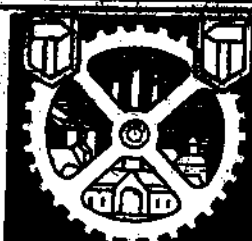


15 297 а 32893



ИНЖЕНЕРНО-ПРОМЫШЛЕННАЯ
БИБЛИОТЕКА



ГАЛЕРКИН, Б. Г., проф.

~~243837~~ 6

К РАСЧЕТУ БЕЗРАСКОСНЫХ
ФЕРМ И ЖЕСТКИХ РАМ.



ГОСУДАРСТВЕННОЕ ТЕХНИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО.

Москва — 1926 г.

Государственное Техническое Издательство.

МОСКВА, Ильинка, Юшков пер., д. 6. Тел. 2-56-34.

- Александров, В. А., проф. Электрическое оборудование современных автомобилей и мотоциклов. М. 1923 г. Изд. 2-е. 192 стр. 197 рис. Ц. 2 р. 20 к.
- Его же. Практические работы по электротехнике. М. 1923 г. 512 стр. 341 рис. Ц. 5 р.
- Его же. Новые пути к технической школе. Общие основания методов работы в технических учебных заведениях. М. 1924 г. 40 стр. Ц. 20 к.
- Анисимов, Н. И., инж. Плотины водоудержательные и водоподъемные (конспект лекций) Ч. I. Водоудержательные плотины. М. 1923 г. 68 стр. 94 рис. Ц. 1 р.
- Его же. Плотины водоудержательные и водоподъемные (конспект лекций). Ч. II. Водоподъемные плотины. М. 1924 г. 178 рис. и 430 черт. в отд. атласе. Ц. 3 р.
- Аппель. Элементы математического анализа. Часть I. Функции одного независимого переменного. Под ред. проф. И. И. Привалова. М. 1924 г. 220 стр. 105 рис. Ц. 2 р. 90 к.
- Его же. Элементы математического анализа. Ч. II. Функции многих независимых переменных. Дифференциальные уравнения. Под ред. проф. И. И. Привалова. М. 1924 г. 182 стр. 46 рис. Ц. 1 р. 60 к.
- Берлов, М. Н., проф. Детали машин. Вып. I. Болтовые и клиновые соединения. Л. 1921 г. 116 стр. Ц. 4 р. 50 к.
- Его же. Детали машин. Вып. II. Клейка балок и колени. М. 1922 г. 69 стр. Ц. 2 р. 50 к.
- Атлас на 15 табл. Ц. 1 р.
- Его же. Детали машин. Сокращенное руководство по расчету и проектированию. Для технич. учебн. завед., техникумов и механиков. Расчеты с пояснительными примерами, с 283 рис. в тексте и 30 таблицами конструктивных чертежей в отд. атласе. М. 1926 г. 352 стр. Ц. с атласом 6 р. 50 к.
- Броунов, П. И., проф. Атмосферная оптика. Световые явления в атмосфере в связи с предсказанием погоды. М. 1924 г. 220 стр. 119 рис. Ц. 2 р. 75 к. Гос. Уч. Сов. допущено в качестве пособия для ВУЗ'ов.
- Велихов, П. А., проф. Теория инженерн. сооружений. Опыт сжатого изложения основ сопротивл. материалов и строит. механики. Вып. I. М. 1924 г. 304 стр. 200 рис. Ц. 3 р. 35 к.
- Верден, Г., инж. Использование твердых топлив в порошкообразном виде. Перев. с франц. инж. М. А. Ганкар. М. 1926 г. 80 стр. 58 рис. Ц. 1 р. 35 к.
- Ветцель, И., инж. Разработка проекта по электрическому освещению. М. 1926 г. 40 стр. 38 рис. Ц. 60 к.
- Видмар, М., д-р техн. Экономические законы проектирования электрических машин. Под ред. проф. Я. Н. Шидльрейна. М. 1924 г. 112 стр. 7 рис. Ц. 1 р. 70 к.
- Воронин, Л. Н., инж. Рациональное устройство жилищ, поселков и городов. Пособие для инженеров, техникумов, студентов, работников коммунального хозяйства и жилищаристств. М. 1926 г. 88 стр. 105 рис. Ц. 1 р. 20 к.
- Глебов, С. Ф., инж. Процесс резания, как единая эмпирич. формула. М. 1923 г. 42 стр. 8 рис. Ц. 40 к.
- Добровольский, В. В., инж. Сборник задач по механике. Пособие для техникумов, рабочих, школ фабрич. и др. М. 1926 г. 88 стр. 193 рис. Ц. 1 р. 35 к.
- Дроздов, Ф. В., инж. Счетные машины и производство вычислений механическим путем. М. 1926 г. 72 стр. 64 рис. Ц. 1 р. 40 к.
- Дрюри, Г. Б., д-р. Научное управление. История и критика. Перев. с английского Е. Тимофеева. Под ред. Д. Хлебникова. М. 1925 г. 88 стр. Ц. 1 р.
- Жаксон, А., д-р инж. Современные деревянные конструкции в инженерных сооружениях. Под ред. и в обработке проф. Н. К. Лахтия. М. 1925 г. 84 стр. 130 рис. Ц. 1 р. 20 к.
- Жуковский, Н. Е., проф. Теоретическая механика. Часть I. Статика и графостатика. М. 1925 г. Изд. 8-е. 159 стр. 193 рис. Ц. 2 р. 25 к.
- Его же. Теоретическая механика. Ч. II. Кинематика и динамика. М. 1925 г. Изд. 7-е. 176 стр. 159 рис. Ц. 2 р. 45 к.
- Его же. Теоретическая механика. Ч. III. Дополн. статьи. М. 1925 г. 44 стр. 49 рис. Ц. 60 к.
- Его же. Теоретические основы воздухоплавания. Под ред. инж.-мех. В. П. Ветчинкина и Н. Г. Ченцова. М. 1925 г. Изд. 2-е. 306 стр. 354 рис. Ц. 4 р. 65 к.
- Зейферт, Франц, инж. Термодинамика газов и паров. Пособие для инженеров и студентов. Под редакц. проф. А. Л. Королькова. М. 1926 г. 72 стр. 26 рис. Ц. 1 р. 30 к.
- Его же. Конструкции и расчет паровых турбин. Руководство для технических школ и практиков. Перевод с немецкого с дополнен. инж. Л. А. Боровича. М. 1926 г. 72 стр. 67 рис. Ц. 1 р. 10 к.
- Его же. Конструкция и расчет двигателей внутреннего сгорания. Перевод инж.-техн. Н. И. Дунаевского. Под редакц. и с дополн. проф. Н. Р. Брилинга. М. 1926 г. 88 стр. 94 рис. Ц. 1 р. 20 к.
- Его же. Руководство к производству испытаний паровых машин, котлов, паровых турбин и двигателей внутреннего сгорания. Под ред. инж.-техн. Л. А. Боровича. М. 1926 г. 112 стр. 52 рис. Ц. 1 р. 50 к.
- Изверонов, И. А., проф. Курс высшей геодезии. Под редакцией проф. П. М. Орлова. М. 1925 г. 56 стр. 26 рис. Ц. 1 р. 10 к.

а 32893

624
Г 15

Депозитарий

Пролетарии всех стран, соединяйтесь!

Б. Серия 4. Инженерно-Промышленная Библиотека. № XIII—42

ГАЛЕРКИН, Б. Г., проф.

К РАСЧЕТУ БЕЗРАСКОСНЫХ ФЕРМ И ЖЕСТКИХ РАМ.

6 243 337 5/0

С 29 фигурами в тексте.

32893

РЕСПУБЛИКАНСКАЯ
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ
БИБЛИОТЕКА

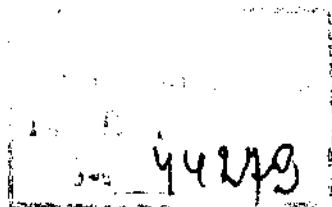


ГОСУДАРСТВЕННОЕ ТЕХНИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО.

Москва— 1926 г.

2009

Без разрешения Гостехиздата
перепечатка не разрешается.



Предисловие.

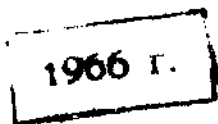
Методы расчета статически неопределимых систем приводят нас всегда к определенному числу уравнений, из которых мы можем определить лишние неизвестные. Число этих неизвестных s всегда зависит от заданной системы и нагрузки и не в нашей власти понижение числа уравнений. Но к чему мы можем и должны стремиться—это к понижению числа неизвестных в каждом уравнении.

При надлежащем выборе лишних неизвестных общее решение для жестких рам и безраскосных ферм приводит к системе уравнений с пятью неизвестными; это же решение в случае безраскосной фермы с определенным отношением моментов инерции поясов приводит к системе уравнений, из которых крайние имеют по 2 неизвестных, а средние по 3 неизвестных.

Останавливаясь здесь подробно на расчете безраскосных ферм, как имеющих весьма большое значение для конструкторов и по металлу, и по железобетону.

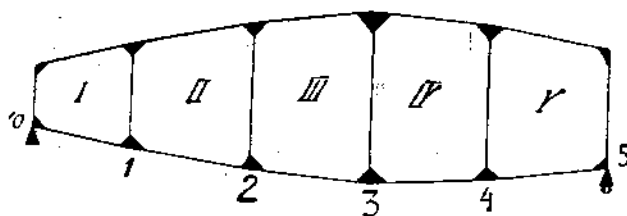
В конце мною приведены два примера жестких рам (с 3-мя и 6-ю лишними неизвестными), расчет которых приводится к решению уравнений, содержащих только по одному неизвестному.

Автор.

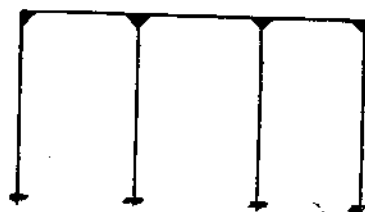


1. Общее решение для безраскосных ферм и жестких рам.

§ 1. Вывод общих уравнений. Расчет безраскосной фермы или жесткой рамы (фиг. 1 и 2) приводит нас к определению лишних неизвестных, число которых $s = 3m$, где m — число панелей.

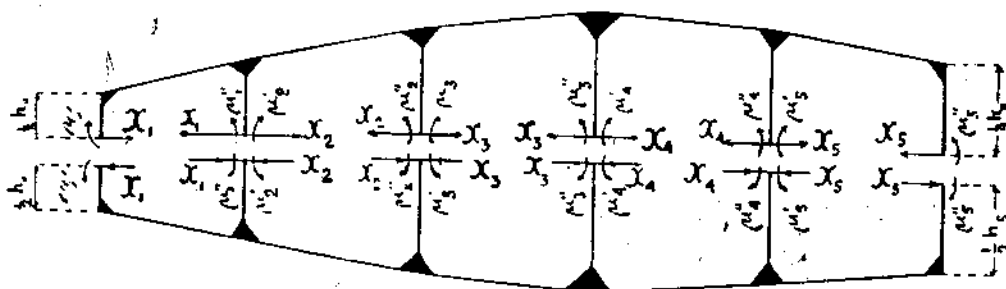


Фиг. 1.



Фиг. 2.

Разрежем ферму по середине стоек; обе половины будем рассматривать, как простые балки и у разрезов стоек приложим статически неопределимые величины, как это показано на фиг. 3. Выделяем i -ю панель.



Фиг. 3.

Вставки у узлов (консоли) будем считать неизменяемыми. Размеры их указаны на фиг. 4. Момент инерции части верхнего пояса между консольными вставками обозначим через I_u , нижнего через I_n , левой стойки через T_{i-1} и правой T_i . К концу верхней полустойки $i-1$ -у разреза в точке O приложены горизонтальные силы $-X_{i-1}$ и X_i и пары $-\mu''_{i-1}$ и μ'_i , в конце верхней полустойки i в точке O' горизонтальные силы $-X_i$ и X_{i+1} и пары $-\mu''_i$ и μ'_{i+1} . Соответственным образом приложены и силы в нижней половине фермы (фиг. 5). Статически неопределимые выбраны для каждой панели так, что они находятся в равновесии для этой панели, для чего в концах полустоек (точки O и O') приложены вертикальные силы Q_i .

При выводе формул мы пренебрегаем деформацией от сжатия и растяжения продольными силами, а равно и деформацией от сил перерезывающих; мы принимаем во внимание только деформацию изгиба.

Напишем изгибающие моменты для контура i -й панели.

