

ГРОМКОГОВОРИТЕЛИ

МАК-ЛАКЛЕН

РАДИОИЗДАТ



LOUD SPEAKERS

BY

N. W. McLACHLAN

D. Sc (ENGINEERING) LONDON

M. I. E. E.

OXFORD

AT THE CLARENDON PRESS

1934

621.396.623

M15

23 MAR 1957

ГРОМКОГОВОРИТЕЛИ

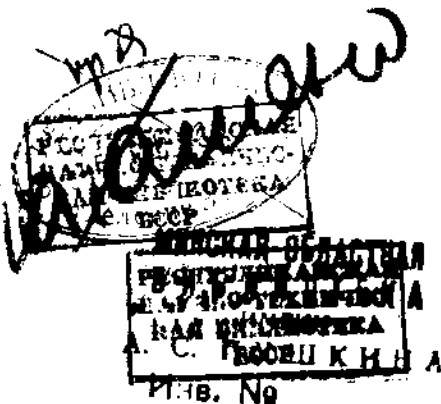
ДЕП

МАК-ЛАКЛЕН

СОКРАЩЕННЫЙ ПЕРЕВОД С АНГЛИЙСКОГО

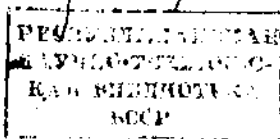
ПОД РЕДАКЦИЕЙ

И. С. РАБИНОВИЧА и С. И. ГИРШГОРНА



МОСКВА

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО ПО ВОПРОСАМ РАДИО



Технический редактор *М. А. Забелинский*
Корректора: *Л. Баранова* и *Е. Куканова*

Сдано в набор 27 августа 1937 г. Подписано к печати 1 февраля 1938 г. Формат $\frac{1}{16}$ доля 60×92 см. Объем 12,5 печ. листов, 13,5 автор. Тираж 3500 экз. Уполном. Главлита № Б-33035. Радиоиздат № 23. Зак. тип. № 3403.

1-я Образцовая тип. Огиза РСФСР треста "Полиграфкнига". Москва, Валовая, 28.

СПИСОК ОПЕЧАТОК

к книге «Громкоговорители» Мак-Лаклен

Страница	Строка	Напечатано	Следует читать
	Сверху		
40	40	$\tau; \tau$ (тау)	$\tau; \tau$
»	42	φ (фи)	ϕ (фи)
»	43	$\varphi_0; \varphi_1$ и т. д.	$\phi_0; \phi_1$ и т. д.
75	49	$= 2\pi b\tau$	$= 2\pi b\phi$

СОДЕРЖАНИЕ

	<i>Стр.</i>
Предисловие	6
Обозначения	7
I. Определения	11
II. Распространение звука	16
III. Реакция среды на вибратор. Добавочная масса	56
IV. Виды собственных колебаний	69
V. Пространственное распределение звука, излучаемого колеблющейся диафрагмой	86
VI. Акустическая мощность, излучаемая колеблющейся поверхностью	108
VII. Теория звуковой катушки	124
VIII. Громкоговоритель с излучателем в виде жесткого диска	136
IX. Электростатические громкоговорители	148
X. Теория рупоров	163
XI. Звуковые волны конечной амплитуды	182
XII. Переходные процессы	188
Библиография	194

ПРЕДИСЛОВИЕ

Книга N. W. McLachlan'a „Громкоговорители“ посвящена вопросам теории, испытания и проектирования громкоговорителей. По содержанию ее можно разбить на две почти равные части: первую с I по XII главу — теоретическую и вторую с XIII по XX — практическую.

К сожалению (книга эта писалась до 1934 г.) практическая часть устарела и не представляет в настоящее время сколько-нибудь значительного интереса.

Поэтому при издании русского перевода книги „Громкоговорители“ мы сочли целесообразным сократить ее объем. В перевод почти полностью вошла теоретическая часть книги, посвященная глубокому анализу принципов работы громкоговорителя. Эта часть (гл. I—XII) собственно и представляет основную ценность труда McLachlan'a. Главы с XIII по XX опущены. •

Нужно полагать, что эта книга, как пособие по основным вопросам распространения и воспроизведения звука получит широкое распространение среди студентов высших учебных заведений и инженерно-технических работников, которым приходится в том или ином виде иметь дело с вопросами акустики и электроакустики.

ОБОЗНАЧЕНИЯ

- a, a_s — радиус, математическая постоянная; коэффициент поглощения.
 b — радиус $< a$, математическая постоянная или переменная, ширина.
 c — скорость звука в свободной атмосфере, около $3,43 \cdot 10^4$ см/сек.
 d, db — расстояние между источниками звука; децибелы.
 e, e — основание неперовых логарифмов; плотность звуковой энергии.
 f, f — общая сила, общее давление на поверхность; сила на единицу площади.
 g — математический символ.
 $i = \sqrt{-1}$.
 k, k_1 — фазовая постоянная $\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$; постоянная как напр. в $I_0(k_1 x)$.
 l — длина, математический символ.
 m, m_e, m_c — общая масса, математический символ; эффективная масса; масса катушки и ее каркаса.
 m'_c, m_f — масса одной катушки; масса одного каркаса.
 m_i, m_n, m_q — добавочная масса; натуральная масса; эффективная масса.
 n — число витков, математический символ.
 p — эффективное избыточное звуковое давление.
 p_0 — среднее статическое давление.
 p — общее давление ($p + p_0$) при наличии звука.
 p_i — инерционная или реактивная компонента звукового давления на поверхность.
 p_a — активная компонента звукового давления на поверхность.
 q — модуль Юнга.
 r, r — радиус, расстояние точки от излучателя; механическое сопротивление на единицу площади.
 r_a — акустическое сопротивление рупора, трубы и т. п.
 r_r — механическое сопротивление, связанное со звуковым излучением.
 r_v — механическое сопротивление, связанное с внутренними потерями в вакууме.
 r_e — общее механическое сопротивление ($r_r + r_v$).
 s, s — упругость или натяжение; сжатие среды.
 t — время, толщина.
 u — радиальная скорость сферического вибратора, скорость частиц в звуковой волне.

- u_0, u_1 и т. д. — компоненты радиальной скорости различных порядков сферического вибратора.
- v, v_r — скорость вибратора, скорость частиц воздуха; радиальная скорость распространения в диафрагме.
- w — составляющая скорости частицы вдоль оси z .
- x, x_e — координата, радиус окружности; эффективное механическое сопротивление (ωm_e).
- x — механическое реактивное сопротивление на единицу площади.
- x_a — акустическое реактивное сопротивление на единицу площади рупора, трубы и т. д.
- y — координата.
- z, z — координата ka , где a — радиус вибратора; механический импеданс на единицу площади.
- z_a — акустический импеданс рупоров, труб и т. д.
- z_e — эффективный механический импеданс в воздухе ($r_e + i\omega m_e$).
- z_v — эффективный механический импеданс в вакууме.
- A, A_1 — площадь; постоянная.
- B — плотность магнитного потока.
- C^2, C_m, C — коэффициент электромеханического преобразования; электрическая емкость движения; емкость.
- D, D_1 — оператор $\frac{d}{dt}$; постоянная.
- E — э. д. с., разность потенциалов.
- $F, F(\alpha, \beta, \gamma, x^2)$ — магнитодвижущая сила, гипергеометрическая функция.
- $G, G_1, G_2 = \frac{J_1(z)}{z}; \left[1 - \frac{J_1(2z)}{z} \right]; \frac{H_1(2z)}{z}$, где $z = ka$.
- $G_3 = \frac{\sin z}{z} = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} J_{1/2}(z)$
- H — напряженность магнитного поля.
- H_0, H_1 — функция Струве нулевого порядка [221]; первого порядка.
- I, I — ток; момент инерции.
- I_0, I_1 — модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка [213]; первого порядка.
- J_0, J_1 — функция Бесселя первого рода нулевого порядка [213]; первого порядка.
- K_0, K_1 — модифицированная функция Бесселя второго рода нулевого порядка [213]; первого порядка.
- L, L_0 — индуктивность; индуктивность репродуктора с фиксированной мембраной.
- L_1 — индуктивность репродуктора при свободной мембране.
- L_m, L_v — индуктивность движения при колебаниях в воздухе ($L_1 - L_0$); то же в вакууме ($L_{1v} - L_0$).
- P — излучаемая звуковая мощность; постоянная распространения в кабеле.
- P — мощность, излучаемая с обеих сторон жесткого диска в бесконечном экране при $ka \leq 0,5$.
- $P_n(\mu)$ — функция Лежандра порядка n [217], $\mu = \cos \theta$.
- Q — количество электричества.

- R — электрическое сопротивление, расстояние от точки до вибратора.
 R_0 — электрическое сопротивление репродуктора с фиксированной мембраной.
 R_1 — электрическое сопротивление репродуктора при свободной мембране.
 R_m — электрическое сопротивление движения в воздухе ($R_1 - R_0$).
 R_r — электрическое сопротивление движения, связанное со звуковым излучением.
 R_l — электрическое сопротивление движения, связанное с механическими потерями в воздухе.
 R_v — электрическое сопротивление движения, связанное с механическими потерями в вакууме.
 R_i — внутреннее сопротивление лампы.
 $S; S; S_0$ — магнитная утечка; напряженность простого источника.
 $S_d; S_n(\mu)$ — напряженность двойного источника; шаровая функция l -го порядка.
 $T; T_v$ — кинетическая энергия колеблющейся в воздухе системы; то же для вакуума.
 U — эффективное значение радиальной скорости.
 $V; V$ — потенциальная энергия; объем.
 X — электрическое реактивное сопротивление ωL .
 $Y_0; Y_1$ — функция Бесселя второго рода нулевого порядка [221]; первого порядка.
 Z — электрический импеданс $R + i\omega L = R + iX$.
 Z_0 — электрический импеданс репродуктора с фиксированной мембраной.
 Z_1 — электрический импеданс репродуктора при свободной мембране.
 Z_m — электрический импеданс движения в воздухе ($Z_1 - Z_0$).
 Z_v — электрический импеданс движения в вакууме.
 α (альфа) — показатель затухания в $e^{-\alpha t}$.
 β (бета) — показатель расширения в экспоненциальном рупоре; математический символ.
 γ (гамма) — математический символ.
 $\delta; \delta$ (дельта) — математический символ; частный дифференциал.
 ϵ (эпсилон) — математический символ.
 ζ (зета) — частотный поправочный коэффициент.
 η (эта) — коэффициент полезного действия.
 θ (тета) — угол в полярных координатах.
 κ (каппа) — диэлектрическая постоянная; коэффициент объемной упругости.
 λ (лямбда) — длина звуковой волны.
 μ (мю) — магнитная проницаемость, $\cos \theta$; коэффициент усиления лампы.
 ν (ню) — математический символ.
 $\xi; \xi_0$ (кси) — амплитуда; амплитуда в центре, $\xi = \xi e^{i\omega t}$.
 $\xi; \ddot{\xi}$ — аксиальная скорость и ускорение в гармоническом движении.

- π (пи) — отношение длины окружности к диаметру.
 $\tilde{\omega}$ — математический символ.
 ρ_0 (ро) — нормальная плотность воздуха.
 ρ — плотность воздуха при прохождении звуковой волны; плотность вещества.
 ρ_1 — масса на единицу площади.
 ρ_2 ; ρ_t — плотность материала; добавочная масса на единицу площади.
 σ (сигма) — коэффициент Пуассона < 1 .
 τ , τ (тау) — общее радиальное натяжение мембраны; радиальное натяжение на единицу длины.
 φ (фи) — потенциал скорости, угловое смещение.
 φ_0 ; φ_1 и т. д. — составляющие потенциала скорости, соответствующие шаровым функциям различных порядков.
 φ — переменный параметр, отношение двух коллечеств.
 χ (хи) — долгота в сферических координатах.
 ψ (пси) — угол при вершине конуса.
 ω (омега) — $2\pi \times$ частоту, круговая частота.
 Γ (гамма) — математический символ.
 Δ (дельта) — . . . ; расширение среды.
 Θ_n (тега) — . . .
 Λ (ламбда) — . . .
 Ξ_n (кси) — поправочный частотный коэффициент.
 Π (пи) — математический символ.
 Σ (сигма) — . . . , обозначающий сумму.
 Υ (эпсилон) — . . .
 Φ (фи) — общий магнитный поток; общий звуковой поток.
 Ω (омега) — телесный угол.
 ∇^2 — оператор Лапласа-набла квадрат $= \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$.

Математические символы

- $\div$ примерно равно
 $\equiv$ эквивалентно
 $\sim$ пропорционально
 $\rightarrow$ стремится к

1. ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Нижеследующий перечень определений дан для того, чтобы избежать недоразумений, которые могли бы возникнуть при чтении. Определения, обозначенные звездочками, взяты из отчетов о стандартах Американского акустического общества ¹.

1. Бар. Давление в одну дину на квадратный сантиметр.

2. Статическое давление (p_0). Давление в жидкой или газообразной среде при отсутствии звуковых волн (выражается в барах). Нормальное атмосферное давление приблизительно равно 10^6 барам и соответствует давлению столба ртути высотой в 76 см и с поперечным сечением в 1 см² при 0°C.

* 3. Звуковое давление (p). Эффективное значение избыточного давления выше или ниже p_0 (бары).

* 4. Поток звуковой энергии или мощность (P). Среднее за период значение установившейся мощности или поток энергии в секунду в направлении нормали к некоторой площади (эрг. сек.⁻¹; 10^7 эрг. сек.⁻¹ = 1 ватт). При поступательном движении волны со скоростью c поток энергии, проходящий перпендикулярно через площадь A , будет

$$P = \frac{p^2 A}{\rho_0 c} = \frac{p^2 A}{42},$$

где $\rho_0 = 1,22 \times 10^{-8}$ г см⁻³ и $c = 3,43 \times 10^4$ см сек.⁻¹ при комнатных условиях 18°C и 10^6 бар.

* 5. Плотность звуковой энергии (e). Звуковая энергия на единицу объема $\frac{p^2}{\rho_0 c^2}$ (эрг. см⁻³).

6. Интерференция. Частичное или полное уничтожение или усиление двух или более звуковых волн одной и той же частоты, имеющих разные или одинаковые фазы в некоторой точке пространства.

7. Дифракция. Изменение в направлении распространения из-за огибания звуковыми волнами препятствия.

* 8. Узлы. Точки, линии или поверхности колебательной системы, находящиеся в покое (амплитуда равна нулю). В среде могут быть узлы давления и узлы скорости. В узле давления скорость максимальна и наоборот.

* 9. Пучности. Точки, линии или поверхности, имеющие максимальную амплитуду. В среде узлы давления являются пучностями скорости и наоборот.

¹ J. A. S. A. 2 (1931), 312; 5 (1933), 109.

* 10. Частичные узлы. Точки, линии или поверхности, имеющие минимальную амплитуду. Все практические узловы системы попадают в эту категорию.

11. Коэффициент отражения. Отношение мощности, отраженной от поверхности, к мощности, падающей на поверхность.

* 12. Коэффициент поглощения (абсорбции) (α_s). Коэффициент поглощения равен единице минус коэффициент отражения; иначе его можно определить как отношение мощности, поглощаемой поверхностью, к мощности, падающей на поверхность.

* 13. Реверберация. Наличие остаточного звука в помещении в результате повторных отражений после прекращения звучания источника звука.

* 14. Время реверберации. Время после прекращения звучания, требующееся для того, чтобы средняя плотность звуковой энергии уменьшилась до $1:10^6$ ее первоначального значения (на 60 децибел).

* 15. Уровень интенсивности. Число децибел сверх исходного уровня $2 \cdot 10^{-4}$ бар. Последняя величина звукового давления соответствует мощности приблизительно 10^{-16} ватт на $см^2$.

Если p звуковое давление, то уровень интенсивности близок к $(74 + 20 \log_{10} p)$ децибел.

16. Порог слышимости. Минимальное звуковое давление определенной частоты, которое вызывает в ухе ощущение звука в абсолютно тихом месте. Это давление часто выражается в децибелах.

17. Уровень ощущения. Разность между уровнем интенсивности и порогом слышимости для среднего уха (децибелы).

* 18. Уровень громкости. Обычно определяется, как уровень интенсивности тона частотой в 1000 гц, вызывающий такое же ощущение, как и определяемый звук.

19. Маскировка. Повышение порога слышимости благодаря наличию одной или больше добавочных частот (децибелы).

20. Сопротивление излучения среды. Отношение избыточного давления к совпадающей по фазе компоненте скорости частиц в поступательной волне; сопротивление излучения среды $\frac{p}{v} = \rho_0 c$ на единицу поверхности.

21. Звуковой поток. Интеграл нормальных скоростей частиц, взятый по некоторой поверхности на пути звуковой волны, т. е. $\iint v dA$. Когда скорость постоянна по всей поверхности и нормальна ко всем ее частям, поток является произведением скорости на площадь vA . Звуковой поток иначе называется объемной скоростью. Когда поверхностью интегрирования является поверхность источника звука, то звуковой поток называется также напряженностью источника.

22. Экран. Акустический барьер, который целиком или частично предотвращает интерференцию звуковых волн от различных частей вибратора,двигающихся в противоположной фазе.

* 23. Акустическое полное сопротивление (импеданс) (z_a). Комплексное отношение давления на воображаемую поверхность к

звуковому потоку через эту поверхность $z_a = \frac{p}{Av}$ дин сек. см⁻³. Если по поверхности p или v или обе величины меняются, то z_a находят, суммируя акустические проводимости (см. 26) по поверхности и берут обратную величину.

Таким образом:

$$z_a = 1 / \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{v_n A_n}{p_n} \right) = \frac{1}{\iint \left(\frac{v}{p} \right) dA} \text{ (акустические омы).}$$

* 24. Акустическое активное сопротивление (r_a). Действительная часть акустического импеданса. Она связана с рассеянием энергии (акустические омы).

* 25. Акустическое реактивное сопротивление (x_a). Мнимая часть акустического импеданса (акустические омы). При наличии этой безваттной составляющей, между давлением и скоростью частиц имеется сдвиг фаз.

26. Акустическая проводимость $\frac{1}{z_a}$. Величина, обратная акустическому импедансу (акустические мо).

27. Импеданс на единицу площади (z). Комплексное частное от деления давления на единицу площади на скорость частиц в нормальном направлении $\left(\frac{p}{v} \right)$.

28. Эквивалентный импеданс. Если импеданс на единицу площади звукового источника не может быть строго определен, то нужно заменить источник вибратором, не имеющим массы, у которого импеданс на единицу площади можно высчитать. Например, выходное отверстие рупора можно заменить радиально пульсирующей полусферой (другая полусфера остается в покое).

29. Добавочная масса (m_i). Добавочная масса (или добавочная инерция) вибратора, связанная с потоком жидкости (воздуха), увлекаемым вибратором.

* 30. Механическое полное сопротивление (импеданс) (z_e). Комплексное отношение движущей силы к скорости, создаваемой силой в точке ее приложения (механические омы или дин. см⁻¹. сек).

* 31. Механическое активное сопротивление (r_e). Действительная часть механического импеданса. Она связана с рассеянием энергии, доставляемой движущим механизмом (механические омы).

* 32. Механическое реактивное сопротивление (x_e). Мнимая часть механического импеданса, связанная с безваттной компонентой, соответствующей массе или инерции. Она вызывает сдвиг фаз между движущей силой и скоростью (механические омы).

33. Эффективная масса (m_e). Частное от деления механического реактивного сопротивления в точке приложения силы на угловую частоту ω . m_e может быть положительной (масса), равной нулю (резонанс), или отрицательной (упругость). Кривые, выражающие отношение между

эффективной массой и частотой, зависят от точки приложения движущей силы и направления последней относительно оси вибратора (граммы).

34. Эквивалентная масса (m_q). Жесткая масса, которая, двигаясь с той же скоростью, что и точка вибратора с наибольшей амплитудой, имеет ту же кинетическую энергию, как и весь вибратор (граммы).

35. Упругость (s). Статическая сила, требующаяся для получения линейного смещения в один см. При этом предполагается, что предел упругости не превзойден (дина см⁻¹).

36. Гибкость ($\frac{1}{s}$). Величина, обратная упругости.

37. Кривая динамической деформации. Конфигурация вибратора во время колебаний. В строгом смысле слова деформация относится к поверхности вибратора. Когда вибратор симметричен относительно оси, то кривая динамической деформации представляет линию пересечения поверхности тела с аксиальной плоскостью.

38. Электрическое полное сопротивление (импеданс) движения (Z_m). Разность в полных электрических сопротивлениях репродуктора, когда движущий агент свободен и когда он закреплен (омы).

$$Z_m = R_m + i\omega L_m$$

39. Индуктивное сопротивление движения (ωL_m). Разность в индуктивном сопротивлении репродуктора со свободным движущим агентом и закрепленным (генри).

40. Емкостное сопротивление движения (ωC_m). Емкость C_m , связанная с колебаниями движущего агента репродуктора в электромагнитном или электростатическом поле, может быть найдена из индуктивного сопротивления движения:

$$C_m = -\frac{1}{\omega^2 L_m} \quad (\text{фаряды}).$$

41. Электрическое активное сопротивление движения (R_m). Разность в электрическом активном сопротивлении репродуктора со свободным движущим агентом и закрепленным. R_m включает влияние механических потерь и звуковое излучение (омы).

42. Электрическое сопротивление излучения (R_r). Эта часть электрического активного сопротивления движения соответствует излучению звука (омы).

43. Электромеханический коэффициент преобразования (C^2). Коэффициент, применяемый для перехода от электрической величины к ее механическому эквиваленту и наоборот. В электродинамическом репродукторе $z Z_m = C^2$ (глава VII) равняется квадрату произведения длины провода на среднюю плотность магнитного потока в воздушном зазоре магнита ($2\pi n B_g$)² в абсолютных электромагнитных единицах. C — также и механическая сила катушки на единицу тока (абс.) или электродвижущая сила, индуцирующаяся в катушке на единицу аксиальной скорости (см. главу VII).

44. Вибратор, эквивалентный конусу. Излучение звука конусом (при наличии экрана или без него) не поддается еще строгому анализу. В проблемах, связанных с (а) звуковым давлением на колеблющуюся поверхность, (б) мощностью, излучаемой на низких частотах, (с) пространственным распределением звука и т. п., конус целесообразно заменить жестким круглым диском, колеблющимся в бесконечном экране. Последнее сочетание можно рассмотреть аналитически. Конус с конечным экраном на низких частотах можно заменить двумя сферическими сегментами, расположенными на концах диаметра и колеблющимися аксиально (вдоль диаметра) в одинаковом направлении.

II. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗВУКА

I. ВВЕДЕНИЕ

Когда тело любой формы гармонически колеблется в бесконечной жидкой среде, то от него распространяются продольные волны, частота которых равна частоте колебаний. При прохождении волны жидкость периодически сгущается при одной половине волны и разрежается при следующей. С аналитической точки зрения эти состояния одинаковы и различаются только знаками плюс и минус. Из принципов гидростатики известно, что если в какой-нибудь точке жидкости возникает избыточное давление (со знаком $+$ или $-$), то оно распространяется по всем направлениям. Если мы вообразим очень маленькую радиально пульсирующую сферу, помещенную в жидкость, то ее пульсации будут распространяться сферически и будут воздействовать на все пространство, занимаемое средой. Мощность, передаваемая через любую концентрическую сферическую поверхность, будет постоянна. Так как поверхность сферы равна $4\pi r^2$, то мощность на единицу поверхности будет изменяться пропорционально $1/r^2$. Когда r достаточно велико, то мощность так мала, что колебания необнаружимы.

Выражаясь аналитическим языком, можно сказать, что на бесконечно большом расстоянии от сферы избыточное давление является бесконечно малым.

При прохождении волны через какую-либо точку жидкости, частицы, из которых последняя состоит, приходят в колебательное состояние. Чем больше амплитуда их колебаний, тем больше избыточное давление. Мы принимаем, что частицы движутся вперед и назад в направлении распространения волны.

Начнем с элементарных физических фактов, касающихся жидкости. Выразив их в аналитической форме, мы сумеем произвести расчеты, относящиеся к распространению звука от колеблющихся тел различной формы.

Раньше всего установим отношение давления к деформации среды. В процессе прохождения волны плотность изменяется благодаря изменениям давления. Если ρ_0 — плотность жидкости в спокойном состоянии, а ρ — ее значение в некоторый момент прохождения волны, то отношение

$$\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} = \frac{\partial \rho}{\rho_0} = s$$

называется конденсацией или уплотнением.

Отсюда имеем:

$$\rho = \rho_0 (1 + s). \quad (1)$$

Нужно заметить, что $\delta\rho$ не обязательно бесконечно мало. Во многих случаях распространения оно конечно, хотя и представляет собой только небольшую часть от ρ_0 . Изменения в плотности сопровождаются соответствующими изменениями объема.

$$\Delta = \frac{V - V_0}{V_0} = \frac{\delta V}{V_0}.$$

Δ называется расширением и представляет собой изменение объема на единицу объема.

Таким образом

$$V = V_0 (1 + \Delta). \quad (2)$$

Так как $\rho = \rho_0 V_0 / V$, то из уравнений (1) и (2):

$$(1 + s)(1 + \Delta) = 1. \quad (3)$$

Полагая s и $\Delta \ll 1$, из уравнения (3) получаем, что $s = -\Delta$; это означает, что характеристика среды линейна для небольших изменений плотности и объема.

Для жидкости под давлением можно написать:

$$\frac{\text{давление}}{x} = \text{объемная деформация} = -\frac{\delta V}{V_0}, \quad (4)$$

где x коэффициент объемной упругости. Так как давление есть сила на единицу поверхности $= \delta p$, то

$$x = -\frac{V_0}{\delta V} \delta p = \frac{\delta p}{s}, \quad (5)$$

где δp не обязательно бесконечно мало. Основной закон газов имеет форму $pV^n = \text{const}$; для того, чтобы обеспечить постоянство x , нужно чтобы δp было очень малой частью постоянного давления. Но $\delta p = p - p_0$, так что общее давление

$$p = p_0 + xs. \quad (6)$$

Используя значение s из уравнения (1), можем написать:

$$p = p_0 + x \left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1 \right). \quad (7)$$

Формулы (6) и (7) применимы при постоянном значении x , когда изменения плотности и, следовательно, величина s достаточно малы, так что сохраняется линейность характеристики среды, т. е. рабочая часть кривой $p = p(\rho)$ газа достаточно мала, чтобы ее можно было рассматривать как отрезок прямой. Строго говоря, это предполагает бесконечно малые амплитуды.

МИНСКАЯ ОБЛАСТНАЯ

БИБЛИОТЕКА

УЧЕБНО-НАУЧНОГО ЦЕНТРА

А. С. ПОДШИКИНА

И. №

2 Громкоговорители.



А. С.

И. №

ПОДШИКИНА

2. ПЛОСКИЕ ЗВУКОВЫЕ ВОЛНЫ БЕСКОНЕЧНО МАЛОЙ АМПЛИТУДЫ

В практической акустике, где источники колебаний сравнительно малы по размерам, плоские волны в строгом смысле слова не существуют. Но на больших расстояниях от источника волну можно считать приблизительно плоской, хотя с увеличением расстояния давление уменьшается, т. е. $p \approx \frac{1}{r}$.

Обращаясь к рис. 1, рассмотрим плоскость P_0P_0 , перпендикулярную к плоскости чертежа и расположенную на расстоянии x от гипотетического источника плоских волн. Частицы воздуха колеблются перпендикулярно к плоскости P_0P_0 , являющейся их средним положением. В момент, изображенный на рисунке, частицы, находившиеся первоначально в плоскости P_0P_0 , показаны в плоскости $P'_0P'_0$, смещенной на расстояние ξ от P_0P_0 . Они движутся вправо. Частицы, находившиеся ранее в P_1P_1 , переместились теперь в $P'_1P'_1$.

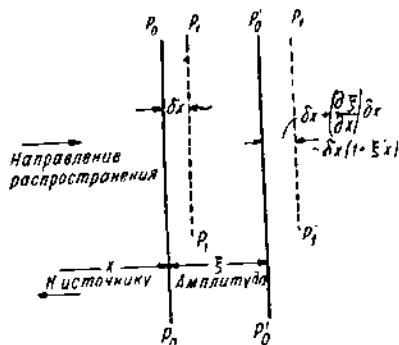


Рис. 1.

Расстояние P_0P_1 , первоначально равное δx , теперь изменилось до $P'_0P'_1 = \delta x + \delta x \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)$, где $\frac{\partial \xi}{\partial x}$ есть

скорость, с которой ξ изменяется с расстоянием x . Так как масса жидкости между плоскостями P_0P_1 такая же как между $P'_1P'_0$, то ее плотность ρ должна быть меньше, чем нормальная величина ρ_0 .

Таким образом

$$\rho \left(1 + \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) = \rho_0; \quad (8)$$

это уравнение известно, как уравнение непрерывности.

Рассматривая силы, действующие на единицу площади, имеем: сила = массе $\times$ ускорение

$$\partial p = -\rho_0 \delta x \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2},$$

так что

$$-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}. \quad (9) *$$

* Так как $p = p + p_0$, то $\partial p = \partial p$; в дальнейшем часто употребляется последнее равенство.

Если

$$\xi'_x = \frac{\partial \xi}{\partial x}, \quad \xi''_x = \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2},$$

то из уравнения (8)

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \xi'_x} \quad \text{или} \quad 1 + \xi'_x = \frac{\rho_0}{\rho}, \quad (10)$$

так что

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = -\rho_0 \frac{\xi''_x}{(1 + \xi'_x)^2}. \quad (11)$$

Из уравнений (10) и (11)

$$-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial x} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^2 \xi''_x. \quad (12)$$

Умножая обе части уравнения (12) на $\frac{\partial \rho}{\partial \rho}$, получаем

$$-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial x} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^2 \frac{\partial \rho}{\partial \rho} \xi''_x. \quad (13)$$

Приравнявая уравнения (9) и (13), находим, что

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^2 \frac{\partial \rho}{\partial \rho} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}. \quad (14)$$

Это уравнение действительно для любых амплитуд, каким бы ни было соотношение между давлением и объемом, т. е. $pV = \text{const}$ или $pV^\gamma = \text{const}$.

Из уравнения (7) получаем, что $\frac{\partial \rho}{\partial \rho} = \frac{\chi}{\rho_0}$; кроме того, когда изменения давления бесконечно малы, то $\rho = \rho_0$. Таким образом, из уравнения (14) при последнем условии получаем [216] *

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}, \quad (15)$$

где $c^2 = \frac{\chi}{\rho_0}$.

Полное решение уравнения (15) будет

$$\xi = f_1(w) + f_2(z) = f_1(x - ct) + f_2(x + ct), \quad (16)$$

где f_1 и f_2 — произвольные функции x и t .

Формула (16) дает для любого момента t смещение частицы, находящейся в состоянии покоя на расстоянии x от источника. Очевидно, что и размерность ct такая же, как и размерность x и, следовательно, c есть скорость. Если в члене $f_1(x - ct)$ время t увеличивается на t_1 и x на ct_1 , то $f_1[x + ct_1 - c(t + t_1)] = f_1(x - ct)$, т. е. ξ не изменяется. Отсюда

* Числа в квадратных скобках относятся к библиографии, указанной в конце книги.

член $f_1(x - ct)$ представляет собой волну, движущуюся в положительном направлении x со скоростью c . Подобным же образом член $f_2(x + ct)$ представляет собой волну, движущуюся в обратном направлении. Последнее выражение мы рассмотрим позже; для частного случая распространения волны лишь в положительном направлении решение уравнения (15) будет $\xi = f_1(x - ct)$. Такова форма возмущения, производимого источником. Если возмущение является гармоническим, то мы можем представить смещение частицы от центрального положения в следующем виде:

$$\xi = \xi_0 \cos(kx - \omega t) = \xi_0 \cos(\omega t - kx). \quad (17)$$

В некоторый момент времени t форма волны определяется уравнением $\xi = \xi_0 \cos(kx - \alpha)$, где $\alpha = \omega t$, так что длина волны $\lambda = \frac{2\pi}{k}$. Так как скорость $c = \lambda f$, то постоянная $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$.

Дифференцируя дважды уравнение (17), получаем:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = -k^2 \xi_0 \cos(kx - \omega t) \quad (18)$$

и

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\omega^2 \xi_0 \cos(kx - \omega t). \quad (19)$$

Из уравнений (18) и (19) следует, что

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}. \quad (20)$$

Таким образом снова получено уравнение (15); оно и должно всегда получиться вне зависимости от того, какой функцией представить форму волны.

3. ЗВУКОВЫЕ ВОЛНЫ БЕСКОНЕЧНО МАЛОЙ АМПЛИТУДЫ В ТРЕХ ИЗМЕРЕНИЯХ

Рассмотрим очень малый параллелепипед объемом $\delta x \delta y \delta z$ в жидкости (рис. 2), через которую проходят продольные волны. Жидкость в параллелепипеде находится в движении. Она то разрежается, то сжимается. Следовательно, плотность ее меняется и так как объем постоянен, то ее масса периодически изменяется. Здесь две переменные: плотность и скорость частицы. Пусть координаты точки A параллелепипеда относительно некоторой начальной точки O будут x , y и z и, соответственно, пусть компоненты скорости частиц параллельно трем осям будут u , v и w . При анализе отношения между указанными величинами следует исходить из постоянства объема $\delta x \delta y \delta z$. Изменение массы среды в единицу времени равно произведению объема на изменение плотности в еди-

ницу времени. Таким образом, скорость изменения массы в объеме $\delta x \delta y \delta z$ будет

$$-\frac{\partial \rho}{\partial t} (\delta x \delta y \delta z); \quad (21)$$

отрицательный знак указывает на уменьшение плотности по времени. Теперь рассмотрим жидкость, втекающую и вытекающую через стенки параллелепипеда. Благодаря изменению плотности и скорости вдоль δx , масса, втекающая через $ABCD$, отличается от вытекающей через $EFGH$. Масса, втекающая в секунду через $ABCD$ в параллелепипед, выражается произведением площади на скорость частиц и на плотность, именно,

$$\delta y \delta z (\rho u). \quad (22)$$

Если скорость изменения ρu (произведения скорости на плотность) с расстоянием будет $\frac{\partial (\rho u)}{\partial x}$, то изменение массы в секунду на единицу площади вдоль δx будет $\frac{\partial (\rho u)}{\partial x} \delta x$.

Таким образом, масса, вытекающая в секунду через $EFGH$ из параллелепипеда, будет

$$\delta y \delta z (\rho u) + \frac{\partial (\rho u)}{\partial x} (\delta x \delta y \delta z). \quad (23)$$

Разность между выражениями (22) и (23), т. е. $\frac{\partial (\rho u)}{\partial x} (\delta x \delta y \delta z)$ будет разностью между массой, входящей в параллелепипед и выходящей в направлении оси x .

Для осей y и z имеем соответственно

$$\frac{\partial (\rho v)}{\partial y} (\delta x \delta y \delta z) \text{ и } \frac{\partial (\rho w)}{\partial z} (\delta x \delta y \delta z).$$

Таким образом, общая масса, вытекающая из параллелепипеда в секунду

$$\left[\frac{\partial (\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho w)}{\partial z} \right] (\delta x \delta y \delta z).$$

Так как она равна скорости уменьшения массы в параллелепипеде, то из уравнения (21) получаем

$$\left[\frac{\partial (\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho w)}{\partial z} \right] (\delta x \delta y \delta z) = -\frac{\partial \rho}{\partial t} (\delta x \delta y \delta z), \quad (24)$$

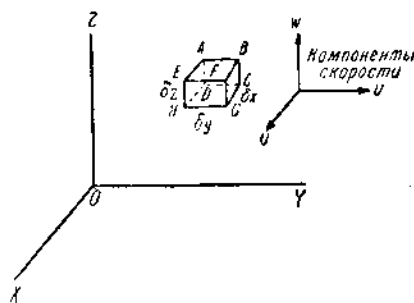


Рис. 2.

отсюда

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (25)$$

Соотношение (25) известно, как уравнение непрерывности [219].

В этом уравнении нет ограничений в отношении амплитуд звуковых волн. Когда амплитуда бесконечно мала, то из уравнения (1) посредством дифференцирования получаем

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \rho_0 \frac{\partial s}{\partial t}$$

и так как в уравнении (25) $\rho = \rho_0$, то

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = \rho_0 \frac{\partial u}{\partial x}.$$

Таким образом, для бесконечно малых амплитуд уравнение (25) можно написать в следующем виде

$$-\Phi' = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial s}{\partial t}. \quad (26)$$

Уравнение (26) является другим видом уравнения непрерывности, которое в дальнейшем нам понадобится.

4. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ

Изменение давления на единицу площади вдоль оси x параллелепипеда (рис. 2) равно $\frac{\partial p}{\partial x} \delta x$, так что результирующая сила на параллелепипед в направлении x будет $-\frac{\partial p}{\partial x} (\delta x \delta y \delta z)$. Масса, подвергающаяся этому давлению, будет $\rho (\delta x \delta y \delta z)$, ускорение по оси x будет $\frac{\partial u}{\partial t}$; предполагается, что скорость частиц мала*.

Так как сила = массе $\times$ ускорение, то

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho \frac{\partial u}{\partial t}; \quad (27)$$

выражения для осей y и z аналогичны.

Полагая s достаточно малым для того, чтобы γ было постоянным, мы, дифференцируя уравнение (6), получаем

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \gamma \frac{\partial s}{\partial x}.$$

* Когда скорость не мала, т. е. для конечных амплитуд ускорение будет

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x}.$$

Подставляя эту величину в уравнение (27) и полагая $\rho = \rho_0$, получаем

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\gamma \partial s}{\rho_0 \partial x} = -c^2 \frac{\partial s}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (28)$$

так как для бесконечно малых амплитуд $\frac{\gamma}{\rho_0} = c^2$.

Выражения для u и z подобны уравнению (28).

5. ПОТЕНЦИАЛ СКОРОСТИ (ϕ)

Прежде чем идти дальше, необходимо ввести новую функцию, называемую потенциалом скорости. Впервые она была введена в гидродинамику Лагранжем более века тому назад.

По определению имеем

$$u = -\frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad (29)$$

где ϕ — потенциал скорости, а u — скорость частицы в направлении оси x . Выражения для компонент скорости v и w подобны. Электрическая аналогия поясняет понятие о потенциале скорости. Рассмотрим движение электричества в проводнике с чисто активным сопротивлением. Если сопротивление на единицу длины R , то сопротивление отрезка длиной Δx будет $R \Delta x$, а падение напряжения, соответствующее току I ,

$$\Delta E = -RI \Delta x.$$

Если R равно единице, то

$$I = -\frac{\partial E}{\partial x},$$

так что из сравнения с уравнением (29) I эквивалентно скорости частицы, а E — потенциалу скорости.

6. ДАВЛЕНИЕ В НЕКОТОРОЙ ТОЧКЕ ЖИДКОСТИ

Из уравнений (28) и (29) имеем

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho_0 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial t} = \rho_0 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right). \quad (30)$$

Интегрируя уравнение (30), получаем

$$p = \rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} + \text{const}^*.$$

* Точнее должно быть

$$p = \rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} + f(t) + \text{const},$$

но в настоящем случае функция независимая от x не требуется.

Когда жидкость находится в спокойном состоянии, мы можем принять $\phi = 0$, так что $\frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$ и $p = p_0$ нормальному атмосферному давлению. Отсюда

$$p = p_0 + \rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

а избыточное давление

$$p = \rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t}. \quad (31)$$

Это очень важное соотношение, которое действительно для бесконечно малых амплитуд.

7. УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ϕ

Из уравнений (28) и (30) имеем

$$c^2 \frac{\partial s}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right);$$

интегрируя, получаем

$$c^2 s = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \text{const}^*,$$

Отсюда

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}. \quad (32)$$

Так как

$$u = -\frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad v = -\frac{\partial \phi}{\partial y} \quad \text{и} \quad w = -\frac{\partial \phi}{\partial z},$$

то из уравнений (26) и (32) имеем

$$-\left[\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right] = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -\Psi' \quad (32a)$$

или

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0, \quad (33)$$

где

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Условие, выраженное в уравнении (33), должно удовлетворяться в каждой точке среды, через которую проходят звуковые волны [219].

* См. подстрочное примечание к параграфу 6.

Если опустить в левой части уравнения (32а) производные по y и z , то получим

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}, \quad (34)$$

что идентично уравнению (15), в котором ξ заменено через ϕ . Таким образом, уравнение (34) представляет собой условие, которое должно удовлетворяться при распространении плоских волн.

Для синусоидального движения $\phi = \phi_1 \cos \omega t$ и

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -\omega^2 \phi.$$

Подставив это в уравнение (33), получим

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + k^2 \phi = 0. \quad (35)$$

Пользуясь обозначением Лапласа, можно уравнение (35) написать в следующем виде

$$(\nabla^2 + k^2) \phi = 0. \quad (36)$$

Это условие должно удовлетворяться в любой точке жидкости, если изменения давления бесконечно малы и синусоидальны.

8. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ $(\nabla^2 + k^2) \phi = 0$ ДЛЯ СФЕРИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

Самым простым видом колебаний являются колебания сферы. Изучение различных видов колебаний сферы (радиальных и более сложных) весьма полезно при ознакомлении со способом действия громкоговорителей.

Выведем выражение для потенциала скорости в некоторой точке жидкости, когда в последнюю погружена колеблющаяся сфера.

Рассмотрим рис. 3, где источником колебаний является сфера с радиусом a , центр которой O . Пусть P_1 будет произвольной точкой на внешней сферической поверхности с радиусом r , прямоугольные координаты которой относительно центра будут x, y, z . Нужно определить ϕ , удовлетворяющее уравнению (36). Раньше всего нужно выразить прямоугольные координаты через сферические r, θ, χ ; именно

$$x = r \sin \theta \cos \chi; \quad y = r \sin \theta \sin \chi; \quad z = r \cos \theta$$

(см. рис. 3).

Если мы будем продолжать аналитически производить преобразование прямоугольной системы координат в полярную, то наша работа будет утомительной и затяжной. Проще вывести требуемое для ϕ условие путем чисто физических рассуждений.

На рис. 4 $ABCD$ является элементарной площадкой δA на поверхности сферы; скорость частиц, направленная по нормали к ней, пусть

будет v_n . „Поток“ или объем жидкости, проходящий в единицу времени через δA , будет согласно уравнению (29)

$$v_n \delta A = - \delta A \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} \right);$$

n указывает, что направление взято по нормали к поверхности. Так как уравнение (36) выведено в предположении, что $\rho = \rho_0$, то можно пренебречь изменениями плотности в элементарном объеме. Следовательно, переменными будут скорость частиц $-\frac{\partial \phi}{\partial n}$ и площадь δA ; обе они изменяются постепенно с переходом от одной поверхности δA ($ABCD$)

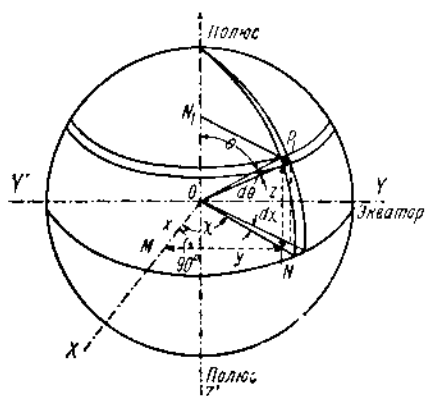


Рис. 3. Диаграмма, иллюстрирующая сферические полярные координаты.

$$ON = P_1 N_1 = r \sin \theta; OM = x = r \sin \theta \cos \chi$$

$$MN = y = r \sin \theta \sin \chi.$$

$$ON_1 = P_1 N = z = r \cos \theta; OP_1 = r = \text{радиус сферы}; \theta = \text{угол } ZOP_1; \chi = \text{долгота.}$$

$$\text{Зачерненная площадь} = r \sin \theta d\chi r d\theta = r^2 \sin \theta d\theta d\chi.$$

$$\text{Площадь элементарного пояса} = 2\pi r \sin \theta r d\theta = 2\pi r^2 d\mu; \mu = \cos \theta.$$

к другой δA ($EFGH$, рис. 4). Разность между потоком, входящим через δA и выходящим через δA_1 в направлении нормали, равна произведению длины на изменение потока на единицу длины;

$$\delta \Phi = - \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} \delta A \right) \delta n.$$

Мы можем теперь применить эту формулу к элементарному объему $ABCDEFGH$ на рис. 4. Беря изменение потока сквозь объем в трех взаимно перпендикулярных направлениях, имеем для $ABCD$, $EFGH$:

$$\delta A = r^2 \sin \theta \delta \theta \delta \chi,$$

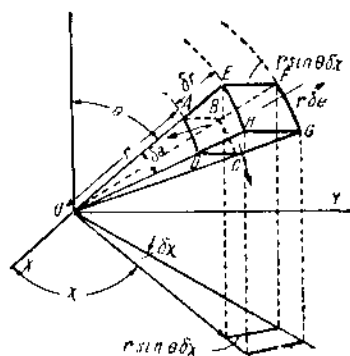


Рис. 4.

так что

$$\partial\Phi_1 = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial\phi}{\partial r} r^2 \sin\theta \partial\chi \right) \partial r, \quad (37)$$

где ∂r теперь пишем вместо ∂n .

Для $DCGH$, $ABFE$

$$\partial A = r \sin\theta \partial r \partial\chi, \quad \partial n = r \partial\theta,$$

так что

$$\partial\Phi_2 = -\frac{\partial}{\partial\theta} \left(\frac{\partial\phi}{r\partial\theta} r \sin\theta \partial r \partial\chi \right) \partial\theta; \quad (38)$$

и для $BCGF$, $ADHE$

$$\partial A = r \partial r \partial\theta; \quad \partial n = r \sin\theta \partial\chi,$$

так что

$$\partial\Phi_3 = -\frac{\partial}{\partial\chi} \left(\frac{\partial\phi}{r \sin\theta \partial\chi} r \partial r \partial\theta \right) \partial\chi. \quad (39)$$

Складывая уравнения (37), (38) и (39) и деля на элементарный объем $r^2 \sin\theta \partial\theta \partial\chi \partial r$, получаем

$$-\frac{1}{r^2} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial\phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\frac{\partial\phi}{\partial\theta} \sin\theta \right) + \frac{1}{\sin^2\theta} \left(\frac{\partial^2\phi}{\partial\chi^2} \right) \right] = -\Phi'; \quad (40)$$

это и будет изменение потока на единицу объема. Из уравнений (32a) и (35) для гармонического движения имеем

$$\Phi' = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} = -k^2\phi;$$

преобразовав первый член в уравнении (40), получаем

$$r^2 \frac{\partial^2\phi}{\partial r^2} + 2r \frac{\partial\phi}{\partial r} + \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\sin\theta \frac{\partial\phi}{\partial\theta} \right) + \frac{1}{\sin^2\theta} \left(\frac{\partial^2\phi}{\partial\chi^2} \right) + k^2 r^2 \phi = 0. \quad (41)$$

Это хорошо известное дифференциальное уравнение [217], решаемое в шаровых функциях*. Это такое же уравнение, как и (33), только выраженное в сферических координатах, и любое синусоидальное значение ϕ в точке среды должно удовлетворять ему.

Чтобы упростить уравнение (41), рассмотрим случай, когда ϕ симметрично относительно полярной оси ZOZ и не изменяется с χ . В этом случае $\frac{\partial^2\phi}{\partial\chi^2} = 0$ и уравнение (41) превращается в

$$r^2 \frac{\partial^2\phi}{\partial r^2} + 2r \frac{\partial\phi}{\partial r} + \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\sin\theta \frac{\partial\phi}{\partial\theta} \right) + k^2 r^2 \phi = 0. \quad (42)$$

Это уравнение применимо в тех случаях, когда колебания сферы радиальны или аксиальны. Его решение [217] содержит зональные ша-

* С физической точки зрения шаровая функция (spherical harmonic) представляет сферу, деформируемую определенным образом.

ровые функции или полиномы Лежандра, как их обычно называют по имени открывшего их. Эти функции обозначаются через $P_n(\mu)$, где n указывает порядок функции, а $\mu = \cos \theta$ (рис. 3). В решении уравнения (42) (μ) связано с некоторым комплексным коэффициентом. Решение уравнения (42) имеет вид суммы членов типа $S_n(\mu) = c_1 P_n(\mu)$, где $c_1 = x + iy$. *

Функция ϕ , которая удовлетворяет уравнению (42), может быть выражена в виде ряда, каждый член которого дает частное решение. Таким образом, если ϕ_n пропорционально зональной шаровой функции n -ного порядка, то решение уравнения (42) можно написать так [217]

$$\phi = \phi_0 + \phi_1 + \dots + \phi_n. \quad (43)$$

Порядок зональных функций, входящих в ряд, зависит только от радиальной скорости сферической поверхности, т. е. от кривой ее динамической деформации (см. определение 37). Решение уравнения (42) [219] для функции n -ного порядка будет

$$\phi_n = \frac{1}{r} S_n(\mu) e^{-z} f_n(z) + \frac{1}{r} S_n^1(\mu) e^z f_n(-z), \quad (44)$$

где $z^* = ikr$; r есть расстояние точки от центра сферы и

$$f_n(z) = 1 + \frac{n(n+1)}{2} z^{-1} + \frac{(n-1) \dots (n+2)}{2 \cdot 4} z^{-2} + \dots + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 2n}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n} z^{-n}. \quad (45)$$

Первый член в уравнении (44) относится к звуку, распространяющемуся наружу от колеблющейся сферы, а второй представляет собой излучение внутрь. Второй член мы рассматривать не будем, так как считаем, что это излучение целиком поглощается. Таким образом для нашего частного случая решение уравнения (42) будет иметь вид

$$\sum_{n=0}^{\infty} \phi_n,$$

где

$$\phi_n = \frac{S_n(\mu)}{r} e^{-z} f_n(z). \quad (46)$$

В этой формуле шаровая функция $S_n(\mu)$ определяет влияние угла θ (рис. 3) на величину ϕ_n .

Решение уравнения (42) можно дать также в Бесселевых функциях, порядок которых выражается половиной нечетного целого числа, т. е. $\pm \left(n + \frac{1}{2}\right)$, но вышеприведенная форма более удобна для наших целей.

* Эти обозначения не нужно смешивать с декартовыми координатами x, y, z .

9. СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ ϕ И РАДИАЛЬНОЙ СКОРОСТЬЮ ПОВЕРХНОСТИ

Из уравнений (29) и (46) скорость частицы, соответствующая функции n -го порядка в некоторой точке на расстоянии r от центра сферы

$$v_n = - \frac{\partial \phi_n}{\partial r} = - \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{r} S_n(\mu) e^{-z} f_n(z) \right\}. \quad (47)$$

Так как $S_n(\mu)$ не зависит от r и $z = ikr$, то, продифференцировав выражение в скобках, получим

$$- \frac{\partial \phi_n}{\partial r} = + \frac{S_n(\mu) e^{-z}}{r^2} \{ (1+z) f_n(z) - z f'_n(z) \}, \quad (48)$$

где

$$f'_n(z) = \frac{\partial f_n(z)}{\partial z}. \quad (49)$$

Обозначив величину, заключенную в фигурные скобки в уравнении (48) через $F_n(z)$, получаем

$$v_n = - \frac{\partial \phi_n}{\partial r} = \frac{S_n(\mu) e^{-z}}{r^2} F_n(z). \quad (50)$$

Из-за мнимости в e^{-z} и $F_n(z)$ скорость частицы будет комплексной величиной и может быть представлена в виде $x + iy$. На поверхности $-\frac{\partial \phi}{\partial r}$ равна радиальной скорости сферы и может быть выражена суммой функций различных порядков. Таким образом, если u — радиальная скорость в некоторой точке сферы, то

$$u = u_0 + u_1 + \dots + u_n + \dots, \quad (51)$$

что подобно уравнению (43). В уравнении (51) u_n пропорционально зональной функции n -го порядка. Так как $u_n = v_n$ на поверхности сферы, где $r = a$, то из уравнения (50) имеем:

$$u_n = \frac{S_n(\mu)}{a^2} e^{-ika} F_n(ika). \quad (52)$$

Следовательно

$$S_n(\mu) = i \frac{a^2 u_n e^{ika}}{F_n(ika)}, \quad (53)$$

где a — радиус сферы.

Подставив значение $S_n(\mu)$ из уравнения (53) в уравнение (46), имеем *

$$\phi_n = \frac{a^2}{r} e^{ik(a-r)} u_n \frac{f_n(ikr)}{F_n(ika)}; \quad (54)$$

* Когда r очень велико, $f_n(ikr) \rightarrow 1$.

это есть потенциал скорости, соответствующий функции n -го порядка на расстоянии r от центра сферы. На поверхности $r=a$ и уравнение (54) принимает вид

$$\phi_n = au_n \zeta_n, \quad (55)$$

где $\zeta_n = \frac{f_n(ika)}{F_n(ika)}$ есть коэффициент, зависящий от частоты колебаний и порядка функции. Некоторые из функций f_n и F_n даны в таблицах [219] 1 и 2.

ТАБЛИЦА 1

$$F_n(ikr) = x + iy; \quad \frac{1}{[F_n(ikr)]^2} = \frac{1}{x^2 + y^2}$$

n	x	y
0	1	kr
1	2	$kr - \frac{2}{kr}$
2	$4 - \frac{9}{k^2 r^2}$	$kr - \frac{9}{kr}$
3	$7 - \frac{60}{k^2 r^2}$	$kr - \frac{27}{kr} + \frac{60}{k^3 r^3}$

ТАБЛИЦА 2

$$f_n(ikr) = x' + iy'. \text{ Когда } kr \text{ очень велико } f_n(ikr) = 1$$

n	x'	y'
0	1.0	0
1	1.0	$-\frac{1}{kr}$
2	$1 - \frac{3}{k^2 r^2}$	$-\frac{3}{kr}$
3	$1 - \frac{15}{k^2 r^2}$	$-\frac{6}{kr} + \frac{15}{k^3 r^3}$

Из предыдущего анализа видно, что если u радиальная скорость сферы, то она должна выражаться суммой функций; умножая каждую функцию на соответствующий коэффициент (см. уравнение (55)) и подставляя в уравнение (42), получим ноль, т. е. условие $(\nabla^2 + k^2)\phi = 0$ удовлетворяется для функции каждого порядка.

Из того, что радиальная амплитуда в любой точке сферической поверхности пропорциональна радиальной скорости u следует, что, если зональные функции вычертить в зависимости от μ или θ и сложить, то результат будет представлять собой кривую динамической деформации (в некотором масштабе).

10. ФОРМУЛЫ ДЛЯ ЗОНАЛЬНЫХ ШАРОВЫХ ФУНКЦИЙ

(функции или полиномы Лежандра)

Формулы для функций до пятого порядка включительно приведены в табл. 3. Полиномы высших порядков можно находить при помощи рекуррентной формулы

$$P_{n+1}(\mu) = \frac{2n+1}{n+1} \mu P_n(\mu) - \frac{n}{n+1} P_{n-1}(\mu);$$

На рис. 5а даны графики функций двух порядков.

Нулевой порядок зональной функции соответствует радиальному движению сферы, как целого (пульсирующий шар), так как деформации повсюду идентичны. Первый порядок дает косинусоидальную кривую и означает, что аксиальная скорость сферы постоянна (колеблющийся шар), но в то же время радиальная скорость изменяется пропорционально $\mu = \cos \theta$.

Деформация поверхности сферы, соответствующая сумме функций нулевого и первого порядков, изображена на рис. 5б и равна

$$P_0(\mu) + P_1(\mu).$$

Зональные шаровые функции четных порядков содержат только четные степени μ , функции нечетных порядков содержат соответственно только нечетные степени μ (см. табл. 3).

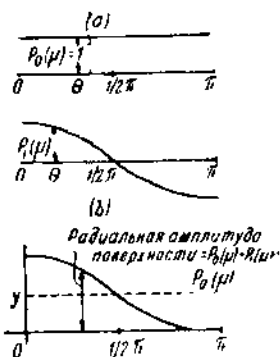


Рис. 5.

ТАБЛИЦА 3

Ф о р м у л а	Порядок
$P_0 = 1$	нулевой
$P_1 = \mu$	первый
$P_2 = \frac{1}{2}(3\mu^2 - 1)$	второй
$P_3 = \frac{1}{2}(5\mu^3 - 3\mu)$	третий
$P_4 = \frac{1}{8}(35\mu^4 - 30\mu^2 + 3)$	четвертый
$P_5 = \frac{1}{8}(63\mu^5 - 70\mu^3 + 15\mu)$	пятый
и т. д.	
$\mu = \cos \theta$	

Так колебания сферы, симметричные относительно экваториальной плоскости (рис. 3), выражаются функциями только четных порядков.

Наоборот, колебания сферы, при которых направление движения обеих полусфер одинаково, связаны только с четными функциями. Примером может служить аксиальное колебание сферы, выражающееся зональной функцией первого порядка $P_1(\mu) = \cos \theta$.

11. ВЫРАЖЕНИЕ РАДИАЛЬНОЙ СКОРОСТИ В ЗОНАЛЬНЫХ ШАРОВЫХ ФУНКЦИЯХ

Из уравнения (51) радиальная скорость в точке на поверхности сферы

$$u = u_0 + u_1 + \dots + u_n,$$

где $u_n = A_n P_n(\mu)$; A_n — постоянная, которую нужно определить.

