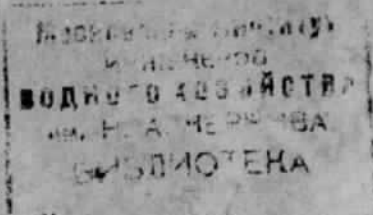
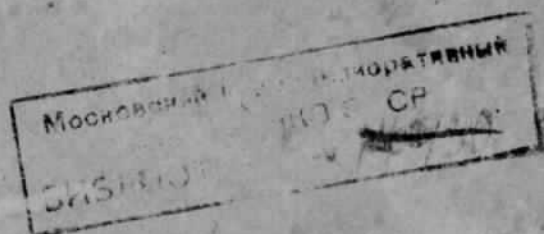
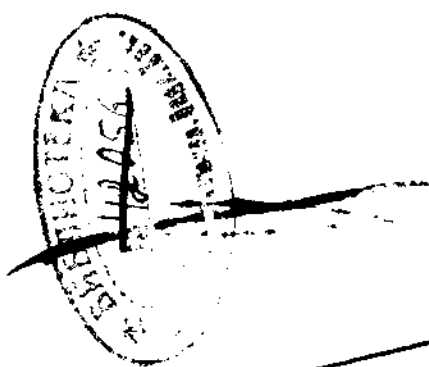


Инж. П. А. ЕФИМОВИЧ

ВОПРОСЫ ВОДОХОЗЯЙСТВЕННЫХ РАСЧЕТОВ И ГИДРОЛОГИИ



81 888



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ
БИБЛИОТЕКА
12056

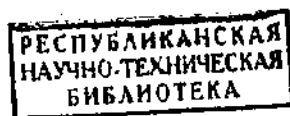
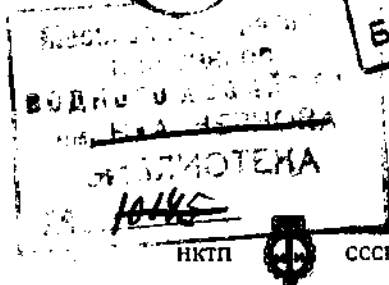
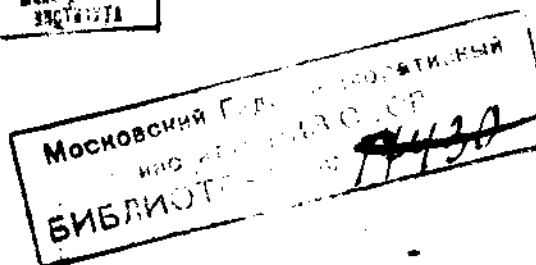
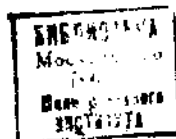
10145

Инж. П. А. ЕФИМОВИЧ

557
Депозитарий

25841/326760

В О П Р О С Ы ВОДОХОЗЯЙСТВЕННЫХ РАСЧЕТОВ и ГИДРОЛОГИИ



ОБЪЕДИНЕННОЕ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
МОСКВА ■ 1936 ■ ЛЕНИНГРАД

Редактор инж. В. К. Рерих

Технический редактор К. М. Шевелев

Сдано в набор 29/XI 1936 г.
Подписано к печати 11/IV 1936 г.
Формат бумаги $62 \times 94\frac{1}{16}$
Количество печатных листов 20
Количество бум. листов 10
Учетно-авторских листов 21,83
Количество печ. знаков в 1 бум. листе 113,052
Авторских листов 21,5
Энергоредакция 114
Учетный номер 7295

Уполномоченный Главлита № В—37620

Зак. 2861

Тираж 3.000

Типография Госбанка СССР, Неглинная, 12

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящий сборник является посмертным изданием трудов инж. Павла Александровича Ефимовича, безвременно скончавшегося в середине 1933 г. Помещенные в сборнике работы касаются вопросов гидрологии и водохозяйственных расчетов—области гидротехники, которой посвящена вся научная деятельность последних лет покойного и которой в условиях гигантского гидротехнического строительства СССР он придавал очень большое значение.

Обладая огромной эрудицией в вопросах математики, владея свободно четырьмя иностранными языками, в том числе шведским, и обладая широким общим инженерным образованием, инж. П. А. Ефимович имел возможность широко развернуть свои исключительные природные дарования. Последние годы своей жизни он руководил сектором гидрологии строительства канала Москва—Волга, а за несколько месяцев до своей смерти принял на себя руководство гидрологической частью Управления Верхней Волги; это дало ему возможность проверить на практике свои оригинальные научные предположения.

Печатаемые работы являются результатом всей его вышеуказанной деятельности. Несмотря на неподготовленность этих работ к печати, редакционная коллегия, образовавшаяся для просмотра и издания его научных трудов, нашла необходимым их опубликовать в том виде, как они были найдены, ввиду их значительного научно-технического интереса. Стремясь возможно меньше исказить оригинальные мысли автора, редколлегия решила издать их в авторской редакции, и только вывод математических формул и выкладки были дополнительно проработаны другим покойного, доцентом Московского университета Я. И. Северж-Зенковичем.

В отборе статей для печати и их просмотре по просьбе редколлегии приняли участие Н. М. Бернадский (ныне покойный), проф. М. М. Гришин и доцент инж. Д. Л. Соколовский, которым редколлегия приносит свою глубокую благодарность.

Переходя к характеристике отдельных статей, помещенных в сборнике, следует отметить, что „Гидрологический очерк бассейна Москва-реки“ представляет не только узкий интерес, так как содержит выведенные в результате проработки большого гидрологического материала формулы, позволяющие определять средние многолетние стоки рек ряда областей Союза.

„Периодичность в явлении стока рек“ и „Некоторые замечания о границах применимости методов математической статистики к гидрологии“ представляют собой этапы работы автора над применением вариационной статистики к гидрологическим расчетам. Выводы первой из этих статей вошли уже в союзную гидрологию в виде „Поправки инж. П. А. Ефимовича к формуле М. Ф. Менкеля-С. Н. Крицкого“. Сама же статья печатается впервые.

Переходным звеном от этих статей к методам многолетнего и сезонного регулирования, разработанным автором, служит небольшая статья „Краткий доклад о результатах последних работ сектора гидрологии строительства канала Москва—Волга“, опубликованная в томе XII „Известий НИГИ“ за 1934 г. и по техническим причинам не вошедшая в настоящий сборник. В ней содержатся последние взгляды автора на применимость методов статистики к вопросам гидрологии.

Для иллюстрации методов сезонного и многолетнего регулирования в сборник включены примеры расчетов, составленные инж. К. М. Ивановской по методологии П. А. Ефимовича под его непосредственным руководством.

Большое участие в издании сборника, по оформлению и редактированию его, принимали вдова покойного Л. К. Ефимович и инж. Г. М. Божко-Степаненко.

Председатель редакционной
коллегии проф. В. А. Васильев

1/II 1936 г.

О Г Л А В Л Е Н И Е

I. ГИДРОЛОГИЧЕСКИЙ ОЧЕРК МОСКВА-РЕКИ

	Стр.
Введение	7
Описание реки	9
Топография бассейна	12
Гидрометрические материалы по Москва-реке и притокам	13
Обработка наблюдений Бабьегородского поста	15
Установка средних многолетних модулей стоков	25
Коэффициент вариации стока	36
Половодья и паводки в бассейне Москва-реки	61
Сезонный сток и его распределение для Москва-реки и притоков	81
О минимальных расходах в бассейне Москва-реки	95
Приложение. Таблицы максимальных, минимальных и среднемесячных расходов Москва-реки у Бабьегородской плотины	97

II. ПЕРИОДИЧНОСТЬ В ЯВЛЕНИЯХ СТОКА РЕК И ЕЕ ВЛИЯНИЕ НА ВОДОХОЗЯЙСТВЕННЫЕ РАСЧЕТЫ 104

III. МЕТОДИКА ВОДОХОЗЯЙСТВЕННЫХ РАСЧЕТОВ В ЦЕЛЯХ МНОГОЛЕТНЕГО РЕГУЛИРОВАНИЯ СТОКА 147

Об исчислении потерь из водохранилища	161
О параллельной работе Рублевской и Зеленковской плотин	167
О борьбе с половодьями водохранилищем у Зеленкова	168

IV. НЕКОТОРЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ О ГРАНИЦАХ ПРИМЕНИМОСТИ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ К ГИДРОЛОГИИ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ 173

V. МЕТОДИКА ВОДОХОЗЯЙСТВЕННЫХ РАСЧЕТОВ (СЕЗОННОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ)

Введение	178
Принципы сезонного регулирования	179
Учет изменений к. п. д. турбины	185
Основные принципы ведения расчета регулирования	186
Регулирование половодья на максимальную срезку пика	195
Общие соображения по работе системы водохранилищ	196

VI. ВОДОХОЗЯЙСТВЕННЫЕ РАСЧЕТЫ: СЕЗОННОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ СТОКА ПО МЕТОДУ ИНЖ. П. А. ЕФИМОВИЧА 199

I. Основные предпосылки к методу сезонного регулирования стока	200
II. Условные обозначения и основные понятия	201
III. Числовой пример (А — основные данные к расчету объема водохранилища, В — эксплуатация водохранилища)	203

	Стр.
VII. О ЗАНЕСЕНИИ НАНОСАМИ ВЕРХНИХ БЬЕФОВ ВОДОХРАНИ-	
ЛИЩ	
Введение	236
Морфология рек	237
Наблюдения заилнения водохранилищ	243
Донные наносы и их отложения	254
Математические методы оценки влечения наносов	260
Метод Дюбуа-Крейтера	262
Метод Шоклича	264
Работы Линка	266
Работы Курцмана	270
Метод Гогенбургера	272
Метод Грюнгута-Гартмута	276
Работы Шафернака	278
Работы Кеннеди	283
Работа Боттомли	286
Работа Беллазиса	287
Работа Паркера	288
Работа Гриффита	292
Работа Ласея	293
Заключение	299
VIII. ПРИМЕР РАСЧЕТА ОБЪЕМА И РАБОТЫ ВОДОХРАНИЛИЩА	
ПРИ МНОГОЛЕТНЕМ РЕГУЛИРОВАНИИ СТОКА ПО СПОСОБУ	
П. А. ЕФИМОВИЧА	305

1. ГИДРОЛОГИЧЕСКИЙ ОЧЕРК БАСЕЙНА МОСКВА-РЕКИ

ВВЕДЕНИЕ

Настоящий гидрологический очерк имеет своей целью изучение практической гидрологии бассейна Москва-реки, главным образом, выше Москвы с тем, чтобы дать необходимые величины и параметры для водохозяйственных, а равно и для прочих гидротехнических расчетов.

Исходя из такой целевой установки и имея в виду наличие надежного и сравнительно долголетнего гидрометрического материала, мы сочли возможным построить все выводы настоящей статьи на одних фактических гидрометрических материалах, используя, где нужно, в весьма ограниченном размере известного рода суждения по аналогии, главным образом, в направлении внесения поправок во все же недостаточно длительные ряды наблюдений по отдельным рекам. Такого рода суждения по аналогии мы старались повсюду, где оказалось возможным, обосновать математически, привлекая к этому методы теории стохастических (случайных) связей.

Установление связи гидрологии с метеорологией по линии определения зависимостей стока от осадков и других климатических факторов не ставилось в задачу данной работы, ибо обработка климатологии в потребном для этого размере к моменту составления данной работы не могла быть закончена.

Основным гидрометрическим материалом, положенным в основу данной работы, является материал бывшей Центральной гидрологической станции НКЗ РСФСР, частью напечатанный в вып. 4 и 5 „Гидрометрических материалов“ по сети пунктов Павшинской гидрометрической станции и частью полученный Управлением строительства канала Москва—Волга в рукописном виде от Московского областного гидрометкомитета.

По ограниченности времени мы не имели возможности произвести детальный анализ кривых связи между горизонтами и расходами, положенных в основу опубликованных материалов. Такой анализ мы полагали бы возможным произвести, применяя методы изучения случайных связей, в частности, установить стохастическое уравнение для отклонения точек фактических замеров от кривой связи, которая является в сущности не чем иным, как кривой регрессии расходов по горизонтам ¹.

¹ А. А. Чупров, Основные проблемы теории корреляции.

Для кривой связи Павшинской гидрометрической станции нами сделано определение отклонения замеренных расходов. Обработке подверглись 230 расходов, из них 87 расходов (38%) — при низких горизонтах. Для малых расходов порядка 5—50 м³/сек мы получили среднее квадратическое отклонение в 10,2% (от расхода); для средних расходов, порядка 50—300 м³/сек, — в 7%; для больших расходов, порядка 300—750 м³/сек, — в 13,6% и для очень больших, порядка 750—2 000 м³/сек, — в 8,4%.

В среднем для всей кривой имеем отклонение, равное 9,3% (от расходов). Наибольшие отклонения не выходят за пределы троекратного квадратического отклонения для соответствующей группы расходов. Чтобы отдать себе отчет, в какой степени такие рассеяния можно считать малыми или большими, приведем по Паркеру (Parker) ¹ некоторые данные иностранной практики. Даусон (Dowson, Measurement of volumes discharged by the Nile in 1905—1906) указывает, что вероятная ошибка его измерений по 125 фактическим замерам равна 4,3%. Так как рассеяние равно вероятной ошибке, деленной на 0,683, то в его работе рассеяние точек фактических наблюдений равнялось в среднем для всей кривой связи

$$\sigma = \frac{4,3}{0,683} \% = 6,3\%.$$

Опыты Пражиля (Prazil, Schweizerische Bauzeitung, 1906) и Барроуза (Barrows, Pt. Am. S. of C. E. Vol. 59, стр. 50) показывают, что при пользовании многоточечным методом измерения скорости по вертикали и при абсолютно надежном измерении профиля реки вероятная ошибка наблюдения равна 3%, или рассеяние точек фактических наблюдений

$$\sigma = \frac{3}{0,683} \% = 4,4\%.$$

В случае применения более быстрых способов измерения скоростей по вертикалям рассеяние получается равным

$$\sigma = \frac{5}{0,683} \% = 7,3\%.$$

Наконец, если скорости или глубины в реке таковы, что точное измерение профиля становится невозможным (большие расходы паводков и половодий), то рассеяние может дойти до

$$\sigma = \frac{10}{0,683} \% = 14,6\%.$$

Опыты Мерфи и Аллена (Merphy и Allen), дающие значительно меньшие ошибки, по мнению Паркера надо считать исключительными как по составу наблюдателей, так и по условиям наблюдений, много более благоприятными, чем в обычных полевых условиях.

¹ P. M. Parker, Control of Water.

Сравнивая приводимые Паркером цифры с результатами нашей приближенной оценки точности павшинской кривой связи, надо признать, что павшинские наблюдения обладают вполне удовлетворительной точностью и могут служить основой для выводов, обладающих достаточной надежностью для любых практических применений. На основании сказанного представляется непонятным утверждение И. П. Кравченко¹, что „расходы, измеренные в открытом русле, дают весьма большие расхождения как при высоких, так и при низких уровнях“. В связи с этим мы считаем, что кривая связи по Троицкому-Лыкову (15 км ниже по течению от сел. Павшино), дающая при малых и средних расходах средние отклонения (т. е. рассеяние) $\sigma = 10\%$, а максимальные до $+34\%$, едва ли может считаться более надежной, чем павшинская, а вместе с тем и створ Троицкого-Лыкова—имеющим преимущество перед Павшинским.

Далее мы можем признать, что русло у сел. Павшино мало-подвижно, ибо столь умеренное рассеяние говорит лишь о случайных неизбежных ошибках наблюдений, а не о размыве русла. Незначительный, имевший место, размыв учитывался тем, что время от времени (раз в 2—3 года) вся кривая связи по сел. Павшино несколько изменялась. Зимний режим реки также освещен достаточным количеством замеров расходов, помогавших при оценке зимних расходов.

Изложенное позволяет нам признать, что материал по Павшинской гидрометрической станции вполне пригоден для пользования, а отсюда мы склонны признать, что данные по другим постам москворецкой сети (гидрометрии) достаточно надежны. Правда, мы не делали по другим створам даже приближенной оценки точности кривых связи, но думаем, что достаточная тщательность работ в сел. Павшино может служить основанием для доверия и к результатам наблюдений на других постах.

ОПИСАНИЕ РЕКИ

Москва-река в своем основном течении от истоков до г. Москвы имеет, грубо говоря, широтное направление, далее, она меняет направление на юго-восточное, сохраняя его до своего устья.

Общая длина Москва-реки по данным И. П. Кравченко² равна 499 км.

На протяжении 135 км река не имеет крупных притоков и течет примерно в направлении на юго-восток.

Несколько выше впадения первого крупного притока р. Иконы, имеющей бассейн 537 км², расположен г. Можайск, близ которого имелся временно действовавший (до 1927 г.) гидрометрический пост Павшинской сети. Город Можайск стоит на 123 км от истока, и бассейн реки здесь равняется, по нашим собственным измерениям по 10-верстной карте, 1390 км². В 8 км выше г. Можайска лежит дер. Марфин Брод, близ которой предпола-

¹ Исследование Москва-реки и описание, стр. 39.

² Ibid, стр. 140.

гается устройство водохранилища для целей регулирования стока реки.

На 153 км от истока впадает в Москва-реку слева один из трех главных ее притоков—р. Руза. Река Руза имеет бассейн 2040 км² и направление течения на юго-восток. На р. Рузе имеется действующий с 1924 г. гидрометрический пост у г. Рузы примерно на 16 км выше ее устья и открытый в 1930 г. по предложению треста „Водоканализация“ гидрометрический пост у дер. Покрова выше впадения р. Озерны.

Бассейн р. Рузы у г. Рузы по нашим измерениям равен 1918 км², у дер. Покрова 1183 км². Несколько выше дер. Покрова у сел. Палашкино намечается устройство плотины для регулирования стока р. Рузы.

Между впадением р. Рузы и следующего притока р. Истры расположен на Москва-реке г. Звенигород. Его расстояние от истока 217 км. Здесь расположен действующий с 1924 г. гидрометрический пост Павшинской сети. Бассейн Москва-реки у г. Звенигорода равняется по нашим измерениям 4952 км².

Ниже г. Звенигорода на 248 км от истока впадает слева в Москва-реку р. Истра с бассейном 2041 км².

На р. Истре расположено два гидрометрических поста Павшинской сети. Верхний у сел. Бужарово имеет бассейн 1000 км² (по нашим измерениям) и работает с перерывами с 1919 г. и непрерывно с 1924 г. Нижний гидрометрический пост расположен у Павловской слободы (бассейн 1910 км²) в 13 км от устья, работает с 1925 г. На р. Истре предполагается устройство плотины в верхнем течении близ сел. Бужарово (район Скриково-Андреевское или Раково) или у дер. Зеленьково на 4 км выше Павловской слободы.

Несколько выше сел. Павшино, расположенного на 273 км от истока, устроено Рублевское водозаборное сооружение Московского водопровода. У сел. Павшино бассейн Москва-реки равен по нашим измерениям 7537 км², и начиная отсюда, можно считать, что Москва-река входит в свое среднее течение. Гидрометрическая станция в сел. Павшино начала работать с 1918 г. и является, как выше говорилось, основой для наших суждений относительно москворецкой гидрологии.

На 287 км от истока расположено сел. Троицкое-Лыково, где с апреля 1922 г. по май 1924 г. было замерено всего 100 расходов (приведенных у И. П. Кравченко¹).

В дальнейшем станция была заброшена. Ввиду такого краткого периода действия и учитывая, что водомерный пост МПС в сел. Троицком-Лыкове был 2-го разряда, в период с 1910 г. по 1922 г. он был совершенно разрушен (хотя наблюдения на нем как-то и производились), а с 1924 г. он вообще закрыт,— можно сказать, что гидрометрические наблюдения у сел. Троицкое-Лыково вообще не имеют никакой цены с точки зрения установления многолетнего режима Москва-реки.

¹ Ibid, стр. 83.

На 321 км от истока стоит на Москва-реке Бабьегородская плотина, расположенная почти в центре Москвы. У самой плотины имеется водомерный пост, открытый в 1880 г. Нулем рейки является условный Московский „нуль“ Данилова монастыря, лежащий на 1,43 м ниже короля старой плотины. При разобранный плотине наблюдения ведутся по рейке верхнего бьефа, при собранной — по второй рейке в нижнем бьефе.

Наблюдения горизонтов у Бабьегородской плотины имеют особую ценность ввиду длительности периода их наблюдения и неразрываемости русла (порог плотины — водослив). К ним нам придется далее вернуться.

Верхний бьеф Бабьегородской плотины является началом шлюзованного участка Москва-реки.

На 323 км от истока в Москва-реку впадает слева р. Яуза, имеющая бассейн около 362 км². На р. Яузе у дер. Ватутино имеется гидрометрический пост Павшинской сети, открытый в 1926 г. Сколько-нибудь точное определение бассейна р. Яузы у дер. Ватутино невыполнимо, ибо верховья р. Яузы лежат в мытищинском болоте, для которого не только трудно установить гидрографический бассейн, но, главное, его истинный гидрологический бассейн может и не совпадать с гидрографическим, поверхностным (топографическим), бассейном.

На 341 км стоит Перервинская плотина. У нее расположен одноименный водомерный пост. Для получения кривой связи по Перервинской плотине было замерено в 7 км ниже устья шлюза Перервы у моста Курской дороги в 1923 г. 10 расходов.

На 359 км от истока стоит плотина Бесединская, при которой также имеется водомерный пост.

На 373 км стоит Андреевская плотина с водомерным при ней постом. В 1923 г. для получения кривой связи по Андреевской плотине было определено девять расходов воды, относящихся к спаду воды при разобранный плотине.

Ниже Андреевской плотины на 379 км от истока впадает справа в Москва-реку третий из ее крупных притоков — р. Пахра, имеющая бассейн 2614 км². На р. Пахре у сел. Макарово имеется гидрометрический пост Павшинской сети, открытый в 1925 г. Бассейн р. Пахры у сел. Макарово равняется по нашим измерениям 1762 км².

Следующая плотина на Москва-реке Софьинская. Расположена на 410 км от истока. При ней имеется водомерный пост, и для получения кривой связи по нему в 1928 г. и 1929 г. было измерено 21 расход при спаде вод паводков при разобранный плотине.

Далее, на 442 км стоит Фаустовская плотина с водомерным постом при ней. Расходы у Фаустова (в количестве 12) измерены в 1926 г. при спаде вод.

На 458 км слева впадает р. Нерская с бассейном 1337 км². На ней у сел. Губино расположен гидрометрический пост Павшинской сети, открытый в 1925 г. Бассейн р. Нерской у сел. Губино равен 1218 км².

У сел. Познянское расположена гидрометрическая станция НКПС, действовавшая с января по июнь 1923 г. Всего здесь измерено 52 расхода. При высоких водах станция подпирается водами р. Оки.

Далее у устья р. Северки на 483 км от истока расположена Северская плотина с водомерным постом при ней. Бассейн р. Северки равен 1360 км^2 , на ней у сел. Алексеевское расположен гидрометрический пост Павшинской сети, открытый в 1925 г. Бассейн р. Северки у Алексеевского равен 622 км^2 .

Город Коломна расположен на 493 км от истока, а на 494 км от истока расположен мост Казанской дороги, где в 1924 г. измерено в высокую воду 21 расход. Полученная кривая связи отражает в сильнейшей степени влияние подпора р. Оки. У впадения в р. Оку бассейн Москва-реки равен 19716 км^2 .

Относительно всех водомерных постов у плотин, кроме Бабьегородской, надо сказать, что их показания совершенно ненадежны, ибо рейки их часто переставлялись, и ошибки их показаний по данным И. П. Кравченко¹ могут достигать 0,53 м.

Кривые связи по этим постам совершенно также не могут считаться надежными ввиду малого количества замеров, произведенных лишь при спаде вод.

ТОПОГРАФИЯ БАССЕЙНА

Наибольшей высотой обладает водораздел бассейна Москва-реки и р. Волги, вернее водораздел между притоками Москва-реки и р. Волги. Имея отметки порядка 238—245 м на западе в районе Волоколамска, водораздел постепенно снижается к востоку до отметок 200—210 м в районе Сенежского озера. Далее к востоку водораздел уже с р. Клязьмой поднимается к отметкам 213 м в районе р. Сходни, чтобы потом начать постепенно падать к 159 м в районе Салтыковки и далее, на восток, до 129—132 м в районе Орехово-Зуево на водоразделе рр. Клязьмы и Нерской.

Водораздел с притоками р. Оки значительно ниже. Имея отметки 190—200 м на западе в районе г. Можайска, на отметке 200 м тянется через Бекасово на Крутой Враг и начинает понижаться к Столбовой, где достигает отметки 190 м, и далее, почти на той же отметке тянется к Вельяминову, снижаясь до 150—190 м у самой р. Оки.

Обзор этих отметок показывает, что истоки рр. Истры и Пахры лежат примерно на одинаковых отметках. Истоки р. Рузы, напротив, находятся на 40—50 м выше. Отметка впадения р. Истры в Москва-реку около 129 м. Падение от этой точки до водораздела у истока р. Истры $(200 - 129) = 71 \text{ м}$.

Падение до истока р. Рузы около $(71 + 45) = 116 \text{ м}$. Ввиду того, что длина от устья р. Истры до ее истоков в 2,2 раза менее, чем до истоков р. Рузы, можно принять, что на длине Истры уклон примерно на 35% больше, чем на участке

¹ Ibid, стр. 24.

Москва-река—р. Руза до истоков последней. Аналогичные подсчеты указывают, что уклоны р. Пахры примерно те же, что и уклоны р. Истры. Если учесть, что главное течение Москва-реки на участке: устье р. Истры—устье р. Рузы имеет уклон меньший, чем притоки, то получится, что уклон самой р. Рузы примерно равен уклону р. Истры, т. е. уклоны этих трех притоков почти равны.

ГИДРОМЕТРИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МОСКВА-РЕКЕ И ПРИТОКАМ

Основным и более надежным материалом по гидрометрии Москва-реки и ее притоков являются наблюдения Павшинской гидрометрической станции и сети ее постов. Как уже сказано, эти наблюдения представляются достаточно точными. Объем использованных для данной работы материалов наблюдений этой сети виден из следующей таблицы:

ТАБЛИЦА 1

Наименование		С какого времени использован материал наблюдений	До какого времени использован материал наблюдений
реки	створа		
Москва	Павшино	1/X 1918 г.	30/IX 1931 г.
Москва	Звенигород	1/X 1925 г.	30/IX 1931 г.
Руза	г. Руза	1/X 1924 г.	30/IX 1931 г.
Истра	Бужарово	1/X 1919 г.	30/XI 1922 г.
Истра	Бужарово	1/I 1924 г.	30/IX 1931 г.
Истра	Павловская слобода	1/I 1925 г.	30/IX 1931 г.
Пахра	Макарово	1/I 1925 г.	30/IX 1929 г.
Ванька	Павшино	1/II 1925 г.	30/IX 1928 г.
Яуза	Вакутино	1/V 1926 г.	30/IX 1929 г.
Нерская	Губино	1/X 1925 г.	30/IX 1929 г.
Северская	В. Алексеевское	1/II 1925 г.	30/IX 1928 г.

Материалы до 1929/1930 г. получены нами из данных Павшинской станции, которые уже упоминались в начале этой работы. Материалы 1929/1930 г., 1930/1931 г. и часть 1931/1932 г. получены нами в рукописном виде из Гидрометкомитета.

В опубликованных печатных материалах и полученных рукописях по этим створам имеются фактически замеренные по постам расходы, указанные в табл. 2.

Перечисленные расходы измерены до 23/II 1932 г. Надо указать, что измерения по Звенигороду производились, главным образом, при высоких водах (44 из общего числа 66), вследствие этого сток по посту Звенигород, особенно в маловодные годы, получается искаженным (преувеличен).

ТАБЛИЦА 2

С т в о р	Количество замеров расходов	
	в открытом русле	зимой
Москва—Павшино	278	112
Москва—Звенигород	55	11
Москва—Можайск до 1928 г. (с 1/VII 1929 г. Макарово)	39	8
Руза—Руза	50	16
Истра—Бужарово	42	13
Истра—Павловская слобода	66	15
Пакра—Макарово	36	16
Баянка—Павшино	116	56
Руза—Ватутино	23	11
Нарская—Губино	72	7
Северка—В. Алексеевское	49	18

По другим постам такой резкой диспропорции в измерении расходов не замечается. Надо отметить, что число замеренных расходов на всех отворах, кроме сел. Павшино, недостаточно, чтобы обнаружить возможные незначительные изменения дна, влияющие на кривую связи. Поэтому по всем постам за весь период мы имеем для каждого по одной кривой связи. Лишь по Москва—Павшино кривые связи несколько раз изменялись ввиду незначительного размыва русла; в период до 1929/30 г. имелось две разных кривых для лет 1918—1924 и 1925—1928 гг. Начиная с июня 1929 г., применялась уже третья кривая связи. В 1929/1930 и 1930/1931 гг. мы не имеем сведений относительно изменений в их кривой связи. Надо тут же упомянуть, что изменение кривых связи имеет заметное значение лишь при малых расходах.

Для учета зимних расходов применялся следующий метод: по фактическим изменениям расходов определялось отношение $\varphi = \frac{Q_{зимн}}{Q_{летн}}$, где расход $Q_{летн}$ брался по применяемой в данном году кривой связи для открытого русла. Далее устанавливается для данного отрезка времени зависимость φ от толщины льда. Толщина льда наблюдается довольно регулярно, а потому, зная эту толщину льда для любого момента и имея функцию $\varphi = f(\Delta)$, можно вычислить расход $Q_{зимн} = \varphi Q_{летн}$, прилагая поправочный коэффициент φ к летней кривой связи. Не отрицая того, что такой способ далек от совершенства и не согласуется с теоретическими построениями, все же для данного отрезка времени при достаточно частом замере расходов он дает удовлетворительные результаты. Можно считать, что по Павшинской станции зимние расходы получаются при такой обработке вполне обоснованными. По прочим постам зимних расходов, фактически замеряемых, не всегда было достаточно для надежного обоснования подобных поправок, но все же имеющихся наблюдений доста-

точно, чтобы получить приближенно верные данные по зимнему стоку, даже если отдельные расходы по дням и будут не совсем верны. Тут же надлежит отметить, что материалы за 1930/1931 г. были даны с зимними расходами, исчисленными прямо по кривой связи открытого русла. Поэтому мы сами внесли в них приближенный корректив, умножая весь зимний сток, исчисленный по летней кривой связи, на коэффициент ψ , определявшийся нами по наиболее подходящему к 1930/1931 г. по зимним расходам году из числа предыдущих по данному створу.

Как уже указывалось выше, материалы изысканий НКПС ввиду их кратковременности (Троицкое-Лыково, Новлянское и пр.) совершенно не могли быть нами использованы.

Учитывая, далее, что даже по сел. Павшино мы имеем всего 13 полных гидрологических лет наблюдений и что эта совокупность 13 лет, повидимому, не может относиться к числу имеющих сток, равный среднему, мы пошли по пути обработки наблюдений Бабьегородского поста, при всей их дефективности все же обладающих двумя очень существенными преимуществами — длительностью и постоянством русла.

ОБРАБОТКА НАБЛЮДЕНИЙ БАБЬЕГОРОДСКОГО ПОСТА

Попытки обрабатывать наблюдения поста у Бабьегородской плотины делались не раз. Первой попыткой является так называемая кривая инж. В. К. Шпейера, полученная путем вычислений по формуле Гангалье-Куттера при коэффициенте шероховатости, подсчитанном по измеренным поплавокми скоростям; каков был коэффициент шероховатости при этом, неизвестно. Максимум 1908 г. при отметке 10,56 м над Даниловским нулем определялся Шпейером в 2914 м³/сек. Измерения 1913, 1919 и 1920 гг. показали, что при низких и средних расходах кривая Шпейера неверна. Как мы увидим далее, при высоких горизонтах она дала верные результаты.

Второй попыткой (в нескольких вариантах) построения кривой связи по Бабьегородской плотине надо считать работы б. МКХ и его отделов. Используя наблюдения 1919, 1920 гг. по Павшинской станции и 11 измерений расходов¹ у Дорогомиловского моста в 1920 г. в пределах от 11,6 до 893,5 м³/сек, была построена кривая связи, дававшая по экстраполяции для расхода 1908 г. (отметка 10,56 м) 2282,3 м³/сек. В свете последних измерений 1926 г. полученная цифра расходов 1908 г. должна быть признана неправильной, а кривая мало достоверной.

Далее, после ряда коррективов уже в 1927 г. Отделом речных сооружений МКХ построена кривая связи по Бабьегородской плотине с использованием измерений высоких расходов 1926 г. Эта кривая, достаточно достоверная для высоких расходов, повидимому, неверна для низких расходов.

Самый низкий ее участок получен следующим образом. По одному из периодов особенно низких расходов 1921 г. (повиди-

¹ Данные этих расходов см. И. П. Кравченко, стр. 41.

тому зимой), когда данный расход (горизонт) держался очень устойчиво, сделано было перенесение расхода с Павшинской станции на створ Бабьегородской плотины, пересчитывая его пропорционально площадям бассейнов и учитывая потребление Рублевской водопроводной станции и отвод в канаву (идущий в обход Бабьегородской плотины) в количестве $0,5 \text{ м}^3/\text{сек.}$

Следующая проверка показывает, что полученные таким образом расходы (по кривой 1927 г.) при поднятой плотине неверны.

Если к полученным по кривой 1927 г. меженным стокам у Бабьегородской плотины при поднятой плотине прибавить расход в канаву в размере $0,5 \text{ м}^3/\text{сек.}$ (принимая его постоянным, что не совсем точно) и водозабор Рублевской станции и, далее, к стокам, полученным по сел. Павшино, прибавить забор Рублевской станции, то отношение двух этих величин должно почти равняться отношению площадей бассейнов или $\frac{8170}{7537} = 1,084$,

где 8170 км^2 — площадь бассейна у Бабьегородской плотины.

Фактические наблюдения дают при поднятой плотине отношение стока Бабьегородской плотины к стоку у сел. Павшино от 1,17 до 1,64, т. е. значительно большую величину.

С другой стороны, при опущенной плотине это отношение получается, вообще говоря, преуменьшенным. Такое положение побудило нас предпринять самостоятельную обработку кривой связи по Бабьегородской плотине.

В основу этого построения приняты нами следующие положения:

1. Забор воды канавой в зависимости от нагрузки трамвайной станции по существу является переменным, но при больших расходах в реке является совершенно незаметным. Из года в год забор воды трамвайной станцией, производящийся из канавы и образующийся в Москва-реку у Каменного моста, менялся мало, но в течение суток колебания могут быть значительны. Последние колебания могут, повидимому, без труда быть отрегулированы бьефом плотины. По данным трамвайной станции до 1926 г. может быть принято, что средняя нагрузка трамвайной станции равнялась $166\,000 \text{ катч}$ в сутки. На 1 катч станция потребляет $0,35 \text{ м}^3$ охлаждающей воды. Средний расход, потребляемый станцией, был $\frac{166\,000 \cdot 0,35}{86\,400} = 0,67 \text{ м}^3/\text{сек.}$

Учитывая то, что по годам и сезонам этот расход, начиная с 1908 г., мало менялся, мы его не учитываем отдельно при пересчете расходов, просто считая, что весь расход проходит через плотину. Принимая во внимание, что при установлении связи мы учли и наблюдения горизонтов с 1920 по 1922 г., когда станция не работала, то в среднем наши связи могут относиться к периоду отсутствия работы станции, причем благодаря такому допущению мы думаем, что ошибка стока за год не превзойдет величины $\frac{0,67 \cdot 31\,500\,000}{2} = 10\,600\,000$, что составляет всего $0,6\%$ среднего по стоку года.

Учитывая всевозможные иные виды ошибок при установлении истинной кривой связи, такая ошибка должна быть признана ничтожной.

2. Зимой ввиду незамерзания нижнего бьефа плотины к расходам зимним может быть применена летняя кривая связи.

3. При малой разнице бассейна у сел. Павшино от бассейна у Бабьегородской плотины (7537 и 8170 км² соответственно) мы допускаем, что модули стоков как средние по годам, так и в любой отдельный момент для сел. Павшино и Бабьегородской плотины равны.

4. Забор воды Рублевской станцией за период лет сопоставления горизонтов у сел. Павшино и Бабьегородской плотины принят нами равным 1,5 м³/сек. Фактически этот расход колебался от 1,35 до 1,65 м³/сек.

Нами произведено сопоставление горизонтов меженных вод при открытом русле при разобранной плотине в интервале 96—240 см по рейке у сел. Павшино и ему соответствующем интервале 158—238 см по рейке у Бабьегородской плотины.

Коррелируя наблюдения горизонтов у сел. Павшино и Бабьегородской плотины с приближенным учетом скорости добега воды от сел. Павшино до плотины, мы получили коэффициент корреляции $r = +0,958 \pm 0,004$ по 260 парам величин.

Такой высокий коэффициент корреляции показывает, что связь горизонтов у сел. Павшино и Бабьегородской плотины отлично изображается прямой линией регрессии.

Уравнение регрессии получает следующий вид:

$$H_B = 126,2 + 0,413 H_P, \quad (1)$$

где H_B — горизонт по Бабьегородской рейке и H_P — горизонт по Павшинской рейке. Коэффициент регрессии $R_B = 0,413$ определяется с средней ошибкой $\pm 0,007$, т. е. весьма точно.

Такое же сопоставление, сделанное при поднятой плотине в интервале горизонтов 171—213 см для Бабьегородской плотины и 95—167 для сел. Павшино (открытое русло), приводит к коэффициенту корреляции: $r = +0,861 \pm 0,015$ при 308 парах коррелирующих величин. Связь явно менее тесная, чем в первом случае.

Графический анализ (приближенный) показывает, что более низкий коэффициент корреляции надо отнести за счет сильного рассеяния точек, а не криволинейной регрессии.

Поэтому и тут уравнение регрессии будет линейным и имеет вид

$$H_B = 134,9 + 0,406 H_P$$

с теми же обозначениями, что и выше. Мы видим, что коэффициент регрессии $R_B = 0,406$, определяемый в данном случае средней ошибкой $\pm 0,014$, т. е. также весьма точно, получился почти равным коэффициенту регрессии $R_B = 0,413$ по уравнению (1).

Согласно теории математической статистики для подобного рода величины X и Y признаются различными, если их разность $(X - Y)$ больше, чем $3 \sqrt{\Sigma X^2 + \Sigma Y^2}$, где Σ — сумма.

ошибка X и ΣY — средняя ошибка Y . Прилагая этот критерий к данному случаю, мы получим $(X - Y) = 0,413 - 0,406 = 0,007$,

$$\sqrt{\Sigma X^2 + \Sigma Y^2} = \sqrt{0,007^2 + 0,014^2} = 0,016.$$

Таким образом разница $X - Y$ значительно менее $\sqrt{\Sigma X^2 + \Sigma Y^2}$.

Отношение $\frac{X - Y}{\sqrt{\Sigma X^2 + \Sigma Y^2}}$ в данном случае равно $\frac{0,007}{0,016} = 0,45$. При

такой величине этого отношения можно примерно оценить количество шансов за то, что R_B в формуле (1) больше R_B в формуле (2) лишь в 68% из 100%. Такая вероятность очень далека от того, чтобы считать разницу этих величин вполне вероятной.

Отсюда мы видим, что под'ем плотины вызывает при равных соответственно горизонтах в Павшино под'ем горизонтов в нижнем бьефе Бабьегородской плотины на

$$134,9 - 126,2 = 8,7 \text{ см.}$$

Колебание же бьефов продолжает быть параллельным.

Такое положение сводится к тому, что при равных расходах горизонт по рейке плотины при поднятой плотине в среднем на 8,7 см выше, чем при спущенной плотине. Это обстоятельство может быть объяснено тем, что при поднятой плотине скорость падающей воды гасится при ударе о флютбет, и потому для дальнейшего движения воды ниже плотины должен образоваться больший уклон, что вызывает указанный под'ем нижнего бьефа плотины.

Сопоставление 284 парных значений горизонтов при ледоставе привело к значению коэффициента корреляции $r = +0,19$, что указывает на столь слабую связь, что ее не удастся использовать для построения кривой связи для зимних расходов по Бабьегородской плотине.

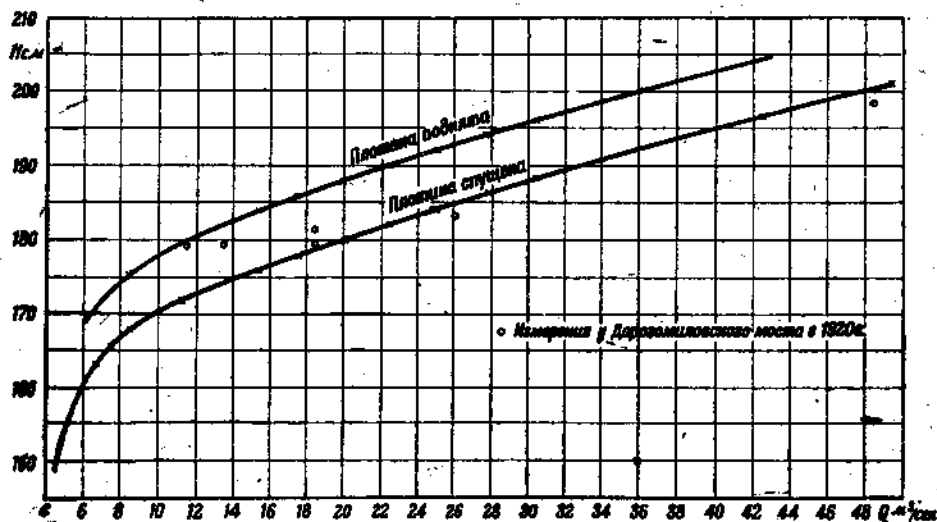
Построение кривой связи для низких расходов производилось по этим данным следующим образом: пусть при данном горизонте H_n у сел. Павшино по павшинской кривой получается расход Q_n ; расход у Бабьегородской плотины вместе с расходом канавы получается по формуле

$$(Q_n + 1,5) \cdot \frac{8170}{7537} - 1,5 = Q_B, \quad (3)$$

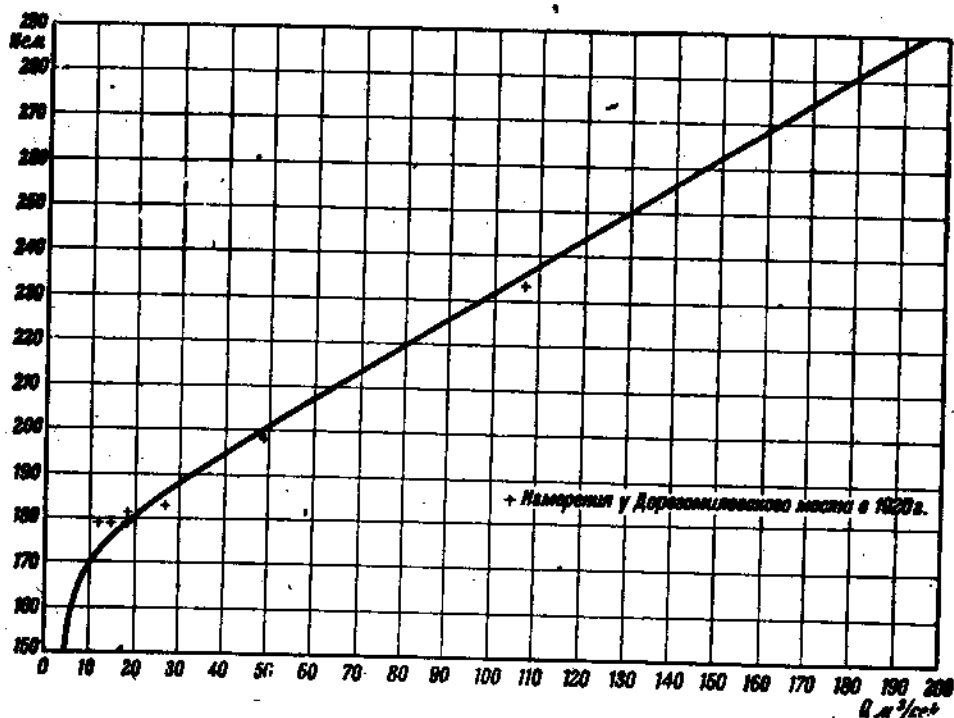
где 1,5 — забор Рублевской станцией, расположенной выше сел. Павшино, 8170 — площадь бассейна у Бабьегородской плотины и 7537 — бассейн у сел. Павшино. Далее по горизонту H_n по формулам (1) и (2) подсчитывался соответствующий ему горизонт Бабьегородской плотины H_B . Имея Q_B и соответствующий горизонт H_B , мы строим кривую связи (вместе с канавой) $Q_B = f(H_B)$, каковая имеет при низких расходах две ветви — одну для поднятой, другую для спущенной плотины; обе кривые построены при открытом русле. Они изображены на фиг. 1. Непосредственной поверкой этой части кривой могут служить точки фактических замеров у Дорогомилковского моста в 1920 г.

Приводим данные этих измерений по И. П. Кравченко¹.

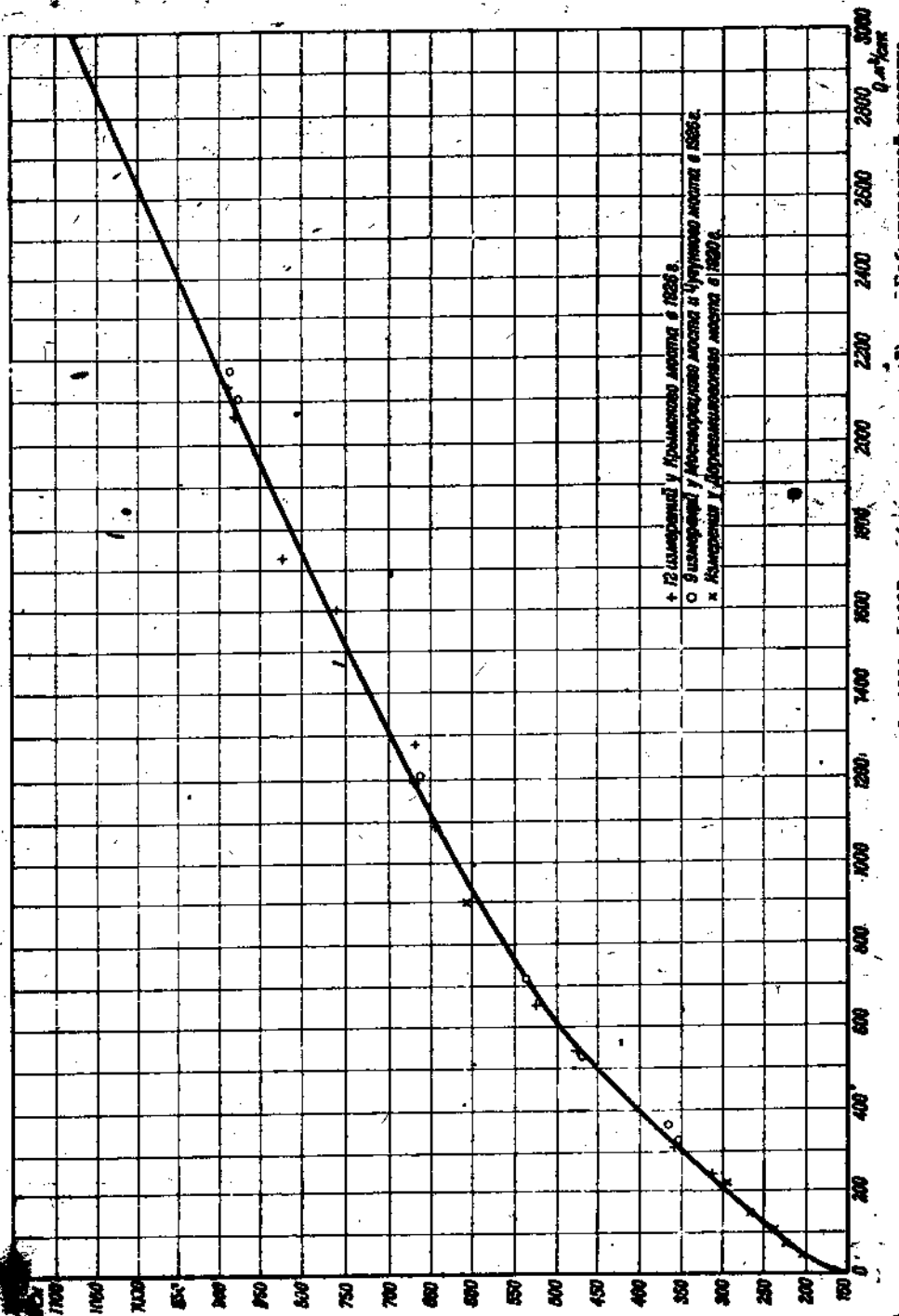
¹ Ibid, стр. 41.



Фиг. 1. Кривые связи $Q = f(H)$ для нижних горизонтов, построенные для Бабьегородской плотины по методу корреляции с Павшинской станцией (вместе с канавой).



Фиг. 2. Кривая связи $Q = f(H)$, построенная по методу корреляции с Павшинской станцией для средних горизонтов при спущенной (Бабьегородской) плотине (вместе с канавой). Начиная с горизонта 200 см и выше кривая построена по данным измерений у Дорогомиловского места.



Фиг. 3. Кривые связи $Q = f(H)$ по данным измерений 1926 и 1927 гг. (вместе с канальной) для Баб'Агородской платины.

ТАБЛИЦА 3

Горизонт воды по рейке Бабьегородской плотины H_B в м	1,79	1,79	1,79	1,81	1,83	1,98	2,20	2,33	2,65	2,94	6,04
Расход в $м^3/сек$	11,6	13,6	18,5	18,5	26,2	48,6	77,7	106,8	145,7	213,7	693,5

Начиная с расхода $18,5 м^3/сек$, точки лежат достаточно близко от кривой (учитывая способ ее построения) при спущенной плотине, первая точка почти падает на кривую при поднятой плотине.

Кривая связи при средних расходах от 40 до $90 м^3/сек$ построена исключительно по данным этих замеров 1920 г. (фиг. 2).

Наконец, участок высоких расходов от 180 до $2200 м^3/сек$ (а по экстраполяции и выше) построен по измерениям 1920 и 1921 гг., измерению высоких вод в половодье 1926 г. (фиг. 3). Последние приводим по данным, выписанным нами из материалов Отдела речных сооружений б. МКХ.

ТАБЛИЦА 4

Отметки по рейке Бабьегородской плотины в м	Расход в $м^3/сек$	Дата замера	Примечания
6,68	1 278,3	22/IV	Профиль Крымского моста
8,23	1 724,0	23/IV	" " "
8,93	2 135,2	24/IV	" " "
8,82	2 061,3	25/IV	" " "
7,58	1 597,6	26/IV	" " "
6,66	1 181,3	27/IV	" " "
6,42	1 078,3	27/IV	" " "
5,20	647,2	28/IV	" " "
4,71	539,4	28/IV	" " "
3,69	335,1	29/IV	" " "
3,56	308,2	29/IV	" " "
3,14	240,5	30/IV	" " "
8,92	1 804,8	24/IV	Профиль Москворецкого моста
8,83	1 750,6	25/IV	" " "
7,60	1 385,4	26/IV	" " "
6,62	1 041,7	27/IV	" " "
5,34	634,5	28/IV	" " "
4,67	479,9	28/IV	" " "
3,69	338,5	29/IV	" " "
3,56	308,3	29/IV	" " "
3,16	238,6	30/IV	" " "
8,92	370,8	24/IV	Профиль Чугунного моста на канале
8,83	358,2	25/IV	" " " " "
8,00	267,3	26/IV	" " " " "
6,74	172,7	27/IV	" " " " "
6,57	148,9	27/IV	" " " " "
5,16	78,5	28/IV	Профиль Чугунного моста по каналу
4,59	49,2	28/IV	" " " " "
3,88	18,2	29/IV	" " " " "
3,52	9,4	29/IV	" " " " "
3,20	2,5	30/IV	" " " " "

Расходы суммарные у Москворецкого моста обработаны следующим образом: построена кривая связи отметок по рейке Бабьегородского поста и расходов в канаве, по этой кривой исчислены расходы в канаве, соответствующие расходам у Москворецкого моста. Сумма двух последних величин нанесена на фиг. 3 против горизонта Бабьегородского поста, соответствующего измеренным у Москворецкого моста расходам.

Расположение точек на кривой связи для высоких расходов указывает на крайне согласованное (мало разбросанное) их расположение, что подтверждает надежность кривой связи.

Надо при этом отметить, что бифуркация выше Бабьегородского поста на кривую при расходах порядка $200 \text{ м}^3/\text{сек}$ и выше совершенно не влияет, ибо расходы в канаве связаны с горизонтами по рейке плотины. При меньших же расходах в реке расходы в канаве вообще очень малы и приближенно учитываются, как это изложено выше. Суммируя изложенное, мы приходим к выводу, что средние и высокие расходы, т. е. расходы, большие $40 \text{ м}^3/\text{сек}$, освещены нашей кривой связи, которая в этой области также совпадает с кривой 1927 г. Отделение речных сооружений вполне надежно. Несколько спорной является часть кривой при низких расходах. Эта часть кривой имеет то преимущество против прежних кривых, что она устраняет при открытом русле те расхождения между расходами и стоками у сел. Павшино и Бабьегородской плотины, о которых речь была выше при описании кривой 1927 г.

Наиболее сомнительным остается зимний сток, который и по нашей кривой и по кривой 1927 г., очевидно, получается преуменьшенным (иногда по нашей кривой до 40%) по сравнению со стоком у сел. Павшино. Такое положение не дает нам возможности определить зимний сток по данным Бабьегородской плотины со сколько-нибудь достаточной степенью надежности.

С другой стороны годичный сток получится при этом с некоторым преуменьшением, т. е. с запасом, но сравнительно незначительным, ибо роль зимнего стока в годичном стоке невелика, межени же расходы получаются по нашим кривым достаточно надежно.

Еще некоторые сомнения может вызывать момент прохода сравнительно высокой воды при собранной плотине. Мы считаем, что где-то в пределах от расходов порядка 30 до $100 \text{ м}^3/\text{сек}$ кривая связи для поднятой плотины должна слиться с кривой для опущенной плотины, ибо при увеличении расхода щиты плотины постепенно снижаются и влияние поднятия плотины сводится на-нет. Однако мы не имеем никакого материала для суждений о виде этого прохода, почему мы при поднятой плотине до расхода $42 \text{ м}^3/\text{сек}$ принимаем кривую поднятой плотины, при больших же расходах переходим сразу на кривую опущенной плотины. Конечно, такой переход произволен, но для целей определения годичного и даже сезонного стока его влияние ничтожно.

В свое время при обработке данных поста у Бабьегородской плотины инж. Каменевым (обработке, не лишенной слабых сторон) против этого поста было выдвинуто обвинение, что он преувеличивает расходы и стоки. Дабы проверить, что дает наша новая кривая в этом отношении, мы сделали сравнение модулей стоков по сел. Павшино и по Бабьегородской плотине с внесением поправок на забор воды Рублевым за следующие годы:

ТАБЛИЦА 5

Годы	Модуль стока по сел. Павшино л/сек км ²	Модуль стока по Бабьегородской плотине по нашей кривой связи л/сек км ²
1918/19	5,85	5,67
1919/20	5,26	4,73
1920/21	2,55	2,69
1921/22	4,43	4,46
1922/23	5,55	5,06
1923/24	6,22	5,79
1924/25	3,69	3,61
1925/26	7,30	7,04
1926/27	7,33	6,53
1927/28	9,09	7,71
1928/29	7,09	6,02
1929/30	3,94	3,55
1930/31	8,50	7,58
Среднее . .	5,91	5,42

Таким образом мы видим, что не может быть и речи о том, чтобы по нашей кривой модуль стока у Бабьегородской плотины получался преувеличенным, так как лишь при исключительно маловодном годе он получился всего на 0,14 л/сек больше, чем по сел. Павшино во всех же прочих случаях он меньше.

В результате этой обработки нами получены следующие ряды значений: а) модули в литрах в секунду с квадратного километра за гидрологические годы, б) сток в половодье в 1000 м³/км² и в) сток в летнюю межень (от половодья до ледостава) также в 1000 м³/км² (табл. 6).

Так как с 1918 по 1931 г. имеется более надежный материал по сел. Павшино и так как мы считаем, что все модули стоков у сел. Павшино и Бабьегородского створа должны быть равны между собой, то при вычислении среднего многолетнего модуля с 1918 г. годовичные модули брались у сел. Павшино. Подлин-

ные характерные расходы по Бабьегородской плотине даны нами в приложении 1. Во все величины стоков и модулей (в табл. 6 введены поправки на забор воды Рублевской станцией, который приведен в табл. 7.

