

Проф. И. Г. ЕСЬМАН

**О С Н О В Ы
НЕРАВНОМЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ
ЖИДКОСТИ
В ОТКРЫТОМ РУСЛЕ**



ОНТИ — ЭНЕРГОИЗДАТ — НКТП.

1

9

3

4

Проф. И. Г. ЕСЬМАН

ЗАСЛУЖЕННЫЙ ДЕЯТЕЛЬ НАУКИ

ОСНОВЫ
НЕРАВНОМЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ
ЖИДКОСТИ
В ОТКРЫТОМ РУСЛЕ

1/326762

РЕСПУБЛИКАНСКАЯ
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ
БИБЛИОТЕКА



ОНТИ

НКТП

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МОСКВА 1934 ЛЕНИНГРАД

ЭГ 15-5-2

ТЕК № 30 от 14/III-34 г. Цена 2 руб.

АННОТАЦИЯ

Настоящая книга содержит изложение основ неравномерного движения жидкости и является продолжением курса гидравлики для гидротехнических специальностей вузов. Книга содержит:

- 1) Основные понятия и определения.
- 2) Приведение уравнения неравномерного движения в практически удобном виде.
- 3) Теория и практика прыжка.
- 4) Практические случаи применения уравнения неравномерного движения.

Поступило в печать с матриц 15 июня 1934 г.

Формат бум. 62×94.

Количество бум. листов 5.

Авторских листов 18.

Количество печ. знаков в 1 бум. л. 105 600.

Уполномоченный Главлита № В-78972.

Ответственный редактор В. К. Рарик.
Технический редактор Н. П. Пожешулин.

Заказ № 845.

Тираж 5 000 экз.

Инд. № 512.

ПРЕДИСЛОВИЕ

СПИСОК ОПЕЧАТОК

Стр.	Строка	Напечатано	Должно быть
82	8 снизу	В формуле вместо m_1 и m_2 должно быть соответственно β_1 и β_2	
82	1 снизу	$m_1 = m_2 = m$	$\beta_1 = \beta_2 = \beta$
97	8 снизу	по гидротехническому закону	по гидростатическому закону
112	Фиг. 50	Чертеж должен быть повернут таким образом, чтобы верхняя линия была горизонтальной	
121	8 снизу	при $\frac{h}{H}$ отношение	при $\frac{h}{H}$, равном нулю, отношение
130	8 снизу	практически	практическими

Всего.

положений, изложенных в настоящей книге, имеют лишь теоретический интерес в смысле установления несколько необычного подхода к пониманию уравнения сохранения энергии для установившегося неравномерного движения. Ввиду этого наряду с подобным новым, против обычно принятого, толкованием уравнения дается повсюду нормальное обычное изложение вопроса и обычные приемы интегрирования и расчетов, основанных неизменно на полном постоянстве коэффициента α .

Ограниченный объем книги и специальное, главным образом, учебное назначение ее не позволяют, конечно, вносить в текст каких-либо особых

¹ Значение коэффициента α для неравномерного движения и для местных сопротивлений уже выявлялось автором неоднократно, в особенности в труде: И. Г. Есман, Местные сопротивления в закрытых каналах и трубах и их зависимость от распределения скоростей в поперечном сечении потока, Ленинград, 1912.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящий труд является содержанием курса, читанного в разное время на специальных отделениях Азербайджанского (Бакинского) и Тифлисского политехнического институтов [ныне Азербайджанского краснoзнаменного нефтяного института (АКНИ) и Закавказского индустриального института].

Особенностью курса является выявление значения для неравномерного движения так называемого коэффициента α , т. е. коэффициента, определяющего степень неравномерности распределения скоростей в поперечном сечении потока, и подчеркивание необходимости придерживаться повсюду изучения уравнений сохранения энергии без перехода в некоторых случаях к уравнению количеств движения. По мнению автора этому вопросу не уделяется до сих пор того внимания, которое он заслуживает; автор позволяет себе думать, что при должной постановке возможно было бы экспериментальным путем изучить характер изменения коэффициента α от различных факторов, характеризующих движение, и найти численные значения этого коэффициента более или менее близко отвечающие действительности и тем самым уточняющие результаты вычислений в области неравномерного движения. Серия подобных опытов уже намечена в недавно законченной гидравлической лаборатории АКНИ, и к выполнению этих опытов уже приступлено ¹.

Нет сомнения, что без знания численных значений для α многие из положений, изложенных в настоящей книге, имеют лишь теоретический интерес в смысле установления несколько необычного подхода к пониманию уравнения сохранения энергии для установившегося неравномерного движения. Ввиду этого наряду с подобным новым, против обычно принятого, толкованием уравнения дается повсюду нормальное обычное изложение вопроса и обычные приемы интегрирования и расчетов, основанных неизменно на полном постоянстве коэффициента α .

Ограниченный объем книги и специальное, главным образом, учебное назначение ее не позволяют, конечно, вносить в текст каких-либо особых

¹ Значение коэффициента α для неравномерного движения и для местных сопротивлений уже выявлялось автором неоднократно, в особенности в труде: И. Г. Есмаи, Местные сопротивления в закрытых каналах и трубах и их зависимость от распределения скоростей в поперечном сечении потока, Ленинград, 1912.

теоретических исследований по отдельным случаям применения уравнения неустановившегося движения. Этот вопрос предполагается осветить в другом месте.

Особый подход к величине коэффициента неравномерности скоростей исключает необходимость делать разницу между обозначением, введенным Кориолисом (α), и обозначением, введенным Буссинеском (α'), благодаря чему этот коэффициент в книге повсюду однообразно обозначается одной буквой α .

Книга выиграла бы, вероятно, значительно в удобстве ее использования, если бы содержала больше примеров. Малый объем книги, с одной стороны, и краткость времени, имевшегося в распоряжении автора, — с другой, не позволили развить должным образом эту сторону дела. Для заполнения этого пробела уже приступлено к составлению особого задачника в дополнение к существующему и пользующемуся заслуженной известностью задачнику профессора А. Н. Ахутина. Из тех же соображений краткости изложения опушено изложение исторического хода развития теории неравномерного движения. В конце имеется несколько таблиц, могущих оказаться полезными при решении задач на неравномерное движение.

Профессор И. Есьман

Баку
Сентябрь 1933 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	Стр. 3
-----------------------	-----------

ГЛАВА ПЕРВАЯ

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

1. Введение	7
2. Составление основного уравнения неравномерного движения	9
3. Общий вид уравнения Бернулли	11
4. Неравномерность распределения скоростей в сечении	12
5. Удельная энергия, осредненная по сечению	14
6. Величина падения напора	16
7. Анализ величины коэффициента α	21
8. Метод (Буссиньека) составления основного уравнения неравномерного движения	23
9. Величина коэффициента шероховатости	25

ГЛАВА ВТОРАЯ

ПРИВЕДЕНИЕ УРАВНЕНИЯ НЕРАВНОМЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИ УДОБНОМУ ВИДУ

10. Общий случай применения основного уравнения	28
11. Способ Хестеда и Стевенса	30
12. Американский объемный способ	32
13. Случай потока правильной формы	34
14. Движение в русле прямоугольном, весьма широком	36
15. Нормальная глубина потока	38
16. Критическая глубина потока	39
17. Анализ дифференциального уравнения	—
18. Анализ движения в русле любой формы сечения	46
19. Интегрирование уравнения неравномерного движения. Способ Дюпюи-Рюльмана	48
20. Интегрирование уравнения движения. Способ Бресса	50
21. Интегрирование уравнения кривой свободной поверхности. Способ Бахметева	52
22. Примеры	56
23. Интегрирование уравнения кривой свободной поверхности. Способ Шафернака	60
24. Интегрирование уравнения кривой свободной поверхности. Способ Батикля	62
25. Графический метод интегрирования М. А. Мосткова	63
26. Графический метод Шоканча	70
27. Графический метод Б. А. Бахметева	71

ГЛАВА ТРЕТЬЯ

ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА ПРЫЖКА

28. Удельная энергия потока	73
29. Образование прыжка в потоке	76
30. Сопряжение глубины	78
31. Сравнение двух категорий формул для сопряженных глубин прыжка	83
32. Падение энергии в прыжке	91

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ

ПРАКТИЧЕСКИЕ СЛУЧАИ ПРИМЕНЕНИЯ УРАВНЕНИЯ НЕРАВНОМЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ

33. Общие соображения	93
34. Водослив с широким порогом	94
35. Движение в лотке с уклоном дна меньше критического	96
36. Движение в лотке с уклоном дна равным или большим критического	103
37. Случай преграды на конце лотка	106
38. Случай горизонтального дна в лотке	108
39. Случай лотка с обратным уклоном дна	112
40. Лоток с переменным уклоном дна	113
41. Быстротоки, плотоходы и т. п.	116
42. Истечение в лоток из отверстия	117
43. Случай горизонтального лотка	121
44. Отвод воды от водосливной плотины	123
45. Расчет волобойного колодца	127
46. Перепады	130
47. Заключение	131
Приложение: Таблицы	133

ГЛАВА ПЕРВАЯ

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

§ 1. Введение

Памятуя определение равномерного движения, данное в основном курсе гидравлики, и в противоположность ему, мы назовем неравномерным движением потока жидкости такое движение, в котором изменяется вдоль по течению не только средняя скорость потока, но и скорость отдельных его частиц. На этом основании неравномерным следует назвать, например, движение потока при переходе его из одного сечения в другое, хотя и равное с первым по величине, но не равное по форме, так как при этом, очевидно, скорости отдельных частиц должны меняться.

Принимая подобную точку зрения на сущность неравномерного движения, необходимо прийти к заключению, что оно является значительно более обычным в реальной действительности, нежели движение равномерное. Достаточно слабого изменения формы русла, либо его гидравлического радиуса, степени шероховатости стенок и прочих характеризующих движение величин, для того чтобы нарушить равномерное движение на значительном расстоянии вверх и вниз по течению от данного места.

Следуя этому понятию неравномерного движения, необходимо предполагать возможность его появления как в открытых потоках, так и в закрытых трубах, работающих полным сечением. Однако подобного рода неравномерность движения в закрытых потоках обычно не является предметом изучения, и возможные при этом случаи изучаются, главным образом, под видом так называемых местных сопротивлений. Таким образом в дальнейшем изучению подвергается лишь движение в открытых руслах.

Особенно много факторов для появления неравномерного движения имеется налицо в естественных руслах рек, ручьев и т. п., в которых не сохраняются постоянными ни длина, ни форма и величина поперечного сечения, ни поверхность дна и берегов, так как для изменения этих условий достаточно небольших отложений песка, зарастания русла водорослями, случайного падения на дно какого-либо предмета. Особенно сильные изменения в режиме естественных потоков вносят разнообразные искусственные сооружения, на них воздвигаемые. Наряду с изменением естественных русел гидротехника сооружает также искусственные каналы различных назначений, перепады, шлюзы, быстротоки, в которых, как правило, устанавливается неравномерное движение. Из этого краткого перечня случаев неравномерного движения видно, что оно встречается как в природе, так, в особенности, в инженерном деле весьма часто и имеет для последнего весьма большое значение, в соответствии с чем оно изу-

чалось сравнительно весьма давно наряду с изучением равномерного движения¹. В последнее время в связи с особым интересом, проявившимся к гидротехнике, запросы, предъявляемые практикой к области решения задач, охватываемых неравномерным движением в открытых руслах, значительно усилились, что в свою очередь создало толчок для их дальнейшего развития. Ныне возможно считать, что теория неравномерного движения дает возможность подойти к решению теоретическим путем таких вопросов, какие казались неразрешенными еще несколько лет тому назад.

Нельзя не отметить, что здесь немалое значение имели работы русских гидравликов и что многие идеи в этой области возникли впервые на территории СССР. В первую очередь в этом отношении необходимо назвать Б. А. Бахметева, которому принадлежит не только яркое, сжатое и в то же время исчерпывающее изложение основных идей его предшественников, но также и развитие в своем труде новых положений, завоевавших признание далеко за пределами Союза.

Работы Б. А. Бахметева дали толчок для дальнейшего развития теории при практической разработке в Союзе различного рода гидротехнических проблем, что в конечном результате закрепило их сущность и направило окончательно гидравлическую мысль в этом вопросе в новое русло, создав преимущественно у нас в Союзе целый ряд соответствующих научных трудов. С другой стороны, следует отметить, что последователи Б. А. Бахметева, придерживаясь с буквальной точностью его идей, весьма часто не учитывали того развития, которое вообще претерпела общая гидравлика за последующие после появления труда Бахметева годы и представление о сущности движения отдельных элементов потока жидкости, в частности. В дальнейшем изложении этому моменту уделено достаточное внимание и отмечены те особенности в теории неравномерного движения, кои не были еще достаточно учтены и не могли быть учтены два десятка лет тому назад Бахметевым.

Как это указывалось выше, область применения неравномерного движения чрезвычайно обширна и количество задач, выдвигаемых практикой, чрезвычайно большое. Поэтому нет никакой возможности в одной книге, особенно в роде настоящей, предназначенной для учебных целей, дать обзор всех тех методов, кои мыслимы в применении к решению подобного рода задач. Ввиду этого возможно лишь остановиться на изложении общего метода мышления, которому необходимо следовать для наиболее быстрого охвата теоретической сущности каждой отдельной задачи и для оценки тех допущений, какие необходимы для возможности доведения задачи до конца.

Для лучшего усвоения излагаемых для этого идей в дальнейшем изложении при выводе теоретических зависимостей проводится повсюду параллель между неравномерным и равномерным движением. Это последнее как значительно более простое лучше воспринимается мышлением и потому, естественно, может служить базой для понимания более сложных зависимостей, выдвигаемых при неравномерном движении.

¹ Краткий исторический очерк развития и уточнения уравнения неравномерного движения дан в труде Б. А. Бахметева, «О неравномерном движении жидкости в открытом русле», появившемся первым изданием в 1911 г.

§ 2. Составление основного уравнения неравномерного движения

Основным уравнением неравномерного движения будем считать хорошо известное из общего курса гидравлики уравнение сохранения энергии в том виде, какое ему придал Даниил Бернулли. Однако в применении этого уравнения для анализа равномерного и неравномерного движений в открытом потоке имеется весьма существенная разница. Уравнение, как известно, учитывает полную удельную энергию каждого живого сечения потока, состоящую из удельной энергии положения, удельной энергии давления и удельной энергии кинетической. При движении равномерном изменению подвергается только энергия положения, поэтому при сравнении полной энергии разных сечений энергии давления и кинетической, оставаясь постоянными, не могут влиять на окончательные результаты и выпадают из анализа. При неравномерном движении как энергия давления, так и, в особенности, энергия кинетическая подвергаются изменениям, по существу самой изучаемой проблемы, а потому требуют к себе внимания и изучения всех тех факторов, от каких эти виды энергии зависят.

По этим причинам является крайне существенным произвести подробный анализ тех идей, которые вкладываются в окончательное выражение для удельной энергии давления и удельной энергии кинетической с тем, чтобы по возможности ярче выявить ту точность, какая достижима при пользовании уравнением Д. Бернулли для неравномерного движения, и те границы, в которых возможно применить эти уравнения. При подобном анализе выявятся также попутно все те допущения, какие необходимо ввести в должной последовательности в наши рассуждения для того, чтобы довести задачу до конца и дать такое уравнение, каким возможно пользоваться для решения задач, предъявляемых практикой.

Первое, что требуется подчеркнуть,— это то, что изучаемая жидкость должна быть капельная, тяжелая, т. е. подвержена исключительно действию одной силы тяжести, и что движение ее установившееся. Если первые два условия не вызывают никаких возражений, то третье о наличии установившегося движения требует, как известно, исключения из расчетов факта пульсации потока, вносимой турбулентностью его. Нет сомнения, что в дальнейшем речь может идти только о турбулентном движении, так как ламинарное движение в открытых потоках тех размеров, какие интересуют технику, не реально и не заслуживает внимания, особенно в случаях, когда изучаемой жидкостью является мало вязкая жидкость — вода.

Однако наиболее существенным следует считать вопрос о том, насколько точным является исчисление кинетической энергии потока по средней объемной скорости. С этой целью необходимо сначала установить с достаточной точностью понятие поперечного сечения потока, или так называемого живого сечения потока. В случае равномерного движения, когда по существу дела живые сечения по длине потока не меняются и, следовательно, русло представляет боковую поверхность некоторой призмы, живым сечением, естественно, будет сечение потока плоскостью, перпендикулярной к оси или стенкам указанной призмы. Это, как известно, непосредственно связано с понятием так называемой средней объемной скорости, которая, будучи фиктивным понятием, тем не менее весьма удачно и удобно характеризует движение в целом и является не чем иным, как ча-

стным от деления секундного расхода Q потока на площадь живого сечения ω :

$$v = Q/\omega.$$

В случае неравномерного движения, притом установившегося, которое обусловлено необходимостью постоянства расхода Q , скорость v будет, вообще говоря, величиной переменной, и, следовательно, должно также изменяться вдоль направления потока и его живое сечение; соответственно с этим теряется возможность сохранения в русле призматической его формы и теряется также та параллельность стенок и, следовательно, то направление, к которому живое сечение должно быть перпендикулярным.

Единственным возможным выходом из создавшегося этим затруднения является введение предположения, что непараллельность стенок русла весьма небольшая, притом настолько, что не вызывает особой неточности в установлении направления поперечного сечения; незначительная непараллельность стенок ведет к отсутствию быстрых изменений живых сечений по длине.

Неравномерное движение, имеющее подобного рода характер, носит название медленно изменяющегося движения. Условие медленного изменения сечений будет нами вводиться впредь как необходимое условие достаточной точности вычислений. Чем больше данное неравномерное движение будет приближаться по своему характеру к параллельному, т. е. чем меньше будет расхождение стенок, тем, естественно, дальнейшие выводы будут ближе соответствовать действительности, и наоборот, резкое расхождение стенок совершенно исказит отображение действительной картины движения в формулах, к выводу которых мы приступаем. Принимаемая модель медленно изменяющихся по длине потока живых сечений и связанной с ними фиктивной средней объемной скорости до крайности упрощает представление о движении и составление основных уравнений. В самом деле, как непосредственное следствие из этого мы имеем, что вышеупомянутая фиктивная средняя скорость будет почти перпендикулярна к соответствующему сечению и притом будет одинакова для всех частиц каждого данного сечения. Из этого следует, что все частицы данного сечения, имея одинаковые скорости, будут перемещаться вдоль потока, проходя равные пути, и, следовательно, будут все время оставаться в одной плоскости; таким образом модель средней скорости при этом становится равнозначной с так называемой моделью плоских сечений. Поток перемещается как одно целое, внутреннее трение между отдельными смежными частями отсутствует.

Далее, перпендикулярность скорости к соответствующим поперечным сечениям ведет к тому, что в этих сечениях отсутствует какое бы то ни было перемещение частиц в поперечном к потоку направлении, а следовательно, давления в этих сечениях должны распределяться по законам гидростатики, и в соответствии с этим сумма

$$z + \frac{p}{\gamma}$$

для каждой отдельной точки данного сечения делается постоянной во всем сечении (см. „Общую гидравлику“).

Наконец, весьма просто разрешается также вопрос с удельной кинетической энергией, если ее выразить через принятую среднюю объемную скорость; так как эта скорость принята одинаковой ко всему сечению, то и удельная энергия каждой отдельной частицы данного сечения становится одинаковой. В соответствии с этим полная удельная энергия рассматриваемого сечения, т. е. сумма

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g},$$

делается одинаковой для всех частиц данного сечения и, следовательно, изображает собой удельную энергию всего данного сечения, поэтому может определяться безразлично для любой точки сечения. Благодаря этому ее в открытом потоке относят к точке, расположенной на свободной поверхности, где давление известно и равно атмосферному p_a .

Таким образом полная удельная энергия данного сечения 1-1 при наличии понятия средней объемной скорости выражается окончательно для открытого потока в следующем простом виде:

$$z_1 + \frac{p_a}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g}.$$

Здесь z_1 — координата точки, лежащей на свободной поверхности, v_1 — средняя объемная скорость данного сечения, равная $Q:\omega_1$ (ω_1 — величина площади данного живого сечения 1-1).

§ 3. Общий вид уравнения Бернулли

Определив таким образом удельную энергию отдельного сечения потока, становится естественным сравнить ее с удельной энергией любого иного сечения 2-2 согласно уравнению Бернулли:

$$z_1 + \frac{p_a}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_a}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + \xi_{1-2};$$

исключая из обеих частей уравнения величину $\frac{p_a}{\gamma}$, приходим, естественно, к обычному виду уравнения неравномерного движения открытого потока в простейшей его форме:

$$z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \xi_{1-2};$$

буквой ξ_{1-2} обозначена удельная энергия, теряемая на вредные сопротивления между рассматриваемыми сечениями 1-1 и 2-2.

Таков был ход мыслей первых исследователей неравномерного движения, к такому виду, повидимому, начинают возвращаться и некоторые исследователи новейшего времени¹. Если первые исследователи принимали этот вид уравнения Бернулли как единственно возможный при соответствующем тому времени развитии гидравлики, когда еще не существовало

¹ См., например, Бернадский Н. М., Речная гидравлика, ее теория и методология, т. I; Общие формы речного течения, ОНТИ, НКТП СССР, Госэнергоиздат, Ленинград — Москва 1933.

понятия о действительных скоростях отдельных частиц, то исследователи последнего времени приходят к тому же уравнению, исходя из соображений логики и возможной точности решения задачи. Они находят, что принятие модели средней скорости логически требует того, чтобы придать этой скорости и все соответствующие понятию скорости свойства, в том числе и свойства отображать ее квадратом удельную кинетическую энергию.

Стремление к увеличению точности путем введения каких-либо поправочных коэффициентов не является с их точки зрения логическим, так как не может по их мнению изменить той степени точности, какая устанавливается во всей проблеме созданием фиктивной средней скорости. Не отрицая достаточной основательности подобной точки зрения, нельзя все же не иметь в виду, что ограничения задачи операциями только с одной средней скоростью, без выявления ее зависимости, хотя бы качественной, от истинных скоростей отдельных частиц, не желательны не только с научной точки зрения, но и с практической, так как не дают возможности применять сознательно основное уравнение в случаях, так или иначе отличающихся от нормальных; точно так же исчезает при этом возможность понимать истинную сущность происходящих явлений в тех сложных случаях движения, которые не поддаются пока при нынешнем состоянии гидравлики никакому расчету, но все же представляются разнообразными неравномерного движения; таков, например, случай перехода потока из сечения одной формы в сечение другой формы, одинаковое с первым по величине, или случай прямолинейного призматического русла, в котором благодаря незначительным неровностям дна установилась извилистая линия главного течения и т. п.

§ 4. Неравномерность распределения скоростей в сечении

Кориолис (Coriolis) первый принял во внимание в уравнении Бернулли неравномерность распределения скоростей в сечении и учел ее введением особого коэффициента неравномерности. При нынешнем развитии гидравлики и установлении более прочного фундамента под понятием турбулентности движения имеется полная возможность проникнуть глубже в сущность вопроса и остановиться ближе на понятии скорости отдельных частиц жидкости в данном сечении, с которого начал свои рассуждения Кориолис.

Пусть имеется поток жидкости, движущийся турбулентным установившимся движением. Как известно из общего курса гидравлики, установившееся движение необходимо понимать при этом условно, заменив для этого мгновенные скорости движения в каждой точке пространства, занимаемого потоком, переменные во времени по величине и направлению, осредненными их значениями, или так называемыми средними местными скоростями [по Буссинёку (Boussinesq)], постоянными по времени, по величине и по направлению. Только после подобной манипуляции осреднения скоростей возможно рассматривать поток так, как это принял Кориолис и все дальнейшие исследователи, а именно состоящим из ряда перемешивающихся между собой элементарных струек бесконечно малого сечения, для которых возможно было бы установить одну среднюю скорость движения, так называемую среднюю объемную, и среднюю кинетическую энергию по всему сечению. Таким образом при турбу-

лентном движении осреднение должно быть произведено два раза: один раз во времени для каждой отдельной точки данного сечения и второй раз для всего сечения по его площади.

Рассмотрим более подробно сущность подобного осреднения во времени для отдельной точки данного сечения x .

Несомненно, что в той же точке давление точно так же испытывает изменение во времени и в результате возникает некоторое среднее давление в этой точке p_x , неизменное во времени, дающее неизменную же во времени удельную энергию давления $\frac{p_x}{\gamma}$. Заслуживает полного внимания

та существенная разница, которая имеется при создании производной от давления p_x величины удельной энергии давления по сравнению с производной от средней скорости v_x — величины кинетической энергии. В самом деле, можно оттенить два обстоятельства: во-первых, удельная энергия давления пропорциональна первой степени последнего и, во-вторых, давление всегда имеет один и тот же знак и не получает отрицательных значений, следовательно, средняя величина давления остается вполне пропорциональной средней величине соответствующей энергии. В то же время в противоположность этому удельная энергия кинетическая, учитывая только скалярную величину скорости независимо от направления ее и знака, ни в каком случае не может считаться пропорциональной квадрату осредненной во времени скорости в точке x .

Для большей отчетливости понимания последнего замечания приведем следующий пример. Пусть имеется точка и в ней какая-либо векториальная величина изменяет равномерно во времени свое направление; пусть для простоты скалярная часть вектора остается постоянной и равной s , так что конец вектора описывает при своем изменении окружность. Очевидно, что для подобного случая местная средняя скорость будет равняться нулю, между тем как в это же время средняя величина квадрата ее остается равной s^2 .

Примем этот пример для нашего случая, усложнив его соответственно. Пусть в точке τ скорость изменяется по величине и по направлению. Разложим эти переменные скорости на два направления — одно, совпадающее с общим направлением движения потока, и другое, ему перпендикулярное, и будем суммировать составляющие по этим двум направлениям отдельно. Без большой погрешности возможно принять, что составляющие, перпендикулярные к общей оси потока, суммируясь за известный период пульсации дадут в результате нуль благодаря наличию боковых стенок потока, не дающих возможности развиваться какому бы то ни было движению в стороны; таким образом для нахождения осредненной местной скорости остается принять во внимание за период пульсации только составляющие скорости по направлению оси потока. Наибольшая величина этих составляющих, очевидно, будет соответствовать направлению оси потока и наименьшая будет ему противоположна, т. е. будет иметь знак минус. Осредненная скорость будет пропорциональна алгебраической сумме подобных составляющих. Будем считать возможным идти тем же путем для нахождения местной удельной энергии. Для этого попрежнему разложим те же скорости на составляющие вдоль оси потока и нормально к нему. Без достаточно прочного основания предположим, что энергия, соответствующая нормаль-

ным составляющим, вся теряется как кинетическая поступательного движения и переходит в другие виды энергии, в том числе энергию вращательного движения, тепловую и т. п. Остается определить квадраты составляющих по оси потока. Совершенно ясно, что получаемая при этом средняя величина квадрата подобных составляющих скорости, как состоящая только из положительных членов, будет всегда значительно больше квадрата средней величины составляющих, как заключающих и положительные и отрицательные члены.

Если после указанного рассуждения приступить к изображению величины полной удельной энергии в точке x через координату z_x этой точки, ее среднее давление p_x и среднюю местную скорость u_x , то нетрудно видеть, что величина $\frac{u_x^2}{2g}$ не выразит удельной энергии кинетической и будет меньше этой последней; при желании учесть допущенную разницу необходимо было бы это выражение либо дополнить соответствующим слагаемым, либо, с меньшей точностью, снабдить множителем, большим единицы. Останавливаясь на последнем приеме, напомним окончательно выражение для полной удельной энергии в точке x в виде:

$$z_x + \frac{p_x}{\gamma} + m_x \frac{u_x^2}{2g}.$$

В наличии некоторого множителя m при члене, выражающем кинетическую энергию для отдельной точки сечения текущей турбулентным движением жидкости, возможно убедиться из того, например, факта, что скорость, измеряемая в какой-либо точке жидкости при помощи трубки Пито, получается по величине больше, нежели та же скорость, измеряемая каким-либо другим гидрометрическим прибором. Это объясняется тем, что трубки Пито отсчитывают непосредственно кинетическую энергию, соответствующую измеряемой осредненной скорости, в то время как другие гидрометрические приборы отсчитывают непосредственно осредненную скорость в первой степени.

§ 5. Удельная энергия, осредненная по сечению

Только после указанной подготовки возможно приступить к нахождению средней удельной энергии по всему сечению, следуя Кориолису. Для этого уже подготовлено понятие фиктивной элементарной струйки, фиктивного среднего давления в различных точках ее, фиктивных местных средних скоростей и соответственно удельных энергий.

Предположим, что рассматриваемая нами элементарная струйка пересекает живое сечение 1-1 в точке x и живое сечение 2-2 в точке y . Согласно вышеизложенному возможно написать на основании уравнения Бернулли:

$$z_x + \frac{p_x}{\gamma} + m_x \frac{u_x^2}{2g} = z_y + \frac{p_y}{\gamma} + m_y \frac{u_y^2}{2g} + \xi_{xy},$$

где ξ_{xy} есть энергия, теряемая по пути от точки x до точки y . Секундный расход жидкости в данной элементарной струйке будет равен:

$$dQ = u_x dw_x = u_y dw_y,$$

где $d\omega_x$, $d\omega_y$ суть бесконечно малые сечения данной струйки соответственно в сечениях 1-1 и 2-2.

Соответственно с понятием средней объемной скорости v , естественно, имеем, что полный расход жидкости в сечениях 1-1 и 2-2 будет равен:

$$Q = \int_{(1)} u_x d\omega_x = \int_{(2)} u_y d\omega_y = v_1 \omega = v_2 \omega_2.$$

Так как удельная энергия струйки $x-y$ отнесена к единице веса, то умножением этой энергии на вес действительно протекающей через данную струйку жидкости получим действительную энергию данной струйки в обоих сечениях. Этот последний вес, очевидно, равен:

$$\gamma dQ = \gamma u_x d\omega_x = \gamma u_y d\omega_y;$$

таким образом

$$\gamma \left(z_x + \frac{p_x}{\gamma} + m_x \frac{u_x^2}{2g} \right) u_x d\omega_x = \gamma \left(z_y + \frac{p_y}{\gamma} + m_y \frac{u_y^2}{2g} \right) u_y d\omega_y + \gamma \xi_{xy} dQ.$$

Полная энергия всего потока в каждом данном сечении найдется суммированием по соответственным сечениям:

$$\gamma \int_{(1)} \left(z_x + \frac{p_x}{\gamma} + m_x \frac{u_x^2}{2g} \right) u_x d\omega_x = \gamma \int_{(2)} \left(z_y + \frac{p_y}{\gamma} + m_y \frac{u_y^2}{2g} \right) u_y d\omega_y + \gamma \int_{(1-2)} \xi_{xy} dQ.$$

Наконец, удельная энергия потока найдется делением полной его энергии на вес протекающей в действительности жидкости и равный γQ :

$$\frac{1}{Q} \int_{(1)} \left(z_x + \frac{p_x}{\gamma} + m_x \frac{u_x^2}{2g} \right) u_x d\omega_x = \frac{1}{Q} \int_{(2)} \left(z_y + \frac{p_y}{\gamma} + m_y \frac{u_y^2}{2g} \right) u_y d\omega_y + \frac{1}{Q} \int_{(1-2)} \xi_{xy} dQ.$$

Рассмотрим каждый из полученных интегралов. Первый из них может быть расчленен на два:

$$\frac{1}{Q} \int_{(1)} \left(z_x + \frac{p_x}{\gamma} \right) u_x d\omega_x + \frac{1}{Q} \int_{(1)} m_x \frac{u_x^3}{2g} d\omega_x.$$

Так как струйки, из которых состоит поток при медленно изменяющемся его движении, будут весьма близко параллельны друг к другу, то давление в сечении 1-1 распределяется по законам гидростатики и величина $z_x + \frac{p_x}{\gamma}$ как одинаковая для всех струек может быть выведена из-под знака интеграла и изображена соответственно через $z_1 + \frac{p_1}{\gamma}$. После этого остающаяся под знаком интеграла величина $u_x d\omega_x$ представляет собой, очевидно, расход жидкости Q в сечении 1-1. Таким образом первый интеграл из двух выше написанных превращается в выражение:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma}.$$

Второй интеграл представляет собой не что иное, как удельную кинетическую энергию сечения 1-1:

$$E_{k1} = \frac{1}{2gQ} \int_{(1)} m_x u_x^3 d\omega_x.$$

В выводах Кориолиса множитель m_x , очевидно, еще отсутствует, причем выражение для E_{k1} принимает вид:

$$E_{k1} = \frac{1}{2gQ} \int_{(1)} u_x^3 d\omega_x = \frac{1}{2g} \int_{(1)} \frac{u_x^3}{Q} d\omega_x.$$

Заменим Q через его значение $v_1 \omega_1$, введем его как постоянную величину под знак интеграла и умножим числитель и знаменатель подинтегральной величины на v_1^2 :

$$E_{k1} = \frac{v_1^2}{2g} \int_{(1)} \frac{u_x^3}{v_1^3} \frac{d\omega_x}{\omega_1}.$$

Как известно, величина последнего интеграла не имеет измерения, всегда больше единицы и зависит от степени неравномерности распределения скоростей в поперечном сечении. Эта величина обычно обозначается буквою α с соответственным значком и является множителем при $\frac{v^2}{2g}$, называемым коэффициентом неравномерности скорости в сечении, или коэффициентом Кориолиса:

$$E_{k1} = \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g}.$$

Точно таким же образом раскрывается значение интеграла, стоящего во второй части вышеописанного уравнения Бернулли.

Последний интеграл уравнения, дающий величину удельной энергии, теряемой на сопротивление, находится опытным путем и обозначается ξ_{1-2} . В связи с этим все уравнение Бернулли для сечения 1-1 и 2-2 напомним по Кориолису окончательно в виде:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} + \xi_{1-2}.$$

Оно им дано в 1836 г. В нем, как то уже указывалось, не учтено влияние турбулентности на величину удельной кинетической энергии; при настоящих взглядах на турбулентность, очевидно, необходимо это учесть соответственным подбором величины коэффициента α , с тем, чтобы выявить влияние величины m .

§ 6. Величина падения напора

Написанное в предшествующем параграфе уравнение в случае применения его для открытого потока с одинаковым по всей свободной поверхности давлением ($p_1 = p_2 = p_a$) и может быть написано в виде:

$$z_1 + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} + \xi_{1-2}.$$

Если расстояние между сечениями 1-1 и 2-2 взять бесконечно малым и равным dx , то это же уравнение напишется в дифференциальном виде:

$$dz = d\left(a \frac{v^2}{2g}\right) + d\xi.$$

Необходимо помнить, что dz , введенное в уравнение в данном случае для простоты дальнейших выводов, обозначает не приращение координаты z по течению, а, наоборот, уменьшение геометрической высоты, благодаря чему оно и взято с обратным против нормального знаком.

Трудный вопрос о выборе значения для величины $d\xi$ подвергался неоднократно изучению, и в этом направлении имеется несколько исторически складывавшихся предложений.

Наиболее просто этот вопрос решается для случая равномерного движения, когда соответственно принятой нами модели плоских сечений необходимо считать, что весь поток движется на всем рассматриваемом протяжении как одно неизменное целое, внутри которого отсутствуют какие бы то ни было относительные перемещения, могущие вызвать работу сил внутреннего трения и соответственную затрату энергии. Все сопротивления переносятся при этом фиктивно на поверхность соприкосновения рассматриваемого потока со стенками. Создается фиктивная сила сопротивления, которая, будучи отнесена к единице поверхности стенок, носит название удельного сопротивления, или функции трения. Созданная таким образом искусственно фиктивная сила трения должна иметь такую величину и должна быть такой функцией от всех элементов движения, чтобы работа ее на данном пути была равна действительно потерянной жидкостью энергии. Это требование, как известно из общей гидравлики, приводит к необходимости существования следующей зависимости:

$$\xi = \frac{\varphi}{\gamma} \frac{x}{R}; \quad d\xi = \frac{\varphi}{\gamma} \frac{dx}{R}.$$

Здесь x и соответственно dx обозначают расстояние между рассматриваемыми сечениями, а φ есть указанная выше функция трения.

Вопрос о зависимости этой функции от элементов движения мог быть решен, очевидно, только опытным путем. Необходимо констатировать, что и в настоящее время не удалось еще с достаточной достоверностью и определенностью осветить все темные места в этой области. Есть надежда, что новые идеи, вносимые в гидравлику Прайдтлем и его школой, с одной стороны, и также закон механического подобия, регулирующий экспериментальную сторону вопроса, — с другой, помогут приблизиться к более глубокому и точному выяснению вопроса.

Наиболее простым и распространенным является предположение, что $\frac{\varphi}{\gamma}$ пропорционально квадрату средней скорости v , что выявляется наиболее удобно в так называемой формуле Шези. Как известно, для равномерного движения падение напора на единицу длины, или так называемый гидравлический уклон $\frac{d\xi}{dx}$, совпадает с геометрическим уклоном для

или равным ему уклоном свободной поверхности, обозначаемым через i , и по предложению Шези будет равно:

$$\frac{d\xi}{dx} = \frac{\xi}{x} = i = \frac{bv^2}{R}.$$

Если это выражение представить в его обычном для равномерного движения виде, когда все входящие в него величины постоянны, то, как известно, возможно написать:

$$v = c\sqrt{Ri},$$

где

$$c = \sqrt{\frac{1}{b}}.$$

Коэффициент c , носящий название коэффициента формулы Шези, должен отразить в себе зависимость падения энергии от тех элементов движения, которые могут влиять на работу сил внутреннего трения, и прочих потерь энергии, каковыми следует считать вязкость жидкости, степень шероховатости стенок и поперечные размеры сечения. В рассматриваемом нами случае движения исключительно воды позволительно считать вязкость ее постоянной подобно объемному весу и плотности, после чего остаются только две переменные величины: степень шероховатости и поперечные размеры сечения, причем последние достаточно удобно представляются, как принято, через средний гидравлический радиус R . Вид зависимости коэффициента c от перечисленных переменных установлен опытным путем и дан формулами Базена, Куттера, Маннинга и многих других.

В связи с этим окончательное выражение для падения напора на единицу длины получается в виде:

$$i = \frac{v^2}{c^2 R}.$$

Несомненно, что это выражение для падения напора не является единственным возможным. Спорным представляется как сама квадратичная зависимость функции трения от скорости, так и вообще вид всех формул для величины коэффициента c . Входить в дальнейшие подробности по этому вопросу не является задачей настоящего труда, ввиду чего нами выбрана та зависимость, которая является наиболее употребительной для наших целей и вводится в выводы почти без исключения всеми авторами, рассматривающими вопросы неравномерного движения.

Для определения потерь в неравномерном движении прибегают в первом приближении к представлению, что неравномерное движение может быть разбито на ряд участков бесконечно малой длины, причем на каждом из этих участков движение предполагают равномерным, соответствующим той действительной скорости, которая имеет место на этом участке. В соответствии с этим падение напора в некотором заданном сечении потока, отнесенное к бесконечно малому участку длины dx , прилежащему к этому сечению, будет равно:

$$d\xi = i dx,$$

где i должно быть заменено выше найденным для него значением. При этом уравнение Бернулли в дифференциальном виде примет вид:

$$dz = d\left(a \frac{v^2}{2g}\right) + i dx = d\left(a \frac{v^2}{2g}\right) + \frac{v^2}{c^2 R} dx.$$

Написанное уравнение в применении к равномерному движению значительно упрощается, так как при этом член $d\left(a \frac{v^2}{2g}\right)$ равен нулю как вследствие неизменности средней скорости v , так и вследствие неизменности коэффициента a , зависящего, как то указано выше, от характера движения отдельных частиц. Для неравномерного движения уклон i не может быть постоянным и притом не только потому, что он является функцией v и R , но и потому, что в выражение для i входят величины, зависящие от интенсивности и вообще от характера тех водоворотных движений, которые имеют место при турбулентном движении потока.

Нетрудно убедиться в том, что неравномерность распределения скоростей в поперечном сечении потока, являющаяся главным фактором, определяющим степень турбулентности, должна изменяться при изменении средней скорости движения. Рассмотрим для этого движение одной элементарной струйки и напишем для нее в дифференциальном виде уравнение Бернулли, пренебрегая для лучшего выявления основной мысли трением.

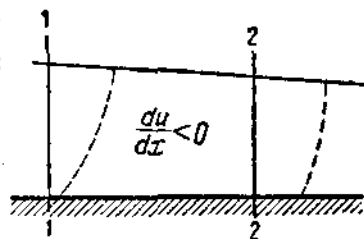
$$d\left(z + \frac{p}{\gamma}\right) = d\left(\frac{u^2}{2g}\right).$$

Имея в виду, что вследствие медленно изменяющегося характера движения давление распределяется по законам гидростатики и что, следовательно, величина $z + \frac{p}{\gamma}$ и ее дифференциал одинаковы для всех струек, видим, что и $d\left(\frac{u^2}{2g}\right)$ тоже должен быть одинаковым для всех струек и равен некоторой величине k :

$$d\left(\frac{u^2}{2g}\right) = k,$$

$$\frac{u}{g} du = k,$$

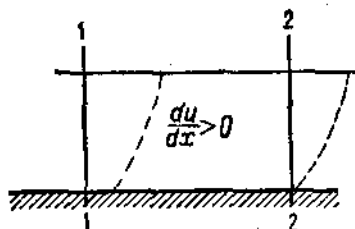
$$du = g \frac{k}{u}.$$



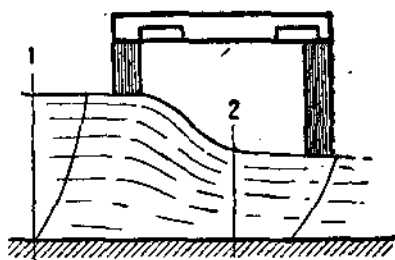
Фиг. 1.

т. е. приращения скорости отдельных струек обратно пропорциональны величине самой скорости струйки. Таким образом при ускорении движения, когда du больше нуля, скорости центральных струек как большие по своей абсолютной величине скоростей у стенок получают меньшие приращения, и, следовательно, степень неравномерности скоростей в поперечном сечении будет уменьшаться (фиг. 1), наоборот, при замедленном движении, т. е. при du меньшем нуля, неравномерность распределения скоростей в поперечном сечении увеличивается, так как замедление движения у стенок будет больше, нежели в центральных струйках (фиг. 2). Трение в потоке несколько ослабит, но не уничтожит разобранное явление.

В виде примера можно указать на большое значение этого факта для случая сравнительно быстрого сужения струи мостовыми быками, устоями и тому подобными преградами. Течение потока при этом ускоряется, и донные скорости приобретают значение, большее по сравнению с теми, кои наблюдаются при равномерном движении и соответствуют средней скорости суженного места (фиг. 3); необходимо введение некоторого коэффициента безопасности. Если участок потока с неравномерным движением переходит на участок, где может установиться равномерное движение, то благодаря указанному выше явлению жидкость вступит на этот участок не с тем распределением скоростей, которое должно соответствовать равномерному движению, и таковое может установиться только лишь после того, как скорость отдельных струек благодаря трению успеет соответственным образом измениться и принять величины, характеризующие равномерное движение.



Фиг. 2.



Фиг. 3.

Явление перераспределения скорости сказывается на величине гидравлического уклона тем, что благодаря нарушению нормальной степени неравномерности изменяются вместе с тем и относительные скорости между частицами, а значит, интенсивность водоворотных движений, от которых зависит величина фиктивного трения и, следовательно, гидравлический уклон, в соответствии с чем он должен быть отличным от гидравлического уклона при равномерном движении в той или иной степени. Для определения этой разницы гидравлических уклонов не имеется не только достаточно опытных данных, но равным образом и достаточно разработанных теоретических оснований. До сих пор в этом вопросе опираются, главным образом, на предложение, сделанное Буссиннеком, состоящее в том, что изменение потери напора на трение вследствие изменения величины поперечного сечения должно быть функцией от скоростного напора, аналогично, очевидно, тому, что установлено вообще для местных сопротивлений, и, следовательно, может быть выражено членом вида $\zeta \frac{v^3}{2g}$; в соответствии с этим предложением уравнение неравномерного движения в дифференциальной форме должно принять вид:

$$dz = d\left(a \frac{v^3}{2g}\right) + i dx + d\left(\zeta \frac{v^3}{2g}\right).$$

Члены $d\left(a \frac{v^3}{2g}\right)$ и $d\left(\zeta \frac{v^3}{2g}\right)$ по предложению Буссиннека соединяются в один член $d\left(a' \frac{v^3}{2g}\right)$, где $a' = a + \zeta$. Таким образом введенное Буссиннеком пред-

ложение, не изменяя вида уравнения, сводится лишь в результате к изменению численной величины коэффициента α , позволяет величину члена αdx определить по данным, существующим для равномерного движения. Никаких указаний на возможные методы определения величины подобного коэффициента $\alpha' = \alpha + \zeta$ не имеется кроме попытки самого Буссинека определить эту величину для частного случая из некоторых весьма приблизительных теоретических сопоставлений, причем и первоначальную величину α Буссинек считает необходимым определить, исходя из соображений, отличных от вышеприведенных, каковые в кратком виде будут изложены ниже в § 8 и каковые его приводят к возможности считать $\alpha' = \alpha + \zeta = 1,1$.

Имея в виду разницу в обозначениях для коэффициента неравномерности, введенных Корнолисом (α) и Буссинеком (α'), в дальнейшем во избежание недоразумений принимается одно обозначение α независимо от того, какое численное значение предполагается ему придать.

§ 7. Анализ величины коэффициента α

В результате рассуждений предшествующего параграфа удалось выяснить, что в уравнении неравномерного движения, выводом которого мы занимаемся, весьма существенную роль играет величина коэффициента α , зависящего от весьма многих обстоятельств движения. Эта величина изучена весьма слабо, так как все опыты, выявляющие теоретические основы движения реальной жидкости, касаются, главным образом, только равномерного движения, в котором, как уже было указано, значение величины α совершенно исчезает.

Известны, главным образом, только недостаточно по нынешнему времени, полные опыты Базена, определившего α путем непосредственного измерения средних местных скоростей в поперечном сечении равномерного потока и последующего затем пересчета; величина получилась при этом для такого равномерного движения при нормальной шероховатости стенок, равной приблизительно от 1,09 до 1,11. Никаких опытов над величиною α для ненормальных шероховатостей и для случаев неравномерного движения не имеется. Заслуживает внимания, что, как то следует из постановки опытов Базена, им не принята во внимание необходимость учета колебания величины местных скоростей во времени в каждой отдельной точке.

Если переходить от равномерного движения к неравномерному, то согласно с указаниями, данными в предшествующем параграфе, необходимо учесть, во-первых, изменение интенсивности турбулентности, которое скажется при переходе от истинных скоростей к осредненным, а значит, повлияет на численное значение коэффициента m (§ 4), во-вторых, изменение степени неравномерности распределения осредненных скоростей, которое, естественно, вытекает как следствие из изменения самих скоростей. Если стать на точку зрения, предложенную Буссинеком, и включить в величину α , а также и коэффициент ζ , то этому последнему в зависимости от разных условий неравномерности (ускоренное или замедленное движение) необходимо было бы придавать как положительное, так и отрицательное значение; так, для замедленного движения степень неравномерности в поперечном направлении должна была бы увеличиваться с естественным увеличением турбулентности и относительных скоростей между частицами: коэффициент

ζ должен быть положительным, наоборот, при уменьшении степени неравномерности распределения скоростей и изменении турбулентности гидравлический уклон должен был бы быть меньше того, что соответствует равномерному движению, а следовательно, коэффициент ζ должен быть отрицательным. Выводы Буссинека в его теоретических попытках учесть численную величину ζ этого последнего обстоятельства не отражают.

Здесь полезно отметить еще одну существенную методологическую неправильность в конструкции коэффициентов, стремящихся отразить влияние переменности поперечного сечения. Основной член, зависящий от потерь напора, пропорционален, как то вполне естественно по существу явления, длине пути, на котором исчисляется это трение; в соответствии с этим и все добавочные к нему поправки должны были бы отмечать это обстоятельство и точно так же зависеть от длины пути; в противоположность этому член, зависящий от кинетической энергии, пропорционален только последней и не зависит от расстояния между рассматриваемыми сечениями: это обстоятельство не учитывается на самом деле ни у одного из авторов, пользующихся этим примером, чем вводится существенная неправильность.

Эта методологическая неправильность усугубляется в сильной степени еще и тем, что при этом увеличении коэффициента α для отражения надбавки на трение искусственно увеличивается член, выражающий кинетическую энергию, вместо увеличения члена, выражающего потерю энергии. Получается в корне неправильное впечатление, что расширение потока по длине влечет за собой увеличение кинетической энергии. Эта ошибка еще ярче выступает, если обратить внимание на то, что увеличенная таким методом величина коэффициента α при $\frac{v^2}{2g}$ оставляется обычно одинаковой как для первого сечения (1-1) в уравнении Бернулли, так и для второго, последующего (2-2), т. е. как для правой части уравнения, так и для левой, тем самым сводя на-нет самый факт происшедшей потери энергии. С этой точки зрения единственно методологически правильным было бы приключение дополнительных потерь энергии от расширения потока не к члену, выражающему кинетическую энергию, а к члену, выражающему потерю энергии, т. е. к члену $\frac{v^2}{c^2 R}$, который включает подобно члену $\alpha \frac{v^2}{2g}$ квадрат скорости v^2 , необходимый по мысли Буссинека для отражения вводимой поправки. Соответствующего изменения члена $\frac{v^2}{c^2 R}$ возможно было бы, например, достичь введением множителя при c или же изменением коэффициента шероховатости.

Если перейти к численной величине коэффициента α , то его принимают либо равным тому его значению, которое найдено опытами Базена для равномерного движения, т. е. около 1,1, либо равным единице. Как мы видим, и то и другое является неправильным. Учесть вводимую от этого вычисления ошибку является весьма затруднительным. Необходимо думать, что α даже для равномерного движения следует брать выше указанного значения, данного Базеном, считаясь согласно с указаниями § 4 с появлением множителя, учитывающего переход от действительных мгновенных скоростей для данной точки при турбулентном движении к осредненной по времени, т. е. средней местной скорости $\bar{v}$. Тем с большим осно-

ванием коэффициент α должен быть увеличиваем для неравномерного движения при желании учесть в этом коэффициенте также и увеличение гидравлического уклона от увеличения ширины русла. В противоположность этому величина коэффициента α должна соответственно подвергнуться уменьшению против обычно принимаемой величины для ускоряющегося движения. Для иллюстрации того, о каком порядке величины может идти речь при выборе значения для коэффициента α , если принимать во внимание все изложенное, возможно прибегнуть с весьма грубым приближением к следующему расчету.

Как основу примем для α величину, указываемую Базеном для стенок средней обычной шероховатости, т. е. в среднем 1,1; эту величину необходимо увеличить для учета кинетической энергии при осреднении скорости по времени в данной точке. Примем в виде первого приближения, что это обстоятельство возможно учесть в среднем точно так же множителем 1,1; наконец, переменность величины трения для замедляющегося движения учтем в среднем, как то указывается Рахмановым¹, величиной, равной половине численной полной кинетической энергии. В результате коэффициент α получается равным:

$$\alpha = (1 + 0,5) 1,1 \cdot 1,1 = 1,81.$$

Учитывая возможность отступлений от среднего значения, следует думать, что значение для α , равное 2, может довольно часто встречаться на практике при замедленном движении. Если же имеется вместо замедленного ускоряющееся движение, то следует принять во внимание отрицательное значение добавки на трение, принимая для нее в среднем ту же величину 0,5; причем получим:

$$\alpha = (1 - 0,5) 1,1 \cdot 1,1 = 0,61.$$

Крайним нижним пределом для α в этом случае возможно с большой долей вероятности считать величину 0,50. При этом следует особенно подчеркнуть, что выше назначаемая величина коэффициента α , включая в себе неявно по методологически неправильному предложению некоторые потери энергии, ни в каком случае не может быть одинаковой для обеих частей уравнения Бернулли, как это общепринято.

§ 8. Метод (Буссинекка) составления основного уравнения неравномерного движения

Необходимость считаться с силами внутреннего трения в методе составления основного уравнения неравномерного движения, принятом Корнолисом, привела ученого Буссинекка к попытке обойти внутренние силы трения применением для этого вывода не уравнения живых сил, каковое по своей механической сущности является уравнением Бернулли, а уравнения количества движения, согласно которому приращение количества движения в проекции на направление движения объема жидкости, находящегося между двумя сечениями 1-1 и 2-2, за некоторый промежуток времени dt равно сумме импульсов всех сил, действующих на данный объем, за тот

¹ Рахманов А. Н. О построении кривых свободной поверхности для естественных волотоков при установившемся движении, «Известия научно-мелиорационного института», 1930, Ленинград.

же промежуток времени и на то же направление спроецированных; при такой постановке суммирование всех сил для нахождения импульса их приводит к сокращению всех внутренних сил, как попарно равных и прямо противоположных, и к выявлению только силы тяжести и силы внешнего трения жидкости о стенки русла.

Таким образом получается видимость исключения сил внутреннего трения и оставления только силы внешнего трения. Однако к действительности такого исключения необходимо относиться с сугубой осторожностью, так как нет сомнения, что невозможно тем или иным математическим приемом изъять из уравнения действительно теряемую энергию, какого бы вида она ни была; кроме того, замена внутренних сил трения и равнозначной с ними и их заменяющей фиктивной силы внешнего трения по способу Кориолиса истинной силой внешнего трения нисколько не упрощает вопроса, так как подобная истинная сила внешнего трения неизвестна и никакими достоверными опытами не определена и не изучена; наоборот, все новейшие воззрения на характер движения жидкости (Прандтль) говорят все больше за то, что частицы жидкости, прилегающие к стенке, не имеют по отношению к ней никакого движения, в связи с чем необходимо было бы соответственную силу трения считать равной бесконечности.