а) Нижний пояс i -й панели. Изгибающий момент

$$M = M'_0 - \frac{\mu'_i (\lambda_i - x)}{\lambda_i} - \frac{\mu''_i x}{\lambda_i} - \frac{X_i}{2\lambda_i} [h_{i-1} (\lambda_i - x) + h_i x];$$

M'_0 — изгиб. момент для нижнего пояса, рассматриваемого, как простая балка;
б) $i-1$ стойка.

$$M = -\mu''_{i-1} + \mu'_i - (X_i - X_{i-1}) y;$$

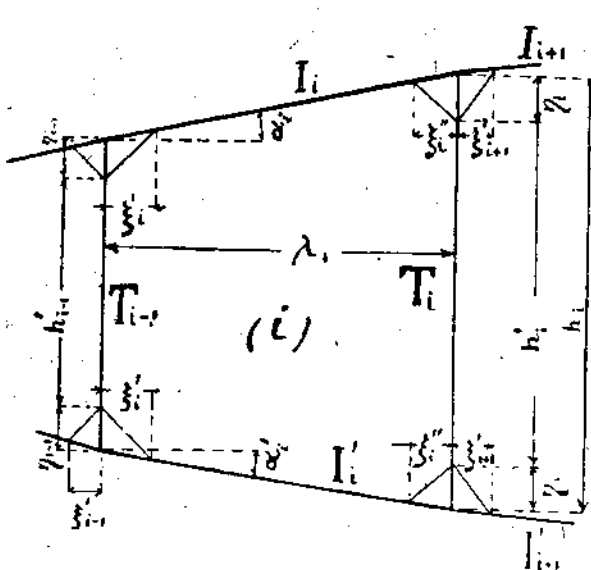
в) верхний пояс i -й панели.

$$M = M_0 + \frac{\mu'_i (\lambda_i - x)}{\lambda_i} + \frac{\mu''_i x}{\lambda_i} - \frac{X_i}{2\lambda_i} [h_{i-1} (\lambda_i - x) + h_i x],$$

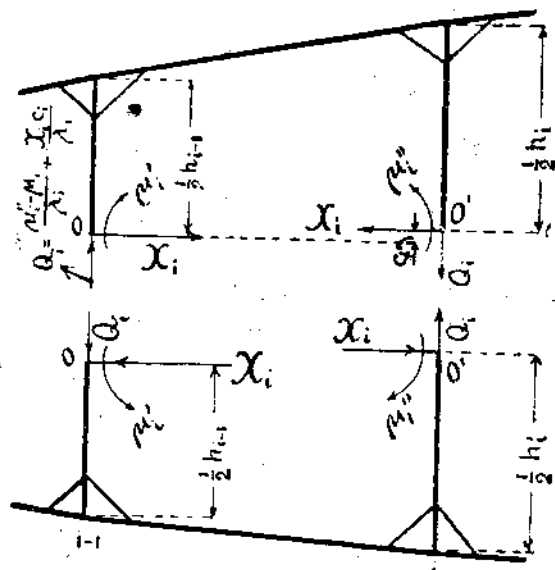
где M_0 — изгибающий момент для верхнего пояса, рассматриваемого как простая балка.

д) i -я стойка.

$$M = \mu''_i - \mu'_{i+1} - (X_i - X_{i+1}) y.$$



Фиг. 4.



Фиг. 5.

Прикладывая последовательно $\mu'_i = -1$, $\mu''_i = -1$ и $X_i = -1$ и пользуясь методом возможных перемещений, мы получим следующие три уравнения:

$$\begin{aligned} 1) & \frac{1}{\lambda_i T_i \cos \alpha'_i} \int_{\xi_i}^{\lambda_i - \xi''_i} \left\{ -M'_0 + \frac{\mu'_i (\lambda_i - x)}{\lambda_i} + \frac{\mu''_i x}{\lambda_i} + \frac{X_i}{2\lambda_i} [h_{i-1} (\lambda_i - x) + h_i x] \right\} (\lambda_i - x) dx + \\ & + \frac{1}{\lambda_i T_i \cos \alpha_i} \int_{\xi_i}^{\lambda_i - \xi''_i} \left\{ M_0 + \frac{\mu'_i (\lambda_i - x)}{\lambda_i} + \frac{\mu''_i x}{\lambda_i} - \frac{X_i}{2\lambda_i} [h_{i-1} (\lambda_i - x) + h_i x] \right\} (\lambda_i - x) dx + \\ & + \frac{1}{T_{i-1}} \int_{-\frac{h_{i-1}}{2}}^{+\frac{h_{i-1}}{2}} [\mu'_i - \mu''_{i-1} - (X_i - X_{i-1}) y] dy = 0. \end{aligned}$$

$$2) \frac{1}{\lambda_i T_i \cos \alpha'_i} \int_{\xi_i}^{\lambda_i - \xi''_i} \left\{ -M'_0 + \frac{\mu'_i (\lambda_i - x)}{\lambda_i} + \frac{\mu''_i x}{\lambda_i} + \frac{X_i}{2\lambda_i} [h_{i-1} (\lambda_i - x) + h_i x] \right\} x dx +$$

$$+ \frac{1}{\lambda_i I_i \cos \alpha_i} \int_{\xi_i}^{\lambda_i - \xi''_i} \left\{ M_0 + \frac{\mu'_i (\lambda_i - x)}{\lambda_i} + \frac{\mu''_i x}{\lambda_i} - \frac{X_i}{2\lambda_i} [h_{i-1} (\lambda_i - x) + h_i x] \right\} x dx +$$

$$+ \frac{1}{T_i} \int_{-\frac{h'_{i-1}}{2}}^{\frac{h'_i}{2}} [\mu''_i - \mu'_{i+1} - (X_i - X_{i+1}) y] dy = 0.$$

$$3) \frac{1}{2\lambda_i I_i \cos \alpha'_i} \int_{\xi_i}^{\lambda_i - \xi''_i} \left\{ -M'_0 + \frac{\mu'_i (\lambda_i - x)}{\lambda_i} + \frac{\mu''_i x}{\lambda_i} + \frac{X_i}{2\lambda_i} [h_{i-1} (\lambda_i - x) + h_i x] \right\} [h_{i-1} (\lambda_i - x) +$$

$$+ h_i x] dx - \frac{1}{T_{i-1}} \int_{-\frac{h'_{i-1}}{2}}^{\frac{h'_{i-1}}{2}} [\mu'_i - \mu''_i - (X_i - X_{i-1}) y] y dy -$$

$$- \frac{1}{2\lambda_i I_i \cos \alpha_i} \int_{\xi_i}^{\lambda_i - \xi''_i} \left\{ M_0 + \frac{\mu'_i (\lambda_i - x)}{\lambda_i} + \frac{\mu''_i x}{\lambda_i} - \frac{X_i}{2\lambda_i} [h_{i-1} (\lambda_i - x) +$$

$$+ h_i x] \right\} [h_{i-1} (\lambda_i - x) + h_i x] dx - \frac{1}{T_i} \int_{-\frac{h'_i}{2}}^{\frac{h'_i}{2}} [\mu''_i - \mu'_{i+1} - (X_i - X_{i+1}) y] y dy = 0.$$

Произведя интегрирование, получим:

$$- \frac{\mu''_{i-1} h'_{i-1}}{T_{i-1}} + \mu'_i \left\{ \frac{h'_{i-1}}{T_{i-1}} + \frac{1}{3\lambda_i^2} [\lambda_i - \xi'_i]^3 - \xi_i'^3 \right\} \left(\frac{1}{I_i \cos \alpha_i} + \frac{1}{I_i \cos \alpha'_i} \right) +$$

$$+ \frac{\mu''_i}{6\lambda_i^2} [\lambda_i^3 - 3\lambda_i (\xi_i'^2 + \xi_i''^2) + 2(\xi_i'^3 + \xi_i''^3)] \left(\frac{1}{I_i \cos \alpha_i} + \frac{1}{I_i \cos \alpha'_i} \right) -$$

$$- \frac{X_i}{12\lambda_i^2} \left\{ 2h_{i-1} [(\lambda_i - \xi'_i)^3 - \xi_i'^3] + h_i [\lambda_i^3 - 3\lambda_i (\xi_i'^2 + \xi_i''^2)] + \right.$$

$$+ 2(\xi_i'^3 + \xi_i''^3) \left. \right\} \left(\frac{1}{I_i \cos \alpha_i} - \frac{1}{I_i \cos \alpha'_i} \right) - \frac{1}{\lambda_i I_i \cos \alpha'_i} \int_{\xi_i}^{\lambda_i - \xi''_i} M'_0 (\lambda_i - x) dx +$$

$$+ \frac{1}{\lambda_i I_i \cos \alpha_i} \int_{\xi_i}^{\lambda_i - \xi''_i} M_0 (\lambda_i - x) dx = 0. \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{\mu'_i}{6\lambda_i^2} [\lambda_i^3 - 3\lambda_i (\xi_i'^2 + \xi_i''^2) + 2(\xi_i'^3 + \xi_i''^3)] \left(\frac{1}{I_i \cos \alpha_i} + \frac{1}{I_i \cos \alpha'_i} \right) + \mu''_i \left\{ \frac{h'_i}{T_i} + \right.$$

$$+ \frac{1}{3\lambda_i^2} [(\lambda_i - \xi'_i)^3 - \xi_i'^3] \left(\frac{1}{I_i \cos \alpha_i} + \frac{1}{I_i \cos \alpha'_i} \right) - \frac{\mu'_{i+1} h'_i}{T_i} -$$

$$- \frac{X_i}{12\lambda_i^2} \left\{ h_{i-1} [\lambda_i^3 - 3\lambda_i (\xi_i'^2 + \xi_i''^2)] + 3(\xi_i'^3 + \xi_i''^3) + 2h_i [(\lambda_i - \xi'_i)^3 - \xi_i'^3] \right\} \left(\frac{1}{I_i \cos \alpha_i} - \right.$$

$$- \frac{1}{I_i \cos \alpha'_i} \left. \right) - \frac{1}{\lambda_i I_i \cos \alpha'_i} \int_{\xi_i}^{\lambda_i - \xi''_i} M'_0 x dx + \frac{1}{\lambda_i I_i \cos \alpha_i} \int_{\xi_i}^{\lambda_i - \xi''_i} M_0 x dx = 0. \quad \dots (2)$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{\mu'_i}{6\lambda_i^2} \left\{ 2h_{i-1} [(\lambda_i - \xi'_i)^3 - \xi_i'^3] + h_i [\lambda_i^3 - 3\lambda_i (\xi_i'^2 + \xi_i''^2) + 2(\xi_i'^3 + \xi_i''^3)] \right\} \left(\frac{1}{I_i \cos \alpha_i} - \right. \\
 & - \left. \frac{1}{I'_i \cos \alpha'_i} \right) - \frac{\mu''_i}{6\lambda_i^2} \left\{ h_{i-1} [\lambda_i^3 - 3\lambda_i (\xi_i'^2 + \xi_i''^2) + 2(\xi_i'^3 + \xi_i''^3)] + 2h_i [\lambda_i - \xi_i']^3 - \xi_i'^3 \right\} \left(\frac{1}{I_i \cos \alpha_i} - \right. \\
 & - \left. \frac{1}{I'_i \cos \alpha'_i} \right) - \frac{X_{i-1} h_{i-1}^3}{6T_{i-1}} + X_i \left[\left\{ h_{i-1}^2 [\lambda_i - \xi_i']^3 - \xi_i'^3 \right\} + h_{i-1} h_i [\lambda_i^3 - 3\lambda_i (\xi_i'^2 + \xi_i''^2) + \right. \\
 & + 2(\xi_i'^3 + \xi_i''^3)] + h_i^2 [(\lambda_i - \xi_i'')^3 - \xi_i''^3] \right] \left(\frac{1}{I_i \cos \alpha_i} + \frac{1}{I'_i \cos \alpha'_i} \right) \frac{1}{6\lambda_i^2} + \frac{h_{i-1}^3}{6T_{i-1}} + \frac{h_i^3}{6T_i} \Bigg] - \\
 & - \frac{X_{i+1} h_i^3}{6T_i} - \frac{1}{\lambda_i I_i \cos \alpha_i} \int_{\xi_i}^{\lambda_i - \xi_i''} M_0 [h_{i-1} (\lambda_i - x) + h_i x] dx - \\
 & - \frac{1}{\lambda_i I_i \cos \alpha_i} \int_{\xi_i}^{\lambda_i - \xi_i''} M_0 [h_{i-1} (\lambda_i - x) + h_i x] dx = 0. \quad (3)^1
 \end{aligned}$$

Решение это может быть обобщено и на случай, когда консольные вставки имеют в направлении x длину ξ_i и ξ'_i неодинаковую по верхнему и нижнему поясу, а также неодинаковую длину η_i у нижнего и верхнего конца стойки — это усложнило бы только несколько ур-ия. Затем это решение может быть распространено и на случай, когда задаемся какой угодно жесткостью консольных вставок.

§ 2. Решение для случая, когда $I_i \cos \alpha = I'_i \cos \alpha'$. В этом случае ур-ия (1), (2) и (3) превратятся в следующие:

$$\begin{aligned}
 & - \frac{3\mu''_{i-1} h_{i-1}}{T_{i-1}} + \mu'_i \left\{ \frac{3h_{i-1}}{T_{i-1}} + \frac{2}{\lambda_i^2 I_i \cos \alpha_i} [(\lambda_i - \xi_i')^3 - \xi_i'^3] \right\} + \\
 & + \frac{\mu''_i}{\lambda_i^2 I_i \cos \alpha_i} [\lambda_i^3 - 3\lambda_i (\xi_i'^2 + \xi_i''^2) + 2(\xi_i'^3 + \xi_i''^3)] = \frac{3}{\lambda_i I_i \cos \alpha_i} \int_{\xi_i}^{\lambda_i - \xi_i''} (M'_0 - M_0) (\lambda_i - x) dx. \quad (4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{\mu_i}{\lambda_i^2 I_i \cos \alpha_i} [\lambda_i^3 - 3\lambda_i (\xi_i'^2 + \xi_i''^2) + 2(\xi_i'^3 + \xi_i''^3)] + \mu''_i \left\{ \frac{3h_i}{T_i} + \right. \\
 & + \left. \frac{2}{\lambda_i^2 I_i \cos \alpha_i} [(\lambda_i - \xi_i'')^3 - \xi_i''^3] \right\} - \frac{3\mu_{i+1} h_i}{T_i} = \frac{3}{\lambda_i I_i \cos \alpha_i} \int_{\xi_i}^{\lambda_i - \xi_i''} (M'_0 - M_0) x dx. \quad (5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{X_{i-1} h_{i-1}^3}{T_{i-1}} + X_i \left[\frac{h_{i-1}^3}{T_{i-1}} + \frac{2}{\lambda_i^2 I_i \cos \alpha_i} \left\{ h_{i-1}^2 [(\lambda_i - \xi_i')^3 - \xi_i'^3] + \right. \right. \\
 & + \left. h_{i-1} h_i [\lambda_i^3 - 3\lambda_i (\xi_i'^2 + \xi_i''^2) + 2(\xi_i'^3 + \xi_i''^3)] + h_i^2 [(\lambda_i - \xi_i'')^3 - \xi_i''^3] \right\} + \frac{h_i^3}{T_i} \Bigg] - \frac{X_{i+1} h_i^3}{T_i} = \\
 & = \frac{6}{\lambda_i I_i \cos \alpha_i} \int_{\xi_i}^{\lambda_i - \xi_i''} (M'_0 + M_0) [h_{i-1} (\lambda_i - x) + h_i x] dx. \quad (6)
 \end{aligned}$$

В рассматриваемом случае мы получаем $2m$ уравнений (m — число панелей), из которых 2 крайних имеют по 2 неизвестных, остальные по 3 неизвестных и m уравнений, — 2 из них с двумя, остальные с тремя неизвестными. При этом значения μ не зависят от значений X и наоборот.