ТАБЛИЦА 6

Гидрологический год	Модуль	Год	Сток половодья	Сток межени
1891/92	6,52	1892	130,3	47,7
1892/93	5,89	1893	109,3	75,7
1893/94	8,46	1894	110,3	144,0
1894/95	8,28	1895	162,8	77,3
1895/96	9,34	1896	164,5	84,8
1896/97	6,68	1897	135,4	37,3
1897/98	4,72	1898	90,2	55,7
1898/99	6,51	1899	119,5	78,7
1899/1900	6,57	1900	116,9	41,4
1900/01	6,12	1901	126,2	42,5
1901/02	7,62	1902	138,4	93,7
1902/03	7,15	1903	129,4	61,7
1903/04	5,58	1904	67,1	75,5
1904/05	6,44	1905	117,3	101,9
1905/06	7,84	1906	112,3	53,3
1906/07	8,57	1907	112,3	91,8
1907/08	12,11	1908	216,3	162,5
1908/09	10,46	1909	176,2	107,2
1909/10	4,63	1910	72,2	43,7
1910/11	4,91	1911	66,0	53,2
1911/12	7,06	1912	163,4	30,5
1912/13	5,50	1913	105,9	71,1
1913/14	6,53	1914	81,1	37,5
1914/15	7,54	1915	158,3	77,3
1915/16	7,01	1916	121,1	155,8
1916/17	9,94	1917	132,4	61,8
1917/18	5,50	1918	74,0	73,0
1918/19	5,67	1919	113,9	47,1
1919/20	4,73	1920	93,8	30,2
1920/21	2,69	1921	41,9	29,6
1921/22	4,46	1922	76,8	54,2
1922/23	5,06	1923	82,6	69,4
1923/24	5,79	1924	121,3	36,1
1924/25	3,61	1925	56,9	57,9
1925/26	7,04	1926	133,5	75,0
1926/27	6,53	1927	90,9	109,3
1927/28	7,71	1928	95,0	91,9
1928/29	6,02	1929	135,9	32,6
1929/30	3,56	1930	49,1	69,7
1930/31	7,58	1931	162,5	—

ТАБЛИЦА 7

Годы	Средний годич- ный забор воды в м³/сек	Общий забор воды в год в м³
1904	0,23	7 381 000
1905	0,28	8 691 000
1906	0,31	9 837 000
1907	0,37	11 606 000
1908	0,44	13 756 000
1909	0,52	16 526 000
1910	0,64	20 804 000
1911	0,72	22 705 000
1912	0,84	28 613 000
1913	0,94	29 621 000
1914	1,08	34 073 000
1915	1,20	37 992 000
1916	1,43	45 217 000
1917	1,54	48 599 000
1918	1,45	45 832 000
1919	1,50	47 919 000
1920	1,55	48 894 000
1921	1,64	51 761 000
1922	1,69	53 190 000
1923	1,48	46 518 000
1924	1,37	43 032 000
1925	1,51	47 645 000
1926	1,69	53 319 000
1927	1,94	61 118 000
1928	2,22	69 990 000
1929	2,72	85 900 000
1930	3,30	104 400 000
1928/29 . . .	2,62	82 700 000
1929/30 . . .	3,12	98 400 000
1930/31 . . .	4,03	127 000 000

УСТАНОВКА СРЕДНИХ МНОГОЛЕТНИХ МОДУЛЕЙ СТОКОВ

Из числа створов Павшинской сети наиболее длительные наблюдения имеет Павшинская гидрометрическая станция. По опубликованным данным в выпуске № 6 материалов Павшинской гидрометрической станции, а равно по полученным Москаналстроем и приведенным в приложении 2 материалам 1928/29 и 1930/31 гг. мы составили следующую таблицу годовых модулей стоков по створу у сел. Павшино, считая бассейн равным 7 537 км² (по нашим измерениям) и внося поправки к стоку на забор Рублевской станцией согласно табл. 7. Последняя поправка исчислялась для гидрологических лет путем интерполяции данных по календарным годам.

Этот ряд величин, однако, не может быть положен в основу исчисления среднего стока ввиду его краткости. В табл. 6 приведены данные по стоку, исчисленные по Бабьегородской пло-

ТАБЛИЦА 8
Модули стока у сел. Павшино

Годы	Модули в л/сек км ²
1918/19	5,85
1919/20	5,26
1920/21	2,55
1921/22	4,43
1922/23	5,55
1923/24	6,22
1924/25	3,69
1925/26	7,30
1926/27	7,83
1927/28	9,09
1928/29	7,09
1929/30	3,94
1930/31	8,50
В среднем	5,91

тине. Как указано в пояснениях к табл. 5, ряд значений табл. 6 по сравнению с истинными величинами должен считаться преуменьшенным. Поэтому если, начиная с 1917/18 г. и обратного 1891/92 г., мы ряд табл. 8 продолжим модулями, исчисленными по Бабьегородской плотине, то мы заведомо не преувеличим модуля стока. Сделав подобную обработку, мы получим модуль стока средний многолетний равным $m_0 = 6,76$ л/сек км², т. е. значительно большим, чем для периода лет с 1918/19 по 1930/31 гг., что и понятно, ибо этот последний период содержит три самых маловодных года 1920/21, 1924/25 и 1929/30, но не содержит самых многоводных лет, какими являлись годы 1907/08, 1908/09 и 1916/17. На основании этого модуль стока периода 1918—1931 гг. никак не может быть признан за средний многолетний и должен быть скорректирован по более длительному ряду наблюдений. Пусть даже последний не совсем точен, но, как изложено выше, и по нему модуль стока не должен получаться ни в коем случае преувеличенным. Отсюда мы можем сказать, что истинный многолетний модуль стока Москва-реки, в бассейне выше Москвы, равен, как минимум, $m = 6,76$ л/сек км². Такая величина его, будучи осторожной, как отнюдь не преувеличенная, и кладется нами в основу дальнейшего исследования гидрологии Москва-реки и ее притоков.

Перейдем теперь к установлению многолетних модулей стока для притоков Москва-реки. Возьмем для начала р. Истру у поста Бужарова, имеющую после сел. Павшино наиболее длинный ряд наблюдений в 10 лет с перерывом в 2 года (1922/23 и 1923/24).

Приведем исчисленные нами по изданным и рукописным (см. приложение 2) материалам годовичные модули стоков и сопоставим с модулями стока у сел. Павшино за те же годы.

ТАБЛИЦА 9

Годы	Модули стока по р. Истре у Бужарова л/сек км ²	Модули стока у сел. Пав- шино л/сек км ²
1919/20	3,96	5,26
1920/21	2,39	2,55
1921/22	3,10	4,43
1924/25	3,80	3,69
1925/26	8,60	7,30
1926/27	6,60	7,33
1927/28	8,30	9,09
1928/29	6,50	7,09
1929/30	3,01	3,94
1930/31	6,67	8,50
В среднем	5,293	5,918
Средняя квадратич- еская ошибка среднего	0,69	0,68

Следующее, что нам предстоит сделать, это найти наиболее вероятное значение многолетнего модуля стока р. Истры, зная что многолетний модуль стока Москва-реки равняется 8,76 л/сек км² и что за серию лет, приведенных в табл. 9, средний модуль стока ее равен 5,92, т. е. менее многолетнего.

В данном случае нам не остается ничего другого, как провести аналогию между изменением модулей стоков по Москва-реке и р. Истре. Что же является необходимым, чтобы такое суждение по аналогии можно было бы считать обоснованным? Очевидно, что при полном сходстве, параллелизме изменения модулей такое суждение было бы основательным.

Решение данного вопроса может быть дано лишь путем приложения метода корреляции к приведенным двум рядам модулей табл. 9. Теория корреляции изучает связи между явлениями и их тесноту. Если связь абсолютно тесная, то одно явление может считаться функцией другого. По мере уменьшения тесноты связи с удалением ее от абсолютно жесткой мы уже не можем считать одну величину функцией другой, а должны лишь допустить наличие случайной (стохастической) зависимости — связи между ними. В таком именно случае мы и должны будем для изучения изменений одной величины иногда прибегать к суждениям по аналогии с изменением другой величины, стохастически связанной с первой. Таким образом необходимость прибегать к методу суждения по аналогии есть прямое следствие наличия не функциональной, а случайной, стохастической, связи. Вместе с тем теснота связи служит мерой основательности таких

суждений по аналогии. При тесной связи суждение по аналогии будет весьма надежным, при слабой — наоборот.

Чем же измеряется теснота связи? Теория корреляции учит, что наиболее верной мерой такой тесноты связи является корреляционное отношение. Исчисление его требует гораздо более длинных рядов сравниваемых величин, чем мы имеем. Далее, введение его необходимо лишь при криволинейной корреляции, когда уравнения регрессий не линейны¹. В случае линейной регрессии корреляционное отношение обращается в обычный коэффициент корреляции, который и при нелинейной регрессии может рассматриваться как приближенная мера тесноты связи. Рассуждая à priori, как будто нет никаких оснований допускать, чтобы связь ряда модулей стока целого бассейна и его части была бы нелинейной, скорее мы склонны ее считать именно линейной. Во всяком случае, если она даже нелинейна, в первом приближении ее можно принять таковой. Это мы и делаем. При этом теснота связи измеряется коэффициентом корреляции.

Коэффициент корреляции двух рядов величин табл. 9 получился равным $r = +0,915$. Ввиду малого числа лет наблюдений оценка надежности коэффициента корреляции производится способом Фишера², вводящего вместо величины r величину z , связанную с r отношением

$$z = \frac{1}{2} [\ln(1+r) - \ln(1-r)].$$

Основная же ошибка величины z равна

$$\sigma_z = \frac{1}{\sqrt{n-3}}.$$

В нашем случае $z = 1,55$, а $\sigma_z = 0,38$.

Надежность оказывается весьма велика, так как величина вероятности Q , вычисляемая на основе $\gamma = \frac{z}{\sigma_z}$, получается меньше 0,001.

Попутно укажем, что коэффициент регрессий модульных коэффициентов Бужарова (притока) по модульным коэффициентам сел. Павшино (весь бассейн) равен $R_1 = 0,93$ со средней ошибкой $\pm 0,13$.

Иными словами, последнее обозначает, что модульные коэффициенты притока в отдельные годы в среднем почти равны модульным коэффициентам всего бассейна. При таком виде и данной тесноте связи нет никакого сомнения в том, что мы имеем право принять, что модули стока изменяются в бассейне р. Истры у Бужарова по отдельным периодам прямо пропорционально модулям стока у сел. Павшино по тем же периодам. При таком положении модуль стока средний многолетний получится по Бужарову равным $m = 5,29 \cdot \frac{6,76}{5,92} = 6,04 \text{ л/сек км}^2$, где $6,76 \text{ л/сек км}^2$ — средний многолетний модуль стока у сел. Павшино. Таким

¹ См. А. А. Чупров, Основные проблемы теории корреляции.

² См. А. К. Митропольский, Техника статистического исчисления, стр. 368.

бразом мы видим, что модули стока у Бужарова меньше, чем у сел. Павшино. В какой степени такое утверждение достоверно? Основанием для него является разница средних модулей стока за 10 лет, приведенных в табл. 9. Эта последняя разница равна $5,918 - 5,293 = 0,625 \text{ л/сек км}^2 = \Delta$. Теория математической статистики дает для значения средней ошибки E_{Δ} — разности двух подобных средних величин X и Y — следующее выражение

$$E_{\Delta} = \sqrt{\Sigma X^2 + \Sigma Y^2 - 2r\Sigma X \cdot \Sigma Y}, \quad (3')$$

где ΣX — средняя квадратичная ошибка величины X ;

ΣY — средняя квадратичная ошибка величины Y ;

r — коэффициент корреляции между отдельными вариантами рядов, как среднее которых мы получили значение X и Y . В нашем случае $\Sigma X = 0,69$, $\Sigma Y = 0,68$, отсюда $E_{\Delta} = 0,28$.

Таким образом разница средних за 10 лет модулей Бужарова и у сел. Павшино больше своей средней квадратической ошибки в

$$\frac{\Delta}{E_{\Delta}} = \frac{0,625}{0,28} = 2,23 \text{ раза.}$$

По таблицам интеграла вероятности гауссовского закона распределения случайных ошибок (если приближенно его считать приложимым к ошибкам такого рода средних) мы получим, что вероятность того, что средний модуль Бужарова менее среднего модуля у сел. Павшино, равна 0,987. Таким образом если не с полной достоверностью (для этого необходимо было бы иметь вероятность равной 0,999), то с весьма большой вероятностью, которая в подобного рода подсчетах по нашему мнению почти граничит с достоверностью, мы утверждаем, что модули стока по Бужарову в среднем меньше модулей стока у сел. Павшино. Такой вывод мы ввиду тесной корреляции величин модулей переносим и на средний многолетний модуль стока, равный по Бужарову $6,04 \text{ л/сек км}^2$, а по сел. Павшино $6,76 \text{ л/сек км}^2$.

Подобный же метод анализа мы применяем и к данным стока по р. Истре у сел. Павловской слободы. Для этого поста данные с 1925 по 1929 гг. напечатаны в упомянутом уже выше выпуске 6 Павшинской станции. Даем значения модулей стока:

ТАБЛИЦА 10

Годы	Модули стока у Павловской слободы л/сек км ²	Модули стока у сел. Павши- но л/сек км ²
1925/26	8,74	7,30
1926/27	7,44	7,33
1927/28	9,11	9,09
1928/29	6,66	7,09
1929/30	2,49	3,94
1930/31	8,06	8,50
В среднем	7,08	7,21
Средняя квадра- тичная ошибка среднего	0,90	0,67

Коэффициент корреляции двух данных рядов получился равным $r = +0,943$, величина $z = 1,76$ и $\sigma_r = 0,58$. Коэффициент регрессии модульных коэффициентов р. Истры—Павловская слобода у сел. Павшино (весь бассейн) получился равным

$$R_T = 1,273 \pm 0,184.$$

Модуль стока получается равным для многолетнего периода

$$m_0 = 7,08 \frac{6,76}{7,21} = 6,64 \text{ л/сек км}^2.$$

Разница средних модулей за период, данный в табл. 10, равна $\Delta = 7,21 - 7,08 = 0,13$.

Ошибка разности $E_\Delta = 0,35$.

Отношение $\frac{\Delta}{E_\Delta} = \frac{0,13}{0,35} = 0,37$ приводит к заключению, что вероятность того, что модуль стока Павловской слободы больше модуля стока у сел. Павшино, равна 0,637. Такую разницу надо признать несущественной.

Большое различие модуля стока в пределах одного притока—6,04 по Бужарову и 6,64 по Павловской слободе—требует дополнительного исследования и изучения.

Сопоставим модули стоков по Бужарову с модулями стоков Павловской слободы:

ТАБЛИЦА 11

Годы	Модуль стока по Бужарову л/сек км ²	Модуль стока по Павловской слободе л/сек км ²
1925/26	8,6	8,74
1926/27	8,6	7,44
1927/28	8,3	9,11
1928/29	6,5	6,66
1929/30	3,0	2,49
1930/31	6,7	8,06
Среднее	6,62	7,08
Средняя квадратичная ошибка среднего	0,743	0,90

Коэффициент корреляции равен $r = +0,973$ при $z = 2,16$ и $\sigma = 0,58$.

Разница средних модулей $\Delta = 7,08 - 6,62 = 0,46$ л/сек км².

Ошибка разности средних $E_\Delta = 0,243$.

Отношение $\frac{\Delta}{E_\Delta} = \frac{0,46}{0,243} = 1,89$, откуда вероятность того, что

модуль стока Павловской слободы в среднем больше модуля стока Бужарова, получается равной 0,97, т. е. большей, чем для сопоставления стоков Бужарово—Павшино, несмотря на очень

короткий ряд наблюдений. Такого рода вероятность при столь коротком ряде наблюдений надлежит признать весьма показательной, а самую разницу средних модулей почти достоверной. Какие обстоятельства могут служить причиной такого различия модулей? Обнаружив это различие, мы склонны были отнести его за счет усиленного ключевого питания в районе от Павловской слободы до Воскресенска. Такой вывод подтверждается полученными значительно позже от МРГРУ материалами по геологии бассейна р. Истры. В записке А. Н. Сокольской о геологическом строении и подземных водах р. Истры на стр. 224 в описании надюрского водоносного горизонта, обычно напорного, говорится: „Естественные выходы надюрских вод в виде ключей наблюдаются, главным образом, по р. Истре к югу от дер. Васильки как в самих берегах ее, так и в глубоких оврагах, впадающих в нее. Ключи надюрские обычно весьма сильные, нередко железистые, иногда восходящие, образующие обширные, трудно проходимые, заболоченности, „болотины“, по местному выражению, например, выше дер. Раковой, близ Савкиной, Андреевской, Аносиной, Жевневой, Рождественки и т.-д. Подводя итог вышесказанному, следует отметить весьма значительную роль надюрского горизонта для данного района, в частности, в отношении питания рек“. Участок от сел. Раково до сел. Рождественко как раз совпадает с тем протяжением от Бужарова до Павловской слободы, где происходит сказанное увеличение модулей стока. Наоборот, верховья р. Истры лежат близ водораздела, представляющего согласно А. Н. Сокольской лесистую равнину, слегка волнистую, слабо расчлененную, заболоченную. При таком рельефе сток должен быть пониженым ввиду застоя воды и как следствие больших потерь. Возможно, впрочем, что район Верхней Истры представляет область питания надюрских горизонтов.

В той же работе МРГРУ из статьи Жукова видно, что верховья р. Истры протекает непосредственно по флювиогляциальным пескам, лежащим непосредственно над юрскими глинами. Таким образом питание надюрского горизонта тут вполне вероятно и мыслимо.

Перейдем теперь к рассмотрению данных по р. Рузе.

В следующей таблице дано сопоставление модулей стока по гидрологическим годам по р. Рузе у г. Руза и по Москва-реке у сел. Павшино (табл. 12).

Коэффициент корреляции между рядами получился равным $r = +0,989$, $z = 2,647$, $\sigma_r = \pm 0,5$.

Коэффициент регрессии модульных коэффициентов р. Рузы по модульным коэффициентам Москва-реки у сел. Павшино:

$R_r = 1,168$ при средней его ошибке $\pm 0,065$.

Разница между средними равна $\Delta = 6,78 - 6,71 = 0,07$ л/сек км². Средняя квадратичная ошибка этой разницы по формуле (3) получается равной $E_\Delta = 0,18$. Отношение $\frac{\Delta}{E_\Delta} = \frac{0,07}{0,18} = 0,39$ показыва-

васт, что вероятность того, что модули р. Рузы больше модулей стока у сел. Павшино, равна 0,652.

ТАБЛИЦА 12

Г о д ы	Модуль стока р. Рузы у г. Рузы л/сек км ²	Модуль стока Москва-реки у сел. Павшино л/сек км ²
1924/25 . .	3,28	3,69
1925/26 . .	7,16	7,30
1926/27 . .	7,09	7,33
1927/28 . .	9,54	9,09
1928/29 . .	7,09	7,09
1929/30 . .	3,74	3,94
1930/31 . .	9,55	8,50
Среднее	6,78	6,71
Средняя квадратич- ная ошибка среднего	0,87	0,74

Пользуясь тем же способом корректирования среднего модуля стока, как и выше, получим для р. Рузы у г. Рузы значение среднего модуля

$$m_0 = 6,78 \frac{6,76}{6,71} = 6,83 \text{ л/сек км}^2.$$

Сопоставление модулей стока Москва-реки у г. Звенигорода и у сел. Павшино произведено в табл. 13:

ТАБЛИЦА 13

Г о д ы	Модуль стока Москва-реки у г. Звенигорода л/сек км ²	Модуль стока Москва-реки у сел. Павшино л/сек км ²
1925/26 . .	7,20	7,30
1926/27 . .	7,41	7,33
1927/28 . .	8,83	9,09
1928/29 . .	7,27	7,09
1929/30 . .	4,38	3,94
1930/31 . .	8,74	8,50
Среднее	7,31	7,21

Переходя к средним за многолетний период, мы получим для г. Звенигорода модуль стока 6,85 л/сек км².

Данные по прочим рекам сводим в общую таблицу модулей (табл. 14):

ТАБЛИЦА 14

Г о д ы	М о д у л ь с т о к а р е к в л/сек км ²					
	Баньки у сел. Пав- шино	Яузы у сел. Вату- тино	Пахры у сел. Ма- карово	Нерской у сел. Губино	Северки у сел. Алексеев- ское	Москва- реки у сел. Павшино
1925/26 . .	7,59	—	6,13	—	6,1	7,30
1926/27 . .	7,07	6,33	7,20	7,1	5,8	7,33
1927/28 . .	8,62	8,37	8,23	7,3	6,8	9,09
1928/29 . .	—	6,64	5,34	5,3	—	7,09

Произведя оценку средних модулей стока трех последних рек по тому же методу, как и выше, т. е. считая их пропорциональными средним модулям стока у сел. Павшино, мы устанавливаем приблизительные значения средних модулей стоков в следующем виде:

Пахра у сел. Макарово $m_0 = 5,8$ л/сек км²
 Нерская у сел. Губино $m_0 = 5,6$ " "
 Северка у сел. Б. Алексеевское . . $m_0 = 5,2$ " "

Далее, чтобы уточнить вопрос о модулях восточной части бассейна, нами был установлен средний модуль стока по р. Клязьме. На р. Клязьме имеется два поста: один у Павлова Посада с площадью бассейна 5 300 км² и другой у сел. Усад с бассейном 7 680 км².

По р. Клязьме у сел. Усад мы имеем следующие данные по шести годам, сопоставляя их с таковыми же у сел. Павшино:

ТАБЛИЦА 15

Г о д ы	М о д у л ь с т о к а в л/сек км ²	
	Клязьма у сел. Усад	Москва-река у сел. Павшино
1925/26	7,86	7,30
1926/27	6,28	7,33
1927/28	9,47	9,09
1928/29	7,22	7,09
1929/30	4,74	3,94
1930/31	8,11	8,50
Среднее	7,28	7,21
Средняя квад- ратичная ошибка среднего	0,850	0,716

Коэффициент корреляции между двумя рядами получается равным $r = +0,85$ при $z = 1,26$, $\sigma_r = 0,58$ и $\gamma = 2,18$. Связь между модулями стока Москва-реки и р. Клязьмы получается настолько тесной, что мы имеем основание произвести корректирование

стоков р. Клязьмы по данным более длительного ряда наблюдений по Москва-реке. Средний многолетний модуль стока р. Клязьмы получается при этом

$$m_0 = 7,28 \frac{6,76}{7,21} = 6,81 \text{ л/сек км}^2.$$

Разница модулей стока Москва-реки и р. Клязьмы у сел. Усад получается равной $\Delta = 7,28 - 7,21 = 0,07$. Ошибка этой разности $E_{\Delta} = 0,352$, тогда их отношение равно $\frac{0,07}{0,352} = 0,199$, чему

соответствует вероятность того, что средний многолетний модуль стока р. Клязьмы у сел. Усад больше такового для Москва-реки, равная 0,579, т. е. крайне мала — даже меньше, чем для верховьев Москва-реки.

Сделаем теперь сопоставление для р. Клязьмы у Павлова Посада и Москва-реки у сел. Павшино:

ТАБЛИЦА 16

Г о д ы	Модуль стока в л/сек км ²	
	р. Клязьмы у Павлова Посада	Москва-реки у сел. Павшино
1919/20	5,42	5,26
1920/21	2,67	2,55
1921/22	5,55	4,43
1922/23	5,08	5,55
1923/24	7,10	6,22
1924/25	3,61	3,69
1925/26	8,29	7,30
1926/27	6,92	7,33
1927/28	7,95	9,09
1928/29	6,49	7,09
1929/30	3,83	3,94
1930/31	8,39	8,50
Среднее	5,94	5,912
Средняя квадратичная ошибка среднего . . .	0,560	0,527

Коэффициент корреляции между рядами получается равным $r = +0,941$ при $z = 1,75$, $\sigma = 0,333$ и $\gamma = 5,27$

$$m_0 = 5,94 \cdot \frac{6,76}{5,912} = 6,80 \text{ л/сек км}^2.$$

Разность средних модулей стоков за период наблюдений получается равной $\Delta = 0,03$. Средняя квадратичная ошибка этой разности получается по формуле (3) равной $E_{\Delta} = 0,195$. Отноше-

ние их, равное $\frac{0,03}{0,192} = 0,156$, показывает, что вероятность факта больших модулей р. Клязьмы у Павлова Посада по сравнению с



модулями по Москва-реке у сел. Павшино равна 0,561, что указывает на аналогичность условий р. Клязьмы с верховьями Москва-

реки. Увеличение модуля стока в Усаду, как мы видим, не наблюдается, что подтверждает правильность наших подсчетов.

На основании изложенного материала по средним модулям стока нами построен план с изолиниями модулей стока (фиг. 4). Изолиния модуля 8,0 проведена по карте Д. И. Кочерина. Изолиния модуля 6,0 сдвинулась на востоке к югу от данного Д. И. Кочериным ее направления. Пространство между изолиниями 6,0 и 8,0 заполнено нами по приведенным выше данным.

Рассмотрение карты изолиний показывает два очень интересных момента. Во-первых, район модулей стока, больших 8 л/сек км^2 , около г. Воскресенска и район минимума модулей стока, меньших $5,5 - 5,0 \text{ л/сек км}^2$, около г. Дмитрова.

В то время как первая аномалия доказывается не только гидрометрическими наблюдениями, но обоснована и геологически, вторая аномалия, не менее обоснованная гидрометрически, не может быть нами обоснована геологически в данный момент. Мы можем лишь указать, что она полностью увязывается с понижением стока в верховьях р. Истры, а потому мы можем лишь предположить, что она может иметь те же причины, что и уменьшенный сток верховья р. Истры.

КОЭФИЦИЕНТ ВАРИАЦИИ СТОКА

Установив модули стоков, перейдем к изучению их вариации. Работами Хазена, Стендиш Холла, Альден Фостера (Hazen Standisch Holl, Alden Foster), Д. Л. Соколовского и др. показано, что для характеристики отклонений стока от средних вполне пригоден коэффициент вариации C_v . Мы не будем тут повторять общей теории вопроса, отсылая не знающих ее к книге Д. Л. Соколовского „Применение кривых распределения к установлению вероятных колебаний речного стока в европейской части СССР“, а лишь постараемся, где сможем, ее дополнить и усовершенствовать.

Первое, на чем приходится остановиться, это на методе определения коэффициента вариации при кратком периоде наблюдений или, вернее, на методах корректирования его. Сплошь и рядом мы видим при сравнении с соседней рекой, имеющей более длинный период наблюдений, что короткий период по изучаемой реке на другой реке обладал ненормальным коэффициентом вариации. Одно приемлемое средство было указано Д. Л. Соколовским¹, но оно помогает лишь тогда, когда изучаемый период резко разнится по стоку от среднего. Метод этот состоит в том, что исключают коэффициент вариации не по отношению средней величины модуля данного короткого периода, а по отношению к наиболее вероятной средней многолетней величине модуля, определяемой косвенным путем. Но мыслим случаи, когда период по среднему стоку вполне нормален, но содержит ненормально большое число крайних по отклонению лет при малом числе лет средних. Такое ненормальное распределение, как нам известно, никак не

¹ „Применение кривых распределения“, стр. 52—53.

может почитаться характерным, между тем, метод Д. Л. Соколового не дает возможности внести корректив в полученное по такому ряду значение коэффициента вариации C_v .

Попробуем подойти к вопросу по методу аналогии с соседними реками. Во-первых, введем в рассмотрение не величину C_v , являющуюся в сущности производной, а будем оперировать с величинами рассеяний модулей стоков, определенными по формуле

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (m - m_0)^2}{n - 1}}, \quad (4)$$

где m — модуль стока отдельного года;
 m_0 — средний многолетний модуль стока;
 n — число лет наблюдений.

Нетрудно видеть, что

$$\frac{\sigma}{m_0} = \sqrt{\frac{\sum (m - m_0)^2}{m_0^2 (n - 1)}} = \sqrt{\frac{\sum (K - 1)^2}{n - 1}},$$

где $K = \frac{m}{m_0}$ есть модульный коэффициент данного года, имеющего модуль m ; а так как коэффициент вариации определяется выражением

$$C_v = \sqrt{\frac{\sum (K - 1)^2}{n - 1}}, \quad (5)$$

то ясно, что

$$C_v = \frac{\sigma}{m_0}. \quad (6)$$

Средняя квадратичная ошибка значения σ определяется выражением

$$E_\sigma = \pm \frac{\sigma}{\sqrt{2n}}, \quad (7)$$

где n — число лет наблюдений.

Средняя квадратичная ошибка значения C_v определяется из уравнения (6) следующим путем: теория ошибок для средней квадратичной ошибки функции U от нескольких величин — $f(q_1, q_2, q_3, \dots, q_n)$, т. е. $U = f(q_1, q_2, \dots, q_n)$ даст уравнение

$$E = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial q_i} \right)^2 \cdot E_i^2}, \quad (8)$$

где $\frac{\partial f}{\partial q_i}$ — частная производная функция U по q_i ;

E_i — средняя квадратичная ошибка величины q_i .

Применим эту формулу к выражению для C_v .

Положим

$$C_v = f(\sigma, m_0),$$

тогда

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma} = \frac{i}{m_0}; \quad \frac{\partial f}{\partial m_0} = \frac{\sigma}{m_0^2}$$

по формуле (7)

$$E_{\sigma} = \pm \frac{\sigma}{\sqrt{2n}}$$

Далее, имея

$$Em_0 = \pm \frac{\sigma^2}{\sqrt{n}}, \quad (8')$$

получим

$$E_{C_v} = \pm \sqrt{\left(\frac{1}{m_0}\right)^2 \left(\frac{\sigma}{\sqrt{2n}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{m_0^2}\right)^2 \left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)^2} =$$

$$= \frac{\sigma}{m_0} \sqrt{\frac{1}{2n} + \frac{\sigma^2}{m_0^2 n}} = \frac{C_v}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{0,5 + C_v^2} = \frac{C_v}{\sqrt{2n}} \cdot \sqrt{1 + 2 C_v^2}, \quad (9)$$

в процентах от C_v это составит

$$E_{C_v} = \frac{1}{\sqrt{2n}} \sqrt{1 + 2 C_v^2} \cdot 100\%. \quad (9')$$

Средняя квадратичная ошибка рассеяния в процентах равна

$$E_{\sigma} = \pm \frac{1}{\sqrt{2n}} \cdot 100\%. \quad (7')$$

Из сопоставления формулы (9') и (7') видим, что $E_{C_v} \% > E_{\sigma} \% —$ при всех условиях. Таким образом значение σ определяется, вообще говоря, точнее, чем C_v . Формула ошибки коэффициента вариации, данная Д. Л. Соколовским на стр. 28 его работы, как видим, не совсем верна. Формула (3) приводится Поморским². В этом мы видим первую причину обратить большее внимание на значение σ , чем ему до сих пор уделяли.

Как мы уже видели ранее, наши поправки в средний модуль стоков мы сводили по аналогии с более длинными рядами наблюдений, чем данный. Необходимость и возможность подобных поправок мы обосновывали на коррелированности рядов. Мы видели, что получавшиеся коэффициенты корреляции при сопоставлении рядов были довольно высокими. Для напоминания приведем их значение совместно с их средними квадратичными ошибками и числом лет наблюдений, имевшимся для их установления.

¹ Статья А. А. Иванова, Теория ошибок, стр. 4. Поморский Я, Вариационная статистика, стр. 50.

² Поморский Я, Вариационная статистика, стр. 192.

ТАБЛИЦА 17

Название рек	Коэффициент корреляции r	z	σ_z	Число лет параллельных наблюдений n
Москва — Истра (сел. Бужарово)	0,915	1,55	0,38	10
Москва — Истра (Павловская слобода)	0,943	1,76	0,58	6
Москва (г. Можайск) — Москва (сел. Павшино)	0,943	1,77	0,58	6
Москва — Руза	0,989	2,65	0,50	7
Москва (г. Звенигород) — Москва (сел. Павшино)	0,996	3,11	0,58	6
Москва — Клязьма (сел. Усад)	0,85	1,26	0,58	5
Москва — Клязьма (Павлов Посад)	0,941	1,75	0,33	10
Истра (сел. Бужарово) — Истра (Павловская слобода)	0,973	2,16	0,58	6

Таким образом мы видим, что коэффициенты корреляции все получились более 0,86, т. е. значительными. Ввиду малого числа лет наблюдений оценка ошибки производится определением величины z по формуле Фишера:

$$z = \frac{1}{2} \{ \ln(1+r) - \ln(1-r) \} \quad (10)$$

и подсчетом отклонения величины $z = \sigma_z$. Величина z в наших случаях опускается до 1,26, а σ_z не более 0,58, что надо считать весьма незначительным.

Последняя величина получилась при числе лет наблюдений всего 5. Если подсчитать относительную ошибку σ при 5 годах наблюдений, то мы получим

$$E_{\sigma} \% = \frac{1}{\sqrt{2n}} 100 = \frac{1}{\sqrt{10}} \cdot 100 = 31,6 \%$$

Относительная ошибка C_v при $C_v = 0,3$ (каким оно получается в среднем для данного района) получается более, а именно:

$$E_{C_v} \% = \frac{1}{\sqrt{2n}} \sqrt{1 + 2C_v^2} \cdot 100 = 34,4 \%$$

Таким образом при данном нам материале коэффициенты корреляции определяются в 2,4 раза точнее, чем коэффициенты вариации. Вот почему мы считаем себя вправе принять, что при более длительных рядах наблюдений коэффициент корреляции будет значительно менее отличаться от определенного по короткому ряду, чем это имело место для коэффициента вариации.

Как уже указывалось выше, мы считаем в первом приближении связи между стоками линейными. Допустимость такого предположения, между прочим, обосновывается и высоким зна-

чением коэффициента корреляции, что не может иметь места при нелинейной связи.

Уравнение такой линейной связи выражается в виде

$$Y = R_Y V_X - (M_Y R_Y M_X) \quad (11)$$

или

$$Y - M_Y = R_Y (V_X - M_X), \quad (11')$$

где V_X — некоторое значение варианта X ;

Y — среднее из соответствующих значению V_X значений варианта V_Y ;

R_Y — коэффициент регрессии, определенный по уравнению

$$R_Y = E \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}^1; \quad (12)$$

M_X — среднее значение варианта X ;

M_Y — среднее значение варианта Y .

Средняя квадратичная ошибка коэффициента R_Y получается по уравнению

$$E_{R_Y} = \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} = \sqrt{\frac{1-r^2}{n}}. \quad (13)$$

Обращаясь к приведенным выше трем коэффициентам регрессии, мы видим, что они получаются также значительно точнее, нежели коэффициенты вариации. Кроме того, в связях модульных коэффициентов стоков притоков и главной реки они получаются примерно равными единице. Последний факт имеет очень большое значение и, как дальше узнаем, почти доказуем а priori. На корреляционном графике отдельные пары вариант изображаются точками, более или менее близко лежащими к прямой, изображаемой уравнением (11). Если бы коэффициент корреляции r равнялся единице, то все точки легли бы точно на прямую и связь обратилась бы в функциональную зависимость. Чем больше r (оно всегда меньше 1), тем ближе точки лежат к прямой.

Если $r=1$, то очевидно, что $R_Y = \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}$. Так как при функциональной линейной зависимости, что необходимо следует из допущения $r=\pm 1$, R_Y , очевидно, постоянно, то в этом случае мы можем написать $\frac{\sigma_Y}{\sigma_X} = \text{const}$, или σ_Y пропорционально σ_X для любых комбинаций парных значений вариант. В случае $r=0$, очевидно, $R_Y=0$ и $\frac{\sigma_Y}{\sigma_X}$ становятся неопределенной величиной, т. е. никакой связи между σ_Y и σ_X может и не быть. Чем больше r , тем, очевидно, ближе к пропорциональности связь между σ_X и σ_Y . Если по данным задачи а priori величина R_Y может быть

¹ См. Поморский, Вариационная статистика и А. А. Чупров, Основные проблемы теории корреляции.

известна, то очевидно $\frac{\sigma_Y}{\sigma_X} - r = a$, где a — заранее известное значение величины R_Y . В последнем случае отклонение отношения $\frac{\sigma_Y}{\sigma_X}$ от постоянства будет зависеть лишь от колебаний значения r при взятии различных по количеству рядов вариант. Как мы видели выше, значение r определяется в нашем случае довольно точно, и мы вправе для каждой пары сравниваемых рядов принять $r \approx \text{const}$ при любой длительности этих рядов, а значит, в случае $R_Y = \text{const} = a$ значения σ_Y и σ_X между собой пропорциональны при любой длительности параллельных наблюдений.

Рассмотрим, что дает уравнение регрессии для модульных коэффициентов стока. Пусть K_X — модульный коэффициент данного года по одной реке, т. е.

$$K_X = \frac{m_X}{m_0},$$

где m_X — модуль стока данного года по этой реке; m_0 — средний модуль стока этой реки. Пусть K_Y — модульный коэффициент того же года по другой реке, сравниваемой с первой. Так как среднее значение модульных коэффициентов есть 1, то уравнение регрессии K_Y по K_X напишется $(K_Y - 1) = R_Y (K_X - 1)$, где K_Y есть среднее значение модульных коэффициентов одной реки при условии, что на другой реке имеет место коэффициент K_X ; K_Y есть условное ожидание значений K_Y при появлении величины K_X . Пусть K_Y есть модульный коэффициент для части бассейна, а K_X есть модульный коэффициент для всего бассейна стока за тот же год. Пусть бассейн настолько однороден, что для всех его частей m_0 одинаково и условия стока тождественны. В таком случае ясно, что значение K_Y условного ожидания значений K_Y , соответствующих какому-либо заданному значению K_X , равно значению K_X , т. е.

$$K_Y = K_X.$$

Действительно,

$$K_Y = \frac{K'_Y + K''_Y + K'''_Y + \dots + K^{(n)}_Y}{n},$$

где $K_Y, K'_Y, \dots, K^{(n)}_Y$ суть варианты ряда Y , соответствующие заданному значению K_X , а n — их число.

Если мы допустим, что среднее этих значений

$$K'_Y, K''_Y, \dots, K^{(n)}_Y,$$

т. е. $K_Y \neq K_X$, например, $K_Y < K_X$, то для остальной части бассейна, очевидно, должно быть $K_Z > K_X$, т. е. часть бассейна Y даст при модуле стока K_X для всего бассейна в среднем оток меньший, чем остальная часть бассейна Z , так как очевидно, что

$K_Y < K_X$. Такое предположение противоречит тождественности условий стока во всех частях бассейна. Таким образом мы видим, что единственным возможным в таком случае является предположение $K_Y = K_X$. Ясно, что отдельные значения

$$K'_Y, K''_Y, \dots, K^{(n)}_Y$$

не обязаны быть равны K_X , но их среднее K_Y равно K_X , а значит, $R_Y = 1$.

Если бассейн стока всей реки настолько велик, что условие $m_0 = \text{const}$ для его частей не соблюдается, то ясно, что наши рассуждения отпадают. В этом случае не может быть доказано а priori, что $K_Y = K_X$ и $R_Y = 1$, но по аналогии со случаем более простым мы можем предположить, что в известном диапазоне площадей бассейнов это соотношение справедливо. Такое предположение будет гипотезой.

Мы уже видели, что в условиях бассейна Москва-реки такая гипотеза оправдывается. Привлечем к освещению этого вопроса материалы по другим рекам, пользуясь данными Д. И. Кочерина и Д. Л. Соколовского:

ТАБЛИЦА 18

Наименование общего бассейна	Наименование части бассейна	Коэффициент регрессии модульного коэффициента части по целому	Средняя квадрати- чная ошибка	Число лет наблюдений
1	2	3	4	5
Днепр — Лоцманская Ка- менка	Днепр — Киев	0,94	$\pm 0,06$	28
Волга — Вязовые	Волга — Ярославль	0,94	$\pm 0,15$	10
Волхов — Гостинополье .	Мста	1,09	$\pm 0,16$	13
Мста от Веребья до Бе- реза	Мста от Веребья до Уве- рья	0,96	$\pm 0,07$	16
Мста от Веребья до Бе- реза	Мста от Уверья до Бе- реза	1,05	$\pm 0,09$	16
Ока — Калуга	Ока — Орел	1,13	$\pm 0,32$	13
Клязьма — Усад	Клязьма — Павлов Посад . .	0,96	$\pm 0,51$	6
Москва — Павшино . . .	Истра — Бужарово	0,99	$\pm 0,13$	10
" "	Истра — Павловская сло- бода	1,08	$\pm 0,18$	6
" "	Руза — Руза	1,10	$\pm 0,07$	7
Истра — Павловская сло- бода	Истра — Бужарово	0,92	$\pm 0,18$	6
	Среднее	1,014	—	—

Мы видим, что действительно получается $R_Y \approx 1,00$.

Если учесть, что разница между R_Y и единицей всюду меньше средней ошибки R_Y , то мы еще с большим правом можем счи-

тать, что $R_Y = 1$ при не слишком большом отношении площадей бассейнов стока и притока. Гипотеза $R_Y = 1$ для регрессии модульных коэффициентов части бассейна по всему бассейну получает теперь эмпирическое обоснование. Если учесть, что в частном случае $m_0 = \text{const}$ тождество $R_Y = 1$ доказуемо а priori, то мы можем принять его достаточно обоснованным и для случая $m_0 \neq \text{const}$ по всей площади бассейна.

Таким образом мы для коэффициента регрессии модульных коэффициентов части бассейна по модульным коэффициентам целого можем положить

$$R_Y = r \frac{\sigma_{KY}}{\sigma_{KX}} = 1,$$

а так как

$$\sigma_{KX} = C_{vX}; \sigma_{KY} = C_{vY},$$

то

$$r \frac{C_{vY}}{C_{vX}} = 1. \quad (14)$$

Далее, если $R_Y = 1$ для регрессии модульных коэффициентов, то и значение R_Y для регрессии модулей также постоянно. Действительно

$$R_Y = r \frac{C_{vY}}{C_{vX}} = 1 \text{ и } R'_Y = r \frac{\sigma_Y}{\sigma_X},$$

где σ_Y — рассеяние модулей стока части бассейна,

а σ_X — рассеяние модулей всего бассейна. Так как

$$\sigma_Y = C_{vY} m_{0Y} \text{ и } \sigma_X = C_{vX} m_{0X},$$

где m_{0Y} — средний многолетний модуль стока части бассейна,

m_{0X} — средний многолетний модуль стока всего бассейна, то

$$R'_Y = r \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} = r \frac{C_{vY} \cdot m_{0Y}}{C_{vX} m_{0X}} = R_Y \frac{m_{0Y}}{m_{0X}} = 1 \frac{m_{0Y}}{m_{0X}} = \frac{m_{0Y}}{m_{0X}} = \text{const},$$

ибо отношение модулей стоков части целого мы, как уже выше излагалось, принимаем за величину постоянную. Таким образом величина коэффициента регрессии модулей получается определенной заранее и постоянной, а это значит, что мы можем считать изменение рассеяния модулей части бассейна и целого пропорциональными между собой при достаточно высоких значениях r . Перейдем теперь к изучению фактического материала по коэффициентам вариации.

Ряд модулей стоков по гидрологическим годам по сел. Павшино, данных в табл. 8, имеют коэффициент вариации в отношении к среднему многолетнему модулю стока $6,76 \text{ л/сек км}^2$, равный $0,310$ со средней квадратичной ошибкой $\pm 0,068$. Ряд этих 13 лет со-

держит наименьший из всех встречавшихся за время 1891/92 по 1931 гг. модуль стока, а также два следующих минимальных стока. Такой период едва ли может считаться характерным для коэффициента вариации. Если мы рассмотрим ряд модулей, составленных по данным табл. 6, до 1917/18 г. включительно и далее по данным табл. 8, т. е. пренебрежем изменением модулей и коэффициента вариации при переходе от сел. Павшино к Бабьегородскому посту, то мы получим коэффициент вариации равным 0,282 со средней ошибкой $\pm 0,035$. Разница между значениями за последние 13 лет и для всего периода равна $\Delta = 0,310 - 0,282 = 0,028$, т. е. менее средней квадратичной ошибки. Столь малая разница дает нам право считать, что между двумя величинами C_v , полученными по этим двум способам, нет существенного различия. Мы принимаем как более надежную величину более длительного ряда, хотя данные последних лет считаются нами и более точными. Делая мы это потому, что 13-летний цикл наблюдений, как сказано выше, едва ли характерен для Москва-реки.

Рассеяние модулей стока для этого же ряда в 40 лет получилось равным $\sigma = 1,90$ л/сек км². По приведенным в табл. 9 данным рассеяния модулей по сел. Павшино получается для 10 лет $\sigma = 2,05$ (считая от среднего 5,92) и по Бужарову — равным 2,19 (считая от среднего 5,29).

Согласно изложенному выше при условии $R_v = \text{const}$, что в данном случае должно иметь место, мы получаем значение рассеяния σ для Бужарова по длительному периоду (приблизительно) по формуле $\sigma \approx 2,19 \frac{1,90}{2,05} = 2,03$, т. е., считая изменение рассеяний модулей по Бужарову пропорциональным изменению рассеяний модулей по Москва-реке. Отсюда коэффициент вариации для Бужарова получается равным

$$C_v = \frac{2,03}{6,04} = 0,336.$$

Средняя ошибка C_v получается порядка $E_{C_v} = \pm 0,083$. Подобно этому для Павловской слободы по шести годам наблюдений табл. 10 мы получаем рассеяние равным $\sigma = 2,21$; для тех же лет рассеяний павшинских модулей получается $\sigma = 1,775$, откуда истинное рассеяние модулей Павловской слободы получается равным

$$\sigma = 2,21 \frac{1,90}{1,775} = 2,367.$$

Коэффициент вариации имеем равным

$$C_v = \frac{2,367}{6,64} = 0,357 \text{ со средней ошибкой } E_{C_v} = \pm 0,115.$$

Для р. Рузы у поста Руза по наблюдениям, данным в табл. 12, мы имеем рассеяние модулей р. Рузы $\sigma = 2,615$, для сел. Павшино

Тогда согласно выводам математической статистики

$$\sigma_Q^2 = \sigma_a^2 + \sigma_b^2 + 2\sigma_a \sigma_b \cdot r_{a|b}, \quad (15)$$

где $r_{a|b}$ — коэффициент корреляции средних годовичных расходов частей бассейна a и b , равный коэффициенту корреляции модулей стоков этих частей.

Аналогично

$$\sigma_Q^2 = \sigma_a^2 + \sigma_b^2 - 2\sigma_a \sigma_b \cdot r_{b|Q}, \quad (16)$$

где $r_{b|Q}$ — коэффициент корреляции средних годовичных расходов части бассейна b и всего бассейна, равный коэффициенту корреляции модулей стоков части бассейна b и всего бассейна.

Преобразуем уравнение (16) путем подстановок:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_a &= \omega_a \sigma_{ma} = \omega_a \cdot m_{ca} C_{va} = M_a C_{va} \\ \sigma_b &= \omega_b \sigma_{mb} = \omega_b m_{ob} \cdot C_{vb} = M_b C_{vb} \\ \sigma_Q &= Q \sigma_{mQ} = Q \cdot m_{oQ} C_{vQ} = M_Q C_{vQ} \end{aligned} \right\}, \quad (17)$$

где σ_m — рассеяние модулей стока;

C_v — коэффициент вариации модулей стоков соответствующих бассейнов.

Выполнив подстановку, получаем

$$M_a^2 C_{va}^2 - M_b^2 C_{vb}^2 = M_Q^2 C_{vQ}^2 - 2M_Q M_b C_{vQ} C_{vb} r_{b|Q}.$$

Согласно уравнению (14) в наших обозначениях мы получим

$$r_{b|Q} \frac{C_{vb}}{C_{vQ}} = 1$$

или

$$C_{vb} \cdot r_{b|Q} = C_{vQ}.$$

Делая подстановку, получим

$$M_a^2 C_{va}^2 - M_b^2 C_{vb}^2 = M_Q^2 C_{vQ}^2 - 2M_Q M_b C_{vQ}^2$$

или

$$C_{vQ}^2 = \frac{M_a^2 C_{va}^2 - M_b^2 C_{vb}^2}{M_Q^2 - 2M_Q M_b},$$

подставив в знаменателе $M_Q = M_a + M_b$, получим

$$C_{vQ}^2 = \frac{M_a^2 C_{va}^2 - M_b^2 C_{vb}^2}{(M_a + M_b)^2 - 2M_b(M_a + M_b)} = \frac{M_a^2 C_{va}^2 - M_b^2 C_{vb}^2}{M_a^2 - M_b^2}. \quad (18)$$

Мы получили зависимость между значениями C_v^2 и M_a^2 , M_b^2 .

Для упрощения дальнейших преобразований введем упрощенные обозначения

$$M_a = X_1; M_b = X_2; C_{va} = Y_1; C_{vb} = Y_2; C_{vQ} = Y_{1+2}; M_Q = X_{1+2}.$$

Получим

$$Y_{1+2}^2 = \frac{X_1^2 Y_1^2 - X_2^2 Y_2^2}{X_1^2 - X_2^2}. \quad (18')$$

Исследуем это уравнение и найдем такую функцию

$$Y^2 = f(X), \quad (19)$$

которая ему удовлетворяет.

Пусть значение X , соответствующее значению Y_{1+2} , равно a , тогда как $M_Q = M_a + M_b$, то $X_{1+2} = a = X_1 + X_2$. Преобразуя, получим $X_2 = a - X_1$, подставив в уравнение (18) это значение X_2 и значение Y^2 по обозначению (19), получим

$$f(a) = \frac{X_1^2 f(X_1) - (a - X_1)^2 f(a - X_1)}{X_1^2 - (a - X_1)^2}.$$

Теперь индекс можно откинуть, и мы получим следующее выражение:

$$f(a) = \frac{X^2 f(X) - (a - X)^2 f(a - X)}{X^2 - (a - X)^2};$$

преобразуя, получим

$$X^2 \{f(X) - f(a)\} = (a - X)^2 \{f(a - X) - f(a)\}. \quad (20)$$

Выражение это симметрично относительно X и $(a - X)$. Выражение $X^2 \{f(X) - f(a)\}$ не должно меняться в случае подстановки $(a - X)$ вместо X .

Следующее выражение удовлетворяет этому условию:

$$X(a - X) \varphi \{X(a - X)\},$$

где φ есть любая функция от $\{X(a - X)\}$. Мы можем написать

$$X^2 \cdot \{f(X) - f(a)\} = X(a - X) \varphi \{X(a - X)\}$$

или

$$f(X) = \frac{X(a - X)}{X^2} \varphi \{X(a - X)\} + f(a). \quad (21)$$

Такое значение функции $f(X)$, как нетрудно видеть, удовлетворяет уравнению (20), а следовательно, уравнению (18).

Допустим, что зависимость $Y^2 = f(X)$, или, что то же, $C_v^2 = f(M)$ в некоторых пределах однозначна.

Пусть, далее, мы знаем две точки ее, т. е. нам известно a и $f(a)$ и α и $f(\alpha)$. Тогда, если представить себе (19) в виде кривой, то она пройдет через точки $a, f(a)$ и $\alpha, f(\alpha)$. По условиям задачи $\alpha < a$.

Так как, вообще говоря, C_v^2 не имеет ни перегибов, ни максимумов или минимумов в точке $a, f(a)$, которая нами избрана произвольно, то при $X = a$

$$\varphi \{X(a - X)\} \neq 0, \quad (22)$$

по уравнению (21)

$$\varphi(a) = \frac{\alpha(a-\alpha)}{\alpha^2} \varphi[\alpha(a-\alpha)] + f(a); \quad (21')$$

для точки кривой, имеющей координату $a - \alpha$, получим

$$f(a - \alpha) = \frac{\alpha(a-\alpha)}{(a-\alpha)^2} \cdot \varphi[\alpha(a-\alpha)] + f(a). \quad (21'')$$

Теперь мы имеем на нашей кривой $Y^2 = f(X)$ три точки

$$(a), f(a); (a - \alpha), f(a - \alpha) \text{ и } \alpha, f(\alpha).$$

Для четвертой точки $(a - 2\alpha)$ получим два уравнения.

Во-первых, мы можем написать, положив $X = a - 2\alpha$, по уравнению (21)

$$f(a - 2\alpha) = \frac{(a - 2\alpha) 2\alpha}{(a - 2\alpha)^2} \cdot \varphi[2\alpha(a - 2\alpha)] + f(a). \quad (22)$$

Далее, положив $a - \alpha = a_1$ и рассматривая кривую между α и a_1 вне зависимости от предыдущего, для нее напишем идентичное уравнение

$$f_1(X) = \frac{X(a_1 - X)}{X^2} \varphi_1[X(a_1 - X)] + f_1(a_1), \quad (23)$$

где φ_1 — какая-то функция, вообще отличная от φ .

Очевидно, что, предполагая однозначность функции $Y^2 = f(X)$, мы должны положить $f_1(a_1) = f(a - \alpha)$, далее, положив в (23) $X = (a_1 - \alpha)$, мы в силу той же однозначности функции $f(X)$ дальше имеем

$$f_1(a_1 - \alpha) = f(a - 2\alpha),$$

тогда

$$\begin{aligned} f_1(a_1 - \alpha) = f(a - 2\alpha) &= \frac{\alpha(a_1 - \alpha)}{(a_1 - \alpha)^2} \cdot \varphi[\alpha(a_1 - \alpha)] + f(a - \alpha) = \\ &= \frac{\alpha(a - 2\alpha)}{(a - 2\alpha)^2} \cdot \varphi_1[\alpha(a - 2\alpha)] + f(a - \alpha). \end{aligned} \quad (24)$$

Приравнявая $f(a - 2\alpha)$ по уравнению (22) и (24) и подставляя $f(a - \alpha)$ по уравнению (21''), получим

$$\begin{aligned} \frac{(a - 2\alpha) 2\alpha}{(a - 2\alpha)^2} \cdot \varphi[2\alpha(a - 2\alpha)] + f(a) &= \frac{\alpha(a - 2\alpha)}{(a - 2\alpha)^2} \varphi_1[\alpha(a - 2\alpha)] + \\ &+ \frac{\alpha(a - \alpha)}{(a - \alpha)^2} \cdot \varphi[\alpha(a - \alpha)] + f(a), \end{aligned} \quad (25)$$

с другой стороны, по уравнению (23)

$$f_1(\alpha) = \frac{\alpha(a_1 - \alpha)}{\alpha^2} \varphi_1[\alpha(a_1 - \alpha)] + f(a_1);$$

так как, очевидно,

$$f_1(\alpha) = f(\alpha) \text{ и } f(\alpha_1) = f(\alpha - \alpha),$$

то получим, подставляя $f(\alpha - \alpha)$, по уравнению (21'')

$$f(\alpha) = f_1(\alpha) = \frac{\alpha(\alpha - 2\alpha)}{\alpha^2} \cdot \varphi_1[\alpha(\alpha - 2\alpha)] + \frac{\alpha(\alpha - \alpha)}{(\alpha - \alpha)^2} \varphi[\alpha(\alpha - \alpha)].$$

Приравнявая это выражение $f(\alpha)$ полученному по уравнению (21), получим

$$\begin{aligned} \frac{\alpha(\alpha - \alpha)}{\alpha^2} \varphi[\alpha(\alpha - \alpha)] + f(\alpha) &= \frac{\alpha(\alpha - 2\alpha)}{\alpha^2} \cdot \varphi_1[\alpha(\alpha - 2\alpha)] + \\ &+ \frac{\alpha(\alpha - \alpha)}{(\alpha - \alpha)^2} \cdot \varphi[\alpha(\alpha - \alpha)] + f(\alpha). \end{aligned}$$

Преобразуя, получим

$$\begin{aligned} \frac{\alpha(\alpha - 2\alpha)}{\alpha^2} \varphi_1[\alpha(\alpha - 2\alpha)] &= \left[\frac{\alpha - \alpha}{\alpha} - \frac{\alpha}{\alpha - \alpha} \right] \cdot \varphi[\alpha(\alpha - \alpha)] = \\ &= \frac{\alpha^2 - 2\alpha\alpha}{\alpha(\alpha - \alpha)} \varphi[\alpha(\alpha - \alpha)] = \frac{\alpha(\alpha - 2\alpha)}{\alpha(\alpha - \alpha)} \cdot \varphi[\alpha(\alpha - \alpha)] \end{aligned}$$

или

$$\varphi_1[\alpha(\alpha - 2\alpha)] = \frac{\alpha}{\alpha - \alpha} \varphi[\alpha(\alpha - \alpha)]. \quad (26)$$

Подставляя выражения для φ_1 из (26) в (25), получим

$$\begin{aligned} \frac{(\alpha - 2\alpha)2\alpha}{(\alpha - 2\alpha)^2} \cdot \varphi[2\alpha(\alpha - 2\alpha)] + f(\alpha) &= \\ &= \frac{\alpha(\alpha - 2\alpha)}{(\alpha - 2\alpha)^2} \cdot \frac{\alpha}{\alpha - \alpha} \varphi[\alpha(\alpha - \alpha)] + \frac{\alpha(\alpha - \alpha)}{(\alpha - \alpha)^2} \varphi[\alpha(\alpha - \alpha)] + f(\alpha), \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned} \frac{2\alpha}{\alpha - 2\alpha} \varphi[2\alpha(\alpha - 2\alpha)] &= \left[\frac{\alpha\alpha}{(\alpha - 2\alpha)(\alpha - \alpha)} + \frac{\alpha}{\alpha - \alpha} \right] \varphi[\alpha(\alpha - \alpha)] = \\ &= \frac{\alpha\alpha + \alpha\alpha - 2\alpha^2}{(\alpha - \alpha)(\alpha - 2\alpha)} \cdot \varphi[\alpha(\alpha - \alpha)] = \frac{2\alpha(\alpha - \alpha)}{(\alpha - \alpha)(\alpha - 2\alpha)} \varphi[\alpha(\alpha - \alpha)] \end{aligned}$$

или

$$\varphi[2\alpha(\alpha - 2\alpha)] = \varphi[\alpha(\alpha - \alpha)]. \quad (27)$$

Так как α — совершенно произвольная величина, то при условии однозначности функции $f(X)$ получаем

$$\varphi[X(\alpha - X)] = \text{const} = A,$$

причем согласно (22) $A \neq 0$.