Таким образом, получаем

$$u = A_0 P_0(\mu) + A_1 P_1(\mu) + \dots + A_n P_n(\mu) + \dots \quad (56)$$

Для определения n -го коэффициента A_n умножаем обе части уравнения (56) на $P_n(\mu) d\mu$ и интегрируем. Так как θ изменяется от нуля до π по поверхности сферы, то $\cos \theta = \mu$ имеет пределы ± 1 . Теперь

$$\int_{-1}^{+1} P_m(\mu) P_n(\mu) d\mu = 0,$$

когда $m \neq n$. Если $m = n$, то значение вышеприведенного интеграла будет

$$\frac{1}{n + \frac{1}{2}};$$

отсюда

$$\int_{-1}^{+1} u P_n(\mu) d\mu = A_n \int_{-1}^{+1} [P_n(\mu)]^2 d\mu = \frac{A_n}{n + \frac{1}{2}}$$

или

$$A_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \int_{-1}^{+1} u P_n(\mu) d\mu. \quad (57)$$

Таким образом n -ый член в выражении радиальной скорости

$$u_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) P_n(\mu) \int_{-1}^{+1} u P_n(\mu) d\mu. \quad (58)$$

Когда сфера изменяется только в части своей поверхности, то интеграл уравнения (58) нужно соответственно разбить на части.

Так, например, если одна полусфера остается в покое, то

$$u_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) P_n(\mu) \int_0^1 u P_n(\mu) d\mu + 0. \quad (59)$$

Теперь мы можем решить любую задачу относительно колебаний сферы, выражающихся суммой функций Лежандра различных порядков.

12. МАЛЫЙ СФЕРИЧЕСКИЙ ИСТОЧНИК

(точечный источник)

Из уравнения (54) потенциал скорости, соответствующий шаровой функции нулевого порядка (радиально пульсирующая сфера), будет

$$\phi = \frac{a^2}{r} e^{-ik(r-a)} U \frac{f_0(ikr)}{F_0(ika)}, \quad (60)$$

так как $u = u_0 = U$. Выражение для ϕ из уравнения (60) есть решение уравнения (41), когда движение сферической поверхности не зависит от θ и χ . Тогда имеем

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{2\partial \phi}{r \partial r} + k^2 \phi = 0. \quad (60a) *$$

Из табл. 2 $f_0(ikr) = 1$ и $F_0(ika) = 1$, так как a очень мало. Таким образом, уравнение (60) можно переписать в таком виде

$$\phi = \frac{a^2 U}{r} = e^{-ik(r-a)}, \quad (61)$$

где U — эффективное значение радиальной скорости гармонически пульсирующей сферы. Площадь колеблющейся поверхности равна $4\pi a^2$, а поток или количество жидкости, проходящее через поверхность в секунду, будет $4\pi a^2 U = S$; произведение скорости на площадь поверхности известно как напряженность источника.

Из этого соотношения $a^2 = \frac{S}{4\pi U}$; подставляя в уравнение (61), получаем

$$\phi = \frac{S}{4\pi r} e^{-ik(r-a)}. \quad (62)$$

* Решение уравнения (60a) следующее: $\phi = \frac{A_1 e^{-ikr}}{r} + \frac{B_1 e^{ikr}}{r}$. Первый член представляет собой расходящуюся волну, а второй — сходящуюся. Следовательно, для нашей цели $\phi = \frac{A_1 e^{-ikr}}{r}$; A_1 находим из условия, что скорость поверхности $U = \left(-\frac{\partial \phi}{\partial r}\right)_{r=a}$. Взяв $ka \ll 1$, получаем уравнение (61).

Когда a исчезающе мало, получаем так называемый „точечный источник“ и тогда

$$\phi = \frac{S e^{-ikr}}{4\pi r}. \quad (63)$$

Скорость частицы в точке на расстоянии r из уравнений (29) и (63) будет

$$v = -\frac{\partial \phi}{\partial r} = -\frac{S}{4\pi} e^{-ikr} \left[\frac{ik}{r} + \frac{1}{r^2} \right], \quad (64)$$

а модуль

$$|v| = \frac{S}{4\pi} \sqrt{\frac{k^2}{r^2} + \frac{1}{r^4}}, \quad (65)$$

что является эффективным значением.

Из уравнения (31) $p = \rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t}$. Для определения $\frac{\partial \phi}{\partial t}$ нужно ввести фактор времени $e^{i\omega t}$; тогда уравнение (63) будет иметь следующий вид:

$$\phi = \frac{S e^{-i(kr - \omega t)}}{4\pi r}. \quad (66)$$

Дифференцируя уравнение (66) по t и опуская затем фактор времени, получаем:

$$p = i\rho_0 \omega \phi, \quad (67)$$

т. е.

$$p = \frac{i\rho_0 \omega S}{4\pi r} e^{-ikr}. \quad (67a)$$

Давление прямо пропорционально ускорению поверхности ωU .

13. МОЩНОСТЬ, ИЗЛУЧАЕМАЯ ПРОСТЫМ (ЕДИНИЧНЫМ) ИСТОЧНИКОМ

Мощность, проходящая радиально через единицу поверхности сферы радиусом r , центр которой находится в центре источника, равна произведению давления (уравнение 67a) на компоненту скорости, находящуюся в фазе с давлением (сила $\times$ расстояние в сек.). Требуемая скорость выражается членом $\frac{S}{4\pi r} \frac{ik}{r}$ из уравнения (64), фазовый множитель e^{-ikr} опущен. Таким образом, мощность на единицу поверхности будет $\frac{\rho_0 \omega^2 S^2}{16\pi^2 r^2 c}$, так как $k = \frac{\omega}{c}$. Площадь сферической поверхности, через которую проходит излучение, будет $4\pi r^2$, а общая излучаемая мощность

$$P = \frac{\rho_0 \omega^2 S^2}{4\pi c}. \quad (68)$$

Написав $S = UA = 4\pi a^2 \omega^2 \xi_0^2$, где ξ_0 — эффективное смещение, мы из уравнения (68), получаем

$$P = \frac{4\pi \rho_0 a^4 \omega^4 \xi_0^2}{c}; \quad (69)$$

это и будет мощность, излучаемая радиально пульсирующей сферой, радиус которой a , если только $ka \leq 0,5$.

14. ВЫВОДЫ ИЗ ПРЕДЫДУЩЕГО АНАЛИЗА

Из уравнения (64) видно, что скорость частиц состоит из двух частей. Пренебрегая множителем e^{-ikr} , замечаем, что часть $\frac{S}{4\pi r} \frac{ik}{r}$ находится в фазе с давлением, а $\frac{S}{4\pi r^2}$ сдвинута на четверть периода. Вблизи источ-

ника безваттная составляющая $\frac{S}{4\pi r^2}$ превалирует, так как $r^2 \ll \frac{r}{k}$; давление и скорость сильно разнятся по фазе. Угол между p и v будет $\theta = \left(\arctg \frac{1}{kr} \right)$, а коэффициент мощности

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \cos \left(\arctg \frac{1}{kr} \right) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{k^2 r^2}}} \end{aligned}$$

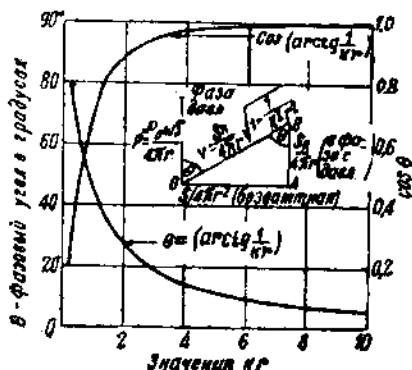


Рис. 6. Соотношение между давлением и скоростью частиц в сферической волне вблизи источника.

Кривые для θ и $\cos \theta$ даны на рис. 6. Когда θ мало,

$$\theta = \frac{1}{kr} = \frac{\lambda}{2\pi r}$$

или

$$r = \frac{\lambda}{2\pi \theta}.$$

При $\cos \theta = 0,984$, когда $\theta = 10^\circ$, $r = \frac{9\lambda}{\pi^2}$;

это означает, что практически давление и скорость частиц находятся в фазе на расстоянии длины волны от источника.

Поэтому при определении звуковой мощности, излучаемой различного рода вибраторами, исходят из предпосылки, что давление и скорость частиц находятся в фазе на большом расстоянии от источника.

Из уравнения видно, что (64) если r достаточно велико, то первый член будет во много раз больше второго. Тогда, опуская i , получаем

$$v = \frac{kS}{4\pi r}; \quad p = \frac{\rho_0 \omega S}{4\pi r},$$

а так как $k = \frac{\omega}{c}$, то отсюда следует, что $p = \rho_0 c v$, когда p и v находятся в фазе. Если v является компонентой скорости, находящейся в фазе с давлением, то это соотношение имеет силу вплоть до поверхности источника. Хотя сдвиг фаз между давлением и скоростью частиц увеличивается при приближении к источнику, однако мощность, излучаемая источником, остается постоянной. Из уравнений (67а) и (68) находим, что

$$P = \frac{4\pi r^2 p^2}{\rho_0 c}.$$

Измерив давление p на достаточном расстоянии от источника, мы по этой формуле можем определить излучаемую звуковую мощность.

Вполне строгие выводы этого параграфа применимы только к пульсирующей сфере, когда длина волны велика по сравнению с радиусом a . Расстояние r , измеряемое от центра сферы, не может быть меньше a . Однако, этот же анализ применим для диска или же конической диафрагмы, если только $\lambda \gg a$, а $r \gg 10a$.

15. РАСШИРЕНИЕ ПОНЯТИЯ „ТОЧЕЧНЫЙ ИСТОЧНИК“

Если размеры вибратора малы по сравнению с длиной волны, то его можно рассматривать как точечный источник по отношению к достаточно удаленным от него точкам. Действительно излучение от каждой элементарной площадки на поверхности вибратора распространяется равномерно в бесконечном пространстве.

Так как разность расстояний от удаленной точки P_1 к любым двум элементарным площадкам вибратора мала по сравнению с длиной волны, то все элементарные давления достигают P_1 примерно в одной и той же фазе и в этом случае приложимо понятие „точечного источника“. Формула (68) имеет силу, если только S представляет собой произведение площади поверхности на радиальную скорость; последняя была постоянной в рассмотренных выше случаях. Когда u изменяется, то $dS = u dA$ для элементарного источника, так что напряженность всего источника $S = \iint u dA$. Например, в случае сферы, половина которой находится в покое, а другая колеблется аксиально $u = U \cos \theta$ от 0 до $\frac{1}{2}\pi$ и $u = 0$ от $\frac{1}{2}\pi$ до π (рис. 21), так что имеем

$$S = 2\pi a^2 U \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \cos \theta \sin \theta d\theta = \pi a^2 U = \frac{1}{2} UA = \pi a^2 \omega^2 \xi_0, \quad (70)$$

где ξ_0 — амплитуда, $\omega\xi_0 = U$ и A площадь поверхности полусферы. Из уравнений (68) и (70) мощность, излучаемая полусферой, будет:

$$P = \frac{\rho_0 \pi a^4 \omega^4 \xi_0^2}{4c}. \quad (71)$$

Если излучение с одной стороны жесткого диска или конуса с радиусом a прескашивается, то $S = \pi a^2 U = \pi a^2 \omega^2 \xi_0$, если только, конечно, $\lambda \gg a$. Следовательно, излучаемая мощность идентична мощности аксиально колеблющейся полусферы, как в уравнении (71). Для радиальных колебаний полусферы эффективная площадь будет $2\pi a^2$, так что

$$S = 2\pi a^2 \omega^2 \xi_0$$

и

$$P = \frac{\rho_0 \pi a^4 \omega^4 \xi_0^2}{c}, \quad (72)$$

что составляет только одну четверть мощности, которая излучается в том случае, когда вся сфера колеблется радиально. (Сравнить с (69), где S имеет двойную величину по сравнению с (72)).

Для случая двух полусфер, симметрично колеблющихся в противоположные стороны (рис. 21с), напряженность источника будет, очевидно, вдвое больше, чем для одной полусферы в уравнении (71), а мощность в четыре раза больше, так как из уравнения (68) P изменяется пропорционально S^2 . Следовательно, результат будет такой же, как в уравнении (72), так как действующие поверхности равны. Предшествующие формулы для P действительны для низких частот, когда излучение сферично, т. е. равномерно по всем направлениям. На более высоких частотах излучение отличается от сферического и формулы теряют силу. Для этого случая нужно применить анализ шаровых функций, как показано в главе VI.

16. ВЛИЯНИЕ ТЕЛЕСНОГО УГЛА

До сих пор мы рассматривали излучение в сферическом пространстве, т. е. по всем направлениям. В этом случае телесный угол, в котором источник излучает, равен 4π . Вообразим небольшой жесткий круглый диск, колеблющийся аксиально в вырезе бесконечной плоскости*.

Телесный угол, в котором излучает звук каждая сторона диска, равен 2π . Если S для каждой стороны диска такое же, как и при отсутствии экрана, то скорость частиц удваивается, так как излучение с каждой стороны имеет место только в половине бесконечного пространства. Давление также удваивается, что очевидно из уравнений (64) и (67а), если 4π заменить на 2π . На большом расстоянии от диска, где p и v находятся в фазе, мощность на единицу площади будет учетверена. Но так как интегрирование теперь распространяется на полусферу, то общая мощность, излучаемая одной стороной диска, будет не учетверена, а удвоена. Влияние плоскости, следовательно, заключается

* Ее нужно рассматривать как бесконечный экран (см. опред. 22).

в удвоении как излучаемой мощности, так и общего давления на источник, связанного с излучением звука.

В предыдущем параграфе указано, что мощность, излучаемая с одной стороны жесткого диска в бесконечное пространство, будет $\frac{\rho_0 \pi a^4 \omega^4 \xi_0^2}{4c}$.

Из вышеприведенного следует, что мощность, излучаемая с одной стороны диска, колеблющегося в бесконечном экране, где $\Omega = 2\pi$, будет

$$P = \frac{\rho_0 \pi a^4 \omega^4 \xi_0^2}{2c}. \quad (72a)$$

Мощность с обеих сторон, следовательно, будет

$$P = \frac{\rho_0 \pi a^4 \omega^4 \xi_0^2}{c}, \quad (73)$$

если $\lambda \gg a$. Этот результат имеет особенное значение в конструировании безрупорных громкоговорителей с большими экранами.

Подставляя новое значение телесного угла $\Omega = 2\pi$ в уравнение (63), получаем, что потенциал скорости при наличии бесконечного экрана

$$\phi = \frac{S e^{-ikr}}{2\pi r}. \quad (74)$$

Применим это уравнение к колеблющейся площади A , являющейся частью плоскости.

Из предыдущего параграфа $S = \iint u dA$, а из уравнения (74)

$$\phi = \frac{1}{2\pi} \iint \frac{u e^{-ikr}}{r} dA. \quad (75)$$

В уравнении (75) u есть радиальная скорость элемента, которая в общем меняется соответственно местонахождению dA на колеблющейся поверхности. В рассматриваемом случае она перпендикулярна к плоскости. Из уравнения (29) $u = -\frac{\partial \phi}{\partial n}$, n поставлено вместо x . Подставив это значение в уравнение (75), получим очень важную формулу

$$\phi = -\frac{1}{2\pi} \iint \frac{\partial \phi}{\partial n} \frac{e^{-ikr}}{r} dA. \quad (76)$$

Этот интеграл дает потенциал скорости на расстоянии r , соответствующий общему эффекту элементарных площадок dA , колеблющихся с нормальной к плоскости скоростью $u = -\frac{\partial \phi}{\partial n}$ с одной стороны бесконечного экрана. Если движение синусоидально, то $u = -\frac{\partial \phi}{\partial n} = \omega \xi$.

Эта формула является основной при всяком исследовании распределения звукового излучения от плоской поверхности, колеблющейся в бесконечном экране.

В общем случае, когда телесный угол уменьшается от 4π до значения Ω , то для простого источника

$$\phi = \frac{S e^{-ikr}}{\Omega r}. \quad (77)$$

Из этого следует, что скорость частицы и давление возрастают в $\frac{4\pi}{\Omega}$ раз. Мощность на единицу площади на расстоянии r будет составлять $\frac{16\pi^2}{\Omega^2}$ того значения, которое она имела бы при излучении во все стороны. Так как площадь, вырезаемая телесным углом, будет Ωr^2 , то мощность увеличивается в $\frac{16\pi^2}{\Omega^2} \cdot \frac{\Omega r^2}{4\pi r^2} = \frac{4\pi}{\Omega}$ раз.

Таким образом, из уравнения (71) мощность, излучаемая небольшим диском, колеблющимся аксиально со скоростью $\omega \xi_0$ у вершины конического рупора бесконечной длины с телесным углом Ω будет

$$\frac{4\pi}{\Omega} \frac{\rho_0 \pi a^4 \omega^4 \xi_0^2}{4c} = \frac{\rho_0 \pi^2 a^4 \omega^4 \xi_0^2}{\Omega c} = \frac{\rho_0 \omega^2 S^2}{\Omega c}. \quad (78)$$

Формула (78) применима, когда $\lambda \gg \frac{a}{\Omega^{\frac{1}{2}}}$, где a радиус диска, за-

крывающего узкий конец конуса. Когда Ω уменьшается, то давление на диск возрастает, фазовый угол между давлением и скоростью колебаний диска уменьшается, а коэффициент мощности возрастает*.

Наконец, когда $\Omega \rightarrow 0$, то формула перестает быть применимой и следует воспользоваться другими способами для определения мощности излучаемой жестким диском на одном конце бесконечного цилиндра. Однако, так как давление и скорость находятся в фазе, то ясно, что, инерционная (безваттная) компонента давления исчезает. Таким образом, импеданс бесконечного цилиндра является чисто активным сопротивлением, независимо от того мал или нет диаметр цилиндра по сравнению с длиной волны.

Предыдущие формулы, заключающие в себе Ω , применимы только тогда, когда конус простирается в бесконечность. Например, они не могут применяться к конической диафрагме, радиус которой равен 5 см и которая закрывает узкий конец конического рупора длиной в 180 см. Здесь мощность, передаваемая диафрагмой на низких частотах, отражается от выходного отверстия рупора. Интенсивность отраженной волны увеличивается с уменьшением частоты. Так как прямая и отраженная волны находятся в противоположных фазах, то они стремятся взаимно компенсироваться. Выше некоторой критической частоты влияние отражения не имеет значения, как это показано в главе IX, посвященной рупорам.

* Так как размер диска не меняется, то его расстояние от вершины конуса увеличивается с уменьшением Ω . Таким образом $\cos \theta = \cos \left(\arctg \frac{1}{kr} \right)$ приближается к единице.

17. ДВОЙНОЙ ИСТОЧНИК

Когда небольшой круглый диск колеблется аксиально, в безграничной среде, то давление на любую точку его состоит из двух компонент; одна из них приложена с передней стороны диска, другая — с задней. Эти компоненты находятся в противоположных фазах у диска или в любых двух точках, расположенных симметрично относительно его плоскости. Такой вибратор известен под названием „двойного источника“. Любую диафрагму, колеблющуюся без экрана или же с конечным экраном, на низкой частоте можно рассматривать как двойной источник.

Рассмотрим два одинаковых простых источника $+S$ и $-S$, колеблющихся в противоположных фазах и находящихся на расстоянии $2d$ один от другого (рис. 7а). Из формулы (63) потенциал скорости от первого источника в точке P_1 будет

$$\phi_2 = \frac{Se^{-ikr_2}}{4\pi r_2},$$

а от второго

$$\phi_1 = -\frac{Se^{-ikr_1}}{4\pi r_1}.$$

Следовательно, результирующий потенциал скорости

$$\begin{aligned} \phi &= \phi_2 + \phi_1 = \frac{S}{4\pi} \left\{ \frac{e^{-ik(r-d\cos\theta)}}{r-d\cos\theta} - \frac{e^{-ik(r+d\cos\theta)}}{r+d\cos\theta} \right\} = \\ &= \frac{Se^{-ikr}}{2\pi(r^2+d^2\cos^2\theta)} \{ d\cos\theta \cos(kd\cos\theta) + ir \sin(kd\cos\theta) \}. \end{aligned} \quad (79)$$

Когда $d \ll r$

$$\phi = \frac{iS \sin(kd\cos\theta) e^{-ikr}}{2\pi r}. \quad (80)$$

Так как $\sin \alpha \doteq \alpha$, когда $\alpha = kd\cos\theta$ мало, то формула (80) принимает следующий вид:

$$\phi = \frac{i(2Sd)k\cos\theta e^{-ikr}}{4\pi r}, \quad (81)$$

если только $kd \leq 0,5$, а $r \gg d$.

Пренебрегая мнимостью i и отбрасывая коэффициент k , мы видим из сравнения (81) и (63), что $2Sd = S_d$ можно рассматривать как напряженность источника. $\cos\theta$ определяет пространственное распределение звука, излучаемого как указано на рис. 7б. S_d увеличивается, когда увеличивается d , потому что в этом случае уменьшается интерференция от противоположно колеблющихся простых источников.

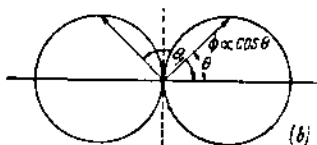
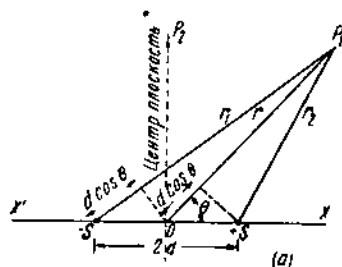


Рис. 7.

В практике напряженность двойного источника не увеличивается безгранично с увеличением d , так как уравнение (81) применимо только тогда, когда $kd \leq 0,5$, а $d \ll r$.

Более подробное рассмотрение можно найти в параграфах 20 и 21.

В формуле (79), когда kd достаточно мало, то $\cos(kd \cos \theta) \approx 1$ и $\sin(kd \cos \theta) \approx kd \cos \theta$.

Если d также мало, то $r^2 \gg d^2 \cos^2 \theta$ вблизи источника и формула (79) принимает следующий вид:

$$\phi = \frac{S_d \cos \theta e^{-ikr}}{4\pi r} \left(\frac{1}{r} + ik \right). \quad (82)$$

Компонента $\frac{S_d \cos \theta}{4\pi r^2}$ связана с потоком жидкости вблизи источника (см. определение 29), в то время как

$$\frac{iS_d k \cos \theta}{4\pi r} \quad (82a)$$

связана с излучением звука. Так как из уравнения (67) давление будет $i\rho_0 \omega \phi$, то последняя компонента находится с ним в фазе. Инерционная компонента пропорциональная $\frac{1}{r^2}$ быстро уменьшается с увеличением расстояния от источника.

18. МОЩНОСТЬ ДВОЙНОГО ИСТОЧНИКА

На большом расстоянии от двойного источника, когда $kd \leq 0,5$, мы, исключая фактор времени $e^{i\omega t}$ из уравнений (81) и (29), находим, что скорость равна $\frac{-S_d k^2 \cos \theta}{4\pi r}$, а давление из уравнения (31) будет

$$p = \rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{\rho_0 \omega S_d k \cos \theta e^{-ikr}}{4\pi r}. \quad (83)$$

Таким образом мощность на единицу площади будет

$$\Delta P = \frac{\rho_0 \omega^4 S_d^2 \cos^2 \theta}{16\pi^2 r^2 c^3}.$$

Чтобы найти общую мощность, излучаемую двойным источником, нужно это выражение проинтегрировать по всей сферической поверхности с радиусом r . Согласно рис. 3 мощность, проходящая через поверхность элементарного пояса с радиусом $P_1 N = r \sin \theta$, будет

$$dP = \Delta P 2\pi r^2 \sin \theta d\theta,$$

так что общая мощность

$$P = -\frac{\rho_0 \omega^4 S_d^2}{4\pi c^3} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \cos^2 \theta d(\cos \theta) = \frac{\rho_0 \omega^4 S_d^2}{12\pi c^3}, \quad (84)$$

при условии, что $kd \leq 0,5$.

Уравнение (84) применимо к диску или конической диафрагме, колеблющейся в конечном экране на низких частотах, когда распространение сферично. Если экран имеет форму круга с радиусом d в несколько раз большим, чем диаметр диафрагмы, то

$$S_d = 2Sd = 2\pi a^2 d \omega \xi_0.$$

Так как условия в этом случае отличаются от условий, имеющих место для двух отдельных источников, то d нужно заменить эффективным значением. Как указано в параграфе 21, найдено экспериментально, что оно равно около $0,7d$, откуда напряженность двойного источника S_d равна $1,4\pi d a^2 \omega \xi_0$. Введя это значение S_d в уравнение (84), найдем, что мощность заключенной в экран диафрагмы приблизительно определяется уравнением

$$P = \frac{\pi \rho_0 d^2 a^4 \omega^6 \xi_0^2}{6c^3} \quad (kd \leq 0,5). \quad (85)$$

Это показывает, что на низких частотах, если амплитуда постоянна, мощность увеличивается пропорционально квадрату размера экрана.

На практике, если движущая сила неизменна по величине, то увеличение d сопровождается уменьшением амплитуды, так как увеличивается механический импеданс (см. определение 30). Приведенными формулами можно пользоваться при $kd \leq 0,5$; для значений $kd > 0,5$ нужно пользоваться выводами параграфа 21.

19. ВИБРАТОР БЕЗ ЭКРАНА

Когда радиус экрана сравним с радиусом диафрагмы, то вышеприведенный анализ не действителен. Мы определили напряженность двойного источника, как $S_d = 2Sd$, где S представляет собой напряженность простого источника, а $2d$ расстояние между двумя источниками, колеблющимися в противоположных фазах. Это можно также выразить интегралом $\iint v 2d dA = S_d$, где dA представляет собой элементарные площадки на концах линии длиной $2d$.

На частотах, где распространение волны сферично, можно показать [215], что:

$$\phi = i \left[\left(V + \frac{m_l}{\rho_0} \right) \omega \xi_0 \right] \frac{k \cos \theta e^{-ikr}}{4\pi r}, \quad (86)$$

где V — объем тела, а m_l — прирост инерции, т. е. добавочная масса, связанная с жидкой средой (см. определение 29 и главу III).

Сравнение с выражением (82a) показывает, что теперь напряженность источника $S_d = \left(V + \frac{m_l}{\rho_0} \right) \omega \xi_0$.

Применяя уравнение (84), находим мощность, излучаемую вибратором, действующим как двойной источник

$$P = \frac{\rho_0 \omega^6 \xi_0^2}{12\pi c^3} \left(V + \frac{m_l}{\rho_0} \right)^2. \quad (87)$$

Для аксиально колеблющейся сферы с радиусом a , $\frac{m_i}{\rho_0} = \frac{2}{3} \pi a^3$ (глава III, таблица 4, когда $ka < 0,5$), а $V = \frac{4}{3} \pi a^3$. Подставим эти значения в уравнение (87) и получим мощность

$$P_s = \frac{\rho_0 \pi a^6 \omega^6 \varepsilon_0^2}{3c^3}. \quad (88)$$

Формула (88) идентична формуле (3) главы VI, таблица 9 ($ka \leq 0,5$), найденной другим способом.

Для круглого диска с радиусом a , $\frac{m_i}{\rho_0} = \frac{8}{3} a^3$ (глава III, параграф 4, метод 2), а $V = 0$. Таким образом, из уравнения (87) излучаемая мощность

$$P_d = \frac{16 \rho_0 a^6 \omega^6 \varepsilon_0^2}{27 \pi c^3}. \quad (89)$$

Влияние формы источника на мощность можно установить, если взять отношение мощности, излучаемой сферой, к мощности, излучаемой диском равного радиуса с той же аксиальной амплитудой.

Из уравнений (88) и (89) имеем, что

$$\frac{P_s}{P_d} = \frac{9\pi^2}{16} \approx 5,6.$$

Большее значение для сферы получается благодаря уменьшенной интерференции излучения от двух полусфер, колеблющихся с противоположными фазами, так как расстояние между полюсами сферы πa , в то время как у диска расстояние от центра до центра талко $2a$. Кроме этого, радиальная скорость сферы падает по направлению к экватору, а у диска она постоянна, так что в последнем случае интерференция больше.

20. ПЛОСКИЙ ЭКРАН

Когда жесткий круглый диск колеблется аксиально, то воздух с каждой его стороны попеременно сгущается и разрежается. Если воздух спереди сгущен, то сзади он разрежен, и, таким образом, получается разность давлений.

Рассмотрим некоторую точку P_2 на рис. 7а в плоскости незранированного диска O , колеблющегося вдоль оси $X'OX$. Излучение, достигающее P_2 от обеих сторон диска, состоит из двух компонент равной величины, из которых одна положительна, а другая отрицательна, так что давление в плоскости везде равно нулю. Точка P_1 ближе к одной стороне диска, чем к другой. Поэтому в этой точке не происходит полной нейтрализации давлений (см. рис. 7б, угол θ , при котором $\phi \neq 0$). Если диск связан с концентрическим жестким кругом, диаметр

которого в несколько раз превосходит диаметр диска, то длина воздушного пути между сторонами диска увеличивается. Чем больше диаметр кругового экрана, тем меньше интерференция между излучениями с двух сторон диска. Как мы покажем далее, имеется предел, выше которого увеличение диаметра экрана не эффективно в отношении увеличения мощности.

Для оценки величины интерференции в P_1 очень существенна длина волны колебаний. Если длина волны велика по сравнению с диаметром диска, то излучения с обеих сторон его при отсутствии экрана достигают таких точек, как P_1 почти в противоположных фазах. Если расстояние от задней стороны до P_1 увеличивается благодаря экрану, то фазовый сдвиг между излучениями уменьшается и отдаваемая мощность увеличивается. Увеличение частоты вызывает уменьшение λ и, при наличии экрана определенного размера, увеличение мощности.

На высоких частотах, когда λ сравнима с диаметром диска, излучение концентрируется в виде пучка с каждой стороны диска и влияние экрана в смысле увеличения мощности незначительно. На низких частотах излучение звука с одной стороны диска при отсутствии влияния второй стороны будет сферическим и на большом расстоянии диск можно рассматривать как малый источник. Поэтому для целей анализа в диапазоне низких частот можно исходить из представления о диске, как о двойном источнике.

Из уравнения (80) потенциал скорости в удаленной точке P_1 при двойном источнике будет

$$\phi = \frac{iS \sin(kd \cos \theta)}{2\pi r},$$

где e^{-ikr} опущено.

Но из уравнения (67) давление $p = i\rho_0\omega\phi$, что при подстановке вышеприведенного значения ϕ дает

$$p = \frac{\rho_0\omega S}{2\pi r} \sin(kd \cos \theta), \quad (90)$$

отрицательный знак опущен.

Когда

$$kd \cos \theta = \frac{1}{2} (2n + 1) \pi,$$

где n — положительное целое число, то давление будет максимальным, а для $kd \cos \theta = n\pi$ оно будет равно нулю. Для некоторого угла θ (исключая $\theta = \frac{1}{2}\pi$), мы при изменении частоты или расстояния между источниками, или и того и другого, будем иметь ряд нулевых и максимальных значений давления. Это чрезвычайно важно при испытании громкоговорителей с ограниченными экранами в совершенно заглушенном помещении или на открытом воздухе. Если микрофон установлен под некоторым углом θ к оси громкоговорителя, то имеются одна или больше частот в акустическом диапазоне, при которых получается описан-

ное явление. На оси $\cos \theta = 1$ и условия для максимума и нуля будут соответственно

$$kd = \frac{1}{2} (2n + 1) \pi$$

и

$$kd = n\pi.$$

На практике для плоских экранов условия несколько отличны от указанных выше и вместо нуля получается некоторый минимум. Такие

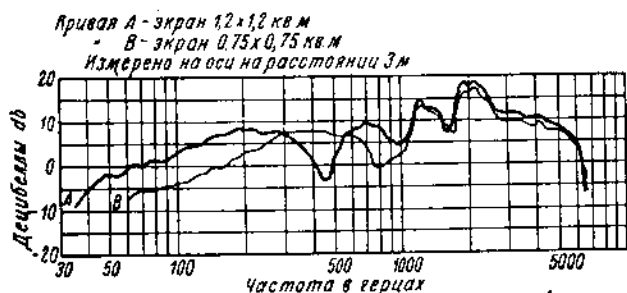


Рис. 8. Частотные характеристики электродинамического громкоговорителя с плоскими экранами различных размеров.

точки приведены на рис. 8, на котором изображены частотные характеристики динамического громкоговорителя, снятые на открытом воздухе. Минимум имеет место при 460 гц, а максимум при 230 гц. Влияние размеров экрана также видно из того же рисунка. Ниже 200 гц имеется почти постоянная разность в 7 дб между кривыми для квадратных экранов со сторонами 1,2 и 0,75 м соответственно. При 460 гц меньший экран дает большую излучаемую мощность. Таким образом, при прослушивании на оси тона в 460 гц при постепенном увеличении размеров экрана, можно добиться того, что при некоторой величине экрана громкость минимальна.

Распределение излучения для различных значений kd показано на рис. 9, где видно, что экранированный двойной источник имеет определенные характеристики направленности. На очень низких частотах полярная характеристика представляет собой две окружности. Когда же частота возрастает, то происходит интерференция по оси и для $kd = \pi$ давление делается равным нулю.

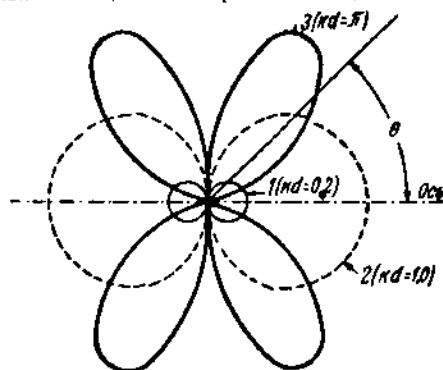


Рис. 9.

21. ИЗЛУЧАЕМАЯ МОЩНОСТЬ

Из главы VI, параграфа 1, формулы (2)

$$P = \frac{4\pi r^2}{\rho c} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} p^2 \sin \theta d\theta$$

Применив уравнение (90) для p , получаем

$$\begin{aligned} P &= -\frac{\rho_0 \omega^2 S^2}{\pi c k d} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \sin^2 (k d \cos \theta) d(k d \cos \theta) = \\ &= \frac{\rho_0 \omega^2 S^2}{2\pi c k d} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} [1 - \cos (2 k d \cos \theta)] d(k d \cos \theta) = \\ &= \frac{\rho_0 \omega^2 S^2}{2\pi c} \left\{ 1 - \frac{\sin 2kd}{2kd} \right\}, \end{aligned} \quad (91)$$

если $r \gg d$. Графическое изображение выражения, заключенного в скобки, несколько похоже на кривую

$$G_1 = \left[1 - \frac{J_1(2ka)}{ka} \right],$$

показанную на рис. 18. Кроме первого максимума, превышающего единицу, излучаемая мощность не увеличивается при возрастании расстояния между источниками выше $2d = \frac{1}{2}\lambda$. Мощность колеблется вблизи значения,

равного тому, которое излучается одной стороной жесткого диска в бесконечном экране на низких частотах при сферическом распространении; S идентично в обоих случаях (диск и простой источник). Основная цель применения большого экрана заключается в том, что он выключает одну половину диффузора громкоговорителя.

Большой экран подобен бесконечному плоскому экрану. Но не следует предполагать, что оба экрана идентичны во всех отношениях, так как распределение излучения при конечном экране сосредоточено, в то время как при бесконечном оно одинаково во всех направлениях при условии, что $ka \leq 0,5$; a — радиус диафрагмы.

Эти результаты приложимы к излучению в свободном пространстве, когда расстояние r от центра диафрагмы велико по сравнению с длиной стороны экрана. В обычной комнате условия изменяются в связи с от-

ражением и возникновением стоячих волн. Следовательно, излучаемая мощность и распределение звука будут отличаться от вышеуказанных.

Если мы положим, что $2d$ представляют собой расстояние вокруг экрана от центра к центру диафрагмы, то найдем $2d$, исходя из длины стороны экрана. Из рис. 8 видим, что при экране в 1,44 кз. м, мощность начинает убывать ниже 200 гц, а при экране в 0,56 кв. м точка перегиба будет 300 гц.

Соответствующие значения $\frac{1}{2} \lambda$ будут 0,84 м и 0,56 м соответствен-

но. Пренебрегая тем, что экран квадратный, а не круглый, первому экрану соответствует $2d = 0,84$ м, а второму соответствует $2d = 0,56$ м. В среднем, следовательно, получается, что между 200 и 300 гц эквивалентное расстояние между двумя простыми источниками будет составлять примерно 0,7 стороны экрана. Практически достаточно взять сторону квадратного экрана такой, чтобы она была не меньше половины самой низкой длины волны. Когда желательно получить заметное излучение при частоте в 50 гц, то лучшим разрешением вопроса является отверстие в стене комнаты.

Если излучение задней стороны диафрагмы происходит в небольшом закрытом объеме, нужно постараться избежать резонансов.

Возвратимся к уравнению (91), когда $2kd \leq 1$, как это имеет место при очень низких частотах, то

$$1 - \frac{\sin 2kd}{2kd} \div \frac{2}{3} k^2 d^2,$$

а излучаемая мощность

$$P = \frac{\rho \omega^4 S^2 d^2}{3\pi c^3} \quad (92)$$

Это идентично уравнению (84), так как $S_d = 2Sd$.

Если предположить, что d гораздо больше радиуса диафрагмы, то мощность на данной частоте будет увеличиваться пропорционально квадрату стороны экрана при условии, что амплитуда колебаний диафрагмы постоянна. На практике, благодаря конечным размерам диафрагмы, увеличение мощности может происходить более быстро, чем при небольших экранах. Это подтверждается рис. 8. Отношение квадратов сторон экранов на рис. 8 будет 2,56, а отношение мощностей 5.

Уравнение (92) неприменимо в случае, когда $d = a$; оно превращается тогда в формулу для мощности, излучаемой аксиально колеблющейся сферой и радиусом a , при условии, что $S = \pi a^2 \omega \xi$.

22. ВЛИЯНИЕ БЕСКОНЕЧНОГО ЭКРАНА НА ИЗЛУЧАЕМУЮ МОЩНОСТЬ [121b] ПРИ ПОСТОЯННОЙ ДВИЖУЩЕЙ СИЛЕ

До сих пор мы рассматривали влияние увеличения размера экрана при постоянной амплитуде диафрагмы. Теперь рассмотрим увеличение мощности, когда сила постоянна, а экран бесконечен.

На низких частотах мощность, излучаемая жестким диском, с одной стороны, из уравнения (89) будет

$$P' = \frac{16}{27\pi} \frac{\rho_0 a^6 \omega^2 \xi_0'^2}{c^3}, \quad (93)$$

а с обеих сторон при бесконечном экране:
(из уравнения 72)

$$P = \frac{\pi \rho_0 a^4 \xi_0^2}{c}. \quad (94)$$

Мы можем теперь P' и P выразить через постоянную движущую силу f . Предположим, что можно пренебречь акустической нагрузкой, тогда мы можем написать

$$f = m_e \ddot{\xi}_0' = m_e \omega \dot{\xi}_0',$$

так что

$$\dot{\xi}_0' = \frac{f}{\omega m_e} = \frac{f}{\omega m_i' (1 + \beta')}, \quad (95)$$

где

$$m_e = m_n + m_i',$$

а

$$\beta' = \frac{m_n}{m_i'}.$$

Таким образом

$$\dot{\xi}_0'^2 = \frac{f^2}{\omega^2 m_i'^2 (1 + \beta')^2} \text{ без экрана}$$

и

$$\dot{\xi}_0^2 = \frac{f^2}{\omega^2 m_i'^2 (1 + \beta)^2} \text{ с экраном.} \quad (96)$$

Введем величины $\dot{\xi}_0'^2$ и $\dot{\xi}_0^2$ в уравнения (93) и (94) и так как m_i' для бесконечных экранов на низких частотах [3а] будет $2m_i'$, то получим отношение

$$\frac{P}{P'} = \frac{27\pi^2}{64} \left(\frac{1}{ka} \right)^2 \left(\frac{1 + \beta'}{1 + \beta} \right)^2, \quad (97)$$

при условии, что $ka \leq 0,5$.

Если принять радиус $a = 10$ см, $f = 50$ гц, $\beta = 3,4$, $\beta' = 1,7$, то отношение в уравнении (97) будет $\frac{130}{1}$. Таким образом, применение бесконечного экрана для 50 гц подымает уровень на 21 дб.

Это объясняется таким образом: так как излучение происходит с одной стороны экрана, то мощность, рассеивающаяся, скажем, в полностью

заглушенной („мертвой“) комнате, будет составлять только половину той, что дана в формуле. Вышеуказанное отношение в этом случае будет 65:1, а уровень интенсивности на 18 дБ больше, чем для неэкранированного диска в центре „мертвой“ комнаты. Здесь снова нужно отметить, что хотя общий уровень мощности возрос на 18 дБ, излучение неэкранированного диска сконцентрировано на оси. Более того, в точке оси на расстоянии 8—10 радиусов от диска, влияние экрана будет меньше, чем это было вычислено выше.

Когда движущая сила постоянна [121], мы можем также сравнивать неэкранированную, аксиально колеблющуюся сферу с экранированным жестким диском.

Таким образом

$$\frac{P}{P_s} = \frac{3\pi}{8} \left(\frac{1}{ka} \right)^2 \left(\frac{1 + \beta_s}{1 + \beta} \right)^2, \quad (98)$$

где $\beta_s = \frac{\text{масса сферы}}{m_i \text{ сферы}} = \frac{m_s}{m_i}$, P_s — мощность, излучаемая сферой.

Предположим, что массы диска и сферы равны, тогда результат из уравнения (98) будет в несколько раз меньше, чем в уравнении (97). На высоких частотах, когда ka велико (> 3), получается значительная концентрация излучения, форма волны приближается к плоской, а влияние экрана сравнительно незначительно. Взяв вышеприведенное отношение при этом условии, получаем:

$$\frac{P}{P_s} = \frac{3}{2} \left(\frac{m_{is}}{m_i} \right)^2 \left(\frac{1 + \beta_s}{1 + \beta} \right)^2 = \frac{3}{2} \left(\frac{m_{is} + m_s}{m_i + m_n} \right)^2 \cdot \frac{3}{2}, \quad (99)$$

при условии, что $m_s = m_n$, а $ka > 3,0$, так как m_{is} и m_i тогда стремятся к нулю.

Отношение в уравнении (99) составляет около 1 0/10 величины, полученной из уравнения (98) при 50 гц.

23. ЗЕРКАЛЬНОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ

Применение оптических и электрических зеркальных (мнимых) изображений настолько привычно, что выгода применения их в акустике почти очевидна.

Предположим, что мы имеем простой источник, расположенный очень близко от большой стены, коэффициент поглощения которой равен нулю (рис. 10).

Влияние отражении можно заменить мнимым источником таких же фазы и напряженности, расположенным на перпендикуляре на расстоянии d от стены. Аналитический вывод очень прост. Потенциал скорости в любой точке на расстоянии r от простого источника будет согласно

$$\text{уравнению (63)} \quad \phi = -\frac{\dot{S} e^{-ikr}}{4\pi r}.$$

Таким образом, потенциал скорости в P_1 , обусловленный источником и его изображением, будет (рис. 10)

$$\phi = \frac{S}{4\pi} \left\{ \frac{e^{-ikr_1}}{r_2} + \frac{e^{-ikr_1}}{r_1} \right\}. \quad (100)$$

Когда r_1 и $r_2 \gg d$, то уравнение (100) можно написать в таком виде:

$$\phi = \frac{S e^{-ikr}}{4\pi r} (e^{ikd \cos \psi} + e^{-ikd \cos \psi}) = \frac{S}{2\pi r} \cos(kd \cos \psi), \quad (101)$$

если пренебречь фазовым множителем e^{-ikr} .

Так как ϕ изменяется в зависимости от ψ , то ясно, что стена как бы наделяет источник свойством направленности.

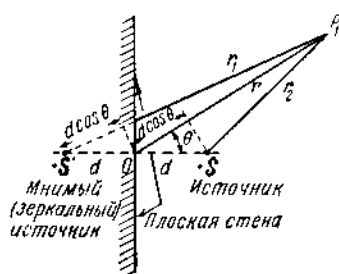


Рис. 10.

Когда $kd \cos \psi = \frac{1}{2} (2n + 1) \pi$, то давление делается равным нулю, а когда $kd \cos \psi = n\pi$, то оно максимально; n — некоторое положительное целое число. Если источник приближается к стене, то направленность характеристики постепенно исчезает.

Когда $d = 0$, то $\phi = \frac{S}{2\pi r}$, т. е. потенциал скорости удваивается. Это следует из того, что излучение происходит в телесном угле 2π вместо 4π .

Если коэффициент поглощения плоской стены a_s , то напряженность мнимого источника будет

$$\frac{(1 - a_s)^{\frac{1}{2}} S e^{-ikr}}{4\pi r}.$$

Тогда

$$\phi = \frac{S e^{-ikr}}{4\pi r} \{ e^{ikd \cos \psi} + b e^{-ikd \cos \psi} \}, \quad (102)$$

где $b = (1 - a_s)^{\frac{1}{2}}$.

Таким образом

$$|\phi| = \frac{S}{4\pi r} \{ (1 + b^2) + 2b \cos(2kd \cos \psi) \}^{\frac{1}{2}}. \quad (103)$$

Если $a_s = 0$, то уравнение (103) сводится к уравнению (101), а если $a_s = 1$, получается полное поглощение и ϕ имеет значение $\frac{S}{4\pi r}$, как в свободном пространстве.

24. МОЩНОСТЬ, ИЗЛУЧАЕМАЯ ПРОСТЫМ ИСТОЧНИКОМ ВБЛИЗИ ПЛОСКОЙ СТЕНЫ

Из уравнения (2) главы VI

$$P = \frac{2\pi r^2}{\rho_0 c} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} p^2 \sin \theta d\theta;$$

при этом излучение происходит в одну половину бесконечного пространства, т. е. в одну сторону от стены. Так как $p = i\rho_0 \omega \phi$, то, подставив значения из уравнения (101) в вышеприведенную формулу, получим:

$$\begin{aligned} P &= -\frac{\rho_0 \omega^2 S^2}{2\pi c (kd)} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \cos^2(kd \cos \theta) d(kd \cos \theta) = \\ &= -\frac{\rho_0 \omega^2 S^2}{4\pi c} \left[\cos \theta + \frac{\sin(2kd \cos \theta)}{2kd} \right]_0^{\frac{1}{2}\pi} = \\ &= \frac{\rho_0 \omega^2 S^2}{4\pi c} \left[1 + \frac{\sin 2kd}{2kd} \right]. \end{aligned} \quad (104)$$

При отсутствии стены $d = \infty$, а $P = \frac{\rho_0 \omega^2 S^2}{4\pi c}$, что отвечает излучению простого источника в свободном пространстве. Если источник расположен очень близко к стене*, то $P = \frac{\rho_0 \omega^2 S^2}{2\pi c}$; в этом случае получается удвоенная отдаваемая мощность. Это последнее выражение идентично с выражением для мощности, излучаемой с одной стороны жесткого диска в бесконечном экране при сферическом распространении (глава II, § 16, $S = \pi a^2 \omega \xi_0$).

25. ОТРАЖЕНИЕ ОТ СТЕНЫ ПРИ НАЛИЧИИ ЭКРАНА

Обычно, громкоговоритель помещают близко к стене. Стена отражает волны (противоположного знака) от задней стороны диафрагмы вперед, так что мощность и пространственное распределение соответствующим образом изменяются. Если громкоговоритель с экраном помещен в углу, образуемом двумя стенами, то получается резонансная полость и мощность в некотором диапазоне частот может быть увеличена, тогда как на другом участке она может быть уменьшена благодаря отражению. Если удалить громкоговоритель из угла, то низкие частоты ослабляются, благодаря уменьшению резонанса. Если большая плоская стена находится

* $d \rightarrow 0$, так что $\frac{\sin 2kd}{2kd} = 1$.

в свободном пространстве и экран невелик по размерам, то для аналитического рассмотрения проблемы может быть применен метод зеркальных изображений (параграф 23).

Эквивалентное расположение простых источников показано на рис. 11. Когда $r \gg 4d + 2x$, то потенциал скорости в точке P_1 будет

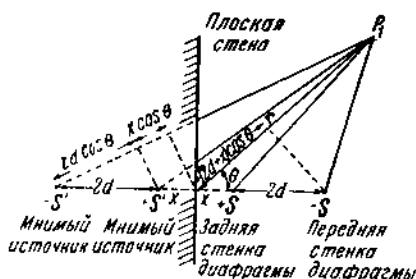


Рис. 11.

$$\phi = \frac{S}{4\pi r} \{ e^{-ik(r-x\cos\theta)} + e^{-ik(r+x\cos\theta)} - e^{-ik[r-(2d+x)\cos\theta]} - e^{-ik[r+(2d+x)\cos\theta]} \} \quad (105)$$

$$= \frac{Se^{-ikr}}{2\pi r} (\cos z - \cos mz), \quad (106)$$

где $z = kx \cos \theta$ и $m = \left\{ 1 + \left(\frac{2d}{x} \right) \right\}$, $\theta =$ угловому расстоянию от P_1 до точки пересечения

стены с линией источников. Характеристику излучения можно получить из уравнения (106); характерный пример представлен на рис. 12, кривая 2. Для сравнения эта же характеристика для случая отсутствия стены дана в виде кривой 1.

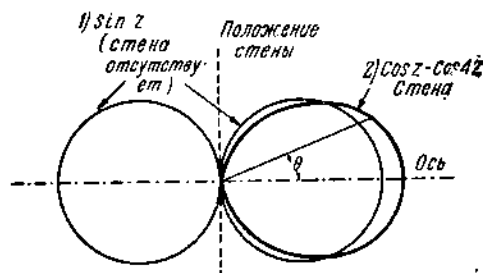


Рис. 12. Кривые, иллюстрирующие влияние стены на распространение звука низкой частоты от громкоговорителя с плоским экраном, $\sin z = \sin(kd \cos \theta) \doteq kd \cos \theta$; для $\cos z - \cos 4z$.

26. ИЗЛУЧАЕМАЯ МОЩНОСТЬ ПРИ НАЛИЧИИ ЭКРАНА ВБЛИЗИ ПЛОСКОЙ СТЕНЫ

Пользуясь параграфом 21, получаем, что излучаемая мощность

$$P = \frac{p_0 \omega^2 S^2}{2\pi c (kx)} \int_0^{kx} (\cos^2 z - 2 \cos z \cos mz + \cos^2 mz) dz, \quad (107)$$

так как

$$-\sin \theta d\theta = \frac{d(kx \cos \theta)}{kx} = \frac{dz}{kx},$$

и пределы θ будут от 0 до $\frac{1}{2} \pi$; стена уменьшает телесный угол до 2π .

Интегрируя уравнение (107) и подставляя пределы, находим:

$$P = \frac{\rho \omega^2 S^2}{4\pi c} \left\{ 2 + \frac{\sin 2kx}{2kx} + \frac{\sin 2k(x+2d)}{2k(x+2d)} - 2 \left[\frac{\sin 2kd}{2kd} + \frac{\sin 2k(d+x)}{2k(d+x)} \right] \right\}. \quad (108)$$

Если удалить экран, то d вследствие этого будет равно нулю; из-за полной интерференции мощность будет равна нулю, так как рассматри-

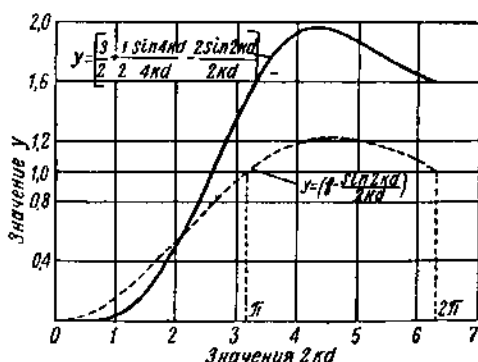


Рис. 13.

ваются малые источники. Если $x = \infty$ и громкоговоритель удален от стены, то

$$P = \frac{\rho \omega^2 S^2}{2\pi c} \left\{ 1 - \frac{\sin 2kd}{2kd} \right\}, \quad (109)$$

что идентично уравнению (91), как и следовало ожидать.

Если x мало по сравнению с d , то

$$P = \frac{\rho \omega^2 S^2}{2\pi c} \left\{ \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \frac{\sin 4kd}{4kd} - \frac{2 \sin 2kd}{2kd} \right\}. \quad (110)$$

Влияние стены вблизи громкоговорителя находим из сравнения уравнений (109) и (110). Выражения, заключенные в фигурные скобки, представлены на рис. 13.

Наибольшее влияние стены имеет место, когда $2kd = 4.18$, мощность тогда в 1,63 раза больше своего значения в свободном пространстве.

На низких частотах наступает момент, когда отражение становится вредным из-за увеличения интерференции между обеими сторонами

диафрагмы. Анализ показывает, что влияние стены подчеркивает низкие частоты для длин волн меньше, чем $2\pi d$, если только громкоговоритель находится достаточно близко к стене, но не настолько близко, чтобы могли создаться условия, не предусмотренные при выводе формулы

Так как $\left\{1 - \left(\frac{\sin 2kd}{2kd}\right)\right\}$ будет единицей, когда $2kd > \pi$, то из этого следует, что влияние стены можно представить в следующем виде:

$$\left[\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\sin 4kd}{4kd} \right) - 2 \left(\frac{\sin 2kd}{2kd} \right) \right].$$

В обычной комнате вышеприведенные результаты изменяются благодаря отражению.

27. МЕХАНИЧЕСКИЙ ИМПЕДАНС СФЕРИЧЕСКИХ ВИБРАТОРОВ

Предположив, что вибраторы не имеют массы, мы можем вывести формулу для механического импеданса на единицу площади колеблющейся поверхности [121b].

По определению 27

$$z = \frac{\text{давление}}{\text{радиальная скорость}} = \frac{p}{u}.$$

Таким образом

$$z = \frac{(p_0 + p_1 + \dots + p_n)}{u}, \quad (111)$$

где $p_0 \dots p_n$ — давления, соответствующие зональным функциям различных порядков. Из уравнения (55) и формулы $p_n = i\rho_0 \omega \phi_n$ получим

$$p_n = i\rho_0 \omega a u_n \zeta_n = i\rho_0 c z u_n \zeta_n.$$

Таким образом, механический импеданс на единицу площади будет:

$$z = \frac{i\rho_0 c z}{u} (u_0 \zeta_0 + u_1 \zeta_1 + \dots + u_n \zeta_n + \dots). \quad (112)$$

а) Радиально пульсирующая сфера.

Здесь $u = u_0 = U = \text{константе}$ и $\zeta_0 = \left(\frac{1 - iz}{1 + z^2} \right)$ так, что импеданс на единицу площади будет

$$z = r + ix = \rho_0 c \left(\frac{z^2}{1 + z^2} + \frac{iz}{1 + z^2} \right), \quad (113)$$

где $z = ka$. Действительной компонентой z будет сопротивление акустического излучения на единицу площади, а мнимая часть связана с приращением инерции (см. определение 29). На высоких частотах, когда ka достаточно велико, компонентой инерции можно пренебречь и тогда

импеданс будет

$$z = \rho_0 c. \quad (114)$$

Физическая интерпретация уравнения (114) заключается в том, что при указанном условии импеданс сферы равен сопротивлению среды (см. определение 20).

б) Радиально пульсирующая полусфера.

Здесь

$$u_0 = \frac{1}{2} U; \quad u_1 = \frac{3}{4} U\mu; \quad \xi_0 = \left(\frac{1 - iz}{1 + z^2} \right);$$

$$\xi_1 = \frac{2 + z^2 - iz^3}{4 + z^4}, \text{ как видно из таблиц 1, 2.}$$

Подставив эти значения в уравнение (112), получим для шаровых функций нулевого и первого порядков:

$$z = \frac{\rho_0 c}{2} \left\{ \left(\frac{z^2}{1 + z^2} \right) + \frac{3}{2} \mu \left(\frac{z^4}{4 + z^4} \right) + i \left[\left(\frac{z}{1 + z^2} \right) + \frac{3}{2} \mu \left(\frac{2z + z^3}{4 + z^4} \right) \right] \right\}. \quad (115)$$

Для того, чтобы получить более точные результаты, когда z велико, требуются функции более высоких порядков. Из уравнения (115) видно, что z изменяется в зависимости от μ . У полюса, где $\mu = 1$, z превосходит $\rho_0 c$ сопротивление среды. Величина z из уравнения (115) у полюса равна приблизительно $\frac{5}{4} \rho_0 c$.

На экваторе $\mu = 0$, а $z = \frac{1}{2} \rho_0 c$. Учет функций более высоких порядков увеличит z у полюса, но не у экватора, где $\mu = 0$. Среднее значение z на поверхности при большом z и при учете функций более высоких порядков приближается к величине $\rho_0 c$.

III. РЕАКЦИЯ СРЕДЫ НА ВИБРАТОР. ДОБАВОЧНАЯ МАССА

1. ДАВЛЕНИЕ В НЕКОТОРОЙ ТОЧКЕ ЖЕСТКОГО ДИСКА, КОЛЕБЛЮЩЕГОСЯ В БЕСКОНЕЧНОМ ЭКРАНЕ [3б]

Потенциал скорости в точке P (рис. 14) от элементарной площадки dA , гармонически колеблющейся в аксиальном направлении, согласно уравнению (76) главы II будет:

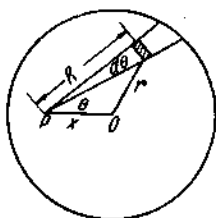
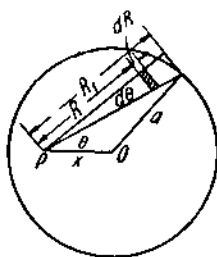


Рис. 14.

$$d\phi = \frac{1}{2\pi} \frac{e^{-ikR}}{R} \dot{\xi}_0 dA, \quad (1)$$

где R —расстояние от P до dA ,
а $\dot{\xi}_0 = -\frac{\partial \phi}{\partial n}$ есть скорость dA
по нормали к плоскости.

Из уравнения (31) главы II

$$p = \rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} = i\rho_0 \omega \phi;$$

фактор времени $e^{i\omega t}$, введенный перед дифференцированием, исключен после него.

