проводится питьевая вода, это—первое время чувствуется некоторый привкус в воде. Для получения ответвлений, в трубе прорезаются отверстия, в которых примыкают сделанные из кровельного железа короткие патрубки с фланцами, обертываемые смазываемыми или пропитываемыми лентами, присоединяющими и концы ответвлений, внутрь которых вводятся упомянутые патрубки. Опыт показал, что при толстых стенках можно обходиться и без железных патрубков, при очень тщательной обмотке лентами стыков. При повышенном давлении стыки ответвлений следует скреплять проволокой, обматывающей трубы только в местах присоединений. Приходилось такие трубы применять в качестве фановых труб, и, так как они делаются сравнительно большого диаметра, то при изготовлении необходимо было, для устранения деформаций, прибегать к спирально-свитой толстой проволоке. На скалку наворачивается толстый слой пропитанной ткани, затем он обвивается проволокой, которая покрывается горячим асфальтом или гудроном и затем обертывается вторыми слоями ткани. Готовые трубы обертывались бечевкой и покрывались опять асфальтом или гудроном и насыпалась песком. После изготовления трубы изгибались соответственно назначению и затем некоторое время высушивались. Мы немного подробнее остановились на этих трубах, так как во многих случаях они оказались прямо незаменимыми.

В Америке для небольших и средних напоров очень распространено устройство водопроводов из деревянных труб, диаметр которых доходит до

14 футов. Деревянные трубы служат очень продолжительное время, — имеются указания на то, что деревянные трубы оказывались неповрежденными после 50 лет службы. Доски, из коих трубы сплетаются, берутся различной длины и небольшой толщины; сравнительно небольшая толщина им придается с тою целью, чтобы они пропитывались во всю толщу водою и лучше противостояли загниванию. Размеры досок по М. Adams ¹⁾ следующие:

Диаметр трубы	Толщина и ширина досок.	Сечение обречей.
250 <i>mm</i>	40 × 100 <i>mm</i>	8 × 11 <i>mm</i>
500 »	50 × 150 »	8 × 11 »
760 »	50 × 150 »	40 <i>mm</i> кругл.
1 <i>m</i>	50 × 150 »	42 » »
1,5 »	70 × 200 »	63 » »
1,8 »	76 × 200 »	66 » »

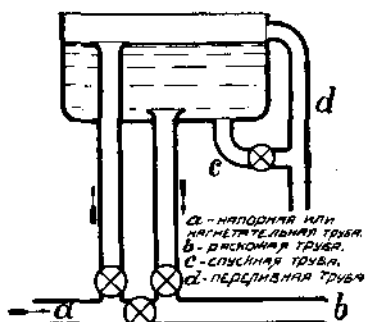
Для примера укажем на один из таких водопроводов, описанный в журнале *Engineering* за 1916 г. Длина водопровода равняется 7150 футов (около 2 верст). Падение на всей длине 50 ф. Внутренний диаметр деревянных труб = 48 дюймов. Наименьший радиус закругления в изгибах трубопровода = 150 ф. Трубы сплетались из хорошо выдержанных сосновых досок, шириною в 6 дюймов и толщиной в $1\frac{3}{4}$ дюйма. Доски обстрагивались со всех сторон, и по окружности их укладывалось 30 штук. Концы досок располагались вразбой, и соединение концов производилось вдавливанием или вбиванием в торцы досок стальных пластин. Трубы стягивались обручами из круглой стали ($\frac{3}{8}$ ", $\frac{1}{2}$ " и $\frac{7}{8}$ "), так расположенными, чтобы имелся одинаковый запас прочности по всей длине трубы. Обручи устанавливались на очень близком расстоянии, не более 6 дюймов друг от друга, и их можно было ослаблять или натягивать благодаря нарезанным концам, снабженным гайками и входящим в чугунные башмаки; в иных случаях концы обручей отгибались и стягивались болтами. Такие обручи или связи перед посадкою на место предварительно опускались в кипящий деготь или смолу. Сплетенные трубы укладывались на подкладках. Давление между досками в продольных стыках для достижения непроницаемости доводит до 5—6 *kg/cm²*, но лучше не переходить 5,5 *kg/cm²*.

Для достижения большей плотности в пазах можно рекомендовать производить предварительную наминку кромок, каковая совершается следующим образом: тупым орудием, пазовником или псоком молотка, пробивают жолоб вдоль середины сфугованной кромки доски, затем вторично фугуют кромку и при этом снимают боковые заплечики жолоба. Таким образом подготовленные доски собирают в трубу, и, когда доски намокнуто, то набитые в жолобах волокна дерева разбухают и выступают наружу валиками, заполняющими щели между досками.

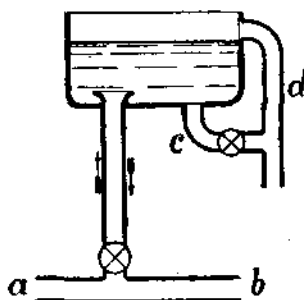
Для получения необходимого давления в сети приходится прибегать к устройству насосных станций, подающих воду в особые водопроводные резервуары или баки (водонапорные башни), из коих под напором вода поступает в сеть. Магистраль *ab* (фиг. 201 и 202), к которой присоединяется резервуар, состоит из напорной, или нагнетательной части *a* и расходной части *b*, при чем самое соединение резервуара с магистралью может быть

¹⁾ См. *Bulletin de la Société d'encouragement pour l'industrie nationale*. 1899. T. IV, p. 319, и *Технико-экономический Вестник*. 1922 г. № 6/7.

произведено или посредством двух труб (фиг. 201), или посредством одной трубы (фиг. 202). При первом устройстве поршни нагнетающих воду насосов находятся под постоянным давлением воды, при втором устройстве имеется возможность изменять положение уровня воды в резервуаре, а, следовательно, и изменять давление в сети, что дает возможность экономить в затратах на подъем воды в ночные часы, когда расход падает. При ограниченном потреблении воды резервуар может играть или роль запасного



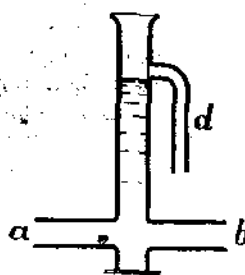
Фиг. 201.



Фиг. 202.

резервуара, принимающего в себя излишек воды при малых расходах и отдающего его в часы с повышенным потреблением, или роль регулятора давления в сети. Во втором случае резервуар может быть заменен водонапорной колонною (фиг. 203), но последняя уступает резервуару, так как при применении колонн работа насосов становится неравномерною, вследствие сильных колебаний уровня воды в водонапорных колоннах, значительно превосходящих колебания уровня в водонапорных резервуарах.

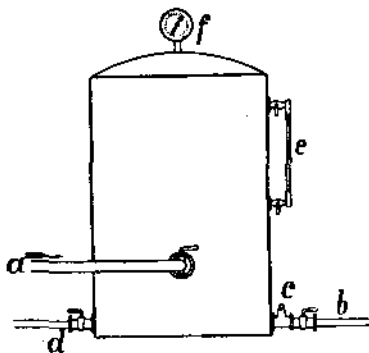
При ограниченных расходах, например: при водоснабжении фабрик, отдельных домов, усадеб, водолечебниц, казарм, железнодорожных станций и т. п., очень удобным и практичным устройством следует признать пневматический способ водоснабжения, о котором упоминалось уже выше, и при котором очень



Фиг. 203.

легко получить давление в 2—6 атмосфер. Этот же способ находит применение и в канализационных устройствах.

Устройством небольших аппаратов очень просто: устанавливается железный котел, рассчитанный на требуемое давление (фиг. 204); по трубе *a* в котел нагнетается вода насосом, ручным или



Фиг. 204.

машинным, сжимающая находящийся в котле воздух; положение уровня в котле определяется по водомерному стеклу *e*. Вода из котла отводится по назначению трубою *b*, снабженною краном и предохранительным клапаном *c*, при чем на указанной трубе может быть также установлен редукционный клапан, регулирующий давление воды. Труба *d*, снабженная краном, служит для промывки и выпуска из котла осадков.

Под давлением сжатого воздуха можно получить струи воды значительной силы и поднимать воду на большую высоту. При значительных

расходах воды устанавливается несколько котлов, сообщающихся между собою посредством трубопроводов, снабжаемых кранами. В котлы вода может быть впускаема и самотеком, для получения же повышенного давления прибегают к нагнетанию в котлы воздуха компрессорами, при чем при значительных давлениях (в 5 атм.) производится иногда в компрессорах двукратное сжатие воздуха. Если вода служит для питья, то воздух следует предварительно пропускать через фильтр. Охлаждение нагревающегося при сжатии воздуха производится холодильными рубанками и промежуточными холодильниками. Для удаления из воздухопровода содержащейся в воздухе влажности устанавливаются водяные горшки и автоматически-действующие водоотделители. Для примера можно указать на устройство пневматического водоснабжения на Берлинской промышленной выставке 1896 г., на которой часть территории, а именно увеселительный парк, снабжалась водою по этому способу, который также был применен для удаления нечистот и сточных вод с территории всей выставки. Сооружение было спроектировано и выполнено фирмой Эрих Мартен и К° в Берлине. Для сжатия воздуха служил компрессор, приводимый в движение непосредственно соединенной с ним паровой машиной компаунд. Сжатие воздуха происходило двукратное, — первоначально в цилиндре низкого давления, диаметром в 700 *mm*, а затем в цилиндре высокого давления — в 450 *mm* диаметром. Количество воды составляло 120 *m³* в час, при давлении в 4 атм. Это количество воды доставлялось тремя шахтными колодцами, диаметром по 1,75 *m* и глубиною по 6 *m*, из которых каждый был снабжен отдельным сифоном, состоящим из железного котла с выпуклыми днищами, разделенного перегородкою на две камеры неодинаковой емкости (1:2). В нижних днищах обеих камер имелись водовпускные клапаны. Обе камеры снабжались независимыми водовпускными, водоподъемными и воздухонапорными трубами. Впуск и выпуск воздуха производились перемещением самого котла. Котел плавал в воде колодца, направляясь прикрепленными к стенкам колодца рельсами. Действие аппарата состоит в следующем: когда котел наполнится водою, то он погрузится в воду колодца и займет нижайшее положение, опираясь нижним днищем о дно колодца. В этом положении котла распределительный аппарат открывает доступ в верхнюю большую камеру сжатому воздуху, который будет вытеснять воду в напорную трубу. Во время опорожнения верхней камеры котел всплывает и переводит воздухо-распределительный аппарат, при этом сжатый воздух начнет поступать в нижнюю меньшую камеру и будет опорожнять ее; в это же время верхняя камера сообщается с атмосферою, и вода начнет поступать в указанную камеру, а весь аппарат станет погружаться в воду колодца, открывая и закрывая впуск и выпуск воздуха по противоположным направлениям. Подобный процесс будет повторяться до тех пор, пока имеется в распоряжении сжатый воздух, или пока он впускается.

Соединение котлов с неподвижными трубопроводами для воды и воздуха было произведено посредством резиновых рукавов, которые могут быть заменены компенсационными соединениями или трубчатыми шарнирами.

Постоянное давление воздуха в котлах достигалось применением редукционных клапанов.

В видоизмененных устройствах пневматического водоснабжения воздушные резервуары устанавливаются отдельно от водяных котлов, с которыми соединяются соответствующим образом.

В последнее время пневматическое водоснабжение получило очень большое распространение, что и заставило нас более подробно остановиться на этом вопросе.

Расчет и проектирование сети.

69. При устройстве водопровода необходимо обеспечить поступление воды в самые отдаленные участки в требуемом количестве и под определенным напором; при этом, само собою разумеется, желательно, чтобы эти условия выполнялись при наименьших затратах по устройству сети и наименьших расходах по эксплуатации.

Обыкновенно задаются средним и максимальным суточными расходами на 1 жителя — с целью выяснения характера и определения размеров всего устройства водоснабжения, а также правильной его эксплуатации, и максимальным часовым расходом на 1 жителя — для расчета сети.

Для определения количества воды, которое должно подаваться трубами, необходимы указания относительно плотности или густоты населения.

Вообще, в больших городах густота населения достигает 600 — 1400 и более человек на 1 гектар (10000 м^2), в обыкновенных городских округах 200 — 600 человек на 1 гектар и в дачных кварталах 100 — 150 человек на 1 гектар.

Число жителей на квадратную единицу застроенной площади весьма различно в различных местах. По данным Spatago, на каждые 10 ар ($1000 \text{ м}^2 \approx 220 \text{ кв. саж.}$) застроенной площади живет жителей: Палермо — 143, Генуя — 131, Венеция — 105, Неаполь — 86, Берлин — 74, Рим — 73, Вена — 65, Турин — 57, Милан — 52, Брюссель — 47, Бреславль — 44, Париж — 41, Флоренция — 39, Болонья — 32, Дрезден — 32, Кельн — 31, Магдебург — 29, Гамбург — 29, Мюнхен — 25, Франкфурт-на-Майне — 19.

При проектировании сети густота населения должна быть определена изучением этого вопроса на месте, и отнюдь не следует руководствоваться данными, полученными для другого места. В старых частях города обыкновенно густота населения больше, нежели в новых частях, что продолжается до тех пор, пока приток населения не устремится в новые части, которые в таком случае могут оказаться более густо заселенными, чем старые.

Что касается количества воды, приходящегося на одного жителя, то оно варьирует в довольно больших пределах, в зависимости от очень многих условий. Для примера мы здесь приведем некоторые данные, в которых указывается средний расход воды на человека в день в литрах:

Париж — 215, Марсель — 450, Лимож — 240, Лион — 140, Лондон — 129 — 133 — 143, Манчестер — 102, Рим — 650, Неаполь — 344, Флоренция — 89, Венеция — 66, Берлин — 68, Любек — 200, Дрезден — 81, Лейпциг — 97, Киль — 76, Нью-Йорк — 299, Чикаго — 530, Бостон — 303, Цинциннати — 424, Сан-Франциско — 231, Буффало — 704, Вашингтон — 598, Ленинград — 210, Москва — 17 — 30, Киев — 31, Харьков — 11, Одесса — 70, Казань — 15, Самара — 15 — 43, Саратов — 13,5, Курск — 16, Нижний-Новгород — 38, Царицын — 16.

Для северной и средней полос СССР водоснабжение можно считать лишь достаточным, если приходится на одного жителя в сутки в городах с населением:

до 50 000 жителей	25 — 50 литров (2 — 4 вед.),
от 50 000 до 100 000 жителей . .	50 — 60 » (4 — 5 »),
» 100 000 » 200 000 » . . .	60 — 85 » (5 — 7 »),
свыше 200 000 жителей	85 — 160 » (7 — 13 »).

При определении расхода принимаются во внимание не только жилые помещения, но также фабрики, мастерские, фонтаны и т. п. Общих правил для определения наибольшего расхода дать нельзя, так как в каждом городе имеются свои особенности. В практике обыкновенно все требуемое количество воды относят к расходу на 1 жителя.

Очень трудно указать точные данные относительно количества потребляемой воды: когда отсутствует контроль, то расход воды увеличивается, при учете же потребления воды водомерами — расход уменьшается. По Фрюлинггу, для немецких городов, при учете потребления воды водомерами, на 1 человека в сутки количество расходуемой воды принимается:

для домашних потребностей от 35 до 51 l,	увеличенный расход от 55 до 71 l
» промышленных целей . » 15 » 30 l,	» » 25 » 40 l
на потерю » 5 » 14 l,	» » 15 » 24 l
Всего от 55 до 95 l.	от 95 до 135 l.

Как среднее значение, принимается расход в 95 l (7,75 вед.).

При отсутствии водомеров расход увеличивается на 20 — 30 l.

При расчете сети следует принимать во внимание прирост населения и увеличение площади питания, т.-е. не только настоящие, но и будущие требования, обыкновенно на ближайшие 10 — 20 — 30 лет.

Если прирост населения выражается p процентами в год, и эта цифра более или менее постоянна, и если обозначим через N_1 — число жителей во время постройки, а через N — число жителей, на которое составляется проект, и через n — число лет, в течение которых устройство должно функционировать, то по правилу сложных процентов:

$$N = N_1 \left(1 + \frac{p}{100} \right)^n \dots \dots \dots (591)$$

Для прусских городов ¹⁾ среднее значение $p = 2,7\%$, для более крупных городов $p = 2,8\%$, для 14 средних городов с населением от 36 542 до 46 626 жителей $p = 3\%$, для 50 малых городов с населением 36 501 до 20 154 жителей $p = 2,25\%$. Для русских городов некоторые принимают $p = 2,5\%$; если принять это число и положить $n = 15$, то получим, что $N = 1,45 N_1$, т.-е. при проектировании следует число жителей увеличивать на 45%.

Руководствуясь вышеуказанными соображениями, определяют густоту населения, т.-е. число людей, живущих на определенной площади, что, как это мы увидим ниже, необходимо знать для расчета сети.

В городах максимальный суточный расход воды в году можно принимать в 1,5 раза более среднего, а максимальный часовой в году можно принимать $= \frac{1}{12} - \frac{1}{10}$ среднего суточного расхода, хотя колебания бывают довольно значительны.

Кроме хозяйственного потребления воды, при расчете сети в хозяйственном водопроводе следует принимать во внимание еще пожарный расход, при котором не должно чрезвычайно падать давление. Обыкновенно задаются числом работающих гидрантов и числом струй воды в часы наибольшего расхода.

Требуемое давление в сети, как мы уже видели, может быть получено естественным путем в водопроводах с естественными уклонами, или гравитационных, и искусственным путем — в водопроводах с искусственным напором, или насосных. Тем или иным путем полученное давление в сети особенно важно сохранить на определенной норме в противопожарных водопроводах, в которых сеть должна удовлетворять тому условию, чтобы в любое время возможно было без посредства пожарных машин полу-

¹⁾ См. Handbuch der Ingenieurwissenschaften. Bd. III. Der Wasserbau. 1893.

чить нужное количество струй с определенным напором, например: для местностей и городов с населением:

от 1 000 до 1 500 жителей . . .	2 — 8 струй.
» 1 500 » 5 000 » . . .	4 — 10 »
» 5 000 » 10 000 » . . .	8 — 12 »
» 10 000 » 20 000 » . . .	10 — 14 »
» 20 000 » 60 000 » . . .	12 — 16 »
» 60 000 » 100 000 » . . .	14 — 20 »
» 100 000 » 150 000 » . . .	18 — 30 »
» 150 000 » 200 000 » . . .	30 — 50 »

При скученности построек в городе, даже с малым числом жителей, рекомендуется иметь не менее 10 струй.

В таких водопроводах каждый гидрант с помощью устанавливаемого на нем стейндерта (особая медная труба с двумя отростками наверху для привинчивания пожарных рукавов) должен давать во время пожара 615 — 1110 литров (50—90 ведер) воды в минуту, при чем высоте струй желательно иметь в 24 — 30 метров (80 — 100 фут.) Трубы, на которых устанавливаются гидранты, должны быть таких размеров, чтобы каждые два смежных гидранта могли давать три струи указанной мощности. В виду упомянутых требований инженеры Fanning и Freeman считают необходимым, чтобы в противопожарном водопроводе не допускались трубы диаметром менее 150 миллиметров (6").

У нас еще в 1893 г. первым русским водопроводным съездом принята была следующая резолюция.

1) Устройство противопожарных водопроводов, способных доставлять во всякое время дня и ночи известное определенное количество воды под напором, достаточным для тушения пожаров без помощи пожарных труб, следует считать наилучшим средством для сокращения пожарных убытков и для наиболее производительного расходования силы и энергии пожарных машин.

2) В видах наибольшего распространения таких противопожарных водопроводов в России, желательно установление страховыми обществами более строгой и более справедливой градации размеров скидок со страховых премий, в зависимости от размеров противопожарной силы водопроводов, ее постоянства и степени ее надежности.

3) Действующие в России страховые общества, путем рациональной нормировки премий в зависимости от противопожарной силы водопроводов и степени ее обеспеченности, могут вызвать быстрое распространение противопожарных водопроводов в России, безусловно выгодное для страхователей и для страховых обществ.

Кроме двух указанных систем водоснабжения — хозяйственной и противопожарной — устраиваются еще смешанные системы, в которых также применяются приспособления для противопожарной охраны, но выполнение последней может быть производимо, например, при помощи пожарных ручных и паровых машин; следовательно, сеть должна быть рассчитываема в отношении количества подаваемой воды как для хозяйственного, так и для пожарного потребления, или расчет сети ведется по хозяйственному потреблению, напор же в начальной точке водопровода определяется по скорости воды, соответствующей сумме расходов хозяйственного и пожарного.

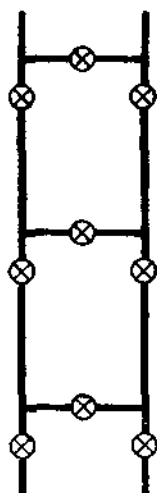
При устройстве сети необходимость выполнения некоторых условий настолько очевидна, что не требует никаких доказательств. Например, совершенно понятно, что, чем больше труб малого диаметра будет включено в сеть и чем эти трубы будут длиннее, тем потребуются больший напор

на насосной станции для получения в концах участков, обслуживаемых указанными трубами, необходимого давления. Отсюда ясно, что желательно так расположить магистрали, чтобы по возможности сократить пути питания и количества воды по трубам малого диаметра.

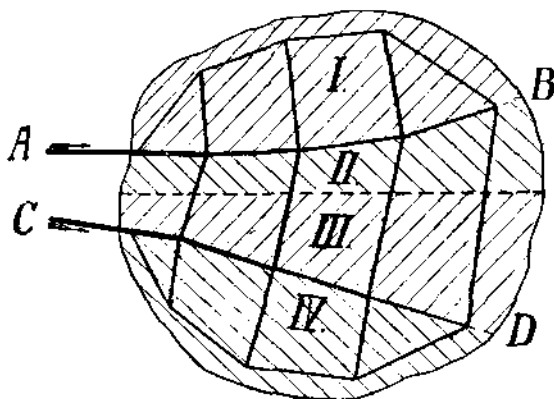
При проектировании сети необходимо стремиться к тому, чтобы нагрузка магистралей была по возможности одинакова.

Если приходится подводить воду из далеко расположенных источников, то магистрали следует делать двойными, и для устранения прекращения подвода воды вследствие повреждений в магистралях—их соединяют на расстояниях в 425—650 м (200—300 саж.) между собою (фиг. 205) и устанавливают задвижки для выключения поврежденных участков.

Имея вышеприведенные данные, не трудно определить направления магистралей *AB* и *CD* (фиг. 206), положения которых должны быть таковы, чтобы расходы по ту и другую сторону каждой из них по возможности были одинаковы, т.е. площади I и II, прорезываемые магистралью *AB*, и площади III и IV, прорезываемые магистралью *CD*, соответственно



Фиг. 205.

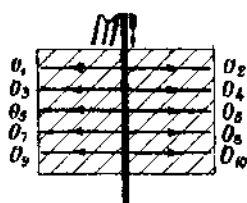


Фиг. 206.

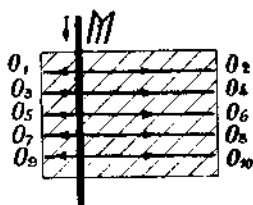
требовали одинаковое количество воды. При таком расположении более обеспечивается независимость работы каждой магистрали, хотя приходится и отступать от указанного расположения. Представим здесь несколько возможных расположений труб для какого-нибудь участка. Обыкновенно от магистралей ответвляются боковые трубы, имеющие также довольно значительные диаметры и образующие трубы 1-го порядка, меньших размеров. Магистрали будем обозначать буквою *M*, ответвления от них — буквою *O*. Предположим, что распределение воды в рассматриваемом участке, представляющем собою горизонтальную поверхность, должно производиться более или менее равномерно. На фиг. 207—209 представлены три возможных относительных положения магистралей и ответвлений. Имея в виду вышеприведенное замечание относительно очевидной выгоды некоторых положений, можем сказать, что, по отношению к получаемому давлению в трубах, расположение, представленное на фиг. 207, с центральной магистралью, выгоднее расположения, представленного на фиг. 208, с смещенною вбок магистралью, и первые два расположения выгоднее расположения, представленного на фиг. 209, с боковой магистралью.

Немного иначе дело обстоит, если участок расположен на покатости. В этом случае наклонное расположение труб может способствовать образо-

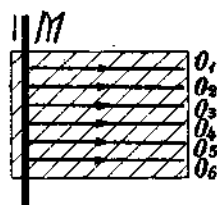
ванию естественного напора, увеличивающего давление в нижних концах труб. Рассматривая подобные же три схемы расположения труб, можем прийти к заключению, что расположения, представленные на фиг. 210 и 214, менее выгодны, нежели расположение, представленное на фиг. 212, и более выгодны по отношению к расположению, представленному на фиг. 211 и 213.



Фиг. 207.

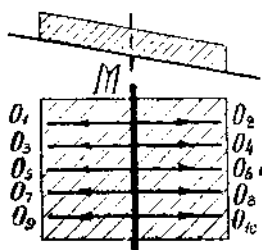


Фиг. 208.

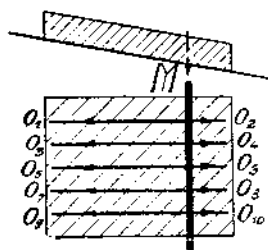


Фиг. 209.

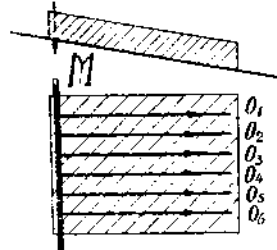
Но, если оценку выгодности того или иного расположения производить по отношению к размерам труб, т.е. их диаметрам, то расположения, представленные на фиг. 210, 211 и 214, имеют большую выгоду, а потому обыкновенно придерживаются следующего правила: при слабых покатоствах применяют расположения, представленные на фиг. 210 и 211, при чем с увеличением



Фиг. 210.



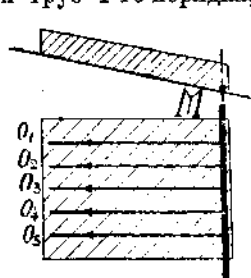
Фиг. 211.



Фиг. 212.

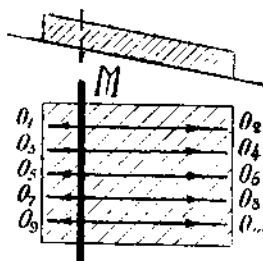
покатоства перемещают магистраль ближе к возвышенному краю (фиг. 214), а при значительных покатоствах более выгодным становится расположение, представленное на фиг. 212.

Имея эти указания, нетрудно наметить расположения магистралей и труб 1-го порядка, от которых уже ответвляются трубы 2-го порядка и т.д.



Фиг. 213.

После нанесения на план расположения труб, следует определить — какие части застроенных кварталов какими трубами обслуживаются. Обыкновенно каждый квартал со всех сторон обхватывается трубами. Наиболее установившийся прием для определения количества воды, требуемого от каждой трубы, состоит в том, что в каждом квартале выделение соответствующих частей, приле-



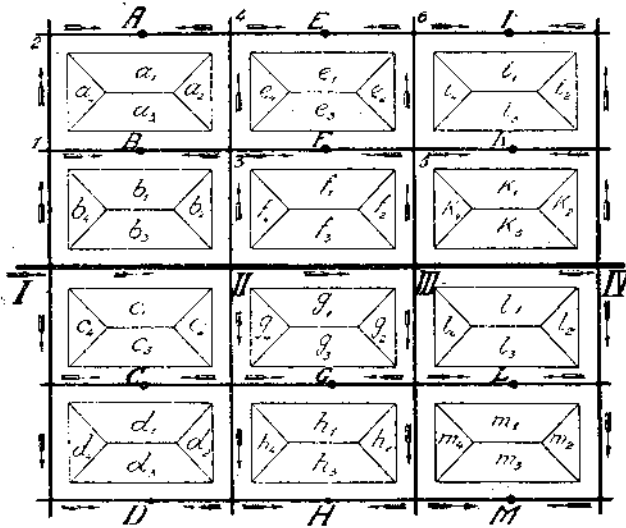
Фиг. 214.

гающих к питающим их трубам, производится биссектрисами и прямыми, соединяющими точки пересечения биссектрис (фиг. 215).

Существуют и другие приемы, например: производят разделение кварталов на отдельные части посредством диагоналей или иным способом, ближе подходящим к действительному делению участков на дворовые места,

но прибегать к более сложным приемам дробления не следует, так как нет никакой необходимости в абсолютно точном делении. Зная густоту населения и расход на 1 жителя, определяем для каждого участка требуемое количество воды.

Покажем, каким образом определяется количество воды, требуемое от каждого ответвления. Части магистрали будем обозначать римскими цифрами, поставленными в узловых пунктах, а части разводящих труб 1-го порядка — арабскими цифрами; участки будем обозначать буквами. Положим, кварталы имеют вид прямоугольников (фиг. 215). Для того, чтобы определить,



Фиг. 215.

какие трубы участвуют в питании, — на самых мелких трубах, т.е. трубах 2-го порядка, отмечаем глухие точки или отсеки *A, B, C, ...*, предполагая, как будто трубы в этих точках снабжаются перегородками или заглушками. Наметивши эти точки, легко определить характер питания. например: части трубы *A—4* и *E—4* будут питаться трубой *3—4*. части *E—6* и *I—6* будут питаться трубой *5—6*. Трубы *3—4* и *5—6* и части труб *B—3*. *F—3* и *F—5*, *K—5* будут питаться трубами *II—3* и *III—5* и т.д.

Само собою разумеется, в действительности всегда будут отступления от предполагаемого направления тока воды, но сети, рассчитанные согласно принятым указаниям, на практике функционируют вполне удовлетворительно.

Условившись относительно направления тока воды, укажем, каким образом определяются расходы, или количества подаваемой трубами воды. Начинать расчет следует с дальних труб, постепенно подаваясь к магистрали. Расход воды в трубе *A—4* равняется $\frac{1}{2}$ количества, требуемого участком *a*; расход этот надо рассматривать как расход *Q* на пути, и, определяя потерю напора по формуле (570), мы в ней должны положить расход на конце трубы *q=0*; при таких условиях расчетный расход равен

$$\frac{Q}{\sqrt{3}} = \frac{Q}{1,732},$$

но весьма часто принимают расчетный расход для таких труб равным *Q*, в виду того, что диаметры конечных труб 2-го порядка выходят очень незначительными, а, как мы видели, уличные трубы диаметром меньше 100 *mm* (4") не делаются — и все равно, следовательно, придется расчетный диаметр труб увеличивать, но расчет потери напора ведется по расходу в $Q : \sqrt{3}$.

Труба *E—4* находится в таких же условиях, а потому и расчетный расход определяется точно так же, как и трубы *A—4*. Труба *3—4* должна питать трубы *A—4* и *E—4*, и для нее расходы в трубах *A—4* и *E—4*

следует рассматривать как расход q на конце, но кроме того сама труба 3—4 должна питать участки a_2 и e_4 — и такое питание для трубы 3—4 является расходом на пути. Расход на пути в трубах В—3 и F—3 определяется точно таким же образом, как в трубах А—4 и Е—4. Для трубы II—3 расходом на конце является сумма расходов в трубах 3—4 и В—3, F—3, и расходом на пути — расходы на участках b_2 и f_4 и т. д.

Определивши таким образом расходы, расчет диаметров труб ведут или задаваясь скоростью движения воды в трубах, напр., принимают ее равной 1 метру в 1 сек. (около 3 футов)¹⁾, при чем максимальная скорость в экстренных случаях (пожар) не должна превышать 2,75—3 метров в 1 сек. (около 9'); или расчет ведут согласно указаниям, данным в §§ 66, 67. Расчет потерь напора ведется по формуле (571). Затем составляется таблица, согласно следующему образцу:

А				В									
№ участка или наименование улиц.	Площадь участков, питаемых трубами (в кв. метрах или в кв. саж.).	Число жителей (определяется по множению числа жилищ на 1 кв. метр или на 1 саж. ² , или на 100 кв. метр или на 100 саж. ² — на площадь участка).	Максимальный секундный расход воды (в куб. метр., в литрах или в ведрах).	Примечания.	Наименование труб.	Расход q на конце трубы.	Расход Q на пути.	Расчетный секундный расход : q .	Расчетный секундный расход : $q + 0,65 Q$.	Диаметр трубы.	Длина трубы.	Потеря напора.	Примечания.

Таблицы А и В можно разделить.

Зная потерю напора для каждой трубы, вычерчиваем линию действительных давлений; при этом обыкновенно ограничиваются вычерчиванием линий для наиболее невыгодных, в смысле потери напора, направлений, спрямляя входящие в провод трубы.

Кроме линий действительных давлений для максимального секундного расхода, определяемого по заданному максимальному часовому расходу, следует вычертить линии действительных давлений для усиленных расходов (при большом пожаре). Во всяком случае желательно, чтобы в таких крайних случаях в хозяйственных водопроводах обеспечена была подача воды хотя бы в нижние этажи на окраинах. Если последнее условие не будет выпол-

¹⁾ Для уменьшения потери на трение, весьма часто придерживаются следующего правила:

Для труб диам. от 100 до 300 мм (4" — 12") принимают скорость движения воды в трубах $\approx 0,4$ м ($\approx 1,25$ фута).

Для труб диам. от 300 до 510 мм (12" — 20") принимают скорость движения воды в трубах $\approx 0,5 - 0,85$ м ($\approx 1,75 - 2,25$ фута).

Для труб диам. от 510 до 1000 мм и более (20" — 38" и более) принимают скорость движения воды в трубе $\approx 0,9 - 1,0$ м (≈ 3 футов).

нено, то придется или повысить расчетное давление на насосной станции, если это возможно, и давление не выходит из пределов допустимых, или изменить расчетные диаметры труб дальних участков; при этом при вычерчивании линии действительных давлений для сомкнутой сети допускают возможным понизить на 25—50% расход на пожар, имея в виду окружное питание.

В сети обыкновенно происходят большие колебания в потреблении воды, вызывающие такие же колебания в напорах. Для выравнивания больших неправильностей в расходе воды в продолжение суток прибегают к устройству водонапорных или уравнительных резервуаров или башен, как об этом уже упоминалось.

При постоянной и равномерной подаче воды уравнительные резервуары, по Тиму (Thiem), должны иметь емкость в 16,35 до 24,36%, наибольшего дневного расхода. По Фрюлинг (Frühling), английские инженеры делают емкость резервуара, для длины водопровода до 80 километров, равной запасу на 48 часов действия, а для более длинных трубопроводов — соответственно больше.

При постоянном притоке и при длинных трубопроводах емкость резервуара обыкновенно принимают равную среднему дневному расходу (т.-е. полному годовому расходу, деленному на 365).

Статистика потребления воды в различных городах указывает, что сумма разностей объемов максимального и среднего часового потребления, за все часы суток, с расходом больше среднего часового, обыкновенно не превышает 25%, суточного расхода Q . Принимая это во внимание и учитывая возможность пожара, для тушения которого допустим действие определенного числа i пожарных кранов, подающих воду в течение, например, 2 часов, и расход для каждого крана в 1 минуту примем $= q$, — можем пользоваться для определения емкости V резервуара, при постоянной подаче, следующей формулой:

$$V = 0,00025 Q + 0,12 i q, \dots \dots \dots (592)$$

где V выражено в m^3 , а средний суточный расход Q и расход q — в литрах.

Водоснабжение фабрик и заводов.

70. Правильная постановка водоснабжения на фабриках и заводах имеет первостепенное значение. Потребление воды на фабриках и заводах производится с различными целями: для питания паровых котлов и холодильников при паровых машинах, для охлаждения механизмов и инструментов, для гидравлических машин и подъемников, для питья и других заводских и хозяйственных потребностей. Ранее проектирования водоснабжения необходимо произвести детальные исследования в отношении качества воды и того количества ее, на которые возможно рассчитывать при самых невыгодных условиях. Если вода дает накипь или обладает кислотными свойствами (рудничная вода), то следует иметь в виду необходимость очищения воды.

Что касается количества воды, необходимого для нужд фабрики или завода, то точных данных указать нельзя, так как многое зависит от оборудования, и можно привести только приблизительные данные. При определении количества потребной воды следует еще принимать во внимание, происходит ли пользование обратной водою, т.-е. водою из холодильников паровых машин, а также водою, служащею для охлаждения горнов и стенок печей и проч.; такую воду направляют для охлаждения или в градирни, или отводят трубами или каналами в особые бассейны или пруды и затем, после охлаждения и отстаивания, пользуются ею для вторичного употребления. Обратною водою обыкновенно приходится пользоваться, когда количество имеющейся в распоряжении воды недостаточно, или добыча ее обходится очень дорого. Принимая во внимание испарение и другие потери при пользовании обратной водою, количество ее для возможного использования следует принимать в 50% — 70%.

Средние нормы расхода воды:

	Количества воды в литрах.	Примечания.
1) На одного рабочего в сутки	100 — 250	Включены расходы на все потребности, на пожар и на поливку заводской площади.
2) Для паровых котлов на 1 м ² поверхности нагрева, в зависимости от системы котла, в час	9 — 35 (до 40)	
3) Для паровых машин на 1 индикаторную силу в час:		
Машины одноцилиндровые, без конденсации	11 — 23	
Машины одноцилиндровые с конденсацией	350 — 620	При пользовании обратной водою: 120 — 200 литров.
Машины компаунд, без конденсации	8,5 — 12	
» » с конденсацией	270 — 420	При пользовании обратной водою: 110 — 190 литров.
Машины тройного расширения, с конденсацией	200 — 350	При пользовании обратной водою: 60 — 100 литров.
Паровые турбины без конденсации	5,5 — 15	
» » с конденсацией	250 — 600	Принято поверхностное охлаждение. При пользовании обратной водою: 100—250 литров.
Двигатели внутреннего сгорания	16 — 20	
4) На железнодорожных заводах, для охлаждения печей и инструментов, по отношению к одной пудлинговой или сварочной печи, в час	750 — 1100	Или на каждого рабочего в сутки: 1000 — 2200 литров.
5) На сталелитейных заводах на каждого рабочего в сутки	1000 — 2200	При бессемеровании возможно свободное пользование обратной водою.
6) Для доменной печи с суточной выплавкой 300 тонн чугуна, в час	300 000—360 000	
Для доменной печи с суточной выплавкой 500—600 тонн чугуна, в час	450 000—540 000	
Для очистки доменных газов, в зависимости от содержания пыли в 1 м ³ газа, на каждый 1 м ³ газа	1—5	Доходит до 14 литров.
7) В углепромышленных фабриках, для промывки 1 тонны угля	1000 — 1100	
8) В коксовых печах, для гашения 1 тонны кокса	750 — 1100	

	Количество воды в литрах.	Примечания.
9) В соединенных чугуноплавильных и передельных заводах, на каждого рабочего в сутки	2000 — 5000	
10) В машиностроительных заводах, на каждый станок в час	10 — 45	В исключительных случаях эти нормы приходится значительно увеличивать, — например, при повышенной скорости, для охлаждения реза, размерами 2" × 2 1/2", требуется воды 3 галлона в минуту (11,36 л). Такое количество воды является, повидимому, предельным, и при таком охлаждении обыкновенно пользуются обратной водой.
11) В каменноугольных рудниках, при добыче <i>q</i> кг угля, количество откачиваемой воды	(1 — 10) <i>q</i>	
в среднем	(3 — 5) <i>q</i>	
12) На золотых приисках, для промывки <i>q</i> кг песка, количество воды	(20 — 25) <i>q</i>	Доходит до 40 <i>q</i> .

Вместимость напорного заводского резервуара делается не менее 1,5—2 объемов воды, подаваемой насосами в 1 час.

В каждой мастерской должны быть поставлены пожарные краны, число коих рассчитывается сообразно обслуживаемой ими площади. Такие же краны должны быть установлены около складов и других помещений.

Число внутренних кранов вообще зависит от вида и размеров площади помещения.

В заводском хозяйстве имеет огромное значение правильное и беспре-
рывное действие водопровода. Такое действие должно быть обеспечено во всякое время дня и ночи, всякое нарушение в нем может иметь гибельные последствия, а потому все части водопровода должны быть всегда в исправности, а расчет самого водопровода следует вести на повышенный расход, т.-е. иметь всегда некоторый запас в водоподъемных приспособлениях и водоемных устройствах, а в сети иметь трубы достаточного диаметра.

Водоснабжение текстильных фабрик ¹⁾. На текстильных фабриках обыкновенно устраиваются противопожарные водопроводы и преимущественно системы Гринеля, которая получила такое большое распространение благодаря тем значительным привилегиям, которые предоставлялись страховыми обществами фабрикам, введшим ее у себя. При этой системе фабрика снабжается автоматическими пожаротушителями, или спринклерами, обыкновенно представляющими собою колпачки, закрепляемые на подающих напорную воду трубах и снабженные соплами, прикрываемыми

¹⁾ См. Правила об автоматическом огнетушителе «Спринклер Гринель». Изданае бывш. 1-го Страхового Об-ва.

пробками из легкоплавкого металла; при повышенной при пожаре температуре пробки расплавляются и открывают сопла, дающие довольно сильные струи воды. Имеются и другие приспособления для открытия сопел при повышенной температуре.

По системе Гринеля спринклеры устанавливаются возможно ближе к потолкам, а в чердаках — к откосам и коньку крыши; при этом питающие трубы тех спринклеров, которые помещаются в неотапливаемых зимних помещениях, во избежание замерзания наполняются сжатым воздухом, пополняемым по мере убыли.

Спринклеры устанавливаются один от другого на расстояниях не больших 3 м (10 фут.), а от стен и выступающих потолочных и стропильных балок не дальше 1,5 м (5 фут.). На каждые 9,5 м² (100 фут.²) площади пола должен иметься по крайней мере один спринклер. В исключительных случаях расстояние между двумя спринклерами допускается доводить до 3,66 м (12 фут.), с тем, чтобы на каждый спринклер приходилось не более 9,5 м² (100 фут.²) защищаемой им площади пола.

Во избежание всяких случайностей, следует иметь два независимых водопитателя, которыми могут служить:

- 1) возвышенный водонапорный бак,
- 2) автоматический водяной насос,
- 3) неавтоматический, т.е. обыкновенный насос, и
- 4) городской водопровод.

Дозволяются следующие соединения или комбинации:

- 1) городской водонапорный резервуар + городской водопровод,
- 2) городской водопровод + автоматический или неавтоматический насос, и
- 3) возвышенный водонапорный бак + насос.

Бак признается достаточной вместимости: если приходится 0,45 м³ (37 вед.) на каждый спринклер, когда наибольшее число спринклеров в защищаемом этаже одного здания (или соединений между собою зданий) не превышает 50, и ни в каком случае, даже при числе спринклеров менее 30, вместимость бака не должна быть менее 13,65 м³ (1110 вед.).

При числе спринклеров большем 50 и меньшем 150 емкость бака должна быть не менее 22,75 м³ (1850 вед.).

При числе спринклеров большем 150 и меньшем 200 емкость бака должна быть не менее 29,6 м³ (2405 вед.).

При числе спринклеров большем 200 емкость бака должна быть не менее 34,13 м³ (2775 вед.).

Бак постоянно должен быть наполнен водою, и дно его должно помещаться на высоте не менее 4,57 м (15 фут.) над наивысшим спринклером.

Если вместимость бака больше расчетной, то его можно использовать и для других целей, но выпускное отверстие для удаления этого избытка должно помещаться на такой высоте над дном бака, чтобы в баке оставался расчетный запас воды.

Насос должен быть всегда готов к работе и должен давать давление в 0,63 кг/см² (10 фунт./дюйм²) для наивысшего спринклера и должен давать в минуту:

- 1) 1,13 м³ (92 вед.) воды, когда число спринклеров в одном этаже соединений между собою зданий не превышает 100,
- 2) 2,26 м³ (184 вед.) воды, когда при тех же условиях число спринклеров не превышает 200, и
- 3) 2,83 м³ (230 вед.) воды, когда число спринклеров более 200.

Когда городской водопровод служит одним из водопитателей, то давление воды должно быть такое же, как и в предыдущем случае — при пользовании насосом, и вода из уличной водопроводной трубы, до главного запорного

клапана, должна быть проведена в здание по особой трубе, служащей только исключительно для питания спринклеров; при этом уличная труба городского водопровода должна иметь необходимые размеры, чтобы водопровод мог быть признан неограниченным питателем, а для этого указанная труба не должна иметь диаметр меньше диаметра главной питательной трубы, для определения которого служит следующая таблица:

Внутренний диаметр трубы.	Дозволенное число сприн- клеров.	Внутренний диаметр трубы.	Дозволенное число сприн- клеров.
19 mm ($\frac{3}{4}$ ")	1	76,2 mm (3")	46
25,4 mm (1")	3	88,9 " ($3\frac{1}{2}$ ")	78
31,75 mm ($1\frac{1}{4}$ ")	5	101,6 " (4")	115
38,1 mm ($1\frac{1}{2}$ ")	9	114,3 " ($4\frac{1}{2}$ ")	125
44,45 mm ($1\frac{3}{4}$ ")	14	127 " (5")	150
50,8 mm (2")	18	152,4 " (6")	200 и более.
63,5 mm ($2\frac{1}{2}$ ")	29		

Распределительные трубы должны быть так установлены, чтобы не более 12 спринклеров питалось в одном ряду, и ни в каком случае не должно быть устанавливаемо более 6 спринклеров в одном ряду в каждую сторону от главной распределительной трубы.

Если на фабрике устраивается пневматическое водоснабжение, то емкость котла не должна быть менее 22,75 m^3 (1850 вед.), при чем $\frac{2}{3}$ котла должны быть заняты водою, и давление сжатого воздуха должно быть настолько значительно, чтобы начальное давление воды было не менее 5,27 kg/cm^2 (75 фунт./дюйм²) в наивысшем спринклере, если котел находится на одной высоте с ним; если же котел находится ниже, то в нем добавочное давление должно быть в 0,1 kg/cm^2 ($1\frac{1}{2}$ фунт./дюйм²) на каждые 305 mm (1 фут.) вертикального расстояния дна котла от наивысшего спринклера; при этом расстояния меньшие 305 mm считаются за полное расстояние в 305 mm .

Допускается и уменьшение давления воздуха, но в таком случае емкость котла должна быть не менее 30,75 m^3 (2500 вед.), и наполнение его должно быть только наполовину; при этом начальное давление должно быть не менее 3,16 kg/cm^2 (45 фунт./дюйм²), если котел находится на высоте наивысшего спринклера, но если котел находится ниже, то за каждые 305 mm или меньшие части вертикального расстояния между дном котла и наивысшим спринклером добавочное давление должно быть 0,07 kg/cm^2 (1 фунт./дюйм²).

Вместо одного котла может быть установлено несколько, общей емкостью — вышеуказанной величине.

При установке спринклеров на мукомольных мельницах соблюдаются те же правила, но расстояние между спринклерами не должно превышать 2,44 m (8 фут.), спринклеры у стен устанавливаются на расстояниях 1,22 m (4 фута) от них, и один спринклер полагается на защиту 6 m^2 (64 фута²) площади пола.