Далее, по (21) получим

$$f(X) = \frac{X(a-X)}{X^2} A + f(a) = \frac{aA}{X} + [f(a) - A];$$

так как a и A суть постоянные, то уравнение функции X принимает вид

$$f(X) = \frac{B}{X} + C, \quad (28)$$

или, делая обратные подстановки, вместо $X—M$ и вместо

$$f(X) — Y^2 = C_v^2,$$

получаем

$$C_v^2 = \frac{B}{M} + C. \quad (28')$$

Таким образом в предположении однозначности функции и в пределах, для которых верна зависимость (19), мы получили для C_v^2 гиперболическую зависимость от M , т. е. от среднего многолетнего расхода.

Может быть доказано, что это уравнение верно лишь в известном диапазоне величины M .

Действительно, рассмотрим очень малые бассейны, для которых ввиду их крайней близости и сходства все модули стоков отдельных лет равны. Пусть мы имеем два таких малых бассейна, объединяющихся в один.

Пусть их площади ω_a и ω_b , пусть $\Omega = \omega_a + \omega_b$.

Такая близость и однородность стоков характеризуются величиной коэффициента корреляции между ними $r=1$ и равенством средних модулей стока $m_{0a} = m_{0b} = m_0$ и коэффициентов вариации $C_{va} = C_{vb} = C_v$, по уравнениям (15) и (17) получим:

$$C_{v\Omega}^2 \Omega^2 m_0^2 = C_v^2 \omega_a^2 m_0^2 + C_v^2 \omega_b^2 m_0^2 + 2 C_v^2 m_0^2 \omega_a \omega_b = C_v^2 m_0^2 (\omega_a^2 + \omega_b^2 + 2 \omega_a \omega_b) = C_v^2 m_0^2 (\omega_a + \omega_b)^2 = C_v^2 m_0^2 \Omega^2,$$

откуда

$$C_{v\Omega} = C_v = C_{va} = C_{vb},$$

т. е. в этом случае

$$C_v = \text{const.}$$

Отсюда видим, что в пределах значения C_v при малых бассейнах остается постоянным. Это указывает и Д. Л. Соколовский¹. Так как уравнение (28) дает для C_v постоянно возрастающее значение по мере убывания M , то оно не может быть верно для самых малых бассейнов. Отсюда надо допустить, что уравнение (14) перестает быть справедливым, если часть бассейна, имеющая коэффициент вариации C_{vy} , очень мала по сравнению со всем бассейном. Где лежит предел справедливости уравнения (28), мы увидим дальше.

¹ Ibid, стр. 58.

Таким образом мы приходим к предложению вместо зависимости C_v от площади бассейна, как ее устанавливает Д. Л. Соколовский, к установлению зависимости C_v от среднего расхода, или, что то же, от среднего стока.

В чем можно видеть преимущество уравнения (28') над уравнением Соколовского? Во-первых, уравнение (28') много проще. Во-вторых, оно позволяет отказаться в известных пределах от климатических параметров, как будет видно дальше.

Чтобы проверить уравнение (28'), сделаем обработку данных наблюдений в свете уравнения (28'). Фактический материал берем из книги Д. Л. Соколовского "Приложение кривых распределения", из своих приведенных выше подсчетов и из записки Д. Л. Соколовского по гидрологии Донбасса.

При этом надо указать, что одной формулой типа (28) с постоянными коэффициентами вся европейская часть СССР не охватывается. Но она может быть подразделена в основном на четыре района, для каждого из которых применима отдельная формула типа (28).

По первому северо-западному озерному району, включающему бассейн Ладожского озера и Карелию, мы имеем три опорных точки по данным Соколовского ¹.

ТАБЛИЦА 20

Наименование бассейна	Площадь бассейна км ²	Средний модуль стока л/сек км ²	Средний расход м ³ /сек	Коэффициент вариации по наблюдениям
Свирь	69 300	9,8	679	0,181
Сандалка-исток	1 100	8,1	89	0,208
Выг	18 050	9,3	168	0,180

Для этого района мы получаем уравнение (28) в виде

$$C_v = \frac{0,099}{M} + 0,0323.$$

Сравним полученные по этому уравнению коэффициенты вариации с фактическими и с приведенными на стр. 65 книги Соколовского, как полученными нами по его формуле

$$C = a - 0,063 \lg(\omega + 1).$$

ТАБЛИЦА 21

	Значения C_v			Ошибки в %	
	по наблюдениям	по формуле (28')	по Соколовскому	по формуле (28')	по Соколовскому
Свирь	0,181	0,180	0,175	- 0,5	- 3,3
Сандалка	0,208	0,208	0,258	0	+ 24,0
Выг	0,180	0,181	0,182	+ 0,5	+ 1,1
Средняя квадратичная процентная ошибка . .				± 0,5%	± 17,1%

¹ Ibid, стр. 55.

Надо отметить, что значения C_s по формуле Соколовского получаются при применении различных климатических параметров a .

Применимо ли уравнение (28') для бассейнов, имеющих средний сток значительно менее $8,1 \text{ л/сек км}^2$, мы не знаем, и этот вопрос остается открытым. Перейдем теперь к центрально-восточному району европейской части СССР. Он охватывает бассейн р. Волги выше г. Казани, вероятно, всю р. Каму, бассейн р. Волхова и, вероятно, бассейн р. Северной Двины. По этому району мы имеем богатый материал, и в него входит изучаемый нами бассейн Москва-реки. Из материалов, приведенных Д. Л. Соколовским по этому району, мы, во-первых, должны исправить данные по р. Волге у сел. Вязовые. Период 10 лет, по которому имеются материалы, при ближайшем рассмотрении вопроса оказался не характерным. Действительно, за эти 10 лет коэффициент вариации получился для г. Ярославля $C_s = 0,166$ против 0,221 за период в 36 лет. По сел. Вязовые за 10 лет получается $C_s = 0,158$, т. е. почти то же, что для г. Ярославля. Допуская тот же способ введения поправок, что и выше, мы получаем для сел. Вязовые: $C_s \approx 0,158 \frac{0,221}{0,166} = 0,21$, что значительно больше, чем принято Д. Л. Соколовским.

Исправленный модуль для сел. Вязовые получим равным $5,7 \text{ л/сек км}^2$. Данные по р. Клязьме у Павлова Посада нами пересчитаны по методу Соколовского относительно среднего модуля стока $5,8 \text{ л/сек км}^2$. После этих исправлений материал по центрально-восточному району приобретает следующий вид:

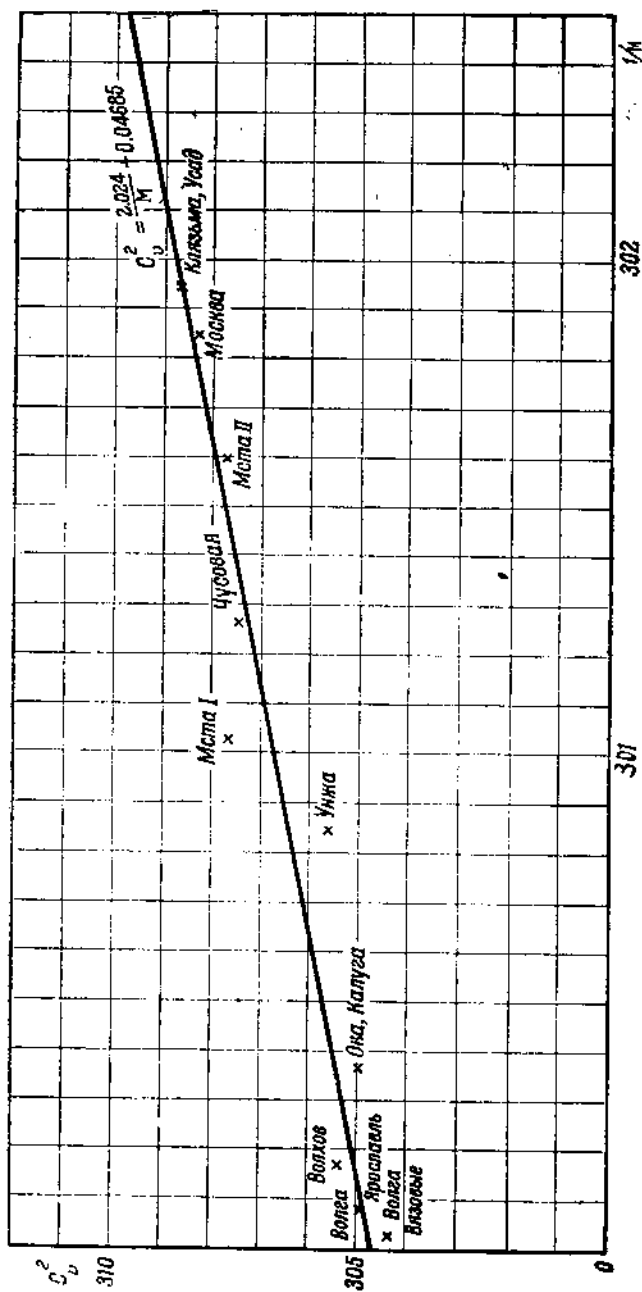
ТАБЛИЦА 22

Наименование бассейна	Площадь бассейна км ²	Среднее модуль стока л/сек км ²	Средний расход м ³ /сек	Коэффициент вариации по наблюдению
1	2	3	4	5
Волга — Вязовые	625 000	5,7	3 560	0,210
Волга — Ярославль	62 000	7,2	1 166	0,221
Волхов — Гостинополье	76 000	7,6	578	0,232
Калуга	54 000	5,0	270	0,223
Ужа — Макарьев	18 250	6,5	118,7	0,238
Волга — Калинин (Тверь) ¹ . .	23 200	7,08	164,2	0,233
Чусовая — Копчик	10 700	7,4	79,1	0,273
Мста между Воробьем и Березьем	10 150	9,6	97,5	0,277
Мста между Воробьем и Тверью .	6 080	10,3	62,5	0,278
Клязьма — Усад	7 900	6,8	50,6	0,294
Москва — Бабьегородск	8 170	6,76	53,21	0,282
Клязьма — Павлов Посад	5 460	6,8	31,2	0,309
Мста между Уверью и Березьем .	4 070	8,7	35,4	0,312
Истра — Павлово	1 910	6,64	13,69	0,357
Руза	1 918	6,83	13,18	0,345
Ижора	1 329	7,0	9,3	0,323
Истра — Бужарово	1 000	6,04	5,3	0,336

¹ Данные получены незадолго до окончания работы и при выводе формулы (28') не учтены.

На основании 10 первых бассейнов может быть построена формула типа (28') в виде:

$$C_v^2 = \frac{2,024}{M} + 0,04685. \quad (28'')$$



Фиг. 5. Зависимость C_v^2 от $\frac{1}{M}$ для больших бассейнов центрально- и восточно-европейской части СССР.

На фиг. 5 изображена прямая, дающая C_v в функции от $\frac{1}{M}$ и на-

несены 10 точек, характеризующих бассейны, имеющие сток больше 40 м³/сек.

Сравним наблюдаемые и подсчитанные по формуле (28'') коэффициенты вариации с получающимися по формуле Д. Л. Соколовского, как они приведены на стр. 65 его труда:

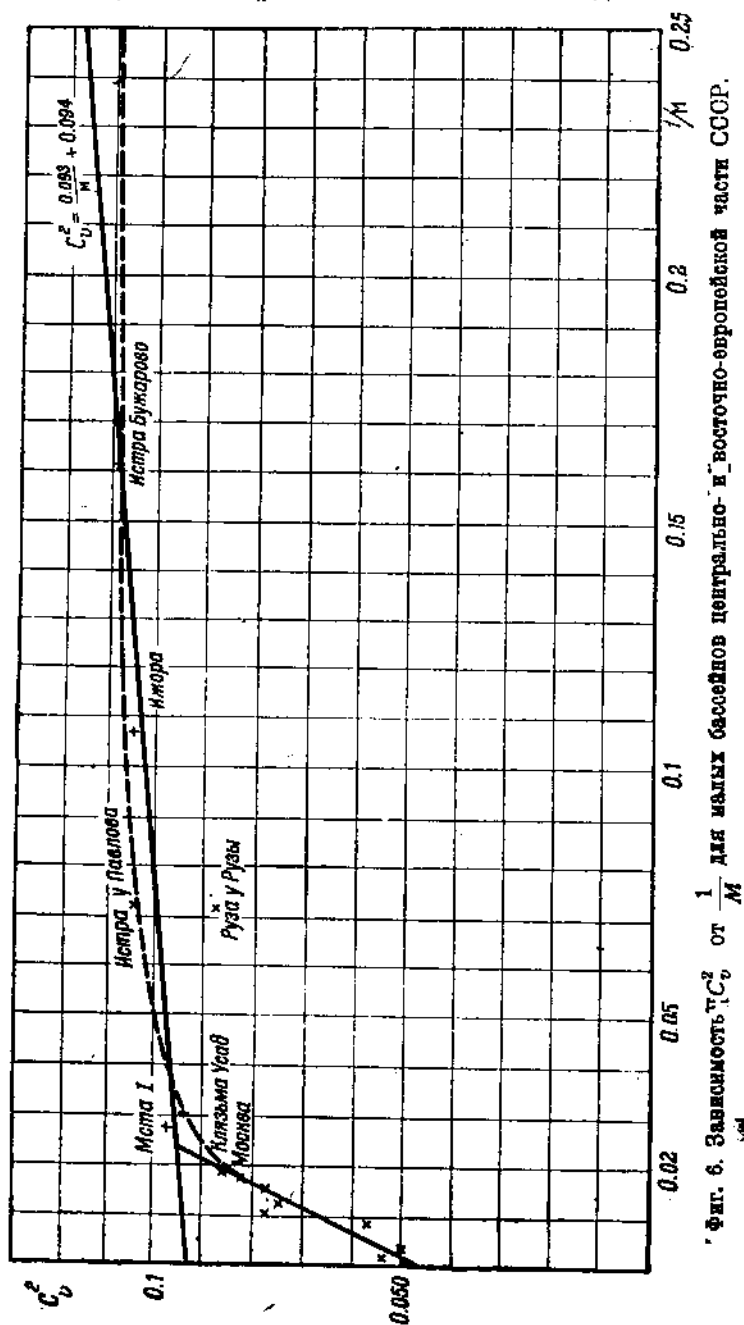
ТАБЛИЦА 23

Наименование бассейна	Значение C_v			Ошибка в %	
	по наблюд.	по формуле (28'')	по Соколовскому	по формуле (28'')	по Соколовскому
Волга—Вязовые	0,210	0,218	0,175	+3,8	-16,7
Волга—Ярославль	0,221	0,220	0,212	-0,4	-4,1
Волхов—Гостинополе	0,232	0,225	0,222	-4,0	-4,3
Ока—Калуга	0,223	0,233	0,272	+4,5	+22,0
Волга—Калинин	0,233	0,243 ¹	0,260 ¹	+4,3	+11,6
Ужа—Макарьев	0,238	0,253	0,261	+6,3	+9,6
Мста—Воробей—Березье	0,277	0,260	0,278	-6,1	+0,3
Чусовая—Копчик	0,273	0,268	0,292	-1,8	+4,8
Мста—Воробей—Уверь	0,278	0,281	0,292	+1,1	+5,6
Москва-река	0,288	0,290	0,304	+0,7	+5,5
Клязьма—Усад	0,294	0,295	0,305	+0,3	+3,7
Средняя квадратичная ошибка в %	—	—	—	±3,8%	±10,4%

В графе C_v по Д. Л. Соколовскому пересчитано по площади бассейна 8170 для Москва-реки. Преимущество нашей формулы мы видим отнюдь не в уменьшении ошибок, ибо путем исправления изолинии параметра a , вероятно, можно снизить ошибку по формуле Д. Л. Соколовского. Основное преимущество мы видим в том, что огромный район удалось охватить одной формулой без переменных климатических параметров. Начиная с бассейнов, имеющих сток менее 40 м³/сек, формула (28'') дает, безусловно, преувеличенные результаты. Фиг. 6 ясно показывает, насколько точки для бассейнов со стоком менее 40 м³/сек не укладываются на прямую типа (28'') для больших бассейнов. Таким образом область малых расходов составляет для центрально-восточного

¹ В исчисление средняя ошибка не вошла.

района исключение из зависимости типа (28"). Наиболее простое представляющееся нам физическое объяснение надо искать в том,



Фиг. 6. Зависимость C_v^2 от $1/M$ для малых бассейнов центрально- и восточно-европейской части СССР.

что мы уже приближаемся при бассейнах со средним расходом порядка 40 м³/сек к тому размеру бассейнов, когда благодаря

очень большому отклонению условий стока, выражающемуся значением коэффициента r , близким к единице, прекращается изменение коэффициента вариации с изменением размера среднего расхода. В настоящий момент мы еще не можем дать математическую интерпретацию этого отклонения и должны его принять как факт. Условно мы выражаем для условного $M < 40 \text{ м}^3/\text{сек}$ связь между C_v и M уравнением вида

$$C_v^2 = \frac{0,093}{M} + 0,094. \quad (28'')$$

Данное выражение надо рассматривать как чисто эмпирическое. Вероятно, истинно кривая $C_v^2 = f\left(\frac{1}{M}\right)$ изображается некоторой пунктирной кривой наподобие данной на фиг. 6. Сравним данные, получаемые по формуле (28'''), с получаемыми по формуле Д. Л. Соколовского и полученными по наблюдениям:

ТАБЛИЦА 24

Название бассейна	Значение C_v			Ошибка в %	
	по наблюд.	по формуле (28''')	по Соколовскому	по формуле (28''')	по Соколовскому
Клязьма — Павлов Посад . . .	0,309	0,311	0,315	+0,6	+1,9
Мста — Уверь — Березье	0,312	0,311	0,302	-0,3	-3,2
Истра — Павлово	0,324	0,317	0,339	-2,2	+4,6
Руза — Руза	0,298	0,317	0,338	+6,4	+13,4
Ижора	0,323	0,322	0,311	-0,3	-3,8
Истра — Бужарово	0,330	0,330	0,355	0	+7,6
Средняя квадратичная ошибка в %	—	—	—	±3,0	±7,6

Бассейны рр. Истры и Рузы подсчитаны по Д. Л. Соколовскому — $a = 0,545$. Конечно, путем уточнения изолиний и тут можно добиться по Д. Л. Соколовскому лучшего результата, но мы, как и выше, считаем главным преимуществом нашей формулы отсутствие этих изолиний.

По юго-восточному району, включающему бассейн рр. Дона, Донца и Азовского моря, мы по данным Д. Л. Соколовского¹ имеем следующие опорные точки для исследования зависимости типа (28):

¹ Записка по гидрологии Донбасса.

ТАБЛИЦА 25

Название бассейна	Площадь бассейна км ²	Средний модуль стока л/сек км ²	Средний расход м ³ /сек	Коэффициент вариации по наблюдениям
Дон у Калача	226 000	3,2	728,0	0,328
С. Донец ¹	51 200	2,2	112,5	0,35
С. Донец у Изюма	22 180	2,2	48,8	0,37
Миус	5 720	1,6	9,15	0,456
Оскол	12 650	2,5	31,6	0,37
Кальмиус	3 738	1,2	4,48	0,52

Для юго-восточного района мы получаем зависимость

$$C_e^2 = \frac{0,72}{M} + 0,1165. \quad (28^{IV})$$

Сравним данные, получаемые по этой формуле, с наблюдаемыми значениями C_e .

ТАБЛИЦА 26

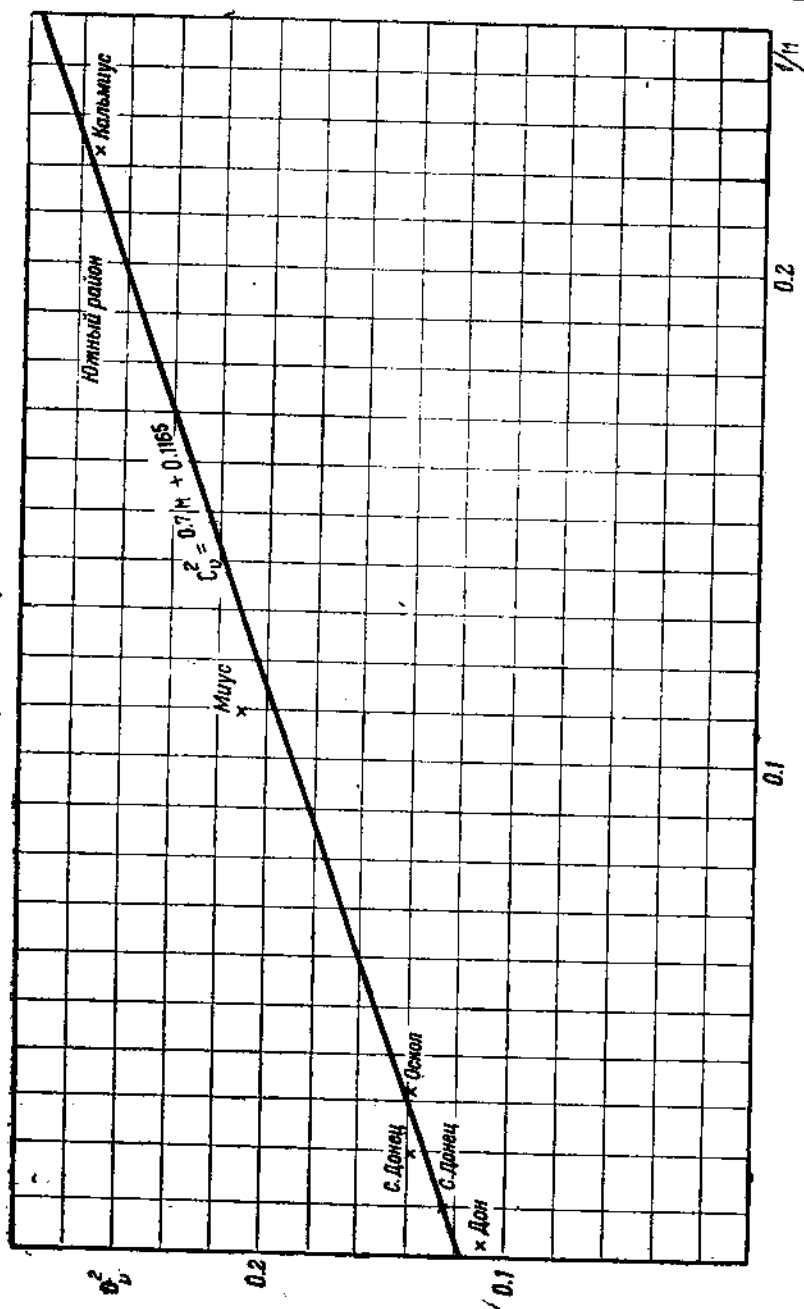
Б а с с е й н	Значение C_e по наблюдению	Значение C_e по формуле (28 ^{IV})	Ошибка в %
Дон	0,328	0,343	+4,6
С. Донец у Лисичанска	0,35	0,353	+1,0
„ „ Изюма	0,37	0,362	-2,2
Миус	0,456	0,442	-3,2
Оскол	0,37	0,373	+1,0
Кальмиус	0,52	0,526	+1,2
Средняя квадратичная ошибка в % . .	—	—	±2,8%

Таким образом для этого района мы получаем отличное соответствие формулы с фактическими данными и без всяких климатических параметров. На фиг. 7 показана кривая (28^{IV}) и точки по табл. 25.

По юго-западному району (фиг. 7а) мы имеем лишь четыре точки. Из них данные по р. Днепру у г. Киева были нами специально анализированы за время с 1881 по 1908 г. Сопоставляя модули по г. Киеву и сел. Лощманской Каменке за 28 лет, мы получаем коэффициент корреляции между ними $r = +0,955$, т. е. очень высоким, коэффициенты вариации по сел. Лощманской Каменке

¹ У Лисичанска.

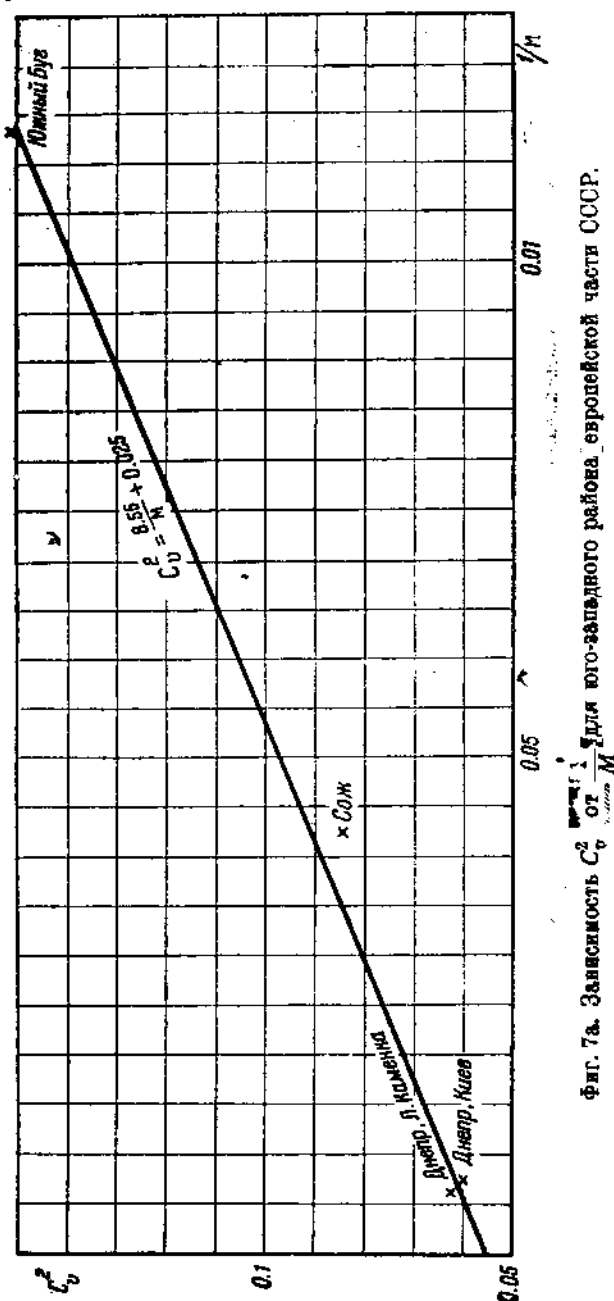
0,255 и по г. Киеву 0,251, т. е. даже меньше, чем по сел. Лопманской Каменке. Годы с 1878 по 1881 мы не считаем возможным



Фиг. 7. Зависимость C_v^2 от $\frac{1}{M}$ для юго-восточного района европейской части СССР.

ным использовать вообще, ибо по ним общий сток по г. Киеву больше, чем по сел. Лопманской Каменке, что явно нелепо. Пови-

димому, кривая связи Оппокова, по которой получены модули по г. Киеву, в эти годы не может быть признана, ввиду изме-



Фиг. 7а. Зависимость C_v^2 от M для юго-западного района европейской части СССР.

нения русла р. Днепра. Имея эти коэффициенты вариации, получим исправленный коэффициент у г. Киева $\frac{0,251 \cdot 0,248}{0,255} = 0,244$.

Исправленный модуль по г. Киеву мы получим равным 3,9 л/сек км². Сводим данные по юго-западному району в таблицу:

ТАБЛИЦА 27

Название бассейна	Площадь бассейна км ²	Средний модуль стока л/сек км ²	Средний расход м ³ /сек	Коэффициент вариации по наблюдению
Днепр. — с. Лопманская Каменка	466 000	3,4	1 584	0,248
Днепр — г. Киев	336 000	3,9	1 310	0,244
Сож — г. Гомель	38 000	5,6	213	0,290
Южный Буг — с. Александровка	46 000	1,9	87,4	0,392

Уравнения типа (28) по этим данным получают вид

$$C_2 = \frac{8,35}{M} + 0,055. \quad (28^v)$$

Сравним результат, подсчитанный по этому уравнению, с фактическим коэффициентом вариации и с получаемым по Д. Л. Соколовскому.

ТАБЛИЦА 28

Название бассейна	Значение C_2			Ошибка в %	
	по наблюдению	по формуле (28 ^v)	по Соколовскому	по формуле (28 ^v)	по Соколовскому
Днепр. — с. Лопманская Каменка	0,248	0,246	0,252	—0,8	+1,6
Днепр — г. Киев	0,244	0,248	0,263	+1,6	+7,8
Сож — г. Гомель	0,290	0,307	0,291	+5,9	+0,3
Южный Буг — с. Александровка	0,392	0,388	0,393	—1,0	+0,3
Средняя квадратичная ошибка	—	—	—	3,1	4,0

Таким образом и тут формула типа (28) дает отличные результаты.

Таким образом мы имеем возможность путем разбивки европейской части СССР на четыре района с соответственными для каждого формулами получить при простейшем виде формул без всякого участия переменных климатических параметров (пока мы остаемся в одном районе) более точные совпадения подсчетов с наблюдениями, чем достигались прежде.

Все это приводит нас к тому, что мы рекомендуем для бассейна Москва река формулы (28^v) и (28^{vv}), как наилучшие отражающие истинное положение вещей.

Остановимся кратко на вопросе о периодичности стока. В специальной своей работе¹ нами показано, что периодичность количественно находит свое отражение в коэффициенте корреляции между модулями соседних лет, между модулями лет через один и т. д.

По данным Бабьегородской плотины коэффициент корреляции модулей соседних лет получается равным $r = +0,24$ со средней квадратичной ошибкой $\pm 0,16$. Коэффициент корреляции лет через один дает $r = -0,27$ с средней квадратичной ошибкой $\pm 0,16$.

Столь малое значение коэффициентов показывает, что периодичность имеет слабые выражения.

Как крайние значения этих коэффициентов корреляции для данного района, которые мы должны вводить в водохозяйственный расчет, мы рекомендуем брать для коэффициентов корреляции модуля стока соседних лет $r^I = +0,30$, через один год $r^{II} = +0,15$ и через два года $r^{III} = +0,07$, последующие коэффициенты $r = 0$.

Этим мы заканчиваем исследование годичных модулей стоков.

половодья и паводки в БАСЕЙНЕ МОСКВА-РЕКИ

Изучение половодий на Москва-реке и притоках ее имеет особое значение ввиду больших убытков, приносимых наводнениями. При тех величинах бассейнов, с которыми нам приходится иметь дело ($> 1000 \text{ км}^2$), по гидрометрическим материалам всегда половодья, а не ливневые паводки дают максимальные расходы. Исходя из этого, а равно и считаясь с тем, что именно с половодьями Москва-реки приходится особенно бороться, мы посвящаем свое внимание почти исключительно половодьям.

Начнем с половодий на Москва-реке у Бабьегородской плотины.

Мы имеем данные по половодьям Москва-реки, начиная с 1876 г., за первые пять лет данные горизонтов по Бабьегородской плотине заимствованы из книги инж. Шпейера, с 1881 по 1928 г. горизонты взяты по данным инж. Кравченко, с 1926 по 1930 г. горизонты заимствованы из записи треста Водоканализация, за 1931 г. половодье подсчитано путем пропорционального площадям бассейнов увеличения расхода Павшинской станции (табл. 29).

Данные расходов по этой таблице относятся к расходам по приведенным в издании МПС горизонтам и нашей кривой связи (фиг. 1—3) местами расходятся с данными приложения 1, что, по-видимому, зависит от метода осреднения наблюдаемых в данные сутки горизонтов. По этому ряду наблюдений мы имеем средний пик половодья равным

$$Q_{cp}^{max} = 1248 \text{ м}^3/\text{сек.}$$

Рассеяние ряда равно

$$\sigma = 500 \text{ м}^3/\text{сек.}$$

¹ "Периодичность в явлении стока рек и ее влияние на водохозяйственные расчеты" помещена в этом сборнике. Ред.

ТАБЛИЦА 29

Годы	Горизонт	Расход м³/сек	Годы	Горизонт	Расход м³/сек
1876		6,94	1904		5,64
1877		7,43	1905		7,45
1878		6,92	1906		6,57
1879		9,60	1907		6,80
1880		6,40	1908		10,20
1881		8,19	1909		7,13
1882		5,93	1910		5,21
1883		7,13	1911		5,25
1884		8,28	1912		6,25
1885		5,91	1913		7,25
1886		6,53	1914		5,12
1887		5,95	1915		6,80
1888		8,62	1916		6,54
1889		8,60	1917		6,62
1890		6,08	1918		5,70
1891		3,38	1919		7,68
1892		7,86	1920		6,23
1893		5,98	1921		4,44
1894		6,81	1922		5,66
1895		8,74	1923		6,49
1896		7,90	1924		6,68
1897		7,98	1925		4,35
1898		5,04	1926		8,95
1899		7,11	1927		4,78
1900		7,68	1928		5,84
1901		7,64	1929		8,12
1902		6,32	1930		8,62
1903		6,32	1931		8,54
			—	—	69 994,8

Коэффициент вариации

$$C_v = \frac{\sigma}{Q_{\text{ср}}} = 0,394.$$

Построенная по этим значениям кривая обеспеченности III типа Пирсона дана на фиг. 8. Видно отличное соответствие точек наблюдений с теоретической кривой. Общее исследование по теоретическим моментам дает для моментов этой кривой без поправок (согласно Фостеру-Эльдертону):

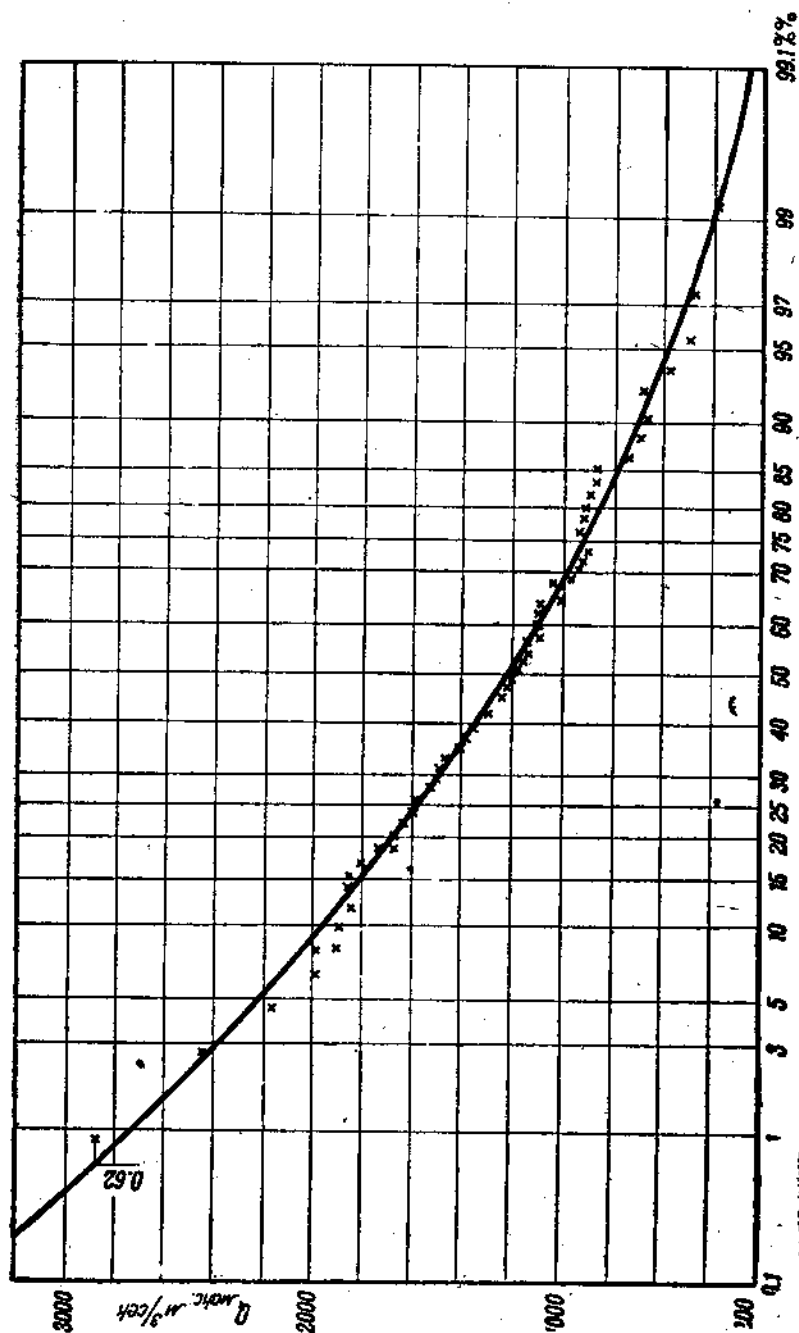
$$M_1 = 0, M_2 = 98,18, M_3 = 704,7, M_4 = 35\,756,4.$$

Характерные параметры кривой

$$\beta_1 = \frac{M_3^2}{M_2^3} = 0,5247; \beta_2 = \frac{M_4^2}{M_2^4} = 3,709,$$

$$x = \frac{\beta_1 (\beta_2 + 3)^2}{4 (4\beta_2 - 3\beta_1) (2\beta_2 - 3\beta_1 - 6)} = -2,855.$$

Таким образом, кривая I типа Пирсона должна бы подойти лучше.



Фиг. 8. Кривая продолжительности (обеспеченности) половодий за 56 лет по Москва-реке у Бабьегородской плотины, III тип Пирсона; координаты Хагена.

Произведенное нами исследование 51 года (без 1876—1880 гг.), сделанное до получения данных по пяти первым годам, дает для

кривой

$$Q_{ср}^{max} = 1\,248, \sigma = 498,5, C_s = 0,399,$$

т. е. эти характеристики получаются весьма устойчивыми независимо от добавочных вариантов. Моменты кривой по 51 году будут:

$$M_1 = 0, M_2 = 97,46, M_3 = 638,7, M_4 = 29\,321,9.$$

Надо отметить, что при этом варианты 1927, 1928, 1929 и 1930 гг. были приняты другие, а именно по перерасчету у сел. Павшино были приняты:

Годы	Расход в м ³ /сек
1927	600
1928	970
1929	1 840
1930	274

Для такого ряда были получены следующие характеристики распределения:

$$\beta_1 = 0,441, \beta_2 = 3,087, x = -0,323.$$

Таким образом приходится признаться, что эти характеристики крайне неустойчивы и даже по периоду 51—58 лет не могут быть сколько-нибудь точно установлены. Для распределения в 51 вариант нами была вычислена кривая распределения I типа Пирсона. Эта кривая совместно с точками, ее определяющими, дана на фиг. 9.

На этой же фигуре дана кривая III типа Пирсона, удовлетворяющая данным значениям

$$Q_{ср}^{max} \text{ и } C_s \text{ при } C_s = 2 C_s'$$

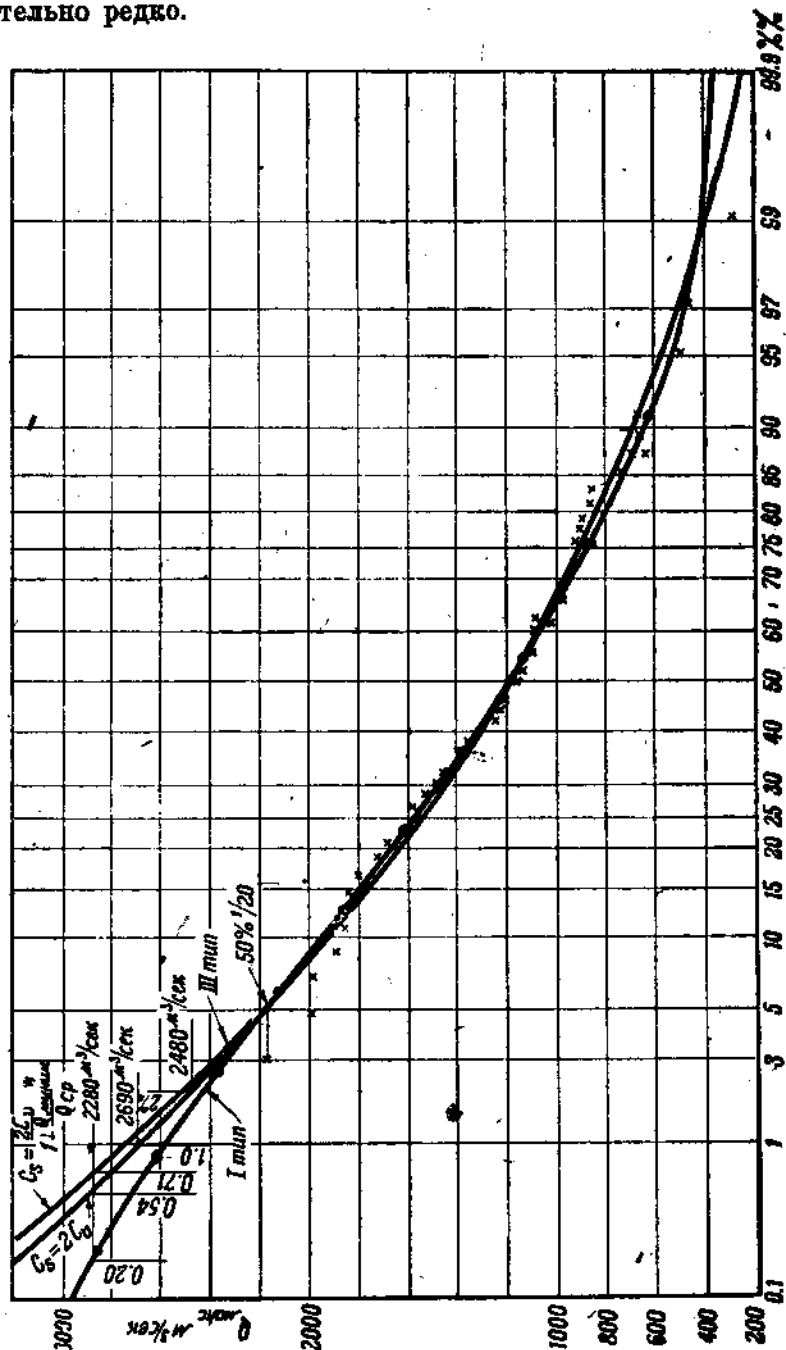
и

$$C_s = \frac{2 C_s'}{1 - \frac{Q_{max}'}{Q_{ср}}},$$

последнее значение C_s принято по методу инж. С. Н. Крицкого. Мы видим, что в отношении максимума эти последние кривые соответствуют большей надежности, почему им и следует отдать предпочтение для практических целей, особенно это верно для распределения 56 лет, где кривая III типа отлично совпадает с фактическим распределением.

По кривой III типа, соответствующей 56-летнему периоду, 1906 г. имеет обеспеченность, равную 0,62%, или один год, равный или

больший по половодью 1908 г., падает на 161 год, т. е. исключительно редко.



Фиг. 9. Кривые обеспеченности половодий Москва-реки по 31 году наблюдений. / и // тип Пирсона.]

В свое время инж. Шпейер выдвинул утверждение о росте величины половодья в бассейне Москва-реки. В оправдание этого

им приводятся следующие данные по высоте воды над нулем
Краснохолмского монастыря у Краснохолмского моста по меткам церкви
св. Николая в Пупышах.

Г о д ы	Горизонт на церкви св. Николая	Краснохолм- ский мост
1788	3,53 см	7,53 м
1806	3,62 "	7,72 "
1828	3,69 "	7,87 "
1856	3,91 "	8,34 "
1879	3,93 "	8,39 "
1908	4,29 "	9,15 "
1926	3,65 "	7,79 "
	(не входящий в обзор Шпейера)	

Отсюда Шпейер делает заключение о периоде 'исключитель-
ных паводков в 25 лет, о их росте в среднем на 0,32 м за
25 лет и предсказывает на 1933 г. половодье, доходящее до
отметки 9,47 у Краснохолмского моста или примерно 10,88 у
Бабьегородской плотины.

Для полного освещения этого вопроса нами было для 51-лет-
него ряда, о котором речь была выше, сделано сопоставление
расхода половодья с порядковым номером года. В случае уве-
личения средних паводков это должно было дать положительный
коэффициент корреляции.

На самом деле связь оказалась обратной, $r = -0,1$, и к тому
же очень слабой.

Отсюда можно установить, что за 51 год никакого роста
половодья в среднем не наблюдалось, скорее — наоборот.

Для изучения, не имеется ли систематического роста рас-
сеяния паводков, мы разбили 51 год на три периода по 17 лет
и получили:

Период	Q_{cp}^{max} в м ³ /сек	σ в м ³ /сек	$E\sigma$	$E Q_{cp}^{max}$
1881 — 1897	1 375	444	76,2	108
1898 — 1914	1 240	526	90,2	128
1915 — 1931	1 128	519	89,0	126

Мы видим некоторое уменьшение средних половодий. Может
ли оно считаться вполне доказанным и какова его вероятность?
Согласно критерию достоверности должно быть

$$\frac{\Delta Q_{cp}^{max}}{\sqrt{E_{1Q_{cp}^{max}}^2 + E_{3Q_{cp}^{max}}^2}} > 3.$$

В нашем случае $\Delta Q_{cp}^{max} = 1375 - 1128 = 247$.

$$\sqrt{E_{1Q_{cp}^{max}}^2 + E_{3Q_{cp}^{max}}^2} = \sqrt{108^2 + 126^2} = 168,$$

$$\frac{\Delta Q_{cp}^{max}}{\sqrt{E_{1cp}^{max} + E_{2cp}^{max}}} = \frac{247}{168} = 1,47 < 3, \text{ т. е. факт убывания половодий недостоверен. Вероятность его } 0,93, \text{ т. е. довольно высокая.}$$

Применяя тот же критерий к увеличению рассеяний, получим:

$$\Delta \sigma = 526 - 444 = 82; \quad \sqrt{E_{2\sigma}^1 + E_{2\sigma}^2} = \sqrt{76,2^2 + 90,2^2} = 139,$$

$$\frac{\Delta \sigma}{\sqrt{E_{1\sigma}^2 + E_{2\sigma}^2}} = \frac{82}{139} = 0,59 < 3, \text{ т. е. возрастание недостоверно.}$$

Вероятность такого возрастания 0,72, т. е. оно не очень вероятно. Во всяком случае, так как мы не можем представить себе причины, почему паводки могут в среднем уменьшиться, то такое уменьшение мы скорее склонны считать явлением случайным. Что касается до возрастания рассеяний, то оно имело место лишь в первой половине периода и не имело места во второй. Во всяком случае увеличение рассеяния в значительной степени можно считать уравновешенным уменьшением среднего половодья. Чтобы осветить последнее обстоятельство, подсчитаем по всем трем периодам значение расхода половодья с обеспеченностью в 62%, исходя из III типа кривых Пирсона.

Для первого периода мы получим $Q_{max} = 2750 \text{ м}^3/\text{сек}$

" второго " " " $Q_{max} = 2950 \text{ "}$

" третьего " " " $Q_{max} = 2830 \text{ "}$

Если сравнить полученные значения половодья обеспеченности 0,62% с полученным по кривой за 56 лет и равным $2880 \text{ м}^3/\text{сек}$, то мы увидим, что ошибка не превосходит величины 4,5%, что даже меньше вероятной ошибки определения половодья 1908 года, которая, надо думать, не менее 10%.

Таким образом мы видим, что в условиях нашего познания мы не имеем никаких доказательств роста половодий за истекшие последние 51 год. Если сюда присоединить годы с 1877 до 1880, то вывод получится еще более не в пользу возрастания половодий.

Если принять, что половодья не растут, то нет никаких оснований думать, что повторяемость паводков порядка 1908 г. в будущем будет увеличиваться. Во всяком случае порубка леса, если и влияла в течение первой половины последних 50 лет в отношении увеличения паводков, то во второй половине явственно ее влияние ничем не проявилось — повидимому, достигнуто в этом отношении некоторое стационарное состояние.

Вопрос о стоке за половодье мы рассмотрим в главе о сезонном стоке.

Перейдем теперь к половодьям на притоках. Имея в виду отличное совпадение фактического распределения половодий с III типом кривых Пирсона, мы в дальнейшем считаем нужным установить по притокам, во-первых, среднее значение половодья, во-вторых — коэффициент вариации. Для этого мы пользуемся тем же методом аналогий, что и при обработке модулей стоков, обосновывая его теми же доводами. Половодья притоков мы сопоставляем с половодьями у сел. Павшино. Установим, во-первых, для сел. Павшино значения среднего половодья и рассеяния, которые мы принимаем просто пропорциональными таковым для Бабьегородской плотины и площадям бассейнов, т. е.

$$Q_{cp}^{max} = 1248 \frac{7537}{8170} = 1151 \text{ м}^3/\text{сек}, \quad \sigma = 498,5 \frac{7537}{8170} = 460 \text{ м}^3/\text{сек}.$$

В данном случае мы исходили из ряда 51 года по Бабьегородской плотине, ибо дополнительные 5 лет, нами получены после окончания обработки и существенного влияния, как нетрудно убедиться, на Q_{cp}^{max} не имеют, а на σ вообще не влияют.

ТАБЛИЦА 30а

Половодье—среднесуточные расходы р. Истра у сел. Павшино

Подсчет рассеяния за 11 лет σ и C_v

Годы	Расходы половодья м ³ /сек	$X_i - X_{cp}$	$(X_i - X_{cp})^2$
1920	939,0	— 67,2	4 515,84
1921	1 453,0	— 556,2	309 358,44
1922	796,0	— 210,2	44 184,04
1924	1 228,0	+ 221,8	49 195,24
1925	370,0	— 636,2	399 676,84
1926	2 075,0	+ 1 068,8	1 142 333,44
1927	553,0	— 453,2	205 390,24
1928	890,0	— 116,2	13 502,44
1929	1 692,0	+ 685,8	470 321,64
1930	346,9	— 659,3	434 676,49
1931	1 728,0	+ 721,8	520 995,24
Среднее	11 067,9 1 006,2	— 2 698,5 + 2 698,2	3 594 149,89

$$\sigma_{x_{11}} = \sqrt{\frac{3\,594\,149,89}{11}} = 571,6 \text{ м}^3/\text{сек}$$

$$C_{v_{11}} = \frac{571,6}{1\,006,2} = 0,568.$$

Начнем наше изучение с р. Истры у сел. Бужарово, имеющей наиболее длинный период наблюдений. В следующей таблице сопоставим расходы половодья (среднесуточные) у сел. Павшино и у сел. Бужарово:

ТАБЛИЦА 305

Годы	Расход у сел. Павшино м³/сек	Дата	Расход у сел. Бужарово м³/сек	Дата	Разница в днях
1920	939,0	9/IV	167,0	9/IV	0
1921	450,0	30/III	53,0	2/IV	+3
1922	796,0	7/IV	76,0	8/IV	+1
1924	1 228,0	13/V	415,0	13/IV	0
1925	370,0	6/IV	79,0	4/IV	-2
1926	2 075,0 ¹	22/IV	421,0	24/IV	+2
1927	553,0	18/IV	83,5	22/IV	+4
1928	890,0	29/IV	130,0	28/IV	-1
1929	1 692	4/V	231,0	8/V	-1
1930	346,9	28/III	36,5	18/IV	+7
1931	1 728,0	25/IV	245	23/IV	-2
Среднее	1 006,2		176,1		

Рассматривая даты наступления половодий, мы видим, что даже при исключении совершенно ненормального 1930 г. половодье р. Истры наступает на 0,4 дня позже, чем у сел. Павшино, т. е. при средних условиях пик Верхней Истры не складывается с пиком Москва-реки.

Особенно надо обратить внимание на то, что в 1926 г. пик р. Истры опоздал на целых два дня.

Рассеяние павшинских расходов половодий за эти 11 лет равно $\sigma = 571,6 \text{ м}^3/\text{сек}$, $C_{0,9} = 0,568$; по сел. Бужарову за эти же годы рассеяние равно $\sigma = 137,6 \text{ м}^3/\text{сек}$.

Приведенное к длительному циклу лет значение среднего половодья по сел. Бужарово будет

$$Q_{\text{ср}}^{\text{max}} = 176,1 \frac{1151}{1006,2} = 202 \text{ м}^3/\text{сек}.$$

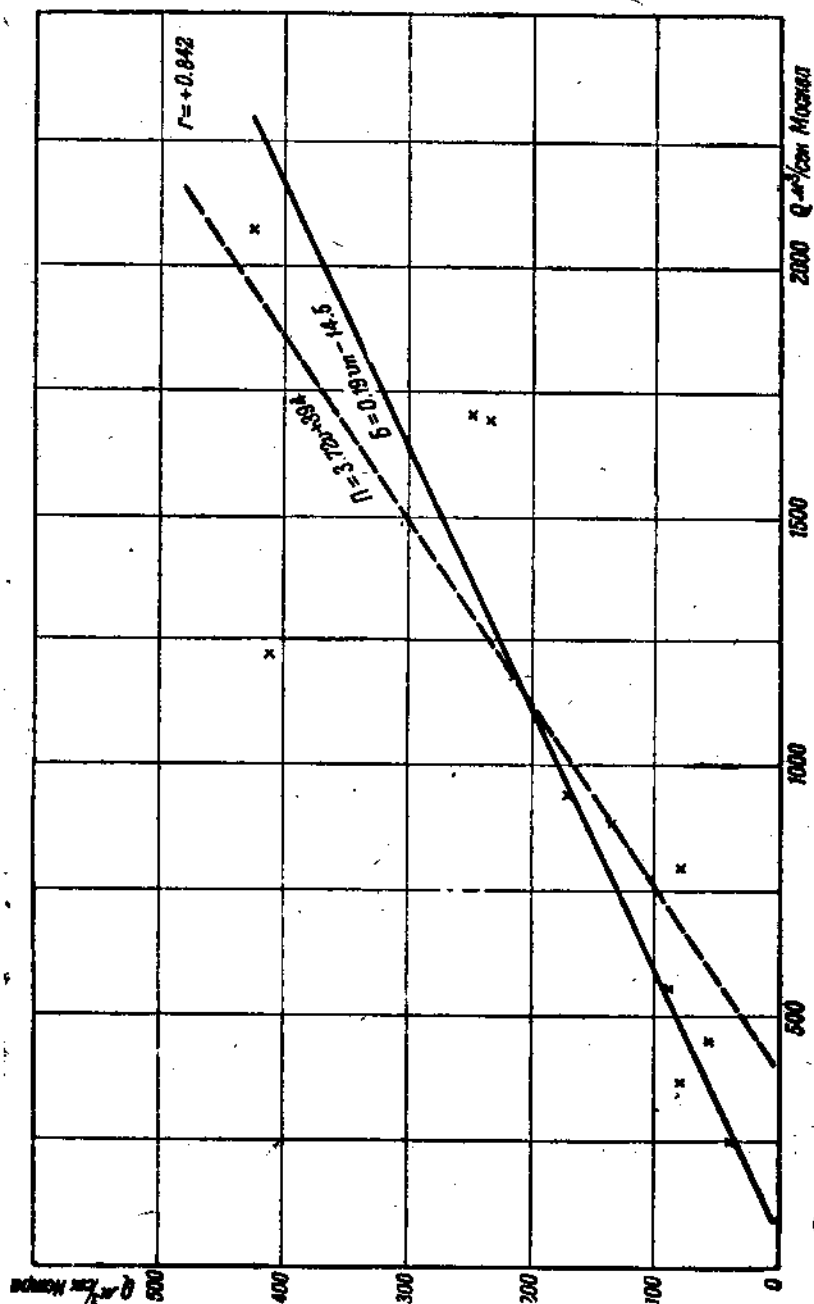
Приведенное к длительному циклу лет значение рассеяния по сел. Бужарово получается равным

$$\sigma = 137,6 \frac{460}{571,6} = 110,7 \text{ м}^3/\text{сек}$$

¹ В материалах Павшинской сети этот расход дан 1930 с учетом уменьшения расхода от ледохода. Мы из осторожности эту поправку исключили.

коэффициент вариации

$$C_v = \frac{110,7}{202} = 0,548.$$



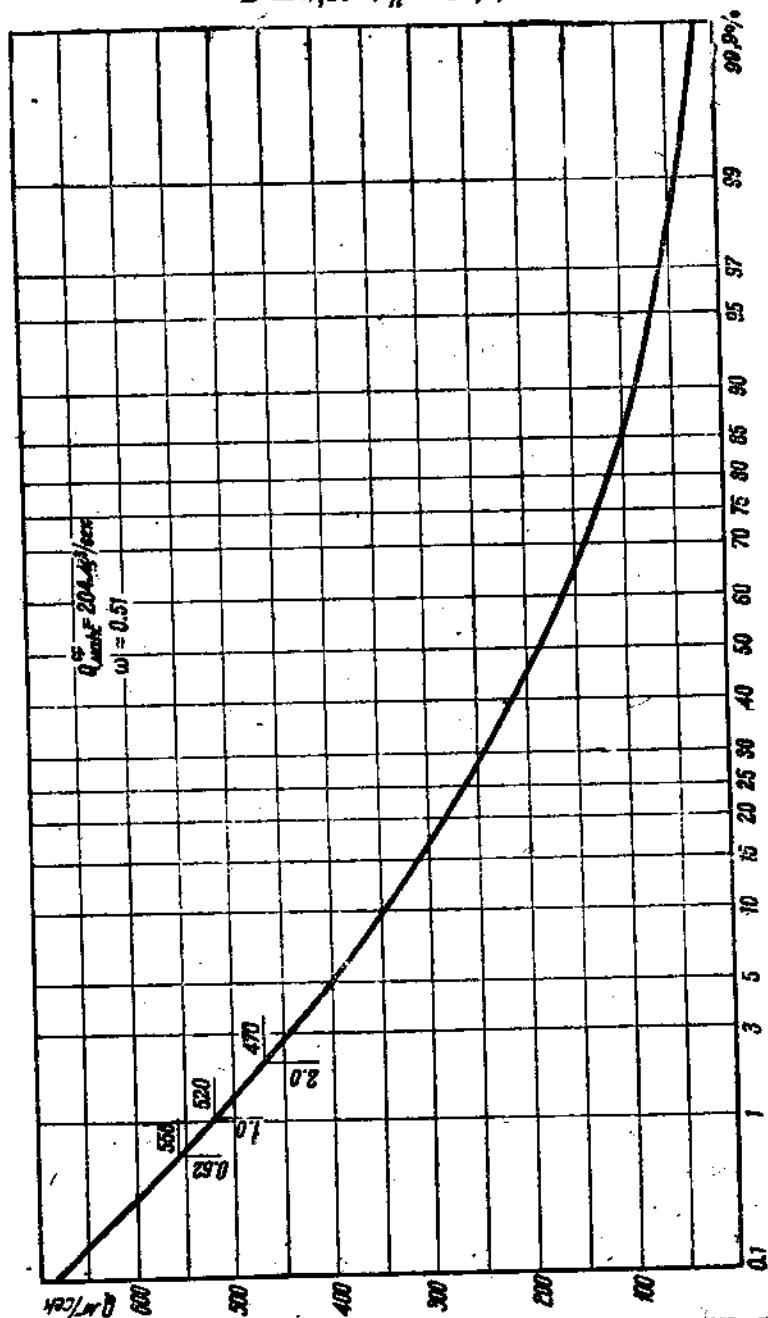
Фиг. 10. Корреляционный график паворков Москва—Павшино и Бужарово.