При определении количества движения в поперечном сечении потока приходится суммировать величины, пропорциональные первой степени местных скоростей, а не их квадратам, как то следует по способу Кориолиса, ввиду чего в результате получится иная величина множителя α при члене $\frac{v^2}{2g}$, меньшая находимой Кориолисом. Нам думается, что способ

Буссинэка при нынешнем развитии гидравлики не только не дает никаких преимуществ перед способом Кориолиса, опирающемся на рациональном балансе удельной энергии жидкости, но даже может привести к неверным выводам. Он мог бы быть правильным, как в том нетрудно убедиться, единственно только в том случае, когда вполне определенно принята модель плоских сечений, т. е. в предположении, что весь объем жидкости движется как одно целое со скоростью v , без каких бы то ни было внутренних перемещений, испытывая трение только на поверхности соприкосновения его со стенками. Это привело бы к тому, что коэффициент α был бы равен единице. В этом случае модели плоских сечений способ Буссинэка оказался бы вполне равнозначным со способом Кориолиса, в котором для этого случая точно так же коэффициент α получился бы равным единице. Здесь уместно повторить еще раз то, на что указывалось уже выше в § 3, что модель плоских сечений, единственно возможная для доведения всех выводов до практического реального конца, диктует логически принять безоговорочно все, что из нее вытекает, и тем самым принимать повсюду коэффициент α равным единице.

Для устранения пронекающей отсюда неточности необходимо было бы обратить внимание на член уравнения Бернулли, выражающий собой потерю энергии, и попытаться в нем введением соответствующего переменного добавочного множителя компенсировать эту неточность. Во всяком случае и по изложенной причине вторично является методологически неправильным, давая коэффициенту α значения, отличные от единицы, принимать их неизменными для всех рассматриваемых сечений потока.

§ 9. Величина коэффициента шероховатости

Как то указано в § 6, для определения потерь энергии на трение на длине dx нами будет приниматься в дальнейшем выражение $\frac{v^3}{c^3 R} dx$.

Таким образом становится необходимым дать себе отчет, от каких факторов будут зависеть входящие в это выражение величины. Если скорость v может зависеть только от площади поперечного сечения ω через выражение

$$v = Q : \omega$$

(Q является неизменным), если гидравлический радиус R связан при заданном поперечном профиле русла с глубиной потока, то, наоборот, коэффициент c является величиной, зависящей от многих переменных. Выше в § 6 было выяснено, что основными величинами, функцией которых является c , необходимо считать гидравлический радиус и степень шероховатости; зависимость коэффициента c от вязкости жидкости и объемного веса может считаться несущественной при тех слабых колебаниях этих последних величин, какие можно наблюдать для воды (различная температура, различное содержание взвешенных веществ и т. п.).

Пока движение равномерно, остаются неизменными обе указанные величины, т. е. и степень шероховатости русла, и гидравлический радиус; их переменность обнаруживается лишь при неравномерном движении. Как изменяется при этом R , уже указано несколькими строками выше. Не столь просто изменение степени шероховатости стенок. Необходимо иметь в виду, что степень шероховатости это есть единственная величина, через которую возможно в формуле для c отобразить все изменения в характере движения потока, зависящие от русла. Поэтому дело может касаться не только той или иной степени гладкости стенок в прямом смысле этого слова, но также и того косвенного влияния, которое нередко может оказать стенка, независимо от своей гладкости. Это возможно наблюдать довольно часто, в особенности, в естественных руслах, при недостаточно правильном сохранении его формы вдоль по течению; причем тот фактор движения, который характеризуется под общим понятием „степени шероховатости“, может по своей величине значительно превосходить то, что наблюдается при том же материале стенок в правильных руслах.

В виде примера подобного явления сильного увеличения коэффициента шероховатости представим себе прямолинейное русло некоторого уклона i , по которому движется расход Q со скоростью v , причем движение — равномерное и прямолинейное, направляемое стенками; по обычным правилам возможно применить для этого случая формулу:

$$v = c \sqrt{R \cdot i},$$

из которой при известных из соответствующих измерений v , R , i возможно определить c и из него вычислением по одной из соответствующих формул, например, Куттера или Маннинга, найти соответствующий коэффициент шероховатости m (или, соответственно, n).

Но представим себе теперь то же русло, той же ширины и уклона, но с некоторым небольшим отложением наносов и некоторыми вымываниями

дна, при котором в том же русле устанавливается извилистое движение, непараллельное стенкам, от одного берега к другому и затем обратно, как то весьма часто наблюдается на горных реках. Как следует из той же формулы Шези, считая в первом приближении, что при той же глубине радиус R остался без изменения, скорость должна уменьшиться, так как прежнее абсолютное падение при извилистом течении дает большую против прежнего длину потока и соответственно меньшее прежнего значение уклона i . Если мы путем измерений, констатируя уменьшение скорости, не отметим появившейся извилистости движения и применим, следуя общему шаблону, формулу Шези, то мы должны будем в ней, естественно, сохранить прежний уклон i , что автоматически приводит к необходимости уменьшения коэффициента c , т. е. к увеличению коэффициента шероховатости стенок.

Если для примера предположить, что появившаяся извилистость уменьшила уклон вдвое, то скорость уменьшается в $\sqrt{2} = 1,41$ раза и настолько же меньше следует считать c . Если применить формулу Куттера

$$c = \frac{100}{1 + \frac{m}{\sqrt{R}}},$$

то уменьшение c в 1,41 приведет к увеличению во столько же раз суммы $1 + \frac{m}{\sqrt{R}}$, и, таким образом, новый коэффициент шероховатости m_1 по отношению к старому m найдется из равенства:

$$1,41 \left(1 + \frac{m}{\sqrt{R}} \right) = 1 + \frac{m_1}{\sqrt{R}},$$

или

$$\frac{m_1}{\sqrt{R}} = 0,41 + \frac{1,41 m}{\sqrt{R}},$$

$$m_1 = 0,41 \sqrt{R} + 1,41 m.$$

Так, при нормальной шероховатости земляного русла, равной 1,0, мы получаем для новых условий при том же материале и $R = 9$ м

$$m_1 = 0,41 \sqrt{9} + 1,41 = 2,64.$$

Случаи появления неправильных течений, водоворотов и т. п. особенно могут быть часты, если при подъеме воды плотинами приходится считаться с подпором и с затоплением сравнительно неглубоким слоем широкой поймы естественного потока. При подобного рода явлениях нетрудно натолкнуться на случаи, когда коэффициент шероховатости, найденный на основании опытных данных, поднимается до 5, до 6 и даже выше при материале русла, в других условиях дававшем значительно меньшую шероховатость.

Является полезным отметить, что возникающая при этом неправильность движения, не отмечаемая гидрометрическими приборами, настолько может быть существенной, что приводит к искажению вводимого как нечто бесспорное в уравнении Бернулли предположения о распределении давления в поперечном сечении по законам гидростатики. Отсутствие распределения давления по законам гидростатики можно констатировать, наблюдая за

линией пересечения свободной поверхности в поперечном сечении: она при этом не бывает прямой, горизонтальной, как это следует из законов гидростатики, а выпуклой в середине.

Эти примеры и рассуждения убеждают, насколько следует быть осторожным в выборе величины коэффициента шероховатости при подсчетах и как много неопределенного здесь имеется.

Еще более вопрос о выборе коэффициента шероховатости затемняется, если считаться с возможным при изменении величины и формы поперечного сечения изменением турбулентности и степени неравномерности скоростей, а следовательно, падение напора на трение, тесно с этим связанное, как это указывалось в § 6.

Все до сих пор изложенное относительно величины коэффициента с касалось, как то было уже отмечено, воды, вязкость и объемный вес которой могут изменяться сравнительно весьма незначительно. Но в практике гидротехнических сооружений новейшего времени приходится встречаться со случаями, когда эта вязкость и объемный вес будут меняться весьма существенным образом. Это относится, например, главным образом, к так называемым быстротокам, в которых благодаря весьма большим скоростям движения (до 12 и более м/сек) вода насыщается в сильной степени воздухом, меняя существенно свой объемный вес. Каких-либо опытов, определяющих при этом измененный коэффициент шероховатости, указать нет возможности.

ГЛАВА ВТОРАЯ

ПРИВЕДЕНИЕ УРАВНЕНИЯ НЕРАВНОМЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИ УДОБНОМУ ВИДУ

§ 10. Общий случай применения основного уравнения

После сделанного в предшествующей главе анализа основных величин, входящих в общее уравнение неравномерного движения, возможно воспользоваться им для решения ряда практически важных задач. Первым рассмотрим общий случай применения этого уравнения к потоку любой формы.

Как было указано выше, основное уравнение, написанное для двух сечений 1-1 и 2-2, находящихся друг от друга на расстоянии x , будет иметь окончательный вид:

$$z_1 + a_1 \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + a_2 \frac{v_2^2}{2g} + \xi_{1-2}.$$

Но так как последний член, выражающий собой сумму всех потерь на трение на длине x между сечениями, требует для своего определения значения промежуточных обстоятельств движения, то является более удобным изображать уравнение в дифференциальном виде, данном в § 6:

$$dz = d\left(a \frac{v^2}{2g}\right) + \frac{v^3}{c^3 R} dx;$$

здесь z_1 и z_2 суть координаты точек, лежащих на свободной поверхности в соответствующих сечениях относительно некоторой определенной горизонтальной координатной плоскости.

Поэтому написанное уравнение, особенно в его дифференциальном виде, следует рассматривать как уравнение свободной поверхности потока относительно указанной горизонтальной плоскости.

Решение этого уравнения ведет к определению вида этой свободной поверхности. Уравнение может быть интегрируемо, если известна зависимость v , R , c и a от x . Весьма часто с большим удобством возможно заменить переменную v через постоянный расход Q и переменную площадь живого сечения ω . После интегрирования уравнение дает нам зависимость z от x , т. е. кривую свободной поверхности в координатной системе zx .

В естественных потоках нередки случаи, когда известен продольный профиль dna русла, представляющий собой ломаную линию, и поперечные профили русла на определенных расстояниях друг от друга, и в то же время отсутствует непрерывная зависимость перечисленных выше величин, входящих в уравнение, от x . В этом случае не может быть речи о нахож-

лении непрерывной кривой свободной поверхности потока для данного расхода, но возможно определить ряд точек, лежащих на этой поверхности и соответствующих имеющимся поперечным профилям. Это может быть достигнуто последовательным интегрированием написанного дифференциального уравнения на отдельных участках, ограниченных имеющимися поперечными сечениями, и заменой получаемых интегралов их средними значениями существующими на этот предмет приемами.

Для примера примем профиль дна, изображенный на фиг. 4 линией *abcdef*. Расход жидкости *Q* известен. Известно также начальное положение свободной поверхности в начале или конце данного профиля, допустим, в точке *a*₁; требуется определить положение точек *b*₁, *c*₁, *d*₁, *e*₁, *f*₁ на свободной поверхности.

Для этого применяем последовательно уравнение неравномерного движения для всех участков, начиная с первого, заключающего точку *a*₁, интегрируя его в соответствующих пределах. Для первого участка имеем:

$$z_a - z_b = a_b \frac{v_b^2}{2g} - a_a \frac{v_a^2}{2g} + \int_{x_a}^{x_b} \frac{v^2}{c^2 R} dx.$$

В написанном уравнении *z*_а необходимо считать заданным, точно так же задано *v*_а (или соответственно *ω*_а) и *a*_а, подлежат определению *z*_б, *v*_б, *a*_б и последний интеграл второй части уравнения.

Нахождение этих величин ведется попытками; задаются наугад величиной *z*_б, устанавливают соответствующее ему живое сечение *ω*_б и, следовательно, и скорость *v*_б (*v*_б = *Q* : *ω*_б). Последний интеграл определяется по среднему его значению, подстановкой среднего значения входящих в него величин; для этого возможно поступить несколькими способами, так, например, возможно определить средние арифметические этих величин:

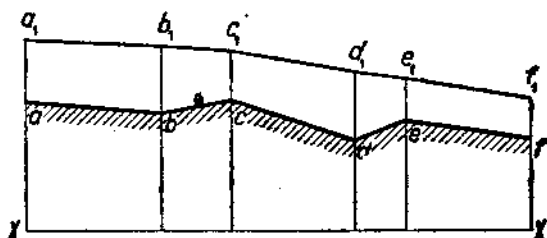
$$v_{cp} = \frac{v_a + v_b}{2}; R = \frac{R_a + R_b}{2}; c = \frac{c_a + c_b}{2};$$

во-вторых, возможно определить среднее арифметическое значение

$$\omega_{cp} = \frac{\omega_a + \omega_b}{2}$$

и по нему найти среднюю скорость *v*_{ср} = *Q* : *ω*_{ср}. Так же возможно поступить и с величиной *R*_{ср}, определяя ее по средней величине живого сечения и среднему значению подводного периметра; в-третьих, возможно вычертить поперечное сечение между двумя крайними; по нему при среднем в нем положении

$$z_{cp} = \frac{z_a + z_b}{2}$$



Фиг. 4.

найти средние значения всех необходимых величин и, наконец, в-четвертых, возможно найти непосредственно среднее между выражениями

$$\frac{v_a^2}{c_a^2 R_a} \text{ и } \frac{v_b^2}{c_b^2 R_b}.$$

Все полученные таким образом средние значения величины $\frac{v^2}{c^2 R}$ умножаются на величину $l = x_b - x_a$, равную горизонтальному расстоянию между взятыми сечениями a и b .

Совершенно естественно, что после указаний § 7 для величины a вполне логично взять значение, равное единице, так как это будет вполне координировать с достижимой точностью решения всей задачи. При правильно заданной величине z_b исходное уравнение должно превратиться в тождество. Если первая попытка при наугад заданном z_b окажется неудачной, то вычисление повторяют при другой заданной величине для z_b . Установив таким образом окончательно z_b и определив по нему соответственно и все связанные с ним величины, приступают в том же порядке к вычислению z_a на следующем участке bc . Этот способ при достаточно большом числе наиболее характерных поперечных профилей, соответствующих притом наиболее характерным точкам дна, может дать, как показывает практика, вполне удовлетворительную точность, особенно, если принять меры к сознательному выбору коэффициентов шероховатости и установлению их по возможности опытами на соответственно выбранных участках с равномерным движением. Для этой последней цели на подобных участках измеряется русло и скорость, а равным образом R и i и путем применения формулы Шези вычисляется соответствующее значение коэффициента c , дающее возможность установления истинного — не табличного — значения коэффициента шероховатости.

Вычисление точек свободной поверхности по описанному способу значительно облегчается, если заранее на имеющихся поперечных профилях заготовить кривые, определяющие для различных положений уровней свободной поверхности на этих профилях значения величин R , ω , v и c .

§ 11. Способ Хестеда и Стевенса

Вполне естественным развитием приведенного выше способа вычислений, логически вытекающего непосредственно из основного уравнения, а потому неправильно приписываемого какому-либо определенному имени, является способ, который без достаточных оснований принят в последнее время в Союзе выделять в особый самостоятельный способ и называть его способом Хестеда (Husted). Сущность этого способа состоит в нижеследующем.

Напишем основное уравнение в том виде, как оно было применено в предшествующем параграфе для поперечных сечений a и b фиг. 4:

$$z_a + a_a \frac{v_a^2}{2g} = z_b + a_b \frac{v_b^2}{2g} + \int_a^b \frac{v^2}{c^2 R} dx.$$

Потери напора на трение, как то уже выяснено выше, возможно применением метода осреднения написанного интеграла привести к виду $i_w L$, где i_w есть средний гидравлический уклон на участке ab , длине $L = x_b - x_a$, т. е. среднее падение напора на единицу длины.

После этого, приняв величину коэффициента α по причинам, изложенным выше, равным единице, возможно основное уравнение написать в виде:

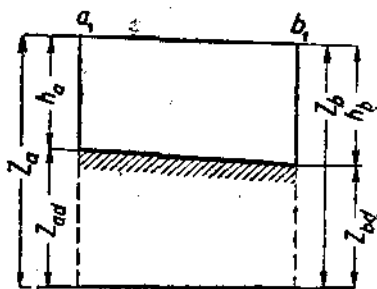
$$z_a - z_b = \frac{v_b^2 - v_a^2}{2g} + i_w L.$$

Но отметки свободной поверхности z_a и z_b могут быть легко выражены с достаточной точностью через отметки дна и глубины потока в тех же сечениях (фиг. 5):

$$z_a = z_{ad} + h_a,$$

$$z_b = z_{bd} + h_b,$$

$$z_a - z_b = z_{ad} - z_{bd} + h_a - h_b.$$



Фиг. 5.

Если обозначить средний уклон дна потока на рассматриваемом участке через i_0 , то разницу отметок дна возможно выразить через этот уклон:

$$z_{ad} - z_{bd} = i_0 L.$$

После этого основное уравнение переписывается в виде:

$$(i_0 - i_w) L = \left(h_a + \frac{v_a^2}{2g} \right) - \left(h_b + \frac{v_b^2}{2g} \right).$$

Называя разность, стоящую во второй части равенства, одной буквой A , имеем

$$L = \frac{A}{i_0 - i_w}.$$

• Это и есть уравнение, к которому пришел Хестед.

Построение кривой свободной поверхности ведется путем подбора вполне аналогично с тем, что изложено в предшествующем параграфе. Немногим от способа Хестеда отличается и способ, известный под именем способа Стевенса (Stevens).

Этот американский инженер предложил принимать во внимание кроме потери напора на трение, выражаемой средним уклоном «трения» i_w , еще и потери от изменения величины живого сечения русла, которые он называет вихревыми потерями. Как это уже указывалось в § 6, эти потери по Буссиньеку могут быть оценены величиною $\zeta \frac{v^2}{2g}$. В соответствии с этим Стевенс предлагает формулу

$$\zeta \frac{v_b^2 - v_a^2}{2g}$$

в обозначениях предшествующего примера и фиг. 4 и 5, причем для величины ζ предлагает применять одну и ту же величину 0,5 независимо от расстояния между сечениями L .

Второй особенностью предложения Стевенса является то, что вихревые потери он считает возможным принимать во внимание только при расширении русла в сторону движения и считает их равными нулю при сужении.

В остальном способ Стевенса ничем не отличается от способа, изложенного нами в предшествующем параграфе.

Анализируя предложение Стевенса о включении в уравнение вихревых потерь, необходимо думать, что оно более рационально, чем предложение Буссинька, так как выражает эти потери через разность квадратов скоростей в граничных сечениях, чем косвенно оценивает степень расширения русла, влияющего, несомненно, на эти потери. С другой стороны, нельзя согласиться со Стевенсом в оценке этих потерь одним и тем же коэффициентом в 0,5 независимо от расстояния L между сечениями a и b , т. е. независимо от степени расширения потока.

В качестве проверки правильности построения линии свободной поверхности Стевенс предлагает параллельно с основным расчетом вычислять также и соответствующую удельную энергию каждого сечения

$$E_a = z_a + \frac{v_a^2}{2g},$$

строая ее в виде графика.

Разница между величинами удельных энергий двух смежных сечений $E_a - E_b$ должна, очевидно, равняться величине энергии, теряемой на трение и вихревые потери.

§ 12. Американский объемный способ

Под этим термином в советской гидравлической литературе в последнее время принято называть некоторую разновидность уже описанных выше приемов для определения линии свободной поверхности, отличающейся, главным образом, деталями в определении коэффициента шероховатости.

Во-первых, определяется средняя ширина русла по линии свободной поверхности данного водотока в естественном его состоянии до образования подпора. Для этого по имеющимся поперечным профилям и плану в горизонталях между двумя данными сечениями a и b вычисляют величину площади зеркала воды между сечениями. Деля эту площадь на расстояние L между сечениями a и b , определяют среднюю ширину русла B_{cp} на данном участке независимо от различных извили, островков и т. п. неправильностей свободной поверхности.

Вторым этапом является определение средней глубины h_{cp} потока, которое берется как средняя арифметическая по имеющимся промежуточным и конечным поперечным профилям данного участка.

По средней ширине и средней глубине определяется средняя величина смоченного периметра χ_{cp} , которая по мнению авторов этого способа с более чем достаточной точностью может быть взята равной сумме средней ширины и средней глубины:

$$\chi_{cp} = B_{cp} + h_{cp}.$$

Средняя величина живого сечения ω_{cp} находится осреднением имеющихся поперечных сечений; после этого становится известным средний гидравлический радиус и средняя скорость

$$R_{cp} = \frac{\omega_{cp}}{\gamma_{cp}},$$

$$v_{cp} = Q : \omega_{cp}.$$

Все найденные величины, будучи подставленными в формулу Маннинга, дают возможность определить средний коэффициент шероховатости n данного участка:

$$v_{cp} = \frac{1}{n} R_{cp}^{\frac{2}{3}} \cdot i_{cp}^{\frac{1}{2}}.$$

Здесь уклон i_{cp} свободной поверхности дается на основании имеющихся гидрометрических и топографических данных.

Определив таким образом коэффициент шероховатости n , считают, что он остается неизменным при всех повышениях горизонта воды, после чего приступают, наконец, к определению свободной поверхности в подпертом состоянии.

Если известно повышение горизонта воды против первоначального в конечном сечении, например, вследствие наличия в нем платины определенной высоты, то задаются некоторым предполагаемым повышением в сечении, предшествующем конечному. Зная первоначальные отметки воды в обоих этих сечениях и соответственное повышение, возможно вычислить среднее повышение воды δh как среднеарифметическое на участке, что позволит вычислить происшедшее вследствие этого увеличение средней ширины русла B_{cp} уже определенной предшествующими действиями. Для этого следует задаться средним уклоном откосов берегов m (фиг. 6), после чего нетрудно найти новую среднюю ширину B'_{cp} по формуле:

$$B'_{cp} = B_{cp} + 2m\delta h.$$

Авторы предлагают принимать повсюду однообразную величину m равной 6, что, конечно, необязательно.

Средняя площадь подпертого живого сечения равна (фиг. 6):

$$\omega'_{cp} = \omega_{cp} + \frac{B'_{cp} + B_{cp}}{2} \delta h,$$

в соответствии с чем новый смоченный периметр равен:

$$\gamma'_{cp} = B'_{cp} + h'_{cp} = B'_{cp} + h_{cp} + \delta h.$$

Эти величины дают возможность определить новый гидравлический радиус R'_{cp} и новую скорость v'_{cp} , после чего формула Маннинга даст воз

возможность найти гидравлический уклон и соответствующее падение напора на данном участке длиной L .

При правильном выборе величины повышения горизонта в сечении, предшествующем концевому, полученная величина должна удовлетворять основному уравнению, написанному для данного участка.

§ 13. Случай потока правильной формы

Анализ полученного выше уравнения неравномерного движения в применении к руслу, произвольно очерченному по длине, невозможен во всей полноте вследствие отсутствия закономерных зависимостей отдельных величин, входящих в уравнение от изменения длины и отсутствия вследствие этого возможности интегрирования дифференциального уравнения. Для возможности последнего необходимо задать русло правильной

идеальной формы, удаляясь этим более или менее от действительных реальных условий движения.

Вот тот ряд предположений, которые обычно вводят в рассуждения:

1. Дно канала, или, точнее, наиболее пониженная точка каждого поперечного сечения, расположено на прямой линии по длине канала; это равнозначно с тем, что уклон дна постоянен.

2. Уклон дна весьма незначителен, что позволяет живые сечения потока, перпендикулярные к направлению движения, считать вертикальными, пренебрегая углом их наклона к вертикали.

3. Формы поперечного сечения канала, в котором происходит течение, подобны между собой, и коэффициент подобия связан определенной функциональной зависимостью с расстояниями между сечениями вдоль канала.

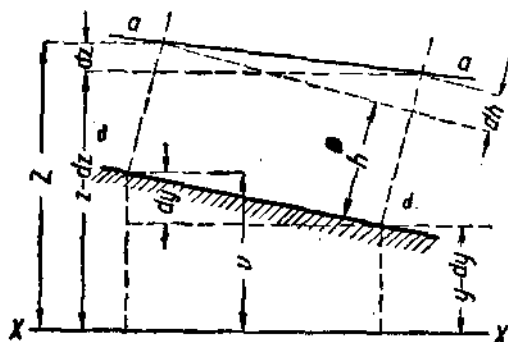
Перечисленные три предположения дают возможность общее дифференциальное уравнение упростить, уменьшая число входящих в него переменных. Для этого полезно ввести новую переменную, а именно глубину потока, которую обозначим буквой h , так как в функции этой глубины удобно выразить все остальные переменные.

В самом деле, пусть (фиг. 7) имеем участок рассматриваемого канала длиной dx ; xx — горизонтальная координатная плоскость; dd есть по условию прямая линия дна, имеющая уклон i_0 к горизонту; aa — линия свободной поверхности; из чертежа очевидно, что при наличии предположения 2 можно написать:

$$x = y + h,$$

или в дифференциальном виде, принимая во внимание уменьшение высот z и y по направлению течения

$$-dz = -dy + dh.$$



Фиг. 7.

Здесь через z обозначена координата точки, лежащей на свободной поверхности в данном сечении, а через y — соответствующая координата точки, лежащей на дне; но dy легко выразить через уклон дна i_0 и длину dx :

$$dy = i_0 dx.$$

Вставляя полученные значения для dz в основное уравнение § 6, имеем:

$$dz = d\left(\alpha \frac{v^2}{2g}\right) + \frac{v^2}{c^2 R} dx,$$

$$i_0 dx - dh = d\left(\alpha \frac{v^2}{2g}\right) + \frac{c^2 R}{v^2} dx.$$

Заменяем, далее, скорость v через Q/ω , причем для возможности дифференцирования выражения $d\left(\alpha \frac{v^2}{2g}\right)$ введем новое предположение, по счету четвертое, что α не изменяется по направлению движения потока. Как то уже было разобрано выше в § 7, подобное предположение неправильно со многих точек зрения настолько, что более логичным является полное пренебрежение неравномерностью скоростей в поперечном сечении, приводящее к значению для α , равному единице. Тем не менее, для сохранения общепринятого, хотя методически не вполне правильного подхода к этому приему, примем в дальнейшем α не равным единице, хотя и одинаковым для всех сечений. При этом имеем с заменой v через Q

$$d\left(\alpha \frac{v^2}{2g}\right) = \frac{\alpha Q^2}{2g} d\left(\frac{1}{\omega^2}\right).$$

Величина площади живого сечения потока является зависимой от двух переменных, а именно от глубины и от перехода от одного сечения к другому (закон изменения живого сечения при переходе от одного сечения к другому по длине дан предположением 3); ввиду этого

$$d\left(\frac{1}{\omega^2}\right) = -\frac{2}{\omega^3} \left(\frac{\partial \omega}{\partial h} dh + \frac{\partial \omega}{\partial x} dx \right).$$

Вводя это преобразование в основное уравнение, имеем:

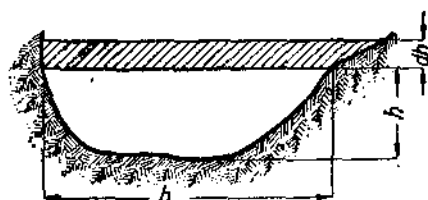
$$i_0 dx - dh = -\frac{\alpha Q^2}{g \omega^3} \left(\frac{\partial \omega}{\partial h} dh + \frac{\partial \omega}{\partial x} dx \right) + \frac{Q^2}{c^2 \omega^3 R} dx.$$

В этом уравнении i_0 , Q и α являются постоянными, ω есть функция h и x , R есть функция ω и смоченного периметра χ , который в свою очередь связан при предположении 3 функциональной зависимостью как с глубиной h , так и с длиной x . Наконец, величина c может изменяться в зависимости от изменения R , т. е. является функцией от h и x ; кроме того, коэффициент шероховатости может тоже изменяться как от h так и от x .

В результате, все входящие в уравнение величины являются зависимыми от двух параметров h и x . Таким образом это уравнение является дифференциальной зависимостью между этими двумя последними переменными, что приводит нас к выводу, что мы имеем уравнение кривой свободной поверхности потока в ортогональной координатной системе, в которой

осью абсцисс является линия дна и осью ординат к ней перпендикулярная ось h .

Таким образом теоретически вопрос о нахождении кривой свободной поверхности при неравномерном движении с заданным расходом в заданном русле следует считать решенным. Однако математическая сложность полученного уравнения не дает возможности его решения в общем виде, и он ждет своих исследователей.



Фиг. 8.

В этом русле может по длине изменяться лишь глубина потока. Это предположение отразится в уравнении тем, что приращение площади становится зависимым только от h , благодаря чему:

$$\frac{\partial \omega}{\partial x} = 0.$$

Вместе с тем, как то видно из фиг. 8, всякое приращение площади, заштрихованное на чертеже, может происходить лишь в вертикальном направлении и, следовательно, будет равно ширине сечения, взятой по линии свободной поверхности, умноженной на приращение dh глубины h , т. е.

$$\frac{\partial \omega}{\partial h} dh = b dh.$$

Это приводит к следующему упрощенному виду общего уравнения:

$$i_0 dx - dh = - \frac{\alpha Q^2}{g \omega^3} b dh + \frac{Q^2}{c^2 \omega^2 R} dx.$$

§ 14. Движение в русле прямоугольном, весьма широком

Полученное в предшествующем параграфе уравнение позволяет произвести дальнейшие преобразования. Не являясь пока общим случаем подобных преобразований, которые рассмотрим в дальнейшем, мы в настоящем параграфе займемся в целях большей ясности и наглядности картины исследованием одного частного случая, который исторически является первым подвергавшимся исследованию и который по настоящее время продолжает оставаться прототипом, по которому равняются все прочие более сложные случаи. Это случай так называемого весьма широкого прямоугольного русла.

Это последнее свойство скажется в уравнении тем, что введет значительное упрощение выражения для среднего гидравлического радиуса R . В самом деле, как то усматривается на фиг. 9, площадь живого сечения ω для этого случая равна

$$\omega = b h$$

и смоченный периметр

$$\chi = b + 2h;$$

таким образом

$$R = \frac{bh}{b + 2h},$$



Фиг. 9.

каковое выражение делением числителя и знаменателя на b превращается в следующее:

$$R = \frac{h}{1 + 2\frac{h}{b}}.$$

Но при b весьма большом по сравнению с h дробь $\frac{h}{b}$ имеет весьма малую величину по сравнению с единицей, в связи с чем возможно принять

$$R = h.$$

Внося полученные значения для R и ω в основное уравнение, имеем:

$$i_0 dx - dh = -\frac{\alpha Q^2}{g b^3 h^3} dh + \frac{Q^2}{c^2 b^3 h^3} dx.$$

Весьма полезно величину $\frac{Q}{b}$ обозначить одною буквою q как выражающую расход на единицу постоянной ширины русла:

$$i_0 dx - dh = -\frac{\alpha q^2}{g h^3} dh + \frac{q^2}{c^2 h^3} dx.$$

Очевидно, что последнее уравнение легко представляется в виде:

$$\frac{dh}{dx} = \frac{i_0 - \frac{q^2}{c^2 h^3}}{1 - \frac{\alpha q^2}{g h^3}} = i_0 \frac{1 - \frac{q^2}{c^2 h^3 i_0}}{1 - \frac{\alpha q^2}{g h^3}},$$

$$\frac{dh}{dx} = i_0 \frac{h^3 - \frac{q^2}{c^2 i_0}}{h^3 - \frac{\alpha q^2}{g}}.$$

Для лучшей наглядности полученного уравнения вводят новые обозначения:

$$\frac{q^2}{c^2 i_0} = h_0^3,$$

$$\frac{\alpha q^2}{g} = h_*^3;$$

после чего имеем:

$$\frac{dh}{dx} = i_0 \frac{h^3 - \frac{c_0^2}{c^3} h_0^3}{h^3 - h_k^3}.$$

Если ввести еще дополнительно предположение шестое, что $\frac{c_0}{c} = 1$, то окончательно имеем:

$$\frac{dh}{dx} = i_0 \frac{h^3 - h_0^3}{h^3 - h_k^3}.$$

Сущность введенной величины c_0 и отличие ее от величины c понятны из следующего параграфа.

§ 15. Нормальная глубина потока

Введенные обозначения h_0 и h_k имеют физический и притом крайне важный для дальнейшего смысл.

В самом деле, назовем нормальной глубиной тока h_0 для расхода q такую глубину, которая превращает числитель второй части уравнения в нуль, т. е.

$$h_0^3 - \frac{q^2}{c_0^2 i_0} = 0,$$

или

$$h_0 = \sqrt[3]{\frac{q^2}{c_0^2 i_0}};$$

величина c для этой глубины h_0 приняла значение c_0 .

Для выяснения физического смысла этой величины h_0 , преобразуем последнее уравнение, представив его в виде:

$$h_0^3 = \frac{q^2}{c_0^2 i_0},$$

или

$$\frac{q^2}{h_0^3} = c_0^2 h_0 i_0.$$

Замечая, что согласно принятым обозначениям $\frac{q}{h_0}$ есть не что иное, как скорость потока, соответствующая глубине h_0 , имеем:

$$v_0 = c_0 \sqrt{h_0 i_0},$$

но h_0 для русла весьма широкого есть не что иное, как средний гидравлический радиус, в соответствии с чем мы видим, что полученное уравнение есть уравнение Шези, которое характеризует собой равномерный режим на данном участке. Таким образом приходим к заключению, что введенная нами нормальная глубина h_0 есть глубина, которая устанавливается в данном потоке при расходе q в том случае, если режим потока становится равномерным.

§ 16. Критическая глубина потока

Назовем критической глубиной h_k для расхода q такую глубину, которая превращает знаменатель второй части уравнения в нуль:

$$\begin{aligned}h_k^3 - \frac{aq^2}{g} &= 0, \\h_k^3 &= \frac{aq^2}{g}; \\h &= \sqrt[3]{\frac{aq^2}{g}}.\end{aligned}$$

Эта величина имеет точно так же весьма важный физический смысл, раскрытие которого ради необходимой последовательности изложения отнесено к следующей гл. III.

В настоящем изложении ограничимся лишь указанием на то, что величина h_k , превращая знаменатель второй части в нуль, превращает в то же время всю вторую часть уравнения в бесконечность, причем, естественно, выражаемая уравнением кривая свободной поверхности должна претерпевать разрыв непрерывности.

§ 17. Анализ дифференциального уравнения

Полученное окончательное уравнение

$$\frac{dh}{dx} = i_0 \frac{h^3 - h_0^3}{h^3 - h_k^3}$$

весьма удобно для анализа, изучения и классификации возможных случаев неравномерного движения в весьма широком прямоугольном русле и для выявления характерных особенностей этих случаев.

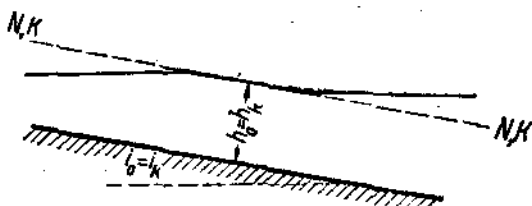
Стоящая в первой части производная есть не что иное, как тангенс угла наклона к линии дна касательной к кривой свободной поверхности. Вид кривой будет стоять в зависимости от того, положительна или отрицательна вторая часть уравнения.

Для большей отчетливости понимания возможных изменений и взаимоотношений величин h , h_0 и h_k необходимо иметь в виду, как то явствует из их выражений, что глубина h_k зависит только от величины q , т. е. от расхода, приходящегося на единицу ширины потока, и не зависит от степени шероховатости русла; таким образом h_k есть некоторая неизменная для данного потока величина при некотором расходе q ; задав q , необходимо считать известным вполне определенно и h_k ; в противоположность этому h_0 , завися от q , зависит также и от степени шероховатости и, кроме того, также и от уклона потока i_0 ; при известном q и постоянной заданной шероховатости изменением уклона дна потока i_0 возможно изменять нормальную глубину. Очевидно, что соответствующим выбором i_0 можно достичь и того, что нормальная глубина h_0 станет равной критической h_k ; такой уклон дна i_k носит название критического.

Рассмотрим возможные случаи движения в заданном русле при разных соотношениях h_0 и h_k .

Таких случаев различают три, которые в свою очередь могут подразделяться на отдельные категории (зоны).

Случай 1. Представим себе, что поток имеет критический уклон дна, $i_0 = i_k$ и, следовательно, на основании сказанного выше $h_0 = h_k$, нормальная глубина равна критической глубине. Имея в виду найденные для них значения, получаем:



Фиг. 10.

или

$$\sqrt[3]{\frac{q^3}{c_0^2 i_0}} = \sqrt[3]{\frac{q^3}{g}}$$

$$c_0^2 i_0 = \frac{g}{\alpha};$$

$$i_0 = i_k = \frac{g}{\alpha c_0^2}.$$

Критический уклон русла, таким образом, не зависит от расхода, но связан исключительно только с величиной c_0 , т. е., главным образом, со степенью шероховатости русла, и слабее с его гидравлическим радиусом. Основное уравнение принимает при этом весьма простой и характерный вид:

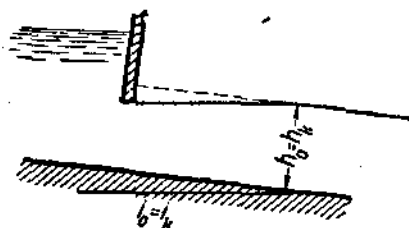
$$\frac{dh}{dx} = i_0,$$



Фиг. 11.

т. е. угол наклона касательной кривой свободной поверхности к прямой линии дна постоянен и равен наклону дна к горизонту; это возможно лишь в том случае, если свободная поверхность горизонтальна для всех значений глубины h и эта глубина возрастает вниз по течению и убывает вверх по течению (фиг. 10, 11, 12).

Подобного рода неравномерное движение может быть осуществлено на равномерно движущемся потоке, т. е. при $h_0 = h_k$, установкою на нем щита, который приподнимет на высоту, меньшую h_0 (фиг. 11), и тем создает при пропуске заданного расхода q скорость движения больше v_0 , т. е. той, которая соответствует равномерному движению. Выше щита, где глубина должна стать больше h_0 и движение замедлится, будет также случай неравномерного движения (фиг. 12).



Фиг. 12.

Все потоки могут быть разделены на два класса: один класс потоков, имеющий уклон дна больше критического, другой класс потоков, имеющий уклон меньше критического; характер движения каждого из этих двух классов подчиняется весьма различным между собой законам. Первые потоки носят название бурных, вторые — спокойных. Это название, как то будет

видно из дальнейшего, характеризует весьма удачно поведение потоков во время неравномерного в них движения.

Для суждения о порядке величины критического уклона отметим, во-первых, что этот уклон тем больше, чем меньше c , т. е. чем больше коэффициент шероховатости русла. Если R принять равным единице, то, считая по формуле Базена, будем иметь

$$c = \frac{70}{1 + \frac{m}{\sqrt{R}}} = \frac{70}{1 + m},$$

и, следовательно, c и соответственно i_k будут равны:

при	m	c	i_k
	0,06	66,1	0,0020
	0,46	48,0	0,0043
	1,30	31,2	0,0395

Очевидно, что ни при каком другом уклоне канала кроме критического поток не может иметь горизонтальную плоскость свободной поверхностью.

Случай II. $i_0 < i_k$ соответствует движению, названному нами спокойным. Уклон потока меньше критического, а следовательно, глубина нормальная больше глубины критической: $h_0 > h_k$.

Этот случай сам по себе распадается на три отдельных зоны сообразно с величиной, которую имеет переменная глубина потока;

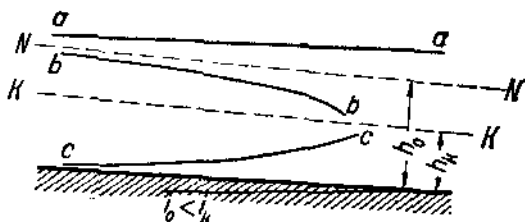
последняя величина может быть больше h_0 , может быть меньше h_0 , но больше h_k , и может быть, наконец, меньше h_k . Эти три зоны дают совершенно различные кривые свободной поверхности, а потому должны быть рассмотрены самостоятельно.

Зона a . $h > h_0$ (фиг. 13, кривая a). В основном уравнении

$$\frac{dh}{dx} = i_0 \frac{h^3 - h_0^3}{h^3 - h_k^3},$$

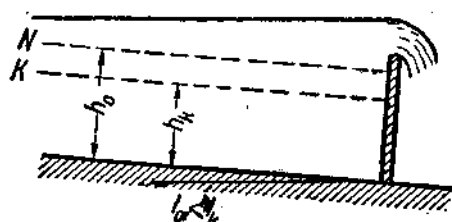
очевидно, и числитель и знаменатель второй части уравнения положительны, благодаря чему величина производной $\frac{dh}{dx}$ больше нуля, что обозначает, что глубина h при своем изменении увеличивается с увеличением x , т. е. вниз по течению, и уменьшается вверх по течению.

При увеличении h численное значение дроби во второй части увеличивается и стремится к пределу, равному единице при h , равном бесконечности. Это доказывает, что величина $\frac{dh}{dx}$, т. е. наклон касательной к кривой свободной поверхности, увеличивается вниз по течению и сама кривая, следовательно, имеет выпуклый книзу вид, асимптотически приближаясь



Фиг. 13.

к горизонтальной линии, так как предельное значение $\frac{dh}{dx} = i_0$ соответствует уже известному случаю *I*. Если h уменьшается, то при этом она приближается к величине h_0 , при совпадении h с h_0 , т. е. при достижении потоком равномерного режима, дробь второй части уравнения делается рав-

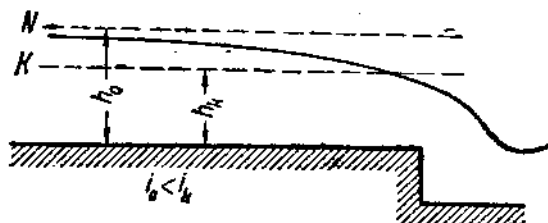


Фиг. 14.

ной нулю и, следовательно, $\frac{dh}{dx}$, т. е. угол наклона кривой свободной поверхности к линии дна превращается в нуль; другими словами, кривая свободной поверхности асимптотически приближается к прямой равномерного движения *NN*. Это доказывает, что спокойный поток, движущийся равномерным режимом, т. е. с постоянной глубиной, равной h_0 , будучи

прегражден каким-либо препятствием, например, плотиной (фиг. 14), и вынужденный увеличить свою первоначальную глубину, должен ее увеличить на всем своем протяжении вверх по течению на бесконечную длину. Естественно, что при этом разница между уменьшающейся вверх по течению глубиной h и нормальной глубиной, все время убывая, достигает, наконец, столь небольшой величины, например, в 2—5 см, которой практически находят возможным пренебрегать, вместе с тем считая влияние подпора законченным. Зона *b*. $h_0 > h > h_k$ — глубина спокойного потока меньше нормальной и больше критической. Свободная поверхность потока лежит ниже линии *NN* (фиг. 13) и выше линии *KK*, имея очертания кривой *bb*. Если проследить вид основного уравнения для этой зоны, то мы легко увидим, что числитель дроби во второй части уравнения будет иметь отрицательную величину и, таким образом, производная $\frac{dh}{dx}$ отрицательна, что доказывает, что глубина уменьшается вниз по течению и увеличивается вверх по течению, асимптотически приближаясь к прямой *NN*.

При увеличении глубины h она приближается к значению h_0 и дробь второй части уравнения стремится к нулю, т. е. $\frac{dh}{dx}$ уменьшается численно с увеличением h , но принимая во внимание отрицательный знак дроби, абсолютно увеличивается, указывая тем самым, что кривая свободной поверхности обращена выпуклой стороной кверху. При уменьшении глубины h она приближается к h_k и при достижении ею этой последней величины знаменатель дроби превращается в нуль, благодаря чему $\frac{dh}{dx}$ делается равной отрицательной бесконечности; угол наклона кривой к линии дна равен 90°; в этот момент имеем случай так называемого водопада. На практике этот случай осуществляется при наличии обрыва русла и возможности падения



Фиг. 15.

струи свободно вниз (фиг. 15); имеется так называемая кривая спада; поток, имеющий обрыв на конце, уменьшает свою глубину при приближении к обрыву постепенно, начиная от прямой равномерного режима.

Кривая спада для спокойного потока вверх по течению приближается к прямой линии равномерного режима, достигая ее асимптотически, т. е. на бесконечно большом расстоянии от места водопада; практически, конечно, подобно указанным для зоны a кривая спада может считаться законченной вверх по течению, если разница между h_0 и h станет пренебрежительно малой.

Из течения кривой спада видно, что скорость уменьшения глубины по мере движения потока вниз быстро увеличивается и математическим пределом глубины согласно уравнению является величина, равная нулю; на самом деле, как то понятно физически, уменьшение глубины должно иметь какой-то реальный предел, который и будет установлен нами в следующей гл. III. Несовпадение теории и практики в этом случае объясняется тем, что по мере все большего искривления линии свободной поверхности мы все больше удаляемся от модели медленно изменяющегося течения, обуславливающей достаточную точность вычислений; чем больше поток удаляется от медленно изменяющегося движения, тем анализ уравнения по приведенной здесь схеме делается все меньше допустимым и тем более его результаты отличаются от реальной действительности. Явление водопада будет освещено ближе в следующей главе.

Заслуживает внимания, что поток, вынужденный какими-либо условиями к движению по схеме какой-либо из двух зон a или b , не может перейти из одной зоны в другую; это возможно лишь при изменении внешних условий движения, установлении новой преграды, устройстве новой выемки и т. п.; каждая зона является самостоятельным случаем движения, независимым от соседних.

Зона c . $h_0 > h_k > h$. Глубина потока меньше критической глубины и тем самым меньше нормальной; свободная поверхность лежит (фиг. 13) ниже прямой KK и имеет течение кривой cc .

Обращаясь вновь к основному уравнению, мы видим, что и числитель и знаменатель дроби второй части уравнения отрицательны, что дает для $\frac{dh}{dx}$ положительное значение, а значит, глубина h увеличивается вниз по течению.

Аналогично с изложенным выше мы легко приходим к выводу, что кривая свободной поверхности должна иметь выпуклость, обращенную книзу; линия дна не является для нее асимптотой при уменьшении h вверх по течению; идя вниз по течению, h быстро растет и достигает нижнего своего предела h_k при вертикальном подъеме кривой, что исключает возможность продолжать наш анализ вблизи этого предела ввиду удаления потока от модели медленно изменяющегося движения.

Этот случай может иметь место на спокойном потоке в случае, если он прегражден щитом, имеющим величину открытия, меньшую критической глубины h_k (фиг. 16); поток, выходящий при этом из-под щита со скоростью, большей нормальной, будет приближаться по соответствующей кривой к прямой NN нормального режима, причем должен перед этим пройти через область, недоступную математическому анализу вблизи кри-

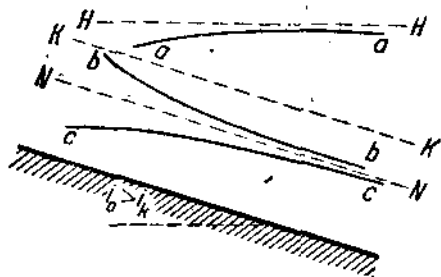
тической глубины. Этот случай, таким образом, требует особого подхода, изучаемого нами в следующей главе.

Случай III. $h_0 < h_k$ — характеризуется тем, что уклон дна i_0 больше критического и, следовательно, поток соответствует категории бурных.

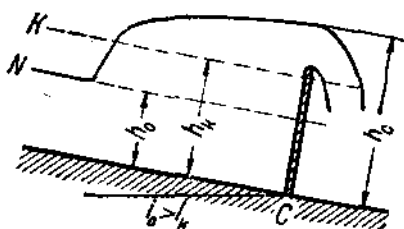
Аналогично с изложенным для случая II необходимо рассмотреть отдельно три зоны.

Зона а. $h > h_k > h_0$. Глубина потока больше критической и тем самым больше нормальной. Как числитель, так и знаменатель дроби во второй части уравнения положительны, $\frac{dh}{dx}$ положительно, и, следовательно, глубина возрастает вниз по течению, имея выпуклость кверху; течение соответствует кривой *aa* фиг. 17. При увеличении h дробь второй части уравнения приближается к единице и $\frac{dh}{dx}$ приближается вместе с этим к i_0 , т. е. кривая по течению вниз имеет асимптотой горизонтальную прямую. Идя вверх по течению, h уменьшается и, достигая величины h_k , делает направление кривой свободной поверхности вертикальным, что вновь приводит нас к случаю, не подлежащему рассмотрению излагаемым методом.

Движение по зоне *а* бурного потока может быть осуществлено устройством преграды на пути движения потока, которая поднимает воду выше глубины h_k . Поток, двигаясь перед преградой равномерным режимом, принужден подняться до новой высоты, задаваемой преградой, которой он и достигает по некоторой сложной кривой (фиг. 18), нижняя часть



Фиг. 17.

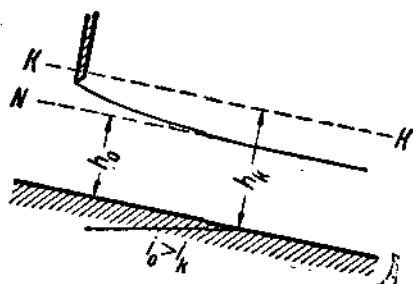


Фиг. 18.

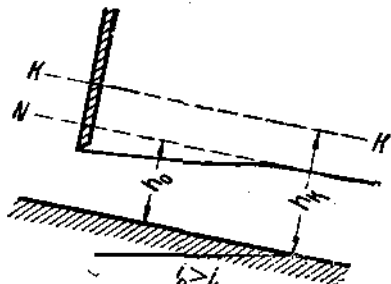
которой соответствует рассматриваемой зоне *а*; верхняя часть этой сложной кривой не может быть проанализирована изложенным методом, и ее сущность будет понята из следующей главы.

Зона б. $h_k > h > h_0$. Глубина потока меньше критической, но больше нормальной. Не повторяя рассуждений, вполне аналогичных изложенному выше, приходим к заключению, что кривая свободной поверхности имеет вид, изображенный кривой *bb* фиг. 17, т. е. выпуклостью обращена книзу, асимптотически приближается к прямой *NN* равномерного ре-

жима по направлению вниз по течению; в обратном направлении (вверх по течению) кривая в приближении к линии KK приобретает нормальное к последней направление со всеми вытекающими и разобранными выше последствиями, затрудняющими ее анализ. Этот случай может быть осуществлен на практике преградой в виде щита, создающей первоначаль-



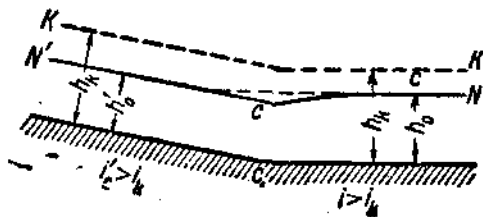
Фиг. 19.



Фиг. 20.

ную глубину h меньше критической и больше нормальной; поток достигает после истечения из-под щита своего нормального равномерного режима по описанной кривой (фиг. 19).

Зона с $h_k > h_0 > h$. Глубина потока меньше критической. Имеем случай кривой свободной поверхности, изображенной кривой cc на фиг. 17; кривая по течению вниз асимптотически приближается к прямой равномерного режима, вверх по течению снижается неопределенно к линии дна. Кривая может быть получена при посредстве установки щита, дающей первоначальную глубину, меньшую нормальной (фиг. 20); такая же кривая может быть получена и другим каким-либо способом, вызывающим в бурном потоке появление в момент входа на соответствующий участок скорости, большей нормальной, т. е. соответствующей нормальной режиму; это может быть достигнуто, например, сопряжением вверх по течению канала рассматриваемого уклона i с каналом еще большего уклона i_0 , на котором, естественно, устанавливается и скорость большая, чем нормальная скорость того канала, на который вступает струя (фиг. 21). Начиная от точки перелома уклона вниз по течению установится кривая вида cc , от точки перелома вверх сохранится равномерный режим, соответствующий уклону верхнего лотка.



Фиг. 21.

Заканчивая на этом анализ кривых свободных поверхностей потока, движущегося в весьма широком прямоугольном русле, видим, насколько разнообразен может быть вид этой кривой и как много может дать математический анализ даже при той несовершенной его форме и при тех многочисленных допущениях, к которым пришлось прибегнуть, чтобы задачу довести до конца.

§ 18. Анализ движения в русле любой формы сечения

Еще большей сложностью отличается, конечно, анализ движения в русле любой формы сечения. Однако, после рассмотрения более простого случая предшествующего параграфа, этот анализ будет значительно облегчен аналогиями и ссылками на уже известные и разобранные случаи.