При расчете водоснабжения в текстильных фабриках следует еще принимать во внимание расход на увлажнение воздуха, которое необходимо как в интересах самой обработки, так и в интересах сохранения здоровья рабочего. Увлажнение воздуха всегда сопровождается вентилированием помещения. Обыкновенно задаются необходимою относительною влаж-

ностью, выраженной в процентах. Чтобы составить себе понятие об относительной влажности, укажем, что следует различать абсолютную и относительную влажность. Абсолютною влажностью называется вес водяных паров, заключающихся в единице объема воздуха. Относительною влажностью называется отношение абсолютной влажности данного воздуха к наибольшей абсолютной влажности его, соответствующей имеющемуся давлению и температуре. Если, например, абсолютная влажность в данном помещении = 12 граммам в 1 м^3 , и температура воздуха = 20°C , то для определения относительной влажности придется обратиться к таблице насыщенного парами воздуха в которой соответственно означенной температуре найдем наибольшую абсолютную влажность = 17,17 грамма в 1 м^3 , а потому относительная влажность в процентах будет:

$$\frac{12}{17,17} \times 100 = 69,89\%.$$

Для бумагопрядильных и ткацких фабрик допускают относительную влажность в пределах $50\% - 70\%$. Влажность должна быть: в банкобращном отделении $50 - 55\%$, в прядильном $55 - 60\%$, в гребенчесальном и катушечно-сноваальном до 70% ; влажность должна быть постоянной.

В шерстопрядильных и ткацких шерстяных фабриках придерживаются тех же норм для влажности, не повышая ее во избежание образования ржавчины на машинах.

Обыкновенно вентиляция рассчитывается на обмен воздуха в помещениях 2 раза в час (доходит до 5).

Из предыдущего примера видно, что при заданной относительной влажности и известной температуре помещения можно вычислить необходимый вес водяных паров в 1 м^3 , которые должны быть введены увлажнителями; но при вентилировании помещений вводится наружный воздух, а потому следует иметь в виду абсолютную влажность наружной атмосферы и при расчетах принимать самые неблагоприятные условия, т.е. когда на дворе холод (мороз) и сухо.

Каждый увлажнитель обыкновенно пульверизует 5 — 8 литров воды в час.

Возьмем самые неблагоприятные условия, примем мороз в 20° и требуемую относительную влажность в 70% при двойном обмене воздуха. При холоде в -20° наибольшая абсолютная влажность наружного воздуха = 1,06 грамма водяных паров в 1 м^3 . Допустим внутреннюю температуру помещения в 30°C (24°R); этой температуре соответствует наибольшая абсолютная влажность = 30,13 грамма водяных паров в 1 м^3 , а тогда количество водяных паров, соответствующее 70% относительной влажности, будет:

$$\frac{30,13 \cdot 70}{100} = 21,09 \text{ грамма.}$$

Следовательно, на каждый вводимый 1 м^3 воздуха необходимо прибавить воды:

$$21,09 - 1,06 = 20,03 \text{ грамма.}$$

Положим, объем фабрики = $38\,000 \text{ м}^3$. При двойном обмене воздуха потребуется для увлажнения следующее количество литров воды в час:

$$\frac{38000 \cdot 2 \cdot 20,03}{1000} = 1532,18.$$

Если каждый увлажнитель пульверизует 8 литров воды в час, то для снабжения фабрики нужной влагой потребуется установить:

$$\frac{1532,18}{8} \approx 192 \text{ увлажнителя.}$$

Для достижения надлежащего распыливания струи воды необходимо давление в 6 — 9 атмосфер.

При пульверизации струями сжатого воздуха давление в воздушном компрессоре доводят до 1 — 1½ атмосфер, при этом давление воды должно быть лишь достаточным для заполнения всех трубопроводов, на которых установлены пульверизаторы.

Водоснабжение железнодорожных станций.

71. Для питания паровозов предпочитается вода речная. Обыкновенно вода нагнетается в баки, которые должны быть расположены на такой высоте, чтобы даваемый ими напор был в состоянии преодолеть сопротивления в сети и сообщить воде надлежащую скорость истечения, достаточную для быстрого наполнения тендеров, при чем на больших станциях величина напора в сети должна быть сообразована с возможною промывкою паровозных котлов.

Для расчета водоснабжения необходимо определить постанционный расход воды. Потребность воды на каждой станции исчисляется в зависимости: 1) от максимального числа пар поездов на перегонах между смежными станциями, в предположении неисправности водоснабжения более удаленной станции, считая по виртуали и по норме 115—145 литров (4—5 фут.³) на виртуальную поезд-версту полезного пробега паровозов; 2) от свойства и состава поездов на перегоне и 3) от расхода на маневры, резервы и промывку паровозов¹⁾, а равно на потребности малых мастерских и живущих на станции, каковой расход, согласно техническим условиям сооружения ж. д., определяется в сутки: на станциях с коренным депо в 97,1 м³ (10 саж.³), на станциях с оборотным депо 29—39 м³ (3—4 саж.³) и на всех прочих по 9,7 м³ (1 саж.³). Для потребностей перевозимых войск определено по 24,3 м³ (2½ саж.³) воды на конечных станциях и на станциях с паровозными депо и по 9,7 м³ (1 саж.³) на прочих станциях. При сооружении Сибирской ж. д. потребное количество воды для каждой станции определялось, вообще, в 200 — 255 литров (7—9 фут.³) на поезд-версту полезного пробега паровозов на соответствующих перегонах, при чем для горных участков увеличивалось до 255 — 310 литров (9 — 11 фут.³).

Руководствуясь вышеприведенными указаниями, возможно определить потребное количество воды для станции и размеры бака. Обыкновенно общая вместимость баков не должна быть менее ¼ суточного расхода воды на питание паровозов, отходящих от станции, + некоторый запас на случайные потребности в течение ночи. Согласно техническим условиям сооружения некоторых новых линий, общая емкость баков должна быть не менее 116,5 м³ (12 саж.³) на станциях с паровозными депо, а на остальных не менее 58,3 м³ (6 саж.³). Возвышение дна бака над уровнем рельсов не должно быть менее 8,5 м (4 саж.). Для наполнения тендеров устанавливаются краны, для которых обыкновенно расход можно принять = 0,02 — 0,08 м³ в секунду. Емкость тендеров изменяется в пределах 8 — 34 м³ (282,5—1200 фут.³).

¹⁾ На промывку паровоза затрачивается 8 — 15 м³ воды, или считают 3,75 литра в секунду, при чем сама промывка производится обыкновенно в течение 1½—3 часов, в зависимости от загрязнения.

Приведем некоторые данные существующих станционных водоснабжений.

Станция I класса Ж. Суточная потребность воды исчислена следующим образом:

1) для 90 поездов, отправляемых с этой станции, полагая по $11,33 \text{ м}^3$ (400 фут.³) на каждую тендерную цистерну, потребуется $11,33 \times 90 = 1019,7 \text{ м}^3$ (36 000 фут.³)

2) для 5 маневровых паровозов, считая наполнение тендеров два раза в сутки $11,33 \times 5 \times 2 = 113,3 \text{ м}^3$ (4 000 фут.³)

Всего 1133 м^3
(40 000 фут.³ или 116,618 саж.³)

3) на промывку паровозов, а равно и на потребности мастерских и живущих на станции $97,1 \text{ м}^3$ (10 саж.³)

4) на потребности перевозимых войск $24,3 \text{ м}^3$ (2½ саж.³)

5) на сено-прессовальный завод $9,7 \text{ м}^3$ (1 саж.³)

6) 5% от всего суточного расхода на непредвиденные надобности $63,2 \text{ м}^3$ (6,5 саж.³)

Полный суточный расход = $1327,3 \text{ м}^3$ (136,624 саж.³).

Наибольшая общая емкость баков:

$$V = \frac{1133}{4} + 18 = 301,25 \text{ м}^3 (31 \text{ саж.}^3),$$

где 18 м^3 (1,85 саж.³) — небольшой запас на случайные потребности в течение ночи.

Поставлено два бака, емкость каждого = $\frac{301,25}{2} = 150,625 \text{ м}^3$ (15,5 саж.³).

Придана каждому баку емкость в $155,4 \text{ м}^3$ (16 саж.³).

Станция II класса Д. Суточная потребность воды исчислена следующим образом:

1) для 28 поездов, отправляемых с этой станции, полагая по $9,71 \text{ м}^3$ (343 фут.³) на каждую тендерную цистерну, потребуется $9,71 \times 28 = 271,88 \text{ м}^3$ (9604 фут.³)

2) на маневры, резервы и промывку паровозов, а равно для потребностей мастерских, живущих на станции и перевозимых войск . . $97,1 \text{ м}^3$ (10 саж.³) + $24,3 \text{ м}^3$ (2½ саж.³) = $121,4 \text{ м}^3$ (12½ саж.³)

Всего $393,28 \text{ м}^3$ (40,5 саж.³).

Необходимая общая емкость баков:

$$V = \frac{271,88}{4} + 10 = 77,97 \text{ м}^3 (8 \text{ саж.}^3).$$

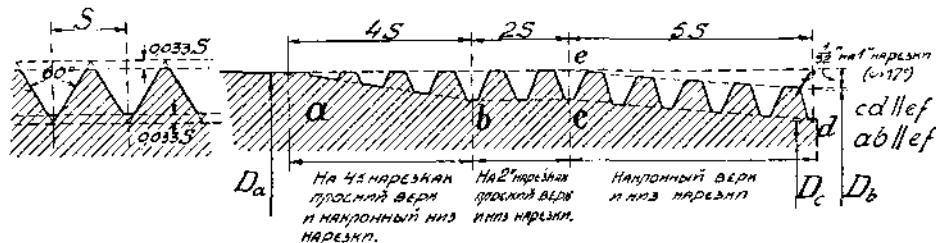
В виду возможного расширения станции поставлено два бака, по $77,7 \text{ м}^3$ (8 саж.³) каждый.

первоначальном устройстве керосинопровода на Кавказе на участке Михайлово-Батум, на котором впоследствии указанные трубы были заменены сварными. Железные и стальные трубы соединяются посредством муфт, навинчиваемых на нарезанные концы труб. Соединение труб необходимо производить особенно тщательно. Большею частью для этого применяется нарезка Бриттса (фиг. 216). Выступы зубцов и впадины слегка закруглены.

Глубина нарезки $= \frac{0,8''}{n}$, где n = числу нарезок на 1".

Длина конца трубки с правильной нарезкой $= (0,8D + 4,8) \cdot \frac{1}{n}$,

где D = внешнему диаметру нарезанной части в дюймах.



Фиг. 216.

Ниже приводятся таблица размеров диаметров D_a , D_b и D_c в миллиметрах, и указано число нарезок на 1".

Внутренний диам. трубы в дюйм.	1/8	1/4	3/8	1/2	3/4	1	1 1/4	1 1/2	2	2 1/2
D_a мм.	10,29	13,72	17,15	21,34	26,67	33,40	42,17	48,26	60,33	73,08
D_b мм.	9,98	13,26	16,66	20,70	26,04	32,59	41,30	47,40	59,41	71,60
D_c мм.	8,48	11,00	14,43	17,81	23,14	29,06	37,80	43,89	55,91	66,52
Число наре- зок на 1"	27	18	18	14	14	11 1/2	11 1/2	11 1/2	11 1/2	8

Внутренний диам. трубы в дюйм.	3	3 1/2	4	4 1/2	5	6	7	8	9	10
D_a мм.	88,90	101,60	114,30	127,00	141,30	168,28	193,68	219,08	244,48	273,06
D_b мм.	87,40	100,03	112,63	125,25	139,45	166,27	191,52	216,77	242,00	270,39
D_c мм.	82,82	94,95	106,55	120,17	124,37	161,20	186,44	211,69	236,91	265,31
Число наре- зок на 1"	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8

При расчете трубопровода обыкновенно пользуются формулою (471):

$$h = \frac{Q^2 l}{\gamma d^5}$$

из которой имеем:

$$Q = \sqrt{\gamma} \sqrt{\frac{d^5 h}{l}}$$

Полагая $\sqrt{\gamma} = k$, получим:

$$Q = k \sqrt{\frac{d^5 h}{l}}, \dots \dots \dots (593)$$

где Q —объемное количество жидкости, перекачиваемой в 1 минуту, d —внутренний диаметр трубы, h —высота столба перекачиваемой жидкости, затрачиваемая на преодоление вредных сопротивлений, l —длина трубопровода, и k —численный коэффициент, величина которого зависит от принятой единицы меры и от природы жидкости и для нефтепродуктов большого удельного веса находится в сильной зависимости от температуры.

Приведем величины коэффициента k для английской и метрической системы мер.

Английская система мер.— Будем выражать:

Q —в куб. футах в 1 минуту, d —в дюймах, h и l в каких угодно, но одинаковых единицах длины, тогда:

для Бакинской нефти удельного веса 0,867—0,871 $k=4$.

» воды и керосина удельного веса 0,82 $k=5$.

» нефтяных остатков удельного веса 0,91, при температуре $+5^\circ \text{C.}^1)$ $k=1$.

Метрическая система мер.— Будем выражать:

Q —в куб. метрах и d —в метрах, тогда при тех же значениях k :

$$Q = 4,591 k \sqrt{\frac{d^5 h}{l}} \dots \dots \dots (594)$$

и

$$h = \frac{0,0474}{k^2} \cdot \frac{Q^2 l}{d^5} \dots \dots \dots (595)$$

При $k=4$:

$$Q = 18,4 \sqrt{\frac{d^5 h}{l}} \dots \dots \dots (596)$$

и

$$h = 0,00297 \frac{Q^2 l}{d^5} \dots \dots \dots (597)$$

При $k=5$:

$$Q = 23 \sqrt{\frac{d^5 h}{l}} \dots \dots \dots (598)$$

и

$$h = 0,0019 \frac{Q^2 l}{d^5} \dots \dots \dots (599)$$

¹⁾ Влияние температуры на величину коэффициента будет указано ниже.

Величины коэффициента k заимствованы из соч. инженер-механика В. Г. Шухова: Трубопроводы и их применение к нефтяной промышленности. Москва. 1895¹⁾. В этом сочинении трактуется довольно подробно вопрос о нефтепроводах, и мы здесь познакомим с основными выводами, приведенными в указанном сочинении, в котором рассматриваются условия наиболее выгодной работы трубопроводов при употреблении как нормальных труб высокого давления, выпускаемых трубопрокатными заводами, так и тонкостенных труб постоянной толщины, независимой от диаметра. Рассматриваются два случая, — в первом из них определяется величина расхода Q для различных диаметров d трубопровода, при условии наиболее выгодной стоимости всего сооружения, и во втором определяется наиболее выгодный диаметр d для различных расходов Q . Для определения указанных величин Q и d приводятся нижеследующие зависимости.

1. Трубопроводы со многими станциями²⁾.

а) Трубы высокого давления.

При заданном диаметре d в дюймах, расход в футах³:

$$Q = k^{2/3} \cdot d^2 \sqrt[3]{\frac{b}{2\alpha}} \dots \dots \dots (600)$$

где k имеет те же значения, которые были указаны при пользовании английскою системою мер;

при дешевом топливе	$b = 0,01, \alpha = 0,02$
» среднем »	$b = 0,02, \alpha = 0,03$
» дорогое »	$b = 0,03, \alpha = 0,04;$

величины b и α сохраняют свои значения и во всех нижеприведенных формулах.

При средних значениях вышеприведенных величин b и α можно принимать:

$$Q = 0,26 k^{2/3} d^2 \sqrt[3]{d} \dots \dots \dots (601)$$

При заданном расходе Q :

$$Q = k^{2/3} d^2 \sqrt[3]{\frac{2b}{5\alpha}} \dots \dots \dots (602)$$

¹⁾ Очень интересные сведения о нефтепроводах можно найти также в сочинениях: 1) Г. К. Мерчинга: О движении жидкостей—воды, керосина и нефти в трубах. СПб. 1892. и 2) статья проф. Е. Пястолькова: Движение жидкостей по трубам, в связи с расчетом трубопроводов для нефтяных продуктов, помещенная в журн. «Нефтяное и сланцевое хозяйство». 1920 г. №№ 9—12.

²⁾ Если положим, что длины трубопроводов между всеми станциями одинаковы и равны l фут. каждая, а число интервалов между станциями $= n$, то полная длина трубопровода $L = nl$. Если обозначим через h_0 величину предельного давления, которое может быть допущено в трубах, тогда расстояние l определится из формулы (593):

$$l = \frac{k^2 \cdot d^5 \cdot h_0}{Q^2}$$

и

$$n = \frac{L}{l} = \frac{Q^2 \cdot L}{k^2 \cdot d^5 \cdot h_0}$$

За n принимается ближайшее целое число; если получится $n < 1$, то это покажет, что возможно обойтись без промежуточных станций.

В среднем:

$$Q = 0,24 k^{2/3} d^3 \sqrt[3]{d} \dots \dots \dots (603)$$

б) Трубы тонкостенные, постоянной толщины, независимой от диаметра ¹⁾.

При заданном диаметре d :

$$Q = 0,82 k^{2/3} d^3 \sqrt[3]{\frac{b}{2\alpha}} \dots \dots \dots (604)$$

В среднем:

$$Q = 0,37 k^{2/3} d^3 \dots \dots \dots (605)$$

При заданном расходе Q :

$$Q = 0,82 k^{2/3} d^3 \sqrt[3]{\frac{2b}{5\alpha}} \dots \dots \dots (606)$$

В среднем:

$$Q = 0,27 k^{2/3} d^3 \dots \dots \dots (607)$$

II. Трубопроводы без промежуточных станций.

а) Трубы высокого давления.

При заданном диаметре d :

$$Q = k^{2/3} d^3 \sqrt[3]{d} \sqrt[3]{\frac{b}{2\alpha}} \sqrt[3]{1 + \frac{b_1}{b \cdot d}}, \dots \dots \dots (608)$$

где $b_1 \cong 0,0037$.

В среднем:

$$Q = 0,30 k^{2/3} d^3 \sqrt[3]{d} \dots \dots \dots (609)$$

При заданном расходе Q :

$$Q = k^{2/3} d^3 \sqrt[3]{d} \sqrt[3]{\frac{2b}{5\alpha}} \sqrt[3]{1 + \frac{b_1}{2b \cdot d}} \dots \dots \dots (610)$$

В среднем:

$$Q = 0,26 k^{2/3} d^3 \sqrt[3]{d} \dots \dots \dots (611)$$

б) Трубы тонкостенные, постоянной толщины.

При заданном диаметре d :

$$Q = k^{2/3} d^3 \sqrt[3]{\frac{b}{2\alpha}} \dots \dots \dots (612)$$

В среднем:

$$Q = 0,45 k^{2/3} d^3 \dots \dots \dots (613)$$

При заданном расходе Q :

$$Q = k^{2/3} d^3 \sqrt[3]{\frac{2b}{5\alpha}} \dots \dots \dots (614)$$

¹⁾ Американский завод National Tube Works Company готовит железные трубы с толщиной в $\frac{1}{8}$ " при диаметре от 2" до 5", с толщиной в $\frac{1}{16}$ " при диаметре от 2" до 12" и с толщиной в $\frac{1}{4}$ " при диаметре от 2" до 14".

В среднем:

$$Q = 0,33 k^{1/2} \cdot d^3 \dots \dots \dots (615)$$

Необходимый напор определяется из формулы (593), при английской системе мер:

$$h = \frac{Q^2 \cdot l}{k^2 \cdot d^5}, \dots \dots \dots (616)$$

при метрической системе мер:

$$h = \frac{Q^2 \cdot l}{21 k^2 \cdot d^5} {}^1) \dots \dots \dots (617)$$

Трубопровод для нефтяных остатков должен лежать в земле. При хорошей защите труб работа перекачки остатков не вызывает особых затруднений.

Нормальные остатки имеют удельный вес 0,910 при температуре 15° С. Под именем «остатков» иногда на рынок поступают смеси очень густых остатков масляного производства с озерной нефтью, с примесью разных легких оттонов нефти. Вообще, состав остатков бывает чрезвычайно разнообразный, а потому трудно указать общий коэффициент трения, а, следовательно, и коэффициент расхода.

Для нефтяных остатков инженер-механик В. Шухов рекомендует принимать коэффициент расхода

$$k = 0,6 + 0,06 T,$$

при средней температуре остатков [по всей длине трубы — в пределах

$$-5^\circ \text{C} < T < +50^\circ \text{C}.$$

и

$$k = 0,6 - 0,6 T$$

при

$$-5^\circ \text{C} < T < 0,$$

но при этом оговаривает, что формула применима только при значениях $T > 0$, а потому для нефтяных остатков, при английской системе мер:

$$Q = (0,6 + 0,06 T) \sqrt{\frac{d^5 \cdot h}{l}}, \dots \dots \dots (618)$$

где Q выражено в фут.³, h и l — в фут., d — в дюймах и T в градусах Цельсия.

При метрической системе мер:

$$Q = 4,591 (0,6 + 0,06 T) \sqrt{\frac{d^5 \cdot h}{l}}, \dots \dots \dots (619)$$

где Q выражено в куб. метрах, d — в метрах, h и l в любых одинаковых мерах, T — в градусах Цельсия (в пределах от -5° до $+50^\circ$).

Потеря напора:

$$h = \frac{0,0474}{(0,6 + 0,06 T)^2} \frac{Q^2 l}{d^5} \dots \dots \dots (620)$$

Остатки идут по трубам и при $T = -10^\circ \text{C}$. и даже ниже, но движение их совершается очень медленно.

В Бакинском трубопроводе скорость течения нефти, в зависимости от температуры, приблизительно колеблется от 1,5 до 4 фут. в 1 сек.

¹⁾ См. также форм. (595).

Для уменьшения сопротивления в трубопроводах пробовали применять различные средства. Наибольшее сопротивление движению по трубопроводу оказывают тяжелые сорта нефти; при перекачке таких сортов нефти приходится чрезвычайно повышать давление, а это влечет за собою значительное удорожание всего устройства; при низких же температурах движение нефтяных остатков по трубопроводу прекращается: причина тому более густая консистенция остатков, вследствие чего они с большим трудом проходят через клапаны насосов, и благодаря значительной липкости коэффициент трения получает большую величину.

Для облегчения движения тяжелой нефти и нефтяных остатков нефть и остатки подогревают, для чего в трубопровод включается трубчатый подогреватель, устанавливаемый на всасывающей трубе у насоса; нагревание производится мягким паром. Подогревание оказывало пользу, но только на небольших расстояниях, т.-е. для коротких трубопроводов. Другой прием — присоединение воды в количестве до 30%; сопротивление движению уменьшалось, но вода трудно отделялась от нефти, приходилось для этого вести подогревание до 180° Фаренгейта (с 82° С.). В Америке были произведены очень интересные опыты ¹⁾, в конце концов приведшие к очень положительным результатам. После ряда испытаний был устроен трубопровод протяжением в 31,7 мили (около 40 верст), диаметром в 8". Трубопровод, как это обыкновенно делается, был уложен извилисто, чтобы трубы могли свободно изменять свою длину от изменения температуры. Трубы были снабжены шестью внутренними винтовыми ребрами, имеющими шаг в 10 фут., образуемыми в каждой трубе вдавливанием на $\frac{3}{32}$ " роликов, при винтовом перемещении трубы при помощи каната. Трубы испытывались давлением в 1200 фунтов на дюйм², рабочее давление доводилось до 800 фунт. на дюйм². В трубопровод вводилась вода в количестве 10%, со стороны подачи нефти, направляемая кольцевым зазором, образуемым короткою трубчатою вставкою диаметром в 7". Внутри трубчатой вставки помещалась винтовая пластина для сообщения винтообразного движения струе нефти. Оказалось, что подобная подача рифлеными трубами и с присоединением 10% воды увеличивалась в 8—10 раз по сравнению с подачею гладкими трубами и без прибавки воды. Причина указанного явления состоит в том, что вода откидывалась, при винтовом движении, центробежною силою к внутренним стенкам трубопровода и образовывала собою водяную оболочку, окружающую нефтяную струю и уменьшающую трение. Вода в сливном конце совершенно свободно отделялась от нефти, и вода и нефть могли быть отводимы раздельно, при чем воды в нефти оставалось около 1%. Для того, чтобы после остановки облегчить подачу нефти—на трубопроводе в пониженных местах, на расстояниях 400 фут. друг-от-друга, были установлены колена или устроены карманы, в которых скоплялась вода при прекращении подачи нефти. Здесь же приводится формула:

$$p = \frac{K \cdot v^2}{d} \quad , \quad \dots \dots \dots (621)$$

служившая для сравнения и выяснения пользы присоединения воды при употреблении рифленых труб, но не для всех случаев применимая.

Значения величин, входящих в формулу, следующие:

p = падению давления на каждые 100 фут.,

d = диаметру трубы в дюймах,

v = скорости течения в футах в секунду,

K = численному коэффициенту.

¹⁾ См. статью J. D. Isaacs: Rifled Pipe for Pumping Heavy Crude Fuel Oil, помещенную в журнале: The Railroad Gazette, 1906, стр. 606.

Для 8" гладких, нерифленых труб:

при пропуске одной нефти, без воды, в среднем $K = 70,00$
 » » 90% нефти + 10% воды, в среднем $K = 41,00$.

Для 8" рифленых труб:

при пропуске 90% нефти + 10% воды, в среднем $K = 0,49$
 » » 90% » + 10% » в лучшем случае $K = 0,37$.

Для 3" гладких, нерифленых труб:

при пропуске одной нефти без воды, в среднем $K = 148,00$.

Для 3" рифленых труб:

при пропуске 90% нефти + 10% воды, в среднем $K = 0,33$
 » » 90% » + 10% » в лучшем случае $K = 0,25$
 » » одной воды $K = 0,18$.

В хорошо и надежно устроенных трубопроводах применение резервуаров на промежуточных станциях исключительно служит для учета перекачиваемой жидкости, и, раз эксплуатация уже установилась, то резервуары остаются выключенными—и жидкость, минуя их, поступает в насосы, вследствие чего действие всегопровода становится непрерывным; но если имеются резервуары, то наполнение их может образовывать запас перекачиваемого продукта на случай повреждения трубопровода.

Для выравнивания работы насосов, в случае непрерывной подачи, а также для остановки их при повреждениях линии, устраиваются автоматические регуляторы и устанавливаются приборы весьма разнообразных конструкций.

Краткие сведения относительно устройства водостоков.

73. При редком народонаселении, т.-е. при малом количестве лиц, живущих на определенной площади, условия жизни более или менее благоприятны. С увеличением числа жителей естественно должны ухудшаться эти условия,—происходит большее загрязнение почвы и порча воздуха, в котором замечается уменьшение кислорода и увеличение углекислоты и водяных паров, а также появление миазмов. Чтобы при таких обстоятельствах улучшить условия жизни, необходимо принимать известные меры для очистки почвы и освежения воздуха.

Обыкновенно наибольшему загрязнению подвергаются верхние слои почвы, благодаря фильтрациям из выгребов, помойных ям, а также благодаря разложению различных органических веществ и т. п. причинам. Вследствие этого происходит и загрязнение почвенных вод, которые весьма часто служат для питья, а при значительных колебаниях уровня этих вод происходит выделение вредных для здоровья испарений, что нередко служит одною из главных причин появления эпидемических болезней.

Благодаря тем же самым деятелям происходит и загрязнение рек, тем большее, чем гуще народонаселение и чем больше развита промышленность. В местах скопления органических отходов имеется весьма благоприятная среда для развития микробов. Огромное число микроорганизмов поглощается нами безвредно, но некоторые из них вызывают инфекционные болезни.

Само собою разумеется, необходимо бороться с причинами, угрожающими здоровью, и с давних пор выработались известные приемы, которые не пере-

стают совершенствоваться и которые дают возможность в местах скопления людей или в городах уничтожать или удалять опасные для здоровья вещества и тем улучшать неблагоприятные условия жизни.

Для поддержания чистого воздуха в городах желательное сохранение растительности, которая играет немалую роль в обмене веществ, очищая воздух и оздоравливая почву.

Для оздоровления (ассенизации) почвы, необходимо возможно быстрее удалить как твердые, так и жидкие остатки — грязь, разлагающиеся вещества и т. п. Оздоровление может производиться не только удалением веществ, способных к разложению, но и сжиганием их.

Древнейшие следы культуры указывают на то, что многим народам были знакомы основные законы общественного здоровья (Индия и Египет). Средневековая культура дает также не мало примеров замечательных работ, и, как известно, древний Рим славился своими сооружениями гидротехнического характера.

Вещества, подлежащие удалению, и определение количества их.

Вещества, которые подлежат удалению из городов и других поселений, могут быть сухие или твердые и жидкие. К первым относят: сор с дворов и улиц, кухонные твердые отбросы, навоз, кал и т. п.; ко вторым: атмосферные воды, домовые (помой с кухонь, прачечных, содержимое клозетов и т. п.), фабричные и почвенные воды.

Чтобы произвести правильный расчет канализации, необходимо иметь точный план местности и указания о количестве тех и других отбросов.

Составляя план местности, лучше выбирать крупный масштаб (40 — 60 м в 1 см). На плане должны быть нанесены все улицы, как существующие, так и проектируемые, а также площади, сады, фонтаны, промышленные заведения, бани, застроенные и незастроенные участки и т. п. На плане должны иметься отметки поверхностей улиц и площадей. Равные отметки соединяются горизонталями. В дополнение к упомянутым сведениям необходимы указания изменений уровней почвенных вод, наибольшие, средние и наименьшие высоты стояния воды в городских реках, каналах и резервуарах. Если же город находится близ моря, то необходимо нанести уровень последнего и иметь сведения о приливах и отливах.

Количество отбросов пропорционально густоте народонаселения, а количество жидких отбросов пропорционально, кроме того, количеству воды, расходуемой каждым жителем. Расчет канализационной сети следует вести с некоторым запасом; насколько надо произвести увеличение — сказать вполне определенно весьма трудно, это зависит от действительного прироста населения, о величине которого указывалось уже в статье о водопроводах. Таким образом количество сточных вод, как уличных, так и домовых, являющихся наиболее важным элементом при расчете канализации, не поддается точному определению, и приходится довольствоваться приближенными данными.

Атмосферные осадки. При учете количества атмосферных осадков следует иметь в виду, что часть выпавшей в виде дождя воды испаряется и часть впитывается почвою, а потому при слабых дождях вода и не стекает в водостоки. Обратно, при ливнях и при быстром таянии значительных количеств снега, особенно, когда оттепели сопровождаются большими дождями, происходит обильный приток уличных вод в водостоки.

Считают, что из всего количества выпадающей на известную площадь воды — $\frac{1}{2}$ испаряется, $\frac{1}{2}$ поглощается почвою и $\frac{1}{2}$ стекает по поверхности земли в более пониженные места, — это последнее количество воды и должно быть принято водостоками.

В городах, имеющих мостовые, просачивание в почву или грунт менее, и для них количество отводимых вод должно принимать в $\frac{2}{3}$ объема выпадающей воды.

По наблюдениям в английских городах, при существовании так называемой непроницаемой мостовой, в каналы попадает от 53 до 94% всего количества выпавшей влаги. Время, в которое эта выпавшая влага убирается каналами, в среднем в $3\frac{1}{2}$ раза превышает продолжительность дождя. Наблюдениями также доказано, что наибольшая интенсивность дождя более средней в 2,4 раза, а потому, обозначая через H в миллиметрах среднюю высоту слоя выпавшего дождя в секунду, через h в миллиметрах высоту слоя воды, подлежащей удалению каналами, и принимая вышеуказанные цифровые данные, получим, в зависимости от силы дождя, два значения для h :

$$h = \frac{0,53H \cdot 2,4}{3,5} = 0,36 H \dots\dots\dots (622)$$

$$h = \frac{0,94H \cdot 2,4}{3,5} = 0,65 H \dots\dots\dots (623)$$

Принимая же во внимание положение и уклоны площадей, придется пределы расширить. Для большинства районов Европейской части СССР канализационную сеть должно рассчитывать на ливни, соответствующие часовому слою воды в 25—40 мм, и как высший предел (для юга) считать 60 мм в час.

Если обозначить через Q количество выпавшей дождевой воды в секунду на известную площадь, напр., на один гектар или на 100 кв. саж., и через q — ту часть воды, которая должна быть удалена каналами, то

$$q = \psi Q \dots\dots\dots (624)$$

где $\psi < 1$ и можно принимать:

- $\psi = 0,7$ — 0,9 . . . для старых, плотно застроенных, частей города;
- $\psi = 0,5$ — 0,7 . . . для примыкающих, новых, застроенных частей города;
- $\psi = 0,3$ — 0,5 . . . для загородных частей;
- $\psi = 0,1$ — 0,3 . . . для незастроенных площадей и т. п.;
- $\psi = 0,05$ — 0,2 . . . для садов, парков, городских осушенных полей, в зависимости от покатости и положения;
- $\psi = 0,01$ — 0,1 . . . для городских, покрытых лесами, пространств.

Если принимать во внимание величину площадей и уклоны, то можно пользоваться формулами Bürkli и Brix, дающими величину φ — коэффициента замедления стока (Verzögerungs-Koeffizienten):

$$\text{формула Bürkli} \dots \varphi = \frac{1}{\sqrt[4]{F}} \dots\dots\dots (625)$$

$$\text{формула Brix} \dots \varphi = \frac{1}{\sqrt[6]{F}} \dots\dots\dots (626)$$

где F — площадь в гектарах (1 га = 10 000 м² = 2196,8 саж.²).

• Количество воды, которое подлежит удалению каналами, будет:

$$q_1 = \varphi \cdot \psi \cdot F \cdot Q \dots\dots\dots (627)$$

При вычислении q_1 можно пользоваться также данными Манка (Mank). Ниже мы приводим для сравнения таблицу:

$F_{\text{на}}$	$\varphi = \frac{1}{\sqrt[4]{F}}$	$\varphi = \frac{1}{\sqrt[6]{F}}$	φ по Манку.
1	1,00	1,00	0,85
10	0,56	0,68	0,58
20	0,47	0,61	0,43
40	0,40	0,54	0,29
80	0,33	0,48	0,22
100	0,32	0,46	0,22

Как видно, безопаснее будет пользоваться формулами (625) и (626) и брать формулу (625) для местностей плоских или при малых уклонах и формулу (626) — для местностей с крутыми уклонами.

Само собою разумеется, водостоки должны вбирать воду и при ливнях, но если принимать во внимание при проектировании каналов сильные ливни, то устройство водостоков обошлось бы слишком дорого, а потому для отвода воды при таких исключительных обстоятельствах устраивают так называемые предохранительные ливнеотводы. Определение же размеров всех прочих частей производится по местным данным, принимая во внимание те небольшие дожди, которые повторяются довольно часто. К исключительным ливням надо отнести такие, когда получается в час слой воды более 75 мм, дождь такой силы обыкновенно дает 205 л (литров в секунду) на гектар. При таких сильных ливнях вода направляется особыми спусками в ближайшие овраги, озера или реки.

Домовые и общественные воды.

Качество домовых вод крайне разнообразно и зависит не только от количества воды, потребляемой жителями, но и от принятой системы ее удаления, а также вообще от способа удаления нечистот. Когда имеется водопровод, то расход воды на каждого жителя значительно возрастает, особенно в том случае, когда устроена канализация, которая очень облегчает удаление отходов.

Относительно количества потребляемой воды выше, в статье о водопроводах, были сделаны соответствующие указания.

К домовым сточным водам следует присоединить твердые и жидкие экскременты, выделяемые людьми и животными. Количество их ничтожно, сравнительно с количеством остальных жидких отходов, почему по большей части и не вводится в расчет при определении размеров общей сплавной сети, тем более, что человеческие испражнения, при хороших ватерклозетах, поступают в водостоки в весьма разжиженном состоянии. При определении же размеров стоков отдельных зданий, как-то: кавалерийских казарм, ферм и т. п., приходится принимать во внимание количество выделяемых экскрементов.

Количество плотных извержений (кала) в день на одного человека принимается = 90 г и мочи — 1200 г, круглым числом $1\frac{1}{2}$ л; в год на одного человека принимается 33 кг плотных извержений и 438 кг мочи.

100 000 человек дают ежедневно около 9 м^3 плотных извержений и 120 м^3 мочи.

Одна штука крупного скота дает в день, считая и подстилку, $0,04 \text{ м}^3$ извержений, или $14\text{--}15 \text{ м}^3$ в год.

Общая сумма животных извержений в маленьких городах, с большим числом хозяйств, вдвое больше количества людских испражнений; в больших городах меньше или столько же, сколько и человеческих испражнений.

В благоустроенных иностранных городах все твердые и до $\frac{3}{4}$ жидких человеческих экскрементов попадают в водосточную сеть.

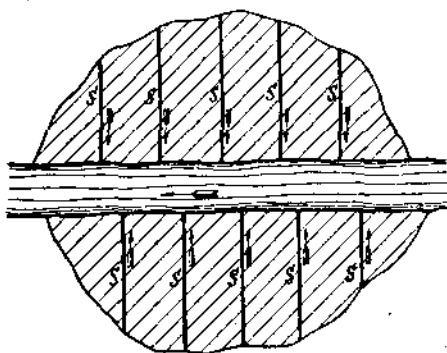
Иногда канализационная сеть устраивается таким образом, что в нее не должны вовсе попадать человеческие извержения, но в большинстве случаев приходится считаться с злонамеренным спуском, несмотря на все запрещения.

Системы водосточков.

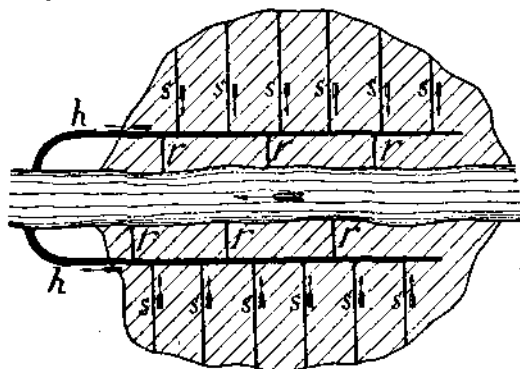
74. Водостоки можно разделить на две основных системы:

1. общесплавную и
2. раздельную.

В первой системе атмосферные, домовые, общественные и фабричные воды отводятся общию сетью подземных труб и каналов; во второй устраивается не менее двух сетей стоков, из коих одною отводятся только атмосферные воды.



Фиг. 217.



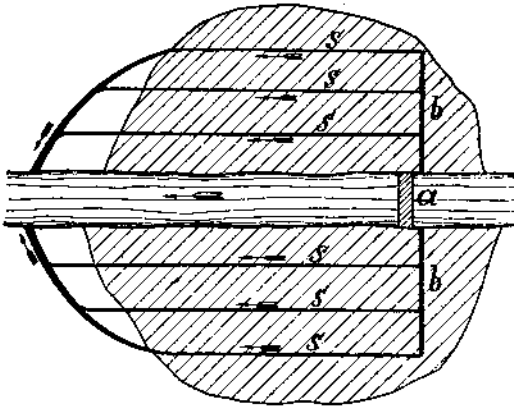
Фиг. 218.

При устройстве водосточков сухие отбросы или сор обыкновенно удаляются вывозом, воды же удаляются по трубам или каналам свободным стоком или искусственною механическою силою, — при помощи сжатого или разреженного воздуха, или посредством перекачивающих насосов.

Кроме указанных основных систем различают еще системы: гидропневматическую, дифференциальную и др., или связывают их название с именем изобретателя и первую, т.-е. гидропневматическую, называют системою Шона, вторую — системою Лирнура и т. д.

Как сказано было — сухие отбросы обыкновенно удаляются вывозом, но очень часто дозволяется, а иногда и предписывается, как твердые, так и жидкие отбросы собирать в общие приемники, вырытые в земле, — деревянные, каменные или бетонные, при чем иногда приемники не имеют дна и даже нижними концами не углублены в непроницаемый слой почвы. При таком устройстве отбросы легко просачиваются в почву и заражают ее.

В общесплавной системе перемещение нечистот совершается преимущественно силой тяжести, но в исключительных случаях прибегают к насосам, или применяются иные способы, как это было указано выше.



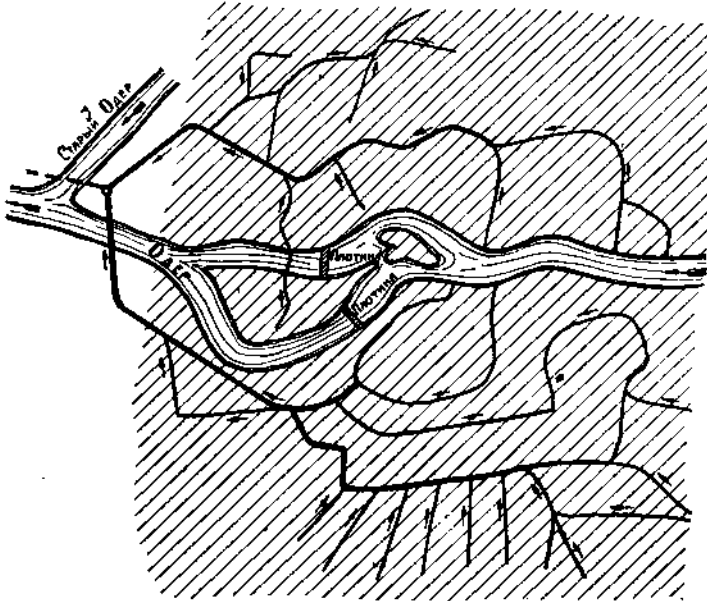
Фиг. 219.

В раздельной же системе силой тяжести пользуются в каналах, отводящих атмосферные воды, для отвода же нечистот обыкновенно прибегают к сжатому или разреженному воздуху или устраивают также перекачивающие насосные станции.

Общесплавная система. В общесплавной системе канализационная сеть состоит из сточных галлерей - коллекторов, которые проводятся вдоль улиц, следуя, по возможности, за уклонами поверхности земли. В главные коллекторы, принимающие

большее количество нечистот, последние подводятся второстепенными коллекторами, имеющими меньшие размеры. Главными же коллекторами нечистоты выводятся за черту города.

Расположение главных коллекторов бывает чрезвычайно разнообразно, но можно выделить несколько типичных систем.

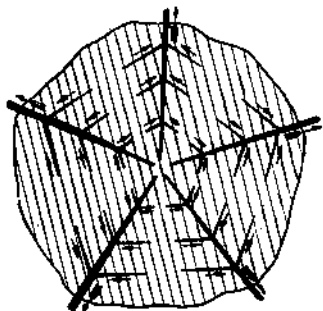


Фиг. 220.

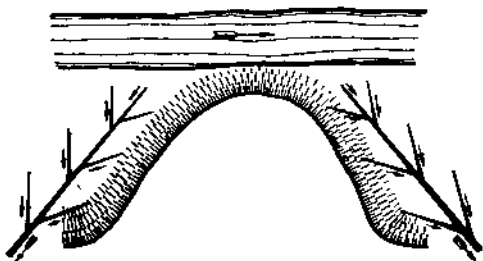
1) Перпендикулярная система (фиг. 217). В этой системе главные сборные коллекторы *a*, несвязанные между собою, направляются по кратчайшему расстоянию, перпендикулярно к направлению реки, протекающей через город. Такая система обыкновенно применялась в первое

время устройства водостоков, при ней нечистоты производят загрязнение и заражение речных вод даже в пределах города, почему при ней рационально требовать предварительного обезвреживания сточных вод, а лучше допустить ее применение в раздельной системе, для отвода воды, образуемой атмосферными осадками. Эта система имеет и свои хорошие стороны: ограниченные размеры коллекторов, благодаря их незначительной длине, и возможность канализировать отдельные части города совершенно самостоятельно, вводя подобную канализацию постепенно. Недостатки ее все-таки значительно превышают упомянутые достоинства, что хорошо чувствуется ленинградскими жителями, так как к этой системе относится большинство существующих в настоящее время деревянных стоков в городе, сильно заражающих не только каналы, но и почву.

2) Пересеченная система (фиг. 218) является улучшением предыдущей системы. В этой системе вдоль берега реки проводятся коллекторы h , которые пересекают поперечные коллекторы z и, вбирая из них нечистоты, отводят их за город, где они или впускаются в реку, — при этом лучше их предварительно очищать, — или перекачиваются на поля орошения.



Фиг. 221.



Фиг. 222.

Если уровень сточных вод в коллекторах h выше уровня воды в реке, то могут быть устроены ливнеотводы r , которые, в таком случае, значительно уменьшают размеры дорого стоящих коллекторов h .

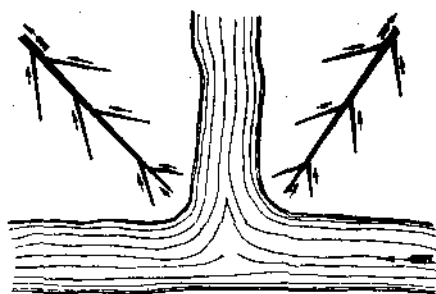
3) Параллельная (веерная) система (фиг. 219) отличается тем, что главные коллекторы направляются параллельно или под некоторым углом (веером) друг к другу. При значительном падении или при возможности устроить плотину a , промывку сети удобно производить помощью промывных галлерей b .

Подобная система применена в городе Бреславле (фиг. 220). Настоящий пример приведен для того, чтобы показать, что коллекторы по своему виду могут значительно отступать от прямолинейного направления, не теряя тех особенностей, которые характеризуют систему.

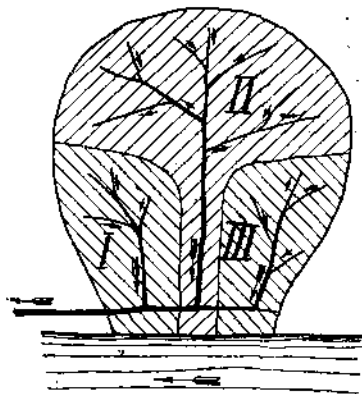
4) Радиальная система (фиг. 221). В этой системе направление коллекторов идет от центра к периферии, так что каждый участок канализируется по направлению от густо населенных частей к окраинам. При ровной местности эта система имеет очень значительные преимущества: с увеличением населения постепенно застраиваются окраины, и в этом случае чрезвычайно удобно продолжать канализационную сеть, не трогая центральной части, рассчитанной на наибольшую густоту населения; приходится только удлинять главные коллекторы, придавая им соответствующие размеры. В устьях главных коллекторов производится очистка сточных вод или перекачка их в отдаленные от города местности — на поля орошения и т. п.

Для уменьшения количества земляных работ следует придерживаться правила: направление коллекторов сообразовать с направлением уклонов поверхности земли; таким образом видом местности определяется направление коллекторов. Для примера показано направление коллекторов, когда город расположен на мысе (ф. 222), и когда имеются значительные протоки (ф. 223).

Само собою разумеется, что при устройстве канализационной сети следует по возможности уменьшать число отдельных коллекторов одинаковой проводимости, так как устройство одного коллектора обходится дешевле нескольких коллекторов, по общей проводимости его заменяющих.