Коэффициент корреляции между рядами расходов у сел. Павшино и сел. Бужарово равен $r = 0,842$ со средней квадратической ошибкой $E_r = \pm 0,086$.

Уравнение линейной регрессии расходов (Бужарова по сел. Павшино) получается в виде:

$$B = 0,19 V_n - 14,5,$$

(29)



Фиг. 11. Кривая обеспеченности половодий р. Истры у сел. Бужарово.

где B — условное математическое ожидание величины пика у Бужарова при условии наступления у сел. Павшино пика —

Уравнение (29') изображено на фиг. 10. $Q_{\max}$ у сел. Павшино-
т быть принят равным

$$2880 \frac{7537}{8170} = 2650 \text{ м}^3/\text{сек},$$

ему соответствует математическое ожидание пика в Бужарове
491 м³/сек.

На фиг. 11 дана кривая обеспеченности половодий у Бужаро-
ва, по которой половодье с обеспеченностью 0,62%, т. е. с
обеспеченностью, равной обеспеченности половодья 1908 г. на
Москва-реке, получается равным 555 м³/сек.

Мы видим, что половодье с обеспеченностью 0,62% на Москва-
реке соответствует по сел. Бужарово в среднем меньшее поло-
водье, чем 555 м³/сек. Это говорит, во-первых, о том, что
максимум равной обеспеченности на главной реке и притоке
вообще не совпадает в один и тот же год, а, во-вторых, что
максимум главной реки может получиться путем сложения
сравнительно более умеренных, чем на главной реке, половодий
притоков за счет, очевидно, их одновременности.

Рассмотрим аналогичным образом половодье у Павловской
слободы:

ТАБЛИЦА 31

Годы	Расход у сел. Пав- шино м ³ /сек	Дата	Расход у Павлова м ³ /сек	Дата	Разница дней
1925	370,0	6/IV	121,0	3/IV	- 3
1926	2 075,0	22/IV	732,0	24/IV	+ 2
1927	553,0	18/IV	152,0	22/IV	+ 4
1928	890,0	28/IV	225,0	28/IV	- 1
1929	1 692,0	4/ V	408,0	3/ V	- 1
1930	346,9	28/III	57,5	10/IV	- 1
1931	1 728,0	25/IV	590,0	23/IV	- 2
Среднее . . .	1 093,6		326,5		

Во-первых, мы видим, что в среднем пик Павловской слободы
за это время наступал на 0,3 дня ранее пика у сел. Павшино.
Надо, впрочем, отметить, что, исключая 1930 г., за этот период
и по сел. Бужарово имело место такое же явление некоторого
опережения пиков.

Таким образом в этом отношении, повидимому, Павлово имеет
разность наступления паводка в сравнении с паводком у сел. Пав-

шино почти такую же, как Бужарово. Рассеяние у сел. Павшино за эти годы получается равным $\sigma = 737 \text{ м}^3/\text{сек}$, а р. Истры у сел. Павшино $\sigma = 257 \text{ м}^3/\text{сек}$.

Отсюда исправленное значение среднего половодья по Павлову получается равным

$$Q_{\text{ср}}^{\text{макс}} = 328,5 \frac{1151}{1093,6} = 343,5 \text{ м}^3/\text{сек}.$$

Исправленное значение рассеяния

$$\sigma = 257 \frac{480}{737} = 160 \text{ м}^3/\text{сек}$$

и коэффициент вариации $C_v = 0,524$. По этим данным построена кривая типа III Пирсона, по которой половодье обеспеченности 0,62% получается равным $895 \text{ м}^3/\text{сек}$.

Коэффициент корреляции между рядами максимумов получается равным $r = 0,92$, т. е. даже выше, чем в случае сел. Бужарова.

Такая его величина вполне оправдывает применяемый нами метод исправления значений рассеяний путем приведения их к более длительному периоду.

Перейдем теперь к р. Рузе. В табл. 32 сделано сопоставление расходов р. Рузы у г. Рузы с павшинским:

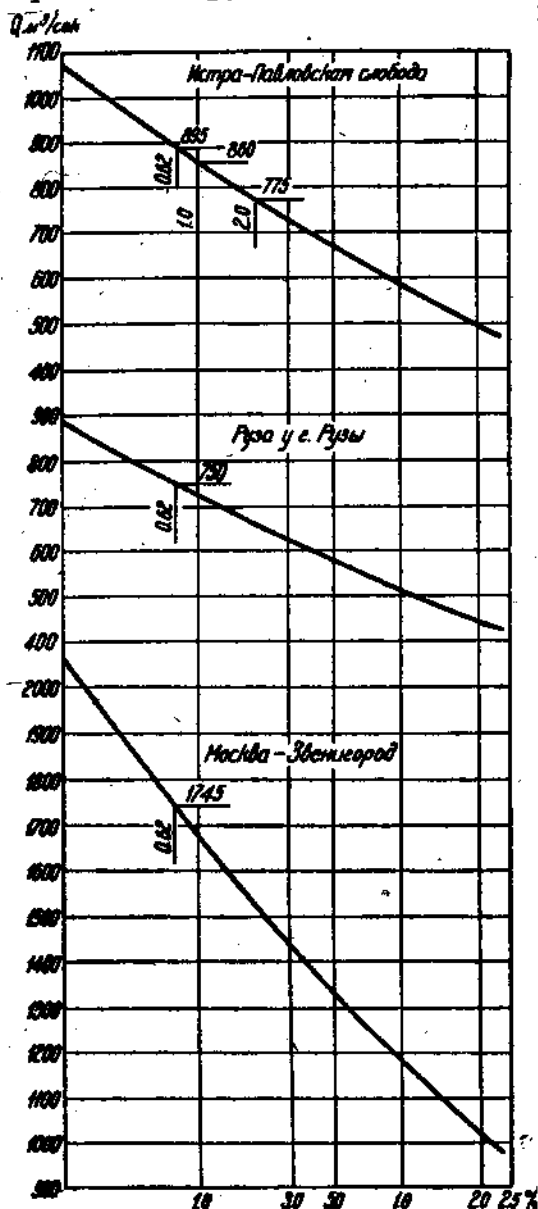
ТАБЛИЦА 32

Годы	Расход у сел. Павшино $\text{м}^3/\text{сек}$	Дата	Расход р. Рузы у г. Рузы $\text{м}^3/\text{сек}$	Дата	Разница дней
1925	370	6/IV	129,0	4/IV	- 2
1926	2 075	22/IV	533,0	23/IV	+ 1
1927	550	18/IV	155,0	18/IV	0
1928	890	23/IV	291,0	28/IV	- 1
1929	1 692	4/IV	535,0	3/V	- 1
1930	348,9	28/III	93,5	11/V	0
1931	1 728,0	25/IV	563,0	24/IV	- 1
Среднее . . .	1 093,1		327,1		

Мы видим, что для р. Рузы максимум половодья в среднем опережает максимум у сел. Павшино на 0,7 дня.

Так как скорость добегания пика больше, чем скорость самой воды, то таковая может быть оценена в $2,5 \text{ м}/\text{сек}$, причем время добегания пика от р. Рузы до сел. Павшино получится $74\,000 \text{ сек}$. при расстоянии между ними 184 км , т. е. около 0,85 суток. Таким образом пик р. Рузы в среднем совпадает с пиком у сел. Павшино. Это имело место и в 1929 и в 1931 гг., но не случилось в 1928 г. Напомним, что то же имело место и по р. Истре. Если

Он пик рр. Истры и Рузы совпали с пиком, остального бассейна в 1926 г., а не отстали от него на 2—3 дня, то в этом году повторился бы, вероятно, паводок 1908 г., особенно, если принять



Фиг. 12. Кривые обеспеченности половодий рр. Истра, Руза и Москва.

и коэффициент вариации

$$C_v = \frac{128}{844} = 0,372.$$

во внимание, что сумма осадков в снеге и выпавших в виде дождя в период таяния 1908 г. была равна 170 мм, а в 1926 г. 162 мм, т. е. почти равны между собой, а таяние в 1926 г. было значительно более быстрое благодаря дождю. Таким образом в 1926 г. как будто было условие для повторения паводка 1908 г., но благодаря несовпадению пиков половодья притоков ниже пиков 1908 г. Таким образом и тут мы приходим к выводу о том, что исключительные максимумы зависят, главным образом, от совпадения максимумов притоков. Для приведенного в табл. 82 ряда лет на р. Рузе мы получаем рассеяние равным $\sigma = 205 \text{ м}^3/\text{сек}$, а коэффициент корреляции с павшинскими расходами $r = 0,982$, т. е. исключительно высоким. Исправленное среднее значение половодья получается

$$Q_{\text{ср}}^{\text{max}} = 327,1 \frac{1151,1}{1093,1} = 344 \text{ м}^3/\text{сек},$$

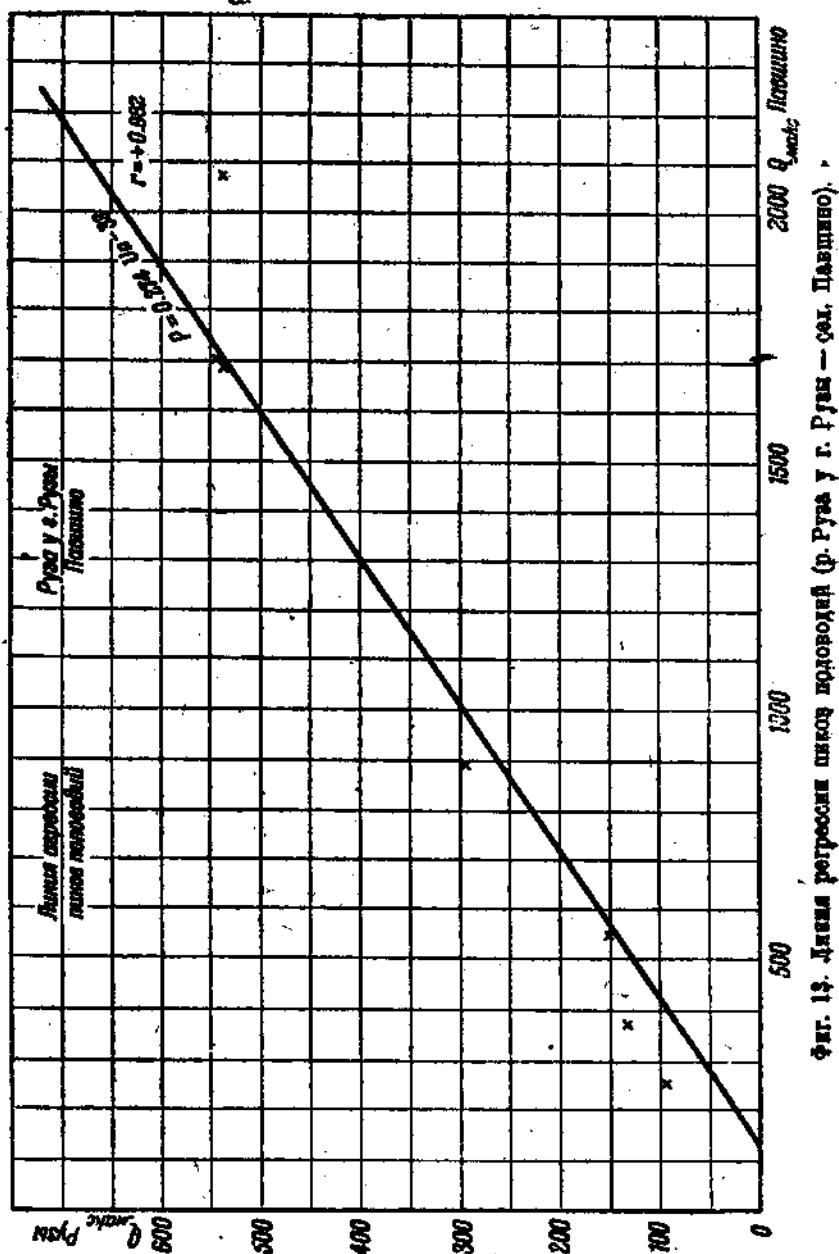
исправленное рассеяние

$$\sigma = 205 \frac{460}{737} = 128 \text{ м}^3/\text{сек}$$

Уравнение регрессии половодий р. Рузы по половодьям Москва-реки получается в виде

$$P = 0,274 \cdot V_{\text{м}} - 33,$$

(29")



Фиг. 13. Линия регрессии пиков половодий (р. Руза у г. Рузы — сел. Павшино).

где P — условное математическое ожидание среднесуточных пиков половодий р. Рузы при условии максимального расхода поло-

водья у сел. Павшино—V_п. При условии расхода 1908 г. на Москва-реке на р. Рузе был расход 692 м³/сек.

По кривой III типа Пирсона для р. Рузы мы получаем, что половодье обеспеченности 0,62% равно 750 м³/сек.

Интересно отметить, что и тут имеют место качественно те же соотношения этих величин, что и на р. Истре.

Надо, впрочем, отметить сравнительно малое значение σ для р. Рузы, что, вероятно, объяснимо влиянием Озерны (притока р. Рузы), зарегулированной Тростенским озером.

Очень высокий коэффициент корреляции между пиками половодья р. Рузы и сел. Павшино подтверждает общезвестный и прежде факт, что пик р. Рузы почти всегда совпадает с пиком у сел. Павшино и составляет значительную его долю. Во всяком случае ясно, что в образовании пика у сел. Павшино р. Руза участвует несравненно больше, чем р. Истра, что и находит отражение в приведенном высоком коэффициенте. На фиг. 13 дана линия регрессии, выражаемая уравнением (29").

Перейдем теперь к последнему отвору, для которого мы имеем данные по половодьям, именно по г. Звенигороду. Как выше уже указывалось, данные по г. Звенигороду могут быть использованы лишь для изучения половодий и паводков ввиду неточности кривой связи в нижней ее части:

ТАБЛИЦА 33

Годы	Расход у сел. Павшино м ³ /сек	Дата	Расход у г. Звенигорода, м ³ /сек	Дата
1926	2 075	22/IV	1 280	23/IV
1927	553,0	18/IV	420	18/IV
1928	890,0	29/IV	685	28/IV
1929	1 692,0	4/V	1 362	3/V
1930	346,9	23/III	173	4/V
1931	1 728,0	25/IV	984	25/IV
Среднее . . .	1 194		815	

Рассеяние сел. Павшино за этот период получается равным $\sigma = 730$ м³/сек, рассеяние г. Звенигорода $\sigma = 478$ м³/сек.

Исправленное среднее половодье г. Звенигорода дает

$$Q_{cp}^{max} = 815 \frac{1151}{1194} = 786 \text{ м}^3/\text{сек},$$

исправленное рассеяние равно

$$\sigma = 477 \frac{460}{730} = 300 \text{ м}^3/\text{сек},$$

и коэффициент вариации

$$C_v = \frac{300}{786} = 0,382.$$

Коэффициент корреляции расходов у Павшино и у Звенигорода равен $r = 0,96$, т. е. очень высок, что указывает на то, что рр. Руза и Москва-река выше г. Можайска, имеют решающее значение в образовании пика у сел. Павшино и у Москвы.

Уравнение регрессии пиков г. Звенигорода по павшиноским дает

$$Z = 0,625 V_n - 66, \quad (29'')$$

что дает для условного математического ожидания пика у Звенигорода в 1908 г.

$$Z = 1590 \text{ м}^3/\text{сек.}$$

По кривой III типа Пирсона половодье с обеспеченностью 0,62% получается для г. Звенигорода равным $1795 \text{ м}^3/\text{сек.}$, т. е. всего на 10% больше условного ожидания 1908 г.

Интересно отметить, что для г. Звенигорода пик обеспеченности 0,62% почти пропорционально отношению площадей бассейнов меньше пика у сел. Павшино с той же обеспеченностью, т. е.

$$1745 \approx 2650 \frac{4952}{8170} = 1741 \text{ м}^3/\text{сек.}$$

Таким образом в пределах диапазона площадей от 5000 до 7500 км² равный обеспеченности пик примерно пропорционален площади бассейна, а значит, мы вполне были правы, когда признали, что пики у сел. Павшино меньше пиков у Бабьегородской плотины пропорционально площадям бассейнов.

Посмотрим, что дает нам сопоставление коэффициентов корреляции половодий у сел. Павшино и других пунктов бассейна Москва-реки:

ТАБЛИЦА 34

Пункт бассейна	Среднее по- ловодье м ³ /сек.	Рассеяние с м ³ /сек	Коэффици- ент r	Сред. услов- ное рассея- ние σ	σ' / σ
Руза — Руза	348	128	0,98	26	0,20
Москва — Звенигород	786	300	0,98	84	0,28
Истра — Павлово	380	160	0,92	63	0,39
Истра — Вузарово	204	104	0,84	56	0,54

Рассеяние σ характеризует среднее квадратичное отклонение отдельных значений вариант от арифметического среднего. Теория корреляции называет условным рассеянием среднее квадратичное отклонение вариант одного ряда от математического

ожидания при условии того, что вариант другого ряда имеет некоторую заданную величину. Средним условным рассеянием мы называем среднеарифметическое этих последних условных рассеяний. Эту последнюю величину мы называем σ' .

Тогда при условии нормальной корреляции можно написать выражение

$$r^2 = 1 - \frac{(\sigma')^2}{(\sigma)^2} = 1 - \left(\frac{\sigma'}{\sigma} \right)^2 \quad (30)$$

В случае криволинейной корреляции или ненормального распределения (последнее имеет место у нас) это уравнение тем ближе к истине, чем более r приближается к 1.

Из этого уравнения можно вычислить σ' , если известно σ и r . Значения σ' даны в табл. 34.

В последней графе табл. 34 дано отношение $\frac{\sigma'}{\sigma}$. Отношение $\frac{\sigma'}{\sigma}$ дает понятие о том, насколько точнее определяются половодья данного пункта при условии половодья данного размера у сел. Павшино при пользовании уравнением вида (29') по сравнению с точностью определения его безотносительно размера половодья у сел. Павшино. Далее мы видим, что по уравнению (29') половодье р. Рузы, соответствующее $Q_{Павш} = 2650 \text{ м}^3/\text{сек}$, определяется примерно в 2—2,7 раза точнее, чем половодье р. Истры, соответствующее тому же расходу у сел. Павшино. Это указывает на то, что недостаточность срезки московского пика благодаря тому, что на данном притоке пик оказался меньшим, чем следовало бы в среднем ожидать при наличии заданного половодья на Москва-реке, будет значительно менее вероятно для р. Рузы, чем для р. Истры. Таким образом надежность (не эффективность, в смысле срезки паводка) срезки при водохранилище на р. Рузе в 2—2,5 раза более надежна, чем срезка Истринским водохранилищем. Это особенно важно в отношении первоочередного водохранилища, которому придется работать несравненно чаще и экономический эффект которого будет значительно выше последующих.

В табл. 34а приведены данные о всех значительных половодьях бассейна Москва-реки за последние 10—12 лет, включая еще и 1908 г., по Бабьегородской плотине.

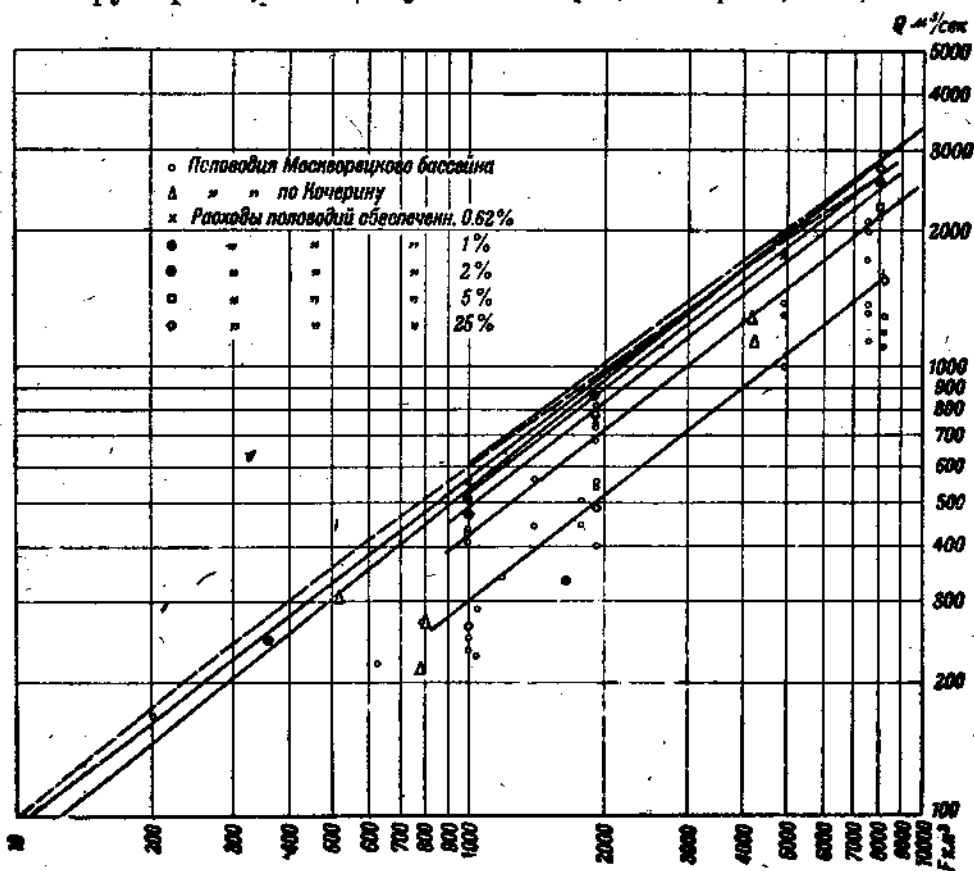
Все значения до данных по р. Северке включительно получены нами по материалам Павшинской гидрометрической сети и отчету об изучении половодья 1931 г. Гидрометкомитета Московской области. Последующие данные даны по Д. И. Кочерину¹.

Все эти данные приведены на фиг. 14 в логарифмических координатах в функции площади бассейна. Нами сделано изучение общей тенденции расположения этих точек. Наглядно видно, что в диапазоне бассейна от 1000 до 10000 км² точки подни-

¹ См. А. А. Чупров, Основные проблемы теории корреляции.

² Гидротехнический сборник МВТУ № 1.

маются почти параллельно прямой, имеющей угловой коэффициент 0,8. По методу корреляции мы получаем для всех точек табл. 34а, имеющих расход более 100 м³/сек, угловой коэффициент прямой регрессии $R_y = 0,76$. Если исключить расход Шиворони, отмеченный цифрой 6 на графике, то этот угловой коэффициент получается равным $R_y = 0,78$. Для точек одного Москворецкого бассейна мы получаем $R_y = 0,79$. Таким образом общая тенденция расположения точек такая, что они группируются вокруг прямой, имеющей угловой коэффициент $R_y = 0,76-0,79$.



Фиг. 14. Зависимость расхода половодий от площади бассейна.

Нанесем на тот же график приведенные нами в тексте значения половодий обеспеченностью 0,62%, отмечая их на графике знаками (X).

Для бассейна 8170 эта точка совпадает с точкой 1.

Верхнее ограничение этих точек отлично изображается прямой, имеющей уравнение

$$Q = 2,54 \cdot F^{0,76} \text{ м}^3/\text{сек.} \quad (31)$$

Это уравнение мы и принимаем, как дающее в условиях Москворецкого бассейна половодья 0,62% равной обеспеченности половодья 1908 г. по Москва-реке.

Нанесенная на график кривая Д. И. Кочерина по уравнению

$$Q = \left[\frac{2,82}{F^{0,148}} - 0,42 \right] \cdot F$$

дана пунктиром. Мы видим, что при бассейнах менее 2500 м² кривая Д. И. Кочерина лежит выше нашей, при больших бассейнах мы получаем обратную зависимость. Обе кривые достаточно близки, но в свете приведенных выше цифр мы считаем, что приписывание кривой Д. И. Кочерина обеспеченности 5—6%, как он сам это делает, для Московского района не основательно. По кривым обеспеченности для половодий отдельных притоков мы наметили на фиг. 14 половодья обеспеченности:

1% значком ○	5% значком □
2% " ⊕	10% " ◇

С достаточной точностью мы можем в каждом из этих случаев построить ограничение точек данной обеспеченности как прямую, параллельную прямой (31) с тем же угловым коэффициентом 0,78. Ошибка, которую мы при этом допускаем, получается не более 6% для бассейна в 1000 км² и обеспеченности 25%; во всех остальных случаях при меньших обеспеченностях она еще менее. Значение по этим прямым дают половодья данной обеспеченности с запасом. Для получения половодья обеспеченности, отличной от 0,62%, надо полученное для этой обеспеченности половодье умножить на коэффициент λ , равный

для обеспеченности	1% $\lambda = 0,970$
" "	2% $\lambda = 0,935$
" "	5% $\lambda = 0,87$
" "	25% $\lambda = 0,73$

Интересно отметить, что уравнение (31) очень близко к уравнению Фуллера (Fuller):

$$Q = CF^{0,8}$$

где Q — средний суточный пик данной обеспеченности; коэффициент C зависит от географического положения и от обеспеченности. Если провести кривую типа Фуллера так, чтобы она прошла через точку 1, то мы получим уравнение

$$Q = 2,130 F^{0,8} \quad (31')$$

Наконец, может быть применено уравнение очень простое по виду, но менее точное, чем уравнение (31), и дающее значение пиков с запасом

$$Q = 3,845 \frac{F}{\sqrt{F}} \quad (31'')$$

На этом мы заканчиваем исследование половодий на реках Москворецкого бассейна. Паводки осенние нами пока не изучены ввиду того, что они для всех бассейнов, по которым имеются данные (более 1000 км²), значительно меньше весенних половодий. Они никоим образом не будут служить руководящими при расчетах плотин на москворецкой системе и будут играть роль лишь при организации строительных работ.

СЕЗОННЫЙ СТОК И ЕГО РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛЯ МОСКВА-РЕКИ И ПРИТОКОВ

В вопросах, которыми интересуется водное хозяйство Москва-реки, очень большую роль играет неравномерность стока в течение года. Изучение этой неравномерности требует, во-первых, установления каких-то периодов в жизни реки, для которых мы имеем те или иные характеристики. Нам хотелось, приступая к этой работе, дать органическое деление на такие периоды.

Мы считаем, что межень в основном есть период устойчивых мало меняющихся расходов. Наоборот, половодье характеризуется быстро меняющимися расходами; так как расходы связаны с горизонтами, то изменение расходов в первом приближении можно заменить изменением горизонтов. Такое направление мысли привело нас к тому, чтобы отделить половодье от межени зимней, с одной стороны, и летней — с другой, днями, в которые градиент горизонтов за день превосходит некоторую заданную величину. День, следующий (или предыдущий) за тем, в который градиент достиг этого минимума колебания, считается входящим в половодье. Таким разграничивающим градиентом было принято:

по Бабьегородской плотине	10 см
„ сел. Павшино	15 „
„ прочим (постам)	15—20 „

Майские пики, представляющие довольно характерное явление, после прохода волны талых вод, объясняемые своим происхождением дождем, иногда при таком делении попадают в половодье, иногда, будучи отделены от половодья 5—10 днями устойчивых расходов, относятся к межени.

Окончательно устранить эту неопределенность на данной стадии изучения вопроса нам не удалось, и мы надеемся заняться ею в процессе дальнейшего уточнения материалов данного очерка.

Разделение межени летней от межени зимней происходит просто по моменту начала ледостава.

Дабы по возможности увеличить наглядность материала, мы даем его в форме стока в 1000 м³ с квадратного километра площади бассейна.

При описании результатов обработки Бабьегородской плотины нами были даны сезонные стоки половодья и межени, определяемые по данным Бабьегородского поста. Зимний сток не при-

ТАБЛИЦА 34а

Половодье бассейна Москва-реки и некоторых других рек

Р е к а	П о с т	Площадь бассейна км ²	Расход м ³ /сек	Модуль стока л/сек км ²	Д а т а
1	2	3	4	5	6
Москва	Вязьмоградская плотина	8 170	2 708	332	24/IV 1908 г.
"	"	8 170	2 035	250	24/IV 1926 "
"	"	8 170	1 950	239	25/IV 1931 "
"	"	8 170	1 590	196	18/IV 1919 "
"	"	8 170	1 274	156	9/V 1916 "
"	"	8 170	1 188	144	14/IV 1924 "
"	"	8 170	1 112,3	133	32—23/IV 1923 "
"	Павшино	7 537	1 990—2 075	264—275	22/IV 1926 "
"	"	7 537	1 728	226	25/IV 1931 "
"	"	7 537	1 692	224	4/V 1929 "
"	"	7 537	1 356	180	17/IV 1919 "
"	"	7 537	1 228	163	13/IV 1924 "
"	"	7 537	1 130	150	22/IV 1923 "
"	Звенигород	4 952	1 362	181	3/V 1929 "
"	"	4 952	1 280	170	23/IV 1926 "
"	"	4 952	984	130	25/IV 1931 "

Москва	Можайск	1 890	436—552	314—398	21/IV 1926 г.
Руза	Руза	1 918	539	281	24/IV 1931 "
"	"	1 918	535	279	3/V 1929 "
"	"	1 918	533	273	23/IV 1926 "
"	г. Покров	1 183	336	284	24/IV 1931 "
Истра	Павловская слобода	1 910	590	422	23/IV 1931 "
"	"	1 910	732	384	24/IV 1926 "
"	"	1 910	408	207	3/V 1929 "
"	Корсаков м.	1 043	226	217	22/IV 1931 "
"	Вужарово	1 000	421	421	24/IV 1926 "
"	"	1 000	415	415	13/IV 1924 "
"	"	1 000	245	245	23/IV 1931 "
"	"	1 000	231	231	3/V 1929 "
Валька	Пашинко	58	26,2	452	23/IV 1926 "
Пахра	Макарово	1 762	440—560	250—284	23/IV 1926 "
Сверки	б. Алексеевское	622	216	347	21/IV 1926 "
Кудыма	Махеево	1 660	325	200	—
Шат	Слободка	780	210	270	19/IV 1926 "
Шворень	Дедлово	350	240	670	19/IV 1926 "
Дон	Лихоричи	220	76	290	19/IV 1926 "
Ока	Орех	4 200	1 250	300	22/III 1927 "
Сырань	Сырань	4 270	1 100	260	22/IV 1926 "
Желаре	Усти	800	265	330	19/IV 1926 "
Горьки	Талица	513	298	590	Весна

ТАБЛИЦА 34б

Г о д ы	Дата начала половоя	Продол- житель- ность дней	Сток по- ловоя в 1 000 м ³ /к.м ²	Дата начала летней межени	Продол- житель- ность дней	Сток лет- ней межени в 1 000 м ³ /к.м ²	Дата начала зимней межени	Продол- житель- ность дней	Сток зим- ней межени в 1 000 м ³ /к.м ²
1918/19	—	—	—	—	—	73,01	22/XI 1918 г.	142	19,16
1919/20	13/IV 1919 г.	20	116,88	3/V 1919 г.	183	43,1	2/XI 1919 г.	147	26,99
1920/21	28/III 1920 г.	22	105,74	19/IV 1920 г.	193	28,49	29/X 1920 г.	147	16,63
1921/22	25/III 1921 г.	19	35,74	13/IV 1921 г.	213	27,95	12/XI 1921 г.	140	17,4
1922/23	1/IV 1922 г.	27	80,43	28/IV 1922 г.	215	49,97	29/XI 1922 г.	139	24,12
1923/24	17/IV 1923 г.	21	89,57	8/V 1923 г.	209	70,39	3/XII 1923 г.	121	20,48
1924/25	2/IV 1924 г.	40	119,89	12/V 1924 г.	209	39,85	6/XII 1924 г.	109	14,94
1925/26	25/III 1925 г.	33	58,90	27/IV 1925 г.	217	60,23	24/XI 1925 г.	141	26,74
1926/27	19/IV 1926 г.	21	133,20	5/V 1926 г.	212	83,89	3/XII 1926 г.	127	21,28
1927/28	9/IV 1927 г.	29	98,11	8/V 1927 г.	198	138,24	22/XI 1927 г.	136	33,36
1928/29	6/IV 1928 г.	31	98,98	7/V 1928 г.	214	114,08	7/XII 1928 г.	135	26,63
1929/30	21/IV 1929 г.	26	133,83	17/V 1929 г.	203	49,55	6/XII 1929 г.	99	15,5
1930/31	15/III 1930 г.	39	51,2	23/IV 1930 г.	217	85,92	25/XI 1930 г.	143	28,88
1931/32	18/IV 1931 г.	27	160,28	15/V 1931 г.	—	—	—	—	—

* По данным Бабьгородского поста.

Примечание. Все стоки исправлены на забор воды Рублевской городской станции.

веден ввиду неточности его определения. К определению последнего мы вернемся после.

Для последних лет, начиная с 1918/19 г., мы делаем разделение на сезонные стоки уже по безупречным материалам Павшинской станции. Результаты такого разделения приведены в табл. 34б. В ней даны цифры с поправкой на забор воды Рублевым.

Если данную серию лет продлить данными по Бабьегородскому посту за время с 1891 до 1918 г., то мы можем вывести характеристики сезонного стока, если считать, что его значения у сел. Павшино и у Бабьегородской плотины одинаковые. Ряд зимних стоков, однако, не может быть таким образом продлен, ибо кривая связи по Бабьегородскому посту дает зимой преуменьшенные расходы, если их сравнить с Павшинским; это последнее обстоятельство объясняется тем, что зимой регулирование подпоров у плотины производится путем попусков через обводную канаву, а не через Бабьегородскую плотину.

Для получения данных по зимним характеристикам мы прибегли к следующему методу: сопоставляя зимние стоки с предшествующими стоками летними, взятыми из табл. 34б, мы установили между ними наличие связи, характеризуемой коэффициентом корреляции $r = +0,74$ со средней ошибкой $\pm 0,125$. Такая связь, хотя не очень тесная, приводит к возможности, если и не вполне достоверной, допущения, что характеристики зимнего стока (среднее и рассеяние) по отдельным периодам лет изменились пропорционально характеристикам летней межени.

По периоду, приведенному в табл. 34б, средний зимний сток равен $22,47 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2$; летний сток $66,5 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2$, рассеяние зимнего стока $5,54 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2$ и рассеяние летнего стока $31,8 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2$.

ТАБЛИЦА 35

Характеристики сезонного стока по Москва-реке у сел. Павшино (или у Бабьегородской плотины) за 13 лет

Характеристика	Половодье	Межень	
		летняя	зимняя
Средний сток в $10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2$. . .	98,64	66,50	22,47
Рассеяние в $10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2$	34,3	31,8	5,54

за 39 лет

Средний сток в $10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2$. . .	114,78	72,34	$22,47 \frac{72,34}{66,50} = 24,4$
Рассеяние в $10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2$	36,60	34,3	$5,54 \frac{34,3}{31,8} = 5,98$
Коэффициент вариации C_v	0,319	0,474	0,245
Ошибка среднего $E_{\bar{x}}$	$\pm 5,80$	$\pm 5,52$	$\pm 0,96$
Ошибка $\sigma = E_{\sigma}$	$\pm 4,09$	$\pm 3,90$	$\pm 0,66$
Ошибка $C_v = E_{C_v}$	$\pm 0,025$	$\pm 0,038$	$\pm 0,019$

Интересно на данном наиболее длинном ряде изучить некоторые связи между стоками по отдельным периодам. Одна связь уже охарактеризована выше. Связь стока половодья со стоком предшествующей зимы характеризуется коэффициентом корреляции $r = +0,69$, т. е. очень мала. Связь стока половодья со стоком последующей летней межени характеризуется коэффициентом корреляции $r = +0,32$.

Наконец, нами была изучена связь стока половодья со стоком летней межени, предшествовавшей данному половодью и отделенной от него зимним периодом; эта связь характеризуется также коэффициентом корреляции $r = +0,40$.

Связь зимнего стока с половодьем, ему предшествовавшим и отделенным от него летней меженью, определится коэффициентом корреляции $r = -0,27$, что практически надо приравнять к нулю. Обратная связь тут физически не мыслима. Связь стока летней межени со стоком последующей зимы характеризуется коэффициентом корреляции $r = +0,74$.

Исходя из этих связей, можно попытаться подойти к рациональному определению начала и конца гидрологического года. Ясно, что периоды, наиболее тесно связанные, должны войти в один и тот же гидрологический год. Такими периодами являются летняя межень и следующая за ней зимняя межень.

Далее, если базироваться на одних характеристиках связи в периоду лето—зима надо прибавить следующее за ними половодье, так как оно теснее связано с зимой, ему предшествовавшей, чем с последующей, и в равной мере связано с летом, предшествовавшим и последующим.

Последний момент ввиду общей крайней неточности определения столь мало тесных связей представляется весьма сомнительным, и по общим физическим показателям все же как будто правильнее объединить половодье с последующим летом и зимой, чем с предыдущим, что примерно соответствует методу определения начала гидрологического года по Мейеру-Назарову с момента начала таяния снега. Во всяком случае можно сказать, что и обратное распределение, т. е. объединение половодья с предшествовавшими летней и зимней меженью, в свете приведенных цифр, вероятно, не представляется абсолютно неправильным и в известных случаях может пригодиться. Интересно сравнить характеристики стока по отдельным сезонным с средними многолетними. Сумма средних сезонных стоков равна

$$(114,78 + 72,34 + 24,45) \cdot 10^3 = 211,57 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2.$$

Средний многолетний сток

$$\frac{6,76}{1000} 31\,536\,000 = 213 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2,$$

т. е. практически полное совпадение.

Гидрологический год, по которому определены средние многолетние стоки, составлен из половодья предшествующей ему зимы и почти всей последующей межени.

По теории математической статистики рассеяние сумм трех слагаемых равно:

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + 2\sigma_1\sigma_2r_{1/2} + 2\sigma_1\sigma_3r_{1/3} + 2\sigma_2\sigma_3r_{2/3}}, \quad (32)$$

где σ_1 , σ_2 и σ_3 — рассеяние отдельных слагаемых, $r_{1/2}$, $r_{1/3}$ и $r_{2/3}$ — коэффициенты корреляции отдельных слагаемых между собой.

В нашем случае

$$\sigma_1^{\text{гол}} = 36,6; \sigma_2^{\text{лет}} = 34,3; \sigma_3^{\text{зим}} = 5,98;$$

$$r_{1/2} = 0,32; r_{1/3} = 0,69; r_{2/3} = 0.$$

Последний коэффициент корреляции между стоком зимней межени и следующей летней межени мы принимаем равным нулю без специальных его подсчетов.

$$\sigma_z = \sqrt{36,6^2 + 34,3^2 + 5,98^2 + 2 \cdot 36,6 \cdot 34,3 \cdot 0,32 + 2 \cdot 36,6 \cdot 5,98 \cdot 0,69} = 61,5 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2.$$

Рассеяние годовых стоков, подсчитанное по коэффициенту их вариации, получается (см. выше):

$$\sigma = 213 \cdot 10^3 \cdot 0,282 = 60,1 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2,$$

что составляет с исчисленным по сезонным стокам разницу всего в 1,4%, т. е. практически, считаясь с возможной ошибкой рассеяния, равную нулю.

Имея в виду такое отличное совпадение подсчета рассеяния по сезонным рассеяниям, интересно исследовать влияние на величину рассеяния годовых стоков, а следовательно, на величину коэффициента вариации, различного метода выделения гидрологического года. Возьмем год, состоявший из летней межени, зимы и половодья, следующего за ними. Для этого случая имеем шесть формул (32)

$$\sigma_z = 36,6; \sigma_1 = 34,3; \sigma_2 = 5,98; r_{1/2} = +0,74; r_{1/3} = +0,40; r_{2/3} = 0,69.$$

Тогда

$$\sigma_z = \sqrt{36,6^2 + 34,3^2 + 5,98^2 + 2 [36,6 \cdot 34,3 \cdot 0,40 + 36,6 \cdot 5,98 \times \times 0,69 + 34,3 \cdot 5,98 \cdot 0,74]} = 64,5 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2.$$

Эта величина получится самой большой из всех возможных при различных комбинациях. Коэффициент вариации по ней получается равным

$$C_v = \frac{64,5}{211,57} = 0,305.$$

Сравнивая эту величину с исчисленной выше величиной по годовым модулям обычных гидрологических лет, мы видим, что разница между ними $0,305 - 0,282 = 0,023$ несколько меньше средней квадратичной ошибки даже одного значения $C_v = 0,282$, равной 0,028.

Таким образом мы приходим к следующему весьма важному выводу: значение коэффициента вариации годовых стоков для Москва-реки почти совершенно не зависит от метода определения начала гидрологического года. Нет никаких оснований предполагать, что для притоков в этом отношении получится существенно иной вывод. Дадим теперь характеристики по Бужаровскому посту, для которого мы имеем следующие наблюдаемые стоки сезонов:

ТАБЛИЦА 36

Годы	Сток половодья $10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2$	Продолжительность половодья дней	Сток летней межени $10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2$	Продолжительность летней межени, дней	Сток зимней межени $10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2$	Продолжительность зимней межени, дней
1919/20	—	—	—	—	17,5	150
1920/21	76,9	17	25,1	190	11,4	153
1921/22	43,1	18	27,6	215	17,5	136
1922/23	43,8	28	46,8	212	—	—
1924/25	—	—	—	—	13,7	109
1925/26	66,8	31	71,4	213	25,0	146
1926/27	180,2	21	73,4	205	21,4	129
1927/28	84,2	27	130,8	199	26,1	137
1928/29	93,4	32	90,7	201	26,9	146
1929/30	133,2	24	33,9	212	13,7	102
1930/31	36,3	28	72,2	215	13,5	146
1931/32	147,6	25	—	—	—	—

Полученные по этому, несравненно более короткому, ряду значения характеристик подлежат корректированию путем приведения к более длительному периоду аналогично характеристикам годовых модулей. Для обоснования возможности и необходимости таких поправок дадим значения коэффициентов корреляции, данных по Бужарову и по сел. Павшино.

Для стоков половодий мы получаем коэффициент корреляции рядов Павшино-Бужарово равным $r = +0,87$; $m_r = \pm 0,08$.

Для стоков межени летней

$$r = +0,97; m_r = \pm 0,02.$$

Для зимних стоков

$$r = +0,65; m_r = 0,18.$$

Значения первых двух коэффициентов оправдывают применение пропорционального метода приведения данных Бужарова к более длительному периоду. Зимние стоки приходится рассматривать отдельно и ввиду того, что корреляция стоков межени и зимы по Бужарову получается равной 0,770, т. е. выше, чем между зимой у сел. Павшино и зимой у Бужарова, корректировать зим-

ние характеристики мы будем тем же методом, как по сел. Павшино, т. е. пропорционально характеристикам летнего стока. В результате мы получаем характеристики стоков по Бужарову:

ТАБЛИЦА 36а

Характеристики сезонных стоков по Бужарову (39 лет)

Характеристики	Поло- водье	Лето	Зима
Средний сток в $10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2$	90,5	63,54	18,67 за 10-лет
Рассеяние стока в $10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2$	$\pm 46,2$	$\pm 32,3$	$\pm 5,5$
Коэффициент вариации C_v	0,411	0,468	0,266
Ошибка среднего E_{cp}	$\pm 14,21$	$\pm 10,23$	$\pm 1,69$
Ошибка рассеяния E_{σ}	$\pm 9,98$	$\pm 7,24$	$\pm 1,19$
Ошибка $C_v - E_{C_v}$	$\pm 0,092$	$\pm 0,111$	$\pm 0,061$

Сравним так же, как по сел. Павшино, результаты обработки сезонного стока с годовичными стоками. Годичный сток по сезонным стокам получается равным

$$108,65 \cdot 10^3 + 65,43 \cdot 10^3 + 19,95 \cdot 10^3 = 194,03 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2.$$

Та же величина по среднему многолетнему модулю равна (см. выше)

$$6,04 \cdot 31\,536\,000 = 190,5 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2.$$

Получаем точное совпадение. Рассеяние стоков за нормальный гидрологический год по формуле (34) получается при значениях

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 44,62 \cdot 10^3; & \sigma_2 &= 30,69 \cdot 10^3; & \sigma_3 &= 5,3 \cdot 10^3; \\ r_{1/2} &= +0,13; & r_{1/3} &= +0,57; & r_{2/3} &\approx 0. \end{aligned}$$

Последняя величина не подсчитывалась для данного случая специально, но принята по ориентировке с сел. Павшино, имея в виду близкое значение остальных коэффициентов корреляции

$$\begin{aligned} \sigma_{\Sigma} &= \sqrt{44,62^2 + 30,69^2 + 5,3^2 + 2 \cdot 44,62 \cdot 30,69 \cdot 0,13 + 2 \cdot 44,62 \times} \\ &\quad \times 5,3 \cdot 0,57 \cdot 10^3} = 59,9 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2, \end{aligned}$$

та же величина по коэффициенту вариации средних модулей равна

$$\sigma_{\Sigma} = 190,5 \cdot 10^3 \cdot 0,336 = 64,01 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2,$$

разница составляет около 6,9%. Разница эта больше по сравнению с сел. Павшино ввиду значительно более короткого периода наблюдений и во всяком случае несравненно менее средней ошибки рассеяния годовичных значений, равной для Бужарова $15,4 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2$.

Таким образом и здесь ошибка вполне незначительна и оба подсчета друг друга подкрепляют. Для гидрологического года, начинающегося с летней межени, мы получаем значения

$$\sigma_2 = 44,62 \cdot 10^3; \quad \sigma_1 = 30,69 \cdot 10^3; \quad \sigma_2 = 5,3 \cdot 10^3;$$

$$r_{1/2} = +0,55; \quad r_{1/2} = +0,77; \quad r_{1/2} = +0,57,$$

$$\sigma_2 = \sqrt{44,62^2 + 30,69^2 + 5,3^2 + 2 \cdot 44,62 \cdot 30,69 \cdot 0,55 + 2 \times} \\ \times 44,62 \cdot 5,3 \cdot 0,57 + 2 \cdot 30,69 \cdot 5,3 \cdot 0,77 \cdot 10^3 = \\ = \sqrt{4987,30 \cdot 10^3} = 70,6 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2.$$

Мы видим в данном случае значительную разницу между рассеянием годовичных стоков, подсчитанных при разном делении года, но и в этом случае эта разница меньше средней квадратичной ошибки значения рассеяния и потому далеко не достоверна. Достойно обратить внимание, что и в этом случае связь половодья с предшествующей зимой и летом теснее, чем с последующими. Из всего сказанного по этому вопросу видно, что средний многолетний сток по обоим способам подсчета вполне совпадает и для сел. Бужарово и для сел. Павшино. Рассеяние по нормальным гидрологическим годам также практически одинаково. Что же касается рассеяния за год, начинающийся с летней межени и кончающийся половодьем, то для такого года рассеяние получается больше, чем для обычного гидрологического (с 1/X по 1/X), причем для случая сел. Бужарово эта разница значительна. Можно полагать, что это так и может быть, но говорить о точной величине такой разницы при столь коротких рядах наблюдений, как по Бужарову, конечно, не приходится.

Во всяком случае совпадение характеристики для нормальных гидрологических лет по тому и другому подсчету, даже при коротких рядах, говорит за достаточно удовлетворительное определение самих значений характеристик сезонного стока.

Идя по пути, изложенному выше, можно признать, что наиболее гидрологически обосновано будет такое деление года, при котором между стоками отдельных сезонов будет наибольшая связь, что равносильно тому, что ряд модулей стоков целых лет имеет при этом делении максимум коэффициента вариации.

Приведем в следующей таблице значение сезонных стоков по р. Истре у Павловской слободы:

ТАБЛИЦА 37

Годы	Сток половодья $10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2$	Сток межени $10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2$	Сток зимний $10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2$
1925/26	45,71	83,96	83,26
1926/27	162,92	86,04	22,58
1927/28	89,53	150,41	27,62
1928/29	100,66	109,52	21,87
1929/30	111,07	83,20	14,54
1930/31	28,32	65,41	23,5
1931/32	161,92	—	—

Произведя обработку этого ряда тем же способом, что и для сел. Павшино и Бужарово, получим следующие характеристики:

ТАБЛИЦА 38

Характеристика	Половодье	Летняя межень	Зимняя межень
Средний сток $10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2$	100,02	88,92	24,8
Рассеяние стока $\sigma \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2$	$\pm 48,0$	$\pm 35,0$	$\pm 6,0$
Коэффициент вариации C_v	0,430	0,519	0,265
Ошибка среднего E_{cp}	$\pm 18,82$	$\pm 14,29$	$\pm 2,45$
Ошибка рассеяния E_{σ}	$\pm 12,83$	$\pm 10,12$	$\pm 1,73$
Ошибка E_{C_v}	$\pm 0,129$	$\pm 0,104$	$\pm 0,07$

Коэффициент корреляции между стоками лета и следующей зимы получился равным $r = +0,40$.

Аналогично по р. Рузе у г. Рузы мы имеем следующие стоки по сезонам:

ТАБЛИЦА 39

Г о д ы	Сток половодья $10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2$	Сток межени $10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2$	Сток зимы $10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2$
1925/26	63,31	65,46	27,63
1926/27	142,47	75,75	16,87
1927/28	86,40	156,74	35,80
1928/29	106,44	122,06	25,25
1929/30	152,60	34,84	14,39
1930/31	53,24	84,39	28,95
1931/32	203,91	—	—

Характеристики сезонных стоков приведены нами для р. Рузы в следующей таблице:

ТАБЛИЦА 40

Характеристика	Половодье	Межень лета	Межень зимы
Средний сток $10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2$	115,48	89,87	24,82 за 7 лет
Рассеяние $\sigma \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2$	$\pm 49,9$	$\pm 39,5$	$\pm 7,3$
Коэффициент вариации C_v	0,387	0,579	0,321
Ошибка средняя E_{cp}	$\pm 18,83$	$\pm 16,12$	$\pm 2,98$
Ошибка рассеяния E_{σ}	$\pm 13,34$	$\pm 11,42$	$\pm 2,11$
Ошибка $C_v - E_{C_v}$	$\pm 0,116$	$\pm 0,179$	$\pm 0,09$

Коэффициент корреляции летних и зимних стоков получился равным $r = +0,78$.

Составить какое-либо общее суждение об изменении характеристик в зависимости от размеров стока или бассейнов по столь малому количеству данных, конечно, нельзя. Интересно указать, что зимой сток по Павлову на 33% больше, чем по сел. Бужарово, летний сток на 40% больше, в половодье же разница всего 11%. Такое положение характерно для ключевого питания на участке Бужарово—Павлово, так как оно должно быть заметно наиболее сильно зимой, что и имеет место. Единственное обобщение, которое можно сделать на основе приведенных материалов, дано в следующей таблице и сводится к тому, что можно для притоков дать некоторые средние значения характеристики, именно C_0 и % распределения стоков по сезонам:

ТАБЛИЦА 41

Характеристика	Москва-река	Притоки
Сток половодья в % средне-многолетнего	54,4	55,1
„ летней межени	34,2	34,1
„ зимней межени	11,5	10,8
Коэффициент вариации для стоков половодий	0,319	0,400
„ „ „ летней межени	0,474	0,522
„ „ „ зимней межени	0,245	0,284

Желая проверить применимость таких характеристик сезонных стоков по методу теории вероятности, мы сделали наложение точек стоков половодья и летней межени по Москва—Павшино—Бабьегородская на кривую III типа Пирсона, что нами изображено на фиг. 15 и 16. Мы видим отличное совпадение точек с кривой. По кривой половодий видно, что сток 1908 г. имеет обеспеченность, равную 0,48%, или раз в 208 лет.

Если бы мы захотели изучить распределение стока за несколько лет плюс какой-либо сезон, то мы могли бы построить характеристики для такого распределения, исходя из характеристик стока по целым годам и по сезонам. При этом средние стоки будут суммироваться арифметически, а рассеяние геометрически. При последнем суммировании можно по нашему мнению предположить, что сток сезона не связан со стоком предыдущего периода за несколько лет, или вернее, что этой связью можно в первом приближении пренебречь.

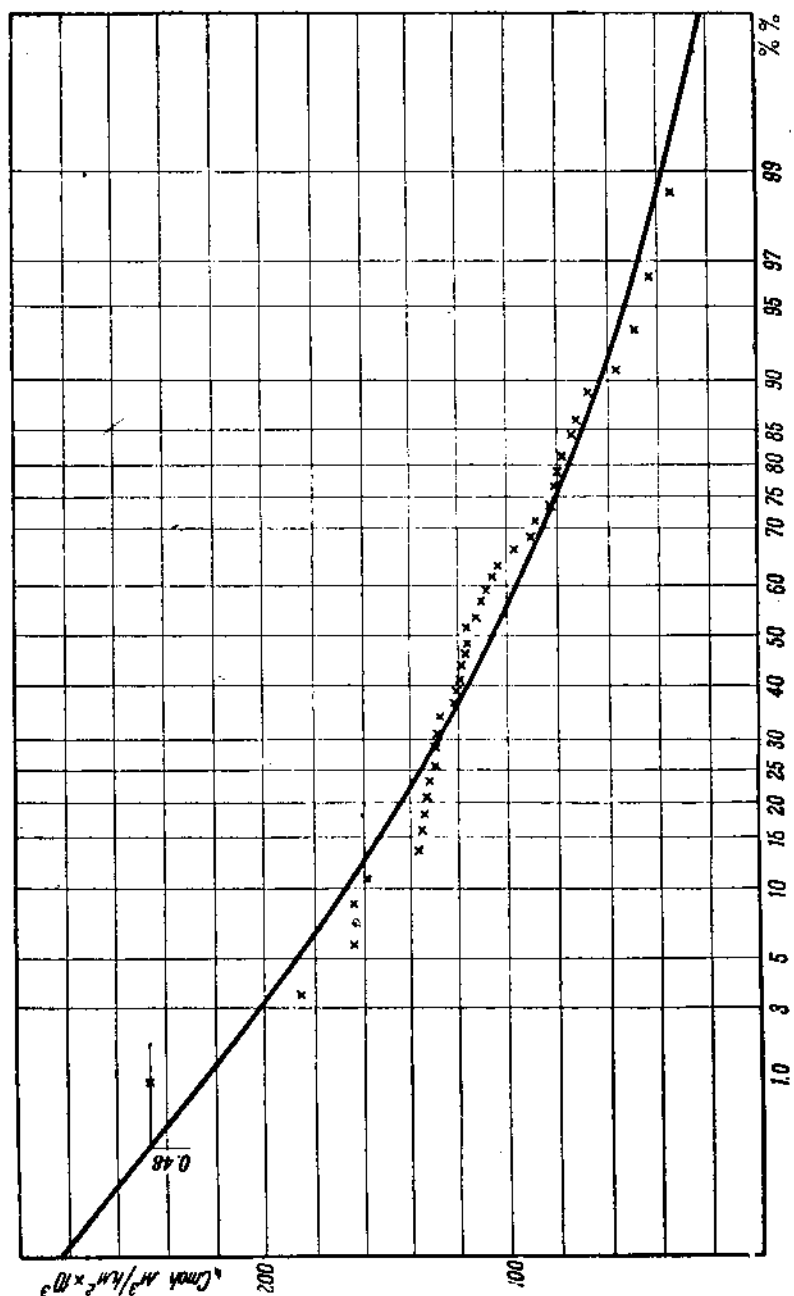
Интересно осветить вопрос о зависимости стока половодья притока от стока половодья Москва-реки у Бабьегородской плотины, беря обе величины в $10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2$. Зависимости эти мы представляем в форме прямых регрессий, уравнения коих мы приводим по отдельным притокам.

По Бужарову имеем следующее уравнение регрессии:

$$B = 1,06 M - 10,84, \quad (33').$$

где B — условное ожидание стока р. Истры у Бужарова,
 M — сток Москва-реки у Бабьегородской плотины.