Вернемся к основному виду уравнения неравномерного движения, установленному в § 13:

$$l_0 dx - dh = -\frac{a Q^3}{g \omega^3} b dh + \frac{Q^3}{c^2 \omega^2 R} dx.$$

Приведем его к виду, аналогичному с тем, который был дан для прямоугольного весьма широкого русла:

$$\frac{dh}{dx} = \frac{l_0 - \frac{Q^3}{c^2 \omega^2 R}}{1 - \frac{a Q^3}{g \omega^3} b} = i_0 \frac{1 - \frac{Q^3}{c^2 \omega^2 R} i_0}{1 - \frac{a Q^3}{g \omega^3} b}$$

Назовем нормальной такую глубину h_0 потока, которая приводит числитель дроби второй части уравнения к величине, равной нулю; при этой глубине h_0 величины ω , R , b , c принимают при вполне заданной форме русла значения ω_0 , R_0 , b_0 , c_0 :

$$i_0 - \frac{Q^3}{c_0^2 \omega_0^2 R_0} = 0,$$

$$i_0 = \frac{Q^3}{c_0^2 \omega_0^2 R_0} = \frac{v_0^2}{c_0^2 R_0}.$$

Здесь через $v_0 = Q : \omega_0$ обозначена скорость, соответствующая нормальной глубине. Последнее уравнение приводится весьма просто к виду:

$$v_0 = c_0 \sqrt{R_0 i_0},$$

что доказывает, что введенная нами нормальная глубина h_0 является глубиной, соответствующей равномерному движению в данном русле при имеющемся уклоне i_0 .

Аналогично устанавливается понятие критической глубины h_k данного потока, понимая под последней такую глубину, которая приводит к нулю знаменатель дроби второй части уравнения:

$$1 - \frac{a Q^3 b_k}{g \omega_k^3} = 0,$$

$$\frac{a Q^3 b_k}{g \omega_k^3} = 1.$$

Значками k обозначены значения b и ω , соответствующие глубине, названной критической.

В соответствии с введенными понятиями для нормальной глубины h_0 преобразуем выражение $\frac{Q^3}{c^2 \omega^2 R i_0}$, входящее в числитель дроби; для чего подставим туда вместо i_0 ему равное выражение:

$$i_0 = \frac{Q^3}{c_0^2 \omega_0^2 R_0},$$

что дает

$$\frac{Q^3}{c^2 \omega^2 R i_0} = \frac{Q^3}{c^2 \omega^2 R} : \frac{Q^3}{c_0^2 \omega_0^2 R_0} = \frac{c_0^2 \omega_0^2 R_0}{c^2 \omega^2 R}.$$

Каждая из входящих в последнее выражение величин является функцией от глубины потока, а потому возможно их произведение считать тоже некоторой вполне определенной для данной формы и шероховатости русла функцией от глубины:

$$c^2 \omega^2 R = \varphi(h),$$

$$c_0^2 \omega_0^2 R_0 = \varphi(h_0).$$

Такому же преобразованию можно подвергнуть и знаменатель дроби, для чего воспользуемся вводимым понятием для критической глубины:

$$\frac{\alpha Q^2 b_k}{g \omega_k^3} = 1,$$

откуда

$$\frac{\alpha Q^3}{g} = \frac{\omega_k^3}{b_k}.$$

Подставляя это выражение в знаменатель второй части уравнения, можем его представить в виде:

$$1 - \frac{\omega_k^3}{b_k} \cdot \frac{b}{\omega^3}.$$

Обозначим величину $\frac{\omega^3}{b}$ через $\psi(h)$, зная, что как ω , так и b зависят вполне определенным образом от глубины:

$$\frac{\omega^3}{b} = \psi(h),$$

$$\frac{\omega_k^3}{b_k} = \psi(h_k).$$

После этих обозначений основное уравнение приводится к виду:

$$\frac{dh}{dx} = i_0 \frac{1 - \frac{\varphi(h_0)}{\varphi(h)}}{1 - \frac{\psi(h_k)}{\psi(h)}}.$$

Очевидно, полученное уравнение имеет конструкцию, вполне аналогичную с конструкцией уравнения для весьма широкого прямоугольного русла, если последнее представить в виде:

$$\frac{dh}{dx} = i_0 \frac{1 - \frac{h_0^3}{h^3}}{1 - \frac{h_k^3}{h^3}}$$

Ввиду этого обстоятельства анализ этого усложненного выражения возможно вести методом, вполне аналогичным изложенному в предшествующем параграфе, причем окажутся возможными все три случая с подразделением на зоны, которые были уже разобраны.

Единственным условием к тому, чтобы кривые подпора и спада в разных случаях были аналогичными по своему характеру тем, какие изображены на фиг. 10, 13, 17, является такой характер функций $\varphi(h)$ и $\Phi(h)$, которому соответствует возрастание их при возрастании глубины h и, наоборот, убывание при убывании последней. Для открытых потоков и каналов, принятых в гидравлике профилей это имеет место, в чем нетрудно убедиться. Исключением являются каналы, перекрытые сводами, т. е. суживающиеся кверху, например, круглого, овоидального и других сечений, употребляемые, например, в канализационном деле. Эти последние могут привести к другим результатам при исследовании неравномерного в них движения. Эти случаи ждут своих исследователей.

§ 19. Интегрирование уравнения неравномерного движения. Способ Дюпюи-Рюльмана

Как то указывалось уже выше, интегрирование уравнения неравномерного движения в его общем виде возможно с большими затруднениями, притом при наличии значительного числа упрощающих предположений. Задача делается более доступной для разрешения в случае русел правильной формы. Исторически интегрирование шло от простейших случаев к более сложным. Первый способ интегрирования был предложен Дюпюи (Dupuit) в 1848 г.; этот же способ был затем развит и дополнен Рюльманом (Rühlmann), давшим также к нему таблицы, облегчающие пользование им, почему он и носит обыкновенно название способа Рюльмана. Этот способ касался лишь русла прямоугольного весьма широкого, и, таким образом, в его основе было положено уравнение неравномерного движения в виде:

$$\frac{dh}{dx} = i_0 \frac{h^3 - h_a^3}{h^3 - h_k^3}$$

Для интегрирования и Дюпюи, и Рюльманом было признано возможным пренебречь членом h_k^3 , который, как это ясно из вывода, равняется выражению $\frac{a q^2}{g}$, т. е. зависит от живой силы потока и ее изменения по

длине русла. Такое пренебрежение, как показывает практика, не ведет к значительным ошибкам, особенно, в потоках спокойных и притом в случае, когда дело идет о подпоре, т. е. когда живое сечение русла увеличивается вниз по течению и живая сила потока соответственно уменьшается. Для кривых спада с ускоряющимся вниз по течению движением ошибка в применении этого способа интегрирования будет соответственно больше.

После сделанного предположения уравнение получает вид:

$$\frac{dh}{dx} = i_0 \frac{h^3 - h_0^3}{h^3},$$

что может быть переписано также в виде:

$$i_0 dx = dh \frac{h^3}{h^3 - h_0^3} = dh \left(1 + \frac{h_0^3}{h^3 - h_0^3} \right).$$

Так как уравнение будет применено при рассматриваемом способе только для кривых подпора, т. е. для нахождения глубин, больших нормальной (Рюльман применял свой способ и для кривых спада и дал для этого случая также ряд таблиц), то для облегчения вычислений положим, что $h = h_0 + z$, где z есть подъем воды сверх нормальной глубины. Очевидно, что

$$dh = dz.$$

Для удобства расчетов перенесем центр координатной системы в точку, лежащую на линии дна у основания плотины, и ось x -ов направим обратно движению воды, для чего необходимо знак у dx переменить на обратный; после этих преобразований уравнение кривой свободной поверхности напишется в виде:

$$i_0 dx = -dz \left[1 + \frac{1}{\left(\frac{h}{h_0}\right)^3 - 1} \right] = -d\left(\frac{z}{h_0}\right) \left[1 + \frac{1}{\left(\frac{h_0+z}{h_0}\right)^3 - 1} \right] h_0,$$

$$i_0 dx = -d\left(\frac{z}{h_0}\right) \left[1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{z}{h_0}\right)^3 - 1} \right] h_0,$$

$$\frac{i_0}{h_0} dx = -d\left(\frac{z}{h_0}\right) \left[1 + \frac{1}{3\left(\frac{z}{h_0}\right) + 3\left(\frac{z}{h_0}\right)^2 + \left(\frac{z}{h_0}\right)^3} \right].$$

Интегрируя в пределах от $x=0$ до $x=x$, т. е. от точки, лежащей у плотины с наибольшим подъемом воды Z , до точки с подъемом z , получим:

$$\frac{i_0}{h_0} x = - \int_{\frac{Z}{h_0}}^{\frac{z}{h_0}} \left[1 + \frac{1}{3\left(\frac{z}{h_0}\right) + 3\left(\frac{z}{h_0}\right)^2 + \left(\frac{z}{h_0}\right)^3} \right] d\left(\frac{z}{h_0}\right).$$

Для интегрирования раскладывают находящуюся под знаком интеграла дробь в ряд:

$$1 + \frac{1}{3 \left(\frac{z}{h_0} \right) + 3 \left(\frac{z}{h_0} \right)^2 + \left(\frac{z}{h_0} \right)^3} = \frac{1}{3} \frac{1}{z} + \frac{2}{3} \frac{1}{h_0} + \frac{2}{3} \frac{z}{h_0^2} - \frac{1}{9} \frac{z^2}{h_0^3} + \frac{1}{27} \frac{z^3}{h_0^4} + \dots$$

После чего интегрируемое уравнение принимает вид¹:

$$\begin{aligned} \frac{i_0}{h_0} x = & \frac{1}{3} \ln \frac{Z}{z} + \frac{2}{3} \left(\frac{Z}{h_0} - \frac{z}{h_0} \right) + \frac{1}{9} \left(\frac{Z^3}{h_0^3} - \frac{z^3}{h_0^3} \right) - \\ & - \frac{1}{27} \left(\frac{Z^3}{h_0^3} - \frac{z^3}{h_0^3} \right) + \frac{1}{108} \left(\frac{Z^4}{h_0^4} - \frac{z^4}{h_0^4} \right) - \frac{1}{486} \left(\frac{Z^6}{h_0^6} - \frac{z^6}{h_0^6} \right) + \\ & + \frac{1}{567} \left(\frac{Z^7}{h_0^7} - \frac{z^7}{h_0^7} \right) - \frac{1}{972} \left(\frac{Z^8}{h_0^8} - \frac{z^8}{h_0^8} \right) + \frac{1}{2187} \left(\frac{Z^9}{h_0^9} - \frac{z^9}{h_0^9} \right) - \\ & - \frac{1}{7290} \left(\frac{Z^{10}}{h_0^{10}} - \frac{z^{10}}{h_0^{10}} \right) + \frac{1}{26244} \left(\frac{Z^{11}}{h_0^{11}} - \frac{z^{11}}{h_0^{11}} \right) - \dots \end{aligned}$$

Интеграл в указанных пределах приводится к разности двух значений некоторой функции:

$$\frac{i_0}{h_0} x = D \left(\frac{Z}{h_0} \right) - D \left(\frac{z}{h_0} \right).$$

Для облегчения вычислений Рюльманом дана таблица значений функций $D \left(\frac{z}{h_0} \right)$ при различных значениях $\frac{z}{h_0}$, служащая дальнейшим развитием, и дополнений соответственных таблиц Дюпюи (см. таблицу в конце книги).

§ 20. Интегрирование уравнения движения. Способ Бресса

В способе интегрирования дифференциального уравнения, предложенном Брессом (Bresse), член $\frac{a q^2}{g}$ не отбрасывается, что дает более точные результаты и позволяет применять этот способ при больших скоростях движения, а значит, не только для кривых подпора, но и для кривых спада.

Обозначим отношение переменной глубины h к нормальной h_0 через y , тогда дифференциальное уравнение движения может быть написано в виде:

$$\frac{dh}{dx} = h_0 \frac{d \left(\frac{h}{h_0} \right)}{dx} = i_0 \frac{\left(\frac{h}{h_0} \right)^3 - 1}{\left(\frac{h}{h_0} \right)^3 - \left(\frac{h_k}{h_0} \right)^3}$$

или

$$h_0 \frac{dy}{dx} = i_0 \frac{y^3 - 1}{y^3 - \left(\frac{h_k}{h_0} \right)^3};$$

¹ Приводится из подлинника Dr. M. Rühlmann, Hydromechanik 1890, с тем же количеством членов, которое указано в подлиннике.

вспомяная выражение для h_k и h_0 (§ 15 и 16), имеем:

$$\left(\frac{h_k}{h_0}\right)^3 = \frac{\alpha q^2}{g} : \frac{q^2}{c_0^2 i_0} = \frac{\alpha c_0^2}{g} i_0,$$

т. е. равно некоторой постоянной для данного уклона и данной шероховатости величине. Разделяя после этого в дифференциальном уравнении переменные, получаем:

$$\frac{i_0'}{h_0} dx = \frac{y^3 - \frac{\alpha c_0^2 i_0}{g}}{y^3 - 1} dy,$$

$$\frac{i_0}{h_0} dx = dy + \left(1 - \frac{\alpha c_0^2 i_0}{g}\right) \frac{dy}{y^3 - 1}.$$

После чего уравнение легко интегрируется:

$$\frac{i_0}{h_0} x = y + \left(1 - \frac{\alpha c_0^2 i_0}{g}\right) \int \frac{dy}{y^3 - 1} + C;$$

входящий во вторую часть уравнения интеграл равен:

$$\int \frac{dy}{y^3 - 1} = \frac{1}{3} \ln(y - 1) - \frac{1}{6} \ln \left[\left(y + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \right] + \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2y + 1}{\sqrt{3}} + C.$$

$$\int \frac{dv}{y^3 - 1} = \frac{1}{6} \ln \frac{(y - 1)^2}{y^2 + y + 1} + \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2y + 1}{\sqrt{3}} + C.$$

Введем обозначения:

$$B(y) = \frac{1}{6} \ln \frac{y^2 + y + 1}{(y - 1)^2} - \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2y + 1}{\sqrt{3}},$$

$$\frac{\alpha c_0^2 i_0}{g} = f.$$

При этом

$$\frac{i_0}{h_0} x = y + (1 - f) [C - B(y)],$$

имея в виду, что f есть постоянная величина, получаем

$$\frac{i_0}{h_0} x = y - (1 - f) B(y) + C_1.$$

Если через x_a обозначить расстояние от начала координат до некоторого сечения с заданным y_a (например, до сечения у плотины), то расстояние x любой данной точки от той же плотины будет равно $s = x_a - x$; при этом интеграл, написанный выше, приведет к следующему выражению:

$$\frac{i_0}{h_0} s = y_a - y - (1 - f) [B(y_a) - B(y)],$$

$$i_0 s = h_a - h - h_0 (1 - f) [B(y_a) - B(y)].$$

Для определения функции $B(y)$ Брессом даны таблицы, помещенные в конце книги. Таблицы составлены как для случая глубин, увеличивающихся против нормальной $y > 1$, так и уменьшающихся $y < 1$, что даст возможность рассчитывать и кривые подпора и кривые спада.

Формула Бресса дает возможность найти по заданной глубине h_a у плотины то расстояние s вверх по течению, на котором глубина окажется равною h . Нетрудно видеть, что в то же время получаемая из формулы величина $i_0 s$, сложенная с h , дает как раз соответственную ординату свободной поверхности, считаемую от горизонтальной линии, совпадающей с дном у плотины.

Обратная задача нахождения глубины h , соответствующей некоторому заданному расстоянию от плотины s и подъему воды у плотины, решается применением формулы Бресса сложнее, так как требует решения трансцендентного уравнения относительно h , для чего единственно возможным является способ попыток; именно задаются различными глубинами h и соответственно различными y , находят для них по таблице соответственные расстояния s до тех пор, пока эти последние не совпадут с достаточной точностью с заданной величиной.

§ 21. Интегрирование уравнения кривой свободной поверхности. Способ Бахметева

Развитие гидротехники последних десятилетий привело к стремлениям уточнить существовавшие способы интегрирования и приспособить их для русел более сложных сечений. Здесь возможно назвать имена Данквертса, давшего способ интегрирования для прямоугольного русла конечной ширины, Толкмита, давшего способ интегрирования для русла параболического сечения, и т. д. Этот последний способ, будучи интересен по вложенной в него идее и развитию способа Бресса, все же для практических целей не дает достаточной точности, так как в действительной практике русел точно параболических сечений не встречается, и, следовательно, для применения формул Толкмита требуется предварительная подготовка данного русла, т. е. замена его близким по форме параболическим, с возможностью использования для него способа Толкмита. Сам Толкмит дал метод применения своего способа для параболических весьма широких русел, чем приблизился к способу Рюльмана и Бресса, так как русла естественных потоков по мнению многих ближе подходят к криволинейному очертанию дна и берегов в поперечном сечении, нежели прямолинейному.

Наиболее жизненная форма русла — трапециевидная — не имела своего решения.

Способ Бахметева в этом случае является универсальным, дающим возможность нахождения кривой свободной поверхности при любой правильной форме сечения и дальнейшим развитием идеи Толкмита и отчасти Бресса вполне их заменяя.

Для выявления способа, предложенного проф. Б. А. Бахметевым, возьмем уравнение кривой свободной поверхности в виде, данном в § 18:

$$\frac{dh}{dx} = i_0 \frac{1 - \frac{\varphi(h_0)}{\varphi(h)}}{1 - \frac{\phi(h_k)}{\phi(h)}}$$

где

$$\varphi(h) = c^2 \omega^2 R,$$

$$\phi(h) = \frac{\omega^2}{b}.$$

Постараемся преобразовать функции $\phi(h)$ и привести их к виду функции $\varphi(h)$. Для этого отметим, что $R = \frac{\omega}{\chi}$, поэтому:

$$\phi(h) = \frac{\omega^2}{b} = \frac{c^2 \omega^2}{c^2 b} \cdot \frac{\omega}{\chi} \cdot \chi = \frac{c^2 \omega^2 R}{c^2 b} \chi = \frac{\chi}{c^2 b} \cdot \varphi(h).$$

Для удобного приведения функции $\phi(h_k)$ к функции $\varphi(h_0)$ примем согласно § 18 во внимание, что:

$$\phi(h_k) = \frac{\omega_k^2}{b_k} = \frac{\alpha Q^2}{g}$$

и в то же время

$$\phi^2 = \omega_0^2 c_0^2 R_0 i_0,$$

поэтому

$$\phi(h_k) = \frac{\alpha}{g} \omega_0^2 c_0^2 R_0 i_0 = \phi(h_k) = \frac{\alpha}{g} i_0 \varphi(h_0)$$

и, таким образом,

$$\frac{\phi(h_k)}{\phi(h)} = \frac{\alpha i_0 c^2}{g} \cdot \frac{b}{\chi} \cdot \frac{\varphi(h_0)}{\varphi(h)}.$$

Вместе с этим все уравнение кривой переписывается в виде:

$$\frac{dh}{dx} = i_0 \frac{1 - \frac{\varphi(h_0)}{\varphi(h)}}{1 - j \frac{\varphi(h_0)}{\varphi(h)}},$$

где знаком j обозначено выражение

$$j = \frac{\alpha i_0 c^2}{g} \cdot \frac{b}{\chi}.$$

Таким образом уравнение кривой приведем к виду, в котором и в числителе и в знаменателе стоит одно и то же отношение $\frac{\varphi(h_0)}{\varphi(h)}$. Вникая в сущность последнего, мы видим, что $\varphi(h)$, равное $\omega^2 c^2 R$, есть не что иное, как квадрат величины, названной нами в общей гидравлике пропускной способностью русла¹, т. е. тем расходом, который данное русло при уклоне, равном единице, пропускает с данной величиной живого сечения ω , с глубиной h , величиной гидравлического радиуса R , шероховатости c ; аналогично этому $\varphi(h_0)$ есть пропускная способность того же русла при глубине h_0 , площади живого сечения ω_0 , соответственно R_0 и c_0 . Называя эту величину пропускной способностью, как то имело место в общей гидравлике, и обозначая ее через B , имеем:

$$\frac{\varphi(h_0)}{\varphi(h)} = \left(\frac{B_0}{B} \right)^2.$$

¹ См. Есман, Гидравлика, изд. 1933, § 89, стр. 230 и 231.

Так, например, для прямоугольного широкого русла, т. е. для $R = h$ при c постоянном $c_0 = c$, мы имеем:

$$\left(\frac{B_0}{B}\right)^2 = \frac{c_0^2 \omega_0^2 R_0}{c^2 \omega^2 R} = \frac{b^2 h_0^2 h_0}{b^2 h^2 h} = \left(\frac{h_0}{h}\right)^3.$$

Для параболического русла, рассматриваемого Толкмиттом, мы бы соответственно получили:

$$\left(\frac{B_0}{B}\right)^2 = \left(\frac{h_0}{h}\right)^4.$$

Подметив эту особенность, проф. Бахметев ввел предположение, что для русла любой правильной формы должна существовать с достаточным приближением аналогичная зависимость:

$$\left(\frac{B_0}{B}\right)^2 = \left(\frac{h_0}{h}\right)^k,$$

где величина k названа Бахметевым гидравлическим показателем русла. Величина показателя k для русла данного профиля может быть найдена вычислением из написанного выше уравнения. Имея чертеж русла, задаваясь двумя любыми глубинами h_1 и h_2 , определяя для них ω_1 , R_1 , c_1 и ω_2 , R_2 , c_2 , находят соответственно:

$$B_1 = \omega_1 c_1 \sqrt{R_1},$$

$$B_2 = \omega_2 c_2 \sqrt{R_2},$$

и затем по уравнению для показателя имеют:

$$k = 2 \frac{\lg \left(\frac{B_1}{B_2}\right)}{\lg \left(\frac{h_1}{h_2}\right)}.$$

Нахождение k может быть произведено и графически построением логарифмической анаморфозы.

Как показывает практика определения показателя русла для разных профилей, он не остается вполне постоянным для всех отношений $\frac{h_1}{h_2}$ и меняется, следовательно, в зависимости от того, для каких пределов глубины в данном русле он исчисляется. При желании достичь большей точности в применении метода Бахметева рекомендуется разбивать определение кривой свободной поверхности на участки различных глубин и исчислять показатель русла отдельно для этих участков.

Возвращаясь после данных разъяснений к основному уравнению, возможно его написать в виде:

$$\frac{dh}{dx} = i_0 \frac{1 - \left(\frac{h_0}{h}\right)^k}{1 - f \left(\frac{h_0}{h}\right)^k}.$$

Дальнейшее интегрирование производится в предположении, что величина j не изменяется. Это второе допущение, делаемое Бахметевым, равносильно тому, что s постоянно, как то принимается в других способах, и кроме того, постоянно и отношение ширины русла к подводному периметру. Эти допущения справедливы тем более, чем ближе расширятся стенки русла.

Для большей точности полезно при определении величины j задаваться средними значениями для s , b , χ между теми крайними, которые соответствуют заданным h_1 и h_2 . После сделанных разъяснений обозначим отношение $\frac{h}{h_0}$ через z ; тогда $dh = h_0 dz$ и уравнение кривой принимает вид:

$$h_0 \frac{dz}{dx} = i_0 \frac{1 - \frac{1}{z^k}}{1 - j \frac{1}{z^k}},$$

$$h_0 \frac{dz}{dx} = i_0 \frac{z^k - 1}{z^k - j}.$$

Разделяем переменные:

$$\frac{i_0 dx}{h_0} = \frac{z^k - j}{z^k - 1} dz,$$

$$\frac{i_0 dx}{h_0} = dz + (1 - j) \frac{dz}{z^k - 1}.$$

Интегрируя, имеем:

$$\frac{i_0}{h_0} x = z + (1 - j) \int \frac{dz}{z^k - 1} + C.$$

Вводим обозначение:

$$\int \frac{dz}{z^k - 1} = B(z);$$

для пределов между x_1 x_2 имеем при $x_2 - x_1 = s$:

$$\frac{i_0}{h_0} s = z_2 - z_1 + (1 - j) [B(z_2) - B(z_1)],$$

$$\frac{i_0}{h_0} s = \frac{h_2}{h_0} - \frac{h_1}{h_0} + (1 - j) \left[B\left(\frac{h_2}{h_0}\right) - B\left(\frac{h_1}{h_0}\right) \right].$$

$$i_0 s = h_2 - h_1 + (1 - j) h_0 \left[B\left(\frac{h_2}{h_0}\right) - B\left(\frac{h_1}{h_0}\right) \right].$$

Интеграл $B(z)$ в настоящее время вычислен как для $z > 1$, так и для $z < 1$, притом для показателей k , равных 2; 2,5; 3; 3,25; 3,50; 3,75; 4,0; 4,50; 5,0; 5,50; для промежуточных значений k величина $B(z)$ вычисляется интерполированием.

Соответствующие таблицы приведены в конце книги. Пользование ими вполне аналогично тому, что было указано при описании способа Бресса.

§ 22. Примеры

Пример 1. Река, имеющая падение до устройства плотины $i_0 = 0,0003$ и среднюю глубину 3 м, перегорожена плотиной, и вода поднята на 2,1 м. Найти, в каком расстоянии от плотины подпор имеет высоту 0,03; 0,3; 0,6 м.

Таким образом, следует считать заданным в обозначениях § 19:

$$Z = 2,1, \quad h_0 = 3,0, \quad \frac{Z}{h_0} = 0,7.$$

По таблице Рюльмана имеем:

$$D\left(\frac{Z}{h_0}\right) = D(0,7) = 1,9266.$$

Согласно с окончательным уравнением § 19 имеем:

$$\frac{i_0}{h_0} x = D\left(\frac{Z}{h_0}\right) - D\left(\frac{z}{h_0}\right) = 1,9266 - D\left(\frac{z}{h_0}\right),$$

$$\frac{0,0003}{3,0} x = 1,9266 - D\left(\frac{z}{h_0}\right),$$

$$x = 10\,000 \left\{ 1,9266 - D\left(\frac{z}{h_0}\right) \right\}.$$

По таблице для

$$z = 0,03, \quad \frac{z}{h_0} = 0,01; \quad D\left(\frac{z}{h_0}\right) = 0,0067,$$

для

$$z = 0,3, \quad \frac{z}{h_0} = 0,1; \quad D\left(\frac{z}{h_0}\right) = 0,8353,$$

для

$$z = 0,6, \quad \frac{z}{h_0} = 0,2; \quad D\left(\frac{z}{h_0}\right) = 1,1361.$$

В соответствии с этим для тех же значений:

$$x = 10\,000 \cdot (1,9266 - 0,0067) = 19\,199 \text{ м},$$

$$x = 10\,000 \cdot (1,9266 - 0,8353) = 10\,913 \text{ м},$$

$$x = 10\,000 \cdot (1,9266 - 1,1361) = 8\,905 \text{ м}.$$

Практически можно считать, что подпор уже кончается в точке, для которой $\frac{z}{h_0} = 0,01$, т. е. на расстоянии приблизительно 19 км от плотины. Из других значений x для разных z видно, что с увеличением z x быстро убывает.

Если бы перед плотиной поверхность воды была горизонтальна и высота воды выше плотины была равна 2,1 м, то при падении реки, равном 0,0003, подпор распространился бы только на длину

$$L = \frac{2,1}{0,0003} = 7\,000 \text{ м}.$$

Пример 2. Дано широкое прямоугольное русло с уклоном дна $i_0 = 0,001$; глубина равномерного режима $h_0 = 1$ м; требуется определить данные для вычисления кривой подпора, если плотинной вода подпирается до глубины $h = 3$ м.

Для определения величины $\frac{i_0 c_0^2}{g}$ имеются все данные, c_0 определим по формуле Базена при заданной степени шероховатости и при заданном $R = h$; примем $c_0 = 41$; тогда $i_0 c_0^2 \cdot g = 0,18$.

Принимая начало координат у плотины и отсчитывая расстояния вверх по течению, мы должны принять для кривой подпора, начинающейся у плотины, $x_1 = 0$, а x_2 считать отрицательным. Расчет будем вести по способу Бресса. В обозначениях § 20 имеем:

$$z_0 = \frac{h_1}{h_0} = \frac{3}{1} = 3.$$

Определим, на каком расстоянии глубина будет равна 2,2 и 1,6 м:

$$z_2 = \frac{h_2}{h_0} = \frac{2,2}{1} = 2,2,$$

и

$$z_2 = \frac{1,6}{1} = 1,6.$$

Пользуясь таблицей Бресса, имеем для $z_1 = 2,2$:

$$\begin{aligned} -0,001 x_2 &= 1 \{ 2,2 - 3 - (1 - 0,18) (0,1077 - 0,0565) \}, \\ &= -x_2 = 842 \text{ м}; \end{aligned}$$

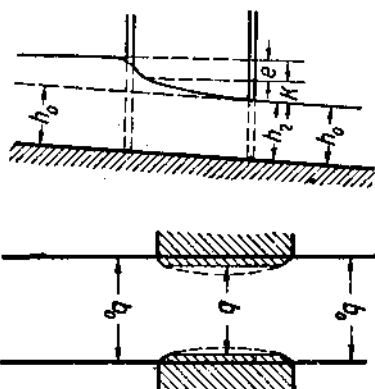
для $z_2 = 1,6$:

$$\begin{aligned} -0,001 x_2 &= 1 [1,6 - 3 - (1 - 0,18) (0,218 - 0,0565)] \\ &= -x_2 = 1533. \end{aligned}$$

Обратная задача определения глубины, соответствующей заданному расстоянию $s_2 - s_1$, решается попытками.

Пример 3. Сужение мостовыми быками. Через реку с уклоном $i_0 = 0,00015$, шириной $b_0 = 136$ м, глубиной $h_0 = 1,347$ м и средней скоростью течения $v_0 = 0,69$ м проектируется однопролетный мост, береговые устои которого суживают ширину реки до $b = 124$ м. Определить подпор и его кривую выше моста (фиг. 22).

Как то уже известно из общей гидравлики, в случае сужения русла уровень в суженном месте должен понизиться по сравнению с уровнем до препятствия. По миновании препятствия уровень реки должен перейти вновь на тот, который соответствует нормальной глубине h_0 по одной из рассмотренных выше кривых неравномерного режима. В обычных случаях практики и при обычных уклонах возможно считать, что глубина h в конце устоев уже соответствует нормальной глубине h_0 ; в начале устоев глубина должна быть больше на некоторую величину k , соответствующую



Фиг. 22.

напору, теряемому на сопротивления движению. Легко убедиться несложным подсчетом, что эта величина k весьма незначительна по сравнению с h_0 и высотой подпора e , почему может быть отброшена, а это приводит к предположению, что глубина под мостом, равно как и скорость v_1 на всей длине устоев одинаковы. Последняя определяется из соотношения:

$$v_1 = v_0 \frac{b_0}{\lambda b},$$

где b — ширина угла между устоями и λ — коэффициент сжатия струи в соответствии с формой устоев. Его возможно брать в следующих пределах:

Для закругленных и тупых углов	$\lambda = 0,95,$
„ острых углов	$\lambda = 0,90,$
„ плоских торцов	$\lambda = 0,80.$

Обозначая скорость непосредственно впереди устоев через v_e и пренебрегая падением дна на длине устоев, имеем по уравнению Бернулли:

$$e + \frac{\alpha_e v_e^2}{2g} = \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g},$$

где e — высота подпора, α_e и α_1 — коэффициенты, зависящие от степени неравномерности движения; кроме того, с большим приближением

$$v_e = v_0 \frac{h_0}{h_0 + e}.$$

Разрешая совместно два последних уравнения, которые приводят к кубическому уравнению для e , находим требуемый подпор. Однако удобнее решать задачу постепенным приближением. Из первого уравнения имеем:

$$e = \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} - \frac{\alpha_e v_e^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g} \left[\alpha_1 \left(\frac{b_0}{\lambda b} \right)^2 - \alpha_e \left(\frac{h_0}{h_0 + e} \right)^2 \right].$$

Принимая во второй части $e = 0$, находим вновь e из уравнения в первом приближении, которое опять подставляем во вторую часть, продолжая такой метод до получения точных результатов. Обычно без достаточных оснований (§ 7) принимают $\alpha_1 = \alpha_e = 1,10$, при этом

$$e = 0,0566 v_0^2 \left[\left(\frac{b_0}{\lambda b} \right)^2 - \left(\frac{h_0}{h_0 + e} \right)^2 \right].$$

Принимая в нашем случае $\lambda = 0,9$, постепенным приближением найдем $e = 0,014$. Расстояние x_2 от места той точки кривой подпора, где поднятие воды равно всего 0,005 м, определенное по формуле Рюльмана, равно:

$$\begin{aligned} \frac{0,00015 x_2}{1,347} &= D \left(\frac{0,014}{1,347} \right) - D \left(\frac{0,005}{1,347} \right) = \\ &= D(0,01038) - D(0,00371) \approx 0,0067, \end{aligned}$$

$$x_2 = \frac{0,0067}{0,00015} \approx 60,25 \text{ м.}$$

Пример 4¹. Построить кривую спада в трапециoidalном канале при заданных: ширина канала по дну $b=10$ м; заложение откосов $m=1,5$; уклон $i_0=0,0007$; глубина в конце участка $h_2=0,912$ м; нормальная глубина $h_0=1,75$ м; русло земляное, коэффициент шероховатости формулы Базена равен 1,30.

Будем строить кривую спада по точкам, задавая значением глубин h , в пределах от 0,912 до величины ближайшей меньшей глубины $h_0=1,75$. Примем значение глубин: $h_1=1,20$; 1,50; 1,74. Определим, пользуясь уравнением Бахметева, расстояние этих точек от конечного сечения. Вычислим гидравлический показатель русла k , принимая для вычисления две глубины: $h_0=1,75$ и $h=1,0$.

Тогда будем иметь:

$$\begin{aligned} h_0 &= 1,75 & h &= 1,00 \\ \omega_0 &= 22,09 & \omega &= 11,5 \\ R_0 &= 1,354 & R &= 0,844 \\ c_0 &= 41,1 & c &= 36,05 \\ B_0 &= 1\,060 & B &= 380 \\ \frac{B_0}{B} &= \frac{1\,060}{380} = 2,78 \end{aligned}$$

$$k = 2 (\lg 2,78 - \lg 1,75) = 3,65.$$

Примем уравнение Бахметева:

$$i_0 s = h_2 - h_1 + (1 - j) h_0 \left[B \left(\frac{h_2}{h_0} \right) - B \left(\frac{h_1}{h_0} \right) \right].$$

1. Глубина $h_1=1,2$; $h_2=0,912$; $h_0=1,75$.

Имеем:

$$\frac{h_1}{h_0} = 0,685; \quad B \left(\frac{h_1}{h_0} \right) = 0,729$$

(интерполяцией по таблицам),

$$\frac{h_2}{h_0} = 0,52; \quad B \left(\frac{h_2}{h_0} \right) = 0,531.$$

Среднее значение глубины на участке:

$$h_{cp} = \frac{h_1 + h_2}{2} = 1,056;$$

при этом:

$$\omega_{cp} = 12,265; \quad \chi_{cp} = 13,80; \quad R_{cp} = 0,888; \quad c_{cp} = 36,4;$$

$$b_{cp} = 13,17$$

$$j = \frac{\alpha c^2 i_0}{g} \cdot \frac{b}{\chi} = 0,10,$$

подставляя полученные значения в уравнение Бахметева, получим $s=33$ м.

2. Глубина $h_1=1,5$; $h_2=0,912$; $h_0=1,75$.

¹ Пример 4 заимствован из «Рабочей книги по специальному курсу гидравлики» проф. А. Н. Ахутина, Москва 1931.

Имеем:

$$\frac{h_1}{h_0} = 0,858; \quad B\left(\frac{h_1}{h_0}\right) = 1,034,$$

$$\frac{h_2}{h_0} = 0,52; \quad B\left(\frac{h_2}{h_0}\right) = 0,531,$$

$$h_{cp} = 1,206; \quad \omega_{cp} = 14,375; \quad \chi_{cp} = 14,85; \quad R_{cp} = 0,986,$$

$$c_{cp} = 38,7; \quad b_{cp} = 14,05; \quad j = 0,112,$$

$$s = 246 \text{ м.}$$

3. Глубина $h_1 = 1,74$.

Имеем:

$$\frac{h_1}{h_0} = 0,995; \quad B(0,995) = 2,043,$$

$$h_{cp} = 1,325; \quad \omega_{cp} = 16,16; \quad \chi_{cp} = 15,83; \quad R_{cp} = 1,065;$$

$$c_{cp} = 40,35; \quad b_{cp} = 14,86; \quad j = 0,12,$$

$$s = 1875.$$

Зная глубины и их расстояние от конца участка, можно построить кривую спада.

§ 23. Интегрирование уравнения кривой свободной поверхности. Способ Шафернака

Описанные выше общеупотребительные способы интегрирования далеко не исчерпывают всех попыток к упрощению задачи нахождения вида кривой свободной поверхности.

Ниже в кратких чертах дается описание двух способов подобного решения, отличающихся значительно по примененным приемам от уже описанных и этим представляющих интерес¹.

Первый из этих способов есть способ Шафернака (Schaffernak), стремящийся учесть изменение коэффициента c с глубиной, что не делается ни в одном из описанных выше способов. С этой целью Шафернак пишет формулу Шези в форме, аналогичной формуле Маннинга, т. е. принимая, что

$$c = c_a R^k,$$

где c_a — некоторая постоянная, не зависящая от R величина и k — некоторая степень, принятая Шафернаком равной 0,25; при этом формула Шези примет вид:

$$v = c_a \cdot R^{0,75} i^{0,50}.$$

Если ограничиться весьма широким каналом прямоугольного сечения¹, т. е. если принять, что

$$R = h,$$

¹ Описание заимствовано из книги проф. Б. А. Бахметева, О неравномерном движении жидкости в открытом русле. изд. 1928 г., Кубуч.

то имеем:

$$v = c_a h^{0,75} i^{0,50}.$$

Отсюда пропускная способность русла при постоянной ширине b и глубине h_0 будет равна:

$$B_0 = \omega_0 c_a h_0^{0,75} = b c_a h_0^{1,75}$$

и при глубине h :

$$B = b c_a h^{1,75},$$

что дает

$$\left(\frac{B_0}{B}\right)^2 = \left(\frac{h_0}{h}\right)^{3,5}.$$

Подставляя это значение для $\left(\frac{B_0}{B}\right)^2$ в уравнение неравномерного режима, данное в § 22, имеем:

$$\frac{dh}{dx} = i_0 \frac{1 - \left(\frac{h_0}{h}\right)^{3,5}}{1 - j \left(\frac{h_0}{h}\right)^{3,5}}.$$

Далее, предполагая в дальнейшем только случай кривых подпора в спойных руслах (случай Дюпюи-Рюльмана), мы должны считать $j=0$:

$$\frac{dh}{dx} = i_0 \left[1 - \left(\frac{h_0}{h}\right)^{3,5} \right],$$

или

$$i_0 dx = \frac{h^{3,5}}{h^{3,5} - h_0^{3,5}} dh = h_0 \frac{\left(\frac{h}{h_0}\right)^{3,5}}{\left(\frac{h_0}{h}\right)^{3,5} - 1} d\left(\frac{h}{h_0}\right),$$

$$\frac{i_0 dx}{h_0} = \frac{y^{3,5}}{y^{3,5} - 1} dy,$$

где отношение $\frac{h}{h_0}$ заменено через y .

Интегрируя в пределах от $x=0$ (у плотины) до $x=x$ и соответственно от $h=H$ до $h=h$, имеем:

$$\frac{i_0 x}{h_0} = \frac{H}{h_0} - \frac{h}{h_0} \left\{ \frac{1}{2,5} \left[\left(\frac{H}{h_0}\right)^{2,5} - \left(\frac{h}{h_0}\right)^{2,5} \right] + \frac{1}{6} \left[\left(\frac{H}{h_0}\right)^6 - \left(\frac{h}{h_0}\right)^6 \right] + \frac{1}{9,5} \left[\left(\frac{H}{h_0}\right)^{9,5} - \left(\frac{h}{h_0}\right)^{9,5} \right] + \dots \right\}$$

или

$$\frac{i_0 x}{h_0} = S\left(\frac{H}{h_0}\right) - S\left(\frac{h}{h_0}\right),$$

где функцией $S\left(\frac{h}{h_0}\right)$ обозначена величина:

$$S\left(\frac{h}{h_0}\right) = \frac{h}{h_0} - \left[\frac{1}{2,5} \left(\frac{h}{h_0}\right)^{2,5} + \frac{1}{6} \left(\frac{h}{h_0}\right)^6 + \frac{1}{9,5} \left(\frac{h}{h_0}\right)^{9,5} + \dots \right].$$

Отсюда видно, что способ Шафернака весьма близок по своему окончательному результату к способу, предложенному Б. А. Бахметевым, и может быть при желании весьма удачно скомбинирован с последним, что поведет лишь к увеличению его точности, так как не потребует предположения, что $j=0$.

§ 24. Интегрирование уравнения кривой свободной поверхности. Способ Батикля

Вторым интересным способом интегрирования является способ, предложенный Батиклем (Baticle)¹ для русел любой формы.

Батикль отбрасывает в уравнении неравномерного движения член, зависящий от скорости, подобно Дюпюи и Рюльману, предпринимая тем самым возможность пользоваться предлагаемым способом преимущественно для кривых подпора в спокойных потоках.

Уравнение при этом имеет вид:

$$\frac{dh}{dx} = i_0 - \frac{v^3}{c^3 R} = i_0 - \frac{Q^3}{\omega^3 c^3 R}.$$

Вводя понятие нормальной глубины h_0 и ей соответствующее понятие равномерного движения, Батикль заменяет расход Q посредством уравнения Шези:

$$Q = \omega_0 c_0 \sqrt{R_0 i_0},$$

$$Q^3 = \omega_0^3 c_0^3 R_0 i_0,$$

после чего, считая, как обычно, $c_0 = c$, имеем:

$$\frac{dh}{dx} = i_0 - \frac{\omega_0^2 R_0}{\omega^3 R} i_0.$$

Принимая во внимание размерность ω и R , Батикль вводит некоторый линейный параметр z , через который заменяет произведение $\omega^2 R$:

$$\omega^2 R = z^5,$$

$$\frac{dh}{dx} = i_0 - \frac{z_0^5}{z^5} i_0.$$

Выбирая за независимую переменную z , необходимо заменить $\frac{dh}{dx}$ через

$$\frac{dh}{dx} = \frac{\partial h}{\partial z} \cdot \frac{dz}{dx}.$$

Далее, величину $\frac{dh}{dx}$ Батикль считает возможным заменить ее средним значением в пределах подпорной кривой между h_1 и h_2 в конце и в начале исследуемого участка потока:

$$\frac{dh}{dz} = \frac{h_2 - h_1}{z_2 - z_1} = \delta.$$

¹ Описание заимствовано из цитированного выше труда Б. А. Бахметева.

После чего уравнение движения примет вид:

$$\frac{dh}{dx} = \delta \frac{dz}{dx} = i_0 \frac{z^5 - z_0^5}{z^5},$$

$$\frac{i_0 dx}{\delta} = \frac{z^5}{z^5 - z_0^5} dz = \frac{\left(\frac{z}{z_0}\right)^5}{\left(\frac{z}{z_0}\right)^5 - 1} z_0 d\left(\frac{z}{z_0}\right).$$

Обозначим $\frac{z}{z_0}$ через ξ , после чего

$$\frac{i_0 dx}{\delta} = \frac{\xi^5}{\xi^5 - 1} d\xi.$$

Интегрируя это уравнение в пределах между сечениями 1-1 и 2-2, т. е. по длине $x_2 - x_1 = s$, окончательно получим:

$$\frac{i_0}{\delta z_0} s = Bt(\xi_2) - Bt(\xi_0),$$

где через $Bt(\xi)$ обозначается:

$$Bt(\xi) = \int \frac{\xi^5}{\xi^5 - 1} d\xi.$$

Этот интеграл может быть вычислен раз навсегда и представлен в виде таблицы (таблица приводится в конце курса). Имея таблицу, остается в каждом частном случае потока любого сечения определить только три величины:

$$z_0 = \sqrt[5]{\omega_0^2 R_0}; \quad z_1 = \sqrt[5]{\omega_1^2 R_1}; \quad z_2 = \sqrt[5]{\omega_2^2 R_2},$$

для того чтобы возможно было по полученной формуле определить расстояние s между сечениями с глубинами h_1 и h_2 . Обратная задача определения глубины по заданному расстоянию должна решаться попытками так, как то было указано для случая Бресса в § 20.

§ 25. Графический метод интегрирования М. А. Мосткова

Стремление последнего времени довести математическую сторону интегрирования до возможной точности не всегда может быть достаточно оправдано, так как она не изменяет точности первоначальных допущений, а следовательно, и не может увеличить общей точности результата. Между тем, математическая точность ведет к сложным формулам и вычислениям, затемняющим сущность задачи. С этой точки зрения графическое решение вопроса является крайне полезным, так как, обладая точностью, вполне достаточной и соответствующей возможной точности первоначальных предположений, оно вносит наглядность в обзор окончательного результата, легкость в обнаружении возможных ошибок и в немедленном их исправлении. Поэтому следует сожалеть, что эти графические способы недостаточно известны и слабо прививаются на практике.

Ниже описывается способ, подробно разработанный М. А. Мостковым и оправдавший себя неоднократно на весьма серьезных расчетах при проектировании многих гидротехнических сооружений¹.

Графическое построение может быть произведено по этому способу двояким образом: с меньшей точностью и с большей точностью. В первом случае в уравнении неравномерного движения член, зависящий от скоростного напора $\alpha \frac{v^2}{2g}$, отбрасывается подобно тому, как это делают Дюпюи и Рюльман и многие другие авторы из рассмотренных выше; во втором случае этот член принимается во внимание.

Начнем с первого случая; при этом уравнение неравномерного движения имеет вид (фиг. 23):

$$\frac{dz}{dx} = i_0 - \frac{dh}{dx} = \frac{v^2}{c^2 R}.$$

Для графического построения этого уравнения примем сначала, что профиль русла постоянен вдоль течения, как равно и его шероховатость, дно имеет постоянный уклон.

Возьмем два сечения 1 и 2 на таком расстоянии, которое может быть принято весьма малым по сравнению с общей длиной рассматриваемого участка; очевидно, что чем меньше взято расстояние между сечениями, тем больше будет точность вычисления; это предположение сво-

дится в математическом отношении к замене бесконечно малых величин, входящих в уравнение, их конечными разностями Δz , Δx , Δh и т. д.

При этом уравнение движения переписывается в виде

$$\Delta z = i_0 \Delta x - \Delta h = \frac{v_{cp}^2}{c_{cp}^2 R_{cp}} \Delta x.$$

Значком cp обозначены средние значения v , c и R на рассматриваемом небольшом участке Δx , причем малость участка позволяет брать среднеарифметические между крайними их значениями, соответствующими сечениям 1 и 2:

$$v_{cp} = \frac{v_1 + v_2}{2}; \quad R_{cp} = \frac{R_1 + R_2}{2}; \quad c_{cp} = \frac{c_1 + c_2}{2}.$$

Нетрудно видеть, что ход мысли, каким мы идем в разбираемом случае, тот же, какой нами был применен в § 11 при рассмотрении способа Хестеда, который пришел к уравнению:

$$(i_0 - i_u) L = \left(h_1 - \frac{v_1^2}{2g} \right) - \left(h_2 + \frac{v_2^2}{2g} \right).$$

¹М. А. Мостков, Графическая гидравлика неравномерного движения, «Известия Азербайджанского государственного нефтяного института», 1929 г. В настоящем труде излагается лишь сущность способа; данное автором развитие его до пределов его использования в качестве средства для анализа неравномерного движения здесь не излагается как выходящее из рамок настоящей книги.

Отбрасывая в последнем скоростные высоты и принимая во внимание, что в данном случае L равно Δx и $h_2 - h_1$ равно Δh , мы получаем выведенное нами выше уравнение, если в нем заменить выражение $\frac{v^2}{c^2 R}$ одной буквой i_w :

$$(i_w - i_0) \Delta x = \Delta h.$$

Нетрудно видеть, что при заданном постоянном расходе Q скорость v , гидравлический радиус R и коэффициент c являются функциями от глубины h в данном сечении, что приводит к тому, что и выражение i_w , равное $\frac{v^2}{c^2 R}$, есть тоже вполне определенная функция от h .

На фиг. 24 построена подобная кривая в прямоугольной системе координат, в которой за ось абсцисс выбран уклон i_w и за ось ординат глубина h .

Исследуя начерченную кривую, мы видим, что ордината I , соответствующая $i_w = i_0$, делит кривую на две части: левая часть, для которой $i_w < i_0$, будет соответствовать кривой подпора (замедленное движение) и правая часть, для которой $i_w > i_0$, будет соответствовать ускоренному движению и кривой спада; ордината I соответствует $i_w = i_0$, т. е. равномерному движению, и, следовательно, должна быть обозначена через h_0 .

Рассмотрим кривую спада. Из точки C по кривой $i-h$, соответствующей заданной глубине h_w , в конце кривой спада проведем линию, параллельную оси абсцисс, до пересечения в точке A с вертикальной линией I ; из точки A проведем линию AB , наклоненную к оси абсцисс под углом, определяемым из условия:

$$\operatorname{tg} \delta = \Delta x \frac{\lambda_h}{\lambda_i}$$

где λ_h и λ_i суть соответственно масштабы чертежа для глубин h и уклонов i . Тогда на основании геометрических соотношений на фиг. 24 получаем:

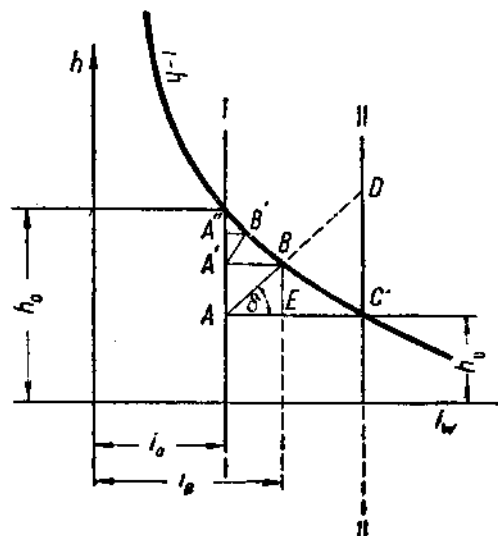
$$(i_B - i_0) \lambda_i \operatorname{tg} \delta = \overline{BE} \lambda_h.$$

Подставляя вышеописанное выражение для $\operatorname{tg} \delta$, имеем:

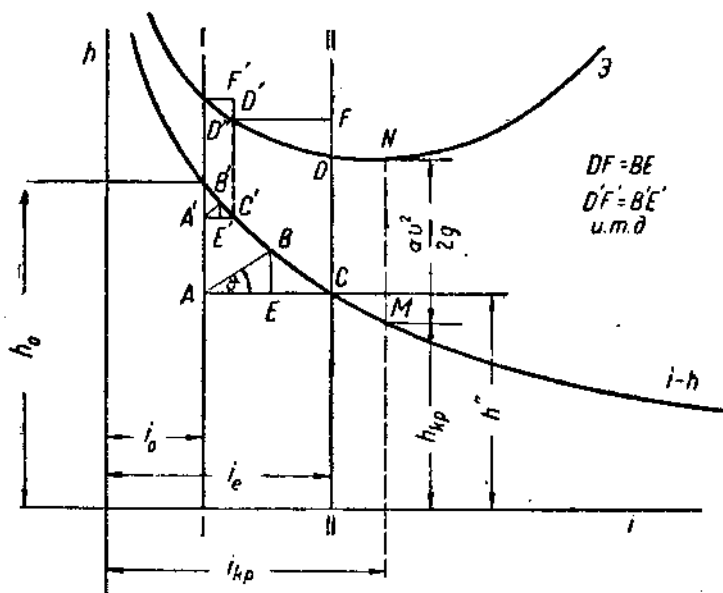
$$(i_B - i_0) \Delta x = \overline{BE}.$$

Сличая полученное выражение с уравнением движения, видим, что

$$\Delta h = \overline{BE}.$$



Фиг. 24.



Фиг. 26.

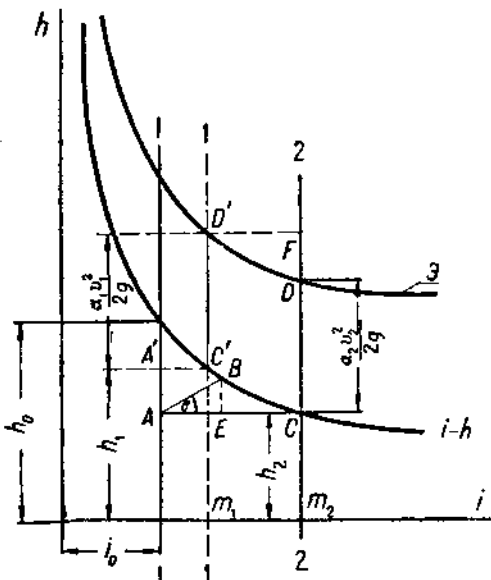
Имея две кривые — $i-h$ и $\mathcal{E}$, возможно приступить к построению уравнения вышеотмеченного уже вида:

$$(i_0 - i_w)L = \left(h_1 + \frac{a_1 v_1^2}{2g} \right) - \left(h_2 + \frac{a_2 v_2^2}{2g} \right),$$

где под L необходимо подразумевать Δx .