В том случае, когда нагрузка сосредоточена в узловых точках, получим след. значение изгибающего момента для основной системы в i -м пролете:

$$M_0 = \frac{M'_{i-1,0}(\lambda_i - x)}{\lambda_i} + \frac{M'_{i,0}x}{\lambda_i} \quad \text{и} \quad M_0 = \frac{M_{i-1,0}(\lambda_i - x)}{\lambda_i} + \frac{M_{i,0}x}{\lambda_i},$$

где $M'_{i-1,0}$ и $M'_{i,0}$ суть изгибающие моменты основной системы в сечениях $i-1$ и i . Подставляя эти значения в ур-ия (4) и (5), заметим, что $\mu'_{i-1} = \mu'_i$, $\mu''_i = \mu'_{i+1}$, и т. д.

$$\mu'_i = \frac{1}{2}(M'_{i-1,0} - M_{i-1,0}), \quad \mu''_i = \frac{1}{2}(M'_{i,0} - M_{i,0}).$$

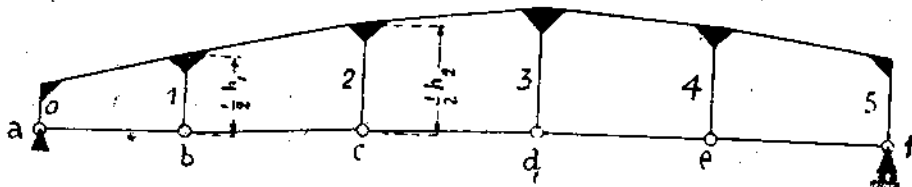
Таким образом изгибающий момент для заданной системы в i -й панели:

$$\begin{aligned} M_i &= \frac{(M_{i-1,0} + \mu'_i)(\lambda_i - x)}{\lambda_i} + \frac{(M_{i,0} + \mu''_i)x}{\lambda_i} - \frac{X_i}{2} \left[\frac{h_{i-1}(\lambda_i - x)^2}{\lambda_i} + \frac{h_i x^2}{\lambda_i} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{(M_{i-1,0} + M'_{i-1,0})(\lambda_i - x)}{\lambda_i} + \frac{(M_{i,0} + M'_{i,0})x}{\lambda_i} \right] - \frac{X_i}{2} \left[\frac{h_{i-1}(\lambda_i - x)}{\lambda_i} + \frac{h_i x}{\lambda_i} \right] \dots (7) \end{aligned}$$

Изгибающий момент для стойки $i-1$ равняется

$$(X_{i-1} - X_i) y \dots \dots \dots (8)$$

В рассматриваемом случае мы получаем в середине каждой стойки точку перегиба. Нижняя и верхняя половина несут как бы по половине нагрузки. Одинаковые результаты для верхней части фермы дает система, представленная на фиг. 6, если рас-



Фиг. 6.

смаатривать стержни $ab, bc \dots$ как неизменяемые, и всю эту систему как находящуюся под половиной нагрузки.

В этом частном случае статически неопределимыми будут только значения X^1 .

II. Приложения. Примеры.

§ 3. Ферма с параллельными поясами и одинаковым моментом инерции поясов при узловой нагрузке. Момент инерции поясов обозначим через I_i . Полагаем $h_i = h$ и $h'_i = h'_{i-1} = h'$.

Если имеем m панелей, мы будем иметь m лишних неизвестных, ибо лишними неизвестными будут только значения X , которые будут определяться из ур-ий вида:

$$-\frac{X_{i-1} h'^3}{T_{i-1}} + X_i \left[\frac{h^3}{T_{i-1}} + \frac{6h^2}{I_i}(\lambda_i - \xi'_i - \xi''_i) + \frac{h'^3}{T_i} \right] - \frac{X_{i+1} h'^3}{T_i} = \frac{6h}{I_i} \int_{\xi'_i}^{\lambda_i - \xi''_i} M_0 dx \dots (9)$$

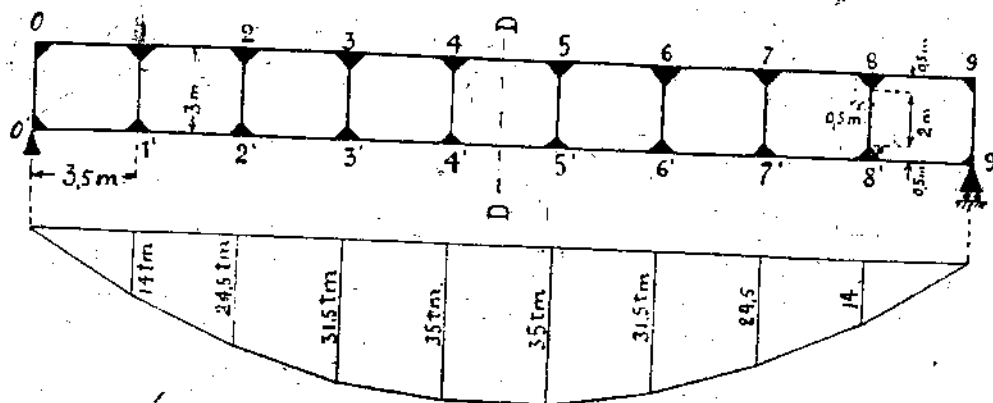
¹⁾ Само собой разумеется, что это получается только тогда, когда мы пренебрегаем сжатием и растяжением от сил продольных.

Пример I. Ферма Viereendeel'я.

Берем ферму Viereendeel'я пролетом 31,5 м и высотой 3 м. Ферма эта представлена на фиг. 7.

$$\lambda_i = \lambda = 3,5 \text{ м}; \quad \xi_i = \xi_i' = \eta_i = 0,5 \text{ м}; \quad h' = 2 \text{ м}.$$

Моменты инерции поясов одинаковые. Пусть в каждом узле верхнего пояса приложена по 1 тонне. Изгибающий момент M_0 представлен на фиг. 8.



Фиг. 7 и 8.

В виду симметрии фермы и симметрии нагрузки получим всего 5 статически неопределимых. Они определяются из следующих уравнений:

$$1) X_1 (8 + 6 \cdot 3^2 \cdot 2,5 + 8) - 8 X_2 = \frac{6 \cdot 3 (0 + 14)}{2} \cdot 2,5;$$

$$2) -8 X_1 + X_2 (8 + 6 \cdot 3^2 \cdot 2,5 + 8) - 8 X_3 = \frac{6 \cdot 3 (14 + 24,5)}{2} \cdot 2,5$$

и т. д. В окончательном виде уравнения будут:

$$1) 151 X_1 - 8 X_2 = 315,$$

$$2) -8 X_1 + 151 X_2 - 8 X_3 = 866,25,$$

$$3) -8 X_2 + 151 X_3 - 8 X_4 = 1.260,$$

$$4) -8 X_3 + 151 X_4 - 8 X_5 = 1.496,25$$

$$5) -16 X_4 + 151 X_5 = 1.575.$$

Ферма эта проверялась проф. Г. П. Передерием¹⁾ и мы приведем параллельно как значения полученные нами, так и проф. Передерием (цифры, полученные проф. Передерием, взяты в скобки).

$$X_1 = 2,4228 \text{ т} (2,4157),$$

$$X_4 = 11,0142 \text{ т} (11,0197),$$

$$X_2 = 6,3560 \text{ »} (6,3606),$$

$$X_5 = 11,5975 \text{ »} (11,6015).$$

$$X_3 = 9,2646 \text{ »} (9,2705).$$

Изгибающие моменты (в тсм) для стоек в сечениях у консольных вставок вычисляются по формуле:

$$(X_{i-1} - X_i) 100.$$

Мы их приводить не будем.

Изгибающие моменты в панели i для сечения у левой консольной вставки обозначаем через m_i' и для сечения у правой консольной вставки через m_i'' .

$$m_i' = \frac{1}{2} (m_{i,0}' - X_i h) \quad \text{и} \quad m_i'' = \frac{1}{2} (m_{i,0}'' - X_i h),$$

где $m_{i,0}'$ — изгиб. момент для основной системы у левой консольной вставки, $m_{i,0}''$ — у правой консольной вставки.

¹⁾ Г. П. Передерий. К теории безраскосных ферм. 1906 г.

Действительные изгибающие моменты у консольных вставок будут:

$$\begin{array}{lll} m_1' = -263,42 & \text{тсм} & (-262,39); & m_1'' = 236,58 & \text{тсм} & (237,59); \\ m_2' = -178,40 & \text{»} & (-174,74); & m_2'' = 196,60 & \text{»} & (196,10); \\ m_3' = -114,69 & \text{»} & (-115,33); & m_3'' = 135,31 & \text{»} & (135,04); \\ m_4' = -52,13 & \text{»} & (-52,59); & m_4'' = 72,87 & \text{»} & (72,40); \\ m_5' = 10,375 & \text{»} & (9,743); & m_5'' = 10,375 & \text{»} & (9,743). \end{array}$$

Цифры в скобках по Передерию.

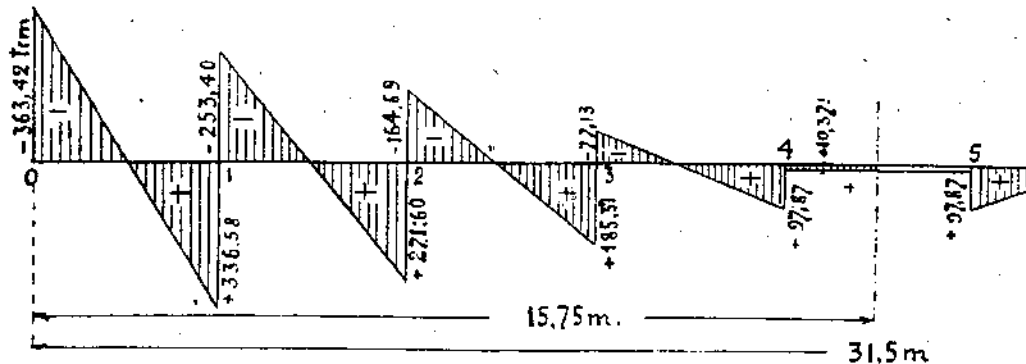
Приведем еще изгибающие моменты поясов в теоретических узловых точках. Обозначим их через M_i' и M_i'' , где M_i' — изгибающий момент в i -м пролете у левой узловой точки и M_i'' — у правой узловой точки:

$$M_i' = \frac{1}{2} (M_{i-1,0} - X_i h), \quad M_i'' = \frac{1}{2} (M_{i,0} - X_i h),$$

где $M_{i-1,0}$ — изгибающий момент основной системы у узла i — $M_{i,0}$ — изгиб. момент основной системы у узловой точки i . По этим формулам получим:

$$\begin{array}{lll} M_1' = -363,42 & \text{тсм}, & M_1'' = 336,58 \text{ тсм} \\ M_2' = -253,40 & \text{»} & M_2'' = 271,60 \text{ »} \\ M_3' = -164,69 & \text{»} & M_3'' = 185,31 \text{ »} \\ M_4' = -77,13 & \text{»} & M_4'' = 97,87 \text{ »} \\ M_5' = 10,375 & \text{»} & M_5'' = 10,375 \text{ »} \end{array}$$

Эпюра изгибающих моментов для пояса представлена на фиг. 9.

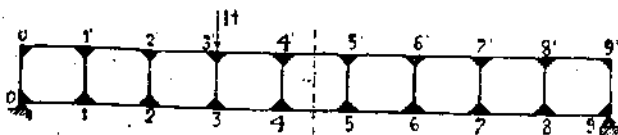


Фиг. 9.

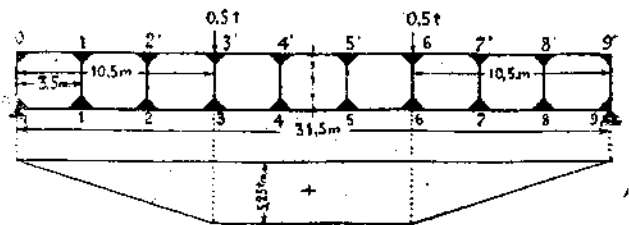
В нижнем поясе продольная сила $U_i = X_i$ (усилие растягивающее), в верхнем поясе $O_i = -X_i$ (усилие сжимающее).

Линия влияния. При продвижении груза по верхнему, напр., поясу мы получим уже 9 неизвестных, а для их определения 9 уравнений. Следующий прием, основанный на использовании симметрии относительно оси DD , дает нам возможность упростить решение¹⁾.

Пусть груз $P = 1 \text{ т}$ приложен в точке 3' (фиг. 10). Приложим к этой же



Фиг. 10.