Фиг. 223.



Фиг. 224.

5) Поясная система (фиг. 224) применяется на местности с большими неровностями и отличается тем, что город разбивается на отдельные пояса I, II, III... с одинаковыми нивелировочными отметками. Каждый пояс имеет самостоятельную канализацию и свои собственные коллекторы, расположенные по одной из вышеуказанных систем. Так как город разбивается на несколько участков, то размеры коллекторов выходят сравнительно небольшими, что удешевляет постройку.

Расчет сети.

75. Количество отводимых каналами вод. Применение той или другой системы водостоков и конфигурация местности определяют более или менее вид и расположение сети. Кварталы города разбиваются на участки, соответствующие отдельным водостокам, и, принимая во внимание сделанные выше указания, определяются максимальные количества домовых Q_0 и ливневых Q_1 вод, подлежащих удалению в каждом участке.

Если сеть устроена таким образом, что ею отводятся все воды, то коллекторы рассчитываются на отвод количества вод:

$$Q = Q_0 + Q_1 \dots \dots \dots (628)$$

Если же в сети устроены ливнеотводы или ливнеотпуски, то следует спускать через них достаточно чистые воды, особенно в пределах города, а потому приходится принимать во внимание степень разжижения домовых вод ливневыми водами, — в этом отношении мы встречаемся с неопределенными данными.

Обозначим через α — допустимую степень разжижения, т.-е. если, например, $\alpha = 2$, то это значит, что наибольшее количество домовых вод (определяемое в часы наибольшего притока) должно быть разжижено двумя такими же количествами ливневой воды, прежде чем допустить сток в ливнеотвод.

Приведем для примера несколько значений α , допущенных в различных городах:

Ленинград (проект Линдлея)	$\alpha = 1,5-2$
Варшава	$\alpha = 0,5$
Берлин	$\alpha = 6,4$
Гамбург	$\alpha = 3-4$
Франкфурт-на-Майне	$\alpha = 4$
Штеттин	$\alpha = 9,5$

Понятно, что за чертой города значение α может быть принято меньшим. Весьма многие в черте города принимают $\alpha = 2-3$.

Если в сети имеются ливнеотводы, то размеры всех коллекторов, расположенных выше первого ливнеотвода, рассчитываются на количество вод, определенное по формуле (628). Ниже первого ливнеотвода количество протекающих вод принимается равным (фиг. 225):

$$(\alpha + 1) Q_0 + Q'_0 + Q'_1, \dots \dots \dots (629)$$

т.е. равным максимальному объему домовых вод $+ \alpha$ подобных же объемов ливневой воды для разжижения (остальная часть ливневой воды спускается ливнеотводом) $+ \alpha$ максимальные объемы домовых и ливневых вод с площади стока от ливнеотвода до рассматриваемого пункта.

Для любого пункта количество проводимых водоспуском вод принимается равным:

$$(\alpha + 1) (Q_0 + Q'_0 + Q''_0 + \dots + Q_0^{n-1}) + Q''_0 + Q''_1, \dots \dots \dots (630)$$

т.е. равным $(\alpha + 1)$ раз взятому максимальному объему домовых вод со всей площади стока до последнего ливнеотвода перед рассматриваемым пунктом, $+ \alpha$ максимальные объемы домовых и ливневых вод с площади стока от последнего упомянутого ливнеотвода до рассматриваемого пункта.

Из сказанного видно, что чем больше будет ливнеотводов, тем меньшее количество вод отводится коллекторами.

Зная количество вод, подлежащее удалению коллекторами, для определения размеров последних необходимо задаться скоростью течения или, следовательно, уклонами коллекторов.

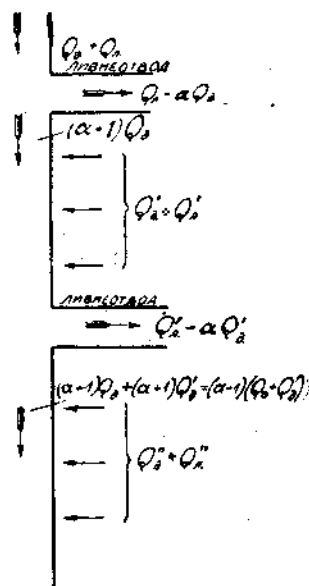
Скорость течения. Скорость течения в коллекторах должна быть такова, чтобы водою уносились твердые частицы и не образовались осадки при самых неблагоприятных условиях, т.е. в сухую погоду.

Средняя скорость течения выбирается в следующих пределах:

для коллекторов значительных размеров $v = 60 - 75$ см/сек ($2 - 2\frac{1}{2}$ фута),	
» » небольших » $v = 75 - 110$ см/сек ($2\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2}$ фута),	
» домовых труб $v = 110 - 135$ см/сек ($3\frac{1}{2} - 4\frac{1}{2}$ фута).	

Чтобы не повреждалась кладка коллекторов, наибольшая скорость не должна превышать 2 м/сек ($6\frac{1}{2}$ фут.).

Уклоны коллекторов. Для сообщения указанных скоростей потокам в коллекторах—необходимо последним придавать надлежащие уклоны,



Фиг. 225.

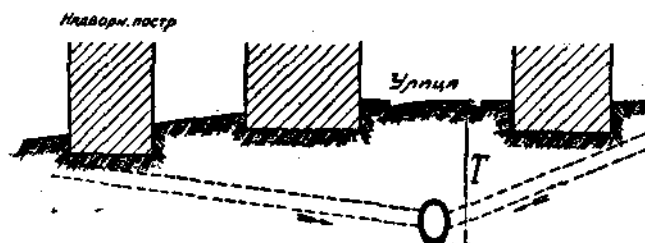
при чем слишком крутых уклонов не следует делать, так как при крутом уклоне глубина потока будет незначительна, и отбросы могут приставать ко дну.

При устройстве коллекторов обыкновенно придерживаются следующих уклонов:

в домовых проводах (диаметром 10 — 15 см)	1:40 — 1:50,
в небольших уличных каналах	1:100 — 1:150,
в главных каналах уклон основания потока	1:1000 — 1:1500,
в главных сборных каналах	1:2000 — 1:3500,
в ответвлениях иногда уклон делается	1:800 — 1:1000.

При малых уклонах следует производить частую и сильную промывку или прибегать к очищению от осадков.

Глубина заложения каналов или коллекторов. Каналы или коллекторы должны быть заложены на глубине не меньшей, чем глу-



Фиг. 226.

бина промерзания грунта, кроме того глубина заложения зависит от глубины подвальных помещений, так как желательно, чтобы возможно было из них отводить domestic воды. Обыкновенно уличные каналы закладываются на глубине 3,5 — 4,5 м (11½ — 15 фут). Для проведения каналов особенно

невыгодные условия появляются тогда, когда надворные постройки расположены ниже поверхности улицы (фиг. 226), — тогда приходится глубину T делать до 8 м.

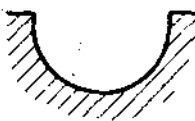
Виды поперечных сечений водосточков. Открытыми каналами вода отводится очень редко, и при общесплавной системе желательно избегать подобных каналов; но, так как к таким каналам иногда прибегают, то мы, описывая различные сечения, укажем лишь на форму открытых каналов. Открытым каналам придаются поперечные сечения: трапециевидное (фиг. 227), прямоугольное (фиг. 228) или полукруглое (229).



Фиг. 227.



Фиг. 228.

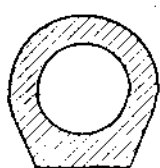


Фиг. 229.

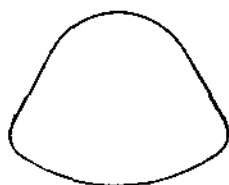
Подземным каналам или коллекторам придаются весьма различные формы; так как эти каналы подвергаются давлению грунта, то и профили поперечных сечений им придаются такие, чтобы стенки каналов оказывали должное сопротивление сжимающим силам.

Обыкновенно каналы или коллекторы имеют сечения овальной формы, хотя встречаются и прямоугольные. Прямоугольное сечение дается пластинчатым, деревянным каналам, а также иногда и каменным, но подобные каналы легче засоряются и хуже сопротивляются сжимающим силам. На фиг. 230 показано круглое сечение, на фиг. 231 — лотковое, на фиг. 232 — эллиптическое, на фиг. 233 и 234 — овоидальное сечение, на фиг. 235 представлено сечение главного канала в Дрездене, на фиг. 236—239 изображены сечения водосточков Парижа.

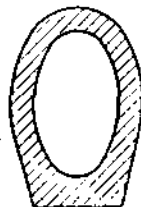
Самое большое распространение имеют каналы овоидального сечения, впервые предложенные в 1846 г. в Англии инженером Филлипсом. Преимущество овоидального сечения перед круглым то, что даже при малом напол-



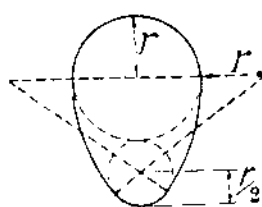
Фиг. 230.



Фиг. 231.

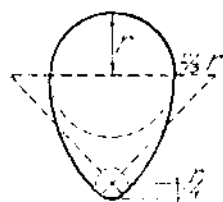


Фиг. 232.

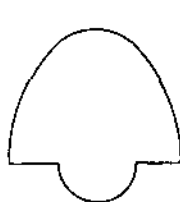


Фиг. 233.

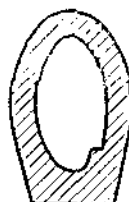
нении коллектора получается сжатая, довольно глубокая струя воды, благодаря нижнему малому радиусу, между тем как в круглом сечении, при малом расходе, образуется плоский, небольшой глубины поток, с незначи-



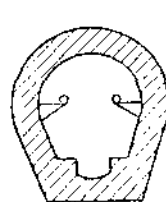
Фиг. 234.



Фиг. 235.



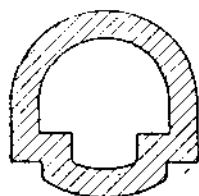
Фиг. 236.



Фиг. 237.

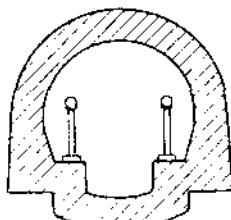
тельно скоростью течения, при которой на дне получают осадки. Овоидальное сечение, при тех же расходах, представляет значительно меньшую опасность засорения, кроме того оно хорошо сопротивляется сжимающим

силам; постройка канала с овоидальным сечением легче, чем круглого, и вследствие более значительной высоты первый удобнее для осмотра, чем последний.



Фиг. 238.

Лотковое сечение от овоидального отличается тем, что в первом длинная ось горизонтальна, а во втором вертикальна. К лотковому сечению прибегают в тех случаях, когда желательно



Фиг. 239.

при небольших подъемах горизонта воды значительно увеличить пропускную способность канала, почему лоток часто применяют в ливнеотводах.

В тех случаях, когда стенки водосточков подвергаются значительному внутреннему давлению, т. е. когда, например, движущей силой является сжатый воздух, то сечение должно быть соответствующей формы, лучше всего круглое, так как в этом случае водостоки приобретают характер водопроводов.

Определение площади поперечного сечения каналов.

Большую часть при сооружении водосточков принимают за данные: Q — расход и τ — уклон. Величины Q и τ легко определить, руководствуясь вышеприведенными соображениями. Зная Q и τ , уже нетрудно найти живое сечение ω канала и среднюю скорость тока жидкости.

В статье, рассматривающей движение воды в каналах, была приведена формула для определения скорости течения:

$$v = k \sqrt{R \cdot \tau},$$

где R —средний гидравлический радиус живого сечения, и k —коэффициент, определяемый по различным формулам.

В старой формуле Куттера, которой весьма часто пользуются при расчете водостоков, для коэффициента k , как это мы видели в § 40, принимается следующее значение:

$$k = \frac{100 \sqrt{R}}{b + \sqrt{R}},$$

при котором формула для определения средней скорости v , выраженной в метрах, получает следующий вид:

$$v_m = \frac{100 \sqrt{R}}{b + \sqrt{R}} \sqrt{R \tau} \dots \dots \dots (631)$$

Для расчетов водостоков пользуются также упрощенною формулою Гангиле и Куттера (см. § 40), в которой коэффициент

$$k = \frac{23 + \frac{1}{n}}{1 + 23 \frac{n}{\sqrt{R}}},$$

а сама формула имеет вид:

$$v_m = \frac{23 + \frac{1}{n}}{1 + 23 \frac{n}{\sqrt{R}}} \sqrt{R \tau}, \dots \dots \dots (632)$$

в которой коэффициент шероховатости n изменяется в пределах от 0,01 до 0,017; обыкновенно принимают

$$n = 0,011 \text{ до } 0,013.$$

Если принять формулу Куттера, то в ней коэффициент шероховатости b , при несплошном наполнении каналов, изменяется в пределах от 0,19 до 0,45. Можно принимать для кирпичных, каменных, гончарных и бетонных каналов:

$$b = 0,27 - 0,45,$$

для железных труб:

$$b = 0,40.$$

Формула Куттера для круглого сечения каналов, при сплошном их наполнении, принимает вид:

$$v_m = \frac{50d \sqrt{\tau}}{2b + \sqrt{d}}, \dots \dots \dots (633)$$

где d — диаметр трубы в метрах.

Для овондальных каналов (Фиг. 233), также при сплошном наполнении, имеющих высоту h :

$$v_m = \frac{44h \sqrt{\tau}}{2,27b + \sqrt{h}}.$$

Итак, для определения размеров водостока имеются следующие формулы:

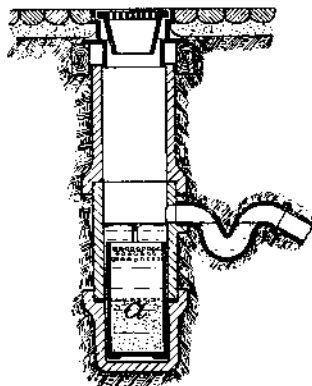
$$\left. \begin{aligned} v &= k \sqrt{R \cdot \tau} \\ Q &= \omega \cdot v = \omega k \sqrt{\frac{\omega}{u} \cdot \tau} = k \sqrt{\frac{\omega^3}{u} \cdot \tau} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (634)$$

Задаваясь видом сечения и соотношениями в размерах, т.-е. выбирая модуль, этот последний можем определить из вышеприведенных уравнений, в которых Q и τ можно считать заданными, а зная величину модуля—рассчитать все размеры сечения.

Отдельные части водостоков.

76. Приемники сточных вод. Уличные поверхностные воды проходят в коллекторы через особые приемники, которые должны удерживать осадки (грязь) и препятствовать выходу паружу коллекторных газов; кроме того приемники должны быть так устроены, чтобы очистка их производилась легко и не стесняла уличного движения.

В большинстве случаев в приемниках применяются гидравлические затворы. На фиг. 240 показан уличный водоприемник из гончарных или бетонных труб, подобный же вид имеют и приемники из каменной кладки. Обыкновенное устройство гидравлических затворов крайне затрудняет осмотр и очистку самих затворов и смыкаемых с ними труб. В 1913 г. инженер-технолог Ф. Коаловский и студент-технолог Б. Глушковский взяли привилегию (№ 25201) на гидравлический затвор для канализационных и т. п. устройств. Предлагаемые затворы так сконструированы, что значительно облегчают осмотр и очистку как их самих, так и примыкающих отводных труб, при чем затворы не мешают производить очистку сборных колодцев, в которых они помещены.



Фиг. 240.

Каждый затвор состоит из съемного вкладыша X , располагаемого в особом углублении колодца Y (фиг. 241) или в колене трубы Y (фиг. 242) и снабженного внутренним трубчатым двойным коленом 1, 2 (фиг. 241) или одиночным коленом 1 (фиг. 242), сообщающими полость колодца Y или колена трубы Y с отводящею трубою 3 и производящими гидравлические затворы.

Для более быстрого и легкого удаления осадков из водоприемников или дождеприемников, все они должны быть снабжены сосудами или ведрами, подобными ведре a (фиг. 240). Для удобного поднятия или опускания в колодцы ведер они снабжаются боковыми отверстиями.

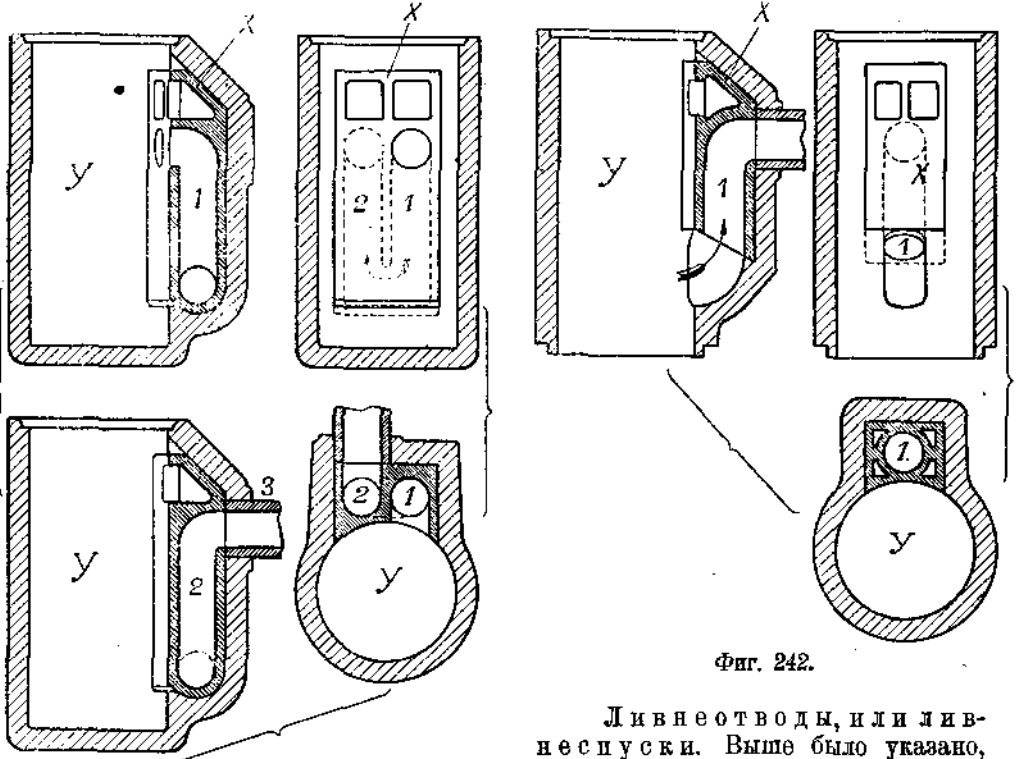
Типов дождеприемников очень много, и мы не будем останавливаться на их описании, так как это входит в специальный курс водостоков.

При устройстве приемников домовых отбросов следует обращать внимание на то, чтобы по возможности уменьшалось число сточных труб, и различные ответвления выполнялись более короткими.

Домовые сточные трубы обыкновенно делают диаметром в 10—20 см (4"—8") и в очень больших домах, а также на фабриках доходит до 25—40 см (10"—16") и более.

Если домовые сточные трубы проходят через жилые подвальные помещения, то они должны быть так уложены, чтобы возможно было легко их осматривать и исправлять.

Все домовые приборы должны быть снабжены гидравлическими затворами, предохраняющими жилые помещения от проникновения в них коллекторных газов.



Фиг. 241.

Фиг. 242.

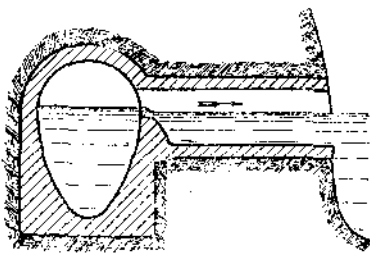
Ливнеотводы, или ливнеспуски. Выше было указано, что канализационная сеть весьма часто снабжается ливнеотводами или ливнеспусками, освобождающими

сеть от части обременяющей ее ливневой воды. Ливнеспуски обыкновенно состоят из отверстий, сделанных в стенках коллекторов и водоводов в ближайших водяных протоках (фиг. 243).

В сухую погоду по коллекторам протекают только домовые воды, уровень которых не достигает порогов отверстий ливнеспусков. Когда же в кол-

лекторы попадают дождевые воды, то последние разжижают домовые воды и повышают уровни в коллекторах, из которых излишнее содержимое сливается через пороги ливнеспусков. Конструкций ливнеспусков существует довольно много, и мы не будем на них останавливаться.

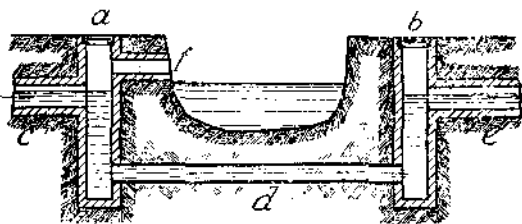
Дюкеры и сифоны. Если коллектор должен пересекать реку или канал, то прибегают к дюкеру или сифону. Дюкеры могут иметь разнообразное устройство; на фиг. 244 представлен дюкер, состоящий



Фиг. 243.

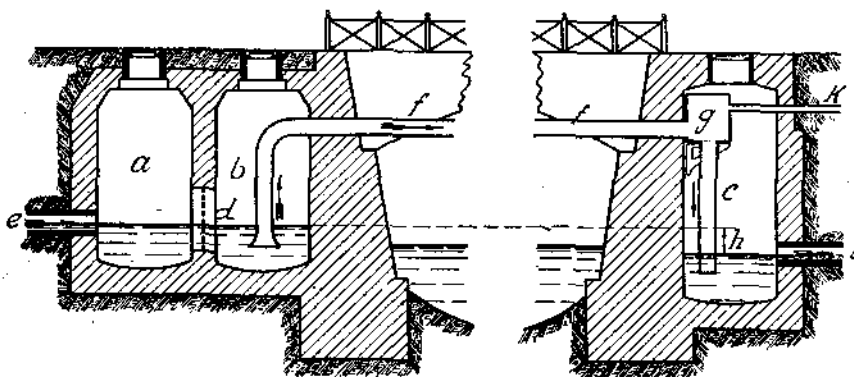
из осадочных колодцев *a* и *b*, внизу которых скопляется песок и грязь; колодцы соединяются с приводным *c* и отводным *e* коллекторами и сооб-

наются между собою дюкером *d*, в колодце *a* обыкновенно устраивается ливнепуск *f*. Дюкеры всегда работают под давлением, а потому они должны иметь прочную конструкцию и должны быть сделаны из крепкого материала. Большею частью для дюкеров применяются металлические трубы, чаще железные, так как металлические трубы представляют большие удобства при укладке и являются более надежными. Скорость течения в дюкерах следует допускать по возможности большую, во избежание задерживания осадков, почему весьма часто укладывают в дюкерах по несколько труб рядом; в сухую погоду действует одна или не все трубы, а во время дождей вступают в действие все трубы.



Фиг. 244.

Многие инженеры не являются сторонниками устройства при дюкерах осадочных колодцев, так как при них происходит замедление течения, и применяют трубы изогнутой формы.



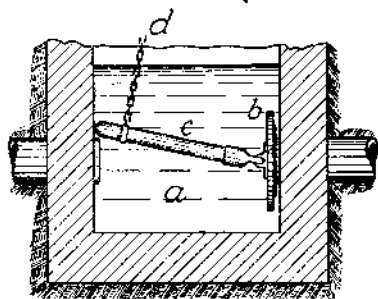
Фиг. 245.

Для перевода сточных вод взамен дюкеров устраивают также сифоны (фиг. 245). В сифонах трубопроводу придается расположение, обратное дюкеру. Осадочный колодец состоит из двух отделений *a* и *b* и снабжается решеткою *d* для задержания крупных плавающих тел. Сточные воды из коллектора *e* поступают в отделение *a*, затем проходят через решетку *d* в отделение *b*, из коего засасываются сифоном *f*, выпускной или сточный конец которого входит в осадочный колодец *c*, сверху снабженный воздушною камерою *g*, которая составляет часть сифонного трубопровода *f*, и из которой воздух и выделяющиеся газы, для приведения в действие сифона, высасываются через трубку *k*. Из колодца *c* сточные воды удаляются коллектором *i*. Чтобы возможно было действие сифона, необходимо, чтобы горизонт вод в колодцах *a*, *b* стоял на некоторую величину *h* выше горизонта сточных вод в колодце *c*. Сифоны также могут иметь чрезвычайно разнообразное устройство.

Сифонами удобно пользоваться, когда имеется возможность подвешивания их к подходящим устройствам, например к мостам, как это показано на фиг. 245.

Очистка водосточков.

77. Промывка водосточков. Для удаления со дна коллекторов осадков и прилипших к стенкам каналов грязевых частиц необходимо производить промывку, которою достигается также проветривание коллекторов и поддержание в них чистоты воздуха, что весьма важно, так как прилипшая к стенкам грязь может подвергаться гниению и тем будет заражать воздух. Содержание в чистоте коллекторов способствует также увеличению срока их службы.

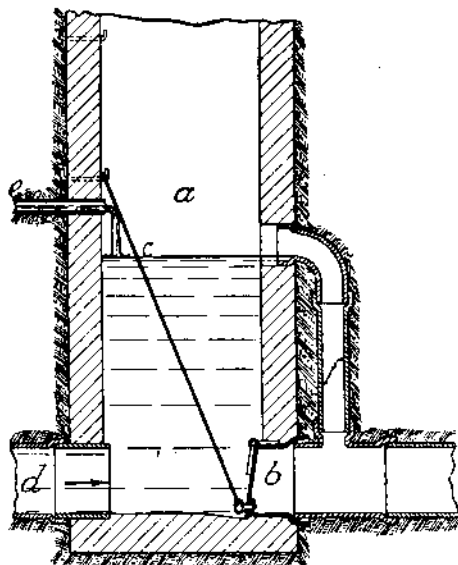


Фиг. 246.

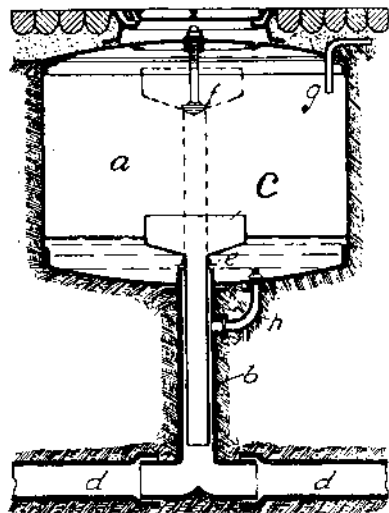
Для промывки водосточков пользуются или сточною же жидкостью, или водою, подводимою для этой цели из рек, озер, каналов и т. п., возможно также пользоваться морскою водою при приливах, а также водою из водопроводов.

Способов промывки существует весьма много, и они описываются в специальных курсах водосточков, для того же, чтобы иметь понятие о применяемых способах, укажем на некоторые из них.

Наиболее простой способ промывки состоит в применении ручных переносных затворов (фиг. 246). Конец промываемой трубы, входящий в смотровый колодец *a* (а такими колодцами обыкновенно снабжается вся водосточная сеть), прикрывается деревянною или иной крышкой *b*, покрытой войлоком, резиной или кожей и прижимаемой распоркою *c*, шарнирно соединенною



Фиг. 247.



Фиг. 248.

с крышкой и удаляемую, вместе с крышкой, посредством цепи или веревки *d*. При быстром поднятии указанного затвора вода, скопившаяся в смотровом колодце, устремляется в трубу и промывает ее. Подобного действия затворы могут иметь вид клапанов, щитов или задвижек, которым придаются чрезвычайно разнообразные конструкции. Для примера на фиг. 247 показан затвор, имеющий вид клапана *b*, открываемого посредством цепи или

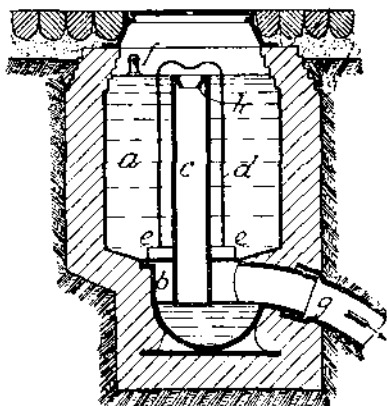
каната *c*. Наполнение смотрового колодца производится или через коллектор *d*, или посредством водопроводной трубы *e*, при чем переполнение колодца устраняется благодаря применению сливной трубы *f*.

Промывка водостоков производится весьма часто посредством различных самодействующих приборов с подвижными или неподвижными частями. К первым следует отнести, например, прибор Гейгера (фиг. 248). Промываемый коллектор *d* снабжается вертикальным коленом *b*, в котором свободно может перемещаться легкая медная труба *c*, оканчивающаяся вверху воронкою; надлежащее уплотнение между трубою *c* и коленом *b* достигается гуттаперчевым или иным воротником *e*, не препятствующим свободному вертикальному перемещению трубы *c*. Резервуар, или танк *a* наполняется через водопроводную трубу *g* водою, при этом наполнении труба *c* благодаря воронке будет подниматься и, когда достигнет верхнего своего положения, то упрется в клапан *f*, который закроет верхнее отверстие трубы *c* и будет препятствовать ее подъему; в это время вода, наполняя резервуар *a*, начнет переливаться в воронку трубы *c*, которая вследствие этого быстро погрузится, и вода из резервуара *a* устремится в промываемый коллектор *d* и произведет его очистку. Полное опоражнивание резервуара *a* производится через трубку *h*, закрываемую пробкою.

К промывным приборам с неподвижными частями относятся так называемые сифоны. Мы здесь опишем сифон системы Böcking & Co, представляющий собою видоизменение сифона системы Roger Field. Нижний резервуар *b* (фиг. 249) сообщается с промываемым коллектором *g* и заключает воду, образующую внизу гидравлический затвор для открытой сверху и снизу вертикальной трубы *c*, снабженной вверху воронкой *h*, каковая отсутствует в приборе Roger Field, что и составляет отличие рассматриваемого прибора. Труба *c* сообщает нижний резервуар *b* с верхним резервуаром, или танком *a* и перекрывается колпаком, или колоколом *d*, не доходящим до дна резервуара *a* или снабженным внизу отверстиями *e*. При наполнении верхнего резервуара *a* через водопроводную трубу *f* водою, последняя будет сжимать под колпаком *d* воздух, который, входя в трубу *c*, будет по временам прорывать гидравлический затвор; но, когда вода в танке *a* поднимется до уровня верхней кромки трубы *c*, то начнет переливаться в трубу *c*, которая станет работать как сифон, втягивая воду под колокол. Когда уровень воды в танке понизится до отверстий *e* — действие сифона прекратится. Переливание воды из танка *a* в резервуар *b* производится довольно энергично, что и способствует промывке коллектора *g*.

Сифоны также бывают очень разнообразных конструкций и подробно описываются в специальных курсах водостоков.

Механическая очистка водостоков. При слабых недостатках уклонах коллекторов не удается одною промывкою удалять осадки, и в этих случаях приходится очистку коллекторов производить механическим путем. При таких операциях пользуются шаровидными или цилиндрическими щетками или скребками, проталкиваемыми давлением воды или посредством каната из одного конца очищаемого коллектора в другой. Но, чтобы ввести канат в коллектор, предварительно проводят от одного конца коллектора до другого бечевку, для чего пользуются поплавком, который увлекается



Фиг. 249.

течением в коллекторе и втягивает привязанный к нему конец бечевки в ниже расположенный колодец. Когда бечевка будет протянута, нетрудно уже посредством нее протянуть канат.

Для очищения коллектора можно также воспользоваться цепью: давая цепи движения вперед и назад и пропуская в это время промывающую воду — будем удалять приставшую грязь. С той же целью в коллекторах малого уклона укладывают, при самом их сооружении, проволоку или цепь, которые постоянно остаются в коллекторах и которыми пользуются при очищении так же, как и вышеупомянутую цепь.

Весьма удобно в зимнее время для очистки пользоваться ледяными шарами, которые образуются обмораживанием узлов на протягиваемом в коллекторе канате; такие шары в случае разрыва каната не могут образовать постоянной пробки, так как растаивают.

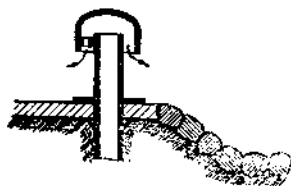
Прочистку можно также производить посредством деревянных или полых металлических шаров, диаметром немного меньших диаметра прочищаемой трубы. Тот или другой шар вводят в трубу или коллектор; увлекаемый течением, он будет задерживаться осадками и, сужая поперечное сечение трубы, будет образовывать подпор воды, которая, устремляясь в зазор между шаром и стенками трубы, произведет смывание осадков, проталкивая в то же время шар вперед. Подобным приемом возможно воспользоваться, если осадки представляют собою более рыхлую массу. Диаметр шара берут на 15—20%, меньше диаметра трубы.

Очистку коллекторов производить значительно легче в тех случаях, когда они доступны для прохода рабочих. Иногда приходится пробивать засорившиеся места в коллекторах, и, если они по размерам недоступны для прохода рабочих, то пользуются составными штангами. Насаживая на передний конец штанги соответствующей формы наконечник и постепенно удлиняя штангу из смотрового колодца — возможно будет ударами разрушить препятствие.

78. Вентиляция водосточков. Совершенно понятно, что все стоки должны по возможности содержаться в чистоте, но, так как не имеется в этом гарантии, то всегда надо рассчитывать на выделение из сточных вод вредных газов, портящих воздух внутри сети. Если испорченный воздух не будет иметь свободного выхода наружу, через специально для того устроенные отверстия, то возможно проникновение его в жилые помещения, например, по домовым сточным трубам и иными путями. Из вышесказанного понятно необходимость обновления воздуха в сточной сети, или иными словами — вентиляция ее.

Систем вентиляций стоков очень много, мы коснемся только некоторых из них, заслуживающих большего внимания.

В западной Европе наиболее употребительна система, в которой вентиляция производится через отверстия в крышках смотровых колодцев и ламповых колодцев, т. е. таких, в которые опускаются лампы для освещения.



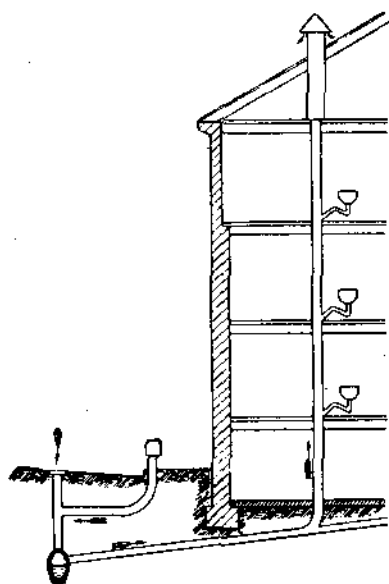
Фиг. 250.

В некоторых американских городах применяются системы специальных вентиляционных труб, соединенных с шельгами сводов коллекторов или идущих от наглухо закрытых смотровых колодцев и выводимых в пункты, наиболее подходящие для выпуска испорченного воздуха.

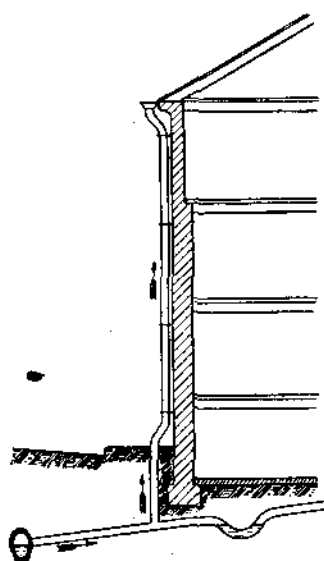
Вентиляционные трубы иногда выводятся на поверхность улицы, около тротуаров, оканчиваясь тумбами (фиг. 250), снабженными крышками с отверстиями (Москва). При подобных устройствах, если наружные концы труб являются выпускными отверстиями, и если они располагаются очень близко

к окнам нижних этажей домов, то могут причинять неприятность жильцам указанных этажей появляющимся зловонием.

Наиболее совершенным способом вентиляции уличной водосточной сети следует признать вентиляцию при посредстве домовых сточных (фановых)

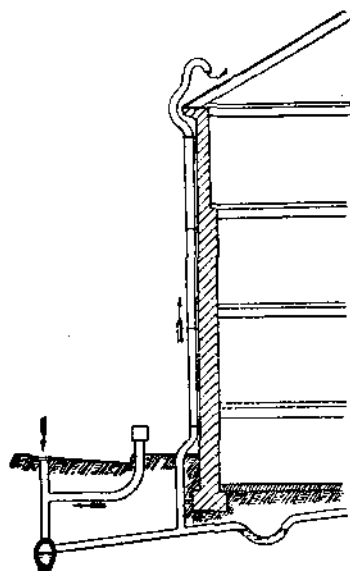


Фиг. 251.

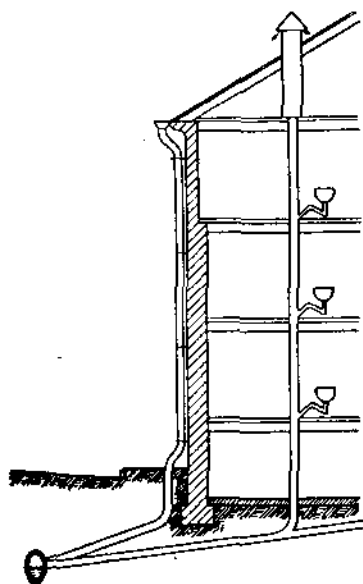


Фиг. 252.

труб (фиг. 251), при которой лучше удаляются газы в верхние слои атмосферы, при чем опрокидывание тяги, т.-е. обратный ток газов, при этом способе происходит очень редко.



Фиг. 253.

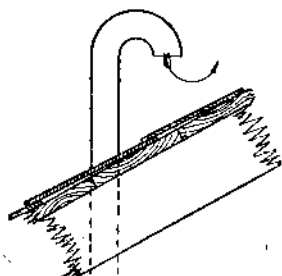


Фиг. 254.

Пользуются также для удаления коллекторных газов дождевыми фасадными трубами (фиг. 252), но при этом способе вентиляции довольно

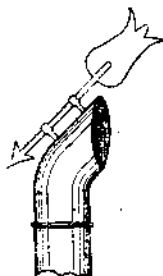
легко происходит опрокидывание тяги, лучше для этой цели пользоваться специальными вентиляционными трубами (фиг. 253). Наконец, для вентиляции пользуются как дождевыми, так и фановыми трубами (фиг. 254).

Для избежания закупоривания верхних концов фановых труб в зимнее время ищем фановые трубы в пределах холодного чердака и выше крыши дома уширяются (фиг. 251 и 254).



Фиг. 255.

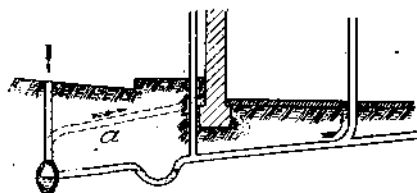
Для устранения заливания дождевой водой или задувания ветром верхних отверстий вытяжных или фановых труб последние снабжаются колпаками (фиг. 254), или загнутыми коленами (фиг. 255), или флюгарками (фиг. 256).



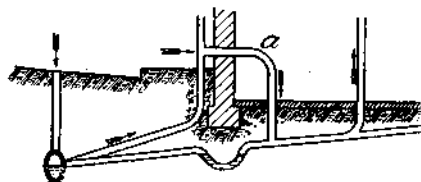
Фиг. 256.

При гидравлических затворах для облегчения тяги приходится иногда прибегать к обходным трубам *a* (фиг. 257 и 258).

Для улавливания жировых кухонных отбросов устанавливаются жироловки *b* (фиг. 259), расположенные таким образом, чтобы они не мешали тяге.



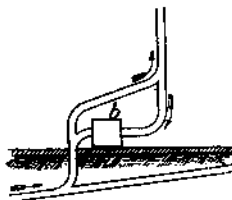
Фиг. 257.



Фиг. 258.

79. Фабричные воды. Заканчивая краткое описание водосточков, считаем необходимым сказать несколько слов о фабричных водах, в которых рядом с безвредными примесями могут содержаться ядовитые вещества, а также вещества, способствующие развитию микроорганизмов, или вещества, образующие трудно удалимую липкую грязь (конденсационная вода паровых машин), которые также благодаря своей температуре способствуют гниению. Указанные качества фабричных вод заставляют во многих случаях исключать их из обращения в водосточной сети и сооружать для них отдельные стоки.

Заключение. Сравнивая две основных системы водосточков—общесплавную и раздельную, мы должны указать на большие преимущества первой, т.е. общесплавной. Если принять во внимание, что первые слои дождевой воды, смывающие грязь с улиц, а также воды, образующиеся от таяния загрязненного снега, бывают часто во много раз вреднее домовых вод, то, само собою разумеется, становится понятным желание их удалить вместе с домовыми водами. Эти и другие причины, например, осушение почвы и очищение грунтовых вод, ставят общесплавную систему в первый ряд; на все же существующие раздельные системы надо смотреть как на улучшение в системе удаления нечистот, но не как на замену общесплавной системы.



Фиг. 259.

Недостатком общесплавной системы следует признать дороговизну ее устройства, а потому в городах, расположенных на ровной или мало покатой местности, когда каналам приходится придавать большие размеры и закладывать их на значительной глубине, явно выступают выгоды раздельной системы — и устройство общесплавной становится иногда даже совершенно недоступным.

Газопроводы.

80. Выше было рассмотрено движение капельных жидкостей по трубам; не меньший интерес представляет собою вопрос о движении газов. Очень подробно на нем останавливаться мы не имеем возможности и для упрощения задачи не будем принимать во внимание влияние изменений температуры газов, а также не будем останавливаться на более или менее старых работах в этой области, а коснемся только наиболее интересных исследований движения газов по трубам, произведенных Блэссом ¹⁾. Будем также рассматривать установившееся движение.

Для проведения газа по трубе теряется некоторый напор H_r , выраженный в mm водяного столба ²⁾, затрачиваемый на преодоление вредных сопротивлений и определяемый следующей формулой:

$$H_r = \lambda \frac{l}{D} \cdot \frac{\Delta v_r^2}{2g} (BC), \dots \dots \dots (635)$$

где l — длина трубопровода в метрах; D — диаметр трубопровода в метрах; Δ — вес $1 m^3$ газа в kg при данной температуре (при нормальной температуре вес $1 m^3$ воздуха можно принять $= 1,226 kg$); v_r — скорость течения газа в метрах, и λ — коэффициент, определяемый опытным путем, в среднем можно принять по Блэссу.

$$\lambda = 0,0125 + \frac{0,0011}{D} \dots \dots \dots (636)$$

Если будем иметь гладкий конический наконечник с отверстием истечения площадью F_a и скорость истечения газа через упомянутое отверстие примем $= v_a$, то необходимое давление в устьи насадки или перед отверстием:

$$H_a = \frac{\Delta v_a^2}{2g} (BC) \dots \dots \dots (637)$$

Чтобы было совершенно понятно, почему в формулах (635) и (637) высота или напор выражаются в mm водяного столба, дадим необходимое разъяснение.

Выше была указана следующая зависимость (см. равенство 91):

$$\frac{v}{v_1} = \sqrt{\frac{\Delta_1}{\Delta}}, \text{ или } \frac{v^2}{v_1^2} = \frac{\Delta_1}{\Delta},$$

где, положим, v — скорости истечения газа, а v_1 — скорости истечения воды, и Δ — весу в kg одного кубического метра газа, а Δ_1 — весу в kg одного куб. метра воды $= 1000$.

Скоростный напор для воды в метрах:

$$H_s = \frac{v_1^2}{2g}.$$

¹⁾ V. Blaess: Die Strömung in Röhren und die Berechnung weitverzweigter Leitungen und Kanäle. 1911.

²⁾ Высоты, выраженные в mm водяного столба, мы будем отмечать следующим образом: (BC).

Скоростной напор для газа, выраженный высотой столба газа в метрах:

$$H_1 = \frac{v^2}{2g}.$$

Из вышеприведенного равенства имеем:

$$\frac{H_1}{H_0} = \frac{v^2}{v_1^2} = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \text{ или } H_0 = \frac{\Delta}{\Delta_1} \cdot H_1.$$

Указанными напорами определяется одно и то же давление, а потому, если мы хотим заменить высоту газового столба — высотой водяного столба, то, как видно из последнего равенства, высоту газового столба придется уменьшить в отношении $\Delta : \Delta_1$, и скоростной напор для газа, выраженный высотой водяного столба в метрах, будет:

$$H = \frac{\Delta}{\Delta_1} \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Помножая обе части равенства на Δ_1 , получим:

$$\Delta_1 \cdot H = \Delta \cdot \frac{v^2}{2g},$$

но $\Delta_1 = 1000$, а потому

$$1000 H = \frac{\Delta v^2}{2g}.$$

В последнем равенстве величина H выражена в метрах, а, следовательно, $1000 H$ будет представлять высоту, выраженную в миллиметрах. Итак, вторая часть последнего равенства представляет собою высоту водяного столба, выраженную в миллиметрах, при чем $\Delta = \text{весу } 1 \text{ м}^3 \text{ газа в } kg$, v — скорость движения его, также выраженная в метрах.

Входящая в равенство (637) скорость v_a может быть определена, раз известны площади F_r и F_a (где F_r — площадь сечения трубы):

$$\frac{v_a}{v_r} = \frac{F_r}{F_a}$$

и

$$v_a = v_r \frac{F_r}{F_a} \dots \dots \dots (638)$$

На преодоление сопротивлений, вследствие вихревых движений, затрачивается напор:

$$H_e = \zeta_e \frac{\Delta \cdot v_r^2}{2g}, \dots \dots \dots (639)$$

где коэффициент ζ_e определяется опытным путем. Полный напор H , необходимый для сообщения требуемых скоростей и для преодоления вредных сопротивлений, будет равняться сумме всех вышеуказанных напоров, т.-е.

$$H = H_r + H_a + H_e \dots \dots \dots (640)$$

Представим себе очень большой сосуд, в котором имеется давление H_{mm} . Сосуд, положим, снабжается отверстием площадью F_{ae} , через которое вытекает $Q_{m^3/min}$ газа со скоростью v_{ae} , тогда:

$$H_{mm} = \frac{\Delta \cdot v_{ae}^2}{2g} (BC)$$

и

$$Q_{m^3/min} = 60 \cdot F_{ae} \cdot v_{ae}$$

где

$$v_{ae} = \sqrt{\frac{2gH}{\Delta}} \dots \dots \dots (641)$$

Как было уже указано, для атмосферного воздуха нормальной температуры можно принять $\Delta = 1,226$ и, следовательно, для воздуха

$$v_{ae} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81}{1,226} H_{mm}} = 4 \sqrt{H_{mm}} \dots \dots \dots (642)$$

и

$$F_{ae} = \frac{Q}{60 \cdot v_{ae}} = \frac{Q}{240 \sqrt{H_{mm}}} \dots \dots \dots (643)$$

Французский горный инженер D. Murgue, производя опыты над истечением воздуха через отверстия с закругленными кромками, нашел, что скорость истечения воздуха будет:

$$v = \varphi \sqrt{\frac{2gH}{\Delta}} = 0,66 \sqrt{\frac{2gH}{\Delta}},$$

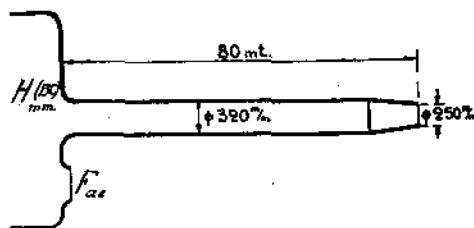
а тогда по Murgue,

$$F_{ae} = \frac{Q}{60 \cdot 4 \cdot 0,66 \sqrt{H}} = \frac{0,38 Q}{60 \sqrt{H}} \dots \dots \dots (644)$$

Для примера возьмем трубу (фиг. 260), длиной в 80 м, диаметром в 320 мм и с концевым отверстием, диаметром в 250 мм. Примем скорость в трубе $= 16 \text{ м/сек}$.