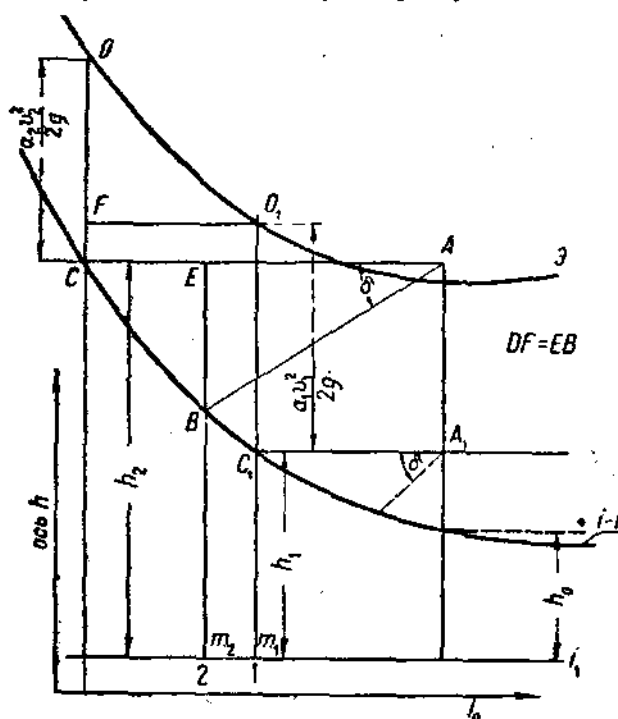
Построение ведется следующим образом (см. фиг. 27 для кривой спада и фиг. 28 для кривой подпора).

От точки A , расположенной на ординате равномерного режима и лежащей на одной горизонтальной линии с точкой C , соответствующей на кривой $i-h$ исходному сечению 2 и начальной глубине h_2 , проводится прямая AB под углом δ до пересечения с кривой $i-h$ в точке B , угол δ определяется прежним, выше данным, отношением; затем от точки D , лежащей в точке пересечения кривой $\mathcal{E}$ с вертикалью, проходящей через точку C , откладываем отрезок DF , равный отрезку BE



Фиг. 27.

и от точки F проводим горизонтальную прямую FD' до пересечения с кривой $\mathcal{E}$ в точке D' , эта последняя точка сносится вертикально в точку C' на кривой $i-h$ и оттуда горизонтально в точку A' на вертикальную линию нормальной глубины и равномерного режима. Расстояние точек C' и A' от оси ординат дает искомую глубину h для сечения 1 , лежащего на расстоянии Δx от исходного сечения 2 . Затем построение продолжается для смежного участка такой же длины Δx , начинаясь от точки A' , как то указано на фиг. 26.



Фиг. 28.

Доказательство правильности построения усматривается из следующего равенства (фиг. 27):

$$m_1 D' = m_2 F,$$

или

$$h_1 + \frac{a_1 v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{a_2 v_2^2}{2g} + DF;$$

но по построению:

$$DF = BE,$$

а на основании предыдущего построения:

$$BE = (i_w - i_0) \Delta x;$$

поэтому имеем:

$$(i_w - i_0) \Delta x = \left(h_1 + \frac{a_1 v_1^2}{2g} \right) - \left(h_2 + \frac{a_2 v_2^2}{2g} \right),$$

как то и требовалось.

Нетрудно видеть, что для кривой подпора на фиг. 28 аналогично имеем:

$$D_1 m_1 = F m_2,$$

или

$$h_1 + \frac{a_1 v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{a_2 v_2^2}{2g} - DF,$$

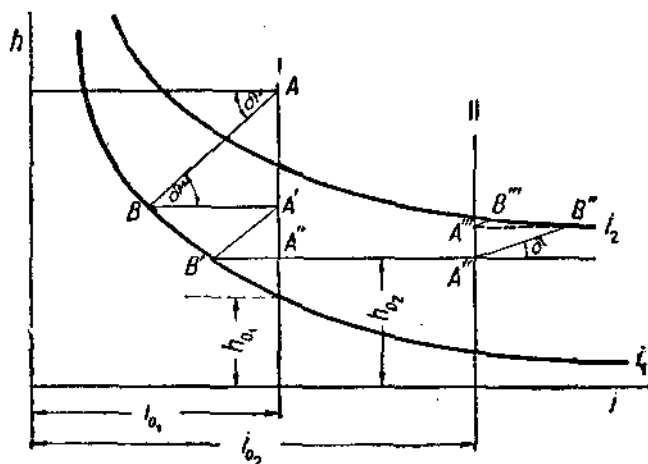
$$DF = BE = (i_0 - i_w) \Delta x,$$

откуда попрежнему

$$(i_w - i_0) \Delta x = \left(h_1 + \frac{a_1 v_1^2}{2g} \right) - \left(h_2 + \frac{a_2 v_2^2}{2g} \right).$$

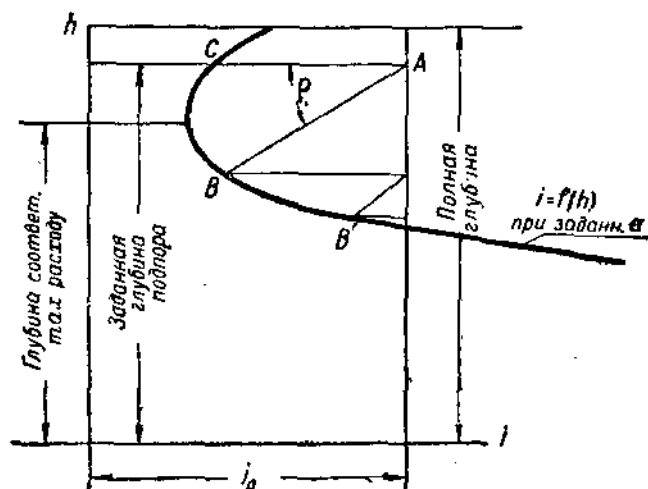
Построенные таким образом величины глубин в разных сечениях будут тем ближе к действительным, чем меньше взять интервал между сечениями Δx и, следовательно, чем меньше угол δ .

До сих пор построение велось в предположении, что русло не меняет ни своего профиля, ни прочих гидравлических элементов на всем протя-



Фиг. 29.

жении данного участка. Если русло меняется, то в построении это скажется тем, что требуется вычертить несколько кривых $i-h$, из которых каждая соответствует гидравлическим элементам данного участка (фиг. 29). Каждая из кривых используется в пределах своего участка; на чертеже линией $B'A''A''$ указан момент перехода с одной кривой уклонов на дру-



Фиг. 30а.

гую и точка A'' принадлежит обоим кривым. Для наглядности эпюра выполнена в предположении возможности пренебречь кинетической энергией потока.

Случай сопряжения двух бьефов одинаковой формы, но не одинакового уклона дна разрешается построением весьма просто, так как кривая будет одной и той же для обоих уклонов и лишь различной будет нормальная глубина, и в точке сопряжения уклонов построение сведется к перенесению соответствующей точки A с одной линии уклона i_{01} на другую линию уклона i_{02} . На фиг. 30а показано построение кривой свободной поверхности для сточного коллектора канализационной городской сети овоидального сечения.

Нет никаких препятствий к применению этого способа для нахождения кривых подпора подземных вод, если соответственно подобрать формулу для сопротивлений в грунтах.

Построение кривой $i-h$ облегчается, если первоначально ее изобразить в виде логарифмической аноморфозы и затем переносить на чертеж в нормальном масштабе: удачный выбор масштаба уклона в силу малой кривизны кривой облегчает дальнейшую работу. Получение удовлетворительных результатов мыслимо лишь при достаточной точности построения, особенно, в области малых приращений глубины 1 .

§ 26. Графический метод Шоклича

Для полноты необходимо упомянуть о менее сложных способах построения, предложенных в разное время, в том числе Шокличем (Schoklitsch).

Имеется призматическое русло с уклоном дна i_0 . Глубина воды в нем, соответствующая равномерному режиму, равна h_0 . Изобразим это русло в некотором масштабе на чертеже (фиг. 30б). Проведем ряд линий, параллельных свободной поверхности на взаимно равных расстояниях, которые будем считать незначительными. Уравнение движения напишем в виде, принятом выше, в предшествующем параграфе, без члена, соответствующего кинетической энергии:

$$\Delta h = \Delta x (i_0 - i_w),$$

где

$$i_w = \frac{v^2}{c^2 R} = \frac{Q^2}{c^2 \omega^2 R},$$

причем

$$\Delta x = \frac{\Delta h}{i_0 - \frac{Q^2}{c^2 \omega^2 R}}.$$

¹ Желающих ознакомиться более детально с указанным способом отсылаем к примеру, разработанному детально в статье Мосткова, цитированной выше. Также см. его статью под тем же названием в „Изв. НИИГ“, т. IX, Ленинград, 1933.

По этой формуле, задавшись Δh , а равным образом первоначальной глубиной h_1 , например у плотины, возможно вычислить соответственные c_1, ω, R_1 и, наконец, Δx . Отложив на чертеже влево от исходного первоначального сечения 1 найденное значение для Δx , мы определяем соответствующую глубину h_2 в сечении 2, для которого вновь применяем уравнение движения; определяя новое значение для Δx , построение продолжается все дальше влево против течения, определяя последовательно новые точки по кривой подпора. Последовательное определение Δx для всех сечений возможно заменить заблаговременным вычислением Δx по уравнению только для нескольких наиболее характерных, наперед избранных глубин и нахождением промежуточных значений Δx по кривой, построенной по точкам по вычисленным значениям Δx . Такая кривая выстроена на фиг. 306 справа.

Вторым способом, предложенным Шокличем, является способ номограмм. Придерживаясь хода интегрирования дифференциального уравнения движения, указанного в § 23, возможно изобразить окончательный результат в виде номограммы. Отмечая возможность подобного рода решения задачи, мы не приводим номограммы Шоклича ввиду ее малого распространения¹.

§ 27. Графический метод Б. А. Бахметева

Этот способ является лишь наполовину графическим, наполовину же способом приближенного интегрирования.

Представим уравнение неравномерного движения в виде, данном в § 21:

$$\frac{dh}{dx} = i_0 \frac{1 - \left(\frac{B_0}{B}\right)^2}{1 - j \left(\frac{B_0}{B}\right)^2},$$

или

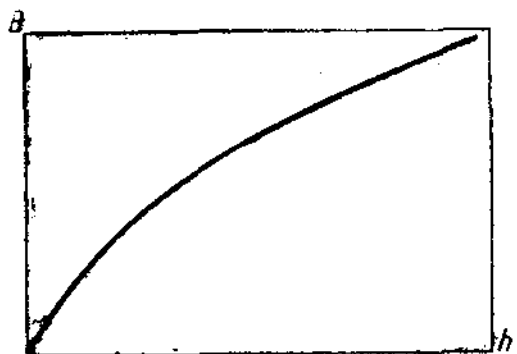
$$\frac{dx}{dh} = \frac{1}{i_0} \left[1 - (1 - j) \frac{\left(\frac{B_0}{B}\right)^2}{1 - \left(\frac{B_0}{B}\right)^2} \right] = \frac{1}{i_0} \varphi(h),$$

где B , как известно, определяется формулой

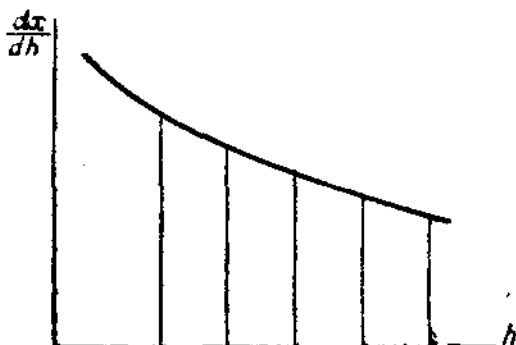
$$B = \omega c \sqrt{R}$$

и является, таким образом, величиной, зависящей при заданной форме сечения от глубины h , т. е. B является функцией от h , которая может быть заранее вычислена и изображена в виде некоторого графика (фиг. 31). Затем, задаваясь рядом значений глубины h , и берем для каждого из них

¹ Желающих ознакомиться с нею отсылаем к брошюре Шоклич. А., Графическая гидравлика, Москва 1927.



Фиг. 31.



Фиг. 32.

из кривой фиг. 31 величину B ; величина B_0 определяется при заданном Q из понятной без объяснений формулы:

$$B_0 = \frac{Q}{V_{i_0}}.$$

После этого находим отношение $\frac{B_a}{B}$ и по нему вычисляем $\varphi(h)$, т. е. выражение в фигурных скобках в написанной выше формуле для $\frac{dx}{dh}$, после чего является возможным построить кривую, выражающую зависимость $\frac{dx}{dh}$ от h (фиг. 32). Имея кривую, изображенную на чертеже, возможно найти зависимость x от h путем вычисления величины площадей, заключенных между кривой и осью абсцисс по существующим для этого правилам. Естественно, что для более удобного построения кривой для B могут быть предварительно даны кривые зависимостей ω , c , f и R от h ¹.

¹Лит., интересующихся более детальным применением описанного способа, отсылаем к примеру, разобранным подробно в книге проф. Б. А. Бахметева, О неравномерном движении жидкости в открытом русле, 1928, Кубуч, стр. 70 и след.

ГЛАВА ТРЕТЬЯ

ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА ПРЫЖКА

§ 28. Удельная энергия потока

Весьма важным для правильного представления сущности неравномерного движения является понятие так называемой удельной энергии потока относительно его дна, или, как в дальнейшем мы будем называть сокращенно, — удельная энергия. Это понятие, известное в гидравлике давно, было выявлено во всем его должном значении проф. Б. А. Бахметевым¹.

Как известно, удельная энергия некоторого определенного сечения потока исчисляется обыкновенно относительно горизонтальной плоскости для возможности удобного сравнения ее с энергией любого другого сечения и введения в этом виде в уравнение Бернулли. Однако возможно избрать и другой путь для изображения энергии, а именно относить ее всякий раз к точке, совпадающей с дном того же сечения, для которого она определяется. В этом последнем случае она, очевидно, будет равна

$$E = h + \frac{av^2}{2g}$$

в предположении, что давление на поверхности атмосферное и как равное для всех сечений не играет роли при сравнении разных сечений. Если переходить последовательно от сечения к сечению в направлении движения потока и определять величину удельной энергии в последнем смысле, то эта энергия, вообще говоря, будет изменяться и будет постоянной только для равномерного движения, при котором как h , так и a и v постоянны.

Характер изменения энергии, исчисленной относительно постоянной горизонтальной плоскости, будет отличен от изменения энергий относительно дна. В первом случае энергия будет постепенно уменьшаться для всякого движения, в том числе и равномерного, в направлении движения потока благодаря ее расходованию на преодоление сопротивлений движению, и разность между энергиями двух смежных сечений будет всегда положительной: в отличие от этого аналогичная разность энергий, исчисленных относительно дна каждого из сечений, может оказаться и положительной и отрицательной, так как увеличение в ее выражении одного члена, например, глубины, влечет за собой уменьшение другого, т. е. скоростной высоты.

¹ Б. А. Бахметев, О неравномерном движении жидкости в открытом русле, 1912.

Выгода применения подобного рода выражения для энергии состоит в устранении влияния геометрической высоты расположения самого сечения и влияния работы трения; выступают на вид более ярко лишь глубина и скоростная высота каждого данного сечения.

После сделанных разъяснений постараемся проследить характер изменения удельной энергии относительно h . Для этого отметим, что выражение для E имеет минимум, соответствующий некоторой определенной глубине. Для установления этой особенности рассмотрим канал прямоугольного сечения шириной b и заменим в нем скорость v через расход Q :

$$v = \frac{Q}{b h} = \frac{q}{h},$$

где по аналогии с § 14 через q обозначен расход на единицу ширины. Внося полученное выражение для скорости в выражение энергии, имеем:

$$E = h + \frac{\alpha q^2}{2g h^2}.$$

Приравнявая производную этого выражения по h нулю, для нахождения минимума имеем (α считаем, как и раньше, постоянным):

$$\frac{dE}{dh} = 1 - \frac{\alpha q^2}{g h^3} = 0,$$

откуда глубина, дающая минимум, будет равна:

$$h_m = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g}}.$$

Взяв вторую производную от E по h , нетрудно убедиться, что мы имеем минимум. Полученное выражение для глубины h_m тождественно с полученным нами выражением для критической глубины в § 16; отсюда устанавливается, что введенное нами в § 16 понятие критической глубины, дающей разрыв непрерывности в уравнении для кривой свободной поверхности, есть не что иное, как глубина, соответствующая минимуму удельной энергии относительно h .

Нетрудно убедиться, что та же тождественность выражения для глубины, соответствующей минимуму удельной энергии, и глубины критической относится и для сечения любой формы.

Выразим для этого в выражении энергии скорость через расход Q :

$$E = h + \frac{\alpha Q^2}{2g \omega^3}.$$

Дифференцируя по h и приравнявая нулю, имеем:

$$\frac{dE}{dh} = 1 - \frac{\alpha Q^2}{g \omega_m^3} \frac{d\omega}{dh} = 0,$$

припоминая из § 13, что

$$\frac{d\omega}{dh} = b,$$

получим:

$$\frac{\alpha Q^2}{g \omega_m^3} b_m = 1,$$

$$\frac{\omega_m^3}{b_m} = \phi(h_m) = \frac{\alpha Q^2}{g},$$

что подтверждает указанное выше и дает:

$$h_m = h_k.$$

Величина критической глубины может быть выражена для весьма широкого прямоугольного русла через скорость v . Для этого подставим в выражение для h_k вместо q его значение $v_k h_k$, где через v_k обозначена скорость, соответствующая критической глубине и называемая критической:

$$h_k = \sqrt[3]{\frac{v_k^2 h_k^2}{g}},$$

откуда

$$h_k = \frac{v_k^2}{g},$$

и минимум удельной энергии E :

$$E_k = \frac{v_k^3}{g} + \frac{v_k^3}{2g} = \frac{3}{2} \frac{v_k^3}{g},$$

$$E_k = \frac{3}{2} h_k.$$

Для русла любой формы выражение для E и E_k не имеет столь простого вида, но вообще может быть выражено как функция h :

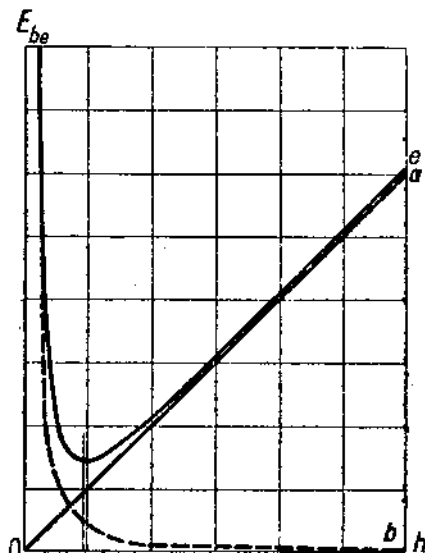
$$E = f(h),$$

$$E_k = f(h_k).$$

Выражение для энергии может быть изображено графически, причем особенно просто для русла прямоугольного. Будем откладывать для этого по оси абсцисс глубины h и по оси ординат соответствующие значения энергии. Очень удобно иметь две отдельные кривые энергии для h и для

$$\frac{\alpha v^2}{2g} = \frac{\alpha q^2}{2g h^3}.$$

Нетрудно видеть, что часть энергии, выражающаяся высотой h в избранной системе координат, изобразится прямой, наклонной к осям под углом 45° . Вторая часть энергии изобразится кривой, имеющей одной асимптотой ось ординат и другой ось абсцисс (фиг. 33 кривые Oa и bb).



Фиг. 33.

При сложении ординат обеих кривых получим результирующую кривую ee для E . Асимптотами для кривой E будут служить ось ординат и прямая Oa .

На чертеже ясно видно наличие минимума, соответствующего $h=h_*$. Для русел непрямоугольной формы кривая для E может, вообще говоря, и не иметь вид, тождественный с изображенным на чертеже, но нетрудно видеть, что те формы русел, которые при увеличении h дают также возрастание функции $\phi(h) = \frac{\omega^3}{b}$, рассмотренной в § 18, будут давать кривые $E=f(h)$ вида, аналогичные изображенному на чертеже.

§ 29. Образование прыжка в потоке

Зададимся вопросом, возможно ли дальнейшее движение потока в русле известной определенной формы, если удельная энергия в нем достигла в каком-либо месте минимума? Ответ будет единственный: возможно, но только при единственном условии, что дальнейшее движение не потребует от потока дальнейшего уменьшения энергии, так как поток такового дать не может.

Таким образом мы приходим к заключению, что дальнейшее движение возможно лишь в том случае, если движение станет равномерным, потому что, как мы уже видели в предшествующем параграфе, это соответствует постоянству энергии относительно дна в русле данного профиля; последнее же движение может быть достигнуто, как это мы видели в § 14, при некоторой постоянной нормальной глубине h_0 , что ведет к тому, что при достижении потоком минимума энергии, т. е. глубины h_* , дальнейшее движение возможно, если эта глубина h_* сохранится постоянной и станет равной h_0 , для чего, как то было точно также установлено, уклон потока должен быть равным критическому.

Если русло данного профиля не имеет критического уклона, то, как мы видим, для дальнейшего движения в нем после достижения жидкостью в потоке минимума энергии требуется какое-либо изменение этого русла, которое бы дало возможность потоку освободиться от условия минимума, например, изменение уклона в сторону увеличения, изменение профиля сечения и т. п. или же, наконец, просто обрыв данного русла с предоставлением для потока возможности падать свободно.

Последнее заключение может соответствовать и обратному течению мысли, т. е. если русло обрывается и поток имеет возможность падать свободно, то движение в конечном сечении русла установится таким образом, что в этом конечном сечении удельная энергия достигнет своего минимума¹.

Остается ответить на второй вопрос, каковы могут быть формы движения, если поток не достиг в данном русле минимума энергии. Особенно наглядно ответ иллюстрируется фиг. 33. Для такого потока равновозможны две формы движения, обе обладающие одним и тем же запасом энергии; так, например, по чертежу видно, что глубина h_1 потока равновозможна

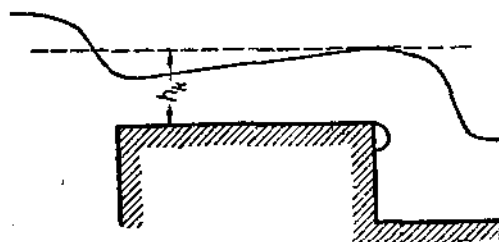
¹ Необходимость установления в конце русла со свободным падением критической глубины в последнее время оспаривается. На подобные случаи будет указано подробно в гл. IV.

с глубиной h_2 . Такого рода глубины носят название сопряженных, или взаимных глубин.

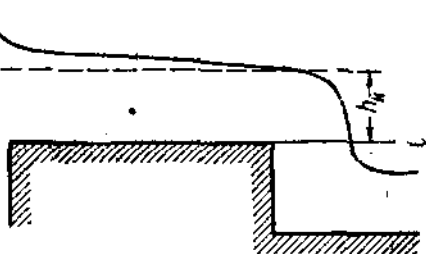
Какая из двух возможных форм установится?

Очевидно та, которая ведет к более устойчивому движению, т. е. которая соответствует более низкому положению центра тяжести, а следовательно, соответствует меньшей глубине. Поэтому, как правило, не бывает прыжка понижения, так как мыслится, что поток, находящийся в некотором определенном длительном установившемся движении, достиг уже своего устойчивого положения, т. е. наиболее низкого из всех для него возможных положений. Возможен лишь водопад, который должен соответствовать обрыву данного русла и который происходит по этому при минимуме энергии, т. е. при критической глубине как единственно возможной для этого момента обрыва.

В последнее время и теория и отчасти опыт все же указали на возможность случая прыжка понижения с одной сопряженной глубины, большей, в другую, ей сопряженную в некоторых специальных случаях¹.



Фиг. 34а.



Фиг. 34б.



Фиг. 34в.

Этот случай возможен при входе потока в русло небольшой глубины из водослива глубины, более значительной, как то имеет, например, место при водосливе с широким порогом (фиг. 34 а, б, в). Для его объяснения может быть предположен ряд нижеследующих рассуждений.

Согласно данным выше разъяснениям в конце водослива, где струя падает свободно, должна установиться критическая глубина h_k . Принимая для простоты порог горизонтальным, мы должны притти к заключению, что выше конца водослива глубины потока не могут быть критическими, так как они должны соответствовать большей удельной энергии ввиду не-

обходимости для потока обладать некоторым запасом энергии против минимума для преодоления сопротивлений при движении по широкому

¹ См., например, „Известия НИИГ“, 1932, т. I, инж. А. И. Шварц, О движении потока через водослив с широким порогом.

порогу водослива. Но при этом в потоке становятся возможными две глубины, обладающие одним и тем же запасом энергии — одна больше критической и другая меньше критической, благодаря чему поток, войдя на водослив через переднее его ребро, с глубиной, больше критической, имеет возможность достигнуть заднего ребра тремя способами: 1) либо с начальной глубины (большей критической) постепенным снижением достичь на конце водослива критической глубины (фиг. 34а), 2) либо резким скачком вниз спуститься с начальной глубины (большей критической) до сопряженной с ней глубины, меньшей критической, и затем постепенным подъемом достичь на конце водослива критической глубины (фиг. 34б), 3) либо, наконец, резким скачком вниз, перейдя с верхней глубины на нижнюю сопряженную, вновь затем перейти на верхнюю, образовав стоячую волну (фиг. 34в). Эта волна может повториться, уменьшаясь в амплитуде, несколько раз. Все такие случаи наблюдаются в действительности на опыте; осуществление того или другого из них обуславливается характером входа на водослив, т. е. соотношением глубины перед входом и после входа, соотношением ширины до входа и после входа, наличием сжатия на входном ребре и тому подобными обстоятельствами, характеризующими отношение скорости подхода к водосливу к скорости на водосливе.

Если прыжок понижения по выясненным выше причинам наблюдается сравнительно крайне редко, то возможно гораздо легче создать такие условия в потоке, которые заставят его совершить движение при глубине, большей из двух возможных сопряженных между собой, и тогда делается естественным для потока переход внезапно с меньшей глубины на эту большую, как единственно для него возможную после созданных условий.

Такой переход и носит название прыжка повышения, или просто прыжка. Как то уже указано выше, две глубины h_1 и h_2 (фиг. 33), которые обладают одним и тем же запасом энергии, носят название сопряженных глубин.

Примерами, где возможны случаи образования прыжка, могут служить фиг. 18 и 16. На фиг. 18 имеется равномерное движение с нормальной глубиной h_0 в канале, имеющем уклон больше критического, что ведет к условию $h_k > h_0$. Поток этот встречает преграду в виде поперечной вертикальной стенки с ребром, через которое переливается весь расход канала; высота преграждающей стенки такова, что глубина воды h_c у нее больше глубины h_k . Очевидно, поток вынужден изменить свою нормальную глубину h_0 на глубину h_c , что он и совершает, переходя с нормальной глубины h_0 на глубину, ей сопряженную.

На фиг. 16 показан поток, вытекающий из-под щита в русло, уклон которого меньше критического; высота струи под щитом меньше критической глубины, нормальная же глубина h_0 , с которой поток должен двигаться в русле, больше критической; поток должен двигаться из-под щита, уменьшая свою скорость благодаря трению и соответственно увеличивая глубину до тех пор, пока она не достигнет глубины, сопряженной с h_0 , когда станет возможен переход на эту последнюю появлением прыжка.

§ 30. Сопряженные глубины

Наиболее просто вопрос о сопряженных глубинах решается для прямоугольного русла, почему он и изучен с достаточною полнотой как теорети-

чески, так и практически опытным путем. Исследование прыжка и соответственных сопряженных глубин в руслах других форм хотя и возможно, но затронуто весьма мало, повидимому, вследствие незначительной области его применения и малого вследствие этого к нему интереса.

По этим причинам остановимся в дальнейшем преимущественно на руслах прямоугольной формы.

Связать между собой сопряженные глубины прыжка функциональной зависимостью нетрудно, если использовать основное уравнение неравномерного движения и написать его для двух сечений — одного до появления прыжка и второго непосредственно за прыжком, т. е. в тех местах, где уже имеется налицо медленно изменяющееся сечение, без которого уравнение Бернулли не обладает необходимой точностью (фиг. 35). Ввиду незначительности расстояний между взятыми сечениями возможно пренебречь разностью геометрических высот точек дна, а равным образом членом, выражающим работу трения. В соответствии с этим уравнение напишется:

$$h_1 + a_1 \frac{v_1^2}{2g} = h_2 + a_2 \frac{v_2^2}{2g}.$$

Если принять, как это обычно делается, что $a_1 = a_2 = a$ (равно обычно 1,1), то будем иметь:

$$h_2 - h_1 = \frac{a v_1^2}{2g} - \frac{a v_2^2}{2g}.$$

Но для прямоугольного сечения, очевидно,

$$v_2 = \frac{h_1}{h_2} \cdot v_1,$$

а следовательно,

$$h_2 - h_1 = \frac{a v_1^2}{2g} \left(1 - \frac{h_1^2}{h_2^2} \right),$$

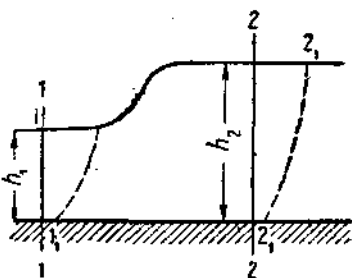
$$h_2 - h_1 = \frac{a v_1^2}{2g} \left(\frac{h_2^2 - h_1^2}{h_2^2} \right),$$

$$h_2^2 = \frac{a v_1^2}{2g} (h_2 - h_1).$$

Решая это квадратное уравнение относительно h_2 и удерживая только положительный корень, имеем:

$$h_2 = \frac{1}{2} \frac{a v_1^2}{2g} + \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{a v_1^2}{2g} \right)^2 + \frac{a v_1^2}{2g} h_1},$$

$$h_2 = \frac{1}{2} \frac{a v_1^2}{2g} + \sqrt{\frac{a v_1^2}{2g} \left(h_1 + \frac{1}{4} \frac{a v_1^2}{2g} \right)}.$$



Фиг. 35.

Полученное выражение недостаточно хорошо согласуется с данными опыта, почему создалось общераспространенное мнение о неприемлемости этой формулы и необходимости иного теоретического подхода для установления зависимости между h_2 и h_1 .

Такая зависимость и была установлена применением для этого случая движения не уравнения удельной энергии, а уравнения количества движения. Соответствующий этому вывод сводится к нижеследующему.

Применим уравнение количества движения для объема воды, находящегося между сечениями 1-1 и 2-2, и рассмотрим положение этого объема в два момента времени: первый — начальный и второй — удаленный от первого на бесконечно малый промежуток времени dt .

Приращение количества движения этого объема будет равно разности количества движения объема 1_1-2_1 и количества движения объема $1-2$. Принимая во внимание установившийся характер движения, необходимо считать, что количество движения объема 1_1-2_1 , входящего как составная часть обоих вышеназванных объемов, будет одинаково по величине для начального и конечного моментов времени, а потому, входя в уравнение два раза с различными знаками, должно исчезнуть: в соответствии с этим легко прийти к заключению, что искомая нами разность количеств движения объемов 1_1-2_1 и $1-2$ сведется к разности количеств движения объема $2-2_1$ и $1-1_1$.

Для определения количеств движения объема $2-2_1$ разобьем его на ряд элементарных объемов, параллельных друг другу и имеющих в основании элементарные площадки $d\omega$, на которые возможно разбить всю площадь сечения 2-2. Количество движения каждого подобного элементарного объема будет равно его массе, умноженной на его местную скорость u ; но масса объема равна его весу $\gamma u d\omega dt$, деленному на ускорение силы тяжести, поэтому количество движения всего объема $2-2_1$ будет равно:

$$\int_{(\omega_1)} \frac{\gamma}{g} u d\omega dt = \frac{\gamma}{g} dt \int_{(\omega_1)} u^2 d\omega,$$

где интеграл распространен на всю площадь сечения.

Находя аналогичным образом количества движения объема $1-1_1$, определим окончательно приращение количества движения объема $1-2$ за время dt в виде

$$= \frac{\gamma}{g} dt \left[\int_{(\omega_2)} u^2 d\omega - \int_{(\omega_1)} u^2 d\omega \right].$$

Замена интеграла вида $\int u^2 d\omega$ через среднюю скорость сечения v_2 и v_1 производится на основании следующих общеизвестных соображений:

Заменяем скорость u через v по формулам

$$u = v + kv = v(1 + k),$$

$$u^2 = v^2(1 + k)^2 = v^2(1 + 2k + k^2),$$

$$\int v^2 d\omega = v^2 \omega + 2v^2 \int k d\omega + v^2 \int k^2 d\omega,$$

где k есть некоторая величина, которая по существу понятия средней скорости должна быть для некоторых струек, проходящих через данное

сечение, отрицательной и для некоторых положительной. В соответствии с этим

$$Q = \int u d\omega = v \int d\omega + v \int k d\omega,$$

или

$$Q = v\omega + v \int k d\omega;$$

но так как $v\omega = Q$, то отсюда следует, что

$$\int k d\omega = 0,$$

что и должно быть благодаря тому, что величина k имеет и отрицательные и положительные значения, взаимно компенсирующиеся при суммировании по всей площади. Аналогично с этим интеграл, т. е. сумма значений $k^2 d\omega$, не может быть равен нулю как выражение, в котором k входит в квадрате и, следовательно, всегда положительно. В соответствии с этим имеем:

$$\int u^2 d\omega = v^2\omega + v^2 n \omega = v^2\omega (1 + n),$$

где через n обозначен некоторый отвлеченный множитель, зависящий по величине от степени неравномерности скоростей в данном сечении.

Имея в виду окончательные значения полученных интегралов, нетрудно видеть, что искомое нами приращение количества движения будет равно:

$$\frac{\gamma}{g} dt \left[v_2^2 \omega_2 (1 + n_2) - v_1^2 \omega_1 (1 + n_1) \right].$$

Импульс действующих на данный объем жидкости сил сводится к импульсу сил давления. В самом деле, по теореме количеств движения найденное приращение количеств движения, взятое по направлению движения, равно сумме импульсов всех сил, действующих на данном направлении (горизонтальном). Так как сила тяжести благодаря горизонтальности дна отпадает, как равно и фиктивная сила трения на стенках, отброшенная нами вследствие незначительности расстояния между сечениями 1-1 и 2-2, то силы сведутся к давлениям в сечениях 1-1 и 2-2 и атмосферному давлению p_a , направленному в сторону движения на свободную поверхность прыжка. Давление на сечение 1-1 при гидростатическом его распределении будет равно:

$$+ \left(p_a + \frac{\gamma h_1}{2} \right) \omega_1;$$

давление в сечении 2-2 соответственно

$$- \left(p_a + \frac{\gamma h_2}{2} \right) \omega_2$$

и давление на свободную поверхность прыжка в проекции на горизонтальное направление

$$+ p_a (\omega_2 - \omega_1).$$

Складывая все эти давления, умножая сумму их на dt для получения импульса сил и приравнявая найденному выше выражению для приращения количеств движения, имеем:

$$dt \left[\left(p_a + \frac{\gamma h_1}{2} \right) \omega_1 - \left(p_a + \frac{\gamma h_2}{2} \right) \omega_2 + p_a (\omega_2 - \omega_1) \right] = \\ = \frac{\gamma}{g} dt \left[v_2^2 \omega_2 (1 + n_2) - v_1^2 \omega_1 (1 + n_1) \right],$$

или

$$\beta_2 \frac{v_2^2 \omega_2}{g} + \beta_1 \frac{v_1^2 \omega_1}{g} = \frac{h_1 \omega_1}{2} - \frac{h_2 \omega_2}{2},$$

$$\frac{h_1 \omega_1}{2} + \beta_1 \frac{v_1^2 \omega_1}{g} = \frac{h_2 \omega_2}{2} + \beta_2 \frac{v_2^2 \omega_2}{g},$$

$$\frac{h_1 \omega_1}{4} + \beta_1 \frac{v_1^2}{2g} \omega_1 = \frac{h_2 \omega_2}{4} + \beta_2 \frac{v_2^2}{2g} \omega_2,$$

где знаком β обозначена величина $1 + n$, всегда большая единицы.

Это и есть зависимость в общей форме сопряженных глубин в прыжке, заменяющая собой выражение, полученное нами для прямоугольного русла из уравнения новых сил.

Если полученное выше выражение для русла любой формы привести к руслу прямоугольному постоянной ширины b для лучшего сопоставления с формулой, полученной из уравнения живых сил, то найдем из уравнения живых сил:

$$h_1 + \frac{a_1 v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{a_2 v_2^2}{2g};$$

из уравнения количеств движения после сокращения на b :

$$\frac{h_1^2}{4} + m_1 \frac{v_1^2}{2g} h_1 = \frac{h_2^2}{4} + m_2 \frac{v_2^2}{2g} h_2.$$

Последнее уравнение дает возможность выразить h_2 через h_1 и обратно. В самом деле:

$$v_1 = \frac{Q}{\omega_1} = \frac{Q}{bh_1} = \frac{q}{h_1},$$

$$v_2 = \frac{q}{h_2},$$

откуда

$$\frac{h_1^2}{4} + \beta_1 \frac{q^2}{2g h_1} = \frac{h_2^2}{4} + \beta_2 \frac{q^2}{2g h_2}.$$

Если принять попрежнему $m_1 = m_2 = m$,

то

$$\beta \frac{q^2}{g} \left(\frac{1}{h_1} - \frac{1}{h_2} \right) = \frac{h_2^2 - h_1^2}{2},$$

$$\beta \frac{q^2}{g} \left(\frac{h_2 - h_1}{h_2 h_1} \right) = \frac{h_2^2 - h_1^2}{2},$$

$$\beta \frac{q^2}{g} \frac{1}{h_1 h_2} = \frac{h_2 + h_1}{2}.$$

Ввиду симметричной формы уравнение может быть решено одинаково как относительно h_2 , так и относительно h_1 :

$$h_2 = \frac{h_1}{2} \left[\sqrt{1 + \frac{8\beta q^2}{g h_1^3}} - 1 \right], \quad \frac{h_2}{h_1}$$

$$h_1 = \frac{h_2}{2} \left[\sqrt{1 + \frac{8\beta q^2}{g h_2^3}} - 1 \right].$$

Замечая, что выражение $\frac{\beta q^2}{g}$ весьма близко к тому, что мы в § 15 обозначали через h_k^3 , назвав критической глубиной, возможно выражение для h_2 и h_1 переписать в виде:

$$h_2 = \frac{h_1}{2} \left[\sqrt{1 + 8 \left(\frac{h_k}{h_1} \right)^3} - 1 \right],$$

$$h_1 = \frac{h_2}{2} \left[\sqrt{1 + 8 \left(\frac{h_k}{h_2} \right)^3} - 1 \right].$$

Из последних формул ясно видно, что, чем ближе h_2 (соответственно h_1) к h_k , тем ближе величина радикала к 3, тем ближе h_2 к h_1 , как то и должно быть.

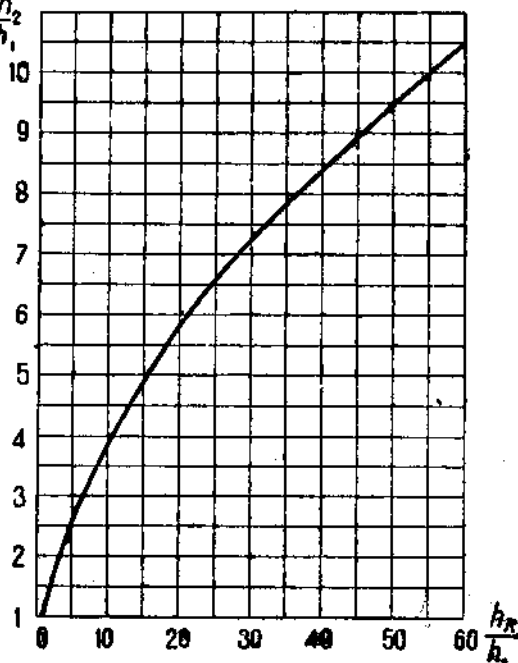
Формула для h_2 и h_1 может быть весьма удобно представлена

графически. На фиг. 36 дана зависимость отношения $\frac{h_2}{h_1}$ от отношения $\frac{h_k}{h_1}$.

Формулы, полученные на основании уравнения количеств движения, ближе подходят к результатам опытов, а потому и более распространены, нежели формулы, выведенные на основании живых сил.

§ 31. Сравнение двух категорий формул для сопряженных глубин прыжка

Является крайне существенным дать себе возможно полный отчет в том, отчего получилась разница в выражениях для сопряженных глубин, выведенных из двух равноценных по точности положений механики.



Фиг. 36.

Обычным объяснением является довод, что в выводе, делаемом на основании закона живых сил, не учитывают работу внутренних сил, в то время как вывод, делаемый на основании уравнения количества движения, свободен от этого недостатка, так как в нем внутренние силы трения, взаимно равные и противоположные, автоматически сокращаются и выпадают из рассмотрения без уменьшения точности получаемого результата.

Не отрицая возможности подобного объяснения, необходимо все же обратить внимание и на сомнительность некоторых допущений, вводимых в вывод на основании уравнения количества движения, указанных уже выше в § 30. Ниже сделаем попытку взглянуть в сущность другого допущения, сделанного при выводах и касающегося величины α и β .

Как то было видно из предшествующего параграфа, $\beta = 1 + n$, где

$$n = \frac{1}{\omega} \int k^2 d\omega.$$

Выражение α оценено нами в § 7 и приведено к виду:

$$\alpha = \int \frac{u^3}{v^3} \frac{d\omega}{\omega} = \int \frac{u^3}{v^3 Q} d\omega = \frac{1}{v^2 Q} \int u^3 d\omega.$$

Постараемся придать этому последнему выражению построение, аналогичное выражению для β . Для этого, следуя выводу, имеющемуся в основном курсе гидравлики¹, имеем:

$$u = v(1 + k).$$

$$\alpha = \frac{1}{v^2 Q} \int v^3 (1 + k)^3 d\omega = \frac{1}{\omega} \int (1 + k)^3 d\omega,$$

$$\alpha = \frac{1}{\omega} \left[\int d\omega + 3 \int k d\omega + 3 \int k^2 d\omega + \int k^3 d\omega \right].$$

Согласно изложенному в предшествующем параграфе:

$$\int d\omega = \omega, \quad \int k d\omega = 0, \quad \int k^2 d\omega = n\omega,$$

наконец,

$$\int k^3 d\omega,$$

как представляющий сумму положительных и отрицательных членов должен быть аналогично члену $\int k d\omega$ очень близок к нулю, поэтому с большим приближением можно принять:

$$\alpha = \frac{1}{\omega} (\omega + 3n\omega) = 1 + 3n.$$

Мы видим, что коэффициент α больше коэффициента β , и если β допустимо без чувствительной погрешности брать близким к единице и одинаковым для обеих частей уравнения, соответствующим двум сечениям 1-1 и 2-2, то это совершенно недопустимо относительно коэффициента α . В этом

¹ Есьман, Гидравлика, § 47, 1933.

и состоит, главным образом, разницы в результате исчисления по двум различным теоремам механики.

Для суждения о том, какой порядок величины мог бы быть принятым для коэффициента α , попробуем вычислить его численное значение для простейшего предположения характера движения жидкости ниже прыжка, изображенного на фиг. 35.

Пусть имеется поток, движущийся со средней скоростью $v_1 = 3$ м и глубиной $h_1 = 0,5$ м; на потоке образуется прыжок, высоту которого определим по формуле предшествующего параграфа:

$$h_2 = \frac{0,5}{2} \left[\sqrt{1 + 8 \left(\frac{h_1}{h_2} \right)^3} - 1 \right].$$

Для нашего случая

$$\left(\frac{h_1}{h_2} \right)^3 = \frac{\beta q^2}{g h_1^3} = \frac{\beta (v_1 h_1)^2}{g h_1^3} = \frac{\beta v_1^2}{g h_1}.$$

Для коэффициента β возьмем обычно принимаемую величину 1,1, хотя это и противоречит делаемому при выводе выражения для сопряженных глубин допущению о пренебрежении трением на участке, занимаемом прыжком, так как в эту величину 1,1 включена также дополнительная потеря на трение как разница между трением неравномерного движения и равномерного (§ 6).

В соответствии с этим получим для рассматриваемого примера

$$h_2 = \frac{0,5}{2} \left(\sqrt{1 + 8 \frac{1,1 \cdot 3^2}{9,81 \cdot 0,5}} - 1 \right) = 0,775.$$

Вычислим ту же величину h_2 , исходя из уравнения живых сил:

$$h_2 + a_2 \frac{v_2^2}{2g} = h_1 + a_1 \frac{v_1^2}{2g}.$$

Примем сначала, как то обычно делают, $a_2 = a_1 = 1,1$; кроме того выразим скорость v_2 через v_1 ; принимая во внимание прямоугольную форму русла:

$$v_2 = v_1 \frac{h_1}{h_2},$$

при этом

$$h_2 + 1,1 \frac{v_1^2 h_1^2}{2g h_2^2} = h_1 + 1,1 \frac{v_1^2}{2g};$$

для данного примера:

$$v_1 = 3 \text{ м}; \quad h_1 = 0,5 \text{ м};$$

$$h_2 + \frac{1,1 \cdot 3^2 \cdot 0,5^2}{2g h_2^2} = 0,5 + 1,1 \frac{3^2}{2g},$$

$$h_2 = 1,005 - \frac{0,5}{h_2^2},$$

откуда

$$h_2 = 0,86.$$

Таким образом, окончательно h_2 по формуле живых сил получилось больше, нежели по формуле количества движения. Но это лишь до тех пор, пока мы не принимали во внимание изменения β и α при переходе от одного сечения к другому. При желании учесть это обстоятельство надо иметь в виду, что является неправильной также и обычная практика в уравнении для h_2 считать β равным 1,1, так как учитывать в этой величине разницу в величинах трения при неравномерном и равномерном режиме было бы правильным только в том случае, если бы в выражении для h_2 фигурировал также и член потери на трение; если же мы пренебрегли последним, то должны логически пренебречь и всеми к нему дополнениями и потому должны для β брать не значение, однозначное со значением для α , а соответственно меньше, исходя из того, что:

$$\beta = 1 + n,$$

$$\alpha = 1 + 3n.$$

Так как α принимаем равным 1,1, то тем самым мы считаем также, что $n = 0,033$, откуда следует, что для β необходимо брать значение:

$$\beta = 1 + 0,033 = 1,033.$$

Поставим после этого задачу следующим образом. Поток, имеющий глубину $h_1 = 0,5$ м, скорость $v_1 = 3$ м и степень неравномерности движения в сечении 1,1, выражаемую коэффициентами $\beta = 1,003$ и $\alpha = 1,1$, делает прыжок. Определим его высоту по формуле, выведенной из уравнения количества движения, вводя в это уравнение вместо обычно применяемого $\beta = 1,1$ теоретически более правильное выражение $\beta = 1,033$:

$$h_2 = \frac{h_1}{2} \left[\sqrt{1 + 8 \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^2} - 1 \right];$$

для данного случая:

$$\left(\frac{h_2}{h_1} \right)^2 = \frac{\beta q^2}{g h_1^3} = \frac{\beta v_1^2}{g h_1} = 1,033 \frac{3^2}{9,81 \cdot 0,5} = 1,9;$$

$$h_2 = \frac{0,5}{2} \left[\sqrt{1 + 8 \cdot 1,9} - 1 \right] = 0,75.$$

Применим теперь формулу для h_2 , выведенную путем применения уравнения живых сил, и вычислим из нее, какую величину должен иметь коэффициент α_2 для того, чтобы h_2 получилось то же, что и по обычной формуле количества движения:

$$h_2 + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} = h_1 + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g}.$$

В этом уравнении неизвестным является α_2 , а известными:

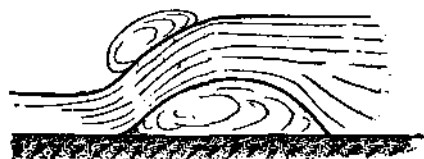
$$h_2 = 0,75; \quad h_1 = 0,5; \quad \alpha_1 = 1,1; \quad v_1 = 3;$$

при этом имеем:

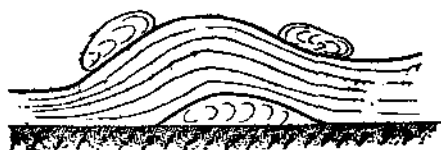
$$\begin{aligned}v_2 &= v_1 \frac{h_1}{h_2} = 3 \cdot \frac{0,5}{0,75} = 2; \\0,75 + a_2 \frac{2^2}{2g} &= 0,5 + 1,1 \frac{3^2}{2g}; \\a_2 \frac{4}{2g} &= 1,1 \frac{3^2}{2g} - 0,25; \\a_2 &= 1,27.\end{aligned}$$



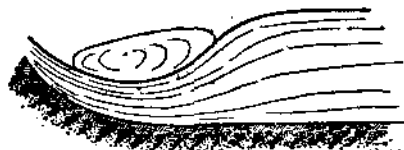
Фиг. 37а.



Фиг. 37б.



Фиг. 37в.



Фиг. 37г.

Таким образом выяснилось, что достаточно взять степень неравномерности скоростей в поперечном сечении непосредственно после прыжка несколько больше обычной нормы, принимаемой без всяких на то оснований, для того чтобы уравнение живых сил вполне могло дать верное решение вопроса.

Данный пример выяснил, насколько близоруко не учитывать в уравнении вполне очевидный факт, который можно было предвидеть заранее, заключающийся в том, что степень неравномерности после прыжка непременно повышается по сравнению с тем, что имеет место до прыжка, и насколько неправильно оценивать α после прыжка величиной 1,1.

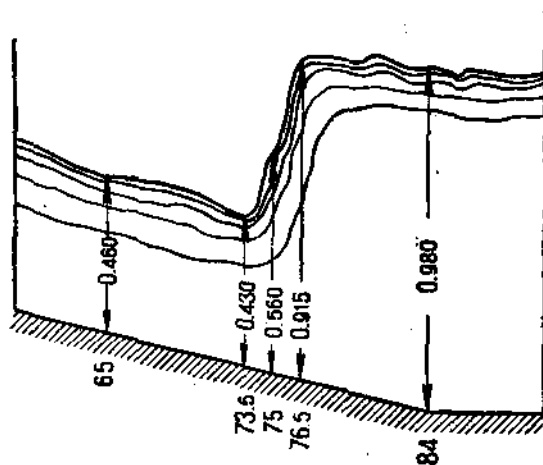
Для еще большей наглядности этого совершенно достаточно проанализировать характер движения прыжка. Известно несколько форм прыжка; из них наиболее характерные изображены на фиг. 37а, б, в, г, д.

Фиг. 37ж изображает прыжок, наблюдавшийся и измеренный Баумгартемом на канале Крапон. На фиг. 37е изображен „воллопад“, наблюдавшийся Базеном; эти случаи приводятся здесь, как характерные и описанные в труде Darcy-Bazin, Recherches hydrauliques, 1851, Paris.



Фиг. 37д.

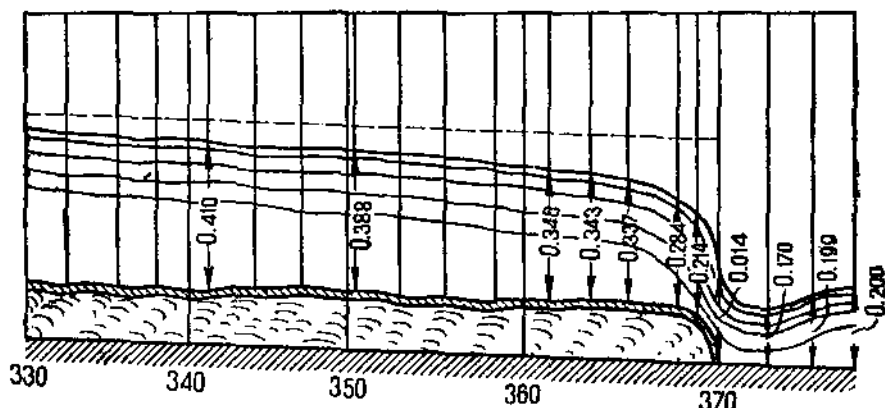
Все изображенные разновидности прыжка указывают на то, что ниже прыжка в том месте, где происходит замер глубины h_2 , главная струя не занимает всего сечения по высоте, что, несомненно, сильно влияет на степень неравномерности, так что величина α_2 , оцененная нами в вышеприведенном примере 1,27, не является ни в каком случае преувеличенной



Фиг. 37е.

и должна считаться скорее преуменьшенной и зависящей от вида прыжка. К сожалению, не известны опыты над прыжком настолько обстоятельные и обширные, которые дали бы возможность судить, как может изменяться величина α_2 в различных частных случаях.

Возможно только предсказать, что величина коэффициента α_2 будет изменяться в зависимости от тех же причин, от каких изменяется вид прыжка, т. е. от формы русла, его шероховатости в различных местах по длине русла, от способа, каким получена высота h_1 и скорость v_1 перед прыжком; все эти причины, несомненно, влияют на образование „вальцов“ то поверх прыжка, то под ним, или на исчезновение этих вальцов и образование гладкой поверхности перехода от меньшей глубины на большую.



Фиг. 37ж.

Нам думается, что величину в 1,27, полученную нами выше, надо рассматривать как значительно преуменьшенную, полученную из теоретического в одном частном случае сопоставления двух формул, из которых одна считалась теоретически обоснованной настолько, что все несовпадения

ее данных с опытом склонны объяснять недостатками опыта, а не формулы. Если отбросить этот последний мотив, то будет вполне рациональным увеличить полученную величину и считать, что α_2 должно быть равно по крайней мере 1,50—2, причем степень точности этой величины ни в каком случае не будет ниже точности принимаемого обычно значения в 1,1.