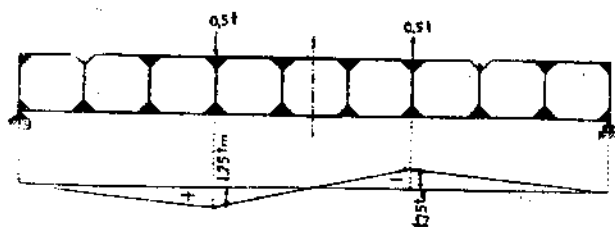
Фиг. 11.

ферме два груза по $P_1 = 0,5 \text{ т}$ в точке 3' и симметричной ей точке 6' (фиг. 11). Получим в этом случае 5 неизвестных X_i ; обозначим их через $X_1', X_2', \dots$ и X_5' .

¹⁾ См. André. «Das B. — U. Verfahren». 1919. Verlag von Oldenbourg. München u Berlin.

Затем приложим к ферме в узловых точках 3' и 6' по 0,5 t, но направленные в разные стороны, как показано на фиг. 12.

Здесь получим 4 неизвестных X_i (обозначим их через X_i'), ибо вследствие асимметрии нагрузки продольные усилия в поясах 5-й панели равны нулю, ферма будет иметь точки перегиба в середине поясов 5-й панели, а для последних 4-х панелей усилия поясов соответственно равны усилиям поясов первых 4-х панелей, только имеют обратный знак, т.е.



Фиг. 12.

$$X_6'' = -X_4', X_7'' = -X_3'', X_8'' = -X_2'' \text{ и } X_9'' = -X_1''.$$

Таким образом, для определения X_i' мы получим следующие 5 уравнений:

$$\begin{aligned} 151 X_1' - 8 X_2' &= \frac{6 \cdot 3 \cdot 1,75 \cdot 2,5}{2}; \\ -8 X_1' + 151 X_2' - 8 X_3' &= \frac{6 \cdot 3 (1,75 + 3,5) \cdot 2,5}{2}; \\ -8 X_2' + 151 X_3' - 8 X_4' &= \frac{6 \cdot 3 (3,5 + 5,25) \cdot 2,5}{2}; \\ -8 X_3' + 151 X_4' - 8 X_5' &= 6 \cdot 3 \cdot 5,25 \cdot 2,5; \\ -16 X_4' + 151 X_5' &= 6 \cdot 3 \cdot 5,25 \cdot 2,5. \end{aligned}$$

Для определения X_i'' получим след. 4 ур-ния:

$$\begin{aligned} 151 X_1'' - 8 X_2'' &= \frac{6 \cdot 3 \cdot 1,75 \cdot 2,5}{6}; \\ -8 X_1'' + 151 X_2'' - 8 X_3'' &= \frac{6 \cdot 3 \cdot 1,75 \cdot 2,5}{2}; \\ -8 X_2'' + 151 X_3'' - 8 X_4'' &= \frac{6 \cdot 3 \cdot 1,75 \cdot 5 \cdot 2,5}{6}; \\ -8 X_3'' + 151 X_4'' &= \frac{6 \cdot 3 \cdot 1,75 \cdot 4 \cdot 2,5}{6}. \end{aligned}$$

Значения X_i определяются след. образом:

$$X_1 = X_1' + X_1'', X_2 = X_2' + X_2'', X_3 = X_3' + X_3'', X_4 = X_4' + X_4'', X_5 = X_5', X_6 = X_4' - X_4'', X_7 = X_3' - X_3'', X_8 = X_2' - X_2'' \text{ и } X_9 = X_1' - X_1''.$$

Зная значения X_i , мы определим значения изгибающих моментов для поясов и стоек.

Пример II. Вертикальная башня.

Берем одинаковый момент инерции поясов на всей длине панели башни, т.е. полагаем $\xi_{i-1}' = \xi_i' = \xi_i'' = \dots = \eta_i \dots = 0$.

Ур-ния (1), (2) и (3) обратятся в след.

$$\begin{aligned} 1) -\frac{3\mu_{i-1}'' h}{T_{i-1}} + \mu_i' \left[\frac{3h}{T_{i-1}} + \lambda_i \left(\frac{1}{I_i} + \frac{1}{I_i'} \right) \right] + \frac{\mu_i'' \lambda_i}{2} \left(\frac{1}{I_i} + \frac{1}{I_i'} \right) - \\ - \frac{3X_i h \lambda_i}{4} \left(\frac{1}{I_i} - \frac{1}{I_i'} \right) = -\frac{3}{\lambda_i I_i} \int_0^{\lambda_i} M_o (\lambda_i - x) dx \dots (10) \end{aligned}$$

$$2) - \frac{\mu_i' \lambda_i}{2} \left(\frac{1}{I_i} + \frac{1}{I_i'} \right) + \mu_i'' \left[\frac{3h}{T_i} + \lambda_i \left(\frac{1}{I_i} + \frac{1}{I_i'} \right) \right] - \frac{3\mu_{i+1}' h}{T_i} -$$

$$- \frac{3X_i h \lambda_i}{4} \left(\frac{1}{I_i} - \frac{1}{I_i'} \right) = - \frac{3}{\lambda_i I_i} \int_0^{\lambda_i} M_0 x dx \dots (11)$$

$$3) - 3\mu_i' \lambda_i \left(\frac{1}{I_i} - \frac{1}{I_i'} \right) - 3\mu_i'' \lambda_i \left(\frac{1}{I_i} - \frac{1}{I_i'} \right) - \frac{X_i h^2}{T_{i-1}} +$$

$$+ X_i h \left[\frac{h}{T_{i-1}} + 3\lambda_i \left(\frac{1}{I_i} + \frac{1}{I_i'} \right) + \frac{h}{T_i} \right] - \frac{X_{i+1} h^2}{T_i} = \frac{6}{I_i} \int_0^{\lambda_i} M_0 dx \dots (12)$$

Заметим, что $\int_0^{\lambda_i} M_0 dx$ есть площадь эюры моментов основной системы для данной панели.

Особое внимание надо обратить здесь на ур-ния для первой панели, ибо в основной системе стойка $00'$ (а здесь собственно распорка) подвержена изгибу. Изгибающий момент для этой распорки будет:

$$X_0 \left(\frac{h}{2} + y \right) + \mu_i' - X_i y,$$

$$X_0 = - \frac{M_{0,0}}{h},$$

где $M_{0,0}$ — статический момент всех активных сил относительно точки O .

Уравнения (1) и (3) или (10) и (12) для первой панели примут следующий вид:

$$- \frac{3M_{0,0} h}{2T_0} + \mu_i' \left[\frac{3h}{I_0} + \lambda_i \left(\frac{1}{I_i} + \frac{1}{I_i'} \right) \right] + \frac{\mu_i'' \lambda_i}{2} \left(\frac{1}{I_i} + \frac{1}{I_i'} \right) - \frac{3X_i h \lambda_i}{4} \left(\frac{1}{I_i} - \frac{1}{I_i'} \right) =$$

$$= - \frac{3}{\lambda_i I_i} \int_0^{\lambda_i} M_0 (\lambda_i - x) dx$$

$$- 3\mu_i' \lambda_i \left(\frac{1}{I_i} - \frac{1}{I_i'} \right) - 3\mu_i'' \lambda_i \left(\frac{1}{I_i} - \frac{1}{I_i'} \right) - \frac{X_0 h^2}{T_0} + X_i h \left[\frac{h}{T_0} + \right.$$

$$\left. + 3\lambda_i \left(\frac{1}{I_i} + \frac{1}{I_i'} \right) + \frac{h}{T_i} \right] - \frac{X_i h^2}{T_i} = \frac{6}{I_i} \int_0^{\lambda_i} M_0 dx.$$

При $I_i = I_i'$ получим одну группу ур-ний, содержащих μ и другую группу ур-ний, содержащих только X .

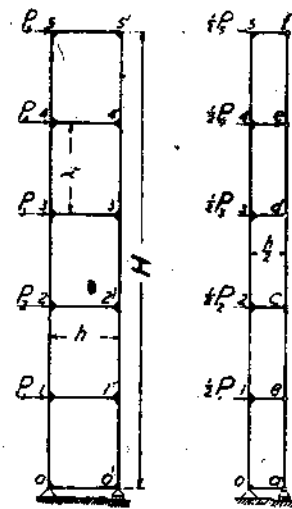
Обратим здесь еще внимание на то, что, если в соответствующих ур-ниях положить $T_0 = \infty$, мы получим башню со стойками, внизу закрепленными.

В качестве примера возьмем башню с вертикальными стойками, высотой $H = 65$ м в 5 панелей, каждая длиной $\lambda = 13$ м, ширина башни $h = 10$ м. Силы будем предполагать приложенными в узловых точках левой стойки (точки 0, 1, 2, 3, 4, 5). Моменты инерции как стоек, так и распорок берем одинаковыми.

В этом случае получим 5 ур-ний, в которые входит только X_i .

Пусть сила в 1 т приложена в точке 1-й.

$$X_0 = - \frac{1 \cdot 13}{10} = -1,3 \text{ т.}$$



Фиг. 13.

Фиг. 14.

Для определения X_i получим след. ур-ния:

$$\begin{aligned} 1,3 \cdot 10^2 + X_1 \cdot 10 (10 + 6 \cdot 13 + 10) - X_2 \cdot 10^2 &= - \frac{6 \cdot (13 + 0) \cdot 13}{2}, \\ - X_1 \cdot 10^2 + X_2 \cdot 10 (10 + 6 \cdot 13 + 10) - X_3 \cdot 10^2 &= 0 \\ \dots \dots \dots \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} 980X_1 - 100X_2 &= -637; \\ -100X_1 + 980X_2 - 100X_3 &= 0; \\ -100X_2 + 980X_3 - 100X_4 &= 0; \\ -100X_3 + 980X_4 - 100X_5 &= 0; \\ -100X_4 + 980X_5 &= 0. \end{aligned}$$

Когда сила = 1 *m* приложена в точке 2-й, получим след. ур-ния:

$$\begin{aligned} (X_0 = - \frac{2 \cdot 13}{10}): \\ 980X_1 - 100X_2 &= - \frac{6 (26 + 13) \cdot 13}{2} - 2,6 \cdot 10^2 = -1.781; \\ -100X_1 + 980X_2 - 100X_3 &= \frac{6 (13 + 0) \cdot 13}{2} = -507; \\ -100X_2 + 980X_3 - 100X_4 &= 0 \end{aligned}$$

и т. д.

Когда сила приложена в точке 3, получим след. ур-ния:

$$\begin{aligned} 980X_1 - 100X_2 &= - \frac{6 (39 + 26) \cdot 13}{2} - 3,9 \cdot 10^2 = -2.925 \\ -100X_1 + 980X_2 - 100X_3 &= -1.521; \\ -100X_2 + 980X_3 - 100X_4 &= -507; \\ -100X_3 + 980X_4 - 100X_5 &= 0; \\ -100X_4 + 980X_5 &= 0. \end{aligned}$$

Когда сила приложена в точке 4, получим ур-ния:

$$\begin{aligned} 980X_1 - 100X_2 &= -4.069; \\ -100X_1 + 980X_2 - 100X_3 &= -2.535; \\ -100X_2 + 980X_3 - 100X_4 &= -1.521; \\ -100X_3 + 980X_4 - 100X_5 &= -507; \\ -100X_4 + 980X_5 &= 0. \end{aligned}$$

Когда сила приложена к точке 5, получим след. ур-ния:

$$\begin{aligned} 980X_1 - 100X_2 &= -5.213; \\ -100X_1 + 980X_2 - 100X_3 &= -3.549; \\ -100X_2 + 980X_3 - 100X_4 &= -2.535; \\ -100X_3 + 980X_4 - 100X_5 &= -1.521; \\ -100X_4 + 980X_5 &= -507. \end{aligned}$$

Результаты, которые получатся, будут в этом случае отвечать также решению для случая, представленного на фиг. 14. Все значения X_i получаются отрицательными. Значения X_i сведены в таблицу I, при чем знак минус опущен.

Таблица I.
Значения X_i в тоннах.

x_i	Сила приложена в узлах.					Сила во всех узлах.
	1	2	3	4	5	
X_0	1,3000	2,6000	3,9000	5,2000	6,5000	19,5000
X_1	0,6569	1,8906	3,1838	4,4830	5,7830	15,9973
X_2	0,0677	0,7178	1,9508	3,2438	4,5432	10,5233
X_3	0,0070	0,0740	0,7240	1,9570	3,2500	6,0120
X_4	0,000720	0,00763	0,0747	0,7246	1,9568	2,7644
X_5	0,000073	0,00078	0,0076	0,0739	0,7170	0,7994

Таблица II.
Значения наибольших изгибающих моментов для стоек в т.м.

μ_i	Сила приложена в узлах.					Сила во всех узлах слева.
	1	2	3	4	5	
μ_0	3,215	3,547	3,581	3,585	3,585	17,514
μ_1	2,946	5,864	6,165	6,196	6,199	27,370
μ_2	0,304	3,219	6,184	6,434	6,466	22,557
μ_3	0,031	0,332	3,247	6,162	6,466	16,238
μ_4	0,0032	0,034	0,335	3,253	6,199	9,825
μ_5	0,00036	0,0039	0,038	0,370	3,585	3,997

Таблица III.
Значения изгибающих моментов для поясов у узловых точек в т.м.