Для воздуха в данном случае:

$$\lambda = 0,0125 + \frac{0,0011}{0,32} \approx 0,01594,$$



Фиг. 260.

и по формуле (635):

$$H_r = 0,01594 \frac{80}{0,32} \cdot \frac{1,226 \cdot 16^3}{2 \cdot 9,81} = 64 \text{ мм (BC)}.$$

Если скорость истечения примем $= 26,2 \text{ м}$, то скоростный напор перед устьем истечения:

$$H_a = \frac{1,226 \cdot 26,2^2}{2 \cdot 9,81} = 43 \text{ мм (BC)}.$$

Полное давление воздуха в резервуаре должно быть равно

$$H = H_r + H_a = 64 + 43 = 107 \text{ мм (BC)}.$$

При $v_r = 16 \text{ м/сек}$:

$$Q = \frac{\pi D_r^2}{4} 60 \cdot v_r = \frac{3,14 \cdot 0,32^2}{4} 60 \cdot 16 = 77 \text{ м}^3/\text{min}.$$

Эквивалентная величина отверстия или сечения, т.е. площадь отверстия, оказывающая вышеуказанную сопротивляемость:

$$F_{ae} = \frac{Q}{240 \sqrt{H}} = \frac{77}{240 \sqrt{107}} = 0,031 \text{ м}^2,$$

что соответствует круглому отверстию диаметром около 200 мм.

Величину F_{ae} будем называть эквивалентным отверстием или сечением.

Примем:

$$\psi = \frac{F_{ae}}{F_r},$$

тогда для данного примера:

$$\psi = \frac{0,031}{\frac{\pi \cdot 0,32^2}{4}} = \frac{0,031}{0,0804} = 0,383.$$

Найденное значение ψ показывает, что величина эквивалентного отверстия составляет немного более $\frac{1}{3}$ полного сечения трубы.

Если бы расширять выходное отверстие трубы и в пределе довести его до бесконечно-большой величины, то конечную скорость истечения можно бы было принять $= 0$, и тогда пришлось бы считаться с потерей напора, затрачиваемого только на преодоление трения. Обозначим для данного случая величину F_{ae} через F_p , тогда для приведенного примера:

$$F_p = \frac{Q}{240 \sqrt{H_r}} = \frac{77}{240 \sqrt{64}} = 0,0401 \text{ м}^2$$

$$\psi = \frac{F_{ae}}{F_r} = \frac{F_p}{F_r} = \frac{0,0401}{\frac{\pi \cdot 0,32^2}{4}} = \frac{0,0401}{0,0804} = 0,5.$$

Величину F_p , т.е. площадь отверстия, оказывающего сопротивление истечению, равное сопротивлению от трения, будем для сокращения называть эквивалентом трения; как мы видим, значение его определяется следующим равенством:

$$F_p = \frac{Q}{240 \sqrt{H_r}} \dots \dots \dots (645)$$

Но

$$Q = 60 \cdot F_r \cdot v_r$$

и

$$H_r = \lambda \frac{l}{D} \cdot \frac{\Delta \cdot v_r^2}{2g} \cong \frac{\lambda l}{D} \left(\frac{v_r^2}{4} \right) \dots \dots \dots (646)$$

Из последнего равенства имеем:

$$v_r = 4 \sqrt{H_r} \sqrt{\frac{D}{\lambda}} \dots \dots \dots (647)$$

и

$$F_r = \frac{Q}{60 \cdot v_r} = \frac{Q}{240 \sqrt{H_r} \sqrt{\frac{D}{\lambda}}}, \dots \dots \dots (648)$$

а потому

$$\frac{F_p}{F_r} = \frac{Q}{240 \sqrt{H_r}} : \frac{Q}{240 \sqrt{H_r} \sqrt{\frac{D}{\lambda}}} = \sqrt{\frac{D}{\lambda}} \dots \dots \dots (649)$$

Из равенства (649) видно, что, если длина l трубы бесконечно-велика, то $F_p = 0$; с уменьшением длины l — F_p увеличивается. Если же длина трубы бесконечно-мала, то $F_p = \infty$. При этом следует заметить, что при потоке, лишенном трения, $\lambda = 0$, при конечной длине трубы.

81. Зависимость между площадями отверстий истечения для газов и эквивалентом трения.

Если в резервуаре больших размеров давление газа $= H$, и в конце присоединенной к резервуару трубы, перед отверстием истечения, давление будет H_p , то понижение давления или напора от трения будет

$$H_p = H - H_v,$$

или

$$H = H_p + H_v \dots \dots \dots (650)$$

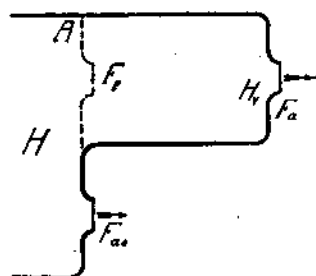
Потерю на трение можно заменить эквивалентным отверстием, каковым снабдить воображаемую перегородку A (фиг. 261; площадь такого отверстия мы условились обозначать через F_p), или другими словами — можем потерю на трение заменить эквивалентом трения F_p .

В силу вышесказанного можно написать ряд равенств:

$$F_{ac} = \frac{Q}{240 \sqrt{H}}, \text{ или } \frac{240^2 \cdot H}{Q^2} = \frac{1}{F_{ac}^2}$$

$$F_p = \frac{Q}{240 \sqrt{H_p}}, \text{ или } \frac{240^2 \cdot H_p}{Q^2} = \frac{1}{F_p^2}$$

$$F_a = \frac{Q}{240 \sqrt{H_v}}, \text{ или } \frac{240^2 \cdot H_v}{Q^2} = \frac{1}{F_a^2}$$



Фиг. 261.

Определяя из последних равенств величины H , H_p и H_v и подставляя их в равенство (650), получим:

$$\frac{1}{F_{ac}^2} = \frac{1}{F_p^2} + \frac{1}{F_a^2} \dots \dots \dots (651)$$

При данных F_p и F_a определится F_{ac} . Если на участках трубопровода (фиг. 262) сопротивления будем заменять эквивалентами трения, то

$$\frac{1}{F_{ac}^2} = \frac{1}{F_{p1}^2} + \frac{1}{F_{p2}^2} + \frac{1}{F_{p3}^2} + \frac{1}{F_{p4}^2} + \dots + \frac{1}{F_a^2} \dots \dots \dots (652)$$

Weisbach ¹⁾ для последнего случая дает следующую формулу:

$$Q_{ac} = \frac{\sqrt{2g \frac{H}{\Delta}}}{\sqrt{\left(\frac{1}{F_{p1}}\right)^2 + \left(\frac{1}{F_{p2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{F_{p3}}\right)^2 + \left(\frac{1}{F_{p4}}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{F_a}\right)^2}} \dots \dots (653)$$

Если бы в действительности был ряд перегородок, или диафрагм, или труб различного диаметра, с отверстиями или сечениями $F_1, F_2, F_3 \dots$, то мы имели бы следующее уравнение:

$$\frac{1}{F_{ac}^2} = \frac{1}{F_1^2} + \frac{1}{F_2^2} + \frac{1}{F_3^2} \dots \dots \dots (654)$$

Решение этого уравнения берет много времени, гораздо проще расчет графический.

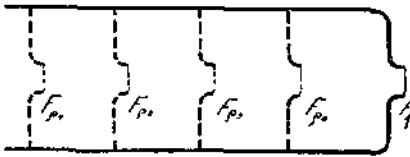
¹ Weisbach: Lehrbuch der Ingenieur-und Maschinenmechanik, 1862.

Представим себе, что у нас имеется подобная уравнению (651) зависимость между F_{ae} , F_1 и F_2 ; тогда, если на катетах прямоугольного треугольника отложить соответственные величины F_1 и F_2 (фиг. 263) и из вершины прямого угла опустить перпендикуляр на гипотенузу, то длина его и определит собою величину F_{ae} . Действительно, из подобных треугольников имеем:

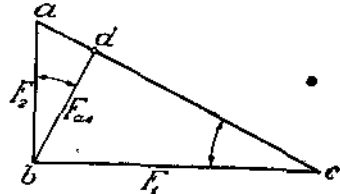
$$\frac{ab}{bd} = \frac{ac}{bc} = \frac{\sqrt{bc^2 + ab^2}}{bc}$$

или

$$\frac{F_2}{bd} = \frac{\sqrt{F_1^2 + F_2^2}}{F_1}$$



Фиг. 262.



Фиг. 263.

или

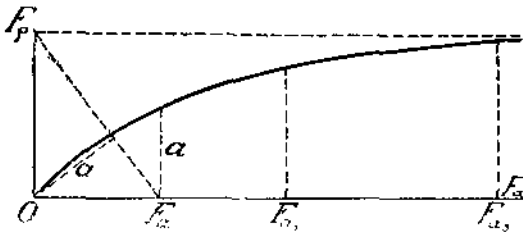
$$\frac{F_2^2}{bd^2} = \frac{F_1^2 + F_2^2}{F_1^2} = 1 + \frac{F_2^2}{F_1^2}$$

Разделив обе части равенства на F_2^2 , получим:

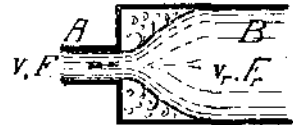
$$\frac{1}{bd^2} = \frac{1}{F_1^2} + \frac{1}{F_2^2}$$

Как видим, действительно $bd = F_{ae}$.

Из графического построения видно, что при уменьшении составляющих F_1 и F_2 уменьшается и F_{ae} ; затем, F_{ae} меньше каждой составляющей.



Фиг. 264.



Фиг. 265.

Если у нас будет трубка с наконечником, площадь отверстия коего может изменяться и принимать значения $F_a, F_{a1}, F_{a2}, \dots$ то, зная величину эквивалента трения F_p , можем построить кривую (фиг. 264), дающую возможность определить соответствующее значение F_{ae} , а, зная F_{ae} и напор, по формуле (643) легко найти расход Q . Как видно, первый элемент кривой в точке O располагается под углом в 45° , и в расстоянии F_p от оси абсцисс конец кривой становится параллельным последней.

Влияние внезапных изменений поперечных сечений газовых трубопроводов.

При внезапных изменениях поперечных сечений трубопроводов (фиг. 265) возможно пользоваться теоремой Борда-Карно и принимать потерю напора равную

$$H = \frac{\Delta}{2g} (v - v_1)^2.$$

Положим:

$$\varphi = \frac{F}{F_r} = \frac{v_r}{v}, \dots \dots \dots (655)$$

где F и v — площадь поперечного сечения и скорость в трубе A , а F_r и v_r — те же самые величины в трубе B , тогда:

$$H = \frac{\Delta}{2g} (v - v_r)^2 = \frac{\Delta}{2g} v_r^2 \left(\frac{1 - \varphi}{\varphi} \right)^2,$$

или

$$v_r = \frac{Q}{60 \cdot F_r},$$

где Q — расходу в 1 минуту, а потому:

$$H = \frac{\Delta}{2g} \frac{Q^2}{60^2 F_r^2} \left(\frac{1 - \varphi}{\varphi} \right)^2 \dots \dots (656)$$

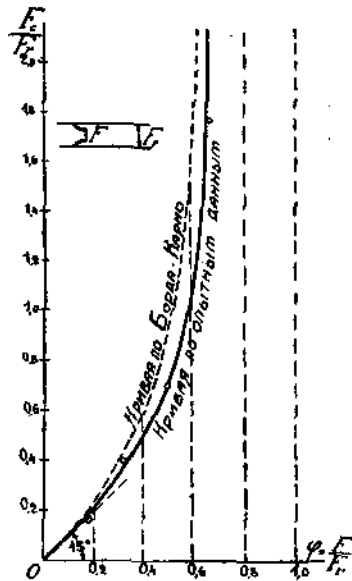
Обозначая через F_c эквивалентное отверстие или сечение, учитывающее потерю, определяемую формулой Борда-Карно, можем положить:

$$F_c = F_r \frac{\varphi}{1 - \varphi} = F \frac{1}{1 - \varphi} \dots \dots (657)$$

Тогда получим:

$$H = \frac{\Delta}{2g} \frac{Q^2}{60^2 F_c^2} \dots \dots \dots (658)$$

Если мы возьмем координатную систему и по оси абсцисс будем откладывать значения $\varphi = \frac{F}{F_r}$ (фиг. 266), а по оси ординат вели-



Фиг. 266.

чину отношения $\frac{F_c}{F_r}$, то вычисленные по формуле Борда-Карно значения изобразятся пунктирной кривой, представляющей собой гиперболу. Исследуя эту кривую, мы придем к следующим заключениям. При $\varphi = 1$, т.-е. если не имеется изменений в сечениях трубы, отношение $\frac{F_c}{F_r} = \infty$, или $F_c = \infty$; если $\varphi = 0$, т.-е. если площадь F бесконечно-мала по сравнению с площадью F_r , или если $F_r = \infty$, то $F_c = F$, что соответствует также тому случаю, когда истечение происходит в неподвижную среду. Blaess определял указанные отношения опытным путем; результаты опытов изображены сплошной линией. Полученная кривая имеет немного отличный характер от пунктирной кривой. Ниже приводим таблицу с показанием вычисленных и наблюдаемых значений F_c .

φ	0,171	0,305	0,475	0,685	0,840	1,000
F_c вычисленное . .	0,21	0,44	0,91	2,18	5,30	∞
F_c наблюдаемое . .	0,15	0,31	0,65	2,00	3,00	∞

Покажем на примере, каким образом пользоваться при расчетах величиной F_c .

Представим себе, что мы имеем дело с доменными газами с давлением в 100 *mm (BC)* и, что при повышении давления на 120 *mm (BC)* вентилятором в действительности проводилось по трубе в 1000 *mm* диаметром — 960 m^3 газа в минуту. Первоначально же предполагалось очищать газов только 400 m^3/min . Спрашивается, какой величины должно быть сделано дроссельное отверстие в одном гладком железном листе, который можно вставить в трубопровод, чтобы очистить и пропустить ранее предполагаемое количество газа.

Так как полный напор $H = 120 + 100 = 220$ *mm (BC)*, то для расхода в 960 m^3/min

$$F_{ae} = \frac{Q}{240 \sqrt{H}} = \frac{960}{240 \sqrt{220}} = 0,27 \text{ } m^2.$$

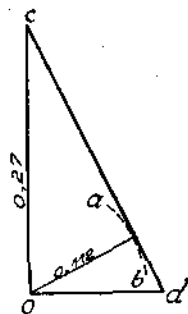
Не принимая во внимание незначительного увеличения вентиляторного давления при уменьшении подачи, можно считать для расхода в 400 m^3/min

$$F'_{ae} = \frac{400}{240 \sqrt{220}} = 0,112 \text{ } m^2.$$

Воспользуемся ур. (651), которое для данного случая будет иметь следующий вид:

$$\frac{1}{(F'_{ae})^2} = \frac{1}{F_c^2} + \frac{1}{F_{ae}^2}.$$

Пользуясь графическим методом, можно найти величину эквивалентного отверстия F_c . Для этого делаем следующее построение (фиг. 267): на одном из катетов откладываем в масштабе величину $F_{ae} = 0,27 \text{ } m^2$, из вершины координат O радиусом $= F'_{ae} = 0,112 \text{ } m^2$ чертим дугу ab и из точки c проводим касательную к дуге ab до пересечения в точке d с осью абсцисс, получаем отрезок $od = F_c = 0,123 \text{ } m^2$. Равенство (657) дает зависимость между F_c и F_r :



Фиг. 267.

или
и

$$F_c = F_r \frac{\varphi}{1 - \varphi}.$$

Откуда имеем:

$$F_c(1 - \varphi) = F_r \cdot \varphi,$$

$$F_c = \varphi(F_c + F_r)$$

$$\varphi = \frac{F_c}{F_c + F_r} = \frac{1}{1 + \frac{F_r}{F_c}} \dots \dots \dots (659)$$

Для данного примера:

$$F_r = 1^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 0,785$$

и

$$\frac{F_r}{F_c} = \frac{0,785}{0,123} \approx 6,4,$$

а потому

$$\varphi = \frac{1}{1 + 6,4} = \frac{1}{7,4}.$$

Зная φ , определим величину площади действительно необходимого отверстия для пропуска газа по равенству (655):

$$F = \varphi \cdot F_r = \frac{0,785}{7,4} \approx 0,106 \text{ м}^2,$$

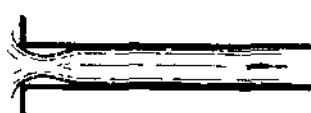
которая, само собою разумеется, всегда меньше площади F_c .

Если дроссельное отверстие будет сделано в шайбе или диафрагме и будет снабжено острыми кромками, то придется считаться с сжатием струи воздуха, и, принимая коэффициент истечения или расхода в 85%, должны будем сделать отверстие в шайбе или диафрагме равным

$$\frac{0,106}{0,85} = 0,125 \text{ м}^2,$$

которое соответствует диаметру в 400 *mm*.

Потери вследствие внезапного изменения поперечных сечений тока могут иметь место и в совершенно гладких цилиндрических трубах, напр., во



Фиг. 268.

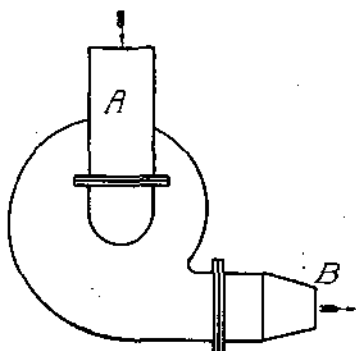
всасывающих проводах. Изменение поперечного сечения тока происходит при самом вступлении в трубу (см. фиг. 268).

Влаесс производил опыты над всасывающей трубой *A* в 1,895 *m* длиною (фиг. 269). Определялось сжатие и расход в трубе *A*, и для контроля расход проверялся в трубе *B*. Учитывались и потери от трения. Обозначим отношение F_c и F_r через x и положим

$$x = \frac{F_c}{F_r} = \frac{\varphi}{1 - \varphi} \dots \dots \dots (660)$$

Тогда

$$F_c = x \cdot F_r \dots \dots \dots (661)$$



Фиг. 269.

Опыты производились с тремя типами: с трубой гладкою цилиндрическою (фиг. 270, *a*), с цилиндрическою, снабженною фланцем (фиг. 270, *b*), и с цилиндрическою, снабженною воронкой (фиг. 270, *c*).

Результаты опытов приведены в следующей таблице:

Всасывающее устье.	Гладкая труба (фиг. <i>a</i>).	Труба с фланцем (фиг. <i>b</i>).	Труба с воронкой (фиг. <i>c</i>).
x	1,315	2,18	∞
φ	0,568	0,685	1,000
По Weisbach φ	0,541	0,632	0,950

Для примера решим следующую задачу.

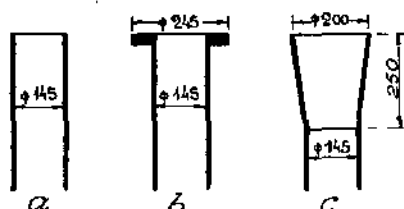
Имеется всасывающая цилиндрическая труба диаметром в 180 *mm* (фиг. 271). На расстоянии 10 *m* от устья вступления в трубу установлена трубка Пито, измеряющая давление. Объем протекающего воздуха = 24,4 *m³/min*. Требуется найти напор или давление, необходимое для продвижения указанного объема воздуха.

Берем из таблицы соответствующее значение α и определяем эквивалентное сечение F_c по формуле (661):

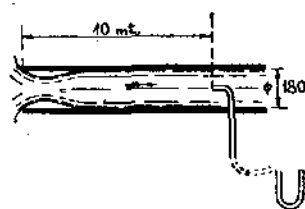
$$F_c = 1,315 \cdot 0,18^2 \frac{\pi}{4} = 0,0335 \text{ м}^2.$$

Для данного случая эквивалент трения будет (см. форм. 649):

$$F_p = F_r \sqrt{\frac{D}{\lambda}} = 0,18^2 \cdot \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{0,18}{0,01861 \cdot 10}} = 0,025 \text{ м}^2.$$



Фиг. 270.



Фиг. 271.

Пользуемся известным уравнением:

$$\frac{1}{F_{ac}^2} = \frac{1}{F_c^2} + \frac{1}{F_p^2},$$

или

$$\frac{1}{F_{ac}^2} = \frac{1}{(0,0335)^2} + \frac{1}{(0,025)^2},$$

и по графическому методу определяем F_{ac} , получим

$$F_{ac} = 0,02 \text{ м}^2.$$

Тогда напор, необходимый для продвижения воздуха, будет (см. формулу 643):

$$H = \left(\frac{Q}{240 F_{ac}} \right)^2 = \left(\frac{24,4}{240 \cdot 0,02} \right)^2 = 26 \text{ мм (BC)}.$$

Для трубы с воронкою $F_c = \infty$, и потеря давления происходит только от трения, и

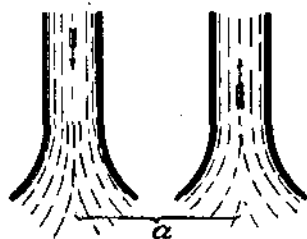
$$H' = \left(\frac{24,4}{240 \cdot 0,025} \right)^2 = 16,6 \text{ мм (BC)}.$$

Если изменяется направление тока, то следует обращать внимание на форму наконечника или конца трубы. Положим, труба оканчивается раструбом или воронкою (фиг. 272, а): в этом случае, как при нагнетании, так и при всасывании, в конце трубы или в раструбе характер движения частиц газа не изменяется; иное дело, если конец трубы будет иметь цилиндрическую форму (фиг. 272, б): как видно, при всасывании характер движения частиц изменяется — и приходится учитывать сжатие струи.

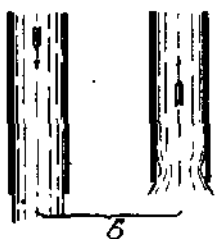
Газопровод с ответвлениями.

82. Положим, имеется трубопровод с разветвлениями (фиг. 273). При переходе газа из трубы 1 в рукава 2 и 3 приходится считаться с потерями Борда-Карно, равными:

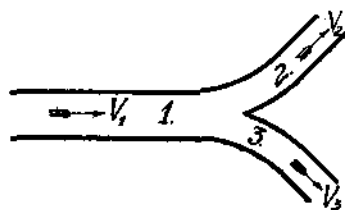
$$H_1 = \frac{\Delta}{2g} (v_1 - v_2)^2 \text{ и } H_2 = \frac{\Delta}{2g} (v_1 - v_3)^2.$$



Фиг. 272.



Фиг. 273.



Данный случай движения газов можно заменить эквивалентным ему и заменить происходящие потери введением эквивалентных сечений F_1 , F_2 и F_3 (фиг. 274).

Рассмотрим трубопровод с ответвлениями (фиг. 275).



Фиг. 274.

Положим, вентилятором воздух под давлением 80 *mm* (BC) подается в трубу V. Размеры труб указаны на чертеже ¹⁾.

Расчет начнем с трубы I, для нее:

$$F_p = F_r \sqrt{\frac{D}{\lambda}} = 0,0251 \text{ м}^2$$

при

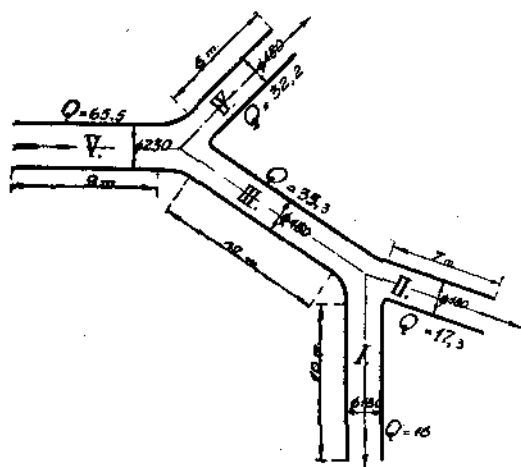
$$\lambda = 0,01861 \text{ и } F_r = \frac{\pi D^2}{4} = 0,0255 \text{ м}^2.$$

Эквивалентное сечение F_1 определяется из уравнения:

$$\frac{1}{F_1^2} = \frac{1}{(0,0251)^2} + \frac{1}{(0,0255)^2}.$$

По графическому методу, найдем:

$$F_1 = 0,0180 \text{ м}^2.$$



Фиг. 275.

¹⁾ Положим, присоединения одной трубы к другой так выполнены, что сопротивления Борда-Карно можно пренебречь.

Точно так же для трубы II найдем:

$$F_{II} = 0,0194 \text{ м}^2.$$

Для трубы III необходимо принять, что вытекание происходит через концевое сечение:

$$F_I + F_{II} = 0,0374 \text{ м}^2,$$

и тогда получим:

$$F_{III} = 0,0195 \text{ м}^2.$$

Точно так же найдем, что

$$F_{IV} = 0,0188 \text{ м}^2 \text{ и } F_V = 0,0383 \text{ м}^2.$$

Учитывая возможные потери, эквивалентное сечение начального входного отверстия в трубе V принято $= 0,0305 \text{ м}^2$, тогда количество воздуха, входящего в трубу V в минуту, будет (см. форм. 643):

$$Q_V = 240 \cdot 0,0305 \sqrt{80} = 65,5 \text{ м}^3/\text{мин}.$$

Если, положим, имеются две какие-либо трубы, для которых эквивалентные сечения будут F_{ae1} и F_{ae2} , и соответствующие расходы будут Q_1 и Q_2 , то

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{F_{ae1}}{F_{ae2}} \dots \dots \dots (662)$$

На основании этой зависимости можно написать:

$$Q_{IV} = \frac{65,5 \cdot 0,0188}{0,0383} = 32,2 \text{ м}^3/\text{мин}$$

$$Q_{III} = \frac{65,5 \cdot 0,0195}{0,0383} = 33,3 \text{ м}^3/\text{мин}.$$

Таким же путем найдем, что

$$Q_{II} = 17,3 \text{ м}^3/\text{мин}, \text{ и } Q_I = 16 \text{ м}^3/\text{мин}.$$

Полный расход через все ответвления будет:

$$32,2 + 17,3 + 16 = 65,5 \text{ м}^3/\text{мин}.$$

Соответственный напор перед разветвлениями I и II будет (см. формулу 643):

$$H_1 = \left(\frac{Q_{III}}{240(F_I + F_{II})} \right)^2 = \left(\frac{33,3}{240 \cdot 0,0374} \right)^2 = 13,8 \text{ мм (BC)},$$

и давление перед разветвлениями III и IV будет:

$$H_2 = \left(\frac{Q_V}{240(F_{III} + F_{IV})} \right)^2 = \left(\frac{65,5}{240 \cdot 0,0383} \right)^2 = 51 \text{ мм (BC)}.$$

Перемещение струей воздуха пылеобразных веществ.

83. Рассматривая движение газов по трубам, нельзя не затронуть вопроса, имеющего большое практическое значение, а именно вопроса, касающегося перемещения пылеобразных тел или веществ помощью струй воздуха, т.-е. так называемых пневматических элеваторов.

Положим, в вертикальную трубу будет введено тело весом $G \text{ кг}$ (фиг. 276), которое желательно переместить током воздуха. Если скорость движения воздуха $= v$, и вес единицы объема его $= \Delta$, то скоростный напор

$$H_v = \frac{\Delta v^2}{2g} (BC).$$

Для того, чтобы возможно было выполнить вышеупомянутое перемещение, необходимо должно иметь место следующее равенство:

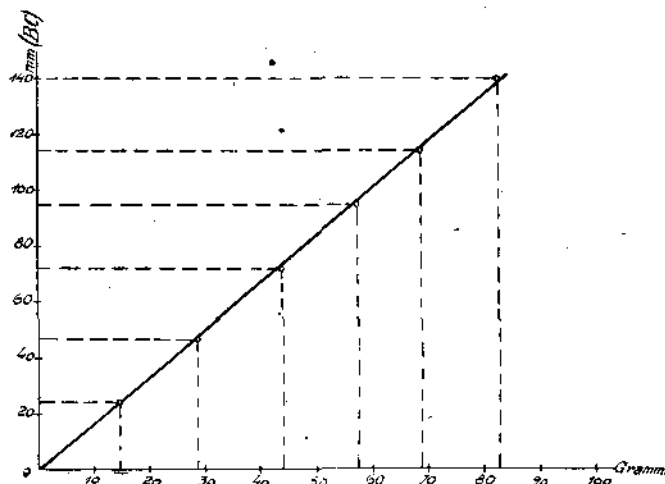
$$G = k_1 \frac{\Delta v^2}{2g} = k_1 H_v,$$

где k_1 — некоторый коэффициент.

Как видно, получилось уравнение прямой линии, и, если по оси абсцисс будем откладывать веса, а по оси ординат давления, то получим прямую линию, представленную на чертеже (фиг. 277).



Фиг. 276.



Фиг. 277.

Вообще, величина давления, производимого током газа на тела шаровидной формы, будет:

$$P = k_2 \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{\Delta v^2}{2g} = k_2 \frac{\pi D^3}{4} \cdot H_v, \dots \dots \dots (663)$$

где D = диаметру тела шаровидной формы.

Если удельный вес тела = Δ' , то

$$G = \frac{\pi D^3}{6} \cdot \Delta'.$$

Для удовлетворения вышепоставленного условия, т.-е. возможности увлечения тела током воздуха, необходимо, чтобы

$$P = G$$

или

$$k_2 \frac{\pi D^2}{4} \cdot H_v = \frac{\pi D^3}{6} \cdot \Delta'$$

откуда

$$H_v = \frac{2}{3k_2} D \cdot \Delta'$$

или, полагая

$$\frac{2}{3k_2} = k,$$

получим:

$$H_v = k \cdot \Delta' \cdot D \dots \dots \dots (664)$$

Если Δ' будет собою выражать вес в килограммах одного кубического дециметра материала шаровидного тела, увлекаемого током воздуха, D — его диаметр в миллиметрах и H_0 — напор в миллиметрах водяного столба, то для гладких шаров из дерева, резины, свинца и проч. Blaess нашел, что

$$k = 1,3.$$

Необходимая, скорость тока воздуха должна определяться по формуле (642):

$$v = 4 \sqrt{H_0 m m}.$$

Если взять зерно удельного веса 2,5 и среднюю толщиной в 1 mm, то

$$H_0 = 1,3 \cdot 2,5 \cdot 1 = 3,25 \text{ mm (BC)}$$

и

$$v = 4 \sqrt{3,25} = 7,2 \text{ m/sec.}$$

Для пыли цементных фабрик, мельниц, химических фабрик, уборных, точильных помещений и помещений, сохраняющих материи, обыкновенно принимают удельный вес $= 2,5$ и скорость около 10 m/sec. Само собою разумеется, значения H_0 и v приходится иногда значительно увеличивать, в особенности в горизонтальных каналах, в которых скорость иногда увеличивается в $1\frac{1}{2}$ — 2 раза и даже более.

Определение скорости и расхода воды в естественных и искусственных потоках.

84. В зависимости от величины потока применяется тот или другой способ для определения расхода или скорости. При малом расходе, напр., в родниках, ключах и т. п., величина его определяется непосредственным измерением помощью сосудов определенной емкости.

При среднем расходе, напр., в речках, заводских каналах, величину его определяют с помощью перемычки, заставляя воду стекать через водослив или пропуская ее через отверстие в вертикальной стенке. При пользовании водосливом для измерения расходов воды, с целью получения более надежных результатов, лучше устранить боковое сжатие, чего можно достигнуть, если в верхнем русле устроить боковые направляющие стенки по ширине b водослива.

Если для определения расхода будем применять формулу Базена (см. форм. 130 и 135):

$$Q = \left(0,405 + \frac{0,003}{z_2} \right) \left(1 + 0,55 \frac{z_2^3}{(z_2 + T)^2} \right) b \sqrt{2g} \cdot z_2^{\frac{3}{2}},$$

то следует придерживаться следующего:

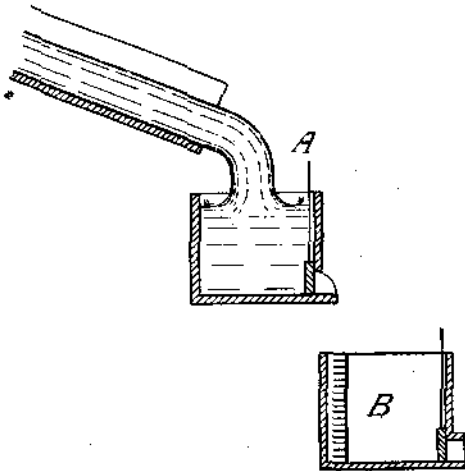
- 1) боковое сжатие должно быть уничтожено;
- 2) за порогом должно быть устранено свободное расширение струи, для чего водослив в нижнем русле снабжается боковыми стенками;
- 3) должен быть обеспечен свободный доступ воздуха под струю, чего можно достигнуть расширением канала за водосливом;
- 4) следует избегать слишком узких водосливов (уже 0,2 m) и малых (меньше 0,1 m) напоров, так как в противном случае формула будет применяться вне тех пределов, для которых она получена Базеном, и
- 5) напор над ребром водослива следует измерять на достаточном расстоянии, например: не меньшем тройного напора и не менее 1 метра.

Для измерения небольших расходов наиболее удобно пользоваться водосливом Томсона. В больших потоках и реках среднюю скорость v движения

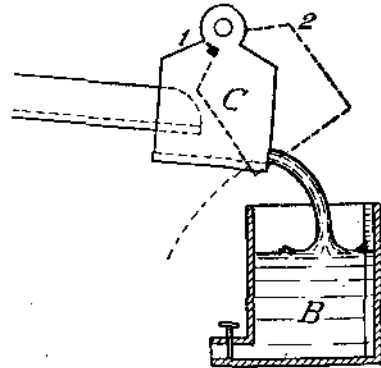
воды в данном живом сечении определяют при помощи особых приборов — тахометров, при этом расход считают $= v \cdot \omega$, где ω — площадь живого сечения.

Для определения расхода непосредственным измерением можно поступать различным образом.

Мерники. Деревянным желобом подводят воду к сосуду *A* большей емкости, из которого по временам выпускают воду в сосуд *B* меньшей емкости, объем которого точно вымерен (фиг. 278); обыкновенно в этом сосуде ставится еще рейка с делениями.



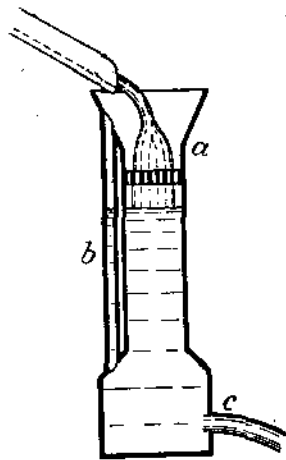
Фиг. 278.



Фиг. 279.

Таким образом, пропуская воду через сосуд *B*, определим ее количество и, зная время притока, определим расход в одну секунду. Можно избежать постановки сосуда *A*, подвешивая вращающуюся часть *C* (фиг. 279). При положении 1 — вода вливается в сосуд *B*, при положении 2 — вода будет стекать помимо сосуда.

Вместо указанных приборов применяется иногда так называемое гидрометрическое ведро (Данаида), состоящее из цилиндрического сосуда, внутри которого, с целью умирить колебания воды, помещается на желаемой высоте сетка *a*. Внизу имеется небольшое отверстие *c*. Прибор тарирован, и трубкою *b* определяется высота воды и соответствующий расход (фиг. 280). Различным высотам воды соответствуют различные расходы. Когда вода остановится на определенном уровне, особо скалкою на трубке *b* отмечается соответствующий расход.



Фиг. 280.

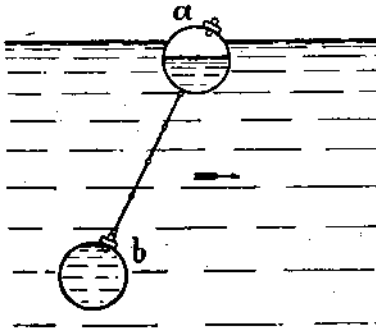
Водяной дюйм. Для определения небольших расходов пользуются иногда особыми приборами, так называемыми водяными дюймами, которыми обычно измеряется количество воды, протекающее в течение 24 часов через отверстие, диаметром в 1", в тонкой вертикальной стенке, при возможно малом напоре. В новом французском дюйме отверстие имеет диаметр $= 20 \text{ mm}$, и напор над центром отверстия $= 40 \text{ mm}$, расход определяется в m^3 в течение 24 часов. Приборы обыкновенно устраиваются в виде ящиков с несколькими отверстиями одинаковых или различных диаметров. При измерении количеств воды открывается столько

отверстий, чтобы уровень воды держался все время на одной и той же высоте; по числу открытых отверстий и установившейся высоте напора определяется расход. Для успокоения воды и задержания приносимых ею посторонних взвешенных веществ в ящиках обыкновенно устраиваются перегородки.

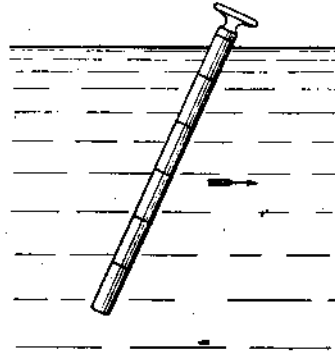
Поплавки. При определении расхода в реках и каналах значительных размеров прибегают к поплавкам или особым приборам. Помощью поплавков и приборов определяют среднюю скорость течения, а, зная живое сечение реки, нетрудно вычислить расход.

При определении скорости поплавками место для опытов избирают там, где течение более правильное, прямое, берега между собою параллельны, т.-е. ширина потока изменяется незначительно, где берега более возвышенны, и дно очищено от водных растений.

На берегу реки, вдоль течения, отмеривают кольями определенное расстояние, напр., метров 40. Бросают поплавок на различных расстояниях от берега и каждый раз замечают время прохождения поплавком отмеренного пути; зная время, легко определить в каждом данном случае скорости движения поплавок и по формулам § 40 найти величину средней скорости течения.



Фиг. 281.



Фиг. 282.

С той же целью употребляют двойные поплавки (фиг. 281), помощью которых определяется средняя скорость течения. Поплавки *a* и *b* соединяются шнуром, проволокою или цепочкою, каждый из них представляет собою шар, закупориваемый пробкою. Верхний поплавок имеет плавучесть настолько значительную, что удерживает нижний поплавок, при чем в стоячей воде шнур должен быть удерживаем нижним поплавком в вертикальном положении, с некоторою натянутостью, для чего поплавки в известной мере наполняются водою или дробью.

Той же цели достигают, применяя плавучий шест (фиг. 282), который состоит из отдельных, свинчиваемых трубок и сверху закрывается пробкою; благодаря подобному устройству длину шеста можно изменять по желанию. Шест заполняется дробью настолько, чтобы в стоячей воде немного выступал над поверхностью.

Если поплавками будет определена средняя скорость v_1 на поверхности потока, то принимают среднюю скорость потока

$$v_c = kv_1, \dots\dots\dots (665)$$

где для коэффициента k предлагаются различные значения, и иногда дают зависимость между среднюю скоростью v_c и максимальной скоростью v_{max} на поверхности (см. § 40).

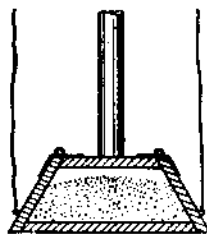
По фон-Ватнеру:

$$\begin{aligned} v_c &= 0,80v_1 \dots \text{при } v_1 \leq 0,7 \text{ m/sec} \\ v_c &= 0,85v_1 \dots \text{» } 0,7 < v_1 \leq 1,2 \text{ m/sec} \\ v_c &= 0,90v_1 \dots \text{» } 1,2 < v_1 < 3 \text{ m/sec.} \end{aligned}$$

Обыкновенно принимают:

$$v_c = (0,82 - 0,89) v_1 \dots \dots \dots (666)$$

Если приходится определять скорость течения в зимнее время, когда река покрыта льдом, то весьма часто прибегают к следующему способу. Делают поперек и вдоль реки несколько прорубей, в которых последовательно, в поперечном направлении реки, опускают закреплённый на шесте деревянный ящик с боковыми наклонными створками, открываемыми привязанными к ним бечевками (фиг. 283). В ящик закладываются предварительно сухие опилки. При открытии створок опилки уносятся течением, при этом замечают по часам время открытия створок и наблюдают, когда опилки появятся в ближайших по течению прорубях. Зная расстояние между прорубями и время прохождения его опилками, определяют скорость течения, которую принимают за среднюю скорость, так как лёд оказывает задерживающее влияние на опилки, перемещаемые струйками, обладающими на поверхности наибольшей скоростью.



Фиг. 283.

Теперь рассмотрим различные приборы (тахометры) для определения скорости¹⁾.

Гидрометрический маятник. Прибор состоит из квадранта, разделенного на градусы, в центре a его закреплена нить, удерживающая металлический шарик b . Водяным уровнем с выверяется положение прибора. Течением шарик b отклоняется и увлекает с собою нить, которая будет составлять с вертикалью некоторый угол α (фиг. 284). Обозначим вес шарика через G , полное давление на него воды через P , тогда:

$$P = G \operatorname{tg} \alpha$$

и

$$P = k \cdot \Delta \cdot \frac{\pi d^3}{4} \cdot \frac{v^2}{2g} \dots \dots \dots (667)$$

где d — диаметр шарика.

Из последнего уравнения имеем:

$$v = \frac{2}{d} \sqrt{\frac{2gP}{k\pi\Delta}} = \frac{2}{d} \sqrt{\frac{2gG}{k\pi\Delta} \operatorname{tg} \alpha} \dots \dots \dots (668)$$

Коэффициент k определяется предварительными опытами. Вследствие вибрации нити трудно производить наблюдения, и потому этот прибор малоупотребителен.

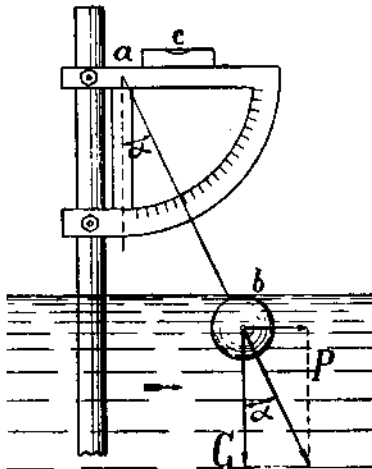
¹⁾ Здесь будут описаны лишь самые простые из характерных приборов, для желающих же более близко познакомиться с ними рекомендуем труд Н. Д. Тяпкина: Приборы для определения скоростей и расходов воды в открытых руслах. Москва, 1901.

²⁾ См. ниже форм. (693).

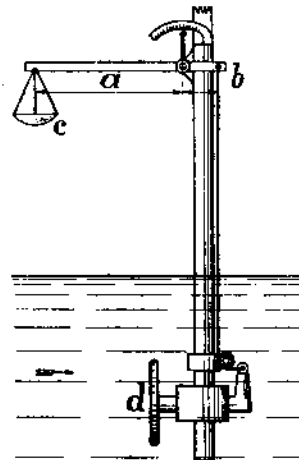
Реометры. В этих приборах при помощи рычага и чашки с гири c определяется давление воды на некоторую поверхность d (фиг. 285). Обозначая через ω площадь пластинки d , через a и b — плечи рычага и через P — груз чашки c , уравновешивающий давление воды, найдем, что должно иметь место следующее равенство:

$$k \Delta \omega \frac{v^2}{2g} \cdot b = P \cdot a, \dots\dots\dots (669)$$

из которого и определится v , если известна величина коэффициента k , который определяется опытом.



Фиг. 284.

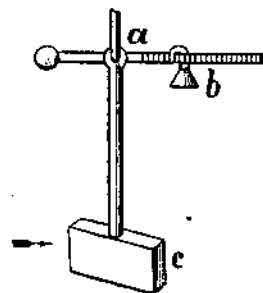


Фиг. 285.

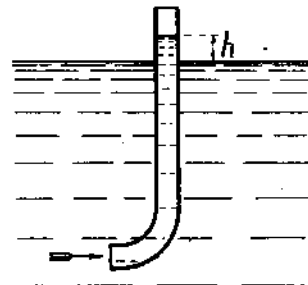
В роде этого прибора устроен гидрометрический безмен, который подвешивается за ось a , вода давит на пластинку c , и это давление уравновешивается подвижной гирей b (фиг. 286).

Трубка Пито. В 1732 г. итальянец Пито предложил для определения скорости особого вида стеклянную трубку (фиг. 287). Трубка, как видно из чертежа, внизу загнута под прямым углом, и отверстие распола-

гается против течения, тогда в верхней части трубки вода подымется на некоторую высоту h , зная которую можно определить скорость в любом пункте. Недостатки этой трубки: а) неудобство определения высоты h при малых скоростях, так как тогда величина h очень невелика, б) неточность показания прибора вследствие влияния волосности, в) колебания поверхности воды снаружи и



Фиг. 286.



Фиг. 287.

внутри трубки и, наконец, г) ограниченность глубины, на которой может быть произведено наблюдение, вследствие того, что верхний конец трубки всегда должен находиться выше поверхности воды.

Эти недостатки были устранены в приборе Дарси, который представляет собою улучшенную трубку Пито, и этот улучшенный прибор носит название *трубки Пито-Дарси*. Прибор состоит из двух трубок *a* и *b* (фиг. 288). Трубка *a* имеет отверстие, сделанное сбоку, и в этом месте прикрывается трубкою *c*, внутрь которой вода может свободно проходить; в трубке *b* отверстие сделано по направлению оси. Нижние концы трубок располагаются против течения. Благодаря подобному устройству в трубке *a* вода понижается, а в трубке *b* повышается. Как высота понижения h_1 уровня, так и высота повышения h_2 должны быть пропорциональны v^2 , т.-е.

$$v^2 = k_1 \cdot 2gh_1 \text{ и } v^2 = k_2 \cdot 2gh_2,$$

где k_1 и k_2 — коэффициенты.

h_1 обыкновенно не равняется h_2 и весьма часто в некоторых приборах $h_1 > h_2$, т.-е. понижение уровня воды в трубке *a* более повышения его h_2 в трубке *b*.