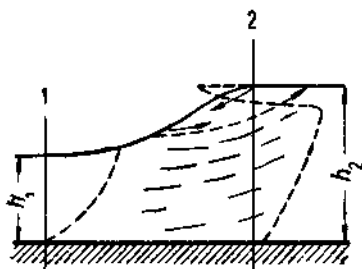
Считаясь с этой величиной, необходимо было бы переписать формулу, связывающую сопряженные глубины следующим образом:

$$h_2 + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} = h_1 + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g},$$

где

$$v_2 = \frac{Q}{\omega_2}; \quad v_1 = \frac{Q}{\omega_1},$$

$$\alpha_2 = 1,5 - 2,0; \quad \alpha_1 = 1,1.$$



Фиг. 37з.

Эта формула даст значения h_2 в зависимости от h_1 с точностью, не меньшей, чем точность обычно применяемой для этой цели формулы сопряженных глубин:

$$h_2 = \frac{h_1}{2} \left[\sqrt{1 + 8 \frac{\beta q^2}{h_1^3}} - 1 \right],$$

с той лишь разницей, что она пригодна для сечения русла какой угодно формы, в то время как последняя формула — лишь для прямоугольного сечения.

Полезно обратить внимание, что в формуле для сопряженных глубин, написанных выше, под знаком корня вместо обычно указываемого в литературе коэффициента α поставлен коэффициент β , так как это последнее более правильно по теоретическим соображениям. Но не нужно забывать в то же время, что численное значение коэффициента β должно быть вычислено для той степени неравномерности распределения скоростей в поперечном сечении, которая соответствует увеличенной турбулентности вследствие прыжка, т. е. должно быть доведено до значения примерно в 1,15—1,33 (в зависимости от избираемого значения α_2). Несомненно также, что неправильной является замена в этой же формуле величины $\frac{\beta q^2}{g}$ через h_1^3 , так как последняя равна $\frac{\alpha q^2}{g}$.

Формула нового типа имеет тот недостаток по сравнению с последней, что включает в себе h_2 в знаменателе через величину ω_2 ; по этим причинам нахождение h_2 непосредственным решением уравнения относительно h_2 представляет некоторые трудности и должно быть решено попытками. Большую помощь может здесь оказать наличие кривых, дающих зависимость ω от h , которую легко дополнить на том же чертеже зависимостью v и $\frac{v^2}{2g}$ от h . Это позволит построить для каждой данной формы сечения кривые, аналогичные кривым фиг. 33.

Настоящий параграф имел целью обратить внимание, какое существенное значение имеет правильный выбор надлежащей численной величины

коэффициента α_2 во второй части уравнения после места, внезапно вызвавшего сильное увеличение нормальной степени неравномерности распределения скоростей. Правильная оценка этого явления и правильный выбор соответственного значения α_2 вполне могут восстановить доверие к уравнению энергии и не требовать его замены более трудным к пониманию уравнением количества движения.

Уместно обратить внимание на то, что в тех случаях, когда в прыжке, вполне ярко выраженном, образовался верхний или нижний валец и когда вследствие этого на некоторой части поперечного сечения 2-2 (фиг. 37а и 37б) имеются частицы с отрицательным по отношению к главному потоку направлением скоростей, то исчисление значения коэффициента α по методу, изложенному в § 30, ведет к преуменьшенному значению коэффициента α_2 .

В самом деле этот метод, очевидно, применим только тогда, когда скорости отдельных частиц u , будучи отчасти больше, отчасти меньше средней скорости v , направлены все же в общем направлении движения; в этом случае объем жидкости, протекающий по отдельным элементарным струйкам и равный $u \, d\omega \, dt$ (§ 30), есть всегда положительная величина и

не меняет, следовательно, знака положительной величины $\frac{u^3}{2g}$ при умножении для нахождения кинетической энергии элементарной струйки. Иное получится при умножении на этот же объем $u \, d\omega \, dt$ величины $\frac{u^2}{2g}$, если скорость u имеет отрицательное направление (фиг. 37в). Очевидно, объем не может в этом случае быть взят с отрицательным знаком, так как этим мы бы неправильно оценили суммарную кинетическую энергию всего сечения, введя отрицательную величину энергии, чего на самом деле быть не должно.

Это указание, которое должно быть учтено при определении коэффициента α_2 , дает основание считать, что величина этого коэффициента — при прыжке, имеющем вальцы, может иметь сравнительно весьма большие значения.

Это с достаточною, думается, убедительностью доказывает, насколько необходимы опыты для определения величин коэффициента α_2 на различных участках неравномерного движения и как сильно снижается возможность достижения в вычислениях всей той точности, которая допускается интегральным уравнением неравномерного движения. Без знания численной величины α и его изменений от сечения к сечению никакие стремления к особо точным способам интегрирования не могут увеличить малой точности результатов.

Весьма интересным является исследование прыжка кинематографическим способом, описанным в статье инж. А. В. Грицука с пояснением к ней проф. А. Я. Милова¹. В этой статье имеются описание, чертежи и рисунки, снятые с кинематографической ленты прыжка, из которых с несомненною очевидностью следует, что валец на поверхности прыжка существует и имеет скорости, частью направленные отрицательно, т. е. вверх

¹ А. В. Грицук, Механизм и теория прыжка потока жидкости. Введение к статье и приложения написаны проф. А. Я. Миловым, Труды Института гидротехники и мелиорации, том III, Москва, Сельхозгиз, 1932.

по течению. Развивая далее это явление, как Грицук, так особенно проф. А. Я. Милович указывают, что часть жидкости, движущейся отрицательным движением в вальце, отрывается от последнего и падает вниз на главную струю потока перед прыжком, присоединяясь к ней „дополнительным“ по определению Миловича расколом и требуя соответствующей затраты энергии на свое вторичное движение по струе, чем и объясняется отмеченная опытами потеря энергии. Наблюдениями и модификацией опыта авторам Грицуку и Миловичу удалось установить, что высота поднятия прыжка тесно связана с образованием на нем вальца, и что эта высота, будучи вначале (при образовании) прыжка, перед появлением на нем вальца больше, затем сразу снижается после образования вальца.

Проф. А. Я. Милович, подобно изложенному выше в § 30, отрицает возможность наличия каких-либо „ударных“ явлений в прыжке вроде явления Борда и отрицает невозможность использования уравнения живых сил для участка потока, включающего прыжок, считая, что наличием вальца возможно объяснить происходящую неувязку между результатами, получаемыми по уравнению живых сил и уравнению количеств движения. Разница между мнением проф. А. Я. Миловича и тем, которое изложено выше в § 30, сводится к различному толкованию влияния вальца на баланс энергии.

§ 32. Падение энергии в прыжке.

Став на точку зрения сделанного нами выше предположения, что сечения 1-1 и 2-2, для которых вычисляются сопряженные глубины, достаточно близки между собой, мы должны принимать во всех рассуждениях, что работа сил сопротивления не может быть значительной и потому выпадает из нашего рассуждения.

С другой стороны, нет никакого сомнения в том, что практика с полной достоверностью констатирует существование падения напора, что вызывает необходимость дать этому факту теоретическое объяснение.

До недавнего времени подобное падение напора пытались объяснить наличием потерь ударного типа, понимаемых в смысле явления Борда. Но так как расчет потерь на „удар“ по формуле Борда находит себе все меньше сторонников, то необходимо найти более рациональное объяснение.

Логическим и вполне последовательным будем считать, что падение энергии на пути между сечением 1-1 и 2-2 является только кажущимся и вытекает из того, что это падение энергии мы стремимся уловить, применяя для оценки результатов опыта уравнение энергии вида:

$$h_1 + a \frac{v_1^2}{2g} = h_2 + a \frac{v_2^2}{2g}$$

и принимая в нем, как и для всех случаев неравномерного движения, a равным 1,1 и одинаковым для обоих сечений.

Если же написать это уравнение энергии в более правильном виде:

$$h_1 + a_1 \frac{v_1^2}{2g} = h_2 + a_2 \frac{v_2^2}{2g}$$

и не делать упора на равенстве α_1 и α_2 , то тогда тотчас же отпадает необходимость считаться с некоторой воображаемой внезапной потерей, совершающейся каким-то непонятным, наподобие удара на весьма коротком пути, образом.

В самом деле, сопоставляя рядом оба написанных выше уравнения после подстановки в них соответственных численных значений, мы получим:

$$h_1 + 1,1 \frac{v_1^2}{2g} = h_2 + 1,1 \frac{v_2^2}{2g},$$

$$h_1 + 1,1 \frac{v_1^2}{2g} = h_2 + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} = h_2 + 1,1 \frac{v_2^2}{2g} + (\alpha_2 - 1,1) \frac{v_2^2}{2g}.$$

Во втором уравнении, которое, как то указано нами выше, согласовано с данными опыта, получается избыток кинетической энергии, не учитываемой первым уравнением; поэтому для тех, кто пользуется первым уравнением, покажется, что произошло исчезновение этой энергии, т. е. потеря энергии.

Несомненно, что этот избыток кинетической энергии, существующий еще фактически в сечении 2-2, приводит к усиленной турбулентности движения ниже прыжка и с большей долей вероятности не будет уже восстановлен вовсе или будет восстановлен отчасти как полезный вид механической энергии при постепенном на дальнейшем течении восстановлении нормального распределения скоростей в сечении и уйдет на работу усиленного трения между отдельными частицами, т. е. будет, таким образом, погашен. На этом основаны приспособления и сооружения, носящие название гасителей энергии. Их сущность сводится к тому, чтобы образовывать в потоке в надлежащем месте, по возможности на коротком пути, такую большую степень неравномерности распределения скоростей, которая бы поглощала возможно большее количество кинетической энергии с тем, чтобы эта энергия затем на дальнейшем пути потока не превращалась вновь в давление или высоту, но постепенно терялась в том интенсивном турбулентном движении, которое при этом развивается.

Гидротехника достигла в этом отношении значительных успехов, подвергая исследованиям в специальных лабораториях на моделях весьма разнообразные устройства и приспособления.

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ

ПРАКТИЧЕСКИЕ СЛУЧАИ ПРИМЕНЕНИЯ УРАВНЕНИЯ НЕРАВНОМЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ

§ 33. Общие соображения

Так как *неравномерное движение* весьма часто осуществляется в действительности, как то уже было указано в § 1, то в инженерном деле встречается надобность в решениях столь большого количества самых разнообразных задач, что нет возможности дать наперед решение по каждому случаю и даже предвидеть все могущие встретиться разновидности этих вопросов.

Возможно лишь дать схемы решения главнейших проблем, которые развивают навык в выделении более существенного в каждом данном вопросе от менее существенного и в оценке тех допущений, которые могут быть сделаны для того, чтобы привести каждую данную задачу к виду, дающему возможность довести ее до конца с достаточною точностью.

Решение подобного рода задач практикой дало возможность последующей проверки их результатов как в лабораторной обстановке на моделях проектируемых сооружений, так и в действительности на уже готовых сооружениях, что позволяло вносить поправки в сделанных допущениях и тем способствовать как выработке рациональных приемов для решения подобных задач, так и усовершенствованию и углублению тех теоретических положений, кои были введены в основу задач.

В дальнейшем будут разобраны некоторые из наиболее типичных задач о неравномерном движении в открытом русле с предупреждением, что перечнем разбираемых ниже задач ни в каком случае нельзя ограничить всех случаев, могущих встретиться на практике. Более детальный анализ подобных случаев переносится обычно в специальные курсы различных отделов гидротехники.

Весьма важным для дальнейшего изложения является отмеченный уже выше неоднократно факт отсутствия достаточного числа опытных данных для определения необходимых для конкретных вычислений численных значений коэффициента α , которые должны быть по существу дела различны для правой и левой частей уравнения Бернулли. Пренебрежение этим различием значений коэффициента α для обеих частей уравнения Бернулли, которое введено, несмотря на всю свою теоретическую неправильность, в окончательное уравнение неравномерного движения, вносит значительную неточность во все выводы и накладывает некоторый отпечаток справедливых сомнений во все те результаты, к коим в дальнейшем можно прийти в разбираемых отдельных случаях. В новой литературе по вопро-

сам неравномерного движения появляются часто указания на несоответствия результатов вычислений с опытными данными.

Немалую роль играет также недостаточная разработка вопроса о характере изменения трения при неравномерности движения по сравнению с равномерным и о способах учета этого изменения.

Ввиду этого обстоятельства на все дальнейшие выводы в приложениях теории к конкретным случаям следует смотреть лишь под углом зрения той точности, с которой возможно оценивать все сделанные допущения. В необходимых местах будут даны ниже дополнительные на этот предмет указания.

§ 34. Водослив с широким порогом

Рассмотрим прямоугольный канал, прегражденный широким горизонтальным порогом, через который принуждена переливаться струя (фиг. 38); требуется определить связь между напором на водосливе H и расходом жидкости. Эта задача, являющаяся частным случаем теории водослива, решается так же, как известно, весьма просто на основании уравнения неравномерного движения, с каковой точки зрения она и интересна для нас, так как позволяет проанализировать это уравнение в приложении к этому частному случаю.

С точки зрения теории неравномерного движения жидкости, испытывающей сопротивление, свободная поверхность этой жидкости на горизонтальном пороге не может быть ни при каких обстоятельствах горизонтальной линией, но должна представлять собой кривую спада. На конце водослива должна образоваться глубина, равная критической. При этом как вполне естественное условие предполагается, что нижний уровень не препятствует свободному движению на водосливе, не образует на нем подпора, и следовательно, расположен ниже уровня воды на водосливе.

Удельная энергия на водосливе, взятая в сечении, где понижение еще незаметно, отнесенная к уровню порога, равна:

$$E_0 = H + \frac{v_0^2}{2g},$$

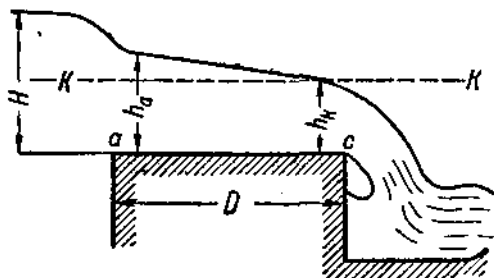
где H (фиг. 38) есть напор на водосливе. Вступая на порог, поток сохраняет эту величину энергии только в том случае, если нет сопротивлений движению; в действительности же она будет непрерывно уменьшаться, причем естественным пределом этого уменьшения будет энергия, соответствующая критической глубине, т. е. минимальная для данного расхода, постоянного во времени, но пока еще неизвестного по величине. На входной кромке первоначальная энергия потока E_0 уменьшается на величину, необходимую на преодоление потерь при входе. Глубина h_a непосредственно ниже этого входного ребра установится в соответствии с этими потерями и с необходимостью образования скорости течения по водосливу. Эта глубина h_a должна быть настолько больше критической h_k , устанавливающейся на выходном ребре, чтобы получающийся запас энергии на высоте $h_a - h_k$ против минимальной был достаточен для преодоления сопротивлений на всем пути по порогу.

Исходя из наших соображений, скорость в концевом сечении порога можно определить двояким образом: во-первых, из уравнения критической

глубины и, во-вторых, из баланса энергии до входа на водослив и в момент выхода с водослива по основному уравнению энергии, данному уравнением Бернулли. Для использования первого предположения напомним обычное выражение для критической глубины (§ 16) для прямоугольного русла:

$$h_k = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g}}; \quad h_k^3 = \frac{\alpha q^2}{g}.$$

Коэффициент α для простоты примем равным единице, имея в виду, что при желании большей точности все рассуждения возможно легко повторить с учетом пренебрегаемой пока разницы. Необходимо иметь в виду, что согласно указаниям § 4 для кривой спада, когда средняя скорость по течению увеличивается, местные скорости должны выравниваться между собой, и, таким образом, для критической глубины и соответственно для наибольшей скорости изучаемого участка степень неравномерности в распределении скоростей достигает минимума, и коэффициент α должен стать при этом весьма мало отличным от единицы.



Фиг. 38.

Заменим расход на единицу ширины канала q через скорость v_k :

$$h_k^3 = \frac{v_k^2 h_k^2}{g},$$

$$h_k = \frac{v_k^2}{g}.$$

Согласно второму предположению напомним уравнение баланса энергии:

$$E_0 = h_k + \frac{v_k^2}{2g} + \zeta \frac{v_k^2}{2g} = h_k + (1 + \zeta) \frac{v_k^2}{2g},$$

где через ζ выражены суммарно все потери на водосливе как при входе на ребро его, так и при движении по самому ребру; отсюда:

$$(1 + \zeta) \frac{v_k^2}{2g} = E_0 - h_k = \left(H + \frac{v_0^2}{2g} \right) - h_k,$$

$$v_k = \sqrt{\frac{1}{1 + \zeta}} \sqrt{2g(E_0 - h_k)} = \varphi \sqrt{2g(E_0 - h_k)},$$

где скоростной коэффициент φ равен:

$$\varphi = \sqrt{\frac{1}{1 + \zeta}}.$$

Сопоставляя две полученные формулы для h_k и для v_k , находим связь, существующую между E_0 и h_k , а следовательно, и между E_0 и q . В самом деле:

$$h_k = \frac{v_k^2}{g} = \frac{\varphi^2}{g} \cdot 2g(E_0 - h_k) = 2\varphi^2(E_0 - h_k),$$

откуда

$$h_k = \frac{2\varphi^2}{1 + 2\varphi^2} E_0 = kE_0,$$

$$v_k = \sqrt{gh_k} = \sqrt{gkE_0},$$

$$q = \sqrt{gh_k^3} = \sqrt{gk^3E_0^3},$$

где

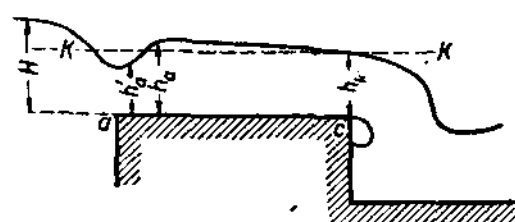
$$k = \frac{2\varphi^2}{1 + 2\varphi^2},$$

$$Q = bq = bh_k v_k = k \sqrt{\frac{k}{2}} b E_0 \sqrt{2gE_0}.$$

Если бы сопротивления движению на водосливе отсутствовали, т. е. если бы φ было равно единице, $\varphi = 1$, то $k = \frac{2}{3}$, и глубина на конце водослива была бы равна

$$h_c = h_k = \frac{2}{3} H_0,$$

как то и следует из постулата Белаке, положенного в основу теории водослива. Но в случае отсутствия сопротивлений, очевидно, также, что h_a должна равняться h_c и свободная поверхность должна быть горизонтальной на всем протяжении водосливного ребра; в действительности, глубина в начале порога h_a будет тем больше h_k , и кривая спада тем ярче будет выражена, чем больше сопротивлений представится на пути движения жидкости по порогу. С другой стороны, чем больше будет h_a отличаться от h_k , тем возможнее и естественнее делается переход на эту глубину, с ней сопряженной (фиг. 39 и 34в), т. е. тем возможнее делается образование волны при входе на водослив, о чем уже упоминалось в § 31.



Фиг. 39.

нее делается переход на эту глубину, с ней сопряженной (фиг. 39 и 34в), т. е. тем возможнее делается образование волны при входе на водослив, о чем уже упоминалось в § 31.

Образование волны при абсолютно гладком водосливном ребре, т. е. при отсутствии сопротивлений, невозможно.

Полезно проследить более детально, какое влияние оказывает положение уровня воды после водослива. Вполне естественно, что пока этот уровень ниже ребра водослива, то он не в состоянии оказать какое бы то ни было влияние на течение. Если низовой уровень будет подниматься выше ребра, но будет все же ниже глубины h_k , то поток будет в состо-

янии понизить свою энергию до минимальной, соответствующей h_k , и затем упасть беспрепятственно еще ниже, на уровень нижнего бьефа. Таким образом влияние на течение по водосливу этот уровень будет в состоянии оказать только в том случае, если он поднимется выше глубины h_k . В этом последнем случае вода нижнего уровня покрывает свободную поверхность на водосливе, и устанавливается течение по так называемому затопленному, или неполному, водосливу.

Если русло водослива не прямоугольно, как то предполагалось неизменно выше, а имеет иную форму сечения, то нет никаких затруднений применить к этому сечению все те рассуждения, кои известны из предшествующей главы.

В последнее время обозначился некоторый интерес к движению воды через широкий водослив и к изучению некоторых особенностей этого движения, которые не учитываются приложением к нему тех теоретических оснований, какие вложены в выведенное выше уравнение неравномерного движения, пригодное для медленно изменяющегося движения и для слабо переменного коэффициента неравномерности распределения скоростей α^1 .

Хотя такие случаи неравномерности движения и выходят из рамок настоящего труда, но тем не менее для полноты картины является необходимым хотя бы в кратких чертах коснуться и этого вопроса.

Вниманию подлежит, во-первых, характер волны на водосливе, констатируемой весьма часто в действительности и не всегда достаточно удовлетворительно и исчерпывающе объясняемой выше приведенными обстоятельствами и, во-вторых, главным образом, явлениями, наблюдаемыми на конечном участке водослива, где по излагаемой в настоящем труде теории неравномерного движения должна образоваться в точности глубина, соответствующая критической, но где по действительным наблюдениям эта глубина в некоторых случаях и не устанавливается.

Детальное изучение вопроса приводит, действительно, к тому, что на конечном участке водослива явление протекает не в полной мере так, как это предусмотрено теорией.

В самом деле, если нижний уровень расположен ниже ребра водослива, то струя, покидающая последний, падает свободно и, таким образом, совершенно естественно по всей ее толщине устанавливается одинаковое, т. е. атмосферное давление. В соответствии с этим и на выходном ребре с водослива, т. е. на дне рассматриваемого нами русла, в точке с устанавливается то же атмосферное давление, что противоречит в корне вводимому нами повсюду в уравнение неравномерного движения условию распределения давления в поперечном сечении по гидростатическому закону².

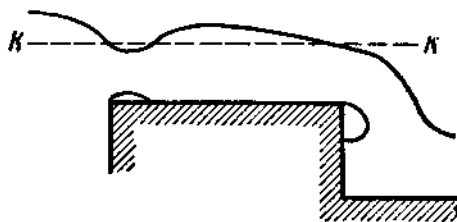
Если уровень нижнего бьефа подтапливает выходное ребро, то давление на этом ребре устанавливается соответственно выше атмосферного, но все же меньше того, которое требуется по гидротехническому закону до тех

¹ См., например, инж. А. И. Шварц, О движении потока через водослив с широким порогом, Известия научно-исследовательского института гидротехники, т. I. 1931, Ленинград.

² См. также инж. Б. Ф. Рельтов, О сопряжении с нижним бьефом струи, вытекающей из вертикального прямоугольного отверстия в тонкой стенке, Известия сектора гидротехники и гидротехнических сооружений института мелиорации и гидротехники, вып. XXIII, 1931, Ленинград.

пор, пока нижний уровень не совпадает с глубиной струи, движущейся по водосливу.

Если уровень нижнего бьефа станет выше глубины водосливной струи, то по изложенной выше теории неравномерного движения этот уровень должен затопить всю водосливную струю на всем протяжении порога до его входного ребра. На самом же деле по наблюдениям при малых затоплениях на входном ребре может образоваться прыжок, отгоняющий нижний уровень и дающий возможность струе избегнуть подтопа. Это доказывает, что струя подходит к выходному ребру не с глубиной критической, соответствующей минимуму энергии, а с глубиной меньше критической, дающей возможность образованию прыжка на сопряженную с ней глубину нижнего бьефа. Это доказывает, что струя водослива может совершать движение не только объясняемым выше в настоящем параграфе образом, но и отличными от него, возможность которых была указана в гл. III, § 31



Фиг. 40.

при объяснении возможности образования прыжка понижения.

Что касается, наконец, отмеченного на опытах своеобразного характера волны на водосливе при входе, то здесь детальное изучение показывает, что нормальная теория неравномерного движения не учитывает сжатия струи на входном ребре и происходящего от этого искривления входящей струи (фиг. 40), которое будет

иметь следствием, во-первых, местное увеличение скорости от сужения, а следовательно, и местное снижение свободной поверхности, и, во-вторых, изменение характера распределения давления в поперечном сечении, и с уменьшением давления на дне против гидростатического, что должно вызвать подсосывание струи и приближение ее к дну.

Немалую роль, конечно, будет играть и коэффициент α , величина которого в зависимости от специфических условий движения может сильно изменяться по длине водосливного ребра и сильно отличаться от обычно принимаемой.

В результате необходимо констатировать, что нормальная теория неравномерного движения в своем нынешнем развитии не в состоянии дать вполне точных ответов там, где движение уклоняется от простой схемы, принятой выше, и может лишь качественно предсказывать явление, требуя проверки результатов путем модельных испытаний.

Отсюда видно, как важны опыты в этой области для дальнейшего уточнения теории и для количественного изучения коэффициентов шероховатости и, особенно, коэффициента α в различных частных случаях.

§ 35. Движение в лотке с уклоном дна меньше критического

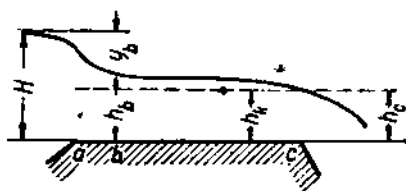
Под лотком будем понимать канал правильной формы, длина коего не настолько большая, чтобы в нем по сравнению с сопротивлениями на трение, пропорциональными длине, возможно было бы пренебречь всеми остальными видами потери энергии. Вход жидкости в лоток будем предполагать свободным из бассейна неопределенно большого.

Истечение через водослив с широким порогом, рассмотренное выше, будет частным случаем лотка с той особенностью, что широкий порог представляет собой лоток сравнительно малой длины, позволяющей сопротивления на трение не отделять от прочих сопротивлений движения и совместить их в одном общем коэффициенте скорости φ и соответственно в одном коэффициенте истечения через водослив m .

Несомненно, что в общем картина движения в лотке будет аналогична тому, что уже описано в предшествующем параграфе, поэтому и здесь должны быть учтены все те возможные на практике отступления от теоретических предвидений, какие были там отмечены. Это не должно, конечно, препятствовать логически последовательному, согласно с теорией неравномерного движения изложению рассматриваемого ниже частного случая.

Пусть имеем лоток длиной $ac = L$ (фиг. 41); уклон лотка по всей длине один и тот же и равен i_0 . Высота воды в бассейне перед входом в лоток равна H , считая над точкой дна лотка. Определению подлежит кривая свободной поверхности, а вместе с тем и глубины в наиболее характерных точках и, равным образом, расход. Лоток по всей длине призматического сечения.

Течение в лотке разбивается на две характерные части: на первой части, весьма небольшой длины, вода приобретает скорость, соответствующую живому сечению лотка, что требует резкого понижения уровня на величину y_b ; на второй части происходит течение, подчиняющееся формулам неравномерного движения. На обеих частях течение связано между собой равенством расхода. Обращаясь к первой части, можем скорость, образовавшуюся в сечении b , выразить через H , пользуясь уравнением Бернулли аналогично с предшествующим параграфом:



Фиг. 41.

$$v_b = \varphi \sqrt{2g \left(H - y_b + \frac{v_0^2}{2g} \right)},$$

где через y_b обозначено понижение свободной поверхности на водосливе и через v_0 скорость подхода, которая остается пока, равно как и глубина n_b , неизвестной; коэффициент φ определяется из условий входа и большей или меньшей его плавности. Пользуясь указаниями Бахметева и его ссылками на источники [например, Фламан (*Flamant*), Хортон (*Horton*) и др.], возможно, не претендуя на особую точность, считать в среднем $\varphi = 0,92$ в случае закругленного ребра и $\varphi = 0,75$ в случае острого ребра; в этом последнем случае, как то уже упомянуто в предшествующем параграфе, весьма неблагоприятно отражается неизбежное сжатие струи на входящем ребре, облегчающее образование волн; коэффициент может снижаться и ниже указанных величин в случае каких-либо особых препятствий входу, как то констатировал по данным, сообщаемым Бахметевым, Шаноан (*Chanoine*) в его формуле для затопленных отверстий разборчатых плотин. Нет сомнения, что на указываемые значения коэффициентов необходимо смотреть как на приблизительные, ждущие уточнения соответствующими опытами.

Так как уклон лотка весьма мал и, кроме того, длина ab незначительна, то возможно пренебречь разницей отметок точек a и b , что позволит выразить высоту y_b , идущую на образование скорости через напор на водосливе H и глубину h_a :

$$y_b = H - h_b = H - h_a.$$

Если обозначить сумму $H + \frac{v_0^2}{2g}$ одной буквой E_0 , как выражающую понятие полной удельной энергии потока при входе на водослив, то будем иметь

$$v_b = \varphi \sqrt{2g \left(H + \frac{v_0^2}{2g} - h_b \right)} = \varphi \sqrt{2g (E_0 - h_b)}.$$

Найденная формула даст возможность выразить через h_b неизвестный пока расход Q :

$$Q = \omega_b v_b = \varphi \omega_b \sqrt{2g (E_0 - h_b)};$$

несомненно, что площадь живого сечения ω_b при заданном поперечном профиле канала является функцией от h_b .

В частном случае, наиболее часто встречающемся на практике, прямоугольного русла шириной b имеем:

$$\omega_b = b h_b,$$

$$Q = \varphi b h_b \sqrt{2g (E_0 - h_b)},$$

$$q = \frac{Q}{b} = \varphi h_b \sqrt{2g (E_0 - h_b)}.$$

На втором участке лотка от сечения b до сечения c мы должны определять глубины по формулам неравномерного движения. Хотя эти формулы, как то было объяснено в предшествующей главе, и дают возможность в некотором приближении судить о величине возможной при входе в лоток волны, но все же скорее лишь с качественной, нежели с количественной стороны. Ввиду этого с целью упрощения задачи полезно считать точку b заданной там, где волнение уже прекратилось и свободная поверхность выровнялась.

Задача определения вида свободной поверхности на участке bc будет решаться различно в зависимости от того, каков уклон дна. Рассмотрим сначала наиболее простой случай, когда уклон дна меньше критического.

Течение будет зависеть от того, какова над конечной точкой c дна лотка высота уровня того бассейна, куда изливается вода из лотка.

Начнем изучение течения с того случая, когда этот уровень совпадает с точкою c или лежит ниже ее. В этом случае, очевидно, течение по лотку не может зависеть от высоты уровня нижнего бассейна и оно установится таким образом, что на конце лотка глубина h_c будет соответствовать минимуму удельной энергии, т. е. она будет равна критической h_k (§ 29).

Имея это в виду и припоминая уравнение, из которого возможно определить критическую глубину h_k (§ 16), получаем еще одно уравнение, связывающее глубину $h_c = h_k$ с расходом Q :

$$\frac{a Q^2}{g \omega_k^3} b_k = 1; \quad \frac{\omega_k^3}{b_k} = \frac{a Q^2}{g}.$$

Остается связать глубину h_c с h_b , для чего необходимо воспользоваться уравнением для кривой спада (случай II, зона b , разобранный в § 18) по одной из соответствующих формул интегрирования.

В результате получаем три уравнения с тремя неизвестными h_b , h_c и Q , из которых и возможно их определить. Уравнение проще всего решать попытками: задаваясь Q , определяют соответственные h_b и h_k из уравнения движения на начальном участке и из уравнения для критической глубины; из всех возможных расходов Q выбирают тот, который дает глубины h_b и h_k , удовлетворяющие уравнению движения на участке bc .

Весьма большую пользу в подобного рода решении могут принести графики зависимостей Q от h_b и Q от h_k при заданном профиле поперечного сечения.

Наиболее обычным является лоток прямоугольного сечения, для которого решение значительно упрощается. Для этого случая на первом водосливном участке, как то уже было указано, имеем уравнение:

$$q = \varphi h_b = \sqrt{2g(E_0 - h_b)}.$$

На конечном сечении имеем уравнение критической глубины:

$$h_c = h_k = \sqrt[3]{\frac{a q^2}{g}}$$

и, наконец, на участке bc уравнение:

$$\frac{dh}{dx} = \frac{h^3 - h_0^3}{h^3 - h_k^3},$$

которое необходимо интегрировать в пределах от x , соответствующему точке b , до x , соответствующему точке c .

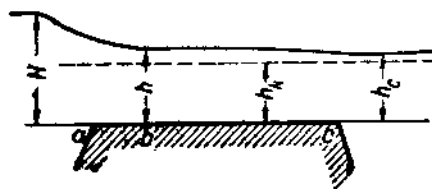
В результате определяется вид свободной поверхности, которая будет иметь два перепада — при входе в лоток и при выходе из него. Нетрудно видеть, что, чем длиннее лоток, тем меньше получается глубина h_k на конце, тем меньше q и тем меньше, следовательно, и разница между E_0 и h_b , т. е. тем больше h_b . Таким образом при длинных лотках уменьшается перепад в начале, что позволяет в первом приближении считать его несуществующим и тем самым упростить расчет, приняв $h_b = H$.

Параллельно с вычислением $h_k = h_c$ и h_b весьма полезно давать себе отчет, какова получается нормальная глубина h_0 для того расхода, который соответствует данной задаче. Здесь может встретиться несколько случаев:

Во-первых, при малых уклонах h_0 может оказаться больше первоначальной глубины H , тогда вся кривая свободной поверхности, начиная от первого верхнего перепада, будет лежать ниже прямой равномерного ре-

жима; во-вторых, h_0 может оказаться меньше H , но больше h_b , и тогда кривая спада при достаточной длине лотка должна пересечь кривую водосливной части в начале лотка при образовании скорости и, наконец, в-третьих, h_0 может оказаться меньше h_b , но больше h_k . Эти три случая не изучены опытным путем, несмотря на всю важность, какую имели бы эти опыты для освещения вопроса о входе воды в лоток как с практической, так и с теоретической точек зрения; однако уже и на основании априорных теоретических соображений возможно предсказать, что третий случай будет наиболее неопределенным в точке перехода с водосливной части кривой на кривую спада и что в этом случае наиболее возможно образование волны как своеобразного появления попытки потока найти наиболее устойчивое положение из двух равновозможных для него в смысле одинакового запаса удельной энергии, как то уже было отчасти выяснено выше в § 29.

Если уровень нижнего бассейна будет выше конечной точки дна, то величина нижнего перепада, естественно, будет уменьшаться; но как расход, так и глубина h_c в сечении c будут оставаться неизменными и будут соответствовать критической глубине h_k до тех пор, пока уровень нижнего бассейна не поднимается до высоты, соответствующей этой критической глубине. С этого момента его дальнейшее поднятие начнет влиять на течение и кривая спада не проявится до своего естественного



Фиг. 42.

предела, т. е. до критической глубины (фиг. 42).

Ход задачи остается прежним с тем лишь отличием, что на конце в точке c следует считать заданной глубину h_c положением нижнего уровня.

При дальнейшем поднятии этого последнего уровня наступит момент, когда h_c будет соответствовать нормальной глубине равномерного режима, который, естественно, и установится на всей длине лотка вплоть до точки b . Кривая подпора в этом случае превратится в прямую линию равномерного режима, параллельную линии дна. Для возможности лучшего учета этого переходного случая полезно заранее определить соответствующую глубину h_0 . Очевидно, для этого случая в канале ниже точки b будем иметь по формуле Шези:

$$Q = \omega_0 c_0 \sqrt{R_0 i_0}.$$

Эту формулу необходимо сопоставить с уравнением расхода на водосливном участке:

$$Q = \varphi \omega b \sqrt{2g(E_0 - h_b)},$$

в которой следует считать $\omega_b = \omega_0$ и $h_b = h_0$. При заданном профиле поперечного сечения эти два уравнения будут заключать две неизвестных величины Q и h_0 .

Для случая прямоугольного широкого русла оба написанные уравнения значительно упрощаются и дадут:

$$q = \frac{Q}{b} = h_0 c_0 \sqrt{h_0 \cdot i_0}, \quad q = \varphi h_0 \sqrt{2g(E_0 - h_0)};$$

приравнивая вторые части обоих уравнений непосредственно, получаем:

$$h_0 = \frac{E_0}{1 + \frac{c_0^2 i_0}{2g \psi^3}}$$

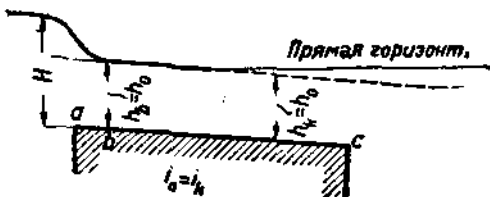
Весьма полезно отметить, что глубина нормального режима не зависит от расхода Q .

Если уровень нижнего бассейна будет стоять выше полученной нормальной глубины, то вместо кривой спада будет получаться кривая подпора. Ход вычислений остается прежний.

Для полноты анализа кривых подпора, возможных в наклонном лотке, полезно добавить, что в первом приближении рекомендуется пренебречь скоростью подхода v_0 , вначале неизвестной и определяемой лишь после вычисления Q . Несомненно, что вычислив при этом первом приближении Q и определив соответствующую ему v_0 , необходимо пересчитать задачу снова.

§ 36. Движение в лотке с уклоном дна, равным или большим критического

При увеличении уклона дна по сравнению с тем, что было принято в предшествующем параграфе, он достигает своего критического значения, которое даст совпадение величины нормальной глубины с величиной глубины критической. Характер движения в этом случае весьма просто выясняется из анализа предшествующего параграфа и не требует особых дополнительных пояснений. Для него $h_k = h_0$, и, следовательно, кривая свободной поверхности превращается в прямую равномерного режима для всякого положения уровня нижнего бассейна, пока он ниже критической глубины лотка.



Фиг. 43.

Если уровень нижнего бассейна станет выше критической глубины, то, как известно из § 18 (случай 1), образуется кривая подпора, представляющая собой прямую горизонтальную. Протяжение этой прямой зависит от высоты нижнего уровня (фиг. 43). Выше точки пересечения прямой подпора с прямой равномерного режима будем иметь равномерное движение.

Пользуясь тем, что прямая равномерного режима в данном случае образуется при глубине критической, представляется возможным связать значение последней, выведенное в предшествующем параграфе, с напором H перед лотком. В самом деле, для этого случая

$$h_k = h_0 = \frac{E_0}{1 + \frac{c_0^2 i_0}{2g \psi^3}}$$

Но при $i_0 = i_k$ из § 18 следует:

$$\frac{c_0^2 i_0}{g} = 1,$$

поэтому

$$h_k = h_0 = \frac{E_0}{1 + \frac{1}{2\varphi^2}}.$$

Вставим выражение в формулу для расхода на верхнем водосливном участке:

$$\begin{aligned} q &= \varphi h_0 \sqrt{2g(E_0 - h_0)}, \\ q &= \varphi \frac{E_0}{1 + \frac{1}{2\varphi^2}} \sqrt{2g \left(E_0 - \frac{E_0}{1 + \frac{1}{2\varphi^2}} \right)} = \varphi \frac{E_0}{1 + \frac{1}{2\varphi^2}} \sqrt{2g E_0 \frac{2\varphi^2}{1 + 2\varphi^2}}, \\ q &= \varphi \left(\frac{2\varphi^2}{1 + 2\varphi^2} \right)^{\frac{3}{2}} E_0 \sqrt{2g E_0}. \end{aligned}$$

Таким образом расход q для разбираемого случая перестает зависеть от условий движения по лотку, и, следовательно, движение в этом случае разбивается на два самостоятельных, независимых друг от друга участка — участок входной, где имеется течение, вполне тождественное с течением по водосливу (§ 34), и участок лотка в тесном смысле этого слова, где движется то количество воды, которое уже однозначно определялось по входному участку. Несомненно, что определение расхода в этом случае возможно произвести не по тому приблизительному методу, к которому пришлось прибегнуть выше за неимением более точных данных с использованием коэффициента φ при некотором численном его значении, но возможно применить для этого нормальные формулы истечения через водослив, гораздо более изученные экспериментально и потому более точные.

Если уклон станет больше критического, то, естественно, указанная независимость движения на рассмотренных двух участках сохранится в полной мере и, таким образом, ход решения задачи в этом случае сведется к следующей схеме. Сначала определяют расход на входном участке, пользуясь для этого формулами водослива обычного вида (см. общую гидравлику), затем по известному расходу определяют величину критической глубины в лотке, пользуясь для этого соответственными формулами § 16 для прямоугольного русла:

$$h_k = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}.$$

Не будет большой погрешности ввиду некоторой теоретической неопределенности и отсутствия опытов и наблюдений считать, что эта критическая глубина установится непосредственно на входном ребре лотка, т. е. в точке a . При этом предположении определяются все исходные данные, необходимые для применения уравнения неравномерного движения на всей длине лотка ac , а именно имеется начальная глубина $h_a = h_k$, расход Q , уклон i_0 и форма сечения лотка. Предполагаем, что глубина h_c на конце лотка уста-

навливается свободно, так как нижний уровень этому не препятствует. Кривую свободной поверхности находят интегрированием по одному из изложенных в предшествующей главе способов. Весьма пригодным является между прочим для этого случая графический метод, изложенный в § 25.

Если уровень нижнего бассейна выше определенной таким образом глубины h_c , то он надвинется на лоток, и свободная поверхность последнего перейдет на этот уровень прыжком (фиг. 44). Нетрудно определить ту точку d на длине ac лотка, где совершается этот переход; исходным для этого моментом явится требование, чтобы глубины до прыжка h_{d1} и после прыжка h_{d2} были между собой взаимными, т. е. удовлетворяли соответствующему равенству. Ограничиваясь для большей простоты прямоугольным сечением русла, это равенство напомним в виде:

$$h_{d1} = \frac{h_{d1}}{2} \left(\sqrt{1 + 8 \left(\frac{h_k}{h_{d1}} \right)^3} - 1 \right).$$

Вверх по течению глубина h_{d1} должна быть связана с начальной глубиной в точке b ($h_b = h_k$) уравнением кривой свободной поверхности (§ 18, случай III, зона b). Аналогичным уравнением связана глубина h_{d1} с глубиной h_c в конце лотка (§ 18, случай III, зона a). Если ограничиться опять только прямоугольным сечением русла и применить уравнение Бресса, то возможно написать для верхнего участка от точки b до точки d длиной x_d :

$$\frac{i_0 x_d}{h_0} = h_b - h_{d1} - h_0 (1 - j) \left[B \left(\frac{h_b}{h_0} \right) - B \left(\frac{h_{d1}}{h_0} \right) \right],$$

$$j = a \frac{c_0^2 i_0}{g};$$

предполагая, что прыжок не имеет никакого протяжения в длину и что, следовательно, обе сопряженные глубины соответствуют одной и той же вертикали, получим, что длина нижнего участка равна $L_{ac} - x_d$ и для этого участка от точки d до точки c можно написать:

$$\frac{i_0 (L - x_d)}{h_0} = h_c - h_{d2} - h_0 (1 - j) \left[B \left(\frac{h_c}{h_0} \right) - B \left(\frac{h_{d2}}{h_0} \right) \right],$$

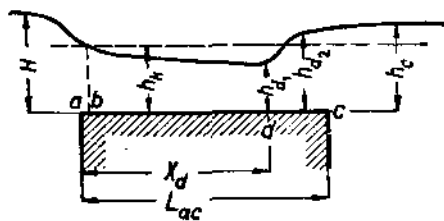
$$j = a \frac{c_0^2 i_0}{g}.$$

Всего имеем три уравнения с тремя неизвестными: x_d , h_{d1} , h_{d2} .

Несомненно, что здесь уместно графическое решение задачи ввиду сложности аналитического решения уравнений.

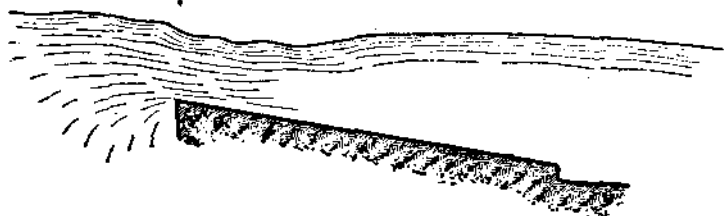
Если лоток вместо прямоугольного имеет более сложную форму сечения, то по существу задача остается совершенно аналогичной изложенной и не требует каких-либо дополнительных объяснений; графический метод становится при этом еще более уместным.

Заслуживает полного внимания то обстоятельство, что появление прыжка в потоке вызывает крайне энергичное перемешивание жидкости и повыше-



Фиг. 44.

ние обычно наблюдаемой турбулентности. Как то уже было отмечено выше в § 31, это, несомненно, крайне сильно должно отразиться на увеличении коэффициента α , который следует оценивать величиной не меньше 2. Эта величина по мере удаления от места образования прыжка вниз по течению будет постепенно уменьшаться до нормального своего предела, соответствующего равномерному движению, т. е. до $\alpha = 1,1$. Одновременно с этим повышение турбулентности, несомненно, приведет к увеличению истинного трения между отдельными частицами жидкости и соответственно к увеличению фиктивного трения, заменяющего в уравнении Бернулли истинное трение, т. е. к увеличению коэффициента шероховатости, учитывающего это фиктивное трение (§ 9). Эти оба обстоятельства крайне полезно было бы иметь в виду при нахождении кривой подпора непосредственно ниже прыжка, оценивая ввиду полного отсутствия опытов хотя бы приблизительно сообразно с обстановкой каждого данного случая новые значения α и коэффициента шероховатости. Как то уже указывалось, α может быть поднято до величины 2, и коэффициент шероховатости точно так же несколько увеличен.



Фиг. 45.

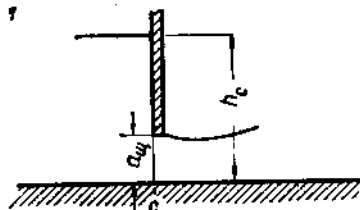
При повышении уровня в нижнем бассейне место возникновения прыжка будет приближаться к началу лотка; пределом возможности вычислений кривой свободной поверхности по указанной выше схеме будет случай, когда x_d станет равным нулю, т. е. когда прыжок надвинется на струю входного водосливного участка (фиг. 45). Так как при этом глубина h_d становится равной $h_a = h_k$, то высота прыжка обращается в нуль, как то видно из формулы сопряженных глубин. Дальнейшее повышение нижнего уровня будет иметь следствием затопление входной струи с уменьшением расхода, который становится функцией от глубины. Решение подобной задачи становится вполне аналогичным тому, что было изложено в § 34.

§ 37. Случай преграды на конце лотка

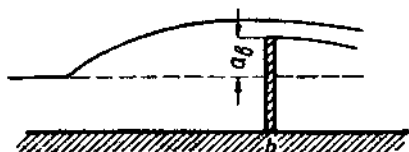
Во всех предшествующих рассуждениях принималось, что в конце лотка имеется бассейн с определенным уровнем, устанавливающимся вне зависимости от движения в самом лотке.

Весьма часто можно иметь случай, когда вместо нижнего бассейна уровень в конце лотка устанавливается вполне определенным образом благодаря каким-либо устройствам, существующим в самом лотке. В схеме подобные устройства могут быть отождествлены какой-либо преградой (например, плотиной), имеющей определенные отверстия для пропуска расхода лотка. Эти отверстия могут быть двух типов — либо отверстия щитовые (фиг. 46),

либо водослив (фиг. 47). Как в том, так и в другом случае глубина воды h_c на конце лотка устанавливается в зависимости от расхода, который, как то выяснено в предшествующих параграфах (§ 35, 36), является функцией той же глубины h_c и лишь при уклоне дна, больше критического, перестанет от нее зависеть. Таким образом обстоятельство истечения через отверстия преграждающей лоток стенки создает еще одно условие, которое должно быть связано с остальными, выясненными уже в предшествующих



Фиг. 46.



Фиг. 47.

параграфов для определения всех элементов движения. Это условие приведет, очевидно, к следующим уравнениям.

В случае щитового отверстия:

$$Q = \mu \omega_{щ} \sqrt{2g(h_c - a_{щ})},$$

где $\omega_{щ}$ — площадь отверстия и $a_{щ}$ — его высота. В случае водослива:

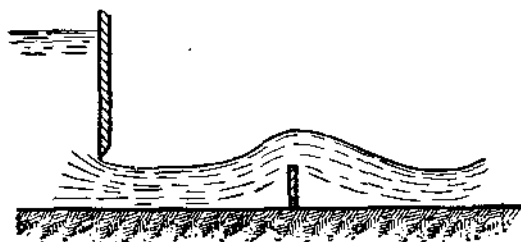
$$Q = m b a_b \sqrt{2g a_b},$$

где a_b есть напор на водосливе, b — ширина порога и m — коэффициент расхода на водосливе, который должен учесть особенности задаваемого водослива в каждом частном случае, т. е. характер стенки, боковое сжатие и т. п. Несомненно, является чрезвычайно важным установить, учитывает ли выбранная величина m скорость подхода жидкости (как, например, формула Базена) или же последнюю необходимо учесть особо. В этом последнем случае, конечно, формула расхода должна быть написанной иначе:

$$Q = m b a_b \sqrt{2g(a_b + \frac{v_b^2}{2g})}.$$

Так как скорость подхода v_b в начале неизвестна и будет определена только после определения расхода, то необходимо ею сначала задаться наиболее целесообразным образом с тем, чтобы впоследствии вновь пересчитать по получению Q в первом приближении.

Как то уже было указано выше, глубина h_c , устанавливающаяся на конце лотка, определяет место прыжка: если она равна глубине, сопряженной с глубиной потока в конце лотка, то прыжок устанавливается непосредственно в конце лотка (т. е. у преграды). Если глубина h_c больше глубины потока, то прыжок отодвигается на соответственное расстояние вверх по течению. Естественным является вопрос, каким образом протекает явление, если глубина, устанавливаемая преградой h_c , будет меньше наименьшей воз-



Фиг. 48.

шей высоты, напоминающим волну и потому названным Бахметевым прыжком - волною (фиг. 48).

можной глубины потока. Как то логически возможно предсказать из теории и как показали в свое время опыты Б. А. Бахметева¹, в этом случае прыжок образуется у самой преграды, но, не будучи в состоянии достигнуть надлежащей высоты, сопряженной с глубиной потока, перепрыгивает через преграду слоем воды мень-

§ 38. Случай горизонтального дна в лотке

Лоток с горизонтальным дном встречается довольно часто в гидротехнических сооружениях в качестве широкого порога водослива. Под таким названием он уже был нами подвергнут рассмотрению выше в § 34, причем все сопротивления движению, вызываемые этим лотком, учтены были одним общим коэффициентом расхода на водосливе. Однако, подобный прием был допустим только в предположении, что длина такого лотка весьма небольшая и не больше 2—3 раз взятой высоты напора H на водосливе.

Рассмотрим сейчас случай более длинного лотка. Уравнение неравномерного движения в обычной своей форме для этого случая непригодно. Рассмотрим сначала случай прямоугольного русла:

$$\frac{dh}{dx} = i_0 \frac{h^3 - h_0^3}{h^3 - h_k^3}.$$

Так как в этом уравнении $i_0 = 0$, то h_0 равно бесконечности ввиду наличия формулы:

$$h_0 = \sqrt[3]{\frac{q^4}{c_0^2 i_0}},$$

и уравнение принимает неопределенную форму. Однако оно весьма просто преобразуется. В самом деле представим его в виде:

$$\frac{dh}{dx} = i_0 h_0^3 \frac{\left(\frac{h}{h_0}\right)^3 - 1}{h^3 - h_k^3};$$

но при h_0 , равном бесконечности, $\left(\frac{h}{h_0}\right)^3$ равно нулю; в то же время произведение $i_0 h_0^3$ может быть заменено:

$$i_0 h_0^3 = i_0 \frac{q^2}{c_0^2 i_0} = \frac{q^2}{c_0^2},$$

¹ См. цитированный выше труд.

таким образом

$$\frac{dh}{dx} = -\frac{q^2}{c_0^2} \frac{1}{h^3 - h_k^3};$$

разделим переменные:

$$dx = -\frac{c_0^2}{q^2} (h^3 - h_k^3) dh;$$

интегрируем в пределах от $x=0$ до $x=L$ и, заменяя h_k^3 через его значение $\frac{q^2}{g}$, получаем:

$$L = \frac{c^2}{4q^2} \left[\frac{4q^2}{g} (h_2 - h_1) - (h_2^4 - h_1^4) \right].$$

Это выражение, связывающее глубину в начале лотка (обозначаемую выше через h_a) с глубиной в конце лотка h_c , необходимо принимать во внимание во всех соображениях § 34, 35, если уклон i_0 будет равен нулю.

Если лоток имеет сечение не прямоугольной формы, но более сложной, то необходимо прибегнуть к уравнению неравномерного движения в его общей форме:

$$\frac{dh}{dx} = \frac{i_0 - \frac{Q^2}{c^2 \omega^3 R}}{1 - \frac{\alpha Q^2 b}{g \omega^3}},$$

которое при $i_0=0$ превращается непосредственно в следующее:

$$\frac{dh}{dx} = -\frac{Q^2}{c^2 \omega^3 R} \frac{1}{1 - \frac{\alpha Q^2 b}{g \omega^3}},$$

или

$$dx = -\frac{c^2 \omega^3 R}{Q^2} \left(1 - \frac{\alpha Q L}{g \omega^3} \right).$$

Интегрирование этого уравнения может быть произведено по способу, аналогичному способу Бахметева, описанному выше, что не представляет никаких трудностей¹.

Ввиду весьма редкого применения подобных лотков большей длины подробности этого интегрирования в настоящем труде опускаются.