Коэффициент корреляции для этого случая равен, как выше
оказано, $r = +0,87$. Рассеяние по Бужарову равно 44,62, по



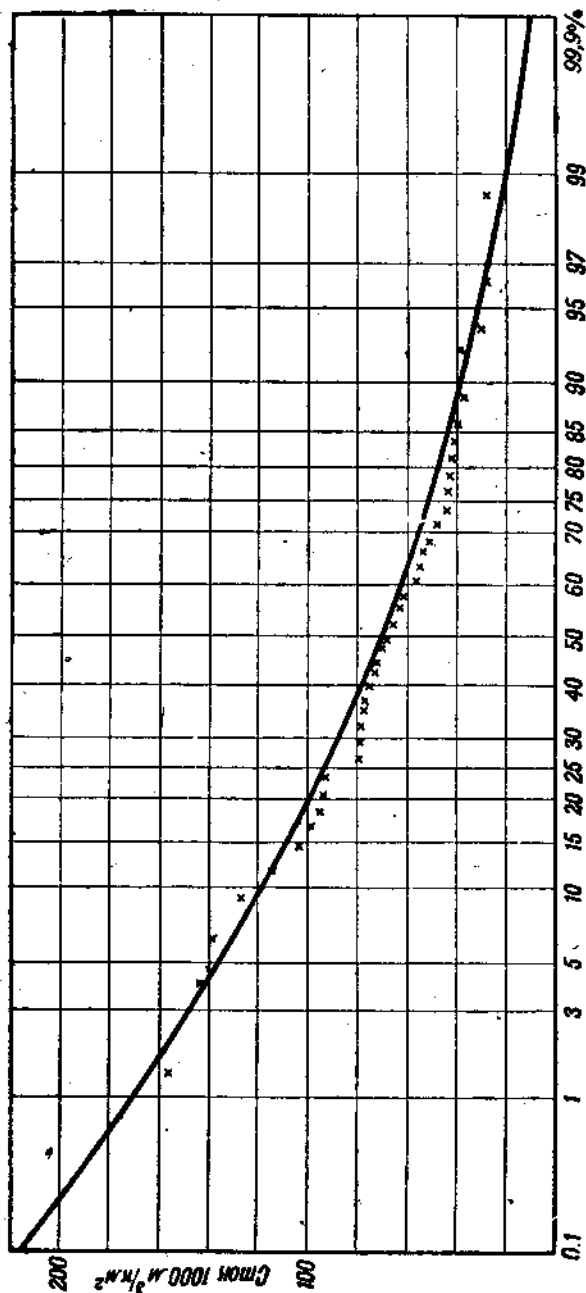
Фиг. 15. Кривая «обеспеченности» стоков полевых полей по Бужаровской плотности.

Павшину 36,6, откуда среднее условное рассеяние по Бу-
жарову

$$\sigma_1 = 44,62 \sqrt{1 - 0,87^2} \cdot 10^3 = 21,9 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2.$$

По Павловой слободе имеем следующее уравнение регрессии:

$$P_c = 1,22 M - 27,98, \quad (33'').$$



Фиг. 18. Кривая обеспеченности меньшего летнего стока по Бельгородской плотине

где P_c — условное ожидание стока паводья по Павлову при условии стока M на Москва-реке. Коэффициент корреляции стока

Москва-реки и Павлова равен $r = +0,95$. Рассеяние стоков Павлова равно $\sigma = 46,4$, откуда среднее условное рассеяние по Павловской слободе равно

$$\sigma' = 46,4 \sqrt{1 - 0,95^2} = 14,4 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2.$$

По р. Рузе мы имеем следующий вид уравнений линии регрессии:

$$P = 1,30 M - 20,91. \quad (33'')$$

Коэффициент корреляции в этом случае равен $+0,97$.

Рассеяние стоков р. Рузы равно $65,7 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2$, откуда среднее условное рассеяние стоков половодий получается равным для р. Рузы

$$\sigma_1' = 65,7 \sqrt{1 - 0,97^2} = 15,9 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2.$$

Мы видим, что условное рассеяние стоков половодий по всем трем створам получается почти равным, и учитывая неточность определения σ и r , их все можно принять равными.

$$\sigma_1 = \infty 27 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{км}^2.$$

Таким образом по уравнениям типа (33) стоки всех притоков определяются при условии некоторого данного стока по Москва-реке с примерно одинаковой точностью, чего нельзя сказать про величины пиков, которые представлялись с совершенно различной точностью.

О МИНИМАЛЬНЫХ РАСХОДАХ В БАССЕЙНЕ МОСКВА-РЕКИ

Вопрос о минимальных расходах как суточных, так и месячных имеет при необходимости регулировать многолетний сток Москва-реки скорее академическое значение, однако в некотором отношении для целей чистой гидрологии его надо осветить.

Мы имеем следующие данные по абсолютным суточным минимумах за последние 10—11 лет:

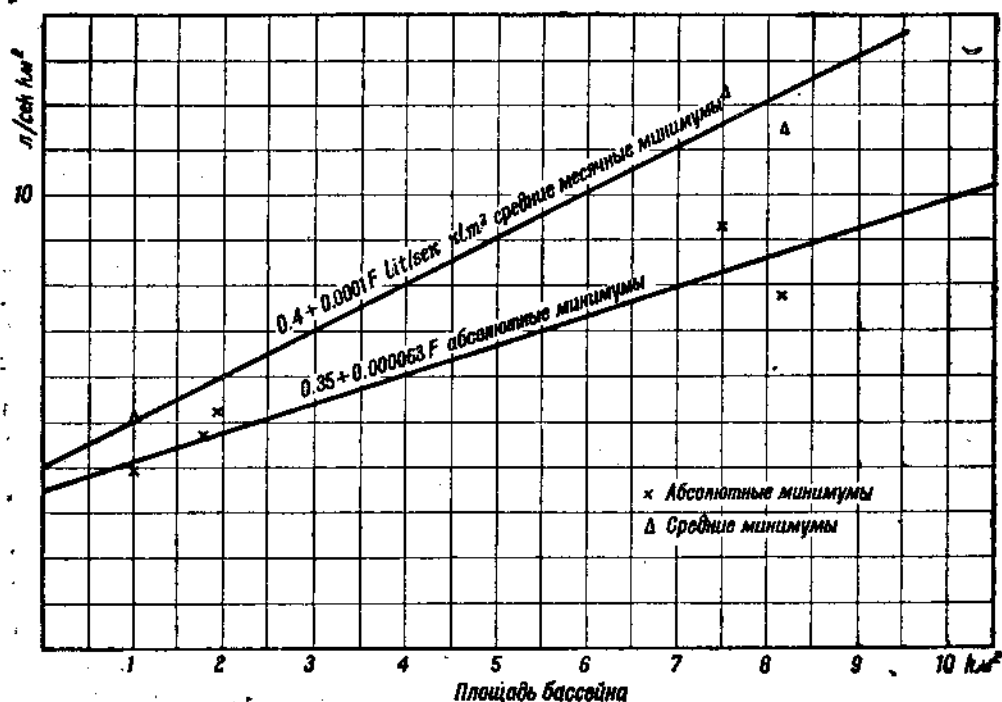
ТАБЛИЦА 42

Пост	Река	Дата	Расход м ³ /сек	Модуль стока л/сек км ²
Бабьегородская плотина	Москва	6/VI 1921	6,35	0,78
Павшино	Москва	30/XII 1920	7,0	0,93
Бужарово	Истра	24/XII 1930	0,4	0,4
Павловская слобода . .	Истра	21/VIII 1928	1,0	0,52
Матарово	Пахра	/VI 1926	0,8	0,45
Фенигород	Москва	/XI 1921	3,1	0,64

По этим данным, нанесенным на фиг. 17, нами построена зависимость модулей стока от площади бассейна следующего вида:

$$q_{\min} \approx 0,35 + 0,000063 F \text{ л/сек км}^2. \quad (34')$$

Для месячных минимумов мы имеем следующие данные:



Фиг. 17. Минимумы бассейна Москва-реки.

ТАБЛИЦА 43

Пост	Река	Дата	Расход м³/сек	Модуль стока л/сек км²
Бабьегородская плотина	Москва	XI 1921	9,4	1,15
Павшино	Москва	XII 1920	9,3	1,23
Вужарово	Истра	XII 1920	0,5	0,5

По этим данным для месячных минимумов мы получаем следующее значение в зависимости от площади бассейна:

$$q_{\min} = 0,4 + 0,00001 F \text{ л/сек км}^2. \quad (34'')$$

Т А Б Л И Ц Ы

МАКСИМАЛЬНЫХ, МИНИМАЛЬНЫХ
И СРЕДНИХ МЕСЯЧНЫХ РАСХОДОВ
МОСКВА-РЕКИ У БАБЬЕГОРОДСКОЙ
ПЛОТИНЫ

ТАБЛИЦА

максимальных расходов Москва-реки у Бабьегородской плотины

№ по пор.	Месяцы		XII	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	Максимум за год
	Годы	Месяцы											
1	1891/92	...	119,5	20,2	13,0	81,5	1459,0	143,8	33,2	25,4	34,3	22,8	1459,0
2	1892/93	...	15,2	13,0	11,1	46,1	428,0	919,0	30,4	67,0	37,6	70,8	919,0
3	1893/94	...	235,5	20,2	11,1	46,1	1239,2	58,5	228,0	130,4	185,0	228,0	1239,0
4	1894/95	...	37,6	13,0	11,1	63,5	2033,2	1212,8	27,5	70,8	28,2	34,3	2033,2
5	1895/96	...	25,4	13,0	11,1	60,1	1675,0	633,0	34,3	37,6	897,4	116,1	1675,0
6	1896/97	...	20,2	13,0	15,0	46,1	1650,0	70,8	24,6	27,5	81,5	17,6	1650,0
7	1897/98	...	15,2	17,6	13,0	33,2	626,0	276,0	21,9	31,0	17,6	31,0	626,0
8	1898/99	...	74,4	40,9	22,8	39,3	1359,0	63,5	81,5	11,1	31,0	189,0	1359,0
9	1899/1900	...	20,2	13,0	13,0	42,8	1590,0	166,1	27,5	13,0	15,2	17,6	1590,0
10	1900/01	...	11,1	9,4	9,4	27,5	1569,0	137,4	22,8	28,2	20,2	17,6	1569,0
11	1901/02	...	15,2	15,2	45,2	249,0	1047,2	224,0	36,1	282,0	130,4	126,7	1047,2
12	1902/03	...	11,1	13,0	13,0	1047,1	897,4	39,3	24,6	25,4	25,4	25,4	1047,1
13	1903/04	...	67,6	123,1	13,0	34,3	807,8	98,6	282,0	28,8	15,2	20,2	807,8
14	1904/05	...	34,3	166,1	13,0	46,1	1491,0	220,0	70,8	22,8	63,5	81,5	1491,0
15	1905/06	...	102,7	44,4	15,2	74,4	1146,4	63,5	20,2	67,6	34,3	44,4	1146,4
16	1906/07	...	279,0	98,6	20,2	33,2	1155,2	189,0	166,1	512,0	272,0	40,9	1155,2
17	1907/08	...	17,6	15,2	11,1	33,2	2708,0	897,4	480,0	820,4	102,2	109,0	2708,0
18	1908/09	...	22,8	17,6	15,2	42,8	1375,0	911,8	380,8	119,5	74,4	25,4	1375,0
19	1909/10	...	17,6	28,2	15,2	63,5	679,0	63,5	15,2	74,4	133,5	77,8	679,0
20	1910/11	...	308,5	25,4	13,0	39,3	642,4	102,2	40,9	91,7	34,3	37,6	642,4

по Бабьегородской плотине $F = 8170 \text{ км}^2$

Данные	21	1911/12.	34,3	67,6	22,8	11,1	11,1	308,5	1 022,2	360,0	95,2	18,0	20,2	1 022,2
22	1912/13.	34,3	37,6	17,6	17,6	11,1	11,1	1 418,0	352,0	27,5	18,0	95,2	20,2	1 418,0
23	1913/14.	40,9	200,0	91,7	17,6	158,7	85,2	652,0	88,3	13,0	13,0	22,8	20,2	652,0
24	1914/15.	17,6	28,2	20,2	11,1	15,2	38,2	1 155,2	185,0	27,5	28,2	95,2	220,0	1 155,2
25	1915/16.	20,2	290,0	28,2	9,4	11,1	36,1	1 274,4	123,1	27,5	67,6	112,3	40,9	1 274,4
26	1916/17.	868,6	258,0	112,3	15,2	11,1	36,1	1 164,0	95,2	27,5	119,6	109,0	25,4	1 164,0
27	1917/18.	31,0	91,7	31,0	13,0	13,0	39,3	826,8	49,8	290,0	34,3	44,4	143,8	826,8
28	1918/19.	26,5	22,4	16,0	10,2	9,7	11,2	1 356,0	105,4	35,9	24,5	31,0	16,0	1 356,0
29	1919/20.	31,0	23,2	12,0	13,5	11,9	126,8	939,0	20,8	11,0	12,5	9,3	13,3	939,0
30	1920/21.	13,6	17,8	9,0	8,1	7,6	450,5	386,0	12,5	10,0	21,7	8,5	7,5	450,5
31	1921/22.	8,5	16,0	7,7	8,7	8,2	24,4	796,0	61,9	72,5	20,8	26,5	9,5	796,0
32	1922/23.	18,5	108,8	24,5	19,0	11,0	12,6	1 130,0	255,5	125,2	32,1	34,8	14,8	1 130,0
33	1923/24.	23,0	241,0	33,5	12,3	12,2	17,9	1 228,0	202,5	29,0	24,5	15,6	17,2	1 228,0
34	1924/25.	12,5	21,7	16,4	9,8	32,5	97,0	370,0	40,2	18,5	14,0	25,5	51,5	370,0
35	1925/26.	185,0	113,0	25,5	38,9	9,9	12,2	1 990,9	235,0	18,1	18,1	15,6	17,6	1 990,0
36	1926/27.	149,2	194,0	30,0	13,2	11,4	16,0	553,0	350,0	117,0	49,3	27,5	34,3	553,0
37	1927/28.	348,0	340,0	32,2	21,2	16,8	15,6	890,0	665,0	154,0	33,8	72,5	46,3	890,0
38	1928/29.	162,0	57,8	57,8	17,6	14,3	15,7	437,0	1 692,0	30,5	74,8	14,0	10,0	1 692,0
39	1929/30.	16,1	25,6	27,2	11,5	9,7	346,9	251,9	36,1	9,7	24,5	108,2	92,8	346,9
40	1930/31.	93,8	355,3	35,3	12,7	11,3	14,2	1 728,0	435,0	112,8	81,9	10,4	15,8	1 728,0

Данные по сел. Павшино № 1637 км.

Средние и характерные величины не вычислялись, так как с 1918/19 г., со времени открытия Павшинской гидротрической станции, все расходы даны по ней, как более надежной (опорной станции Павшинской гидротрической сети).
Поправки на забор Рублевской станцией введены.

ТАБЛИЦА

МИНИМАЛЬНЫХ РАСХОДОВ ВОДЫ МОСКВА-РЕКИ У БАБЬЕГОРОДСКОЙ ПЛОТИНЫ

№ по пор.	Годы		Месяцы		X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	Максимум за год
1	1891/92	...	...	...	9,4	11,1	7,0	11,1	11,1	13,0	77,8	24,6	7,0	8,2	17,6	13,0	7,0
2	1892/93	...	...	...	11,1	9,4	11,1	9,4	9,4	11,1	39,3	27,5	7,4	11,1	15,2	8,2	7,4
3	1893/94	...	...	...	17,6	11,1	17,6	11,1	11,1	11,1	30,4	13,0	15,2	13,0	15,2	31,0	8,2
4	1894/95	...	...	...	20,2	9,4	7,4	9,4	9,4	9,4	16,9	27,5	7,4	15,2	15,2	17,6	7,4
5	1895/96	...	...	...	15,2	9,4	11,1	8,2	9,4	9,4	42,8	37,6	7,0	8,2	15,2	13,0	8,2
6	1896/97	...	...	...	20,2	7,4	11,1	9,4	11,1	13,0	30,4	19,3	10,6	13,0	8,2	8,2	7,4
7	1897/98	...	...	...	13,0	7,4	7,0	7,0	8,2	7,4	16,9	19,3	8,2	8,2	13,0	15,2	7,0
8	1898/99	...	...	...	9,4	11,1	7,0	11,1	9,4	8,2	21,9	16,9	16,9	7,0	8,2	22,8	7,0
9	1899/1900	...	...	...	17,6	9,4	9,4	9,4	8,2	8,2	21,9	30,4	13,0	8,2	7,4	7,0	7,0
10	1900/01	...	...	...	15,2	8,2	8,2	9,4	9,4	9,4	27,5	22,8	6,4	11,1	13,0	13,0	8,4
11	1901/02	...	...	...	13,0	8,2	13,0	13,0	13,0	13,0	95,2	42,8	4,6	11,1	17,6	20,2	4,6
12	1902/03	...	...	...	17,6	11,1	11,1	11,1	11,1	27,5	29,3	24,6	15,2	8,2	9,4	15,2	8,2
13	1903/04	...	...	...	15,2	9,4	8,2	11,1	11,1	11,1	11,1	30,4	13,0	11,1	11,1	11,1	8,2
14	1904/05	...	...	...	11,1	9,4	13,0	11,1	11,1	11,1	24,6	13,0	11,1	11,1	11,1	17,6	9,4
15	1905/06	...	...	...	77,8	17,6	11,1	13,0	13,0	15,2	70,8	11,1	11,1	13,0	15,2	17,6	11,1
16	1906/07	...	...	...	17,6	15,2	15,2	15,2	13,0	15,2	27,5	24,6	13,0	8,4	20,2	13,0	13,0
17	1907/08	...	...	...	13,0	6,2	11,1	11,1	11,1	11,1	19,3	56,7	15,2	15,2	15,2	17,6	6,2
18	1908/09	...	...	...	17,6	13,0	13,0	15,2	15,2	15,2	49,8	60,1	28,2	17,6	13,0	13,0	13,0
19	1909/10	...	...	...	13,0	6,8	9,4	11,1	13,0	11,1	36,1	13,0	7,4	7,0	13,0	13,0	6,8
20	1910/11	...	...	...	13,0	7,0	9,4	11,1	11,1	13,0	19,3	7,4	11,1	11,1	8,2	13,0	7,0

ПО БАБЬЕГОРОДСКОЙ ПЛОТИНЕ, П 18170 км²

21	1911/12	11,1	11,1	9,4	11,1	11,1	11,1	109,0	42,3	8,2	11,1	8,2	8,2
22	1912/13	13,0	13,0	11,1	9,4	11,1	8,2	30,4	6,0	6,0	15,2	13,0	11,1
23	1913/14	15,2	11,1	13,0	11,1	15,2	36,1	98,6	8,2	8,2	8,2	11,1	15,2
24	1914/15	9,4	7,0	7,4	7,4	7,4	8,2	19,3	21,9	8,2	13,0	17,6	17,6
25	1915/16	8,2	7,4	7,4	8,2	9,4	11,1	70,8	27,5	8,2	13,0	17,6	20,2
26	1916/17	20,2	25,4	11,1	9,4	9,4	9,4	21,9	24,6	8,2	9,4	19,4	11,1
27	1917/18	13,0	11,1	9,4	9,4	9,4	9,4	16,9	19,3	13,0	8,2	9,4	13,0
28	1918/19	14,0	11,0	7,5	8,5	7,8	8,8	9,4	15,2	14,4	9,7	16,0	11,0
29	1919/20	9,7	9,4	9,9	11,3	10,0	11,8	22,1	9,7	8,3	7,2	7,2	7,2
30	1920/21	7,5	6,5	5,4	5,4	7,1	7,5	12,5	7,5	6,5	6,7	6,7	6,7
31	1921/22	7,2	6,4	5,8	7,6	7,1	8,7	34,9	20,9	13,2	7,5	7,2	6,9
32	1922/23	7,5	16,0	13,3	9,7	8,9	8,9	11,8	29,0	14,4	11,0	14,8	10,0
33	1923/24	8,7	15,2	11,3	9,8	9,5	9,5	23,3	23,5	12,1	10,3	8,7	8,5
34	1924/25	8,2	9,5	5,4	6,0	7,2	8,1	34,8	10,3	8,3	8,5	8,3	12,5
35	1925/26	17,2	25,5	12,1	9,0	6,9	8,1	9,7	19,0	9,5	8,3	9,3	10,6
36	1926/27	10,6	36,5	11,0	8,0	9,7	11,0	13,2	37,1	22,1	14,8	13,6	11,7
37	1927/28	27,0	35,5	16,0	15,6	13,5	11,3	16,4	31,0	25,0	14,4	14,0	15,6
38	1928/29	22,1	22,5	14,7	13,8	11,0	10,7	13,2	21,0	12,3	9,7	7,5	7,3
39	1929/30	9,2	12,1	10,3	9,2	8,2	8,2	41,1	9,2	5,8	6,1	8,7	12,1
40	1930/31	13,9	28,4	12,5	10,9	9,3	9,2	13,2	20,5	7,0	9,2	7,7	8,4

Средние и характерные величины не вычисляются, так как с 1918/19 г., со времени открытия Павшинской гидрометрической станции, все расходы даны по ней, как более надежной (опорной станции Павшинской гидрометрической сети).
 Поправки на набор Рублевской станции введены.

ТАБЛИЦА
среднемесячных расходов воды Москва-реки у Бабьегородской плотины

№ по пор.	Месяцы		X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	Ср. годов
	Годы														
1	1891/92		20,2	15,75	35,40	14,12	11,69	25,70	395,56	49,85	19,03	16,65	22,51	18,23	53,72
2	1892/93		16,84	15,52	13,0	10,33	11,04	25,48	193,37	220,56	17,17	27,27	22,21	32,07	47,91
3	1893/94		21,39	33,17	62,25	16,14	11,10	18,36	375,86	33,24	99,19	44,34	37,55	81,28	69,48
4	1894/95		79,91	45,46	15,86	12,17	9,5	12,15	398,23	154,43	17,62	25,79	18,43	20,15	67,48
5	1895/96		36,36	84,44	16,42	10,56	10,57	18,56	337,25	214,83	21,34	17,69	107,16	41,80	78,42
6	1896/97		38,41	39,24	13,99	11,22	12,37	18,66	429,26	29,78	17,37	19,24	17,02	12,82	54,95
7	1897/98		15,89	10,31	9,35	10,25	9,29	10,96	262,73	71,79	11,26	15,93	16,60	20,41	38,90
8	1898/99		20,10	19,28	28,43	18,84	12,91	14,30	391,35	29,99	29,43	8,90	13,28	56,77	53,63
9	1899/1900		68,90	37,12	12,77	10,19	9,69	16,90	362,72	75,06	20,92	9,45	9,60	15,30	53,88
10	1900/01		18,34	12,03	9,37	9,40	9,40	16,70	413,63	56,19	13,22	17,21	14,89	14,27	50,39
11	1901/02		15,24	13,26	13,40	13,28	13,39	38,77	340,65	101,06	16,33	75,63	54,22	52,88	62,84
12	1902/03		53,24	20,25	11,10	11,96	11,91	218,12	270,51	31,24	17,80	15,00	18,36	18,26	58,25
13	1903/04		24,91	23,07	29,56	12,86	13,24	14,02	218,79	58,53	115,73	14,27	13,03	14,28	46,02
14	1904/05		15,34	18,03	41,87	11,93	11,39	16,92	359,94	53,07	35,90	14,28	18,65	88,06	52,95
15	1905/06		143,42	41,79	17,98	15,01	15,12	37,59	384,37	27,95	13,85	20,36	23,51	29,56	64,21
16	1906/07		38,73	90,72	31,46	17,44	15,75	19,90	344,73	60,76	38,18	103,42	59,87	21,62	70,22
17	1907/08		16,46	12,35	12,35	11,54	11,54	15,84	582,76	221,71	62,86	161,77	32,16	50,51	99,32
18	1908/09		80,72	16,21	15,88	16,03	15,72	23,58	407,04	236,83	124,9	43,81	28,84	16,82	85,53
19	1909/10		16,06	14,53	17,71	14,16	14,72	26,22	237,71	26,91	10,74	15,27	42,80	20,00	38,07
20	1910/11		16,11	65,90	16,49	13,41	12,67	19,77	210,92	47,76	20,5	24,03	15,71	20,15	40,28

по Бюджетному проекту № 8170 км

по Бабьегородской плотине № 8170 км

21	1911/12	18,24	20,41	12,67	11,94	11,94	51,44	350,30	146,76	32,50	12,80	11,32	14,78	57,97
22	1912/13	19,64	18,57	14,61	13,56	12,05	203,47	162,12	18,51	9,83	30,49	18,40	16,78	44,84
23	1913/14	24,99	81,88	31,42	15,63	89,76	67,42	247,40	36,83	11,79	10,72	18,19	17,59	54,47
24	1914/15	15,14	12,04	14,00	9,11	10,52	17,40	474,38	71,85	15,34	19,37	38,89	47,25	62,07
25	1915/16	15,64	65,07	16,86	10,71	12,35	17,26	389,87	49,46	15,25	24,08	50,42	27,93	57,09
26	1916/17	263,93	58,15	23,98	13,26	11,32	18,01	426,12	52,68	14,74	31,30	37,20	18,60	81,14
27	1917/18	18,33	29,46	15,99	11,02	11,96	17,41	247,97	27,18	75,41	15,32	20,71	53,30	45,29
28	1918/19	20,35	16,96	11,47	11,20	10,60	11,10	338,80	34,0	21,70	18,80	22,70	13,90	44,30
29	1919/20	11,10	12,80	8,20	14,15	12,45	32,35	310,85	16,06	11,15	10,15	9,65	10,05	38,25
30	1920/21	11,15	12,85	8,25	8,94	8,94	50,54	76,14	11,44	8,94	11,44	9,24	8,64	18,88
31	1921/22	9,84	13,14	8,64	9,79	9,19	15,39	240,29	37,99	21,00	14,19	13,29	9,49	33,60
32	1922/23	12,09	33,49	18,39	15,98	11,28	11,98	237,28	76,38	31,88	17,88	23,38	13,18	41,84
33	1923/24	16,08	52,38	22,48	12,67	11,87	12,57	305,47	65,67	19,57	14,97	12,47	12,77	46,58
34	1924/25	11,57	16,77	10,67	9,51	17,21	22,31	159,01	20,11	12,01	12,21	16,11	25,11	27,78
35	1925/26	39,21	50,41	19,11	20,69	9,89	11,39	375,59	76,49	14,19	13,29	13,89	15,29	54,95
36	1926/27	31,09	94,19	19,09	12,44	12,54	15,24	248,34	100,14	63,14	27,84	19,54	18,64	55,19
37	1927/28	91,74	128,84	25,04	20,92	17,62	15,82	221,42	146,82	73,52	20,92	27,92	33,12	88,6
38	1928/29	44,32	38,32	27,92	16,72	15,22	15,32	77,82	332,82	21,52	23,82	12,52	10,72	53,3
39	1929/30	14,52	19,32	18,52	13,90	12,10	60,70	107,00	21,70	10,90	19,50	24,60	94,5	29,77
40	1930/31	45,86	84,83	21,08	15,92	14,15	15,08	395,51	100,74	24,54	25,12	13,13	14,03	64,16

Средние и характерные величины не вычислялись, так как с 1918/19 г., со времени открытия Павшинской гидрометрической станции, все расходы даны по ней, как более наглядной (открытой станции Павшинской гидрометрической сети). Поправки на забор воды Рублевской станцией введены. При желании определить характерные месячные величины необходимо ввести поправки на разницу в площадях водосбора Бабьегородской плотины и у сел. Павшино.

II. ПЕРИОДИЧНОСТЬ В ЯВЛЕНИИ СТОКА РЕК И ЕЕ ВЛИЯНИЕ НА ВОДОХОЗЯЙСТВЕННЫЕ РАСЧЕТЫ

В настоящее время при оценке стока рек и при дальнейшей, обработке полученных таким оценкой данных все чаще и чаще применяют выводы теорий вероятностей или, правильнее сказать, математической статистики. На этих выводах нами теперь строятся и все водохозяйственные расчеты даже таких ответственных сооружений, как плотины для водоснабжения Донбасса. Эти методы явились значительным шагом вперед в отношении внедрения математических методов оценки там, где еще недавно господствовала почти чистая интуиция. Однако при этом не надо забывать весьма часто наблюдавшегося в истории математической статистики явления, когда увлечение формально весьма изящными выводами приводило к досадным ошибкам. Математическая статистика может кратко и точно охарактеризовать какое-либо явление, но она не дает непосредственного ключа к истолкованию явлений и совершенно не гарантирует от неправильных выводов при несоответствии между предпосылками ее методов и причинными связями явлений.

При характеристике стока рек в недалеком прошлом применяли метод простого описания, который сводился к выводу средних значений стока и указанию надлежащим образом подобранных характерных стоков, среди которых неизменно фигурировали экстремы стока. Обычно приводили значение медианы стоков, квартилей и иногда децилей, из которых обычно приводили нижнюю и верхнюю дециль. Все эти данные устанавливались по эмпирическому ряду значений стоков реки путем простой выборки. Из весьма рациональных методов графической характеристики стока надо упомянуть кривую продолжительности ореднесуммарного года, на применении которой построена весьма интересная работа инж. Горбунова¹. Наиболее последовательное применение этого элементарного метода к изучению стока рек европейской части СССР можно найти в интереснейших работах безвременно погибшего инж. Д. И. Кочерина². Главным преимуществом этого метода надо признать то, что его выводы основывались непосредственно на данных наблюдений, и если и грешили, то только благодаря недостаточности самих

¹ Графики электрических нагрузок.

² Труды МИИТ.

наблюдений, главным образом, в отношении их длительности. Никакого привнесения систематических ошибок извне здесь не могло иметь места.

Пока гидротехническое строительство не получило еще того размаха, который мы видим в наши дни, вполне возможно было удовлетворяться этими элементарными выводами. В те времена не приходилось постоянно иметь дело с совершенно не изученными реками; работы по преимуществу шли на достаточно освещенных гидрологически реках, а если и встречались неизученные объекты, то представлялось возможным отложить их использование до достаточного их изучения. Темпы наших дней не позволяют нам этого делать; почти во всех случаях приходится иметь дело с недостаточными материалами и нет времени для их пополнения. Поэтому совершенно естественно возникает интерес к более совершенным методам оценки стока рек, методам, позволяющим в некоторых отношениях как бы пополнить недостающий материал. Вполне понятно, что при этом по чисто логическим причинам не представляется возможным обойтись без привнесения некоторых моментов, непосредственным наблюдением не обосновываемых. Не будь такого привнесения, мы не могли бы расширить своих познаний за рамки прямых данных наблюдений.

Такое привнесение новых моментов иногда (в лучшем случае) идет по линии элементарной экстраполяции фактов; иногда на помощь приходит метод аналогии с другими реками; иногда же наблюдения рассматриваются в свете математических теорий, применимость которых еще подлежит доказательству и далеко не может почитаться бесспорной.

Среди методов последнего класса особенное распространение получило приложение математической статистики. Рассмотрим ближе, на каких основных предпосылках и допущениях основывается применение выводов математической статистики к исследованию речного стока в том виде, как они применяются в настоящее время.

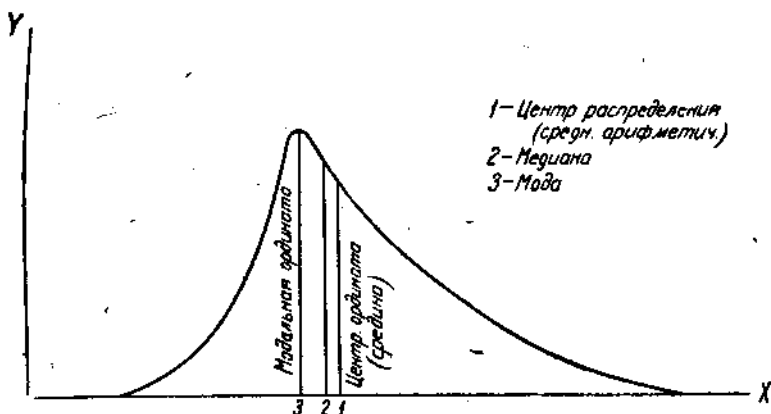
Ряд значений речного стока (по годам), расположенный в хронологическом порядке, рассматривается как ряд величин случайной переменной. Под случайной переменной математическая статистика понимает такую варьирующую величину, про которую мы знаем лишь то, что каждому значению ее соответствует определенная вероятность наступления этого значения. Теория вероятности занимается по преимуществу такими случайными переменными, для которых значения вероятностей, им соответствующих, определяются путем априорных математических построений; математическая статистика, напротив, занимается, главным образом, такими случайными переменными, вероятности наступления которых определяются эмпирически. Очевидно, что в обработке эмпирического ряда величин стока рек могут быть применены лишь методы математической статистики, так как априорным построениям тут едва ли может быть отведено место при современном уровне наших знаний. Таким образом предпо-

лагается, что те или иные значения стока наступают совершенно случайно и не стоят между собой ни в какой связи. Устанавливается лишь, что разные значения стока наступают с различной вероятностью. Эти вероятности устанавливаются эмпирически путем статистической обработки материалов наблюдений.

Такая случайная переменная вполне характеризуется заданием друг другу соответствующих значений самой переменной и вероятностей наступления этих значений переменной. Такое задание определяет так называемый закон распределения переменной. Будучи изображен графически, этот закон даст кривую распределения. Таким образом кривая распределения дает в графической форме значение вероятностей наступления любых значений случайной переменной. Заданием закона распределения или кривой распределения исчерпывается все, что мы можем знать про случайную переменную, взятую в отдельности. Очевидно, при эмпирическом установлении закона распределения для ряда речных стоков для каждой отдельной реки мы принципиально не вносим ничего нового по сравнению с методом простого описания, как он нами был охарактеризован выше; мы лишь вносим в это описание правильную систему, заимствуя ее у статистиков. Совершенно ясно, что при этом мы не можем совершить никакой принципиальной ошибки, но зато мы и не в состоянии получить что-либо новое, если исключить то немногое, что дает при этом возможность экстраполяции кривой распределения. Кроме того, ясно, что при этом мы не гарантированы от грубых ошибок, связанных с неточностью процесса экстраполяции, хотя таковая принципиально и может считаться допустимой.

Ясно, что задание закона распределения даже в форме кривой распределения представляется довольно громоздким. Понятно, что стремления статистиков направились в сторону отыскания сокращенных характеристик законов распределения. Работами преимущественно англичанина Карла Пирсона такие характеристики были найдены. Оказывается, если мы назовем через x значение величины самой переменной, а через y — значение вероятности наступления этой величины переменной, то кроме простого задания $x = \varphi(y)$ закон распределения может быть характеризован рядом так называемых сводных характеристик закона распределения, среди которых первое место занимает нам давно привычное среднее арифметическое значение случайной переменной x , равное $\int x \cdot y \cdot dx$. При этом надо иметь в виду, что, столь простое выражение, для среднего арифметического получается благодаря тому, что вероятность наступления данного значения переменной определяется как отношение количества случаев, благоприятных наступлению данного значения, к общему количеству случаев или эмпирически как отношение количества раз, когда наблюдалось данное значение переменной, к общему количеству наблюдений. При таком определении нетрудно видеть, что $\int y \cdot dx = 1$, почему в выражении среднего арифметического

пропадает дробная форма его. Если теперь начало отсчета значений переменной мы перенесем, беря вместо значений x , значения разности $X - x$, т. е. будем вести отсчет переменной от ее среднего арифметического значения или, как говорят, от центра распределения, то мы получаем в дальнейшем возможность значительно упростить все наши построения, совершенно ничего не меняя принципиально в отношении уже установленных положений. Если мы это представим графически, то этот переход сводится к принятию новой системы координат для значений переменной путем переноса начала координат вправо (фиг. 18) настолько, чтобы ось u прошла через центр тяжести площади фигуры кривой распределения; эти новые координаты мы будем называть нормальными. Дабы не усложнять транскрипции фор-



Фиг. 18.—Асимметричная кривая распределения (частоты).

мул в дальнейшем под буквой x мы будем понимать не само значение случайной переменной, но его нормальную координату, т. е. значение разности переменной и ее среднего арифметического. В данном месте уместно подчеркнуть, что такое видное значение во всех дальнейших выводах среднеарифметическое приобретает лишь постольку, поскольку оно всегда совпадает с абсциссой центра тяжести кривой распределения; но оно не обязано совпадать с наиболее вероятным значением случайной переменной. В этих новых координатах, очевидно, $\int x \cdot y \cdot dx = 0$, что может быть сформулировано так: момент (статический) площади кривой распределения относительно оси u (оси ординат — вероятностей) равняется нулю.

Очевидно, мы можем взять кроме статического (первого) момента площади кривой распределения также и момент инерции этой площади относительно той же оси ординат; он равен интегралу $\int y \cdot x^2 \cdot dx$ — это будет так называемый второй момент, который не равен нулю, если только значения переменной не равны все между собой, чего быть не может, так как тогда мы не имели бы никакой переменной, а имели бы постоянную. Величину второго момента мы будем обозначать через M_2 . Корень

квадратный из значения второго момента называется «рассеянием переменной» (или ряда) и обозначается через $\sigma = \sqrt{M_2}$.

По такому же принципу, очевидно, мы можем образовать третий, четвертый и т. д. моменты вплоть до n -го, который определится выражением вида $M_n = \int y x^n dx$.

Ряд моментов, данных в достаточном количестве, единственным образом определяет вид и форму кривой распределения; правильность этого положения разбирается и доказывается теорией математической статистики и составляет так называемую „*probleme des moments*“. Эти моменты, будучи даны, как сказано, в достаточном количестве, вполне заменяют задание закона распределения как в виде кривой, так и в виде функции $y = \varphi(x)$. Само собой разумеется, что кроме задания моментов необходимо знать и среднее арифметическое значение случайной переменной. Вот почему совокупность среднего арифметического и ряда моментов и признается сводными характеристиками закона распределений.

Ряд значений стока реки, рассматриваемый как случайная переменная, может быть, таким образом, охарактеризован средним значением стока и рядом эмпирически установленных значений моментов площади кривой распределения. Интегралы и при этом соответственно заменяются суммами вида

$$M_n \approx \Sigma \frac{x^n (yN)}{N} = \frac{\Sigma x^n (yN)}{N},$$

где N — общее число наблюдений. При небольшом числе наблюдений вместо N в знаменателе появляется величина $N-1$, что согласно выводам математической статистики дает более вероятные величины, чем при делении сумм на величину N .

Только что описанная характеристика стока реки подобно сказанному выше об эмпирических законах распределения в применении их к изучению вопросов речного стока не вносит ничего нового кроме системы, но и не кроет в себе возможности ошибок. Имея эти числовые средние характеристики закона распределения, мы даже не можем произвести экстраполяцию закона распределения, что нас обычно весьма интересует.

Дальнейшим шагом в развитии метода было установление по данным моментам (сводным характеристикам) интерполяционной формулы. Было дано два метода построения интерполяционных формул, из которых в вопросах гидротехники нашел себе применение метод Пирсона, основанный на интегрировании некоторого определенного ряда. Точность интерполяционной формулы повышается (теоретически) при привлечении в процессе интеграции все большего и большего количества членов указанного ряда, но для возможности этого приходится задавать и вычислять соответственно большее количество моментов, т. е. привлекать моменты все более и более высоких степеней. Практически это оказывается невозможным по причине того, что для

получения сколько-нибудь точных значений моментов высших порядков оказывается необходимо иметь чрезвычайно большое количество наблюдений, чего мы как раз никогда и не имеем.

Прежде чем перейти к более детальной характеристике невозможности пользования в практике моментами высших порядков, введем некоторые дополнительные обозначения и новые понятия. Рассеяния ряда значений случайной переменной будем обозначать через σ ; отношение рассеяния к среднему арифметическому назовем „коэффициентом вариации“ ряда значений случайной переменной; он определяется выражением $C_v = \frac{\sigma}{x}$.

Отношение третьего момента к кубу рассеяния назовем „коэффициентом асимметрии“; он определяется выражением вида

$$C_s = \frac{M_3}{\sigma^3}.$$

Отношение четвертого момента к квадрату первого момента, или, что то же, к четвертой степени рассеяния, если из него вычесть 3, дает „показатель эксцесса“ кривой распределения и определяется выражением вида

$$\epsilon = \frac{M_4}{M_1^2} - 3 = \frac{M_4}{\sigma^4} - 3.$$

Физический смысл этих коэффициентов будет пояснен далее. Математическая статистика указывает, что средняя ошибка рассеяния ряда определяется выражением вида $E_\sigma = \pm \frac{\sigma}{\sqrt{2n}}$ в долях величины рассеяния или, что то же, от величины коэффициента вариации $E_{C_v} = \pm \frac{1}{\sqrt{2n}}$ ¹.

Средняя ошибка коэффициента асимметрии равна

$$E_{C_s} = \pm \sqrt{\frac{\sigma}{n}},$$

а средняя ошибка показателя эксцесса равна

$$E_\epsilon = \pm 2 \sqrt{\frac{\sigma}{n}}.$$

Вероятные ошибки всех этих величин получаются путем умножения средних ошибок на 0,67449 или грубо на $\frac{1}{2}$.

¹ Точное значение ошибки коэффициента вариации таково:

$$E_{C_v} = \frac{1}{\sqrt{2n}} \sqrt{1 + 2C_v^2},$$

но так как выражение под знаком корня близко к единице, то приближенно может служить выражение, стоящее перед ним. *Ред.*

Таким образом мы видим, что ошибка коэффициента асимметрии в $\sqrt{12}=3,5$ раза больше ошибки коэффициента вариации. Ошибка показателя эксцесса в два раза больше ошибки коэффициента асимметрии, или в семь раз больше ошибки коэффициента вариации. В тех же отношениях между собою стоят, очевидно, и относительные ошибки моментов второго, третьего и четвертого порядков. Даже в обычных статистических проблемах число наблюдений, хотя и совершенно несравнимо большее, чем в случае вопроса о стоке, все же совершенно недостаточно для определения моментов выше четвертого порядка. Исходя отсюда, математическая статистика при интегрировании ряда, в процессе построения интерполяционной формулы пренебрегает всеми членами, которые для своего определения требуют вычисления моментов выше четвертого порядка. Отсюда и возникает то, вообще говоря, ограниченное число интерполяционных формул, которые мы имеем в своем распоряжении. Таких формул и соответственно им типов кривых распределения имеется 14. Эти кривые представляют по отношению к фактическому материалу наблюдений лишь интерполяционные, как бы идеализированные, кривые распределения. Никогда не надо забывать того, что интерполяционные формулы могут давать значительные отклонения от фактических (эмпирических) кривых распределения, особенно же для крайних значений переменной. Эти отклонения возможны постольку, поскольку эти интерполяционные кривые, представляя собой лишь некоторое приближение к действительной кривой распределения переменной, стремятся сгладить все резкие изменения кривой эмпирического распределения; в этом и находит свое отражение та идеализация, которую дают эти кривые и о которой была речь выше.

Переходя к случаю применения теоретических кривых распределения к вопросам стока рек, надо указать, что практически мы имеем как максимум ряды с количеством значений случайной переменной, не превышающим 45—50. При этом средняя ошибка четвертого момента равна 70% его величины. Такая неточность его определения привела Альдена Фостера к отказу от пользования четвертым моментом (и показателем эксцесса) в вопросах обработки гидрологического материала.

Среди кривых распределения Пирсона имеется два типа, для построения которых не надо знать четвертого момента. Только в силу этого обстоятельства этими кривыми и воспользовались для обработки вопросов речного стока. Никаких иных поводов для такого выбора не было.

Первый, кто применил теоретические кривые к вопросам речного стока, был Аллен Хазен. Он применил так называемый VII тип Пирсона, который представляет собой ничто иное, как общеизвестный тип симметрического распределения Гаусса случайных ошибок наблюдений. Для такого распределения количества положительных и отрицательных отклонений от среднего равны между собой. Наиболее частым значением переменной является ее среднее арифметическое значение; таким обра-

зом чаще всего встречаются отклонения от среднего, равные нулю. Положительные и отрицательные отклонения от среднего, равные по абсолютной величине, равновероятны. Для этого типа кривой показатель эксцесса равен тождественно нулю.

Уже давно было известно, что ряд распределения речного стока не удовлетворяет этому предположению. Именно в ряде стоков всегда (почти) наблюдается большее количество отрицательных, чем положительных, отклонений; зато положительные отклонения имеют значительно большую абсолютную величину. Чаще всего встречаются значения переменной, меньшие среднего; таким образом наиболее вероятным значением переменной является некоторое значение, немного меньшее среднего. Такой тип кривой и был нами изображен на фиг. 18. Наиболее вероятное значение переменной, которому соответствует и наибольшая ордината кривой распределения, называется „модой“, а ордината кривой именуется „модальной ординатой“. Такого типа кривая (тип III Пирсона) была предложена Альденом Фостером для изучения вопросов стока. Для этого типа показатель эксцесса равен $1,5 C_s^2$, т. е. больше нуля. Практически в вопросах речного стока мы встречаемся лишь с положительной асимметрией, основные характеристики которой были только что описаны. Такой положительной асимметрии соответствует и положительный коэффициент асимметрии. Этот тип интерполяционной формулы для кривых распределения теперь и применяется при изучении речного стока, а от применения нормального распределения ныне уже совершенно отказались, так как оно справедливо признается неудовлетворительным, хотя в исключительных случаях оно и более подходяще, чем асимметричное распределение. Надо при этом указать, что симметричное нормальное распределение является лишь частным случаем асимметричного распределения по типу III Пирсона, при котором асимметрия и эксцесс равны нулю.

Применяя в качестве интерполяционной формулы тип кривой III Пирсона, мы привносим в процесс обработки извне новый априорный фактор, именно мы полагаем показатель эксцесса равным $1,5 C_s^2$. Такое допущение никогда не было чем-либо обосновано кроме простоты этих типов кривых распределения. Между тем, как мы увидим дальше, пока, чисто качественные признаки заставляют признать, что такое допущение не весьма оправдательно. В этом допущении кроется первый источник принципиальных ошибок, совершенно не зависящий от количества и качества наблюдений.

При дальнейшей обработке выяснилось, что в большинстве случаев и третий момент определяется недостаточно точно. Однако это не побудило к отказу от использования асимметричной кривой, а повело лишь к попыткам установления коэффициента асимметрии априорным путем. Разница в только что описанным введением априорной величины показателя эксцесса выразилась в том, что коэффициент асимметрии все же подочи-

тивали по эмпирическим данным, а показатель эксцесса даже, повидимому, и не пытались подчитывать. Таким образом введение априорного коэффициента асимметрии имеет некоторое, хотя бы и слабое, эмпирическое обоснование, а принятие показателя эксцесса, равного $1,5 C_s^2$, такового не имеет. Но как мы теперь же увидим, необоснованный априорный выбор показателя эксцесса приводит и к эмпирически мало обоснованному выбору коэффициента асимметрии.

Не вдаваясь в подробности математического характера, укажем, что при интерполяционной формуле III типа Пирсона, дабы величины переменной не приняли при малых вероятностях наступления отрицательных значений, необходимо, чтобы коэффициент асимметрии равнялся минимум удвоенному коэффициенту рассеяния, т. е. чтобы было $C_s > 2 C_s$.

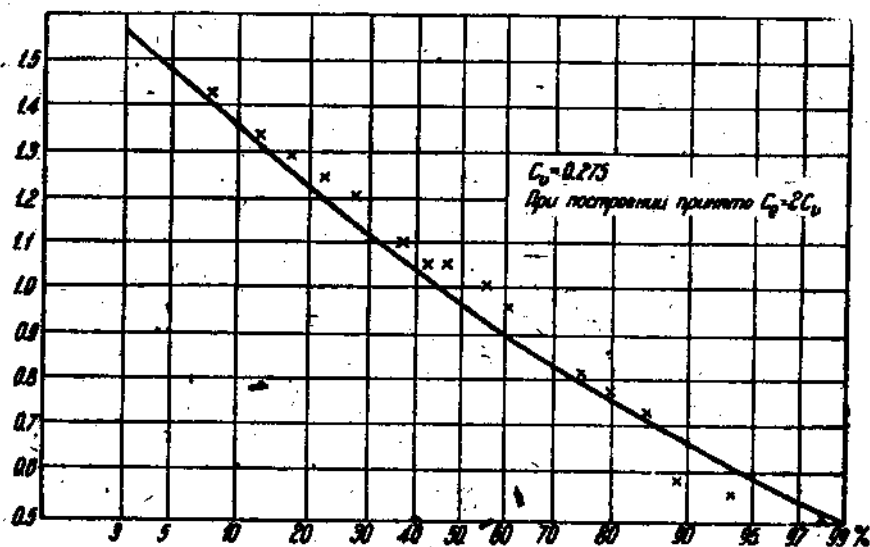
Так как для нормального распределения коэффициент асимметрии тождественно равен нулю, то ясно, что это распределение приводит к отрицательным значениям переменной, соответствующим малым вероятностям.

Ввиду того что речной сток не может быть менее нуля, приходится для интерполяционной формулы речного стока принять, что $C_s \geq 2 C_s$. Необходимо только заметить, что такое значение коэффициента асимметрии является необходимым лишь при принятии III типа кривой распределения, т. е. при принятии значения показателя эксцесса равным $1,5 C_s^2$. Если бы показатель эксцесса не равнялся $1,5 C_s^2$, то не было бы необходимости принимать для значения коэффициента асимметрии удвоенного (как минимум) значения коэффициента вариации. Тут-то мы и видим, как априорное принятие одного из коэффициентов предопределяет и величину другого. Таким образом априорное принятие одной из сводных характеристик распределения отражается на всем построении интерполяционных формул для стока.

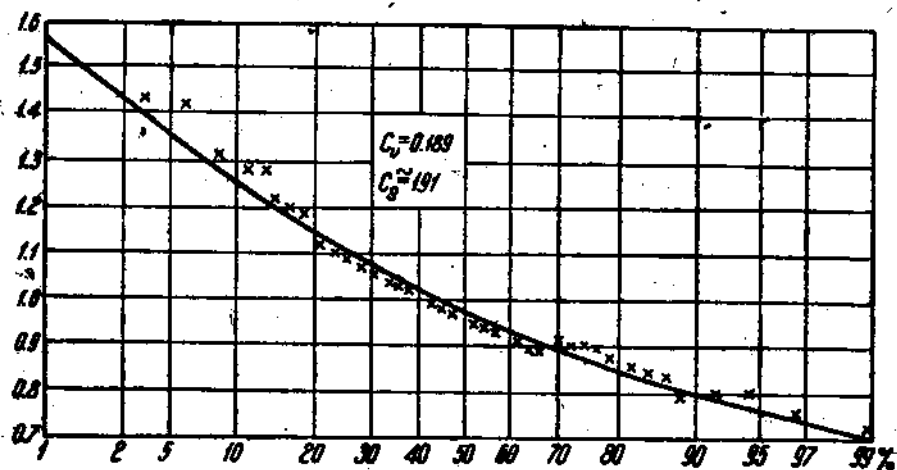
Обращаясь к эмпирическому материалу, можно видеть, что сплошь и рядом коэффициент асимметрии меньше удвоенной величины коэффициента вариации, а иногда даже равен нулю. Такой факт заставляет предполагать, что несмотря на практическую неточность определения этого коэффициента, все же эмпирическая его величина может быть и значительно менее априорно принятой. Таким образом самый факт выбора нами в качестве интерполяционной кривой распределения кривой III Пирсона приводит нас к необходимости отступить от эмпирического закона распределения, выводимого из экспериментальных факторов, и заменить его другим законом распределения с подчас весьма отличными значениями сводных характеристик. При таком положении не следует удивляться, если интерполяция будет давать не вполне точные величины стоков, и тем более приходится быть осторожным в экстраполяции закона распределения, в чем мы в практике особенно часто нуждаемся.

При практических применениях нам удобнее пользоваться не кривой распределения как таковой, а кривой обеспеченности,

которая показывает не вероятность наступления той или иной величины переменной, а вероятность того, что переменная будет больше или меньше значения ее x , принимаемого за абсциссу



Фиг. 19. Кривая обеспеченности, Седберри (годовой цикл).



Фиг. 20. Кривая обеспеченности, Свирь (годовой цикл).

кривой. Кривая обеспеченности представляет собой по отношению к кривой распределения интегральную кривую и есть не что иное, как нам вполне привычная кривая продолжительности, весьма часто встречающаяся в гидрометрии. Очевидно, что подобно тому, как мы имеем эмпирическую кривую распределения и ей соответствующую интерполяционную кривую, мы будем иметь и эмпирическую кривую обеспеченности и путем интегра-

ции интерполяционной кривой (теоретической) распределения можем получить интерполяционную или теоретическую кривую обеспеченности. Все, что было сказано про отношения между эмпирической и интерполяционной кривой распределения, полностью переносится и на кривые обеспеченности.

Из оравнения большого количества эмпирических и интерполяционных кривых обеспеченности, построенных по методу Альдена Фостера (им для этого была составлена особая таблица), из которых две можно видеть на фиг. 19 и 20, видно, что при малых и больших обеспеченностях, т. е. в экстремах, эмпирические кривые почти всегда дают меньшие отклонения, чем кривые типа III. С другой стороны, вычисления коэффициента асимметрии показывают на отклонения от теоретического его предела, необходимого при принятии III типа интерполяционной кривой распределения или обеспеченности. Далее, кривая, обладающая обратным эксцессом, т. е. для которой показатель эксцесса менее нуля, имеет при малых и больших обеспеченностях именно подобные, т. е. меньшие, чем для типа III, отклонения от среднего. Таким образом мы и приходим к уже выше высказанному сомнению в оправедливости принятия для явления речного стока *a priori* значения показателя асимметрии равным $1,5 C^2$, т. е. большим нуля, а значит, и в полной применимости III типа кривых распределения.

Останавливаясь подробнее на этом моменте, надо сказать, что при увеличении продолжительности наблюдений, или, что то же, при увеличении числа значений случайной переменной, наибольшие изменения формы эмпирической кривой распределения надо ожидать именно в крайних ее частях, соответствующих малым и большим обеспеченностям. Это объясняется тем, что в этих частях кривая обеспеченности идет круче, чем в других частях, если мы ее даем в обычных декартовых координатах. Поэтому появление значений переменной меньших, чем наблюдавшиеся в более коротком периоде, или соответственно больших сильнее влияет на форму кривой распределения и обеспеченности, чем появление величин, близких к средним, и особенно сильно это влияние, понятно, сказывается в крайних частях кривой обеспеченности. Относительно всех этих кривых надо сказать, что они не даны в обычных декартовых координатах, а на особой так называемой хаэеновской сетке, при которой масштаб ординат обычный, арифметический, а масштаб абсцисс принят таким, чтобы нормальное (симметричное) распределение типа III давало бы в этих координатах прямую линию для кривой обеспеченности. Эти координаты характерны тем, что в них крайние участки кривой обеспеченности получают несравненно более развитыми, чем в обычных координатах; так как это свойство практически очень важно, ибо нас обычно более интересует характеристика крайних величин, нежели средних, этими координатами очень полезно пользоваться даже и при несимметричном распределении любого типа. Правда, в последних случаях кривая обеспеченности не будет иметь формы прямой, но все же пред-

ставится кривой гораздо более пологой и плавной, чем в обычных координатах.

Таким образом мы видим, что некоторое отклонение эмпирической кривой обеспеченности от интерполяционной кривой типа III может иметь не только предполагаемое нами неравенство показателя эксцесса $1,5 C^2$, о чем говорилось выше, но и может быть лишь результатом недостаточного периода наблюдения. В настоящий момент нет данных, чтобы решить этот вопрос в ту или другую сторону, но хотелось лишь подчеркнуть возможность систематического и при том обратного эксцесса в распределении стоков реки. При первой возможности надеемся вернуться к освещению этого вопроса, как только для этого будет достаточно времени. В настоящий же момент приходится пользоваться кривыми типа III, как интерполяционными, никогда однако не забывая тех принципиальных замечаний, которые были сделаны выше. Такое пользование ими оправдывается лишь бедностью наших сведений и тем, что оно, по видимому, во всех почти случаях практики приводит к осторожным решениям при экстраполяции; однако нельзя сказать того же про интерполяцию, особенно при обеспеченностях порядка 5—10 и 85—95 %. Тут возможно и обратное явление, т. е. переоценка стока в случае маловодных лет и недооценка многоводных лет.

Дальнейшее развитие мысли шло по пути изучения факторов физических, влияющих на сводные характеристики стока рек. Было установлено, что на величину среднего арифметического стока (годового) $\bar{Q}$ 1 км^2 величина площади бассейна не влияет, во всяком случае при бассейнах сколько-нибудь значительного размера. Это свойство речного стока мы теперь с достаточным эмпирическим (и априорным) основанием распространяем на все бассейны любой величины. Таким образом мы приходим к рассмотрению изменений среднего стока $\bar{Q}$ 1 км^2 как функции одного географического положения бассейна. Во многих случаях можно установить связь между этой величиной, именуемой средним многолетним модулем стока, и геологическими факторами, но постольку, поскольку эти последние меняются в пространстве постепенно, и эта причина может быть рассматриваема как функция географического положения. Лишь в исключительных случаях, например в карстах, будут нарушены эти функциональные связи, но тогда модуль стока перестает быть реальной величиной, ибо измеримый топографический бассейн не равен более истинному бассейну, с которого происходит сток. Такое сопоставление средних модулей стока с географическим положением бассейнов было сделано ниже. Д. И. Кочериним и им была построена карта европейской части СССР с нанесением на нее линий равных средних модулей стоков¹.

Следующая сводная характеристика распределения стоков — коэффициент вариации, — как оказалось, является функцией и площади бассейна и географического положения его. Изуче-

¹ Труды МИИТ, вып. 8.