Определяя из вышеприведенных уравнений величины h_1 и h_2 и складывая их, получим:

$$h = h_1 + h_2 = \frac{k_1 + k_2}{k_1 k_2} \frac{v^2}{2g},$$

откуда имеем:

$$v = k \sqrt{2gh} = k \sqrt{h}, \dots (670)$$

где k есть коэффициент, определяемый опытом.

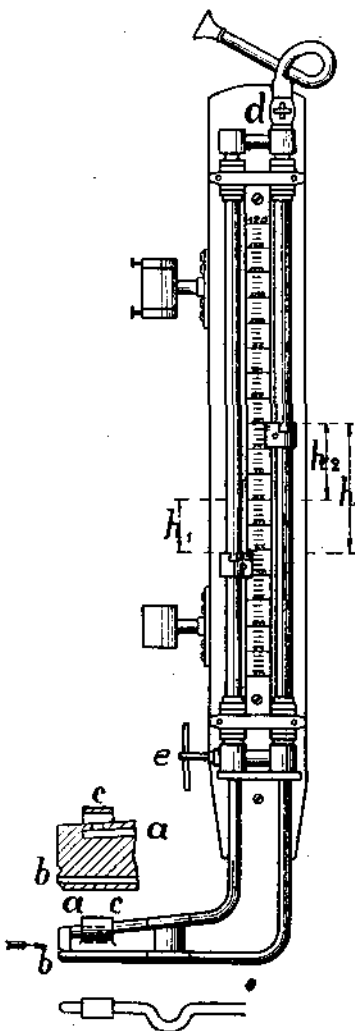
Нижний край *e* запирает обе трубки и тем дает возможность наблюдать уровни, вынувши трубку из воды. Запирание под водою краем *e* совершается при помощи шнуров. В верхней части трубки соединяются между собою, и при помощи крана *d* и гуттаперчевой трубки есть возможность нагнетать или всасывать воздух и тем производить измерения на значительной глубине и на поверхности воды. Этот прибор очень удобен и употребляется очень часто.

Вертушка Вольтмана. Вертушка или мельница Вольтмана принадлежит к очень распространенным приборам. Колесо с крыльями *A* приводит во вращение винт *a*, который вращает счетный прибор *b*, поджимаемый к винту рычагом *c* при помощи шнура *d* (фиг. 289).

При каждом приборе обыкновенно имеется несколько запасных колес *A*, различного диаметра и с различными углами наклона крыльев *a* (от 15° до 55°).

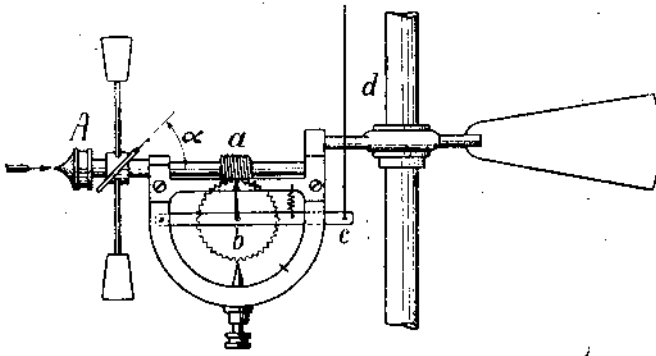
При малых скоростях воды применяются крылья с большим углом α и с большими лопастями, при больших скоростях — с меньшими углами α и меньшими лопастями.

Пользуясь прибором, следует определить число оборотов колеса *A* во время t , т.-е. во время действия счетного механизма, для чего приходится каждый раз вынимать прибор; это составляет его неудобство, которое устранено в вертушке *Амслера* (фиг. 290).



Фиг. 288.

Прибор подвешивается к проволочному канату, который имеет бляхи с обозначением глубины погружения прибора. Верхняя часть каната наматывается на барабан ручного воротка, помещенного на плоту. На плоту помещается электрический звонок, проводниками соединенный с мельницей. После каждых 100 оборотов ток замыкается, и звонок дает отрывистые сигналы.



Фиг. 289.

Положим, n оборотов колеса совершается в t сек.; тогда число оборотов

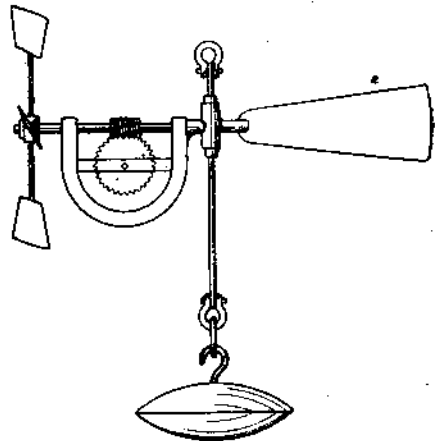
в 1 сек. $= n:t$, и скорость течения воды v определяется следующей эмпирической формулой:

$$v = a + b \frac{n}{t}, \dots \dots \dots (671)$$

в которой член a и коэффициент b определяются опытом, при чем член a измеряет собою вредные сопротивления трения порожнего прибора; как только трение преодолено, число оборотов будет пропорционально скорости.

Здесь необходимо заметить, что, определяя скорость течения воды в реке, мы должны учитывать то обстоятельство, что на точность измерения скорости приборами влияет пульсация частиц жидкости, которая у дна и берегов сильнее, а потому близко к ним не следует устанавливать приборы.

Тарирование вышеописанных приборов можно совершать различным путем: погружать приборы в каналы, скорость течения воды в которых известна, или перемещать приборы с определенной постоянной скоростью в бассейнах со стоячею водою. Чем больше будет произведено наблюдений, тем, само собою разумеется, с большею точностью определятся коэффициенты, входящие в соответствующие формулы.



Фиг. 290.

Если имеется прибор точно вымеренный, то путем сравнения можно произвести тарирование любого прибора, но при этом следует приборы располагать на довольно близком расстоянии и по возможности в одинаковых условиях, при чем выбирать такие места в потоках, в которых скорости, в известных пределах, можно принимать постоянными и равными.

Фото-гидрометрический шнур. Для быстрого определения главного направления струй, распределения и величины скоростей в открытом потоке по всей его толще — находит применение фото-гидрометрический шнур. Идея устройства подобного прибора очень проста: берется тонкий шнур с надетыми на нем на некоторых расстояниях шаро-

образными бусами, веса которых подобраны так, что шнур с бусами почти полностью погружается в воду. Если нельзя ожидать, что струи параллельны между собою, то к бусам, закрепленным на главном шнуре, на коротких нитях прикрепляется второй ряд бус. Если такой шнур бросить поперек потока и свободные концы его закрепить, то он примет форму ломаной линии и образует с мысленной прямой, соединяющей свободные концы шнура, многоугольник, форма которого зависит от тех давлений воды, которым подвергаются отдельные бусы. С помощью фотографического аппарата положение шнура можно зафиксировать, а имея его форму — возможно узнать направление, распределение и величину скоростей в рассматриваемом горизонтальном сечении потока, для чего необходимо определить скорость частиц струйки, соответствующей положению какой-либо одной из бус, что можно сделать при помощи одного из вышеописанных приборов, скажем — трубки Пито-Дарси; этим самым определится в многоугольнике масштаб скоростей, а основываясь на свойствах веровочного многоугольника, за каковой можно приять наш многоугольник скоростей, — найдем искомые величины (подробности см. в журн. «Бюллетени Политехнического Общества», 1912 г., № 8, ст. А. Дейша).

Химический метод измерения расхода воды.

Определение средней скорости потока и расхода вышеуказанными средствами является во многих случаях совсем удобным; например, если река или канал имеют малую глубину, и скорость течения незначительна, то при пользовании вертушками — они оказываются недостаточно чувствительными, сооружение же водослива для указанной цели является зачастую весьма затруднительным, в особенности в порожистых местах. В этих случаях представляется более подходящим и очень удобным использование химического метода измерения расхода воды, состоящего в том, что в измеряемый поток вводится раствор соли, концентрация которого близка к насыщению; затем внизу по течению, после полного размешивания раствора в воде потока, берут пробы воды, в которых химическим анализом или иным путем определяется содержание той же соли.

Если обозначим

через q — количество раствора, вводимого в поток в единицу времени,

» T — крепость или степень концентрации раствора,

» Q — расход потока,

» t — степень концентрации раствора в пробах,

то совершенно ясно, что должна существовать следующая зависимость:

$$Q:q = T:t,$$

откуда

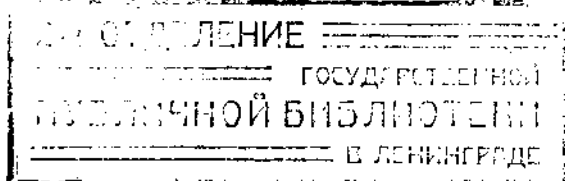
$$Q = q \frac{T}{t} \dots \dots \dots (672)$$

Если поток до впуска раствора содержал соль концентрации t_1 , то

$$Q:q = T:(t - t_1)$$

и

$$Q = q \frac{T}{t - t_1} \dots \dots \dots (673)$$



При таком способе определения величины Q допускается некоторая неточность, состоящая в том, что, прибавлением к расходу Q количества раствора q_1 , мы увеличиваем расход на это добавочное количество, учитывая которое можем ввести поправку, и получаем следующую зависимость:

$$(Q + q) : q = T : (t - t_1),$$

откуда

$$Q = q \frac{T}{t - t_1} - q = q \left(\frac{T}{t - t_1} - 1 \right) \dots \dots \dots (674)$$

Обыкновенно в более или менее значительных потоках величина q по отношению к величине Q так мала, что всегда ею можно пренебрегать.

Приводим здесь опыты Stromeyer в Walthamstow (East London Water Works). Применен раствор NaCl (поваренная соль).

Данные весового анализа:

Концентрация начального раствора $T = 20052 \text{ grain}^1$ (гран) /галлон.

Секундный расход раствора $q = 0,03493$ галл./сек.

Концентрация потока . . . $t_1 = 2,3099$ grain/галл.

Концентрация пробы . . . $t = 3,4688$ grain/галл.

По формуле (673) имеем:

$$Q = q \frac{T}{t - t_1} = 0,0349 \cdot \frac{20\,052}{3,4688 - 2,3099} = 604,5 \text{ галл./сек.} \cong 2,75 \text{ куб. м./сек.}$$

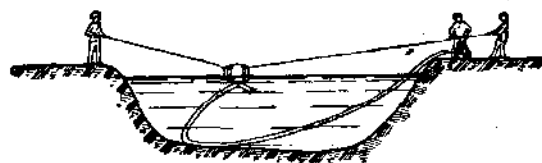
Параллельно производилось измерение расхода при помощи водомера Вентури и на водосливе, и получились следующие расходы:

Показания водомера: 2659,92 литр./сек.

Расход, определенный по водосливу: 603,8 галл./сек. = 2744,87 литр./сек.

Как видно, получились числа весьма близкие между собою.

Необходимое условие правильного определения расхода по указанному методу, это — достижение однородности смешения раствора с водой измеряемого потока. Легче всего это выполнить, если место введения раствора отделено от мест взятия пробы порогом, водосливом, турбинной камерой и т. п., в противном случае приходится увеличивать по сечению потока число пунктов, в коих вводится раствор, и извлекаются пробы, и при этом увеличивать расстояние между указанными пунктами более чем на 200—300 метров. Для определения момента достижения введенным раствором низового поста, — когда надлежит извлекать пробы — струи потока окрашивают фуксином или в поток, при выпуске раствора, вливают несколько фунтов керосину; кроме того при начале введения раствора сигнализируют флагом. При потоках, обладающих незначительной скоростью, необходимо принять меры к тому, чтобы вводимый раствор не падал на дно, а перемешивался с водой потока.



Фиг. 291.

Пробы берутся с плота или лодки, на которых должно быть заготовлено соответствующее количество бутылей с притертыми пробками, воронка и ведро для взятия проб. Для извлечения проб можно воспользоваться боченком, к которому привязывается конец гибкого рукава (фиг. 291); пере-

мещая боченок привязанными к нему веревками, насосом выкачивают воду из потока и затем подвергают ее анализу.

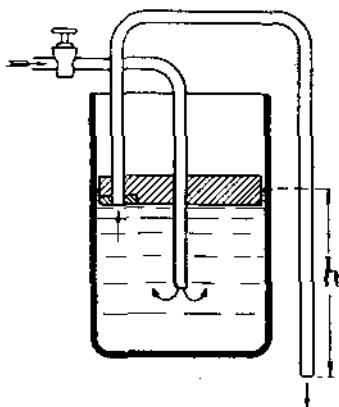
¹⁾ 1 grain = 0,0648 грамма.

Само собою разумеется, между пунктами введения раствора и взятия проб не должно быть никаких более или менее значительных притоков, изменяющих величину t_1 .

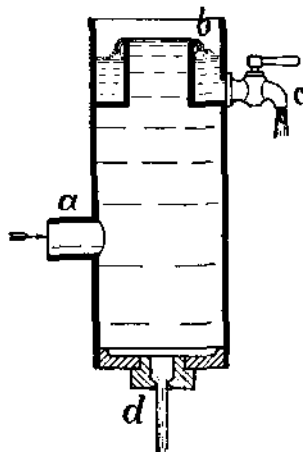
При пользовании указанным методом должно быть достигнуто постоянство расхода вводимого в поток раствора, для чего применяются различные типы сосудов, обеспечивающие вытекание раствора при постоянном напоре.

1) Тип сосуда Мариотта, примененный французским инженером Ch. Louis при измерении расхода горных потоков в Пиренеях.

2) Тип сосуда Stromeyer (фиг. 292) представляет собою сифон, закрепленный в поплавке; в сосуд по особой трубке может быть введен раствор. Расход измеряется определением по хронометру времени, в течение которого уровень жидкости в сосуде понизится до определенной отметки.



Фиг. 292.



Фиг. 293.

3) Тип сосуда проф. Unwin (фиг. 293). В сосуд через патрубок a вводится раствор в количестве, слегка превышающем расход его через нижнее отверстие d ; избыток раствора сливается через водослив b и отводится наружу через край c . Наличие водослива обеспечивает поддержание постоянной высоты напора.

Введение раствора в поток может быть произведено мгновенно посредством ручного насоса; при этом пробы извлекаются непрерывно, и отмечается время для наполнения пробных сосудов. Допустим, что для наполнения каждого сосуда требуется t минут, а в пробах имеется концентрация раствора:

...0...0...0...0... $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, \dots, c_n, \dots$ 0...0...0...

Средняя концентрация из n проб:

$$c = \frac{c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_n}{n}$$

Если в поток вводится 1 литр раствора крепостью C грамм/литр., то искомый расход ¹⁾:

$$Q = \frac{1}{n \cdot t} \frac{C}{c} \text{ литров в минуту} \dots \dots \dots (675)$$

¹⁾ Пробы взяты в nt минут и содержат в среднем раствор концентрации c грамм/литр. Если Q = расходу в 1 мин., то в нем будет соли $Q \cdot c$ грамм/литр., а в nt минут будет в воде заключаться соли $Q \cdot c \cdot n \cdot t$, и $Q \cdot c \cdot n \cdot t = C$, откуда и получим равенство (675).

Для составления растворов чаще всего применяются хлористые соли, и для пресных вод главным образом — соли натрия и кальция, а для вод с большим содержанием солей — кислотные и щелочные соединения. Для канализационных вод с успехом был применен гипосульфит натрия.

Определение концентрации растворов производится: 1) весовым анализом, 2) объемным анализом, посредством титрованного раствора такого вещества, которое для данного является реактивом, обладающим взаимодействием, 3) колориметрическим анализом, основанным на сравнении окраски исследуемого раствора с интенсивностью окраски нормального раствора; сравнение производится в градуированных трубках или в особом приборе, так называемом колориметре Вольфа, и 4) испытанием на электропроводность. Из этих методов колориметрический анализ является наиболее грубым.

За границей химический метод измерения расходов применяется на потоках с расходами до $5-6 \text{ м}^3$, у нас инженер Н. М. Бернадский применял его на Волге при измерении расходов до $50-60 \text{ м}^3$.

Н. М. Бернадский и А. Ю. Юрков выработали методы, позволяющие везде с успехом применять столь дешевый и легкорастворимый продукт, как поваренная соль.

Подробности о химическом методе измерения расхода воды можно найти в следующих сочинениях:

1) Инженер А. М. Рундо: О химическом методе измерения расхода воды. 1912. (Отдельный оттиск из Ежегодника С.-Петербургского Округа Путей Сообщения за 1911 г.)

2) Инженер путей сообщения Н. М. Бернадский и А. Ю. Юрков: Материалы по вопросу о применении химического метода к измерению расхода воды. 1914. (Из отчета Верхневолжской гидрометрической станции за 1912.)

3) Service d'études des grandes forces hydrauliques dans la région des Alpes. 1^{re} Partie: Compte rendu des travaux antérieurs à l'année 1904, par MM. R. Tavernier et De La Brosse.

4) Minutes of Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Vol. CLX. 1904—1905. Part II.

5) Transactions of the Institution of Naval Architects. Vol. XXXVII. 1896, p. 226.

6) Génie Civil. T. XLIV, № 26, p. 411.

7) Génie Civil. T. LVIII, № 24, p. 497.

8) Engineering News. 1905, Dec. 14.

Водомеры.

85. Для измерения количеств воды или иных жидкостей, подаваемых трубопроводами, устанавливаются особые аппараты, которые называются водомерами.

Водомеры только тогда оправдывают свое назначение, когда они действительно производят точный учет расхода жидкостей при различных напорах. Они должны быть прочной и по возможности простой конструкции и должны оказывать малое сопротивление протекающей через них жидкости.

Водомеры бывают чрезвычайно разнообразных конструкций, но различают обыкновенно две системы: в одной из них измерения производятся по емкости, в другой — по скорости.

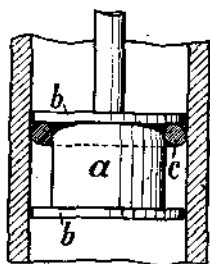
К первой системе относят водомеры: поршневые, диафрагменные и дисковые (Кеннеди, Фраже, Фроста, Шмида, «Тридент», Акц. Общ. Сименс и Гальске, Эйквема, Кейма, Володимирова, Гордеева и др.), а также водомеры с качающимися сосудами (Матецкого и др.). Эти водомеры называются обыкновенно объемными водомерами.

Ко второй системе следует отнести водомеры с крыльями или турбинками, вращаемыми протекающей жидкостью, называемые крыльчатými или турбинными водомерами. К этой же системе относятся особого устройства водомеры без вращающихся органов, а именно: водомеры Вентури, Акц. Общ. Сименс и Гальске и др.

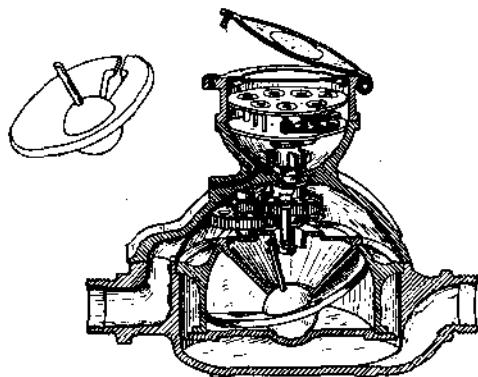
Объемные водомеры имеют то преимущество, что измеряют более точно пропущенные объемы жидкости, но конструкция их обыкновенно более сложная, и применяются они только для учета небольших расходов.

Вследствие указанных причин большее распространение находят водомеры второй системы, отличающиеся чрезвычайно простою конструкцией и дешевизною.

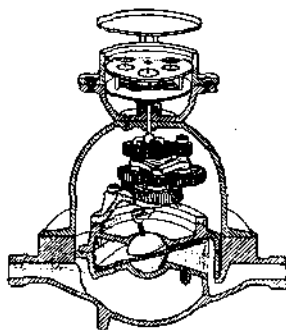
Один из самых старинных поршневых водомеров — водомер Кеннеди, он состоит из двух камер: распределительной и счетной камеры, и цилиндра, заключающего поршень, шток которого проходит через сальник и оканчивается зубчатой рейкою, сцепляющеюся с зубчатым колесом, снабженным кулаками, которые приводят в действие при помощи нагруженного рычага четырехпроходный распределительный кран. Одну из особенностей водомера составляет особое устройство поршня *a* (фиг. 294), снабженного боковыми закраинами *b*, образующими кольцевую полость, в которой помещается набивочное резиновое кольцо *c*, перекатывающееся при движениях поршня и тем уменьшающее трение.



Фиг. 294.



Фиг. 295.



Фиг. 296.

Из объемных водомеров весьма распространены также дисковые водомеры, снабженные коническими или плоскими дисками, с косо-расположенными подвижными осями, которые упираются свободными концами в поводки и соединены с центральными шаровыми выступами дисков, закрепляемыми в шаровых чашках. Под влиянием протекающей жидкости диски перекатываются, направляясь своими центральными шаровыми выступами, в особых камерах, снабженных радиальными перегородками, входящими в соответствующие вырезы дисков.

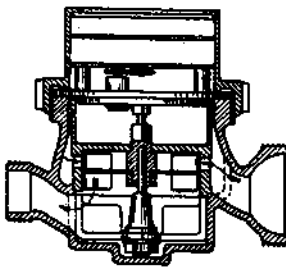
На фиг. 295 представлен водомер «Звезда» («Etoile», Compagnie pour la Fabrication des Compteurs, Paris); как видно из чертежа, диск имеет коническую форму. Эти водомеры изготовляются диаметром: 12, 15, 20, 30, 40 и 60 миллиметров.

На фиг. 296 изображен дисковый водомер М. Еуquem, в нем диск плоский. К этому же типу относится водомер «Тридент» Товарищества

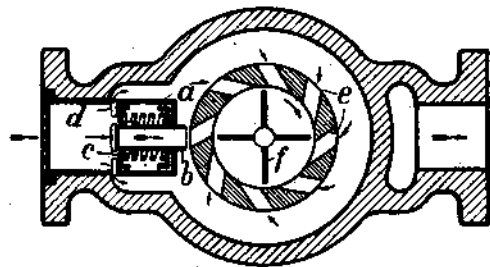
заводов «Нептун», в Америке; эти водомеры изготавливаются диаметром: $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{2}$, 1, $1\frac{1}{2}$, 2, 3, 4 и 6 дюймов (т.-е. эти размеры имеет внутренний диаметр подводимой трубы).

Из водомеров второй системы очень распространены крыльчатые, или турбинные водомеры, называемые также реактивными водомерами. Из этих водомеров наиболее употребительны водомеры: Мейнеке, Рейтера, Акц. Общ. Сименс и Гальске и др. В таких водомерах органом, приводящим в действие счетный механизм, является крылатка, или турбинка (фиг. 297, водомер Julius Stoll & Cie).

Турбинные водомеры устраиваются двух типов: сухие (сухоходы) и мокрые (мокроходы). Разница между теми и другими состоит в том, что в мокрых водомерах, или мокроходах, циферблатный механизм не отделен от передаточного механизма, благодаря чему он постоянно находится в воде, в сухих же водомерах, или сухоходах, эти механизмы отделены перегородкою, пропускающею ось, соединяющую вышесказанные два механизма. Отдают



Фиг. 297.



Фиг. 298.

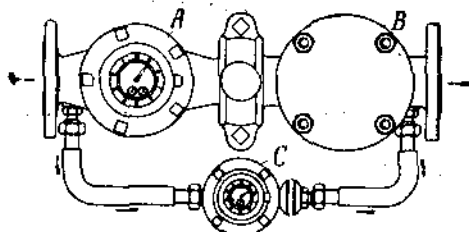
предпочтение мокроходам, как значительно более простым по конструкции и более точным, в особенности при отсчетах малых количеств воды, к тому же они являются более дешевыми по цене и обслуживанию. В крупных центрах Западной Европы в настоящее время водопроводы оборудованы почти исключительно мокроходами. Такому распространению мокроходов способствовало также устранение неизбежного их первоначального недостатка, состоящего в том, что циферблаты их с течением времени покрывались налетом от содержащихся в воде солей, затрудняющим отсчитывание, каковое улучшение достигнуто было применением особого вида транспарантного циферблата.

Турбинные водомеры устраиваются также с обратным отсчитыванием воды. Такие водомеры приходится устанавливать в тех случаях, когда не имеется воздухоотводных аппаратов (вантузов), или при отсутствии обратных клапанов. При таких устройствах домовых водопроводов возможны колебания напора воды в трубах и движение ее взад и вперед, при которых водомеры обыкновенных конструкций будут отсчитывать несколько раз одну и ту же воду. Водомеры с обратным отсчитыванием воды отличаются от обыкновенных водомеров некоторым изменением внутренней коробки, в которой входные и выходные каналы сконструированы таким образом, что обратная струя воды вращает крылатку или турбинку в противоположную сторону. Стоимость таких водомеров на 5%, дороже обыкновенных водомеров.

Для увеличения чувствительности турбинных водомеров предложено несколько приспособлений, одно из них показано на фиг. 298: во впускной патрубке введена втулка *a* с отверстиями *d*, заключающая насадку *b* и пружинный золотник *c*, прикрывающий при малом расходе отверстия *d* и тем заставляющий воду протекать лишь через насадку *b* в ближайший из направляющих каналов *e* и приводить во вращение крылатку, или турбинку *f*.

С увеличением расхода золотник отодвигается, и открываются отверстия *d*, вследствие чего вода вводится и в остальные направляющие каналы *e*.

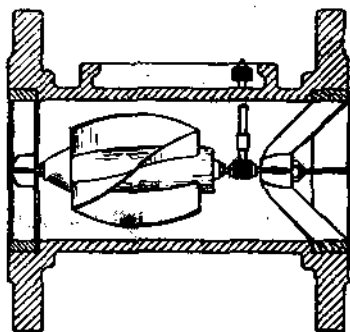
С той же целью, т.е. для повышения чувствительности, прибегают к комбинированным водомерам. Водомеры калибром уже с 50 *mm* (2"), при пропуске ничтожных количеств воды, не могут обладать такой чувствительностью, как водомеры меньших калибров, а потому для более точного измерения переменного количества проходящей воды соединяются два водомера — меньшего и большего калибров (фиг. 299), и большие количества воды приводят в действие большой водомер *A*, а слабые струи отсчитываются лишь по малому водомеру *C*. К большому водомеру *A* присоединяется осадочный ящик или горшок *B*, заключающий особой конструкции клапан, который при известном напоре воды автоматически отсрывает, пропуская воду через большой водомер *A*, между тем как слабые струи воды, не обладающие достаточной силой для открытия клапана, направляются в малый водомер *C*. Сумма показаний обоих водомеров определяет общее количество пропущенной воды.



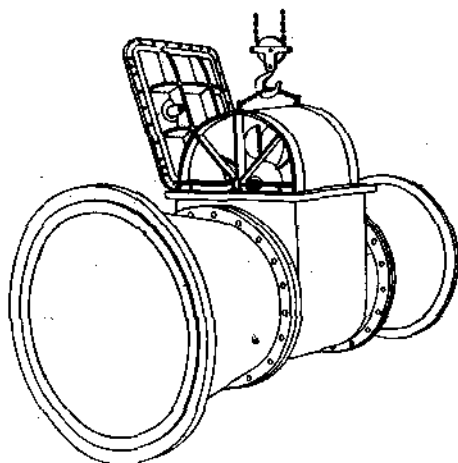
Фиг. 299.

Для облегчения домоуправлению учета воды, в действительности расходуемой отдельными квартирниками, и для предупреждения лишней траты воды, когда краны оставляются открытыми на продолжительное время без всякой для этого надобности, — рекомендуется ставить квартирные водомеры, которые обладают большою точностью показаний, прочностью конструкции и сравнительною дешевизною. Если водомер устанавливается при раковине, то он обыкновенно доставляется вместе с краном.

Для устранения повреждения водомеров, при возможном замерзании заключающейся в них воды, применяются различные приспособления.



Фиг. 300.



Фиг. 301.

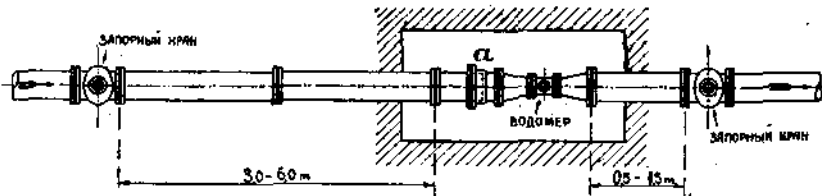
Для измерения больших количеств воды весьма пригодны винтовые водомеры с вертушкой Вольмана (фиг. 300 и 301); такие водомеры, оказывается, обладают высокой чувствительностью и при протоках малых количеств воды. Винтовые водомеры в особенности пригодны для измерения количеств воды, проведенной в городские водопроводы из отдаленных источников, находящихся на расстоянии нескольких десятков километров от городского водопровода, так как подобные водомеры вызывают ничтожные потери давлений.

Нижеприведенною таблицею определяются сравнительные потери давлений при испытании винтового и турбинного водомеров.

Название водомера.	Размер отверстия.	Пропускная способность в час.	Потеря напора.
Винтовой водомер . . .	100 <i>mm</i>	8 100 ведер	0,4 <i>m</i> .
Турбинный водомер . .	100 <i>mm</i>	8 100 >	10,0 <i>m</i>

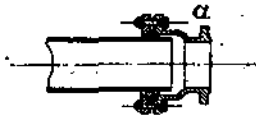
Как видно, турбинный водомер производит потерю давления в 25 раз большую, чем таких же размеров винтовой водомер. Обычно допустимая потеря давления для водомеров, работающих в одном водопроводе, принимается в 2,5 *m*.

Вторым и очень важным преимуществом винтовых водомеров является возможность применения их для всякого качества воды, т.-е. как чистой,



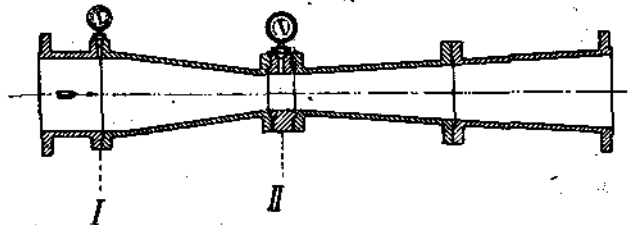
Фиг. 302.

так и содержащей примеси и органические вещества, а также песок, ил и проч. В этих водомерах не требуется устройства сита. Затем следует указать на то, что винтовые водомеры имеют сравнительно небольшой размер и вес. Благодаря небольшому сопротивлению потоку жидкости винтовые водомеры могут иметь меньший диаметр, чем трубопровод, напр., в 200 *mm* на водопроводную трубу в 350 *mm*. Установка такого водомера представлена на фиг. 302 — 303. Для упрощения установки и разъединения водомера включается компенсационная муфта *а*. Чтобы достигнуть большей точности учета, желательно, чтобы струйки перед вертушкой были направлены параллельно, и не было резкого изменения направления струй сейчас же по выходе из водомера, для чего перед водомером рекомендуется вставлять прямую трубу длиной 3 — 6 *m* и за водомером — длиной 0,5 — 1,5 *m*.



Фиг. 303.

Ко второму типу водомеров, как уже было указано, следует отнести также водомер Вентури. В этом водомере применен особый метод учета расхода: метод основан на соотношении между скоростью и давлением при прохождении жидкости через суживающиеся и затем расширяющиеся трубы. Опыты с первыми аппаратами были произведены в 1796 году итальянцем Вентури, по имени



Фиг. 304.

которого и назван водомер. Две конических трубы соединяются коротким цилиндрическим ставом (фиг. 304), образующим горло, хотя возможно обойтись и без указанной вставки. Конические трубы обыкновенно выполняются чугунами, горло же делается бронзовым или внутри облицовывается бронзой. Вода, протекая через горло, должна в нем приобрести наибольшую скорость, а, следовательно, давление в этом месте должно быть наименьшим.

Будем пока пренебрегать вредными сопротивлениями и применим ур. Д. Бернулли к данному случаю движения жидкости. Рассмотрим два сечения: I и II, для которых обозначим соответственно давления и скорости через p_1 , v_1 , p_2 и v_2 ; тогда должно иметь место следующее равенство:

$$\frac{p_1}{\Delta} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\Delta} + \frac{v_2^2}{2g}.$$

Количество протекающей в 1 сек. жидкости будет:

$$Q = \omega_1 v_1 = \omega_2 v_2,$$

где ω_1 и ω_2 — площади сечений I и II.

Из последнего равенства имеем:

$$v_1 = v_2 \frac{\omega_2}{\omega_1},$$

а тогда из первого равенства получим:

$$\frac{v_2^2}{2g} = \frac{p_1 - p_2}{\Delta} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_1 - p_2}{\Delta} + \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 \frac{v_2^2}{2g}$$

и

$$\frac{v_2^2}{2g} \left[1 - \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 \right] = \frac{p_1 - p_2}{\Delta}.$$

Откуда

$$v_2 = \sqrt{2g} \frac{\omega_1}{\sqrt{\omega_1^2 - \omega_2^2}} \sqrt{\frac{p_1 - p_2}{\Delta}},$$

и расход

$$Q = \omega_2 \cdot v_2 = \sqrt{2g} \frac{\omega_1 \cdot \omega_2}{\sqrt{\omega_1^2 - \omega_2^2}} \sqrt{\frac{p_1 - p_2}{\Delta}}.$$

Принимая во внимание вредные сопротивления, введем коэффициент k , тогда:

$$Q = k \sqrt{2g} \frac{\omega_1 \cdot \omega_2}{\sqrt{\omega_1^2 - \omega_2^2}} \sqrt{\frac{p_1 - p_2}{\Delta}} \dots \dots \dots (676)$$

коэффициент k можно принять = 0,95—0,99.

Полгая:

$$k \sqrt{2g} \frac{\omega_1 \cdot \omega_2}{\sqrt{\omega_1^2 - \omega_2^2}} = K,$$

можем формулу (676) представить в более простом виде:

$$Q = K \sqrt{\frac{p_1 - p_2}{\Delta}} \dots \dots \dots (677)$$

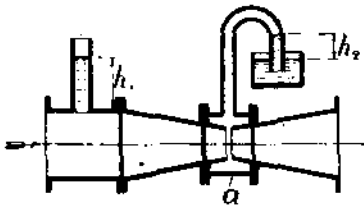
Если в сечении I диаметр трубы $d_1 = 25$ см, а в сечении II диаметр трубы или горла $d_2 = 10$ см, то $\omega_1 = 491$ см², а $\omega_2 = 78,5$ см²; и, если $\frac{p_1 - p_2}{\Delta} = 25$ см, то $Q = k \cdot 16070,6$ см³. Полагая $k = 0,95$, найдем, что $Q = 15\,277,07$ см³, или $\infty 15,3$ литра.

С достаточным приближением во многих случаях возможно пользоваться более простою формулою:

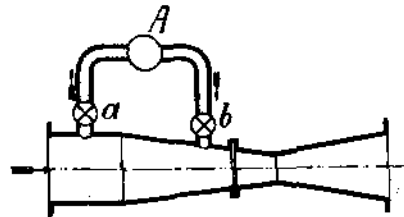
$$Q = \omega_2 \sqrt{2g \frac{p_1 - p_2}{\Delta}} \dots \dots \dots (678)$$

Если горло трубы Вентури окружается коробкою a , образующею кольцевую камеру, которая сообщается кольцевою косою щелью или косыми отверстиями с внутреннею полостью трубы (фиг. 305), то, при движении жидкости по трубе, в кольцевой камере образуется вакуум, измеряемый высотой h_2 столба жидкости, и тогда расход Q определяется следующей формулою:

$$Q = k \sqrt{2g} \frac{\omega_1 \cdot \omega_2}{\sqrt{\omega_1^2 - \omega_2^2}} \sqrt{h_1 + h_2} \dots \dots \dots (679)$$



Фиг. 305.



Фиг. 306.

В 1909 г. была выдана русская привилегия Ю. Ланге на особое устройство для учета расхода воды в трубопроводах, в котором также применяется трубка Вентури. В первый став трубы включаются трубки a и b (фиг. 306), снабженные кранами и соединенные с небольшим обыкновенным турбинным водомером A или водомером иного устройства.

Если обозначим через Q_1 то количество жидкости, которое протекает через трубку Вентури, а через q — количество жидкости, протекающее через водомер A , то полный расход

$$Q = Q_1 + q.$$

Зная размеры трубки Вентури, а также ответвлений a , b и водомера A , возможно определить отношение

$$\frac{Q_1}{q},$$

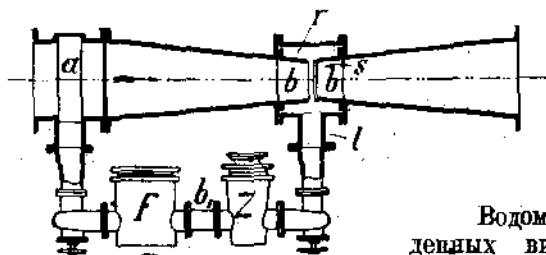
а, зная его, мы можем общий расход определять по чрезвычайно простой формуле:

$$Q = k \cdot q \dots \dots \dots (680)$$

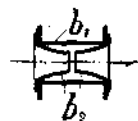
где k — некоторый численный коэффициент.

Подобную же конструкцию имеет устройство для учета расхода воды в трубопроводах, предложенное Акц. Общ. Сименс и Гальске. В горле трубки Вентури располагаются сменные втулки или насадки b, b (фиг. 307), которые образуют щель z , сообщающую внутреннюю полость трубки Вентури, при посредстве кольцевой камеры r , с патрубком l бокового ответвления, заклю-

чающего фильтр F и водомер Z , соединенные между собою трубчатой вставкою b , (фиг. 307 и 308), в которой закрепляются две сменных насадки b_1 , служащие для изменения поперечного сечения указанной вставки — с целью изменения сопротивления току жидкости.



Фиг. 307.



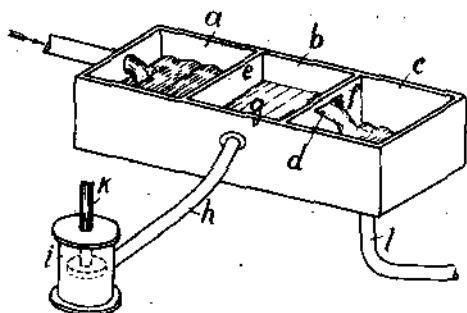
Фиг. 308.

Водомеры Вентури и вышеприведенных видоизмененных конструкций с трубками Вентури применяются для учета больших количеств жидкостей. Потери давления в таких водомерах

незначительная, они не портятся от гидравлических ударов и не повреждаются посторонними телами, проносимыми током жидкости.

Для учета небольших количеств свободно переливающейся жидкости возможно взамен водомера воспользоваться водосливом Томсона. Такое устройство представляет по своей простоте большие преимущества, так как следует только отмечать высоту уровня, что возможно производить помощью автоматически-записывающего прибора.

Подобной конструкции водомер (водомер «Lea») схематично представлен на фиг. 309. Жидкость подводится в отделение a ящика, снабженного перегородками e и f , из коих перегородка e не доходит до дна ящика — с целью потупить колебания в отделении b , сообщаемом трубою h с сосудом i , в котором заключается поплавков, стержень k которого приводит в движение карандаш самопишущего прибора. Излишняя вода переливается через треугольное отверстие в перегородке f , стекает в отделение c и отводится трубою l . Имеются водомеры, в которых поплавок помещается непосредственно в отделении b ящика.



Фиг. 309.

Обыкновенно в домовых ответвлениях устанавливаются водомеры не по диаметру трубопровода, а меньших размеров — в виду меньшей стоимости таких водомеров, а также большей точности учета, так как в большинстве случаев водомеру приходится учитывать частичный расход, а не полный на все краны дома, одновременно действующие. Устанавливают, например, на трубе в 2" водомер в 1½", тот же водомер ставят и на трубах в 2¼", т.е. диаметр водомера уменьшают на 25—40%. Но при этом следует учитывать то обстоятельство, что с уменьшением диаметра водомера увеличиваются сопротивления движению воды и понижается напор.

Для учета расхода канализационных или самотечных вод применяются водомеры, приемными механизмами в которых служат обыкновенно вертушки, устраиваемые в виде лопастных водяных колес (см., между прочим, русские привилегии за №№ 9568 и 24030, выданные в 1904 и 1913 гг.).

✓ Давления, производимые жидкостями на тела.

86. Вопрос о взаимном давлении жидкостей и твердых тел во время их относительного движения принадлежит к числу вопросов, наименее разработанных в гидравлике. При решении его приходится довольствоваться грубым приближением и допускать, что в присутствии тела, движущегося в жидкости, последняя сама движется так, как она двигалась бы, если бы рассматриваемого тела не было.

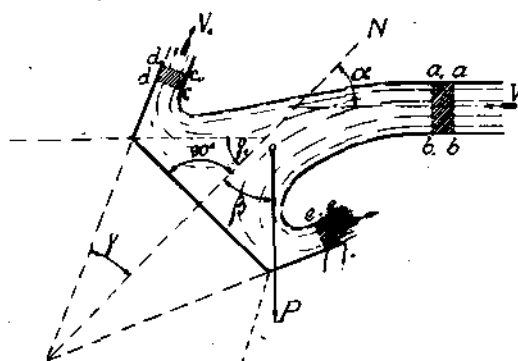
В одном только случае возможно достаточно точное решение — когда твердое тело подвергается действию изолированной струи жидкости.

Быстрое изменение скорости или направления движения сопровождается ударом.

Можно рассматривать давление или удар, производимый ограниченной, отдельной струей, т.-е. когда площадь сечения струи меньше площади поверхности, на которую она производит давление или удар, или же определять давление или удар, производимый неопределенной, неограниченной массой воды, т.-е. когда размеры поперечного сечения потока жидкости весьма велики в сравнении с размерами твердого тела.

Удар отдельной струи жидкости о неподвижную плоскость, снабженную закраинами, и о плоскую поверхность.

✓ **87.** Положим, удар отдельной струи жидкости воспринимается неподвижной плоскостью, снабженной закраинами, наклоненными под углом γ к нормали N к плоскости (фиг. 310). Как указывает опыт, струя, приближаясь к плоскости, постепенно расширяется, заполняет пространство, ограниченное закраинами, и затем стекает с них под углом γ к нормали N ; положим, при этом частицы жидкости обладают одинаковой скоростью v_1 .



Фиг. 310.

Выберем такое поперечное сечение ab струи, на которое плоскость с закраинами не оказывает влияния, и сейчас же за сечением ab , по направлению тока жидкости, начинаются расширение струи, т.-е. нарушается свободное движение частиц, и они начинают подвергаться влиянию указанной плоскости; при этом допустим, что частицы в сечении ab обладают скоростью v , направленной под углом α к нормали N .

В бесконечно-малый промежуток времени dt масса жидкости, ограниченная боковой поверхностью и сечениями ab и $cdef$, переместится и займет объем $a_1b_1c_1d_1e_1f_1$, в котором обладает количеством движения иным, сравнительно с первоначальным положением. Применим к указанному перемещению теорему количеств движения и будем проектировать скорости и силы на нормаль N , — при этом, как известно, можно перемещение определенной массы жидкости на бесконечно-малое расстояние заменить перемещением бесконечно-малой массы жидкости на конечное расстояние, т.-е. рассматривать перемещение массы aba_1b_1 в положение $cdefc_1d_1e_1f_1$, и, так как жидкость принимается несжимаемой, то массы жидкости в этих двух положениях остаются неизменными.

Положим, площадь поперечного сечения ab струи, нормального к направлению скорости v , равняется ω , тогда бесконечно-малая масса струи жидкости, ограниченная сечениями ab и a_1b_1 , будет:

$$\frac{\Delta \omega v dt}{g},$$

и проекция приращения рассматриваемых количеств движения, принимая направление проекции скорости v за положительное, будет:

$$-\frac{\Delta \omega v dt}{g} (v_1 \cos \gamma + v \cos \alpha).$$

Положим, вес массы жидкости, соответствующий объему $abcdef$, равняется P , и R — искомому нормальному давлению плоскости с закраинами на струю жидкости, тогда проекции импульсов сил будут:

$$P \cos \beta \cdot dt \text{ и } -R \cdot dt,$$

где β — угол, образуемый нормалью N с вертикальной линией.

Мы имеем не полное давление струи на рассматриваемую поверхность тела, а избыток его над атмосферным давлением, и, так как плоскость с закраинами, свободная поверхность $abcd$ и сечения ab и $cdef$ подвергаются одинаковому давлению атмосферы, то проекция этого давления, действующего на указанные поверхности, на нормаль N равна 0, и проекция импульса его также = 0.

Пренебрегая трением частиц жидкости о неподвижную плоскость с закраинами, можем написать уравнение количеств движения в таком виде:

$$-\frac{\Delta \omega v dt}{g} (v_1 \cos \gamma + v \cos \alpha) = P \cos \beta dt - R dt, \dots \dots \dots (681)$$

откуда

$$R = P \cos \beta + \frac{\Delta \omega v}{g} (v \cos \alpha + v_1 \cos \gamma) \dots \dots \dots (682)$$

Из этого уравнения видно, что давление изолированной или отдельной струи на неподвижную плоскость с закраинами (избыток давления над атмосферным) равняется сумме так называемого мертвого давления (*pression morte*) $P \cos \beta$, зависящего от веса рассматриваемого объема жидкости, и живого давления (*pression vive*) $\frac{\Delta \omega v}{g} (v \cos \alpha + v_1 \cos \gamma)$, зависящего от скоростей v и v_1 , и размеров поперечного сечения ω струи.

Если у нас будет иметься плоскость без закраин, то для данного случая придется принять угол $\gamma = 90^\circ$ и $\cos \gamma = 0$, а тогда ур. (682) обратится в следующее:

$$R = P \cos \beta + \Delta \omega \cos \alpha \frac{v^2}{g} \dots \dots \dots (683)$$

Сравнивая ур. (682) и (683), мы видим, что давление R при существовании закраин более, нежели на плоскость без закраин; но, если последние направлены в другую сторону, как это показано на фиг. 310 пунктиром, то угол γ получается более 90° , и, если мы введем в уравнение (682) вместо угла γ — угол γ_1 , дополнительный до 180° , то упомянутое уравнение примет следующий вид:

$$R = P \cos \beta + \frac{\Delta \omega v}{g} (v \cos \alpha - v_1 \cos \gamma_1), \dots \dots \dots (684)$$

т.-е. в последнем случае давление на плоскость с закраинами будет меньше давления на плоскость без закраин, но размеры которой настолько значительны, что деформация струи получается законченной.

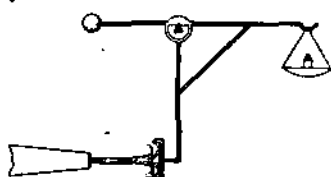
Рассматривая ур. (684), мы видим, что теоретически возможно подобрать такие углы α и γ , при которых выражение в скобках обратится в нуль, но в действительности этого достигнуть нельзя, так как, делая подобное предположение, мы допускаем, что направление скорости стекающих с закраин струек составляет с нормалью N тот же угол, что и закраины; в действительности же при небольшом угле γ , струйки отстают от закраин, чего не может быть при первоначальном направлении закраин, обозначенном на чертеже сплошными линиями.