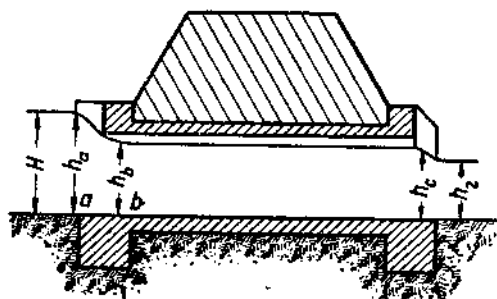
Полагаем, что в случае действительной надобности в подобном интегрировании более целесообразным будет применить графический метод или же приближенное последовательное интегрирование, разбив всю длину лотка на несколько участков небольшого протяжения.

В виде примера применим случай лотка с горизонтальным дном для движения воды через каменную трубу под железнодорожной насыпью (фиг. 49). Известен расход жидкости и так называемая бытовая глубина потока

¹ См., например, проф. Н. Н. Павловский, О неравномерном движении при горизонтальном дне водотока, 1930, Ленинград, изд. Научно-мелиорационного института; там же даны и таблицы для подсчета соответствующих интегралов.

т. е. глубина, соответствующая течению в данном тальвеге, пересекаемом насыпью до устройства последней. Эта бытовая глубина, естественно, сохраняется в тальвеге ниже насыпи и равна, следовательно, глубине h_2 ниже отверстия. Как вспомогательную величину возможно обычно считать известной наибольшую допускаемую скорость для данного грунта и для материала данного сооружения.

В этом случае задача может быть решена в следующем порядке. По заданной скорости v_c определяем критическую глубину h_k , соответствующую данному расходу и скорости v_c ; принимаем лоток прямоугольным:



Фиг. 49.

$$h_k = \sqrt[3]{\frac{aq^3}{g}} = \sqrt[3]{\frac{av_c^2 h_k^3}{g}},$$

$$h_k = \frac{av_c^2}{g}.$$

При этом, очевидно, принято, что глубина на конце лотка h_c равна вычисленной критической. Если эта последняя по вычислению получится больше бытовой глубины h_2 , то она сохранится, и свободная поверхность в трубе будет сопрягаться с нижним уровнем перепадом, как то изображено на чертеже. По известной глубине в отверстии и скорости v_c ширина отверстия определяется из расхода:

$$b = \frac{Q}{v_c h_c} = \frac{Q}{av_c^3} g = \frac{Q}{ah_c \sqrt{gh_c}}.$$

Напор H может быть определен при сравнительно коротком лотке по формуле водослива (§ 34):

$$Q = mbH\sqrt{2gH},$$

где m известно из таблиц для заданной формы водослива с широким порогом. Подставляя сюда вместо b его значение, имеем:

$$H = h_c \sqrt[3]{\frac{a^3}{2m^3}},$$

при обычной величине $m = 0,42$ и $a = 1,1$:

$$H \approx 1,7h_c.$$

Если окажется, что h меньше h_2 , то в конце трубы устанавливается эта последняя глубина, и скорость v_c связана с H и h_2 формулой:

$$v_c = \varphi \sqrt{2g \left(H + \frac{v_a^2}{2g} - h_2 \right)},$$

где v_0 — скорость подхода к трубе и φ — коэффициент, учитывающий потерю при входе и на всей длине трубы; его возможно принять равным около 0,85—0,90. Расход равен при этом:

$$Q = v_c b h_c.$$

Из полученных формул при заданном Q , v_c и h_2 нетрудно определить b и H .

Пример. Под железнодорожной насыпью высотой 6 м требуется устроить каменную трубу для пропуска воды в количестве 6 м³/сек. Допускаемая скорость 3 м/сек. Глубина воды h_2 в тальвеге до устройства насыпи (бытовая глубина) равна 0,6 м. Определить главные размеры трубы и подпор H перед трубой (фиг. 49).

Истечение через трубу уподобляется течению через водослив с широким порогом, затопленный или незатопленный, в зависимости от соотношения между высотами h_c и h_2 . Чтобы установить, к какому случаю имеется здесь, найдем критическую глубину, соответствующую допустимой скорости:

$$h_k = \frac{v^2}{g} = 0,92 \text{ м.}$$

Согласно данным выше указаниям в конце водослива с широким порогом устанавливается критическая глубина, если бытовая глубина ниже ее. В данном случае это имеет место, и, следовательно, мы имеем дело с незатопленным водосливом. Ширина его b найдется из соотношения:

$$Q = b h_c v,$$

$$b = \frac{Q}{h_c v} = \frac{6,0}{0,92 \cdot 3} = 2,18.$$

H найдется из формулы водослива:

$$Q = m b H \sqrt{2gH},$$

где m необходимо вычислить по формулам для водослива с широкой стенкой, ширина которой L при данной высоте насыпи и полукруглых откосах равна 16,8 м; для вычисления m можно принять предварительно, что $H \approx 1,5$ м; $h_c = 1,38$ м и что высота порога $p = 0$. Тогда $m \approx 0,35$:

$$H = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{m^2 b^2 2g}} = \sqrt[3]{\frac{36}{12,4}} \approx 1,37 \text{ м.}$$

Если длина трубы больше тех размеров, какие придают обычно широкому порогу водослива, то вычисление необходимо уточнить применением формул неравномерного движения при горизонтальном дне, которые учтут разницу глубин в конце лотка ($h_c = h_k = \frac{av_c^2}{g}$) и в начале h_a . Зная h_a , возможно найти напор H по обычному уравнению Бернулли:

$$H + \frac{v_0^2}{2g} = h_a + a \frac{v_a^2}{2g} + \zeta \frac{v_a^2}{2g} = h_a + (a + \zeta) \frac{v_a^2}{2g}.$$

или

$$v_a = \varphi \sqrt{H + \frac{v_0^2}{2g} - h_a}.$$

Очевидно, здесь

$$\varphi = \sqrt{\frac{1}{\alpha + \zeta}}.$$

Если для φ взять значение $\varphi = 0,95$ (не стесненный вход, без сжатия), то

$$\alpha + \zeta = \frac{1}{0,95} = 1,1,$$

причем

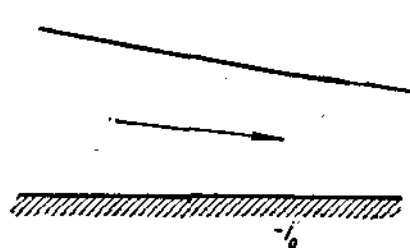
$$H + \frac{v_0^2}{2g} = h_a + 1,1 \frac{v_0^2}{2g}.$$

Соотношение между v_0 и v_a известно из принятой формы входного сечения.

§ 39. Случай лотка с обратным уклоном дна

Крайне редким, но все же возможным является случай, когда лоток имеет уклон отрицательный (фиг. 50). Этот случай разобран Бахметевым¹.

В этом случае уклон i_0 необходимо в уравнении неравномерного движения взять с обратным знаком (§ 18):



Фиг. 50.

$$\frac{dh}{dx} = \frac{-i_0 - \frac{Q^2}{c^2 \omega^3 R}}{1 - \frac{Q^2 b}{g \omega^3}},$$

$$i_0 dx = - \frac{1 - \frac{Q^2 b}{g \omega^3}}{1 + \frac{Q^2}{c^2 \omega^2 i_0 R}} dh.$$

Б. А. Бахметев указал метод интегрирования этого уравнения для весьма широкого прямоугольного лотка, для которого поперечному $R = h$. При этом уравнение неравномерного движения представляется в виде:

$$i_0 dx = - \frac{1 - \frac{Q^2}{g h^3}}{1 + \frac{Q^2}{c^2 i_0 h^3}} dh.$$

Введем понятие нормальной глубины h_0 , т. е. такой глубины, при которой установился бы равномерный режим, если бы движение воды при расходе Q совершалось бы в обратном направлении:

$$Q = c_0 h_0 \sqrt{h_0 i_0},$$

$$Q^2 = c_0^2 h_0^3 i_0,$$

¹ См. цитированный выше труд.

при этом

$$i_0 dx = - \frac{1 - \frac{a g^2}{g h^3}}{1 + \frac{c_0^2}{c^2} \left(\frac{h_0}{h}\right)^3} dh = - \frac{1 - \frac{a c_0^2 i_0}{g} \cdot \left(\frac{h_0}{h}\right)^3}{1 + \frac{c_0^2}{c^2} \left(\frac{h_0}{h}\right)^3} dh;$$

если принять, как обычно, $\frac{c_0}{c} = 1$ и $\frac{h}{h_0}$ обозначить через z , то, умножая числителя и знаменателя на z^3 , имеем:

$$i_0 dx = - h_0 \frac{z^3 - \frac{a c_0^2 i_0}{g}}{z^3 + 1} dz,$$

откуда

$$\frac{i_0 dx}{h_0} = - dz + \left(1 + \frac{a c_0^2 i_0}{g}\right) \frac{dz}{z^3 + 1};$$

после интегрирования этого последнего уравнения вполне аналогично случаю, разобранным Брессом (§ 20), имеем:

$$\frac{i_0}{h_0} (x_2 - x_1) = (z_1 - z_2) + \left(1 + \frac{a c_0^2 i_0}{g}\right) [\varphi(z_2) - \varphi(z_1)].$$

Нетрудно, следуя методу Бахметева, изложенному в § 21, обобщить разобранный случай и распространить его на русла любого сечения. Ввиду крайне редкой надобности в подобном интегрировании оно здесь не приводится. Более уместным будет прибегнуть к графическому решению задачи, принимая во внимание все специфические особенности каждого данного частного случая, которые общее интегрирование учесть не в состоянии¹.

§ 40. Лоток с переменным уклоном дна

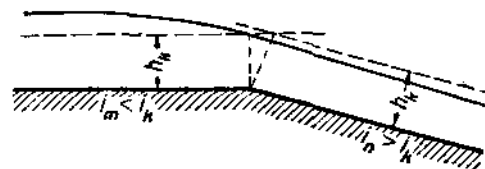
Переменный уклон дна нередко применяется в плотоходах, быстротоках и тому подобных сооружениях для постепенного перехода от режима верхнего бьефа к большим скоростям центрального участка сооружения и затем обратно для постепенного перехода от больших скоростей к режиму нижнего бьефа с возможным устранением условий, могущих вызвать появление прыжка и вообще водоворотов.

Рассмотрим отдельно один из переломов со смежными к нему участками лотка m и n , расположенными один выше по течению, другой ниже по течению. Картина течения будет различна в зависимости от различных комбинаций уклонов i_m и i_n этих участков.

Случай I. Уклон первого участка i_m меньше уклона второго i_n и притом уклон i_n равен или больше критического, а уклон i_m меньше критического.

¹ Желающих использовать математическое интегрирование отсылаем к книге проф. Н. Н. Павловского, „Гидравлический справочник“, где имеются кроме соответственных выводов по методу Бахметева также и таблицы. Еще большие подробности можно найти в статье проф. Н. Н. Павловского, „О неравномерном движении в водотоках с обратным уклоном дна“, „Известия сектора гидротехники и гидротехнических сооружений института мелиорации и гидротехники“, вып. XIII, Ленинград 1931.

Этот случай будет отличаться тем, что движение на втором участке ниже перелома не будет оказывать влияния на течение выше перелома. (Фиг. 51). Естественно при этом принять, что на верхнем участке в точке перелома

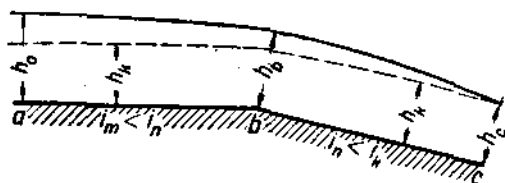


Фиг. 51.

установится критическая глубина, соответствующая расходу Q участка, которая и явится исходной величиной для определения кривой свободной поверхности всего первого участка (§ 36). На нижний участок вода вступит с определенною скоростью; так как вполне допустимым будет полагать, что

скорость сохранится без изменения при переходе воды через перелом. Это создаст вполне определенные и достаточные условия для определения кривой свободной поверхности на нижнем участке. Эта кривая будет принадлежать к типу кривых (рассмотренных случаем § 17, III, зона б) с глубиной, постепенно понижающейся от критической h_k до глубины нормальной h_0 нижнего участка.

Случай II. Уклон i_m меньше уклона i_n , уклон i_n меньше критического. В этом случае исходным моментом будет глубина h_c в конце второго участка, которая и должна определиться из условий, соответствующих этой конечной точке (например § 34).



Фиг. 52.

По этой глубине будет найдена из уравнения неравномерного движения глубина на переломе, которая и будет исходной для подобного же исчисления кривой свободной поверхности первого участка (фиг. 52) (§ 17, случай II, зона б).

Случай III. Уклон i_m меньше уклона i_n , уклон i_m больше критического. Исходной глубиной будет глубина критическая, которая установится в верхней точке участка m (фиг. 53).



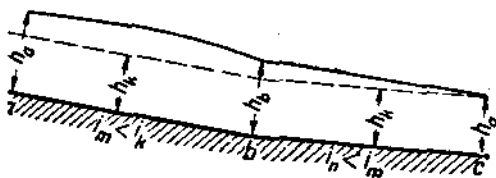
Фиг. 53.

Из уравнения неравномерного режима установится положение кривой свободной поверхности на первом участке и глубина в конце его (§ 17, случай III, зона б). Эти данные послужат для аналогичного определения кривой свободной поверхности и глубины для второго участка.

Случай IV. Уклон i_m больше i_n , уклон i_m меньше критического (фиг. 54). По методу решения этот случай аналогичен разобранным выше случаям второму, так как исходной является глубина в конце второго участка.

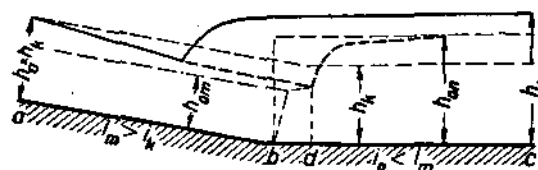
Случай V. Уклон i_m больше i_n , уклон i_m больше критического (фиг. 55); исходной глубиной для первого участка будет критическая глубина в его начале (ср. § 17), которая позволит определить кривую свободной поверх-

ности и глубину h_{b1} в конце участка, т. е. на переломе. Исходной глубиной для второго участка будет глубина в конце этого участка, которая позволит найти кривую свободной поверхности второго нижнего участка. Остается определить место и характер сопряжения двух кривых свободной поверхности первого и второго участка. Очевидно, здесь будет иметь место прыжок. Определим сначала глубину h_{b2} , сопряженную с глубиной h_{b1} , получающейся из кривой свободной поверхности, исчисленной для верхнего участка, и сравним ее с глубиной h_{bn} , получающейся из кривой свободной поверхности для нижнего участка. Если эта сопряженная глубина h_{b2} окажется равной этой последней глубине h_{bn} , то прыжок образуется на переломе уклонов; если она больше глубины h_{bn} , то прыжок образуется выше точки перелома, и наоборот, если вычисленная сопряженная глубина h_{b2} меньше h_{bn} , то прыжок будет отогнан на нижний участок.



Фиг. 54.

Для определения места прыжка, когда он находится на первом участке, следует поступить так, как было изложено в § 36. Задача при этом упрощается, если длина первого лотка достаточно большая и в нижней его части возможно считать свободную поверхность близко соответствующей равномерному режиму с нормальной глубиной h_{0m} . Тогда легко найти сопряженную глубину с этой последней и по ней определить место прыжка, которое будет соответствовать такой точке кривой свободной поверхности нижнего участка, для которой глубина равна сопряженной с h_{0m} . Если прыжок отогнан на нижний участок, то поток, подойдя к точке перелома



Фиг. 55.

с глубиной h_b , войдет на нижний участок с той же глубиной и затем будет ее увеличивать по кривой, соответствующей случаю II, зоне c, § 17. Попытками будет определена та точка d, для которой глубины h_{d2} и h_{dc} будут между собой со-

пряженными и будут, следовательно, удовлетворять соответствующему уравнению сопряженных глубин.

Случай VI. Уклон i_m больше уклона i_n , уклон i_n больше критического. Исходной глубиной для верхнего участка будет, как и для случая V, глубина критическая в его начале. По этой глубине возможно определить кривую свободной поверхности первого участка и глубину в точке перелома h_b , тем больше приближающихся к нормальной глубине верхнего участка h_{0m} , чем больше длина этого участка m ; с другой стороны, для нижнего участка глубина стремится установиться равной нормальной для этого участка h_{0n} , которая ввиду меньшего уклона будет больше глубины h_{0m} ; таким образом поток будет вынужден перейти плавной кривой с глубины h_b на глубину h_{0n} .

§ 41. Быстротоки, плотоходы и т. п.

Быстротоки или аналогичные сооружения с быстрым течением, устраиваемые либо для отвода воды по кратчайшему расстоянию, либо для целей сплава, являются обычно комбинацией из лотков указанных выше свойств, соединяемых с таким расчетом, чтобы, создавая плавный вход и плавный выход воды, обеспечить в то же время наибольшую возможную по прочим обстоятельствам скорость движения, наибольший уклон и соответственно кратчайшее протяжение совершаемого водой пути при устранении в то же время вредных водоворотов и волн, вызываемых прыжком. Задачей гидравлики является определение как расхода, так и характера движения для запроектированного для вышеуказанных целей русла.

Подобно тому, как то имело место для лотка однообразного уклона, рассмотренного в § 35, расход является, вообще говоря, зависимым от размера заданного русла и от его уклонов и, таким образом, заранее неизвестен, но подлежит определению. Если для лотка однообразного уклона количество уравнений, которое для этого надлежало составить (§ 35), было равно трем, то при наличии в лотке нескольких участков количество уравнений соответственно растет, и задачу приходится решать попытками, задаваясь различными расходами до тех пор, пока движение на всех участках не будет соответствовать друг другу. Проанализировав полученные результаты и обнаружив опасные места запроектированного лотка, меняют размер лотка и вновь его проверяют гидравлическим расчетом.

При этих попытках подойти к наиболее рациональным размерам лотка приходится менять не только уклоны различных участков, но также и поперечные их размеры, например, увеличивая постепенно ширину лотка для уменьшения его скорости или для уменьшения расхода на единицу ширины, следовательно, критической глубины и т. п.

Таким образом лоток может стать переменным не только по уклону, но и по поперечному сечению. Это последнее обстоятельство приводит нас к задаче неравномерного движения в переменном по сечению русле, которая, как то указывалось уже § 13, не подвергалась еще до сих пор систематическому изучению. Имеются пока слабые попытки теоретического подхода к подобным решениям, не вылившиеся еще в окончательно определенные формулы¹.

Нам кажется, что в таких случаях наиболее правильным будет либо графический способ решения вопроса, либо метод приближенного интегрирования (см. § 10 и сл.) с разбивкой всего лотка на ряд участков с однородными или осредненными механическими и гидравлическими элементами.

К подобного рода задачам можно также отнести расчеты движения в лотках, хотя одинакового уклона, но разнородной по длине шероховатости или разнородных сечений. Метод интегрирования по участкам однородной шероховатости и однородной формы сечений является для этих случаев обязательным и после указаний предшествующих параграфов не представляет затруднений. Некоторого внимания заслуживают в этих случаях места переходов с одного участка на другой, где необходимо предусмотреть

¹ Некоторые из подобных попыток указаны в сочинении А. Н. Ахуткина, Рабочая книга по специальному курсу гидравлики, 1931, стр. 102.

некоторое падение напора на изменение степени турбулентности. При отсутствии каких бы то ни было опытных на этот предмет данных оценку подобного падения напора необходимо производить по соображениям и сопоставлениям с другого рода уже изученными местными сопротивлениями.

Весьма большие скорости, развиваемые на быстротоках и достигающие до величины в 10—12 и более m/sec , влекут за собой, как показывают наблюдения, вспенивание жидкости, которое сопряжено с насыщением ее воздухом, изменением объемного веса и коэффициента внутреннего трения, а значит, и энергии, теряемой на преодоление этого трения (§ 6). Эти обстоятельства совершенно еще не изучены, и пока лишь отмечена в редких случаях только качественная сторона вопроса. В настоящем параграфе обращено внимание на эту сторону вопроса с целью предупреждения о невозможности получения путем расчета даже по весьма точным теоретически обоснованным формулам окончательных результатов, так как эти формулы пока не могут быть дополнены надежными опытными коэффициентами. Отсюда проистекает необходимость после окончания расчетов запроектированного сооружения проверить это сооружение на модели в лабораторной обстановке.

§ 42. Истечение в лоток из отверстия

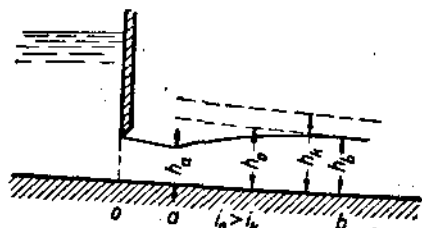
Случаи неравномерного движения, до сих пор рассмотренные нами в предшествующих параграфах, касались таких условий, при которых свободная поверхность устанавливается естественно, без искусственного влияния извне. Ниже рассмотрим случаи, когда начальная глубина и соответствующая ей скорость при некотором известном и постоянном расходе заданы особыми искусственно созданными условиями. Наиболее просто подобные условия осуществляются применением истечения из отверстий.

Для более яркого оттенения особенностей этих случаев неравномерного движения будем считать, что лоток прямоугольный и отверстие точно так же прямоугольное имеет ширину, равную ширине лотка.

При истечении необходимо считаться с некоторым сжатием струи, соответствующим особенностям данного отверстия. Будем считать, что это сжатие известно и что, таким образом, глубина на окончательно сжатой струе точно так же известна; известно также ее расстояние от плоскости отверстия, будем считать соответствующее этой глубине сечения струи начальным для течения по лотку.

Таким образом необходимо считать заданными начальное сечение aa в лотке (фиг. 56), глубину h_a и скорость v_a ; в соответствии с этим известен, так же как полный расход Q для данного движения, и расход на единицу ширины q :

$$q = h_a v_a.$$



Фиг. 56.

Для получения скорости v_a необходимо, конечно, наличие некоторого напора перед отверстием, величина которого связана с сопротивлениями и сжатием в этом отверстии, а равным образом и со скоростью подхода к отверстию и с ее направлением. Анализ зависимости этих последних величин от напора исключим из нашего рассмотрения, отсылая для этого к соответствующей главе общего курса гидравлики.

Глубина h_a может в соответствии с напором, под которым происходит истечение, оказаться больше, равной или меньше критической глубины h_k :

$$h_k = \sqrt[3]{\frac{a q^2}{g}}.$$

Однако случай глубины h_a больше критической необходимо исключить из дальнейшего рассмотрения как нереальный. В самом деле формула истечения в наиболее общем виде дает:

$$v_a = \varphi \sqrt{2g \left(H + \frac{v_0^2}{2g} - h_a \right)};$$

v_0 — скорость подхода струи к отверстию, φ — коэффициент скорости;

$$q = v_a h_a = h_a \varphi \sqrt{2g(E_0 - h_a)},$$

где

$$E_0 = H + \frac{v_0^2}{2g}.$$

Такой же вид имеют исходные формулы для определения глубины потока, изливающегося в лоток естественным образом через водослив, как то уже рассмотрено выше в соответствующих параграфах. В тех же параграфах установлено, что при истечении через водослив с широким порогом высота на пороге устанавливается при небольшой ширине этого последнего весьма близко к критической глубине потока h_k . Отсюда и следует, что если имеется истечение с принудительной скоростью v_a , то эта скорость может быть только больше критической скорости v_k , и соответственно с этим глубина h_a может быть только меньше критической глубины h_k или, точнее, меньше той глубины, которая устанавливается на входном ребре водослива с широким порогом (§ 34), так как в противном случае верхний край отверстия смачиваться не будет.

В зависимости от соотношения h_a и h_k , с одной стороны, и от уклона лотка — с другой, установятся различные формы кривых свободной поверхности.

Случай I. Уклон лотка больше критического, и глубина h_a меньше или равна критической h_k . Так как нормальная глубина потока h_0 меньше критической, то поток должен перейти с глубины h_a на глубину h_0 ; этот переход на участке, начиная от сечения a и ниже, мыслим по двум различным кривым в зависимости от того, больше или меньше глубина h_a глубины h_0 (фиг. 56 и 57); кривые участков oa и ab сольются друг с другом неощутимым на-глаз переходом.

Если в конце лотка имеются какие-либо условия, могущие поднять уровень жидкости выше глубины h_0 (например, уровень плывного бассейна,

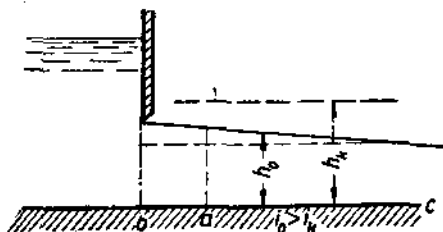
преграждающая лоток стенка и т. п.), то в лотке устанавливается движение вполне аналогично с тем, что было указано в § 36.

Случай II. Уклон лотка меньше критического, и соответственно с этим нормальная глубина h_0 больше критической h_k ; глубина h_a истечения может быть только меньше критической. Переход на нормальную глубину может совершиться при посредстве прыжка.

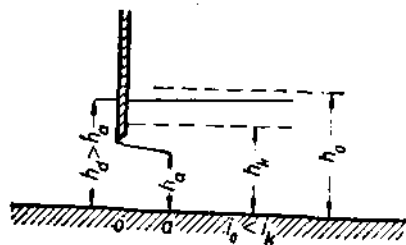
Для того чтобы определить место последнего, найдем глубину, сопряженную с глубиной h_0 , по имеющейся для этого формуле (§ 30). Если эта сопряженная глубина h_{01} окажется равной глубине h_a , то переход прыжком с глубины $h_{01} = h_a$ на глубину h_0 совершится непосредственно в сечении a . Если сопряженная глубина h_{01} окажется меньше глубины h_a ,

то прыжок невозможен, и вода нижнего бьефа, т. е. лотка ниже отверстия, надвинется на отверстие и затопит его, а ниже отверстия установится новая глубина, большая h_a , которая вызовет переход истечения на случай истечения под уровень с соответственным уменьшением расхода; уменьшение расхода в отверстии вызовет соответственное понижение нормальной глубины. Это снижение глубины будет продолжаться до тех пор, пока расход через отверстие не будет равен нормальному расходу лотка при уклоне его i_0 . Это условие будет, очевидно, соответствовать равенству:

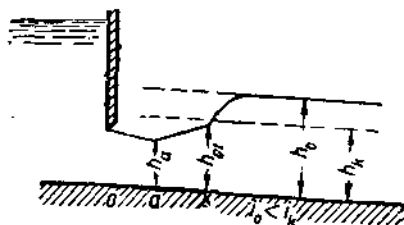
$$\mu h \sqrt{2g(H-h_0)} = h_0 c_0 \sqrt{R_0 i_0},$$



Фиг. 57.



Фиг. 58.



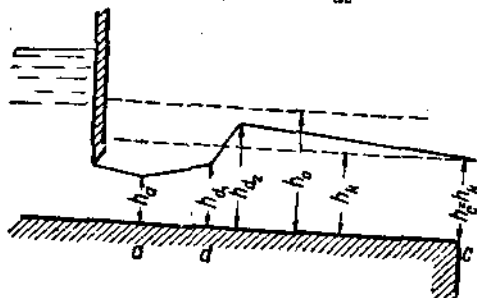
Фиг. 59.

где μ — коэффициент расхода в отверстии и h — высота последнего (фиг. 58).

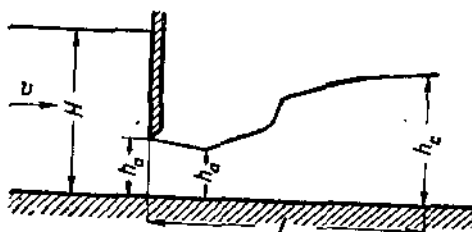
Если сопряженная глубина h_{01} окажется больше глубины h_a , то прыжок будет отодвинут струей вниз по течению на такое расстояние, которое соответствует увеличению глубины с h_a до h_{01} в зависимости от сопротивлений лотка. Кривая свободной поверхности, соответствующая этому переходному участку ab , и длина этого участка могут быть легко установлены интегрированием уравнения в пределах от h_0 до h_{01} (фиг. 59).

Некоторой разновидностью рассмотренного случая является условие, что длина лотка слишком мала для того, чтобы в нем могла установиться нормальная глубина h_0 . Лоток кончается — и струя может в конце его падать свободно. В этом случае в конце лотка должна установиться критическая глубина (§ 29); выше по течению критическая глубина будет

увеличиваться по кривой спада; с другой стороны, будет также увеличиваться по направлению вниз по течению глубина h_a по кривой подпора; переход с кривой подпора на кривую спада совершится прыжком в такой точке d , для которой глубина h_{a1} подпорного верхнего участка будет сопряженной глубиной h_{a2} для спадового нижнего участка (фиг. 60).



Фиг. 60.

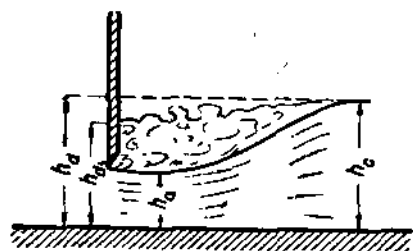


Фиг. 61.

Второй разновидностью будет случай преграды в конце лотка, поднимающей искусственно уровень воды в конце лотка до некоторой предельной глубины h_c (фиг. 61), которая больше нормальной глубины h_0 . Очевидно, что этот случай не отличается по существу своему от случая, описанного в § 17; место прыжка определяется при этом вполне аналогично с рассмотренными выше.

Подобно тому замечанию, которое было сделано выше в конце § 34, где рассматривалось истечение по водосливу с широким порогом, и здесь при истечении в лоток через отверстие необходимо точно так же отметить замечаемое часто неполное соответствие действительного явления с тем, что предсказывается теорией. Особенно это бывает в тех случаях, когда

имеется струя из-под щита, затопленная уровнем воды в лотке. Оказывается, здесь возможно наблюдать, например, непредусматриваемое теорией неполное поднятие воды до уровня лотка непосредственно позади отверстия (фиг. 62). Несомненно, что причины этого несовпадения те же, какие и указаны в конце § 34, и особенно здесь оказывает влияние невозможность учесть протяженность в длину прыжка и, главным образом, невозможность точного учета



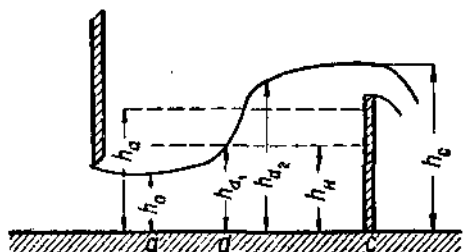
Фиг. 62.

распределения скоростей в поперечном сечении непосредственно ниже отверстия. Рассмотрение подобных деталей не может входить в задачу настоящего общего курса. Для изучения их отсылаем к специальным исследованиям, которые начинают появляться в последнее время в гидравлической литературе ¹.

¹ См., между прочим, доцент Леви, Новый метод расчета затопленных отверстий, „Известия Научно-исследовательского института гидротехники“, т. VI, 1932 г.; также инж. Б. Ф. Рельтов, О сопряжении с нижним бьефом струи, вытекающей

§ 43. Случай горизонтального лотка

Случай горизонтального лотка для некоторого постоянного, наперед заданного расхода является предельным для случая, рассмотренного в предыдущем параграфе, а потому не требует каких-либо особых указаний. Ниже мы рассмотрим этот случай с несколько измененной точки зрения, а именно с точки зрения явлений, сопровождающих истечение в горизонтальный лоток из водохранилища с определенным напором H при изменении высоты поднятия щита h . Заданными считаем напор H , коэффициент расхода μ , сжатия ϵ и скорости φ отверстия, длину горизонтального лотка L ; все рассуждения ведем относительно единицы ширины прямоугольного лотка; в конце лотка уровень устанавливается свободно, т. е. соответствует критической глубине h_k .



Фиг. 63.

Необходимо установить связь между расходом q и видом свободной поверхности, с одной стороны, и высотой открытия щита h — с другой (фиг. 63).

Для этого случая возможно составить, очевидно, ряд следующих уравнений:

$$h_a = \epsilon h,$$

$$q = \varphi h_a \sqrt{2g(H - h_a)},$$

$$\frac{\alpha q^2}{g} = h_k^3,$$

откуда

$$h_k^3 = 2\alpha \varphi^2 h_a^2 (H - h_a),$$

$$\left(\frac{h_k}{H}\right)^3 = 2\alpha \varphi^2 \left(\frac{h_a}{H}\right)^2 \left(1 - \frac{h_a}{H}\right),$$

$$\left(\frac{h_k}{H}\right)^3 = 2\alpha \varphi^2 \epsilon^2 \left(\frac{h}{H}\right)^2 \left(1 - \epsilon \frac{h}{H}\right),$$

$$\left(\frac{h_k}{H}\right)^3 = 2\alpha \mu^2 \left(\frac{h}{H}\right)^2 \left(1 - \epsilon \frac{h}{H}\right).$$

Полезно иметь в виду, что в написанных выражениях ради их упрощения коэффициенты μ и φ отнесены не к высоте отверстия h , как обычно, а к сжатому сечению h_a .

Нетрудно видеть, что при $\frac{h}{H}$ отношение $\frac{h_k}{H}$ тоже равно нулю, затем, второй раз $\frac{h_k}{H}$ равно нулю при $\frac{h}{H} = \frac{1}{\epsilon}$. Отсюда приходим к выводу, что величина $\frac{h_k}{H}$ имеет максимум при каком-то определенном значении $\frac{h}{H}$, ко-

из вертикального прямоугольного отверстия в тонкой стенке, „Известия сектора гидротехники и гидротехнических сооружений Института мелиорации и гидротехники“, вып. XXIII, Ленинград 1931.

торое может быть определено известными приемами как аналитически, так и графически. Для приблизительной оценки максимума величины $\frac{h_k}{H}$ предположим предельный случай, когда все коэффициенты α , μ , ε , φ равны единице. При этом

$$\left(\frac{h_k}{H}\right)^3 = 2\left(\frac{h}{H}\right)^2\left(1 - \frac{h}{H}\right).$$

Для этого случая легко получим, что максимум $\frac{h_k}{H}$ соответствует значению $\frac{h}{H} = \frac{2}{3}$, причем $\frac{h_k}{H}$ тоже равно $\frac{2}{3}$, и, следовательно, для этого случая $h_k = h = \frac{2}{3} H$, что соответствует течению через водослив, т. е. отсутствию смачивания верхнего ребра отверстия; при $\frac{h}{H}$, большем $\frac{2}{3}$, отношение $\frac{h_k}{H}$ становится меньше $\frac{2}{3}$ и уменьшается сначала медленно, а затем быстро до нуля, что доказывает, что критическая глубина меньше глубины h ; при $\frac{h}{H}$, меньшем $\frac{2}{3}$, отношение $\frac{h_k}{H}$ тоже меньше $\frac{2}{3}$, но больше соответственного отношения $\frac{h}{H}$, что доказывает, что критическая глубина больше глубины h .

Если h больше $\frac{2}{3} H$, т. е. если h_k меньше h , то на конце лотка должна установиться критическая глубина и кривая, соединяющая глубину h в начале лотка с глубиной h_k в конце, должна быть кривой спада; но для перехода глубины h на глубину h_k необходима некоторая длина лотка определенной величины, зависящей от гидравлических свойств (коэффициент шероховатости) последнего. Если длина лотка больше этой величины, то необходимая кривая спада не может образоваться, и вода в лотке зальет отверстие, чем уменьшит разницу уровней и расход до соответствующих размеров. Если длина лотка короче необходимой для образования спада величины, то кривая спада образуется, подойдет к отверстию на глубине, меньшей глубины h , что вызовет необходимость изменения характера истечения и приближения его к истечению через водослив с соответственным понижением уровня H позади стенки, т. е. с образованием воронки, наблюдаемой в действительности в некоторых случаях.

Если h меньше $\frac{2}{3} H$, т. е. если h_k больше h и h меньше h_k , то на конце лотка стремится образоваться глубина h_k , для чего необходима определенная длина лотка для соответственного увеличения глубины от первоначальной h до конечной h_k в зависимости от шероховатости лотка. При длине лотка меньше этой величины критическая глубина на конце не может образоваться и кривая свободной поверхности (кривая подпора) оборвется раньше образования этой глубины; при длине лотка больше необходимой в начале лотка образуется кривая подпора, которая в соответственном месте прыжком перейдет на кривую спада, оканчивающуюся в конце лотка критической глубиной.

Несколько иначе сложится явление истечения, если лоток на конце имеет преграду, поднимающую воду на некоторую определенную высоту. Так как критическая глубина в лотке, как было доказано выше, изменяется при изменении h , увеличиваясь постепенно при увеличении h до своего максимума, то возможны такие открытия, при которых эта критическая глубина меньше фиксированной глубины в конце лотка h_c . В этом случае отверстие может быть затоплено или же может образоваться прыжок в зависимости от длины лотка. Рассуждения здесь аналогичны тому, что было изложено в § 42. Если h при своем возрастании может дать значение для h_c , которое больше h_c , то явление будет протекать так, как было описано выше в том же § 42 для лотка без преграды на конце.

§ 44. Отвод воды от водосливной плотины

Сопряжение струи, ниспадающей с водослива в лоток, может иметь различный характер в зависимости от гидравлических свойств водослива, с одной стороны, и отводящего русла — с другой. В этом вопросе достаточную ясность внесла работа Б. А. Бахметева, сущность которой и будет изложена в дальнейшем.

Задача будет рассматриваться в применении к водосливу без бокового сжатия с отводом воды в прямоугольный канал.

Считаем заданными высоту плотины p , расход через нее на единицу длины q и глубину воды h_c в нижнем бьефе (фиг 64).

Расход q связан с напором H на водосливе обычной формулой водослива:

$$q = m H \sqrt{2gH},$$

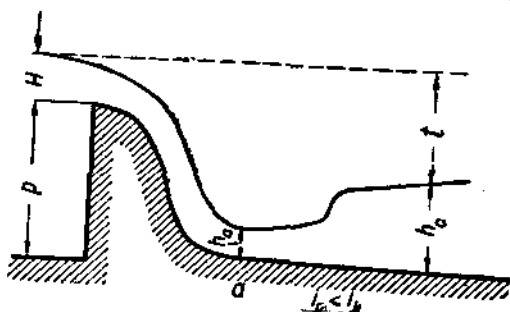
где коэффициент m находится по таблицам в соответствии с характером данной водосливной плотины. Несомненно, что в этом коэффициенте необходимо считать учтенной скорость подхода к водосливному ребру v_0 . Если бы это не имело места, то эта скорость подхода должна была бы быть учтена соответствующей прибавкой величины $\frac{v_0^2}{2g}$ к напору H по обычному методу.

Скорость ниспадающей струи у подножия плотины возможно вычислить по уравнению Бернулли. Сравнение энергии струи до входа на водослив и у подножия плотины в точке a дает:

$$H + p + a_0 \frac{v_0^2}{2g} = a \frac{v_a^2}{2g} + h_a,$$

$$q = (H + p) v_0 = h_a v_a = m \sqrt{2gH^3},$$

$$v_a = \varphi \sqrt{2g(H + p - h_a)}.$$



Фиг. 64.

Коэффициент φ учитывает как все сопротивления движения, так, равно, и скорость подхода и величину коэффициентов α_0 и α ; с другой стороны,

$$v_a = \frac{q}{h_a} = \frac{m\sqrt{2g}H^{\frac{3}{2}}}{h_a}.$$

Таким образом

$$\frac{m\sqrt{2g}H^{\frac{3}{2}}}{h_a} = \varphi \sqrt{2g(H+p-h_a)},$$

$$mH^{\frac{3}{2}} = \varphi h_a \sqrt{(H+p-h_a)}.$$

Полученное квадратное уравнение дает возможность определить h_a , а следовательно, и v_a , которые установятся, если расход достигнет заданной величины q .

Глубину h_c , образующуюся в нижнем бьефе, считаем заданной по заданным гидравлическим элементам отводного русла. Если уклон этого русла больше критического, то глубина h_a перейдет на глубину h_c плавной кривой. Если уклон меньше критического, что обычно и имеет место, то должен образоваться прыжок. Прыжок будет отогнанным или надвинется на ниспадающую струю в зависимости от того, больше или меньше сопряженная с глубиной h_a глубина h_{a1} глубины h_c . Значение глубины h_{a1} найдется по уравнению:

$$h_{a1} = \frac{h_a}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{8\alpha q^2}{g h_a^3}} - 1 \right).$$

Таким образом условием образования струи с отогнанным прыжком является требование, чтобы h_{a1} было больше h_c :

$$h_c < \frac{h_a}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{8\alpha q^2}{g h_a^3}} - 1 \right).$$

Выразим, следуя Бахметеву, глубину h_c через разность уровней до водослива и после перепада t :

$$h_c = H + p - t,$$

$$H + p - t = \frac{h_a}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{8\alpha q^2}{g h_a^3}} - 1 \right),$$

$$t < H + p - \frac{h_a}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{8\alpha q^2}{g h_a^3}} - 1 \right).$$

Разделим все неравенство на p и введем обозначения:

$$\frac{H}{p} = x; \quad \frac{h_a}{p} = y; \quad \frac{t}{p} = z;$$

$$z > x + 1 - \frac{y}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{8\alpha q^2}{g y^3 p^3}} - 1 \right),$$

но

$$q = m \sqrt[3]{2gH^2}; \quad q^2 = 2gm^2H^3;$$

поэтому

$$\frac{8\alpha q^2}{gy^3p^2} = \frac{16\alpha m^2}{y^3} \cdot \frac{H^3}{p^2} = 16\alpha m^2 \frac{x^3}{y^3}$$

и

$$z > x + 1 - \frac{y}{2} \left(\sqrt{1 + 16\alpha m^2 \frac{x^3}{y^3}} - 1 \right);$$

величины x и y связаны между собой уравнением, данным выше:

$$m \sqrt[3]{H^2} = \varphi h_a \sqrt{H + p - h_a},$$

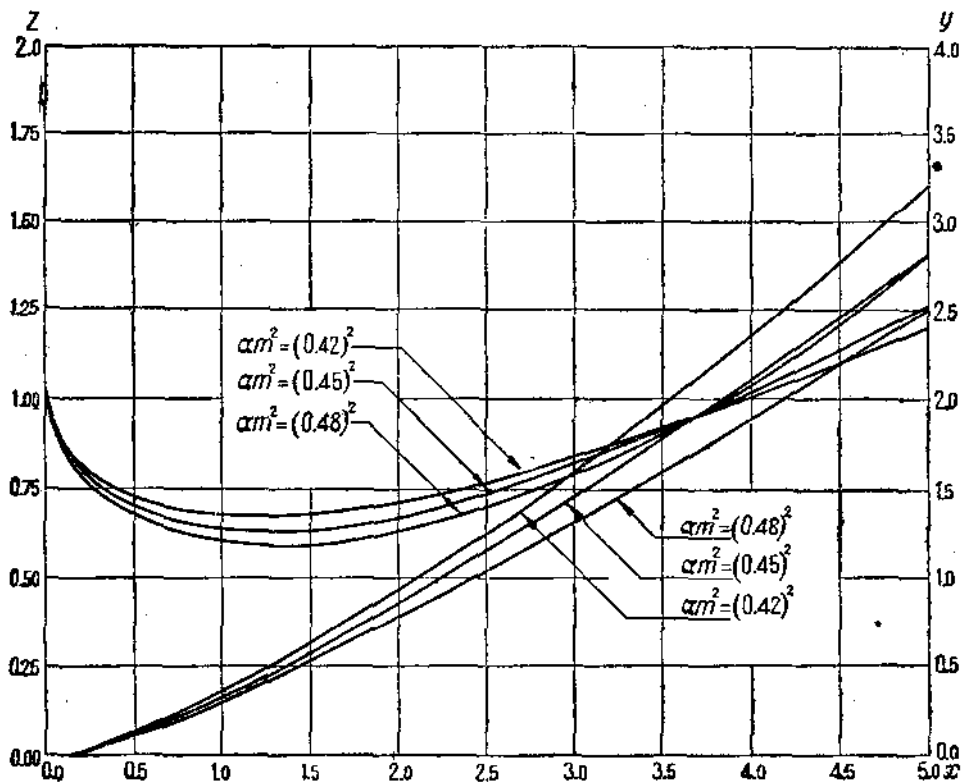
которое может быть написано в виде

$$m^2 H^3 = \varphi^2 h_a^2 (H + p - h_a),$$

$$m^2 x^3 = \varphi^2 y^2 (x + 1 - y).$$

ДИАГРАММА I.

Кривые к расчету перепадов при $\varphi^2 = 1,00$.



Из последнего уравнения для облегчения вычислений можно заменить $\frac{m^2 x^3}{y^3}$ через

$$\frac{m^2 x^3}{y^3} = \varphi^2 \left(\frac{x+1-y}{y} \right),$$

причем:

$$z > x + 1 - \frac{y}{2} \left[\sqrt{1 + 16\varphi^2 \alpha \left(\frac{x+1-y}{y} \right)} - 1 \right].$$

Для наглядности получаемых результатов Бахметевым даны в зависимости от x кривые для y и z — точнее, для максимального значения z , т. е. для

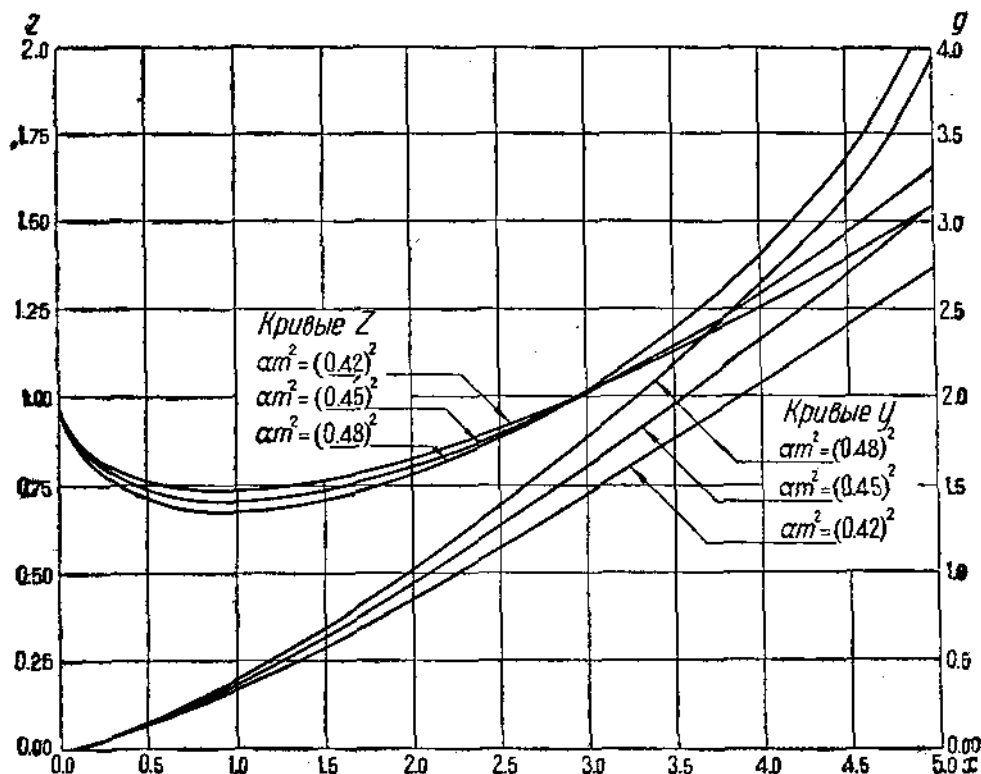
$$z = x + 1 - \frac{y}{2} \left[\sqrt{1 + 16\varphi^2 \alpha \left(\frac{x+1-y}{y} \right)} - 1 \right];$$

при этом для двух значений φ :

$$\varphi = 1; \quad \varphi = 0,95.$$

ДИАГРАММА II

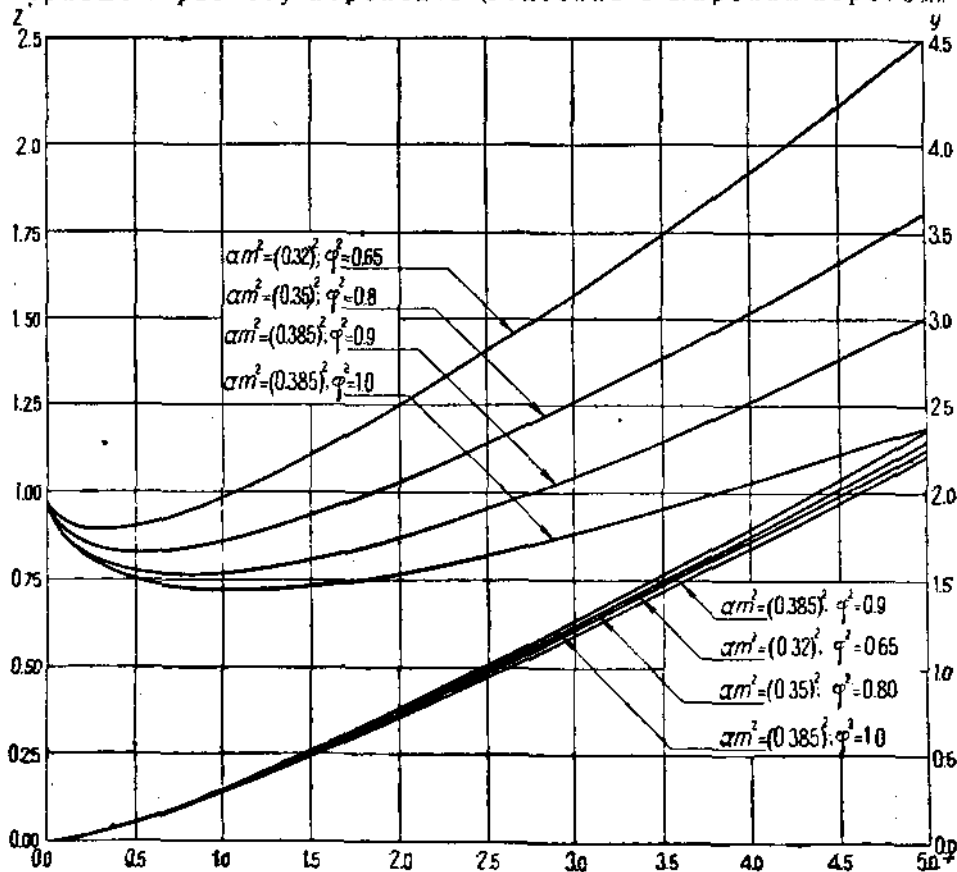
Кривые к расчету перепадов при $\varphi^2 = 0,9$.



На стр. 125 и 126 приведены две диаграммы I и II, на которых для обоих этих случаев кривые даны в трех предположениях: при $am^2 = (0,42)^2$, $am^2 = (0,45)^2$ и $am^2 = (0,48)^2$, что обнимает почти все встречающиеся в практике возможности. Независимо от этого на диаграмме III даны такие же кривые для водослива с широким порогом при соответствующих значениях коэффициентов m , am^2 и φ .

ДИАГРАММА III

Кривые к расчету перепадов (водослив с широким порогом).



§ 45. Расчет водобойного колодца

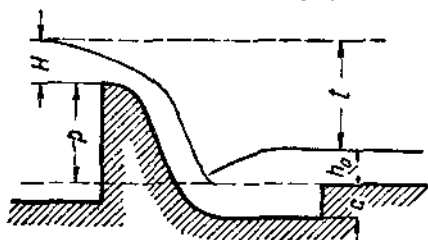
Указываемые в предыдущем параграфе взаимоотношения дают возможность решить вопрос о том, каковы должны быть размеры водобойного колодца в отводящем русле для того, чтобы не получился отогнанным прыжок, т. е. для того, чтобы прижать последний к водосливной стенке.

Водобойный колодец можно устроить двояким образом: либо углубляя дно русла, либо устраивая в отводящем русле стенку некоторой высоты.

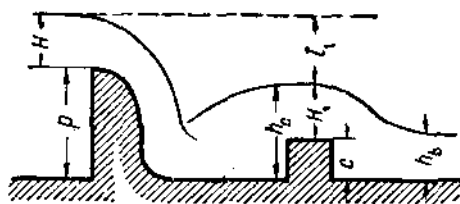
Разберем оба случая отдельно.

В первом случае величину углубления колодца ниже дна (фиг. 65) обозначим через c . Очевидно, для водобойного колодца необходимо взять такую глубину, чтобы удовлетворилось выше написанное неравенство, которое не было удовлетворено до устройства углубления, для чего при обозначениях:

$$z_1 = \frac{t_1}{p+c}, \quad x_1 = \frac{H}{p+c}, \quad y_1 = \frac{h_c+c}{p+c}$$



Фиг. 65.



Фиг. 66.

необходимо, чтобы

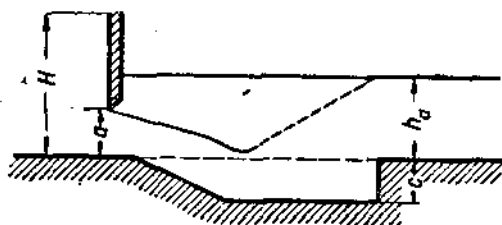
$$z_1 > x_1 + 1 + \frac{y_1}{2} \left(\sqrt{1 + 16 \varphi^2 a \left(\frac{x_1 + 1 - y_1}{y_1} \right)} - 1 \right).$$

Если вместо углубления дна устраивается стенка, поднимающая уровень нижнего бьефа до некоторой новой глубины h_c (фиг. 66), то метод расчета остается прежним. Обозначая:

$$z_1 = \frac{t_1}{p}, \quad x_1 = x = \frac{H}{p}, \quad y_1 = \frac{h_c}{p},$$

будем, очевидно, иметь неравенство:

$$z_1 > x_1 + 1 + \frac{y_1}{2} \left(\sqrt{1 + 16 \varphi^2 a \left(\frac{x_1 + 1 - y_1}{y_1} \right)} - 1 \right),$$



Фиг. 67.