Таким образом, из уравнения (1)

$$dp = \frac{i\rho_0 \omega \dot{\xi}_0}{2\pi} \frac{e^{-ikR}}{R} dA. \quad (2)$$

Чтобы определить давление в некоторой точке на поверхности колеблющегося жесткого диска, являющегося частью плоского экрана, нужно формулу (2) распространить на всю поверхность диска. Давление в точке P от элементарной площади $RdRd\theta$ (рис. 14) будет:

$$dp = \frac{i\rho_0 \omega \dot{\xi}_0}{2\pi} \frac{e^{-ikR}}{R} RdRd\theta. \quad (3)$$

Общее давление в P , соответствующее всему диску,

$$p = \frac{i\rho_0 c \dot{\xi}_0}{\pi} \int_0^\pi \int_0^{R_1} k e^{-ikR} dR, \quad (4)$$

так как $k = \frac{\omega}{c}$.

Вычисление этого интеграла является затруднительным [3b]. Поэтому здесь приведены готовые результаты.

Давление в некоторой точке на расстоянии x от центра диска ($b = \frac{x}{a}$) будет:

$$p = p_a + ip_i = p_0 c_{20}^k \left\{ \left[\frac{z^2}{2!} g_2 - \frac{z^4}{4!} g_4 + \frac{z^6}{6!} g_6 - \dots \right] + \right. \\ \left. + i \left[zg_1 - \frac{z^3}{3!} g_3 + \frac{z^5}{5!} g_5 - \dots \right] \right\}, \quad (5)$$

где [3b]

$$g_2 = 1$$

$$g_4 = 1 + 2b^2$$

$$g_6 = 1 + 6b^2 + 3b^4$$

$$g_8 = 1 + 12b^2 + 18b^4 + 4b^6$$

$$g_{10} = 1 + 18b^2 + 66b^4 + 36b^6 + b^8$$

$$\dots \dots \dots$$

$$g_1 = F\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, b^2\right)$$

$$g_3 = F\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, 1, b^2\right) + \frac{3}{2} b^2 F\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 2, b^2\right)$$

$$g_5 = F\left(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}, 1, b^2\right) + 5b^2 F\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, 2, b^2\right) + \\ + \frac{15}{8} b^4 F\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 3, b^2\right)$$

$$g_7 = F\left(-\frac{7}{2}, \frac{1}{2}, 1, b^2\right) + \frac{21}{2} b^2 F\left(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}, 2, b^2\right) + \\ + \frac{105}{8} b^4 F\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, 3, b^2\right) + \frac{35}{16} b^6 F\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 4, b^2\right)$$

$$g_9 = F\left(-\frac{9}{2}, \frac{1}{2}, 1, b^2\right) + 18b^2 F\left(-\frac{7}{2}, \frac{1}{2}, 2, b^2\right) + \\ + \frac{189}{4} b^4 F\left(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}, 3, b^2\right) + \frac{105}{4} b^6 F\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, 4, b^2\right) + \\ + \frac{315}{128} b^8 F\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 5, b^2\right);$$

Гипергеометрическая функция

$$F(\alpha, \beta, \gamma, x^2) = 1 + \frac{\alpha\beta}{\gamma} x^2 + \frac{\alpha(\alpha+1)\beta(\beta+1)}{2! \gamma(\gamma+1)} x^4 + \dots$$

Общее давление в некоторой точке на поверхности диска состоит из двух компонент, сдвинутых по фазе на $\frac{\pi}{2}$; одна из компонент — активная — связана с излучением звука и находится в фазе со скоростью диска; другая компонента — реактивная или инерционная — связана с потоком жидкости, увлекаемой диском; она сдвинута по фазе относительно скорости на $\frac{\pi}{2}$. Векторная диаграмма, иллюстрирующая эти отношения, дана на рис. 15.

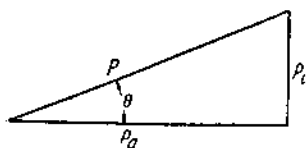


Рис. 15.

Если диск не имеет массы, то импеданс на единицу площади в точке с радиусом $x = ba$ будет:

$$z = \frac{p}{\dot{z}_0} = \rho_0 c \left\{ \left[\frac{z^2}{2!} g_2 - \frac{z^4}{4!} g_4 + \frac{z^6}{6!} g_6 \dots \right] + \right. \\ \left. + i \left[z g_1 - \frac{z^3}{3!} g_3 + \frac{z^5}{5!} g_5 \dots \right] \right\} = r_e + i x_e. \quad (6)$$

2. ИЗМЕНЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ НА ПОВЕРХНОСТИ ЖЕСТКОГО ДИСКА

Из уравнения (5) активная составляющая давления на некотором радиусе x будет

$$p_a = \rho_0 c \dot{z}_0 \left\{ \frac{z^2}{2!} - \frac{z^4}{4!} (1 + 2b^2) + \frac{z^6}{6!} (1 + 6b^2 + 3b^4) - \right. \\ \left. - \frac{z^8}{8!} (1 + 12b^2 + 18b^4 + 4b^6) + \right. \\ \left. + \frac{z^{10}}{10!} (1 + 18b^2 + 66b^4 + 36b^6 + b^8) \right\}, \quad (7)$$

где $b = \frac{x}{a}$.

Часть ряда, данного в уравнении (7), можно использовать для вычисления p_a , когда $z = ka \leq 2,0$ *. При больших значениях ka для точности нужно ввести дополнительные члены [см. 3б].

Изменение активной составляющей акустического давления на поверхности диска для различных значений z графически изображено на рис. 16. На низких частотах p_a постоянно, но с увеличением ka давление по направлению к краю диска относительно уменьшается. Начиная с определен-

* Если $ka = 2$, то погрешность при замене ряда суммой первых пяти членов будет около 1 процента. В акустических расчетах такая ошибка пренебрежимо мала.

ного значения ka , давление в центре убывает и обращается в нуль при $ka = 2\pi$ или $\frac{\omega}{2\pi} = 3400$ гц для диска с радиусом в 10 см.

При дальнейшем увеличении частоты оно колеблется между нулем и постоянным максимумом.

Реактивная составляющая давления определяется из мнимой части уравнения (5). Она также изображена на рис. 16. В центре при $ka = 0,5$ она почти в три раза больше активной составляющей, но падает несколько по направлению к краям. Когда ka увеличивается, то активная составляющая давления растет быстрее, чем реактивная.

Общее давление в некоторой точке диска $\sqrt{p_a^2 + p_i^2} = p$ и его фазовый угол θ_1 с аксиальной скоростью диска показаны на рис. 17. Даже на низких частотах общее давление не постоянно и падает по направлению к краю. Чтобы сохранить давление постоянным при малых значениях ka , скорость элементарных пло-

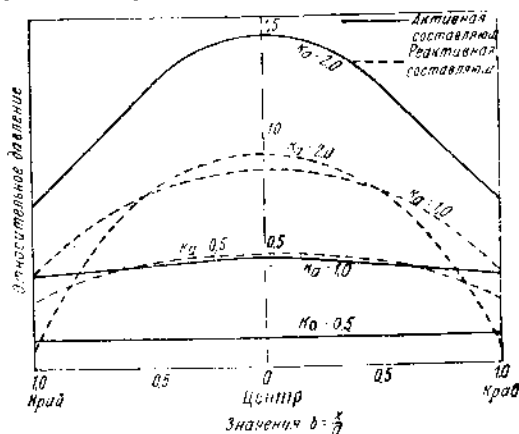


Рис. 16. Кривые изменения активной и реактивной компонент давления на поверхности жесткого диска, колеблющегося в бесконечном экране, для различных значений ka .

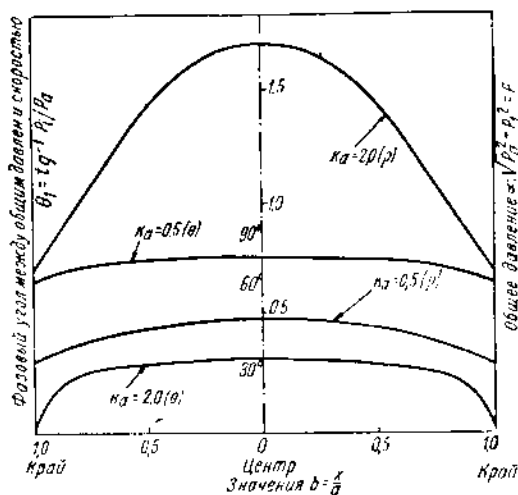


Рис. 17. Кривые изменения общего давления и фазового угла между ним и аксиальной скоростью жесткого диска (рис. 16).

щадок гибкого диска должна была бы увеличиваться с увеличением радиуса x , пока не стала бы бесконечной у краев. Например, при $ka < 0,5$ скорость должна изменяться пропорционально $\frac{1}{(a^2 - x^2)^{\frac{1}{2}}}$ для того, чтобы обеспечить одинаковость давления по поверхности диска.

3. ОБЩЕЕ АКТИВНОЕ ЗВУКОВОЕ ДАВЛЕНИЕ НА ОДНУ СТОРОНУ ЖЕСТКОГО ДИСКА

Общее активное звуковое давление находится интегрированием p_a согласно уравнению (5) по поверхности диска. Таким образом, общая активная составляющая давления или сила реакции среды, связанная с излучением звуковой энергии, будет [3б]

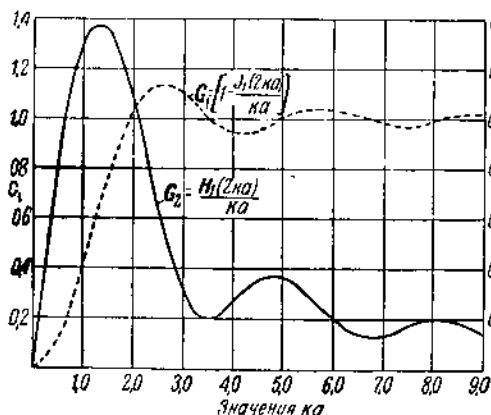


Рис. 18.

$$f_a = 2\pi \int_0^a p_a x dx = 2\pi a^2 \int_0^1 p_a b db,$$

где p_a дано уравнением (5). Подставив значение p_a в приведенный интеграл, получим:

$$f_a = 2\pi a^2 \rho_0 c \dot{\xi}_0 \int_0^1 \left[\frac{z^2}{2!} b - \right.$$

$$\begin{aligned} & - \frac{z^4}{4!} (b + 2b^3) + \frac{z^6}{6!} (b + 6b^3 + 3b^5) - \\ & - \frac{z^8}{8!} (b + 12b^3 + 18b^5 + 4b^7) + \dots \Big] db = \\ & = 2\pi a^2 \rho_0 c \dot{\xi}_0 \left[\frac{z^2}{2 \cdot 2!} - \frac{z^4}{4!} + \frac{5z^6}{2 \cdot 6!} - \frac{21z^8}{2 \cdot 8!} + \dots \right] = \\ & = \rho_0 c \dot{\xi}_0 A \left[\frac{(2z)^2}{2 \cdot 4} - \frac{(2z)^4}{2 \cdot 4 \cdot 6} + \frac{(2z)^6}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} - \frac{(2z)^8}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10} \dots \right] = \\ & = \rho_0 c \dot{\xi}_0 A \left[1 - \frac{J_1(2z)}{z} \right] = \rho_0 c \dot{\xi}_0 A G_1, \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$G_1 = \left[1 - \frac{J_1(2z)}{z} \right].$$

Функция G_1 изображена на рис. 18 [219].

Формула 8 идентична выражению, полученному лордом Релеем (Rayleigh) [219], который пользовался совершенно другим методом. Реактивная составляющая давления находится подобным же образом, как указывается в следующем параграфе.

4. ДОБАВОЧНАЯ МАССА (m_i)

Колебания тела в жидкости или воздухе сопровождаются двумя явлениями: (а) звуковые волны распространяются в окружающее пространство и (б) в непосредственной близости к телу происходят периодические изменения местного потока частиц среды, увлекаемых колеблющимся телом. Для того, чтобы поддерживать этот местный поток, движущая сила должна иметь безваттную или реактивную (инерционную) компоненту.

Если u есть нормальная скорость элементарной площадки поверхности, то кинетическая энергия, связанная с ней, будет [216]

$$dT = \frac{1}{2} u^2 dm_i,$$

где m_i называется добавочной массой [219]. Влияние реактивной компоненты заключается в том, что увеличивается фазовый угол между общим давлением и скоростью поверхности и, следовательно, уменьшается коэффициент мощности.

Если тело представляет собой гибкий круглый диск, движимый в центре, то масса соколеблющейся жидкости уменьшает частоты его собственных колебаний.

Основная собственная частота незакрепленного по краям алюминиевого диска (при которой образуется одна узловая окружность), с радиусом 10 см и толщиной 0,055 см, составляет 120 гц при колебаниях в воздухе и только 22 гц при колебаниях в воде. В последнем случае добавочная масса в десять раз больше массы самого диска, тогда как в воздухе добавочная масса в 800 раз меньше натуральной массы диска.

Рассмотрим колебания жесткого диска вдоль оси $X'OX$ на рис. 19а. На достаточно высокой частоте длина волны меньше радиуса диска. В окружающем диск пространстве распространение звука происходит в виде пучка (глава V, § 1).

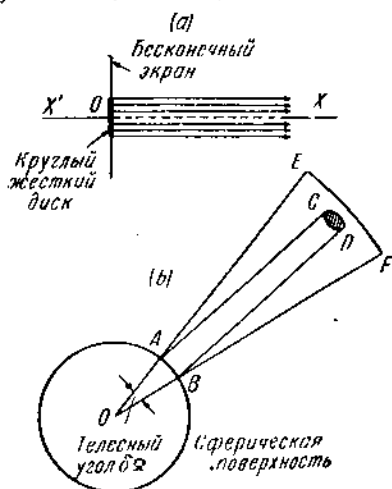


Рис. 19.

Для простоты вообразим, что этот пучок представляет собой коаксиальный прямой цилиндр равного с диском радиуса. В этом случае дивергенция отсутствует и реактивное давление равно нулю. Другая компонента давления, будучи в фазе со скоростью, целиком связана со звуковым излучением. Это же имеет место и в случае диска, колеблющегося на конце очень длинной цилиндрической трубы того же радиуса, если пренебречь отражением с открытого конца.

При радиальных колебаниях сферы, как видно из рис. 19b, излучение с элементарной площадки AB происходит не в цилиндре $ABCD$, а расходится под углом $\delta\Omega$; в этом случае благодаря дивергенции излучения возникает добавочная масса m_i .

Существуют два аналитических способа для определения m_i ; для применения каждого из них необходимо знать инерционную компоненту давления (или потенциал скорости) в любой точке поверхности. Если нормальная скорость везде одинакова, то общее давление, а отсюда и m_i , находятся посредством интегрирования по поверхности. Если скорость непостоянна, то нужно проинтегрировать кинетическую энергию, связанную с каждым элементом поверхности, а результат разделить на половину квадрата скорости в некоторой выбранной точке. Это даст m_i , выраженную через скорость выбранной точки.

Целесообразно выбрать точку приложения движущей силы так, чтобы реактивное сопротивление, соответствующее m_i , можно было выразить обычным способом. Однако, когда скорость на краю превышает скорость в центре, то нужно предпочесть краевую скорость.

Метод 1. Для иллюстрации первого метода найдем m_i для жесткого круглого диска, колеблющегося в бесконечном экране. Из уравнения (5) реактивное давление в некоторой точке диска

$$p_i = \rho_0 c \dot{\xi}_0 \left\{ z g_1 - \frac{z^3}{3!} g_3 + \frac{z^5}{5!} g_5 \dots \right\} \quad (9)$$

Мнимая единица опущена. Реактивное давление на поверхность кругового кольца с внутренним радиусом x и радиальной шириной dx будет $2\pi p_i x dx$; следовательно, общее инерционное давление на одну сторону диска будет

$$2\pi \int_0^a p_i x dx = 2\pi a^2 \int_0^1 p_i b db, \quad (10)$$

так как $b = \frac{x}{a}$.

Чтобы проинтегрировать гипергеометрические функции g_1, g_3 и т. д., требуются следующие интегралы:

$$\int_0^1 F(\alpha, \beta, \gamma, b^2) b^{2\gamma-1} db = \frac{1}{2\gamma} F(\alpha, \beta, \gamma+1, 1), \quad (11)$$

где $\gamma = 1, 2, 3$ и т. д.

$$\left. \begin{aligned} \int_0^1 F(\alpha, \beta, 1, b^2) b^3 db &= \frac{1}{2} \left\{ F(\alpha, \beta, 2, 1) - \frac{1}{2} F(\alpha, \beta, 3, 1) \right\} \\ \int_0^1 F(\alpha, \beta, 2, b^2) b^5 db &= \frac{1}{4} \left\{ F(\alpha, \beta, 3, 1) - \frac{1}{3} F(\alpha, \beta, 4, 1) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Выразив интеграл уравнения (10) в гипергеометрических функциях (правая сторона уравнения (11)), нужно их вычислить посредством формулы Гаусса

$$F(\alpha, \beta, \gamma, 1) = \frac{\Gamma(\gamma) \Gamma(\gamma - \alpha - \beta)}{\Gamma(\gamma - \alpha) \Gamma(\gamma - \beta)}. \quad (12)$$

Общее реактивное давление на одну сторону диска [3б]

$$\begin{aligned} f_l &= \frac{\rho_0 c^2 \xi_0}{k^2} \left\{ \frac{(2z)^3}{1^2 \cdot 3} - \frac{(2z)^5}{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5} + \frac{(2z)^7}{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7} - \dots \right\} = \\ &= 4\rho_0 c a^2 \xi_0 \left\{ \frac{2z}{1^2 \cdot 3} - \frac{(2z)^3}{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5} + \frac{(2z)^5}{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7} - \dots \right\}. \end{aligned} \quad (13)$$

Ряд в скобках равен $\frac{\pi H_1(2z)}{4z}$, где H_1 функция Струве первого порядка.

Так как масса = сила / ускорение = $\frac{f_l}{\omega^2 \xi_0}$, то прирост инерции

будет

$$m_l = \frac{\rho_0 c A}{\omega} \frac{H_1(2z)}{z} = \frac{\rho_0 c A}{\omega} G_2, \quad (14)$$

где $G_2 = \frac{H_1(2z)}{z}$; уравнение (14) учитывает добавочную массу, связанную с одной только стороной диска.

На низких частотах при отсутствии экрана формула (14) дает m_l для обеих сторон диска, т. е. бесконечный экран удваивает величину m_l . Функция G_2 [3б, 219] начерчена на рис. 18.

Метод 2. Для иллюстрации второго метода [1, 4] рассмотрим гибкий круглый диск, колеблющийся в бесконечном экране. Для диска, кривая

* $m_l = \pi \rho_0 a^3 \left\{ \frac{H_1(2z)}{z^2} \right\}$ = массе воздуха в цилиндре, радиус которого a и высота $a \left\{ \frac{H_1(2z)}{z^2} \right\}$.

динамической деформации которого $\xi = \xi_{\max} (1 - \varphi b^2)$ (см. опр. 37)*, реактивное давление в любой точке можно представить так:

$$p_i = i\rho_0 \omega \xi_{\max} a \left\{ (1 - \varphi) F \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, b^2 \right) + \right. \\ \left. + \frac{2}{3} \varphi F \left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, 1, b^2 \right) \right\}, \quad (15)$$

если распространение звука в основном сферично, т. е. $ka \leq 0,5$.

Кинетическая энергия соколеблющейся жидкости, связанная с элементарной площадкой dA , движущейся с нормальной скоростью $\dot{\xi}$, будет [216]

$$dT = \frac{1}{2} \rho_0 \varphi_i \dot{\xi} dA. \quad (16)$$

где φ_i реактивная компонента потенциала скорости на поверхности диска. Из уравнения (31) главы II, $p = \rho_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t}$; внося фактор времени $e^{i\omega t}$ до дифференцирования и исключая его после, получаем

$$p_i = i\rho_0 \omega \varphi_i$$

или

$$\varphi_i = -\frac{ip_i}{\rho_0 \omega}. \quad (17)$$

Введем величину φ из уравнения (17) в уравнение (16); получим

$$dT = -\frac{ip_i \dot{\xi} dA}{2\omega}.$$

Кинетическая энергия, связанная с круговым кольцом, имеющим радиус x и ширину dx , будет

$$-ip_i \dot{\xi} x dx = -ipa^2 p_i \dot{\xi} b db$$

так как $b = \frac{x}{a}$.

Таким образом, используя значение p_i из уравнения (15), получаем выражение для кинетической энергии соколеблющейся жидкости, связанной с одной стороной диска

$$T = \pi \rho_0 a^3 \xi_{\max}^2 \int_0^1 \left[(1 - \varphi) F_1 + \frac{2}{3} \varphi F_2 \right] (1 - \varphi b^2) b db. \quad (18)$$

* В этом параграфе имеются в виду максимальные значения периодически меняющихся величин ξ и p_i .

Верхний предел интегрирования в уравнении (18) единица, так как это есть значение b , когда $x=a$ тогда

$$F_1 = F\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, b^2\right) \text{ и } F_2 = F\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, 1, b^2\right).$$

Произведя интегрирование уравнения (18) при помощи уравнения (11) и применив формулу Гаусса (12), получим [4]

$$T = \frac{4}{3} \rho_0 a^3 \xi_{\max}^2 \left(1 - \frac{14}{15} \varphi + \frac{5}{21} \varphi^2\right). \quad (19)$$

Кинетическая энергия, выраженная через скорость в центре

$$T = \frac{1}{2} m_i \dot{\xi}_{\max}^2$$

отсюда добавочная масса для одной стороны диска

$$m_i = \frac{8}{3} \rho_0 a^3 \left(1 - \frac{14}{15} \varphi + \frac{5}{21} \varphi^2\right). \quad (20)$$

Давая φ разные значения, можно найти величины m_i для кривых динамической деформации, показанных на рис. 20. Для жесткого диска

$$\varphi = 0; \quad m_i = \frac{8}{3} \rho_0 a^3,$$

что идентично значению, получаемому из уравнения (14) при $z \leq 0,5$ (сферическое распространение).

Когда $\varphi = 2$, то диск колеблется с узловой линией в виде окруж-

ности, радиус которой $x = \frac{a}{\sqrt{2}}$. Величина m_i будет при этом $\frac{8}{35} \rho_0 a^3$,

что составляет около 8,6% значения для жесткого диска. Значительное уменьшение m_i связано с тем, что части поверхности с каждой стороны узловой окружности колеблются в противоположных фазах. Дифференцируя уравнение (19) по φ , находим, что кинетическая энергия минимальна, когда $\varphi = 1,96$. Это значение очень близко к тому, при ко-

тором имеется узловая окружность с радиусом $r = \frac{a}{1,2}$.

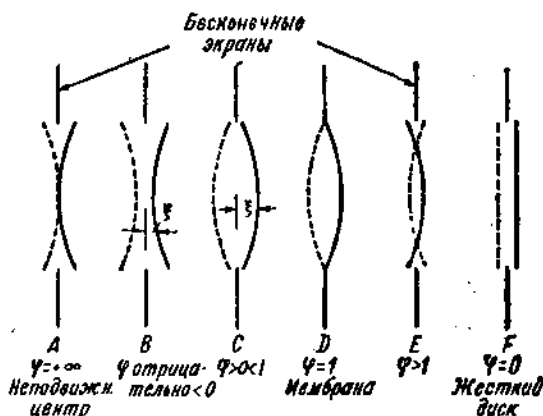


Рис. 20. Различные формы кривой динамической деформации типа

$$\xi = \xi_0 \left(1 - \frac{\varphi x^2}{a^2}\right).$$

Когда $\varphi=1$, получаем первое приближение к мембране при ее самом низком по частоте собственном колебании.

Здесь m_1 для одной стороны будет $0,813 \rho_0 a^3$ или около 0,305 значения для жесткого диска. Если $\varphi > 2$, то амплитуда на краях превышает амплитуду в центре. Скорость краев будет $\dot{\xi}_{\max}(\varphi-1)$, так что

$$m_1 = \frac{8}{3} \frac{\rho_0 a^3}{(\varphi-1)^2} \left(1 - \frac{14}{15} \varphi + \frac{5}{21} \varphi^2 \right). \quad (21)$$

(Ели в выражении $\dot{\xi} = \dot{\xi}_{\max}(1 - \varphi b^2)$, $\varphi \rightarrow \infty$, но $\dot{\xi}_{\max} \varphi$ конечно, то возникает вид колебаний с неподвижным центром и из уравнения (21)

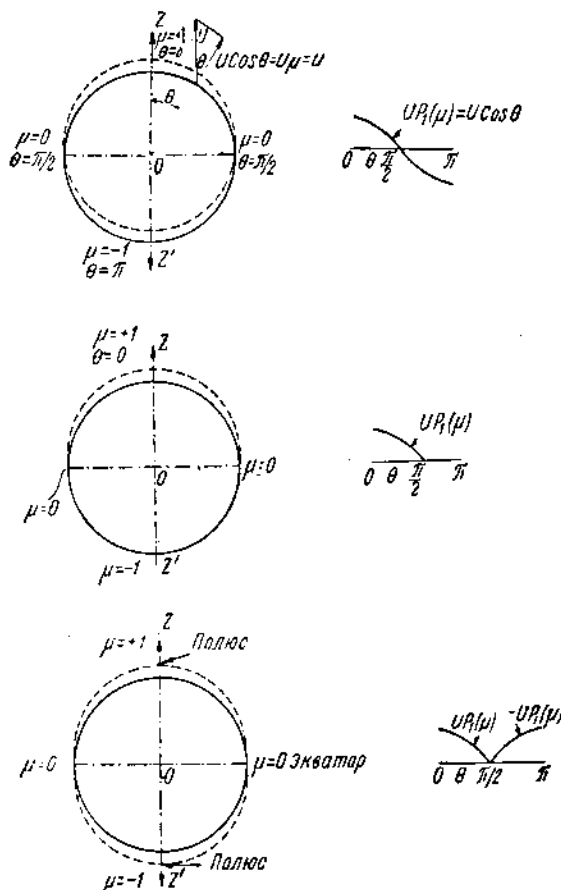
$$m_1 = \frac{40}{63} \rho_0 a^3. \quad (22)$$

Здесь m_1 приведена к скорости краев.

Изменив несколько изложенный метод, можно его применить и к случаю диска со свободными краями и с узловым диаметром. Выраженная через максимальную скорость краев m_1 для одной стороны такого диска будет $\frac{4}{15} \rho_0 a^3$, что составляет точно 0,1 значения m_1 для жесткого диска.

5. ВИБРАТОРЫ БЕЗ ЭКРАНА [3с]

В безрупорных громкоговорителях мы обычно встречаемся с коническими диффузорами. До тех пор, пока не разработан метод анализа для конических диффузоров, приходится пользоваться различными заменами (эквивалентами) диффузора при определении m_1 .



Фиг. 21. а) Сфера, колеблющаяся аксиально. Радиальная скорость $u = U_r$. б) Одна полусфера вибрирует аксиально, другая находится в покое $u = U_r$ от 0 до $\frac{1}{2}\pi$ и $u = 0$ от $\frac{1}{2}\pi$ до π . в) Две полусферы вибрируют аксиально в противоположных направлениях $u = U_r$ от 0 до $\frac{1}{2}\pi$ и $u = -U_r$ от $\frac{1}{2}\pi$ до π .

Когда диффузор заключен в очень большой экран, то на низких частотах эквивалентом диффузора является жесткий диск в бесконечном экране, и для определения m_i можно применить уравнение (14). При отсутствии экрана и в случае, когда громкоговоритель помещен в небольшом ящике, нужно пользоваться другими эквивалентами. Единственное геометрическое тело, излучение звука которым легко поддается анализу и которое в то же время может быть использовано как приближенный эквивалент, это — сфера.

С помощью анализа шаровых функций (см. рис. 21) можно определить добавочную массу [3с] для различных видов колебаний сферы и некоторые типичные результаты приведены в табл. 4. Общий прирост

ТАБЛИЦА 4
Добавочная масса различных излучателей

Тип вибратора	Кривая динамич. деформации	Добавочная масса m_i
1. Диск со свободными краями с узловым диаметром (в бесконечном экране).	$\xi = i_0 \frac{x}{a} \cos \theta$ $a = \text{радиус}$	$\frac{8}{15} \rho_0 a^3$ когда $ka \leq 0,5$
2. Радиально колеблющаяся сфера.	$u = U$	$\frac{4\pi\rho_0 a^3}{1+k^2 a^2} = 4\pi\rho_0 a^3 \zeta_0$
3. Аксиально колеблющаяся сфера.	$u = U \mu = U \cos \theta$	$\frac{4}{3} \pi \rho_0 a^3 \left(\frac{2+k^2 a^2}{4+k^4 a^4} \right) =$ $= \frac{4}{3} \pi \rho_0 a^3 \zeta_{1r}$
4. Две полусферы, колеблющиеся с противоположными фазами вдоль общей оси.	$u = U \cos \theta$ от $\theta = 0$ до $\frac{1}{2} \pi$ $u = -U \cos \theta$ от $\theta = \frac{1}{2} \pi$ до π	$1,1 \pi \rho_0 a^3$ когда $ka \leq 0,5$
5. Одна полусфера находится в покое, другая колеблется радиально.	$u = U$ от $\theta = 0$ до $\frac{1}{2} \pi$ $u = 0$ от $\theta = \frac{1}{2} \pi$ до π	$1,41 \pi \rho_0 a^3$ когда $ka \leq 0,5$
6. Одна полусфера находится в покое, другая колеблется аксиально.	$u = U \cos \theta$ от $\theta = 0$ до $\frac{1}{2} \pi$ $u = 0$ от $\theta = \frac{1}{2} \pi$ до π	$0,44 \pi \rho_0 a^3$ когда $ka \leq 0,5$
7. Сфера, имеющая n узловых окружностей, проходящих через полюса.	$u = U \sin^n \theta \sin n\chi$	$\frac{2^{n+1}}{1.3 \dots (2n+1)} \left(\frac{n!}{n+1} \right) \pi \rho_0 a^3$ когда $ka \leq 0,5$

инерции для сферы равен сумме приращений для отдельных шаровых функций, входящих в выражение для радиальной скорости. Обычно расчет для первых двух-трех составляющих дает достаточно точный результат для низких частот. Каждая составляющая добавочной массы, соответствующая шаровой функции n -го порядка, связана с поправочным частотным коэффициентом. Для аксиально колеблющейся сферы [3с, 219] этот коэффициент

$$\zeta_{1r} = \frac{2 + k^2 a^2}{4 + k^4 a^4}$$

и показан на рис. 22. Он имеет максимальное значение 0,6, когда $ka = 0,91$.

Для сферы, радиус которой 10 см, это соответствует частоте в 490 гц. В первом приближении этот коэффициент применим к жестким дискам

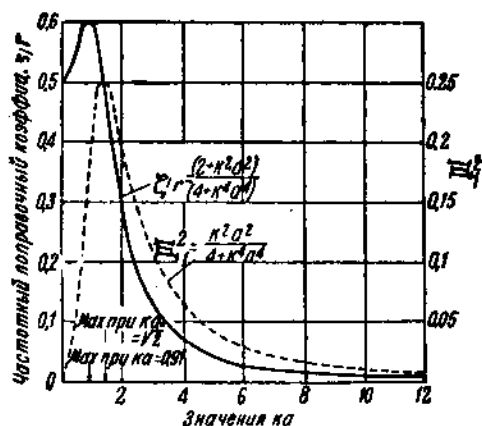


Рис. 22.

и коническим диффузорам для равных значений ka при отсутствии экрана или когда экран мал по сравнению с длиной волны. Значение m_i находим, умножив значение, полученное для условий бесконечного плоского экрана, на ζ_{1r} , т. е.

$$m_i = \frac{2\rho_0 c A G_2 \zeta_{1r}}{\omega}$$

Эффект большого экрана может быть воспроизведен при помощи двух сферических сегментов, колеблющихся в одинаковом направлении на противоположных концах диаметра.

IV. ВИДЫ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ*

1. КРУГЛЫЙ ДИСК

Вообразим однородный круглый диск без потерь на внутреннее трение, не закрепленный по краям, помещенный в вакуум и приводимый в движение гармонической силой, приложенной в центре. Так как нет ни потерь на излучение, ни потерь на передачу энергии от центра диска к краям, то импеданс в точке приложения силы полностью реактивен. Если радиальная скорость распространения колебаний в диске очень велика, так что и отношение $\frac{2\pi v_r}{\omega}$ очень велико, то время, тре-

бующееся для передачи энергии от центра к краям, будет мало по сравнению с четвертью периода. В этом случае диск ведет себя в основном как жесткая система и практически колеблется как одно целое.

В действительности же в технической акустике радиальная скорость относительно мала и диск не движется как целое. В результате совместного действия сил инерции и упругости создается постепенный сдвиг фаз вдоль радиуса. Волны упругого характера распространяются радиально и отражаются от краев; в идеальном случае потери энергии отсутствуют.

При частоте, равной нулю, эффективная масса (см. определение 33) диска очевидно равна его собственной натуральной массе. При увеличении $\frac{\omega}{2\pi}$ наступает момент, когда отраженная волна доходит до центра, находясь в противоположной фазе с прямой волной. Так как потери отсутствуют, то эти волны равны по амплитуде, но противоположны по фазе, и диск колеблется так, что центр его все время остается неподвижным.

Движущая сила

$$f = m_e \omega^2 \xi_0$$
$$\text{или } m_e = \frac{f}{\omega^2 \xi_0},$$

а так как $\xi_0 = 0$ в центре, то эффективная масса при только что указанном типе колебаний становится бесконечно большой. Эффективная масса однородного круглого диска со свободными краями, движимого

* Здесь рассматриваются только симметричные виды собственных колебаний дисков, конусов и т. п.

силой, приложенной в центре, на любой частоте [38]

$$m_e = \frac{4\pi\rho t}{k_1^2} \left\{ \frac{B}{A + 0,116B + C} \right\}, \quad (1)$$

где ρ — плотность материала;

$$k_1^2 = \frac{12\omega^2\rho(1-\sigma^2)}{qt^2},$$

a — радиус,
 t — толщина.

$$\frac{B}{A} = \frac{a_2 c_1 - a_1 c_2}{c_2(b_1 + d_1) - c_1(b_2 + d_2)}; \quad \frac{C}{A} = -\frac{a_2(b_1 + d_1) - a_1(b_2 + d_2)}{c_2(b_1 + d_1) - c_1(b_2 + d_2)};$$

$$a_1 = J_1(k_1 a); \quad a_2 = \frac{2(1-\sigma)}{k_1 a} J_1(k_1 a) - J_0(k_1 a); \quad b_1 = Y_1(k_1 a)$$

$$b_2 = \frac{2(1-\sigma)}{k_1 a} Y_1(k_1 a) - Y_0(k_1 a); \quad c_1 = I_1(k_1 a); \quad d_1 = -K_1(k_1 a)$$

$$c_2 = I_0(k_1 a); \quad d_2 = K_0(k_1 a).$$

На рис. 23 даны кривые эффективной массы для алюминиевого диска, радиус которого 10 см, толщина — 0,0185 см [38]; кривые вычислены с помощью уравнения (1).

При нулевой частоте $m_e = m_n$ собственной массе диска.

Начиная с $k_1 a = 1,2$, отношение $\frac{m_e}{m_n}$ быстро возрастает и при $k_1 a = 1,9$ становится бесконечно большим; при этом диск колеблется с неподвижным центром.

Приблизительную аналогию колебаниям диска такого типа представляет контур из параллельно соединенных L и C при условии, что активное сопротивление отсутствует [35b].

Эффективная индуктивность

$$L_e = \frac{L}{1 - \omega^2 LC}$$

возрастает от L при нулевой частоте до бесконечности, когда $\omega^2 LC = 1$.

В этот момент фаза скачком изменяется на 180° . Это же происходит также и с диском, когда m_e обращается в $+\infty$. Реактивное сопротивление в точке приложения силы приобретает скачком характер упругости, оставаясь бесконечным по величине, т. е. эффективная динамическая упругость бесконечна, а гибкость равна нулю. Выше этой частоты m_e (теперь отрицательная) уменьшается по абсолютной величине, пока приблизительно при $k_1 a = 3,0$ не станет равной нулю. Прямые и отраженные волны компенсируют друг друга в точках

окружности, радиус которой $0,68a$. Эта окружность следовательно является узловой линией, и части диска, разделенные ею, будут колебаться в противоположных фазах. При этом условии силы упругости и инерции взаимно компенсируются. Эффективная масса обращается в нуль и при конечной движущей силе амплитуда в центре и на краях диска стремится к бесконечности. На практике, когда колебания происходят в воздухе, немедленно представляет чисто активное сопротивление. Амплитуда конечна, благодаря потерям на излучение и ваттным потерям в диске, а частоты собственных колебаний уменьшаются из-за добавочной инерции среды. Когда $\frac{\omega}{2\pi}$ возрастает выше значения, при котором $m_e = 0$,

то эффективная масса опять увеличивается и такой цикл изменений повторяется до бесконечности. Вторая частота, при которой $m_e = \infty$ соответствует одной узловой окружности и неподвижному центру (точечная окружность), в то время как еще более высокая частота, при которой m_e снова обращается в нуль, дает две узловые окружности с радиусами $0,39a$ и $0,84a$. Если диск однороден, то значения $k_1 a$, соответствующие описанным видам колебаний, как с неподвижным центром, так и с колеблющимся центром, не зависят от размеров диска и материала.

Конфигурации алюминиевого диска при различных частотах собственных колебаний показаны на рис. 24. Эти конфигурации сохраняются для любого диска, если только величины $k_1 a$ идентичны.

Конфигурации такого же характера получаются и тогда, когда диск заменен круговым кольцом и движущая сила приложена по его внутреннему краю. Когда внешние края диска или кольца закреплены, то точка приложения силы неподвижна на нулевой частоте, так что при $\frac{\omega}{2\pi} = 0$ эффективная масса есть отрицательная бесконечность. Кривые эффективной массы для закрепленного по краям диска или кольца имеют форму [38], показанную на рис. 23 от $k_1 a = 1,9$ и выше.

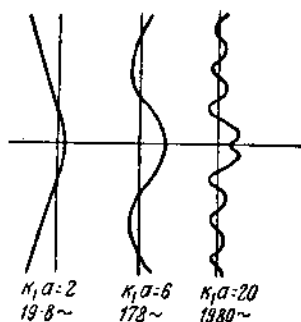


Рис. 24. Кривые динамической деформации диска рис. 23 на различных частотах.

2. ГИБКИЙ ЯКОРЬ

Аналогичные соображения применимы и к гибкому якорю (язычку) [38] при различных способах закрепления его. Для стержневого якоря, зажатого с одного конца и колеблющегося гармонически с другого [114с]

$$m_e = \frac{\rho_1}{k_2} \frac{1 + \cos h k_2 l \cos k_2 l}{\sin h k_2 l \cos k_2 l - \cos h k_2 l \sin k_2 l}, \quad (2)$$

где $k_2^4 = \frac{\rho_1 \omega^2}{qI}$; ρ_1 — масса на единицу длины;

I — момент инерции $= \frac{bd^3}{12}$; l — свободная длина.

Кривые эффективной массы по форме идентичны кривым для диска, закрепленного по краям.

Когда якорь не закреплен с обоих концов, а колеблющая сила приложена к одному из них [38], то

$$m_e = \frac{\rho_1}{k_2} \frac{\cos h k_2 l \sin k_2 l + \sin h k_2 l \cos k_2 l}{1 + \cos h k_2 l \cos k_2 l}. \quad (3)$$

Кривые для этого случая соответствуют кривым рис. 23 для диска со свободными краями.

3. КОНИЧЕСКИЙ ДИФFUЗОР

Более или менее строгого анализа собственных колебаний конических диффузоров до сих пор нет. Практика показала, что с достаточной точностью их можно заменить эквивалентными дисками. Однако, частоты собственных колебаний конусов разделены меньшими интервалами, чем у эквивалентных дисков.

4. КРУГЛЫЙ ДИСК С ЯКОРЕМ

Когда мы имеем колебательную систему, состоящую из диска и связанного с центром его якоря (другой конец якоря зажат), то такая система сложнее рассмотренных и частоты ее собственных колебаний будут отличаться от описанных выше [114 а, с]. Если m_d и m_r представляют собой соответственно эффективные массы диска и якоря относительно точки их соединения (движущая сила приложена в этой точке), то собственные колебания с колеблющимся центром у этой системы будут при частотах, когда эффективная масса в точке приложения силы исчезает, т. е.

$m_d + m_r = 0$. Следовательно, интересующие нас частоты можно найти, сложив приведенные выше выражения для m_d и m_r и решив их относительно $k_2 a$. Легче найти их

Рис. 25. Кривые зависимости эффективной массы от частоты для определения собственных частот диска, приводимого в движение с помощью якоря.

графически, вычертив кривые эффективной массы для диска и якоря в одной и той же системе координат и перевернув ординаты одной кривой, скажем, для якоря. Абсциссы точек пересечения P_1, P_2 и т. д. и будут решениями уравнения

$$m_d + m_r = 0.$$

Условие для колебаний с неподвижным центром будет $m_a + m_r = \infty$. Это условие удовлетворяется для асимптот m_a или m_r . Графически это показано на рис. 25. Вторая асимптота для якоря будет на частоте, при которой для диска $m_e = 0$; при этой частоте имеют место колебания с неподвижным центром.

Если основная частота комбинации диска с якорем лежит значительно ниже той частоты, при которой m_r впервые обращается в нуль, то такая система аналогична диску, закрепленному при помощи простой пружины. Если s — упругость якоря в точке его прикрепления к диску, то при выше указанном условии $m_e = \frac{s}{\omega^2} - m_0$, где m_e — эффективная масса якоря, а $m_0 = \frac{s}{\omega_0^2} (\frac{\omega_0}{2\pi})$ есть основная частота якоря, не связанного с диском).

Если нанести на график $m_e = \frac{s}{\omega^2} - m_0$, то точка пересечения с кривой эффективной массы для диска даст основную собственную частоту этой комбинации.

5. КОНУС С ЯКОРЕМ

Если бы можно было вычислить кривые эффективной массы для конической диафрагмы, то анализ был бы подобен анализу для диска, связанного с якорем. Так как сделать этого нельзя, то нужно экспериментально определить m_e для конуса. Следует различать два основных случая: (а) при низкой собственной частоте якоря и (б) при высокой собственной частоте его.

На рис. 26 даны кривые эффективной массы: кривая 1 для конуса, а 2 и 3 соответственно для якорей, имеющих основные частоты 300 гц и 3000 гц. Из-за ваттных потерь в конусе кривая m_e похожа на затухающую синусоиду. Собственные колебания возникают в тех точках, где кривые якоря и диафрагмы пересекаются. Такими точками на рис. 26 являются P_1 для низкочастотного якоря и P_2 и P_3 для высокочастотного. Во всех случаях, где эти кривые пересекаются, импеданс диафрагмы имеет характер активного сопротивления, т. е. $r_e = z_e$.

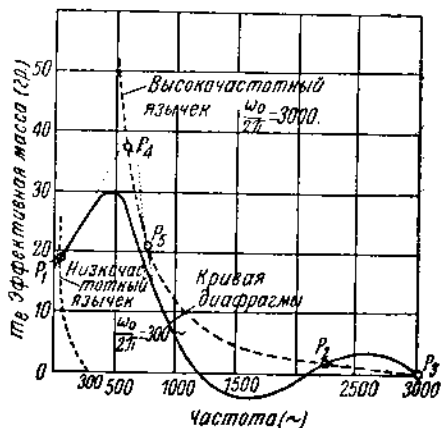


Рис. 26. Кривые зависимости эффективной массы от частоты для определения собственных частот конуса, движимого с помощью якоря.

6. ЦЕНТРИРУЮЩЕЕ ПРИСПОСОБЛЕНИЕ

В безрупорных динамических громкоговорителях обычно имеется центрирующее приспособление („центрирующая шайба“) для обеспечения только аксиального движения катушки без боковых колебаний и связан-

ных с ними повреждений вследствие задевания катушки о магнит. Центрирующее приспособление бывает различных видов, некоторые из них показаны на рис. 27. Хотя и трудно определить для них аналитически точно кривые m_e , все же ясно, что указанные выше принципы применимы и здесь. Самая низкая частота конической диафрагмы с центрирующим приспособлением зависит от упругости последнего.

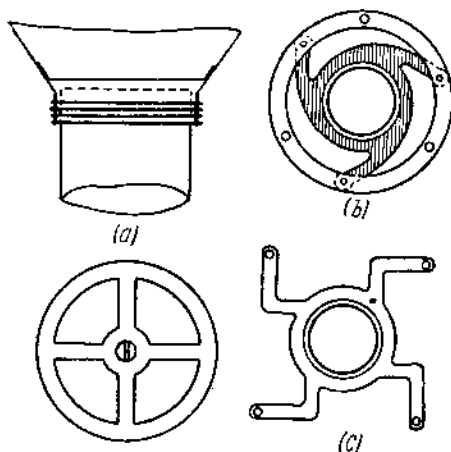


Рис. 27. Три центрирующих приспособления для электродинамического громкоговорителя.

имеет центрирующего приспособления. В этом случае возможны три основных вида собственных колебаний низкой частоты [114 а]: (а) диафрагма как целое колеблется аксиально на подвесе, при этом система подобна массе, закрепленной при помощи спиральной пружины; (б) диафрагма совершает колебания кручения в плоскости кольцевого подвеса; (с) сам подвес колеблется как кольцевая мембрана. Требуется определить частоту каждого вида колебаний. Случай (б) представляет собой особые трудности. Для упрощения анализа применяется следующий прием.

На рис. 28б диафрагма представлена прямоугольным жестким блоком m_n , а кольцевой подвес заменен прямоугольными мембранами над блоком и под ним. При условии, что масса диафрагмы m_n гораздо больше массы обеих мембран, имеем

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{s}{m_e}}, \quad (5)$$

где $m_e = m_n + m_i$; s — аксиальная упругость.

Рассматривая колебания кручения вокруг оси XX' , имеем:

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{3s}{m_n}}; \quad (6)$$

для этого вида колебаний добавочной массой можно пренебречь.

Для хорошего воспроизведения нужно, чтобы она была ниже 30 гц. Можно считать, что до 200 гц диафрагма безупорного громкоговорителя с центрирующим приспособлением колеблется как единое целое, т. е. $m_e = m_n + m_i$, где m_n натуральная масса системы, а m_i добавочная масса.

7. ГИБКИЙ КОЛЬЦЕВОЙ ПОДВЕС

Рассмотрим систему, схематически показанную на рис. 28а. Конический диффузор крепится на кольцеобразном подвесе (кольцевой мембране) и катушка не

Таким образом

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{3(m_n + m_i)}{m_n}} = \sqrt{3(1 + \tilde{\omega})}, \quad (7)$$

где $\tilde{\omega} = \frac{m_i}{m_n}$.

Зная ω_1 для конической диафрагмы на кольцевом подвесе, а также величины m_n и m_i , можно вычислить с помощью уравнения (7) частоту ω_2 . Обычно она почти вдвое больше частоты, получаемой из уравнения (5).

Основную частоту кольцевого подвеса, колеблющегося как кольцевая мембрана, можно приближенно вычислить, если предположить, что он действует так же, как натянутая струна [114 а]. Тогда

$$\omega_3 = \pi \sqrt{\frac{\tau}{m_{es} l}}, \quad (8)$$

где m_{es} — эффективная масса подвеса, включая и m_i ;

τ — общее радиальное натяжение на внутренней окружности кольца $= 2\pi b t$;

l — радиальная ширина кольца.

Из рис. 28b имеем для небольших смещений:

$$\text{аксиальная сила} = \tau \chi = s \xi^2$$

или

$$\tau = \frac{s \xi^2}{\chi} = s l;$$

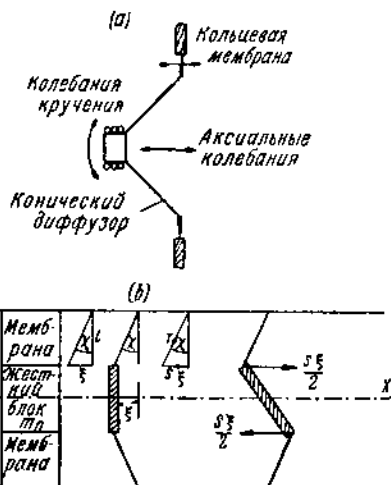


Рис. 28. Три вида колебаний подвижной системы.

подставив это выражение в уравнение (8), получим:

$$\omega_3 = \pi \sqrt{\frac{s}{m_{es}}}. \quad (9)$$

Хотя этот результат в диапазоне до 200 гц удовлетворяет большинству практических требований, все же указанный метод не является строгим. Полное решение показывает, что в безрупорных громкоговорителях более высокие частоты рассматриваемого вида колебаний относятся как числа натурального ряда — 2, 3, 4, и т. д. Таким образом, если из уравнения (9) найдена основная частота, то обертоны можно определить посредством умножения.

Отношение частоты колебаний кольцевого подвеса к частоте аксиально колеблющейся диафрагмы из уравнений (5) и (9) будет:

$$\frac{\omega_3}{\omega_1} = \pi \sqrt{\frac{m_e}{m_{es}}}, \quad (10)$$

где m_e — эффективная масса диафрагмы и части кольцевого подвеса, включая и соответствующую добавочную массу.

Добавление центрирующей шайбы уничтожает колебания кручения или делает их совершенно незначительными. Основная аксиальная частота теперь возрастает, благодаря добавочному натяжению. Если центрирующая шайба имеет упругость s_1 , то новая частота аксиальных колебаний диафрагмы будет:

$$\omega'_1 = \sqrt{\frac{s + s_1}{m_e}}, \quad (11)$$

а также

$$\frac{\omega_3}{\omega'_1} = \pi \sqrt{\frac{m_e s}{m_{es}(s + s_1)}} \quad (12)$$

при условии, что диафрагма колеблется как жесткое тело и s и s_1 — величины одного и того же порядка.

Анализ другого случая, когда это условие не соблюдается, рассматривается в § 13.

8. ВОЗДУШНАЯ КАМЕРА ВЫСТУПАЮЩЕГО КОНУСА ДИФфуЗОРА

Когда конический диффузор имеет у вершины выступающий конус, как показано на рис. 29а, а между подвижной катушкой и керном магнита имеется небольшой зазор, то полученная таким образом воздушная камера может обусловить резонанс на определенной частоте. Электрическая аналогия механической системы показана на рис. 29б. Индуктивность эквивалентна эффективной массе диафрагмы, емкость эквивалентна податливости или обратной величине упругости камеры, а сопротивление эквивалентно эффекту воздушной утечки между катушкой и магнитом.

Пренебрегая влиянием утечки, получаем следующую частоту собственных колебаний

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{s}{m_e}}. \quad (13)$$

Определим теперь упругость камеры s при отсутствии утечки воздуха.

Применяя закон адиабатного расширения газов $pV^\gamma = \text{const}$ и продифференцировав обе части уравнения по амплитуде ξ находим, что

$$\frac{\partial}{\partial \xi} [pV^\gamma] = \gamma p V^{\gamma-1} \frac{\partial V}{\partial \xi} + V^\gamma \frac{\partial p}{\partial \xi} = 0. \quad (14)$$

Умножив на $\frac{A}{V^\gamma}$, где A — площадь круга, образуемого каркасом катушки, получаем:

$$\frac{\gamma p A}{V} \frac{\partial V}{\partial \xi} = - \frac{A \partial p}{\partial \xi}. \quad (15)$$

Выражение в правой части уравнения (15) представляет собой силу на единицу смещения, т. е. s . Отрицательный знак указывает на то, что давление в камере с уменьшением ξ возрастает, т. е. что наклон динамической характеристики отрицателен. Изменение объема будет $\partial V = A \partial \xi$; подставив это в левую часть уравнения (15), получаем:

$$s = \frac{\gamma A^2 p_0}{V}, \quad (16)$$

так как p_0 — нормальное атмосферное давление. Из уравнений (13) и (16)

$$\omega = \sqrt{\frac{\gamma A^2 p_0}{V m_e}}. \quad (17)$$

Эта формула не годится для определения частоты собственных колебаний системы из диффузора с выступающим конусом (воздушной камерой) и подвижной катушки, так как m_e изменяется с частотой (см. табл. 5); поэтому здесь целесообразно воспользоваться графическим методом, описанным в предыдущих параграфах. Необходимо вычертить в одной системе координат кривую эффективной массы диффузора со

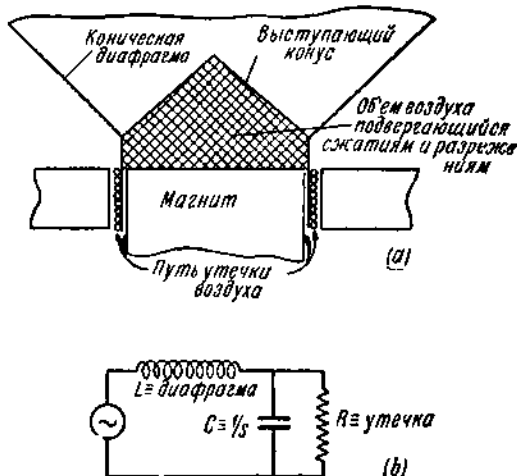


Рис. 29.

ТАБЛИЦА 5

Зависимость эффективной массы от частоты $A = 20 \text{ см}^3$; $V = 40 \text{ см}^3$;

$$p_0 = 10^6 \text{ дин см}^{-2}; s = 1,41 \cdot 10^7 \text{ дин см}^{-1}$$

Эффективная масса m_e (г)	Резонансная частота (гц)
140	50
35	100
0,35	1000
0,085	2000

срезанной подвижной катушкой (и воздушной камерой), а также кривую эффективной массы подвижной катушки с упругой воздушной камерой. Точки пересечения этих кривых дадут собственные частоты колебаний всей системы.

9. КОЛЕБАНИЯ ДИАФРАГМЫ С КАТУШКОЙ НА КАРКАСЕ

Катушка, ее каркас и диафрагма образуют сложную колебательную систему, свойства которой мы изучим аналитически. Указанную механическую систему можно представить в виде эквивалентного электрического контура на рис. 30а. Катушка заменяется индуктивностью на передающем конце короткой однородной линии передачи, представляющей собой цилиндрический каркас; на конце линии находится индуктивность, которая может быть положительной, отрицательной или же равной нулю и которая представляет собой эффективную массу диафрагмы.

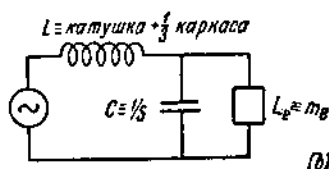
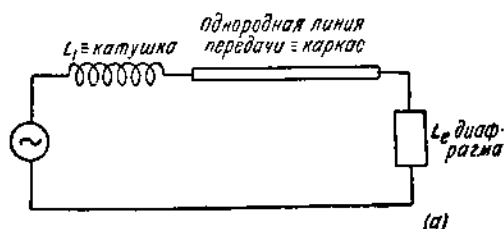


Рис. 30.

Этот контур легко можно было бы анализировать при помощи хорошо известной формулы электрической линии передачи. Но каркас катушки практически очень короток, время передачи $\frac{l}{V} = \frac{l}{\sqrt{\frac{q}{\rho}}}$ поряд-

ка 10^{-6} до 10^{-5} сек., так что применять к такому простому вопросу формулу передачи излишне. Этот контур можно упростить, как на рис. 30б,

в котором $\frac{1}{3}$ массы каркаса прибавлена к массе катушки.

Если мы представим себе, что альтернатор замкнут накоротко, то собственная частота такого контура

$$\omega = \sqrt{\left(\frac{L+L_e}{LL_e}\right) \frac{1}{C}}, \quad (18)$$

так как индуктивность L и L_e , соединенных в параллель, равна $\frac{LL_e}{L+L_e}$.

Переписывая уравнение (18) для механической системы, получаем

$$\omega = \sqrt{\left(\frac{m_c + m'_e}{m_c m'_e}\right) s}, \quad (19)$$

где s — упругость каркаса катушки $= \frac{qA}{l}$, A — поперечное сечение,

l — длина, q — модуль Юнга, m_c — масса катушки $+ \frac{1}{3}$ массы каркаса,

m'_e — эффективная масса диафрагмы.

Когда эффективная масса бесконечна, то, деля числитель и знаменатель (уравнения 19) на $\sqrt{m'_e}$, получаем:

$$\omega = \sqrt{\frac{s}{m'_e}}. \quad (19a)$$

Это дает основную частоту каркаса катушки, когда конец ее, связанный с диафрагмой, неподвижен.

Обратимся к уравнению (19). Так как m'_e изменяется с частотой, то получается неопределенность, и формула бесполезна для нахождения собственных колебаний системы.

Уравнение (19) может быть написано так

$$m'_e = \frac{m_c}{\frac{\omega^2 m_c}{s} - 1}. \quad (20)$$

Для данной катушки и каркаса уравнение (20) дает эффективную массу диафрагмы, требующуюся для резонанса при заданном значении ω . Следовательно, если m'_e из уравнения (20) и m'_e для диафрагмы (обычно определяется экспериментально) вычерчены в одной и той же системе координат, то точки их пересечения удовлетворяют уравнению (20).

Таким образом, абсциссы этих точек дают частоты собственных колебаний системы. Для среднего случая s будет порядка от 10^8 до 10^{10} дин см^{-1} , а m_c изменяется от 2,5 до 6,5 г, что означает, что во всяком случае до 6000 гц

$$m'_e = -m_c.$$

Таким образом, для получения резонанса в промежутке от 0 до 6000 гц эффективная масса диафрагмы должна быть отрицательна и численно равна массе катушки плюс одна треть массы каркаса.