Если сама плоскость примет вертикальное положение, то угол $\beta = 90^\circ$, и во всех трех случаях мертвое давление $P \cos \beta$ обращается в нуль. Если в этом случае будем рассматривать удар о плоскость без закраин и допустим, что струя будет горизонтальна, т.-е. $\alpha = 0$, то ур. (683) примет следующий вид:

$$R = \Delta \omega \frac{v^2}{g} = 2 \Delta \omega \frac{v^2}{2g}, \dots \dots \dots (685)$$

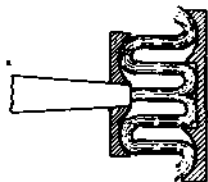
т.-е. давление R = удвоенному весу столба жидкости, площадь основания которого = площади сечения струи жидкости, а высота = высоте, соответствующей скорости v .

Как видно, величина давления R зависит от формы тела или пластины, которой можно придать такой вид, что стекающая струя будет производить



Фиг. 311.

повторно удар. Положим, у нас имеется прибор, посредством которого возможно определять давление, производимое отдельной струей жидкости (фиг. 311), и если пластине придадим форму, представленную на чертеже, то допустим, что по опыту



Фиг. 312.

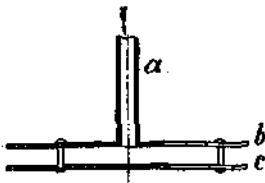
давление получилось равным 4,50 %; если же теперь придадим пластине форму, предложенную Морози и допускающую повторный удар (фиг. 312), то при той же мощности струи давление, производимое ею, уже окажется = 8,30 %.

При рассмотрении вопроса об ударе жидкости о неподвижную поверхность мы пользовались теоремой количества движения, которая дает нам возможность определить полное давление, но закон распределения его остается нам неизвестным. Затем, надо иметь в виду, что в первое мгновение величины давлений больше нами найденных, соответствующих установившемуся движению, так как в последнем случае импульс давления R уравнивает только разность количеств движения, спроектированных на нормаль N , соответствующих массам aba, b , и $cdefc, d, e, f_1$ (фиг. 310), при начале же удара импульс давления должен уравнивать и спроектированное количество движения массы $abcdef$.

Укажем еще здесь на очень интересные случаи ударного действия струи жидкости.

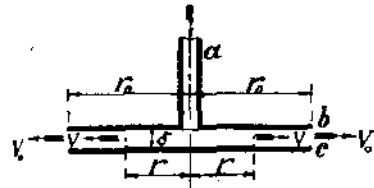
1) Положим, у нас имеется прибор, состоящий из трубки a (фиг. 313), соединенной с диском b , к которому подвешен диск c таким образом, что он может прижиматься к диску b . Если теперь через трубку a будем вгонять воду (или воздух) в пространство между двумя дисками b и c , то, несмотря на давление или удар струи, вытекающей из трубки a , которые испытывает диск c , — последний будет присасываться к пластине b и прикрывать отверстие истечения в трубке a . Объясним это явление.

Если радиусы дисков $= r_0$, и расстояние в свету между ними $= \delta$, то площадь кольцевого отверстия, через которую будет происходить истечение, $= 2\pi r_0 \delta$ (фиг. 314).



Фиг. 313;

Рассматривая движение частиц воды между дисками b и c , мысленно представим себе цилиндрическую поверхность радиуса r высотой δ , через которую частицы протекают одновременно со



Фиг. 314.

скоростью v ; если скорость истечения на краю дисков будет v_0 , то условие сплошности потока дает нам возможность написать следующее равенство:

$$2\pi r_0 \delta \cdot v_0 = 2\pi r \delta \cdot v,$$

или

$$r_0 \cdot v_0 = v \cdot r,$$

откуда

$$v = v_0 \frac{r_0}{r} \dots \dots \dots (686)$$

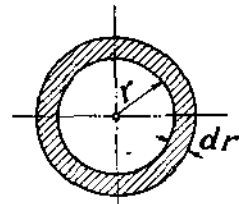
Рассматривая установившееся движение и не принимая во внимание потери на вредные сопротивления, можем применить к данному случаю уравнение Д. Бернулли; тогда получим:

$$\frac{p}{\Delta} + \frac{v^2}{2g} = \frac{p_0}{\Delta} + \frac{v_0^2}{2g} \dots \dots \dots (687)$$

где p и p_0 представляют собою давления в соответствующих сечениях. Так как $\frac{p_0}{\Delta}$ = высоте, соответствующей наружному атмосферному давлению, и (см. рав. 686) $v > v_0$, то:

$$\frac{p}{\Delta} < \frac{p_0}{\Delta}.$$

Как видно, давление внутри полости между дисками b и c будет меньше атмосферного, вследствие чего и происходит прижатие нижнего диска к верхнему. Величина отрицательного давления воды в расстоянии r от оси трубы a будет:



Фиг. 315.

$$p_0 - p = \frac{v^2 - v_0^2}{2g} \Delta = \frac{\left(v_0 \frac{r_0}{r}\right)^2 - v_0^2}{2g} \Delta = \left[\left(\frac{r_0}{r}\right)^2 - 1\right] \frac{v_0^2}{2g} \Delta \dots (688)$$

Определим величину отрицательного давления dP на кольцевую площадку диска, находящуюся на расстоянии r от оси и имеющую ширину dr (фиг. 315):

$$dP = \left[\left(\frac{r_0}{r}\right)^2 - 1\right] \frac{v_0^2}{2g} \Delta \cdot 2\pi r \cdot dr = 2\pi \frac{v_0^2}{2g} \Delta \left(\frac{r_0^2}{r} - r\right) dr.$$

Если через r_1 обозначим радиус кольцевой поверхности, в которой скорость движения частиц $= v_1$, то полное давление на кольцевую поверхность диска c , ограниченную окружностями радиусов r_1 и r_0 , будет:

$$\begin{aligned} P &= 2\pi \frac{v_0^2}{2g} \Delta \int_{r_1}^{r_0} \left(\frac{r_0^2}{r} - r \right) dr = 2\pi \frac{v_0^2}{2g} \Delta \left[r_0^2 \log \text{nat } r - \frac{r^2}{2} \right]_{r_1}^{r_0} = \\ &= 2\pi \frac{v_0^2}{2g} \Delta \left\{ \left(r_0^2 \log \text{nat } r_0 - \frac{r_0^2}{2} \right) - \left(r_0^2 \log \text{nat } r_1 - \frac{r_1^2}{2} \right) \right\} = \\ &= 2\pi \frac{v_0^2}{2g} \Delta \left\{ r_0^2 \log \text{nat } \left(\frac{r_0}{r_1} \right) - \frac{r_0^2 - r_1^2}{2} \right\} \dots \dots \dots (689) \end{aligned}$$

Рассматривая удар струи жидкости о нижний диск c и принимая, что скорость выхода из отверстия трубки a будет равна начальной скорости v_1 движения частиц между дисками, определим величину P_1 давления, производимого струей жидкости, вытекающей из трубки a , на диск c :

$$P_1 = 2 \Delta \omega \frac{v_1^2}{2g},$$

где ω = площади поперечного сечения вытекающей из трубки a струи, и, если r_a = радиусу отверстия истечения, то $\omega = \pi r_a^2$, и

$$P_1 = 2 \Delta \pi r_a^2 \frac{v_1^2}{2g}.$$

Перевес R отрицательного давления, присасывающего диск c , выразится разностью между P и P_1 и будет:

$$R = P - P_1 = \frac{2\pi v_0^2}{2g} \Delta \left[r_0^2 \log \text{nat } \left(\frac{r_0}{r_1} \right) - \frac{r_0^2 - r_1^2}{2} \right] - 2 \frac{v_1^2}{2g} \Delta \pi r_a^2,$$

но

$$2\pi r_1 \cdot \delta \cdot v_1 = 2\pi r_0 \cdot \delta \cdot v_0,$$

или

$$v_1 \cdot r_1 = v_0 \cdot r_0 \text{ и } v_1 = v_0 \frac{r_0}{r_1}.$$

Далее, допуская движение сплошной струей, имеем:

$$\pi r_a^2 = 2\pi \cdot r_1 \cdot \delta,$$

или

$$r_1 = \frac{r_a^2}{2\delta},$$

а потому:

$$\begin{aligned} R &= \pi r_0^2 \cdot \frac{v_0^2}{2g} \cdot \Delta \left\{ 2 \log \text{nat } \left(\frac{r_0}{r_1} \right) - 1 + \left(\frac{r_1}{r_0} \right)^2 - \frac{2r_a^2}{r_1^2} \right\} = \\ &= \pi r_0^2 \frac{v_0^2}{2g} \Delta \left\{ 2 \log \text{nat } \left(\frac{r_0}{r_1} \right) + \left(\frac{r_1}{r_0} \right)^2 - \left(1 + \frac{8\delta^2}{r_a^2} \right) \right\} \dots \dots \dots (690) \end{aligned}$$

Если положить $\pi r_0^2 = Q$ и $\frac{v_0^2}{2g} = h$, то:

$$R = Qh \Delta \left\{ 2 \log \text{nat } \left(\frac{r_0}{r_1} \right) + \left(\frac{r_1}{r_0} \right)^2 - \left(1 + \frac{8\delta^2}{r_a^2} \right) \right\} \dots \dots \dots (691)$$

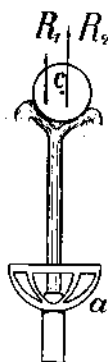
Для примера положим:

$$r_0 = 10 r_a; \delta = \frac{r_a}{2} \text{ и } r_1 = r_a.$$

тогда:

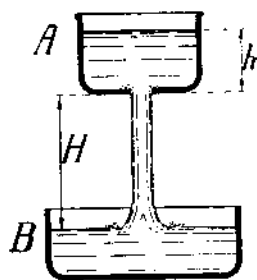
$$R = \Omega h \Delta \{ 2 \log_{\text{nat}} 10 + (0,1)^2 - (1 + 2) \} = \Omega \cdot h \cdot \Delta (2 \cdot 2,3026 + 0,01 - 3) = 1,6152 \Omega h \Delta.$$

2) Весьма интересное явление наблюдается, если в легкий шарик будет ударять вертикально вверх бьющая струя воды (фиг. 316); шарик будет подкидываться ею и удерживаться в различных положениях. Объясняется это явление очень просто; если, положим, шарик сместится вбок, например вправо, то с левой стороны давление R_1 будет меньше давления R_2 с правой стороны, но зато сила R_2 будет расположена ближе к центру тяжести с шарика, чем сила R_1 ; моменты их относительно указанного центра будут равны между собою — и шарик будет удерживаться струей. Если шарик значительно сместится в сторону, то упадет в сетку a и вновь подкинется струей.



Фиг. 316.

3) Совершенно аналогичным путем решается и такого рода задача: положим, из сосуда A (фиг. 317), наполненного жидкостью до высоты h , через отверстие в дне



Фиг. 317.

происходит вытекание, и струя, падая с высоты H , ударяет в свободную поверхность нижнего сосуда B , в который происходит вытекание. Спрашивается, насколько увеличится давление на дно сосуда B от происходящего удара струи жидкости, которая при этом теряет всю приобретенную скорость. Не будем принимать во внимание потерь при истечении и положим, что площадь отверстия, через которое вытекает струя, равняется ω , v_1 — скорости истечения, и v_2 — скорости, с которой частицы струи достигают свободной поверхности сосуда B . Скорость на поверхности сосуда A можно принять равною нулю.

Если в элемент времени dt вытекает масса dM жидкости, вес единицы объема коей $= \Delta$, то давление P на дно сосуда B от удара струи определится из следующего уравнения:

$$dM(v_2 - 0) = P dt,$$

откуда

$$P = \frac{dM}{dt} \cdot v_2.$$

Но

$$\frac{v_2^2}{2g} = \frac{v_1^2}{2g} + H = h + H$$

и

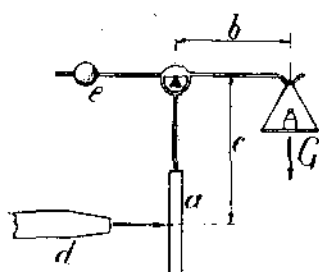
$$v_2^2 = 2g(h + H) = 2gh \left[1 + \frac{H}{h} \right]$$

$$dM = \frac{\Delta}{g} \omega v_1 \cdot dt = \frac{\Delta}{g} \omega \sqrt{2gh} dt,$$

а потому:

$$P = \frac{\Delta}{g} \omega \sqrt{2gh} \sqrt{2gh} \sqrt{1 + \frac{H}{h}} = 2 \Delta \omega h \sqrt{1 + \frac{H}{h}} \dots (692)$$

4) Вышеприведенные рассуждения относительно определения силы удара, производимого отдельною струею жидкости, могут быть применены для измерения количества воздуха или газа, вытекающего через сопло, для чего возможно воспользоваться прибором, подобным гидравлическому безмену, описанному в § 84.



Фиг. 318.

Возьмем круглую пластинку или диск a и прикрепим его к рычагу весов (фиг. 318). Если расположить диск против отверстия сопла d , через которое происходит вытекание воздуха или газа, то диск будет подвергаться давлению вытекающей струи, которое может быть определено. Весы нагружают гириями до тех пор, пока отклоненный давлением струи воздуха или газа диск a не примет прежнего вертикального положения; при этом рычаг весов с чашкою должен быть предварительно уравновешен противовесом e .

Как мы видели, для жидкости величина давления, производимого вытекающей струею, направленною горизонтально, может быть принята равною (см. равенство 685):

$$R = 2 \Delta \omega \frac{v^2}{2g}.$$

Учитывая влияние вредных сопротивлений, а также влияние формы или вида поверхности пластины или диска, на которую производится давление струи, придется в приводимое равенство ввести поправочный численный коэффициент k и написать равенство в следующем виде:

$$R = k \cdot 2 \Delta \omega \frac{v^2}{2g} = K \Delta \omega \frac{v^2}{2g}, \dots \dots \dots (693)$$

в котором ω — площади поперечного сечения струи, v — скорость частиц жидкости, и Δ — вес единицы объема жидкости.

Положим, вес гирь, уравновешивающих давление, производимое струею, равняется G , тогда:

$$R = G \frac{b}{c},$$

где b и c — обозначенные на чертеже плечи рычага.

Будем теперь рассматривать истечение воздуха или газа; из равенства (693) имеем:

$$\omega^2 v^2 = \frac{g}{k \cdot \Delta} \omega \cdot R,$$

но $\omega \cdot v = W$ — объему воздуха или газа, вытекающему в 1 сек., который легко определить из последнего уравнения:

$$W = \omega \cdot v = \sqrt{\frac{g}{k \Delta}} \sqrt{\omega \cdot R} \dots \dots \dots (694)$$

Для воздуха средней влажности, температурою 15°C ., при атмосферном давлении в 720 *mm* ртутного столба, вес кубического метра его можно принять = 1,155 *kg*. Если положить $k = 0,94$, то:

$$W = \sqrt{9,036} \sqrt{\omega R} \cong 3 \sqrt{\omega R}.$$

При давлении 760 *mm* ртутного столба $\Delta = 1,221$, и

$$W = \sqrt{8,547} \sqrt{\omega R} \cong 2,923 \sqrt{\omega R}.$$

Зная величину площади ω , которую во многих случаях можно принять равной площади отверстия истечения, и определивши, как это было указано, вес гирь G — найдем произведение $\omega \cdot R$ и по вышеприведенным формулам определим объем W в куб. метрах.

Подобным путем можно определять объемы вытекающих раскаленных газов, для чего пластинку или диск придется сделать из огнеупорного материала, а чашку весов защитить экраном или соответственно переэкструировать весь прибор.

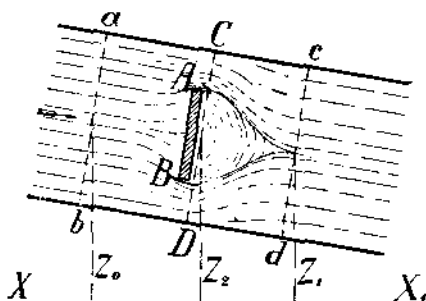
Давление на поверхность тела, помещенного внутри трубы.

88. Определим первоначально давление на поверхность неподвижного твердого тела, находящегося внутри трубы, и рассмотрим тот случай, когда у нас имеется тонкая пластинка AB (фиг. 319), поставленная перпендикулярно к оси трубы.

Пластинка оказывает влияние на передние и задние струйки, и в сечении CD получается наибольшее сжатие. Изменение направления струек начинается с сечения ab и кончается в сечении cd .

При решении этого вопроса пренебрегаем трением жидкости о стенки трубы.

В сечениях ab и cd скорости жидкости одинаковы, а потому количество движения массы $abcd$ жидкости, в бесконечно-малый промежуток времени, не получает приращения, и, следовательно, сумма проекций на ось трубы внешних сил, действующих на эту массу, должна равняться нулю, т. е.



Фиг. 319.

$$\omega(p_0 - p_1) + \Delta \omega(z_0 - z_1) - R = 0,$$

откуда

$$\frac{R}{\Delta \omega} = z_0 - z_1 + \frac{p_0 - p_1}{\Delta}, \dots \dots \dots (695)$$

где R — равнодействующая давлений обеих сторон пластинки на жидкость, p_0 и p_1 — давления жидкости в сечениях ab и cd , ω — площадь того и другого сечения, z_0 и z_1 — вертикальные расстояния центров тяжести этих сечений от горизонтальной плоскости XX_1 , $\Delta \omega(z_0 - z_1)$ — проекция веса массы $abcd$ на ось трубы.

Начиная с сечения ab до пластинки AB происходят в некоторой части, ограниченной на чертеже линиями, вихорваты, но движения частиц здесь настолько медленны, что можно допустить, что распространение давлений следует законам гидростатики; поэтому, обозначая через z_2 вертикальное расстояние центра тяжести наиболее сжатого сечения струи CD от горизонтальной плоскости XX_1 , скорость и давление в этом сжатом сечении через v_2 и p_2 и принимая во внимание, что за пластиной AB происходят вихорваты, постепенно уменьшающиеся к сечению cd , а от сжатого сечения CD до сечения cd происходит расширение струи, — на основании ур. (186) можем написать: .

$$z_0 + \frac{p_0}{\Delta} + \frac{v^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\Delta} + \frac{v_2^2}{2g} = z_1 + \frac{p_1}{\Delta} + \frac{v^2}{2g} + \frac{(v_2 - v)^2}{2g}, \dots (696)$$

где v — скорость течения в сечениях ab и cd . Сравнивая первую и последнюю часть ур. (696) и принимая во внимание ур. (695), получим следующую зависимость:

$$\frac{(v_2 - v)^2}{2g} = z_0 - z_1 + \frac{p_0 - p_1}{\Delta} = \frac{R}{\Delta \omega},$$

из которой определяем величину давления R :

$$R = \Delta \omega \frac{(v_2 - v)^2}{2g} \quad (697)$$

Если обозначим через a площадь пластинки AB , через α и ω_2 — коэффициент сжатия и площадь сжатого сечения CD , то:

$$\omega_2 = \alpha(\omega - a),$$

и, так как вследствие сплошности струи $v\omega = v_2\omega_2$, то:

$$v_2 = v \frac{\omega}{\omega_2} = v \frac{\omega}{\alpha(\omega - a)} = v \frac{\frac{\omega}{a}}{\alpha\left(\frac{\omega}{a} - 1\right)}$$

Подставляя это значение для v_2 в формулу (697), получим:

$$\begin{aligned} R &= \Delta \omega \frac{v^2}{2g} \left[\frac{\frac{\omega}{a}}{\alpha\left(\frac{\omega}{a} - 1\right)} - 1 \right]^2 = \\ &= \Delta a \frac{v^2}{2g} \cdot \frac{\omega}{a} \left[\frac{\frac{\omega}{a}}{\alpha\left(\frac{\omega}{a} - 1\right)} - 1 \right]^2 \quad (698) \end{aligned}$$

Положим

$$\frac{\omega}{a} \left[\frac{\frac{\omega}{a}}{\alpha\left(\frac{\omega}{a} - 1\right)} - 1 \right]^2 = k.$$

Тогда уравнение (698) представится в таком виде:

$$R = \Delta a \frac{v^2}{2g} \cdot k \quad (699)$$

Коэффициент k зависит от α и ω/a , величина α заключается между 0,62 и 1, примем $\alpha = 0,85$.

При $a = \omega \dots k = \infty$, этот частный случай невозможного решения отстраняем (при нем не будет и происходить рассматриваемого явления — протока жидкости кругом пластинки) и, принимая $\alpha = 0,85$, получим следующие значения для k в зависимости от отношения ω/a :

ω/a	k
2	3,66
3	1,75
4	1,29
5	1,11
10	0,96
20	1,13

Давление R есть равнодействующая давлений R_1 и R_2 , где R_1 — давление грани пластинки, обращенной к притоку, и R_2 — давление грани, обращенной к истоку. Само собою разумеется, давления R_1 и R_2 — давлениям жидкости на пластинку, которые мы и определим. Как мы уже указывали, пертурбационные движения частиц жидкости перед пластинкою и за нею совершаются с такими малыми скоростями, что можно принимать, что распределение давлений в этих местах следует законам гидростатике, а потому:

$$R_2 = p_2 \cdot a,$$

но из сравнения второй и последней частей ур. (696) получим:

$$p_2 = p_1 - \Delta(z_2 - z_1) - \frac{2\Delta v^2}{2g} \left(\frac{v_2}{v} - 1 \right)$$

и¹⁾

$$R_2 = p_2 a = a \left[p_1 - \Delta(z_2 - z_1) - 2\Delta \frac{v^2}{2g} \left(\frac{\frac{\omega}{a}}{\alpha \left(\frac{\omega}{a} - 1 \right)} - 1 \right) \right],$$

или

$$R_2 = a [p_1 - \Delta(z_2 - z_1)] - 2\Delta a \frac{v^2}{2g} \left(\frac{\frac{\omega}{a}}{\alpha \left(\frac{\omega}{a} - 1 \right)} - 1 \right) \dots \dots (700)$$

Зная величину R_2 , можно определить величину R_1 ; так как

$$R = R_1 - R_2,$$

то

$$R_1 = R + R_2.$$

Вставляя вместо R его величину, определяемую уравн. (698), получим:

$$R_1 = a [p_1 - \Delta(z_2 - z_1)] - 2\Delta a \frac{v^2}{2g} \left(\frac{\frac{\omega}{a}}{\alpha \left(\frac{\omega}{a} - 1 \right)} - 1 \right) + \\ + \Delta a \frac{v^2}{2g} \cdot \frac{\omega}{a} \left(\frac{\frac{\omega}{a}}{\alpha \left(\frac{\omega}{a} - 1 \right)} - 1 \right),$$

или

$$R_1 = a [p_1 - \Delta(z_2 - z_1)] + \Delta a \frac{v^2}{2g} \left(\frac{\frac{\omega}{a}}{\alpha \left(\frac{\omega}{a} - 1 \right)} - 1 \right) \times \\ \times \left[\frac{\omega}{a} \left(\frac{\frac{\omega}{a}}{\alpha \left(\frac{\omega}{a} - 1 \right)} - 1 \right) - 2 \right] \dots \dots \dots (701)$$

¹⁾ Так как $\frac{v_2}{v} = \frac{\omega}{\alpha(\omega - a)}$.

Если бы жидкость была в состоянии покоя, то, при данном давлении p_1 в сечении cd , давление в сечении CD было бы:

$$p' = p_1 - \Delta(z_2 - z_1);$$

и давление на пластинку с площадью a было бы:

$$a[p_1 - \Delta(z_2 - z_1)],$$

т.е. мы получили величины первых членов вторых частей уравнений (700) и (701); эти давления Дюбуа назвал мертвыми давлениями; второй член второй части уравнения (701) Дюбуа назвал живым давлением и второй член второй части уравнения (700) он назвал не давлением (non-pressure).

Полагая в уравнении (700)

$$\frac{\frac{\omega}{a}}{a\left(\frac{\omega}{a}-1\right)} - 1 = k_2$$

в уравнении (701)

$$\left(\frac{\frac{\omega}{a}}{a\left(\frac{\omega}{a}-1\right)} - 1\right) \left[\frac{\frac{\omega}{a}}{a\left(\frac{\omega}{a}-1\right)} - 1\right] - 2 = k_1,$$

можем для выше рассмотренных давлений написать следующие формулы:

$$\left. \begin{aligned} R &= k \Delta a \frac{v^2}{2g} \\ R_1 &= ap' + k_1 \Delta a \frac{v^2}{2g} \\ R_2 &= ap' - 2k_2 \Delta a \frac{v^2}{2g} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (702)$$

Эти формулы, с известной степенью точности, можно применять и в случае, когда давление производится неопределенною массою жидкости, т.е. когда размеры поперечного сечения потока жидкости весьма велики в сравнении с размерами твердого тела. Весьма вероятно, что для живого давления и для не давления можно и здесь, как в случае трубы, взять выражения:

$$k_1 \Delta a \frac{v^2}{2g} \text{ и } 2k_2 \Delta a \frac{v^2}{2g}$$

и коэффициенты k_1 и k_2 нужно искать помощью опытов. Дюбуа определил из опытов величину указанных коэффициентов для пластинки, куба и параллелепипеда, длина которого была в три раза более стороны основания. Для всех трех тел величина $k_1 = 1,19$; для пластинки $k_2 = 0,67$, для куба $k_2 = 0,27$, для параллелепипеда $k_2 = 0,15$.

Вообще, давление на тело или сопротивление, обнаруживаемое при движении тела в воде, выражается формулой:

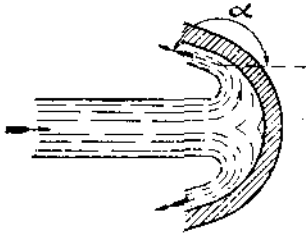
$$R = K \frac{\Delta a}{2g} (v \pm c)^2, \dots \dots \dots (703)$$

где K — коэффициент, определяемый опытами, v — скорость течения воды, и c — скорость перемещения тела. Коэффициент K зависит от формы тела.

при $c=0$

$$R_1 = \frac{\Delta \omega v^2}{g},$$

т.-е. R_1 имеет значение, представленное уравнением (685).



Фиг. 322.

При $\alpha = 180^\circ$

Если поверхность выпуклая, то $\cos \alpha > 0$, и

$$R < R_1,$$

т.-е. давление на выпуклую поверхность меньше, чем давление на плоскую. Если поверхность вогнутая, то $\cos \alpha < 0$ (фиг. 322), и

$$R > R_1,$$

т.-е. давление на вогнутую поверхность более, чем давление на плоскую.

$$R = 2R_1.$$

Работа, производимая струей жидкости.

91. Определяя работу, производимую струей жидкости, само собою разумеется, следует рассматривать движение поверхности твердого тела и струи в одном направлении.

Работа, производимая струей в секунду, равна $R \cdot c = A$, и в силу уравнений (706) и (708) имеем:

$$A = R \cdot c = \frac{\Delta Q}{g} (1 - \cos \alpha) (v - c) c = \frac{\Delta \omega}{g} (1 - \cos \alpha) (v - c)^2 c \dots (710)$$

При $c=v$ и при $c=0$ работа $A=0$.

При $v > c > 0$ получаются для A конечные положительные величины, поэтому максимальное значение для A имеет место при некотором значении для c , заключающемся между 0 и v . Для отыскания этого максимального значения A приравняем нулю первую производную по c от выражения $(v - c)^2 c$, т.-е. положим

$$-2(v - c)c + (v - c)^2 = 0,$$

или

$$-2c + v - c = 0,$$

откуда найдем, что

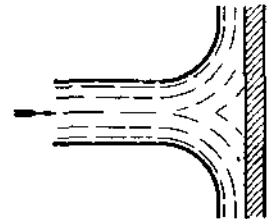
$$c = \frac{v}{3}.$$

Вторая производная имеет знак $(-)$, а потому вышеприведенное значение для c соответствует максимуму.

Определяя значение для A , вместо Q придется подставить значение (см. равенство 707)

$$Q = \omega (v - c).$$

Найдем максимальное значение A при $\alpha = 90^\circ$ (фиг. 323):



Фиг. 323.

$$A_{\max} = \frac{\Delta \omega}{g} \left(v - \frac{v}{3} \right)^2 \frac{v}{3} = \frac{4}{27} \frac{\Delta \omega}{g} v^3 \dots (711)$$

Последнее выражение можно написать иначе:

$$\frac{4}{27} \frac{\Delta \omega}{g} v^3 = \frac{8}{27} \Delta \omega v \frac{v^2}{2g},$$

где $\omega v = Q_1$ — действительному, абсолютному расходу воды, $v^2/2g = H$ — напору; подставляя эти значения, получим:

$$A_{max} = \frac{8}{27} \Delta Q_1 H \dots \dots \dots (712)$$

Для вогнутой поверхности, при $\alpha = 180^\circ$ (см. уравнение 710):

$$A_{max} = \frac{8}{27} \frac{\Delta \omega}{g} v^3 = \frac{16}{27} \Delta Q_1 H \dots \dots \dots (713)$$

Когда имеется не одна поверхность, а целая система плоских или кривых лопаток, близко отстоящих одна от другой, при чем в работе одна непрерывно сменяет другую, как, например, в гидравлических приемниках, то на лопатки действует, очевидно, весь действительный расход воды $Q_1 = \omega v = Q$, и работа.

$$A = \frac{\Delta Q}{g} (1 - \cos \alpha) (v - c) c \dots \dots \dots (714)$$

При чем в данном случае величина Q не зависит от c ¹⁾.

Для того, чтобы в этом случае отыскать максимальное значение A , следует приравнять нулю первую производную от выражения $(v - c) c$ по c , т.е. положить

$$v - 2c = 0,$$

откуда

$$c = \frac{v}{2},$$

и

$$A_{max} = \frac{\Delta Q}{4g} (1 - \cos \alpha) v^3 = \frac{\Delta \omega}{4g} (1 - \cos \alpha) v^3, \dots \dots \dots (715)$$

или

$$A_{max} = 0,5 \Delta Q (1 - \cos \alpha) \frac{v^3}{2g} = 0,5 \Delta Q \cdot (1 - \cos \alpha) H \dots \dots (716)$$

Если колеса с прямыми лопатками, то $\alpha = 90^\circ$, и

$$A_{max} = 0,5 \Delta Q H \dots \dots \dots (717)$$

Следовательно, при прямых лопатках теоретическое полезное действие = 50%, и 50% работы уносится водою без пользы для машины.

Для колеса с кривыми вогнутыми лопатками при $\alpha = 180^\circ$

$$A_{max} = \Delta Q H, \dots \dots \dots (718)$$

т.е. теоретическое полезное действие в данном случае = 100%, но, само собою разумеется, никогда этого нельзя достичь на практике, благодаря потерям и вредным сопротивлениям.

¹⁾ Еще в 1766 г. Борда доказал, что расход воды, действующий на лопатки колеса, пропорционален абсолютной скорости v , а не относительной $v - c$.

Если плоскость перемещается вкось по направлению стрелки (фиг. 324) со скоростью c , то, разлагая эту скорость на составляющие c_1 и c_2 , при чем первая c_1 направлена по оси струи, а вторая c_2 — перпендикулярна к ней, видим, что последняя составляющая никакого влияния на силу удара струи не имеет, и давление (при $\alpha = 90^\circ$ по урavn. 706)•

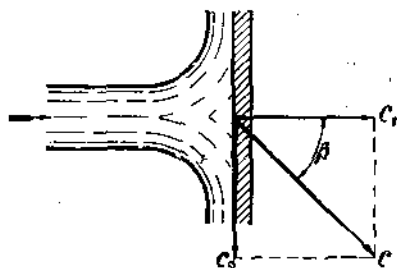
$$R = \frac{\Delta Q}{g}(v - c_1) = \frac{\Delta Q}{g}(v - c \cos \beta), \dots \dots \dots (719)$$

а работа (по урavn. 710):

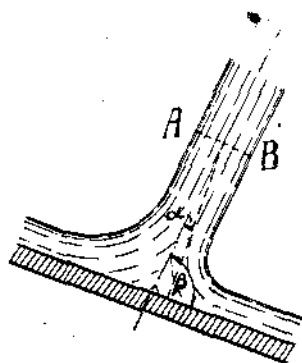
$$A = \frac{\Delta Q}{g}(v - c_1)c_1 = \frac{\Delta Q}{g}(v - c \cos \beta)c \cos \beta \dots \dots \dots (720)$$

Если имеется косой удар (фиг. 325), то давление определяется по формуле (683). Упрощая вопрос и не принимая во внимание веса P , можем написать, что нормальное давление

$$R = \Delta \omega \cos \alpha \frac{v^2}{g}.$$



Фиг. 324.



Фиг. 325.

За угол α , при выводе формулы, мы принимали угол, образуемый направлением скорости в сечении AB с нормалью к плоскости; если же ввести угол β , образуемый осью струи с плоскостью, то нормальное давление

$$R = \Delta \omega \sin \beta \frac{v^2}{g} = \Delta \omega v \sin \beta \frac{v}{g} = \Delta Q \sin \beta \frac{v}{g} \dots \dots \dots (721)$$

Если плоскость имеет движение со скоростью c по направлению струи, то:

$$R = \Delta \omega \sin \beta \frac{(v - c)^2}{g} = \Delta Q \sin \beta \frac{v - c}{g}, \dots \dots \dots (722)$$

где

$$Q = \omega(v - c),$$

и работа

$$A = Rc \sin \beta = \Delta \omega \sin^2 \beta \frac{(v - c)^2 c}{g} = \Delta Q \sin^2 \beta \frac{(v - c)c}{g} \dots \dots (723)$$

Потеря работы при ударе струи жидкости.

92. Так как вопрос об ударе струи жидкости о твердое тело имеет большое практическое значение, то постараемся более наглядным образом объяснить те потери в работе, которые отчасти уже были рассмотрены в предыдущем параграфе.

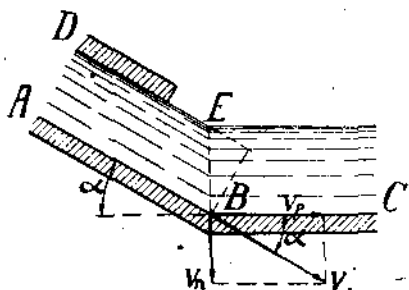
Представим себе, что струя жидкости направляется каналом, дном которого служат плоскости AB и BC . Из канала AB вода вытекает со скоростью v (фиг. 326). При вступлении на плоскость BC под углом α происходит удар, изменение направления и величины скорости. При ударе часть живой силы теряется; для определения этой потери разложим скорость v на две составляющие: $v_p \parallel BC$ и $v_n \perp BC$, так что:

$$v_p = v \cdot \cos \alpha$$

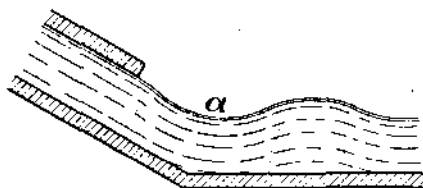
$$v_n = v \cdot \sin \alpha.$$

Предполагаем удар совершенно неупругий.

Понятно, что тогда вода может продолжать движение только со скоростью v_p .



Фиг. 326.



Фиг. 327.

Для каждого килограмма воды, испытывающей удар, потеря работы на последний = разности между живою силою до и после соприкосновения с плоскостью BC ¹⁾:

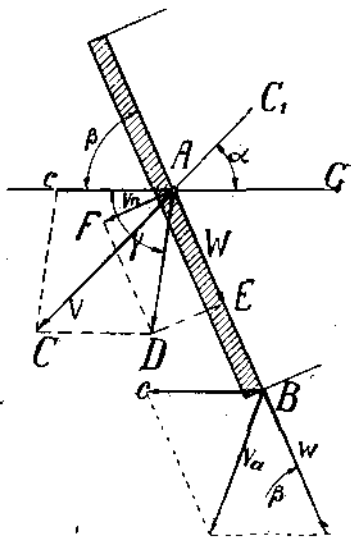
$$h_v = \frac{v^2}{2g} - \frac{v_p^2}{2g} = \frac{v^2 - (v \cos \alpha)^2}{2g} = \frac{v^2(1 - \cos^2 \alpha)}{2g} = \frac{(v \sin \alpha)^2}{2g} = \frac{v_n^2}{2g}, \quad (724)$$

т.-е. потеря = живою силе (для 1 kg), соответствующей нормальной составляющей скорости.

На самом деле явление имеет другой характер (фиг. 327). В пункте a поперечное сечение струи уменьшается, затем опять увеличивается и далее постепенно переходит в постоянное. Точно выяснить происходящие здесь явления, при настоящем состоянии гидравлики, невозможно.

Для нас важно знать, что происходит при ударе струи о лопатки колеса. Прямых опытов над наполнением водою лопаток не было произведено, но во всяком случае потеря, определяемая формулой (724), будет больше, чем на самом деле.

Положим теперь, что плоскость, о которую ударяется струя воды, сама находится в движении со скоростью s . Пусть по направлению C_1A вступает поток воды со скоростью v на дно жолоба AEB , ширина которого = ширине потока (фиг. 328).



Фиг. 328.

¹⁾ Живая сила = $\frac{mv^2}{2}$, для 1 kg масса $m = \frac{1}{g}$.

Сторона параллелограмма AD изображает собою относительную скорость воды, эту скорость можно разложить на две составляющие:

$$w = AE (\parallel AB)$$

и

$$v_n = AF (\perp AB).$$

Составляющая v_n затрачивается на удар, а со скоростью w вода стекает со дна жолоба.

Некоторые частицы воды движутся в обратном направлении от точки A ; если предположить, что и они оставляют дно в точке B также со скоростью w , и не принимать во внимание сопротивление трения и влияние силы тяжести на пути AB , то механическая работа, передаваемая жолобу 1 kg воды, будет:

$$A = \frac{v^2}{2g} - \frac{v_n^2}{2g} - \frac{v_a^2}{2g}, \dots \dots \dots (725)$$

где v_a есть равнодействующая c и w , т.-е. абсолютная скорость, с которой вода оставляет точку B .

Из чертежа (фиг. 328) находим:

$$v^2 = c^2 + \overline{AD}^2 + 2c \overline{AD} \cos \gamma,$$

но

$$\overline{AD}^2 = \overline{ED}^2 + \overline{AE}^2 = w^2 + v_n^2$$

$$v_a^2 = c^2 + w^2 - 2c \cdot w \cos \beta$$

и, следовательно:

$$\begin{aligned} v^2 - v_a^2 - v_n^2 &= c^2 + \overline{AD}^2 + 2c \overline{AD} \cos \gamma - c^2 - w^2 + 2cw \cos \beta - \overline{AD}^2 + w^2 = \\ &= 2c [w \cos \beta + \overline{AD} \cos \gamma]. \end{aligned}$$

Выражение в скобках есть сумма проекций AE и AD на направление AG , следовательно = проекции DE на то же направление, т.-е.:

$$w \cos \beta + \overline{AD} \cos \gamma = v_n \sin \beta.$$

Принимая это во внимание, из уравнения (725) имеем:

$$A = \frac{2v_n \cdot c \cdot \sin \beta}{2g} \dots \dots \dots (726)$$

Эта работа при данных величинах c и β достигает maximum тогда, когда v_n получает наибольшее значение.

Проектируя ломаную линию ACD на DE , перпендикулярную AB , получим:

$$\text{пр. } AD = DE = v_n = v \cdot \sin(\alpha + \beta) - c \cdot \sin \beta \dots \dots \dots (727)$$

Определяем maximum:

$$\frac{dv_n}{d\alpha} = v \cos(\alpha + \beta) = 0,$$

т.-е. при

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

получается максимальное значение v_n , и оно будет тогда, когда v совпадает с v_n и перпендикулярна ко дну AB .

При $\alpha + \beta = 90^\circ$ из уравнения (727) имеем:

$$v_n = v - c \sin \beta,$$

и

$$A = \frac{2c(v - c \sin \beta) \sin \beta}{2g} \dots \dots \dots (728)$$

Выражение (728) обращается в 0 при $c=0$ и при $c=v/\sin\beta$, а потому A может иметь максимальное значение при величине c , заключающейся между этими пределами; найдем maximum:

$$\frac{dA}{dc} = v - 2c \sin\beta = 0,$$

откуда

$$c = \frac{v}{2 \sin\beta}.$$

Подставляя это значение в уравнение (728), получим:

$$A_{max} = \frac{2 \frac{v}{2 \sin\beta} \left(v - \frac{v}{2} \right) \sin\beta}{2g} = \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{2g}, \dots \dots \dots (729)$$

что составляет 50%, от несомой водою работы, как это мы и видели в предыдущем параграфе: 50% идет на потери $\frac{v_n^2}{2g}$ и $\frac{v_a^2}{2g}$.

Первая потеря находится легко:

$$v_n = v - c \sin\beta = v - \frac{v}{2} = \frac{v}{2}^1)$$

и

$$\frac{v_n^2}{2g} = \frac{1}{4} \frac{v^2}{2g}, \dots \dots \dots (730)$$

т.-е. 25% всей возможной работы теряется при ударе воды о дно или лопатки.

Вторая потеря может быть также определена самостоятельно:

$$\frac{v_a^2}{2g} = \frac{c^2 + w^2 - 2cw \cos\beta}{2g},$$

но

$$w = c \cdot \cos\beta \text{ (так как } v \perp AB)$$

$$c = \frac{1}{2} \cdot \frac{v}{\sin\beta},$$

а потому:

$$\frac{v_a^2}{2g} = \frac{1}{4} \cdot \frac{v^2}{2g} \dots \dots \dots (731)$$

так что вода, оставляя лопатки, могла бы произвести еще 25% работы.

Удар жидких тел между собою.

93. Мы выше видели, что быстрое изменение скоростей течения сопровождается ударом, например: при истечении из узкой трубы в широкую, при быстром запоре крана в водопроводной трубе и т. п. случаях происходят удары жидкости.

¹⁾ Так как $c = \frac{v}{2 \sin\beta}$.

Жидкость, заключенная в сосудах, под некоторым давлением обнаруживает свойства, сходные с неупругими твердыми телами, а потому мы в праве применять к данным случаям формулы удара неупругих тел. Пусть M_1 и M_2 — сталкивающиеся массы воды, которые перемещались в одном направлении со скоростями v_1 и v_2 ; общая скорость масс после удара будет:

$$v = \frac{M_1 v_1 + M_2 v_2}{M_1 + M_2} \dots \dots \dots (732)$$

Если одна из масс, положим M_2 , находится в покое, т.-е. $v_2 = 0$, то:

$$v = \frac{M_1 v_1}{M_1 + M_2} \dots \dots \dots (733)$$

Если направления движения масс прямо-противоположны друг-другу, то скорость v_2 имеет знак (—) и

$$v = \frac{M_1 v_1 - M_2 v_2}{M_1 + M_2} \dots \dots \dots (734)$$

Потерю живой силы, которая происходит при ударе, легко определить. Живая сила масс до удара равна

$$E_1 = \frac{M_1 v_1^2}{2} + \frac{M_2 v_2^2}{2}$$

и после удара

$$E_2 = \frac{M_1 v^2}{2} + \frac{M_2 v^2}{2},$$

так как массы после удара перемещаются с одинаковой скоростью v .

Потеря живой силы

$$E_f = E_1 - E_2,$$

или

$$E_f = \frac{M_1 v_1^2}{2} + \frac{M_2 v_2^2}{2} - \frac{M_1 v^2}{2} - \frac{M_2 v^2}{2}.$$

Подставляя вместо v величину, определяемую формулой (732), окончательно получим:

$$E_f = \frac{1}{2} \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} (v_1 - v_2)^2 \dots \dots \dots (735)$$

Если $v_2 = 0$, и $M_1 = M_2 = M$, то:

$$E_f = \frac{1}{2} \frac{M v_1^2}{2} \dots \dots \dots (736)$$

Скорость после удара в этом случае по формуле (733) будет:

$$v = \frac{v_1}{2},$$

т.-е. ударом мы передаем массе, находящейся до удара в покое, только $1/4$ живой силы ударающей массы, а так как она сама тоже будет двигаться после удара с половинною скоростью, то потеря $= 1/2$ живой силы, как это и видно из равенства (736).

Если масса M_2 значительно больше массы M_1 , то без большой погрешности знаменатель в формулах (732) и (735) можно заменить величиною M_2 , и тогда:

$$v = \frac{M_1}{M_2} v_1 + v_2, \dots \dots \dots (737)$$

или приблизительно

$$v = v_2 \dots \dots \dots (738)$$

Подставляя вместо v_2 величину v , получим:

$$E_f = \frac{M_1(v_1 - v)^2}{2} \dots \dots \dots (739)$$

Если M_1 — масса, перемещающаяся в 1 секунду, и Q — расходу, то:

$$M_1 = \frac{\Delta Q}{g},$$

и потеря в работе будет

$$E_f = \frac{\Delta Q}{2g} (v_1 - v)^2 \dots \dots \dots (740)$$

Полезная работа удара в 1 секунду:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\Delta Q}{2g} v_1^2 - \frac{\Delta Q}{2g} (v_1 - v)^2 = \frac{\Delta Q}{2g} [v_1^2 - (v_1 - v)^2] = \\ &= \frac{\Delta Q}{2g} (2v_1 v - v^2) \dots \dots \dots (741) \end{aligned}$$

Давление, производимое ударом:

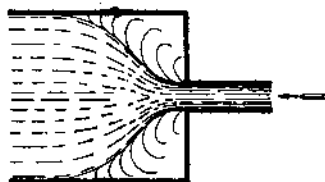
$$P = \frac{A}{v} = \frac{\Delta Q}{2g} (2v_1 - v) \dots \dots \dots (742)$$

Если, например, происходит вытекание из небольшой трубы в сосуд значительных размеров (фиг. 329), то можно положить

$$v = 0,$$

и

$$P = 2 \Delta Q \frac{v_1}{2g} = 2 \Delta \omega \frac{v_1^2}{2g}, \dots (743)$$



Фиг. 329.

где ω — пл. сечения трубы, и $v_1^2/2g$ есть напор H , соответствующий скорости v_1 , следовательно:

$$P = 2 \Delta \omega H, \dots \dots \dots (744)$$

т.е. давление = весу столба жидкости, высота которого равна удвоенному напору, соответствующему скорости v_1 . То же самое явление происходит, если сразу закрыть кран в трубе.

Если длина трубы = l , диаметр = d , и если не обращать внимания на трение о стенки трубы, то, при скорости движения v , живая сила движущейся массы жидкости будет:

$$\frac{M \cdot v^2}{2}, \text{ где } M = \frac{\Delta \pi d^2 l}{4g},$$

а потому живая сила равна

$$\frac{\Delta \pi d^2 l}{4} \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

При моментальном закрытии крана живая сила будет уничтожена сопротивлением стенок. Ниже этот вопрос будет рассматриваться во всей подробности.