которое должно быть выполнено. Замечая, что в данном случае:

$$t_1 = H + p - c - H_1,$$

$$h_c = H_1 + c,$$

из написанного неравенства определением t_1 и h_c придем также к определению необходимой высоты стенки c .

Водобойные колодцы и водобойные стенки, очевидно, могут быть устроены также для предупреждения появления прыжка при истечении изпод щита (фиг. 67) или в основании быстротоков (фиг. 68 а, б, в).

Пример 1¹. В реке поставлена плотина высотой 3 м при толщине переливающегося слоя $H = 1,5$ м. Глубина воды в нижнем бьефе $h_b = 2$ м.

¹ Пример заимствован из цитированного труда Б. А. Бахметева.

Коэффициент расхода водослива $m = 0,45$. Требуется определить необходимую глубину водобойного колодца (фиг. 69). Установим, какая форма сопряжения будет иметь место при заданных условиях.

Из фиг. 69 имеем:

$$z = \frac{p + H - t_b}{p} = \frac{2,5}{3} = 0,835;$$

$$x = \frac{H}{p} = \frac{1,5}{3} = 0,5.$$

По кривой диаграммы I при $m = 0,45$ (α принимаем равным 1) и при $\varphi = 1$ имеем $z_{\min} = 0,7$, т. е. меньше 0,835, что доказывает возможность появления прыжка и необходимость его устранения путем углубления дна русла. Путем постепенного приближения, пользуясь кривыми, находим соответствующую глубину колодца c . В первом приближении примем для z первоначальную величину 0,7; при этом

$$z_1 = \frac{t}{p + c} = 0,7,$$

откуда

$$c > \frac{t - 0,7p}{0,7} = 1,43t - p = 3,6 - 3 = 0,6;$$

принимая для c величину 0,6, производим проверку

$$t = 2,5, \quad p_1 = p + c = 3,6,$$

$$z_1 = \frac{2,5}{3,6} = 0,7;$$

в то же время

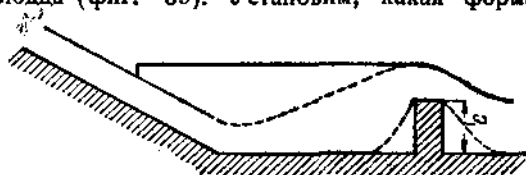
$$x_1 = \frac{H}{p + 0,6} = \frac{1,5}{3,6} = 0,42;$$

и по кривой

$$z_1 = 0,72,$$

т. е. больше 0,7, что доказывает приемлемость найденной глубины колодца.

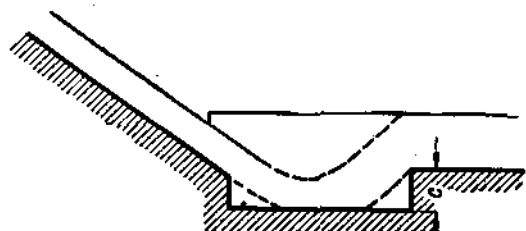
Пример 2. Река подпущена плотной высотой 10 м, слой перепадающей воды $H = 1$ м; глубина воды в отводном русле $t = 1,5$ м, $m = 0,45$, $\varphi = 1$, $\alpha = 1,0$.



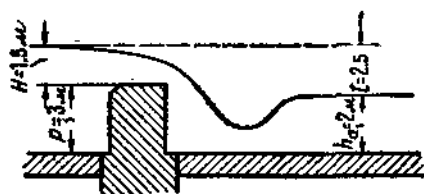
Фиг. 68а.



Фиг. 68б.



Фиг. 68в.



Фиг. 69.

Делаем проверку на возможность появления прыжка:

$$x = \frac{H}{p} = 0,1.$$

По кривой соответственно

$$z_{\min} = 0,87,$$

для нашего же случая

$$z = \frac{p + H - t}{p} = \frac{10 + 1 - 1,5}{10} = \frac{9,5}{10} = 0,95,$$

т. е. больше 0,87, и прыжок будет иметь место. Необходимо устройство водобойной стенки (фиг. 70).

Для этого необходимо, чтобы

$$\frac{t_1}{p} = \frac{p + H - (c + H_1)}{p}$$

было меньше вышенайденной величины 0,87. Величина обусловлена высотой переливающейся через водослив струи; как первое

приближение принимаем $H_1 = H$; при этом имеем:

$$\frac{p - c}{p} < 0,87;$$

$$\frac{c}{p} > 1 - 0,87;$$

$$\frac{c}{p} > 0,13;$$

$$c > 1,3.$$

Выбираем $c = 1,5$ м.

Необходимо проверить, не будет ли образовываться прыжок ниже стенки c .

Указанный метод расчета и соответствующие два примера дают возможность определить глубину колодца (и высоту стенок) для устранения появления прыжка, оставляя открытым вопрос о необходимой длине колодца благодаря отсутствию возможности подойти к расчету протяженности прыжка в длину; этот вопрос при настоящем развитии теории неравномерного движения не поддается теоретическому подходу и решается практически формулами, даваемыми в специальных отделах гидротехники.

§ 46. Перепады

Перепадом называется порог с вертикальной или сильно наклонной стенкой, устраиваемой в канале для перехода течения на более низкую отметку.

Движение воды через перепад вполне аналогично истечению через водослив с широким порогом, разница лишь в подборе соответствующих параметров.

В конце лотка на ребре перепада устанавливается критическая глубина, соответствующая данному расходу Q . При этом расход определяется в зависимости от напора H (фиг. 71) по обычной формуле водослива при коэффициенте $m = 0,385$.

Это дает возможность вычислить H при заданном Q по формуле водослива:

$$Q = m \sqrt{2g} H^{\frac{3}{2}}$$

и таким образом получить исходные данные для использования кривых

диаграммы III, где по величине $x = \frac{H}{p}$ определяется наличие условия, необходимого для образования прыжка:

$$z = \frac{t}{p} \geq x + 1 + \frac{y}{2} \left(\sqrt{1 + 16\varphi^2 \alpha \left(\frac{x+1-y}{y} \right)} - 1 \right).$$

Величина φ может быть взята равной 1. Глубина колодца для устранения прыжка определится так же, как было указано в предшествующем параграфе.

§ 47. Заключение

Все изложенное выше, касающееся как вывода уравнения неустановившегося движения для открытого русла, так и его интегрирования и применения в различных случаях, встречающихся на практике, с достаточной определенностью убеждает, как много необходимо сделать различного рода допущений и упрощений, чтобы довести задачу до конца и придать уравнениям неравномерного движения удобный для вычислений и обозрения вид.

Это доказывает, насколько фактивно то уточнение решений, которое часто стремятся внести особо точными приемами математического интегрирования.

Из допущений, делаемых, как правило, при выводе и применении уравнения неравномерного движения, особенно характерным является предположение, что коэффициент α возможно считать постоянным и равным около 1,1. Выше в § 30 и 31 была сделана попытка указать, насколько при этом формулы, получаемые теоретическим путем, отклоняются от истинного отображения явления. Конечно, разобранный в этих параграфах пример далеко не является единственным в этой области. В настоящее время грандиозного гидротехнического строительства, когда составителям проектов необходимо иметь дело с потоками весьма больших поперечных сечений, вопрос о степени неравномерности распределения скоростей в поперечных сечениях приобретает особенно большое значение.

Определение достаточно близких к истинным значений коэффициента α может быть достигнуто путем целесообразно поставленных опытов. Но и сейчас на основании предварительных соображений, отчасти уже изложен-

ных в соответственных местах выше, возможно установить, что в потоке должны быть места, где этот коэффициент α будет значительно отличаться от обычно принимаемой величины 1,1. Так, в случае прыжка в сечении, лежащем ниже последнего, α должно быть около 2,0 и больше, наоборот, в точке, где кончается русло и поток может падать свободно „водопадом“ с глубиной, равной критической, коэффициент α должен уменьшаться, стремясь достигнуть своей предельной величины, равной единице. Это последнее соображение основано на том, что при уменьшении глубины потока и увеличении средней скорости течения, скорости отдельных струек должны выравниваться между собой, как это следует из выводов § 6.

Переменная величина коэффициента α усложняет уравнение неравномерного движения и отдельные получаемые из него выражения для критической скорости, сопряженных глубин и т. п. Это усложнение тем более значительно, что ввиду полного отсутствия соответствующих опытов неизвестен закон изменения α вдоль по длине потока.

Все эти соображения приводят неизбежно к выводу, что известная нам теория неравномерного движения определяет больше качественную сторону изучаемых ею явлений; количественную же сторону дает только с достаточно грубым приближением. Для корректирования возможных при расчетах проектируемых сооружений неточностей и неуязок гидравлика обладает в настоящее время весьма действительным средством испытания и проверки на моделях будущих сооружений предсказываемого расчетами характера движения воды.

Таким образом эксперимент необходим в гидравлике неравномерного движения в двух направлениях: для установления численных значений коэффициента α и для модельных испытаний.

Несомненно, что та неопределенность, какая внесена в теорию незнанием истинного значения коэффициента α , усугубляется также неопределенностью коэффициента шероховатости русла, величина коего должна быть, как это было указано в § 6, связана с тем же коэффициентом α .

Все вышеизложенное заставляет констатировать, что гидравлика в изучении неравномерного движения не стоит еще на должной высоте и в этом отношении необходимы дальнейшие исследования и работы. В настоящее же время всякий пользующийся уравнением неравномерного движения не может механически применять это уравнение, а должен обладать значительным „гидравлическим чутьем“, дабы сознательно направлять расчеты и делать приемлемые в каждом частном случае допущения, отвергая неприемлемые. К этой области гидравлики более, чем ко всякой другой, применимо выражение, принадлежащее Дюпюи и взятое Рюльманом как эпиграф для его книги „Гидромеханика“¹. „Les formules ne sont que des outils que doit diriger l'intelligence et qui ne peuvent jamais la remplacer“.

¹ Rühlmann, Hydromechanik. 1880 Hannover.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ТАБЛИЦЫ

ТАБЛИЦА I

$$\text{Значения } h = \frac{v^2}{2g} \quad g = 9,81 \text{ м/сек}^2$$

<i>v</i>	<i>h</i>	<i>v</i>	<i>h</i>	<i>v</i>	<i>h</i>	<i>v</i>	<i>h</i>	<i>v</i>	<i>h</i>
0	0,00000	40	81,5494	80	326,198	285	4139,91	645	21204,1
1	0,05097	41	85,6779	81	334,404	295	4435,52	655	21866,7
2	0,20387	42	89,9083	82	342,712	300	4587,16	665	22539,5
3	0,45872	43	94,2406	83	351,121	305	4741,34	675	23222,5
4	0,80549	44	98,6748	84	359,633	315	5057,34	685	23915,7
5	1,27421	45	103,211	85	368,247	325	4383,54	695	24619,0
6	1,83486	46	107,849	86	376,962	335	5719,93	700	24974,5
7	2,49745	47	112,589	87	385,780	345	6066,51	705	25332,6
8	3,26198	48	117,431	88	394,699	355	6423,29	715	26056,3
9	4,12844	49	122,375	89	403,721	365	6790,26	725	26790,3
10	5,09684	50	127,421	90	412,844	375	7167,43	735	27534,4
11	6,16718	51	132,669	91	422,069	385	7554,79	745	28288,7
12	7,33945	52	137,819	92	431,397	395	7952,34	755	29053,3
13	8,61366	53	143,170	93	440,826	400	8154,94	765	29828,0
14	9,98981	54	148,624	94	450,357	405	8360,09	775	30612,9
15	11,4679	55	154,179	95	459,990	415	8778,03	785	31408,0
16	13,0479	56	159,837	96	469,725	425	9206,17	795	32213,3
17	14,7299	57	165,596	97	479,562	435	9644,50	800	32619,8
18	16,5138	58	171,458	98	489,501	445	10093,0	805	33028,8
19	18,3996	59	177,421	99	499,541	455	10551,7	815	33854,5
20	20,3874	60	183,486	100	509,684	465	11020,6	825	34690,4
21	22,4771	61	189,653	105	561,927	475	11499,7	835	35536,4
22	24,6687	62	195,923	115	674,057	485	11989,0	845	36392,7
23	26,9623	63	202,294	125	796,381	495	12488,5	855	37259,2
24	29,3573	64	208,767	135	928,899	500	12742,1	865	38185,8
25	31,8552	65	215,341	145	1071,61	505	12998,2	875	39022,7
26	34,4546	66	222,018	155	1224,52	515	13518,1	885	39919,7
27	37,1560	67	228,797	165	1387,61	525	14048,2	895	40827,0
28	39,9592	68	235,678	175	1560,91	535	14588,4	900	41284,4
29	42,8644	69	242,661	185	1744,39	545	15138,9	905	41744,4
30	45,8716	70	249,745	195	1938,07	555	15699,5	915	42672,0
31	48,9807	71	256,932	200	2038,74	565	16270,4	925	43609,8
32	52,1917	72	264,220	205	2141,95	575	16851,4	935	44557,8
33	55,5046	73	271,611	215	2356,01	585	17442,7	945	45516,1
34	58,9195	74	279,103	225	2574,34	595	18044,1	955	46484,5
35	62,4363	75	286,697	235	2814,73	600	18343,6	965	47463,1
36	66,0551	76	294,393	245	3059,38	605	18655,3	975	48451,8
37	69,7757	77	303,192	255	3314,22	615	19277,5	985	49450,8
38	73,5984	78	310,092	265	3579,26	625	19909,5	995	50460,0
39	78,5229	79	318,094	275	3854,48	635	20551,8	1 000	50968,4

ТАБЛИЦА II

Значений $v = \sqrt{2gh}$ $g = 9,81 \text{ м/сек}^2$

h	v	h	v	h	v	h	v	h	v
1	4,42945	41	28,3623	81	39,8650	210	64,1888	610	109,399
2	6,26418	42	28,7061	82	40,1103	220	65,6993	620	110,292
3	7,67202	43	29,0458	83	40,3542	230	67,1759	630	111,435
4	8,85889	44	29,3816	84	40,5032	240	68,6207	640	112,057
5	9,90454	45	29,7136	85	40,8375	250	70,0357	650	112,929
6	10,8499	46	30,0420	86	41,0770	260	71,4227	660	113,795
7	11,7492	47	30,3668	87	41,3151	270	72,7832	670	114,653
8	12,5284	48	30,6881	88	41,5519	280	74,1188	680	115,506
9	13,2883	49	31,0061	89	41,7873	290	75,4308	690	116,352
10	14,0071	50	31,3209	90	42,0214	300	76,7202	700	117,192
11	14,6908	51	31,6326	91	42,2542	310	77,9884	710	118,026
12	15,3440	52	31,9412	92	42,4858	320	79,2364	720	118,855
13	15,9706	53	32,2469	93	42,7160	330	80,4649	730	119,677
14	16,5730	54	32,5497	94	40,9451	340	81,6750	740	120,194
15	17,1553	55	32,8496	95	43,1729	350	82,8673	750	121,305
16	17,7178	56	33,1469	96	43,3995	360	84,0429	760	122,111
17	18,2630	57	33,4416	97	43,6250	370	85,2021	770	182,912
18	18,7925	58	33,7337	98	43,8498	380	86,3158	780	123,708
19	19,3075	59	34,0232	99	44,0724	390	87,4746	790	124,498
20	19,8091	60	34,3105	100	44,2945	400	88,5889	800	125,284
21	20,2983	61	34,5951	105	45,3883	410	89,6895	810	126,064
22	20,7759	62	34,8775	110	46,4564	420	90,7767	820	126,840
23	21,2428	63	35,1577	115	47,8005	430	91,8510	830	127,611
24	21,6998	64	35,4356	120	48,5224	440	92,9129	840	128,378
25	22,1472	65	35,7213	125	49,5227	450	93,9627	850	129,140
26	22,5858	66	35,9850	130	50,5037	460	95,0010	860	129,397
27	23,0161	67	36,2566	135	51,4655	470	96,0281	870	130,650
28	23,4384	68	36,5262	140	52,4099	480	97,0443	880	131,399
29	23,8535	69	36,7938	145	53,3376	490	98,0500	890	132,143
30	24,2611	70	37,0594	150	54,2492	500	99,0454	900	132,883
31	24,6621	71	37,3232	155	55,1462	510	100,031	910	133,620
32	25,0567	72	37,5851	160	56,0284	520	101,907	920	134,352
33	25,4452	73	38,8452	165	56,8973	530	101,974	930	135,080
34	25,8279	74	38,1035	170	57,7529	540	102,931	940	135,804
35	26,2050	75	38,3601	175	58,5961	550	103,880	950	136,525
36	26,5767	76	38,6150	180	59,4272	560	104,820	960	137,241
37	26,9433	77	28,8682	185	60,2470	570	105,752	970	137,954
38	27,3049	78	29,1198	190	61,0555	580	106,675	980	138,664
39	27,6619	79	39,3698	195	61,8539	590	107,591	990	139,369
40	28,0143	80	39,6182	200	62,6418	600	108,499	1 000	140,071

ТАБЛИЦА III

Значения квадратных корней из величин уклонов $\sqrt{i}$

Уклон i		$\sqrt{i}$	Уклон i		$\sqrt{i}$
В десятичных дробях	В простых дробях		В десятичных дробях	В простых дробях	
0,0003	1:3333,3	0,0173	0,025	1:40	0,1581
0,0004	1:2500	0,0200	0,026	1:38,5	0,1612
0,0005	1:2000	0,0224	0,027	1:37	0,1643
0,0006	1:1666,7	0,0145	0,028	1:35,7	0,1673
0,0007	1:1428,6	0,0265	0,029	1:34,5	0,1703
0,0008	1:1250	0,0283	0,03	1:33,3	0,1732
0,0009	1:1111,1	0,0300	0,035	1:28,6	0,1871
0,001	1:1000	0,0316	0,04	1:25	0,2000
0,0015	1:666,7	0,0387	0,045	1:22,2	0,2121
0,002	1:500	0,0447	0,05	1:20	0,2236
0,0025	1:400	0,0500	0,055	1:18,2	0,2345
0,003	1:333,3	0,0548	0,06	1:16,7	0,2450
0,0035	1:285,7	0,0592	0,065	1:15,4	0,2550
0,004	1:250	0,0632	0,07	1:14,3	0,2646
0,0045	1:222,2	0,0671	0,075	1:13,3	0,2739
0,005	1:200	0,0707	0,08	1:12,5	0,2828
0,0055	1:181,8	0,0742	0,085	1:11,8	0,2915
0,006	1:166,7	0,0775	0,09	1:11,1	0,3000
0,0065	1:153,8	0,0806	0,095	1:10,5	0,3082
0,007	1:142,0	0,0837	0,10	1:10	0,3162
0,0075	1:133,3	0,0866	0,105	1:9,5	0,3240
0,008	1:125	0,0894	0,11	1:9	0,3317
0,0085	1:117,6	0,0922	0,115	1:8,7	0,3391
0,009	1:111,1	0,0949	0,12	1:8,3	0,3464
0,0095	1:105,3	0,0975	0,125	1:8	0,3536
0,01	1:100	0,1000	0,13	1:7,7	0,3606
0,011	1:90,9	0,1049	0,135	1:7,4	0,3674
0,012	1:83,3	1,1095	0,14	1:7,1	0,3742
0,013	1:76,9	0,1140	0,145	1:6,9	0,3808
0,014	1:71,4	0,1183	0,15	1:6,7	0,3873
0,015	1:66,7	0,1225	1,155	1:6,5	0,3937
0,016	1:62,5	0,1265	0,16	1:6,3	0,4000
0,017	1:58,8	0,1304	0,165	1:6,1	0,4062
0,018	1:55,6	0,1342	0,17	1:5,9	0,4123
0,019	1:52,6	0,1378	0,175	1:5,7	0,4172
0,02	1:50	0,1414	0,18	1:5,6	0,4243
0,021	1:47,6	0,1449	0,185	1:5,4	0,4301
0,022	1:45,5	0,1483	0,19	1:5,3	0,4359
0,023	1:43,5	0,1517	0,195	1:5,1	0,4416
0,024	1:41,7	0,1549	0,20	1:5	0,4472

ТАБЛИЦА IV

Значение квадратных корней из величин гидравлических радиусов R

R	$\sqrt{R}$	R	$\sqrt{R}$	R	$\sqrt{R}$	R	$\sqrt{R}$	R	$\sqrt{R}$
0,100	0,316	0,270	0,520	0,660	0,812	1,225	1,11	2,250	1,50
0,105	0,324	0,280	0,529	0,680	0,825	1,250	1,12	2,300	1,52
0,110	0,332	0,290	0,539	0,700	0,837	1,275	1,13	2,350	1,53
0,115	0,339	0,300	0,548	0,720	0,849	1,300	1,14	2,400	1,55
0,120	0,346	0,310	0,557	0,740	0,860	1,325	1,15	2,450	1,57
0,125	0,353	0,320	0,566	0,760	0,872	1,350	1,16	2,500	1,58
0,130	0,360	0,330	0,574	0,780	0,883	1,375	1,17	2,550	1,60
0,135	0,367	0,340	0,583	0,800	0,894	1,400	1,18	2,600	1,61
0,140	0,374	0,350	0,592	0,820	0,905	1,425	1,19	2,650	1,63
0,145	0,381	0,360	0,600	0,840	0,916	1,450	1,20	2,700	1,64
0,150	0,387	0,370	0,608	0,860	0,927	1,475	1,21	2,750	1,66
0,155	0,394	0,380	0,616	0,880	0,938	1,500	1,22	2,800	1,67
0,160	0,400	0,390	0,624	0,900	0,949	1,525	1,24	2,850	1,69
0,165	0,406	0,400	0,632	0,920	0,959	1,600	1,26	2,900	1,70
0,170	0,412	0,420	0,648	0,940	0,970	1,650	1,28	2,950	1,72
0,175	0,418	0,440	0,663	0,960	0,980	1,700	1,30	3,000	1,73
0,180	0,424	0,460	0,678	0,980	0,990	1,750	1,32	3,100	1,76
0,185	0,430	0,480	0,693	1,000	1,000	1,800	1,34	3,200	1,79
0,190	0,436	0,500	0,707	1,025	1,010	1,850	1,36	3,300	1,82
0,195	0,442	0,520	0,721	1,050	1,025	1,900	1,38	3,400	1,85
0,200	0,447	0,540	0,735	1,075	1,04	1,950	1,40	3,500	1,87
0,210	0,458	0,560	0,748	1,100	1,05	2,000	1,41	3,600	1,90
0,220	0,469	0,580	0,762	1,125	1,06	2,050	1,43	3,700	1,92
0,230	0,480	0,600	0,775	1,150	1,07	2,100	1,45	3,800	1,95
0,240	0,490	0,620	0,787	1,175	1,08	2,150	1,47	3,900	1,97
0,250	0,500	0,640	0,800	1,200	1,10	2,200	1,49	4,000	2,00
0,260	0,510								

ТАБЛИЦА V

Значения коэффициента шероховатости m^1 в формуле Базена $c = \frac{87}{1 + \frac{m}{\sqrt{R}}}$
по Базену (Bazin)

1	Для очень гладких стенок (гладкая штукатурка цементом, строганные доски)	0,06
2	Для гладких стенок (доски, кирпич, тесаный камень и т. п.)	0,16
3	Для негладких стенок (бутовая кладка)	0,46
4	Для стенок в очень плотном и чисто содержащемся земляном грунте, мощеных легким булыжником, сравнительно чисто высеченных в скале и т. д.	0,85
5	Для земляных стенок в обычном состоянии, для стенок из мало выросшего булыжника и т. д.	1,30
6	Для стенок очень негладких, с обилием водорослей, крупной гальки, плохой кладки, при скалистом дне и т. д.	1,75

¹ Коэффициент шероховатости в формуле Базена обозначен буквой m вместо обычно применяемой буквы γ из-за желания сохранить за последней обозначение объемного веса согласно с принятым в русской технической литературе.

ТАБЛИЦА VI

Значения коэффициента m в формуле Базена $c = \frac{87}{1 + \frac{m}{\sqrt{R}}}$
по Хортону (Horton)

	Состояние стенок	Лучшее	Хорошее	Удовлетворительное	Плохое
1	Глазурованные канализационные трубы . . .	0,06	0,22	0,33	0,50
2	Обыкновенные гончарные дренажные . . .	0,11	0,16	0,28	0,50
3	Глазурованные кирпичные стенки . . .	0,06	0,14	0,22	0,33
4	Кирпич на цементном растворе . . .	0,14	0,22	0,33	0,50
5	Чистая цементная штукатурка . . .	0,00	0,06	0,14	0,22
6	Обыкновенная цементная штукатурка . . .	0,06	0,11	0,22	0,33
7	Бетонные трубы . . .	0,14	0,22	0,33	0,41
8	Доски строганные . . .	0,00	0,14	0,22	0,28
9	нестроганные . . .	0,06	0,22	0,28	0,33
10	с неровностями . . .	0,14	0,33	0,41	0,55
11	Бетонные, тщательно выровнен. каналы . . .	0,14	0,28	0,41	0,55
12	Бутовая кладка . . .	0,50	0,69	1,05	1,38
13	Сухая кладка . . .	1,05	1,38	1,60	1,75
14	Тесаный камень . . .	0,22	0,28	0,36	0,50
15	Гладкие металлические поверхности . . .	0,06	0,14	0,22	0,33
16	Шероховатые . . .	0,88	1,05	1,22	1,38
17	Земляные каналы, хорошо содержимые . . .	0,50	0,69	0,88	1,05
18	покрытые водорослями . . .	1,05	1,38	1,75	2,08
19	Каналы с крупной галькой при скальном дне и т. п. . .	1,38	1,75	2,05	2,32
20	Естественные потоки в хороших условиях . . .	1,05	1,38	1,75	2,08
21	Естественные потоки с водорослями и т. п. . .	1,75	2,42	3,48	4,80

ТАБЛИЦА VII

Значения коэффициента m в формуле Куттера $c = \frac{87}{1 + \frac{m}{\sqrt{R}}}$

1	Чистый, тщательнейшим образом заглаженный цемент . . .	0,12
2	Чистый, хорошо заглаженный цемент и весьма тщательно простроганные доски . . .	0,15
3	Хорошо прифугованные доски . . .	0,20
4	Обыкновенные нестроганные доски, тщательно выложенная каменная кладка, цементная штукатурка, водопроводные трубы после долгого употребления, но без больших выкрустаций . . .	0,25
5	Обыкновенная тесовая кладка, канализацион. цементн. трубы 0,30 до . . .	0,35
6	Обыкновенная кладка на известковом растворе из неотесанных камней, старая грубая каменная кладка . . .	0,45
7	Русло, немного покрытое илом . . .	0,55
8	Грубая кладка с илистым осадком . . .	0,75
8а	Хорошо пригнанная мостовая . . .	0,75
9	Старая кирпичн. клад. с илистыми осадками, но свобод. от мха и растен. . .	1,00
10	Очень правильный, хорошо сделанный земляной канал без растений; многие реки . . .	1,50
11	Плохо содержимый, поросший мхом и растениями канал из сухой кладки с илистым дном, или земляной канал с достаточно обильными растениями; многие реки . . .	2,00
12	Земляной канал, плохо содержимый, с илистым дном; реки с галечными наносами . . .	2,50

ТАБЛИЦА XI

Значение коэффициента c для „новой“ формулы Базена: $c = \frac{87}{1 + \frac{m}{\sqrt{R}}}$
 (для метровых размеров).

R	$m = 0,06$	$m = 0,16$	$m = 0,46$	$m = 0,85$	$m = 1,30$	$m = 1,75$
0,05	68,5	50,7	28,4	18,1	12,8	9,9
0,06	69,8	52,6	30,2	19,4	13,3	10,7
0,07	70,9	54,2	31,7	20,6	14,7	11,4
0,08	71,8	55,6	33,1	21,7	15,5	12,1
0,09	72,5	56,7	34,4	22,7	16,3	12,7
0,10	73,1	57,7	35,5	23,6	17,0	13,3
0,11	73,6	58,7	36,5	24,4	17,7	13,9
0,12	74,1	59,5	37,4	25,2	18,3	14,4
0,13	74,6	60,2	38,2	25,9	18,9	14,9
0,14	75,0	60,9	39,0	26,7	19,4	15,3
0,15	75,3	61,5	39,7	27,2	19,9	15,8
0,16	75,6	62,1	40,5	27,8	20,4	16,2
0,17	75,9	62,7	41,2	28,4	20,9	16,6
0,18	76,2	63,2	41,8	29,0	21,4	17,0
0,19	76,5	63,6	42,4	29,5	21,8	17,3
0,20	76,7	64,1	42,9	30,0	22,3	17,7
0,21	76,9	64,5	43,5	30,5	22,7	18,1
0,22	77,1	64,9	44,0	30,9	23,1	18,4
0,23	77,3	65,2	44,4	31,4	23,4	18,7
0,24	77,5	65,5	44,8	31,8	23,8	19,0
0,25	77,6	65,9	45,3	32,2	24,2	19,3
0,26	77,8	66,2	45,7	32,6	24,5	19,6
0,27	78,0	66,5	46,1	33,0	24,8	19,9
0,28	78,1	66,8	46,5	33,4	25,2	20,2
0,29	78,3	67,0	46,9	33,7	25,5	20,5
0,30	78,4	67,3	47,3	34,1	25,8	20,7
0,31	78,5	67,6	47,6	34,3	26,1	21,0
0,32	78,6	67,8	47,9	34,7	26,4	21,2
0,33	78,8	68,0	48,2	35,1	26,7	21,5
0,34	78,9	68,2	48,5	35,4	26,9	21,7
0,35	79,0	68,4	48,8	35,7	27,2	22,0
0,36	79,1	68,6	49,2	36,0	27,5	22,2
0,37	79,2	68,8	49,5	36,3	27,7	22,4
0,38	79,2	69,0	49,8	36,6	28,0	22,7
0,39	79,3	69,2	50,1	36,8	28,2	22,9
0,40	79,4	69,4	50,4	37,1	28,5	23,1
0,41	79,5	69,6	50,6	37,4	28,7	23,3
0,42	79,6	69,7	50,9	37,6	28,9	23,5
0,43	79,7	69,9	51,1	37,9	29,2	23,7
0,44	79,7	70,1	51,4	38,1	29,4	23,9
0,45	79,8	70,2	51,6	38,4	29,6	24,1
0,46	79,9	70,4	51,8	38,6	29,8	24,3
0,47	80,0	70,5	52,0	38,8	30,0	24,5
0,48	80,0	70,6	52,3	39,1	30,2	24,7
0,49	80,1	70,8	52,5	39,3	30,4	24,8
0,50	80,2	70,9	52,7	39,5	30,6	25,0
0,55	80,4	71,5	53,7	40,5	31,6	25,9
0,60	80,7	72,1	54,6	41,4	32,5	26,7

Таблица XI (продолжение)

R	$m = 0,06$	$m = 0,16$	$m = 0,46$	$m = 0,85$	$m = 1,30$	$m = 1,75$
0,65	80,9	72,6	55,4	42,3	33,3	27,4
0,70	81,1	73,0	56,1	43,1	34,1	28,1
0,75	81,3	73,4	56,8	43,9	34,8	28,8
0,80	81,5	73,8	57,4	44,6	35,5	29,4
0,85	81,7	74,1	58,0	45,2	36,1	30,0
0,90	81,8	74,4	58,6	45,9	36,7	30,6
0,95	81,9	74,7	59,1	46,5	37,3	31,1
1,00	82,0	75,0	59,6	47,0	37,8	31,6
1,10	82,2	75,4	60,5	48,0	38,8	32,6
1,20	82,4	75,9	61,3	48,9	39,7	33,5
1,30	82,6	76,3	62,0	49,8	40,6	34,3
1,40	82,8	76,6	62,6	50,6	41,4	35,1
1,50	82,9	76,9	63,2	51,3	42,2	35,8
1,60	83,0	77,2	63,8	52,0	42,9	36,5
1,70	83,1	77,5	64,3	52,6	43,6	37,1
1,80	83,2	77,7	64,8	53,2	44,2	37,7
1,90	83,3	77,9	65,2	53,8	44,8	38,3
2,00	83,4	78,2	65,6	54,2	45,3	38,9
2,20	83,6	78,5	66,4	55,3	46,4	39,9
2,40	83,7	78,8	67,1	56,2	47,3	40,8
2,60	83,8	79,1	67,7	57,0	48,1	41,7
2,80	83,9	79,4	68,2	57,7	48,9	42,5
3,00	84,0	79,6	68,7	58,3	49,7	43,3
3,20	84,1	79,8	69,2	58,9	50,4	44,0
3,40	84,2	80,0	69,6	59,5	51,0	44,6
3,60	84,3	80,2	70,0	60,1	51,6	45,2
3,80	84,4	80,4	70,4	60,6	52,2	45,8
4,00	84,4	80,5	70,7	61,0	52,7	46,4
4,50	84,6	80,9	71,5	62,1	53,9	47,6
5,00	84,7	81,2	72,1	63,0	55,0	48,8
5,50	84,8	81,4	72,7	63,8	56,0	49,8
6,00	84,9	81,6	73,2	64,6	56,8	50,7

ТАБЛИЦА XII

Значение коэффициентов c для формулы Майнинга

Гидравлический радиус R (м)	Диаметр круглого сечения D (м)	n								
		0,010	0,011	0,0115	0,012	0,0125	0,013	0,014	0,017	0,020
		1:n								
		100	91	87	83,5	80	77	71,5	58,8	50
0,01875	0,075	51,5	46,9	44,8	43,0	41,2	39,7	36,8	30,3	25,7
0,0250	0,100	54,1	49,3	47,0	45,2	43,3	41,7	38,7	31,8	27,0
0,03125	0,125	56,1	51,1	48,8	46,9	44,9	43,2	40,1	33,0	28,0
0,0375	0,150	57,8	52,6	50,3	48,3	46,2	44,5	41,3	34,0	28,9
0,0437	0,175	59,4	54,0	51,6	49,6	47,5	45,7	42,4	34,9	29,7
0,05	0,200	60,7	55,3	52,7	50,7	48,5	46,7	43,4	35,7	30,3
0,0625	0,250	63,0	57,4	54,8	52,6	50,4	48,5	45,0	37,0	31,5

Таблица XII (продолжение)

Гидравлический радиус R (м)	Диаметр круглого сечения D (м)	n								
		0,010	0,011	0,0115	0,012	0,0125	0,013	0,014	0,017	0,020
		1:n								
		100	91	87	83,5	80	77	71,5	58,8	50
0,0750	0,300	64,9	59,0	56,4	54,1	51,8	49,9	46,3	38,2	32,4
0,10	0,400	68,1	62,0	59,3	56,8	54,5	52,4	48,7	40,0	34,0
0,125	0,500	70,7	64,3	61,4	59,0	56,6	54,4	50,5	41,6	35,3
0,15	0,600	72,9	66,3	63,4	60,8	58,2	56,1	52,1	42,8	36,4
0,175	0,700	74,8	68,1	65,1	62,5	59,8	57,6	53,5	44,0	37,4
0,20	0,800	76,5	69,6	66,6	63,9	61,2	58,8	54,7	45,0	38,2
0,2250	0,900	78,0	71,0	67,9	65,1	62,4	60,1	55,7	45,8	39,0
0,25	1,100	79,4	72,2	69,1	66,3	63,5	61,1	56,7	46,6	39,7
0,30	1,200	81,8	74,5	71,2	68,3	65,5	63,0	58,5	48,1	40,9
0,35	1,400	83,9	76,3	73,0	70,0	67,1	64,5	60,0	49,3	41,9
0,40	1,600	85,8	78,1	74,6	71,7	68,6	66,1	61,4	50,5	42,9
0,45	1,800	87,5	79,6	76,1	73,1	70,0	67,4	62,6	51,4	43,9
0,50	2,000	89,1	81,1	77,5	74,5	71,3	68,6	63,7	52,4	44,5
1,00	4,00	100,0	91,0	87,0	83,5	80,0	77,0	71,5	58,8	50,0
2,00	8,00	112,2	101,9	97,6	93,7	89,8	86,5	80,3	66,0	56,1
3,00	12,00	120,1	109,3	104,5	100,2	96,1	92,5	86,0	70,7	60,0
5,00	20,00	130,8	119,0	113,6	109,1	104,6	100,7	93,5	77,0	65,4

ТАБЛИЦА XIII

Значения коэффициента расхода m для формулы Базена истечения через водослив

Напор H (м)	Значения коэффициента расхода m при разных значениях высоты порога p									
	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,80	1,00	1,50	2,00	∞
0,05	0,453	0,453	0,451	0,450	0,449	0,449	0,449	0,448	0,448	0,448
0,06	0,456	0,450	0,447	0,445	0,445	0,444	0,443	0,443	0,443	0,443
0,08	0,456	0,447	0,443	0,441	0,440	0,438	0,438	0,437	0,437	0,436
0,10	0,459	0,447	0,442	0,439	0,437	0,435	0,434	0,433	0,433	0,432
0,12	0,462	0,448	0,442	0,438	0,436	0,433	0,432	0,430	0,430	0,429
0,14	0,466	0,450	0,443	0,438	0,435	0,432	0,430	0,428	0,428	0,427
0,16	0,471	0,453	0,444	0,438	0,435	0,431	0,429	0,427	0,426	0,425
0,18	0,475	0,456	0,445	0,439	0,435	0,431	0,428	0,426	0,425	0,423
0,20	0,480	0,459	0,447	0,440	0,436	0,431	0,428	0,425	0,423	0,421
0,22	0,484	0,462	0,446	0,442	0,437	0,431	0,428	0,424	0,423	0,420
0,24	0,488	0,465	0,452	0,444	0,438	0,432	0,428	0,424	0,422	0,419
0,26	0,492	0,468	0,455	0,446	0,440	0,432	0,429	0,424	0,422	0,419
0,28	0,496	0,472	0,457	0,448	0,441	0,433	0,429	0,424	0,422	0,418
0,30	0,500	0,475	0,460	0,450	0,443	0,434	0,430	0,424	0,421	0,417
0,35	—	0,482	0,465	0,455	0,447	0,437	0,431	0,424	0,421	0,416
0,40	—	0,489	0,472	0,459	0,451	0,440	0,433	0,424	0,421	0,414
0,45	—	0,495	0,477	0,464	0,455	0,442	0,435	0,425	0,421	0,413
0,50	—	—	0,482	0,468	0,459	0,445	0,437	0,426	0,421	0,412
0,60	—	—	0,490	0,476	0,466	0,451	0,441	0,427	0,421	0,409
0,70	—	—	0,498	0,484	0,473	0,456	0,446	0,430	0,423	0,408

ТАБЛИЦА XIV
Расходов на водосливе

Напор H (м)	$H \sqrt{2gH}$	Расход в литрах при значении коэффициента m				Напор H (м)	$H \sqrt{2gH}$	Расход в литрах при значении коэффициента m			
		0,35	0,40	0,45	0,50			0,35	0,40	0,45	0,50
0,050	0,0495	17,32	19,80	22,27	24,75	0,40	1,43	395	452	508	565
0,055	0,0571	19,98	22,84	25,69	28,55	0,42	1,21	423	484	544	605
0,060	0,0651	22,78	26,04	29,29	32,55	0,44	1,29	451	516	500	645
0,065	0,0734	25,69	29,36	33,03	36,70	0,46	1,38	483	552	621	690
0,070	0,0820	28,70	32,80	36,40	41,00	0,48	7,47	514	588	661	735
0,075	0,0910	31,85	36,40	40,95	45,50	0,50	1,57	549	628	706	785
0,080	0,1002	35,07	40,08	45,09	50,10	0,52	1,66	581	664	747	830
0,085	0,1098	38,43	43,92	49,41	54,90	0,54	1,76	616	704	792	880
0,090	0,1196	41,86	47,84	53,82	59,80	0,56	1,86	651	744	837	930
0,095	0,1296	45,39	51,88	58,36	64,85	0,58	1,96	686	784	882	980
0,10	0,140	49,0	56,0	63,0	70,0	0,60	2,06	721	824	927	1,030
0,11	0,162	56,7	64,8	72,9	81,0	0,62	2,16	756	864	972	1,080
0,12	0,184	64,4	73,6	82,8	92,0	0,64	2,27	794	908	1,021	1,135
0,13	0,208	72,8	83,2	93,6	104,0	0,66	2,37	829	948	1,066	1,185
0,14	0,232	81,2	92,8	104,4	116,0	0,68	2,48	868	992	1,116	1,240
0,15	0,257	89,9	102,8	115,6	128,5	0,70	2,59	906	1,036	1,165	1,295
0,16	0,283	99,1	113,2	127,3	141,5	0,72	2,77	948	1,084	1,219	1,355
0,17	0,310	108,5	124,0	139,5	155,0	0,74	2,82	987	1,128	1,269	1,410
0,18	0,338	118,3	135,2	152,1	169,0	0,76	2,93	1,025	1,172	1,318	1,465
0,19	0,367	128,4	146,8	165,1	183,5	0,78	3,05	1,067	1,220	1,372	1,525
0,20	0,396	139	158	178	198	0,80	3,17	1,109	1,268	1,426	1,585
0,21	0,426	149	170	192	213	0,85	3,47	1,214	1,388	1,561	1,735
0,22	0,457	160	183	205	228	0,90	3,78	1,323	1,512	1,701	1,890
0,23	0,489	171	196	220	244	0,95	4,10	1,435	1,640	1,845	2,050
0,24	0,521	182	208	234	260	1,00	4,43	1,550	1,772	1,993	2,215
0,25	0,554	194	222	249	277	1,05	4,77	1,669	1,908	2,146	2,385
0,26	0,587	205	235	264	293	1,10	5,11	1,778	2,044	2,299	2,555
0,27	0,621	217	148	279	310	1,15	5,46	1,911	2,184	2,457	2,730
0,28	0,656	230	262	295	328	1,20	5,82	2,037	2,328	2,619	2,910
0,29	0,692	242	277	311	346	1,25	6,19	2,166	2,476	2,785	3,095
0,30	0,728	255	291	328	364	1,30	6,56	2,296	2,624	2,952	3,280
0,31	0,765	268	306	344	382	1,35	6,95	2,432	2,780	3,127	3,475
0,32	0,802	281	321	361	401	1,40	7,34	2,569	2,936	3,303	3,670
0,33	0,840	294	336	378	420	1,45	7,73	2,705	3,092	3,478	3,865
0,34	0,878	307	351	395	439	1,50	8,14	2,849	3,256	3,663	4,070
0,35	0,907	321	367	413	458	1,60	8,96	3,136	3,584	4,032	4,480
0,36	0,957	335	383	431	478	1,70	9,82	3,437	3,928	4,419	4,910
0,37	0,997	349	399	449	498	1,80	10,70	3,745	4,280	4,815	5,350
0,38	1,038	363	415	467	519	1,90	11,60	4,060	4,940	5,520	5,800
0,39	1,079	378	432	486	540	2,00	12,52	0,382	5,008	5,634	6,260

ТАБЛИЦА XV

Дюпюи-Рюльмана для построения кривых подпора

$\frac{z}{h_0}$	$D\left(\frac{z}{h_0}\right)$	$\frac{z}{h_0}$	$D\left(\frac{z}{h_0}\right)$	$\frac{z}{h_0}$	$D\left(\frac{z}{h_0}\right)$	$\frac{z}{h_0}$	$D\left(\frac{z}{h_0}\right)$
0,010	0,0067	0,275	1,2958	0,540	1,7170	0,805	5,0555
0,015	0,1452	0,280	1,3054	0,545	1,7239	0,810	2,0615
0,020	0,2444	0,285	1,3149	0,550	1,7308	0,815	2,0675
0,025	0,3222	0,290	1,3243	0,555	1,7370	0,820	2,0735
0,030	0,3863	0,295	1,3336	0,560	1,7444	0,825	2,0795
0,035	0,4411	0,300	1,3428	0,565	1,7512	0,830	2,0855
0,040	0,4889	0,305	1,3519	0,570	1,7589	0,835	2,0915
0,045	0,5316	0,310	1,3610	0,575	1,7647	0,840	2,0975
0,050	0,5701	0,315	1,3700	0,580	1,7714	0,845	2,1035
0,055	0,6063	0,320	1,3789	0,585	1,7781	0,850	2,1095
0,060	0,6376	0,325	1,3877	0,590	1,7848	0,855	2,1154
0,065	0,6677	0,330	1,3964	0,595	1,7914	0,860	2,1213
0,070	0,6958	0,335	1,4050	0,600	1,7980	0,865	2,1272
0,075	0,7222	0,340	1,4136	0,605	1,8046	0,870	2,1331
0,080	0,7472	0,345	1,4221	0,610	1,8112	0,875	2,1390
0,085	0,7708	0,350	1,4306	0,615	1,8178	0,880	2,1449
0,090	0,7933	0,355	1,4390	0,620	1,8248	0,885	2,1508
0,095	0,8148	0,360	1,4473	0,625	1,8308	0,890	2,1567
0,100	0,8353	0,365	1,4556	0,630	1,8373	0,895	2,1625
0,105	0,8550	0,370	1,4638	0,635	1,8433	0,900	2,1683
0,110	0,8739	0,375	1,4720	0,640	1,8503	0,905	2,1742
0,115	0,8922	0,380	1,4801	0,645	1,8567	0,910	2,1800
0,120	0,9098	0,385	1,4882	0,650	1,8631	0,915	2,1858
0,125	0,9269	0,390	1,4962	0,655	1,8695	0,920	2,1916
0,130	0,9434	0,395	1,5041	0,660	1,8759	0,925	2,1974
0,135	0,9595	0,400	1,5119	0,665	1,8823	0,930	2,2032
0,140	0,9751	0,405	1,5197	0,670	1,8887	0,935	2,2090
0,145	0,9903	0,410	1,5275	0,675	1,8951	0,940	2,2148
0,150	1,0051	0,415	1,5353	0,680	1,9014	0,945	2,2206
0,155	1,0195	0,420	1,5430	0,685	1,9077	0,950	2,2264
0,160	1,0335	0,425	1,5507	0,690	1,9140	0,955	2,2322
0,165	1,0473	0,430	1,5583	0,695	1,9203	0,960	2,2380
0,170	1,0608	0,435	1,5659	0,700	1,9266	0,965	2,2438
0,175	1,0740	0,440	1,5734	0,705	1,9329	0,970	2,2496
0,180	1,0869	0,445	1,5809	0,710	1,9392	0,975	2,2554
0,185	1,0995	0,450	1,5884	0,715	1,9455	0,980	2,2611
0,190	1,1119	0,455	1,5958	0,720	1,9517	0,985	2,2668
0,195	1,1241	0,460	1,6032	0,725	1,9579	0,990	2,2725
0,200	1,1361	0,465	1,6106	0,730	1,9641	0,995	2,2782
0,205	1,1479	0,470	1,6179	0,735	1,9703	1,000	2,2839
0,210	1,1595	0,475	1,6252	0,740	1,9765	1,100	2,3971
0,215	1,1709	0,480	1,6324	0,745	1,9827	1,200	2,5083
0,220	1,1821	0,485	1,6396	0,750	1,9888	1,300	2,6179
0,225	1,1981	0,490	1,6468	0,755	1,9949	1,400	2,7264
0,230	1,2040	0,495	1,6540	0,760	2,0010	1,50	2,8337
0,235	1,2148	0,500	1,6611	0,765	2,0071	1,60	2,9401
0,240	1,2254	0,505	1,6682	0,770	2,0132	1,70	3,0458
0,245	1,2358	0,510	1,6753	0,775	2,0193	1,80	3,1508
0,250	1,2461	0,515	1,6823	0,780	2,0254	1,90	3,2553
0,255	1,2563	0,520	1,6893	0,785	2,0315	2,00	3,3594
0,260	1,2664	0,525	1,6963	0,790	2,0375	2,10	3,4631
0,265	1,2763	0,530	1,7032	0,795	2,0435	2,20	3,5564
0,270	1,2861	0,535	1,7101	0,800	2,0495	2,30	3,6594

Таблица XV (продолжение)

$\frac{z}{h_0}$	$D\left(\frac{z}{h_0}\right)$	$\frac{z}{h_0}$	$D\left(\frac{z}{h_0}\right)$	$\frac{z}{h_0}$	$D\left(\frac{z}{h_0}\right)$	$\frac{z}{h_0}$	$D\left(\frac{z}{h_0}\right)$
2,40	3,7720	2,70	4,0789	3,00	4,3843	4,50	5,8993
2,50	3,8745	2,80	4,1808	3,50	4,8891	5,00	6,4120
2,60	3,9768	2,90	4,2826	4,00	5,3958	10,00	11,4120

ТАБЛИЦА XVI

Бресса для построения кривых свободной поверхности при неравномерном движении для $u > 1$

$\frac{1}{y}$	y	$B(y)$	$\frac{1}{y}$	y	$B(y)$
1,000	1,0000	—	0,942	1,0616	0,8301
0,999	1,0010	2,1834	0,940	1,0638	0,8188
0,998	1,0020	1,9523	0,938	1,0661	0,8079
0,997	1,0030	2,8172	0,936	1,0684	0,7973
0,996	1,0040	1,7213	0,934	1,0707	0,7871
0,995	1,0050	1,6469	0,932	1,0730	0,7772
0,994	1,0060	1,5861	0,930	1,0753	0,7675
0,993	1,0070	1,5348	0,928	1,0776	0,7581
0,992	1,0081	1,4902	0,926	1,0799	0,7490
0,991	1,0091	1,4510	0,924	1,0823	0,7401
0,990	1,0101	1,4159	0,922	1,0846	0,7315
0,989	1,0111	1,3841	0,920	1,0870	0,7231
0,988	1,0121	1,3551	0,918	1,0893	0,7149
0,987	1,0132	1,3284	0,916	1,0917	0,7069
0,986	1,0142	1,3037	0,914	1,0941	0,6990
0,985	1,0152	1,2807	0,912	1,0965	0,6914
0,984	1,0163	1,2592	0,910	1,0989	0,6839
0,983	1,0173	1,2390	0,908	1,1013	0,6766
0,982	1,0183	1,2199	0,906	1,1038	0,6695
0,981	1,0194	1,2019	0,904	1,1062	0,6625
0,980	1,0204	1,1848	0,902	1,1086	0,6556
0,979	1,0215	1,1686	0,900	1,1111	0,6489
0,978	1,0225	1,1581	0,895	1,1173	0,6327
0,977	1,0235	1,1383	0,890	1,1236	0,6173
0,976	1,0246	1,1241	0,885	1,1299	0,6025
0,975	1,0256	1,1105	0,880	1,1364	0,5884
0,974	1,0267	1,0974	0,875	1,1429	0,5749
0,973	1,0277	1,0848	0,870	1,1494	0,5619
0,972	1,0288	1,0727	0,865	1,1561	0,5494
0,971	1,0299	1,0610	0,860	1,1628	0,5374
0,970	1,0309	1,0497	0,855	1,1696	0,5258
0,968	1,0331	1,0282	0,850	1,1765	0,5146
0,966	1,0352	1,0080	0,845	1,1834	0,5037
0,964	1,0373	0,9890	0,840	1,1905	0,4932
0,962	1,0395	0,9709	0,835	1,1976	0,4831
0,960	1,0417	0,9539	0,830	1,2048	0,4733
0,958	1,0438	0,9376	0,825	1,2121	0,4637
0,956	1,0460	0,9221	0,820	1,2195	0,4544
0,954	1,0482	0,9073	0,815	1,2270	0,4454
0,952	1,0504	0,8931	0,810	1,2346	0,4367
0,950	1,0526	0,8795	0,805	1,2422	0,4281
0,948	1,0549	0,8665	0,800	1,2500	0,4198
0,946	1,0571	0,8539	0,795	1,2579	0,4117
0,944	1,0593	0,8418	0,790	1,2658	0,4039

Таблица XVI (продолжение)