$M_i' \text{ и } M_i''$	Сила приложена в узлах.					Сила во всех узлах слева.
	1	2	3	4	5	
M_1'	-3,215	-3,547	-3,581	-3,585	-3,585	-17,514
M_1''	+3,285	+2,953	+2,919	+2,915	+2,915	+14,986
M_2'	+0,339	-2,911	-3,246	-3,281	-3,284	-12,383
M_2''	+0,339	+3,589	+3,254	+3,219	+3,216	+13,617
M_3'	0,035	0,370	-2,880	-3,215	-3,250	-8,940
M_3''	0,035	0,370	3,620	3,285	3,250	+10,560
M_4'	0,0036	0,038	0,373	-2,877	-3,216	-5,678
M_4''	0,0036	0,038	0,373	3,623	+3,284	+7,322
M_5'	0,00036	0,0039	0,038	0,370	-2,915	-2,503
M_5''	0,00036	0,0039	0,038	0,370	3,585	+3,997

Наибольший изгибающий момент стойки i :

$$\mu_i = (X_{i-1} - X_i) \frac{h}{2}.$$

В таблице II показаны абсолютные значения μ_i в тоннометрах.

Изгибающие моменты в поясах у узловых точек $i-1$ и i вычисляются по формулам:

$$M_i' = \frac{1}{2}(M_{i-1,0} - X_i h); \quad M_i'' = \frac{1}{2}(M_{i,0} - X_i h).$$

Например, когда во всех узлах приложено по одной тонне.

$$M_1' = -97,5 + 15,9973 \cdot 5 = -17,5135,$$

$$M_1'' = -65 + 15,9973 \cdot 5 = +14,9865 \text{ и т. д.}$$

В таблице III приведены значения изгибающих моментов у узловых точек.

Заметим здесь, что для первоначального подбора сечений безусловно можно принять все моменты инерции равными; изменение моментов инерции поясов по высоте, а равно и моментов инерции распорок мало влияет на значения X_i .

§ 4. Ферма с параллельными поясами и неодинаковым моментом инерции поясов. Полагаем здесь $\xi_i' = \xi_i'' = \dots \eta_i = 0$. Здесь можем воспользоваться уравнениями (10), (11) и (12).

Задача здесь осложняется, ибо значения X_i уже являются зависимыми от значений μ_i . Но нетрудно убедиться, что в случаях, когда момент инерции одного пояса превосходит момент инерции другого пояса даже в 3 раза, значения X_i мало отличаются от тех, которые получаются, если взять средний момент инерции, именно, положить момент инерции обоих поясов $I_{i,0} = \frac{I_i + I_i'}{2}$, и мы можем определить значения X_i из ур-ня:

$$-\frac{X_{i-1}h^2}{T_{i-1}} + X_i h \left(\frac{h}{T_{i-1}} + \frac{6\lambda_i}{I_{i,0}} + \frac{h}{T_i} \right) - \frac{X_{i+1}h^2}{T_i} = \frac{6}{I_{i,0}} \int_0^{\lambda_i} M_0 dx.$$

Вставив полученные значения для X_i в ур-ня (10) и (11), мы определим значения μ_i . Конечно, мы можем достигнуть еще большей точности, если значения μ_i

подставим в ур-не (12), определим X_i и подставим их опять в ур-ня (10) и (11), из которых определим μ_i . Надо сказать, что для практических целей это не нужно, ибо первое приближение мало отличается от точного решения, если считать за точное решение системы ур-ний (10) — (12).

Пример.

Моменты инерции стоек пусть равны T , момент инерции верхнего пояса $I = \frac{1}{2} T$ и нижнего $I' = \frac{3}{2} T$.

Вместо I и I' вставим в ур. (12) средний момент инерции $I_0 = \frac{I + I'}{2} = T$.

Ур-не (12), взятое для панелей 1-й, 2-й и 3-й дает нам в этом случае:

$$X_1 \cdot 5,1 (5,1 \cdot 2 + 6 \cdot 5,4) - X_2 \cdot 5,1^2 = \frac{6 \cdot 10,8 \cdot 5,4}{2}.$$

$$-X_1 \cdot 5,1^2 + X_2 \cdot 5,1 (5,1 \cdot 2 + 6 \cdot 5,4) - X_3 \cdot 5,1^2 = \frac{6 (10,8 + 16,2) \cdot 5,4}{2}.$$

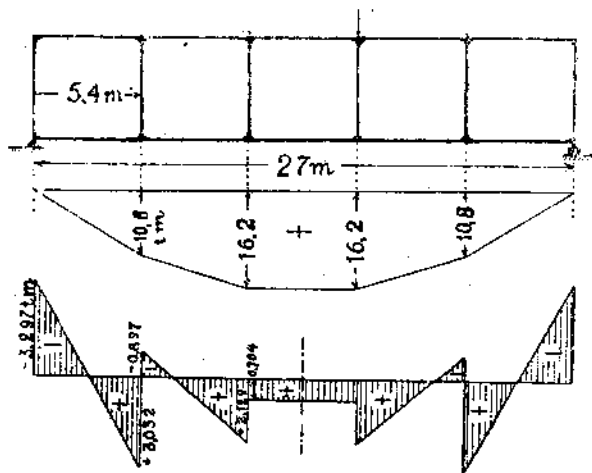
$$-X_2 \cdot 2 \cdot 5,1^2 + X_3 \cdot 5,1 (5,1 \cdot 2 + 6 \cdot 5,4) = 6 \cdot 16,2 \cdot 5,4.$$

Из этих ур-ий получим:

$$X_1 = 1,105 \text{ т, } X_2 = 2,507 \text{ т и } X_3 = 3,016 \text{ т.}$$

Вставив значения X в ур-ня (10) и (11), получим следующие ур-ня:

$$\begin{aligned} 1) \mu_1' \left[3 \cdot 5,1 + 5,4 \left(2 + \frac{2}{3} \right) \right] + \frac{\mu_1'' \cdot 5,4}{2} \left(2 + \frac{2}{3} \right) - \frac{3 \cdot 1,105 \cdot 5,1 \cdot 5,4}{4} \left(2 - \frac{2}{3} \right) = \\ = -\frac{3 \cdot 2 (0 + 10,8)}{5,4 \cdot 2 \cdot 3} \cdot 5,4^2. \end{aligned}$$



Фиг. 15 и 16.

$$2) \frac{\mu_1' \cdot 5,4}{2} \left(2 + \frac{2}{3}\right) + \mu_1'' \left[3 \cdot 5,1 + 5,4 \left(2 + \frac{2}{3}\right)\right] - 3 \mu_2' \cdot 5,1 - \\ - \frac{3 \cdot 1,105 \cdot 5,1 \cdot 5,4}{4} \left(2 - \frac{2}{3}\right) = - \frac{3 \cdot 2 \cdot 10,8 \cdot 5,4^2 \cdot 2}{5,4 \cdot 2 \cdot 3}.$$

$$3) - 3 \mu_1'' \cdot 5,1 + \mu_2' \left[3 \cdot 5,1 + 5,4 \left(2 + \frac{2}{3}\right)\right] + \frac{\mu_2'' \cdot 5,4}{2} \left(2 + \frac{2}{3}\right) - \\ - \frac{3 \cdot 2,507 \cdot 5,1 \cdot 5,4}{4} \left(2 - \frac{2}{3}\right) = - \frac{3 \cdot 2}{5,4} \left(\frac{10,8 \cdot 5,4^2}{2} + \frac{5,4^3}{6}\right).$$

$$4) \mu_2' \cdot \frac{5,4}{2} \left(2 + \frac{2}{3}\right) + \mu_2'' \left[3 \cdot 5,1 + 5,4 \left(2 + \frac{2}{3}\right)\right] - 3 \mu_3' \cdot 5,1 - \\ - \frac{3 \cdot 2,507 \cdot 5,1 \cdot 5,4}{4} \left(2 - \frac{2}{3}\right) = - \frac{3 \cdot 2}{5,4} \left(\frac{10,8 \cdot 5,4^2}{2} + \frac{5,4^3 \cdot 2}{6}\right).$$

$$5) - \mu_2'' \cdot 5,1 + \mu_3' \left[3 \cdot 5,1 + 5,4 \left(2 + \frac{2}{3}\right)\right] + \frac{\mu_3' \cdot 5,4}{2} \left(2 + \frac{2}{3}\right) - \\ - \frac{3 \cdot 3,016 \cdot 5,1 \cdot 5,4}{4} \left(2 - \frac{2}{3}\right) = - \frac{3 \cdot 2}{5,4} \cdot \frac{16,2 \cdot 5,4^2}{2}.$$

Окончательно получим ур-ия:

$$1) 33\mu_1' + 8\mu_1'' = -30,9870; \quad 2) 8\mu_1' + 33\mu_1'' - 17\mu_2' = -95,7870; \\ 3) -17\mu_1' + 33\mu_1'' + 8\mu_2'' = -150,0858; \quad 4) 8\mu_2' + 33\mu_2'' - 17\mu_3' = \\ = -182,4858; \quad 5) -17\mu_2' + 41\mu_3' = -199,3104.$$

Решая эти ур-ия, получим:

$$\begin{aligned} \mu_1' &= 0,479 \text{ т.м.}; & \mu_1'' &= -5,850 \text{ т.м.}; \\ \mu_2' &= -5,496 \text{ т.м.}; & \mu_2'' &= -8,522 \text{ т.м.}; \\ \mu_3' &= -8,395 \text{ т.м.}; & \mu_3'' &= -8,395 \text{ т.м.} \end{aligned}$$

Изгибающие моменты верхнего пояса:

$$M_1' = 0,479 - \frac{1,105 \cdot 5,1}{2} = -2,338 \text{ т.м.};$$

$$M_1'' = -5,850 - \frac{1,105 \cdot 5,1}{2} + 10,8 = 2,132 \text{ т.м.};$$

$$M_2' = -5,496 - \frac{2,507 \cdot 5,1}{2} + 10,8 = -1,089 \text{ т.м.};$$

$$M_2'' = -8,522 - \frac{2,507 \cdot 5,1}{2} + 16,2 = 1,285 \text{ т.м.};$$

$$M_3' = M_3'' = -8,395 - \frac{3,016 \cdot 5,1}{2} + 16,2 = 0,114 \text{ т.м.};$$

Изгибающие моменты нижнего пояса:

$$M_1' = -0,479 - \frac{1,105 \cdot 5,1}{2} = -3,297 \text{ т.м.};$$

$$M_1'' = 5,850 - \frac{1,105 \cdot 5,1}{2} = 3,032 \text{ т.м.};$$

$$M_2' = 5,496 - \frac{2,507 \cdot 5,1}{2} = -0,897 \text{ т.м.};$$

$$M_2'' = 8,522 - \frac{2,507 \cdot 5,1}{2} = +2,129 \text{ т.м.};$$

$$M_3' = M_3'' = 8,395 - \frac{3,016 \cdot 5,1}{2} = 0,704 \text{ т.м.};$$

Изгибающий момент для верхнего, равно и нижнего конца стойки всегда может быть определен по формуле:

$$\mu_{i-1} = M_i - M'_{i-1}$$

Вычисленные здесь усилия в поясах и изгибающие моменты приведены в табл. IV, при чем рядом приведены цифры других авторов (Чалышева и Энгессера)¹⁾.

Таблица IV.

X и M		Точное решение.	Чал.	Энг.	Результаты полученные здесь как первое приближение.	
Усилия в поясах в тоннах.	X_1	1,083	1,10	1,15	1,105	
	X_2	2,476	2,51	2,47	2,507	
	X_3	2,982	3,01	2,87	3,016	
Изгибающие моменты для поясов у узловых точек в тоннометрах.	Верхний пояс.	M_1'	— 2,260	— 2,33	— 1,48	— 2,339
		M_1''	2,196	2,19	1,22	2,132
		M_2'	— 1,003	— 0,965	— 0,51	— 1,088
		M_2''	1,365	1,28	0,94	1,285
		M_3'	0,200	0,166	0,27	0,114
		M_3''	0,200	0,166	0,27	0,114
	Нижний пояс.	M_1'	— 3,265	— 3,33	— 4,41	— 3,297
		M_1''	3,079	2,98	3,69	3,032
		M_2'	— 0,823	— 1,015	— 1,3	— 0,897
		M_2''	2,209	2,17	2,75	2,129
		M_3'	0,79	0,707	0,72	0,704
		M_3''	0,79	0,707	0,72	0,704

На фиг. 16 дана эпюра изгибающих моментов для нижнего пояса.

Собственно решение, данное здесь, следует считать точным, мы прибегли только к приближенному решению уравнений, и значения, приведенные в таблице являются только первым приближением. Если взять значения для μ и подставить в ур. (12), мы получим опять 3 уравнения, из которых определим X ; эти значения надо рассматривать, как 2-е приближение. Приводим найденные таким образом величины:

$$\begin{aligned} X_1 &= 1,097 (1,195); \\ X_2 &= 2,492 (2,507); \\ X_3 &= 2,999 (3,016). \end{aligned}$$

В скобках показаны цифры 1-го приближения. Вообще говоря, даже при такой большой разнице в моментах инерции поясов, какую мы имеем в этом примере ($I' = 3 I$), можно вполне ограничиваться 1-м приближением. Но в действительности, такая разница в величине значений моментов инерции поясов в практике и не встречается.

§ 5. Ферма с непараллельными поясами, у которой $I_i \cos \alpha_i = I'_i \cos \alpha'_i$. В этом случае применим ур-ния (4) — (6). Если нагрузка приложена в узловых точках, у нас останется для определения статически неопределимых только уравнение вида (6).

Для примера возьмем треугольную башню, представленную на фиг. 17.

Расчет фермы по фиг. 17 может быть сделан по схеме, представленной на фиг. 18, где в точках 0'', 1'', 2'', 3'', 4'' и 5 предполагаются шарниры, а стержни 0''—1'', 1''—2'' неизменяемые.

¹⁾ Приводимые рядом цифры взяты из диссертации Чалышева, который дал приближенное решение для безраскосных ферм (K. Çalışev, Naçın izgaçınavanja okvirnih nosaça sistema Virendel).