ние этого вопроса для европейской части СССР приведено инж. Д. Л. Соколовского¹ к следующей формуле для коэффициента вариации

$$C_v = a - 0,063 \cdot \lg(F + 1),$$

где параметр a является одной функцией географического (а следовательно, отчасти, и геологического) положения бассейна;

F — площадь бассейна в км².

Эта формула представляет собою весьма ценный вклад в дело изучения распределения стока рек как во времени, так и в пространстве. Для значений параметра a Д. Л. Соколовский построил карту линий равных значений.

Величина третьей оводной характеристики — коэффициента асимметрии — подверглась при этом лишь слабому освещению, и инж. Д. Л. Соколовский пришел к выводу, что практически можно принять, что $C_{sk} = 2C_v$, т. е. минимальный критерий Фостера им превращен в постоянную характеристику стока по крайней мере для исследованного им района. Четвертая оводная характеристика — показатель эксцесса — им принималась в согласии с Фостером равной 1,5 C_v^2 . С последними двумя допущениями полностью согласиться нельзя, ибо вопрос этот недостаточно освещен.

Можно сказать, что в этой последней стадии работы был внесен ряд новых логических моментов, которые, повидимому, достаточно обоснованы экспериментально. Конечно, и формулу и карту инж. Д. Л. Соколовского можно признать лишь первым приближением, что считает и он сам, но ими внесен огромный вклад в практическую оценку стока рек, мало или совершенно не изученных. В дальнейшем их придется корректировать по линии уточнения числовых параметров, а равно и углубления изучения вопроса об асимметрии и эксцессе. В данный момент во всяком случае они представляют наиболее совершенный инструмент в наших руках при крайней нашей бедности гидрологическими материалами. В дальнейшем мы будем следовать методу Фостера и выводам Д. Л. Соколовского, поскольку первым объектом настоящего нашего исследования является периодичность стока рек, а не законы распределения.

Все вышеизложенные взгляды и выводы исходили из предположения о случайной переменной как основе для изучения стока. Пока мы имеем дело с индивидуальными годовыми стоками; это вполне правильно, хотя и ограничивает наше знание о режиме рек, на первый взгляд, довольно убогими пределами. Действительно, логически понятие случайной переменной нельзя назвать богатым: мы про случайную переменную знаем лишь то, что она принимает те или иные значения с некоторой присущей каждому значению определенной вероятностью. Ничего большего в понятии случайной переменной не заключается. Если это столь простое понятие дало весьма плодотворные в практическом отношении результаты, то исключительно потому, что

¹ Д. Л. Соколовский, Применение кривых распределения, 1930 г., стр. 53.

вопросы распределения стока почти не подвергались систематической математической обработке, а в общем виде трактовались больше с качественной стороны или грубо эмпирически применительно к имеющимся фактическим наблюдениям. Поэтому такое простое логически понятие, одновременно и правильно введенное в дело, привело к богатым результатам.

Обратимся теперь к более старым работам, которые трактовали вопросы распределения качественно, но которые доселе далеко еще не потеряли своего значения. Некоторые дальнейшие соображения и материалы почерпнуты у акад. Е. В. Оппокова¹. Еще в 1884 г. русский метеоролог А. И. Воейков высказал утверждение, что реки представляют собою продукт климата страны. Далее, изучая изменения климата, начиная с 1700 г., проф. Э. Брюкнер установил еще в 1890 г., что климат подвержен правильным периодическим колебаниям, причем годы исключительного многоводья и засухи чередуются с периодичностью порядка 30—35 лет. Кроме этой основной периодичности имеется еще периодичность более частая, но величина периода ее не устанавливается столь ясно, как для главного, основного периода. Исследования проф. Рейса над повторяемостью засух и наводнений, начиная с 71 г. нашей эры, приводят к совершенно определенному выводу, что „годы засух и мелководья рек повторяются как бы группами, по два-три года и более подряд, или через один-два года“, что также указывает на своеобразную периодичность в явлениях засух и стока рек.

Акад. Е. В. Оппоков подробнейшим образом, и качественно и количественно, обосновывает явление периодичности стока и проверяет его на стоке Верхнего Днепра. Явления правильной периодичности далеко не редки в природе, например, общеизвестен 11-летний цикл солнечных пятен. Поэтому периодичность колебаний климата представляется вполне естественной и при нашей сумме сведений о климате должна в настоящее время считаться вполне доказанной. То же мы можем сказать и про явление речного стока, который представляет собою продукт климата. Таким образом мы можем принять за несомненное периодичность в стоке рек.

Посмотрим, каким образом периодичность сопоставляется с законом распределения. Непосредственно, формально, периодичность не противоречит тем общим характеристикам распределения, которые нами были приведены выше. Поэтому те выводы, которые делаются из законов распределения постольку, поскольку они касаются отдельных значений случайной переменной, могут считаться с теми оговорками, которые были сделаны выше относительно этих законов, вполне правильными. Все это справедливо, пока мы не расширяем применения законов распределения за указанные пределы, но при всяком таком расширении надо быть осторожным, чтобы чисто формальные свойства

¹ Режим речного стока Верхнего Днепра.

распределения не перенести в такую область исследования, где они уже перестают быть верными для ряда значений стоков.

Это чисто математически формальное соответствие, однако, кроет за собой глубокое принципиальное различие. Дело в том, что понятие случайной переменной, хотя формально и не включает в себе никаких представлений о взаимном чередовании величин переменной и потому формально и не противоречит периодичности, все же по самому названию своему предполагает именно случайное, а не закономерное чередование величин переменной. В большинстве случаев случайные переменные этим свойством и обладают полностью. Поэтому понятие искушение при формальном полном совпадении закона распределения речного стока с привычными законами распределений действительно случайных переменных приписать ряду значений речного стока полные свойства случайного ряда, которыми он не обладает. Между тем, необходимо помнить, что применимость теории законов-распределения случайной переменной к вопросам речного стока зиждется не на том факте, что ряд речного стока действительно представляет ряд случайный, а лишь на том, что формально определение случайной переменной не содержит в себе никаких предположений о чередовании, а потому теория распределений случайной переменной применима и к периодическим рядам, хотя таковые и не случайны по существу; при этом надо только не допускать приписывания неслучайному ряду свойств чисто случайных. Поэтому правильно было бы называть ряд речного стока псевдослучайным, так как полными свойствами случайного ряда он не обладает.

Между тем, в дальнейшем использовании законов распределения и интерполяционных кривых для изучения стока такая ошибка и была сделана: ряду речного стока приписали свойства вполне случайного ряда, каковых он не имеет.

Как мы можем формулировать основное свойство случайного, в полном смысле слова, ряда? Если мы имеем в действительно случайном ряду некоторое значение переменной, то за ним могут наступить с равной вероятностью любой величины значения переменной. Таким образом за маловодным годом с равной вероятностью можно было бы ждать маловодного, среднего или многоводного года. Такое предположение явно противоречит периодичности, а потому для речного стока не приемлемо. В ряду периодическом при полной функциональной периодичности за данным значением переменной следует всегда одно и то же значение переменной, т. е. предыдущее значение вполне определяет последующее значение ряда. Таким свойством ряд речного стока тоже не обладает. Ряд речного стока не имеет характера полной функциональной периодичности: сток предыдущего года не определяет полностью стока последующего года. В таком случае мы должны говорить не о функциональной зависимости между отдельными членами ряда, а о связи между стоком предыдущего и последующего года, понимая "связь" в том смысле, который этому понятию придает теория корреляции.

Если мы сопоставим ряд значений речного стока за каждый год с рядами значений за следующий год, иными словами, если мы сопоставим ряд значений

$X_1, X_2, X_3, X_4, \dots, X_{n-1}, X_n$
за годы 1, 2, 3, 4, ..., $n-1$, n
с рядом значений стока $X_2, X_3, X_4, X_5, \dots, X_n, X_{n+1}$
за годы 2, 3, 4, 5, ..., $n, n+1$,

то между этими рядами должна обнаружиться связь, которая устанавливается по методам теории корреляции.

Предположение, что ряд стоков есть действительно случайный ряд, противоречит наличию такой связи. Подобным же образом могут быть сопоставлены ряды не только соседних лет, но и ряды лет, взятые через один год, т. е. ряд

$X_1, X_2, X_3, \dots, X_{n-1}, X_n$
о рядом $X_3, X_4, X_5, \dots, X_{n+1}, X_{n+2}$
через два года, т. е. ряд $X_1, X_2, X_3, \dots, X_{n-1}, X_n$
с рядом $X_4, X_5, X_6, \dots, X_{n+2}, X_{n+3}$.

Во всех таких сопоставлениях, если мы установим связь между значениями переменных во взятых попарно рядах совершенно независимо от характера обнаруженной связи, мы должны признать, что ряд значений речного стока не есть ряд случайный.

Вопрос о том, есть ли ряд речного стока ряд случайный или ряд псевдослучайный, представляет интерес первейшего значения для решения задачи о нахождении кривой распределения для значения среднего модуля стока для серии из двух, трех и т. д. последующих лет.

Подобно тому как кривую распределения за отдельные годы мы можем получить эмпирически, совершенно так же мы могли бы получить и кривые распределения среднего стока для серий из двух или более лет путем суммирования стоков и деления сумм на число лет в серии. Такую кривую мы назовем эмпирической кривой распределения стока для серии из, скажем, n лет. Для такого эмпирического ряда мы могли бы установить сводные характеристики его распределения и далее получить интерполяционную кривую обеспеченности для него. Но такой путь был бы слишком длинным и не дал возможности получения кривых обеспеченности для серии лет, если бы мы не имели материалов фактических наблюдений для ряда значений стоков за один год.

Выше мы описали тот путь, которым пришли к построению формул и карт параметров, позволяющих построить кривую обеспеченности одногодичных стоков, зная площадь бассейна и его географическое положение.

Если бы нам удалось установить метод перехода от закона распределения стоков за серию в один год к закону распределения стоков за серию в два, три и т. д. лет непосредственно, минуя подсчет сумм стоков для каждой серии, то наше позна-

ние относительно стока рек чрезвычайно бы расширилось. Иными словами, если по сводным характеристикам распределения для стока за одногодичный период мы бы могли получить сводные характеристики стока за серии в два, три и т. д. года, то мы могли бы воспользоваться для определения стока по сериям лет теми же формулами и картами, которые были нами описаны выше. Понятно, что для практических целей это представило бы колоссальные удобства.

Следуя этому ходу идей, были установлены методы перехода от сводных характеристик распределения одногодичных стоков к сводным характеристикам стока за серии в два, три и т. д. лет при условии принятия ряда речного стока за чисто случайный ряд.

Теория математической статистики устанавливает, что при суммировании нескольких рядов рассеяние суммы определяется выражением вида

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + \dots + \sigma_n^2 + 2r_{1/2}\sigma_1\sigma_2 + 2r_{1/3}\sigma_1\sigma_3 + \dots + 2r_{n-1/n}\sigma_{n-1}\sigma_n},$$

где $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_n$ — рассеяния индивидуальных рядов;

$r_{1/2}, r_{1/3}, \dots, r_{n-1/n}$ — коэффициенты корреляции рядов между собой. В это выражение входят коэффициенты корреляции между всеми рядами, попарно взятыми. Количество членов вида

$$2r_{n-1/n}\sigma_{n-1}\sigma_n$$

определяется количеством комбинаций из n элементов по два, т. е. равняется

$$\frac{n(n-1)}{2}.$$

Если принять все величины $r_{1/2} = r_{1/3} = \dots = r_{n-1/n}$ равными нулю, то рассеяние суммы будет равно

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + \dots + \sigma_n^2}.$$

Это-то выражение и было положено в основу формул перехода от сводных характеристик распределения одногодичных стоков к сводным характеристикам распределения стоков за серии лет.

Далее, можно доказать, что рассеяние ряда, полученного путем деления некоторого ряда на постоянную величину, равно рассеянию делимого ряда, деленному на эту постоянную величину, т. е.

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{n},$$

где σ_0 — рассеяние делимого ряда и σ — рассеяние ряда, полученного делением этого ряда на постоянного делителя n . Соединив последнюю формулу с предыдущей, получим значение рассеяния для ряда средних стоков за серию из n лет в виде

$$\sigma_n = \frac{\sigma_1}{\sqrt{n}},$$

где σ_1 — рассеяние ряда годовичных стоков. При выводе этого выражения принято, что рассеяния всех отдельных слагаемых рядов равны между собой, что при достаточной длительности ряда наблюдений стоков оправдывается.

Если учесть возможность неравенства нулю коэффициентов корреляции, то выражение для рассеяния среднего стока за серию из n лет примет вид

$$\sigma_n = \frac{\sigma_1}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + \frac{2}{n} \left[(n-1) r^I + (n-2) r^{II} + \dots + r^{(n-1)} \right]}.$$

Здесь принято, что все коэффициенты корреляции рядов:

ряда $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ с рядом $X_2, X_3, X_4, \dots, X_{n+1}$

ряда $X_2, X_3, X_4, \dots, X_{n+1}$ с рядом $X_3, X_4, X_5, \dots, X_{n+2}$

и т. д. равны между собой.

Принимается также, что все коэффициенты корреляции рядов стоков, взятых через одну, т. е. ряда $X_k, X_{k+1}, \dots, X_{n+k}$ с рядом $X_{k+1}, X_{k+2}, X_{k+3}, \dots, X_{n+k+1}$ равны между собой, независимо от значения k . То же предполагается и про все коэффициенты корреляции рядов стоков, взятых через два, три и т. д. лет.

Как уже сказано выше, при установлении формул перехода предполагалось, что ряд речного стока есть ряд чисто случайный, т. е. что ряды стоков $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ с $X_2, X_3, X_4, \dots, X_{n+1}$, $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ с $X_3, X_4, X_5, \dots, X_{n+2}$ и т. д. не коррелированы между собой, так как они все представляют совершенно случайные ряды.

Ввиду того что средняя арифметическая величина рядов как одногодичных стоков, так и средних по сериям одна и та же, коэффициент вариации ряда средних стоков за серию из n лет получится равным

$$C_{v_n} = \frac{C_{v_1}}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + \frac{2}{n} \left[(n-1)^2 r^I + (n-2)^2 r^{II} + \dots + r^{n-1} \right]},$$

или, предполагая все $r^I, r^{II}, \dots, r^{n-1}$ равными нулю,

$$C_{v_n} = \frac{C_{v_1}}{\sqrt{n}}.$$

Далее, коэффициент асимметрии всех рядов принимался для каждого ряда равным удвоенному коэффициенту вариации.

На основании математической статистики может быть доказано, что в действительности изменение коэффициента асимметрии при переходе от ряда распределения одногодичных стоков к ряду стоков за серию из n лет иное, а именно

$$C_{s_n} = \frac{C_{s_1} n + \left\{ r^I (n-1) + r^{II} (n-2) + \dots + r^{n-1} \right\} +}{n^{3/2} \left(\sqrt{1 + \frac{2}{n} \left[(n-1) r^I + (n-2) r^{II} + \dots + \right.} \right.} \\ \left. \left. + \frac{\left\{ (n-2) r^I r^{II} + (n-3) r^{III} (r^I + r^{II}) \dots + r^{n-1} \right\}}{n} \right) \right)^{3/2}},$$

где C_{s_n} — коэффициент асимметрии за серию в n лет;

C_{s_1} — коэффициент асимметрии ряда стоков одногодичных; $r^I, r^{II}, r^{III}, \dots, r^{n-1}$ суть, как и выше, коэффициенты корреляции между отдельными рядами стоков, взятых через один, два и т. д. лет.

Если все коэффициенты корреляции равны нулю, как это должно быть в ряде чисто случайном, то для коэффициента асимметрии получится выражение

$$C_{s_n} = \frac{C_{s_1}}{\sqrt{n}} = 2 \frac{C_{v_1}}{\sqrt{n}} = 2 C_{v_n}.$$

Приведенное выше выражение для изменения коэффициента асимметрии, учитывающее влияние коррелированности рядов, основано на предположении линейной регрессии между рядами. Это, вообще говоря, может и не иметь места, но для суждения об этом у нас совершенно нехватает длительности наблюдений. Поэтому нельзя сказать, чтобы результаты, полученные на его основе, заслуживали очень большого внимания, тем более что, как и в случае одногодичных стоков, этот вопрос упирается в неясность величины эксцесса и вместе с тем не может быть правильно решен без уяснения вопроса об этом последнем.

Для решения о том, какое же выражение для коэффициента вариации принять, т. е. учитывать ли коррелированность рядов, очевидно, надо выяснить вопрос о величине коэффициентов корреляции. Автором был проделан подсчет величин этих коэффициентов, причем для всех приведенных ниже рек были подсчитаны коэффициенты корреляции рядов стоков лет соседних, взятых через один и два года. Дальнейшие коэффициенты не подсчитывались, ибо для их подсчета нехватило времени.

Автор собрал все сколько-нибудь длительные наблюдения, которые он мог получить, причем кроме рек СССР им были обработаны и некоторые американские реки.

В табл. 44 оведены результаты подсчетов с приведением средних квадратических ошибок коэффициентов:

ТАБЛИЦА 44

Река	r^I	Δr^I ±	r^{II}	Δr^{II} ±	r^{III}	Δr^{III} ±	Число лет на- блюдений
1. Волхов	+0,25	0,14	-0,14	0,15	-0,01	0,16	44
2. Свирь	+0,48	0,11	-0,04	0,16	-0,07	0,16	41
3. Чусовая	+0,11	0,15	+0,10	0,15	+0,20	0,15	46
4. Волга — г. Ярославль	+0,13	0,17	-0,15	0,17	-0,03	0,17	36
5. Днепр — г. Киев	+0,35	0,16	+0,33	0,16	-0,12	0,18	32
6. Днепр — сел. Лоцманская Ка- менка	+0,14	0,14	-0,02	0,15	-0,21	0,15	46
7. Северный Донец	-0,02	0,17	+0,24	0,16	+0,07	0,17	36
8. Ока — г. Калуга	+0,28	0,17	+0,07	0,19	-0,13	0,19	29
9. Москва-река	+0,35	0,15	-0,12	0,17	+0,01	0,18	35
10. Дон — г. Калач	+0,00	0,14	+0,15	0,15	0,00	0,15	49
11. Мерримак	+0,33	0,15	+0,23	0,17	0,00	0,18	33
12. Кротон	+0,40	0,15	-0,03	0,18	-0,09	0,19	32
13. Садберри	+0,26	0,17	+0,18	0,18	+0,11	0,19	31
14. Ока — Орел	+0,46	0,23	+0,26	0,23	-0,50	0,24	13
15. Мста — Уверье	+0,26	0,24	-0,11	0,26	-0,51	0,18	16
16. Мста — Веребье	+0,56	0,16	-0,39	0,23	-0,76	0,12	16
17. Саалалка	+0,58	0,19	+0,36	0,28	-0,09	0,33	12
18. Салгир	+0,74	0,15	+0,20	0,34	-0,03	0,38	10
19. Южный Буг	+0,16	0,32	-0,07	0,35	+0,21	0,36	10
20. Клязьма	-0,11	0,33	+0,30	0,32	-0,40	0,32	10
21. Выг	+0,58	0,22	+0,11	0,35	-0,70	0,19	10
22. Сож	+0,26	0,26	+0,21	0,28	-0,22	0,29	14
23. Эльба	-0,04	0,22	+0,09	0,22	-0,40	0,19	22
24. Огайо	+0,49	0,17	-0,32	0,21	-0,19	0,23	21
25. Перкиомен	+0,27	0,28	+0,22	0,29	-0,20	0,30	13
26. Свирь	+0,48	0,26	-0,11	0,35	-0,33	0,12	10
27. Северный Донец	+0,50	0,17	+0,31	0,21	+0,01	0,24	21
28. Садберри	+0,54	0,15	+0,37	0,20	+0,13	0,23	21
29. Сож	-	-	-	-	+0,10	0,37	11
30. Мста — Потери	+0,43	0,26	-0,02	0,15	-0,52	0,25	10

Если мы будем рассматривать отдельные значения коэффициентов, то мы заметим, что средние квадратичные их ошибки очень велики; это объясняется тем, что средняя квадратичная ошибка коэффициента корреляции определяется выражением

$$E_r = \pm \frac{1-r^2}{\sqrt{n}}$$

Ясно, что при небольшом значении коэффициента корреляции эта ошибка получается очень большой, особенно при небольшом числе наблюдений n . Спрашивается, что же мы можем вывести из столь неточных величин? Во-первых, мы видим, что значение коэффициента r^I всегда (за исключением трех случаев: 7; 20 и 23) больше нуля. Таким образом можно как будто установить, что этот коэффициент не равен нулю. Попытки установить какую-либо связь этого коэффициента с площадью бассейна или географическим положением пока не увенчались успехом, поэтому за отсутствием чего-либо лучшего приходится подходить к ряду значений коэффициента как к случайной перемен-

ной. Установим среднее значение этого коэффициента. Ввиду того что различные числа этого ряда имеют различную среднюю ошибку, при выводе среднего придется учесть различный вес различных элементов ряда. Средневзвешенное значение коэффициента корреляции r' получилось равным $0,33$ со средней квадратичной ошибкой этого среднего $\pm 0,04$. Отсюда мы видим, что среднее этого ряда устанавливается вполне точно. В этом нет ничего удивительного; при достаточно большом числе наблюдений можно даже при неточных наблюдениях получить довольно точный результат, как то известно из теории ошибок. Приведенное среднее выведено по данным 25 рек предыдущей таблицы без учета дополнительных данных (от 26 до 30). Таким образом связь, о которой речь была у нас выше, является вполне установленной; правда, эта связь отнюдь не может считаться тесной, в чем нет в сущности ничего удивительного, ибо сток данного года определяется, главным образом, осадками того же года, хотя он, несомненно, связан и со стоком предыдущего года. Ясно, что вторая связь не может быть слишком тесной. На сток влияет целый ряд причин, а в таких случаях, как известно из теории корреляции, множественность причин вызывает при изучении связи явления лишь с одной причиной сравнительно малотесные связи, что как раз имеет место в данном случае.

Для изучения величин дальнейших коэффициентов корреляции мы разобьем ряд на две части, именно от № 1 до 13 и от № 14 до 25 включительно. Такая разбивка на первый взгляд может показаться произвольной. Основным признаком разбивки является число лет ряда стоков: первая часть содержит ряды с числом лет от 49 до 29, второй ряд от 22 до 10. Более короткие ряды нами не рассматривались, так как они не могут дать сколько-нибудь точного значения коэффициента корреляции. В дальнейшем мы увидим причины такой разбивки. Для значения коэффициента корреляции стоков через один год нами получены значения для первой части $r'' = +0,07 \pm 0,05$, а для второй части (от № 14 до 25) $r'' = +0,02 \pm 0,07$, т.е. оба коэффициента получились опять положительными, хотя и очень малыми, почти равными нулю. Таким образом и здесь можно усматривать некоторую связь, хотя и ничтожно малую. Надо сказать, что в случае если значение величины менее чем в три раза превышает ее среднюю квадратичную ошибку, то нельзя утверждать, что она не равна нулю; таким образом в случае коэффициента r'' мы не можем с полной уверенностью говорить, что он не равен нулю, но во всяком случае можно полагать с значительной степенью вероятности, что он все же скорее положителен.

Наконец, коэффициент корреляции стоков через два года для рек от № 1 до 13 равен $r''' = 0,00 \pm 0,05$, а для рек от № 14 до 25 равен $r''' = -0,48 \pm 0,07$. Мы видим значительную разницу между коэффициентами той или другой группы; как мы дальше увидим, эта разница имеет свое полное объяснение и далеко не случайна.

Суммируя результаты этих подсчетов, можно сказать, что эмпирически совершенно несомненно устанавливается связь между соседними годами и притом в виде прямой регрессии, что между стоками через один год связь почти отсутствует, но при всей ее малости вероятнее, что, как и в предыдущем случае, она также прямая. Совершенно особняком стоит в этом отношении коэффициент корреляции через два года, который для первой группы с длительным сроком наблюдения равен нулю, а при коротком сравнительно сроке наблюдений получает отрицательную величину, что указывает на обратную регрессию в этом случае; как дальше будет показано, это является результатом именно малого количества лет наблюдений.

Установивши таким образом наличие связи, хотя и не очень тесной, перейдем опять к вопросу о периодичности. Как было указано выше, при наличии периодичности должна иметь место и связь между предыдущим годом и последующими. Но спросим себя, является ли справедливым противоположное утверждение, а именно, что наличие связи доказывает периодичность. Как мы видели выше, эта связь для соседних лет прямая, но довольно слабая. Допуская линейность регрессии между стоком предыдущего года и последующего, мы на основании теории корреляции приходим к следующему выражению для углового коэффициента в уравнении регрессии:

$$R_{n,n+1} = \frac{\sum \Delta X_n \Delta X_{n+1}}{\sum \Delta^2 X_{n+1}}$$

Сравнивая это выражение с выражением для коэффициента корреляции, которое имеет вид

$$r = \frac{\sum \Delta X_n \Delta X_{n+1}}{\sqrt{\sum (\Delta X_n)^2 \cdot \sum (\Delta X_{n+1})^2}}$$

и учитывая, что при достаточном числе членов ряда стоков значения $\sum \Delta X_n^2$ и $\sum \Delta X_{n+1}^2 + 1$ равны между собой, мы видим, что угловой коэффициент прямой регрессии численно равен в нашем случае коэффициенту корреляции. Таким образом мы узнаем, что после года со стоком выше среднего наиболее вероятно наступление года со стоком также выше среднего, но с несколько меньшим значением этого стока в среднем.

Последнее положение надо понимать в том смысле, что если за данной величиной годичного стока могут наступить, скажем в примере, две различных величины годичного стока и одна из них будет больше, а другая меньше данной, то разница между данной величиной и большей будет по абсолютному значению меньше, чем разница между данной величиной и меньшей из этих двух величин. Понятно, что в этом случае мы получим, что за данной величиной наступит в среднем величина, меньшая, чем она сама. Аналитически это можно выразить так: если

$$X_n = X_m$$

$$X_{n+1} > X_n,$$

$$X_{m+1} < X_m.$$

то

$$\Delta X_n = X_{n+1} - X_n < \Delta X_m = X_m - X_{m+1}.$$

Для кривой, изображающей хронологический ряд стоков, это обозначает, что $\frac{d^2 X}{dt^2} < 0$, если X больше среднего значения стоков. А значит, что между X_n и X_m имеет место относительный (аналитический) максимум, т. е. сначала значения стоков растут, потом уменьшаются; все эти рассуждения относятся к процессу изменения величины в общем и целом; могут быть отдельные участки, на которых эти соотношения и не будут иметь место.

Аналогичный процесс имеет место и для значений стоков, меньших среднего, там тоже будет иметься налицо аналитический минимум и также кривая стоков сначала падает, потом растет.

Простейшая кривая периодического типа, синусоида, как раз обладает всеми описанными выше свойствами.

Таким образом мы видим, что наличие коэффициента корреляции, меньшего единицы, предопределяет в данном случае наличие периодичности.

Периодичность в стоке рек, как мы указывали выше, была в общем и целом установлена еще давно, и много материала по этому вопросу можно найти в работах Е. В. Ополокова. Э. Брюкнер даже установил величину этого периода примерно в 35 лет, причем он указал, что два последних периода (до 1890 г.) были короче — именно они равнялись примерно 30 годам. Наблюдавшийся после того период, который можно указать как срок от голода в Поволжье в 1891 г. до голода 1921 г., также 30-летний. Отсюда можно склониться к мнению, что более вероятным является срок меньший, именно около 33 лет (в среднем), что, как известно, совпадает с тройным периодом солнечных пятен. Таким образом периодичность изменений климата, а с ним и стока рек, может рассматриваться, как стоящая в прямой связи с периодом развития солнечных пятен.

После этого общего обоснования явления периодичности перейдем к математическому анализу периодичности. Можем ли мы рассматривать ряд стоков как вполне периодичный? Как выше было сказано, полной функциональной периодичности не наблюдается. В ряде стоков имеются несомненные и резкие отклонения от чистой периодичности. Объяснить их можно лишь тем, что кроме причин, вызывающих чистую периодичность, есть еще такие, которые либо эту периодичность нарушают, либо создают иную периодичность, которую мы еще не знаем. Влияние последних факторов мы можем учесть тем, что допустим наряду с периодическими явлениями в рядах стоков, и случай-

ный элемент. В этом смысле допущениям случайного соответствует постановка вопроса о случайном, как она была дана А. Пуанкаре: при изучении природы понятие о случае появляется сразу там, где действующие причины нам неизвестны или не улавливаются.

Чисто математически случайную компоненту можно ввести в выводы двояко: или мы можем принять, что периоды и амплитуды колебаний сами по себе суть некоторые случайные переменные, которые изменяются в некоторых пока неизвестных, но подлежащих изучению и установлению пределах; или мы можем допустить, что отклонения от среднего значения складываются из двух существенно различных типов отклонений, а именно одни отклонения строго функционально периодичны, а другие чисто случайные и подчиняются лишь общим законам случайных в строгом смысле переменных. Второй путь исследования нам представляется проще.

Как известно, периодическую функцию можно представить в виде ряда Фурье, что даст приближенное выражение вида

$$X = a_0 + a_1 \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_1 \right) + \\ + a_2 \sin \left(\frac{2\pi}{T} 2 \cdot t + \varphi_2 \right) + \dots + a_n \sin \left(\frac{2\pi}{T} nt + \varphi_n \right),$$

где X — значение функции, а t — значения независимого переменного. В нашем случае независимым переменным является время, а сток будет функцией t . Величины $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ суть постоянные, именуемые амплитудами и выражаемые в тех же основных единицах, что и сама переменная; величины $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ суть так называемые сдвиги фаз, показывающие, насколько начала синусов (точки, где значение синуса равно нулю) высших периодов сдвинуты относительно начала основной синусоиды. Величина T есть длительность основного периода, самого длинного.

Придавая величине t ряд значений $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$, мы получим для величины функции X также ряд значений

$$X_1, X_2, X_3, \dots, X_n.$$

Этот последний ряд и представляется, если отвлечься временно от случайной компоненты стока, аналогом ряда стоков.

Образует наподобие изученных выше для эмпирического ряда коэффициентов корреляции коэффициенты корреляции для соседних значений этого ряда, для значений через одно и т. д.

Прежде всего найдем среднее значение функции X , для чего возьмем интеграл этой функции в пределах от 0 до T , причем так как все интегралы типа

$$\int_0^T a_n \sin \left(\frac{2\pi}{T} nt + \varphi_n \right)$$

тождественно равны нулю, то мы получаем, что

$$\int_0^T X dt = T a_0,$$

откуда среднее значение функции X получается равным

$$\frac{\int_0^T X dt}{T} = a_0.$$

Отсюда отклонения от среднего функции X получаются равными

$$X - a_0 = a_1 \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_1 \right) + \\ + a_2 \sin \left(\frac{2\pi}{T} 2t + \varphi_2 \right) + \dots + a_n \sin \left(\frac{2\pi}{T} nt + \varphi_n \right).$$

Теперь образуем коэффициент корреляции между рядом значений функции:

$$X = a_0 + a_1 \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_1 \right) + \\ + a_2 \sin \left(\frac{2\pi}{T} 2t + \varphi_2 \right) + \dots + a_n \sin \left(\frac{2\pi}{T} nt + \varphi_n \right)$$

и функции

$$X = a_0 + a_1 \sin \left[\frac{2\pi}{T} (t+1) + \varphi_1 \right] + \\ + a_2 \sin \left[\frac{2\pi}{T} 2(t+1) + \varphi_2 \right] + \dots + a_n \sin \left[\frac{2\pi}{T} n(t+1) + \varphi_n \right].$$

В общем виде коэффициент корреляции двух случайных переменных X и Y имеет вид

$$r = \frac{\Sigma \Delta X \Delta Y}{[\Sigma (\Delta X)^2 \Sigma (\Delta Y)^2]^{1/2}},$$

где ΔX — отклонение функции X от ее среднего, ΔY — отклонения функции Y от ее среднего, причем суммирование распространяется на все пары значений обеих функций и на все значения каждой из них.

Исследуем сначала величину числителя этого выражения. Примем во внимание, что значения t все целые и что $t < T$ уже определит все возможные значения функции X при целом t ; таким образом суммирование вида $\Sigma \Delta X \Delta Y$ надо распространить на один лишь период, именно от $t=0$ до $t=T-1$. При суммировании произведем умножение, мы получим два вида членов. Часть членов имеет вид

$$\sum_0^{T-1} a_n^2 \sin \left(\frac{2\pi}{T} nt + \varphi_n \right) \sin \left(\frac{2\pi}{T} nt + \varphi_n + \frac{2\pi}{T} n \right).$$

другая часть имеет вид

$$\sum_0^{T-1} a_n a_m \sin \left(\frac{2\pi}{T} nt + \varphi_n \right) \sin \left(\frac{2\pi}{T} mt + \varphi_m + \frac{2\pi}{T} m \right).$$

Рассмотрим суммирование первого вида; напомним

$$\begin{aligned} & \sum_0^{T-1} a_n^2 \sin \left(\frac{2\pi}{T} nt + \varphi_n \right) \sin \left(\frac{2\pi}{T} nt + \varphi_n + \frac{2\pi}{T} n \right) = \\ & = a_n^2 \sum_0^{T-1} \frac{1}{2} \left[\cos \frac{2\pi}{T} n - \cos \left(2 \frac{2\pi}{T} nt + 2\varphi_n + \frac{2\pi}{T} n \right) \right] = \\ & = T \frac{a_n^2}{2} \cos \frac{2\pi}{T} n - \frac{a_n^2}{2} \sum_0^{T-1} \cos \left(\frac{4\pi}{T} nt + 2\varphi_n + \frac{2\pi}{T} n \right); \end{aligned}$$

второй член этой суммы тождественно равен нулю при всяком целом n . Таким образом члены такового вида при суммировании дают величины вида

$$\frac{a_n^2}{2} T \cos \frac{2\pi}{T} n.$$

Перейдем теперь к членам второго вида; напомним

$$\begin{aligned} & \sum_0^{T-1} a_n a_m \sin \left(\frac{2\pi}{T} nt + \varphi_n \right) \sin \left(\frac{2\pi}{T} mt + \varphi_m + \frac{2\pi}{T} m \right) = \\ & = \frac{a_n a_m}{2} \sum_0^{T-1} \left[\cos \left\{ \frac{2\pi}{T} (n-m)t + (\varphi_n - \varphi_m) - \frac{2\pi}{T} m \right\} - \right. \\ & \quad \left. - \cos \left\{ \frac{2\pi}{T} (n+m)t + \varphi_n + \varphi_m + \frac{2\pi}{T} m \right\} \right] = \\ & = \frac{a_n a_m}{2} \left\{ \sum_0^{T-1} \cos \left[\frac{2\pi}{T} (n-m)t + (\varphi_n - \varphi_m) - \frac{2\pi}{T} m \right] - \right. \\ & \quad \left. - \sum_0^{T-1} \cos \left[\frac{2\pi}{T} (n+m)t + \varphi_n + \varphi_m + \frac{2\pi}{T} m \right] \right\}; \end{aligned}$$

оба члена в скобках тождественно равны нулю при целых и не равных между собою n и m .

Таким образом сумма, стоящая в числителе, принимает вид

$$T \sum \frac{a_n^2}{2} \cos \frac{2\pi}{T} n,$$

распространенный на все значения n .

Перейдем теперь к знаменателю. Во-первых, обе величины типа $\Sigma(\Delta X)^2$ и $\Sigma(\Delta X'')^2$ для данного случая равны, очевидно, между собою, почему знаменатель может быть написан в виде $\sqrt{\Sigma(\Delta X)^2 \Sigma(\Delta X'')^2} = \Sigma(\Delta X)^2$ с распространением суммирования на

все члены от $t=0$ до $t=T-1$. Таким образом нам надо возвести в квадрат функцию X , а потом произвести нужное суммирование. Опять мы встретимся с членами вида

$$\sum_0^{T-1} a_n^2 \sin^2 \left(\frac{2\pi}{T} nt + \varphi_n \right)$$

и членами вида

$$\sum_0^{T-1} a_n a_m \sin \left(\frac{2\pi}{T} nt + \varphi_n \right) \sin \left(\frac{2\pi}{T} mt + \varphi_m \right).$$

Сделаем преобразование, подобное предыдущему; напишем

$$\begin{aligned} \sum_0^{T-1} a_n^2 \sin^2 \left(\frac{2\pi}{T} nt + \varphi_n \right) &= \frac{a_n^2}{2} \left\{ \sum_0^{T-1} \cos 0 - \sum_0^{T-1} \cos \left(\frac{4\pi}{T} nt + 2\varphi_n \right) \right\} = \\ &= \frac{a_n^2}{2} T - \frac{a_n^2}{2} \sum_0^{T-1} \cos \left(\frac{4\pi}{T} nt + 2\varphi_n \right); \end{aligned}$$

второй член этой суммы тождественно равен нулю при всяком целом n . Таким образом члены этого вида при суммировании дадут величины вида $\frac{a_n^2}{2} T$.

Члены второго вида преобразуем таким же путем; напишем

$$\begin{aligned} \sum a_n a_m \sin \left(\frac{2\pi}{T} nt + \varphi_n \right) \sin \left(\frac{2\pi}{T} mt + \varphi_m \right) &= \\ = \frac{a_n a_m}{2} \left\{ \sum_0^{T-1} \cos \left[\frac{2\pi}{T} (n-m)t + (\varphi_n - \varphi_m) \right] + \right. \\ \left. + \sum_0^{T-1} \cos \left[\frac{2\pi}{T} (n+m)t + \varphi_n + \varphi_m \right] \right\}; \end{aligned}$$

оба члена в скобках тождественно равны нулю при целых и неравных n и m . Таким образом сумма, стоящая в знаменателе, принимает вид $T \sum \frac{a_n^2}{2}$, а коэффициент корреляций рядов X и X принимает вид

$$r^I = \frac{T \sum \frac{a_n^2}{2} \cos \frac{2\pi}{T} n}{T \sum \frac{a_n^2}{2}} = \frac{\sum \frac{a_n^2}{2} \cos \frac{2\pi}{T} n}{\sum \frac{a_n^2}{2}}.$$

* Совершенно аналогично может быть доказано, что коэффициент корреляции для рядов значений функции X , взятых через один член ряда, равен

$$r^{II} = \frac{\sum \frac{a_n^2}{2} \cos 2 \frac{2\pi}{T} n}{\sum \frac{a_n^2}{2}},$$

а взятых через $k-1$ членов ряда равен

$$r^k = \frac{\sum \frac{a_n^2}{2} \cos k \frac{2\pi}{T} n}{\sum \frac{a_n^2}{2}}.$$

Одновременно укажем, что в сущности величина $\sum \frac{a_n^2}{2}$ дает значение квадрата рассеяния ряда значений функции X . Если бы функция, изучаемая нами, состояла из одной синусоиды порядка n , то рассеяние значений этой функции имело бы значение $\sigma = \frac{a_n}{\sqrt{2}}$, т. е. рассеяние периодического ряда, образованного одной синусоидой, равно амплитуде этой синусоиды, деленной на корень квадратный из двух. Отсюда мы видим, что рассеяние изучаемого нами сложного ряда функций X равно корню квадратному из суммы квадратов рассеяний отдельных синусоидальных рядов его составляющих; таким образом мы видим, что при сложении синусоид действует то же правило сложения рассеяний, что и в случайных рядах.

Возвратимся к ряду стоков. Мы допустили, что он складывается из периодического ряда, на который налагается случайный ряд отклонений, т. е. мы пишем, что значение стока X равно

$$X = a_0 + \sum a_n \sin \left(\frac{2\pi}{T} nt + \varphi_n \right) + \Delta_{cl}.$$

Рассеяние ряда значений X , полученного при подстановке в это выражение значений t от $t=0$ до $t=T-1$, где T есть значение основного периода, может быть написано в виде

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{пер}^2 + \sigma_{cl}^2},$$

где $\sigma_{пер}$ — есть рассеяние периодического ряда, а σ_{cl} есть рассеяние случайного ряда отклонений Δ_{cl} . Вместо $\sigma_{пер}$ можно подставить полученное выше значение для рассеяния периодической функции, тогда выражение для рассеяния ряда стоков примет вид

$$\sigma = \sqrt{\sum \frac{a_n^2}{2} + \sigma_{cl}^2}.$$

Найдем теперь значение коэффициента корреляции для соседних стоков. На основе общего выражения для коэффициента корреляции мы можем написать

$$r^1 = \frac{\sum (\Delta_{пер} + \Delta_{cl}) (\Delta_{пер}'' + \Delta_{cl}'')}{[\sum (\Delta_{пер} + \Delta_{cl})^2 \sum (\Delta_{пер}'' + \Delta_{cl}'')^2]^{1/2}},$$

где $\Delta_{пер}$ — периодическая составляющая отклонения от среднего, а Δ_{cl} — случайная составляющая этого отклонения. Произведем

указанные в числителе перемножения и мы получим выражение вида

$$\Sigma (\Delta_{пер} \Delta_{пер}'' + \Delta_{с.а} \Delta_{пер}'' + \Delta_{с.а}'' \Delta_{пер} + \Delta_{с.а} \Delta_{с.а}'')$$

На основании общих принципов теории корреляции при достаточном числе членов последующего ряда суммы вида

$$\Sigma \Delta_{с.а} \Delta_{с.а}'', \Sigma \Delta_{пер} \Delta_{с.а}'' \text{ и } \Sigma \Delta_{пер}'' \Delta_{с.а}$$

равны нулю, и в числителе поэтому остается одна сумма вида

$$\sum_0^N \Delta_{пер} \Delta_{пер}'',$$

где N — число членов в изучаемом ряду, которое должно, очевидно, быть равно T , где T есть длина основного периода.

В знаменателе мы получаем, очевидно, значение квадрата рассеяния данного ряда, умноженное на N . Деля и числитель и знаменатель на N , получим

$$r^I = \frac{\Sigma \frac{\Delta_{пер} \Delta_{пер}''}{N}}{\sigma_{с.а}^2 + \frac{T}{N} \Sigma \frac{a_n^2}{2}},$$

или, замечая, что N равняется T , получим выражение коэффициента корреляции в виде

$$r^I = \frac{\Sigma \frac{a_n}{2} \cos \frac{2\pi}{T} n}{\sigma_{с.а}^2 + \Sigma \frac{a_n^2}{2}} = \frac{\frac{\Sigma \frac{a_n}{2} \cos \frac{2\pi}{T} n}{\Sigma \frac{a_n^2}{2}}}{1 + \frac{\sigma_{с.а}^2}{\Sigma \frac{a_n^2}{2}}} = \frac{r_{пер}^I}{1 + \frac{\sigma_{с.а}^2}{\sigma_{пер}^2}}.$$

Подобно этому получим выражения для коэффициента корреляции стоков, взятых через год,

$$r^{II} = \frac{r_{пер}^{II}}{1 + \frac{\sigma_{с.а}^2}{\sigma_{пер}^2}}$$

и через $n-1$ лет в виде

$$r^n = \frac{r_{пер}^n}{1 + \frac{\sigma_{с.а}^2}{\sigma_{пер}^2}}.$$

По смыслу вывода надо суммирование в каждом случае распространять на число членов, равное T или KT , где K — целое число.

Таким образом мы видим, что коэффициенты корреляции при действительных значениях стоков получаются всегда меньше, чем для функциональной периодической величины. Надо, впрочем, отметить, что и для функционального периодического ряда величины коэффициентов корреляции меньше единицы; одновременно подчеркнем, что для периодического ряда (функционального) правильнее было бы называть выражение вида $\frac{\sum \Delta X \Delta X''}{\sum (\Delta X)^2}$

как-либо иначе, а не коэффициентом корреляции, ибо периодическая величина не может считаться ни в коем случае "случайной" в смысле теории корреляции; мы сохраняем это название по аналогии, не желая вводить новых терминов.

Обратимся теперь к приложению выведенных нами зависимостей. Нами подробно изучены две реки в свете приведенных выше выводов: именно Свирь (№ 2) и Садберри (№ 28); вторая взята ввиду значительных эмпирических коэффициентов корреляции, так как при этом все зависимости видны более выпукло.

Для обеих рек нами образованы средние стоки за серии в 1; 2; 3; 4; 5; 6 лет. Для полученных рядов выведена основная сводная характеристика распределения — коэффициент вариации; среднее значение рядов всюду получилось практически равным одной и той же величине, как и надо было ожидать. Полученный эмпирический коэффициент вариации для серийного стока сравним с теоретически полученным по формуле автора и по простейшей формуле.

Коэффициенты вариации Река Свирь (41 год)

Эмпирический	0,189	0,164	0,141	0,122	0,113	0,101
По элементарной формуле	0,189	0,194	0,109	0,094	0,084	0,077
По новой формуле	0,189	0,163	0,139	0,121	0,110	0,102

Река Садберри (21 год)

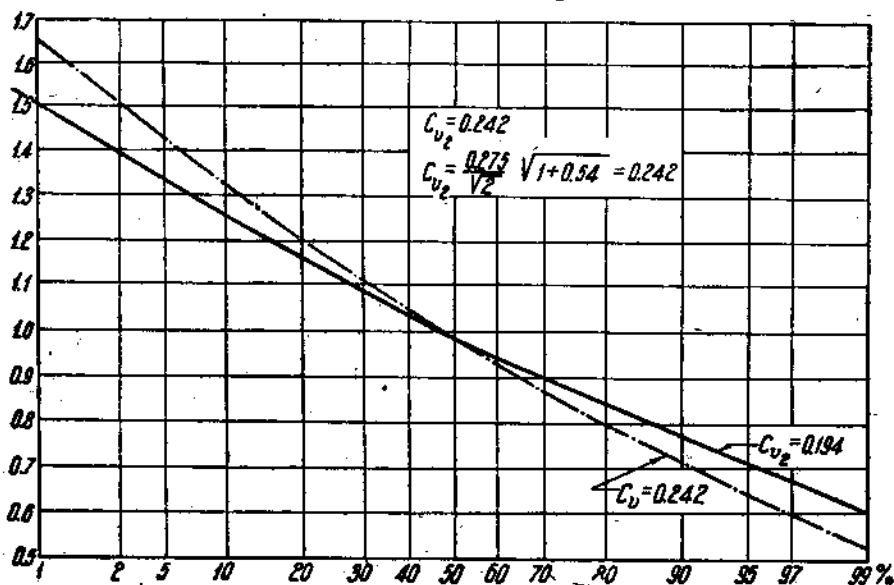
Эмпирический	0,275	0,243	0,214	0,201	0,172	—
По элементарной формуле	0,275	0,194	0,154	0,137	0,123	—
По новой формуле	0,275	0,242	0,222	0,206	0,187	—

Для определения величин коэффициентов по формуле, предлагаемой автором, т. е. по формуле

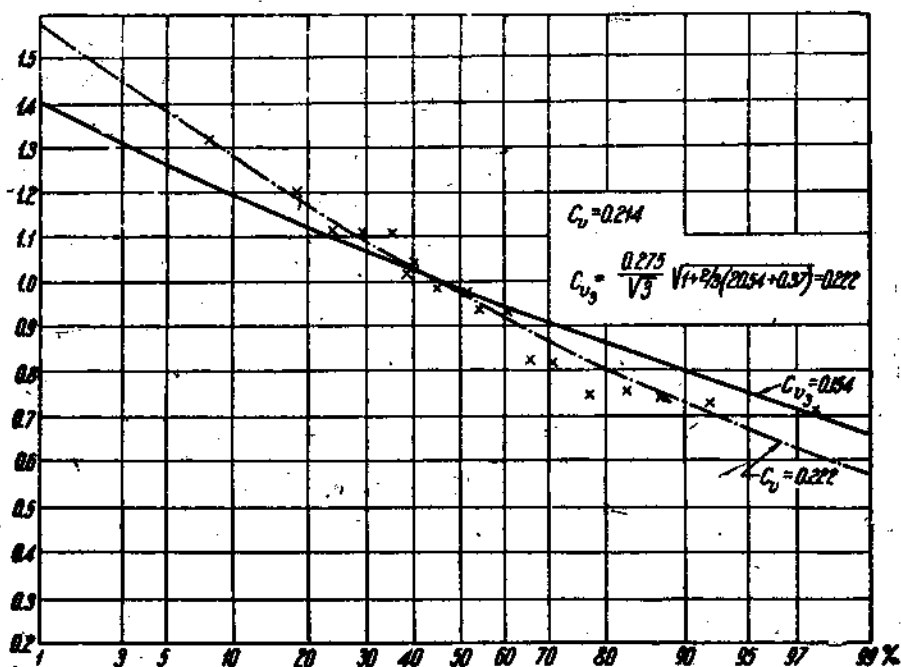
$$\sigma_s = \frac{\sigma_1}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + \frac{2}{n} \left[(n-1)r^1 + (n-2)r^2 + \dots + r^{n-1} \right]}$$

кроме приведенных выше в таблице коэффициентов корреляции пришлось вычислить для р. Свири еще коэффициенты корреляции $r^{IV} = +0,06 \pm 0,16$ и $r^V = +0,04 \pm 0,17$, а для Садберри $r^{IV} = -0,25 \pm 0,23$.

Отличное совпадение значений коэффициентов вариации, полученных по новой формуле, очевидно; формула, не учитывающая



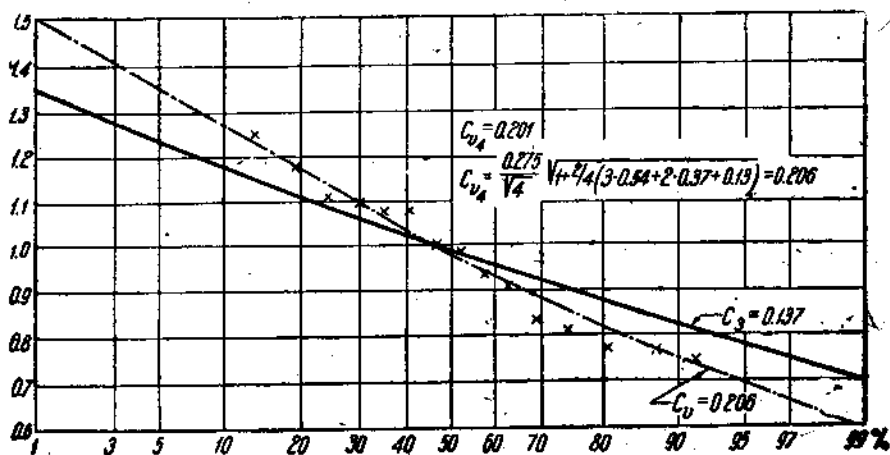
Фиг. 21. Кривая обеспеченности, Сэдберри (двухлетний цикл).



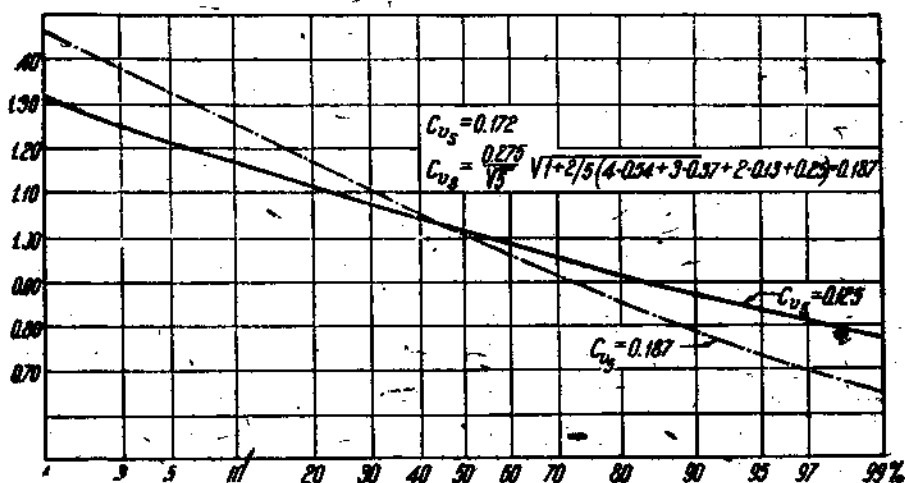
Фиг. 22. Кривая обеспеченности, Сэдберри (трехлетний цикл).

коррелированности стоков, дает, несомненно, преуменьшение коэффициентов вариации. Несколько худшее совпадение значе-

ний эмпирических с полученными по формуле автора в случае р. Сэдберри объясняется лишь тем, что срок наблюдений для этой реки несколько короток, поэтому значение коэффициентов вариации и корреляции получается недостаточно точным. На фиг. 21, 22, 23, 24 приведены кривые обеспеченности для сред-



Фиг. 23. Кривая обеспеченности, Сэдберри (четырёхлетний цикл).



Фиг. 24. Кривая обеспеченности, Сэдберри (пятилетний цикл).

них стоков по сериям для р. Сэдберри, построенных по коэффициентам вариации по той и другой формуле. Ясно видно лучшее совпадение при принятии уточненной формулы.

Большого количества примеров автор не имел возможности проделать, но он совершенно уверен в том, что их результат будет такой же. Меньшие разницы между коэффициентами ва-

риации, подсчитанными по той и другой формуле, будут иметь место лишь постольку, поскольку меньше будут соответственные коэффициенты корреляции.

Установив таким образом, что пренебрежение коррелированностью оттоков недопустимо вообще, перейдем опять к оценке эмпирически полученных нами значений этих коэффициентов. Если обратиться к выводу того, что мы назвали коэффициентами корреляции для периодического ряда, мы заметим, что определение их величины основывалось всегда на суммировании, распространяемом на целый период (основной). Как мы выше показали, на основании совокупности наших знаний об изменчивости климата можно принять, что основная периодичность равна примерно 35—30 годам, а в среднем 33 годам. Таким образом при определении путем подсчета коэффициентов корреляции мы не должны бы были пользоваться периодами наблюдений, меньшими 30—35 лет. Не вникая в доказательство этого положения, можно принять на основании чисто качественных априорных соображений, что на величину коэффициента корреляции соседних лет длина периода наблюдений влияет не слишком сильно.

Действительно, предположим, что период наблюдений настолько короток, что на его протяжении помещается лишь один период огибающей (гармоники) порядка n . Тогда коэффициент корреляции получился бы для чисто периодической функции равным

$$r^I = \frac{\sum \frac{a_m^2}{2} \cos \left(\frac{2\pi}{T} m \right)}{\sum \frac{a_m^2}{2}}$$

при $m > n$, а если допустить, что за их малостью можно положить все амплитуды порядка высшего, чем n , равными нулю, то коэффициент корреляции получился бы равным

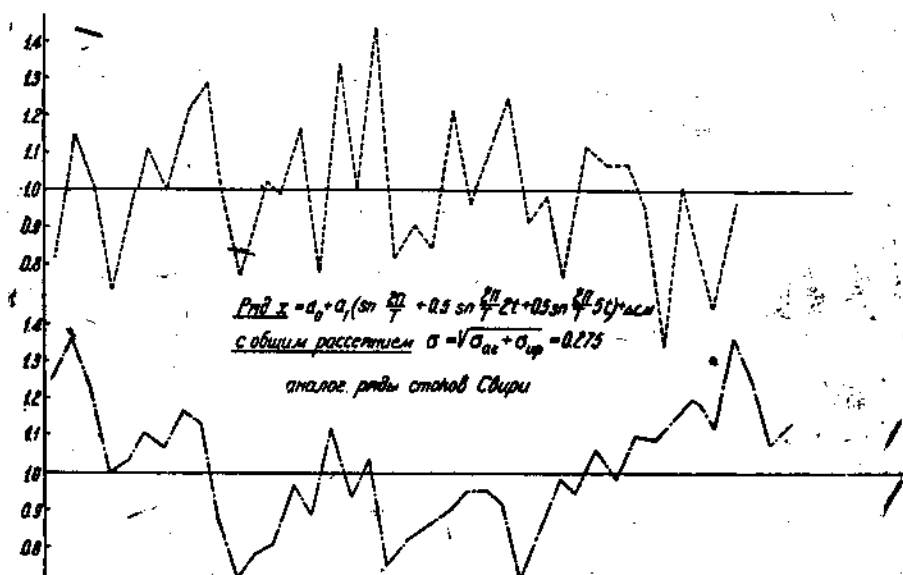
$$r^I = \cos \left(\frac{2\pi}{T} n \right),$$

истинный же коэффициент корреляции в этом случае равен

$$r^I = \frac{\sum_1^n \frac{a_n^2}{2} \cos \left(\frac{2\pi}{T} n \right)}{\sum_1^n \frac{a_n^2}{2}}.$$

Порядок ошибки лучше всего рассмотреть на частном примере. Возьмем р. Свирь. На фиг. 25 дан график ряда годичных оттоков р. Свири. Мы видим, что на протяжении 41 года помещается приблизительно 6,5 максимумов и минимумов. Таким образом можно признать, если отвлечься от формы самих волн,

что наименьший период, подлежащий рассмотрению, составляет около 6—3 лет. Рассмотрение рядов стоков рр. Оки, Моты, Сожа, Выга и др. приводит к выводу, что этот наименьший период также порядка 6—7 лет. Сравнивая его с длиной основного периода, мы можем его отождествить с пятой гармоникой. Если пренебречь высшими гармониками, влияющими уже не на появление максимумов и минимумов, а лишь на форму волн периодической функции, то можно принять в вышеприведенном выражении для коэффициента корреляции короткого периода значение для n равным 5. Наличие второй гармоники оказы-



Фиг. 25. Ряд случайных величин с коэффициентом вариации $C_v \approx 0.275$.