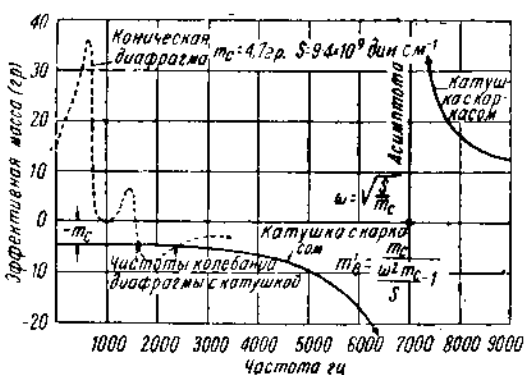


Рис. 31.

Графически уравнение (20) показано сплошной линией на рис. 31. Эффективная масса бесконечна, когда $\frac{\omega^2 m_c}{s} - 1 = 0$ или $\omega = \sqrt{\frac{s}{m_c}}$, что идентично уравнению (19a), когда закреплен конец каркаса, соединенный с диафрагмой.

Пунктирная кривая на рис. 31 представляет собой эффективную массу одной только диафрагмы без катушки и каркаса. Абсциссы точек пересечения со сплошной кривой дают частоты собственных колебаний системы. Эффективная масса диафрагмы выше 3500 гц мала, и собственных колебаний на высоких звуковых частотах нет, так как там кривые не пересекаются.

10. УЗКАЯ ПРЯМОУГОЛЬНАЯ ПЛАСТИНКА

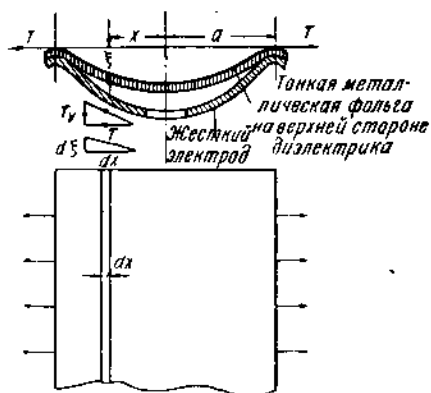


Рис. 32. Схема устройства электростатического громкоговорителя.

Этот тип мембраны применяется в электростатических громкоговорителях, описанных в главе IX, § 8. Рассмотрим рис. 32. Мембрана поддерживается только с продольных краев так, что отсутствует натяжение, перпендикулярное к плоскости чертежа. Если τ натяжение на единицу ширины, тогда из рис. 32

$$\frac{\tau_v}{\tau} = - \frac{\partial \xi}{\partial x}$$

или

$$\tau_v = - \tau \frac{\partial \xi}{\partial x}, \quad (21)$$

где τ_v вертикальная составляющая натяжения.

Скорость изменения τ_v будет

$$\frac{\partial \tau_v}{\partial x} = - \tau \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2},$$

а изменение

$$\partial \tau_v = - \tau \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} dx. \quad (22)$$

Сила, создающая ускорение на прямоугольнике длиной dx единица шириной, будет

$$= \rho_1 dx \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}. \quad (23)$$

Из уравнений (22) и (23) имеем:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{\rho_1}{\tau} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}. \quad (24)$$

Для гармонического движения решение уравнения (24) при условии, что $\xi = 0$, когда $x = a$, будет:

$$\xi = \sin \frac{\pi x}{2a} (A_1 \cos \omega t + B_1 \sin \omega t), \quad (25)$$

где $\left(\frac{\pi}{2a}\right)^2 = \frac{\omega^2 \rho_1}{\tau}$.

Из уравнения (25) собственные частоты мембраны

$$\omega = \frac{\pi n}{2a} \sqrt{\frac{\tau}{\rho_1}}, \quad (26)$$

где $n = 1, 2, 3$ и т. д.

11. ВЛИЯНИЕ ДОБАВОЧНОЙ МАССЫ НА ПОНИЖЕНИЕ ЧАСТОТЫ

До сих пор анализ основывался на колебаниях в вакууме. Для тяжелых мембран прирост инерции при колебаниях в воздухе сказывается не очень сильно, но в некоторых случаях, рассматриваемых нами дальше, основная частота может быть снижена до 50% [1, 4b]. Обычно эти случаи не могут решаться строгими методами и мы вынуждены прибегать к приближениям или к экспериментам.

Предположим, что кривая динамической деформации будет одинакова в воздухе и в вакууме, тогда потенциальная энергия диафрагмы не изменится. Следовательно изменяется только кинетическая энергия, а с ней частота собственных колебаний. Из того, что последняя обратно пропорциональна корню квадратному из общей эквивалентной массы (см. определение 34), следует что

$$\frac{\omega}{\omega_v} = \sqrt{\frac{m_q}{m_q + m_i}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{m_i}{m_q}}}, \quad (27)$$

где m_q — эквивалентная масса при колебаниях в вакууме,

$\frac{\omega}{2\pi}$ — собственная частота в воздухе,

$\frac{\omega_v}{2\pi}$ — собственная частота в вакууме.

Добавочная масса определяется способом, указанным в § 4 главы III, но, если распространение излучения не сферично, то анализ очень сложен. Для определения m_q мы поступаем следующим образом: берем кривую динамической деформации типа $\xi = \xi_{\max} \left(1 - \frac{\varphi x^2}{a^2}\right)$; кинетическая энергия кольца с радиусом x и шириной dx будет $\frac{1}{2} \rho_1 \dot{\xi}^2 2\pi x dx$.

Кинетическая энергия всего диска будет

$$\pi \rho_1 \dot{\xi}_{\max}^2 \int_0^a \left[1 - \varphi \left(\frac{x}{a}\right)^2\right] x dx = m_n \left(1 - \varphi + \frac{1}{3} \varphi^2\right) \frac{1}{2} \dot{\xi}_{\max}^2. \quad (28)$$

Таким образом

$$m_q = m_n \left(1 - \varphi + \frac{1}{3} \varphi^2\right).$$

Когда $\varphi = 1$, мы получаем приближение к мембране, колеблющейся на самой низкой собственной частоте. Эквивалентная масса $m_q = \frac{1}{3} m_n$. Если мембрана колеблется в бесконечной плоскости, а звук распростра-

няется сферически, то $m_i = 1,6\rho a^3$ (глава III). Таким образом

$$\frac{m_i}{m_q} = \frac{1,5\rho a}{\rho_1}.$$

Для мембраны из тонкой алюминиевой фольги $\rho_1 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ г см}^{-2}$, $a = 20 \text{ см}$, ρ_0 для воздуха при 20°С и при нормальном давлении $1,2 \cdot 10^{-3} \text{ г см}^{-3}$; $\frac{m_i}{m_q} = 9$. Таким образом, отношение

$$\frac{\omega}{\omega_p} = \sqrt{\frac{1}{10}} \approx 0,32.$$

Это означает, что прирост инерции вызывает уменьшение самой низкой собственной частоты колебаний алюминиевой диафрагмы на 68%. Нужно отметить, что до тех пор, пока распределение звука однородно, этот процент не зависит от радиального натяжения диафрагмы и, следовательно, от основной частоты. Если же положить, что m_i при небольшом экране на низких частотах будет равно половине вышеуказанного значения, то

$$\frac{\omega}{\omega_p} = \sqrt{\frac{1}{5,5}} = 0,43.$$

ТАБЛИЦА 5а

Эквивалентная масса для различных вибраторов

Тип вибратора	Кривая динамической деформации	Эквивалентная масса m_q
1. Круглая мембрана радиусом a в бесконечном экране.	$\xi = \xi_{\max} J_0(k_1 x)$	$m_n [J_0^2(k_1 a) + J_1^2(k_1 a)]$
2. Круглая мембрана, радиусом a ; собственные колебания в бесконечном экране.	$\xi = \xi_{\max} J_0(k_1 x)$	$m_n J_1^2(k_1 a)$
3. Диск со свободными краями с узловым кругом радиуса $r = \frac{a}{\varphi_{1,1}}$ в бесконечном экране.	$\xi = \xi_{\max} \left\{ 1 - \varphi \left(\frac{x}{a} \right)^2 \right\}$ $\varphi \leq 2$	$m_n \left\{ 1 - \varphi + \frac{1}{3} \varphi^2 \right\}$
4. Диск со свободными краями с неподвижным центром в бесконечном экране.	$\xi = \xi_{\max} \left(\frac{x}{a} \right)^2$	$\frac{1}{3} m_n$
5. Диск со свободными краями с p узловыми диаметрами в бесконечном экране.	$\xi = \xi_{\max} \left(\frac{x}{a} \right)^p \cos p\theta$	$\frac{m_n}{2(p+1)}$

Если основная частота в воздухе 130 гц, то в вакууме она будет около 300 гц. Вычисления для более высоких по частоте видов собственных колебаний очень сложны.

12. ВЛИЯНИЕ ПОТЕРЬ НА КРИВУЮ ДИНАМИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ

До сих пор наши замечания относились к идеальным условиям, когда потерями на излучение и потерями внутренними можно было пренебречь. При колебаниях без потерь энергии, передаваемая радиально от центра к краям, равна энергии, отражаемой к центру от периферии. Если диск однороден и достаточно тонок, то в узлах колебания полностью отсутствуют.

При потерях энергия прямой волны превышает энергию отраженной, так что полная нейтрализация не происходит. Следовательно, на практике, в воздухе или в вакууме, узловые линии в строгом смысле слова не существуют [107а]. Так называемые узлы являются в действительности точками минимальных амплитуд. Излучение и потери создают разность фаз между максимальными амплитудами на разных расстояниях от центра, т. е. максимальные амплитуды на разных радиусах наступают не одновременно. Следовательно, если даже измерены максимальные амплитуды, то нельзя установить форму динамической деформации диска, так как она постепенно изменяется в течение периода движущей силы. Если известны фазы для разных расстояний от центра, то форму диска для любого момента можно начертить. Узловые круги передвигаются от центра к периферии и обратно периодически и являются узловыми только на мгновение.

Это утверждение можно иллюстрировать на примере распространения электрических волн в нагруженном кабеле, заземленном на отдаленном приемном конце для того, чтобы он соответствовал диску со свободными краями.

Ток в некоторой точке кабеля соответствует амплитуде диска на некотором расстоянии от центра. Если входное напряжение и характеристическое сопротивление линии равны единице, то ток

$$I = \frac{\cosh P(l-x)}{\sinh Pl}, \quad (29)$$

где P — постоянная распространения,

l — длина кабеля,

x — расстояние от передающего конца.

Применив хорошо известные тождества, уравнение (29) можно написать в следующем виде:

$$I = \left[\frac{\cos^2 \alpha (l-x) - \sin^2 \beta (l-x)}{\sin^2 \alpha l + \sin^2 \beta l} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (30)$$

где α — коэффициент затухания, $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$, а фазовый угол между напряжением и током будет:

$$\arctg [\tan \alpha a (l-x) \tan \beta (l-x)] - \arctg [\cos \alpha a l \tan \beta l].$$

Так как знаменатель уравнения (30) для всех значений x постоянен, то его можно опустить; поэтому мы рассмотрим выражение

$$y = [\cos^2 \alpha (l - x) - \sin^2 \beta (l - x)]^{\frac{1}{2}}. \quad (31)$$

На рис. 33 (а) горизонтальная пунктирная линия представляет собой $\cos^2 \alpha (l - x)$, при отсутствии сопротивления и утечки ($\alpha = 0$). Кривая 2 соответствует $\alpha > 0$, когда происходят потери, а кривая 3 представляет собой $\sin^2 \beta (l - x)$; β имеет произвольное значение. Распределение тока в кабеле при отсутствии потерь находим посредством вычитания кривой 3 из кривой 1. Результат показан пунктирной линией на рис. 33 (б),

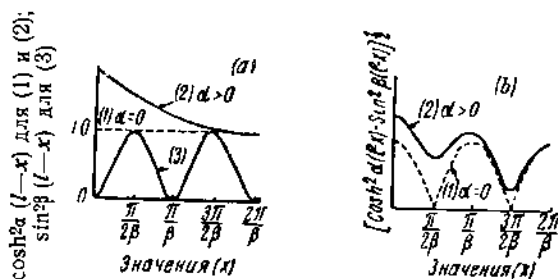


Рис. 33. Влияние потерь на узлы; они превращаются в положения минимальных амплитуд $l = \frac{2\pi}{\beta}$.

изображающей амплитуды диска на различных расстояниях от центра. Диаграмма дает максимальные амплитуды, но не форму во время колебаний, так как все амплитуды показаны положительными.

Фаза в промежутке от $\frac{\pi}{2\beta}$ до $\frac{3\pi}{2\beta}$ противоположна фазе в интервалах от 0 до $\frac{\pi}{2\beta}$ и от $\frac{3\pi}{2\beta}$ до $\frac{2\pi}{\beta}$. Таким образом, в этих частях кабеля ток течет в противоположных направлениях.

Положения $\frac{\pi}{2\beta}$ и $\frac{3\pi}{2\beta}$ представляют собой истинные узлы при отсутствии потерь. Значение y , когда $\alpha > 0$, определяется разностью между кривыми 2 и 3. Оно показано жирной линией на рис. 33 (б); благодаря сдвигу фазы тока в зависимости от x , эта кривая не дает мгновенную картину распределения тока в кабеле.

Так как имеются потери, то узлы отсутствуют, так что $\frac{\pi}{2\beta}$ и $\frac{3\pi}{2\beta}$ являются положениями с минимальной амплитудой.

Предположим, что точка, соответствующая $\frac{3\pi}{2\beta}$, будет центром колеблющегося диска, а $\frac{2\pi}{\beta}$ его краем; в таком случае кривая между этими точками иллюстрирует вид колебаний с неподвижным центром.

Если центр диска представляет собой точку $\frac{\pi}{\beta}$, а край $\frac{2\pi}{\beta}$, то $\frac{3\pi}{2\beta}$ представляет собой узловой круг, когда $\alpha = 0$, и положение минимальной амплитуды, когда $\alpha > 0$. Это соответствует первому виду собственных колебаний с колеблющимся центром. Если центр диска представляет собой точку $\frac{\pi}{2\beta}$, то воспроизводится второй вид собственных колебаний с неподвижным центром, и т. д.

Следует уяснить себе таким образом, что, измерив амплитуды колебаний диафрагмы на различных расстояниях от центра и вычертив соответствующую кривую, мы сумеем определить максимальные амплитуды колебаний в каждой точке. Но благодаря фазовому сдвигу вдоль радиуса, эта кривая не будет изображать кривой динамической деформации для любого мгновения. Последнее мы будем иметь только для идеального случая отсутствия потерь.

V. ПРОСТРАНСТВЕННОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЗВУКА, ИЗЛУЧАЕМОГО КОЛЕБЛЮЩЕЙСЯ ДИАФРАГМОЙ

1. ЖЕСТКИЙ ДИСК В БЕСКОНЕЧНОМ ЭКРАНЕ

Пусть D на рис. 34 круглый жесткий диск, колеблющийся аксиально в бесконечном экране. Излучение в точке P_1 будет векторной суммой излучений, исходящих от всех элементарных площадок, на которые можно разделить диск.

Так как P_1 ближе к A , чем к B , то излучение из точки B будет отличаться по фазе от излучения из A на величину $\frac{2\pi(BC)}{\lambda}$, где BC представляет разность расстояний. На низких частотах, когда BC мало по сравнению с λ , разность фаз незначительна и излучение от всех элементов диска достигает P_1 почти одновременно; распределение звука

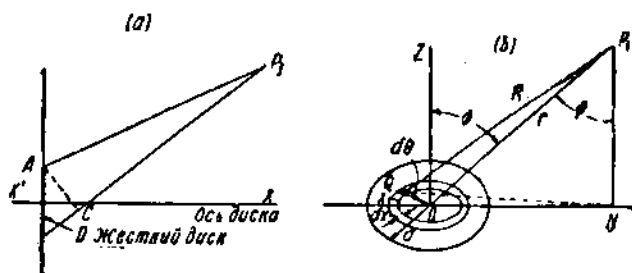


Рис. 34. Анализ распределения звука от жесткого диска в бесконечном экране $\theta = \angle QON$; $x = OQ$.

на значительном расстоянии от диска подобно сферическому, т. е. однообразно, а давление повсюду на сфере с радиусом r одинаково. На высоких частотах, когда BC сравнимо или даже больше λ , в P_1 получается определенный сдвиг фаз между излучениями от различных элементов диска. В частности, если $BC = \frac{1}{2}\lambda$, то излучения из точек A и B бу-

дут противоположны по фазе и произойдет их полное взаимоуничтожение. На высоких частотах происходит в окружающем пространстве интерференция излучений с поверхности диска, и звук распространяется в виде пучка; угол его расхождения уменьшается с увеличением частоты колебаний [154a]. Задача, стоящая перед нами, заключается в том, чтобы аналитически определить давление в пространстве на любой частоте.

Последующий анализ основан на следующих предположениях:

- 1) диск излучает в свободную среду;
- 2) смещение диска изменяется синусоидально;
- 3) расстояние от центра диска до точки пространства, где требуется определить давление, велико по сравнению с радиусом диска, например, превышает его в 10 и более раз. Следовательно, звуковой пучок от диска до точки можно рассматривать в этом случае как ряд параллельных линий различной длины. Это условие осуществляется на практике, когда слушающий находится на достаточном расстоянии от громкоговорителя.

Из уравнения (2) главы III мы знаем, что давление в некоторой точке на расстоянии R от элементарной площадки dA , колеблющейся с нормальной скоростью $\dot{\xi}_0$, будет

$$\begin{aligned} dp &= \frac{i p_0 \omega \dot{\xi}_0}{2\pi} \frac{e^{-ikR}}{R} dA = \\ &= \frac{p_0 \dot{\xi}_0}{2\pi} \frac{e^{-ikR}}{R} dA. \end{aligned} \quad (1)$$

В последнем выражении для dp множитель i опущен. Чтобы определить давление в P_1 , соответствующее всему диску, нужно проинтегрировать выражение (1) по поверхности диска. Из рис. 34b имеем

$$\begin{aligned} R^2 &= ON^2 + P_1 N^2 + x^2 - 2ONx \cos \theta = \\ &= r^2 + x^2 - 2ONx \cos \theta. \end{aligned}$$

Так как

$$ON = r \sin \phi,$$

то

$$\begin{aligned} R^2 &= r^2 + x^2 - 2rx \sin \phi \cos \theta = \\ &= r^2 \left(1 + \frac{x^2}{r^2} - \frac{2x}{r} \sin \phi \cos \theta \right). \end{aligned}$$

Предполагая, что $\frac{x^2}{r^2} \ll 1$, получаем

$$R = r \left(1 - \frac{x}{r} \sin \phi \cos \theta \right) = r - x \sin \phi \cos \theta. \quad (2)$$

Подставим это значение R в уравнение (1); давление в P_1 , соответствующее всему диску, будет

$$p = \frac{p_0 \dot{\xi}_0}{2\pi r} \int_0^a x dx \int_0^{2\pi} e^{-ik(r - x \sin \phi \cos \theta)} d\theta, \quad (3)$$

так как $dA = x dx d\theta$ и, поскольку это касается влияния расстояния на амплитуду давления, $R \doteq r$.

В экспоненциальный показатель введен множитель $r - x \sin \phi \cos \theta$, потому что $x \sin \phi \cos \theta$ определяет фазу излучения в P_1 . Так как r постоянно, то уравнение (3) принимает вид

$$p = \frac{\rho_0 \ddot{z}_0}{2\pi r} e^{-ikr} \int_0^a x dx \int_0^{2\pi} e^{ikx \sin \phi \cos \theta} d\theta. \quad (4)$$

Первый интеграл будет $2\pi J_0(kx \sin \phi)$, где J_0 функция Бесселя нулевого порядка. Он представляет распределение звука от элементарного кольца. Положив $z = kx \sin \phi$, получаем из уравнения (4)

$$p = \frac{\rho_0 \ddot{z}_0 e^{-ikr}}{rk^2 \sin \phi} \int_0^{ka \sin \phi} z J_0(z) dz. \quad (5)$$

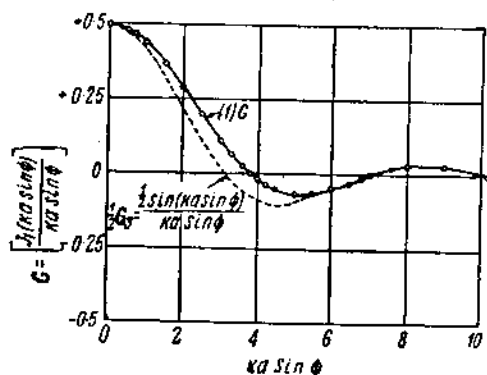


Рис. 35.

Интегрируя уравнение (5) по частям, получаем

$$p = \frac{\rho_0 \ddot{z}_0 e^{-ikr}}{rk^2 \sin \phi} [z J_1(z)]_0^{ka \sin \phi},$$

где J_1 представляет собой Бесселеву функцию первого порядка. Подставляя пределы, получим [154а, б, 155а, 159а]

$$p = \frac{\rho_0 \ddot{z}_0 a^2}{r} G(ka \sin \phi), \quad (6)$$

где

$$G = \frac{J_1(ka \sin \phi)}{ka \sin \phi};$$

e^{-ikr} опускаем, так как это постоянный коэффициент для частного значения r .

На оси диска $\sin \phi = 0$ и $G = \frac{1}{2}$; поэтому скалярное значение аксиального давления на большом расстоянии от центра диска будет

$$\frac{\rho_0 \ddot{z}_0 a^2}{2r}. \quad (7)$$

Из уравнений (6) и (7) следует, что давление для некоторого угла ϕ равно аксиальному давлению, помноженному на $2G$. Следовательно, оно прямо пропорционально ускорению и обратно пропорционально расстоянию от диска.

Функция G дана на рис. 35 (154б, 155а, 159). С увеличением ϕ давление падает до нуля в результате интерференции. Нулевое значение функции указывает на то, что имеется узловая поверхность, где давление обращается в нуль; это и есть практический угловой предел излучаемого пучка.

В воздухе при нормальных температуре и давлении первая узловая поверхность определяется равенством

$$\phi = \arcsin \frac{4\pi \times 10^4}{a\omega}.$$

Для диска с радиусом 10 см на частоте 4096 гц (верхняя нота фортепиано) угол ϕ равен приблизительно 30° , а при 8192 гц он равен $14,5^\circ$, что отвечает узкому пучку. Для больших дисков угол расхождения пучка будет меньше.

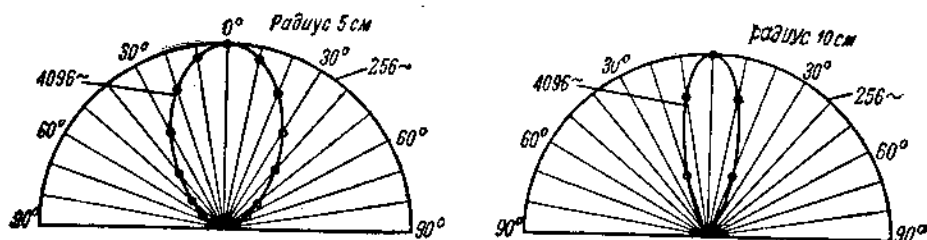


Рис. 36. Распределение звукового давления от колеблющихся жестких дисков с радиусами 5 и 10 см на частотах 256 гц и 4096 гц. Кривые применимы для расстояний в 10 или больше радиусов от диска, т. е. $r \geq 10 a$. Диски колеблются в бесконечном экране.

На рис. 36 даны полярные диаграммы распределения давления для дисков с радиусами в 5 и 10 см на частотах, соответствующих средним и верхним нотам фортепиано при нормальных температуре и давлении воздуха. Полная диаграмма должна содержать небольшие овалы петли с каждой стороны главной полярной кривой, но для ясности чертежа они здесь опущены. Значения $2g$ для частоты 4096 гц даны в табл. 6.

ТАБЛИЦА 6

Угловое расстояние ϕ_0	Функция $2g$	
	Диск, радиус 5 см	Диск, радиус 10 см
0	1,0	1,0
10	0,94	0,78
20	0,79	0,35
30	0,6	0,015
40	0,4	0,13
50	0,22	0,09
60	0,11	0,024
70	0,04	0,02
80	0,0	0,045
90	0,015	0,05

2. АКСИАЛЬНОЕ ДАВЛЕНИЕ ВБЛИЗИ ЖЕСТКОГО ДИСКА

При выводе формулы давления вблизи диска мы должны отбросить предположение о параллельности звуковых лучей, примененное в § 1. Из уравнения (1) давление в осевой точке P_1 от кольца с радиусом x и шириной dx (рис. 37) будет:

$$dp = \rho_0 \ddot{\xi}_0 \frac{e^{-ikR}}{R} x dx.$$

Так как

$$r^2 + x^2 = R^2; \quad 2x dx = 2R dR,$$

то

$$\begin{aligned} p &= \rho_0 \ddot{\xi}_0 \int_r^{R_1} e^{-ikR} dR = \frac{\rho_0 \ddot{\xi}_0}{ik} (e^{-ikr} - e^{-ikR_1}) = \\ &= \frac{2\rho_0 \ddot{\xi}_0}{k} e^{-\frac{1}{2} ik(R_1+r)} \sin \frac{1}{2} k(R_1-r), \end{aligned} \quad (8)$$

Без учета фазы скалярное давление [150, 155а]

$$p = \frac{2\rho_0 \ddot{\xi}_0}{k} \sin \frac{1}{2} k(R_1-r), \quad (9)$$

Уравнение (9) показывает, что, когда

$$\sin \frac{1}{2} k(R_1-r) = 0$$

или когда

$$R_1 - r = \frac{2\pi n}{k},$$

то давление в точке P_1 делается равным нулю и получается узловая точка. Так как

$$k = \frac{2\pi}{\lambda},$$

то условие для узловой точки можно написать в следующем виде

$$R_1 - r = n\lambda,$$

где n — целое положительное число.

Если радиус $a = 10$ см и $\frac{\omega}{2\pi} = 4096$ гц, то при нормальных температуре и давлении $\lambda = 8,25$ см, и мы получаем только один узел на расстоянии 1,93 см от центра диска. Когда частота равна 8192 гц, то получаются два узла на расстояниях 1,93 и 10 см от диска. Наиболее отдаленный узел появляется, когда $n = 1$. Эти выводы имеют большое значение в том случае, когда измерения аксиального звукового давления

так как $r \doteq R$. Опуская фактор сдвига фаз e^{-ikr} , определяем давление в P_1 , соответствующее всему прямоугольнику, стороны которого равны $2a$ и $2b$ [159а]

$$p = \frac{\rho_0 \dot{\xi}_0}{2\pi r} \int_{-a}^{+a} e^{ikx \cos \alpha} dx \int_{-b}^{+b} e^{ikz \cos \gamma} dz = \quad (13)$$

$$= \frac{2\rho_0 \dot{\xi}_0 ab}{\pi r} \left[\frac{\sin z_1}{z_1} \right] \left[\frac{\sin z_2}{z_2} \right], \quad (14)$$

где

$$z_1 = ka \cos \alpha \quad \text{и} \quad z_2 = kb \cos \gamma.$$

z_1 и z_2 удобно выразить в величинах азимута θ и долготы χ .

Из рис. 38 имеем:

$$\cos \alpha = \sin \theta \cos \chi \quad \text{и} \quad \cos \gamma = \cos \theta.$$

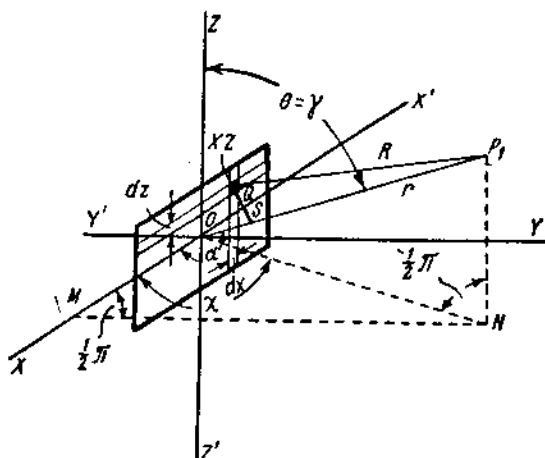


Рис. 38. Анализ распределения звука от жесткой прямоугольной пластинки, колеблющейся в бесконечном экране. Проекция Q на OP_1 будет $OS = x \cos \alpha + z \cos \gamma$ $\gg$ большей стороны пластинки.

Таким образом, уравнение (14) принимает вид

$$p = \frac{2\rho_0 \dot{\xi}_0 ab}{\pi r} \left[\frac{\sin(ka \sin \theta \cos \chi)}{ka \sin \theta \cos \chi} \right] \left[\frac{\sin(kb \cos \theta)}{kb \cos \theta} \right]. \quad (15)$$

В плоскости yz :

$$x = 0 \quad \chi = \frac{1}{2} \pi,$$

так что

$$p = \frac{2\rho_0 \dot{\xi}_0 ab \sin(kb \sin \varphi)}{\pi r kb \sin \varphi}, \quad (16)$$

где

$$\varphi = \frac{1}{2} \pi - \theta.$$

Подобным же образом в плоскости $xу$: $\theta = \frac{1}{2} \pi$

и

$$p = \frac{2\rho_0 \xi_0 ab \sin(ka \sin \phi)}{\pi r ka \sin \phi}, \quad (17)$$

где

$$\phi = \frac{1}{2} \pi - \chi.$$

Функция

$$G_s = \frac{\sin(ka \sin \phi)}{ka \sin \phi}$$

идентична с функцией

$$\left(\frac{\pi}{2ka \sin \phi} \right)^{\frac{1}{2}} J_{\frac{1}{2}}(ka \sin \phi), \quad (18)$$

где $J_{\frac{1}{2}}$ — Бесселева функция половинного порядка. На рис. 35 G_s вычерчена вместе с кривой

$$G = \frac{J_1(ka \sin \phi)}{ka \sin \phi},$$

представляющей распределение излучения для жесткого диска.

Фокусировка излучения от прямоугольника в плоскости $xу$ для одинаковых величин ka больше, чем для жесткого диска.

Особенно интересно отметить, что распределение звука от прямоугольника в плоскости $xу$ или от квадрата в плоскостях yz и $xу$ идентично распределению от гибкого круглого диска с радиусом a , кривая динамической деформации которого имеет вид

$$\xi = \frac{\xi_0 a}{\sqrt{a^2 - x^2}}$$

(см. табл. 7). Максимальный радиус-вектор дополнительной петли для прямоугольника или гибкого диска равен 180° аксиального давления. Он относительно больше, чем в случае жесткого диска, как это видно из рис. 35. Для прямоугольника, чем больше a , тем меньше угол расхождения звукового пучка. Таким образом на высоких частотах, когда происходит фокусировка излучения, угол пучка будет меньше для большей стороны прямоугольника. Если мы представим себе плоскость, содержащую ось $у$ и вращающуюся вокруг нее с начальным положением, совпадающим с плоскостью zu , то угол пучка в плоскости будет постепенно уменьшаться, пока не достигнет минимума в положении $xу$. С фи-

ТАБЛИЦА 7

Пространственное распределение звука для различных излучателей в бесконечном экране

$$z = ka \sin \varphi; \quad z_1 = kb \sin \varphi; \quad p = p_0 \frac{\Re}{\xi_0} \frac{1}{r}$$

a — радиус вибратора

Тип вибратора	Кривая динамической деформации	$\Re$ — характеристика излучения
1. Жесткий диск	$\xi = \xi_0$	Вблизи диска, см [151]
2. Диск со свободными краями [156 с]	$\xi = \xi_0 \left\{ 1 - \left(\frac{p x^2}{a^2} \right) \right\}$	$a^2 \left[(1 - \varphi) \frac{J_1(z)}{z} + 2 \varphi \frac{J_2(z)}{z^2} \right]$
3. Жесткое кольцо, радиусы a и b ; центральное отверстие закрыто жестким диском [156 с]	$\xi = \xi_0$	$a^2 \frac{J_1(z)}{z} - b^2 \frac{J_1(z_1)}{z_1}$
4. Жесткий эллиптический диск, оси $2a$ и $2b$ [161]	$\xi = \xi_0$	$ab \frac{J_1(z_0)}{z_0}$, где $z_0 = k \sqrt{a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \cos^2 \beta}$
5. Диск с закрепленными краями при самой низкой частоте собственных колебаний [156 с]	$\xi = \xi_0 \left\{ 1 - \frac{x^2}{a^2} \right\}^2$	a и β — углы между радиус-вектором и осями в плоскости диска
6. Диск с закрепленными краями [156 с] с одной узловой окружностью при $r = \frac{a}{\sqrt{11}}$	$\xi = \xi_0 \left\{ 1 - \frac{x^2}{a^2} \right\}^2 \left\{ 1 - \frac{p x^2}{a^2} \right\}$	$8a^2 \frac{J_2(z)}{z^3}$
		$a^2 \left[8(1 - \varphi) \frac{J_2(z)}{z^3} + 48 \varphi \frac{J_4(z)}{z^4} \right]$

Тип вибратора	Кривая динамической деформации	$\mathfrak{N}$ — характеристика излучения
7. Диск с закрепленными краями с неподвижным центром (156с)	$\xi = \xi_0 \left\{ 1 - \frac{x^2}{a^2} \right\} \frac{x^2}{a^2}$	$8a^2 \left[\frac{J_3(z)}{z^3} - 6 \frac{J_4(z)}{z^4} \right]$
8. Диск со свободными краями с двумя узловыми окружностями (156с)	$\xi = \xi_0 \left\{ 1 - \frac{\varphi_1 x^2}{a^2} \right\} \left\{ 1 - \frac{\varphi_2 x^2}{a^2} \right\}$ Для однородного диска без узловых диаметров $\varphi_1 = 6,58$, $\varphi_2 = 1,353$, узловой радиус $0,39a$ и $0,86a$	$a^2 \left\{ [1 - (\varphi_1 + \varphi_2) + \varphi_1 \varphi_2] \frac{J_1(z)}{z} + \right.$ $\left. + 2 [(\varphi_1 + \varphi_2) - 2 \varphi_1 \varphi_2] \frac{J_2(z)}{z^2} + 8 \varphi_1 \varphi_2 \frac{J_3(z)}{z^3} \right\}$
9. Диск со свободными краями с n узловыми диаметрами и одной узловой окружностью при $r = a \sqrt{\frac{n+2}{n+4}}$ (156с)	$\xi = \xi_0 \left\{ 1 - \frac{\varphi x^2}{a^2} \right\} \left(\frac{x}{a} \right)^n \sin n\theta$ $\varphi = \frac{n+4}{n+2}$ θ — угол между радиусом x и 0°	$2a^2 \frac{\sin n\chi}{n+2} \left\{ -\frac{J_{n+1}(z)}{z} + (n+4) \frac{J_{n+2}(z)}{z^2} \right\}$ χ — угол между аксиальной плоскостью, содержащей точку, и узловым диаметром
10. Диск со свободными краями с неподвижным центром (156с)	$\xi = \xi_0 \left(\frac{x}{a} \right)^2$	$a^2 \left[\frac{J_1(z)}{z} - \frac{2J_2(z)}{z^2} \right]$
11. Диск со свободными краями (156с) с неподвижным центром и узловой окружностью, $r = a \sqrt{\frac{2}{3}}$	$\xi = \xi_0 \left\{ 1 - \frac{\varphi x^2}{a^2} \right\} \left(\frac{x}{a} \right)^2$	$a^2 \left[-\frac{1}{2} \frac{J_1(z)}{z} + 4 \frac{J_2(z)}{z^2} - 12 \frac{J_3(z)}{z^3} \right]$

Тип вибратора	Кривая динамической деформации	$\Re$ = характеристика излучения
12. Гибкий диск [156 с]	$\xi = \xi_0 \frac{a}{\sqrt{a^2 - x^2}}$	$a^2 \frac{\sin z}{z} = a^2 \left(\frac{\pi}{2z} \right)^{1/2} J_{1/2}(z)$
13. Общий случай однородного гибкого диска или кольца [156 с]	$\xi = \xi_0 [J_0(k_1 x) + \varphi_1 Y_0(k_1 x) + \varphi_2 J_0(k_1 x) + \varphi_3 K_0(k_1 x)]$	$k_1 a J_0(z) \left[\frac{J_1(k_1 a) + \varphi_1 Y_1(k_1 a)}{k_1^2 - k^2 \sin^2 \phi} + \frac{\varphi_2 J_1(k_1 a) - \varphi_3 K_1(k_1 a)}{k_1^2 + k^2 \sin^2 \phi} \right] -$ $- z J_1(z) \left[\frac{J_0(k_1 a) + \varphi_1 Y_0(k_1 a)}{k_1^2 - k^2 \sin^2 \phi} - \frac{\varphi_2 J_0(k_1 a) + \varphi_3 K_0(k_1 a)}{k_1^2 + k^2 \sin^2 \phi} \right],$ когда $k_1 \neq k \sin \phi$
14. Круглая мембрана [156 с]	$\xi = \xi_0 \left\{ 1 - \frac{x^2}{a^2} \right\}$	$a^2 \left[2 \frac{J_2(z)}{z^2} \right],$ когда $k_1 = k \sin \phi$
15. Общий случай круглой мембраны при собственных колебаниях, когда $J_n(k_1 a) = 0$	$\xi = \xi_0 \frac{J_n(k_1 x) \sin n\theta}{J_n(k_1 x) \cos n\theta}$	$\frac{\pi a}{k_1^2 - k^2 \sin^2 \phi} \begin{Bmatrix} \sin n\chi \\ \cos n\chi \end{Bmatrix} k_1 J_n(z) J_{n+1}(k_1 a),$ где $k_1 \neq k \sin \phi$.
n = число узловых диаметров	См. (9) для определений θ и χ	

Тип вибратора	Кривая динамической деформации	$\mathfrak{M}$ = характеристика излучения
16. Круглая мембрана, закрепленная на внешнем радиусе и колеблющаяся жестким диском на внутреннем радиусе	$\xi = \xi_0 \left[\frac{J_0(k_1 x) Y_0(k_1 a) - J_0(k_1 a) Y_0(k_1 x)}{J_0(k_1 b) Y_0(k_1 a) - J_0(k_1 a) Y_0(k_1 b)} \right]$	$\frac{k_1}{b^2} \frac{J_1(z)}{z} + \frac{k_1^2 - k^2 \sin^2 \varphi}{k_1^2 - k^2 \sin^2 \varphi} \left\{ \frac{a J_0(z) [J_0(k_1 a) Y_1(k_1 a) - Y_0(k_1 a) J_1(k_1 a)] - b J_0(z_1) [J_0(k_1 b) Y_1(k_1 b) - Y_0(k_1 b) J_1(k_1 b)]}{J_0(k_1 a) Y_0(k_1 b) - J_0(k_1 b) Y_0(k_1 a)} \right\}$ $k_1 \neq k \sin \varphi.$
17. Прямоугольная мембрана при собственных колебаниях	$\xi = \xi_0 \sin \frac{(\pi x)}{b}$ $2b$ = длина между опорами.	$\left(\frac{2}{\pi} \right) ab \left[\frac{\sin ka \cos a}{ka \cos a} \right] \left[\frac{\sin kb \cos \gamma}{kb \cos^2 \gamma - \left(\frac{\pi^2 n^2}{4kb} \right)} \right].$
18. Прямоугольная мембрана	$\xi = \xi_0 \left\{ 1 - \frac{x}{b} \right\}$ с одной стороны от центра $\xi = \xi_0 \left\{ 1 + \frac{x}{b} \right\}$ с другой стороны от центра.	Для этого и подобных случаев см. [161]
19. Круглая мембрана, закрепленная на внешнем и внутреннем краях без центрального отверстия	$\xi = \xi_1 \left[\frac{J_0(k_1 x) Y_0(k_1 a) - J_0(k_1 a) Y_0(k_1 x)}{J_0(k_1 x_1) Y_0(k_1 a) - J_0(k_1 a) Y_0(k_1 x_1)} \right],$ где ξ_1 смещение на любом радиусе x_1.	$\frac{k_1}{k_1^2 - k^2 \sin^2 \varphi} \left\{ \frac{a J_0(z) [J_0(k_1 a) Y_1(k_1 a) - Y_0(k_1 a) J_1(k_1 a)] - b J_0(z_1) [J_0(k_1 b) Y_1(k_1 b) - Y_0(k_1 b) J_1(k_1 b)]}{J_0(k_1 a) Y_0(k_1 x_1) - J_0(k_1 x_1) Y_0(k_1 a)} \right\},$ где $k_1 \neq k \sin \varphi$.
20. Сферический диффузор с n узловыми кругами, проходящими через полюса (бесконечный экран отсутствует) [156 a]	$u = U \sin n\theta \sin \pi \lambda$ u = радиальная скорость λ = долгота	$\sin n\theta \sin \pi \lambda.$

зической точки зрения эти изменения в фокусировке легко понять, так как чем уже вибратор, тем меньше разность фаз излучений от его элементов в точке аксиальной плоскости, параллельной узкому краю.

4. КРУГЛАЯ МЕМБРАНА ПРИ СИММЕТРИЧНЫХ ВИДАХ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ

В предыдущих вопросах скорость вибратора была постоянна во всех его точках, но для колеблющейся мембраны она изменяется от центра к зажатому краю. Следовательно, распределение излучения в этом случае будет отличаться от распределения для жесткого диска равного радиуса. К предположениям, сделанным в § 1, здесь нужно добавить следующие:

1. Ни акустическая нагрузка (сопротивление излучения + реактивное сопротивление), ни потери, связанные с распространением колебаний в материале диафрагмы, не вызывают изменений формы колебаний мембраны.

2. Части диска, движущиеся в одинаковом направлении, в любой момент находятся в фазе, тогда как по обе стороны узловой линии они находятся в противоположных фазах.

Кривая динамической деформации круглой мембраны

$$\xi = \xi_0 J_0(k_1 x).$$

Из уравнения (4), пренебрегая e^{-ikr} , находим

$$p = \frac{\rho_0 \xi_0}{2\pi r} \int_0^a x J_0(k_1 x) dx \int_0^{2\pi} e^{ikx \sin \phi \cos \psi} d\psi. \quad (19)$$

Первый интеграл будет $2\pi J_0(kx \sin \phi)$, так что уравнение (19) получает вид

$$\begin{aligned} p &= \frac{\rho_0 \xi_0}{r} \int_0^a J_0(k_1 x) J_0(kx \sin \phi) x dx = \\ &= \frac{\rho_0 \xi_0}{r} \left(\frac{a}{k_1^2 - k^2 \sin^2 \phi} \right) \{ k_1 J_0(ka \sin \phi) J_1(k_1 a) - \\ &\quad - k \sin \phi J_0(k_1 a) J_1(ka \sin \phi) \} \quad [213]. \end{aligned} \quad (20)$$

При собственных колебаниях $J_0(k_1 a) = 0$, так что уравнение (20) преобразуется

$$p = \frac{\rho_0 \xi_0}{r} \left(\frac{k_1 a}{k_1^2 - k^2 \sin^2 \phi} \right) J_0(ka \sin \phi) J_1(k_1 a). \quad (21)$$

Когда $k_1^2 \gg k^2 \sin^2 \phi$, то уравнение (21) принимает следующий вид

$$p = \frac{\rho_0 \xi_0 a^2}{r} \left(\frac{J_1(k_1 a)}{k_1 a} \right) J_0(ka \sin \phi) = \quad (22)$$

$$= \frac{\gamma}{r} J_0(k_1 a \sin \phi), \quad (23)$$

где

$$\Gamma = \rho_0 \frac{\kappa_0 a^2}{k_1 a} \frac{J_1(k_1 a)}{k_1 a}.$$

Кольцевую мембрану можно рассматривать таким же образом (см. табл. 7).

5. АКСИАЛЬНОЕ ДАВЛЕНИЕ ПРИ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЯХ

На оси $\sin \phi = 0$ и из уравнения (22)

$$p = \frac{\rho_0 \omega_0^2 a^2}{r} \left[\frac{J_1(k_1 a)}{k_1 a} \right]. \quad (23a)$$

Очевидно, что на оси должны быть расположены узловые точки давления соответственно корням $J_1(k_1 a)$. Однако, на практике форма диафрагмы отличается от формы, принятой при выводе уравнения (22), так как узловые линии в действительности являются линиями минимальных амплитуд (см. гл. IV, § 12). Вследствие этого нулевые значения исчезают. В гипотетическом случае узловые точки могут быть, когда $k_1 a \doteq 3,83; 7,01; 10,17; 13,3; 16,47; 19,6$ и т. д. [213].

6. ДИСК СО СВОБОДНЫМИ КРАЯМИ И n УЗЛОВЫМИ ДИАМЕТРАМИ [156с]

Из рис. 39, применяя сферические координаты, имеем

$$r_1^2 = QN^2 + P_1N^2 = x^2 + r^2 \cos^2 \phi - 2rx \sin \phi \cos(\theta - \chi) + r^2 \sin^2 \phi \doteq \\ \doteq r^2 - 2rx \sin \phi \cos(\theta - \chi), \quad \text{так как } x^2 \ll r^2;$$

таким образом

$$r_1 = r - x \sin \phi \cos(\theta - \chi).$$

Пусть кривая динамической деформации будет вида

$$\xi = \xi_0 \left(\frac{x}{a} \right)^n \sin n\theta.$$

Из уравнения (4) давление в отдаленной точке будет

$$p = \frac{\rho_0 \omega_0^2}{2\pi r} \int_0^a \left(\frac{x}{a} \right)^n x dx \int_0^{2\pi} \sin n\theta e^{ikx \sin \phi \cos(\theta - \chi)} d\theta, \quad (24)$$

где коэффициент e^{-ikr} опущен.

Выразив первый интеграл в виде ряда произведений Бесселевых и круговых функций, получаем [213]

$$p = \frac{\rho_0 \omega_0^2}{2\pi r a^n} \int_0^a x^{n+1} dx \int_0^{2\pi} \sin n\theta \left[J_0(z) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} i^m J_m(z) \cos m(\theta - \chi) \right] d\theta, \quad (25)$$

где $z = kx \sin \phi$.

Интегрируя произведения круговых функций в уравнении (25), находим

$$p = \frac{\rho_0 \tilde{z}_0 \sin n\chi}{ra^n} \int_0^a x^{n+1} J_n(kx \sin \phi) dx; \quad (26)$$

Остальные члены исчезают, так как

$$\int_0^{2\pi} \sin n\psi \cos m(\psi - \chi) d\psi = 0,$$

если $m \neq n$.

Знак и появление мнимости зависят от n , но они не влияют на скалярную величину p . Интегрируя уравнение (26) по частям, найдем, что давление [156с]

$$p = \frac{\rho_0 \tilde{z}_0 a^2}{r} \sin n\chi \frac{J_{n+1}(ka \sin \phi)}{ka \sin \phi}. \quad (27)$$

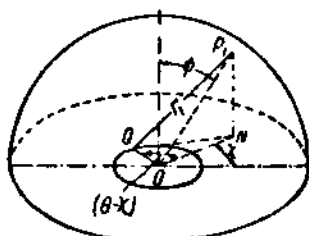


Рис. 39. $OP_1 = r$; $OQ = x$ (радиус кольца, как на рис. 34б).

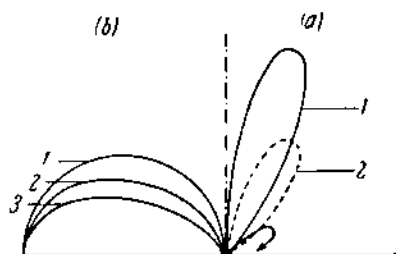


Рис. 40. Распределение звукового излучения от диска со свободными краями с радиусом $a = 10$ см.

Здесь мы не имеем более простых условий симметрии вокруг полярной оси, которые были характерны для предыдущих примеров. Для того, чтобы наглядно представить себе пространственное распределение звука, рассмотрим давление в точке плоскости, содержащей полярную ось. Если эта плоскость проходит через узловой диаметр, то любая точка ее будет расположена симметрично относительно равных и противоположно колеблющихся площадей. Следовательно, давление в любой точке этой плоскости будет равно нулю. Так как эта плоскость содержит полярную ось, то давление в точках оси равно нулю. Если мы выберем какую-либо не аксиальную точку в плоскости и представим себе, что последняя вращается вокруг полярной оси, то давление в точке будет постепенно увеличиваться согласно закону синуса и достигнет максимума в середине между последовательными узловыми диаметрами. Если же продолжить вращение плоскости, то давление исчезнет согласно тому же закону. Таким образом, при n узловых диаметрах будет $2n$ максимумов и такое же число нулей в течение полного кругового поворота плоскости. Распределение излучения в средней плоскости

при одном и двух узловых диаметрах с радиусом $a = 10$ см показано кривыми 1 и 2 на рис. 40а; $ka = 7,56$ и $\frac{\omega}{2\pi} = 4096$ гц. На низких частотах, когда $ka \leq 0,5$, кривые для одного, двух и четырех диаметров (кривая 3) показаны на рис. 40б. Такое распределение получится в плоскости между двумя смежными диаметрами, когда $r \geq 10$; диски колеблются в бесконечном экране.

Формулы пространственного распределения для различных вибраторов и для различных кривых динамической деформации даны в табл. 7. Кривые динамической деформации соответствуют различным видам собственных колебаний в вакууме.

Распределение излучения от круглого диска, имеющего узловые окружности на различных радиусах, показано на рис. 41; для сравнения дано излучение от жесткого диска с тем же внешним радиусом. Когда радиус узловой окружности

$$r = \frac{a}{\sqrt{2}},$$

то аксиальное давление равно нулю из-за интерференции между двумя равными площадями с каждой стороны окружности, колеблющимися в противоположных фазах.

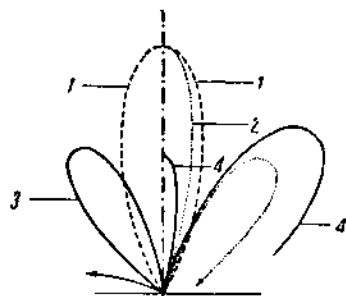


Рис. 41. Распределение звукового излучения на частоте 4096 гц. (1) Жесткий диск с радиусом $a = 10$ см в бесконечном экране. (2) Гибкий диск с узловой окружностью при $x = \frac{a}{2}$. (3) Гибкий диск с узловой окружностью при $x = \frac{a}{\sqrt{2}}$. (4) Гибкий диск с узловой окружностью при $x = \frac{a}{1,25}$. Диски колеблются в бесконечном экране и $r \geq 10$.

7. ВИБРАТОРЫ БЕЗ ЭКРАНА ИЛИ ЖЕ С КОНЕЧНЫМ ЭКРАНОМ

Для того, чтобы получить приблизительное представление о распределении звука от диафрагмы без экрана [156а], ее необходимо заменить эквивалентной сферой, колеблющейся определенным образом.

Из уравнения (54) главы II потенциал скорости на расстоянии r от центра сферы, соответствующий шаровой функции n -го порядка, будет

$$\phi_n = \frac{a^2}{r} e^{ik(a-r)} u_n \frac{f_n(ikr)}{F_n(ika)}. \quad (28)$$

Для больших расстояний $f_n(ikr) = 1$ и уравнения (28) можно написать в такой форме

$$\phi_n = \frac{a^2}{r} e^{ik(a-r)} \frac{u_n}{F_n(ika)} = \frac{a^2}{r} u_n \Xi_n e^{ik(a-r)}, \quad (29)$$

где

$$\Xi_n = \frac{1}{F_n(ika)}.$$

Давление, соответствующее этой функции, будет

$$p = i\rho_0\omega\phi_n = \frac{\rho_0\omega a^2}{r} u_n \Xi_n, \quad (30)$$

где $e^{ik(a-r)}$ опущено, так как для определенного значения r оно постоянно.

Хотя Ξ_n можно написать в виде $x_n + iy_n$, но не следует однако делать заключения, что давление и скорость частиц на большом расстоянии от источника не находятся в фазе. Физический смысл уравнения (30) тот, что звуковое давление на большом расстоянии разнится по фазе с радиальной скоростью поверхности сферы.

Чтобы найти общее давление в точке пространства, нужно определить компоненты u_0 , u_1 , и т. д. в выражении для радиальной скорости $u = u_0 + u_1 + \dots + u_n$. Тогда давление определится уравнением

$$p = p_0 + p_1 + \dots + p_n + \dots = \\ = \frac{\rho_0\omega a^2}{r} \{ (u_0x_0 + u_1x_1 + u_2x_2 + \dots) + i(u_0y_0 + u_1y_1 + \dots) \} \quad (31)$$

$$= \frac{\rho_0\omega a^2}{r} (A + iB); \quad (32)$$

следовательно, скалярная величина давления будет

$$|p| = \frac{\rho_0\omega a^2}{r} \sqrt{A^2 + B^2}, \quad (33)$$

где

$$A = (u_0x_0 + u_1x_1 + \dots)$$

и

$$B = (u_0y_0 + u_1y_1 + \dots).$$

Чтобы упростить вычисление $|p|$, в табл. 8 дан ряд значений x_n и y_n , соответствующий изменению ka от 0 до 10.

ТАБЛИЦА 8

ka	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
0	1,0	0	0	0	0	
0,5	0,8	+0,125	-0,024	-0,001		
1,0	0,5	+0,2	-0,056	-0,0133	+0,001	
2,0	0,2	-0,1	+0,188	-0,1		
3,0	0,1	-0,082	+0,33	+0,0234		
4,0	0,059	-0,054	+0,2			
5,0	0,038	-0,366	+0,16	+0,217		
10,0	0,01	-0,91	+0,04	+0,0677	+0,1	+0,108

ka	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
0	0	0	0	0	0	
0,5	-0,4	+0,22	+0,0135	-0,0018		
1,0	-0,5	+0,2	+0,09	-0,0085	-0,0015	
2,0	-0,4	-0,2	+0,268	-0,05		
3,0	-0,3	-0,246	0	-0,265		
4,0	-0,235	-0,216	-0,1			
5,0	-0,192	-0,183	-0,128	-0,0038		
10,0	-0,1	-0,1	-0,1		-0,041	+0,0103

Когда колебания сферы симметричны относительно полярной оси ZOZ' (рис. 3), то n -ая составляющая радиальной скорости будет

$$u_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) P_n(\mu) \int_0^\pi u P_n(\mu) d\mu. \quad (34)$$

Пределы интеграла зависят от распределения радиальной скорости по поверхности [156а].

8. ОДНА ПОЛУСФЕРА КОЛЕБЛЕТСЯ РАДИАЛЬНО, ДРУГАЯ ОСТАЕТСЯ НЕПОДВИЖНОЙ

В этом случае радиальная скорость $u=U$ от $\mu=+1$ до 0 и равна нулю от $\mu=0$ до -1 (см. рис. 21). Исходя из вышеизложенного, находим, что

$$A \div U \left\{ \frac{1}{2} x_0 + \frac{3}{4} \mu x_1 - \frac{7}{32} (5\mu^3 - 3\mu x_3 + \frac{11}{256} (63\mu^5 - 70\mu^3 + \right. \\ \left. + 15\mu) x_5 \right\}, \quad (35)$$

$$B \div U \left\{ \frac{1}{2} y_0 + \frac{3}{4} \mu y_1 - \frac{7}{32} (5\mu^3 - \right. \\ \left. - 3\mu) y_3 + \frac{11}{256} (63\mu^5 - 70\mu^3 + \right. \\ \left. + 15\mu) y_5 \right\}. \quad (36)$$

При помощи таблицы 8 можно рассчитать распределение излучения для различных значений ka [156а]. Полярные диаграммы для $ka=2,0$ и $10,0$ начерчены на рис. 42. Рассмотренный случай интересен в связи с распределением звука от экспоненциального рупора; радиально пульсирующая полусфера (другая полусфера неподвижна) может рассматриваться как эквивалент такого рупора в указанном отношении.

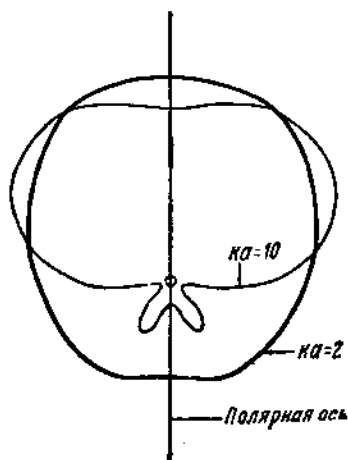


Рис. 42. Распределение звукового давления от радиально колеблющейся полусферы; другая полусфера остается в покое. Полусфера колеблется в неограниченной среде и $r \geq 10a$.

9. СФЕРА С ШИРОТНЫМИ УЗЛОВЫМИ ОКРУЖНОСТЯМИ

Принципы, приведенные выше, применимы к любой кривой динамической деформации сферической поверхности. Их можно применить для приближенного расчета распределения звука от излучателя, который сам по себе не поддается анализу. Такое приближение можно получить при помощи сферы с одним или больше узловыми окружностями коаксиальными полярной оси. Пусть радиальная скорость будет

$$u = U \left\{ 1 - \frac{\varphi x^2}{a^2} \right\} = U (1 - \varphi \sin^2 \theta) = U \{ 1 - \varphi (1 - \mu^2) \}. \quad (37)$$

Если $\varphi = 2$, то будем иметь две узловые окружности по одной в каждой полусфере при $\theta = \frac{1}{4}\pi$ и $\frac{3}{4}\pi$, т. е. $\mu = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$, так как $u = (2\mu^2 - 1)U$.

10. КОНУС С КОНЕЧНЫМ ЭКРАНОМ

На низких частотах, когда конус движется как жесткое тело, можно в качестве эквивалентного приближения рассматривать два шаровых сегмента на противоположных концах диаметра сферы. Направление колебаний обоих сегментов одинаково. Расстояние от полюса до полюса на сфере (длину диаметра) нужно взять равным расстоянию от центра конуса с одной стороны до центра конуса с другой, вокруг плоского экрана, который мы предполагаем круглым. Радиус основания шарового сегмента должен быть равен радиусу основания конуса.

11. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЗВУКА ОТ ГРУППЫ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ

При вещании из открытом воздухе или в кино требуется обычно больше одного громкоговорителя.