Момент инерции поясов полагаем постоянным, равным I , момент инерции распорок тоже постоянным, равным T , при чем полагаем

$$T = I \cos \alpha.$$

В этом случае ур. (6), если положим $\xi = 0$, примет следующий вид:

$$-X_{i-1} h_{i-1}^3 + X_i [h_{i-1}^3 + 2\lambda (h_{i-1}^2 + h_{i-1} h_i + h_i^2) + h_i^3] - X_{i+1} h_i^3 = \frac{6}{\lambda} \int_0^\lambda M_0 [h_{i-1} (\lambda - x) + h_i x] dx.$$

Когда сила $P = 1$ т. приложена в точке 1, получим следующие ур-ния для определения X :

- 1) $979,008X_1 - 73,728X_2 = 629,4$;
- 2) $-384X_1 + 2951X_2 - 162X_3 = 0$;
- 3) $-162X_2 + 1445X_3 - 48X_4 = 0$;
- 4) $-96X_3 + 1018X_4 - 12X_5 = 0$;
- 5) $-6X_4 + 71X_5 = 0$.

Когда $P = 1$ т. приложена во 2 узле, ур-ния будут:

- 1) $979,008X_1 - 73,728X_2 = 1697,8$;
- 2) $-73,728X_1 + 566,592X_2 - 31,104X_3 = 371,8$.

Ур. (3), (4) и (5) совпадают с соответствующими ур-ниями для силы, приложенной в узле 1.

Когда сила приложена в узле 3, ур-ния будут следующие:

- 1) $979,008X_1 - 73,728X_2 = 2766,4$;
- 2) $-73,728X_1 + 566,592X_2 - 31,104X_3 = 1081,6$;
- 3) $-31,104X_2 + 277,440X_3 - 9,216X_4 = 270,4$.

Ур-ния (4) и (5) совпадают с (4) и (5), раньше приведенными.

Когда сила в узле 4, получим след. ур-:

- 1) $979,008X_1 - 73,728X_2 = 3835$;
- 2) $-73,728X_1 + 566,592X_2 - 31,104X_3 = 1791,4$;
- 3) $-31,104X_2 + 277,440X_3 - 9,216X_4 = 777,4$;
- 4) $-9,216X_3 + 99,072X_4 - 1,152X_5 = 169$.

5-е ур. совпадает с 5-м, ранее приведенным.

Значения X_i , определенные из этих ур-ний, приведены в таблице.

Таблица V.

X_i	Сила $P = 1$ т. приложена в узле.					Сила $P = 1$ т. приложена во всех узлах слева.
	1	2	3	4	5	
X_0 ¹⁾	1,08(3)	2,1(6)	3,2500	4,(3)	5,41(6)	16,2500
X_1	0,6493	1,8017	3,0041	4,2103	"	15,0820
X_2	0,0850	0,8962	2,3682	3,8911	"	12,6571
X_3	0,0096	0,1008	1,2440	3,3061	"	10,0772
X_4	0,0009	0,0095	0,1174	2,0431	"	7,5867
X_5	0,000076	0,0008	0,0099	0,1727	"	5,6001

¹⁾ X_0 — реакция опоры.

Изгибающий момент для стойки

$$\mu_i = (X_{i+1} - X_i) \frac{h_i}{2}.$$

Знак получится отрицательный. В табл. VI приведены значения μ по абсолютной величине в тоннометрах.

Таблица VI.

μ_i	Сила $P = 1$ т в узлах.					Сила $P = 1$ т во всех узловых точках слева.
	1	2	3	4	5	
μ_0	2,604	2,190	1,476	0,738	0	7,008
μ_1	2,709	4,346	3,052	1,532	0	11,640
μ_2	0,272	2,863	4,047	2,106	0	9,288
μ_3	0,021	0,219	2,704	3,031	0	5,975
μ_4	0,001	0,010	0,129	2,245	0	2,385

Если через $M_{i,0}$ обозначим изгибающий момент для основной системы в сечении i , изгибающий момент в i -й панели у узла $i - 1$:

$$M'_i = \frac{1}{2} (M_{i-1,0} + X_i h_{i-1})$$

и у узла i :

$$M''_i = \frac{1}{2} (M_{i,0} + X_i h_i).$$

Так, напр., когда сила приложена в узле 4,
 $M_{0,0} = -52$ т.м., $M_{1,0} = -39$ т.м., $M_{2,0} = -26$ т.м., $M_{3,0} = -13$ т.м.,
 $M_{4,0} = M_{5,0} = 0$.

$$\begin{aligned} M'_1 &= -26 + 4,2103 \cdot 6 = -0,738 \text{ т.м.} \\ M''_1 &= -19,5 + 4,2103 \cdot 4,8 = +0,709 \text{ »} \\ M'_2 &= -19,5 + 3,8911 \cdot 4,8 = -0,823 \text{ »} \end{aligned}$$

и т. д.

Значения M'_i и M''_i в тоннометрах приведены в табл. VII.

Таблица VII.

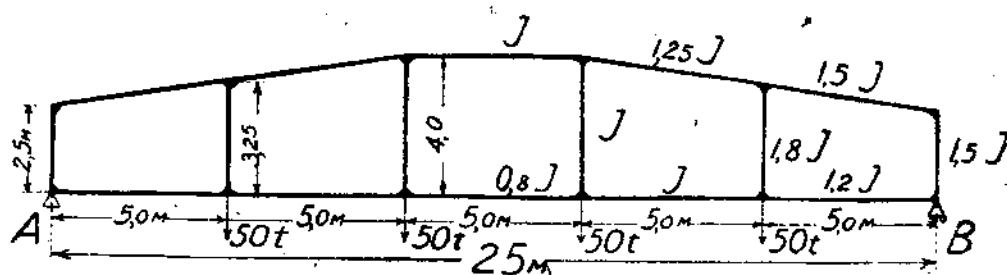
M_i	Сила $P = 1$ т приложена в узлах.					Сила $P = 1$ т. приложена ко всем узлам.
	1	2	3	4	5	
M'_1	-2,604	-2,190	-1,476	-0,738	0	-7,008
M''_1	+3,117	+2,148	+1,419	+0,709	0	+7,394
M'_2	+0,408	-2,198	-1,633	-0,823	0	-4,246
M''_2	+0,306	+3,226	+2,025	+1,008	0	+6,565
M'_3	+0,034	+0,363	-2,022	-1,098	0	-2,722
M''_3	+0,023	+0,266	+2,986	+1,435	0	+4,685
M'_4	+0,002	+0,023	+0,282	-1,597	0	-1,290
M''_4	+0,001	+0,011	+0,141	+2,452	0	+2,605
M'_5	+0,00009	+0,0010	+0,012	+0,207	0	0,220
M''_5	0	0	0	0	0	0

§ 6. Фермы с непараллельными поясами, у которых моменты инерции поясов какие угодно. В качестве примера берем ферму, представленную на фиг. 19¹⁾.

¹⁾ Пример этот заимствован из статьи инж. Чалышева. «Die Berechnung der Rahmenträger» (Der Bauingenieur, 1922).

Пользуемся общими ур-ниями (1) — (3) § 1, полагая в них $\xi = 0$.
Значения моментов инерции показаны на фиг.
Ур-ние (3) примет след. вид:

$$\begin{aligned} & - \mu_i' \lambda_i (2h_{i-1} + h_i) \left(\frac{1}{I_i \cos \alpha_i} - \frac{1}{I_i' \cos \alpha_i'} \right) - \\ & - \mu_i'' \lambda_i (h_{i-1} + 2h_i) \left(\frac{1}{I_i \cos \alpha_i} - \frac{1}{I_i' \cos \alpha_i'} \right) - \frac{X_{i-1} h_{i-1}^3}{T_{i-1}} + X_i \left[\frac{h_{i-1}^3}{T_{i-1}} + \right. \\ & \left. + \lambda_i (h_{i-1}^2 + h_{i-1} h_i + h_i^2) \left(\frac{1}{I_i \cos \alpha_i} + \frac{1}{I_i' \cos \alpha_i'} \right) + \frac{h_i^2}{T_i} \right] - \frac{X_{i-1} h_i^3}{T_i} = \\ & = \frac{6}{\lambda_i I_i' \cos \alpha_i'} \int_0^{\lambda_i} M_0' [h_{i-1} (\lambda_i - x) + h_i x] dx. \end{aligned}$$



Фиг. 19.

Значения X_i при тех отношениях, какие возможны для моментов инерции поясов в практических задачах, мало зависят от этих отношений, большее влияние имеет среднее значение моментов инерции поясов. Это среднее значение может быть определено след. образом:

Для верхнего пояса

$$I_{i \text{ сред.}} = \frac{I_i}{2} + \frac{I_i' \cos \alpha_i'}{2 \cos \alpha_i}$$

для нижнего пояса

$$I_i' \text{ сред.} = \frac{I_i \cos \alpha_i'}{2 \cos \alpha_i'} + \frac{I_i}{2}$$

В рассматриваемом случае $\alpha_i' = 0$, и мы берем

$$I_i' \text{ сред.} = \frac{I_i \cos \alpha_i}{2} + \frac{I_i}{2}$$

Таким образом, получим:

$$I_1' \text{ сред.} = 1,34 I; I_2' \text{ сред.} = 1,12 I; I_3' \text{ сред.} = 0,9 I.$$

$$I_i \text{ сред.} \cdot \cos \alpha_i = I_i' \text{ сред.}$$

Ур-ния для определени X_i будут следующие:

$$1) X_1 \left[\frac{2,5^3}{1,5} + 2,5 \left(\frac{2,5^2}{1,5} + 2,5 \cdot 3,25 + 3,25^2 \right) \frac{1}{1,34} + \frac{3,25^3}{1,8} \right] - X_2 \frac{3,25^3}{1,8} = \frac{22.500}{1,34}$$

$$2) - \frac{X_1 \cdot 3,25^3}{1,8} + X_2 \left[\frac{3,25^3}{1,8} + 2,5 (3,25^2 + 3,25 \cdot 4 + 16) \frac{1}{1,12} + 4^3 \right] - 64 X_3 = \frac{50 \cdot 225 \cdot 7,25}{1,12}$$

$$3) - X_2 \cdot 2 \cdot 4^3 + X_3 \left(4^3 \cdot 2 + \frac{5 \cdot 2 \cdot 48}{0,9} \right) = \frac{6 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 750}{0,9 \cdot 5}$$

Из этих уравнений получим:

$$X_1 = 93,04 \text{ т}, X_2 = 171,17 \text{ т}, X_3 = 183,34 \text{ тонн}$$

Подставляя эти значения в ур. (1) и (2), получим след. 5 ур-ний¹⁾:

$$1) 4\mu_1' \left[\frac{3 \cdot 2,5}{1,5} + 5 \left(\frac{1}{1,5} + \frac{1}{1,2} \right) \right] + \mu_1'' \cdot 2 \cdot 5 \left(\frac{1}{1,5} + \frac{1}{1,2} \right) - 93,04 \cdot 5 (2 \cdot 2,5 + 3,25) \left(\frac{1}{1,5} - \frac{1}{1,2} \right) = \frac{12 \cdot 500 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 1,2 \cdot 2 \cdot 3}$$

$$2) 5 \cdot 2\mu_1' \left(\frac{1}{1,5} + \frac{1}{1,2} \right) + 4\mu_1'' \left[\frac{3 \cdot 3,25}{1,8} + 5 \left(\frac{1}{1,5} + \frac{1}{1,2} \right) \right] - \frac{\mu_2' \cdot 3,25 \cdot 12}{1,8} - 93,04 \cdot 5 (2 \cdot 2,5 + 3,25) \left(\frac{1}{1,5} - \frac{1}{1,2} \right) = \frac{12 \cdot 500 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 1,2 \cdot 3}$$

и т. д.

Эти ур-ния сведутся к следующим:

$$1) 30\mu_1'' + 9\mu_1' = 2116,21; \quad 4) 18\mu_2' + 84\mu_2'' - 48\mu_3' = 18074,3375;$$

$$2) 9\mu_1' + 31\mu_1'' - 13\mu_2'' = 4581,32; \quad 5) -32\mu_2'' + 77\mu_3' = 16906,6;$$

$$3) -65\mu_1' + 173\mu_2'' + 54\mu_3' = 47108,145;$$

Решая эти ур-ния, получим:

$$\mu_1' = -5,81; \mu_1'' = +254,50; \mu_2' = +250,45;$$

$$\mu_2'' = +376,34; \mu_3' = 375,97.$$

Таблица VIII.

х и м		Точное решение.	Чал.	Энг.	Результаты, здесь полученные.	
Усилия в нижнем поясе в тоннах.	X_1	92,85	93,0	93,84	93,04	
	X_2	171,14	171,0	171,03	171,17	
	X_3	184,33	184,4	183,93	184,34	
Изгибающие моменты для поясов у узловых точек в тоннометрах.	Верхний пояс.	M_1'	- 121,44	- 121,5	- 130,50	- 122,11
		M_1''	+ 103,11	+ 103,0	+ 106,78	+ 103,40
		M_2'	- 28,36	- 29,4	- 30,35	- 27,70
		M_2''	+ 34,59	+ 33,8	+ 37,05	+ 34,00
		M_3'	+ 7,51	+ 6,53	+ 19,44	+ 7,29
		M_3''	"	"	"	"
	Нижний пояс.	M_1'	- 110,69	- 111,0	- 103,90	- 110,49
		M_1''	+ 95,12	+ 94,3	+ 88,16	+ 94,31
		M_2'	- 27,85	- 27,2	- 25,64	- 28,60
		M_2''	+ 30,85	+ 31,2	+ 28,55	+ 31,32
		M_3'	+ 5,15	+ 6,04	+ 4,86	+ 5,35
		M_3''	"	"	"	"

В табл. VIII приведены значения усилий в нижнем поясе X_i и значения изгибающих моментов у узловых точек, M_i' и M_i'' , полученные здесь и полученные другими авторами²⁾.