вается в явлении асимметрии, потому она должна быть учтена. Третья гармоника, несомненно, влияет на форму волн; ее величину так же, как и величину четвертой гармоники, можно установить лишь гармоническим анализом, а наличие их обязательно для объяснения основных явлений в рядах стоков. Поэтому, учитывая качественный характер анализа, в данном отношении для простоты примем, что в ряде Фурье имеется налицо основная волна и вторая и пятая гармоники, т. е. что разложение имеет вид

$$X = a_0 + a_1 \sin \left(\frac{2\pi}{T} t \right) + a_2 \sin \left(\frac{2\pi}{T} 2t + \varphi_2 \right) + a_5 \sin \left(\frac{2\pi}{T} 5t + \varphi_5 \right).$$

В этом случае для короткого периода коэффициент корреляции получится равным примерно

$$r = \cos \frac{2\pi}{T} 5.$$

Приблизительно для р. Свири можно принять для качественного объяснения форм и вида кривой ряда стоков, что вторая и пятая гармоники равны по амплитуде половине амплитуды основной гармоники, т. е. ряд Фурье примет вид

$$X = a_0 + a_1 \left[\sin \frac{2\pi}{T} t + 0,5 \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_2 \right) + 0,5 \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_5 \right) \right].$$

На эту кривую стоков, образуемую периодически, налагается случайный ряд отклонений, о котором речь будет дальше. Коэффициент корреляции для малого периода получится для соседних стоков равным

$$r_{пер}^I \approx \cos \frac{2\pi}{33} 5 \approx 0,58,$$

а для длинного ряда порядка основного периода коэффициент корреляции получится порядка

$$\frac{\frac{a_1^2}{2} (0,98 + 0,5^2 \cdot 0,93 + 0,5^2 \cdot 0,58)}{\frac{a_1^2}{2} (1 + 0,5^2 + 0,5^2)} = \frac{1,3}{1,5} = 0,86.$$

Если теперь учесть случайную огибающую отклонений, то для длинного периода рассеяние случайных отклонений примерно получается равным

$$\begin{aligned} \sigma_{сч}^2 &= \left(\frac{r_{пер}^I}{r^I} - 1 \right) \sigma_{пер}^2 = \left(\frac{0,86}{0,48} - 1 \right) \sigma_{пер}^2 = 0,8 \sigma_{пер}^2 = \\ &= 0,8 \cdot 1,5 \frac{a_1^2}{2} = 0,6 \cdot a_1^2, \end{aligned}$$

а для короткого периода равным

$$r^I = \frac{0,58}{1 + \frac{0,6 \cdot a_1^2}{0,52 \cdot \frac{a_1^2}{2}}}.$$

Фактическим подсчетом для одного из шести летних периодов этот коэффициент устанавливается в 0,3, т. е. мы видим уменьшение против долголетнего периода, но не столь большое, как того требует теория. Это расхождение лишь оправдывает наше указание, что подсчет этот носит лишь качественный характер; причину расхождения надо искать в том, что, вероятно, далеко не все различие между значением коэффициента $r_{пер}^I$, полученным нами выше равным 0,86, и фактически устанавливаемой подсчетом для длинного периода цифрой 0,48 может быть отне-

¹ Учитывая эту величину рассеяния, мы получим коэффициент корреляции для длинного периода равным $r^I = 0,48$.

сено на влияние случайных колебаний, а должно быть отнесено на влияние высших гармоник, которыми мы пренебрегли и которые влияют не столько на образование минимумов и максимумов, сколько на форму самих волн, как на это указывалось уже выше.

Во всяком случае может быть установлено, что для короткого периода, порядка пятой гармоники, коэффициент корреляции по соображениям теоретическим должен уменьшиться, но остаться все же более нуля; фактически это подтверждается, хотя уменьшение в данном случае р. Свири и не столь большое, как можно ожидать по теоретическим соображениям, но это различие факта и теории надо искать не в ошибке самой теории, а в слишком приближенном ее применении.

Мы видим, что вводя в среднее значение коэффициента корреляции соседних лет данные кратких рядов наблюдений, мы, вероятно, совершаем ошибку в сторону преуменьшения этого коэффициента, но все же не вводим еще в среднее величин коэффициента корреляции отрицательных, что подтверждает и таблица эмпирических коэффициентов корреляции.

Посмотрим теперь, что будет получаться, если мы сделаем то же сравнение для коэффициента корреляции стоков, взятых через два года. Делая те же допущения относительно разложения и величин амплитуд, получим для длинного ряда в предположении чистой периодичности значение коэффициента корреляции равным

$$r_{\text{пер}}^{\text{III}} = \frac{a_1^2 \left(\cos 3 \frac{2\pi}{T} + 0,5^2 \cos 3 \frac{2\pi}{T} 2 + 0,5^2 \cdot \cos 3 \frac{2\pi}{T} 5 \right)}{1,5 \frac{a_1^2}{2}} =$$

$$= \frac{0,84 + 0,5^2 \cdot 0,42 - 0,5^2 \cdot 0,96}{1,5} = 0,48,$$

а учитывая тоже значение, как и выше, случайной слагающей, получим теоретическое значение этого коэффициента для сложного ряда

$$r^{\text{III}} = \frac{0,37}{1,8} = 0,27.$$

Если же мы сделаем тот же подсчет для короткого периода, порядка пятой гармоники, то мы получим коэффициент для чисто периодической функции.

$$r_{\text{пер}}^{\text{III}} = \cos 3 \frac{2\pi}{T} 5 = -0,96,$$

а, учитывая случайную слагающую,

$$r^{\text{III}} = \frac{-0,96}{1 + \frac{0,6 \cdot 2}{0,25}} = -0,17.$$

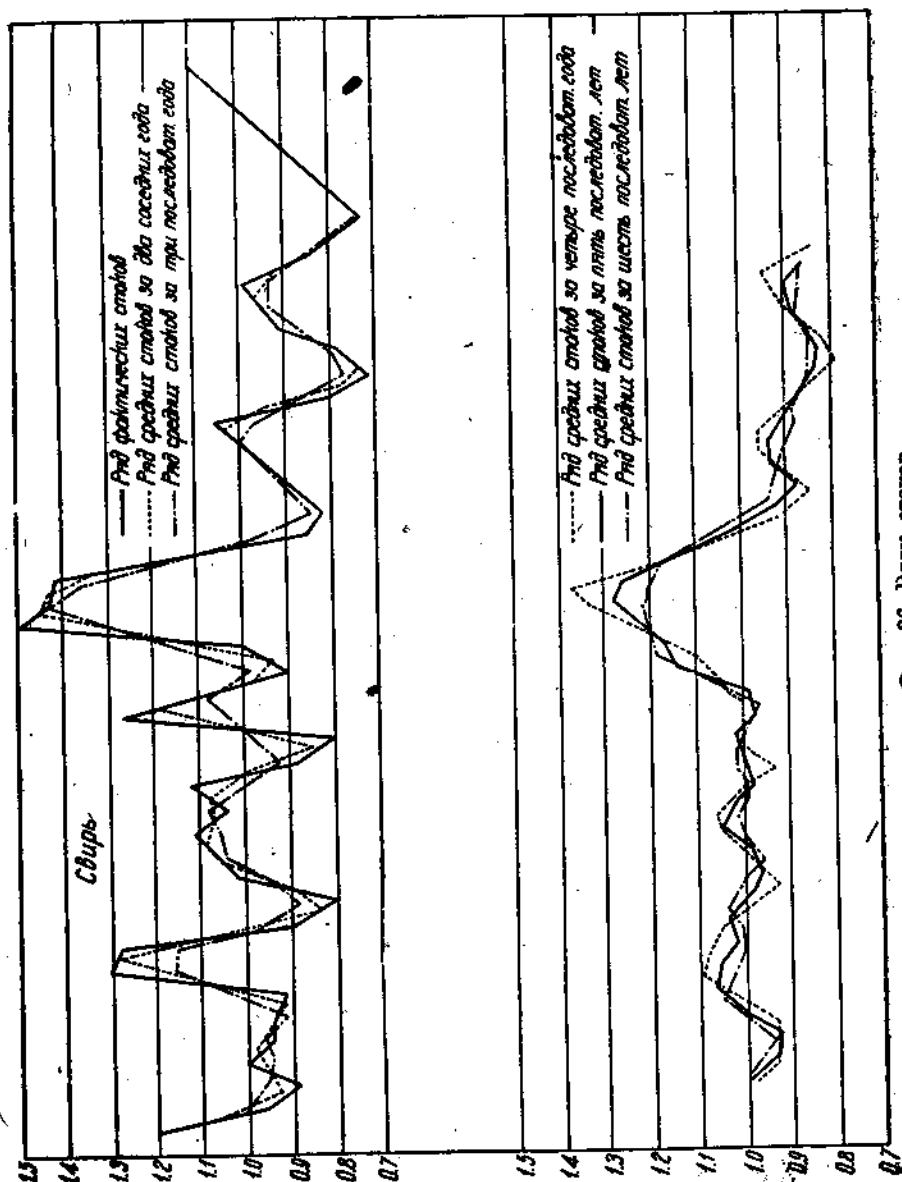
Таким образом мы видим, что при переходе на короткий период наблюдений коэффициент корреляции стоков, взятых через один, может принять отрицательное значение вместо положительного, которое получилось бы при подсчете по длинному ряду наблюдений. Эмпирический ряд коэффициентов в таблице подтверждает это положение; в то время как для длинных рядов наблюдений мы для коэффициента получаем и положительные и отрицательные значения, в среднем дающие нуль, для коротких рядов мы за одним исключением имеем все отрицательные значения и в среднем имеем $-0,48$. Если сравнить это последнее значение со значением r^I для тех же рек равным $+0,45$, то мы видим, что для наблюдений короткого периода значение r^{III} по абсолютной величине больше значения r^I и имеет обратный знак; не безинтересно подчеркнуть, что вышеприведенный теоретический подсчет дает для значения $r^I = +0,1$, а для значения $r^{III} = -0,17$, т. е. эти величины стоят в том же (качественно) отношении, что и для эмпирических величин. Значительная разница между теоретическими цифрами (по абсолютной величине) и эмпирическими является следствием исключительной грубости подсчета, носящего скорее характер прикидки. Качественную же сторону эта прикидка отражает полностью. Это соотношение теоретических и эмпирических данных позволяет по мнению автора установить, во-первых, что пятая гармоника имеет реальное существование, а во-вторых, что роль случайной слагающей, вероятно, меньше, чем она устанавливается при подсчете по принятому выше разложению в гармонический ряд из трех членов.

Для иллюстрации прилагается ряд значений стоков, полученных по вышеприведенному разложению (учитывая и установленное выше случайное рассеяние) для р. Свири (фиг. 26).

Автор, конечно, не придает этой картине никакого значения кроме чисто качественного. Можно сказать, что фактический ряд (фиг. 26), повидимому, более спокоен, его периодичность, пожалуй, яснее, чем искусственно построенного ряда. Это все говорит за то, что, как мы говорили уже, повидимому, случайная компонента колебаний даже меньше, чем мы полагали, согласно нашему грубому подсчету, что указывает на заметную роль пренебреженных нами гармоник; однако, не усложняя излишне столь примитивного по своему смыслу подсчета, не представлялось возможным ввести их в расчет. На том же чертеже нанесена кривая чисто случайного ряда с тем же общим состоянием; по ней видно, что его протекание исключительно неспокойное, и говорить о периодичности не приходится. Чисто качественно теоретическая кривая, учитывающая периодичность, как будто лучше подходит к фактам, чем случайная кривая.

Учитывая все вышесказанное, можно прийти к заключению, что пользование рядами стоков с коротким периодом наблюдений для установления коэффициента корреляции стоков, взятых через два, совершенно невозможно. Поэтому мы должны принять

на основе рядов с длительным периодом наблюдений, что величина его равна в среднем нулю на основе эмпирических данных.



Фиг. 26. Ряды ставок.

Резюмируем все сказанное относительно эмпирических коэффициентов корреляции. На основе фактического материала мы можем принять, что как минимум среднее значение коэффициента

корреляции соседних лет равно 0,33. Вероятно, его величина (средняя) несколько больше, так как на основании теоретических соображений можно ожидать, что при кратких рядах значение этого коэффициента недооценивается. Значение третьего коэффициента корреляции на основе фактического материала надо принять равным нулю. Значение его по теоретическим соображениям, пожалуй, также должно бы быть больше нуля, но сделанные при выводе допущения сильно влияют на его применимость и не позволяют этого утверждать с полной достоверностью. Коэффициент корреляции стоков, взятых через один, занимает промежуточное положение в отношении влияния на его величину длительности срока наблюдений. Его значение все же было бы правильнее принять на основе рядов длительных, т. е. равным 0,07.

Таким образом можно сказать, что на основании теоретических соображений результаты фактических подсчетов скорее способны недооценивать значение коэффициентов корреляции, чем переоценивать. При водохозяйственных расчетах, наоборот, желательно их преувеличение, так как при этом мы лишь действуем осторожно. Допущение некоторого преувеличения этих коэффициентов представляет своеобразный коэффициент запаса, и его надо ввести.

Поэтому автор предлагает принять следующие осторожные (с запасом) значения коэффициентов корреляции:

$$r^I = +0,40, \quad r^{II} = +0,20, \quad r^{III} = +0,10.$$

Дальнейшие коэффициенты корреляции эмпирически нами не освещены. Вероятно, их значение для длинных периодов будет весьма близко к нулю для коэффициентов корреляции стоков через три, четыре, пять и так далее до восьми лет. Дальнейшие коэффициенты должны бы быть уже отрицательными, но все же еще близкими нулю. Лишь для коэффициентов, взятых для стоков через число лет, близкое к 15—16, т. е. к полупериоду основной волны, надо ждать определенно отрицательных величин порядка того же по абсолютной величине, что и первый коэффициент корреляции. Таким образом достаточно осторожно для всех дальнейших коэффициентов корреляции от r^{IV} до r^{VIII} примерно можно принять величину нуль. Конечно, все эти величины суть лишь первое грубое приближение, но автор уверен, что их применение приведет к более верным выводам, чем принятие всех коэффициентов корреляции равными нулю.

Практически при пользовании этими выводами придется брать коэффициенты вариации по данным Д. Л. Соколовского и далее, исходя из них, при помощи данных выше коэффициентов корреляции и формул перехода, определять коэффициент вариации для средних по сериям лет стоков.

Каковы же поправки, если принять вышеприведенные коэффициенты корреляции, которые надо ввести в подсчет, по сравнению с более простой формулой, не учитывающей наличия корреляции.

Коэффициент вариации ряда стоков средних за два соседних года надо увеличить в

$$\varphi_2 = \sqrt{1 + 0,4} = 1,18 \text{ раза.}$$

Коэффициент вариации для стоков средних за три последующих года потребует умножения на

$$\varphi_3 = \sqrt{1 + \frac{2}{3}(2 \cdot 0,4 + 0,20)} = 1,29.$$

То же, за четыре года —

$$\varphi_4 = \sqrt{1 + \frac{3}{4}(3 \cdot 0,4 + 2 \cdot 0,2 + 0,1)} = 1,36;$$

за пять лет —

$$\varphi_5 = \sqrt{1 + \frac{4}{5}(4 \cdot 0,4 + 3 \cdot 0,2 + 2 \cdot 0,1)} = 1,4;$$

за шесть лет —

$$\varphi_6 = \sqrt{1 + \frac{5}{6}(5 \cdot 0,4 + 4 \cdot 0,2 + 3 \cdot 0,1)} = 1,43;$$

за семь лет —

$$\varphi_7 = \sqrt{1 + \frac{6}{7}(6 \cdot 0,4 + 5 \cdot 0,2 + 4 \cdot 0,1)} = 1,45;$$

за восемь лет —

$$\varphi_8 = \sqrt{1 + \frac{7}{8}(7 \cdot 0,4 + 6 \cdot 0,2 + 5 \cdot 0,1)} = 1,46;$$

за девять лет —

$$\varphi_9 = \sqrt{1 + \frac{8}{9}(8 \cdot 0,4 + 7 \cdot 0,2 + 6 \cdot 0,1)} = 1,47.$$

Посмотрим, какую ошибку допускаем мы, если применяем преуменьшенные коэффициенты вариации. Если назвать разность между единицей и модульным коэффициентом за данной длительности серию лет через ξ и положить

$$\xi_n = (1 - k_n)n = Z_0,$$

где k_n есть модульный коэффициент (средний) за расчетную серию в n лет, то Z_0 называется дефицитом объема. Если река зарегулирована так, что используется α долей среднего многолетнего стока, то расчетный дефицит объема равен

$$Z = (\alpha - k_n)n.$$

Посмотрим, какова ошибка, получаемая при обеспеченности 97%. По таблице Фостера (по Д. Л. Соколовскому) значение величины $1 - k_n$ для коэффициента вариации 0,50 (принято условно для примера) получим 0,69.

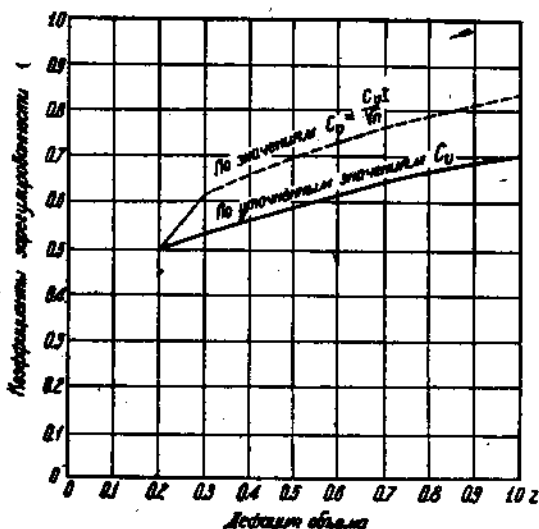
Значение коэффициента вариации по простейшей формуле для двухлетнего периода $C_{v_1} = \frac{0,5}{\sqrt{2}} = 0,35$, по уточненной формуле $C_{v_2} = 1,18 \cdot 0,35 = 0,42$.

То же, для трехлетнего периода	0,29 и 0,37
" " четырехлетнего	0,25 и 0,34
" " пятилетнего	0,22 и 0,31
" " шестилетнего	0,20 и 0,29
" " семилетнего	0,19 и 0,27
" " восьмилетнего	0,18 и 0,26
" " девятилетнего	0,17 и 0,25

На основании этих значений составим табличку значений величин $1 - k_n$, $0,5 - k_n$ и $0,7 - k_n$ для тех и других значений коэффициента вариации:

ТАБЛИЦА 45

Число лет в серии	$1 - k_n$		$0,5 - k_n$		$0,7 - k_n$	
	по простой формуле	по уточненной формуле	по простой формуле	по уточненной формуле	по простой формуле	по уточненной формуле
1	0,70	0,70	0,20	0,20	0,40	0,40
2	0,54	0,62	0,04	0,12	0,24	0,32
3	0,46	0,56	0,00	0,06	0,16	0,26
4	0,41	0,53	0,00	0,03	0,11	0,23
5	0,37	0,49	0,00	0,00	0,07	0,19
6	0,34	0,46	0,00	0,00	0,04	0,16
7	0,32	0,44	0,00	0,00	0,02	0,14
8	0,31	0,42	0,00	0,00	0,01	0,12
9	0,29	0,41	0,00	0,00	0,00	0,11

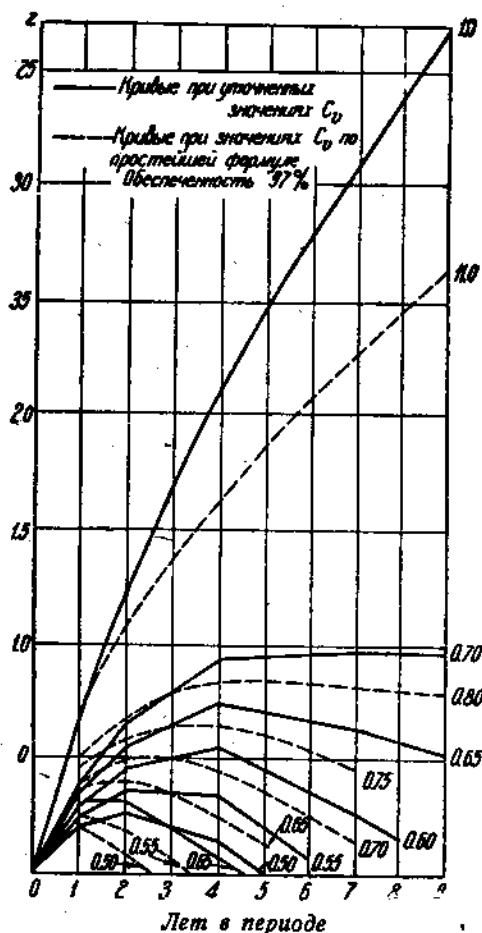


Фиг. 27. Валовая отдача как функция дефицита объема.

На основании этих данных мы построили кривые зависимости объемов водохранилищ от числа лет при разных коэффициентах

зарегулирования. По этим кривым уже можно построить график, дающий величины необходимых объемов водохранилищ при подчете коэффициента вариации по тому и другому способу. Эти кривые и график даны на фиг. 27 и 28.

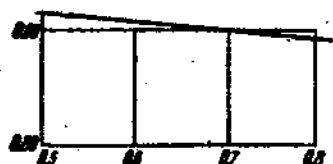
Ясно видна значительная ошибка при пользовании простейшей формулой.



Фиг. 28. Кривые дефицита объемов при различных коэффициентах зарегулированности.

Интересно проследить, какая действительная обеспеченность получится при равной отдаче, если объемы получены подчетом по простейшей формуле в предположении 97% обеспеченности. Эта задача может быть решена путем обратного подбора по таблице Фостера, подыскивая такие обеспеченности, при которых значение $(\alpha - k_n)n$ получается то же, что и по простейшей формуле.

Результат этого подсчета дан на фиг. 29. Опять-таки мы видим существенное различие¹.



Фиг. 29. Кривая обеспеченности при C_v по уточненной формуле, если валовая отдача и дефицит объема те же, что при $C_v =$

$$\frac{C}{Vn} \text{ и обеспеченности } 97\%.$$

амплитуд, как это уже упоминалось выше, повидимому, мог бы дать больше, чем примененный здесь более простой метод.

В заключение автор должен указать, что в данной работе ему удалось осветить лишь часть вопросов, связанных с уточнением формул распределения; важнейшие вопросы о величине и природе асимметрии, о наличии эксцесса и его знаке, о предельных отклонениях подлежат дальнейшему изучению. Наконец, необходимо указать, что анализ явления на фоне гармонического анализа с применением переменных периодов и

¹ Если отнести сравнение к равной полезной отдаче, то разница будет еще больше, так как период регулирования неминуемо увеличивается.

III. МЕТОДИКА ВОДОХОЗЯЙСТВЕННЫХ РАСЧЕТОВ В ЦЕЛЯХ МНОГОЛЕТНЕГО РЕГУЛИРОВАНИЯ СТОКА

В основе методов водохозяйственных расчетов, принятых нами, положены выводы теории вероятности, как они впервые были введены в практику Аллен Хазеном и впоследствии усовершенствованы работами А. Фостера, Стендиш-Холла, С. Н. Крицкого и М. Ф. Менкеля. Не повторяя в деталях всех выводов этих авторов, приведем краткие обоснования применяемого нами метода.

Аллен Хазен, впервые применивший теорию вероятности к изучению вопросов речного стока, полагал, что распределение ряда речного стока с какого-либо бассейна следует простейшему закону Лапласа-Гаусса с достаточным приближением для всех целей практики. Поэтому он считал возможным все бассейны классифицировать по двум независимым параметрам: среднему стоку и коэффициенту вариации годовых стоков. Коэффициент вариации он определяет как отношение рассеяния ряда стоков к среднему стоку. Для подсчета рассеяния он применял следующую формулу:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (m - m_0)^2}{n-1}} \quad (1)$$

где n — число лет наблюдений;

m — значение стока в какой-либо отдельный год;

m_0 — средний многолетний сток; суммирование распространено на все n лет. Далее, Хазен, работавший, главным образом, в области городского водоснабжения, поступил следующим образом: по ряду рек, имевших достаточно долгий период наблюдений порядка 20—40 лет, он определял необходимые объемы водохранилища в предположении различной отдачи для каждого года данного ряда в случае одногодичного регулирования или для всех возможных последовательных серий лет по n лет в каждой, если регулирование должно было быть для данного потребления многолетним. Для каждого потребления он имел возможность получить, таким образом, ряд значений объемов, необходимых для его удовлетворения в разные годы или в разные серии последовательных лет. Во всех этих случаях он предполагал потребление равномерным в течение всего года, что в

большинстве проблем водоснабжения достаточно верно. Полученный для какого-либо потребления ряд объемов он подвергал анализу методом теории вероятности, пользуясь, главным образом, графическими построениями, для чего им была изобретена специальная бумага вероятностей, которую правильнее было бы назвать „бумагой гауссова распределения“. В этой бумаге, играющей большую роль в анализе речного стока, по оси ординат масштаб—обычный равномерный (арифметический) или логарифмический, а по оси абсцисс масштаб представляет собою шкалу, изображающую значения интеграла функции распределения Лапласа-Гаусса, так же, как логарифмическая шкала изображает значение логарифмов. В этой хаэеновской анаморфозе (при арифметическом масштабе ординат) интегральная кривая любого нормального распределения Лапласа-Гаусса изобразится в виде прямой. Исследуя полученные им ряды значений необходимых объемов водохранилищ по методу, подробности которого можно узнать из книги Creager—Justin, *Hydroelectric Handbook*¹, стр. 108. Хаэен далеко не всегда получал распределение Лапласа-Гаусса, т. е. прямой линии в этой анаморфозе. Не вникая в причины подобного явления, Хаэен лишь указывает, что, применяя логарифмический масштаб ординат, часто удается получить на графике прямую, которая служит ему для экстраполяции ряда на меньшие значения обеспеченностей, чем мог дать фактический ряд. При определении обеспеченности, соответствующей тому или иному члену ряда фактических наблюдений, Хаэен пользуется следующей формулой:

$$p = \frac{m - 0,5}{n}, \quad (2)$$

где n —число лет наблюдений (или подсчетов необходимых объемов); m —порядковый номер данного года в целом ряде, общее число членов которого равно n и в котором все члены (фактические величины) расположены в убывающем или возрастающем порядке. Получаемая по формуле обеспеченность p есть эмпирическая вероятность того, что в данном ряде встретятся члены, большие или меньшие данного. Подсчитав для каждого значения ряда соответствующую ему эмпирическую обеспеченность, можно нанести все точки ряда на график в хаэеновской анаморфозе. Проведя прямую (если это возможно) или плавную кривую, наилучше удовлетворяющую данному расположению точек, мы получим вид интегральной кривой того идеального распределения, которое приблизительно изображает всю возможную совокупность значений, если бы их число было очень велико. Это так называемая общая совокупность, по отношению к которой данный ряд значений представляет лишь частную совокупность, позволяющую судить об общей совокупности лишь с некоторым приближением.

¹ Переведена на русский язык, 1 т. издан Энергоиздатом в 1934 г. Ред.

Получив, таким образом, ряд идеальных (приближенных) интегральных кривых обеспеченности для необходимых объемов водохранилищ при различных потребностях, Хазен построил график, дающий прямо необходимый объем водохранилища в долях среднего стока, если дан коэффициент зарегулирования (т. е. потребление в долях того же среднего стока) при различных значениях коэффициента вариации стока изучаемой реки¹. Какое количество рек было обработано при построении этого графика, нам неизвестно.

Кратко метод Хазена можно характеризовать так: все вычисления необходимых объемов ведутся по фактическим, более или менее длинным рядам наблюдений, и лишь к результатам этих вычислений, представляющим в сущности статистический ряд, правда, весьма короткий, применяется обработка его по методам теории вероятности и статистики. Так же для классификации полученных результатов применяется характеристика естественного стока изучаемой реки по методу теории вероятностей (коэффициент вариации). Иными словами, переход от фактически наблюдаемого естественного режима реки к необходимым для его зарегулирования объемам совершается непосредственно и без применения теории вероятностей.

Работами Фостера и Д. Л. Соколовского было показано, что нормальная кривая распределения Лапласа-Гаусса не может изображать истинного распределения ряда стоков реки, но надо применять к этому случаю так называемую биномиальную кривую распределения или III тип кривых Пирсона. Подробности теории распределения можно найти в работах Д. Л. Соколовского² и Эльдертон³, напечатанных на русском языке. Непосредственно вопросами зарегулирования стока ни Фостер, ни Соколовский не занимались, почему их работы внесли только ясность в вопрос о наилучшем типе кривой распределения для изображения ряда естественного стока реки.

Этими работами было показано, что ряд речных стоков представляет несимметричное распределение. Для его характеристики необходимо привлечь третий параметр-коэффициент асимметрии, даваемый следующим уравнением:

$$C_s = \frac{1}{(n-1)\sigma^3} \sum (m - m_0)^3$$

где обозначения те же, что и в вышеприведенной формуле рассеяния стоков. Оказалось, однако, что для сколько-нибудь точного определения этого параметра необходимы столь длительные ряды наблюдений, каких мы практически никогда не имеем.

¹ Этот график приложен к статье Д. Л. Соколовского, Река Миасс и водоснабжение Челябинского промышленного района. Методы водохозяйственных расчетов. Сборник „Водные ресурсы Урала“, Изд. „Советская Азия“, Москва, 1933 г.

² Приложение кривых распределения к вопросам речного стока.

³ Кривые распределений и корреляции.

Далее, Фостер указал, что для ряда речного стока необходимо должно быть

$$C_s \geq 2C_v \quad (3)$$

где C_v — коэффициент вариации стоков. Последняя зависимость необходима и достаточна для того, чтобы значения стоков не могли принять отрицательных величин, чего, ясно, быть не может.

Д. Л. Соколовский пошел дальше и показал путем графических сопоставлений фактического расположения точек значений стоков в функции эмпирической обеспеченности с интегральными кривыми типа III Пирсона, что принятие $C_s = 2C_v$ дает вполне удовлетворительное совпадение между теоретической интерполяционной кривой и фактическим размещением стоков. После работ Д. Л. Соколовского в практике советской гидротехники прочно укоренилось применение предложенной Д. Л. Соколовским зависимости, что в сущности приводит к характеристике стока — лишь двумя параметрами: средним стоком и коэффициентом вариации, т. е. так же, как это делал Хазен. Крупным шагом вперед явилось ясное обоснование факта, что распределение речного стока не может изображаться кривой Лапласа-Гаусса, хотя и может быть характеризовано так же, как и нормальное распределение, всего двумя параметрами.

Инж. С. Н. Крицкий и М. Ф. Менкель, разрабатывая проблему водоснабжения Донбасса, нашли метод, основанный на теории вероятности, позволяющий непосредственно перекинуть мост от ряда распределения фактических стоков к ряду необходимых для его зарегулирования объемов, минуя применявшиеся Хазенем длительные вычисления объемов по фактическим стокам. Правда, как мы увидим далее, при этом были привнесены некоторые априорные положения, которые, повидимому, не подтверждаются полностью.

Основная идея метода С. Н. Крицкого и М. Ф. Менкеля состоит в том, чтобы, зная два параметра, характеризующие ряд естественных годовых стоков реки — средний расход и коэффициент вариации, — установить характеристики ряда распределения стоков за серию в n лет. Ясно, что среднее значение ряда распределения средних годовых стоков за серию в n лет равно среднему стоку. Значение коэффициента вариации этого производного ряда было получено в предположении абсолютной независимости последовательных членов ряда годовых стоков между собой. Теория вероятности доказывает, что если даны ряды (стохастические):

$$X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$$

$$X'_1, X'_2, X'_3, \dots, X'_n;$$

$$\dots$$

$$X''_1, X''_2, X''_3, \dots, X''_n,$$

то такой ряд будет иметь среднее значение, равное 1, и коэффициент вариации его, равный в случае ряда модульных коэффициентов рассеянию этого ряда, определится зависимостью

$$C_{v(n)} = \frac{C_{v_0}}{\sqrt{n}},$$

где C_{v_0} — коэффициент вариации основного ряда, который так же, как и для производного ряда, равен рассеянию этого ряда.

Таким образом мы получили значение коэффициента вариации модульных коэффициентов для серий лет по n лет в каждой. Имея это значение, по таблице Фостера мы можем найти значение модульного коэффициента для серий в n лет, имеющего данную обеспеченность.

В данном методе самое ценное то, что значение коэффициента вариации может быть получено для стоков за серию в n лет помимо всяких сложных вычислений по формуле

$$C_{v(n)} = \frac{C_{v_0}}{\sqrt{n}},$$

и для его определения надо знать лишь коэффициент вариации основного ряда, который по самой сути вопроса должен быть известен в виде основного задания для расчета.

Подчеркиваем еще раз, что формула $C_{v(n)} = \frac{C_{v_0}}{\sqrt{n}}$ верна лишь в предположении стохастически независимых рядов.

Если мы хотим получить от водотока отдачу, равную в долях среднего стока α , то в серию n лет о данной обеспеченности, имеющую модульный коэффициент $k^{(n)}$, нам придется добавить к естественному стоку реки количество воды, выраженное в долях среднего годовичного стока

$$Z = (\alpha - k^{(n)}) n. \quad (4)$$

Если мы захотели бы получить отдачу, равную среднему многолетнему стоку, то нехватка объема стока за серию в n лет равнялась бы

$$Z_0 = (1 - k^{(n)}) n. \quad (5)$$

Величина Z_0 называется дефицитом объема. При данной обеспеченности для разных n лет получаются разные величины Z_0 . Иными словами, Z_0 есть функция n .

Значение Z , нехватки стока при регулировании на отдачу α , может быть написано так:

$$Z = (1 + \alpha - k^{(n)} - 1) n = (1 - k^{(n)}) n - (1 - \alpha) n = Z_0 - (1 - \alpha) n. \quad (6)$$

Отсюда, изобразив графически функцию

$$Z_0 = \varphi(n)$$

и проведя прямую по уравнению

$$(1 - \alpha) n, \quad (7)$$

мы получаем значение Z , как разницу ординат кривой Z_0 и прямой. Наибольшая разница ординат даст тот объем воды, который надо добавить к стоку, чтобы получить отдачу α . Одновременно определится и количество лет, в течение которого придется добавлять это количество воды. При этом, очевидно, что это количество лет будет всегда целым, ибо функция $Z_0 = \varphi(n)$ по существу прерывиста и имеет реальное значение лишь при целом количестве лет. Кривая, изображающая эту функцию, в сущности состоит из ряда изолированных точек, которые лишь для удобства и обзорности соединяются между собой отрезками прямых. -

Это расчетное количество воды, получаемое в долях среднего годовичного стока, очевидно, равно тому объему, который необходимо иметь в водохранилище, чтобы зарегулировать сток до отдачи α от среднего стока.

Такого объема было бы достаточно, если бы сток в пределах отдельного года был равномерным. Вследствие неравномерности речного стока в пределах отдельного года необходимый объем водохранилища надо увеличить. Получаемый вышеприведенным методом объем называется основным объемом; дополнительный объем, необходимый для выравнивания неравномерности стока в пределах отдельных лет, называется сезонным объемом.

Не приводя довольно длинных доказательств, скажем лишь, что может быть доказано, что этот дополнительный объем (сезонный) всегда меньше того объема водохранилища, который необходим, чтобы зарегулировать на отдачу α (равномерную) год, имеющий сток, равный расчетному потреблению. Этот последний объем получается обычным построением интегральной кривой такого года и такой отдачи, как наибольший отрезок ординат между ними. Для всех практических целей оказывается достаточным принять, что интегральная кривая стока состоит из двух отрезков прямых, одного для половодья, другого для всей остальной части года. Это получается потому, что в наших условиях всегда наибольшее понижение зеркала водохранилища получается в конце зимы, перед самым половодьем¹, конечно, если потребление равномерно.

Таким образом метод С. Н. Крицкого и М. Ф. Менкеля дает возможность определить при любой обеспеченности и при любой отдаче необходимый объем водохранилища, как скоро известен средний сток и коэффициент вариации стоков отдельных лет, а равно и разбивка стока года на стоки половодья и межени.

Надо иметь в виду, что, как и Хазен, С. Н. Крицкий и М. Ф. Менкель считают, что в отдачу (в долях среднего стока) входит как полезная отдача, так и потери. Учет потерь в обоих способах ведется в форме дополнительных поправок, уменьшающих численную для данной обеспеченности общую отдачу. Более деталь-

¹ Имеются в виду условия средней и северной полосы европейской части СССР. Для южной полосы наибольшее понижение зеркала водохранилища получается в конце лета. *Ред.*

но мы об исчислении потерь окажем в описании применяемого нами метода расчета.

Сравнивая метод Хазена и метод Крицкого-Менкеля, мы видим, что второй ведет к цели со значительно меньшей затратой труда и времени. Однако метод Хазена, при котором приходится обрабатывать стоки в их фактическом чередовании, не предполагает, что эти величины между собой стохастически независимы, что является необходимой предпосылкой метода Крицкого-Менкеля. Что касается дополнительного объема, необходимого ввиду неравномерности стока в пределах отдельных лет, то метод Крицкого-Менкеля, повидимому, дает его значение большим, чем метод Хазена, который получает общий необходимый объем сразу, ибо в нем применяется обычная обработка путем интегральных кривых фактического ряда стоков не только по годам, но и по дням, там, где это нужно для выявления влияния на объем водохранилища неравномерности стока ото дня к дню.

Таким образом метод Хазена, несмотря на его громоздкость, имеет то большое преимущество, что он берет основной ряд в его естественном чередовании, не привнося в процессе дальнейшей проработки материалов никаких допущений, которые могут быть чужды естественному ряду стоков.

Нами была предпринята специальная проработка вопроса о том, действительно ли n частных рядов, на которые мы теоретически разбиваем ряд стоков или модульных коэффициентов при выводе формулы коэффициента вариации стоков за серию в n лет, являются независимыми в стохастическом смысле. Возможная связь между этими частными рядами выразилась бы в наличии коррелированности отдельных рядов между собой.

Если мы прокоррелируем первый и второй ряд, то мы получим значение коэффициента корреляции, характеризующего связь стоков соседних лет или влияние стока предыдущего года на сток последующего. Коррелируя частные ряды: первый с третьим, т. е. через один ряд, мы характеризуем влияние стока года на сток года, следующего за данным через один год, и т. д.

Результаты этого исследования сводятся вкратце к тому, что эти связи не принадлежат к тесным. Это и понятно, ибо сток какого-либо года зависит от столь большого числа причин, что одна из этих последних, каковой является сток предыдущих лет, не может сильно влиять на сток данного года. Надо отметить, что влияние стока предшествовавших лет можно мыслить двояко. Наиболее простым представлением является допущение некоторого накопления в бассейне грунтовых вод от предыдущего года и стока этого накопления в годы последующие. Однако такое накопление едва ли может быть очень велико; также трудно допустить, чтобы сколько-нибудь значительное количество воды могло, таким образом, передаваться от одного года другому, ибо в пределах одного гидрологического года обычно проходит полный цикл

колебания грунтовых вод¹. Другим объяснением такой связи может явиться признание периодичности климатических явлений в широком смысле этого слова.

Математическое исследование периодичности путем разложения функции в ряд Фурье приводит к выводу, что при периодичной функции связь предыдущих членов с последующими также характеризуется коэффициентами корреляции, меньшими единицы, причем эти коэффициенты могут служить для разложения такой функции в ряд Фурье. Таким образом получаемые коэффициенты корреляции между последующими и предыдущими членами могут иметь своей причиной периодичность климатических явлений вообще.

Фактическое исследование этих коэффициентов по ряду рек Союза и заграничных показало, что коэффициент корреляции между двумя соседними годовыми стоками имеет в среднем для 25 рек значение $+0,33$. Отдельные значения этого коэффициента лежат в пределах от $-0,11$ до $+0,74$, причем меньшими нуля оказались всего три значения, а из этих трех — всего одно при периоде наблюдений более 29 лет. При столь небольших значениях коэффициента корреляции он получается при обычных кратких рядах наблюдений очень неточным. Оценивая его ошибку, по обычной формуле $E_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{n}}$, мы получаем, что в

огромном большинстве случаев значение коэффициента корреляции не получается большим, чем утроенная его ошибка. Между тем, последнее требование математической статистики считается необходимым условием достоверности положительной величины коэффициента. Таким образом, беря каждую отдельную реку, мы не получаем для нее значения этого коэффициента достаточно достоверным для суждения о его величине, даже для того, чтобы утверждать, что он положителен. Но если мы возьмем всю совокупность изученных нами рек, то среднее значение коэффициента корреляции стоков соседних лет получается очень точно со средней ошибкой всего $\pm 0,04$. Таким образом, взяв всю совокупность изученных рек, может быть сказано, что коэффициент корреляции, безусловно, положителен, причем его значение лежит в пределах от $+0,21$ до $+0,45$ со средним значением $+0,33$.

Изучение коэффициентов корреляции стоков, взятых через один, затрудняется тем, что на их величину очень сильно влияет длительность периода наблюдений; если эта длительность близка к периоду одной из высших гармоник ряда Фурье, то такой коэффициент начинает отображать в основном влияние этой последней гармоники, а следовательно, получается преуменьшенным. Отбрав для его определения реки с достаточно длинным периодом наблюдений (более 29 лет), мы получили значение этого коэффициента равным $+0,07$ со средней ошибкой $\pm 0,05$.

¹ О этом замечании редакция не может согласиться, так как переходящие из года в год запасы воды для некоторых бассейнов весьма значительны. *Ред.*

жет быть строго обоснован, но изучение возможной роли периодичности в явлениях стока приводит нас к тому, что это убывание можно считать, примерно, приемлемым.

Перейдем теперь к тому, как же скажется наличие установленных нами связей на водохозяйственном расчете.

Возьмем снова основной ряд стока последовательных лет:

$$M_1, M_2, \dots, M_N.$$

Выделим из него частичные ряды:

$$M_1, M_2, \dots, M_{N-n+1},$$

$$M_2, M_3, \dots, M_{N-n+2},$$

$$\dots \dots \dots$$

$$M_n, M_{n+1}, \dots, M_N.$$

Составим производный ряд с общим членом

$$M_j = M_j + M_{j+1} + M_{j+2} + \dots + M_{j+n}.$$

Математическая статистика доказывает, что среднее значение производного ряда равно

$$M_0 = \Sigma M'_0 = n M_0,$$

где M'_0 — средние значения частных рядов, которые при достаточно большом значении N равны среднему M_0 основного ряда. Рассеяние производного ряда получается по формуле

$$\sigma = \sqrt{\Sigma \sigma_i^2 + \Sigma \sigma_j^2 + 2 \Sigma \sigma_i \sigma_j r_{ij}}, \quad (9)$$

где σ_i и σ_j представляют рассеяния частных рядов, которые при достаточно большом N равны рассеянию σ_0 основного ряда; r_{ij} суть коэффициенты корреляции между отдельными частными рядами. Первое суммирование распространяется на все рассеяния отдельных частных рядов, второе — на все возможные различные парные произведения рассеяний на соответственные коэффициенты корреляции.

Принимая во внимание указанное равенство рассеяний частных рядов, полагаем, что все коэффициенты корреляции типа $r_{j,j+1}$ равны между собой (что имеет место в теоретическом случае, который мы рассматриваем, когда N достаточно велико) и могут быть обозначены через r_1 ; далее, принимая во внимание, что все коэффициенты корреляции типа $r_{j,j+2}$ равны между собой и, заменяя их через r_{II} , что все коэффициенты корреляции типа $r_{j,j+3}$ равны между собой, и заменяя их через r_{III} , и наконец, что все прочие коэффициенты корреляции равны нулю, мы получим следующее значение рассеяния производного ряда:

$$\sigma = \sqrt{n \sigma_0^2 \left[1 + 2 \left(\frac{n-1}{n} r_1 + \frac{n-2}{n} r_{II} + \frac{n-3}{n} r_{III} \right) \right]}.$$

Далее, так как рассеяние основного ряда может быть выражено через среднее значение основного ряда и его коэффициент рассеяния согласно формуле

$$\sigma_0 = C_{v_0} M_0,$$

то рассеяние производного ряда получает вид

$$\sigma = C_{v_0} M_0 \sqrt{n} \sqrt{1 + 2 \left(\frac{n-1}{n} r_I + \frac{n-2}{n} r_{II} + \frac{n-3}{n} r_{III} \right)}, \quad (10)$$

а его коэффициент вариации—вид

$$C_{v_m} = \frac{C_{v_0}}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + 2 \left(\frac{n-1}{n} r_I + \frac{n-2}{n} r_{II} + \frac{n-3}{n} r_{III} \right)}. \quad (11)$$

Напомним, что по методу Крицкого-Менкеля этот коэффициент получился бы равным $C_{v_m} = \frac{C_{v_0}}{\sqrt{n}}$.

Ясно, что по нашему методу рассеяние и коэффициент вариации производного ряда получаются значительно больше, чем по методу Крицкого-Менкеля.

Подсчитав по нашей формуле рассеяние производного ряда и зная его среднее значение, мы имеем в отношении его все необходимые нам данные.

Перейдем теперь к вопросу о сезонном стоке. Как говорилось выше, в наших условиях всегда при равномерной отдаче опорожнение водохранилища имеет место в конце зимы перед самым половодьем. Таким образом нам необходимо знать сток межени, считая ее от конца половодья до начала следующего. Пусть стоки межени составляют ряд

$$\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N.$$

Этот ряд может изучаться так же, как ряд годовых стоков, по совершенно тем же методам. Пусть его рассеяние равно σ_μ и среднее значение равно μ_0 .

Рассмотрим теперь два ряда: производный ряд годовых стоков, имеющий общий член

$$M_j = M_j + M_{j+1} + \dots + M_{j+n},$$

о которых мы уже знакомы, и ряд сезонных стоков

$$\mu_N, \mu_{N+1}, \dots, \mu_{N+n},$$

где индекс N указывает на сезон, непосредственно следующий за годом, имеющим индекс n , т. е. мы берем сток за серию в n лет и берем сток следующего сезона. Года мы при этом считаем от половодья до половодья, что согласно нашим исследованиям, вложенным в общей гидрологической записке по бассейну Москва-реки, вполне допустимо.

Составим теперь новый производный ряд, общий член которого дан выражением

$$M_j = M_j + \mu_j + \mu. \quad (12)$$

Относительно этого ряда его составляющие ряды будем называть частными. Вопрос, стоящий перед нами, состоит в том, чтобы найти характеристики производного ряда по характеристикам частных рядов. При этом, как известно, средние значения рядов суммируются алгебраически, т. е. среднее значение производного ряда получается равным

$$M_0 = M_0 + \mu_0.$$

Что касается до рассеяния производного ряда, то для его нахождения надо решить предварительно вопрос о независимости рядов. Как выше было ясно, стоки даже соседних лет лишь слабо связаны между собой. Ясно при таком положении, что сток сезона, если и связан со стоками предыдущих ему лет, то эта связь быстро убывает по мере отдаления года от сезона. Связь эта по нашим представлениям общей периодичности явлений стока, вообще говоря, должна быть слабее, чем между целыми годами. При величине n порядка пяти и более лет мы полагаем, что этой связью между двумя изучаемыми рядами можно пренебречь вполне, при меньших же периодах n этой связью мы также пренебрегаем для упрощения вычислений и считаем, что при этом мы вносим лишь незначительную погрешность в выводы.

В таком случае рассеяние производного ряда получает значение

$$\sigma_M^2 = \sigma^2 + \sigma_\mu^2. \quad (13)$$

Теперь мы знаем все, что нам нужно, про производный ряд: если в течение времени n полных лет плюс сезон мы хотим получить α долей от среднего стока, то мы должны за это время иметь количество воды, равное

$$M_0 \alpha (n + \tau_{сез}),$$

где $\tau_{сез}$ — длительность сезона, которую достаточно принять как среднее время от конца половодья до начала следующего.

Коэффициент вариации стоков за n лет плюс сезон равен

$$C_{vM} = \frac{\sigma_M}{M_0}. \quad (14)$$

По таблице Фостера найдем отклонение от среднего в долях рассеяния при обеспеченности, необходимой по условиям задачи. Пусть это отклонение, которое прямо находится по таблице Фостера против соответствующего коэффициента асимметрии, равного удвоенному коэффициенту вариации производного ряда, равно γ . Тогда сток за серию n лет плюс сезон, наступающих с заданной обеспеченностью, будет равен

$$M = M_0 + \gamma \sigma_M. \quad (15)$$

Разность между оттоком и потреблением дает нам необходимый для зарегулирования этой серии лет объем водохранилища. Он выразится уравнением

$$V = \alpha (n + \tau_{\text{сез}}) M_0 - M.$$

Преобразуем это уравнение

$$\begin{aligned} V &= \alpha (n + \tau_{\text{сез}}) M_0 - M \pm M_0 = \\ &= [M_0 - M] - [M_0 - \alpha (n + \tau_{\text{сез}}) M_0] = [M_0 - M] - [n M_0 + \\ &\quad + \mu_0 - \alpha (n + \tau_{\text{сез}}) M_0] \pm (\tau_{\text{сез}} M_0 - \mu_0) = \\ &= [M_0 - M] - [(n + \tau_{\text{сез}}) (1 - \alpha) M_0 - (\tau_{\text{сез}} M_0 - \mu_0)]. \end{aligned}$$

Таким образом мы получаем искомый объем как разность двух членов

$$V = Z - B, \quad (16)$$

$$Z = [M_0 - M], \quad (17)$$

$$B = [(n + \tau_{\text{сез}}) (1 - \alpha) M_0 - (\tau_{\text{сез}} M_0 - \mu_0)]. \quad (18)$$

Первый член представляет функцию так же, как прежде указывалось, прерывистую от n числа лет в серии. Второй член представляет линейную функцию n . Изобразив первое слагаемое графически, мы получим кривую, аналогичную кривой основного дефицита объема в методе Крицкого-Менкеля. Разница в том, что масштаб этой кривой получается прямо в единицах стока, а не в относительных величинах. Второе слагаемое на том же графике получится в виде прямой, исходящей, однако, не из начала координат, как в методе Крицкого-Менкеля, а из точки, лежащей на $(\tau_{\text{сез}} M_0 - \mu_0)$ ниже начала координат. Максимальная разность между ординатами кривой и прямой дает необходимый полный объем водохранилища с учетом неравномерности стока в пределах отдельных лет и своим местоположением на графике одновременно указывает на расчетный период лет, т. е. на период опорожнения водохранилища.

Этим способом мы избегаем поправок на сезонный объем, как их вводит метод Крицкого-Менкеля, и сводим все определение объема к единому методу, распространяя, таким образом, понятие равной гарантийности на весь объем, а не только на основной, как это получается в методе Крицкого-Менкеля. Кроме того, объем в случае лишь сезонного регулирования получается как частный случай общего решения на том же графике.

Мы видим преимущество нашего метода именно в этом едином подходе ко всей задаче в целом и в устранении из метода Крицкого-Менкеля произвольного допущения о независимости стоков лет одного от другого. Последнее сводится к тому, что Крицкий и Менкель считали сток явлением аperiodичным, мы же попытались учесть эту периодичность стока. В общем же мы считаем, что наш метод является прямым продолжением и развитием метода Крицкого-Менкеля, как бы вторым его приближением. Тут же отметим, что в настоящее время намечается введение дальнейших уточнений этого метода, которые должны еще более приблизить результаты наших подсчетов к действительности.

Во всех вышеприведенных методах отдача определялась, как отдача брутто, т. е. полезная отдача плюс потери. Поправки для учета потерь вводятся при этом в последующем порядке в отдачу или в предварительном порядке путем исправления величины притока к водохранилищу.

Хазен предлагает следующий способ внесения поправок для учета потерь на испарение. Если средние осадки большие или равны среднему испарению с водной поверхности, то должны быть применены следующие поправки:

а) Уменьшение среднего стока с площади бассейна, равное превышению среднего испарения с водной поверхности над средним испарением с земли; этот исправленный средний сток принимается как расчетный. Коэффициент вариаций остается, видимо, без изменения.

б) Фактический объем водохранилища уменьшается на некоторую величину. Эта поправка необходима ввиду того, что испарение неравномерно в течение года и минимум его не совпадает с максимумом осадков. Для восточной части США эта поправка равна слою в 150—300 мм по максимальному зеркалу водохранилища. Грубое правило, даваемое в справочнике Мерримана тем же Хазеном, такое: слой необходимой поправки равен среднему испарению с водной поверхности минус $\frac{1}{2}$ средних осадков. Этот слой берется со всей поверхности полного водохранилища. Этот последний объем вычитается из фактического объема водохранилища, и полученный таким путем объем нетто должен войти в окончательный расчет регулирования.

Если испарение с водной поверхности больше осадков, то рекомендуется поправка Кори. Вычисляется отдача брутто и из нее вычитают потери испарения, которые равны испарению с водной поверхности плюс сток с равной площади земли минус осадки. Этот слой потерь исчисляется со средней площади зеркала водохранилища, равной примерно 0,9 от максимальной площади зеркала при нормальном подпоре.

Метод С. Н. Крицкого и М. Ф. Менкеля сводится к некоторой детализации метода Кори. Путем постепенного приближения они исключают потери переменными во времени в зависимости от изменения испарений по времени года и изменений площади зеркала водохранилища. Эти исчисления довольно сложны и длительны и по нашим подсчетам оправдываются лишь там, где потери вообще очень велики, а сток мал.

В районе Москворецкого бассейна мы имеем среднее количество осадков $538,0 \pm 12,3$ мм. Правила упрощенных поправок Хазена согласно первому случаю, им указываемому, выведены для местностей с осадком около 850—1000 мм. Наоборот, Западные штаты, для которых Хазен рекомендует поправки по методу Кори, имеют осадки порядка, близкого к нашим. Таким образом мы приходим к необходимости принять методику

Кори, т. е. исчислять полную отдачу и потом вычитать из нее потери.

Для исчисления потерь испарения нами были обработаны данные весового испарителя Вильда, действующего с 1921 г. в ТСОХА. При обработке этих наблюдений был применен следующий метод, одобренный Техсоветом Совзострой в применении к бобриковским прудам. Именно потери с зеркала водохранилища исчислялись, как удвоенное испарение по Вильду минус осадки. За 10 лет действия вильдовского испарителя Тимирязевской академии были исчислены величины $2E - P$, где E — испарение по Вильду в мм, P — осадки в мм.

Среднее значение этой величины получилось равным 439 мм, а рассеяние ее 215 мм. Пользуясь точно тем же способом, какой применяется при методе Крицкого-Менкеля к стокам, мы можем получить потери испарения в год, гарантированные на 97%, и далее потери средние за n лет периода регулирования. Эти величины получились следующие:

Потери одного засушливого года	920 мм в год
„ серии в два засушливых года	765 „ „
„ „ в три „ „	695 „ „

Далее, допустим, что наибольшее в пределах данной обеспеченности испарение совпадает с наименьшим стоком, что, конечно, представляет хотя и вероятное, но все же очень тяжелое допущение. Тогда с некоторым округлением в сторону увеличения мы примем, что при регулировании сезонном (один наиболее засушливый год) потери принимаются 920 мм в год. При регулировании 2-летнем (один полный год и один сезон) потери принимаются за один год равными 920 мм, а за второй — 760 мм. Наконец, при трехлетнем регулировании (два полных года и один сезон) потери принимаются за один год 920 мм, за другой год — 760 мм и за третий — 600 мм. При дальнейшем увеличении периода регулирования считается, что все прочие года имеют потери, уже равные средней, т. е. около 440 мм в год. Как распределяются эти годы в течение одного периода регулирования, неизвестно. Надо указать, что при исчислении потерь по методу Крицкого-Менкеля необходимо знать еще и истинное чередование стоков в пределе одного расчетного периода регулирования. Ввиду неизвестности последней величины было принято С. Н. Крицким и М. Ф. Менкелем, что сток равномерен в пределе периода регулирования, что примерно соответствует средним условиям. Подобно этому мы принимаем, что потери испарения также распределяются равномерно по годам в пределах одного цикла регулирования. Отсюда получаем следующую формулу потерь для цикла n лет ($n + 1$ полных лет и одного сезона):

$$P = 1/n [920 + 760 + 600 + 440(n - 3)]. \quad (19)$$

Далее, предстояло решить, принять ли более простой метод Кори или более сложный метод Крицкого-Менкеля. Нами метод

Кори применяется с действительными, получаемыми по кривым объемов и площадей средними площадями зеркал, и оказалось, что в условиях среднерусского климата этот метод дает даже некоторый (очень небольшой) запас по сравнению с методом Крицкого-Менкеля.

Поэтому в основном мы придерживаемся метода Кори, как более простого и не требующего никаких произвольных предположений о чередовании лет.

Потери на фильтрацию ввиду их почти полной неизвестности принимались в двух вариантах: 1 мм и 2,5 мм в сутки с площади зеркала водохранилища. Мы считаем более осторожной вторую величину и считаем отдачу именно с потерей на фильтрацию 2,5 мм в сутки.

Фактически при расчетах эта потеря включается так же, как и потеря испарения, по среднему зеркалу, считая в год потерь на фильтрацию 365 мм при $\Delta\phi = 1$ мм и соответственно 913 мм при $\Delta\phi = 2,5$ мм.

Для отвора у Зеленькова, где проектируется плотина, мы имеем следующие данные из гидрологических записок:

Модуль стока $m_0 = 7,2$ л/сек км².

Площадь бассейна $F = 1910$ км².

Средний сток $M_0 = 433,68 \cdot 10^6$ м³ в год.

Коэффициент вариации $C_v = 0,312^1$.