Наша задача заключается сейчас в том, чтобы найти результирующее звуковое поле от группы излучателей, если известно распределение

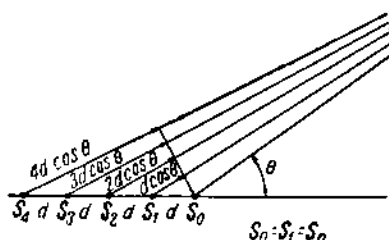


Рис. 43. Линейное расположение пяти жестких дисков, колеблющихся с одинаковой фазой в бесконечном экране.

поля от каждого излучателя и их взаимное положение. Мы уже видели, что когда размеры излучателя невелики по сравнению с длиной волны, то распространение звука сферично. Когда несколько жестких дисков расположены рядом, так что их поверхности совпадают или почти совпадают, то площадь излучателя увеличивается и фокусировка получается на более низкой частоте, чем для отдельного излучателя. И хотя угол звукового пучка меньше для n излучателей, чем для одного, общая покрываемая звуком площадь увеличивается, если ориентировать оси излучателей перпендикулярно к выпуклой поверхности. Например, их можно установить по поверхности части цилиндра или сферы.

Рассмотрим простой случай, когда n одинаковых излучателей расположены на равных расстояниях друг от друга по прямой линии. Если излучателями являются жесткие диски, вставленные в бесконечный экран, причем все одновременно колеблются в одинаковом направлении, то излучение от каждого дается формулой (6). Для определения результирующего давления, в некоторой точке нужно суммировать давления от всех излучателей, учитывая также их фазы.

На большом расстоянии от группы максимальные давления, связанные с отдельными излучателями, почти одинаковы. Предположим, что звуковые лучи к P_1 (рис. 43) от излучателей параллельны; разности хода будут соответственно $0, d \cos \theta, 2d \cos \theta, \dots, (n-1)d \cos \theta$, отвечающие фазовым углам

$$0, kd \cos \theta, 2kd \cos \theta, \dots, (n-1)kd \cos \theta.$$

Давление, производимое S_0 , пропорционально $G \cos \omega t$, для S_1 оно пропорционально $G \cos(\omega t + \alpha)$ и для S_{n-1} — пропорционально $G \cos[\omega t + (n-1)\alpha]$, где

$$G = \frac{J_1(ka \sin \phi)}{ka \sin \phi} \quad \text{и} \quad \alpha = kd \cos \theta.$$

Общее давление в P_1 поэтому зависит от

$$G \sum_0^{n-1} \cos(\omega t + n\alpha).$$

Применяя известную формулу для косинусов в арифметической прогрессии, получаем

$$p = \frac{\rho \ddot{z}_0 a^2}{r} G \left[\frac{\sin \frac{1}{2} n\alpha}{\sin \frac{1}{2} \alpha} \right] \cos \left[\omega t + \frac{1}{2} (n-1) \alpha \right]. \quad (38)$$

На некоторой частоте группа эквивалентна простому жесткому диску, амплитуда колебаний которого будет в

$$\frac{\sin \frac{1}{2} n\alpha}{\sin \frac{1}{2} \alpha}$$

раз больше амплитуды отдельного диска. Эта величина конечно изменится с частотой, так что на практике нельзя найти простой излучатель, эквивалентный группе.

На рис. 44 даны характеристики распределения звука для группы из пяти дисков на низких частотах при постоянном G . Как указано было выше, увеличение числа вибраторов вызывает появление фокуси-

ровки на более низкой частоте, чем для случая отдельного излучателя. На более высоких частотах, если излучатели хорошо расположены, они не будут сильно интерферировать один с другим, так как каждый из них излучает узкий пучок. Характеристика излучения [161] из уравнения (38)

$$\mathfrak{R} = \frac{G \sin \frac{1}{2} n\alpha}{\sin \frac{1}{2} \alpha}. \quad (39)$$

Если излучатели соприкасаются между собой, радиус a_1 уменьшается до нуля, а число излучателей увеличивается, так что $2na_1$ будет длина всей группы, то система превращается в линию. Излучение в этом случае можно рассматривать, как излучение от цилиндра с очень малым радиусом, колеблющегося перпендикулярно к оси. Далее

$$G = \frac{J_1(ka_1 \sin \phi)}{ka_1 \sin \phi}$$

и когда

$$a_1 \rightarrow 0, \quad G = \frac{1}{2}.$$

Точно так же $\alpha = kd \cos \theta = 2ka_1 \cos \theta$, что в пределе дает

$$\sin \frac{1}{2} n\alpha = \sin(kna_1 \cos \theta) = \sin(ka \cos \theta),$$

где $a = na_1$, что составляет половину длины линии.

Когда

$$\frac{1}{2} \alpha \rightarrow 0,$$

то

$$\sin \frac{1}{2} \alpha \rightarrow \frac{1}{2} \alpha$$

и уравнение (39) принимает вид

$$\mathfrak{R} = \frac{\sin(ka \cos \theta)}{ka_1 \cos \theta}.$$

Если излучатели выбраны так, что каждый дает $\frac{1}{n}$ общего излучения, то характеристика получается следующая

$$\mathfrak{R} = \frac{\sin(ka \cos \theta)}{kna_1 \cos \theta} = \frac{\sin(ka \cos \theta)}{ka \cos \theta}. \quad (40)$$

Возьмем

$$\phi = \frac{1}{2} \pi - \theta,$$

тогда

$$\Re = \frac{\sin(ka \sin \phi)}{ka \sin \phi} = \frac{\sin z}{z} = G_s.$$

Однако, нужно заметить, что последняя формула применяется исключительно к излучению в плоскости, содержащей линию излучателей.

В другой плоскости излучение будет иным; например, в плоскости, перпендикулярной к линии и делящей ее пополам, характеристикой очевидно будет круг. На рис. 45 угол между OP_i и OM будет θ , так что $\cos \theta = \sin \phi \cos \chi$, а характеристика излучения будет

$$\Re = \frac{\sin(ka \sin \phi \cos \chi)}{(ka \sin \phi \cos \chi)}.$$

Указанный случай соответствует

$$\chi = \frac{1}{2} \pi,$$

где

$$\Re = \sin \frac{z}{z} = 1,$$

так как $z=0$. Распределение звука следовательно будет однообразным.

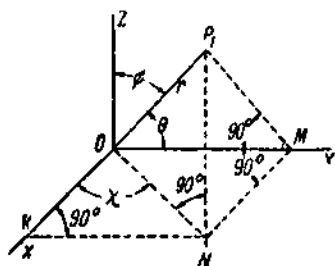


Рис. 45. OM на линии источников.

VI. АКУСТИЧЕСКАЯ МОЩНОСТЬ, ИЗЛУЧАЕМАЯ КОЛЕБЛЮЩЕЙСЯ ПОВЕРХНОСТЬЮ

1. МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ МОЩНОСТИ

Имеются два основных метода вычисления мощности, излучаемой колеблющейся поверхностью:

1. Произведение активной компоненты акустического давления на нормальную скорость интегрируется по колеблющейся поверхности.

2. Произведение давления на скорость интегрируется по некоторой поверхности на большом расстоянии от излучателя. Выбор метода зависит от обстоятельств.

Определение распределения давления по колеблющейся поверхности — обычно процесс длительный (см. гл. III) и аналитические выражения очень сложны. При собственных колебаниях движущая сила находится в фазе со скоростью поверхности. В некоторых случаях можно тогда определить приблизительную величину мощности, предположив, что движущая сила пропорциональна скорости; при этом кривая динамической деформации и r , сопротивление излучения на единицу площади, должны быть известны (§ 3). Однако, обычно второй метод является более легким, чем первый. На большом расстоянии от колеблющейся поверхности давление и скорость частиц находятся в фазе. Если пространственное распределение давления известно, то мощность, излучаемую вибратором, обычно можно определить аналитически. Очевидно, что знание распределения давления по колеблющейся поверхности при этом методе является излишним.

2. ПЛОСКАЯ ПОВЕРХНОСТЬ, КОЛЕБЛЮЩАЯСЯ В БЕСКОНЕЧНОМ ЭКРАНЕ

Вообразим, что на большом расстоянии от вибратора по одну сторону плоского экрана находится концентрическая полусферическая поверхность, через которую проходит вся излучаемая мощность. Если p звуковое давление, а v скорость частиц, то мощность, проходящая через единицу поверхности (интенсивность звука), будет $p v$, так как на большом расстоянии p и v находятся в фазе. Из § 14 главы II: $p = \rho_0 c v$

и $v = \frac{p}{\rho_0 c}$, а мощность на единицу поверхности будет $\frac{p^2}{\rho_0 c}$. Для элементарной площадки dA имеем $dP = \frac{p^2}{\rho_0 c} dA$. Соответственно мощность,

проходящая через полусферу, будет

$$\frac{1}{\rho_0 c} \iint p^2 dA. \quad (1)$$

Из рис. 3 мы видим, что площадь элементарного пояса на сфере будет $dA = 2\pi r^2 \sin \phi d\phi$, где вместо θ поставлено ϕ . Таким образом мощность, излучаемая с обеих сторон колеблющейся поверхности, будет

$$P = \frac{4\pi r^2}{\rho_0 c} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} p^2 \sin \phi d\phi. \quad (2)$$

Для определения P необходимо только ввести величину p^2 в уравнение (2) и произвести интегрирование. Обычно мы имеем дело с вибраторами с гибкими поверхностями, на которых происходят изменения скорости и фазы. Для того, чтобы получить аналитическое выражение для P , мы предполагаем, что кривая динамической деформации поверхности вибратора в воздухе идентична соответствующей кривой для случая, когда поверхность находится в вакууме и потери отсутствуют. Как видно из § 12 главы IV, практически это неверно, так как потери превращают узловые линии в линии минимальных амплитуд. Следовательно, формулу, полученную на основе вышеприведенной гипотезы, нужно рассматривать как приближение. Тем не менее ее можно с успехом использовать при проектировании громкоговорителей.

3. МЕМБРАНА ПРИ СИММЕТРИЧНЫХ ВИДАХ КОЛЕБАНИЙ

Из уравнения (23) главы V давление в некоторой точке на достаточно большом расстоянии от центра будет

$$P = \frac{\Gamma}{r} J_0(ka \sin \phi), \quad (3)$$

при условии, что $k_1^2 \gg k^2 \sin^2 \phi$, что предполагает низкую основную частоту.

Подставляя выражение давления из уравнения (3) в уравнение (2), получаем

$$P = \frac{4\pi \Gamma^2}{\rho_0 c (ka)} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} (ka \sin \phi) J_0^2(ka \sin \phi) d\phi. \quad (4)$$

Для определения этого интеграла следует воспользоваться следующей формулой [221]

$$J_n^2(x) = \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{(2n+2m)!}{m!(2n+m)!(n+m)!^2} \left(\frac{1}{2}x\right)^{2(n+m)}. \quad (5)$$

где n положительное целое число. Применяв эту формулу к уравнению (4), мы получим

$$P = \frac{4\pi l^2}{\rho_0 c} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{(2m-1)(2m-3)\dots 1}{2^m (m!)^3} (ka)^{2m} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \sin^{2m+1} \phi d\phi. \quad (6)$$

Так как

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \sin^{2m+1} \phi d\phi = \frac{2^m m!}{(2m+1)(2m-1)\dots 1}, \quad (7)$$

о мощность, излучаемая с обеих сторон мембраны, будет

$$P = \frac{4\pi l^2}{\rho_0 c} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{1}{(m!)^2 (2m+1)} (ka)^{2m} = \quad (8)$$

$$= 4P \left[\frac{J_1(k_1 a)}{k_1 a} \right]^2 \left\{ 1 - \frac{(ka)^2}{1!^2 3} + \frac{(ka)^4}{2!^2 5} - \frac{(ka)^6}{3!^2 7} + \dots \right\} = \quad (9)$$

$$= \frac{4P}{ka} \left[\frac{J_1(k_1 a)}{k_1 a} \right]^2 \left[\sum_{r=0}^{\infty} J_{2r+1}(2ka) \right], \quad (9a)$$

где

$$P = \frac{\rho_0 \pi a^4 \omega^4 \xi_0^2}{c} = \rho_0 c A (ka)^2 \xi_0^2,$$

что и будет мощностью, излучаемой с обеих сторон жесткого диска, колеблющегося в бесконечном экране при $ka \leq 0,5$.

В мембране электростатического громкоговорителя движущая сила, распределенная по поверхности, создает амплитуду в центре ξ_0 . Прежде чем вычислять мощность из уравнения (9) нужно найти величину ξ_0 . При собственных колебаниях эффективная масса обращается в нуль (глава IV) и движущая сила находится в фазе со скоростью мембраны. Скорость $v = \dot{\xi}_0 J_0(k_1 x)$, а движущая сила на единицу площади для обеих сторон будет f ; мы не принимаем во внимание влияния отверстий в неподвижных электродах и предполагаем, что сила одинакова во всех точках поверхности мембраны. Мощность, излучаемая с обеих сторон элементарного кольца с радиусом x и шириной dx , будет

$$2\pi f \dot{\xi}_0 J_0(k_1 x) x dx.$$

Следовательно мощность, излучаемая всей мембраной

$$P = 2\pi f \dot{\xi}_0 \int_0^a J_0(k_1 x) x dx = 2f \dot{\xi}_0 A \left[\frac{J_1(k_1 a)}{k_1 a} \right], \quad (10)$$

где $A = \pi a^2$ площадь одной стороны.

Таким образом скорость в центре

$$\dot{z}_0 = \frac{P}{2fA} \left[\frac{k_1 a}{J_1(k_1 a)} \right]. \quad (11)$$

Подставим величину $\dot{z}_0$ из уравнения (11) в уравнение (9). Тогда мощность, выраженная через движущую силу, будет

$$P = \frac{f^2 A}{\rho_0 c} \left\{ \frac{1}{(ka)^2 - \frac{(ka)^4}{1!^2 3} + \frac{(ka)^6}{2!^2 5} - \frac{(ka)^8}{3!^2 7} + \dots} \right\}. \quad (12)$$

Когда $ka > 1,4$, ряд в знаменателе уравнения (12) почти равен единице и формула примет следующий вид:

$$P = \frac{f^2 A}{\rho_0 c} *. \quad (13)$$

Это неожиданно простое выражение показывает, что при указанном условии равномерного распределения движущей силы по поверхности, мощность будет одинаковой для всех видов собственных колебаний, если только $ka > 1,4$.

При собственных колебаниях с частотами выше основной мембрана образует узловые линии, по разные стороны которых она движется в противоположных направлениях. Поэтому, если движущая сила находится в фазе со скоростью с одной стороны узловой линии, то она находится в противоположной фазе для другой стороны. Следовательно, для того, чтобы мощность не менялась, скорость в центре должна увеличиваться с увеличением частоты. Что это так, можно видеть из уравнения (11), так как $\left[\frac{k_1 a}{J_1(k_1 a)} \right]$ увеличивается с частотой.

4. ДИСК СО СВОБОДНЫМИ КРАЯМИ И n УЗЛОВЫМИ ДИАМЕТРАМИ

[121a]

Из уравнения (27) главы V звуковое давление

$$p = \frac{\rho_0 a^2 \dot{z}_0}{r} \left\{ \sin n\chi \left[\frac{J_{n+1}(x)}{x} \right] \right\}.$$

Здесь dA равно $r^2 \sin \phi d\phi d\chi$ (рис. 3, ϕ поставлено вместо θ); применяя

* Можно также написать так:

$$P = \frac{(fA)^2}{\rho_0 c A} = \frac{\text{квадрат эффективного значения общей силы}}{\text{механическое сопротивление}}.$$

Для электрического контура при резонансе мы имеем аналогичную формулу

$$P = \frac{E^2}{R}.$$

уравнение (1), получим мощность, излучаемую с обеих сторон

$$P = \frac{2\rho_0 a^4 \omega_0^2}{c} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{J_{n+1}^2(x)}{x^2} \sin \phi d\phi \int_0^{2\pi} \sin^2 n\chi d\chi =$$

$$= 2P \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{J_{n+1}^2(x)}{x^2} \sin \phi d\phi, \quad (14)$$

так как первый интеграл $= \pi$.

При помощи уравнения (5) и, подставив $x = ka \sin \phi$ в уравнение (14), получаем:

$$P = 2P \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{(2n+2m+2)!}{m!(2n+m+2)! \{(n+m+1)!\}^2 2^{2(m+n+1)}} (ka)^{2(n+m)} \times$$

$$\times \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \sin^{2(n+m)+1} \phi d\phi.$$

Применяя уравнение (7), окончательно получаем

$$P = P \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{1}{m!(2n+m+2)!(n+m+1)} (ka)^{2(n+m)} \right\} = \quad (15)$$

$$= \frac{P}{(n+1)(ka)^2} \left[J_{2n+2}(2ka) + 2 \sum_{r=0}^{\infty} J_{2n+2r+2}(2ka) \right]. \quad (15a)$$

Когда $ka \leq 0,5$, то P с достаточной точностью определяется первым членом ряда, т. е. при $m=0$. Для одного узлового диаметра $n=1$ и мощность [121a]

$$P = P \frac{(ka)^2}{48} = \frac{P}{192}, \quad (16)$$

когда $ka = 0,5$.

Следовательно, при равной излучаемой мощности амплитуда на краях диска будет $b\sqrt{192} \div 14$ раз больше, чем для жесткого диска.

Для двух узловых диаметров, когда $ka = 0,5$, что соответствует частоте в 270 гц, для диска с радиусом 10 см

$$P = \frac{P}{34560}. \quad (17)$$

Это идентично мощности, излучаемой диском того же радиуса, колеблющимся с узловой окружностью при $r = \frac{a}{\sqrt{2}}$, при условии, что амплитуда краев для круга с узловыми диаметрами та же, что и амплитуда в центре для круга с узловой окружностью. Отношение мощности в уравнениях (16) и (17) будет 180:1, что показывает быстрое падение излучаемой мощности на низких частотах при увеличении числа узловых диаметров и при условии постоянства амплитуды на краях диска.

5. ДИСК СО СВОБОДНЫМИ КРАЯМИ И ОДНОЙ УЗЛОВОЙ ОКРУЖНОСТЬЮ

Для кривой динамической деформации $\xi = \xi_0 \left(1 - \frac{2x^2}{a^2}\right)$ радиус узловой окружности будет $x = \frac{a}{\sqrt{2}}$. Применив приведенные выше аналитические методы и формулу (2) таблицы 7, легко доказать, что [121a] излучаемая мощность будет

$$P = P \left\{ \frac{1 \cdot 2}{3! 6!} (ka)^4 - \frac{2 \cdot 3}{4! 7!} (ka)^6 + \frac{3 \cdot 4}{5! 8!} (ka)^8 \dots \right\} = \quad (18)$$

$$= P \left\{ \frac{1}{3 (ka)^2} + \frac{J_3(2ka)}{(ka)^3} \left[1 - \frac{2}{(ka)^2} \right] - \frac{6 J_4(2ka)}{(ka)^4} \right\}. \quad (18a)$$

Когда $ka \leq 0,5$

$$P = \frac{P (ka)^4}{2160}. \quad (19)$$

Если $ka = 0,5$

$$P = \frac{P (ka)^4}{34 560}. \quad (20)$$

Это иллюстрирует громадный акустический эффект короткого замыкания, зависящий от противоположных по фазе колебаний внутренней и внешней частей диска. Если радиус узловой окружности 0,68a, что представляет точное значение для случая свободных симметричных колебаний, то $P = \frac{P}{770}$.

Таким образом, получается увеличение P в 45 раз, благодаря уменьшению радиуса узловой окружности на 3,8%, если только амплитуда в обоих случаях одинакова.

При отсутствии внутренних механических потерь, мощность при постоянстве движущей силы, когда $x = \frac{a}{\sqrt{2}}$, больше чем при $x = 0,68a$,

так как при резонансе $P = \frac{f^2}{r_r}$ и r_r в первом случае меньше.

На практике, благодаря наличию механических потерь, это заключение не соответствует действительности. Когда $ka > 2$, интерференция сильно уменьшается, а когда

$$x = \frac{a}{\sqrt{2}} \text{ и } ka = 4,$$

то излучаемая мощность при постоянстве амплитуды будет

$$P = \frac{P}{4,4}.$$

6. СФЕРИЧЕСКИЕ ИЗЛУЧАТЕЛИ БЕЗ ЭКРАНА

До сих пор конические диффузоры без экрана представляют неразрешимую задачу при современных методах анализа. В некоторых случаях можно получать приближенные результаты посредством замены их сферой, колеблющейся определенным образом. Здесь вопрос рассматривается именно с этой точки зрения. Излучаемая мощность определяется интегрированием давления и скорости частиц по концентрической сферической поверхности на большом расстоянии, где давление и скорость частиц находятся в фазе. Если звуковое давление, соответствующее шаровой функции n -го порядка, будет p_n , а скорость частиц v_n , то мощность, проходящая через единицу площади сферической поверхности с радиусом R , будет

$$p_n v_n = \frac{p_n^2}{\rho_0 c},$$

так как

$$p_n = \rho_0 c v_n.$$

Общая мощность будет равна интегралу по сферической поверхности:

$$P = \frac{1}{\rho_0 c} \iint p_n^2 dA,$$

где p_n эффективное значение давления. Так как $dA = -2\pi r^2 d\mu$ (см. рис. 3), то отсюда следует, что мощность, связанная с функцией n -го порядка, будет [121b]:

$$P_n = -\frac{2\pi r^2}{\rho_0 c} \int_{-1}^{+1} p_n^2 d\mu. \quad (21)$$

Если давление в некоторой точке отдаленной сферической поверхности выражено в виде ряда функций различных порядков, то интеграл квадрата этого ряда, взятый по поверхности, будет равен интегралу суммы квадратов отдельных членов. Это следует из того, что

$$\int_{-1}^{+1} P_n(\mu) P_m(\mu) d\mu$$

не равен нулю только тогда, когда $m = n$ (что подобно случаю ряда Фурье, применяемого к электрическому контуру). Таким образом, находя

мощность, излучаемую колеблющейся сферой, необходимо взять сумму составляющих, даваемых каждой шаровой функцией в отдельности.

Из уравнения (54) главы II мы знаем, что потенциал скорости, соответствующий функции n -го порядка, на расстоянии r от центра сферы будет

$$\phi_n = \left(\frac{a^2}{r} \right) u_n \Xi_n e^{i\omega t}.$$

Давление, соответствующее этой функции

$$p_n = p_0 \left(\frac{1}{\partial t} \right) = \frac{i \rho_0 a^2 \omega u_n \Xi_n}{r}. \quad (22)$$

Фактор времени $e^{i\omega t}$ опущен. Радиальную скорость поверхности, соответствующую той же функции, можно написать так:

$$u_n = U \Theta_n,$$

где

$$u = U f(\mu), \quad U = \dot{\xi}_0$$

и

$$(a) \quad \Theta_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) P_n(\mu) \int_{-1}^{+1} f(\mu) P_n(\mu) d\mu, \quad (23)$$

$$(b) \quad \Theta_n = (2n + 1) P_n(\mu) \int_0^\pi f(\mu) P_n(\mu) d\mu. \quad (24)$$

Формула (23) применяется тогда, когда две полусферы имеют одинаковые колебания в одном и том же направлении, а формула (24) применяется тогда, когда движения равны по величине, но противоположны по направлению. Если работает одна полусфера, то выражение (24) нужно разделить пополам. Из выражений (21), (22) и вышеприведенного значения u_n находим, что мощность, связанная с шаровой функцией n -го порядка [121b], определяется уравнением

$$P_n = 2P \Xi_n^2 \int_{-1}^{+1} \Theta_n^2 d\mu, \quad (25)$$

где

$$\Xi_n^2 = \frac{1}{|F_n(ika)|^2} = \frac{1}{x^2 + y^2}$$

(таблица 1) является поправочным коэффициентом, зависящим от распределения излучения в пространстве. Интегрирование в уравнении (25) распространяется на всю поверхность сферы, так как каждая шаровая функция связана со всей сферой.

7. СФЕРА, КОЛЕБЛЮЩАЯСЯ РАДИАЛЬНО

Так как кривая динамической деформации одинакова во всех направлениях, то мы имеем здесь только зональную шаровую функцию нулевого порядка. Величина Θ в уравнении (23) следовательно будет равна

единице и

$$P_0 = 4P\xi_0^2$$

Но из таблицы 1

$$\xi_0 = \frac{1}{1 + ika}$$

следовательно

$$\xi_0^2 = \frac{1}{1 + k^2 a^2}$$

и

$$P_0 = \frac{4P}{1 + k^2 a^2} \quad (26)$$

Такой результат получается обычно при сферическом источнике, размеры которого малы по сравнению с рассматриваемой длиной волны. Более того, поправочный член $\frac{1}{1 + k^2 a^2}$ тогда почти равен единице, так как $ka = 0$ или же очень мало.

8. КОЛЕБЛЮЩАЯСЯ РАДИАЛЬНО СФЕРА, ДВИЖИМАЯ ПОСТОЯННОЙ РАДИАЛЬНОЙ СИЛОЙ НА ЕДИНИЦУ ПЛОЩАДИ

При рассмотрении этого вопроса мы предположим, что m_e (определение 33) постоянна при всех частотах, т. е. резонансы отсутствуют. Механическое активное сопротивление (определение 31) r_r находим из отношения $P_0 = r_r \xi_0^2$. Таким образом, из уравнения (26) имеем

$$r_r = \frac{4P}{(1 + k^2 a^2) \xi_0^2} = 4\pi a^2 \rho_0 c \left(-\frac{k^2 a^2}{1 + k^2 a^2} \right) \quad (27)$$

Эффективная масса

$$m_e = m_i + m_n = m_i (1 + \beta),$$

где

$$\beta = \frac{m_n}{m_i}$$

Из пункта 2 таблицы 4

$$m_i = \frac{4\pi a^3 \rho_0}{1 + k^2 a^2} = \frac{r_r}{\omega ka} \quad (28)$$

Таким образом

$$m_e = \frac{r_r}{\omega ka} (1 + \beta).$$

Излучаемая мощность будет

$$P = r_r \xi_0^2 = r_r \left(\frac{f}{z_e} \right)^2, \quad (29)$$

где f общая движущая сила по поверхности.

Так как $z_e = \sqrt{r_r^2 + \omega^2 m_e^2}$, а f постоянно, то из уравнения (29) следует, что

$$P \approx \frac{r_r}{r_r^2 + \omega^2 m_e^2}.$$

Подставляя значения m_e из уравнения (28) и r_r из уравнения (27), имеем при постоянстве движущей силы

$$P \approx \frac{1}{4\pi a^2 \rho_0 c} \left[\frac{1 + k^2 a^2}{(1 + \beta)^2 + k^2 a^2} \right]. \quad (30)$$

Если $\beta = \frac{m_e}{m_i}$ значительно меньше единицы, т. е. добавочная масса значительно больше натуральной массы диффузора, то мощность постоянна на всех частотах. Таким образом, получаем идеальный репродуктор звука. Обычно это условие гораздо легче получить в воде, чем в воздухе, так как плотность воздуха мала. Когда β незначительно по сравнению с единицей, то из предшествующей формулы следует, что при постоянстве излучаемой мощности движущая сила должна изменяться пропорционально

$$\left\{ \frac{(1 + \beta)^2 + k^2 a^2}{1 + k^2 a^2} \right\}^{\frac{1}{2}}.$$

На низких частотах, когда $a^2 k^2 \ll 1$, β постоянно, следовательно и отдаваемая мощность для данной движущей силы также постоянна. Это заключение справедливо также и в применении к жесткому телу, колеблющемуся в бесконечном экране, если распределение излучения сферично.

В нашем сферическом вибраторе, если f постоянна, то из уравнения (29) амплитуда ξ_0 изменяется как

$$\frac{1}{\omega z_e} = \frac{1}{\omega \sqrt{r_r^2 + \omega^2 m_e^2}}.$$

Подставляя величины r_r и m_e в эту формулу, найдем, что

$$\xi_0 \approx \frac{1 + k^2 a^2}{\omega^2 \sqrt{(1 + \beta)^2 + k^2 a^2}}$$

и, полагая $\beta \ll 1$,

$$\xi_0 \approx \frac{\sqrt{1 + k^2 a^2}}{\omega^2}. \quad (31)$$

На низких частотах, когда ka мало, $\xi_0 \approx \frac{1}{\omega^2}$, в то время как на высоких частотах, когда ka велико $\xi_0 \approx \frac{1}{\omega}$; это указывает на то, что на высоких частотах увеличивается роль активной составляющей r_r .

Аналогичным способом можно доказать, что когда аксиально колеблющаяся сфера приводится в движение постоянной по амплитуде силой, то мощность

$$P \cong \frac{k^2 (4 + k^4 a^4)}{\{(1 + \beta)^2 (2 + k^2 a^2)^2 + k^6 a^6\}}. \quad (32)$$

Когда же ka мало, то мощность

$$P \cong \frac{k^2}{(1 + \beta)^2} \cong \frac{\omega^2}{c^2 (1 + \beta)^2}. \quad (33)$$

Таким образом, когда мы приближаемся к нулевой частоте, то благодаря интерференции излучения от двух полусфер, образующих двойной источник, мощность обращается в нуль. Важно отметить, что этот акустический эффект короткого замыкания увеличивается с уменьшением частоты, а прирост инерции не изменяется. В то время как излучаемая мощность определяется пространственной интерференцией из-за сдвига фаз добавочная масса зависит только от потока воздуха, связанного с движением вибратора и, очевидно, не может никогда исчезнуть.

При высоких частотах, когда ka велико, выражение (30) превращается в $\frac{1}{4\pi a^2 \rho_0 c}$, а мощность будет постоянной при условии, что $ka \gg (1 + \beta)$.

9. ДВЕ ПОЛУСФЕРЫ, ПРОТИВОПОЛОЖНО КОЛЕБЛЮЩИЕСЯ ВДОЛЬ ОБЩЕЙ ОСИ

Пусть U и $-U$ будут аксиальные скорости двух полусфер, тогда их радиальные скорости будут $u = Uf(\mu)$, где $f(\mu) = \mu$ от 1 до 0 и $-\mu$ от 0 до -1 , рис. 21с. Благодаря симметричности движения относительно экваториальной плоскости, выражение для u содержит только четные гармоники. Поэтому мы применим формулу (24) для интегрирования уравнения (25).

Таким образом

$$\Theta_0 = \int_0^1 \mu d\mu = \frac{1}{2}$$

и

$$\Theta_2 = \frac{5}{2} (3\mu^2 - 1) \int_0^1 \frac{1}{2} \mu (3\mu^2 - 1) d\mu = \frac{5}{16} (3\mu^2 - 1)$$

более высокие гармоники не имеют существенного значения. Далее

$$P_0 = 2P_0^2 \int_{-1}^{+1} \frac{1}{4} d\mu = \frac{P}{(1 + k^2 a^2)}. \quad (34)$$

Это является одной четвертью мощности, излучаемой сферой, пульсирующей радиально.

$$P_2 = 2P_2^{\Sigma} \int_{-1}^{+1} \frac{25}{256} (9\mu^4 - 6\mu^2 + 1) d\mu = \\ = \frac{5}{16} P \left(\frac{k^4 a^4}{81 - 9k^2 a^2 - 2k^4 a^4 - k^6 a^6} \right). \quad (35)$$

Когда $ka \leq 0,5$, то излучаемая мощность почти равна P_0 . Если движущая сила постоянна, а активная компонента незначительна по сравнению с компонентой инерции, то излучаемая мощность на низких частотах будет

$$P_0 = \frac{f^2}{\pi a^2 \rho_0 c (1 + \beta)^2}, \quad (36)$$

при условии, что $ka \leq 0,5$.

Мощность в этом случае постоянна и не зависит от частоты. Этот результат противоположен полученному в предыдущем параграфе в отношении полусфер, которые двигались в одном направлении. Различие объясняется отсутствием интерференции в настоящем случае, так как полусферы вызывают изменения давления одного и того же знака.

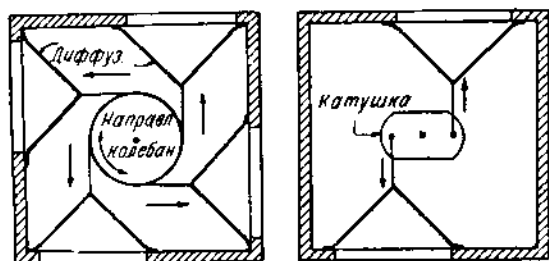


Рис. 46. Электродинамический громкоговоритель с несколькими диффузорами.

Особый интерес представляет то, что на низких частотах ($ka \leq 0,5$) получается одинаковое излучение от: а) двух противоположно колеблющихся полусфер, б) обеих сторон жесткого диска в бесконечном экране и с) радиально пульсирующей полусферы, если только скорости и радиусы равны во всех случаях. Из этого мы делаем вывод, что если громкоговоритель поместить в центре комнаты, то экран будет не нужен, если две диафрагмы будут колебаться аксиально в противоположных направлениях. Так как бесконечный экран исключает половину всего излучения, то излучаемая мощность такой двухсторонней схемы будет в два раза больше, чем для одной стороны диска. Чертеж, поясняющий это, схематично дан на рис. 46.

Диафрагмы прикреплены к противоположным сторонам диаметра катушки, которая вращается как в амперметре с подвижной катушкой.

ТАБЛИЦА 9

Мощность, излучаемая различными вибраторами.

Так как $P = r_e \omega_c^2 \dot{\xi}_0^2$ то эффективное механическое сопротивление будет $r_e = \frac{P}{\omega_c^2 \dot{\xi}_0^2}$

Тип вибратора	Кривая динамической деформации	Мощность, излучаемая в виде звука
1. Жесткое кольцо с радиусами a и b в бесконечном экране. Отверстие кольца закрыто неподвижным жестким диском.	$\xi = \xi_0$	$2\gamma_0 c \xi_0^2 \left\{ A_a G_{1a} + A_b \left[G_{1b} - \right. \right.$ $\left. \left. - 2 \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{F \left[-m - (m+1), 2, \frac{b^2}{a^2} \right]}{(2m+2)!} (ka)^{2(m+1)} \right] \right\},$ где $G_{1a} = \left[1 - \frac{J_1(2ka)}{ka} \right]$; $G_{1b} = \left[1 - \frac{J_1(2kb)}{kb} \right]$, A_a, A_b — площадь внешнего и внутреннего кругов.
2. Диск с закрепленными краями в бесконечном экране [121 а]	$\xi = \xi_0 \left\{ 1 - \frac{x^2}{a^2} \right\}^2$	$32 P \left\{ \frac{3.5}{361} - \frac{5.7}{471} (ka)^2 + \frac{7.9}{581} (ka)^4 - \text{и т. д.} \right\},$ где $P = \frac{2\pi a^2 \omega_c^2 \xi_0^2}{c}$
3. Сферический диффузор, колеблющийся аксиально [121 б]	$u = U \cos \theta$ (радиальная скорость)	$P \cdot \frac{4}{3} \left(\frac{k^2 a^2}{4 + k^4 a^4} \right) = P \cdot \frac{4}{3} \Xi^2$
4. Сферический диффузор, колеблющийся аксиально, движимый постоянной силой [121 б].	$u = U \cos \theta$ (радиальная скорость)	$\frac{3k^2 a^2 (4 + k^4 a^4)}{4\pi a^2 \rho_0 c \left\{ (1 + \beta)^2 (2 + k^2 a^2)^2 + k^4 a^6 \right\}} f^2,$ где f — постоянная сила, $\beta = \frac{m_1}{m_2}$

Тип вибратора	Кривая динамической деформации	Мощность, излучаемая в виде звука
5. Одна полусфера колеблется радиально, другая в покое [121 б]	$u = U \text{ от } \theta = 0 \text{ до } \frac{1}{2} \pi$ $u = 0 \text{ от } \theta = \frac{1}{2} \pi \text{ до } \pi$ (радиальная скорость)	$P \left\{ \frac{1}{1 + k^2 a^2} + \frac{3}{4} \left(\frac{k^2 a^2}{4 + k^2 a^2} \right) \right\}$ (приблизительно)
6. Одна полусфера колеблется аксиально, другая в покое [121 б]	$u = U \cos \theta \text{ от } \theta = 0 \text{ до } \frac{1}{2} \pi$ $u = 0 \text{ от } \theta = \frac{1}{2} \pi \text{ до } \pi$ (радиальная скорость)	$P \left\{ \frac{1}{4(1 + k^2 a^2)} + \frac{1}{3} \left(\frac{k^2 a^2}{4 + k^2 a^2} \right) + \dots \right\}$
7. Сферический диффузор с n узловыми окружностями, проходящими через полюса [121 б]	$u = U \sin \theta \sin n\chi$ (радиальная скорость)	$\frac{2^{n+1} n!}{1 \cdot 3 \dots (2n+1)} \Xi_n^2 P$ для Ξ_n^2 см. таблицу 1, когда $r = a$
8. Группа жестких дисков	$\xi = \xi_0$	См. [122]
9. Жесткий эллиптический диск в бесконечном экране	$\xi = \xi_0$	См. [122]
10. Жесткая прямоугольная пластинка в бесконечном экране	$\xi = \xi_0$	См. [122]

Такая система приближается к сферическому источнику, дающему одинаковое излучение вдоль всех радиусов [89].

Когда сравнения излучаемой мощности основаны на предположении постоянства движущей силы, то преимущества системы с несколькими диафрагмами сводятся к нулю, благодаря увеличению добавочной массы. Следовательно, единственной выгодой в этом случае является устранение экрана. Формулы для мощности, излучаемой вибраторами разного вида, даны в таблице 9.

10. СРАВНЕНИЕ МОЩНОСТЕЙ, ИЗЛУЧАЕМЫХ РАЗЛИЧНЫМИ ВИБРАТОРАМИ НА НИЗКИХ ЧАСТОТАХ

Когда $ka \leq 0,5$, $r \geq 10a$ и вся поверхность колеблется в одинаковой фазе, то излучатель вне зависимости от формы можно рассматривать как простой источник *.

При этих условиях мощность, излучаемую сферой, можно сравнивать с мощностью, излучаемой жестким диском того же радиуса (диск можно заменить движущимся, как целое, коническим диффузором). Мощность изменяется как $\frac{(uA)^2 \omega^2}{\Omega}$, где u радиальная скорость перпендикулярна к поверхности, а $(uA)_e$ произведение эффективного значения скорости на площадь. Данные для различных вибраторов приведены в таблице 10.

Сравнения основаны на определении отношения $\frac{(uA)_e^2}{\Omega}$, так как ω одинакова для всех случаев.

Для полусферы, колеблющейся аксиально в то время, как другая полусфера остается неподвижной, радиальная скорость будет $u = U \cos \theta = U \cos \theta$ (рис. 21). Для определения произведения эффективной скорости на площадь необходимо взять интеграл по поверхности полусферы. Таким образом, произведение скорости на площадь поясного кольца с азимутом θ будет $2\pi U a^2 \cos \theta \sin \theta d\theta$, а общее выражение для полусферы находим, интегрируя в пределах от 0 до $\frac{1}{2}\pi$. Это дает $U \pi a^2 = UA$, где A половина площади поверхности. Произведение эффективной скорости на площадь очевидно будет в этом случае вдвое меньше, чем для радиально пульсирующей полусферы и такое же, как для одной стороны жесткого диска или конического диффузора, колеблющегося аксиально в бесконечном экране.

Сравнения в табл. 10 сделаны для случая излучения с одной стороны жесткого диска в бесконечном экране, так как на практике именно этот случай может быть применен для закрытого помещения.

* Сфера, колеблющаяся аксиально, следовательно, исключается, так как радиальные скорости в двух полусферах находятся в противоположных фазах, т. е. такая сфера является двойным источником.

ТАБЛИЦА 10

Сравнение низкочастотной мощности различных излучателей, имеющих равные радиальные скорости (U). $ka \leq 0,5$; $A = \pi a^2$; излучение происходит в свободное пространство. Для получения условий бесконечного экрана, стена, в которой вибратор колеблется, не должна быть абсорбентом.

Излучающая система	Площадь $\times$ скорость эффективная $(uA)_e$	Телесный угол Ω	$\frac{(uA)_e^2}{\Omega}$	Отношение мощности к мощности жесткого диска	Действующая мощность
Сфера — радиально	$4UA$	4π	$\frac{4(UA)^2}{\pi}$	8	$4P$
Полусфера — радиально в бесконечном экране.	$2UA$	2π	$\frac{2(UA)^2}{\pi}$	4	$2P$
Одна полусфера радиально без бесконечного экрана, другая находится в покое.	$2UA$	4π	$\frac{(UA)^2}{\pi}$	2	P
Одна полусфера аксиально без бесконечного экрана, другая неподвижна.	UA	4π	$\frac{(UA)^2}{4\pi}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4} P$
Две полусферы в противоположных направлениях.	$2UA$	4π	$\frac{(UA)^2}{\pi}$	2	P
Одна сторона жесткого диска (или другой плоской поверхности равной площади) в бесконечном экране.	UA	2π	$\frac{(UA)^2}{2\pi}$	1	$\frac{1}{2} P$
Одна сторона жесткого диска без экрана, другая сторона заэкранирована.	UA	4π	$\frac{(UA)^2}{4\pi}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4} P$
Жесткий диск или коническая диафрагма в конечном экране.				1 (прибл.)	$\frac{1}{2} P$ (прибл.)

VII. ТЕОРИЯ ЗВУКОВОЙ КАТУШКИ

1. АНАЛИЗ

Последующие выводы основаны на ряде предположений:

а) диафрагма и звуковая катушка динамически ведут себя как жесткая система;

б) имеется линейная аксиальная упругость s системы. Она может создаваться центрирующим приспособлением катушки, или кольцевым подвесом диффузора, или тем и другим одновременно;

с) сила трения, обусловленная звуковым излучением и механическими потерями, пропорциональна аксиальной скорости $\dot{x}$;

д) радиальное магнитное поле однородно для любого рабочего положения катушки и не искажается полем тока в катушке;

е) переменный ток, питающий катушку, доставляется лампой и идеальным трансформатором, не имеющим ни потерь, ни магнитного рассеяния, ни распределенной емкости; его коэффициент трансформации равен единице, рис. 48 а. Благодаря трансформатору постоянная составляющая анодного тока лампы не проходит через катушку, этим избегается постоянное отклонение системы. Напряжение сигнала, подводимого к сетке лампы E_g , коэффициент усиления μ , так что эквивалентная электродвижущая сила в анодном контуре будет $\mu E_g = E$, как это показано в эквивалентных схемах (рис. 48 б, с, d и е), на которых мы остановимся ниже.

Рассмотрим механические силы, действующие на катушку: сила инерции $-m\ddot{x}$ сила трения $-r\dot{x}$ сила упругости $-sx$ движущей силе или

$$mD^2\ddot{x} + r\dot{x} + sx = CI. \quad (1)$$

Здесь m — собственная масса диафрагмы, катушки и т. д. $-$ добавочная масса,

C — сила на единицу тока $=$ противо-электродвижущей силе на единицу скорости (см. определение 43).

Для электрических сил в схеме имеем

$$LDI + RI + CD\dot{x} = E. \quad (2)$$

Здесь L — общая индуктивность в цепи катушки,

R — общее ваттное сопротивление в цепи катушки,

$$E = E_{\max} \sin \omega t.$$

Решая уравнения (1) и (2) для установившегося состояния, мы можем написать $D = i\omega$.

Таким образом уравнение (1) принимает вид:

$$-m\omega^2 \hat{z} + ir_e \omega \hat{z} + s \hat{z} = CI, \quad (3)$$

а уравнение (2)

$$i\omega LI + RI + iC\omega \hat{z} = E. \quad (4)$$

Из уравнения (3)

$$\hat{z} = \frac{CI}{(s - m\omega^2) + i\omega r_e}. \quad (5)$$

Подставив значение $\hat{z}$ из уравнения (5) в уравнение (4), получим

$$E = I \left[R + i\omega L + \frac{C^2}{r_e + i \left(\omega m - \frac{s}{\omega} \right)} \right]. \quad (6)$$

Из уравнения (6) электрический импеданс всей цепи будет

$$Z = \frac{E}{I} = R + i\omega L + C^2 \frac{\left[r_e - i \left(\omega m - \frac{s}{\omega} \right) \right]}{r_e^2 + \left(\omega m - \frac{s}{\omega} \right)^2} \quad (7)$$

или

$$Z = (R + R_m) + i\omega (L + L_m), \quad (8)$$

R и L — соответственно активное сопротивление и индуктивность в цепи при закрепленной катушке. Величины R_m и L_m называются электрическим сопротивлением движения и электрической индуктивностью движения, соответственно. Их можно объединить в электрический импеданс движения, таким образом

$$Z_m = R_m + i\omega L_m.$$

Из уравнения (7) получаем

$$R_m = \frac{r_e C^2}{r_e^2 + \left(\omega m - \frac{s}{\omega} \right)^2} = \quad (9)$$

$$= \frac{r_e C^2}{z_e^2} = \quad (10)$$

$$= \frac{C^2 \cos^2 \theta}{r_e} \quad (11)$$

где $z_e = \sqrt{r_e^2 + \left(\omega m - \frac{s}{\omega} \right)^2}$ — механический импеданс, а механический коэффициент мощности $\cos \theta = \frac{r_e}{z_e}$ (см. рис. 47).

Точно так же

$$L_m = \frac{\left(\frac{s}{\omega^2} - m\right) C^2}{z_e^2} = \quad (12)$$

$$= \frac{C^2 \sin^2 \theta}{s - \omega^2 m} = \frac{(1 - \cos^2 \theta) C^2}{s - \omega^2 m}. \quad (13)$$

Индуктивность движения может быть положительной, отрицательной или же равной нулю, в зависимости от взаимодействия массы и упругости. Ниже частоты механического резонанса L_m положительна; при резонансе, когда $s = m\omega^2$, равна нулю, а выше резонанса — отрицательна. В последнем случае можно пользоваться эквивалентной емкостью $C_m = -\frac{1}{\omega^2 L_m}$ и так как L_m отрицательна, то C_m имеет численно положительный знак. R_m и L_m связаны с обратной электродвижущей силой, индуцируемой в катушке при ее движении в магнитном поле. Сдвиг фаз скорости катушки, а следовательно и индуцированной электродвижущей силы, относительно движущей силы (тока) очевидно зависит от механического импеданса. Отсюда следует, что R_m и L_m , будучи зависимы от индуцированной обратной электродвижущей силы, определенным образом связаны с механическим импедансом.

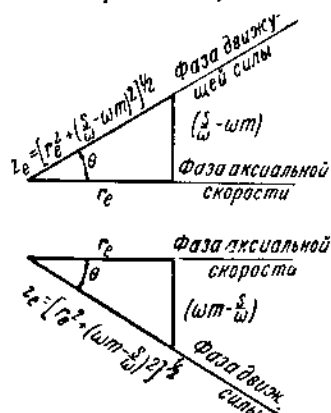


Рис. 47. Векторная диаграмма механического импеданса подвижной системы (отсчет положительных углов по часовой стрелке).

Электрическая емкость движения

$$C_m = -\frac{1}{\omega^2 L_m} = \frac{\left(m - \frac{s}{\omega^2}\right)}{C^2 (1 - \cos^2 \theta)}. \quad (14)$$

Ток в цепи катушки

$$\begin{aligned} I = \frac{E}{Z} &= \frac{E}{\sqrt{(R + R_m)^2 + \omega^2 (L + L_m)^2}} = \\ &= \frac{E}{\sqrt{(R + R_m)^2 + \left\{ \omega L - \left(\frac{1}{\omega C_m} \right) \right\}^2}}. \end{aligned} \quad (15)$$

Соотношения между механическими величинами представлены в виде векторной диаграммы на рис. 47.

Из уравнений (11) и (13)

$$\frac{\omega L_m}{R_m} = \left(\frac{r_e}{s - \omega m} \right) \operatorname{tg}^2 \theta,$$

но из рис. 47

$$\frac{r_e}{s - \omega m} = \operatorname{ctg} \theta,$$

так что $\frac{\omega L_m}{R_m} = \operatorname{tg} \theta$. Из этого следует, что, если получена векторная диаграмма электрического импеданса движения, то механический коэффициент мощности $\cos \theta$ соответствует электрическому коэффициенту мощности движения $\cos \theta = \frac{R_m}{Z_m}$. С физической точки зрения это очевидно, так как механические и электрические активные и реактивные сопротивления должны друг другу соответствовать. Теперь из вышеприведенного $\cos \theta = \frac{r_e}{z_e} = \frac{R_m}{Z_m}$, так что $\cos^2 \theta = \frac{r_e R_m}{z_e Z_m}$. Подставив эти выражения в уравнение (11), получим:

$$z_e Z_m = C^2, \quad (16)$$

что даст в сжатой форме связь между электрической и механической системами. Электромеханическая связь существует благодаря магнитному полю, и C^2 можно рассматривать, как коэффициент электромеханического преобразования (см. определение 43).

Из уравнений (10) и (16) механическое сопротивление будет

$$r_e = \frac{C^2 R_m}{Z_m^2}, \quad (17)$$

а из уравнений (12) и (16) эффективная масса (см. определение 33)

$$m_e = m - \frac{s}{\omega^2} = - \frac{C^2 L_m}{Z_m^2}. \quad (18)$$

Когда $s = 0$, то система не имеет механического резонанса. К этому условию приближаются на практике, когда собственная частота диффузора с кольцевым подвесом и центрирующим приспособлением значительно ниже слышимой, т. е. меньше 20 гц. Упругость является суммой аксиальных упругостей подвеса и центрирующего приспособления. При $s = 0$ уравнение (9) получает следующий вид:

$$R_m = \frac{r_e C^2}{r_e^2 + \omega^2 m^2} = \frac{r_e C^2}{z_e^2}, \quad (19)$$

а уравнение (14) превращается в следующее:

$$C_m = \frac{m}{C^2}, \quad (20)$$

так как обычно для большой диафрагмы без рупора $\cos^2 \theta \ll 1$.

Последовательные и параллельные эквивалентные схемы для случая $s=0$ показаны на рис. 48 д, е. Вышеприведенные формулы можно использовать для определения общего импеданса громкоговорителя; величина его будет:

$$\left[(R_0 + R_m)^2 + \left\{ \omega L_0 - \left(\frac{1}{\omega C_m} \right) \right\}^2 \right]^{\frac{1}{2}}.$$

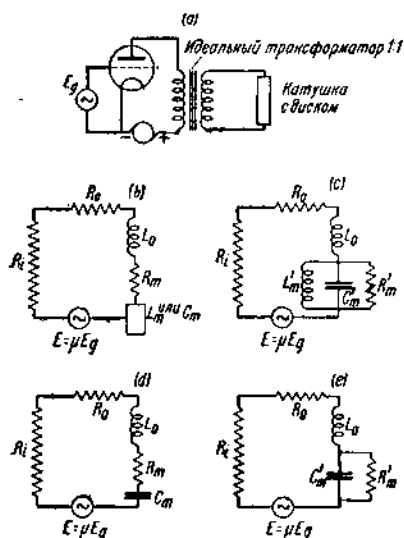


Рис. 48. (а) Ламповый каскад, питающий звуковую катушку громкоговорителя. (б) Контур эквивалентный (а); последовательное соединение. (с) Контур эквивалентный (а); параллельное соединение; $S=0$. (д) Контур эквивалентный (а); последовательное соединение; $S \rightarrow 0$. (е) Контур эквивалентный (а); параллельное соединение; $S=0$.

Из рис. 48 д видно, что статическая индуктивность L_0 и емкость движения C_m образуют резонансную систему.

Если общее активное сопротивление контура достаточно мало, то и при отсутствии механической упругости получаются собственные быстро затухающие колебания. На практике активное сопротивление обычно весьма значительно и при установившейся приложенной электродвижущей силе резонансная частота незаметна.

До сих пор мы рассматривали различные последовательные импедансы движения, как показано на рис. 48 б. Применив хорошо известные преобразования, можно импеданс движения представить посредством параллельной схемы, как это показано на рис. 48 с. Аналитические выражения для трех компонент будут теперь весьма простыми:

$$R'_m = \frac{C^2}{r_a}, \quad L'_m = \frac{C^2}{s}, \quad C'_m = \frac{m}{C^2}. \quad (21)$$

Схема из рис. 48 е представляет собой электрическую параллельную схему, эквивалентную электромеханической системе звуковой катушки. Если систему звуковой катушки заменить этой схемой, то напряжение, ток, сдвиг фаз и мощность будут одинаковы в обоих случаях.

Когда m и r_e постоянны, то три величины уравнения (21) не будут зависеть от частоты, и эквивалентная схема применима к переходным процессам.

Если гармоническая электродвижущая сила с амплитудой μE_g приложена к контуру рис. 48с, то ток значительно уменьшается, когда частота э.д.с. равна резонансной частоте системы. При этих условиях импеданс эквивалентного контура очень высок и кривая, выражающая зависимость тока от частоты, имеет глубокий провал (см. рис. 49).

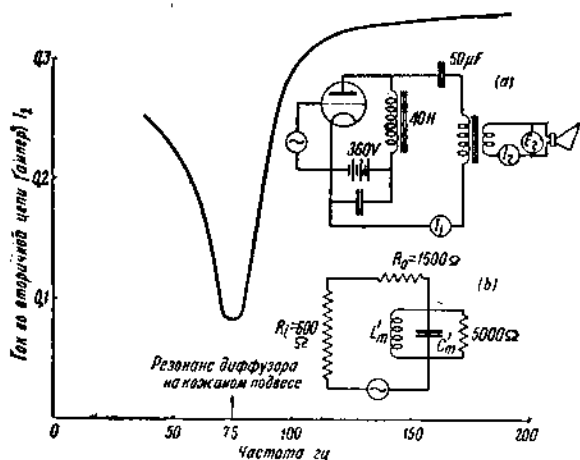


Рис. 49. Провал в частотной кривой тока безрупорного электродинамического громкоговорителя на резонансной частоте диффузора с кожаным кольцевым подвесом. Напряжение, подводимое к сетке мощной лампы, постоянно по амплитуде на всех частотах.

2. ГИБКАЯ ДИАФРАГМА

Рассматривая только силы, действующие в точке приложения движущей силы, мы можем распространить предыдущий анализ на любой вид механического импеданса. Как любой сложный электрический контур можно разложить на последовательно соединенные эффективное сопротивление и эффективную индуктивность, так можно и механическую систему в точке приложения силы рассматривать, как эффективное механическое сопротивление, последовательно соединенное с эффективной массой. Последняя может быть положительной, отрицательной и равной нулю в зависимости от обстоятельств (см. определение 33). Механический импеданс $z_e = r_e + i\omega m_e$, где m_e эффективная масса; не нужно смешивать m_e с m_a эквивалентной массой (см. определение 34). В особом случае жесткой системы, колеблющейся в вакууме, натуральная, эффективная и эквивалентная массы совпадают.

Нетрудно понять, что анализ предыдущего параграфа приложим к любой механической системе, если мы обращаем внимание только

на точку приложения движущей силы. Это соответствует условиям практики, так как механические реакции измеряются на движущей катушке.

Из уравнений (9) и (18) видно, что $m - \frac{s}{\omega^2}$ будет эффективной массой жесткой упруго закрепленной диафрагмы. Определив L_m и Z_m из электрических измерений на переменном токе, $m_e = m - \frac{s}{\omega^2}$ можно вычислить, применяя уравнение (18), так что величину s также можно найти. В диффузорных громкоговорителях s определяется общим эффектом центрирующего приспособления и подвеса.*

Резонансная частота будет конечно $\omega = \sqrt{\frac{s}{m}}$. Ниже этой частоты m_e отрицательно, а выше положительно. Из уравнения (17) эффективное механическое сопротивление

$$r_e = \frac{C^2 R_m}{Z_m^2}, \quad (22)$$

а из уравнения (18) эффективная масса

$$m_e = -\frac{C^2 L_m}{Z_m^2}, \quad (23)$$

где $Z_m = [R_m^2 + \omega^2 L_m^2]^{\frac{1}{2}}$. Таким образом, обе эти величины можно найти посредством электрических измерений активного сопротивления движения и индуктивности движения.

Эти результаты имеют силу только для установившегося состояния. Если диафрагма подвергается воздействию импульса, то возбуждаются все собственные частоты. Чем выше собственная частота, тем больше затухание. С течением времени после импульса более высокие частоты скоро затухают и остается только основная. Следовательно, форма, сопротивление, добавочная масса, а следовательно и эффективная масса диафрагмы, отнесенная к подвижной катушке, изменяются постепенно от начала импульсного движения. Таким образом, если в уравнении (1) вместо m поставить m_e , то анализ будет недействителен. На практике, если основные собственные колебания значительно разнятся по частоте, то они могут быть в известных пределах изучены независимо.

3. РАСЧЕТ СИЛЫ ТОКА В КАТУШКЕ

Для вычисления тока в катушке, требующегося по всему диапазону частот, целесообразно задаться предварительно конструкцией колебательной системы громкоговорителя. Чтобы произвести вычисления тока, не-

* В рупорных громкоговорителях, имеющих небольшую диафрагму, подвес и центрирующее приспособление обычно представляет собой одно целое.

обходимо знать составляющие импеданса катушки как статические, так и движения, т. е. $R_0 + R_m$ и $L_0 + L_m$, а также и внутреннее сопротивление лампы R_p .

Статические величины можно точно определить, только исследуя экспериментальные модели, так как вычисления недостаточно надежны из-за влияния железа магнита.

Электрические составляющие импеданса движения можно вычислить в предположении, что система движется как жесткая структура (если только эффективное сопротивление и эффективная масса не даны экспериментальными данными).

Так как $z_e Z_m = C^2$, то из уравнения (22) и (23) имеем

$$L_m = - \frac{C^2 m_e}{z_e^2}, \quad (24)$$

$$R_m = \frac{C^2 r_e}{z_e^2}, \quad (25)$$

где $z_e = \sqrt{r_e^2 + \omega^2 m_e^2}$, и так как мы принимаем r_e и m_e за известные, то можно высчитать электрический импеданс движения.