Усилие в нижнем поясе $U_i = X_i$, в верхнем

$$Q_i = -\frac{X_i}{\cos \alpha_i}.$$

Полученные здесь значения усилий в поясах и изгибающих моментов суть только первые приближения. Но этих приближений совершенно достаточно для расчета ферм.

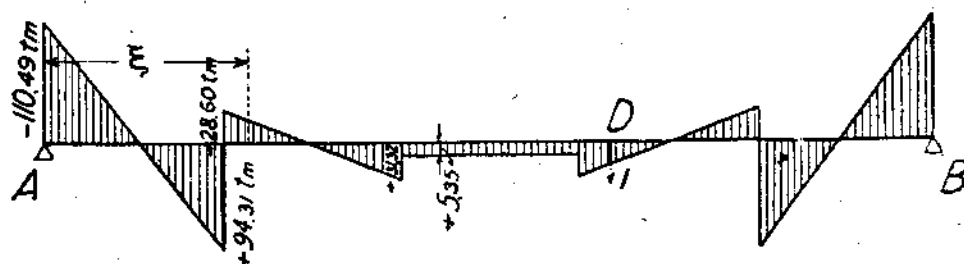
1) Для упрощения выкладок здесь вместо $I_i \cos \alpha_i$ вставлено I_i , так как $\cos \alpha_i$ близок к 1. Нами было вставлено и значение $I_i \cos \alpha_i$ — вычисления дали несущественную разницу для значений изгибающих моментов.

2) Цифры других авторов заимствованы мною из вышеупомянутой статьи Чалышева.

На фиг. 20 представлены изгибающие моменты нижнего пояса. Прогиб оси нижнего пояса в точке D может быть вычислен по формуле:

$$\eta = \frac{1}{E} \int \frac{M' M d\xi}{I},$$

где M' — изгибающий момент в любом сечении от силы 1, приложенной в точке D , M — изгибающий момент в том же сечении, взятый из фиг. 20, и I — момент инерции пояса в том же сечении. Интеграл должен быть распространен на всю длину пояса.



Фиг. 20.

Графически упругая линия может быть построена, если воспользоваться аналогией Mohr'a. Упругая линия совпадает с веревочной кривой, построенной для нагрузки на единицу длины балки:

$$p = \frac{M}{EI}$$

при полюсном расстоянии $H = 1$.

III. Некоторые частные случаи жестких рам.

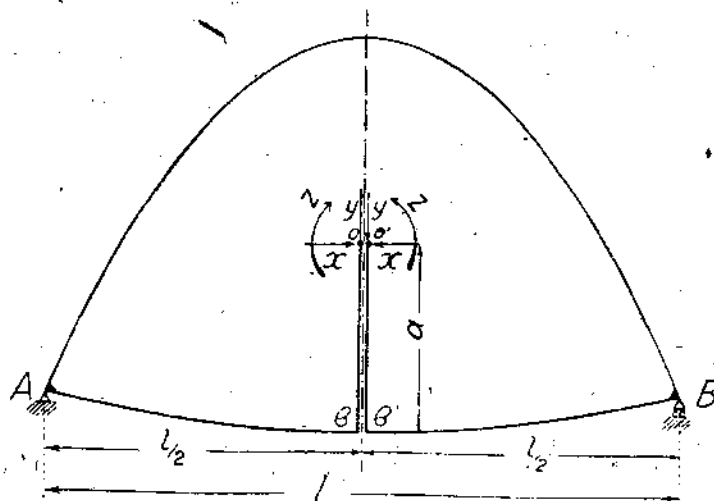
§ 7. Однопанельная рама. Рассмотрим симметричную относительно оси y -ов раму, представленную на фиг. 21 и находящуюся под какой угодно нагрузкой. Если мы разрежем ее в точке b , она станет статически определимой. Прикрепим к точкам b и b' два неизменяемых стержня bo и bo' и к ним в точках O и O' соответственно приложим силы X и $-X$, Y и $-Y$ и Z и $-Z$, которые примем за лишние неизвестные.

Принимаем во внимание только деформацию изгиба.

За начало координат берем точку O , положительную ось X -ов направляем вправо, y -ов вверх.

В точке (x, y) изгибающий момент

$$M = M_0 + Z + Yx - Xy,$$



Фиг. 21.

Прикладывая последовательно $Z = -1$, $Y = -1$ и $X = -1$, получим 3 ур-ния:

- 1) $\int \frac{(M_0 + Z + Yx - Xy) ds}{I} = 0.$
- 2) $\int \frac{(M_0 + Z + Yx - Xy) x ds}{I} = 0.$
- 3) $\int \frac{(M_0 + Z + Yx - Xy) y ds}{I} = 0.$

Если начало координат O выберем так, чтобы

$$a = \frac{\int \frac{y' ds}{I}}{\int \frac{ds}{I}}$$

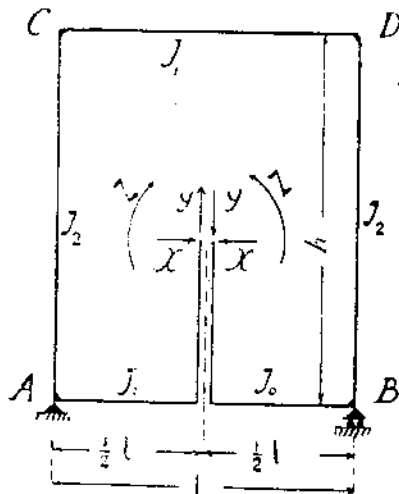
где $y' = a + y$, мы получим 3 ур-ния, каждое с одним неизвестным; из них мы определим Z , Γ и X , а именно:

$$Z = - \frac{\int \frac{M_0 ds}{I}}{\int \frac{ds}{I}}; \quad \Gamma = - \frac{\int \frac{M_0 x ds}{I}}{\int \frac{x^2 ds}{I}} \quad \text{и} \quad X = \frac{\int \frac{M_0 y ds}{I}}{\int \frac{y^2 ds}{I}}.$$

Всякий замкнутый контур приводится к решению 3-х ур-ний, из которых каждое имеет по одному неизвестному.

Если момент инерции I части AbB возьмем равным бесконечности, получим решение для свода.

Применим эти формулы к контуру, состоящему из прямолинейных элементов (фиг. 22).



Фиг. 22.

$$a = \frac{\frac{2}{I_2} \int_0^h y' dy' + \frac{h}{I_1} \int_{-l/2}^{+l/2} dx}{\frac{1}{I_1} \int_{-l/2}^{+l/2} dx + \frac{2}{I_2} \int_0^h dy' + \frac{1}{I_0} \int_{-l/2}^{l/2} dx} =$$

$$= h \frac{\frac{l}{I_1} + \frac{h}{I_2}}{l \left(\frac{1}{I_0} + \frac{1}{I_1} \right) + \frac{2h}{I_2}}.$$

Если загружена только верхняя балка,

$$Z = - \frac{\frac{1}{I_1} \int M_0 dx}{l \left(\frac{1}{I_0} + \frac{1}{I_1} \right) + \frac{2h}{I_2}};$$

$$\Gamma = - \frac{\frac{1}{I_1} \int M_0 x dx}{l^2 \left[\frac{h}{2I_2} + \frac{l}{12} \left(\frac{1}{I_0} + \frac{1}{I_1} \right) \right]};$$

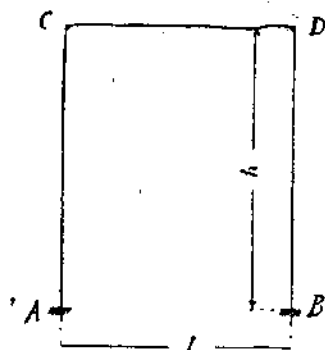
$$X = \frac{\frac{h-a}{I_1} \int M_0 dx}{\frac{(h-a)^2 l}{I_1} + \frac{a^2 l}{I_0} + \frac{2h}{3I_2} (h^2 - 3ha + 3a^2)}.$$

Если в этих формулах положим $I_0 = \infty$, получим раму с закрепленными стойками (фиг. 23). Если положим $I_0 = 0$, получим след. значения для a , Z , Γ и X .

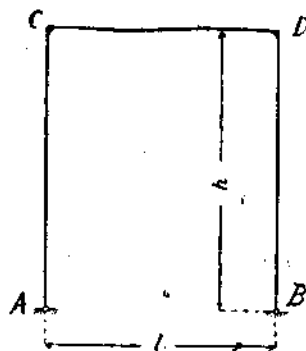
$$a = 0, \quad Z = 0, \quad \Gamma = 0,$$

$$X = \frac{\frac{1}{I_1} \int M_0 dx}{\frac{lh}{I_1} + \frac{2h^2}{3I_2}}.$$

Х, в этом случае есть горизонтальный распор двухшарнирной рамы (фиг. 24).



Фиг. 23.



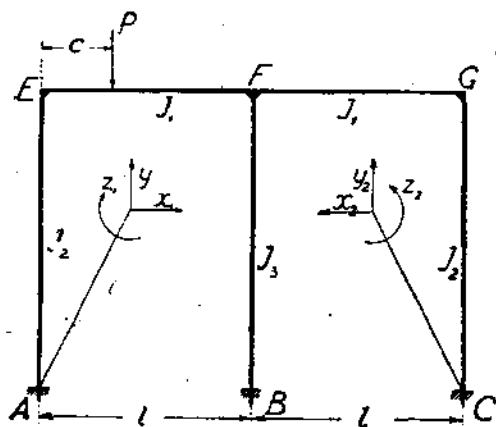
Фиг. 24.

§ 8. Двухпанельная симметрическая рама с закрепленными стойками.

Освобождаем опоры А и С и прикрепляем к ним неизменяемые стержни, к концу которых приложим Х, Y и Z.

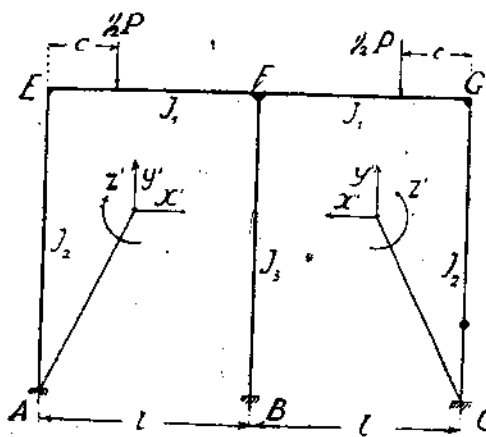
Пусть нагрузка несимметрична, напр., приложена сила P (фиг. 25).

Приложим один раз симметричную нагрузку $\frac{P}{2}$ (фиг. 26), а второй раз нагрузку $\frac{P}{2}$ и $-\frac{P}{2}$ (фиг. 27).

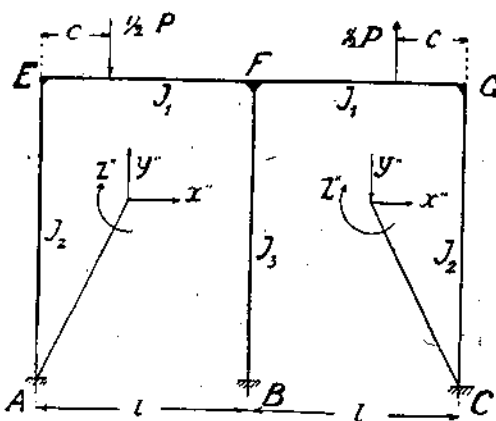


Фиг. 25.

Если найдем для обоих случаев значения Х, Y и Z и сложим соответствующие их значения, получим решение поставленной задачи. Но заметим, что когда нагрузка симметрична, мы можем рассматривать, пренебрегая деформацией от продольных сил, только часть контура АЕF (фиг. 28), как раму с закрепленными концами; получили 3 уравнения, каждое с одним неизвестным. А когда нагрузка ассимметрична,



Фиг. 26.

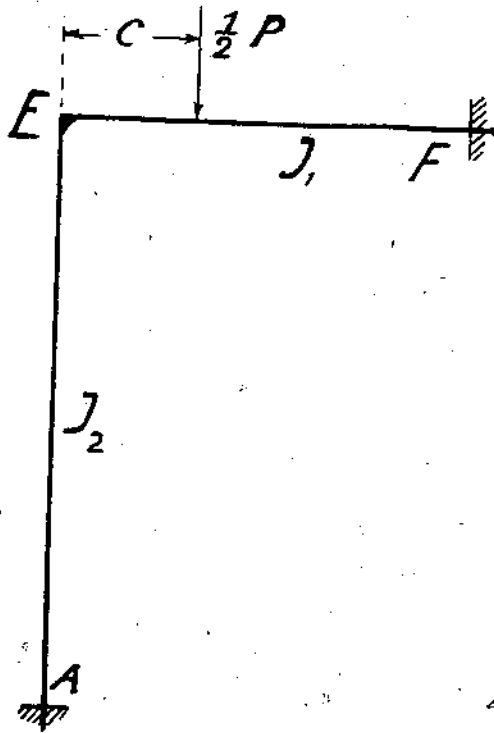


Фиг. 27.