Гидравлические удары в трубопроводах.

94. При быстром закрывании отверстий в трубопроводах происходит значительное повышение давления в протекающей в них жидкости, что объясняется превращением кинетической энергии в потенциальную, и является так называемый гидравлический удар. Наиболее полно этот вопрос исследован профессором Н. Е. Жуковским¹⁾, который проверил свои выводы на ряде наблюдений, произведенных на Алексеевской водокатке Московского водопровода. Ниже будут приведены указания на работы и других авторов по данному вопросу, но при изложении данной статьи мы главным образом руководствовались трудом проф. Н. Е. Жуковского.

Вопрос о гидравлическом ударе имеет большое значение не только в водопроводах, но и в турбинных установках, в которых имеются длинные трубопроводы, быстро закрываемые автоматическими регуляторами.

Положим, имеем горизонтальную трубу длиной l , внутренний радиус которой $= r_0$; прием скорость протекающей по трубе жидкости $= v$, при чем все величины будем выражать в метрах; тогда живая сила текущей массы жидкости будет:

$$\frac{\Delta \pi r_0^2 \cdot l}{g} \cdot \frac{v^2}{2}, \dots \dots \dots (745)$$

где Δ = весу 1 m^3 жидкости до удара, выраженному в kg .

Если быстро закрыть трубу, то произойдет гидравлический удар — и живая сила затратится на работу деформации стенок трубопровода и на сжатие жидкости. Деформация трубопровода будет состоять, главным образом, в увеличении периметра трубы и в значительно меньшей степени в увеличении длины. Обозначим происходящее при ударе увеличение давления на единицу площади через P , а увеличившийся радиус трубы через r ; тогда внутренние стенки трубопровода будут подвергаться добавочному давлению:

$$2\pi r \cdot l \cdot P,$$

под влиянием которого произошло увеличение радиуса на $(r - r_0)$, и происходит дальнейшее увеличение на $d(r - r_0)$ в радиальном направлении, при котором элементарная работа, совершенная вышеуказанною силою за время dt , будет:

$$2\pi r \cdot l \cdot P \cdot d(r - r_0).$$

Вследствие того, что происходящие деформации невелики, можно радиус r заменить через r_0 , и работа, затраченная на деформацию трубы, будет:

$$\int_{r_0}^r 2\pi r_0 \cdot l \cdot P \cdot d(r - r_0) \dots \dots \dots (746)$$

Увеличение радиуса трубопровода вызывает увеличение периметра его, относительное удлинение которого будет:

$$\frac{2\pi r - 2\pi r_0}{2\pi r_0} = \frac{r - r_0}{r_0},$$

и соответствующее этому удлинению напряжение получается равным:

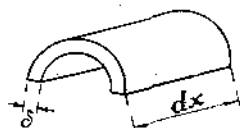
$$E \frac{r - r_0}{r_0},$$

¹⁾ См. Записки Академии Наук по физико-математическому отделению. Том IX, № 5, а также Бюллетени Политехнического Общества. 1899 г., № 5.

где E —коэффициент упругости материала трубы, при чем, если все размеры выражаются в метрах, то E выражается в килограммах на квадратный метр.

Если будем рассматривать полувольцевой элемент трубы (фиг. 330), то сопротивление разрыву его в диаметральной плоскости будет:

$$2\delta \cdot dx \cdot E \cdot \frac{r - r_0}{r_0},$$



а так как сила, разрывающая трубу, будет: $P \cdot 2r dx$, то должно иметь место следующее равенство:

Фиг. 330.

$$2\delta dx E \frac{r - r_0}{r_0} = P 2r dx,$$

откуда

$$P = \frac{E\delta}{r_0 r} (r - r_0).$$

Заменив в знаменателе r через r_0 , получим:

$$P = \frac{E\delta}{r_0^2} (r - r_0).$$

Дифференцируя последнее выражение, получим:

$$d(r - r_0) = \frac{r_0^2}{E\delta} dP.$$

Подставляя эту величину в выражение (746) для работы и имея в виду, что при $r = r_0$ величина $P = 0$, а значение P соответствует радиусу r , получим:

$$\int_{r_0}^r 2\pi r_0 l P d(r - r_0) = \int_0^P 2\pi r_0 l P \frac{r_0^2}{E\delta} dP = \frac{\pi r_0^3 l}{E\delta} P^2, \dots \dots (747)$$

что и будет выражать собою работу, затрачиваемую на деформацию трубы.

Теперь определим работу, затрачиваемую на сжатие жидкости.

Возьмем 1 *kg* жидкости и обозначим удельный объем ее через w_0 ; если теперь подвергнуть указанное количество жидкости сжатию или давлению, величина коего на единицу площади $= P$, и при этом произойдет уменьшение объема до величины w , то элементарная работа, затрачиваемая на это сжатие, будет:

$$Pdw = Pd(w - w_0),$$

так как заданная величина w_0 может быть принята постоянной.

Если сжатию подвергается $\pi r_0^2 l : w_0$ килограммов жидкости, как это имеет место в рассматриваемом случае, то элементарная работа на сжатие может быть представлена следующим выражением:

$$\frac{\pi r_0^2 \cdot l}{w_0} Pd(w - w_0) = \pi r_0^2 l P d \frac{w - w_0}{w_0},$$

и полная работа, затрачиваемая на указанную деформацию, изобразится интегралом:

$$\int_{w_0}^w \pi r_0^2 l P d \frac{w - w_0}{w_0} \dots \dots \dots (748)$$

Величина $(w-w_0):w_0$ представляет собою относительную деформацию, и, если коэффициент упругости для жидкости обозначим через F , то имеем:

$$P = F \frac{w-w_0}{w_0}, \text{ и } d \frac{w-w_0}{w_0} = \frac{1}{F} dP.$$

Подставляя эту последнюю величину в выражение (748) для полной работы, затрачиваемой на сжатие жидкости, получим:

$$\int_{w_0}^w \pi r_0^2 l P d \frac{w-w_0}{w_0} = \int_0^P \pi r_0^2 l P \cdot \frac{1}{F} dP = \frac{\pi r_0^2 l}{2F} P^2 \dots \dots (749)$$

Выражения (745), (747) и (749) связываются равенством:

$$\frac{\Delta \pi r_0^2 l}{g} \cdot \frac{v^2}{2} = \frac{\pi r_0^2 l}{E \delta} P^2 + \frac{\pi r_0^2 l}{2F} P^2.$$

Откуда

$$P = \frac{\Delta}{g} v \frac{1}{\sqrt{\frac{2\Delta r_0}{Eg\delta} + \frac{\Delta}{Fg}}}.$$

Положим:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{\frac{2\Delta r_0}{Eg\delta} + \frac{\Delta}{Fg}}} \dots \dots \dots (750)$$

Тогда:

$$P = \frac{\Delta v}{g} \frac{1}{\sqrt{\frac{2\Delta r_0}{Eg\delta} + \frac{\Delta}{Fg}}} = \frac{\Delta v \lambda}{g} \dots \dots \dots (751)$$

Как видно, давление P на единицу площади не зависит от длины трубы и прямо-пропорционально: скорости, потерянной на удар, весу единицы объема жидкости и величине λ , зависящей от материала трубы (E), размеров трубы (r_0, δ) и упругости жидкости (F).

Из равенства (751) определим λ :

$$\lambda = \frac{P}{\Delta} \cdot \frac{g}{v} \dots \dots \dots (752)$$

В последнем выражении P/Δ измеряется в метрах, g — в m/sec^2 и v — в m/sec . Для однородности уравнения необходимо, чтобы λ измерялась $m \cdot m/sec^2 \cdot sec/m$, т.-е. в m/sec , или в метрах в секунду, а потому λ изображает собою некоторую скорость — скорость распространения волны в трубе.

Если труба сделана из неупругого материала, неподвергающегося деформации при увеличении давления, то для такого материала можно положить $E = \infty$, и, если для него величину λ обозначим через λ_1 , то из равенства (750) получим:

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{Fg}{\Delta}} \dots \dots \dots (753)$$

То же самое выражение получим, полагая $r_0 = 0$, т.-е. если не будет трубы, и оно представляет собою выражение, определяющее скорость распространения звуковых колебаний для рассматриваемой среды; для воды

$$\lambda_1 = 1435 \text{ m/sec} \cong 673 \text{ саж./сек.}$$

Если теперь предположить, что будем иметь дело с несжимаемой жидкостью, то следует принять $F = \infty$, и, обозначая для данного случая λ через λ_2 , из равенства (750) получим:

$$\lambda_2 = \sqrt{\frac{Eg\delta}{2\Delta r_0}} \dots \dots \dots (754)$$

Пользуясь равенствами (753) и (754), мы можем равенство (750) представить в следующем виде:

$$\lambda = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{1}{\lambda_1}\right)^2 + \left(\frac{1}{\lambda_2}\right)^2}} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}} = \frac{\lambda_1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^2}} \dots \dots (755)$$

Отношение $\lambda_1 : \lambda_2$ — отвлеченному числу, а потому λ представляет собою скорость распространения по трубе и жидкой колонне упругих колебательных движений.

Положим, труба водопровода имеет диаметр 1 м, толщина стенок трубы = 0,01 м и гидростатический напор = 100 м; тогда напряжение в материале трубы на 1 см² будет:

$$T = \frac{10 \cdot 100}{2 \cdot 1,0} = 500 \text{ kg/cm}^2.$$

Положим, труба склепана из стальных листов, тогда можно принять:

$$E = 22000 \cdot 10^6 \text{ kg/m}^2.$$

Примем:

$$\lambda_1 = 1435 \text{ m/sec.}$$

и

$$\lambda_2 = \sqrt{\frac{22000 \cdot 10^6 \cdot 9,81 \cdot 0,01}{2 \cdot 1000 \cdot 0,5}} = 1469 \text{ m/sec.},$$

тогда:

$$\lambda = \frac{1435}{\sqrt{1 + \left(\frac{1435}{1469}\right)^2}} = 1028 \text{ m/sec.}$$

Положим, что движение воды до удара совершалось со скоростью $c = 3 \text{ m/sec}$; тогда при быстром закрытии повышение давления P определится из равенства (751):

$$P = \frac{1000 \cdot 3 \cdot 1028}{9,81} = 314373 \text{ kg/m}^2 \cong 31,4 \text{ kg/cm}^2,$$

и

$$\frac{P}{\Delta} = \frac{P}{1000} = 314,37 \text{ m.}$$

Следовательно, дополнительное напряжение в материале трубы будет:

$$500 \cdot \frac{31,4}{10} = 1570 \text{ kg/cm}^2,$$

и полное напряжение в целом месте склепанной трубы достигает:

$$500 + 1570 = 2070 \text{ kg/cm}^2,$$

т.е. более чем в четыре раза превосходит статическое напряжение в материале.

Если бы, например, указанным водопроводом вода подводилась к трем гидравлическим двигателям, то закрытием одного из них, а не всех сразу, давление повысилось бы на

$$\frac{31,4}{3} = 10,47 \text{ kg/cm}^2,$$

так как повышение давления пропорционально погашенной скорости.

Возьмем второй пример. Положим, имеется железобетонная труба, диаметром в 2,2 м, толщина стенок которой = 12 см. Примем коэффициент упругости для простого бетона $E = 150\,000 \text{ kg/cm}^2$, коэффициент упругости воды $F = 2,07 \cdot 10^8 \text{ kg/m}^2$, скорость течения 1,1 м.

При этих данных

$$\lambda \cong 760 \text{ m/sec},$$

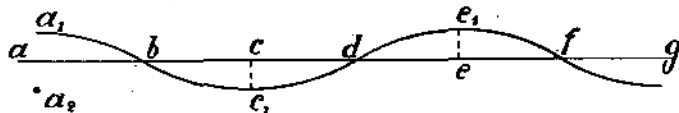
$$P = \frac{1000 \cdot 1,1 \cdot 760}{9,81} = 85\,219 \text{ kg/m}^2,$$

и

$$\frac{P}{\Delta} \cong 85,2 \text{ м.}$$

Для чугуна коэффициент упругости можно принять около 1 000 000 kg/cm^2 , или 10^{10} kg/m^2 , т.-е. $E = 10^{10}$.

По данным, приводимым проф. Жуковским, возможно полагать, что для небольших чугунных труб, диаметром в 2, 4, 6 дюймов, ударное давление достигает 4 атмосфер на каждый фут потерь скорости. При больших диаметрах труб ударное давление получается меньше.



Фиг. 331.

Представляет большой интерес построение ударных диаграмм, указанное в труде проф. Жуковского.

Напомним здесь, что называется скоростью распространения колебательного движения. Положим, имеется упругая нить $abcdef$ (фиг. 331). Если толчком, направленным перпендикулярно нити, мы выведем точку a из ее первоначального положения, то она будет колебаться и занимать крайние положения a_1 и a_2 . Эти колебания передадутся остальным точкам нити, которые также придут в волнообразное колебательное движение. Одно из положений нити при таком движении представлено на чертеже; линия a, c, e , называется волною, скоростью распространения коей называется такое расстояние ag , на котором через 1 секунду начинается воспроизведение колебаний начальной точки a . Каждая половина волны симметрична со своей смежной половиной, а потому профиль de, f волны можно рассматривать состоящим из двух квадрантов dce_1 и ee_1f , получаемых опрокидыванием квадрантов bcc_1 и cc_1d и сдвигом их вправо, по направлению распространения волны, на величину bd .

Имея в виду сделанные указания, перейдем к определению вида ударной диаграммы. Предположим, что диаграмма вычерчивается карандашом индикатора, присоединенного к трубе в рассматриваемом пункте. Будем определять колебания в ответвлении от магистрали, размеры которой, положим, настолько значительны, что все изменения, происходящие в ответвлении, на магистральной трубе не отражаются, т.-е. в ней все время сохраняется постоянное давление—и ударный избыток давления равняется нулю.

Положим, AB (фиг. 332) представляет собою рассматриваемое ответвление, которое в пункте A примыкает к магистрали, а в пункте B имеет задвижку. Длину этого ответвления обозначим через l . Отложим в известном масштабе отрезок $AB = l : \lambda$, который изобразит время пробега ударной волны по всей трубе длиной l .

Примем за ось абсцисс ось трубы AB и будем на ней откладывать влево от точки B времена, а на ординатах — соответствующие повышения давления.

Будем быстро, но в течение некоторого времени, закрывать задвижку; это время, положим, изобразится отрезком Ba . При закрытии задвижки давление постепенно повышается, при чем характер изменения этого давления, положим, изобразится кривою Ba_1 , и в момент закрытия превышение давления, определяемое равенством (751), изобразится ординатой aa_1 . В момент закрытия задвижки вода около нее остановилась, но в трубе, правее точки B , движение частиц воды происходит. Так как допускаются упругие колебания, то последовательные состояния пункта B передаются по трубе вправо со скоростью λ , и в пункте A вода остановится, считая с момента начала закрытия задвижки, через время $l : \lambda = AB$. С момента закрытия задвижки давление в пункте B сохраняет свою величину, так как нет причин к изменению этого давления, и, следовательно, на диаграмме это состояние пункта B , в течение времени $AB - Ba = ab$, охарактеризуется прямою a_1b_1 , параллельною Ab ; понятно, что отрезок $Bb = BA$.

Волна, достигши пункта A , где по условию погашаются все колебания, как бы отражается в обратном направлении, справа налево; эту левую волну, в отличие от правой волны, будем строить так: фигуру ABa_1b_1 повернем на 180° около линии MN и затем около линии BAV_1 в положение $B_1a_1b_1b_2$. Далее построение производится следующим образом: предполагается, что, как только начало происходит закрытие задвижки, т.-е. как только диаграмма Ba, b_1 побежит вправо со скоростью λ , сейчас же диаграмма $B_1a_2b_2$ начнет бежать влево с той же скоростью, и через время $AB = AB_1 = l : \lambda$ точки B и B_1 сойдутся в пункте A , затем через время Ba в том же пункте A сойдутся точки a и a_2 , и в этот момент в указанном пункте сложатся равные и противоположные давления $(+aa_1)$ и $(-a_2a_1)$, вследствие чего в пункте A превышение давления $= 0$. То же самое будет иметь место и для других точек диаграммы, чем и можно объяснить постоянство давления в пункте A , являющееся результатом воздействия двух волн — правой и левой, зарождающихся одновременно с началом закрытия задвижки в двух противоположных пунктах — в пункте B , у задвижки, и в пространстве B_1 ; затем эти волны распространяются по всей трубе BA ; при этом пункт B подвергается действию одной правой волны все время, до тех пор, пока в него не дойдет левая волна, которой придется пройти путь $B_1AB = 2AB$, на что потребуется время $2l : \lambda$, и, пока это не произойдет, до тех пор ударное давление P в пункте B сохраняется, так как уже указывалось, что нет никаких причин для его изменения. Это состояние в пункте B зафиксировано диаграммой, которая для следующего за Bb промежутка времени $bc = Bb = BA$ изобразится отрезком b_1c_1 прямой, составляющей продолжение прямой a_1b_1 .

Таким образом, изменение давления в пункте B за время $2l/\lambda$ изображается диаграммою $Ba_1b_1c_1$ правой волны.

Имея диаграмму правой волны, нет никакого труда вычертить диаграмму левой волны за тот же промежуток времени $2l/\lambda$ — построение ведется подобно построению части диаграммы $B_1a_2b_2$ и является продолжением последней; таким образом получается диаграмма $B_1a_2b_2c_2$ левой волны.

На фиг. 331 было показано, каким образом вычерчиваются волны упругой нити; применяя сделанные указания к данному случаю, можем рассматривать фигуру Ba_1b_1b — как первый квадрант, а фигуру b_1c_1c — как

стоянии x от пункта B , до которой правая волна добежит в промежуток времени $Bk = x/\lambda$. Суммарная диаграмма для указанной точки k представлена на фиг. 334; построение ее таково: вычерчиваем диаграмму Ba_1b_1 , по которой изменяется давление подошедшей правой волной, исключительное действие которой продолжается до тех пор, пока не подойдет в ту же точку k левая волна. Так как движение левой волны от точки B_1 начинается одновременно с движением от точки B правой волны, то в период времени x/λ точка B_1 придет в точку k_1 (фиг. 332), так как взято $B_1k_1 = Bk = x/\lambda$. Как видно из фиг. 332, левой волне еще остается пробегать путь, равный расстоянию между точками k и k_1 , на что затратится время

$$\frac{2l}{\lambda} - \frac{2x}{\lambda} = 2 \frac{l-x}{\lambda} = 2Ak,$$

с этого момента начинается влияние левой волны, вызывающей понижение давления, характеризуемое кривою B_1a_2 (фиг. 332). Итак, откладываем (фиг. 334) $Bb = 2Ak = 2(l-x)/\lambda$, затем строим кривую b_1c , характеризующую понижение давления, вызванное влиянием левой волны, при этом $Ba = B_1a_2$. Когда подойдет точка a_2 (a_2), то давление P спадет до нуля и останется таковым до тех пор, пока не подойдет точка c (c_1) правой волны; тогда начнется дальнейшее падение давления вследствие влияния также и правой волны, характеризуемое кривою c_1d . Время

$$bd = Bc - Bb = \frac{2l}{\lambda} - 2 \frac{l-x}{\lambda} = \frac{2x}{\lambda}$$

(фиг. 334). За точкой d давление, как уже указывалось, становится < 0 и остается отрицательным, пока к точке k не подойдет точка c_2 (c_2), после чего начинается возрастание давления, при чем до подхода точки c_2 изменение давления характеризуется линиею de_1f_1 (фиг. 334); затем происходит повышение давления до нуля, характеризуемое кривою f_1g , и остается нулевым, пока точка B' правой волны (фиг. 332) не принесет нового подъема давления, и т. д.

Следует еще рассмотреть такую точку q (фиг. 332), которая лежит настолько близко к магистрали, что точка B_1 левой волны подойдет к ней раньше, чем точка a (a_1) правой волны, т. е. раньше, чем правая волна принесет наибольшее давление. Для такой точки диаграмма получает вид зигзагообразной линии (фиг. 335).

Таким образом встречным движением двух волн — правой и левой — объясняется тот факт, что добавочное давление у задвижки не вызывает изменения давления у магистрали.

Характером упомянутых волн, как мы видели, обуславливается получение трех видов диаграмм, представленных на фиг. 333, 334 и 335 и изображающих изменения давлений в различных точках трубы, при чем диаграммы, снимаемые при задвижке, имеют всегда вид, представленный на фиг. 333. Следует также обратить внимание на то, что диаграмма, представленная на фиг. 334, не вполне симметрична с последующими периодически повторяемыми диаграммами, так как, если обозначим через t время затвора, то проекция Ba (фиг. 334) кривой Ba_1 на прямую BB' представляет собою t , а проекции bc , de и fg на ту же прямую кривых b_1c , c_1d и f_1g представляют собою величины $t/2$, в последующих же диаграммах проекции четырех упомянутых кривых будут представлять собою величины $t/2$.

Вышесказанным совершенно выясняется картина всех явлений в ответвлении. При закрывании задвижки — вода постепенно останавливается во всем ответвлении, растягивая трубу и сжимаясь сама; эти явления постепенно передаются от сгона к сгону со скоростью λ , при этом давление увеличивается на P . В продолжение времени l/λ это состояние сохраняется, затем волна

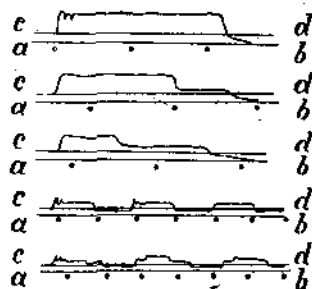
достигает магистрали, вода из ответвления вытекает в магистраль, давление падает до давления в магистрали и восстанавливается в трубе ответвления, стенки которой принимают первоначальную форму; это состояние передается постепенно, от слоя к слою, с той же скоростью λ , назад к задвижке — и, когда упомянутая фаза дойдет до задвижки, то слой, стоявший у задвижки, начинает испытывать стремление отойти от нее, вследствие чего произойдет сразу понижение давления у задвижки; благодаря образуемому разрежению стенка трубы деформируется, сжимаясь по сравнению с первоначальным состоянием. Если скорость волны настолько велика, что по теории пониженное давление должно быть отрицательным, то произойдет разрыв колонны жидкости. Эта колонна отстает от задвижки, перед которой, как упоминалось, образуется небольшое разреженное пространство. Подобные разрывы могут образоваться и в других частях жидкой колонны, на которые распространилось пониженное давление, при чем разреженные пространства наполняются парами воды и разреженным воздухом, вхождение некоторого количества которого возможно через задвижку и поршни индикаторов, устанавливаемых на испытываемой трубе. Освободившаяся от задвижки масса жидкости сохраняет некоторую скорость по направлению от задвижки, а пониженное давление передается вдоль неразорванной колонны жидкости со скоростью λ к магистрали, давление которой заставит воду хлынуть из магистрали в трубу ответвления — и начнется движение жидкости к задвижке и т. д.; при этом возможно столкновение между колоннами жидкости, движущимися к задвижке и от нее. Подобное столкновение вызывает быстрое поднятие давления и потом быстрое его падение, когда ударная волна добежит до конца ударной колонны жидкости и принесет от этого конца назад пониженное давление. То обстоятельство, что водяная колонна отстает от задвижки, удлиняет продолжительность пониженного давления и делает второй удар энергичнее первого, так как он совершается со скоростью, с которой колонна жидкости устремляется в разреженное пространство.

Вышеуказанное перечисление фаз отчасти выясняет появление на первый взгляд фантастичной левой волны, но все дело состоит в том, что невозможно сохранение в равновесии всех состояний жидкости и стенок трубы, когда вся остановленная и сжатая колонна жидкости находится в непосредственном сообщении с большою магистралью постоянного давления, а также при отходе жидкости от задвижки должно быть допущено образование пустоты.

Здесь приведем для примера только некоторые диаграммы, снятые для экспериментальной проверки приведенной теории гидравлического удара в трубах.

На фиг. 336 — 338 представлены ударные диаграммы, снятые с трубы диаметром в 2" и длиною в 356,3 сажени, при скорости течения $v = 1,8$ фута и ударном давлении $P = 7$ атм.

Диаграмма, представленная на фиг. 336, снята у самой задвижки; диаграмма, представленная на фиг. 337, снята на расстоянии от задвижки, равном $\frac{1}{3}$ всей длины трубы, и диаграмма, представленная на фиг. 338, снята в пункте, отстоящем от задвижки на $\frac{2}{3}$ всей длины трубы. На диаграммах прямыми ab обозначены линии атмосферного давления, а линии cd есть линии гидростатического давления; точками отмечены полусекунды. Представлены только первые половины диаграмм. На фиг. 339 и 340 представлены диаграммы для трубы, диаметром в 6" и длиною в 152,3 сажени. Первая диаграмма снята у задвижки, вторая — между задвижкой и магистралью.



Фиг. 336—340.

Как видно, снятые диаграммы имеют сходство с теоретической диаграммой, представленной на фиг. 333. Ударное давление по диаграммам везде достигало 7 атм., вычисленное же $= 7,32$ атм. Тщательный обмер диаграмм для трубы в 2" дал скорость $\lambda = 625$ саж./сек. (вместо теоретической 632 саж.), для трубы в 6" скорость λ получилась 586 саж./сек. (вместо теоретической 588 саж.). Эти результаты нужно считать безусловно подтверждающими теорию.

Профессором Жуковским приводятся очень интересные данные относительно возрастания величины гидравлического удара при переходе ударной волны в тупики. Особенно значительное возрастание силы гидравлического удара происходит при переходе ударной волны от толстых труб на тонкие и проявляется в тупиках тонких труб.

Гидравлический удар может быть ослаблен и почти совсем уничтожен приспособлениями, допускающими только медленное запирание водовыпускных кранов или задвижек. Возможно определить время t этого запирания под условием, чтобы ударное давление не превосходило данной величины P . Предполагая, что во время запирания крана количество наливающейся жидкости уменьшается пропорционально времени, найдем, что скорость v в трубе уменьшается на

$$\frac{v}{t} \cdot \frac{2l}{\lambda}$$

в то время, как ударная волна возвратится назад к крану или задвижке, отразившись от того места, где имеется постоянное давление (магистраль), при чем l — длине трубы от указанного места до крана или задвижки, а λ — скорости ударной волны. Если обозначим через h , число атмосфер, на которое прирастает давление на каждый фут потерянной скорости, то указанному уменьшению скорости соответствует поднятие давления на величину

$$P = \frac{v}{t} \cdot \frac{2l}{\lambda} \cdot h,$$

откуда

$$t = \frac{v \cdot h}{P} \cdot \frac{2l}{\lambda} \dots \dots \dots (756)$$

Здесь vh есть ударное давление при мгновенном закрытии задвижки ¹⁾, P — наибольшее допустимое поднятие давления против гидростатического, и $2l/\lambda$ — время двойного пробега ударною волною длины трубы.

Положим, в трубе, имеющей диаметр в 2", скорость течения жидкости $v = 4,23$ фута, время $2l/\lambda = 1,14''$, и ударное давление при быстром закрытии задвижки $= 17,3$ атм., требуется определить время t затвора, при условии, чтобы ударное давление было не 17,3 атм., а только 1 атм. Подставляя численные значения в выше приведенную формулу (756), получим:

$$t = \frac{17,3}{1} \cdot 1,14 = 19,72''.$$

Формула (756) показывает, что время затвора, при котором удар имеет данную величину, возрастает пропорционально скорости и длине трубы.

¹⁾ Мы видели (см. ур. 751), что $P = \frac{\Delta v \lambda}{g}$; следовательно, $\frac{v \lambda}{g}$ выражает собою высоту столба жидкости, соответствующую определенному давлению P . Если выразить эту высоту в футах и разделить на 34 (средняя высота атмосферного давления), то получится число атмосфер h , на которое прирастает давление на каждый фут потерянной скорости. Полагая, что $g = 32$ ф., и λ выражена в саженях, получим для определения h формулу:

$$h = \frac{7\lambda}{84 \cdot 32} = \frac{7\lambda}{1088}.$$

Эффект от замедления времени затвора может быть также получен применением большого водяного колпака (колонны), поставленного при основании трубы. Подобным же образом действует и воздушный колпак; такой колпак достаточных размеров может совсем не пропустить через себя гидравлический удар; в этом случае и диаграмма, снимаемая за воздушным колпаком, представляет прямую, сливающуюся со статической прямой.

Проф. Жуковским приводится приближенная формула для определения объема u_0 (в куб. дюймах) воздушного колпака, перепускающего через себя ничтожное ударное давление:

$$u_0 = k \frac{\pi d^2}{2} \cdot v \cdot \tau \cdot \frac{p_1^2}{p_0 \cdot P}, \dots \dots \dots (757)$$

где $k=1,41$ есть отношение теплоемкости воздуха при постоянном давлении к его теплоемкости при постоянном объеме;

d — диаметр трубы, в которой погашается скорость v ;

τ — время, в которое ударная волна, отразившись от задвижки или магистрали, вернется назад к колпаку (то, которое меньше);

p_1 — начальное гидродинамическое давление в колпаке, т. е. давление, имеющееся в то время, когда происходит течение воды по трубе со скоростью v ;

p_0 — гидростатическое давление в колпаке, и

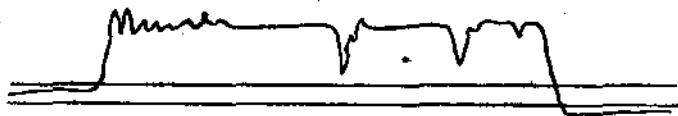
P — максимальное ударное давление в колпаке, которому, при пользовании формулой, следует придавать весьма малые значения, например: $1-1,5 \text{ kg/cm}^2$.

Формула (757) применяется в приведенном виде, если воздушный колпак установлен на линии трубы; но если он поставлен при водовыпускной задвижке, то в формуле величину $\frac{1}{2} \pi d^2$ следует заменить величиной $\frac{1}{4} \pi d^2$.

Если принять $\tau = 2l/\lambda$, то формула получит следующий вид:

$$u_0 = k \frac{\pi d^2}{2} \cdot v \cdot \frac{2l}{\lambda} \cdot \frac{p_1^2}{p_0 \cdot P}, \dots \dots \dots (758)$$

где l — наименьшее из расстояний от колпака до задвижки или до магистрали.



Фиг. 341.

Главное и практическое неудобство при применении колпаков состоит в том, что трудно сохранять в них постоянный объем воздуха. Эта изменчивость объемов заставляет прибегать к механическим приспособлениям для пополнения объемов воздуха, уносимого водою во время ударов, и применять предпочтительно взамен колпаков — предохранительные клапаны. К мерам, понижающим гидравлический удар, можно также отнести применение пневмометрических труб или водяных колонн, открытых сверху, которые в трубопроводах питьевой воды превращаются в большие резервуары, так как при малых размерах труб они не приносят пользы.

Виды ударных диаграмм позволяют определить места скопления воздуха, а также места утечки воды из трубы.

В труде проф. Жуковского приведена ударная диаграмма, снятая с трубы в 2" (фиг. 341). Такой вид получили диаграммы целой серии опытов над указанною трубою; эти опыты были признаны первоначально негодными, так как диаграммы прорезывались тремя щелями, которые с удиви-

тельным постоянством появлялись на одних и тех же местах, но при осмотре линии трубы было обнаружено, что на расстояниях 1357, 2066 и 2351 фут. от задвижки образовались скопления воздуха в трубках, оставшихся от снятых с трубы манометров, — такие трубки образовали небольшие воздушные колпаки. Так как щель на диаграмме образуется в тот момент, когда ударная волна подбегает к воздушному колпаку, то выраженные во времени расстояния щелей диаграммы от ее начала дают двойное время пробега ударной волны до искомого воздушного колпака. Средние величины двойного времени пробега ударной волны до искомым колпаков были: 0,64", 0,99" и 1,14". Принимая для рассматриваемого случая $\lambda = 4200$ фут. (600 саж.), каковая скорость была определена прямыми наблюдениями, найдем для искомым колпаков расстояния:

1344 фут. (192 саж.)¹⁾; 2079 фут. (297 саж.) и 2394 фут. (342 саж.), которые довольно близко подходят к действительным местам расположения воздушных масс.

Подобным же путем можно обнаружить и место утечки, образовавшейся в трубе. На линии трубы было сделано несколько отверстий, которые поочередно открывались и образовывали фонтаны воды. Задвижка трубы с таким фонтаном открывалась, и потом обыкновенным образом производился гидравлический удар. На фиг. 342 представлена одна из снятых диаграмм при скорости течения воды 4,2 фута и при тоненьком фонтане, бьющем из трубы на расстоянии 949 фут. (135,56 саж.) от задвижки. На диаграмме ясным падением высоты отмечается положение фонтана. Определяя время 0,44", прошедшее от начала поднятия давления до его падения, и умножая его половину на λ , находим, при $\lambda = 4200$ фут. (600 саж.), расстояние 924 фута (132 саж.), довольно близкое к действительности.



Фиг. 342.

Указанный способ обнаружения места утечки имеет чрезвычайно важное практическое значение, так как нахождение места утечки обыкновенно требует раскопки трубы на довольно большом расстоянии.

В конце своей статьи проф. Жуковский приходит к следующим заключениям.

1) Гидравлический удар распространяется вдоль водопроводной трубы с постоянною скоростью, величина которой не зависит заметно от силы удара. Эта скорость зависит от вещества трубы и от отношения толщины ее стенок к диаметру трубы. Так как в обыкновенных чугунных водопроводных трубах упомянутое отношение несколько уменьшается с увеличением размеров трубы, то скорость распространения ударной волны для труб больших диаметров несколько меньше, нежели для труб средних диаметров. Для труб средних диаметров (от 2 до 6 дюймов) эта скорость около 4200 фут. (600 саж.), а для труб больших диаметров (24 дюйма) около 3290 фут. (470 саж.). Скорость ударной волны остается одна и та же, получается ли удар вследствие остановки течения воды в трубе, или вследствие весьма быстрого поднятия давления при начале трубы.

2) Гидравлический удар распространяется по водопроводной трубе с одинаковою силою. Величина его пропорциональна потерянной при ударе скорости течения воды и скорости распространения ударной волны в трубе. Для обыкновенных чугунных водопроводных труб среднего диаметра (от 2

¹⁾ $0,64 : 2 = 0,32$; $4200 \times 0,32 = 1344$.

до 6 дюймов) на каждый фут потерьной скорости мы имеем силу удара около 4-х атмосфер, для трубы в 24" — около 3 атмосфер.

3) Явление периодического колебания ударного напора в водопроводной трубе вполне объясняется отражениями ударной волны от концов трубы (от задвижки или от магистрали).

4) Транзитное течение воды не имеет влияния на удар, и последний определяется только по потерьным скоростям.

В случае ударной волны, проходящей по трубе, из которой изливается вода, ударная волна отражается от начала струи так же, как отражается от бака с постоянным давлением.

5) Опасное возрастание ударного давления происходит при переходе ударной волны с труб большого диаметра на трубы малого диаметра. При этом, достигнув концов тупиков, сила ударного давления удваивается. Такое удвоение может повторяться несколько раз, так что давление может, при неблагоприятных условиях, возрасти до больших размеров.

6) Простейшим способом ограждения водопровода от гидравлических ударов являются приспособления к медленному закрытию кранов, при этом продолжительность закрытия должна быть пропорциональна длинам труб. Воздушные колпаки надлежащих размеров, поставленные при кранах и задвижках, почти совершенно уничтожают гидравлический удар и не пропускают через себя ударную волну, если они поставлены на линии, и при этом обеспечено сохранение воздуха в них. Что касается предохранительных клапанов, поставленных на линии труб, то они пропускают через себя удар только той силы, которая соответствует упругости их пружин.

7) По ударной диаграмме, снятой с водопроводной трубы, можно определить место скопления воздушных масс в трубе и величину этих масс. Ударная диаграмма может служить для определения места утечки воды в трубе и вообще дать полные сведения о состоянии трубы.

Большой интерес представляет также исследование о гидравлическом ударе, произведенное итальянским инженером Аллиеви (см. Инженерный Журнал. 1913. № 1, статья С. Заванко, и итальянский журнал *Annali della società degli Ingegneri ed Architetti*. 1903. Alliévi: *Teoria generale del moto perturbato dell'acqua nei tubi in pressione*).

Аллиеви дает для скорости λ такое же выражение, как и проф. Жуковский, и прилагает выводы к разным частным случаям: указывает на отрицательный гидравлический удар, происходящий при открытии задвижки, при котором напор может значительно повыситься, если открытие производится порывистыми движениями задвижки, что может иметь место в трубопроводах, подводящих воду к турбинам; затем рассматривает образование гидравлических ударов в водопроводах питьевой воды и, наконец, указывает влияние воздушных колпаков и приходит к заключению, что они оказывают пользу лишь в том случае, когда закрытие задвижки происходит быстро.

Полагая, что скорость течения во время гидравлического удара изменяется одновременно во всей трубе, Аллиеви дает следующее квадратное уравнение:

$$Z^2 - Z(2 + n^2) + 1 = 0 \dots \dots \dots (759)$$

В этом уравнении

$$Z = \frac{Y}{Y_0} \text{ и } n = \frac{l \cdot v_0}{g \cdot t \cdot Y_0},$$

где Y = напору в трубе у задвижки, получающемуся вследствие гидравлического удара; Y_0 = первоначальному напору у задвижки, при установившемся движении жидкости; v_0 = первоначальной скорости течения в том же сечении трубы; l = ее длине, и t = времени полного закрытия задвижкою отверстия.

Больший единицы корень уравнения (759) дает наибольшее давление от гидравлического удара при медленном закрытии задвижки, а меньший единицы — относится к отрицательному удару, появляющемуся при ее открытии.

Из ур. (759) видно, что при одинаковости условий больший напор получается в более длинной трубе и получает большую величину в том случае, когда время закрытия задвижки меньше $2l/\lambda$.

В своей статье Аллиев дает также уравнение для определения величины y — переменного напора в трубе на расстоянии x от задвижки при ее акрывании и при скорости v в данном сечении:

$$y = y_0 + \frac{\lambda}{g}(v_0 - v), \dots \dots \dots (760)$$

где y_0 — первоначальному напору в трубе при установившемся движении жидкости в том же сечении трубы, и v_0 — первоначальной скорости в указанном сечении.

Очевидно, y получает максимальное значение при $v = 0$, т.е. при полном закрытии задвижки:

$$y_{\max} = y_0 + \frac{\lambda v_0}{g},$$

а, следовательно, превышение давления от гидравлического удара, определяемое высотой столба жидкости, будет:

$$y_{\max} - y_0 = \frac{\lambda v_0}{g},$$

т.е. получается формула, совершенно тождественная с формулой (751), данной проф. Жуковским.

Пользуясь ур. (759), можем определить такое значение t , при котором повышение давления у задвижки не будет превосходить заданного Y_1 . Из указанного уравнения имеем:

$$t = \frac{l \cdot v_0}{g(Y_1 - Y_0)} \sqrt{\frac{Y_1}{Y_0}} \dots \dots \dots (761)$$

Положим: $l = 40\,000\text{ м}$, $v_0 = 1,1\text{ м}$ и $Y_0 = 30\text{ м}$; требуется определить t , при условии, чтобы Y_1 не превышало 40 м . Подставляя приведенные величины в формулу (761), получим:

$$t \cong 516\text{ сек.} \cong 8,6\text{ мин.}$$

Время закрытия можно сократить без повышения давления от гидравлического удара, если несколько выше задвижки установить воздушный колпак.

Рассматриваемый вопрос о гидравлическом ударе разрешается значительно проще, если не принимать во внимание деформации трубы, т.е. считать ее неизменяющуюся и жидкость — совершенно несжимаемую. Эти условия входят в основание вывода, предлагаемого проф. Будау (см. соч. A. Budau: *Kurzgefasstes Lehrbuch der Hydraulik*. 1913.)

Положим: T — время закрытия задвижки S (фиг. 343), тогда сила P удара определится из следующего уравнения:

$$\int_0^T P dt = mv, \dots \dots \dots (762)$$

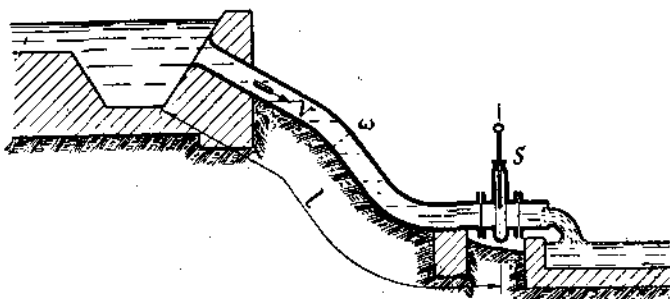
где m — масса движущейся жидкости, и v — скорость ее течения.

Если площадь сечения трубы $= \omega$, и l — ее длина до задвижки, то:

$$m = \frac{\Delta \cdot \omega \cdot l}{g}$$

Обозначим через p давление на единицу площади, тогда полное давление в поперечном сечении трубы перед задвижкой

$$P = \omega \cdot p.$$



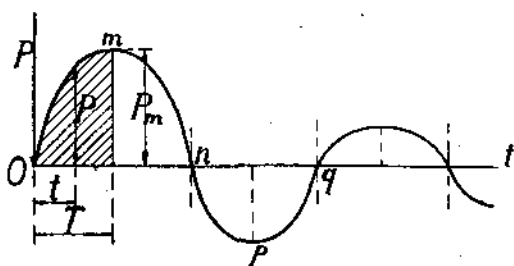
Фиг. 343.

Для определения максимальной величины ударной силы необходимо знать зависимость P от t . По наблюдениям Будау, эта зависимость может быть выражена затухающей синусоидой *отпрq* (фиг. 344), первая часть $O - m$ коей может быть заменена параболой, а тогда

$$\int_0^T P dt$$

представляет собою заштрихованную площадь, которая для параболы легко определяется:

$$\int_0^T P dt = \frac{2}{3} P_m \cdot T.$$



Фиг. 344.

В силу уравнения (762) имеем:

$$\int_0^T P dt = \frac{2}{3} P_m \cdot T = mv.$$

Откуда

$$P_m = \frac{3}{2} \frac{mv}{T} = \frac{3}{2} \frac{\Delta \omega l}{g \cdot T} v.$$

Полагая $P_m = \omega \cdot p_m$, найдем:

$$\omega p_m = \frac{3}{2} \frac{\Delta \omega l}{g \cdot T} \cdot v,$$

или

$$p_m = \frac{3}{2} \frac{\Delta l v}{g T} \dots \dots \dots (763)$$

Если через h обозначим высоту столба жидкости, определяющую собою давление p_m , то:

$$p_m = \Delta h.$$

Подставляя это значение вместо p_m в равенство (763), найдем:

$$h = \frac{3}{2} \frac{l \cdot v}{g \cdot T} \dots \dots \dots (764)$$

Получается очень простое выражение для определения величины гидравлического удара, но в действительности, как мы видели, удар слабее, благодаря упругости стенок трубы и самой жидкости.

Заканчивая статью о гидравлическом ударе, не приходится распространяться о том значении, какое имеют динамические явления в различного рода гидравлических установках. Эти явления весьма часто могут быть причиной расстройств установок и их значительных повреждений. К таковым установкам могут быть отнесены: прессовые, турбинные и т. п.

В прессовых установках при остановке, часто мгновенной, одного или нескольких прессов одновременно возможно появление в нагнетательных трубопроводах гидравлических ударов, происходящих также вследствие колебательного движения насосных поршней. Такого рода явления возможны также вследствие влияния инерции груза аккумулятора.

Динамические явления также могут иметь место и в обратных трубопроводах — от прессов к насосам, вследствие того же колебательного движения насосных поршней.

Не имея возможности подробно останавливаться на разборе указанного рода явлений, отсылаем интересующихся затронутым вопросом к весьма обстоятельной статье А. А. Суходольского: Динамические явления в установках гидравлических прессов, помещенной в журнале «Вестник Инженеров». 1916 г., № 5 и 6.

95. Повреждения в трубопроводах и средства к их устранению.

Вышеприведенные данные указывают нам, что, благодаря гидравлическим ударам, трубы могут подвергаться большим напряжениям. Кроме того, в чугунных трубах большого диаметра внутренние напряжения, присущие каждой большой отливке, принимают иногда настолько значительную величину, что самые ничтожные причины могут повлечь за собою разрыв и поломку труб. К таким причинам можно отнести: случайные повышения уровня грунтовых вод и подвижку окружающего грунта, движение грузовозов, движение по рельсовым путям и т. п.; иногда даже достаточно небольшого толчка, чтобы по всей трубе появилась трещина.

Повреждения случаются не только с уложенными в грунт трубами, но и с трубами, приготовленными к укладке, — для примера можно указать на очень интересный случай разрыва нескольких чугунных труб, лежавших в луже на солнечном припеке и лопнувших от неравномерного нагревания (см. журнал: «Вестник Инженеров». 1916 г., № 11).

Вследствие указанных причин многие инженеры считают нежелательным применение чугуна для труб диаметром свыше 50" (1270 мм).

Вообще можно указать на очень много различных причин повреждений в трубопроводах; к таким причинам, между прочим, относятся: 1) плохая работа при укладке; 2) чрезмерная расчеканка свинцового заполнения; 3) расширение свинца в стыках при изменении температуры; 4) осадка основания; 5) осадка грунта над трубой; 6) чрезмерное давление вышележащей земли или какого-либо предмета; 7) чрезмерное давление в трубе; 8) воздух в трубе; 9) гидравлический удар; 10) сотрясения от уличного движения; 11) расширение и сжатие трубы от изменения температуры; 12) промерзание; 13) напряжения от разности температур земли и воды;

14) электролиз; 15) волосные трещины в трубе; 16) плохой металл трубы; 17) плохая отливка или плохое изготовление трубы; 18) внутренние напряжения в отливке; 19) разъедание труб и 20) особые причины.

Из всех указанных причин гидравлический удар занимает одно из первых мест. Интересны опубликованные исследования повреждения магистралей в г. Чикаго и поломки магистралей в г. Детройте, в Соед. Штатах (см. «Eng. News», 1912 и «Eng. Record», 1914). В г. Чикаго, для ослабления ударов в магистраль, решено было в общественных зданиях, встречающихся по пути последней, поставить воздушные колпаки, диаметром = 2—3 диаметрам трубы и высотой в $2\frac{1}{2}$ —4 диаметра, и иметь постоянные наблюдения над надлежащим наполнением колпаков воздухом. Кроме того рекомендовано было поставить дополнительно на каждой магистраль по два 6" предохранительных клапана и соорудить три воздушных камеры, емкостью в 1000 фут.³ (28 м³) каждая, затем уменьшить скорость воды в трубах, доводя подачу для 48" трубы в 10,8 милл. ведер в сутки, а для 42" — 7 милл. ведер.