Во всем предшествующем изложении для простоты различные электрические величины относились непосредственно к анодному контуру выходной лампы. Однако, нетрудно применить этот анализ и к вторичной цепи понижающего трансформатора. Если $\frac{n_1}{n_2}$ отношение чисел витков обмоток, то получаем новые величины для анодного контура лампы

$$\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 R_m; \quad \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 L_m \quad \text{и} \quad \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 C_m.$$

4. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ

Если мы представим себе, что вместо альтернатора на рис. 48а в контур включается батарея, то напряжение в контуре мгновенно возрастает от нуля до E . Предположим, что напряжение это поддерживается в течение короткого промежутка времени. Полученный таким образом импульс разлагается на сплошной спектр, содержащий все частоты от нуля и выше. Низкие частоты задерживаются емкостью C_m , хотя частично проходят через R_m . Высокие же частоты проходят через C_m и задерживаются индуктивностью L_0 . Таким образом, получается некоторый сдвиг фаз между высокочастотными и низкочастотными компонентами импульса. Благодаря влиянию L_0 нарастание тока замедляется и фронт волны становится изогнутым. С физической точки зрения ток, заряжающий емкость C_m , представляет собой ускорение механической системы. Влияние R_m сводится к затуханию, соответствующему звуковому излучению и механическим потерям. С увеличением скорости воз-

растает также и обратная электродвижущая сила в катушке, движущейся в магнитном поле. Таким образом, ток, заряжающий емкость C_m , и следовательно, ток катушки и скорость увеличиваются экспоненциально до их конечных величин.

Когда напряжение батареи E выключается, то электромагнитная энергия $\frac{1}{2} L_0 I^2$ и электростатическая энергия $\frac{1}{2} C_m V^2$ должны рассеяться.

Спадание тока получится замедленным вместо того, чтобы быть мгновенным. Кинетическая энергия механической системы расходуется на поддержание последней в движении против противоположного влияния сопротивления воздуха и электромагнитного затухания. Это представлено разрядом C_m через R_m и остальную часть контура. Случай, когда $s \neq 0$, можно рассматривать таким же способом при помощи рис. 48с. Здесь имеется только одна возможная частота колебаний и она зависит от параметров контура. Обычно $L'_m C'_m$ превалирует и частота будет

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{L'_m C'_m}} = \sqrt{\frac{s}{m}}. \text{ Несмотря на то, что потери на излучение,}$$

потери на трение и магнитное демпфирование достаточно велики, каждый неустановившийся процесс сопровождается затухающими колебаниями. В безрупорном громкоговорителе для обеспечения надлежащего электромагнитного демпфирования на низких частотах нужно, чтобы магнитное поле было достаточно сильным, а собственная частота механической колебательной системы ниже слышимой. В рупорном электродинамическом громкоговорителе сопротивление излучения велико, так что собственные колебания быстро затухают.

5. ИЗМЕРЕНИЕ ВНУТРЕННИХ МЕХАНИЧЕСКИХ ПОТЕРЬ

Во всякой колебательной системе имеются некоторые потери кроме тех, которые связаны с излучением звука. Кроме воздушного трения между катушкой и магнитом имеются также вихри и трение на поверхности диафрагмы; эти потери можно найти посредством добавочных измерений в вакууме [41].

Пусть R_l — электрическое сопротивление движения, соответствующее внутренним потерям в вакууме.

r_v — механическое сопротивление, соответствующее внутренним потерям в вакууме.

Когда диафрагма колеблется в воздухе, то, пренебрегая добавочными потерями, имеем:

$$r_v \div \frac{C^2 R_l}{Z_m^2} \quad (26)$$

и в вакууме

$$r_v = \frac{C^2 R_v}{Z_v^2}. \quad (27)$$

Из уравнений (26) и (27) получаем

$$R_l = \left(\frac{Z_m}{Z_v} \right)^2 R_v. \quad (28)$$

Нужно уяснить себе, что R_r не то же, что $(R_m - R_v)$, а $R_l \neq R_v$.

Это объясняется тем, что потери мощности в воздухе отличаются от потерь в вакууме из-за увеличивающейся аксиальной скорости катушки от уменьшения механического импеданса при отсутствии нагрузки.

Благодаря соотношению между z_e и Z_m ($z_e Z_m = C^2$) и так как $v \cong \frac{1}{z_e}$

для данной силы, то $\frac{Z_m}{Z_v}$ есть отношение скорости в пустоте к скорости в воздухе. Отсюда электрическое сопротивление движения, соответствующее потерям, будет $R_v \left(\frac{Z_m}{Z_v} \right)^2$.

Из этих измерений можно также определить и добавочную массу. Пусть L_m и L_v будут соответственно индуктивности движения в воздухе и в вакууме и m_{ea} и m_{ev} — эффективные массы в воздухе и в вакууме. Тогда из уравнения (23)

$$m_{ea} = - \frac{C^2 L_m}{Z_m^2} \quad (29)$$

и

$$m_{ev} = - \frac{C^2 L_v}{Z_v^2}. \quad (30)$$

Добавочная масса следовательно будет

$$m_l = m_{ea} - m_{ev} = C^2 \left(\frac{L_v}{Z_v^2} - \frac{L_m}{Z_m^2} \right), \quad (31)$$

или иначе

$$m_l = \frac{C^2 L_m}{Z_m^2} \left\{ \frac{L_v}{L_m} \left(\frac{Z_m}{Z_v} \right)^2 - 1 \right\}. \quad (32)$$

При этом выводе предполагалось, что форма кривой динамической деформации диафрагмы одинакова в воздухе и вакууме. Что касается безрупорных громкоговорителей, то в них как активное сопротивление движения, так и индуктивность движения на высоких частотах являются разностью двух сравнительно больших и почти равных величин. Ошибка в один процент при определении этих величин дает большую погрешность в разности между ними, так что требуется большое уменьшение для того, чтобы пользоваться этим методом и правильно интерпретировать результаты.

Для рупорных громкоговорителей, где активное сопротивление составляет значительную часть механического импеданса, этот метод имеет большое значение.

6. ВЛИЯНИЕ НАПРЯЖЕННОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Этот вопрос можно изучать при помощи формул, выведенных в предыдущих параграфах. Квадрат плотности магнитного потока в зазоре B_g^2 входит в выражение для коэффициента электромеханической связи C_g^2 (см. определение 43). Из уравнений (10) и (11) видно, что электрическое сопротивление движения увеличивается пропорционально C_g^2 , а следовательно и B_g^2 . Таким образом, если ток в катушке постоя-

нен на всех частотах, то мощность возрастает пропорционально B_g^2 .

В рупорных громкоговорителях ток на низких частотах уменьшается при возрастании B_g , так как из уравнений (14) и (20) емкость движения изменяется обратно пропорционально B_g^2 . На практике это уменьшение тока несколько компенсирует резонанс, обусловленный кольцевым подвесом и центрирующим приспособлением. Если применяется лампа с большим внутренним сопротивлением, то ток почти не меняется.

Магнитное поле вносит затухание благодаря индуктированию в катушке при ее движении обратной электродвижущей силы. Оно полезно для усиления демпфирования колебаний или для получения аperiodической системы, но для этого поле должно иметь большую напряженность.

7. СХЕМЫ ВЫХОДА

Рис. 50. (а) Трансформаторная связь громкоговорителя и ее эквивалентная схема. (б) Трансформаторная связь громкоговорителя при наличии дросселя и блокировочного конденсатора и ее эквивалентная схема. (с) Пушпульная схема и ее эквивалентная схема.

Связь между выходной лампой и громкоговорителем может быть осуществлена различными способами, как это показано на рис. 50 и 51. Схема выхода согласно рис. 51а применяется для высокоомной катушки.

Когда L и C достаточно велики, так что частота $\frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}$ ниже предела слышимости, то эквивалентная схема имеет вид, как на рис. 51б. В противном случае схема такая, как указано на рис. 51д. На рис. 50а показана схема трансформаторного выхода, первичная обмотка имеет n_1

витков, а вторичная n_2 . Благодаря магнитному рассеянию нужно последовательно с катушкой включить в эквивалентной схеме индуктивность; для пересчета эквивалентного сопротивления и индуктивности (индуктивность рассеяния L'_1) в анодный контур, нужно вторичные величины помножить на $\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2$.

Эквивалентную емкость находим, разделив емкость вторичной цепи на $\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2$. В эквивалентном контуре на рис. 50а L_1 представляет собой

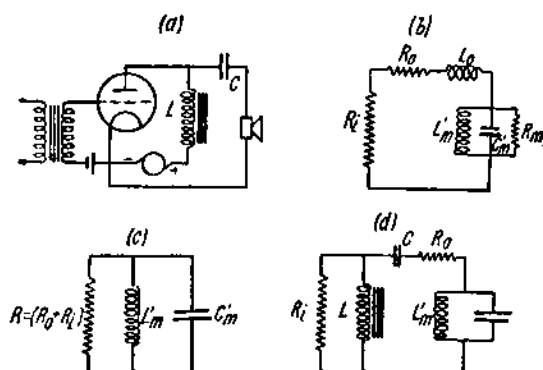


Рис. 51. (а) Схема дроссельно-конденсаторного выхода; (b), (c), (d) эквивалентные схемы.

индуктивность первичной обмотки трансформатора, а R_1 ее сопротивление. Для того, чтобы постоянная составляющая анодного тока не намагничивала сердечника трансформатора (с чем связано уменьшение индуктивности L_1), нужно поставить блокировочный конденсатор, как показано на рис. 50b, или же применить пушпульную схему, показанную на рис. 50c.

VIII. ГРОМКОГОВОРИТЕЛЬ С ИЗЛУЧАТЕЛЕМ В ВИДЕ ЖЕСТКОГО ДИСКА

1. Зная механический импеданс подвижной системы $r_e + i\omega m_e$ и связь между механической и электрической системами громкоговорителя, можно вычислить излучаемую последним мощность [77, 78, 79, 81].

Для решения этой задачи мы заменим реальный диффузор громкоговорителя круглым жестким диском, колеблющимся в равном ему по величине отверстии в бесконечном экране. Реакция на диск складывается из двух компонент:

а) активной компоненты давления, находящейся в фазе со скоростью и

б) инерционной или реактивной компоненты, сдвинутой по фазе на 90° относительно скорости. Последняя компонента обусловлена колебаниями массы воздуха в непосредственной близости к диску. Кинетическая энергия этой массы будет $T = \frac{1}{2} m_i v^2$, где v аксиальная скорость диска, а m_i добавочная масса, связанная с воздухом, увлекаемым диском. Векторная диаграмма для акустической части звукоизлучателя показана на рис. 15. Общая сила, действующая на диск, определяется суммой векторов активной и инерционной компонент, как это указано в главе III.

Таким образом для обеих сторон диска

$$f = 2\rho_0 c A \{G_1 + iG_2\} \dot{\xi}_0 = \quad (1)$$

$$= (r_e + ix) \dot{\xi}_0 = (r_e + i\omega m_i) \dot{\xi}_0. \quad (1a)$$

Здесь

$$G_1 = 1 - \frac{J_1(2ka)}{ka}; \quad G_2 = \frac{H_1(2ka)}{ka},$$

r_e — сопротивление излучения* $= 2\rho_0 c A G_1$,

m_i — добавочная масса $= \frac{2\rho_0 c A}{\omega} G_2 = 2\pi\rho_0 a^3 \left[\frac{H_1(2z)}{z^2} \right]$,

$A = \pi a^2$, где a радиус диска.

* Так как в жестком диске нет внутренних механических потерь, то r_e заменяет r_e . Акустическое активное сопротивление на единицу площади изменяется с радиусом диска (см. гл. III), так что $\frac{r_e}{A} = 2\rho_0 c G_1$ является средним значением.

Графики функций G_1 , G_2 вычерчены на рис. 18. Используя разложение $J_1(2ka)$ в ряд, функцию G_1 можно представить в виде

$$G_1 = \frac{z^2}{1 \cdot 2} - \frac{z^4}{1 \cdot 2^3 \cdot 3} + \frac{z^6}{1 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 4} - \dots \quad (2)$$

где $ka = z$.

На низких частотах, когда z мало, т. е. $\leq 0,5$

$$G_1 \div \frac{1}{2} z^2. \quad (3)$$

Когда z возрастает, то возрастает и G_1 благодаря уменьшению $\frac{J_1(2z)}{z}$. Когда $z = 1,9$, то $G_1 = 1$; при дальнейшем увеличении G_1 колеблется около этого же значения, как это показано на рис. 18. Физическая интерпретация этого означает следующее: когда частота возрастает настолько, что заметно нарушается приблизительное соотношение $G_1 = \frac{z^2}{2}$, то в пространстве имеет место интерференция излучений с различных частей диска, т. е. происходит отклонение от сферического распространения. При дальнейшем возрастании частоты фокусировка звука постепенно становится резко выраженной, пока G_1 не станет равным 1 ($ka = 1,9$), после чего акустическое давление на диске колеблется около некоторого постоянного значения. При этом условии звуковая волна на большом расстоянии от диска становится почти плоской. Очень важно то, что при этом же условии среднее активное сопротивление, связанное с излучением звука, будет $\rho_0 c$ на единицу площади диска. Это идентично сопротивлению среды на единицу площади (определение 20). Разлагая $H_1(2ka)$, получаем:

$$G_2 = \frac{H_1(2z)}{z} = \frac{4}{\pi} \left\{ \frac{(2z)}{1^2 \cdot 3} - \frac{(2z)^3}{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5} + \frac{(2z)^5}{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7} - \dots \right\}. \quad (4)$$

На низких частотах, когда $z < 0,43$, величина G_2 для большинства практических целей с достаточным приближением определяется первым членом ряда.

Таким образом можно написать

$$G_2 \div \frac{8z}{3\pi} \text{ (при } z < 0,43). \quad (5)$$

Добавочная масса $m_i = \frac{2\rho_0 c A G_2}{\omega}$; она постепенно уменьшается с увеличением z выше значения 0,43. Это связано с интерференцией, которая уменьшает массу соколеблющегося воздуха.

2. МОЩНОСТЬ, ИЗЛУЧАЕМАЯ В ВИДЕ ЗВУКА

Мощность, излучаемая в виде звука с обеих сторон диска,

$$P = v^2 r_r = \omega^2 \xi_0^2 [2\rho_0 c A G_1] = 2\rho_0 c A \omega^2 \xi_0^2 G_1. \quad (6)$$

Когда $ka \leq 0,5$, то $G_1 = \frac{k^2 a^2}{2}$, так что уравнение (6) получает вид:

$$P = \frac{\rho_0 \pi a^4 \omega^4 \xi_0^2}{c}. \quad (7)$$

На высоких частотах, когда $ka \geq 1,9$, $G_1 = 1$, и уравнение (6) принимает вид:

$$P = 2\rho_0 c A \omega^2 \xi_0^2. \quad (8)$$

Выразим ξ_0 через движущую силу f .

Так как r_e обычно мало по сравнению с эффективной массой диска (которая включает также и массу подвижной катушки и m_i), то механический импеданс в основном будет

$$z_e = \omega m_e = \omega (m_d + m_c + m_i). \quad (9)$$

Так как движущая сила $f = v z_e = \omega \xi_0 z_e$, то

$$\xi_0 = \frac{f}{\omega^2 m_e}. \quad (10)$$

Подставим значение ξ_0 из уравнения (10) в уравнение (6); излучаемая мощность

$$P = \frac{2\rho_0 c A}{\omega^2} \left(\frac{f}{m_e} \right)^2 G_1. \quad (11)$$

При $ka \leq 0,5$

$$P = \frac{\rho_0 \pi a^4}{c} \left(\frac{f}{m_e} \right)^2, \quad (12)$$

а когда $ka \geq 1,9$, то

$$P = \frac{2\rho_0 c A}{\omega^2} \left(\frac{f}{m_i} \right)^2, \quad (13)$$

где $m_i = m_d + m_c$, ибо $m_i \rightarrow 0$.

Из уравнения (12) очевидно, что пока f постоянна, излучаемая мощность на низких частотах остается неизменной. Это объясняется увеличением амплитуды, так как последняя изменяется обратно пропорционально квадрату увеличением частоты.

На высоких частотах, когда $ka \geq 1,9$, мощность изменяется обратно пропорционально квадрату частоты, хотя сопротивление излучения r_e остается постоянным. Уменьшение мощности объясняется тем, что амплитуда уменьшается с увеличением частоты.

Таким образом, если движущая сила, а следовательно и ток катушки постоянны на всем звуковом диапазоне, то излучаемая мощность на низких частотах будет значительно больше, чем в диапазоне высоких частот. К примеру, жесткий диск с радиусом 10 см не пригоден для удовлетворительного воспроизведения всего диапазона частот от 40 до 10 000 гц.

3. ЧИСЛЕННЫЕ ИЛЛЮСТРАЦИИ АНАЛИТИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

Работа громкоговорителя, помимо других факторов, зависит также от силы тока в подвижной катушке. Для нахождения, его необходимо знать $m_e \cos \theta$, C_m и R_r . Эти величины были исчислены для трех дисков, радиусы которых соответственно 5, 10 и 15 см. Результаты собраны в таблицах 11, 12 и 13, из которых можно видеть влияние размеров диска.

ТАБЛИЦА 11

Радиус диска = 5 см; масса диска = 2,5 г. Масса катушки = 5 г

f — частота (гц)	m_e — эффек- тивная масса (г)	$\cos \theta$ — коэффи- циент акусти- ческой мощ- ности	C_m — емкость движения (мкф)	R_r — электри- ческое сопро- тивление из- лучения (ом)
50	8,36	$2,8 \times 10^{-2}$	0,33	26
100	8,36	5,7	0,33	26
200	8,36	11,4	0,33	26
500	8,3	28,5	0,33	26
1000	8,16	52	0,33	25
2000	7,82	69	0,31	17,5
4000	7,53	36	0,3	4,8
8000	7,5	18	0,3	1,2

ТАБЛИЦА 12

Радиус диска = 10 см. Масса диска = 10 г

f — частота (гц)	m_e — эффек- тивная масса (г)	$\cos \theta$ — коэффи- циент акусти- ческой мощ- ности	C_m — емкость движения (мкф)	R_r — электри- ческое сопро- тивление из- лучения (ом)
50	22	$1,8 \times 10^{-2}$	0,88	66
100	22	3,6	0,88	66
200	22	7,2	0,88	66
500	20,2	17	0,81	69
1000	17,4	25	0,7	58
2000	15,2	14	0,61	18
4000	15	7	0,6	4,5
8000	15	3,5	0,6	1,1

Изменение эффективной массы в зависимости от частоты выражено тем резче, чем больше диаметр диска. Как выше было объяснено, в каждом случае при возрастании частоты эффективная масса уменьшается. Коэффициент акустической мощности, а следовательно и общее звуковое давление на диске возрастает при увеличении диаметра. В каждом из трех случаев коэффициент мощности при некоторой частоте

ТАБЛИЦА 13

Радиус диска = 15 см. Масса диска = 22,5 г

f — частота (гц)	m_e — эффективная масса (г)	$\cos \theta$ — коэффициент акустической мощности	C_m — емкость движения (мкф)	R_r — электрическое сопротивление излучения (ом)
50	50,7	$3,77 \times 10^{-2}$	2,0	59
100	50,7	7,2	2,0	57
200	49,5	14,5	2,0	58
500	40,4	32	1,66	59
1000	29,3	35	1,14	46
2000	27,5	17,1	1,1	12
4000	27,5	8,7	1,1	1,3
8000	27,5	4,4	1,1	0,3

достигает своего максимального значения. Это становится ясным при рассмотрении скорости диска и интерференции при различных частотах.

Предположим, что аксиальная движущая сила и эффективная масса будут постоянны. В таком случае и мощность будет постоянной, если $ka \ll 0,5$. Акустическое давление равно отношению мощности к скорости, а так как скорость пропорциональна $\frac{1}{\omega}$, то давление увеличивается

соответственно увеличению частоты, если только волна распространяется сферично. Далее распространение волны отклоняется от сферического

и постепенно волна делается все более плоской. Когда частота возрастает, то достигается поворотная точка, когда из-за интерференции общее акустическое давление на диск уменьшается, в то же время реактивное сопротивление увеличивается с увеличением частоты.

Емкость движения, возникающая благодаря обратной электродвижущей силе, индуцируемой в катушке при движении ее в магнитном поле, увеличивается с массой (и радиусом) диска. Это объясняется уменьшением аксиальной скорости диска с большим радиусом, благодаря чему наводится меньшая обратная электродвижущая сила. В каждом случае емкость движения уменьшается, когда возрастает частота, благодаря тому, что добавочная масса диска уменьшается.

Пока распространение звука сферично, электрическое сопротивление излучения R_r в основном будет постоянно. Но, когда начинается фокусировка излучения, то R_r уменьшается и при 8000 гц составляет только небольшую часть своего значения при 50 гц. Из данных, приведенных

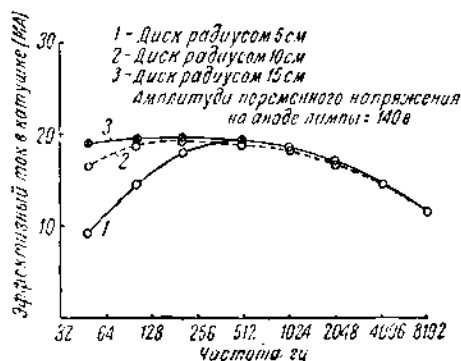


Рис. 52. Кривые зависимости силы тока в звуковой катушке от частоты.

в таблицах, видно, что в диапазоне от 50 до 2000 *гц* наибольшая мощность излучается диском, радиус которого 10 *см*. Выше 2000 *гц* отдаваемая мощность будет наибольшей у самого маленького диска, а именно у диска с радиусом в 5 *см*. Если масса диска, приводимого в движение постоянной аксиальной силой, изменяется пропорционально квадрату радиуса, то излучаемая мощность на данном участке частот увеличивается с уменьшением размеров диска. На более высоких частотах это должно происходить потому, что влияние интерференции менее заметно у малых дисков, чем у больших; на низких частотах это связано с меньшей добавочной массой. Эти соображения не согласуются с приведенными в таблице данными. Кажущийся парадокс легко объяснится, если мы учтем влияние катушки. Ее масса составляет тем большую часть общей массы диафрагмы, чем последняя меньше. Отсюда происходит и соответствующее уменьшение акустического коэффициента мощности и отдаваемой мощности у малой диафрагмы. Имеется некоторый радиус диска, для которого акустическая мощность в определенном диапазоне частот будет максимальной.

4. ТОК В ЗВУКОВОЙ КАТУШКЕ

Ток катушки на любой частоте определяется импедансом катушки (в движении) и R_i внутренним сопротивлением лампы.

Импеданс катушки, когда она колеблется, зависит от четырех факторов, а именно:

- 1) эффективного сопротивления в состоянии покоя;
- 2) электрического сопротивления движения;
- 3) эффективной индуктивности в состоянии покоя и
- 4) емкости движения.

Факторы 1 и 3 определяются посредством измерений на мостике, а 2 и 4 вычисляются по формулам.

Используя формулу

$$I = \frac{E}{\sqrt{(R_0 + R_r + R_i)^2 + \left(\omega L_0 - \frac{1}{\omega C_m} \right)^2}} \eta_0,$$

можно вычислить силу тока для трех дисков предыдущего параграфа при частотах, изменяющихся от 50 до 8000 *гц*. Эти результаты графически показаны на рис. 52. На низких частотах, чем больше диафрагма, тем больше ток. Это обусловлено меньшей амплитудой и скоростью большего диска, благодаря его большей инерции. Таким образом, обратная электродвижущая сила, индуцируемая при движении катушки в магнитном поле, уменьшается, если увеличивается радиус диска.

На высоких частотах, хотя обратная электродвижущая сила и незначительна, ток катушки начинает падать из-за увеличения активного (потери в железе) и реактивного сопротивлений катушки. Ток катушки при этих частотах будет приблизительно одинаков для всех трех дисков.

5. РЕАКТИВНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ЗВУКОВОЙ КАТУШКИ

Реактивное сопротивление звуковой катушки, а именно $\omega L_0 - \frac{1}{\omega C_m}$, изменяется от отрицательного значения через нуль до положительного.

Отрицательное реактивное сопротивление на низких частотах объясняется большой обратной электродвижущей силой, индуцируемой в движущейся катушке. Так как, чем меньше диск, тем больше амплитуда, то аксиальная скорость и реактивное сопротивление на низкой частоте у 5 см диска будут больше, чем у двух других. Когда реактивное сопротивление равно нулю, то $\omega L_0 = \frac{1}{\omega C_m}$; это

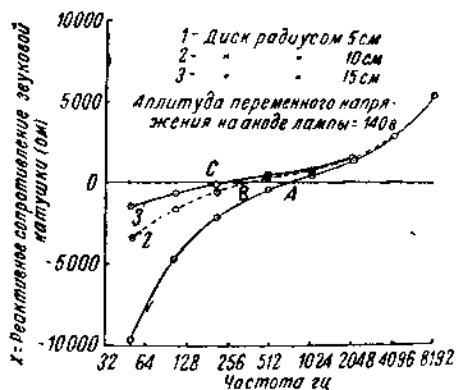


Рис. 53. Кривые зависимости реактивного сопротивления звуковой катушки от частоты.

приложенную электродвижущую силу $E = \mu E_k$ (рис. 48 д). Чем дальше частота от резонансной, тем больше „безваттная“ составляющая тока.

6. АКСИАЛЬНОЕ ДАВЛЕНИЕ

В главе V было показано, что аксиальное давление на достаточных расстояниях от диска не зависит от частоты пока ускорение диска постоянно, а $\frac{\omega}{2\pi}$ не очень велико, т. е. фокусировка излучения отсутствует.

Постоянство ускорения предполагает постоянство движущей силы и постоянство эффективной массы. В нашем частном случае с дисками оба эти фактора переменны. Отклонения от постоянного давления показаны на кривых рис. 54.

Кривые 1, 2 и 4 показывают изменения звукового давления для трех дисков, когда ток и эффективная масса изменяются с частотой. Давление, создаваемое 5 см диском, сравнительно мало благодаря большому удельному влиянию массы самой катушки, как это было объяснено в § 3. На низких частотах имеется только небольшое расхождение между давлениями, вызванными 10 см и 15 см дисками, но давление на высоких частотах значительно больше для 15 см диска, хотя общая излучаемая энергия будет меньше из-за увеличения реактивного сопротивления массы.

Кривая 3 показывает изменения давления для 10 см диска при постоянстве амплитуды движущей силы. Уменьшение давления на частотах ниже 2000 гц соответствует большей эффективной массе благодаря просту инерции.

7. МОЩНОСТЬ, ИЗЛУЧАЕМАЯ В ВИДЕ ЗВУКА

Мощность, излучаемая тремя дисками в виде звука, показана на рис. 55. Вертикальная шкала взята логарифмическая, так как чувствительность уха меняется логарифмически. Мощность, излучаемая двумя большими дисками, значительно больше, чем мощность 5 см диска в диапазоне частот от 50 до 1000 гц.

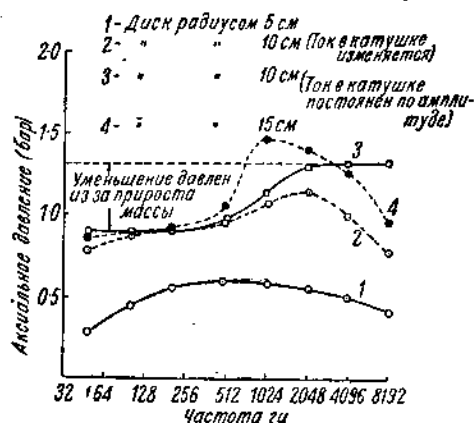


Рис. 54. Кривые зависимости аксиального давления от частоты (на расстоянии 10 м от диска).

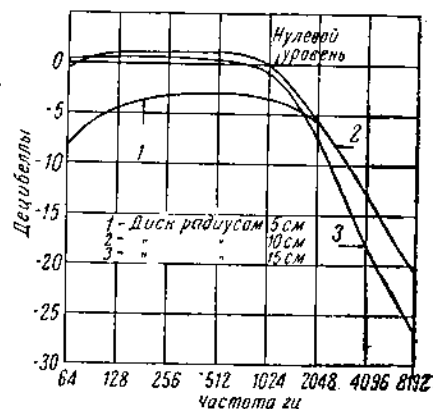


Рис. 55. Кривые зависимости уровня мощности от частоты.

В верхнем диапазоне мощность, отдаваемая большими дисками, быстро падает; на высоких частотах она очень мала для всех трех дисков. Это обусловлено ростом реактивного сопротивления ωm_e , которое уменьшает амплитуду колебаний; при этом оно уменьшает аксиальную скорость обратно пропорционально частоте, а звуковую мощность обратно пропорционально квадрату частоты при постоянстве f .

Следовательно, чем меньше масса подвижной системы для диска данного радиуса, тем больше мощность на верхних частотах. Это видно из уравнения (13).

В системе, не имеющей массы, мощность должна была бы увеличиваться с увеличением частоты благодаря постепенному уменьшению m_i и соответствующему увеличению сопротивления излучения. Для диска, радиус которого 10 см, из таблицы 12 видно, что выше 2000 гц m_i незначительно, так что механический импеданс на высоких частотах $z_e = r_e = 2\rho_0 c A G_1$. Если пренебречь колебаниями G_1 , показанными на рис. 18, то $r_e = 2\rho_0 c A$ и звуковая мощность $\frac{f^2}{2\rho_0 c A}$ не будет зависеть от частоты.

Благодаря собственным колебаниям в верхнем диапазоне частот, эффективная масса конического диффузора очень мала, так что создаются условия, близкие к только что рассмотренным, когда вибратор не имеет массы. Но выше некоторой частоты мощность, излучаемая диффузором, все же быстро падает из-за ваттных потерь в системе.

8. ЖЕСТКИЙ ДИСК, КОЛЕБЛЕМЫЙ ЯКОРЕМ

Анализ главы VII мы можем применить к жесткому круглому диску, приводимому в движение якорем и колеблющемуся в бесконечном плоском экране. Предполагается, что якорь имеет упругость и действует, как пружина. Этот анализ приложим к якорю, если только частота вынуждающей силы значительно ниже основной резонансной частоты самого якоря [96a].

Благодаря нейтрализации инерции диска упругостью якоря коэффициент акустической мощности, сопротивление излучения, отдаваемая мощность и аксиальное давление на резонансной частоте системы на много превышают эти же величины для жесткого диска со звуковой катушкой. Повышенная отдача имеет место в сравнительно узкой полосе частот. Из этого казалось бы следует, что жесткий диск, колеблемый упругим якорем, не пригоден в качестве излучающей системы громкоговорителя. Но на практике, однако, благодаря особенностям работы диффузора, якорные громкоговорители дают довольно хорошие результаты и на определенном диапазоне частот получается достаточно однообразная излучаемая мощность [96a].

9. ОПТИМАЛЬНАЯ МАССА ПОДВИЖНОЙ КАТУШКИ

а) безрупорный громкоговоритель

Естественно предполагать, что при заданных условиях можно указать некоторую массу катушки, для которой излучаемая мощность будет максимальной. Если ωX_L общее электрическое реактивное сопротивление катушки в движении, мало по сравнению с R_L — внутренним сопротивлением лампы, то условие для максимальной неискаженной мощности будет $(R_0 + R_m) = \varphi R_L$, где φ — постоянная, определяемая из характеристик лампы. Для триода ее значение обычно лежит между 2 и 3. Следовательно, нам нужно выбрать катушку, которая дает максимальную мощность при указанном условии. Мощность, излучаемая в виде звука

$$P = R_r I^2 = R_r \frac{E^2}{Z^2}. \quad (14)$$

Из уравнения (19) главы VII

$$R_m = \frac{r_e}{z_e^2} C^2 = \frac{r_e B_s^2 I^2}{z_e^2}. \quad (15)$$

Часть R_m , соответствующая только звуковому излучению, будет

$$R_r = \frac{r B_s^2 I^2}{z_e^2}, \quad (15a)$$

где

$$z_e^2 = r_e^2 + \omega^2 (m_e' + m_c)^2; \quad m_e' = m_1' + m_l$$

и m_1' — эффективная масса одной только диафрагмы в вакууме. Электрический импеданс катушки при ее колебаниях будет:

$$Z = \sqrt{(R_0 + R_m + R_l)^2 + \omega^2 X_l^2}.$$

Так как в беззупорном громкоговорителе $R_m \ll R_0 + R_l$, а ωX_l можно в диапазоне низких частот пренебречь, то $Z \cong R_0 + R_l$. Таким образом оптимальные условия будут при $R_0 \cong \varphi R_l$ и мы получаем.

$$Z = (\varphi + 1) R_l. \quad (16)$$

Подставим значения Z и R_r из уравнений (16) и (15а) в уравнение (14); излучаемая мощность

$$P = \frac{E^2 B_g^2 r_r^2}{(\varphi + 1)^2 R_l^2 z_e^2} = \frac{K l^2}{r_e^2 + \omega^2 (m_e' + m_c)^2}, \quad (17)$$

где

$$K = \frac{E^2 B_g^2 r_r^2}{(\varphi + 1)^2 R_l^2}.$$

Но

$$R_0 = \frac{\rho_1 l}{A}, \quad m_c = \rho_2 l A,$$

так что

$$l^2 = \frac{R_0 m_c}{\rho_1 \rho_2}, \quad (18)$$

где ρ_1 — удельное сопротивление провода катушки.

ρ_2 — плотность провода катушки.

Так как $R_0 = \varphi R_l$, то из уравнения (18)

$$l^2 = \frac{\varphi R_l}{\rho_1 \rho_2} m_c. \quad (19)$$

Подставив значение l^2 из уравнения (19) в уравнение (17), получим

$$P = \frac{K_1 m_c}{r_e^2 + \omega^2 (m_e' + m_c)^2}, \quad (20)$$

где m_e' включает массу каркаса катушки, изоляции, диафрагмы и добавочную массу за исключением только массы провода катушки.

Условие для максимального значения P при изменении массы катушки находим, дифференцируя выражение (20) и приравнявая его нулю. Таким образом, искомое условие будет следующее:

$$\omega m_c = \sqrt{r_e^2 + \omega^2 m_e'^2} = z_d$$

или

$$m_c = \frac{1}{\omega} \sqrt{r_e^2 + \omega^2 m_e'^2} = \frac{z_d}{\omega}. \quad (21)$$

Это значит, что реактивное сопротивление катушки должно быть равно импедансу диафрагмы. Нужно заметить, что этот вывод пригоден независимо от того, движется ли диафрагма как жесткая или как гибкая система, если только реактивное сопротивление звуковой катушки не слишком высоко. Для обычных безрупорных громкоговорителей вывод имеет силу для частот от 140 и примерно до 2000 гц; на более высоких частотах становится значительным индуктивное сопротивление. Если ввести последнее в уравнения, то анализ делается чрезмерно сложным и теряет практический интерес. Благодаря изменению r_e и m'_e на протяжении звукового спектра частот, оптимальная масса изменяется с частотой. Некоторые данные по этому вопросу приведены в таблице 14.

ТАБЛИЦА 14
Оптимальная масса катушки на различных частотах

Частота (гц)	Эффективная масса диафрагмы, каркаса катушки и т. д. m'_e (г)	Механическое сопротивление r_e (мех. омы)	Оптимальная масса катушки m_c (г)
150	22	незначительно	22
1800	— 7	$9,8 \times 10^4$	11
3000	— 1,5	$3,2 \times 10^4$	2,26

б) Рупорный громкоговоритель

В безрупорном громкоговорителе сопротивление излучения составляет гораздо меньшую часть статического сопротивления катушки, чем в рупорном. Поэтому мы пренебрегли им выше, а теперь его следует принять в расчет. Уравнение (17) остается в силе, но нам нужно теперь найти новое значение для I^2 . Оптимальные условия для неискаженной мощности будут тогда, когда $R_0 + R_m = \varphi R_i$.

Подставляя значения R_0 из уравнения (18) и R_r из уравнения (15а), получим

$$I^2 \left(\frac{r_r B_g^2}{z_e^2} + \frac{\rho_1 \rho_2}{m_c} \right) = \varphi R_i. \quad (22)$$

Подставив значение I^2 из уравнения (22) в уравнение (17), получим

$$P = \frac{K_2 m_c}{k_1 m_c + k_2 [r_e^2 + \omega^2 (m'_e + m_c)^2]}, \quad (23)$$

где $k_1 = r_r B_g^2$ и $k_2 = \rho_1 \rho_2$.

Дифференцируя, найдем оптимальное условие для величины излучаемой мощности

$$\omega m_c = \sqrt{r_e^2 + \omega^2 m_e'^2}, \quad (24)$$

что совпадает с полученным раньше.

Так как механический импеданс $\sqrt{r_e^2 + \omega^2 m_e^2}$ изменяется с частотой, то изменяется также и оптимальная масса катушки. Если условие оптимума должно соблюдаться на всем диапазоне частот, то нужно чтобы

$$m_c = \sqrt{\left(\frac{r_e}{\omega}\right)^2 + m_e^2}.$$

Изменение оптимальной массы катушки в зависимости от частоты иллюстрируется таблицей 15.

ТАБЛИЦА 15

Оптимальная масса катушки для рупорного громкоговорителя

Частота (гц)	Механическое сопротивление r_e (мех. омы)	Эффективная масса одной только диафрагмы m_e (г)	Оптимальная масса катушки (г)
100	10^4	— 16,7	23,1
200	10^4	— 3,8	8,8
500	10^4	— 0,44	3,2
1000	10^4	— 0,12	1,6
2000	$9,6 \times 10^3$	0	0,8

IX. ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИЕ ГРОМКОГОВОРТЕЛИ

1. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ

Схема устройства электростатического громкоговорителя показана на рис. 56а. Одна обкладка P_1 неподвижна, другая P_2 может колебаться и излучать звук. Если к обкладкам подвести постоянное напряжение, то P_2 приблизится к P_1 , причем сила их взаимного притяжения будет $f \cong \frac{E}{d^2}$. Чтобы избежать взаимного сближения обкладок вплоть до соприкосновения, необходимо ввести упругое противодействие между

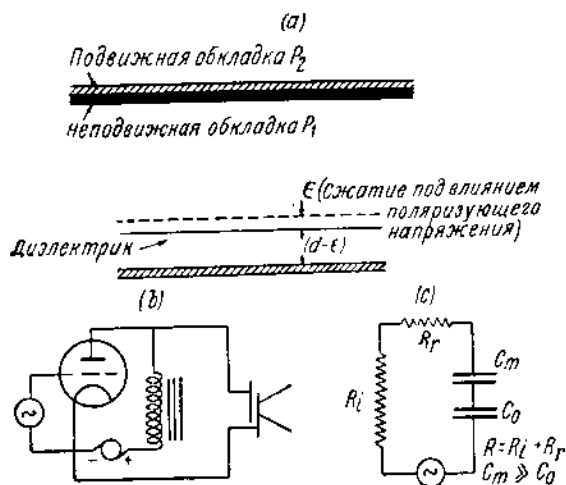


Рис. 56. (а) Схематическое устройство электростатического громкоговорителя. (б) Схема включения электростатического громкоговорителя. (с) Эквивалентная схема электростатического громкоговорителя.

P_1 и P_2 . Для облегчения анализа предположим, что сжатие упругого диэлектрика, разделяющего P_1 и P_2 , пропорционально силе $f = sx$, где x смещение по направлению f .

Если к обкладкам $P_1 P_2$ подвести переменное напряжение (кривая 1 на рис. 57а), то, так как сила притяжения не зависит от полярности, диафрагма (подвижная обкладка) будет притягиваться к неподвижной в течение каждого полупериода, как это показано на кривой 2 (рис. 57а). Последнюю можно разложить в ряд по теореме Фурье. Подводимое си-

нусоидальное напряжение будет сопровождаться благодаря электромеханическому выпрямлению бесконечным рядом гармоник. Предположим теперь, что на обкладки накладывается и напряжение сигнала и постоянное поляризующее напряжение, причем последнее достаточно велико по сравнению с амплитудой сигнала. В этом случае в отсутствии сигнала диэлектрик будет находиться под постоянным сжатием. Изменения напряжения сигнала будут вызывать изменения сжатия. Когда напряже-

ние сигнала складывается с поляризующим напряжением, то диэлектрик сжимается на $\varepsilon + \Delta\varepsilon$, а при следующем полупериоде, когда напряжения вычитаются, на $\varepsilon - \Delta\varepsilon$. Сила f изменяется пропорционально $\frac{1}{d^2}$, но если $\Delta\varepsilon$ составляет только небольшую часть толщины диэлектрика, то изменениями расстояния d можно пренебречь и считать, что сила меняется линейно с $\Delta\varepsilon$. Таким образом, если массой диэлектрика можно пренебречь, то система механически эквивалентна некоторой массе (диафрагма), укрепленной на пружине (диэлектрик). Переменная электрическая сила является причиной движения. При этих условиях акустическая отдача должна воспроизводить входное напряжение (амплитуды колебаний предполагаются малыми).

Поляризующее напряжение оказывает двойное действие: 1) оно доводит до минимума искажения, связанные с выпрямлением и 2) чрезвычайно увеличивает чувствительность. Последнее легко показать; действительно, сила на единицу площади

$$f \cong (E_0 + E)^2, \quad (1)$$

где E_0 — поляризующее напряжение и E — напряжение сигнала на громкоговорителе. Разложим уравнение (1):

$$f \cong E_0^2 + 2E_0E + E^2. \quad (2)$$

При отсутствии E_0 сила, соответствующая сигналу, $\cong E^2$. При наличии поляризации сила, соответствующая сигналу,

$$\cong 2E_0E. \quad (3)$$

Членом E^2 мы пренебрегаем, так как E предполагается очень малым по сравнению с E_0 . Таким образом, поляризующее напряжение увеличивает движущую силу в отношении $\frac{2E_0E}{E^2} = \frac{2E_0}{E}$, а мощность увели-

чивается в $4 \frac{E_0^2}{E^2}$ раз. Подобный же эффект получается в электромагнитном телефоне, благодаря поляризации постоянным магнитом.

Теперь мы рассмотрим вопрос подробнее [23]. Предположим, что напряжение сигнала состоит из двух синусоидальных колебаний различных частот:

$$E = E_1 \cos \omega_1 t + E_2 \cos \omega_2 t.$$

Общее напряжение, подводимое к обкладкам громкоговорителя, будет

$$E_0 + E_1 \cos \omega_1 t + E_2 \cos \omega_2 t,$$

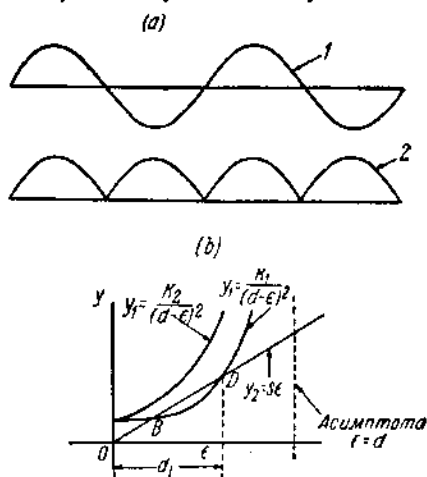


Рис. 57. (а) Электромеханическое выпрямление в электростатическом громкоговорителе при отсутствии поляризующего напряжения. (б) Условия устойчивости.

а сила

$$f \cong [E_0 + E_1 \cos \omega_1 t + E_2 \cos \omega_2 t]^2. \quad (4)$$

Раскроем скобки в уравнении (4), применив тождества

$$\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$$

и

$$2 \cos \theta \cos \phi = \cos (\theta + \phi) + \cos (\theta - \phi);$$

мы получаем:

$$\text{постоянная составляющая (не слышимая)} \quad f \cong E_0^2 + \frac{1}{2} E_1^2 + \frac{1}{2} E_2^2 +$$

$$\text{сигнал} \quad + 2E_0 (E_1 \cos \omega_1 t + E_2 \cos \omega_2 t) +$$

$$\text{удвоенные частоты} \quad + \frac{1}{2} (E_1^2 \cos 2\omega_1 t + E_2^2 \cos 2\omega_2 t) +$$

$$\text{суммарная и разностная частоты} \quad + E_1 E_2 [\cos (\omega_1 + \omega_2) t + \cos (\omega_1 - \omega_2) t]. \quad (5)$$

В звуке, излучаемом громкоговорителем, будут содержаться колебания четырех новых частот (помимо частот сигнала), индивидуальные мощности которых зависят от квадрата отношения напряжения сигнала к поляризующему напряжению.

Пусть $E_1 = E_2 = E_0$, в этом случае отношение мощности каждой удвоенной частоты к мощности сигнала будет $\left(\frac{E_1}{4E_0}\right)^2 = \frac{1}{256}$, а для суммарной и разностной частот это отношение равно $\frac{1}{64}$. Мощность сигнала будет на 24 дБ больше мощности каждой удвоенной частоты, на 18 дБ — каждой разностной. Закон притяжения $f \cong \frac{E^2}{d^2}$ препятствует получению больших амплитуд и соответствующей мощности. На практике для того, чтобы избежать нелинейных искажений значительной величины, совершенно необходимо работать на ограниченной части характеристики, где она почти линейна.

Сжатие диэлектрика соответственно поляризующему напряжению E_0 будет ε . Если d не деформированная толщина, то расстояние между обкладками будет $d - \varepsilon$ (рис. 56а). Общая сила притяжения будет

$$f_0 = \frac{\gamma A E_0^2}{8\pi (d - \varepsilon)^2} = \frac{\gamma A}{8\pi} C_1^2, \quad (6)$$

где

$$C_1 = E_0 b$$

и

$$b = \frac{1}{d - \varepsilon}.$$

Емкость конденсатора будет

$$C_0 = \frac{\chi A b}{4\pi}, \quad (7)$$

так что уравнение (6) можно написать

$$f_0 = \frac{2\pi E_0^2 C_0^2}{\chi A} = \frac{2\pi Q_0^2}{\chi A}, \quad (8)$$

где $Q_0 = E_0 C_0$ общий заряд на плоскости. В процессе работы заряд изменяется, так что

$$f_t = \frac{2\pi Q_t^2}{\chi A}, \quad (9)$$

где $Q_t = Q_0 + Q$, а Q — заряду от напряжения сигнала.

Применяя уравнение (6) и заменяя E_0 посредством $E_0 + E$, можно показать, что когда $E_0^2 \gg E^2$ и $d_1^2 \gg \xi^2$ ($d_1 = d - \varepsilon$), то движущая сила

$$f \cong \frac{E_0^2}{d_1^2} \left(\frac{E}{E_0} + \frac{\xi}{d_1} \right) \text{ (приблиз.)}.$$

Чтобы избежать искажений, f должно быть пропорционально напряжению сигнала E , так что $\frac{E}{E_0} \gg \frac{\xi}{d_1}$.

Если наибольшим допустимым значением $\frac{E}{E_0}$ будет $\frac{1}{4}$, то значение $\frac{\xi}{d_1}$ должно заключаться между $\frac{1}{12}$ и $\frac{1}{20}$. Это накладывает серьезное ограничение на амплитуду в системе, работающей по закону $f \cong \frac{E^2}{d_1^2}$.

Требуется, следовательно, большая колеблющаяся (излучающая) площадь для получения достаточной звуковой мощности на низкой частоте.

2. ПРЕДЕЛ НАПРЯЖЕНИЯ

Если к обкладкам подвести постоянное напряжение E_0 , то условие равновесия будет

$$\frac{\chi A E_0^2}{8\pi (d - \varepsilon)^2} = s\varepsilon. \quad (10)$$

Для исследования условий устойчивого состояния целесообразно начертить

$$y_1 = \frac{\chi A E_0^2}{8\pi} \frac{1}{(d - \varepsilon)^2}$$

и $y = s\varepsilon$, как указано на рис. 57б. Кривая 1 лежит целиком выше прямой линии $y_2 = s\varepsilon$, так что уравнение (10) не удовлетворяется

и система неустойчива. Кривая 2 пересекает прямую линию в двух точках B и D , первая отвечает желаемому условию устойчивости. Точка D получается тогда, когда к подвижной обкладке подводится напряжение, достаточное для достижения d_1 . Если же теперь слегка увеличивать напряжения, то получается неустойчивое состояние. Очевидно d_1 представляет собой предел амплитуды сигнала. Из вышесказанного следует, что условие устойчивости будет

$$\frac{d\dot{y}_2}{d\varepsilon} > \frac{dy_1}{d\varepsilon} \quad \text{или} \quad s > \frac{\chi A E_0^2}{4\pi(d - \varepsilon)^3}.$$

3. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ

Рассмотрим силы, действующие на диафрагму: сила инерции + сила трения + упругая сила = движущей силе

$$m_e D^2 \xi + r_e D \xi + s(\xi + \varepsilon) = \frac{2\pi}{\chi A} (Q_0 + Q)^2. \quad (11)$$

Сила, действующая на обкладку, содержит нелинейный член пропорциональный Q^2 . Следовательно, решение уравнения разложимо в ряд Фурье. Далее

$$(Q_0 + Q)^2 = Q_0^2 + 2Q_0Q + Q^2;$$

когда $Q \ll Q_0$, то последним членом можно пренебречь и уравнение (11) принимает вид:

$$m_e D^2 \xi + r_e D \xi + s(\xi + \varepsilon) = \frac{2\pi}{\chi A} (Q_0^2 + 2Q_0Q). \quad (12)$$

Из уравнений (8) и (10) постоянная сила, соответствующая напряжению E_0 , будет $s\varepsilon = \frac{2\pi}{\chi A} Q_0^2$, так что уравнение (12) принимает вид:

$$m_e D^2 \xi + r_e D \xi + s\xi = C_1 Q, \quad (13)$$

где

$$C_1 = \frac{4\pi Q_0}{\chi A} = E_0 b.$$

Важно отметить, что C_1 есть сила на единицу количества электричества. Она аналогична C силе на единицу тока в главе VII. Так как

$$Q = \frac{I}{D} = \frac{I}{i\omega},$$

то эквивалентность электромагнитной и электростатической систем выражается формулой

$$\frac{C_1^2}{\omega^2} = C^2.$$

Рассмотрим электродвижущие силы в контуре; мы имеем

$$\frac{Q_t}{C} + RDQ_t = E_0 + E \quad (14)$$

или

$$\left(\frac{Q_0}{C} - E_0\right) + \frac{Q}{C} + RDQ_t = E, * \quad (14a)$$

где

$$C = C_0 \left(1 + \frac{\xi}{d - \varepsilon}\right) = C_0 (1 - b\xi), \quad (15)$$

$$Q_t = Q_0 + Q \div E_0 C_0 + \frac{EC_0}{\sqrt{1 + \omega^2 C_0^2 R^2}}; \quad (15a)$$

$E_0 - \frac{Q_0}{C_0 (1 - b\xi)}$ есть электродвижущая сила, обусловленная изменением емкости от движения обкладки и $\frac{Q}{C_0 (1 + b\xi)}$ электродвижущая сила, необходимая для того, чтобы ток проходил через конденсатор, т. е. реактивная компонента. Из формул (14a) и (15a)

$$RDQ + \frac{Q_0 + Q}{C_0 (1 + b\xi)} = E_0 + E. \quad (16)$$

Так как ξ находится в знаменателе второго члена уравнения (16), то это уравнение нелинейно. Но, если ξ мало по сравнению с $\frac{1}{b}$, т. е. $b\xi \ll 1$, то уравнение (16) можно написать в следующем виде:

$$RDQ + \frac{Q_0 + Q}{C_0} (1 - b\xi) = \frac{Q_0}{C_0} + E$$

или

$$E = RDQ + \frac{Q}{C_0} - C_1 \xi, \quad (17)$$

где

$$\left(\frac{Q_0}{C_0}\right) b\xi = C_1 \xi$$

обратная электродвижущая сила, вызываемая изменением емкости при движении диафрагмы.

Членом $\frac{Qb\xi}{C_0}$ можно пренебречь, так как Q мало по сравнению с Q_0 .

Теперь нам нужно решить уравнения (13) и (17).

Из первого мы получаем:

$$\xi = \frac{C_1 Q}{m_e D^2 + r_e D + s}. \quad (18)$$

* Подводимое напряжение (см. рис. 56с).

Подставим величину ξ из уравнения (18) в уравнение (17) и, учтя, что $Q = \frac{I}{D}$ и $D = i\omega$, мы получим:

$$E = \left[R - \frac{i}{\omega C_0} + \frac{\frac{C_1^2}{\omega^2}}{r_e + i \left(\omega m_e - \frac{s}{\omega} \right)} \right] I. \quad (19)$$

Из уравнения (19) электрический импеданс всего контура будет:

$$Z = \frac{E}{I} = R - \frac{i}{\omega C_0} + \frac{\frac{C_1^2}{\omega^2} \left[r_e - i \left(\omega m_e - \frac{s}{\omega} \right) \right]}{r_e^2 + \left(\omega m_e - \frac{s}{\omega} \right)^2} \quad (20)$$

или

$$Z = (R + R_m) + i \left(\omega L_m - \frac{1}{\omega C_0} \right). \quad (21)$$

В этой формуле R и C_0 соответственно общие сопротивления и емкость контура в отсутствии колебаний. Электрическое сопротивление движения:

$$R_m = \left(\frac{C_1^2}{\omega^2} \right) \frac{r_e}{r_e^2 + \left(\omega m_e - \frac{s}{\omega} \right)^2} = \left(\frac{C_1^2}{\omega^2} \right) \frac{r_e}{z_e^2}; \quad (22)$$

электрическая индуктивность движения

$$L_m = \left(\frac{C_1^2}{\omega^2} \right) \frac{\frac{s}{\omega^2} - m_e}{z_e^2}, \quad (23)$$

где механический импеданс

$$z_e = \sqrt{r_e^2 + \left(\omega m_e - \frac{s}{\omega} \right)^2}.$$

Можно также вместо индуктивности движения рассматривать емкость движения

$$C_m = -\frac{1}{\omega^2 L_m} = \left(\frac{\omega^2}{C_1^2} \right) \frac{m_e - \frac{s}{\omega^2}}{1 - \cos^2 \eta}, \quad (24)$$

где коэффициент механической мощности $\cos \eta = \frac{r_e}{z_e}$.

Ток в контуре будет

$$I = \frac{E}{Z} = \frac{E}{\left\{ (R + R_m)^2 + \left(\omega L_m - \frac{1}{\omega C_0} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}}; \quad (25)$$

эти формулы идентичны формулам, полученным в главе VII для электродинамического громкоговорителя, только вместо C^2 здесь стоит $\frac{C_1^2}{\omega^2}$.

Согласно уравнения (16) главы VII, соотношение между электрической и механической системами в настоящем случае будет очевидно

$$z_e Z_m = \frac{C_1^2}{\omega^2}. \quad (26)$$

Таким образом,

$$r_e = \left(\frac{C_1^2}{\omega^2} \right) \frac{R_m}{Z_m^2} \quad (27)$$

и

$$m_e = \frac{s}{\omega^2} = - \left(\frac{C_1^2}{\omega^2} \right) \frac{L_m}{Z_m^2}. \quad (28)$$

Вышеприведенные электрические величины относятся к последовательному контуру. Для параллельного контура рис. 48с из уравнения (19) главы VII, подставив C_1^2 вместо C^2 , мы имеем:

$$R'_m = \frac{C_1^2}{\omega^2} \frac{1}{r_e}, \quad L'_m = \frac{C_1^2}{\omega^2} \frac{1}{s}, \quad (29)$$

и

$$C'_m = \left(\frac{\omega^2}{C_1^2} \right) m_e.$$

4. ВЕЛИЧИНА ЕМКОСТИ ДВИЖЕНИЯ

Для того, чтобы получить приблизительную величину C_m берем следующие данные.

Круглая диафрагма, помещенная в бесконечном экране, имеет радиус $a = 20$ см, $A = 1257$ см².

Толщина резиновой прокладки (диэлектрика) $d = 5 \cdot 10^{-2}$ см. Масса на единицу площади диафрагмы и диэлектрика $= 5 \cdot 10^{-2}$ г см⁻².

Модуль Юнга для диэлектрика $q = 5 \cdot 10^9$ дин см⁻².

Так как $q = \frac{f}{\xi} \frac{l}{A}$, то сила на единицу сжатия будет

$$s = \frac{f}{\xi} = \frac{Aq}{d}, \quad (30)$$

где d заменяет l .

Из этих данных $s = 1,26 \cdot 10^{14}$ дин см⁻¹ для всей площади.

Обратимся к уравнению (24); для определения C_m нам нужно найти эффективную массу диафрагмы самой по себе. Амплитуда в любой точке диэлектрика увеличивается по направлению от неподвижной плоскости к диафрагме. Эффективную массу можно считать равной половине общей массы диэлектрика. Это дает величину 31,4 г, к которой нужно добавить приращение инерции m_i . Ниже 125 гц оно будет равно

$\frac{8}{3} \rho a^3$ (для одной стороны диафрагмы) или 28 г. Общая масса, следовательно, $31,4 + 28 = 59,4$ г. При 100 гц $\frac{s}{\omega^2}$ будет $3,13 \cdot 10^8$, что значительно больше, чем m_e . Это происходит на всем слышимом диапазоне частот. Легко показать, что r_e^2 также не имеет значения, так что $\cos^2 \theta \ll 1$, и мы можем написать

$$C_m = \frac{s}{C_1^2}.$$

Так как $C_1 = E_0 b$, то при $E_0 = 500$ в и $b = \frac{1}{d - \epsilon} = 25$, мы получаем

$$C_m = \frac{1,26 \cdot 10^{14}}{(1,25 \cdot 10^{12})^2} 10^{15} = 8 \cdot 10^4 \text{ мкф},$$

что указывает на то, что обратную электродвижущую силу, соответствующую движению обкладки, можно не принимать во внимание. Это следует из того, что $C_m \gg C_0$; последняя емкость гораздо меньше микрофарады. Следовательно, громкоговоритель можно рассматривать, как жесткий диск с аксиальной упругостью s . Движущая сила на любой частоте зависит от соотношения импедансов мощной лампы и громкоговорителя, а также от типа выходного контура.