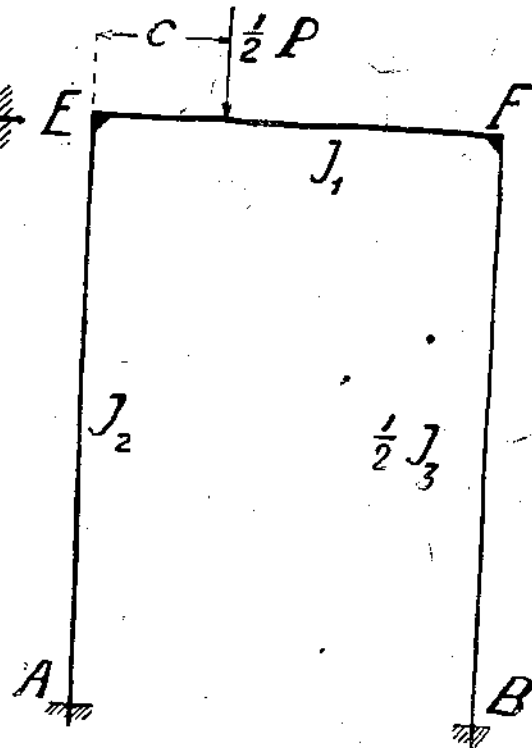
как на фиг. 27, мы можем рассматривать половину рамы, у которой стойка BF имеет момент инерции

$$I_3' = \frac{I_3}{2}.$$

В этом случае нам пришлось бы разрешать жесткую раму, представленную на фиг. 29, т.-е. получили бы 3 уравнения, каждое с одним неизвестным.



Фиг. 28.



Фиг. 29.

Таким образом, вся задача сводится к решению 6-ти уравнений, из которых каждое содержит по одному неизвестному.

ОГЛАВЛЕНИЕ.

	СТР.
Предисловие	2
I. Общее решение для безраскосных ферм и жестких рам	3
§ 1. Вывод общих уравнений	3
§ 2. Решение для случая, когда $I_1 \cos \alpha = I_2 \cos \alpha_1$	6
II. Приложения. Примеры.	7
§ 3. Ферма с параллельными поясами и одинаковым моментом инерции поясов при узловой нагрузке.	14
§ 4. Ферма с параллельными поясами и неодинаковым моментом инерции поясов.	16
§ 5. Ферма с непараллельными поясами, у которой $I_1 \cos \alpha_1 = I_2 \cos \alpha_2$	—
§ 6. Ферма с непараллельными поясами, у которой моменты инерции поясов какие угодно.	—
III. Некоторые частные случаи жестких рам	21
§ 7. Однопанельная рама	23
§ 8. Двухпанельная симметрическая рама с закрепленными стойками	23

...технических учебных для самообразования и ...
...Момма М. 1925 г. 168 стр. 10 рис. П. 1 р. 70 к.
...Вука Каровова атласом. М. 1923 г. 554 стр. П. 2 р. 50 к.
...Рационально-отопительные станции. М. 1923 г. 48 стр. П. 1 р. 70 к.
...Формулы для расчета рамных конструкций. Перевод с немецкого
И. А. Кашпарова. М. 1924 г. 187 стр. П. 2 п.

...основе смат на железобетонные сооружения. С детально разработанными
...и практикой Перев. и дополн. инж. И. Н. Павлова. М. 1926 г. Изд. 2-е
...стр. 238 рис. П. 1 р. 70 к.

...П. А., проф. Мукомольно-крупное производство. Практич. и теоретич. руководство
...крупчат. техн. и инж. по мукомольно-крупн. произв. и постройке мельниц
М. 1926 г. 4-е изд. 469 стр. 571 рис. П. 5 р.

...Расчет и возведение каменных вододержательных плотин. Перевод
Н. Анисимова. М. 1923 г. 36 стр. 20 черт. П. 45 к.

...Селенский И. И., проф. Сборник нормалей деталей машин. М. 1922 г. 96 табл. 97 черт. П. 3 р.

...пределах допусков в машиностроении. Перевод с немецкого проф. А. Д. Галуца
Б. 1923 г. 246 стр. 47 рис. П. 3 р. 50 к.

...Лансон Л. Б., проф. Общая теория машин (статика и динамика машин). М. 1923 г.
192 стр. 140 рис. П. 2 р.

...Книжка механизмов. М. 1923 г. 206 стр. 262 рис. П. 2 р.

...Демосифос Ю. В., проф. Тяговые расчеты. В. 1922 г. 298 стр. 121 рис. П. 3 р. 50 к.

...Жученко Б. М., проф. Краткий описательный курс двигателей внутреннего сгорания.
Для Т. У. З. техникумов, профтехшкол и для самообразования. М. 1926 г. 68 стр.
115 рис. П. 30 к.

...Маковский А. С., проф., и Ройтман Г. Л., инж. Сушка воздухом, дымовыми газами
и паром. Пособие для расчета и конструирования сушильных устройств для инженеров,
студентов и техникумов. М. 1926 г. Изд. 2-е. 148 стр. 89 рис. и IX диагр. П. 4 р. 75 к.

...Морголюсов-Гурковский, А. М., пер. инж. Справочник по топливу, осветительным про-
дуктам и эмальным материалам. М. 1926 г. 260 стр. П. 2 р. 35 к.

...Мещеряков И. В., проф. Сборник задач по теоретической механике. М. 1923 г. Изд. 2-е
367 рис. П. 1 р. 60 к.

...Михайлов В. А., проф., и Борисов П. П., проф. Избранные задачи по практической
механике. М. 1924 г. Изд. 3-е. 176 стр. 37 рис. П. 1 р. 10 к. Госуд. уч.-изд. ком.
допускается в качестве пособия для ВТУЗ'ов.

...Москатов А., инж. Пособие для практических занятий по динамике. Краткое изложе-
ние теории и применение ее к решению задач технического характера. М. 1926 г.
52 стр. 37 рис. П. 70 к.

...Орлов М. М., проф. Лесная вспомогательная книжка для таксации и технической пере-
счетов. М. 1926 г. Изд. 6-е, перераб. и перечисл. на метрич. систему. 624 стр. 100 рис. П. 3 р. 50 к. в альбоме.

...Орлов П. М., проф. Таблица приращений прямоугольных координат. М. 1926 г. П. 1 р. 70
дополн. 128 стр. П. 2 р. 70 к.

...То же. Курс геодезии. М. 1924 г. 192 стр. 125 рис. П. 2 р. 30 к.

...Подольский И. С., проф. Строительная механика. Часть I (в одной книге). Сопротивление
материалов. М. 1924 г. 1030 стр. 672 рис. П. 11 р.

...То же. Часть I вып. 1-й. Моменты инерции. Растяжение и сжатие. М. 1924 г.
Чапке. М. 1924 г. 80 стр. 237 рис. П. 3 р. 40 к.

...То же. То же. Часть II вып. 2-й. Поперечный изгиб. Расчет балок. М. 1924 г. 100 стр.
298 рис. П. 4 р. 50 к.

...То же. То же. Часть III вып. 3-й. Продольный изгиб. Кривые Эйлера. Расчет стоек. М.
сил. М. 1924 г. 84 стр. 187 рис. П. 3 р. 40 к.

...Потоцкий М. И., инж.сельское водоснабжение. Пособие для инженеров, агрономов,
студентов и врачей. М. 1925 г. Изд. 2-е. 40 стр. 19 рис. П. 30 к.

...Трубинский И. В. Промысленный капитал и новая школа ГОТА. Ленинград. 1925 г.
68 стр. П. 35 к.

...Шиллер А., проф. Лабораторное испытание автомобилей. М. 1924 г. 48 стр. 10 рис. П. 70 к.

...Селенский И. О., инж.техн. Тепловое и паровое хозяйство сахарного завода. Исчисление
расхода тепла и пара на нагревание, выпаривание и конденсацию сахарных жидкостей.
С предисл. проф. И. А. Тимошенко. М. 1925 г. 100 стр. П. 2 р. 50 к.

...Блохвер С. М., проф. Основной курс высшей геодезии. Часть I. М. 1923 г. 253 стр.
253 рис. П. 2 р. 35 к.

...То же. То же. Часть II. М. 1925 г. 330 стр. 268 рис. П. 1 р. 20 к.

...Яценко И. Л., инж. электротехн. Электрическое оборудование трамвайных вагонов
городских железных дорог с электрич. тягой. Практическое руководство для инженеров.
М. 1923 г. 96 стр. 37 рис. П. 1 р.

...Танкивич И. В., проф. Теоретическая механика. Часть I. Статика и кинематика. М. 1924 г.
100 стр. 136 рис. П. 1 р. 30 к.

...Танкивич И. В., проф. Теоретическая механика. Часть II. Динамика точки, статика и дина-
мика систем. М. 1924 г. 96 стр. 76 рис. П. 1 р. 10 к.

15931

Бр 103736

- Сидоров, А. И., проф. Описательный курс. Изд. 6-е. 158 стр. 12 рис. Ц. 1 р. 75 к.
- То же. Чертежи из истории техники. М. 1925 г. 312 стр. 201 рис. и атлас на 14 листах. Ц. 3 р. 50 к.
- Стреленный, Н. С., проф. Разводные мосты. Основы проектирования. 312 стр. 201 рис. и атлас на 14 листах. Ц. 3 р. 50 к.
- Соколов, П. П., проф. Номография. Теория и практика построения технических расчетов. Пособие для инженеров, техникумов. 88 стр. 115 рис. и атлас. Ц. 1 р. 70 к.
- Сущков, В. В., проф. Техническая термодинамика. Теория теплоты. Учебник для высших технических учебных заведений. М. 1928 г. 187 стр. 15 рис. Ц. 1 р. 10 к.
- Успенский, Т. В., инж. Таблицы перевода русских линейных мер в метры. Пособие при топографо-геодезических работах. М. 1924 г. 44 стр. Ц. 10 к.
- Флоров, С. Ф., инж. Тепловые расчеты топок и печей. Справочник (с подробными решениями). Пособие для учащихся в высших и средних учебных заведениях. С предисл. проф. А. И. Сидорова. М. 1926 г. 80 стр. 13 рис. Ц. 1 р. 50 к.
- Худяков, П. К., проф. Геометрический метод исследования упругости и прочности балки. В. 1922 г. 130 стр. 70 рис. Ц. 1 р. 16 к.
- Его же. Задачник по сопротивлению материалов. Из практики русского строительства. М. 1924 г. 224 стр. 145 рис. Ц. 3 р.
- Его же. Как рассчитывают на крепость части машин и сооружений (без высшей математики). М. 1922 г. 633 стр. 100 рис. Ц. 6 р.
- Его же. Роль и значение техники в жизни культурных народов. М. 1927 г. 56 стр. Ц. 10 к.
- Чарновский, Н. Ф., проф. Век машин или столетие непрерывных усовершенствований техники. Б. 1923 г. 24 стр. Ц. 30 к.
- Четвериков, С. С., инж. Научная организация производства в практике оборудования завода в современных условиях. М. 1927 г. 52 стр. 44 рис. Ц. 90 к.
- Шекин, П. А., инж. Практическое иллюстрированное учебное положение. Пособие-справочник при составлении и проверке смет и исполнению работ по строительству камен., деревянных и смешанных зданий и ремонту их. М. 1924 г. 403 стр. 43 рис. Ц. 1 р. 50 к.
- Юшкевич, С. Ф., проф. Смягчение жестких вод. Научно-практическое пособие к исправлению воды для технических целей. М. 1925 г. 44 стр. 10 рис. Ц. 10 к.

М. М. К. УРОЧНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ для строительных работ в метрических и русских мерах (офиц. издание), в переплете. М. 1924 г. Изд. 2-е. 64 стр. Ц. 9 р.

М. М. К. ТАБЛИЦЫ ДЛЯ ПЕРЕВОДА русских мер в метрические и обратно. М. 1924 г. Изд. 6-е. 64 стр. Ц. 30 к.

ТАБЛИЦЫ ДЛЯ ВЗАИМНОГО ПЕРЕВОДА метрических и русских мер. М. 1925 г. 64 стр. Ц. 40 к.

О'Рур, инж. ТАБЛИЦЫ УМНОЖЕНИЯ (для вычисления). Незаменимое пособие в отношении быстроты вычисления в технических, коммерческих и валютных расчетах. М. 1926 г. Изд. 2-е. 64 стр. Ц. 2 р. 50 к. в переплете.

ТЕХНИЧЕСКАЯ КНИГА

(около 10.000 названий)

доставляется ПОЧТОВОЙ ЭКСПЕДИЦИЕЙ Государственного Технического Издательства быстро и аккуратно.

При заказе свыше 10 руб. пересылка за счет Издательства.

Заказы исполняются: в 1-ю очередь — оплачен., во 2-ю — авансирован., в 3-ю — прочие.

Обращаться по адресу: Москва, Волконка, 6, тел. 2-70-69.

Каталог высылается по получении двух восьмикопеечных марок.

„ГОСТЕХИЗДАТ“

Правление: Москва, Ильинка, Юшков пер., 6. Тел. 2-56-34.

Торговый отдел: 5-72-12, 4-32-00.

Бухгалтерия: 3-13-81.

Склад: 4-91-25.

КНИЖНЫЕ МАГАЗИНЫ:

Москва:

Тверская, 25, тел. 5-58-47.

Петровка, 10, тел. 1-95-51.

Разгуляй, 38/2, тел. 1-95-34.

Мясницкая, 1-6, тел. 4-39-09.

Арбат, 6, тел. 5-44-89.

Ленинград:

Проспект Болодарского, 59 (угол пр. 25 Октября), тел. 4-98-83.

Загородный, 4, тел. 1-69-37.

Харьков:

Улица 1-го Мая, 8, тел. 1-01.

Киев:

Улица Воробьёвского, 35, тел. 37-03.

Ростов н/Д:

Улица Фр. Энгельса, 69.

Н. Новгород:

Улица Свердлова, 24, тел. 18-32.

Свердловск:

Ул. Ив. Малышева, 58-2.

Цена 45 коп.