В г. Детройте на магистраль, для уменьшения ударов, были поставлены предохранительные клапаны, и сооружена воздушная камера емкостью в 1000 фут.³, кроме того на каждом насосе были установлены большие воздушные колпаки. Вследствие применения указанных приспособлений колебания давления в трубе уменьшились с 10 фунтов до 4 фунтов.

В виду малой пригодности, за некоторыми исключениями, для водопроводов чугунных труб большого диаметра — в последнее время такие трубы весьма часто заменяются железными или стальными¹⁾, а также железобетонными. Железные трубы, превосходя во многих отношениях чугунные, имеют и существенный недостаток, а именно более легко подвергаются порче от ржавления, которое может происходить на внутренних и наружных стенках труб.

Для предохранения железных и стальных труб от ржавчины покрывают поверхность труб в горячем их состоянии различными составами (асфальтом и т. п.), кроме того внешнюю поверхность обматывают асфальтированными джутовыми лентами.

Наиболее опасными для таких труб являются солончаковые и болотные почвы. Разрушительно действуют также различные шлаки и глина, содержащая кристаллы гипса. Что касается вредного влияния примеси гипса (CaSO_4), то для выяснения указанного факта в химической лаборатории Ленинградского Технологического Института были произведены соответствующие испытания над различными образцами железа, подвергаемого действию глины, к которой примешивался в количестве 1%, гипс (более 1% примеси гипса в глине обыкновенно в природе встречается редко). Уже после кратковременного испытания (около 1½ месяца) оказалось заметное влияние примеси гипса по сравнению с контрольными образцами (без примеси гипса): выржавливание образцов, подвергавшихся действию гипса, было значительно больше. Причину подобного явления можно искать в том, что при благоприятии на гипс глины, которую можно рассматривать как слабую кислоту, образуется серная кислота, или при данных условиях в грунте имеется свободная серная кислота, которая и ускоряет разрушение железа.

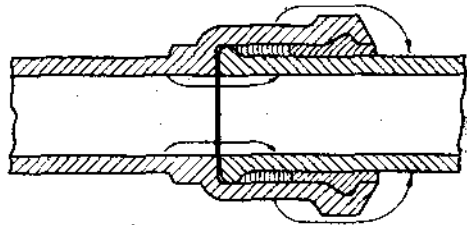
Для канализационных сетей иногда единственно подходящими трубами являются каменные керамиковые трубы, т.-е. штейнцевые, но не гончарные. При больших диаметрах такие керамиковые трубы бронируют бетоном или облицовывают кирпичом.

¹⁾ Более подходящим считается мартеновский металл, с временным сопротивлением 3600—4000 kg/cm^2 , при удлинении в 18—20%.

Наконец, одною из весьма серьезных причин порчи водопроводных труб является электролиз, на который было уже указано выше. Преимущественно с указанным явлением приходится считаться при постоянном токе и при одно-троллейной системе трамваев, когда спускаемые в рельсы обратные электрические токи переходят в землю и направляются в большей или меньшей мере по уложенным в ней металлическим трубам. Исследования этого вопроса показали, что иногда всего $\frac{1}{20}$ количества обратного тока электрического трамвая проходит по рельсам, а $\frac{1}{20}$ — по водопроводным или газовым трубам.

Влиянию блуждающих токов от электрических трамваев подвергаются все подземные металлические трубы, находящиеся даже на довольно значительном расстоянии от рельсов, например: в одном из случаев пришлось наблюдать сильное повреждение электролизом магистрали, диаметром в 16" и длиною в 420 фут.¹⁾; эта магистраль отстояла от электрической станции почти на 2 мили, и направление ее было перпендикулярно по отношению к рельсам. Вынутая часть поврежденной трубы начиналась на расстоянии 150 фут. от рельсов и кончалась на расстоянии 570 фут. В этом случае по произведенным исследованиям оказалось, что ток шел по трубе от рельсов к реке.

Основываясь на исследованиях Mr. Ch. Rowe, произведенных в Дайтоне, можно сказать, что влиянию блуждающих токов от электрических трамваев подвергаются все подземные металлические трубы (чугунные, железные, стальные, медные и свинцовые), находящиеся на расстоянии до 20 фут. от рельсов, а также и те, по которым электрические токи избирают кратчайший путь к электрической станции, все равно, будут ли они положительными, или отрицательными по отношению к рельсам. Что касается степени порчи по отношению к материалу трубы, то она может быть принята: чугун 1, железо 3 и свинец 7. Трубы малых диаметров портятся от электролиза значительно скорее, чем трубы больших диаметров.



Фиг. 345.

По исследованиям Mr. Brown сопротивление материала разрывающим усилиям после действия тока оказывалось равным лишь 69,4% от того, которое оказывал материал, не подвергавшийся действию тока.

В некоторых местах от электролиза трубы разъедаются насквозь, при этом наблюдаются как внешние, так и внутренние повреждения труб.

Самая незначительная из поддающихся измерению разниц в потенциалах достаточна для того, чтобы вызвать электролиз.

Разложение происходит во всех тех местах, где из труб выходит электричество, и в этих местах трубы покрываются ямками, при этом металл разъедается химическим веществом, освобожденным током из электролита, и осаждается на поверхности окружающих песчинок, камешков и всех тех предметов, которые могут играть роль отрицательных электродов.

Подобное же разложение происходит также во всех тех местах, где ток, идя вдоль трубы, встречает стык (см. фиг. 345) с сравнительно большим сопротивлением; при этом ток проходит или через почву (вне трубы), или внутри трубы по налету ржавчины, или по воде. Самого незначитель-

¹⁾ См. доклад инженера D. H. Maury: Proceedings of twentieth annual meeting of the American Water Works Association held at Richmond, Va. 1900. New-York, p. 121. и доклад инженера Н. П. Зимина на 5 русском водопроводном съезде. (Труды русских водопроводных съездов. 1902 г., стр. 414.)

ного сопротивления стыка достаточно, чтобы заставить часть тока выйти из трубы—и там, где ток выходит, и происходит разъедание; при этом в местах перехода тока из трубы в трубу, положительной или отрицательной области, действие электролиза бывает не так заметно, как в тех местах, где ток в положительной области вовсе оставляет трубу, так как в первом случае лишь часть тока выходит из трубы, а во втором—весь ток, но зато порча стыков происходит по всей линии водопровода и бывает потому наиболее вредна.

Когда ток переходит из рельса в рельс, то происходит то же самое, и портятся те концы рельсов и их подушек, откуда ток выходит, что происходит даже при самых лучших соединениях, известных современной технике, не исключая и сваренных соединений (welded joint).

Из сказанного можно вывести заключение, что не следует допускать проникновения токов в землю. В Америке это достигается двумя способами: дву-троллейной воздушной системой и проводной системой (conduit system), принятой в Нью-Йорке и Вашингтоне. При последней системе входящий и выходящий токи идут по проводам, проложенным в подземном жолобе, в который от каждого трамвайного электромотора спускаются два плуга. Оба провода отделены от земли изоляторами. К указанному следует прибавить, как показал опыт, что при дву-троллейной системе эксплуатация ее обходится дешевле, чем одно-троллейной системы, и дву-троллейная система надежнее, чем одно-троллейная, так как в первой провода вполне доступны, освещения вагонов не приходится прерывать, не приходится разрывать улицы, и рельсы не приходится непрерывно связывать, и их можно посыпать песком (при подъемах в гору).

По данному вопросу весьма интересные сведения имеются также в труде Dr. Michalke: *Die vagabundirenden Ströme elektrischer Bahnen*.¹⁾ В этом труде указывается, что распространение земных токов может быть уменьшено: 1) при пользовании рельсами сильного профиля, при котором сопротивление уменьшается; 2) при хорошей изоляции рельсов и более значительном удалении труб от рельсов; 3) при уменьшении нагрузки рельсов током и 4) при увеличении числа пунктов, питающих рельсы. Совершенное же устранение разъедания труб может быть достигнуто при пользовании для движения вагонов переменным током, при чем мы считаем необходимым добавить, что это будет иметь место только в том случае, если будет устранена возможность спрямления тока.

Сопротивление переходу тока из земли в трубы зависит от величины и качества труб. Обмазка труб изолирующим составом увеличивает значительно сопротивление, обмазывание же цементом, вследствие его большой проводимости, не увеличивает сопротивления и, следовательно, не является защитой от тока. Ржавчина представляет некоторую защиту. Оказывается также, что большое влияние имеют положение и свойства почвенных вод.

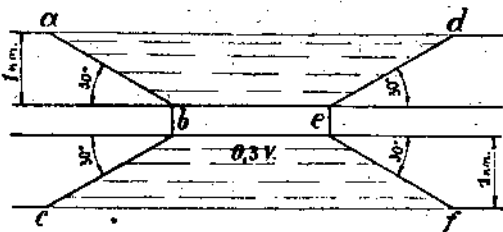
По положениям Союза немецких электротехников всякие металлические трубопроводы, соединенные проводящим образом, можно считать неповреждаемыми блуждающими токами, если ближайшие точки трубопроводов отстоят минимум на 1 километр от путей.

По указанным же положениям упомянутые трубопроводы считаются невредимыми, если они лежат между линиями *abc* и *def* (фиг. 346), образующими с направлением колеи углы в 30° и пересекающими колею в точках *b* и *e*, лежащих на расстоянии, при котором разность напряжений, отнесенная к средней годовой нагрузке, на этом пути в слое земли, непосредственно прилежащем к рельсам, не превосходит 0,3 вольта, при чем, если

¹⁾ См. Труды 7-го Русского Водопроводного съезда. 1905 г., стр. 308, сообщение инженера Л. В. Дрейера.

эксплуатационный день составляет 16 часов, то допустимое напряжение увеличивается до 0,4V. На фиг. 346 заштрихованная часть представляет собою безопасную зону для труб, в которой предельное напряжение не должно быть более 0,3V—0,4V не только между точками *b* и *e*, но и между иными.

Когда металлические трубопроводы расположены в большей своей части перпендикулярно к колею, то их можно считать невредимыми при условии, если в слое земли, непосредственно прилегающем к рельсам, в ближайшей к рельсам точке трубопровода, падение напряжения не превосходит 0,3V, отнесенное к средней годовой нагрузке.



Фиг. 346.

Аналогичного рода явления вызывают не одни только токи электрических дорог: необходимо принимать в расчет и естественные земные токи, и наибольшего внимания из них заслуживают гальванические токи, возникающие при соединении в земле различных металлов. Сильные земные токи могут возникнуть также при повреждении изоляции электрических кабелей, в особенности отрицательных, которые труднее изолировать на продолжительное время, чем положительные.

Химические свойства почвы играют при разьедании труб большую роль, а именно могут повышать проводимость почвы и тем увеличивать плотность тока на местах выхода его. По наблюдениям Гайсберга, электролитическое действие тока усиливается вследствие содержания поваренной соли в почве. Если нет плотного асфальтового покрытия мостовой, или при замощении не было сделано соответствующей заливки швов, то растворимые хлористые соединения могут проникнуть в почву и оказывать главное влияние на разьедание металлических масс, так как благодаря электролизу освобождается хлор, который особенно сильно действует на железо.

Следующее место по своему влиянию занимают сернистые соединения и сульфаты. Благодаря более трудной их растворимости, особенно гипса, они менее подвергаются разложению (за исключением того случая, когда гипс заключается в глине, как на это было уже указано выше).

Органические соли, находящиеся в земле, имеют меньшее влияние, так же как кремневая кислота и углекислые соли (карбонаты).

Союз немецких электротехников установил положение, что те трубы, соединения которых (стыки, муфты) плохо проводят ток, не находятся в опасном состоянии. Вырода изолирования мест соединений особенно выступает при разьедании или повреждении кабелей.

Совершенно меняется картина, если обратные проводники будут соединены с электрическим насосом (бустером), который сосет электричество из рельсов, т.-е. действует подобно водяному всасывающему насосу, и можно рекомендовать применение бустеров в сильно нагруженных участках обратного кабеля.

Мы более подробно остановились на влиянии блуждающих токов потому, что этому явлению весьма часто уделяется мало внимания, а между тем из всего вышесказанного можно видеть, какое большое значение оно имеет.

В конце концов мы приходим к следующим заключениям.

1) При диаметрах труб до 40" — 50" нет никаких причин избегать чугунных труб, при больших же диаметрах во многих случаях более жела-

тельно применение железных, стальных и железобетонных труб ¹⁾ из последних заслуживают внимания железобетонные трубы системы Бонна (Вонна), в которых в толще стенок помещаются стальные, сваренные, тонкостенные трубки (толщиною 0,8—3,2 мм).

2) При применении железных и стальных труб необходимо принимать меры предупреждения против образования ржавчины или химического воздействия грунта, при чем, если грунт солончаковый или имеет кислотный состав, то помимо покрытия труб предохранительными составами следует еще трубы окружать щелочными материалами—известью, мелом или цементом, раствор которого рекомендуется многими делать на снятом молоке; при воде же, содержащей большое количество свободной углекислоты, применение железных и стальных труб представляет некоторую опасность.

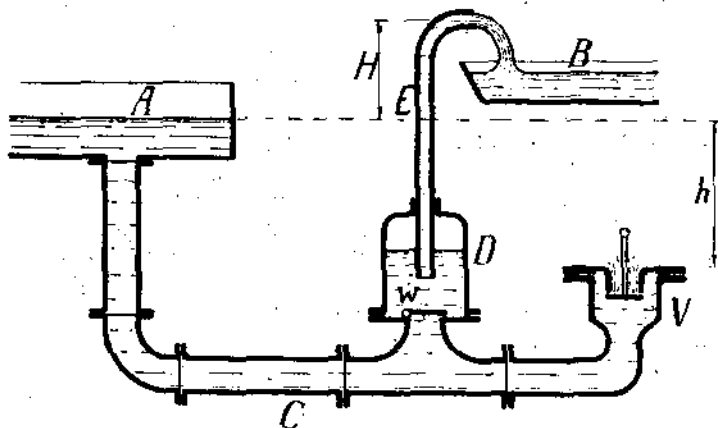
3) В случае применения чугунных труб больших диаметров (более 50") необходима установка на них больших воздушных камер и предохранительных клапанов достаточного диаметра, при чем, если длина трубопровода значительна, то воздушные камеры желательно располагать не только у насосных станций, но и по линии трубопровода, и должно быть обеспечено наполнение камер воздухом.

4) Во всех случаях следует принимать меры, предохраняющие металлические трубы от порчи электролизом, и

5) Для канализационных сетей наилучшими трубами следует признавать штейнцевые, т.-е. с водонепроницаемым черепком, имеющим пористость со 5%, в гончарных же трубах пористость черепка со 10%.

Гидравлический таран. Гидропульсор.

96. В 1796 году братья Иосиф и Этьен Монгольфье вместе с гражданином Арганом изобрели особый аппарат, так называемый гидравлический таран, действие которого основано на ударе воды. 3 ноября 1797 г. Монгольфье и Арган получили на это изобретение патент,



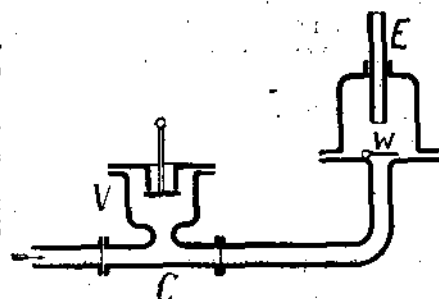
Фиг. 347.

а 13 декабря того же года взят был в Англии патент на тот же аппарат М. Бультоком. Прибор состоит из следующих частей: питающей трубы C, имеющей ударный или отбойный клапан V, воздушного колпака D, внутри

¹⁾ Во многих случаях можно с большою пользою пользоваться деревянными трубами, о которых говорилось выше.

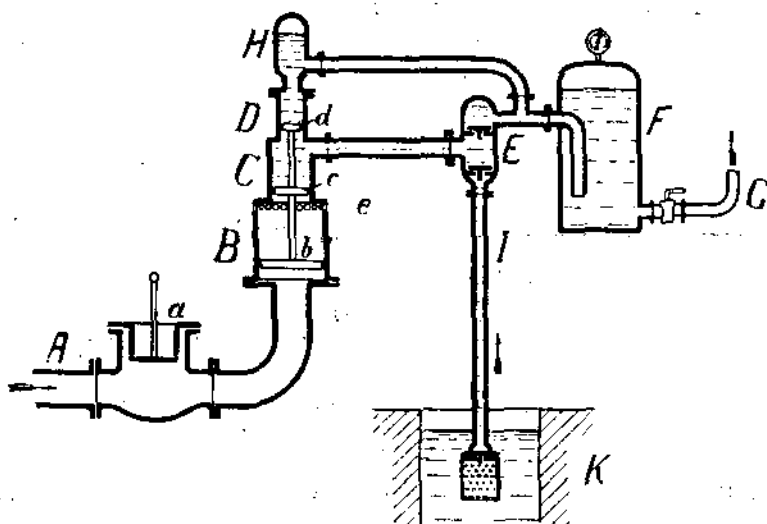
которого помещается нагнетательный клапан *и*, и напорной, или нагнетательной трубы *Е* (фиг. 347). При открытом клапане *У* вода в трубе *С*, соединенной с резервуаром *А*, получает движение, давление на клапан *У* возрастает, он запирается, тогда увеличивается и давление в трубе *С*, клапан *и* открывается—и вода по трубе *Е* подымается в резервуар *В*, находящийся выше резервуара *А*. Скорость воды постепенно уменьшается—и клапан *У* снова открывается; затем повторяются те же самые явления. Воздушный колпак *Д* смягчает удары и способствует получению непрерывной струи в напорной трубе *Е*.

Для того, чтобы клапан *У* правильно функционировал, вес его должен быть немного больше действующего на него гидростатического давления. Если клапан *У* располагается перед клапаном *и* (фиг. 348), то вес его делается несколько меньше гидростатического на него давления. В этом последнем случае клапан открывается оттого, что при движении воды по трубе *С* давление на клапан уменьшается. Для пуска в действие прибора—стоит только клапан нажать вниз, вода будет через него выливаться и закроет его, после чего вода по трубе *С* направляется к клапану *и* и подымается по трубе *Е*. При некоторой скорости движения воды в трубе *С* клапан *У* откроется, вода начнет опять выливаться и т. д.



Фиг. 348.

Существуют гидравлические тараны двойного действия, в которых ударных клапанов ставится два. Имеются также тараны, в которых производящая работу вода независима от воды или иной жидкости, подлежащей



Фиг. 349.

подъему; в подобных таранах жидкости отделяются упругими диафрагмами или поршнями; в последнем случае большею частью применяются дифференциальные поршни.

Такого устройства таран представлен на фиг. 349,—питательная труба *А*, подводящая рабочую воду и снабженная отбойным клапаном *а*,

сообщается со ступенчатым цилиндром *B, C, D*, заключающим дифференциальный поршень *b, c, d*. Средняя часть *C* цилиндра сообщается с клапанной коробкой *E*, с одной стороны соединенною со всасывающею трубою *I*, опущенною в колодец *K* с чистою питьевою водою, а с другой стороны соединенною нагнетательною трубою с резервуаром *F*, от которого ответвляется расходная труба *G*, при чем нагнетательная труба соединяется также с воздушным колпаком *H*. Как видно, рабочая и питьевая вода разобщены между собою, и при пульсациях отбойного клапана *a* рабочая вода будет приводить в колебательное движение дифференциальный поршень *a, b, c*, а питьевая вода из колодца *K* будет нагнетаться в трубу *G*. Для того, чтобы облегчить колебания поршня, часть *B* цилиндра снабжается сверху отверстиями *e*, вынужденное же опускание поршня производится нагрузкою верхней части *d* поршня, каковая совершается, при данной конструкции, напорною водою и сжатым воздухом в колпаке *H*, который может быть заменен пружиною.

Обозначим через Q_1 количество воды, в куб. метрах, поднимаемой на высоту H по трубе *E*, и Q —количество воды, выливающейся через клапан *V* в то же время; тогда коэффициент полезного действия (см. фиг. 347):

$$\eta \propto \frac{Q_1 H}{Q \cdot h},$$

где H и h выражены в метрах.

По опытам Эйтельвейна

$$\eta = 1,12 - 0,2 \sqrt{\frac{H}{h}} \dots \dots \dots (765)$$

В зависимости от величины отношения H/h этот коэффициент может быть определен из следующей таблицы:

$\frac{H}{h}$	1	2	3	4	5	6	8	10	12	15	20
η	0,920	0,837	0,774	0,720	0,678	0,630	0,555	0,488	0,427	0,345	0,226

Определивши η при данном отношении H/h , легко уже найти для требуемого количества Q_1 потерю Q :

$$Q = \frac{Q_1 \cdot H}{\eta \cdot h} \dots \dots \dots (766)$$

Все количество расходуемой воды будет

$$Q + Q_1.$$

Диаметр d питательной трубы *C* в миллиметрах определяется следующей формулою:

$$d_{mm} = 300 \sqrt{60(Q + Q_1)}, \dots \dots \dots (767)$$

где количество $Q + Q_1$ выражает собою расход в куб. метрах в секунду.

Диаметр напорной трубы *E*

$$d_1 \cong \frac{1}{2} d \dots \dots \dots (768)$$

Длина *l* трубы *C* должна сообразоваться с высотой напорной трубы *n* в метрах

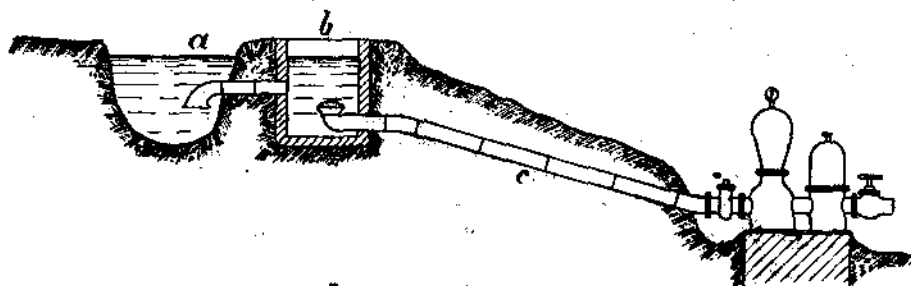
$$l_m = H + 0,8 \frac{H}{h} \dots \dots \dots (769)$$

По опытам Общества W. Gargens в Ганновере над гидравлическими таранами получились следующие результаты:

Подача в 1 минуту в литрах.	Длина пита- тельной трубы в метрах.	Длина напор- ной трубы в метрах.	Диаметр питательной трубы в мм.	Диаметр напорной трубы в мм.
От 3 до 7,5	от 3 до 15.	до 6 а.	20	10
> 6 > 15			25	13
> 11 > 23			32	13
> 22 > 53			50	20
> 45 > 94			63	25
> 110 > 150	от 3 до 15.	до 6 а.	76	32

Длину питательной трубы *C* нежелательно делать менее 5*h* (фиг. 347). Если местные условия не позволяют устраивать прямую питательную трубу, удовлетворяющую вышеуказанному условию, то в последнюю включают спиральную трубу или змеевик; диаметр трубы тогда следует увеличивать.

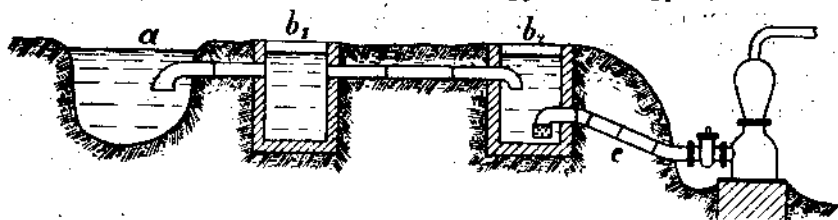
Обыкновенно считают максимальный подъем на 35-кратную высоту, т.-е. $H = 35h$, хотя возможно достигнуть и большей высоты. Весьма многие фирмы считают нормальным подъемом 7—10-кратный. На практике тараны обыкновенно устанавливаются при падениях до 21 *m* (70'), и как минимальное падение считается 0,6 *m* (2'). Наибольшая высота нагнетания достигалась на 107 *m* (со 350'), а наибольшее протяжение подачи доходило до 2225 *m* (со 7300'), наибольшая подача в сутки обыкновенно ограничивалась 245 980 *l* (20 000 ведер).



Фиг. 350.

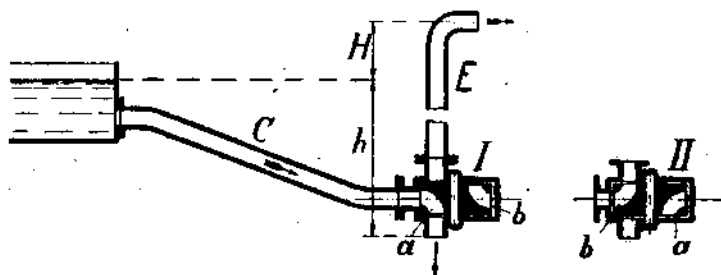
При падении более 15 *m* (со 7 саж.) отбойные клапаны довольно скоро повреждаются от сильных ударов, во избежание чего прибегают к особому рода установкам, при которых полезное падение уменьшается включением цистерны, устраивать которые приходится также в тех случаях, когда имеется очень серная вода. Если река, пруд или озеро очень загрязнены мусором, то поблизости устраивают небольшую цистерну *б* (фиг. 350) и соединяют ее с источником *а* трубою большего диаметра, цистерна будет играть роль отстойного колодца.

Если таран располагается в большом отдалении от источника, то рекомендуется устанавливать одну или две цистерны b_1, b_2 (фиг. 351), в последнюю цистерну включается питательная труба c . Трубы, соединяющие



Фиг. 351.

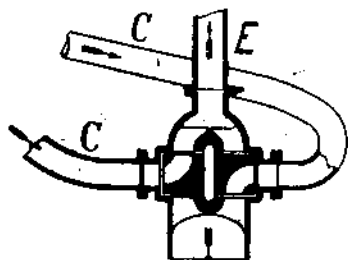
цистерны, должны иметь возможно больший диаметр, чтобы уменьшить потерю напора от вредных сопротивлений. При малых таранах роль цистерн могут выполнять простые деревянные бочки.



Фиг. 352.

Для уменьшения напора — цистерны, которых устраивается иногда несколько, располагаются ступенями, при чем на соединительных трубах ставятся задвижки или иные ватворы.

Выше были рассмотрены обыкновенные тараны, в которых отбойный клапан открывается действием собственного веса, а закрывается давлением воды, но имеются тараны, в которых открытие и закрытие отбойного клапана производится принудительно; в этом случае коэффициент полезного действия повышается, и отбойные клапаны не так повреждаются.



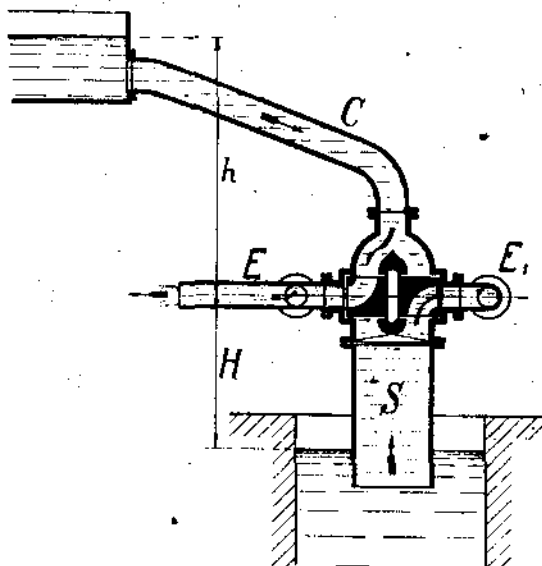
Фиг. 353.

А. Абрахам изобрел прибор, по принципу действия весьма сходный с гидравлическим тараном, и этот прибор получил название гидропульсор¹⁾. В нем отбойный и нагнетательный клапаны заменены турбинным колесом ab (фиг. 352), вращаемым водою, подводимою питательною трубою C , из которой вода, при положении I, выливается наружу, а при положении II нагнетается в трубу E . Воздушного колпака в этом приборе обыкновенно не ставится, так как пульсации происходят не особенно интенсивно, но главное преимущество его

состоит в том, что возможно в кожух турбинного колеса включить несколько питательных труб C (фиг. 353) и тем увеличить производительность прибора по сравнению с тараном.

¹⁾ См. Вестник Общества Технологов. 1913 г., № 21, стр. 697.

Выше были описаны напорные гидропульсоры, но подобные приборы могут быть устроены и как всасывающие (фиг. 354). Вода всасывается по трубе S поочередно в отводные трубы E и E_1 , сообщающиеся между собой, и рабочая вода, подводимая питательной трубой C , также вводится в те же трубы, из коих труба E является, таким образом, камерой или трубой смещения всасываемой и рабочей воды. Труб E и E_1 может быть включено в кожух несколько, как и в вышеописанном напорном гидропульсоре, чем также увеличивается производительность всасывающего гидропульсора.

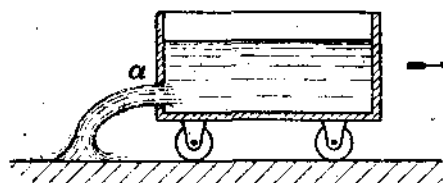


Фиг. 354.

Гидропульсоры применяются для водоснабжения, увеличения напора в гидравлических силовых установках, а также для орошения и осушения и т. п.

Реактивное действие воды.

97. Выше было рассмотрено активное давление, но кроме него существует еще реактивное (реакционное) давление. Реактивное давление появляется при истечении жидкости из отверстия в стенке сосуда и действует на стенки по направлению, диаметрально-противоположному вытекающей из него струе. Так, напр., если бы имели сосуд, наполненный водою и поставленный на колеса, то, благодаря истечению воды из отверстия a , жидкость производила бы реактивное давление на противоположную стенку, и сосуд мог бы перемещаться по направлению стрелки (фиг. 355).



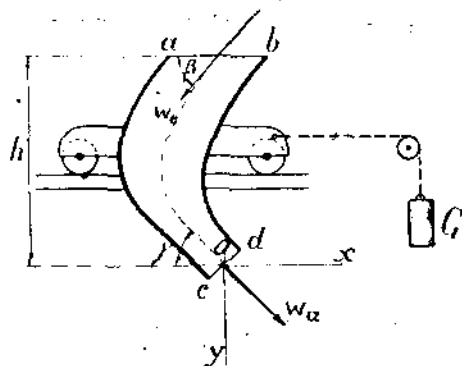
Фиг. 355.

Говоря вообще, одно реактивное действие, производящее движение сосуда, невозможно, так как истечение из боковой стенки всегда сопровождается отклонением струи внутри сосуда, что производит активное давление.

Напротив, чисто-активное действие не только теоретически возможно, но и практически выполнимо.

Для выяснения этого вопроса — представим себе, что у нас имеется сосуд $abcd$, соединенный с тележкой, могущей перемещаться по рельсам и удерживаемой грузом G (фиг. 356). Предположим, что жидкость вступает в сосуд со скоростью w , и покидает его — со скоростью w_a . Положим, направление конечных элементов средней струйки образует с горизонталями углы β и γ ; тогда можно принять, что такие же углы будут образовывать с горизонталями и направления скоростей w_s и w_a .

Под влиянием протекающей через сосуд жидкости он будет стремиться перемещаться влево — активным давлением, происходящим вследствие искривления струйки, и реактивным — вследствие истечения из концевой отверстия cd , производящим давление в направлении, противоположном направлению истечения.



Фиг. 356.

Будем считать движение установившимся и применим к данному случаю уравнение проекций количества движения. Обозначим проекции полного давления или силы P , действию которой подвергается сосуд, на горизонтальную ось x через P_h и на вертикальную ось y через P_v ; через Q

обозначим объем жидкости, протекающей в единицу времени, тогда получим следующие уравнения:

$$P_h = \frac{\Delta Q}{g} (w_a \cos \gamma + w_c \cos \beta) \dots \dots \dots (770)$$

$$P_v = \frac{\Delta Q}{g} (w_a \sin \gamma - w_c \sin \beta) \dots \dots \dots (771)$$

Когда жидкость находится в спокойном состоянии, когда нет протекания ее в сосуде, что имеет место, когда закрыто отверстие cd , — то $w_c = w_a = 0$, и давление воды в канале сосуда даст в вертикальном направлении равнодействующую, равную весу жидкости, заключающейся в сосуде, и в горизонтальном направлении равнодействующую $= 0$.

Если откроем отверстие cd , и в канал сосуда будет вводиться со скоростью w_c жидкость, то последняя, вытекая через отверстие cd , будет производить давления на стенки сосуда в направлениях — x и — y , при чем проекции этих давлений на оси координат будут — P_h и — P_v , а полное давление будет:

$$P = \sqrt{P_h^2 + P_v^2},$$

или

$$P = \frac{\Delta Q}{g} \sqrt{(w_a \cos \gamma + w_c \cos \beta)^2 + (w_a \sin \gamma - w_c \sin \beta)^2} \dots \dots (772)$$

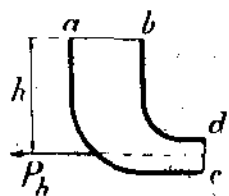
Если $w_c \sin \beta = w_a \sin \gamma$, т.е. в вертикальном направлении не будет происходить изменения скорости, то:

$$P = P_h = \frac{\Delta Q}{g} (w_a \cos \gamma + w_c \cos \beta), \dots \dots \dots (773)$$

и получается горизонтальная сила в направлении — x (справа налево), действующая на стенки сосуда.

Положим, $w_c = 0$, и сосуду придана такая форма, что $\angle \beta = 90^\circ$, и $\angle \gamma = 0$ (фиг. 357), тогда из ур. (770) и (771) получаем:

$$P_h = \frac{\Delta Q}{g} w_a.$$



Фиг. 357.

Если обозначим площадь отверстия cd через ω_a , то

$$Q = \omega_a \cdot w_a,$$

и

$$P_h = \frac{\Delta \omega_a w_a^2}{g} = 2 \Delta \omega_a \frac{w_a^2}{2g} \dots \dots \dots (774)$$

При $w_c = 0$ можно принять:

$$\frac{w_a^2}{2g} = h,$$

и тогда:

$$P = P_h = 2 \Delta \omega_a h, \dots \dots \dots (775)$$

т.-е. полное давление равняется горизонтальному давлению на стенки сосуда и равняется двойному весу столба жидкости, площадь основания которого $= \omega_a$ (площади отверстия истечения), а высота $= h$, т.-е. равняется высоте столба жидкости, считая от оси отверстия истечения (фиг. 357). Это можно объяснить тем, что кроме реактивного давления, в данном случае, как на это уже указывалось, имеется еще активное давление.

Если закрыть отверстие истечения, то на площадь его гидростатическое давление равняется

$$(P_h)_r = \Delta \omega_a h.$$

Это и будет представлять собою реактивное давление, но из равенства (775) видно, что точно такое же должно быть и активное давление; и действительно, в данном случае струя отклоняется на 90° , так как мы приняли $\angle \beta = 90^\circ$ и $\angle \gamma = 0$, т.-е. мы имеем случай, нами уже рассмотренный (см. рав. 685), для которого мы имели:

$$R = 2 \Delta \omega \frac{r^2}{2g}.$$

Здесь за r мы можем принять среднюю скорость и положить ее равную

$$\sqrt{2g \frac{h}{2}},$$

а тогда активное давление

$$(P_h)_a = 2 \Delta \omega_a \frac{h}{2} = \Delta \omega_a h.$$

Как видно, при сделанных предположениях активное давление равняется реактивному, и полное давление равняется сумме их.

Уравнения (770) и (771) можно преобразовать. Обозначим величину площади вступления ab через ω_c , тогда уравнение сплошности примет следующий вид:

$$Q = \omega_c \cdot w_c = \omega_a \cdot w_a.$$

Отсюда определим величину n — отношения между скоростями w_c и w_a в зависимости от площадей вступления и истечения, т.-е. найдем, что

$$n = \frac{w_c}{w_a} = \frac{\omega_a}{\omega_c}.$$

Принимая во внимание два предыдущих равенства и вынося в уравнениях (770) и (771) величину w_a за скобки, получим:

$$P_h = \frac{\Delta Q}{g} w_a \left(\cos \gamma + \frac{w_c}{w_a} \cos \beta \right) = \frac{\Delta Q}{g} w_a (\cos \gamma + n \cos \beta) = \frac{\Delta}{g} \omega_a \cdot w_a^2 (\cos \gamma + n \cos \beta)$$

$$P_v = \frac{\Delta Q}{g} w_a \left(\sin \gamma - \frac{w_c}{w_a} \sin \beta \right) = \frac{\Delta Q}{g} w_a (\sin \gamma - n \sin \beta) = \frac{\Delta}{g} \omega_a \cdot w_a^2 (\sin \gamma - n \sin \beta)$$

Учитывая влияние скорости w_e и величины падения h (см. фиг. 356), можем написать, что

$$\frac{w_a^2}{2g} = \frac{w_e^2}{2g} + h = \frac{w_e^2 \cdot n^2}{2g} + h,$$

откуда

$$\frac{w_a^2}{2g} (1 - n^2) = h,$$

или

$$w_a^2 = \frac{2gh}{1 - n^2}.$$

Подставляя это значение для w_a^2 в вышеприведенные уравнения, получим:

$$P_h = 2 \Delta \omega_a h (\cos \gamma + n \cos \beta) \frac{1}{1 - n^2} \dots \dots \dots (776)$$

$$P_v = 2 \Delta \omega_a h (\sin \gamma - n \sin \beta) \frac{1}{1 - n^2} \dots \dots \dots (777)$$

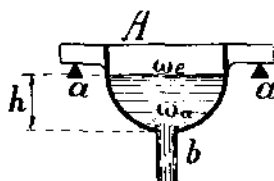
До сих пор мы не учитывали влияния гидравлических сопротивлений, но, если принять их во внимание, то это отразится на величине скорости w_a , и вместо нее придется в уравнения (776) и (777) подставить величину $\varphi \cdot w_a$, где φ — некоторый численный коэффициент, меньший единицы; тогда получим:

$$P_h = 2 \Delta \omega_a h (\cos \gamma + n \cos \beta) \frac{\varphi^2}{1 - n^2} \dots \dots \dots (778)$$

и

$$P_v = 2 \Delta \omega_a h (\sin \gamma - n \sin \beta) \frac{\varphi^2}{1 - n^2} \dots \dots \dots (779)$$

Покажем применение этих уравнений и решим такую задачу: положим, имеется сосуд A (фиг. 358), наполняемый жидкостью и удерживаемый опорами a, a ; в дне сосуда имеется отверстие b , через которое происходит вытекание жидкости, при чем свободная поверхность жидкости держится на постоянном уровне. Спрашивается: как изменяется давление на опоры по сравнению с тем случаем, если бы отверстие b было закрыто, и жидкость, находящаяся на том же уровне, не вытекала?

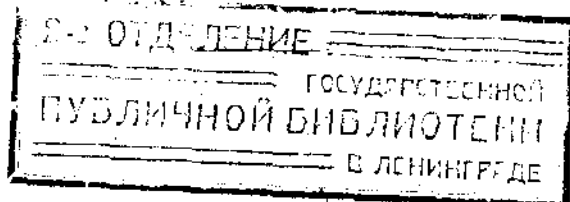


Фиг. 358.

Ясно, что в данном случае появляется реактивное давление, действующее вверх и уменьшающее давление сосуда на опоры. Определим величину этого реактивного давления P_v ; положим, площадь свободной поверхности жидкости $= \omega_e$, и площадь отверстия истечения $= \omega_a$, тогда $n = \omega_e : \omega_a$; в данном случае $\angle \beta = \angle \gamma = 90^\circ$, и $\sin \gamma = \sin \beta = 1$, а потому:

$$P_v = 2 \Delta \omega_a h (1 - n) \frac{\varphi^2}{1 - n^2} = 2 \Delta \omega_a h \frac{\varphi^2}{1 + n} \dots \dots \dots (780)$$

На величину этого давления P_v и уменьшается давление сосуда на опоры.



ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО РСФСР

МОСКВА — ЛЕНИНГРАД

РУКОВОДСТВА И НАУЧНЫЕ ПОСОБИЯ ДЛЯ ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ

- Александров, В. А. — Наглядный электротехнический задачник. С решениями. Часть I. Постоянный ток. Изд. 3-е. 164 стр. Ц. 2 р.
- Бирон, Е. В. — Учение о газах и жидкостях. Под редакцией и с дополнительной главой проф. О. Д. Хвольсона. С 23 рисунками и 56 таблицами. 253 стр. Ц. 2 р. 20 к.
- Блей, В. Г. — Иригационные сооружения. Вып. I. 181 стр. Ц. 1 р. 50 к.
- Бокий, Б. И., проф. — Практический курс горного искусства. Том I. Основы горного искусства. 3-е изд. 392 стр. Ц. 3 р. 40 к.
- Бокий, Б. И., проф. — Практический курс горного искусства. Том II. Горные работы, разведки и бурение. 3-е изд. 686 стр. Ц. 5 р. 50 к.
- Бокий, Б. И., проф. — Практический курс горного искусства. Том III. Эксплуатация месторождений. 680 стр. Ц. 5 р. 50 к.
- Брандт, А. А. — Основания термодинамики. Сокращенный курс. Настоящая книга в первом издании удостоилась большой премии Академии Наук. 256 стр. Ц. 3 р.
- Вальтер, А. Ф., В. И. Кондратьев и Ю. Б. Харитон. — Задачник по физике. Под редакцией акад. А. Ф. Иоффе. 83 стр. Ц. 75 к.
- Вильямс, Вл., проф. — Основные свойства топлива и способы их определения. 221 стр. Ц. 2 р. 25 к.
- Вильямс, Р. — Проектирование работ по укреплению речных русел. С 13 чертежами. Перевод с английского С. А. Рейхмана, инженера путей сообщения. 51 стр. Ц. 1 р.
- Гавриленко, А. П. — Механическая технология металлов. Часть II. Литейное дело. Полное руководство к устройству литейных и ведению в них работ. Выпуск II. Формовка. Отливка. Очистка литья. Изд. 4-е, посмертное. Под ред. И. П. Залесского. 344 стр. Ц. 5 р.
- Дейша, А. В., проф. — Гидравлика для начинающих. С рисунками в тексте. Допущ. ГУС'ом. 92 стр. Ц. 1 р. 25 к.
- Дувелир, Г. Д., проф. — Дорожное дело. Часть I. Основные понятия. С. 143 фиг. в тексте. 138 стр. Ц. 2 р. 30 к.
- Евангулов, М. Г. — Технология металлов. Литейное дело. 2-е изд. 237 стр. Ц. 3 р.
- Залесский, И. П. — Заводские топки и печи. 224 стр. Ц. 2 р. 30 к.
- Кандидов, П. П., проф. — Задачи по электричеству. Пособие для групповых занятий. 150 стр. Ц. 1 р. 50 к.
- Коновалов, Д. П. — Материалы и процессы химической технологии. Ч. I. (Химическая технология. Том I.) 104 стр. Ц. 75 к.
- Коновалов, Д. П. — Материалы и процессы химической технологии. Ч. II. (Химическая технология. Т. I.) 273 стр. Ц. 2 р.
- Ляхницкий, В. Е., проф. — Курс морских и речных портов. С 422 рис. в тексте и 12 автотипиями на отдельных таблицах. 404 стр. Ц. 6 р. 50 к.
- Меншуткин, И. А. — Аналитическая химия. Издание тринадцатое, значительно дополненное. 420 стр. Ц. 5 р. 50 к.

Библиотечка
Балтийского Политехнического

ИНСТИТУТА

Инв. №

40425

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО РСФСР

МОСКВА — ЛЕНИНГРАД

РУКОВОДСТВА И НАУЧНЫЕ ПОСОБИЯ ДЛЯ ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ

- Михаилис, Л., проф. — Практикум по физической химии, преимущественно по коллоидной химии. Перевод Б. и М. Перфильевых, под редакцией и с введением проф. В. А. Кистяковского. 2-е испр. изд. 194 стр. Ц. 1 р. 50 к.
- Образцов, В. Н. — Энциклопедия путей сообщения. Вводный курс. 240 стр. Ц. 2 р. 75 к.
- Павловский, А. К. — Курс отопления и вентиляции. Часть I. Общие сведения и местные приборы. 5-е изд. 322 стр. Ц. 2 р. 50 к.
- Радциг, А. А. — Таблицы и диаграммы для водяного пара. 3 таблицы, 96 стр. Ц. 1 р. 40 к.
- Сидоров, А. И., проф. — Курс деталей машин. В двух частях с атласом из 54 таблиц. Часть вторая. 270 стр. Ц. 4 р.
- Сидоров, А. И. — Детали машин. Таблицы чертежей к I и II частям. 54 таблицы. Ц. 6 р.
- Смуров, А. А., проф. — Электротехника высокого напряжения и передача электрической энергии. С 379 фигурами. VIII + 443 стр. Ц. 5 р. 75 к.
- Уокер, Д. — Введение в физическую химию. Перевод с 7 англ. изд. Я. П. Мосешвили. С предисловием акад. П. И. Вальдена. 2-е русск. изд., просм. и испр. проф. Н. А. Шиловым. VII + 350 стр. Ц. 3 р.
- Ушаков, Н. — Канализация населенных мест. I. Общие основания устройства водостоков и составление проекта водосточной сети. С 42 рис. 122 стр. Ц. 1 р. 10 к.
- Фокин, Л. Ф. — Методы и орудия химической техники. Часть I. Обработка газов. (Химическая технология. Том II.) 291 стр. Ц. 3 р. 50 к.
- Фокин, Л. Ф. — Методы и орудия химической техники. Часть II. Обработка жидкостей. С 281 фиг. и 20 табл. в тексте и предметным указателем. (Химическая технология. Т. II.) 540 стр. Ц. 9 р. 50 к.
- Фрайман, И. Г., проф. — Курс радиотехники. 342 стр. Ц. 6 р.
- Хвольсон, О. Д. — Курс физики. Том дополнительный. Физика 1914 — 1925 г.г. Часть I. 398 стр. Ц. 3 р. 75 к.
- Холуянов, Ф. И. — Альтернаторы и преобразователи переменного-постоянного тока. Краткое руководство к теоретическому и практическому изучению их работы. 3-е изд. 180 стр. Ц. 2 р.
- Холуянов, Ф. И. — Асинхронные двигатели однофазного и трехфазного тока. Краткое руководство к теоретическому и практическому изучению их работы. 164 стр. Ц. 2 р.
- Холуянов, Ф. И. — Трансформаторы однофазного и трехфазного тока. Краткое руководство к теоретическому и практическому изучению их работы. 136 стр. Ц. 1 р. 75 к.
- Шенфер, К. И. — Динамомашин постоянного тока. Часть I. Теория (Обмотки, коммутация и характеристики.) 189 стр. Ц. 2 р.
- Шпатель, проф. — Осушение почвы подземным дренажем. Перев. с нем. с изменениями и дополнениями инженера-агронома А. Д. Дубаха. 96 стр. Ц. 1 р. 20 к.
- Штинин, И., Мушкетов, Д. — Техническая геология. С 78 фиг. в тексте. 305 стр. Ц. 3 р. 50 к.