5. ОТДАЧА

Из уравнения (22) мы знаем, что так как r_e и $\omega m_e \ll \frac{s}{\omega}$, то механический импеданс $\doteq \frac{s}{\omega}$, и

$$R_r = C_1^2 \frac{r_e}{s^2}. \quad (32)$$

Обратимся к рис. 56с; излучаемая мощность будет $I^2 R_r$, где

$$I = \frac{E}{Z} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C_0^2}}} = \frac{\omega C_0 E}{\sqrt{1 + \omega^2 C_0^2 R^2}}, \quad (33)$$

так как R_r и $\frac{1}{\omega C_m} \ll R$.

Таким образом

$$P = I^2 R_r = \frac{E^2 C_0^2 C_1^2 \omega^2 r_e}{s^2 (1 + \omega^2 C_0^2 R^2)}. \quad (34)$$

Из уравнения (13) движущая сила

$$f = C_1 Q = \frac{E C_0 C_1}{(1 + \omega^2 C_0^2 R^2)^{\frac{1}{2}}},$$

так что

$$P = f^2 \left(\frac{\omega}{s} \right)^2 r_e = \frac{f^2 r_e}{z_e^2} \quad (35)$$

Если $\omega^2 C_0^2 R^2 \gg 1$, $E = \text{const}$, то

$$P = \left(\frac{E^2 C_1^2}{R^2 s^2} \right) r_e \quad (36)$$

6. ЭФФЕКТИВНАЯ МАССА ДИЭЛЕКТРИКА

Если мы пренебрежем боковым растяжением и сжатием, то диэлектрик в пределах постоянства отношения между силой и деформацией можно сравнить с чрезвычайно широким стержнем, закрепленным с одного конца; к свободному концу стержня приложена гармоническая сила.

Электрическую аналогию можно представить в виде короткой электрической линии, разомкнутой на конце; к другому концу линии подводится электродвижущая сила. Импеданс на передающем конце будет

$$Z = Z_0 \operatorname{cth} Pl, \quad (37)$$

где Z_0 — волновое сопротивление бесконечной линии $= \sqrt{\frac{L}{C}}$ (предполагается, что потери отсутствуют),

P — постоянная распространения $= i\omega \sqrt{LC}$,

L, C — соответственно индуктивность и емкость на единицу длины,
 l — длина линии.

Таким образом:

$$Z = \sqrt{\frac{L}{C}} \operatorname{cth} (i\omega l \sqrt{LC}) = -i \sqrt{\frac{L}{C}} \operatorname{ct} (\omega l \sqrt{LC}). \quad (38)$$

Переходя от уравнения (38) к механической аналогии, мы получаем

$$z_e = -i \sqrt{\overline{m_n s}} \operatorname{cth} \left(\omega \sqrt{\frac{m_n}{s}} \right), \quad (39)$$

так как

$$L \equiv \frac{m_n}{d}, \quad C \equiv \frac{1}{sd}, \quad d \equiv l.$$

m_n — есть натуральная масса всего диэлектрика,
 s — общая упругость.

На низких частотах $\omega \sqrt{\frac{m_n}{s}} \ll 1$, и уравнение (39) можно написать в следующем виде:

$$z_e = -i \frac{\sqrt{m_n s}}{\omega \sqrt{\frac{m_n}{s}}} = -\frac{is}{\omega} \quad (40)$$

При отсутствии потерь $z_e = i\omega m'_e$, так что эффективная масса системы при движении поверхности будет

$$m'_e = -\frac{s}{\omega^2}, \quad (41)$$

что идентично величине, полученной выше. Очевидно, что при нулевой частоте эффективная масса будет отрицательной бесконечностью. Из уравнения (39) видно, что z_e обращается в нуль при

$$\omega \sqrt{\frac{m_n}{s}} = \frac{1}{2} \pi (2n + 1),$$

так как наступает резонанс, связанный с отражением волны от неподвижной плоскости. Для случая рассмотренного выше

$$s = 1,26 \cdot 10^{14} \text{ и } m_n = 63 \text{ г;}$$

поэтому первый вид собственных колебаний ($n=0$) имеет здесь место при $\omega = \frac{1}{2} \pi \sqrt{\frac{s}{m_n}} = 3,5 \times 10^5 \text{ гц}$; такая частота практически слишком велика для получения заметной выходной мощности от электростатического громкоговорителя. Следовательно, до $3,5 \times 10^5 \text{ гц}$ система работает на нижней ветви резонансной кривой.

Из формулы (39) видно, что можно получить семейство кривых эффективной массы, подобных тем, которые были получены для колеблющегося якоря (глава IV). Основное различие в том, что в настоящем случае (эквивалентном короткому стержню с силой, приложенной на свободном конце) движение будет продольное, а якорь работает на изгиб.

Вышеприведенный анализ эффективной массы действителен только для идеального случая при отсутствии потерь; при колебаниях в воздухе нужно принять во внимание сопротивление излучения и добавочную массу. Но учет этих факторов значительно усложнил бы наш анализ.

7. ВЛИЯНИЕ УМЕНЬШЕНИЯ УПРУГОСТИ (s)

Работа на нижней (восходящей) ветви резонансной кривой связана с подъемом характеристики механической системы в области высоких частот; кроме того очень высокая резонансная частота означает соответственно низкую чувствительность. Чтобы уменьшить s нужно увеличить толщину диэлектрика. Но это в свою очередь ведет к уменьшению чувствительности. Поэтому этот путь нецелесообразен. Вместо плоского диэлектрика, работающего на сжатие, мы можем применить вибратор с натянутой мембраной. Основная частота в этом случае может быть гораздо ниже, чем в предыдущем типе громкоговорителя. Ее можно регулировать, изменяя натяжение. Если основная частота 100 гц, то благодаря небольшим интервалам между последовательными частотами собственных колебаний мембраны, мы до 5000 гц получим большое

число резонансных колебаний. При наличии надлежащего затухания в системе такие резонансные явления не представляют вреда.

Отверстия в задней обкладке являются дополнительным источником упругости и потерь. Во время колебаний воздух между диафрагмой и неподвижной пластиной то сгущается, то разрежается. На низких частотах он легко проходит через отверстия; этим вводится активное сопротивление, которое ослабляет резонансные эффекты. Когда же частота возрастает, то упругость воздушной камеры приобретает большое значение и оказывает влияние на работу системы.

8. ТИП ГРОМКОГОВОРИТЕЛЯ С КРУГЛОЙ МЕМБРАНОЙ

Такой громкоговоритель схематично показан на рис. 58.

Для простоты предположим, что расстояние между мембраной и любым из решетчатых неподвижных электродов одинаково для всех точек мембраны; при этом силы на единицу поверхности с обеих сторон во

время работы будут следовательно пропорциональны [26] $\left(\frac{E_0 + \frac{E}{2}}{d - \xi}\right)^2$ и $\left(\frac{E_0 - \frac{E}{2}}{d + \xi}\right)^2$, где E_0 поляризующее напряжение и E напряжение сигнала на сетке.

Результирующая сила на мембране пропорциональна разности между этими двумя величинами:

$$f \cong \frac{4 E_0^2}{(d^2 - \xi^2)^2} \left[\xi d + (d^2 + \xi^2) \frac{E}{2 E_0} \right], \quad (42)$$

членом E^2 мы пренебрегаем, так как $E_0 \gg E$.

Пусть $h = \frac{\xi}{d}$, тогда уравнение (42) преобразуется [30b]

$$f \cong \frac{4 E_0^2}{d^2 (1 - h^2)^2} \left[h + (1 + h^2) \frac{E}{2 E_0} \right]. \quad (43)$$

Чтобы получить линейную зависимость между f и E необходимы следующие условия: (a) $\frac{E(1 + h^2)}{2 E_0} \gg h$ или приблизительно $\frac{E}{2 E_0} \gg \frac{\xi}{d}$ так как $h^2 \ll 1$; (b) $1 \gg h^2$, как это видно из (a), так что $d \gg \xi$. Условие (a) означает, что отношение напряжения сигнала к поляризующему напряжению должно быть значительно больше, чем отношение амплитуды к расстоянию между мембраной и каждой из решеток. Если максимальное значение $\frac{E}{2 E_0}$ будет $1/6$, то ξ не должно превышать, скажем, $d/20$. Отношение $\frac{E}{2 E_0}$ в свою очередь должно быть невелико для того, чтобы не было значительных нелинейных искажений из-за механического

детектирования, как указано в § 1. Подставив указанные условия в уравнение (43), мы получим линейное соотношение

$$f \approx \frac{1}{2} \frac{E_0 E}{d^2} \quad (44)$$

Все вышесказанное основано на предположениях, что мембрана движется с равной амплитудой во всех точках (как жесткий диск) и что сила распределена равномерно по всей поверхности. На практике условия отличаются в нескольких отношениях: (а) мембрана изгибается во время колебаний, (б) расстояние между нею и решетками увеличивается

от края к центру и (с) движущая сила не распределена по поверхности, так как решетки имеют отверстия для излучения звука.

Так как такую систему было бы слишком сложно подвергнуть строгому анализу, то ее для этой цели следует заменить подходящей моделью. Можно предположить, например, что мембрана симметрично расположена между двумя одинаковыми плоскими перфорированными решетками с круглыми отверстиями малого радиуса. Пренебрегая перфорацией можно предположить, что сила на единицу поверхности постоянна с обеих сторон мембраны. Следует полагать, что

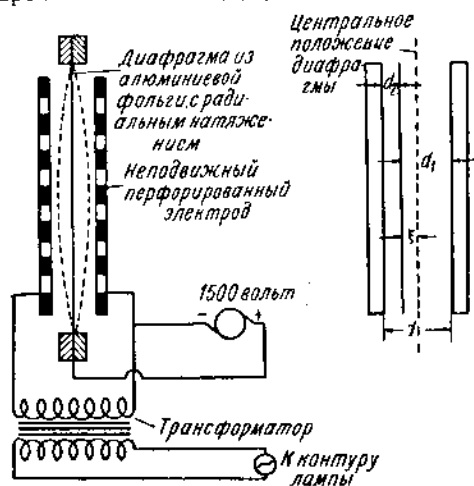


Рис. 58. Схематическое изображение электростатического громкоговорителя с натянутой мембраной.

излучение звука будет таким же, как и в случае открытой с обеих сторон мембраны, колеблющейся в бесконечном экране.

Форма мембраны во время колебаний зависит от распределения сил по поверхности и обратно; поэтому вычислить ее очень трудно. В качестве первого приближения можно принять для резонансных частот форму диафрагмы в вакууме, как показано в § 3 главы VI, в котором определяется мощность, излучаемая диафрагмой.

9. МОЩНОСТЬ ПРИ НЕРЕЗОНАНСНЫХ ЧАСТОТАХ

Сила f не находится в фазе со скоростью, так как механический импеданс на единицу площади имеет форму

$$z_e = r_e + i\omega m_e.$$

Эксперименты с дисками и коническими диффузорами показывают, что на частотах, выше частоты первого вида собственных колебаний, колебания m_e значительно сглаживаются благодаря потерям. Это в осо-

бенности верно для очень легкой мембраны. На частотах выше 500 гц ($ka > 1,9$) мембрану можно заменить жестким диском тех же массы и радиуса в бесконечном плоском экране.

Мощность, излучаемая с обеих сторон, будет

$$P = \xi_0^2 r_r = \left(\frac{fA}{z_e} \right)^2 r_r \quad (45)$$

или

$$\frac{P}{f^2} = \left(\frac{A}{z_e} \right)^2 r_r \quad (46)$$

где $z_e^2 = r_r^2 + \omega^2 (m_n + m_l)^2$, а m_n масса диафрагмы. Так как $ka > 1,9$, то механическое сопротивление $r_r = 2\rho_0 cA$, в то время, как

$$m_l = \frac{2\rho_0 cA G_2}{\omega},$$

как показано в главе III.

На рис. 59 кривая 1 показывает расчетное отношение

$\frac{P}{f^2}$ для диафрагмы с радиусом в 20 см.

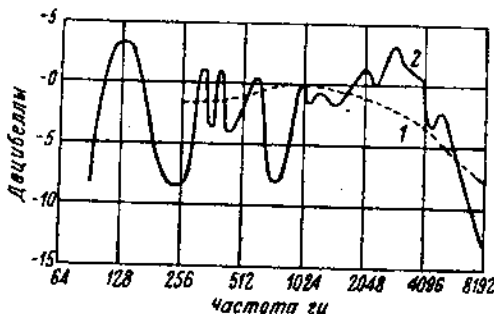


Рис. 59. Сравнения экспериментальной (2) и расчетной (1) кривых звуковой мощности электростатического громкоговорителя.

Отсутствие сколько-нибудь значительных изменений $\frac{P}{f^2}$ в промежутке от 500 до 2000 гц связано с тем, что r_r велико по сравнению с реактивным сопротивлением. На высоких частотах последнее приобретает большее значение, благодаря чему уменьшается амплитуда, а следовательно и отдаваемая мощность. Кривая 2 на рис. 59 иллюстрирует мощность, отдаваемую действующим громкоговорителем. Естественно, что благодаря наличию ряда собственных колебаний, она протекает не так равномерно как кривая 1, но общий ее характер остается тот же. Выше 3000 гц кривая 2 падает значительно быстрее, чем кривая 1, так как при вычислении последней не были учтены механические потери, которые увеличиваются с частотой; кроме того напряжение на громкоговорителе с повышением частоты падает, так как уменьшается его сопротивление по сравнению с остальным сопротивлением выходного контура.

10. СРАВНЕНИЯ МОЩНОСТИ ПРИ РЕЗОНАНСНОЙ И НЕРЕЗОНАНСНОЙ ЧАСТОТАХ

Когда $ka > 1,9$, то выражение для мощности при постоянстве движущей силы будет такое же, как в уравнении (13) главы VI и в уравнении (46), приведенном выше.

Таким образом

$$\varphi = \frac{z_e^2}{\rho_0 c A r_r} = \frac{2z_e^2}{r_r^2}, \quad (47)$$

так как $2\rho c A = r_r$.

Подставим значение z_e^2 из предыдущего параграфа в уравнение (47) и мы получим:

$$\varphi = 2 \left[1 + \frac{\omega^2}{r_r^2} (5 + m_r)^2 \right] \quad (48)$$

Пользуясь этим выражением, можно показать, что мощность, излучаемая на резонансных частотах, превышает, как и следовало ожидать, мощность для нерезонансных частот.

11. АКСИАЛЬНОЕ ДАВЛЕНИЕ

Из уравнения (23 а) главы V мы знаем, что на оси, где $\phi = 0$, давление в свободном воздухе или в полностью заглушенной комнате будет:

$$P = \frac{\rho \omega \xi_0 a^2}{r} \left[\frac{J_1(k_1 a)}{k_1 a} \right]. \quad (49)$$

Давление имеет нули (узловые точки) соответственно корням функции $J_1(k_1 a)$, т. е. $k_1 a = 3,83; 7,01; 10,17$ и т. д.; частоты в вакууме будут приблизительно равны 490, 900, 1300 гц. В обычной незаглушенной комнате аксиальные нули будут уничтожены отражением.

Из главы IV § 3 мы знаем, что аксиальная скорость при резонансной частоте будет

$$\xi_0 = \frac{P}{2fA\lambda}, \quad (50)$$

где

$$\lambda = \left[\frac{J_1(k_1 a)}{k_1 a} \right].$$

Подставим это значение ξ_0 в уравнение (49), тогда аксиальное давление будет

$$P = \frac{\rho \omega P}{2\pi f}, \quad (51)$$

так как $A = \pi a^2$.

Уравнение (51) показывает, что когда P и f постоянны, то аксиальное давление на определенном расстоянии увеличивается прямо пропорционально частоте собственных колебаний.

Благодаря потерям, вид диафрагмы изменяется и аксиальное давление не будет так быстро увеличиваться, как это следует из уравнения (51).

Выше некоторой частоты оно будет уменьшаться в связи с увеличением потерь на трение.

Х. ТЕОРИЯ РУПОРОВ

1. ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ

Рассмотрим схему, показанную на рис. 60а; δx обозначает малое аксиальное расстояние между двумя параллельными плоскостями, перпендикулярными к оси рупора. Объем элемента рупора между плоскостями $A\delta x$, где A — площадь поперечного сечения, является некоторой функцией x . Для случая бесконечно малых амплитуд изменение массы воздуха в объеме $A\delta x$ в единицу времени при прохождении звуковой волны будет (см. главу II)

$$-\frac{\partial(\rho A)}{\partial t}\delta x,$$

δx не зависит от времени. Разность между массами воздуха, входящего через одну плоскость и выходящего через другую, будет

$$\rho \frac{\partial(uA)}{\partial x}\delta x.$$

Благодаря непрерывности среды обе эти величины должны быть равны, так что

$$\rho \frac{\partial(uA)}{\partial x} = -\frac{\partial(\rho A)}{\partial t}. \quad (1)$$

Дифференцируя, получаем

$$\rho \left(u \frac{\partial A}{\partial x} + A \frac{\partial u}{\partial x} \right) = - \left(\rho \frac{\partial A}{\partial t} + A \frac{\partial \rho}{\partial t} \right). \quad (2)$$

Из уравнения (29) главы II $u = -\frac{\partial \phi}{\partial x}$; из уравнений (1) и (32) $\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho_0 \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\rho_0}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}$; для бесконечно малых амплитуд $\rho = \rho_0$; кроме того $\frac{\partial A}{\partial t} = 0$, так как площадь сечения для данного значения x не зависит от времени. Сделав подстановку в уравнение (2), получаем

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \left[\frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial x} \right] \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0. \quad (3)$$

Так как

$$\frac{\partial gA}{\partial x} = \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial x}$$

то уравнение (3) можно написать так [67]

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial(\lg A)}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0. \quad (4)$$

Это есть основное уравнение рупора для бесконечно малых амплитуд звукового давления.

Для случая простых гармонических колебаний $\phi = \phi_1 \cos \omega t$, откуда

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -\omega^2 \phi.$$

Подставив это значение в уравнение (4) и вспоминая, что

$$k = \frac{\omega}{c},$$

находим

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{d(\lg A)}{dx} \frac{d\phi}{dx} + k^2 \phi = 0. \quad (5)$$

Такова наиболее удобная форма уравнения рупора. Для того, чтобы исследовать распространение звуковых волн в рупоре, нужно задаться аналитической функцией A , выражающей зависимость площади поперечного сечения рупора от расстояния x , продифференцировать логарифм функции, ввести результат в уравнение (5) и решить это дифференциальное уравнение второго порядка.

Перед тем как перейти к частным формам рупора, рассмотрим предположения, на которых основано уравнение (5):

1. Рупор имеет жесткие стенки и гладкую внутреннюю поверхность.
2. Как и в других случаях, рассмотренных выше, вихревое движение воздуха отсутствует.
3. Во избежание отражений и связанной с ними интерференции, ось рупора прямолинейна, длина рупора бесконечна.
4. Воздух не имеет вязкости и поэтому отсутствует трение между ним и внутренней поверхностью рупора.
5. Изменения давления бесконечно малы по амплитуде.
6. Давление одинаково по всему фронту волны (предполагаемому плоским*).

Сделаем несколько замечаний относительно того, в какой мере эти предположения оправдываются в действительности.

Гипотеза об отсутствии вихревого движения частиц воздуха часто принимается как достоверная. Однако, вдоль внутренней поверхности рупора происходит быстрое изменение кривизны; благодаря этому имеется вероятность завихрений и вращательного движения. Соединение с акустической камерой должно быть выполнено очень тщательно, чтобы избежать образования завихрений в этом месте. Следует предполагать, что чем глаже поверхность, чем меньше кривизна и скорость ее изме-

* См. последний параграф этой главы.

нения, тем меньше будет вихревое движение воздуха и потери на трение в рупоре. У выходного отверстия при большой излучаемой мощности избежать образования вихрей трудно.

Предположение, что амплитуда давления бесконечно мала, неверно вблизи диафрагмы в горле рупора; здесь давление может быть весьма значительно: от 10^4 до 10^5 дин см^{-2} в мощном громкоговорителе. Случай больших (конечных) давлений будет рассмотрен в главе XI. Наконец, постоянство давления по плоскому фронту волны, перпендикулярному к оси рупора, не согласуется с нашими представлениями о физических процессах в рупоре. Но так как фронты плоской и криволинейной волны почти равны по площади, то следует считать, что предположение о том, что звук распространяется в рупоре в виде плоской волны, не вносит больших неточностей в теорию.

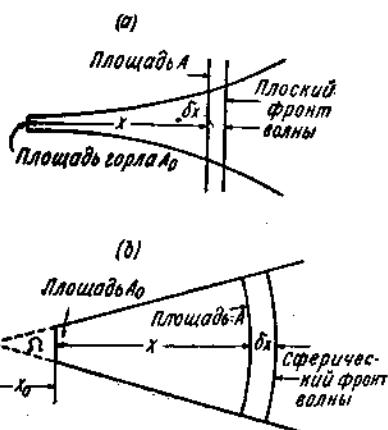


Рис. 60.

2. КОНИЧЕСКИЙ РУПОР

Площадь поперечного сечения конического рупора на некотором осевом расстоянии x от горла $A = \Omega (x + x_0)^2$, где x_0 расстояние горла от (воображаемой) вершины, а Ω телесный угол конуса (см. рис. 60b).

Определяем

$$\frac{d(\lg A)}{dx} = \frac{d}{dx} \left\{ \lg \Omega + 2 \lg (x + x_0) \right\} = \frac{2}{x + x_0}.$$

Подставив в уравнение (5), получим

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} + \frac{2}{(x + x_0)} \frac{d\phi}{dx} + k^2 \phi = 0, \quad (6)$$

что идентично по форме уравнению (60a) главы II, выведенному для радиально пульсирующей сферы. Это и следовало ожидать, так как уравнение (6) отвечает случаю сферического распространения в телесном угле Ω бесконечной протяженности.

Полное решение уравнения (6) будет

$$\phi = \frac{A_1 e^{-ik(x+x_0)}}{x+x_0} + \frac{B_1 e^{ik(x+x_0)}}{x+x_0}; \quad (7)$$

A_1 и B_1 — произвольные постоянные.

Первый член в уравнении (7) представляет собой расходящуюся волну, распространяющуюся из горла рупора (от колеблющейся диафрагмы) в положительном направлении x . Второй член представляет собой сходящуюся волну, движущуюся по направлению к горлу в отрицательном направлении x .

Рассмотрим случай, когда имеется только расходящаяся волна, при которой $B_1 = 0$. Потенциал скорости на некотором расстоянии x от горла рупора будет следовательно

$$\phi = A_1 \frac{e^{-ikr}}{r}, \quad (8)$$

где $r = x + x_0$.

Из уравнения (29) главы II скорость частиц будет

$$v = -\frac{\partial \phi}{\partial r} = A_1 \left(\frac{1}{r} + ik \right) \frac{e^{-ikr}}{r}, \quad (9)$$

а из уравнения (31) главы II давление

$$p = \rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} = i A_1 \rho_0 \omega \frac{e^{-ikr}}{r}. \quad (10)$$

Акустический импеданс (см. определение 23) для некоторого сечения с абсциссой x будет

$$z_a = \frac{p}{Av} = \frac{i \rho_0 \omega}{A \left\{ \frac{1}{r} + ik \right\}} = \frac{i \rho_0 c}{A} \left(\frac{kr}{1 + ikr} \right). \quad (11)$$

Освобождаясь от мнимости в знаменателе, получим:

$$z_a = \frac{\rho_0 c}{A} \left(\frac{k^2 r^2 + ikr}{1 + k^2 r^2} \right). \quad (12)$$

Таким образом акустическое активное сопротивление

$$r_a = \frac{\rho_0 c}{A} \left(\frac{k^2 r^2}{1 + k^2 r^2} \right), \quad (13)$$

а акустическое реактивное сопротивление

$$x_a = \frac{\rho_0 c}{A} \left(\frac{kr}{1 + k^2 r^2} \right). \quad (14)$$

Формулы (13) и (14) идентичны выражениям, полученным в уравнении (113) главы II для радиально пульсирующей сферы, радиус которой r . Фазовый угол между общим давлением и скоростью частиц будет, очевидно

$$\theta = \arctg \frac{x_a}{r_a} = \arctg \frac{1}{kr}, \quad (15)$$

из чего следует, что сдвиг фаз между p и v уменьшается: а) с увеличением расстояния от горла и б) с увеличением частоты или с тем и другим вместе. Это согласуется с результатами, полученными в главе II для простого сферического источника.

Когда источником звука служит одна сторона диафрагмы с площадью A_0 , примыкающая к узкому концу (горлу) рупора, то добавочная масса будет

$$m_i = \frac{\rho_0 A_0 x_0}{1 + k^2 x_0^2},$$

а механическое сопротивление

$$r_r = \frac{\rho_0 c A_0 k^2 x_0^2}{1 + k^2 x_0^2}.$$

Когда $k^2 x_0^2 \gg 1$, то, как и следовало ожидать, добавочной массой m_i можно пренебречь, а $r_r = \rho_0 c A_0$, что равно значению, полученному для плоской волны, а также для радиально пульсирующей сферы при том же условии.

Сопротивление излучения на единицу площади будет $\rho_0 c$, что тождественно сопротивлению среды (см. определение 20). Скорость распространения звука в рупоре равна скорости распространения волны в свободной атмосфере, т. е. c .

3. ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫЙ РУПОР

В этом случае площадь поперечного сечения на расстоянии x от горла $A = A_0 e^{\beta x}$, где β определяет скорость возрастания сечения рупора;

$$\frac{d(\lg A)}{dx} = \beta,$$

так что уравнение (5) принимает следующий вид:

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} + \frac{\beta d\phi}{dx} + k^2 \phi = 0. \quad (16)$$

Это линейное дифференциальное уравнение второй степени с постоянными коэффициентами и его решение зависит от относительных значений β и k^2 . В нормальном случае

$$k^2 > \frac{1}{4} \beta^2,$$

тогда

$$\phi = A_1 e^{\lambda_1 x} + B_1 e^{\lambda_2 x}, \quad (17)$$

Здесь λ_1 и λ_2 корни уравнения

$$\lambda^2 + \beta \lambda + k^2 = 0.$$

Таким образом

$$\left. \begin{matrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{matrix} \right\} = -\frac{1}{2} \beta \pm i \sqrt{k^2 - \frac{1}{4} \beta^2}. \quad (18)$$

Так как мы имеем только прямую расходящуюся волну, то как и в уравнении (7) $B_1 = 0$, и решение будет следующим:

$$\phi = A_1 e^{-\left(\frac{1}{2} \beta + i \alpha\right) x}, \quad (19)$$

где

$$\alpha = \sqrt{k^2 - \frac{1}{4} \beta^2}.$$

Будем продолжать, как в § 2

$$v = -\frac{\partial \phi}{\partial x} = A_1 \left(\frac{1}{2} \beta + i \alpha \right) e^{-\left(\frac{1}{2} \beta + i \alpha\right) x} \quad (20)$$

$$p = \rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} = i A_1 \rho_0 \omega e^{-\left(\frac{1}{2} \beta + i \alpha\right) x}. \quad (21)$$

$$z_a = \frac{p}{Av} = \frac{i \rho_0 \omega}{A \left(\frac{1}{2} \beta + i \alpha \right)} = \frac{\rho_0 \omega \left(\alpha + i \frac{1}{2} \beta \right)}{A \left(\alpha^2 + \frac{1}{4} \beta^2 \right)}.$$

Так как

$$\alpha^2 + \frac{1}{4} \beta^2 = k^2,$$

то акустический импеданс будет

$$z_a = \frac{\rho_0 c}{A} \left\{ \sqrt{1 - \frac{\beta^2}{4k^2}} + i \frac{\beta}{2k} \right\}; \quad (22)$$

он обратно пропорционален A .

Акустическое активное сопротивление

$$r_a = \frac{\rho_0 c}{A} \sqrt{1 - \frac{\beta^2}{4k^2}}, \quad (23)$$

а акустическое реактивное сопротивление

$$x_a = \frac{\rho_0 c}{A} \frac{\beta}{2k}. \quad (24)$$

Если источником звука служит одна сторона диафрагмы с площадью A_0 , тесно прилегающая к горлу рупора, то механическое сопротивление будет

$$r_r = \rho_0 c A_0 \sqrt{1 - \frac{\beta^2}{4k^2}},$$

а добавочная масса

$$m_i = \rho_0 c A_0 \frac{\beta}{2k\omega}.$$

Фазовый угол между давлением и скоростью

$$\theta = \operatorname{arctg} \frac{\frac{\beta}{2k}}{\sqrt{1 - \frac{\beta^2}{4k^2}}}$$

постоянен по всей длине рупора, точно так же, как и коэффициент мощности

$$\cos \theta = \sqrt{1 - \frac{\beta^2}{4k^2}}.$$

Это выражение для $\cos \theta$ следует из того, что векторный треугольник акустических сопротивлений имеет стороны

$$1, \frac{\beta}{2k} \text{ и } \sqrt{1 - \frac{\beta^2}{4k^2}}.$$

Когда

$$k^2 \gg \frac{1}{4} \beta^2,$$

как это бывает на высоких частотах, то $\cos \theta = 1$. Импеданс на единицу площади тогда будет чисто активным и равен сопротивлению среды, а именно $\rho_0 c$ (см. определение 20). Если

$$k^2 = \frac{1}{4} \beta^2,$$

то активное сопротивление будет равно нулю, а реактивное сопротивление на единицу площади станет $\rho_0 c$. Мощность тогда будет равна нулю. Критическая или пограничная частота определяется равенством

$$\omega_c = \frac{1}{2} \beta c$$

и равна

$$\frac{\beta c}{4\pi}.$$

Когда

$$k^2 < \frac{1}{4} \beta^2,$$

то решение уравнения (16) будет

$$\phi = A_1 e^{-\left(\frac{1}{2}\beta^2 + \alpha_1\right)x},$$

где

$$\alpha_1 = \sqrt{\frac{1}{4} \beta^2 - k^2}.$$

Тогда полное акустическое сопротивление

$$z_a = \frac{p}{Av} = \frac{i\rho_0\omega}{A\left(\frac{1}{2}\beta + \alpha_1\right)} = \frac{i\rho_0c}{A} \left\{ \frac{\beta}{2k} - \sqrt{\frac{\beta^2}{4k^2} - 1} \right\}; \quad (25)$$

оно целиком реактивно, так как имеется только реактивная компонента.

В пределе, когда $\omega \rightarrow 0$, z_a обращается в нуль.

Введя в уравнение (19) фактор времени, получаем

$$\phi = A_1 e^{-\left(\frac{1}{2}\beta + i\alpha\right)x + i\omega t};$$

действительная часть

$$\phi = A_1 e^{-\frac{1}{2}\beta x} \cos(\omega t - \alpha x) = A_1 e^{-\frac{1}{2}\beta x} \cos(\alpha x - \omega t). \quad (26)$$

Для колеблющейся сферы или конического рупора уменьшение ϕ соответственно увеличению x , благодаря расширению фронта волны, определяется коэффициентом $\frac{1}{x}$, тогда как в случае экспоненциального рупора

ϕ уменьшается соответственно $e^{-\frac{1}{2}\beta x}$. Сравнивая уравнения (26) и (17) в главе II, мы видим, что $\alpha \equiv k$, так что скорость распространения волны в рупоре будет

$$\frac{\omega}{\alpha} = \frac{\omega}{k^2 - \frac{1}{4}\beta^2} = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{\beta^2}{4k^2}}}. \quad (27)$$

При приближении к пограничной частоте $\frac{\beta^2}{4k^2} \rightarrow 1$, скорость быстро увеличивается и наконец (согласно уравнению (27)) становится бесконечной.

Вывод этот надо подчеркнуть; для конечных рупоров может быть установлено, что вблизи пограничной частоты скорость распространения с учетом и прямой и отраженной волн значительно больше c (см. § 8).

4. МОЩНОСТЬ В РУПОРАХ БЕСКОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

а) Конический рупор. Скорость частиц в некотором сечении на расстоянии r от воображаемой вершины рупора согласно уравнению (9)

$$v = A_1 \left(\frac{1}{r} + ik \right) \frac{e^{-ikr}}{r}, \quad (28)$$

где $r = x + x_0$. У горла $x = 0$, $r = x_0$, а $v = v_0$. Подставив эти значения в уравнение (28), мы найдем, что

$$A_1 = v_0 x_0^2 \frac{1 - ikx_0}{1 + k^2 x_0^2} e^{ikx_0}. \quad (29)$$

Подставив это значение A_1 в уравнение (10) и опустив фактор e^{ikx_0} , мы получим давление на единицу площади

$$p = \rho_0 \omega v_0 x_0 \left(\frac{i + kx_0}{1 + k^2 x_0^2} \right). \quad (30)$$

Мощность, проходящая через сечение горла, равна произведению скорости на составляющую давления, совпадающую по фазе (подразумеваются эффективные значения p и v):

$$P = \frac{\rho_0 c A_0 v_0^2 k^2 x_0^2}{1 + k^2 x_0^2}. \quad (31)$$

Приняв напряженность источника $A_0 v_0 = S_0$ (глава II, § 12), мы получаем

$$P = \frac{\rho_0 c S_0^2}{A_0} \left(\frac{k^2 x_0^2}{1 + k^2 x_0^2} \right). \quad (32)$$

Если Ω телесный угол рупора, то поперечное сечение на расстоянии x_0 от воображаемой вершины будет Ωx_0^2 . Таким образом уравнение (32) можно написать в следующем виде:

$$P = \frac{\rho_0 c S_0^2}{\Omega} \left(\frac{k^2}{1 + k^2 x_0^2} \right). \quad (33)$$

Если $\Omega = 2\pi$, а $x_0 \rightarrow 0$, то мы имеем случай бесконечного экрана, и мощность в этом случае

$$P = \frac{\rho_0 \omega^2 S_0^2}{2\pi c} = \frac{\rho_0 \pi a^4 \omega^4 z_0^2}{2c}, \quad (34)$$

что тождественно формуле (72а) главы II для излучения, с одной стороны, жесткого диска с радиусом a , когда распределение звука сферично, т. е. $ka \leq 0,5$.

Уравнение (31) можно также написать в следующем виде:

$$P = \rho_0 c A_0 \omega^2 z_0^2 \frac{k^2 x_0^2}{1 + k^2 x_0^2}. \quad (35)$$

Когда $x_0 \rightarrow \infty$ и $A_0 \rightarrow \infty$, то получается колеблющаяся поверхность в виде бесконечной плоскости, и мощность, излучаемая с одной стороны ее

$$P = \rho_0 c A_0 \omega^2 z_0^2, \quad (36)$$

что тождественно по форме с уравнением (8) главы VIII для случая распространения плоской волны от жесткого диска.

Из уравнения (33) ясно, что когда напряженность источника S_0 постоянна, то мощность, а также нагрузка на диафрагму увеличиваются с уменьшением телесного угла конического рупора.

в) Экспоненциальный рупор. Скорость частиц в горле рупора в плоскости, где $x=0$, будет $v=v_0$. Введя эти значения в уравне-

ине (20), и применив

$$\alpha^2 = k^2 - \frac{1}{4}\beta^2,$$

мы получаем:

$$A_1 = \frac{v_0}{k^2} \left(\frac{1}{2} \beta - i\alpha \right). \quad (37)$$

Подставим это значение A_1 в уравнение (21); давление на единицу площади будет

$$p = \frac{\rho_0 c v_0}{k} \left(\alpha + i \frac{1}{2} \beta \right). \quad (38)$$

Мощность будет

$$p v_0 A_0 = \rho_0 c A_0 v_0^2 \sqrt{1 - \frac{\beta^2}{4k^2}}; \quad (39)$$

используется только действительная часть уравнения (38). Так как $S_0 = A_0 v_0$, то

$$P = \frac{\rho_0 c S_0^2}{A_0} \sqrt{1 - \frac{\beta^2}{4k^2}}. \quad (40)$$

Для равных амплитуд диафрагмы и сечений горла при данной частоте (одинаковая напряженность источников) относительная мощность

конического и экспоненциального рупоров зависит от функций

$$\frac{k^2 x_0^2}{1 + k^2 x_0^2} \text{ и } \sqrt{1 - \frac{\beta^2}{4k^2}},$$

(см уравнения (32) и (40)). Они вычерчены на рис. 61 (для некоторого значения x_0); из рисунка видно превосходство экспоненциального рупора над коническим. Его можно объяснить тем, что в экспоненциальном рупоре скорость и давление на низких частотах менее сдвинуты по фазе, чем в коническом рупоре. Медленное экспоненциальное расширение у горла, следовательно, имеет большое преимущество перед сравнительно быстрым расширением конического типа, которое допускает или скорее вызывает значительную циркуляцию воздуха вблизи источника. Это движение, связанное с инерционной или безваттной компонентой, уменьшает амплитуду диафрагмы и не дает уравниваться

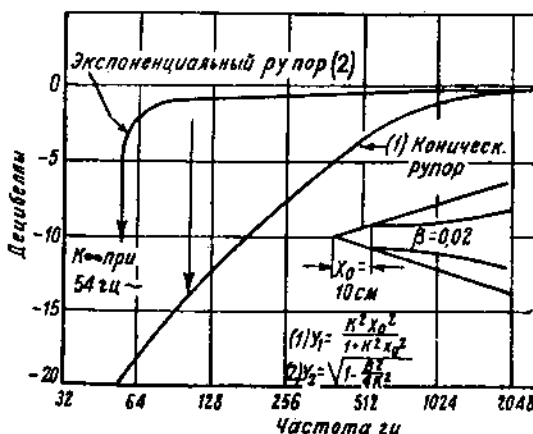


Рис. 61. Кривые, показывающие преимущество экспоненциального рупора перед коническим.

нуты по фазе, чем в коническом рупоре. Медленное экспоненциальное расширение у горла, следовательно, имеет большое преимущество перед сравнительно быстрым расширением конического типа, которое допускает или скорее вызывает значительную циркуляцию воздуха вблизи источника. Это движение, связанное с инерционной или безваттной компонентой, уменьшает амплитуду диафрагмы и не дает уравниваться

импедансам рупора и среды на низких частотах. Если величина x_0 в коническом рупоре сделана достаточно большой при постоянстве диаметра диафрагмы, то телесный угол конуса соответственно уменьшится. На низких частотах коэффициент $\frac{k^2 x_0^2}{1 + k^2 x_0^2}$ будет близок к единице и оба беско-

нечных рупора (конический и экспоненциальный) будут равно эффективны выше пограничной частоты. Но на практике для рупоров конечной длины различие между ними весьма велико. При пограничной частоте в 50 гц конический рупор должен быть в 30 раз длиннее экспоненциального, если начальные и конечные отверстия обоих равны и если излучаемая мощность должна быть одинакова на частотах выше пограничной.

Если диафрагма, помещенная в бесконечный плоский экран, излучает в полупространство, то активное сопротивление на единицу площади ее примерно равно сопротивлению среды при $ka \geq 1,9$. Если радиус диафрагмы равен 1 см, то это условие удовлетворяется, начиная с частот порядка 10⁴ гц. При наличии рупора это происходит на частоте ниже 100 гц. Функция рупора, следовательно, заключается в том, чтобы сделать импеданс равным сопротивлению излучения среды, начиная с возможно более низкой частоты. Так как распространение звука при частотах выше 10⁴ гц (для диафрагмы с радиусом в 1 см) происходит в основном в форме плоских волн, то рупор можно было бы убрать, на этих частотах без заметного изменения излучаемой мощности, если только диафрагма имеет те же размеры, что и сечение горла рупора*. Но обычно применяется акустическая камера и площадь диафрагмы A_d больше сечения горла рупора; поэтому для каждой амплитуды диафрагмы рупор увеличивает излучаемую мощность в отношении $\left(\frac{A_d}{A_0}\right)^2$, если только скорость частиц находится в фазе с давлением. Камера выполняет роль акустического трансформатора.

5. ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫЙ РУПОР КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

До сих пор мы рассматривали рупора бесконечной длины, в которых распространялась только прямая волна. Когда же аксиальная длина рупора конечна, как это и имеет место в действительности, то приходится считаться и с волной, отраженной от выходного отверстия. На низких частотах прямая расходящаяся волна встречает у выходного отверстия область пониженного давления. Скорость частиц фронта волны внезапно увеличивается, вызывая этим местное падение давления. Благодаря непрерывности среды, последнее тотчас же влияет на слой, лежащий за фронтом волны; увеличение скорости этого слоя в свою очередь сопровождается местным падением давления. Этот процесс распространяется до самого источника — горла рупора. Таким образом возникает отраженная волна, которая интерферирует с прямой. Интерфе-

* В вышеизложенной теории мы предполагали, что диафрагма имеет те же размеры, что и сечение горла рупора.

рения зависит от импеданса у выхода рупора. Если выходное отверстие мало, то на низких частотах отраженная волна имеет такие амплитуду и фазу, что значительно ослабляет прямую волну, а следовательно и мощность, излучаемую в виде звука.

Нет еще достаточно строгих аналитических методов для разрешения вопроса о влиянии диаметра выходного отверстия конечного рупора на отражение. Импеданс в любой точке выходного отверстия есть комплексное отношение давления к скорости частиц, перпендикулярной к фронту волны в рассматриваемой точке. Значения активной и реактивной компонент импеданса на единицу площади выходного отверстия рупора для простоты анализа возьмем такие же, как и для бесконечных рупоров.

Эти значения из уравнений (23) и (24) будут: $r = \rho_0 c \sqrt{1 - \frac{\beta^2}{4k^2}}$ и

$x = \frac{\rho_0 c \beta}{2k}$. Отношение реактивного сопротивления к активному будет

$\frac{y}{\sqrt{1-y^2}}$, где $y = \frac{\beta}{2k}$. Это отношение графически изображено на

рис. 62, кривая 1. Для одной стороны жесткого диска в бесконечном экране мы из главы VIII параграфа 1 имеем: $r = \rho_0 c A G_1$ и

$$x = \frac{\rho_0 c A H_1(2z)}{z} = \rho_0 c A G_2.$$

Как указано на рис. 16, значения обоих компонент импеданса не постоянны, а меняются от центра к краям. Беря $\frac{x}{r} = \frac{H_1(2z)}{z G_1(2z)} = \frac{G_2}{G_1}$, мы

получаем среднее значение отношения по поверхности. Оно изображено на рис. 62 кривой 2. Масштаб по оси абсцисс выбран так, чтобы пересечение с кривой 1 произошло примерно при значениях $ka = 2$

или $\frac{\beta}{2k} = 0,5$, где ординаты обеих кривых равны. Из рис. 62 произ-

ведение $\frac{\beta}{2k} ka = 1,92$ (для точки пересечения); отсюда $a = \frac{1,92}{\beta}$. Для

значений k в пределах от $ka = 1,25$ до 2,0 можно установить, что средний импеданс на единицу площади диска равен импедансу (предполагаемому постоянным) выходного отверстия рупора равного радиуса a . В этих пределах диск может заменить рупор, если последний излучает в полупространство, т. е. вставлен в отверстие в бесконечном экране, а отраженная волна не нарушает значения выходного импеданса для прямой волны, как это было предположено. Вне этих пределов компоненты активного и реактивного сопротивлений диска иные, чем у рупора. Инерционная компонента для рупора значительно больше, чем у диска.

Когда $ka = 2,0$, то среднее значение активной компоненты сопротивления на единицу площади для жесткого диска равно сопротивлению среды $\rho_0 c$, хотя в центре диска оно больше, а на краю меньше, чем $\rho_0 c$.

Предположим, что отдача рупора является удовлетворительной при этом условии; в таком случае $a = \frac{2}{k} = \frac{\lambda}{\pi}$. Это соотношение дает грубую оценку необходимого радиуса выходного отверстия рупора в том случае, когда $\frac{\omega}{2\pi} = \frac{c}{\lambda}$ является наименьшей частотой, подлежащей воспроизведению. Пограничная частота определяется из условия $\beta = 2k$ и согласно вышеприведенному $a = \frac{1,92}{\beta} \div \frac{\lambda}{2\pi}$. Следовательно для удовлетворительной передачи радиус отверстия рупора должен лежать в пределах между $\frac{\lambda}{\pi}$ и $\frac{\lambda}{2\pi}$, т. е. он должен равняться от $1/3$ до $1/6$

длины волны самой низкой частоты. Когда $ka = 2,0$, то давление в точках бесконечной плоскости, в отверстие которой вставлено выходное отверстие рупора, составляет 0,6-давления на оси рупора, если только расстояние $r \gg a$. Это означает, что, когда $ka = 2$, то бесконечный плоский экран увеличивает мощность, излучаемую рупором и изменяет распределение звука по сравнению с тем случаем, когда экран отсутствует; но обычно рупор не вставляется в экран, так что нам нужно найти другой способ исследования проблемы.

В качестве первого приближения к условиям, подлежащим удовлетворению на выходе рупора, можно принять, что: а) отношение средних значений активной и реактивной компонент (на единицу площади) эквивалентного импеданса (см. определение 28) должно быть такое же, как и для бесконечного рупора, и б) импеданс (на единицу площади) выходного отверстия рупора и эквивалентный импеданс должны стать равными сопротивлению излучения среды ($\rho_0 c$) при одной и той же частоте.

В качестве эквивалентных мы рассмотрим импедансы (а) радиально колеблющейся сферы [58], (б) радиально колеблющейся полусферы [121 б], (вторая полусфера остается неподвижной). Нужно отметить, что поверхность сферы не может рассматриваться как источник звука, эквивалентный выходному отверстию рупора. Идея заключается только в том, чтобы средний импеданс на единицу площади вибратора вышеописанного типа (при отсутствии массы) использовать, как эквивалент импеданса рупора, который нам неизвестен. Полный эквивалент выходного отвер-

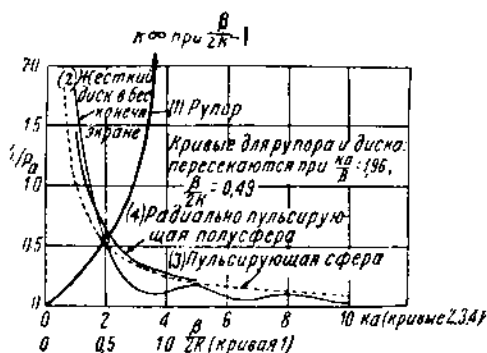


Рис. 62. Отношение реактивной компоненты к активной (на единицу площади) $\frac{P_I}{P_a} = \frac{x}{r}$ в экспоненциальном рупоре (1), а также на поверхностях вибраторов, не имеющих массы (2, 3, 4).

ствия рупора должен не только воспроизводить импеданс его, но и пространственное распределение излучения. Использование пульсирующей сферы в качестве такого эквивалента исключено, так как она дает равномерное (сферическое) распределение; более подходящей является полусфера и, действительно, она может служить эквивалентом до некоторого значения ka , после которого концентрация излучения рупором становится большей.

Импеданс на единицу площади радиально колеблющейся сферы (глава II, уравнение (113))

$$z = \rho_0 c \left[\frac{z^2}{1+z^2} + \frac{iz}{1+z^2} \right] = r + ix. \quad (41)$$

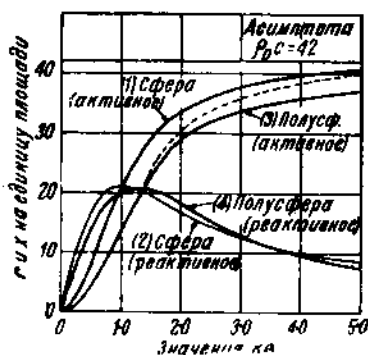


Рис. 63. Кривые активного и реактивного сопротивлений (а) пульсирующей сферы, (б) пульсирующей полусферы (другая полусфера остается в покое) для различных значений ka .

Компоненты r и x вычерчены для различных значений ka на рис. 63, кривые 1 и 2, а отношение $\frac{x}{r}$ показано кривой 3, рис. 62. Из кривой 1 рис. 63 видно, что, когда $ka=2$, то активная компонента равна 0,8 сопротивления излучения среды, а от $ka=0,8$ до 2 отношение $\frac{x}{r}$ точно согласуется с величинами для рупора в пределах от $\frac{\beta}{2k} = 0,8$ до 0,5. Таким образом,

мы имеем достаточно хорошее основание для сравнения.

Из уравнения (115) главы II импеданс на единицу площади радиально пульсирующей полусферы

$$z = \frac{1}{2} \rho_0 c \left\{ \left(\frac{z^2}{1+z^2} \right) + \frac{3}{2} \mu \left(\frac{z^4}{4+z^4} \right) + \right. \\ \left. + i \left[\left(\frac{z}{1+z^2} + \frac{3}{2} \mu \left(\frac{2z+z^3}{4+z^4} \right) \right] \right\} \quad (42)$$

где $\mu = \cos \theta$, как на рис. 3. Первый и третий члены соответствуют радиально пульсирующей сфере (см. уравнение 41), а второй и четвертый члены относятся к аксиально колеблющейся сфере. Сочетание этих колебаний, выражающихся шаровыми зональными функциями нулевого и первого порядков, дает первое приближение для пульсирующей полусферы. Для более точного выражения требуются добавочные функции более высоких порядков (3,5 и т. д.), введение которых чрезмерно усложнило бы анализ. Благодаря наличию μ в уравнении (42), z изменится с θ . Проинтегрировав импеданс по поверхности колеблющейся полусферы и разделив на площадь, мы получим среднее значение z . Из

рис. 3 площадь кольцевого пояса (зоны) $2\pi a^2 \sin\theta d\theta$, а требующийся интеграл $2\pi a^2 \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \sin\theta \cos\theta d\theta$, так как $\mu = \cos\theta$.

Его значение πa^2 , а так как площадь полусферы $2\pi a^2$, то среднее значение будет $\frac{1}{2}$. Среднее значение импеданса на единицу площади по полусфере будет, следовательно,

$$z = \frac{1}{2} \rho_0 c \left\{ \left(\frac{z^2}{1+z^2} \right) + \frac{3}{4} \left(\frac{z^4}{4+z^4} \right) + i \left[\left(\frac{z}{1+z^2} \right) + \frac{3}{4} \left(\frac{2z+z^3}{4+z^4} \right) \right] \right\} = r + ix. \quad (43)$$

Величины r и x начерчены на рис. 63, кривые 3 и 4, а $\frac{x}{r}$ показано на рис. 62, кривая 4. При малых значениях $z = ka$ активная компонента меньше, чем для полной сферы, так как колеблющаяся площадь в последнем случае в два раза больше, чем для урвнения (43).

Когда увеличивается ka , сопротивление r в обоих случаях асимптотически приближается к сопротивлению среды. Более медленное возрастание r для полусферы соответствует частично уменьшению площади, а также и отсутствию функций более высокого порядка в уравнении (43).

Отношение $\frac{x}{r}$ больше, чем для сферы или рупора, т. е. коэффициент мощности последних больше, чем у полусферы.

6. ФОРМУЛА, СОДЕРЖАЩАЯ ЭКВИВАЛЕНТНЫЙ ИМПЕДАНС

Для определения результата применения той или иной формы эквивалентного импеданса (см. определение 28) для выхода рупора выведем формулу, в которую входил бы этот импеданс. Так как $p = z_a A v$, то давление (которое предполагается одинаковым по всему выходному отверстию) в прямой волне, согласно уравнения (22), будет

$$p_1 = \rho_0 c v_1 \Pi_1, \\ \text{где } \Pi_1 = \sqrt{1 - \frac{\beta^2}{4k^2}} + \frac{i\beta}{2k};$$

$$\text{так что} \quad v_1 = \frac{p_1}{\rho_0 c \Pi_1}. \quad (44)$$

Для отраженной волны

$$p_2 = -\rho_0 c v_2 \Pi_2,$$

так что

$$v_2 = - \frac{p_2}{\rho_0 c \Pi_2}, \quad (45)$$

где

$$\Pi_2 = \sqrt{1 - \frac{\beta^2}{4k^2}} - \frac{i\beta}{2k};$$

минус указывает, что с отрицательно, соответственно обратному направлению движения волны.

Если p и v будут соответственно давление и скорость частиц в излучаемой волне (58), то

$$p = p_1 + p_2 \quad (46)$$

и

$$v = v_1 + v_2 \quad (47)$$

Импеданс на единицу площади выходного отверстия (предполагаемый одинаковым по всему отверстию) будет

$$z = \frac{p}{v} = \frac{p_1 + p_2}{v_1 + v_2}. \quad (48)$$

Из выражений (44) и (48) и тождества $\Pi_1 \Pi_2 = 1$ отношение давления в излучаемой волне к соответствующему давлению (в бесконечном рупоре), когда отраженная волна отсутствует, будет

$$\frac{p}{p_1} = \frac{p_1 + p_2}{p_1} = \frac{z (\Pi_1 + \Pi_2)}{z \Pi_1 + \rho_0 c} = \quad (49)$$

$$= \frac{2z \sqrt{1 - \frac{\beta^2}{4k^2}}}{z \left[\sqrt{1 - \frac{\beta^2}{4k^2}} + \frac{i\beta}{2k} \right] + \rho_0 c}. \quad (50)$$

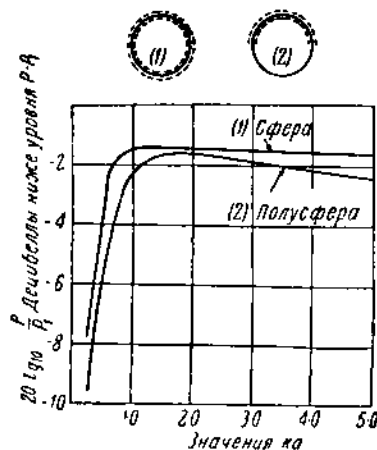


Рис. 64.

Введем значение z из формулы для эквивалентного импеданса в уравнение (50); тогда мы выразим отношение давления в излучаемой волне к давлению в прямой волне при отсутствии отражения. Для различных значений β и k , при помощи уравнения (50) мы можем определить влияние радиуса отверстия рупора.

На рис. 64 даны две кривые, соответствующие $\beta = 0,02$ и $f = 75$ гг ($\frac{\beta}{2k} = \frac{1}{\sqrt{2}}$); выходные импедансы отвечают радиально колеблющейся сфере (кривая 1) и радиально колеблющейся полусфере (кривая 2).

Если k увеличивается, то $\sqrt{1 - \frac{\beta^2}{4k^2}} \rightarrow 1$, $\frac{\beta}{2k} \rightarrow 0$ и выражение (50) асимптотически приближается к

$$\frac{p}{p_1} = \frac{2z}{z + \rho_0 c}. \quad (51)$$

Для больших значений ka , т. е. на высоких частотах z стремится к пределу $\rho_0 c$ как для сферы, так и для полусферы, если только в уравнении (43) применяются функции более высоких порядков. Таким образом отношение $\frac{p}{p_1}$ приближается к единице и в рупоре нет отражения на высоких частотах.

7. ВЛИЯНИЕ ОТРАЖЕНИЯ ОТ ВЫХОДНОГО ОТВЕРСТИЯ НА ИМПЕДАНС ГОРЛА

Волна, отраженная от выходного отверстия рупора, движется обратно по рупору и, наконец, достигает горла. Давление в любой точке рупора будет векторной суммой давлений прямой и отраженной волн и, следовательно, отличается от давления в рупоре бесконечной длины. Изменения в импедансе горла из-за отраженной волны определяются указанным ниже образом [49].

Полное решение уравнения для экспоненциального рупора дано в уравнении (17) и содержит две произвольные постоянные. Когда

$$k^2 > \frac{1}{4} \beta^2,$$

то

$$\phi = e^{-\frac{1}{2} \beta x} (C_1 \cos \alpha x + D_1 \sin \alpha x), \quad (52)$$

где

$$\alpha = \sqrt{k^2 - \frac{1}{4} \beta^2}.$$

Скорость частиц

$$v = -\frac{\partial \phi}{\partial x} = k e^{-\frac{1}{2} \beta x} \{C_1 \sin(\alpha x + \eta) - D_1 \cos(\alpha x + \eta)\}, \quad (53)$$

где $\eta = \arctg \frac{\beta}{2\alpha}$. Давление у выходного отверстия из уравнения (52)

$$p_2 = i \rho_0 \omega \phi_2 = i \rho_0 \omega e^{-\frac{1}{2} \beta x_2} (C_1 \cos \alpha x_2 + D_1 \sin \alpha x_2), \quad (54)$$

где x_2 расстояние от горла до выхода. Импеданс на единицу площади выходного отверстия из уравнений (53) и (54)

$$z_2 = \frac{p_2}{v_2} = i \rho_0 c \frac{C_1 \cos \alpha x_2 + D_1 \sin \alpha x_2}{C_1 \sin(\alpha x_2 + \eta) - D_1 \cos(\alpha x_2 + \eta)}. \quad (55)$$

Путем преобразования уравнения (55), мы получаем:

$$\frac{D_1}{C_1} = \frac{z_2 \sin(ax_2 + \theta) - i\rho_0 c \cos ax_2}{z_2 \cos(ax_2 + \theta) + i\rho_0 c \sin ax_2}. \quad (56)$$

У горла $x_2 = 0$, $\sin \theta = \frac{\beta}{2k}$, $\cos \theta = \frac{\alpha}{k}$, так что из уравнения (55)

$$z_0 = \frac{i\rho_0 \omega C_1}{-\frac{1}{2}\beta C_1 - \alpha D_1} = \frac{i\rho_0 \omega}{-\frac{1}{2}\beta - \alpha \frac{D_1}{C_1}}. \quad (57)$$

Подставим в уравнение (57) значение $\frac{D_1}{C_1}$ из уравнения (56), тогда импеданс в горле на единицу площади

$$z = - \frac{i\rho_0 \omega \{z_2 \cos(ax_2 + \theta) + i\rho_0 c \sin ax_2\}}{z_2 \left\{ \alpha \sin(ax_2 + \theta) - \frac{1}{2}\beta \cos(ax_2 + \theta) \right\} - i\rho_0 c \left(\alpha \cos ax_2 + \frac{1}{2}\beta \sin ax_2 \right)} = \quad (58)$$

$$= \frac{\rho_0 c \{z_2 \cos(ax_2 + \theta) + i\rho_0 c \sin ax_2\}}{\rho_0 c \cos(ax_2 + \theta) + iz_2 \sin ax_2} = r_0 + ix_0. \quad (59)$$

Когда θ настолько мало, что им можно пренебречь, то

$$r_0 = \rho_0 c \left[\frac{\rho_0 c z_2}{z_2^2 + (\rho_0^2 c^2 - z_2^2) \cos^2 ax_2} \right] \quad (60)$$

и

$$x_0 = \rho_0 c \left[\frac{(\rho_0^2 c^2 - z_2^2) \sin 2ax_2}{2 \{ z_2^2 + (\rho_0^2 c^2 - z_2^2) \cos^2 ax_2 \}} \right]. \quad (61)$$

Вышеприведенное условие относительно θ удовлетворяется, когда $k \gg \frac{1}{2}\beta$, т. е. на частотах, значительно превышающих пограничную частоту, при которых давление и скорость частиц находятся почти в фазе. Значение z_2 у выхода рупора взято такое же, как для пульсирующей полусферы (параграф 5). Когда реактивная компонента z_0 мала, то $z_2 \div \rho_0 c$, импеданс горла $\rho_0 c A_0$ имеет активный характер. Это и следовало ожидать, так как условие $z_2 = \rho_0 c$ у выхода означает, что импеданс рупора соответствует импедансу среды и отраженная волна отсутствует.

8. СКОРОСТЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ В КОНЕЧНОМ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОМ РУПОРЕ

В плоской волне (глава II, параграф 2) смещение частиц

$$\xi = \xi_0 \cos(\omega t - kx),$$

где $kx = \theta$ фазовый угол на расстоянии x от источника. Если скорость распространения изменяется в зависимости от x , то и k также меняется.

Тогда $\theta = \int_0^x k dx$. Если начертить зависимость θ от x , то наклон кри-

вой $\frac{d\theta}{dx} = k$. В конечном ру-

поре особенно вблизи пограничной частоты результат осложняется благодаря наличию отраженной волны. Считая, что распространение волны происходит в одном только положительном направлении, мы можем найти эффективную или результирующую скорость. Из данных [57] рис. 65 можно начертить кривые для θ на различных расстояниях от горла рупора. Так как изменения давления невелики, то возможность изменения формы волны незначительна*, а скорость при любой абсциссе будет $c' = \frac{\omega}{k}$.

Значение β , показателя расширения, 0,046, так что из уравнения $\frac{\omega}{2\pi} = \frac{\beta c}{4\pi}$ пограничная частота для бесконечного рупора 120 гц. При этой частоте у горла c' в 25 раз больше c , у самого выхода она равна $6c$, а на расстоянии от выхода 40 см $c' = 2c$. Повышенную скорость в горле можно было ожидать, основываясь на вышеприведенной теории бесконечных рупоров.

На частоте 800 гц, когда влияние отражения сравнительно мало, c' почти одинаково вдоль рупора и равно 5×10^4 см сек⁻¹ по сравнению** с $3,8 \times 10^4$ см сек⁻¹ для бесконечного рупора. Сразу же после выхода она равна $3,9 \times 10^4$ см сек⁻¹.

* См. главу XI.

** Применяем формулу (27).

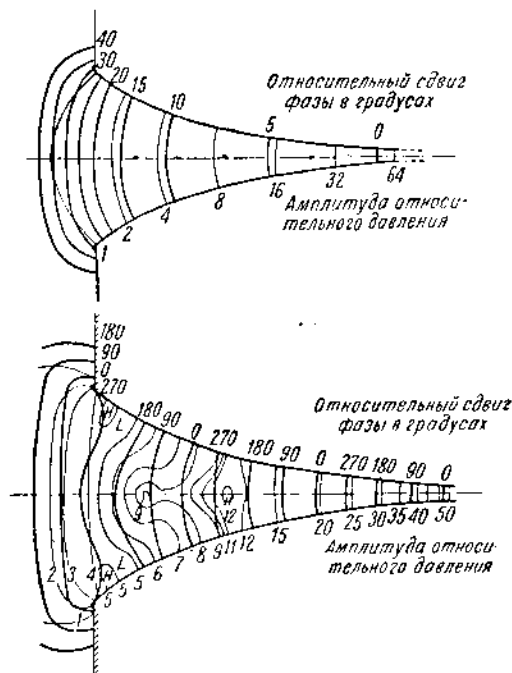


Рис. 65. Относительное давление и его фаза в экспоненциальном рупоре длиной в 173 см. Диаметр выходного отверстия 72 см, $\beta = 0,046$ см; $\frac{\omega}{2\pi} = 120$ гц (наверху) и 800 гц (внизу).

XI. ЗВУКОВЫЕ ВОЛНЫ КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ

1. ВВЕДЕНИЕ

В главе II было указано, что излагаемая теория звука выводится в предположении бесконечно малых амплитуд давления. Но в современных звуковоспроизводящих аппаратах и во многих музыкальных инструментах (оркестр, pedalный орган) амплитуды у источника ни в коем случае не являются бесконечно малыми. Давление в горле мощного рупорного громкоговорителя достигает значения 4×10^4 дин. см⁻², т. е. $\frac{1}{25}$ нор-

мального атмосферного давления (см. параграф 9). Для того, чтобы оценить это значение, нужно учесть, что звуковое давление на барабанную перепонку в 5 дин. см⁻² вызывает ощущение довольно большой громкости.

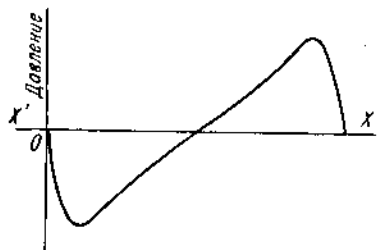


Рис. 66. Искажение формы волны при большой амплитуде звукового давления.

При распространении плоской звуковой волны конечной амплитуды плотность среды вдоль волны изменяется от максимума (у гребня) до минимума (в долине). Скорость распространения звука постепенно уменьшается от максимума к минимуму. Результат этого показан на рис. 66, из которого видно значительное изменение формы волны.

Предыдущий математический анализ, основанный на предположении бесконечно

малых амплитуд, теряет при этом свое физическое значение. Есть много данных о звуковых импульсах при выстрелах [223]. Измерения при взрывах (давление передается через трубку, открытую с одного конца) обнаруживают скорости, изменяющиеся от $1,2 \times 10^5$ см сек⁻¹ до нормальной величины в $3,43 \times 10^4$ см сек⁻¹ (53).

Применение математического анализа к волнам конечной амплитуды обычно ограничивалось случаем плоских волн [52, 54, 55, 216, 219].

Полный математический анализ звуковых волн конечной амплитуды слишком сложен. Но все же, используя предположения, сделанные в главе X (за исключением предположения о бесконечно малых амплитудах), мы покажем, как получается дифференциальное уравнение распространения звука для рупора.

2. ЗВУКОВЫЕ ВОЛНЫ КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ В РУПОРЕ

Рассмотрим на рис. 67 слой, лежащий между двумя параллельными плоскостями, перпендикулярными к оси рупора. Его аксиальная толщина в состоянии покоя dx , а площадь поперечного сечения $A = A_0 \phi(x)$, где $\phi(x)$ — функция расстояния x от горла. В некоторый момент при прохождении звуковой волны, частицы, находившиеся первоначально в x , окажутся в $x + \xi$. Толщина слоя теперь $dx + \frac{\partial \xi}{\partial x} dx = dx(1 + \xi')$. Если

положим $z = x + \xi$, то $z' = \frac{\partial z}{\partial x} = 1 + \xi'$, так что новое значение толщины будет $z'dx$, а соответствующая площадь $A_0 \phi(x + \xi) = A_0 \phi(z)$. Так как масса слоя остается постоянной, то, приравняв массы, получаем:

$$\rho_0 dx A_0 \phi(x) = \rho dx z' A_0 \phi(z)$$

или

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{1}{\chi z'}, \quad (1)$$

где

$$\chi = \frac{\phi(z)}{\phi(x)}.$$

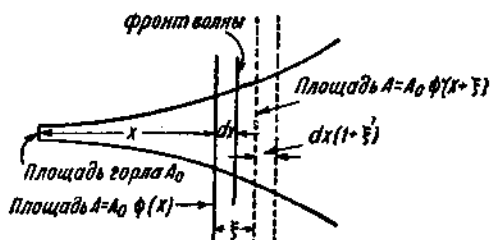


Рис. 67.

Дифференцируя уравнение (1), получаем

$$-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{z''}{\chi (z')^2} + \frac{\chi'}{\chi^2 z'}, \quad (2)$$

где

$$z'' = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \xi''$$

и

$$\chi' = \frac{\partial \chi}{\partial x}.$$

Для адиабатного процесса

$$p = p_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma.$$

Отсюда,

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} = \frac{\gamma p_0}{\rho_0} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\gamma-1} = c^2 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\gamma-1} = \frac{c^2}{(\chi z')^{\gamma-1}}. \quad (3)$$

Умножая обе части уравнения (2) на $\frac{\partial p}{\partial \rho}$ из уравнения (3), получаем

$$-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} = c^2 \left\{ \frac{z''}{(z')^{\gamma+1} \chi^\gamma} + \frac{\chi'}{(z')^\gamma \chi^{\gamma+1}} \right\}. \quad (4)$$

Разность давлений на обе стороны слоя будет $-\frac{\partial p}{\partial x} dx A_0 \phi(z)$. * Она равна произведению массы слоя на аксиальное ускорение, т. е.

$$-\frac{\partial p}{\partial x} dx A_0 \phi(z) = \rho_0 \ddot{\xi} A_0 \phi(x) dx \quad (5)$$

или

$$-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\ddot{\xi}}{\chi},$$

где

$$\ddot{\xi} = \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}.$$

Приравняв уравнения (4) и (5), получаем

$$z'' + \frac{z' \chi'}{\chi} = \frac{(z')^{\gamma+1} \chi^{\gamma-1}}{c^2} \ddot{\xi}. \quad (6)$$

Это и есть уравнение рупора для конечных амплитуд.

3. ПЛОСКИЕ ВОЛНЫ КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ

Анализ вполне строг для случая плоских волн. В этом случае $\phi(x)$ постоянна, так что $\chi = 1$ и $\chi' = 0$. Таким образом уравнение (6) принимает вид

$$z'' = \frac{(z')^{\gamma+1}}{c^2} \ddot{\xi}. \quad (7)$$

Так как $z'' = \xi''$, $az' = 1 + \xi'$, то уравнение (7) можно написать в следующем виде:

$$\xi'' = \frac{(1 + \xi')^{\gamma+1}}{c^2} \ddot{\xi}. \quad (8)$$

Это хорошо известное уравнение для плоских волн конечной амплитуды [216, 219].

* Так как абсцисса равна $(x + \xi)$, то разность давлений будет

$$-\frac{\partial p}{\partial (x + \xi)} dx (1 + \xi') A_0 \phi(z).$$

Далее

$$\partial(x + \xi) = \partial x + \partial x \frac{\partial \xi}{\partial x} = \partial x (1 + \xi'),$$

так что разность давлений будет

$$-\frac{\partial p}{\partial x} dx A_0 \phi(z).$$

Для бесконечно малых амплитуд $\xi' \ll 1$ и

$$\xi'' = \frac{\xi}{c^2}, \quad (9)$$

что тождественно выражению (15) главы II.

4. СФЕРИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ

Анализ, приведенный в параграфе 2, может быть применен к случаю распространения сферических волн от радиально пульсирующей сферы или в коническом рупоре. В обоих случаях площадь фронта сферической волны определяется уравнением $A = \Omega x^2$, где Ω телесный угол. Площадь плоского фронта волны в коническом рупоре будет $A = A_1 x^2$, где A_1 — константа, а x — расстояние от вершины. Таким образом, формулы для плоских и сферических фронтов волн отличаются только коэффициентами Ω и A_1 , так что анализ имеет силу для обоих случаев.

Значение χ будет

$$\left(\frac{x + \xi}{x}\right)^2 = \left(1 + \frac{2\xi}{x} + \frac{\xi^2}{x^2}\right),$$

так что

$$\chi' = 2\left(\frac{\xi'}{x} - \frac{\xi}{x^2}\right) + 2\xi\left(\frac{\xi'}{x^2} - \frac{\xi}{x^3}\right). \quad (10)$$

Для случая конечных амплитуд нужно решить уравнение (6), используя эти значения χ и χ' . Для случая бесконечно малых амплитуд задача лучше всего решается методом главы X с использованием потенциала скорости.

5. ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫЙ РУПОР

Для такого рупора $A = A_0 e^{\beta x}$, так что $\phi(x) = e^{\beta x}$, а $\phi(z) = e^{\beta(x+\xi)}$. Таким образом

$$\chi = \frac{\phi(z)}{\phi(x)} = e^{\beta\xi}$$

и

$$\chi' = \beta\xi' e^{\beta\xi}.$$

Соответственно для конечных амплитуд уравнение (6) принимает вид

$$\xi'' + \beta\xi'(1 + \xi') = \frac{e^{(\gamma-1)\beta\xi}}{c^2} (1 + \xi')^{\gamma+1}\xi. \quad (11)$$

Для бесконечно малых амплитуд ξ стремится к нулю, $\xi' \ll 1$ и уравнение (11) превращается в

$$\xi'' + \beta\xi' - \frac{\xi}{c^2} = 0. \quad (12)$$

Для гармонического движения $\xi = -\omega^2 z$ и уравнение (12) принимает вид

$$\xi'' + 3\xi' + k^2\xi = 0, \quad (13)$$

что тождественно по форме с уравнением (16) главы X.

6. СКОРОСТЬ ЧАСТИЦ

При выводе уравнения (1) рассматривалась частица, смещение которой относительно положения покоя x в некоторый момент равно ξ . Нужно обратить особое внимание на правильную интерпретацию $\frac{\partial \xi}{\partial t}$. Это есть скорость частицы с изменяющейся абсциссой $x + \xi$. Это не скорость в точке x , а скорость на переменной абсциссе $x + \xi$. Скорость частиц в x , т. е. скорость, с которой частицы проходят через эту точку, будет

$$u = \frac{\partial \xi}{\partial t} - \xi \frac{\partial u}{\partial x}. \quad (14)$$

7. ЗВУКОВОЕ ДАВЛЕНИЕ

Решая уравнение (11), получаем выражение для ξ , хотя на практике обычно требуется знать величину звукового давления p_1 . Из главы II мы знаем, что $c^2 = \frac{\gamma p_0}{\rho_0}$, откуда $p_0 = \frac{\rho_0 c^2}{\gamma}$.

Итак

$$p_1 = (p - p_0) = p_0 \left(\frac{p}{p_0} - 1 \right) = \frac{\rho_0 c^2}{\gamma} \left(\frac{p}{p_0} - 1 \right). \quad (15)$$

Но для адиабатных процессов из уравнения (1)

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma = \left(\frac{1}{\chi z'} \right)^\gamma. \quad (16)$$

Подставив значение $\frac{p}{p_0}$ из уравнения (16) в уравнение (15), получим избыточное давление

$$p_1 = \frac{\rho_0 c^2}{\gamma} \left\{ \frac{1}{(\chi z')^\gamma} - 1 \right\}. \quad (17)$$

Теперь χ и z' могут быть выражены через ξ и ее производные. Таким образом, применяя значение ξ из уравнения (11), мы можем определить звуковое давление в любой точке на оси рупора. Значение p_1 из уравнения (17) есть избыточное давление в точке $x + \xi$. Избыточное давление в точке x равно

$$p = p_1 - \xi \frac{\partial p}{\partial x}.$$

8. ПОГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

При решении уравнения (11) мы представляем себе, что в горле рупора находится жесткая диафрагма, площадь которой A_0 и движение которой определяется равенством $\xi = \xi_{\max} \cos \omega t$. Скорость диафрагмы $u = -\omega \xi_{\max} \sin \omega t$. Звуковое давление на диафрагму для основной частоты будет $p = -\rho_0 c \omega \xi_{\max} \sin(\omega t - \alpha)$, где α фазовый угол между давлением и скоростью. Мощность, передаваемая рупором, будет средним значением произведения pu за время полного периода колебания диафрагмы. Она будет равна $\frac{1}{2} \rho_0 c \omega^2 \xi_{\max}^2 A_0 \cos \alpha$, где $\cos \alpha$ коэффициент мощности. Когда волна проходит вдоль рупора, она меняет свою форму и создает гармоники. Так как рассеяние отсутствует, то мощность должна быть постоянной и следовательно мощность основной частоты уменьшается за счет мощности гармоник.

9. ЗВУКОВОЕ ДАВЛЕНИЕ В ГОРЛЕ РУПОРА

Определим звуковое давление в горле рупора на частотах выше пограничной, когда давление и скорость частиц при синусоидальном движении совпадают по фазе.

Сопротивление излучения в горле будет $r_r = \rho_0 c A_0$ (глава X), а излучаемая мощность $P = \frac{1}{2} r_r \xi_{\max}^2$.

Таким образом, скорость частиц $\xi_{\max} = \sqrt{\frac{2P}{r_r}}$.

Так как $p_{\max} = r_r \xi_{\max}$, то $p_{\max} = \sqrt{2Pr_r} = \sqrt{2\rho_0 c A_0 P}$. (18)

Для воздуха $\rho_0 c = 42$, $A_0 = \pi a_0^2$ и если мы примем $P = 1 \text{ вт}$ ($10^7 \text{ эрг. сек}^{-1}$), то давление в горле при излучении одного ватта будет

$$p_{\max} = 5,14 \times 10^4 a_0 \text{ дин. см}^{-2} \quad (19)$$

где a_0 — радиус сечения горла рупора.

При $a_0 = 0,85 \text{ см}$ максимальное давление в горле будет $4,4 \times 10^4 \text{ дин. см}^{-2}$ или около $\frac{1}{21}$ части атмосферного давления. Амплитуда частиц, исходя из вышесказанного, будет

$$\xi_{\max} = \frac{1}{\omega} \sqrt{\left(\frac{2P}{r_r}\right)} = \frac{390}{\omega a_0} = 1,46 \text{ см.}$$

при 50 гц, что соответствует максимальной скорости 460 см сек^{-1} .

ХІІ. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ [79 б]

Выше мы рассматривали исключительно установившиеся процессы. Обычно, если громкоговоритель имеет хорошую частотную характеристику, то он и переходные процессы также воспроизводит хорошо. Все же нам надлежит углубиться в теорию воспроизведения переходных явлений и рассмотреть процессы воспроизведения как при идеальных, так и в реальных условиях.

1. Раньше всего предположим, что имеем жесткий диск, колеблемый катушкой, как в главе VII; диск помещен в бесконечный плоский экран; для связи выходной лампы усилителя со звуковой катушкой служит совершенный трансформатор. Предположим, что ток в катушке в точности воспроизводит напряжение импульса (переходного процесса), прилагаемого к сетке лампы. Пусть также диск настолько мал, что добавочная масса или постоянна или незначительна в значительном диапазоне частот, захватываемом переходным процессом. Сила, действующая на диск, а следовательно и его ускорение, будут воспроизводить в своих изменениях электродвижущую силу, подводимую к сетке при условии, что акустическое активное сопротивление мало по сравнению с реактивным сопротивлением диска, т. е. движение диска будет в основном определяться инерцией. Но в главе V (параграф 1, уравнение (7)) было доказано, что аксиальное давление в точке, достаточно удаленной от диска, будет изменяться прямо пропорционально ускорению диска. Следовательно, при сделанных предположениях акустическое воспроизведение неустановившихся процессов будет совершенным.

Постулированные выше условия можно рассмотреть аналитически при помощи уравнений (1) и (2) главы VII. Если переходный процесс представлен функцией $E = \chi(t)$, то ток будет пропорционален E , если только LDI и $CD\dot{\xi}$ малы по сравнению с R . Это означает, что L и C должны быть малы по сравнению с R . Тогда ток катушки принимает следующий вид: $I = A_1 \chi(t)$. Подставляя это значение в уравнение (1), получим

$$mD^2\xi + r_e D\xi + s\xi = CA_1 \chi(t).$$

Так как звуковое давление в отдаленной точке пропорционально ускорению $D^2\xi$, то для совершенного воспроизведения импульса r_e и s должны быть бесконечно малы. Другими словами, влияние электрической индуктивности и коэффициента C , а также механической упругости s и сопротивления излучения должно быть незначительно по сравнению с влиянием m . Таким образом инерция должна представлять собой основной определяющий фактор. При этих условиях неустановившиеся процессы хорошо воспроизводятся на оси при всех частотах.

Рассмотрим три диска, описанные в главе VIII, движимых звуковой катушкой; радиусы дисков 5, 10 и 15 см; эффективная масса изменяется с частотой. Если напряжение на сетке и ток катушки связаны линейной зависимостью, то все же будет иметь место относительное понижение ускорения на низкочастотных компонентах переходного процесса. Таким образом, аксиальное давление этих компонент уменьшается по сравнению с высокочастотными компонентами; благодаря этому происходит искажение. На практике ток катушки при заданном напряжении на сетке зависит от импеданса всего анодного контура. Ток, как указано на рис. 52, значительно изменяется с частотой ω , достигая максимума при частоте электромеханического резонанса. Более низкие и более высокие составляющие синусоидальных колебания, на которые можно разложить неустановившийся процесс, уменьшаются по величине и сдвигаются по фазе. Искажения происходят на всем диапазоне частот. Подбирая постоянную времени контура возможно более низкой, мы можем уменьшить искажение высокочастотных составляющих.

Если учесть общее влияние изменений эффективной массы и электрического импеданса, то получим результирующее искажение переходного процесса. Эффективная масса диска и движущая сила, приложенная к диску для данной формы сигнала на сетке лампы, изменяются с частотой, так что ускорение, а следовательно и аксиальное давление, изменяются так же. Степень искажения зависит конечно от формы сигнала (импульса), т. е. от относительных амплитуд и фаз компонент его спектра.

До сих пор мы рассматривали только явления неустановившегося режима на оси диска. Если мы выберем точку, достаточно отдаленную от оси, то встретимся с явлениями исчезновения высоких частот благодаря интерференции (глава V, параграф I). Этот фактор нужно добавить к предыдущим источникам искажения.

2. НАЧАЛЬНАЯ ЧАСТЬ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА ВИДА $e^{-at} \sin \omega t$

Какой бы ни была форма переходного процесса, он может быть выражен математически интегралом Фурье, т. е. в виде сплошного спектра с частотами от нуля и выше до бесконечности. Имеют значения при этом не только амплитуды составляющих, но и их фазы. Если акустический импульс резко нарастает до своего максимального значения, то высокочастотные компоненты его спектра имеют чрезвычайно большое значение. Если высокие частоты заваливаются благодаря индуктивности в электрической части воспроизводящего устройства, то ослабляется начальная резкость импульса. Анализ с применением интеграла Фурье будет несколько затруднителен, поэтому мы рассмотрим особую форму переходного процесса, при которой интеграл Фурье нам не понадобится. Для обычных целей для аналитического рассмотрения подходит процесс типа $e^{-at} \sin \omega t$. Раньше всего мы сделаем некоторые упрощающие допущения и только в дальнейшем будем рассматривать проблему вполне строго. Первый член ряда для $\sin \omega t$ будет ωt , так что мы можем принять форму te^{-at} , как первое приближение к рассматриваемому типу пе-

реходного процесса, и применить его к случаю жесткого диска с подвижной катушкой (глава VII). Применяя анализ главы VII к данному случаю, нам нужно электродвижущую силу E заменить на $E_0 te^{-\alpha t}$. Если собственная частота системы весьма низка, то членом, содержащим упругость s , можно пренебречь. Дифференциальное уравнение третьего порядка, к которому мы придем, включает не только механические силы, но также влияние электрического контура на механическую систему.

Рассматривая механические и электрические силы, связанные с системой, как в главе VII, мы имеем:

$$mD^2 \dot{\xi} + r_e D \dot{\xi} = CI, \quad (1)$$

$$LDI + RI + CD \dot{\xi} = E_0 te^{-\alpha t}. \quad (2)$$

Из уравнения (1) $I = \frac{mD^2 \dot{\xi} + r_e D \dot{\xi}}{C}$; подставив в уравнение (2), получаем:

$$(D^3 + \beta D^2 + \gamma D) \dot{\xi} = \theta te^{-\alpha t}, \quad (3)$$

где

$$\beta = \frac{R}{L} + \frac{r_e}{m}; \quad \gamma = \frac{r_e R + C^2}{mL}; \quad \theta = \frac{E_0 C}{mL}.$$

Чтобы найти общее решение уравнения (3), положим

$$[D(D^2 + \beta D + \gamma)] \dot{\xi} = 0,$$

так что $D \dot{\xi} = 0$ или $\dot{\xi} = \xi_1$, а также

$$(D^2 + \beta D + \gamma) \dot{\xi} = 0.$$

Решение этого уравнения может быть в трех видах соответственно тому, к какому режиму относятся колебания системы, предоставленной самой себе: аperiodическому, критическому и колебательному. Обычно сопротивление контура, благодаря влиянию магнитного поля (см. глава VII), слишком велико для того, чтобы получить колебательный режим, так что решение отвечает аperiodическому состоянию. Следовательно, при $\theta = 0$, уравнение (3) удовлетворяется функцией

$$\dot{\xi} = A_1 e^{\lambda_1 t} + B_1 e^{\lambda_2 t} + \xi_1; \quad (4)$$

это и есть общее решение. A_1 и B_1 — произвольные постоянные, определяемые ниже; λ_1 и λ_2 определяются следующим уравнением

$$\left. \begin{matrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{matrix} \right\} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4\gamma}}{2}. \quad (5)$$

Для нахождения частного решения уравнения (3), предположим, что

$$\dot{\xi} = (C_1 + D_1 t) e^{-\alpha t}.$$

Подставив в уравнение (3) и произведя все требующиеся преобразова-

ния, мы наконец получим

$$D_1 = - \frac{\eta}{\alpha(\alpha^2 - \alpha\beta + \gamma)} \quad (6)$$

и

$$\varphi D_1 = \alpha C_1, \quad (7)$$

где

$$\varphi = \frac{3\alpha^2 - 2\alpha\beta + \gamma}{\alpha^2 - \alpha\beta + \gamma}. \quad (7a)$$

Полное решение уравнения (3) будет следовательно:

$$\xi = A_1 e^{\lambda_1 t} + B_1 e^{\lambda_2 t} + (C_1 + D_1 t) e^{-\alpha t} + \xi_1. \quad (8)$$

Так как подводимая электродвижущая сила $= E_0 t e^{-\alpha t}$, то, когда $t=0$, система находится в покое и сила равна нулю. Также скорость $D\xi=0$ и ускорение $D^2\xi=0$; это — условия, которым должно удовлетворять решение. Из уравнения (8) посредством дифференцирования и подстановки $\varphi D_1 = \alpha C_1$, получаем:

$$D\xi = A_1 \lambda_1 e^{\lambda_1 t} + B_1 \lambda_2 e^{\lambda_2 t} + D_1 e^{-\alpha t} [(1 - \varphi) - \alpha t] \quad (9)$$

и

$$D^2\xi = A_1 \lambda_1^2 e^{\lambda_1 t} + B_1 \lambda_2^2 e^{\lambda_2 t} + D_1 \alpha e^{-\alpha t} [(\varphi - 2) + \alpha t]. \quad (10)$$

Введем условия $D\xi=0$, $D^2\xi=0$, $t=0$ в уравнения (9) и (10); мы получим

$$A_1 \lambda_1 + B_1 \lambda_2 = D_1 (\varphi - 1), \quad (11)$$

$$A_1 \lambda_1^2 + B_1 \lambda_2^2 = D_1 \alpha (2 - \varphi). \quad (12)$$

Решая эти уравнения совместно, найдем, что

$$A_1 \lambda_1^2 = \frac{D_1 \lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \{ \alpha (2 - \varphi) + \lambda_2 (1 - \varphi) \} = \quad (13)$$

$$= D_1 \varphi \quad (14)$$

и

$$B_1 \lambda_2^2 = - \frac{D_1 \lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \{ \alpha (2 - \varphi) + \lambda_1 (1 - \varphi) \} = \quad (15)$$

$$= D_1 \chi. \quad (16)$$

Подставив уравнения (14) и (16) в уравнение (10), получим

$$\frac{D^2\xi}{D_1} = \varphi e^{\lambda_1 t} + \chi e^{\lambda_2 t} + \alpha e^{-\alpha t} [(\varphi - 2) + \alpha t]. \quad (17)$$

Так как давление на оси диска зависит от ускорения и D_1 постоянно, то уравнение (17) дает полное решение задачи. В уравнении (17) исходный переходной процесс пропорционален $\alpha^2 t e^{-\alpha t}$, а $\varphi e^{\lambda_1 t} + \chi e^{\lambda_2 t} + \alpha(\varphi - 2)e^{-\alpha t}$ пропорционально разности между воспроизведенной и исходной формами волны, т. е. характеризует искажение.

Предельное положение катушки и диска легко найти из предыдущего анализа. Если $\xi = 0$, когда $t = 0$, то из уравнения (8)

$$\xi_1 = -[A_1 + B_1 + C_1]. \quad (18)$$

Применяя уравнения (7), (13) и (15), мы получаем

$$\xi_1 = \frac{\alpha^2 (2 - \varphi) + \alpha (1 - \varphi) (\lambda_1 + \lambda_2) + \varphi \lambda_1 \lambda_2}{\alpha \lambda_1 \lambda_2}. \quad (19)$$

Из уравнения (8), когда $t = \infty$, то, так как все показатели отрицательны, $\xi = \xi_1$; конечное место смещения катушки определяется из уравнения (19). Обычно ξ не равно нулю при $t = 0$, так что для воспроизведения при отсутствии упругого натяжения в громкоговорителе потребовалось бы радиальное поле с очень большой аксиальной длиной. Чтобы ограничить перемещения катушки и диска, необходимо применить упругое закрепление при помощи центрирующего приспособления или кольцевого подвеса или же того и другого одновременно. Тогда форма воспроизведенной волны изменится. Уравнения для этого случая будут

$$mD^2\ddot{\xi} + r_e D\dot{\xi} + s\xi = Cl, \quad (20)$$

$$LDI + RI + CD\dot{\xi} = E_0 te^{-\alpha t}, \quad (21)$$

что в конечном результате дает

$$(D^3 + \beta_1 D^2 + \gamma_1 D + \delta_1) \xi = \eta te^{-\alpha t}. \quad (22)$$

Общее решение уравнения (22) будет иметь следующий вид:

$$\xi = A_1 e^{i_1 t} + B_1 e^{i_2 t} + C_1 e^{i_3 t},$$

а частное решение будет

$$\xi = (D_1 + E_1 t) e^{-\alpha t}.$$

Три произвольные постоянные общего решения определяются из следующих условий: 1) $t = 0$; $\xi = 0$; 2) $t = 0$, $D\xi = 0$; 3) $t = 0$, $D^2\xi = 0$.

Общее решение может содержать (а) синусоидальное колебание, наложенное на затухающую кривую, (б) только затухающую кривую. В случае (а) λ_1 , λ_2 мнимы, а λ_3 отрицательна. В случае (б) λ_1 , λ_2 , λ_3 — действительны. Очевидно, что результирующее воспроизведение переходных процессов зависит от соотношений между параметрами контура. Если общее решение имеет колебательный характер, то полное решение представляет собой собственное колебание системы плюс добавочная затухающая кривая, которые налагаются на переходный процесс типа $te^{-\alpha t}$.

3. ПОЛНЫЙ ПЕРЕХОДНОЙ ПРОЦЕСС ВИДА $e^{-\alpha t} \sin \omega t$

Когда аксиальная упругость мала, а процесс имеет форму

$$E_0 e^{-\alpha t} \sin \omega t,$$

то уравнение (3) можно написать в следующем виде:

$$(D^3 + \beta D^2 + \gamma D) \xi = b e^{-\alpha t} \sin \omega t. \quad (23)$$

Как и раньше общее решение будет $A_1 e^{\lambda_1 t} + B_1 e^{\lambda_2 t} + \xi_1$.

Чтобы найти частный интеграл, предположим

$$\xi = e^{-\alpha t} (C_1 \sin \omega t + D_1 \cos \omega t).$$

Тогда C_1 и D_1 получатся при решении системы уравнений

$$\begin{cases} C_1 y_1 + D_1 z_1 = b \\ C_1 y_2 + D_1 z_2 = 0 \end{cases} \quad (24)$$

где

$$y_1 = -2\alpha\omega^2(\alpha - 1) + \beta(\alpha^2 - \omega^2) - \gamma\alpha,$$

$$y_2 = -\omega(\alpha^2 - \omega^2) - 2\alpha\beta\omega + \gamma\omega,$$

$$z_1 = \omega(\alpha^2 + \omega^2)(\alpha - 1) + 2\alpha\beta\omega - \gamma\omega,$$

$$z_2 = -2\alpha\omega^2(\alpha - 1) + \beta(\alpha^2 + \omega^2) - \gamma\alpha.$$

Соответственно полное решение уравнения (23) будет

$$\xi = A_1 e^{\lambda_1 t} + B_1 e^{\lambda_2 t} + e^{-\alpha t} (C_1 \sin \omega t + D_1 \cos \omega t) + \xi_1. \quad (25)$$

Дифференцируем уравнение (25), определяем скорость

$$\begin{aligned} D\xi &= A_1 \lambda_1 e^{\lambda_1 t} + B_1 \lambda_2 e^{\lambda_2 t} + \\ &+ e^{-\alpha t} [(C_1 \omega - D_1 \alpha) \cos \omega t - (C_1 \alpha + D_1 \omega) \sin \omega t], \end{aligned} \quad (26)$$

а ускорение

$$\begin{aligned} D^2 \xi &= A_1 \lambda_1^2 e^{\lambda_1 t} + B_1 \lambda_2^2 e^{\lambda_2 t} + \\ &+ e^{-\alpha t} [\{C_1(\alpha^2 - \omega^2) + 2D_1 \alpha \omega\} \sin \omega t + \{D_1(\alpha^2 - \omega^2) - 2C_1 \alpha \omega\} \cos \omega t] \end{aligned} \quad (27)$$

Значения C_1 и D_1 , находящиеся из уравнения (24), введены в уравнения (26) и (27). Эти два уравнения далее решаются при условиях $\xi = 0$, $D\xi = 0$, $D^2 \xi = 0$ и $t = 0$, как и раньше.

Это решение дает ξ_1 , A_1 , B_1 и следовательно является полным. Определение формы воспроизведения процесса $E_0 e^{-\alpha t} \sin \omega t$ является теперь делом только арифметики и предоставляется читателю.

БИБЛИОГРАФИЯ

СОКРАЩЕНИЯ

1. A. E. G. M. — A. E. G. Mitteilungen.
2. A. P. — Annalen der Physik.
3. B. T. J. — Bell System Technical Journal.
4. C. J. R. — Canadian Journal of Research.
5. E. N. T. — Elektrische Nachrichten — Technik.
6. E. T. Z. — Elektrotechnische Zeitschrift.
7. E. u. M. — Elektrotechnik und Maschinenbau.
8. G. E. R. A. — General Electric Review, America.
9. J. A. I. E. E. — Journal American Institute Electrical Engineers.
10. J. A. S. A. — Journal Aconstical Society, America.
11. J. F. I. — Journal Franklin Institute, America.
12. J. I. E. E. — Journal Institution Electrical Engineers, London.
13. J. I. E. E. J. — Journal Institution Electrical Engineers, Japan.
14. J. S. I. — Journal Scientific Instruments, London.
15. J. S. M. P. E. — Journal Society Motion Picture Engineers, America.
16. P. I. R. E. — Proceedings Institute Radio Engineers, America.
17. P. M. — Philosophical Magazine, London.
18. P. R. — Physical Review, America.
19. P. P. S. L. — Proceedings Physical Society, London.
20. P. R. S. L. — Proceedings Royal Society, London.
21. P. Z. — Physikalische Zeitschrift.
22. S. Z. — Siemens Zeitschrift.
23. W. E. — Wireless Engineer and Experimental Wireless, London.
24. W. V. S. K. — Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus dem Siemens — Konzern.
25. W. W. R. R. — Wireless World and Radio Review, London.
26. Z. f. H. — Zeitschrift für Hochfrequenztechnik.
27. Z. T. P. — Zeitschrift für technische Physik.

НАУЧНЫЕ СТАТЬИ

Добавочная масса

1. Lamb. H. P. R. S. L. A. 98, 205, 1920.
2. McLachlan N. W. and Sowter G. A. V. P. M. (a) 11, 1, 1931; (b) 11, 1137, 1931. (c) 12, 771, 1931.
3. McLachlan N. W. (a) J. I. E. E. 69, 612, 1931; (b) P. M. 14, 1012, 1932. (c) P. M. 15, 443, 1933.
4. — (a) P. P. S. L. 44, 546, 1932. (b) J. A. S. A. 5, 167, 1933.
5. Strutt M. J. O. W. E. 9, 143, 1932.

Кино и мощные громкоговорители

6. Bostwick. L. G. J. A. S. A. 2, 242, 1930.
7. Bostwick L. G. and Blattner D. G. J. S. M. P. E. 14, 161, 1930.
8. Graf H. Z. T. P. 10, 334, 1929.
9. Hanna, C. R. J. A. I. E. E. 47, 607, 1928.

10. Kellogg, E. W. J. A. S. A. 3, 94, 1931.
11. Malter L. J. S. M. P. E. 14, 611, 1930.
12. Heumann H. Z. T. P. 11, 548, 1929.
13. — (a) W. V. S. K. 9, 226, 1930 (b) S. Z. 10, 562, 1930.
14. — and Trendelenberg F. Z. f. H. 37, 149, 1931.
15. Olson H. F. J. A. S. A. 2, 485, 1931.
16. Trendelenberg, F. S. Z. F. 141, 1927.
17. — E. T. Z. 48, 1685, 1927.
18. Wente E. C. and Thuras A. L., B. T. J. 7, 140, 1928.
- 18a. Watkins S. S. A. Data given to author regarding new Western Electric Co. installations.
19. Wigge H. A. E. G. M. H. 1, 34, 1931.
20. — S. Z. 11, 163, 1931.
21. Zwicker, C. E. u. M. 48, 936, 1930.

Конденсаторные или электростатические громкоговорители

22. Edelman P. E. P. I. R. E. 19, 256, 1931.
23. Greaves V. F., Kranz F. W. and Crozier W. D. P, I, R, E, 17, 1142, 1929.
24. Green G. P. M. 2, 497, 1926.
25. — P. M. 7, 115, 1929.
26. Hahnle W. W. V. S. K. 11, 1, 1932.
27. Hanna C. R. J. A. S. A. 2, 150, 1931.
28. Kyle C. U. S. Patent 1, 644, 387.
29. — U. S. Patent 1, 746, 540.
30. McLachlan, N. W. (a) British Pat. 206, 601 (1922); (b) J. A. S. A. 5, 167, 1933.
31. Vogt H. E. T. Z. 52, 1402, 1931.
32. — Z. T. P. 12, 632, 1931.
33. — Technical data sent to author 31/XII, 1932.

Эффективная масса

34. McLachlan, N. W. and Sowter G. A. V. P. M. (a) 11, 1, 1931; (b) 12, 771, 1931.
35. McLachlan N. W. (a) W. W. R. R. 29, 166, 1931; (b) P. P. S. L, 44, 88, 1932.
36. Strutt M. J. O. W. E. 9, 143, 1932.
37. — A. P. 10, 244, 1931.
38. Warren, A. G. P. M. 9, 881, 1930.

Коэффициент полезного действия

39. Bostwick L. G. A. J. A. S. A. 2, 242, 1930.
40. Bostwick and Blattner D. G. J. S. M. P. E. 14, 161, 1930.
41. Cook E. D. G. E. R. A. 33, 505, 1930.
42. Graf H. Z. T. P. 10, 334, 1929.
43. Hanna C. R. J. A. I. E. E. 47, 607, 1928.
44. McLachlan N. W. and Sowter G. A. P. M. 12, 771, 1931.
45. Malter L. J. S. M. P. E. 14, 611, 1930.
46. Neumann H. Z. T. P. 11, 548, 1929.
47. — W. V. S. K. 9, 226, 1930.
48. Oliver D. A. W. E. 7, 653, 1930.
49. Olson, H. F. J. A. S. A. 2, 485, 1931.
50. Wente E. C. and Thuras A. L. B. T. J. 7, 140, 1928.

Звуковые волны конечной амплитуды

51. Earnshaw. Phil Trans. Roy Soc. 60, 133, 1858.
52. Fay, R. D. J. A. S. A. 3, 222, 1931.
53. Rayman W., Robinson H. and Shepherd W. C. F. Safety of Mines Research Board Nos. 18, 19, 1926.

54. Rayleigh. Lord. P. R. S. L. A. 84, 247, 1910.

55. Taylor G. I. P. R. S. L. A. 84, 371, 1910.

Рупора

56. Ballantine S. J. F. I. 203, 85, 1927.

56a. Goldsmith A. N. and Minton J. P. P. I. R. E. 12, 423, 1924.

57. Hall W. M. J. A. S. A. 3, 552, 1932.

58. Hanna C. R. and Slepian J. J. A. I. E. E. 43, 397, 1924.

59. Hoersch V. A. P. R. 25, 218, 1925.

60. — P. R. 25, 225, 1925.

61. Kellogg E. W. G. E. R. A. 27, 556, 1924.

62. Maxfield J. P. and Harrison H. C. J. A. I. E. E. 45, 243, 1926.

63. Stenzel H. A. E. G. M. H. 5, 310, 1931.

64. — Z. T. P. 12, 621, 1931.

65. Stewart G. W. P. R. 16, 313, 1920.

66. — P. R. 25, 230, 1925.

67. — Webster A. G. Proc. Nat. Acad. Sc. Washington 5, 275, 1919.

68. Williams S. J. F. I. 202, 413, 1926.

Рупорные электродинамические громкоговорители

69. Bostwick L. G. J. A. S. A. 2, 242, 1930.

70. — and Blattner D. G. J. S. M. P. E. 14, 161, 1930.

71. Hanna C. R. J. A. I. E. E. 47, 607, 1928.

72. — J. A. S. A. 2, 150, 1931.

73. Malter L. J. S. M. P. E. 14, 611, 1930.

74. Olson H. F. (a) J. A. S. A. 2, 485, 1931; (b) J. S. M. P. E. May 1932.

75. Stenzel H. A. E. G. M. H. 5, 310, 1931.

76. Wente E. C. and Thuras A. L. B. T. J. 7, 140, 1928.

Безрупорные электродинамические громкоговорители

Теория

77. Cosens C. R. W. E. 6, 353, 1929.

78. Hahnle, W. W. V. S. K. 10, 73, 1931.

78a. — W. V. S. K. 11, 1, 1932.

79. McLachlan N. W. (a) W. W. R. R. 20, 372, 1927; (b) P. M. 7, 1011, 1929.

80. — W. E. (a) 9, 151, 1932; (b) 9, 573, 1932; (c) P. M. 10, 204, 1933; (d) W. E. 10, 375, 1933.

81. Riegger H. W. V. S. K. 3, 67, 1924.

82. Schweikert G. Z. f. Fernm. 9, 1, 1928.

Практика

83. Bedford. A. V. J. A. S. A. 2, 251, 1930.

84. Benecke H. F. O. A. E. G. M. H. 9, 588, 1929.

85. Fischer F. A. and Lichte H. A. E. G. M. H. 1, 25, 1929.

86. Kellogg E. W. and Rice C. W. J. A. I. E. E. 44, 982, 1925.

87. Lodge O. J. British Patent 9712, 1898.

88. McLachlan N. W. W. W. R. R. (a) 17, 604, 1925; (b) 20, 440, 1927.

89. — British Patents 270, 412 & 271.021 (1926).

90. — W. E. 3, 152, 1926.

90a. Midgley H. British Patents 332, 272; 14509, 32; 14395, 33.

90b. Olson H. F. P. I. R. E. 22, 33, 1934.

Измерения импеданса

91. Bligh N. M. und Klarke N. M. W. E. 5, 491, 1928.

92. Klarke H. M. W. E. 6, 380, 1929.

93. Cook E. D. G. E. R. A. 33, 505, 1930.

94. Kurozawa K. and Hirota T. J. I. E. E. J. 458, 1049, 1926.

95. Kurozawa K. and Hirota T. J. I. E. E. J. 469, 865, 1927.
96. McLachlan N. W. and Sowter G. A. V. P. M. (a) 11, 1, 1931; (b) 12, 771, 1931.
97. Nakai S. J. I. E. E. J. 474, 26, 1928.
98. Oliver D. A. W. W. R. R. 29. 579, 1931.

Магниты и измерения магнитного потока

99. Jasse, E. E. u. M. 50, 617, 1932.
100. McLachlan N. W. W. R. R. (a) 27, 600, 1930; (b) 28, 492 u. 521, 1931.
101. — P. M. 13, 115, 1932.
102. Neumann N. Z. T. P. 11, 548, 1929.
103. — W. V. S. K. 9, 226, 1930.
104. — Webb C. E. W. E. 9, 67, 1932.

Узловые линии

105. Benecke H. F. O. Z. T. P. 13, 481, 1932.
106. McLachlan N. W. W. R. R. (a) 25, 33 u. 62, 1929; (b) 28, 479 u. 514, 1931.
107. — (a) W. E. 8, 540, 1931; (b) P. P. S. L. 44, 408, 1932.
108. — and Sowter G. A. V. P. M. (a) 11, 1, 1931; (b) 12, 771, 1931.
109. Strutt M. J. O. W. E. 8, 238, 1931.
110. Vogt H. E. T. Z. 52, 1402, 1931.
111. Warren A. G. W. E. 8, 313, 1931.

Колебания дисков, конические диффузоры, громкоговорители, запись импульсов, переходные процессы

112. Benecke H. F. O. W. E. 10, 257, 1933.
- 112a. British Thomson-Houston Co. (England) 7/I 1933. Technical data sent to author. 30/XI, 1 31.
113. McLachlan N. W. W. R. R. (a) 23, 154 u. 729, 1928; (b) 24, 346 u. 385, 1929; (c) 28, 479 u. 514, 1931; (d) 29, 169 u. 193, 1931.
114. — and Sowter, G. A. V. P. M. (a) 11, 1, 1931; (b) 12, 771, 1931; (c) 9, 626, 1932.
115. McLachlan N. W. (a) P. P. S. L. 44, 408, 1932, W. E. (b) 9, 559, 1932; (c) 9, 626, 1932.
116. — Nature 129, 202, 1932.
117. Neumann. H. Z. T. P. 12, 627, 1931.
- 117a. Pedersen P. O. W. E. 10, 313, 1933.
118. Spenke E. W. V. S. K. 10, 128, 1931.
- 118a. Strafford F. R. W. E. W. 10, 141, 1933.
- 118b. Strutt, M. J. O. A. P. 17, 729, 1933.
- 118c. Urk A. T. van und Hut G. B. A. P. 17, 915, 1933.
119. Warren A. G. P. M. 9, 881, 1930.

Мощность, излучаемая вибраторами (теория)

120. Backhaus H. A. P. 5, 1, 1930.
- 120a. Fischer F. A. E. N. T. 10, 19, 1933.
121. McLachlan N. W. (a) A. P. 15, 440, 1932; (b) P. M. 15, 443, 1933.
122. Stenzel H. A. P. 11, 947, 1930.
123. Strutt M. J. O. P. M. 7, 537, 1929.

Акустические измерения

- 123a. Backhaus H. A. P. 5, 1, 1930.
124. Barrow W. L. J. A. S. A. 3, 562, 1932.
125. Bostwick L. G. (a) B. T. J. 8, 135, 1929; (b) J. A. S. A. 2, 242, 1930.
126. B. T. H. Co. (England) technical data sent to author 7/I 1933.
127. Garton C. G. and Lusas G. S. W. E. 6, 62, 1929.

128. Gerlach E. Z. T. P. 8, 515, 1927.
129. Howe A. B. and Kirke H. L. 12/XII 1932.
130. Institute Radio Engineers. Standardization Report 1931.
131. Kellog E. W. and Rice C. W. J. A. I. E. E. 44, 982, 1925.
132. — J. A. S. A. 2, 157, 1930.
133. — J. A. S. A. 4, 56, 1932.
134. McLachlan, N. W. P. P. S. L. 44, 408, 1932.
135. Malter L. and Wolff I. J. A. S. A. 2, 201, 1930.
136. Meyer E. Z. T. P. 7, 612, 1926.
137. — E. N. T. (a) 3, 290, 1926; (b) 4, 203, 1927.
138. — and Grützmaier, M. E. N. T. 4, 83, 1927.
139. — Z. T. P. 10, 306, 1929.
140. Oliver D. A. W. E. (a) 7, 653, 1930; (b) 10, 420, 1933.
141. — W. W. R. R. 29, 579, 1931.
142. Olney B. P. I. R. E. 19, 1113, 1931.
143. Olson H. F. J. A. S. A. 2, 465, 1931.
144. Trendelenberg F. (a) W. V. S. K. 4, 200, 1925; (b) E. T. Z. 48, 1685, 1927.
145. Vogt H. E. T. Z. 52, 1402, 1931.
146. — Z. T. P. 12, 632, 1931.
147. — 31/XII 1932, Technical data sent to author.
148. Wolff I. and Ringel A. P. I. R. E. 15, 363, 1927.
149. Wolff I. P. I. R. E. 16, 1729, 1928.

Пространственное распределение звука от вибраторов

150. Backhaus H. and Trendelenberg F. Z. T. P. 7, 130, 1926.
151. — A. P. 5, 1, 1930.
152. Fischer F. A. E. N. T. 10, 19, 1933.
153. Lindsay R. B. P. R. 32, 515, 1928.
154. McLachlan N. W. W. R. R. (a) 20, 345 и 440, 1927; (b) 21, 357, 1927
155. McLachlan N. W. (a) P. R. S. L. A. 122, 604, 1929; (b) P. P. S. L. 44 540, 1932.
156. — P. M. (a) 14, 747, 1932; (b) 14, 1012, 1932; (c) A. P. 15, 442, 1932.
157. Malter L. and Wolff, I. J. A. S. A. 2, 201, 1930.
- 157a. Oliver D. A. W. E. 10, 420, 1933.
158. Ruedy, R. C. I. R. 5, 149, 1931.
159. Stenzel H. E. N. T. (a) 4, 239, 1927; (b) 6, 165, 1929; (c) 7, 90, 1930.
160. — Z. T. P. 10, 569, 1929.
161. — A. P. 11, 947, 1930.
162. Strutt M. J. O. A. P. 11, 129, 1931.

Различные вопросы

163. Atgner F. Z. T. P. 13, 218, 1932. Power output from final stage.
- 163a. Amsel O. Z. T. P. 14, 202, 1933. Measurement of driving forces.
164. Ballantine S. (a) P. I. R. E. 17, 929, 1929. Reciprocity in electromagnetic systems (b) J. F. I. 1927. Theory of horns. (c) P. I. R. E. Oct. 1933. Piezo — Electric L. S.
165. Barrow W. L. A. P. 11, 147, 1931. The Warble Tone.
166. Benecke H. F. O. A. E. G. M. H. 8, 506, 1928, L. S. Survey.
- 166a. — A. E. G. M. H. 8, 459, 1931, L. S. Survey.
167. Binder W. P. Z. 23, 85, 1932, L. F. amplitude measurement of cone.
168. Brenzinger, M. and Dessauer F. P. Z. 654, 1929, Direct control of air by electric oscillations.
169. Brittain F. H. J. S. I. 9, 169, 1932, Template for correcting response curves.
- 169a. Flanders P. B. B. T. J. 11, 402, 1932. Измерения акустического импеданса.
170. Fleischmann L. Naturw. 16, 795, 1928, Tone production by points at high a. c. potentials.
- 170a. Fletcher. H. and Munson. W. A. J. A. S. A. 5, 82, 1933. Loudness, its definition, measurement and calculation.

171. Forstmann, A. H. T. & Elektroakustik 39, 11, 1932. Mechanical and electrical equivalents.
172. Gerdien H. Telef. Zeit. 43, 28, 1926. Distortionless reproduction.
173. Gerlach E. Filmtechnik 6, 947, 1930, L. S. development
174. — Nachrichtentechnik 1, 165, 1931, Some L. S. problems.
175. Genter, A. E. G. M. H. 8, 467, 1931. Mass production of L. S.
176. Hähle, W. W. V. S. K. 11, 1, 1932, Electrical and mechanical equivalents.
177. Hanna C. R. (a) P. I. R. E. 13, 437, 1925, Design of reed drive mechanism, (b) J. F. I. 1927, Theory of horns.
178. Harbottle H. R. J. I. E. E. 71, 605, 1932, Telephone Measurements.
179. Hickendraht H. and Lehmann W. Helvetica Physica Acta 4, 359, 1931, Electro acoustical investigations.
180. Howc, A. B. British Patent 378, 286. Exponential box baffle.
181. Irons E. J. P. M. 7, 873, 1924. Conical and other resonators.
182. — P. M. 9, 346, 1930. Conical and other resonators.
183. McLachlan N. W. W. R. R. 26, 586, 1930. Radial velocity in conical diaphragm.
- 183a. — World Radio. July 28 — Dec. 8, 1933, Twenty articles on L. S. Performance and Design.
184. — P. M. 13, 115, 1932. Young's Modulus and $\sqrt{\frac{q}{p}}$ for paper.
185. — W. E. (a) 9, 329, 1932; (b) 10, 204, 1933. Electromechanical rectification.
186. Meyer E. E. N. T. 4, 509, 1927, Non — Linear distortion.
187. Neumann H. S. Z. 10, 562, 1930. Large Blatthaller speaker.
188. Oliver D. A. J. S. I. 7, 318, 1930. Stiffness meter.
189. — Nature 128, 268, 1931. L. S. curves and loudness.
190. — W. W. R. R. 29, 579, 1931. Inductor dynamic speaker.
191. — P. M. 14, 318, 1932. $\sqrt{\frac{q}{p}}$ for paper.
192. Paddle, L. H. Technical data sent to author 14/II 1933, Reducing distortion due to non — uniform magnetic field in moving coil speakers.
193. Riegger H. Z. T. P. 5, 577, 1924. Distortionless reproduction.
194. Ruedy E. C. J. R. 5, 297, 1931. Longitudinal and radial oscillation of rods.
195. Schilgen F. and Starkoff C. E. T. Z. 52, 1589, 1931. L. S. installation for public address purposes.
196. Schottky W. P. Z. 25, 672, 1924. General principles.
197. — Z. T. P. 5, 574, 1924. General principles.
198. — E. N. T. 2, 157, 1925. L. S. Theory (Blatthaller).
199. Sivian L. J., Dunn H. K. and White S. D. J. A. S. A. 2, 330, 1931. Spectra of musical instruments.
- 199a. Sivian L. J. and White S. D. J. A. S. A. 4, 288, 1933. Minimum audible sound fields.
200. Snow W. B. J. A. S. A. 3, 155, 1931. Frequency range of musical instruments.
201. Strutt M. J. O. W. E. 8, 238, 1931. Measurement of diaphragm amplitude.
202. Trendelenberg F. W. V. S. K. 4, 200, 1925. General survey of L. S.
203. — S. Z. 7, 141, 1927. Blatthaller speaker.
204. — E. T. Z. 48, 1685, 1927. Blatthaller speaker.
205. — Z. f. H. 32, 131, 1928. Electroacoustical investigations.
206. Warren A. G. P. P. S. L. 40, 296, 1928. Sound pressure and particle velocity on an orifice.
- 206a. — W. E. 8, 313, 1931. Amplitude measuring apparatus.
207. Wigge H. Z. f. H. 37, 16, 1931. Distortionless supply from output transformer.
208. Willms F. E. N. T. 9, 68, 1932. Sound transmission with wide frequency range.
- 208a. W. W. R. R. 34, 5, 1934. Piezo-Electric L. S.

КНИГИ

209. Beattie R. T. Hearing in Man and Animals.
210. Crandall I. Vibrating Systems and Sound.
211. Fletcher H. Speech and Hearing.
212. Geiger Hand Schul K. Handbuch der Physik 8, Akustik.
213. Gray A. Mathews, G. B. and MacRobert T. M. Treatise on Bessel Functions.
- 213a. Hughes L. E. C. Engineering Acoustics.
- 213b. Jahnke and Emde. Funktionentafeln.
214. Kennelly, A. E. Electrical Vibration Instruments.
215. Lamb H. Dynamical Theory of Sound.
216. — Hydrodynamics.
217. MacRobert T. M. Spherical Harmonics.
218. MacLachlan N. W. Wireless Loud Speakers.
- 218a. — Bessel Functions for Engineers.
219. Rayleigh, Lord. Theory of Sound 1 and 2.
220. Stewart G. W. and Lindsay R. B. Acoustics.
221. Watson G. N. Theory of Bessel Functions.
- 221a. West W. Acoustical Engineering.
222. Whittaker E. T. and Watson G. N. Modern Analysis.
- 222a. Wilson P. and Webb G. Modern Gramophones and Electrical Reproducers.
223. Wood A. B. Sound.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ БИБЛИОГРАФИЯ

- Sato K. Japanese Journal of Physics, 5, 103, 1929. Sound field of a conical horn.
- Barnes E. J. W. E. 7, 248, 1930; 7, 301, 1930. Measurement of loud speaker performance.
- Cohen B. S. and Payl R. W. 7, 421, 1930. Hornless moving coil loud speaker with Balsa wood diaphragm.
- Stenzel H. Handbuch der Experimentalphysik 17/2, 254, 1933. Lautsprecher.
- Goldman S. J. A. S. A. 5, 181, 1934. Measurement of directional characteristics of horns.



- 65524 -

1938

RLST



0000000364855