$\frac{1}{y}$	y	$B(y)$	$\frac{1}{y}$	y	$B(y)$
0,785	1,2539	0,3962	0,43	2,3256	0,0955
0,780	1,2821	0,3886	0,42	2,3810	0,0909
0,775	1,2903	0,3813	0,41	2,4390	0,0865
0,770	1,2987	0,3741	0,40	2,5000	0,0821
0,765	1,3072	0,3671	0,39	2,5541	0,0779
0,760	1,3158	0,3603	0,38	2,6316	0,0738
0,755	1,3245	0,3536	0,37	2,7027	0,0699
0,750	1,3333	0,3470	0,36	2,7778	0,0660
0,745	1,3423	0,3406	0,35	2,8571	0,0623
0,740	1,3514	0,3343	0,34	2,9412	0,0587
0,735	1,3605	0,3282	0,33	3,0303	0,0553
0,730	1,3699	0,3221	0,32	3,1250	0,0519
0,725	1,3793	0,3162	0,31	3,2258	0,0486
0,720	1,3889	0,3104	0,30	3,3333	0,0455
0,715	1,3986	0,3047	0,29	3,4483	0,0425
0,710	1,4085	0,2991	0,28	3,5714	0,0395
0,705	1,4184	0,2937	0,27	3,7037	0,0367
0,70	1,4286	0,2883	0,26	3,8462	0,0340
0,69	1,4993	0,2778	0,25	4,0000	0,0314
0,68	1,4706	0,2677	0,24	4,1667	0,0290
0,67	1,4925	0,2580	0,23	4,3478	0,0266
0,66	1,5152	0,2486	0,22	4,5455	0,0243
0,65	1,5385	0,2395	0,21	4,7619	0,0221
0,64	1,5625	0,2306	0,20	5,0000	0,0201
0,63	1,5873	0,2221	0,19	5,2632	0,0181
0,62	1,6129	0,2138	0,18	5,5556	0,0162
0,61	1,6393	0,2058	0,17	5,8824	0,0145
0,60	1,6667	0,1980	0,16	6,2500	0,0128
0,59	1,6949	0,1905	0,15	6,6667	0,0113
0,58	1,7241	0,1832	0,14	7,1429	0,0098
0,57	1,7544	0,1761	0,13	7,6923	0,0085
0,56	1,7857	0,1692	0,12	8,3333	0,0072
0,55	1,8182	0,1625	0,11	9,0909	0,0061
0,54	1,8519	0,1560	0,10	10,0000	0,0050
0,53	1,8868	0,1497	0,09	11,1111	0,0041
0,52	1,9231	0,1435	0,08	12,5000	0,0032
0,51	1,9608	0,1376	0,07	14,2857	0,0025
0,50	2,0000	0,1318	0,06	16,6667	0,0018
0,49	2,0408	0,1262	0,05	20,0000	0,0013
0,48	2,0833	0,1207	0,04	25,0000	0,0008
0,47	2,1277	0,1154	0,03	38,3333	0,0005
0,46	2,1739	0,1102	0,02	50,0000	0,0002
0,45	2,2222	0,1052	0,01	100,0000	0,0001
0,44	2,2727	0,1003	0,00		0,0000

ТАБЛИЦА XVII

Бресса для построения кривых свободной поверхности при неравномерном движении для $y < 1$

y	$B(y)$	y	$B(y)$	y	$B(y)$
0,00	— 0,6046	0,03	— 0,5746	0,06	— 0,5446
0,01	— 0,5946	0,04	— 0,5646	0,07	— 0,5346
0,02	— 0,5846	0,05	— 0,5546	0,08	— 0,5246

Таблица XVII (продолжение)

y	$B(y)$	y	$B(y)$	y	$B(y)$
0,09	— 0,5146	0,65	0,0987	0,922	0,7045
0,10	— 0,5046	0,66	0,1127	0,924	0,7138
0,11	— 0,4946	0,67	0,1268	0,926	0,7234
0,12	— 0,4845	0,68	0,1413	0,928	0,7332
0,13	— 0,4745	0,69	0,1560	0,930	0,7433
0,14	— 0,4645	0,700	0,1711	0,932	0,7537
0,15	— 0,4545	0,705	0,1787	0,934	0,7643
0,16	— 0,4444	0,710	0,1787	0,936	0,7753
0,17	— 0,4344	0,715	0,1943	0,938	0,7866
0,18	— 0,4243	0,720	0,2022	0,940	0,7982
0,19	— 0,4143	0,725	0,2102	0,942	0,8102
0,20	— 0,4042	0,730	0,2184	0,944	0,8226
0,21	— 0,3941	0,735	0,2266	0,946	0,8354
0,22	— 0,3840	0,740	0,2350	0,948	0,8487
0,23	— 0,3739	0,745	0,2434	0,950	0,8624
0,24	— 0,3638	0,750	0,2520	0,952	0,8767
0,25	— 0,3536	0,755	0,2607	0,954	0,8916
0,26	— 0,3434	0,760	0,2696	0,956	0,9071
0,27	— 0,3333	0,765	0,2785	0,958	0,9233
0,28	— 0,3230	0,770	0,2877	0,960	0,9402
0,29	— 0,3128	0,775	0,2970	0,962	0,9580
0,30	— 0,3025	0,780	0,3064	0,964	0,9767
0,31	— 0,2923	0,785	0,3160	0,966	0,9965
0,32	— 0,2819	0,790	0,3258	0,968	1,0174
0,33	— 0,2716	0,795	0,3357	0,970	1,0396
0,34	— 0,2612	0,800	0,3459	0,971	1,0512
0,35	— 0,2508	0,805	0,3562	0,972	1,0632
0,36	— 0,2403	0,810	0,3668	0,973	1,0757
0,37	— 0,2298	0,815	0,3776	0,974	1,0886
0,38	— 0,2192	0,820	0,3886	0,975	1,1020
0,39	— 0,2086	0,825	0,3998	0,976	1,1160
0,40	— 0,1980	0,830	0,4114	0,977	1,1305
0,41	— 0,1872	0,835	0,4232	0,978	1,1457
0,42	— 0,1765	0,840	0,4353	0,979	1,1615
0,43	— 0,1656	0,845	0,4478	0,980	1,1781
0,44	— 0,1547	0,850	0,4605	0,981	1,1955
0,45	— 0,1438	0,855	0,4737	0,982	1,2139
0,46	— 0,1327	0,860	0,4872	0,983	1,2333
0,47	— 0,1216	0,865	0,5012	0,984	1,2538
0,48	— 0,1104	0,870	0,5156	0,985	1,2757
0,49	— 0,0991	0,875	0,5305	0,986	1,2990
0,50	— 0,0878	0,880	0,5459	0,987	1,3241
0,51	— 0,0763	0,885	0,5619	0,988	1,3511
0,52	— 0,0647	0,890	0,5785	0,989	1,3804
0,53	— 0,0530	0,895	0,5958	0,990	1,4125
0,54	— 0,0412	0,900	0,6138	0,991	1,4480
0,55	— 0,0293	0,902	0,6213	0,992	1,4876
0,56	— 0,0172	0,904	0,6289	0,993	1,5324
0,57	— 0,0050	0,906	0,6366	0,994	1,5841
0,58	+ 0,0074	0,908	0,6445	0,995	1,6452
0,59	+ 0,0199	0,910	0,6525	0,996	1,7200
0,60	0,0325	0,912	0,6607	0,997	1,8162
0,61	0,0454	0,914	0,6691	0,998	1,9517
0,62	0,0584	0,916	0,6776	0,999	2,1831
0,63	0,0716	0,918	0,6864	1,000	
0,64	0,0851	0,920	0,6953		

ТАБЛИЦА XVIII

Б. А. Бахметева для кривых свободной поверхности

Канал с прямым уклоном: $i_0 > 0$. $k = 2,0$.

z	$B(z)$	$+ \Delta$	z	$B(z)$	$+ \Delta$	z	$B(z)$	$+ \Delta$
0	0	0,050	0,935	1,696	0,042	1,30	1,018	0,014
0,05	0,050	0,050	0,940	1,738	0,044	1,31	1,004	0,014
0,10	0,100	0,051	0,945	1,782	0,049	1,32	0,990	0,013
0,15	0,151	0,052	0,950	1,831	0,054	1,33	0,977	0,013
0,20	0,203	0,052	0,955	1,885	0,060	1,34	0,964	0,012
0,25	0,255	0,054	0,960	1,945	0,068	1,35	0,952	0,012
0,30	0,309	0,056	0,965	2,013	0,079	1,36	0,940	0,012
0,35	0,465	0,059	0,970	2,092	0,092	1,37	0,928	0,011
0,40	0,424	0,064	0,975	2,184	0,113	1,38	0,917	0,011
0,50	0,549	0,070	0,980	2,297	0,145	1,39	0,906	0,010
0,55	0,619	0,074	0,985	2,442	0,204	1,40	0,896	0,010
0,60	0,693	0,016	0,990	2,646	0,354	1,41	0,886	0,010
0,61	0,709	0,016	0,995	3,000		1,42	0,876	0,010
0,62	0,725	0,016	1,000	∞	∞	1,43	0,866	0,010
0,63	0,741	0,017	1,005	2,997	∞	1,44	0,856	0,009
0,64	0,758	0,017	1,010	2,652	0,345	1,45	0,847	0,009
0,65	0,775	0,017	1,015	2,450	0,202	1,46	0,838	0,009
0,66	0,792	0,018	1,020	2,307	0,143	1,47	0,829	0,008
0,67	0,810	0,019	1,025	2,197	0,110	1,48	0,821	0,008
0,68	0,829	0,019	1,030	2,107	0,090	1,49	0,813	0,008
0,69	0,848	0,019	1,035	2,031	0,076	1,50	0,805	0,008
0,70	0,867	0,020	1,040	1,966	0,065	1,55	0,767	0,038
0,71	0,887	0,020	1,045	1,908	0,058	1,60	0,733	0,034
0,72	0,907	0,021	1,05	1,857	0,051	1,70	0,675	0,028
0,73	0,982	0,022	1,06	1,768	0,089	1,75	0,650	0,025
0,74	0,950	0,022	1,07	1,693	0,075	1,80	0,626	0,024
0,75	0,972	0,024	1,08	1,629	0,064	1,85	0,605	0,021
0,76	0,996	0,024	1,09	1,573	0,056	1,90	0,585	0,020
0,77	1,020	0,025	1,10	1,522	0,051	1,95	0,566	0,019
0,78	1,045	0,026	1,11	1,477	0,045	2,0	0,549	0,017
0,79	1,071	0,027	1,12	1,436	0,041	2,1	0,518	0,031
0,80	1,098	0,029	1,13	1,398	0,038	2,2	0,490	0,028
0,81	1,127	0,029	1,14	1,363	0,035	2,3	0,466	0,024
0,82	1,156	0,032	1,15	1,331	0,032	2,4	0,444	0,022
0,83	1,188	0,033	1,17	1,273	0,028	2,5	0,424	0,020
0,84	1,221	0,035	1,18	1,247	0,026	2,6	0,405	0,019
0,85	1,256	0,037	1,19	1,222	0,025	2,7	0,389	0,016
0,86	1,293	0,040	1,20	1,199	0,023	2,8	0,374	0,015
0,87	1,333	0,042	1,21	1,177	0,022	2,9	0,360	0,014
0,88	1,375	0,046	1,22	1,156	0,021	3,0	0,345	0,014
0,89	1,421	0,051	1,23	1,136	0,020	3,5	0,294	0,052
0,90	1,472	0,051	1,24	1,117	0,019	4,0	0,255	0,039
0,905	1,499	0,028	1,25	1,098	0,019	4,5	0,226	0,029
0,910	1,527	0,030	1,26	1,081	0,017	5,0	0,203	0,023
0,915	1,557	0,033	1,27	1,065	0,016	6,0	0,168	0,035
0,925	1,622	0,036	1,28	1,049	0,016	8,0	0,126	0,035
0,930	1,658	0,038	1,29	1,033	0,016	10,0	0,100	0,042
					0,015			0,026

ТАБЛИЦА XIX

Б. А. Бахметева

Канал с прямым уклоном: $i_0 > 0$. $k = 2,5$.

z	$B(z)$	$+ \Delta$	z	$B(z)$	$+ \Delta$	z	$B(z)$	$+ \Delta$
0	0	0,050	0,935	1,500	0,034	1,30	0,582	
0,05	0,050	0,050	0,940	1,534	0,036	1,31	0,571	0,011
0,10	0,100	0,050	0,945	1,570	0,040	1,32	0,561	0,010
0,15	0,150	0,051	0,950	1,610	0,044	1,33	0,551	0,010
0,20	0,201	0,051	0,955	1,654	0,048	1,34	0,542	0,009
0,25	0,252	0,052	0,960	1,702	0,056	1,35	0,533	0,009
0,30	0,304	0,053	0,965	1,758	0,062	1,36	0,524	0,009
0,35	0,357	0,054	0,970	1,820	0,076	1,37	0,516	0,008
0,40	0,411	0,057	0,975	1,896	0,089	1,38	0,508	0,008
0,45	0,468	0,059	0,980	1,985	0,115	1,39	0,500	0,008
0,50	0,527	0,063	0,985	2,100	0,164	1,40	0,492	0,008
0,55	0,590	0,067	0,990	2,264	0,280	1,41	0,484	0,007
0,60	0,657	0,014	0,995	2,544	∞	1,42	0,477	0,007
0,61	0,671	0,014	1,000	∞	∞	1,43	0,470	0,007
0,62	0,685	0,014	1,005	2,139	0,274	1,44	0,463	0,007
0,63	0,699	0,015	1,010	1,865	0,161	1,45	0,456	0,007
0,64	0,714	0,015	1,015	1,704	0,113	1,46	0,450	0,006
0,65	0,729	0,015	1,020	1,591	0,087	1,47	0,444	0,006
0,66	0,744	0,016	1,025	1,504	0,072	1,48	0,438	0,006
0,67	0,760	0,016	1,030	1,432	0,060	1,49	0,432	0,006
0,68	0,776	0,017	1,035	1,372	0,052	1,50	0,426	0,027
0,69	0,792	0,017	1,040	1,320	0,046	1,55	0,399	0,023
0,70	0,809	0,018	1,045	1,274	0,040	1,60	0,376	0,021
0,71	0,829	0,018	1,05	1,234	0,070	1,65	0,355	0,019
0,72	0,844	0,019	1,06	1,164	0,059	1,70	0,336	0,018
0,73	0,862	0,019	1,07	1,105	0,052	1,75	0,318	0,015
0,74	0,881	0,020	1,08	1,053	0,044	1,80	0,303	0,014
0,75	0,900	0,020	1,09	1,009	0,040	1,85	0,289	0,013
0,76	0,920	0,021	1,10	0,969	0,036	1,90	0,276	0,012
0,77	0,940	0,022	1,11	0,933	0,032	1,95	0,264	0,011
0,78	0,961	0,023	1,12	0,901	0,029	2,0	0,253	0,020
0,79	0,983	0,024	1,13	0,872	0,026	2,1	0,233	0,017
0,80	1,006	0,025	1,14	0,846	0,025	2,2	0,216	0,015
0,81	1,030	0,026	1,15	0,821	0,023	2,3	0,201	0,013
0,82	1,055	0,028	1,16	0,798	0,022	2,4	0,188	0,012
0,83	1,081	0,029	1,17	0,776	0,020	2,5	0,176	0,011
0,84	1,109	0,031	1,18	0,756	0,019	2,6	0,165	0,010
0,85	1,138	0,033	1,19	0,737	0,018	2,7	0,155	0,009
0,86	1,169	0,035	1,20	0,719	0,017	2,8	0,146	0,008
0,87	1,202	0,038	1,21	0,702	0,016	2,9	0,138	0,007
0,88	1,237	0,041	1,22	0,686	0,015	3,0	0,131	0,028
0,89	1,275	0,023	1,23	0,671	0,014	3,5	0,103	0,019
0,90	1,316	0,023	1,24	0,657	0,014	4,0	0,084	0,014
0,905	1,339	0,024	1,25	0,643	0,013	4,5	0,070	0,010
0,910	1,362	0,026	1,26	0,630	0,012	5,0	0,060	0,014
0,915	1,386	0,028	1,27	0,618	0,012	6,0	0,046	0,017
0,920	1,412	0,029	1,28	0,606	0,012	8,0	0,029	0,008
0,925	1,440	0,031	1,29	0,594	0,012	10,0	0,021	
0,930	1,469							

ТАБЛИЦА XX

Б. А. Бахметова

Канал с прямым уклоном: $i_0 > 0$. $k = 3,0$.

z	$B(z)$	$+ \Delta$	z	$B(z)$	$+ \Delta$	z	$B(z)$	$+ \Delta$
0	0	0,050	0,935	1,374	0,029	1,30	0,373	0,008
0,05	0,050	0,050	0,940	1,403	0,031	1,31	0,365	0,008
0,10	0,100	0,050	0,945	1,434	0,033	1,32	0,357	0,008
0,15	0,150	0,050	0,950	1,467	0,037	1,33	0,349	0,008
0,20	0,200	0,051	0,955	1,504	0,041	1,34	0,341	0,007
0,25	0,251	0,051	0,960	1,545	0,047	1,35	0,334	0,006
0,30	0,302	0,052	0,965	1,592	0,053	1,36	0,328	0,006
0,35	0,354	0,053	0,970	1,645	0,063	1,37	0,322	0,006
0,40	0,407	0,054	0,975	1,708	0,076	1,38	0,316	0,006
0,45	0,461	0,056	0,980	1,784	0,098	1,39	0,310	0,006
0,50	0,517	0,058	0,985	1,882	0,137	1,40	0,304	0,006
0,55	0,575	0,062	0,990	2,019	0,281	1,41	0,298	0,055
0,60	0,637	0,013	0,995	2,250	∞	1,52	0,293	0,005
0,61	0,650	0,013	1,000	∞	∞	1,43	0,288	0,005
0,62	0,663	0,013	1,005	1,647	∞	1,44	0,283	0,005
0,63	0,676	0,013	1,010	1,419	0,228	1,45	0,278	0,006
0,64	0,689	0,014	1,015	1,291	0,128	1,46	0,273	0,005
0,65	0,703	0,014	1,020	1,193	0,098	1,47	0,268	0,004
0,66	0,717	0,014	1,025	1,119	0,074	1,48	0,263	0,004
0,67	0,731	0,015	1,030	1,061	0,058	1,49	0,259	0,004
0,68	0,746	0,015	1,035	1,010	0,051	1,50	0,255	0,020
0,69	0,761	0,015	1,040	0,967	0,043	1,55	0,235	0,017
0,70	0,776	0,015	1,045	0,929	0,038	1,60	0,218	0,015
0,71	0,791	0,016	1,05	0,896	0,033	1,65	0,203	0,014
0,72	0,807	0,016	1,06	0,838	0,058	1,70	0,189	0,012
0,73	0,823	0,017	1,07	0,790	0,048	1,75	0,177	0,011
0,74	0,840	0,017	1,08	0,749	0,041	1,80	0,166	0,010
0,75	0,857	0,017	1,09	0,713	0,036	1,85	0,156	0,009
0,76	0,874	0,018	1,10	0,680	0,033	1,90	0,147	0,008
0,77	0,892	0,019	1,11	0,652	0,028	1,95	0,139	0,007
0,78	0,911	0,019	1,12	0,626	0,026	2,0	0,132	0,013
0,79	0,930	0,020	1,13	0,602	0,024	2,1	0,119	0,011
0,80	0,950	0,021	1,14	0,581	0,021	2,2	0,108	0,010
0,81	0,971	0,022	1,15	0,561	0,020	2,3	0,098	0,008
0,82	0,993	0,023	1,16	0,542	0,019	2,4	0,090	0,008
0,83	1,016	0,024	1,17	0,525	0,017	2,5	0,082	0,006
0,84	1,040	0,025	1,18	0,510	0,015	2,6	0,076	0,006
0,85	1,065	0,027	1,19	0,495	0,015	2,7	0,070	0,005
0,86	1,092	0,028	1,20	0,480	0,015	2,8	0,065	0,005
0,87	1,120	0,031	1,21	0,467	0,013	2,9	0,060	0,004
0,88	1,151	0,032	1,22	0,454	0,013	3,0	0,056	0,015
0,89	1,183	0,035	1,23	0,442	0,012	3,5	0,041	0,010
0,90	1,218	0,019	1,24	0,431	0,011	4,0	0,031	0,006
0,905	1,237	0,020	1,25	0,423	0,011	4,5	0,025	0,005
0,910	1,257	0,021	1,26	0,410	0,010	5,0	0,020	0,006
0,915	1,278	0,022	1,27	0,400	0,010	6,0	0,014	0,005
0,920	1,300	0,023	1,28	0,391	0,009	8,0	0,009	0,004
0,925	1,323	0,025	1,29	0,382	0,009	10,0	0,005	
0,980	1,348	0,026			0,009			

ТАБЛИЦА XXI

Б. А. Бахметева

Канал с прямым уклоном: $i_0 > 0$. $k = 3,25$.

z	$B(z)$	$+ \Delta$	z	$B(z)$	$\pm \Delta$	z	$B(z)$	$- \Delta$
0	0	0,050	0,935	1,327	0,027	1,31	0,293	0,007
0,05	0,050	0,050	0,940	1,354	0,028	1,32	0,292	0,007
0,10	0,100	0,050	0,945	1,382	0,031	1,33	0,285	0,006
0,15	0,150	0,050	0,950	1,413	0,034	1,34	0,279	0,006
0,20	0,200	0,050	0,955	1,447	0,038	1,35	0,273	0,006
0,25	0,250	0,051	0,960	1,485	0,043	1,36	0,267	0,006
0,30	0,301	0,051	0,965	1,528	0,049	1,37	0,261	0,006
0,35	0,352	0,053	0,970	1,577	0,057	1,38	0,255	0,005
0,40	0,405	0,053	0,975	1,634	0,071	1,39	0,250	0,005
0,45	0,458	0,055	0,980	1,705	0,090	1,40	0,245	0,005
0,50	0,513	0,057	0,985	1,795	0,127	1,41	0,240	0,005
0,55	0,570	0,060	0,990	1,922	0,216	1,42	0,235	0,004
0,60	0,630	0,012	0,995	2,138		1,43	0,231	0,005
0,61	0,642	0,013	1,000	∞	∞	1,44	0,226	0,004
0,62	0,655	0,013	1,005	1,477	∞	1,45	0,222	0,004
0,63	0,668	0,013	1,010	1,265	0,212	1,46	0,218	0,004
0,64	0,681	0,013	1,015	1,140	0,125	1,47	0,214	0,004
0,65	0,694	0,013	1,020	1,053	0,087	1,48	0,210	0,004
0,66	0,707	0,014	1,025	0,986	0,067	1,49	0,206	0,004
0,67	0,721	0,014	1,030	0,932	0,054	1,50	0,202	0,017
0,68	0,735	0,014	1,035	0,886	0,049	1,55	0,185	0,015
0,69	0,749	0,015	1,040	0,846	0,040	1,60	0,170	0,013
0,70	0,763	0,015	1,045	0,811	0,035	1,65	0,157	0,012
0,71	0,778	0,015	1,05	0,780	0,031	1,70	0,145	0,010
0,72	0,793	0,016	1,06	0,727	0,053	1,75	0,135	0,009
0,73	0,808	0,016	1,07	0,683	0,044	1,80	0,126	0,008
0,74	0,824	0,017	1,08	0,646	0,037	1,85	0,118	0,007
0,75	0,841	0,016	1,09	0,613	0,033	1,90	0,111	0,007
0,76	0,857	0,017	1,10	0,584	0,029	1,95	0,104	0,006
0,77	0,874	0,013	1,11	0,558	0,026	2,0	0,098	0,011
0,78	0,892	0,019	1,12	0,534	0,024	2,1	0,087	0,009
0,79	0,911	0,019	1,13	0,512	0,022	2,2	0,078	0,008
0,80	0,930	0,019	1,14	0,493	0,019	2,3	0,070	0,006
0,81	0,949	0,021	1,15	0,475	0,018	2,4	0,064	0,006
0,82	0,970	0,022	1,16	0,558	0,017	2,5	0,058	0,005
0,83	0,992	0,022	1,17	0,443	0,015	2,6	0,053	0,005
0,84	1,014	0,024	1,18	0,428	0,015	2,7	0,048	0,004
0,85	1,038	0,025	1,19	0,414	0,014	2,8	0,044	0,003
0,86	1,063	0,027	1,20	0,401	0,013	2,9	0,041	0,003
0,87	1,090	0,023	1,21	0,389	0,012	3,0	0,038	0,011
0,88	1,118	0,030	1,22	0,378	0,011	3,5	0,027	0,007
0,89	1,448	0,033	1,23	0,368	0,010	4,0	0,020	0,005
0,90	1,181	0,018	1,24	0,358	0,010	4,5	0,015	0,004
0,905	1,199	0,019	1,25	0,348	0,010	5,0	0,012	0,004
0,910	1,218	0,019	1,26	0,339	0,009	6,0	0,008	0,003
0,915	1,237	0,020	1,27	0,330	0,009	7,0	0,005	0,001
0,920	1,257	0,022	1,28	0,322	0,008	8,0	0,004	0,001
0,925	1,279	0,023	1,29	0,314	0,008	9,0	0,003	0,01
0,930	1,302	0,025	1,30	0,306	0,007	10,0	0,002	

ТАБЛИЦА XXII

Б. А. Бахметева

Канал с прямым уклоном: $i_0 > 0$. $k=3,5$.

z	$B(z)$	$+ \Delta$	z	$B(z)$	$\pm \Delta$	z	$B(z)$	$- \Delta$
0	0	0,050	0,935	1,288	0,025	1,31	0,248	0,006
0,05	0,050	0,050	0,940	1,313	0,026	1,32	0,242	0,006
0,10	0,100	0,050	0,944	1,339	0,029	1,33	0,236	0,006
0,15	0,150	0,050	0,950	1,368	0,032	1,34	0,230	0,005
0,20	0,200	0,050	0,955	1,400	0,036	1,35	0,225	0,009
0,25	0,250	0,051	0,960	1,436	0,040	1,36	0,219	0,005
0,30	0,301	0,051	0,965	1,476	0,046	1,37	0,214	0,005
0,35	0,352	0,052	0,970	1,522	0,054	1,38	0,209	0,004
0,40	0,404	0,053	0,975	1,576	0,066	1,39	0,205	0,005
0,45	0,456	0,054	0,980	1,642	0,084	1,40	0,200	0,004
0,50	0,510	0,056	0,985	1,726	0,118	1,41	0,196	0,004
0,55	0,566	0,059	0,990	1,844	0,199	1,42	0,192	0,004
0,60	0,625	0,012	0,995	2,043	∞	1,43	0,198	0,004
0,61	0,637	0,012	1,000	∞	∞	1,44	0,184	0,004
0,62	0,649	0,012	1,005	1,329	∞	1,45	0,180	0,034
0,63	0,661	0,013	1,010	1,138	0,191	1,46	0,176	0,003
0,64	0,674	0,013	1,015	1,022	0,116	1,47	0,173	0,034
0,65	0,687	0,013	1,020	0,940	0,082	1,48	0,169	0,003
0,66	0,700	0,013	1,025	0,879	0,061	1,49	0,166	0,003
0,67	0,713	0,013	1,030	0,827	0,052	1,50	0,163	0,015
0,68	0,726	0,014	1,035	0,785	0,042	1,55	0,148	0,013
0,69	0,740	0,014	1,040	0,748	0,037	1,60	0,135	0,011
0,70	0,754	0,014	1,045	0,716	0,032	1,65	0,124	0,010
0,71	0,768	0,014	1,05	0,688	0,028	1,70	0,114	0,009
0,72	0,782	0,015	1,06	0,639	0,049	1,75	0,105	0,008
0,73	0,797	0,015	1,07	0,599	0,040	1,80	0,097	0,007
0,74	0,812	0,016	1,08	0,564	0,035	1,85	0,090	0,006
0,75	0,828	0,016	1,09	0,534	0,030	1,90	0,084	0,005
0,76	0,844	0,016	1,10	0,507	0,027	1,95	0,079	0,005
0,77	0,860	0,017	1,11	0,483	0,024	2,0	0,074	0,009
0,78	0,877	0,018	1,12	0,461	0,022	2,1	0,065	0,008
0,79	0,895	0,018	1,13	0,442	0,010	2,2	0,057	0,006
0,80	0,913	0,019	1,14	0,424	0,018	2,3	0,051	0,005
0,81	0,932	0,020	1,15	0,407	0,017	2,4	0,046	0,005
0,82	0,952	0,020	1,16	0,391	0,016	2,5	0,041	0,004
0,83	0,972	0,021	1,17	0,377	0,014	2,6	0,037	0,003
0,84	0,993	0,023	1,18	0,364	0,013	2,7	0,034	0,003
0,85	1,016	0,023	1,19	0,352	0,012	2,8	0,031	0,003
0,86	1,039	0,025	1,20	0,341	0,011	2,9	0,028	0,002
0,87	1,064	0,027	1,21	0,330	0,011	3,0	0,026	0,008
0,88	1,091	0,029	1,22	0,320	0,010	3,5	0,018	0,006
0,89	1,120	0,031	1,23	0,310	0,010	4,0	0,012	0,003
0,90	1,151	0,017	1,24	0,301	0,009	4,5	0,009	0,002
0,905	1,168	0,017	1,25	0,292	0,009	5,0	0,007	0,003
0,910	1,185	0,019	1,26	0,284	0,008	6,0	0,004	0,002
0,915	1,204	0,019	1,27	0,276	0,008	8,0	0,002	0,001
0,920	1,223	0,020	1,28	0,269	0,007	10,0	0,001	
0,925	1,243	0,022	1,29	0,262	0,007			
0,930	1,265	0,023	1,30	0,255	0,007			

ТАБЛИЦА XXIII

Б. А. Бахметова

Канал с прямым уклоном: $i_0 > 0$. $k = 3.75$.

z	$B(z)$	$+ \Delta$	z	$B(z)$	$\pm \Delta$	z	$B(z)$	$- \Delta$
0	0		0,935	1,254		1,31	0,208	
0,05	0,050	0,050	0,940	1,278	0,024	1,32	0,203	0,005
0,10	0,100	0,050	0,945	1,304	0,025	1,33	0,197	0,006
0,15	0,150	0,050	0,950	1,331	0,027	1,34	0,192	0,005
0,20	0,200	0,050	0,955	1,361	0,030	1,35	0,187	0,005
0,25	0,250	0,050	0,960	1,394	0,033	1,36	0,183	0,004
0,30	0,300	0,051	0,965	1,431	0,037	1,37	0,178	0,005
0,35	0,351	0,052	0,970	1,474	0,043	1,38	0,174	0,004
0,40	0,403	0,052	0,975	1,524	0,050	1,39	0,169	0,005
0,45	0,455	0,055	0,980	1,586	0,062	1,40	0,165	0,004
0,50	0,580	0,056	0,985	1,665	0,079	1,41	0,161	0,004
0,55	0,563	0,057	0,990	1,776	0,111	1,42	0,158	0,003
0,60	0,620	0,012	0,995	1,965	0,189	1,43	0,154	0,004
0,61	0,632	0,012	1,000	∞	∞	1,44	0,151	0,003
0,62	0,644	0,012	1,005	1,216	∞	1,45	0,147	0,004
0,63	0,656	0,012	1,010	1,031	0,185	1,46	0,144	0,003
0,64	0,668	0,013	1,015	0,922	0,109	1,47	0,141	0,003
0,65	0,681	0,012	1,020	0,847	0,075	1,48	0,138	0,003
0,66	0,693	0,013	1,025	0,789	0,058	1,49	0,135	0,003
0,67	0,706	0,013	1,030	0,742	0,047	1,50	0,132	0,003
0,68	0,719	0,013	1,035	0,702	0,040	1,55	0,119	0,013
0,69	0,732	0,014	1,040	0,668	0,034	1,60	0,108	0,011
0,70	0,746	0,013	1,045	0,638	0,030	1,65	0,098	0,010
0,71	0,759	0,014	1,05	0,612	0,026	1,70	0,090	0,008
0,72	0,773	0,014	1,06	0,566	0,046	1,75	0,083	0,007
0,73	0,787	0,015	1,07	0,529	0,037	1,80	0,076	0,007
0,74	0,802	0,015	1,08	0,497	0,032	1,85	0,070	0,006
0,75	0,817	0,016	1,09	0,469	0,029	1,90	0,065	0,005
0,76	0,833	0,016	1,10	0,444	0,025	1,95	0,060	0,005
0,77	0,849	0,016	1,11	0,422	0,022	2,00	0,056	0,004
0,78	0,865	0,017	1,12	0,402	0,020	2,10	0,048	0,008
0,79	0,802	0,017	1,13	0,384	0,018	2,20	0,042	0,006
0,80	0,899	0,018	1,14	0,368	0,016	2,30	0,037	0,005
0,81	0,917	0,019	1,15	0,353	0,015	2,40	0,033	0,004
0,82	0,936	0,019	1,16	0,339	0,014	2,50	0,030	0,003
0,83	0,955	0,020	1,17	0,326	0,013	2,60	0,027	0,003
0,84	0,975	0,022	1,18	0,314	0,012	2,70	0,024	0,003
0,85	0,997	0,023	1,19	0,302	0,012	2,80	0,022	0,002
0,86	1,020	0,024	1,20	0,292	0,010	2,90	0,020	0,002
0,87	1,044	0,025	1,21	0,282	0,010	3,00	0,0178	0,022
0,88	1,069	0,027	1,22	0,272	0,010	3,50	0,0117	0,0061
0,89	1,096	0,030	1,23	0,263	0,009	4,00	0,0080	0,0037
0,90	1,126	0,016	1,24	0,255	0,008	4,50	0,0058	0,0022
0,805	1,142	0,016	1,25	0,247	0,008	5,00	0,0043	0,0015
0,910	1,158	0,017	1,26	0,240	0,007	6,00	0,0026	0,0017
0,915	1,175	0,018	1,27	0,233	0,007	8,00	0,0012	0,0014
0,920	1,193	0,019	1,28	0,226	0,007	10,00	0,0006	0,0006
0,925	1,212	0,020	1,29	0,220	0,006			
0,930	1,232	0,022	1,30	0,214	0,006			

ТАБЛИЦА XXIV

Б. А. Бахметева

Канал с прямым уклоном: $i_0 > 0$. $k = 4,0$.

z	$B(z)$	$+ \Delta$	z	$B(z)$	$\pm \Delta$	z	$B(z)$	$- \Delta$
0	0	0,050	0,935	1,225	0,022	1,31	0,176	0,005
0,05	0,050	0,050	0,940	1,247	0,024	1,32	0,171	0,004
0,10	0,100	0,050	0,945	1,271	0,026	1,33	0,167	0,005
0,15	0,150	0,050	0,950	1,297	0,028	1,34	0,162	0,004
0,20	0,200	0,050	0,955	1,325	0,031	1,35	0,153	0,005
0,25	0,250	0,050	0,960	1,356	0,035	1,36	0,153	0,004
0,30	0,300	0,051	0,965	1,391	0,040	1,37	0,149	0,004
0,35	0,351	0,051	0,970	1,431	0,048	1,38	0,145	0,003
0,40	0,402	0,052	0,975	1,479	0,058	1,39	0,142	0,004
0,45	0,454	0,053	0,980	1,537	0,074	1,40	0,138	0,003
0,50	0,507	0,054	0,985	1,611	0,103	1,41	0,135	0,004
0,55	0,561	0,056	0,990	1,714	0,175	1,42	0,131	0,003
0,60	0,617	0,011	0,995	1,889	∞	1,43	0,128	0,003
0,61	0,628	0,012	1,000	∞	∞	1,44	0,125	0,003
0,62	0,640	0,012	1,005	1,107	0,171	1,45	0,122	0,003
0,63	0,552	0,012	1,010	0,936	0,100	1,46	0,119	0,003
0,64	0,664	0,012	1,015	0,836	0,070	1,47	0,116	0,003
0,65	0,678	0,012	1,020	0,766	0,054	1,48	0,113	0,002
0,66	0,688	0,012	1,025	0,712	0,044	1,49	0,111	0,002
0,67	0,700	0,013	1,030	0,668	0,036	1,50	0,109	0,002
0,68	0,713	0,013	1,035	0,632	0,032	1,55	0,097	0,010
0,69	0,726	0,013	1,040	0,600	0,028	1,60	0,087	0,008
0,70	0,739	0,013	1,045	0,572	0,024	1,65	0,079	0,007
0,71	0,752	0,014	1,05	0,548	0,042	1,70	0,072	0,006
0,72	0,766	0,014	1,06	0,506	0,035	1,75	0,066	0,006
0,73	0,780	0,014	1,07	0,471	0,030	1,80	0,060	0,005
0,74	0,794	0,014	1,08	0,441	0,026	1,85	0,055	0,005
0,75	0,808	0,015	1,09	0,415	0,023	1,90	0,050	0,004
0,76	0,823	0,015	1,10	0,392	0,020	1,95	0,046	0,003
0,77	0,838	0,016	1,11	0,372	0,018	2,00	0,043	0,006
0,78	0,854	0,016	1,12	0,354	0,017	2,10	0,037	0,005
0,79	0,870	0,017	1,13	0,337	0,015	2,20	0,032	0,0041
0,80	0,887	0,017	1,14	0,322	0,014	2,30	0,0279	0,0034
0,81	0,904	0,018	1,15	0,308	0,013	2,40	0,0245	0,0029
0,82	0,922	0,018	1,16	0,295	0,012	2,50	0,0216	0,0024
0,83	0,940	0,020	1,17	0,283	0,011	2,60	0,0192	0,0021
0,84	0,960	0,020	1,18	0,272	0,010	2,70	0,0171	0,0018
0,85	0,980	0,022	1,19	0,262	0,010	2,80	0,0153	0,0016
0,86	1,002	0,023	1,20	0,252	0,009	2,90	0,0137	0,0014
0,87	1,025	0,024	1,21	0,243	0,008	3,00	0,0123	0,0046
0,88	1,049	0,026	1,22	0,235	0,008	3,50	0,0077	0,0025
0,89	1,075	0,028	1,23	0,227	0,008	4,00	0,0052	0,0015
0,90	1,103	0,015	1,24	0,219	0,007	4,50	0,0037	0,0010
0,905	1,118	0,016	1,25	0,212	0,007	5,00	0,0027	0,0012
0,910	1,134	0,016	1,26	0,205	0,006	6,00	0,0015	0,0008
0,915	1,150	0,017	1,27	0,199	0,006	8,00	0,0007	0,0004
0,920	1,167	0,018	1,28	0,193	0,006	10,00	0,0003	
0,925	1,185	0,019	1,29	0,187	0,005			
0,930	1,204	0,021	1,30	0,182	0,006			

ТАБЛИЦА XXV

Б. А. Бахметева

Канал с прямым уклоном: $i_0 > 0$. $\gamma = 4,50$.

z	$B(z)$	$+\Delta$	z	$B(z)$	$\pm \Delta$	z	$B(z)$	$-\Delta$
0	0	0,050	0,935	1,177	0,020	1,31	0,129	0,004
0,05	0,050	0,050	0,940	1,197	0,021	1,32	0,125	0,004
0,10	0,100	0,050	0,945	1,218	0,023	1,33	0,121	0,004
0,15	0,150	0,050	0,950	1,241	0,026	1,34	0,117	0,004
0,20	0,200	0,050	0,955	1,267	0,028	1,35	0,113	0,003
0,25	0,250	0,050	0,960	1,295	0,032	1,36	0,110	0,003
0,30	0,300	0,051	0,965	1,327	0,036	1,37	0,107	0,003
0,35	0,350	0,051	0,970	1,363	0,042	1,38	0,104	0,003
0,40	0,401	0,051	0,975	1,405	0,052	1,39	0,101	0,003
0,45	0,452	0,052	0,980	1,457	0,066	1,40	0,098	0,003
0,50	0,504	0,052	0,985	1,523	0,090	1,41	0,095	0,003
0,55	0,556	0,055	0,990	1,615	0,156	1,42	0,092	0,002
0,60	0,611	0,011	0,995	1,771	∞	1,43	0,090	0,003
0,61	0,622	0,012	1,000	∞	∞	1,44	0,087	0,002
0,62	0,634	0,011	1,005	0,954	∞	1,45	0,085	0,002
0,63	0,645	0,012	1,010	0,792	0,162	1,46	0,083	0,002
0,64	0,657	0,011	1,015	0,703	0,089	1,47	0,081	0,002
0,65	0,668	0,012	1,020	0,641	0,062	1,48	0,079	0,002
0,66	0,680	0,012	1,025	0,594	0,047	1,49	0,077	0,002
0,67	0,692	0,012	1,030	0,555	0,039	1,50	0,075	0,009
0,68	0,704	0,012	1,035	0,522	0,033	1,55	0,066	0,008
0,69	0,716	0,012	1,040	0,495	0,027	1,60	0,058	0,006
0,70	0,728	0,013	1,045	0,470	0,025	1,65	0,052	0,005
0,71	0,741	0,013	1,05	0,448	0,022	1,70	0,047	0,005
0,72	0,754	0,013	1,06	0,411	0,037	1,75	0,042	0,004
0,73	0,767	0,013	1,07	0,381	0,030	1,80	0,038	0,004
0,74	0,780	0,014	1,08	0,355	0,026	1,85	0,034	0,003
0,75	0,794	0,014	1,09	0,332	0,023	1,90	0,031	0,003
0,76	0,808	0,014	1,10	0,311	0,020	1,95	0,028	0,002
0,77	0,822	0,015	1,11	0,294	0,018	2,0	0,026	0,0043
0,78	0,834	0,015	1,12	0,279	0,015	2,1	0,0217	0,0033
0,79	0,852	0,015	1,13	0,265	0,014	2,2	0,0184	0,0027
0,80	0,867	0,016	1,14	0,252	0,013	2,3	0,0157	0,0022
0,81	0,883	0,016	1,15	0,240	0,012	2,4	0,0135	0,0018
0,82	0,900	0,017	1,16	0,229	0,011	2,5	0,0117	0,0015
0,83	0,917	0,018	1,17	0,218	0,011	2,6	0,0102	0,0013
0,84	0,935	0,019	1,18	0,209	0,009	2,7	0,0089	0,0011
0,85	0,954	0,020	1,19	0,200	0,009	2,8	0,0078	0,0009
0,86	0,974	0,021	1,20	0,192	0,008	2,9	0,0069	0,0008
0,87	0,995	0,022	1,21	0,185	0,007	3,0	0,0061	0,0025
0,88	1,017	0,023	1,22	0,178	0,007	3,5	0,0036	0,0014
0,89	1,040	0,026	1,23	0,171	0,007	4,0	0,0022	0,0007
0,90	1,066	0,014	1,24	0,164	0,007	4,5	0,0015	0,0005
0,905	1,080	0,014	1,25	0,158	0,006	5,0	0,0010	0,0005
0,910	1,094	0,015	1,26	0,153	0,005	6,0	0,0005	0,0003
0,915	1,109	0,015	1,27	0,147	0,005	8,0	0,0002	0,0001
0,920	1,124	0,017	1,28	0,142	0,005	10,0	0,0001	
0,925	1,141	0,017	1,29	0,137	0,005			
0,930	1,158	0,019	1,30	0,133	0,004			

ТАБЛИЦА XXVI

Б. А. Бахметова

Канал с прямым уклоном: $i_0 > 0$. $k=5,0$.

z	$B(z)$	$+ \Delta$	z	$B(z)$	$\pm \Delta$	z	$B(z)$	$- \Delta$
0	0	0,050	0,935	1,141	0,018	1,31	0,097	0,003
0,05	0,050	0,050	0,940	1,159	0,020	1,32	0,094	0,004
0,10	0,100	0,050	0,945	1,179	0,021	1,33	0,090	0,003
0,15	0,150	0,050	0,950	1,200	0,023	1,34	0,087	0,003
0,20	0,200	0,050	0,955	1,223	0,025	1,35	0,084	0,003
0,25	0,250	0,050	0,960	1,248	0,029	1,36	0,081	0,002
0,30	0,300	0,050	0,965	1,277	0,033	1,37	0,079	0,003
0,35	0,350	0,051	0,970	1,310	0,039	1,38	0,076	0,002
0,40	0,401	0,051	0,975	1,349	0,046	1,39	0,074	0,003
0,45	0,452	0,051	0,980	1,395	0,054	1,40	0,071	0,002
0,50	0,503	0,052	0,985	1,456	0,063	1,41	0,069	0,002
0,55	0,555	0,053	0,990	1,539	0,141	1,42	0,067	0,002
0,60	0,608	0,011	0,995	1,680	∞	1,43	0,065	0,002
0,61	0,619	0,011	1,000	∞	∞	1,44	0,063	0,002
0,62	0,630	0,011	1,005	0,826	0,145	1,45	0,061	0,002
0,63	0,641	0,011	1,010	0,681	0,079	1,46	0,059	0,002
0,64	0,652	0,012	1,015	0,602	0,055	1,47	0,057	0,001
0,65	0,664	0,011	1,020	0,547	0,043	1,48	0,056	0,002
0,66	0,675	0,012	1,025	0,504	0,035	1,49	0,054	0,001
0,67	0,687	0,011	1,030	0,469	0,029	1,50	0,053	0,007
0,68	0,698	0,012	1,035	0,440	0,025	1,55	0,046	0,006
0,69	0,710	0,012	1,040	0,415	0,022	1,60	0,040	0,005
0,70	0,722	0,012	1,045	0,393	0,019	1,65	0,035	0,0041
0,71	0,734	0,012	1,05	0,375	0,032	1,70	0,0309	0,0035
0,72	0,746	0,013	1,06	0,342	0,027	1,75	0,0274	0,0030
0,73	0,759	0,013	1,07	0,315	0,024	1,80	0,0244	0,0026
0,74	0,772	0,013	1,08	0,291	0,019	1,85	0,0218	0,0023
0,75	0,785	0,013	1,09	0,272	0,018	1,90	0,0195	0,0020
0,76	0,798	0,013	1,10	0,254	0,015	1,95	0,0175	0,0017
0,77	0,811	0,014	1,11	0,249	0,014	2,00	0,0158	0,0028
0,78	0,825	0,014	1,12	0,225	0,013	2,10	0,0130	0,0022
0,79	0,839	0,015	1,13	0,212	0,011	2,20	0,0108	0,0018
0,80	0,854	0,015	1,14	0,201	0,010	2,30	0,0090	0,0014
0,81	0,869	0,016	1,15	0,191	0,010	2,40	0,0076	0,0014
0,82	0,885	0,016	1,16	0,181	0,008	2,50	0,0064	0,0009
0,83	0,901	0,017	1,17	0,173	0,008	2,60	0,0055	0,0008
0,84	0,918	0,018	1,18	0,165	0,008	2,70	0,0047	0,0006
0,85	0,936	0,018	1,19	0,157	0,007	2,80	0,0041	0,0006
0,86	0,954	0,019	1,20	0,150	0,006	2,90	0,0035	0,0004
0,87	0,973	0,021	1,21	0,144	0,006	3,00	0,0031	0,0015
0,88	0,994	0,022	1,22	0,138	0,006	3,50	0,0016	0,0006
0,89	1,016	0,023	1,23	0,132	0,005	4,00	0,0010	0,0004
0,90	1,039	0,013	1,24	0,127	0,005	4,50	0,0006	0,0002
0,905	1,052	0,013	1,25	0,122	0,005	5,00	0,0004	0,0002
0,910	1,065	0,014	1,26	0,117	0,004	6,00	0,0002	0,0001
0,915	1,079	0,014	1,27	0,113	0,004	8,00	0,0001	0,0001
0,920	1,093	0,015	1,28	0,108	0,004	10,00	0,0000	
0,925	1,108	0,016	1,29	0,104	0,004			
0,930	1,124	0,017	1,30	0,100	0,003			

ТАБЛИЦА XXVII

Б. А. Бахметева

Канал с прямым уклоном: $i_0 > 0$. $k = 5,50$.

z	$B(z)$	$+ \Delta$	z	$B(z)$	$\pm \Delta$	z	$B(z)$	$- \Delta$
0	0	0,050	0,935	1,112	0,016	1,31	0,074	0,003
0,05	0,050	0,050	0,940	1,128	0,018	1,32	0,071	0,003
0,10	0,100	0,050	0,945	1,146	0,020	1,33	0,068	0,002
0,15	0,150	0,050	0,950	1,166	0,021	1,34	0,066	0,003
0,20	0,200	0,050	0,955	1,187	0,024	1,35	0,063	0,002
0,25	0,250	0,050	0,960	1,211	0,026	1,36	0,061	0,002
0,30	0,300	0,050	0,965	1,237	0,030	1,37	0,059	0,002
0,35	0,350	0,050	0,970	1,267	0,035	1,38	0,057	0,002
0,40	0,400	0,051	0,975	1,302	0,042	1,39	0,055	0,002
0,45	0,451	0,051	0,980	1,344	0,056	1,40	0,053	0,002
0,50	0,502	0,051	0,985	1,400	0,076	1,41	0,051	0,002
0,55	0,553	0,053	0,990	1,476	0,129	1,42	0,049	0,002
0,60	0,606	0,010	0,995	1,605	∞	1,43	0,047	0,001
0,61	0,616	0,011	1,000	∞	∞	1,44	0,046	0,002
0,62	0,627	0,011	1,050	0,730	0,132	1,45	0,044	0,001
0,63	0,638	0,011	1,010	0,598	0,073	1,46	0,043	0,002
0,64	0,649	0,011	1,015	0,525	0,051	1,47	0,041	0,001
0,65	0,660	0,011	1,020	0,474	0,039	1,48	0,040	0,001
0,66	0,671	0,011	1,025	0,435	0,032	1,49	0,039	0,001
0,67	0,682	0,011	1,030	0,403	0,027	0,50	0,038	0,006
0,68	0,693	0,012	1,035	0,376	0,022	1,55	0,032	0,004
0,69	0,705	0,011	1,040	0,354	0,019	1,60	0,028	0,0044
0,70	0,716	0,012	1,045	0,335	0,017	1,65	0,0240	0,0031
0,71	0,728	0,012	1,05	0,318	0,030	1,70	0,0209	0,0026
0,72	0,740	0,012	1,06	0,288	0,024	1,76	0,0183	0,0022
0,73	0,752	0,012	1,07	0,264	0,020	1,80	0,0161	0,0020
0,74	0,764	0,012	1,08	0,244	0,019	1,85	0,0141	0,0016
0,75	0,776	0,013	1,09	0,225	0,015	1,90	0,0125	0,0014
0,76	0,789	0,013	1,10	0,210	0,013	1,95	0,0111	0,0012
0,77	0,802	0,014	1,11	0,197	0,013	2,00	0,0099	0,0020
0,78	0,816	0,013	1,12	0,184	0,011	2,10	0,0079	0,0015
0,79	0,829	0,014	0,13	0,173	0,010	2,20	0,0064	0,0012
0,80	0,843	0,014	1,14	0,163	0,009	2,30	0,0052	0,0009
0,81	0,857	0,015	1,15	0,154	0,008	2,40	0,0043	0,0007
0,82	0,872	0,015	1,16	0,146	0,008	2,50	0,0036	0,0005
0,83	0,887	0,016	1,17	0,139	0,007	2,60	0,0031	0,0005
0,84	0,903	0,017	1,18	0,132	0,007	2,70	0,0026	0,0004
0,85	0,920	0,017	1,19	0,125	0,006	2,80	0,0022	0,0003
0,86	0,937	0,019	1,20	0,119	0,005	2,90	0,0019	0,0003
0,87	0,956	0,019	1,21	0,114	0,006	3,00	0,0016	0,0008
0,88	0,975	0,021	1,22	0,108	0,004	3,50	0,00080	0,00037
0,89	0,996	0,022	1,23	0,104	0,005	4,00	0,00043	0,00019
0,90	1,018	0,011	1,24	0,099	0,004	4,50	0,00024	0,00008
0,905	1,029	0,012	1,25	0,095	0,004	5,00	0,00016	0,00009
0,910	1,041	0,013	1,26	0,091	0,004	6,00	0,00007	0,00005
0,915	1,054	0,013	1,27	0,087	0,004	8,00	0,00002	0,00001
0,920	1,067	0,014	1,28	0,083	0,003	10,00	0,00001	
0,925	1,081	0,015	1,29	0,080	0,003			
0,930	1,095	0,016	1,30	0,077	0,003			

ТАБЛИЦА XXVIII

Батикля для построения кривых подпора

$\zeta = \frac{z}{z_0}$	Bt(ζ)	Δ	$\zeta = \frac{z}{z_0}$	Bt(ζ)	Δ
1,000	— ∞	—	1,7	1,6691	0,1065
1,001	— 0,1366	—	1,8	1,7756	0,1049
1,002	+ 0,0026	0,1392	1,9	1,8805	0,1037
1,003	0,0843	0,0817	2,0	1,9842	0,1028
1,004	0,1424	0,0581	2,1	2,0870	0,1022
1,005	0,1876	0,0452	2,2	2,1892	0,1018
1,006	0,2247	0,0371	2,3	2,2910	0,1014
1,007	0,2561	0,0314	2,4	2,3924	0,1011
1,008	0,2834	0,0273	2,5	2,4935	0,1010
1,009	0,3076	0,0242	2,6	2,5945	0,1008
1,01	0,3293	0,0217	2,7	2,6953	0,1006
1,02	0,4740	0,0447	2,8	2,7959	0,1006
1,03	0,5612	0,0872	2,9	2,8965	1,1104
1,04	0,6248	0,0636	3,0	2,9969	0,2007
1,05	0,6757	0,0509	3,2	3,1976	0,2005
1,06	0,7183	0,0426	3,4	3,3981	0,2004
1,07	0,7555	0,0372	3,6	3,5985	0,2003
1,08	0,7884	0,0329	3,8	3,7988	0,2002
1,09	0,8183	0,0299	4,0	3,9990	0,2002
1,10	0,8457	0,0274	4,2	4,1992	0,2007
1,12	0,8950	0,0493	4,4	4,3993	0,2001
1,14	0,9388	0,0438	4,6	4,5994	0,2001
1,16	0,9786	0,0398	4,8	4,7995	0,2001
1,18	1,0155	0,0639	5,0	4,9996	0,5001
1,20	1,0499	0,0344	5,5	5,4997	0,5001
1,25	1,1277	0,0778	6,0	5,9998	1,0001
1,30	1,1999	0,0772	7,0	6,9999	1,0000
1,35	1,2660	0,0661	8,0	7,9999	1,0001
1,40	1,3288	0,0628	9,0	9,0000	1,0000
1,50	1,4474	0,1186	10,0	10,0000	1,0000
1,60	1,5601	0,1127			
		0,1090			