Сток летней межени $= 74\,500$ м³/км².

Сток зимней межени $= 24\,600$ м³/км².

Сток всей межени $\mu_0 = (74\,500 + 24\,600) F =$
 $= 189,2 \cdot 10^8$ м³.

Рассеяние стока летней межени $\sigma_A = 34\,000$ м³/км².

Рассеяние стока зимней межени $\sigma_3 = 10\,800$ м³/км².

Коэффициент корреляции стока лета и зимы $r = 0,76$.

Рассеяние всей межени $\sigma_\mu = (\sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_3^2 + 2r\sigma_A\sigma_3}) \cdot F =$
 $= 81,72 \cdot 10^8$ м³.

Обеспеченность принята равной 97%.

Результаты приведены на фиг. 30, где даны функции

$$Z = f(n) \quad \text{и} \quad B = f(n),$$

¹ По более поздним уточненным данным $C_v = 0,316$; разница столь мала, что пересчета мы не делаем.

ТАБЛИЦА 46
Вычисления характеристик рядов

Годы	Кoeffи- циент вариации	Годо- вой сток	$M_0 \times$ $\times C_{\text{пл}} \cdot n$	34 000 F	10 800 F	σ_{μ}	σ_M	M_0	$C_{\sigma M} =$ $= \frac{\sigma_M}{M}$
	$C_{\text{ст}}$	M_0	Σ	σ_A	σ_3				
Сезон	0	433,68	0	64,94	20,63	81,72	81,72	189,28	0,432
1	0,312	433,68	135,81	64,94	20,63	81,72	158,07	622,96	0,254
2	0,252	433,68	218,56	64,94	20,63	81,72	233,34	1 056,64	0,221
3	0,220	433,68	286,23	64,94	20,63	81,72	297,65	1 490,32	0,200
4	0,198	433,68	343,48	64,94	20,63	81,72	353,06	1 924,00	0,184
5	0,182	433,68	394,65	64,94	20,63	81,72	403,02	2 357,68	0,171
6	0,169	433,68	439,74	64,94	20,63	81,62	447,27	2 791,36	0,160
7	0,158	433,68	479,64	64,94	20,63	81,72	486,55	3 225,04	0,151
8	0,149	433,68	516,96	64,94	20,63	81,72	523,38	3 658,72	0,143
9	0,141	433,68	550,35	64,94	20,63	81,72	556,38	4 092,40	0,136
10	0,135	433,68	585,50	64,94	20,63	81,72	591,18	4 526,08	0,131

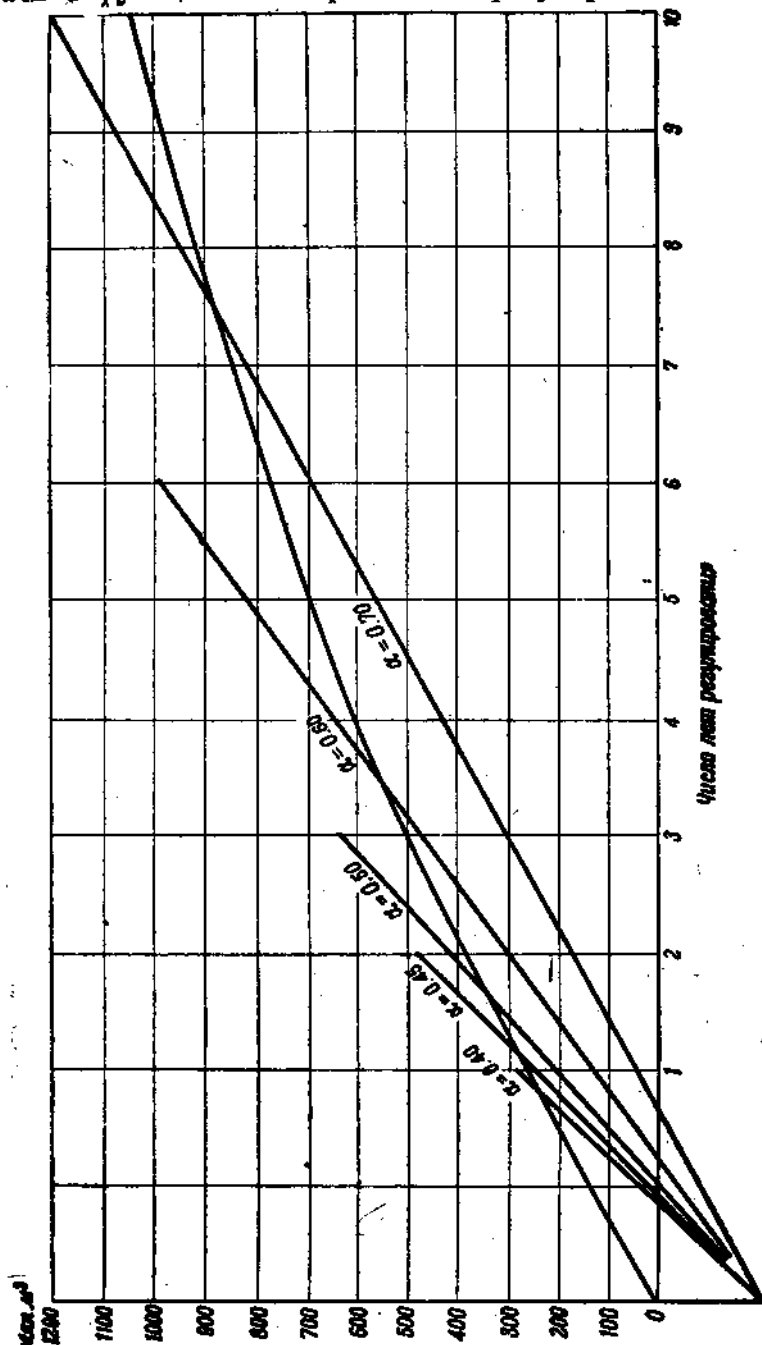
ТАБЛИЦА 47
Вычисления кривой дефицита объема $Z_0 = f(n)$

Годы	$C_{\sigma M}$	$C_p = 2 C_{\sigma M}$	γ по Фостеру обеспеченность 97%	$Z_0 = \gamma \sigma_M$
Сезон	0,432	0,864	— 1,488	121,71
1	0,254	0,508	— 1,650	261,02
2	0,221	0,442	— 1,680	392,01
3	0,200	0,400	— 1,699	506,71
4	0,184	0,368	— 1,714	606,06
5	0,171	0,342	— 1,725	695,51
6	0,160	0,320	— 1,735	773,21
7	0,151	0,302	— 1,744	848,18
8	0,143	0,286	— 1,751	914,68
9	0,136	0,272	— 1,757	978,08
10	0,131	0,262	— 1,762	1 045,52

ТАБЛИЦА 48
Ординаты прямой $B = f(n)$

Годы	$\alpha = 0,70$	$\alpha = 0,60$	$\alpha = 0,50$	$\alpha = 0,45$	$\alpha = 0,40$	$\alpha = 0,44$
Сезон	— 93,35	— 52,98	— 12,60	+ 7,59	+ 27,77	+ 11,82
1	+ 36,75	+ 120,49	+ 204,24	246,11	287,98	254,48
2	166,86	293,97	421,08	484,63	548,19	497,34
3	296,96	467,44	637,91	723,15	808,39	740,20
4	427,06	640,91	854,76	983,06	1 068,60	983,06
5	557,17	814,38	1 071,60	1 200,21	1 328,81	1 225,92
6	687,27	987,85	1 288,43	1 438,73	1 589,02	1 468,78
7	817,38	1 161,33	1 505,28	1 677,25	1 849,23	1 711,64
8	947,48	1 334,79	1 722,11	1 915,77	2 109,43	1 954,52
9	1 077,58	1 508,27	1 938,95	2 154,30	2 369,64	2 197,08
10	1 207,68	1 681,74	2 163,79	2 392,82	2 629,85	2 440,22

и на фиг. 31, где даны объемы, отметки подпора и полезные отдачи в функции α — коэффициента зарегулирования.



【Фиг. 30. График основного дефицита, объемов водохранилища с плотной у сел. Запечного в зависимости от числа лет регулирования и обеспеченности 97%.

При отметке подпора 150 м мы получаем отдачу равной 5,26 м³/сек, взятых из водохранилища.

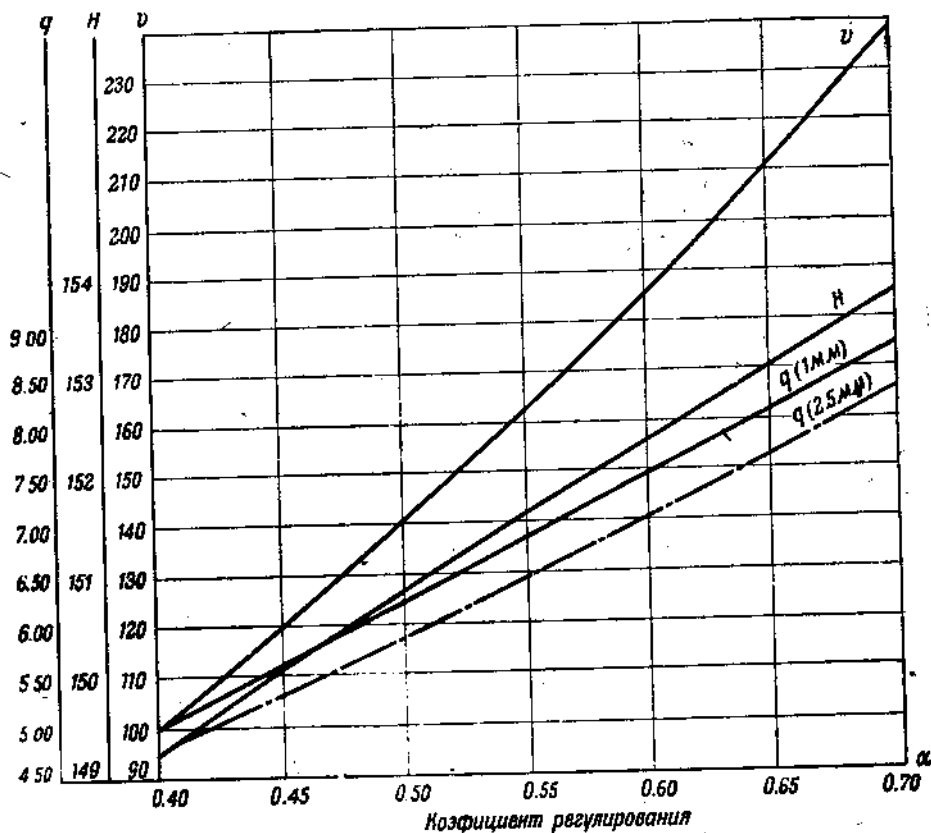
ТАБЛИЦА 49

Вычисления потерь и отдачи негто

α	M_0	Отд. αM_0	Получен- ный объем V_0	Мертвый объем W	Полный объем V	Отметка подпора H в м	$H_{ср}$	$\omega_{ср}$	Потери за		Полезная отдача	Се- хунд- ная отдача	Период регули- рования
									год	филь- тра- ция			
а) При потерях на фильтр 1 мм в сутки													
0,70	433,68	303,57	225,15	11,26	236,41	153,80	150,20	25,20	9,20	19,15	275,22	8,73	2 г. +
0,60	433,68	260,21	174,69	8,73	183,42	152,25	149,05	21,10	7,70	19,41	233,10	7,39	сезон
0,50	433,68	216,84	134,31	6,71	141,02	150,80	147,85	17,30	6,31	15,91	194,62	6,20	То же
0,45	433,68	195,16	114,12	5,71	119,83	150,05	147,20	15,50	5,66	14,26	176,24	5,56	То же
0,40	433,68	173,47	93,94	4,70	98,64	149,15	146,40	13,45	4,91	12,37	156,19	4,95	То же
б) При потерях на фильтр 2,5 мм в сутки													
0,70	433,68								23,00	19,15	261,42	8,29	—
0,60	—								19,25	19,41	221,55	7,02	—
0,50	433,68								15,77	15,91	185,16	5,87	—
0,45	433,68								14,15	14,26	166,75	5,29	—
0,40	—								12,27	12,37	148,83	4,72	—
0,44	433,68	190,82	110,09	5,52	115,59	149,90	147,05	15,00	13,70	13,80	163,32	5,18	Сезон

Величины те же, что в соответствующих

графах п. "а"



Фиг. 31. Кривые зависимости q , v и H от α для р. Истры.

О ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ РАБОТЕ РУБЛЕВСКОЙ И ЗЕЛЕНЬКОВСКОЙ ПЛОТИН

Для оценки действия Зеленковского водохранилища совместно с Рублевским надо иметь характеристики оттока бассейна Москва-реки за вычетом стока р. Истры. Параллельное сопоставление стока межени (от конца половодья до начала следующего) по Москва-реке и по р. Истре у Павлова показывает на очень близкую их связь, характеризуемую коэффициентом корреляции $r = +0.963$. Средний сток межени у Павлова равен $100\,800 \text{ м}^3/\text{км}^2$, то же по р. Истре — $102\,500 \text{ м}^3/\text{км}^2$. Рассеяние первой величины равно $40\,000 \text{ м}^3/\text{км}^2$, а второй — $39\,900 \text{ м}^3/\text{км}^2$. Отсюда средний сток межени Москва-реки без р. Истры равен $M = 100\,800 \cdot 7\,537 - 102\,500 \cdot 1\,910 = 565\,000\,000 \text{ м}^3$.

Рассеяние этого стока равно:

$$\sigma = \sqrt{(40\,000 \cdot 7\,537)^2 + (39\,900 \cdot 1\,910)^2 - 2(40\,000 \cdot 7\,537 \times 39\,900 \cdot 1\,910) \cdot 0.96} = 229\,500\,000 \text{ м}^3,$$

откуда коэффициент вариации $C_v = \frac{229,5}{565,0} = 0,407$.

Сток межени, обеспеченной на 97%, по Фостеру получается равным

$$565\,000\,000 - 229\,500\,000 \cdot 1,51 = 218\,000\,000 \text{ м}^3.$$

Отдача Зеленковского водохранилища, равная в течение всего года $5,25 \text{ м}^3/\text{км}^2$, взятая из водохранилища, в момент половодья идет за счет естественного стока ввиду сезонности регулирования. Во время половодий, однако, в Москва-реке эта отдача никому не нужна. В засухливые годы половодье на Москва-реке продолжается всего 20 дней. Таким образом отдача р. Истры за эти 20 дней не может быть использована. Иными словами, полезная отдача р. Истры, возможная к использованию в Рублеве, получается равной

$$5,25 \cdot 86\,400 \cdot 345 = 156\,000\,000 \text{ м}^3.$$

В Рублевском водохранилище может быть накоплено за время половодья $5\,000\,000 \text{ м}^3$ и затем спущено в межень.

Таким образом общий запас воды, который мы имеем на указанные 345 дней, равен:

а) Естественный сток	218 000 000 м ³
б) Отдача Зеленкова	156 000 000 "
в) " Рублева	5 000 000 "

Итого 379 000 000 м³

или расход у Рублева, возможный к использованию для всех видов водного хозяйства, равен

$$\frac{379\,000\,000}{86\,400\,345} = 12,7 \text{ м}^3/\text{сек}.$$

Построение интегральных кривых стока Москва-реки убеждает нас в том, что при стоке межени порядка 220 млн. м³ и отдаче водохранилищ порядка 160 млн. м³ можно зарегулировать неравномерную отдачу всего стока межени, кроме нескольких дней от начала после спада половодья. Подсчет показал, что в подобных условиях отдача понижается примерно на 2%, т. е. должна равняться:

$$0,98 \cdot 12,7 = 12,5 \text{ м}^3/\text{сек}.$$

Оставляя в реке для протока в направлении к городу около $3,5 \text{ м}^3/\text{сек}$, мы можем взять в рублевский водопровод $9,0 \text{ м}^3/\text{сек}$.

О БОРЬБЕ С ПОЛОВОДЬЯМИ ВОДОХРАНИЛИЩЕМ У ЗЕЛЕНКОВА

Общая картина движения пиков половодья по Москва-реке не может быть точно установлена, но рисуется в следующем виде: огромная масса воды первой части половодья идет на наполнение русла высоких вод. По почти уже полному руслу проходят

пики отдельных притоков. Для образования катастрофического половодья типа 1908 г. нужны следующие два фактора: во-первых, достаточно большое количество воды в начальной части половодья, чтобы наполнить русло высоких вод, и, во-вторых, совпадение пиков притоков при их движении по главному руслу. Величина пикового расхода притоков в этом отношении не играет, повидимому, столь большой роли, как общее многоводье половодья и совпадения отдельных пиков. Первый фактор, повидимому, влияет равномерно по всему бассейну, т. е. при большом стоке половодья на Москва-реке и стоки на всех притоках тоже велики. Второй же фактор носит чисто случайный характер и встречается, повидимому, достаточно редко, чем и объясняется редкость половодий типа 1908 г. Нормально пики притоков не совпадают между собой. Пик р. Истры, повидимому, опаздывает на несколько часов против пика Звенигорода и нормально мало участвует в образовании пика у Москва-реки. Наоборот, пик р. Рузы всегда участвует в образовании пика Москва-реки у Москвы. Последнее доказывается тем, что корреляция пиков Москва-реки с пиками рр. Рузы и Истры у Павлова дает следующие данные:

ТАБЛИЦА 50

РЕКА	Коэффициент корреляции	Среднее условное рассеяние пиков $\text{м}^3/\text{сек}$
Руза у Рузы	0,98	26
Истра у Павлова	0,92	63

Уравнение регрессии пиков р. Рузы по пикам Москва-реки имеет вид

$$P = 0,274 V_{\text{п}} - 33,$$

где P — расход пика половодья у р. Рузы, в среднем имеющий место при прохождении в сел. Павшино пика $V_{\text{п}}$ $\text{м}^3/\text{сек}$. Пик у сел. Павшино может быть принят равным 0,922 от пика Бабьегородской плотины, т. е. пропорционально площадям бассейнов меньшим. В таком случае пик половодья 1908 г. по сел. Павшино равнялся

$$0,922 \cdot 2880 = 2650 \text{ м}^3/\text{сек}.$$

По приведенному уравнению пик в 1908 г. по р. Рузе был равен 692 $\text{м}^3/\text{сек}$ с рассеянием этой величины, равным 26 $\text{м}^3/\text{сек}$. Если считать, что отклонения среднего пика следуют закону распределения Гаусса (условно для простоты), то, считая, что отклонения с вероятностью менее 1% могут не рассматриваться, мы получаем, что пик половодья 1908 г. по р. Рузе лежит в пределах

$$692 \pm 2,325 \cdot 26 = 692 \pm 61 = \text{от } 631 \text{ до } 753 \text{ м}^3/\text{сек}.$$

Подобно этому уравнение регрессии пиков половодий р. Истры у Павлова по пикам Москва-реки у сел. Павшино получает вид: $P_p = 0,32 V_p - 11$, откуда пик 1908 г. по р. Истре у Павлова в среднем был равен $837 \text{ м}^3/\text{сек.}$ Вероятное значение его в 1908 г. лежало в пределах $837 \pm 2,325 \cdot 63 = 837 \pm 146 =$ от 691, до $983 \text{ м}^3/\text{сек.}$ Таким образом при наличии некоторого половодья на Москва-реке у сел. Павшино (или у Москвы) пик, который наступает на р. Рузе, варьирует примерно в 2 раза менее, чем пик у Павлова на р. Истре. Такое положение вытекает из несравненно более близкой связи между пиками р. Рузы и Москва-реки, чем между пиками р. Истры и Москва-реки. Это и значит, что вероятность совпадения пика р. Рузы с пиком Москва-реки несравненно более значительна (примерно в 2 раза), чем совпадение пика р. Истры и Москва-реки.

Как видно из гидрологической записки, пик у Павлова, имеющий равную вероятность, как пик 1908 г. на Москва-реке, равен $895 \text{ м}^3/\text{сек.}$ Такой же пик на р. Рузе равен $750 \text{ м}^3/\text{сек.}$ Оба эти пика примерно на $60 \text{ м}^3/\text{сек.}$ больше средних вероятных пиков, долженствовавших иметь место в 1908 г. Отсюда мы видим, что пик 1908 г. на Москва-реке должен был образоваться не от сложения вероятных пиков притоков, а от сложения несколько меньших пиков. Это и говорит за то, что такой исключительный пик, как пик 1908 г., образовался не столько за счет образования катастрофических пиков на притоках, сколько путем сложения и одновременности несколько более умеренных пиков.

Перейдем теперь к вопросу о стоке половодий. Регрессия стоков половодий р. Истры у Павлова по стокам половодий Москва-реки у сел. Павшино (или, что то же, у Москвы) в $1000 \text{ м}^3/\text{км}^2$ имеет вид $P_p = 1,4 M - 29,5$, где P_p — сток половодья до Павлова, в среднем соответствующий стоку M у Москвы. Сток половодья 1908 г. по Павлову получается равным $316000 \text{ м}^3/\text{км}^2$ при стоке Москва-реки, равном $247200 \text{ м}^3/\text{сек.}$

Подобное же уравнение по р. Рузе имеет вид

$$P = 1,27 M + 4,8$$

и дает сток для 1908 г. в среднем равным $319000 \text{ м}^3/\text{км}^2$, т. е. оба бассейна в этом отношении практически подобны. Условные рассеяния могут быть приняты для обоих бассейнов также равными 27000 м^3 . Таким образом на обоих бассейнах сток половодья 1908 г. должен лежать примерно в пределе

$$316000 \pm 2,325 \cdot 27000 = \text{от } 253000 \text{ до } 379000 \text{ м}^3.$$

В отношении стоков половодья оба бассейна, таким образом, находятся в совершенно одинаковых условиях.

Отсюда та часть задачи, которая лежит на водохранилище в отношении борьбы с половодьями в части уменьшения наполнения русла Москва-реки, будет выполняться одинаково хорошо при устройстве водохранилища на любой реке. Однако задержание пика, движением которого по заполненному руслу создаются наибольшие горизонты наводнений, будет совершаться более

надежно при устройстве водохранилища на р. Рузе, а не на р. Истре. Это объясняется вышеуказанным тесным совпадением пиков р. Рузы с пиками Москва-реки. Задерживая пик р. Рузы, мы почти наверняка задерживаем часть пика Москва-реки; задерживая же пик р. Истры, мы часто опаздываем задержать часть московского пика, так как пик р. Истры часто опаздывает по сравнению с пиком Москва-реки.

Каково будет точное действие водохранилища на срез пика половодья в Москва-реке, сказать трудно. Однако, если мы можем задержать весь сток половодья от его начала до момента, когда Москва-река обычно входит в городе в берега, то водохранилище на притоке исполнило бы все, что оно может сделать вообще и в отношении уменьшения наполнения русла и в отношении срезки самого пика, так как пик притока при этом, несомненно, не дошел бы до Москва-реки. В таком случае мы можем считать, что пик Москва-реки образовался бы так, как будто соответствующая часть бассейна выше водохранилища отсутствовала бы. При таком положении мы считаем, что как первое приближение можно принять, что пик срезался бы (по расходу) пропорционально уменьшению стока половодья.

Общий сток половодья 1908 г. по Москва-реке равнялся

$$247\,200 \cdot 8\,170 = 2\,020\,000\,000 \text{ м}^3.$$

Выключаемый Зеленковским водохранилищем бассейн равен примерно 1910 км^2 (то же, что у Павловской слободы) и имеет сток в половодье 1908 г.

$$\text{от } 253\,000 \cdot 1\,910 = 483\,000\,000 \text{ м}^3 \text{ до } 725\,000\,000 \text{ м}^3,$$

а в среднем — $604\,000\,000 \text{ м}^3$. Пик половодья 1908 г. равен $2880 \text{ м}^3/\text{сек}$ в Москве. Таким образом срезка пика 1908 г. Зеленковским водохранилищем при возможности задержать половодье от его начала до опадения пика, как это было описано выше, дает уменьшение пика в Москве примерно

$$\text{от } 2880 \frac{483}{2\,020} = 680 \text{ м}^3/\text{сек} \text{ до } 2880 \frac{725}{2\,020} = 1\,010 \text{ м}^3/\text{сек},$$

а в среднем

$$2880 \frac{604}{2\,020} = 845 \text{ м}^3/\text{сек}.$$

Мы считаем, что рассчитывать на срезку большую, чем по среднему для 1908 г. стоку, не следует, но что надо иметь в виду возможность несколько меньшей срезки порядка $680 \text{ м}^3/\text{сек}$. Переводя эти цифры на горизонты, мы получаем в первом случае срезку на $1,8 \text{ м}$, а во втором — на $1,4 \text{ м}$ по Бабьегородской рейке.

Какой же объем необходим для задержания той части половодья, который обеспечит столь сильное действие водохранилища? По Москва-реке от начала половодья до входа реки в берега, т. е. до спада ниже отметки 80 по Бабьегородской рейке,

в 1923 г. прошло 57% общего стока половодья, а в 1908 г. — около 54%. Отсюда мы считаем, что если мы удержим на притоке 60% воды стока от начала половодья, то мы совершенно выключим сток соответствующей части бассейна, как мы о том писали выше. При этом надо иметь в Зеленькове объем не менее $0,6 \cdot 604\,000\,000 = 362\,000\,000 \text{ м}^3$, а желательно даже $0,6 \times 725\,000\,000 = 435\,000\,000 \text{ м}^3$.

Проектируемое ныне водохранилище имеет полезный объем при отметке 150,0 около 110 млн м^3 . Такой объем будет наполнен первыми 18% стока половодья, и в моменту прохода пика водохранилище будет полно. Таким образом роль водохранилища сведется лишь к очень незначительному уменьшению наполнения русла Москва-реки и как следствие этого — небольшой срезке пика. Какова будет эта срезка, сказать крайне трудно, ибо нет методов подсчета ее величины. Мы полагаем, что эта величина порядка не более 30—40 см в половодье 1908 г.

Таким образом объем проектируемого Зеленьковского водохранилища совершенно недостаточен, чтобы можно было говорить о срезке им пика 1908 г.

Может возникнуть мысль пропустить первые части половодья, не заполняя водохранилище, через донные спуски, с тем чтобы закрыть их в критический момент прохода самого пика по Москва-реке. Приблизительные подсчеты (ибо мы не имеем наблюдений за прохождением пика 1908 г. по р. Истре) показывают, что при этом донные спуски надо закрыть так, чтобы задержать лишь самый пик половодья в течение 1,5—2 дней. При этом донные спуски должны иметь пропускную способность около 600 $\text{м}^3/\text{сек}$. Такой размер донных спусков для пропуска без подпора фактически недостижим.

Далее, сказать, каков бы был эффект подобной эксплуатации водохранилища, совершенно невозможно, так как подсчитать срезку пика мы не имеем возможности. В силу этого и почти полной невозможности устроить столь большие водоспуски от них приходится отказаться. Таким образом в отношении борьбы с наводнением действие Зеленьковского водохранилища при его отметке подпора 150,0 совершенно неопределимо и наверно весьма мало.

IV. НЕКОТОРЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ О ГРАНИЦАХ ПРИМЕНИМОСТИ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ К ГИДРОЛОГИИ И ОЦЕНКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Автор по практике своих работ в области применения методов математической статистики к вопросам гидрологии в настоящее время склонен отвести этим методам довольно значительную область в гидрологических работах, но все же считает совершенно необходимым точно очертить те пределы, до которых применение этих методов допустимо и по мнению автора не ведет к принципиальным ошибкам и заблуждениям.

1. Методика статистического подсчета в части своей, относящейся к характеристике одной случайной переменной—так называемое учение о кривых распределения, великолепно подходит для описания таких явлений, как колебания расходов, горизонтов, изменение и повторяемости максимумов и минимумов и т. д., если только нас при этом не интересует зависимость этих величин от времени, т. е. к изучению хронологического распределения изменений переменных эта отрасль математической статистики неприменима. Если пользоваться элементарными приемами описания повторяемости некоторой переменной, то как минимум придется дать медиану, две квартили и верхнюю и нижнюю децили; в большинстве случаев придется присоединить еще два экстремума распределения и число вариантов, чтобы возможно было определить повторяемость наблюдения экстремумов. Таким образом для полной картины надо дать минимум пять величин и желательно иметь восемь величин. Построение кривой повторяемости (огивы Гальтона) произойдет при этом по пяти или семи точкам и лишь в последнем случае будет сколько-нибудь удовлетворительным. Построение огивы по пяти точкам крайне неточно. Отклонение точек от среднего значения (в данном случае медианы) будет характеризоваться так называемым квартильным отклонением или междецильным интервалом, т. е. производной величиной, получаемой по основным данным. Асимметрия кривой и эксцессивность ее также даются производными величинами довольно простого типа.

Если прибегнуть для описания распределения к кривым Пирсона, то максимум количества параметров, которыми надо характеризовать распределение, четыре: среднее арифметическое, рассеяние (основное отклонение) или коэффициент вариации, коэф-

циент асимметрии и показатель эксцесса. Имея эти четыре меры, сразу определяется все свойство распределения. В огромном большинстве случаев, встречающихся в гидрологии, знание показателя эксцесса даже не потребуется—распределение можно принять по кривой III типа. В очень многих случаях можно даже обойтись без знаний коэффициента асимметрии, если принять для данного явления заранее некоторое определенное отношение коэффициента асимметрии к коэффициенту вариации, которое часто равно 2. В двух последних случаях построение кривой повторяемости (огивы Гальтона) чрезвычайно просто производится по таблице Альдена Фостера. В общем случае построение становится труднее, но оно встречается относительно редко в гидрологии. Таким образом метод статистический позволяет характеризовать всю картину распределения переменных почти всегда в нашей практике тремя параметрами, сразу дающими представление о характере кривой и позволяющими очень простое ее построение. При этом надо отметить, что кривая, проведенная таким образом, есть наиболее близкая из всех возможных кривых подобного типа к фактическому распределению вариантов. Далее, метод математической статистики устраняет всякий произвол и глазомер при характеристике распределения.

Эта область применения математической статистики нашла себе широкое признание среди американских и русских гидрологов.

II. В гидрологии огромное количество суждений основывается на разного рода аналогиях. Такое положение является необходимым следствием бедности наших сведений и ограниченности материала наблюдений как во времени, так и в пространстве.

Как необходимость, так и допустимость суждения по аналогии вытекает из стохастической (случайной) связи между отдельными изучаемыми в гидрологии переменными. Степень тесноты такой связи характеризуется вполне корреляционным отношением, а при обычно малом наличном объеме совокупности достаточно точно характеризуется коэффициентом корреляции. Последний коэффициент во всех случаях может характеризовать тесноту связи в первом приближении (и притом осторожно, по недостатку), а в большинстве случаев гидрологии, когда связь оказывается практически прямолинейной, вполне характеризует связь, ибо при этом он равен корреляционному отношению.

Эта область применения статистического метода, вводя объективную меру сходства, устраняет произвол в суждениях по аналогии и дает основание для оценки большей или меньшей достоверности таких суждений в меру их возможных ошибок.

III. Коль скоро возможность суждения по аналогии является обоснованной, теория корреляции дает метод к построению наиболее вероятной зависимости искомой переменной от известных величин и к исчислению вероятных ошибок при вычислении искомой величины.

Эта отрасль, так называемое учение о корреляционных уравнениях или уравнениях регрессии, должна получить очень ши-

рокое применение, так как связи, изучаемые в гидрологии, по существу своему суть связи стохастические, а не функциональные, и никоим образом не должны рассматриваться как таковые. Между тем, огромное большинство инженеров склонны рассматривать эти зависимости как функциональные и благодаря этому впадают в грубые ошибки, получают неточные и неопределенные результаты и нередко приходят в результате к невозможности установления связи вообще.

IV. Ближе к учению о корреляционных уравнениях стоит отделить, трактующий о кривых развития. Последние необходимо появляются, если мы желаем изучить хронологическое изменение переменной и общие тенденции таких изменений. К данной области относится вопрос о влиянии вырубки лесов на режим рек, о периодичности стока и т. д.

Во всех случаях математическая статистика дает полное, точное и объективное описание того, что было в прошлом и наблюдалось. Будущее может быть нами предсказано (независимо от применения или неприменения статистического исчисления) лишь, если мы примем, что оно подобно, аналогично, прошлому, что будет основательно во всяком случае лишь, если нам ничего неизвестно об изменении каких бы то ни было условий, могущих повлиять на данные явления.

Никакие меры точности, вероятные ошибки и т. д. не могут оценить вероятность и ошибку таких прогнозов на будущее, ибо все меры точности построены на предположении случайного отбора изучаемых величин, а ряд величин, идущих подряд в хронологическом порядке, совершенно не подходит под понятие отобранного случайным образом. В этом лежит одна из наиболее слабых сторон применения статистики для водохозяйственных целей.

В целом ряде случаев статистический метод позволяет построить непосредственно характеристики переменных, представляющих функции наблюдаемых величин, что очень удобно, при этом, однако, очень легко впасть в ошибку, так как такие производные величины часто лишь кажущимся образом отвечают на поставленный вопрос. Тут поднимается важнейший вопрос истолкования полученных результатов, причем необходимо полное знание не только теории математической статистики и теории вероятности, без чего легко приписать получаемым величинам не то значение, которое они имеют, но и знание той науки, к обработке которой прилагается статистика.

Если отвлечься от этого последнего ответственного момента, то при применении статистического метода можно встретить два рода ошибок. Первый род ошибок возникает из неправильного применения статистического метода в направлении переоценки его возможностей, что происходит из непонимания основных идей метода. Эти ошибки можно назвать „тонкими“.

Гораздо более „грубыми“ представляются ошибки второго рода, где нарушена формальная сторона метода, т. е. всякие „применения“, „развития“ и „упрощения“. Такие ошибки свидетельст-

вуют о слабом понимании формальной стороны метода. Не оставиваясь на них, как более выпуклых и ясных, из многочисленных примеров ошибок первого рода приведем хотя бы следующие: уравнения регрессии уровней нижнего поста на реке по уровням верхнего поста, на главной реке и уровням поста на притоке, впадающем выше нижнего поста, совершенно пригодны и не встречают никаких возражений при краткосрочном прогнозе горизонтов пика нижнего поста по горизонтам пика двух (или одного) верхних постов. Далее этого они ничего дать не могут. Попытка предсказать влияние данного снижения пика половодья на одном из верхних постов путем регулирования стока на снижение пика половодья на нижнем посту представляет яркий пример вышеописанных ошибок первого рода.

Действительно, уравнение регрессии дает лишь среднее значение (ожидание) пика половодья на нижнем посту в естественных условиях стока, если даны значения уровней на верхних постах. Фактически от этого значения получаются более или менее значительные отклонения, ибо уровни двух (или одного) верхних постов не являются единственными причинами наступления того или иного уровня на нижнем посту. Такое положение характеризуется понятием множественности причин. Одновременно можно мыслить такое отношение и как результат множественности следствий. Обычно при стохастических связях мы вправе предполагать обе причины отклонения от функциональной связи. Короче говоря, при таком исследовании, как рассматриваемое, мы изучаем и связываем не все причины и не все следствия, почему и получаем связь стохастическую (случайную), а не функциональную. Часть причин, таким образом, выпала из нашего поля зрения и нами не учтена, но для существования данного вида связи этот комплекс неизученных причин должен иметь место, а не должен меняться в целом. Вот эти-то неизученные и неучтенные причины и скрыты за формулировкой „в естественных условиях стока“. Мы можем утверждать неизменность этого неизученного, но, несомненно, существующего комплекса причин лишь в том случае, если сохраняются все условия, которые имели место во время наблюдений, по которым составлено уравнение регрессии.

Введение искусственного регулирования в корне нарушает этот комплекс неучтенных причин. Так, например, данному горизонту пика на притоке „в естественных условиях стока“ соответствует некоторый объем стока половодья, протекающего до наступления пика. Последний объем, правда, при этом не вполне точно фиксируется величиной пика, но все же в известных пределах определяется величиной пика. На пик нижележащего поста на главной реке этот объем стока имеет значительное влияние, определяя собой степень наполнения русла реки. В условиях регулируемого стока наличная „в естественных условиях“ связь величины пика притока с объемом протекающей до наступления пика воды в корне нарушается, а значит, данная величина пика притока после регулирования будет, вообще говоря,

определять иное наполнение русла главной реки, чем „в естественных условиях стока“, а значит, и другой горизонт воды на нижнем посту. Этот пример характеризует лишь одну из многих причин общего комплекса, которые изменятся при начале искусственного регулирования.

Полный учет произвольного, искусственного изменения одной из причин на следствие возможен лишь при наличии функциональной зависимости, когда учтены все причины, и совершенно невозможен в случае стохастической связи, учитывающей по самой сущности своей лишь часть причин и следствий.

Попытка предсказания колеблемости (рассеяния) уровня нижнего поста после изменения путем регулирования колеблемости уровней поста на притоке представляет собой подобное же заблуждение, основанное на ошибке первого рода, так как необходимо сохранение всех условий стока, имевших место в период, по которому исчислен данный коэффициент корреляции, чтобы как он, так и уравнения регрессии сохранили свое значение после регулирования и чтобы такое предсказание было возможно, а это совсем необязательно.

От редакции

Приведенный пример свидетельствует о необходимости в каждом конкретном случае анализа физической стороны явления. Возможность наметить схему такого анализа дается наукой, изучающей это явление в целом — в данном случае гидрологией. Математическая же статистика дает методы количественного учета явлений после правильного — качественного — выделения всех причин и зависимостей, связанных с явлением, и методы количественной проверки правильности качественного анализа.

Переоценка же возможностей статистического метода, попытки пользоваться им в качестве самостоятельного универсального приема для разрешения задач из любой отрасли науки ведет к грубейшим ошибкам и заблуждениям. Явление это часто имеет место, почему автор и затронул этот вопрос.

V. МЕТОДИКА ВОДОХОЗЯЙСТВЕННЫХ РАСЧЕТОВ

(сезонное регулирование)

ВВЕДЕНИЕ

Проблема регулирования стока р. Волги, в основном для целей энергетики, есть проблема, главным образом, сезонного регулирования. Действительно, при тех размерах бассейнов и стока, с которыми приходится иметь дело в данном случае, объемы, необходимые для многолетнего регулирования, столь велики, что практически почти нереальны. При гидрологических условиях, которые имеют место в районе Верхней Волги и которые характеризуются средним многолетним модулем стока порядка $m_0 = 7,25 \text{ л/сек км}^2$, коэффициентом вариации годовичных модулей (или, что то же, стоков) $C_v = 0,25$ и процентом стока половодья, равным примерно 50—55 % от полного годовичного стока, объем, необходимый для практически полного многолетнего регулирования, составляет около 80% среднего многолетнего стока; при таком объеме отдача, гарантированная на 97 %, достигает примерно 0,7 от среднего многолетнего стока уже за вычетом потерь.

Считая бассейн р. Волги у г. Ярославля равным $153\,900 \text{ км}^2$ при модуле стока около $7,25 \text{ л/сек км}^2$, получим средний годовой сток равным 35,2 млрд. м^3 . При вышеописанном практически полном регулировании получим гарантированную на 97% отдачу порядка 25 млрд. м^3 , или расход, равный в среднем $790 \text{ м}^3/\text{сек}$, причем для получения такой отдачи нам потребуется иметь объем водохранилищ выше г. Ярославля порядка 27,5 млрд. м^3 . Такой огромный объем, совершенно очевидно, не может быть получен, почему достигнуть такого высокого регулирования, обеспечивающего такой постоянный расход, не удастся.

Конечно, возможно было бы говорить о меньших степенях регулирования, оставаясь в области многолетнего регулирования стока. Примерно уменьшение вышеуказанных размеров водохранилищ до 50% среднего многолетнего стока снизит полезную отдачу до 50—60% от среднего многолетнего стока при той же, как и раньше, обеспеченности. Однако при такой эксплуатации примерно 35—40% общего стока будет теряться в виде сбросов¹. За счет таких больших сбросов только и можно обеспечить при

¹ Остальные 5—10% падают на потери от испарения и фильтрации.

объеме водохранилищ порядка 50% среднего многолетнего стока столь высокую обеспеченность отдачи, как 97%. Однако даже получение такого небольшого с точки зрения многолетнего регулирования объема стоит под большим вопросом.

С другой стороны, эти бесполезные сбросы могут быть резко снижены, если отказаться от гарантирования равномерной отдачи от года к году. Такое изменение задания к регулированию позволяет вести технически весь процесс регулирования как однолетний или сезонный.

К проблеме многолетнего регулирования мы можем подходить логически под следующим углом зрения. При заданной обеспеченности бесперебойного снабжения потребителя энергией или водой и при данных гидрологических условиях величина отдачи есть однозначная функция объема водохранилища, которая растет до некоторого предела и далее начинает снижаться. Иначе говоря, отдача как функция объема водохранилища имеет максимум независимо от того, равномерна ли отдача в пределах года или нет. Этот максимум возникает благодаря периодичности стока в многолетней перспективе и роли потерь на испарение и фильтрацию, которые растут с увеличением емкости регулирующего водохранилища. Описанный максимум является техническим пределом регулирования. Однако всякая функция вблизи максимума растет очень медленно, и потому большим приращением объема водохранилищ соответствуют практически ничтожные увеличения отдачи задолго до достижения этого максимума. Отсюда ясно, что экономический предел объема водохранилища лежит значительно ниже технически мыслимого максимума. При наших гидрологических условиях технический максимум отдачи, выше которого она вообще при многолетнем регулировании подняться не может, лежит около 90% среднего многолетнего стока.

Таким образом вышеприведенные цифры отдачи при многолетнем регулировании, равные приблизительно 70% среднего многолетнего стока, учитывают уже экономическую нецелесообразность в наших условиях, где вода не является столь высокоценным благом, как в пустыне, приближения к техническому пределу регулирования. Необходимо отметить, что при этом практический предел регулирования в 70% среднего многолетнего стока не имеет под собой количественной экономической базы и обоснован лишь качественными признаками и общими соображениями о рациональных размерах водохранилищ при благоприятных общих условиях для их устройства.

Во всяком случае для многолетнего регулирования при поддержании отдачи, равной из года в год, при определенной степени обеспеченности такой отдачи экономический расчет оптимального размера водохранилища представляется технически выполнимым и возможным.

ПРИНЦИПЫ СЕЗОННОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

Однако условия совершенно меняются, если мы в силу условий технической неосуществимости многолетнего регулирования,

или имея в виду более полное использование стока реки путем уменьшения бесполезных сбросов, или, наконец, в силу очень больших величин мощностей тепловых станций в сети откажемся от равномерности отдачи от года к году в пределах заданной обеспеченности.

Действительно, в таком случае выработка энергии будет колебаться из года в год, а при желании максимального использования стока придется даже допустить отступления от заранее заданного распределения отдачи в пределах года, каковое, вообще говоря, зависит от характера нагрузки. Впрочем, отступление от благоприятного с точки зрения потребителей распределения отдачи в пределах года является, вообще говоря, уже не столь страшным, коль скоро допускается значительное изменение отдачи от года к году.

Таким образом мы приходим к положению более или менее изменчивой отдачи, если мы желаем использовать высокий процент общего стока при умеренном объеме водохранилищ. А priori ясно, что стремление к наибольшей равномерности отдачи в пределах года, или, говоря более широко, к наибольшему приближению к желательному для потребителя режиму, остается в силе. Неравномерность же отдачи от года к году является по существу присущей данной схеме регулирования, если стремиться к возможно полному использованию стока.

Пределом использования стока при данном объеме водохранилища явится как максимум полное опорожнение водохранилища каждый год при гарантии его заполнения весной в пределах некоторой заданной обеспеченности. В виде необходимого пожелания явится такой режим работы водохранилища, при котором сбросы в период осенних паводков будут минимальными. Отсюда вытекает первое требование к режиму водохранилища:

I. Возможно полно срабатывать водохранилище ежегодно с тем, однако, чтобы его заполнение было обеспечено в течение заранее заданного процента лет. Максимально срабатывать водохранилища летом с тем, чтобы, заполняя его стоком осенних паводков, уменьшить до минимума сброс паводочных расходов, имея, однако, в виду оставить достаточный запас воды в водохранилище на случай, если придется вступить в зимний период, не пополнить запасов воды, т. е. если осенью паводков не случится.

В виде необходимого задания для воплощения в жизнь этого принципа следует иметь процент обеспеченности, в пределах которого должно быть гарантировано заполнение водохранилища стоком весеннего половодья.

Как уже сказано выше, необходимо по мере возможности приблизиться к желательному для потребителя распределению отдачи в пределах каждого года. В наших условиях характер потребления требует возможно постоянной отдачи в течение зимних месяцев, причем желательно, чтобы из года в год колебание этой зимней отдачи было наименьшим. Такое качественное требование, совершенно ясное, дает указание к дальнейшему развитию принципов регулирования. Однако оно не дает ни-

какой количественной придержки при расчете ни в отношении допускаемых отклонений от желательного режима, ни в отношении обеспеченности, с которой отклонения от желательного режима должны падать внутри вышеуказанных допустимых пределов.

Установление этих пределов отклонений от желательного режима в течение года и обеспеченности, с которой эти отклонения выдерживаются, вместе с заданием вида самого желательного режима потребления дает возможность определить объем водохранилища при данном проценте использования стока или процент использования стока при данном объеме водохранилища. Однако задание таких условий не может рассматриваться как априорный процесс; оно является результатом в сущности экономических факторов, обуславливающих невозможность приема потребителем любого количества энергии в любое время или при работе на мощную систему тепловых станций невозможностью отклонений отдачи тепловых станций от заранее установленного в плановом порядке режима отдачи, имея в виду, что все заготовление топлива и его добыча идет равномерно в соответствии с планом выработки энергии тепловыми станциями. Далее, не только заготовление топлива, но и весь хозяйственный режим эксплуатации тепловой станции исходит из некоторого режима отдачи, заранее устанавливаемого. Всякое отступление от этого режима связано с увеличением себестоимости выработанной тепловой станцией энергии. Таким образом в общем комплексе станций, работающих на данную сеть, всякое отклонение в отдаче энергии гидростанции, не предусмотренное при планировании нормального режима всей системы, вызывает увеличение себестоимости тепловой энергии, если предполагают отдачу всей системы постоянной. С другой стороны, если отдача системы может изменяться так, чтобы отдача тепловых станций оставалась постоянной, то необходимо предполагать, что существуют потребители, которые могут приспособляться к изменениям нагрузки в таком размере, в каком они имеют место на гидростанциях, работающих на данную сеть.

Такие потребители вообще мыслимы, но и для них отпускная цена энергии будет зависеть от степени обеспеченности подачи последней.

Не вдаваясь в данный момент в анализ изменений себестоимости, постараемся установить общие положения, которым должен удовлетворять режим регулирования гидростанции с точки зрения интересов всей системы. Пусть гидростанция дает в пределах заранее установленной обеспеченности некоторую гарантированную отдачу, распределение которой внутри года удовлетворяет желательному режиму потребителей; эту отдачу назовем основной и обозначим ее величину $k_{г.о.}$; пусть ее себестоимость будет $q_{г.о.}$ за 1 квтч.

Вся отдача сверх этой основной будет получаться неравномерной, причем, как увидим далее, она, вообще говоря, будет иметь место в заранее непредугадываемые моменты времени.

Назовем ее дополнительной отдачей и обозначим ее величину $k_{z.o}$; пусть ее себестоимость $q_{z.o}$.

Обозначим среднюю себестоимость энергий гидростанции через q_z и среднюю себестоимость тепловой энергии равного качества (в отношении обеспеченности, возможности покрывать пики, аварийности и пр.)—через q_m .

Чтобы устройство гидростанции было выгодным, очевидно, должно иметь место неравенство:

$$q_z \leq q_m$$

или

$$(k_{z.o} + k_{z.d}) q_z \leq k_z q_m$$

где $k_z = k_{z.o} + k_{z.d}$ — суммарная отдача гидростанции.

Ясно, что долю стоимости гидросооружений, которая не может быть отнесена на счет гидростанции, если должны удовлетворяться этим неравенства, придется возложить на другие заинтересованные отрасли водного хозяйства.

Далее, при большом по сравнению с отдачей гидростанции потреблении вся дополнительная энергия гидростанции может быть воспринята (если не рассматривать сезонных потребителей) системой лишь за счет прекращения работы тепловых станций. Так как дополнительная энергия, как сказано, по своему характеру имеет распределение случайное во времени, то максимум возможной экономии, мыслимой от замены части тепловой энергии гидравлической, при постоянной установленной мощности гидростанции, представляет стоимость тепловой слагающей 1 *квт* равнокачественной тепловой энергии с включением некоторых мелких расходов, как смазка, обтирка и пр. Обозначая стоимость тепловой слагающей через $q_{m.c}$, получим необходимое неравенство, обуславливающее выгодность применения дополнительной энергии при данных условиях:

$$q_{z.d} \leq q_{m.c}$$

Далее, очевидно

$$(k_{z.o} + k_{z.d}) q_z = k_{z.o} q_{z.o} + k_{z.d} q_{z.d}$$

и

$$k_z q_m = k_{z.o} q_{m.o} + k_{z.d} q_{m.c}$$

где $q_{m.o}$ — себестоимость тепловой энергии, равной по качеству основной гидравлической энергии. Неравенство

$$(k_{z.o} + k_{z.d}) q_z \leq k_z q_m$$

перепишется так

$$k_{z.o} q_{z.o} + k_{z.d} q_{z.d} \leq k_{z.o} q_{m.o} + k_{z.d} q_{m.c}$$

Из этого неравенства, преобразуя его, получим

$$q_{z.o} \leq q_{m.o} + \frac{k_{z.d}}{k_{z.o}} (q_{m.c} - q_{z.d})$$

Если дополнительная энергия стоит дороже тепловой слагающей или равноценна ей, т. е. $q_{z.д} \geq q_{m.с}$, очевидно

$$\frac{k_{z.д}}{k_{z.о}} (q_{m.с} - q_{z.д}) \leq 0,$$

т. е. $q_{z.о} \leq q_{m.о}$, или себестоимость основной гидравлической энергии должна быть дешевле стоимости тепловой энергии равного качества или равноценна ей.

Допустим далее, что установленная мощность гидравлической станции постоянна в процессе данного рассуждения и переменной является установленная мощность тепловых станций. Очевидно, что в сумме отдача и гидростанций и тепловых станций должна равняться потреблению, которое в процессе данного рассуждения мы принимаем также постоянным. Кроме отдачи и установленной мощности тепловых станций за переменную в этот момент мы принимаем лишь режим работы водохранилища при его постоянном объеме. Примем, что независимым переменным является именно режим работы водохранилища. Очевидно, наиболее выгодным будет такой режим его работы, при котором себестоимость генерации всей энергии будет минимальной. Так как размеры водохранилища и установленная мощность гидростанции не меняются, то, очевидно, минимум этой стоимости будет иметь место в том случае, когда, грубо говоря, будет достигнут минимум установленной мощности тепловых станций при минимуме потребления топлива.

Минимум потребления топлива равносителен генерации максимума гидроэнергии, что имеет место в силу принципа I о сезонности регулирования. Минимум установленной мощности тепловых станций при сохранении принципа I сезонности регулирования получится в том случае, если регулирование поставит себе целью в пределах некоторой заданной обеспеченности добиться максимума гарантированной основной мощности. При этом мы считаем, что вне границ этой обеспеченности возможно либо уменьшение потребления, либо покрытие нехватки отдачи резервными аварийными агрегатами, но без установки специальных агрегатов на тепловых станциях.

Может возникнуть вопрос, не выгоднее ли за счет отказа от принципа I перейти на многолетнее регулирование, понизить выработку энергии гидростанцией, но повысить гарантированный минимум ее отдачи. Экономический эффект увеличения основной мощности и основной отдачи гидростанции равен $(q_{m.о} - q_{z.о}) \Delta k_{z.о}$, где $\Delta k_{z.о}$ — приращение выработки основной энергии гидростанции за счет увеличения ее основной мощности при переходе на многолетнее регулирование.

Экономический эффект от изменения дополнительной отдачи при переходе на многолетнее регулирование, очевидно, равен $\Delta k_{z.д} (q_{m.с} - q_{z.д})$, где $\Delta k_{z.д}$ — изменение выработки дополнительной энергии.

Очевидно, что переход на многолетнее регулирование выгоден, если

$$(q_{m.o} - q_{z.o}) \Delta k_{z.o} + (q_{m.c} - q_{z.d}) \Delta k_{z.d} > 0,$$

причем очевидно, что при $\Delta k_{z.o} > 0$ должно быть $\Delta k_{z.d} < 0$; очевидно, множитель $(q_{m.c} - q_{z.d}) > 0$. Ясно, что такой переход может иметь смысл лишь в том случае, если $(q_{m.o} - q_{z.o}) > 0$, что ввиду обязательности лишь неравенства

$$q_{z.o} \leq q_{m.o} + \frac{k_{z.d}}{k_{z.o}} (q_{m.c} - q_{z.d})$$

или

$$q_{m.o} - q_{z.o} \geq - \frac{k_{z.d}}{k_{z.o}} (q_{m.c} - q_{z.d})$$

не является всегда осуществленным.

При исследовании неравенства

$$(q_{m.o} - q_{z.o}) \Delta k_{z.o} + (q_{m.c} - q_{z.d}) \Delta k_{z.d} > 0$$

необходимо помнить, что $q_{z.d} = f(k_{z.d})$; действительно, себестоимость дополнительной энергии гидростанции зависит от коэффициента использования этой дополнительной нагрузки T , но при данном гидрологическом режиме T есть функция $k_{z.d}$; отсюда очевидна зависимость $q_{z.d}$ от $k_{z.d}$.

Исследование вышесказанного неравенства не входит в наши ближайшие задачи, но в огромном большинстве случаев, видимо, $q_{m.o}$ очень близко к $q_{z.o}$, а $\Delta k_{z.d}$ значительно больше, чем $\Delta k_{z.o}$, почему переход к многолетнему регулированию вообще не выгоден при большой мощности тепловых станций.

Необходимо отметить, что весь ход рассуждения не зависит от того, что $q_{m.c}$ является постоянной величиной и что при подаче равного количества энергии гидростанции, вместо тепловой станции экономится полная величина $q_{m.c}$. Такое предположение наиболее выгодно для гидростанции; на оном деле экономия при такой замене тепловой энергии сезонной гидравлической будет меньше, так как изменение количества сжигаемого топлива не только отражается на балансовой цифре его стоимости, но и на величине запасов и заготовок топлива, которые будут меняться от года к году. Последнее отразится, вообще говоря, на стоимости единицы топлива, а значит, на $q_{m.c}$.

Из изложенного вытекает следующий второй принцип регулирования:

П. Необходимо добиться при одновременном сохранении принципа I в пределах заданной обеспеченности гарантированной возможно большей отдачи станции, соответствующей по распределению желательному для потребления режиму.

Сработка водохранилища должна быть приспособлена к получению этой гарантированной основной отдачи. Попуски сверх абсолютно необходимых для гарантирования получения основной отдачи возможны лишь в том случае, если в водохранилище

есть такой запас воды, который превышает необходимый для данного момента минимальный запас, еще достаточный для покрытия гарантированной основной отдачи при наиболее неблагоприятном в пределах заданной обеспеченности течении обстоятельств.

Обеспеченность, в пределах которой необходимо поддерживать гарантированную основную отдачу, устанавливается в соответствии с характером и экономической важностью потребления. Экономический анализ этой величины настолько сложен, что практически ее приходится устанавливать априорным, чисто логическим, путем.

УЧЕТ ИЗМЕНЕНИЙ К. П. Д. ТУРБИНЫ

Анализ графиков к. п. д. турбин Каплана-Томана при переменном напоре и мощности показывает, что при падении напора предельная мощность изменяется с достаточной точностью линейно. Так, при различных превышениях колеса над уровнем нижнего бьефа получены уравнения предельной мощности в долях максимальной мощности при полном напоре и данном превышении колеса.

ТАБЛИЦА 51

Превышение колеса над уровнем нижнего бьефа в долях полного напора	Уравнения изменения мощности в долях от полной при изменении напора, выраженного в долях полного
+ 4%	$N = + 0,1 + 0,9 H$
0%	$N = + 0,03 + 0,97 H$
- 8%	$N = - 0,048 + 1,048 H$

Последние две кривые можно приближенно заменить уравнением $N = H$, т. е. мощность падает пропорционально напору, что значительно упрощает все подсчеты. Далее, имея в виду, что в период маловодья станция работает лишь своей основной мощностью, т. е. имеет возможность покрывать пики за счет избыточной установленной мощности, ясно, что турбины можно заставить работать при наивыгоднейшем к. п. д., который еще возможен при данном уменьшенном напоре.

Из графика к. п. д. мощности и напоров следует, что в пределах колебания напоров от полного до половины еще возможно поддержать постоянный к. п. д., равный 0,90, правда, за счет некоторого снижения мощности турбины по сравнению с предельной, что не страшно ввиду избытка установленной мощности. Имея это в виду, все расчеты можно вести во время работы водохранилища с постоянным к. п. д. турбины, равным 0,90.

В момент маловодья напоры будут резко падать от подтопления станции с нижнего бьефа. В это время колесо турбины бу-

лет подтоплено на величину большую, чем в 8% полного напора. При таком подтоплении ограничивающая кривая мощностей проходит в области к. п. д. от 0,90 до 0,82 при колебании напора от полного до $\frac{1}{3}$. Имея в виду общую малую точность подсчетов регулирования, не имеет смысла учитывать таких изменений к. п. д. и для случая работы в половодье по ограничивающей мощности кривой можно принять постоянный средний к. п. д. турбины 0,86. Из этих предпосылок возникает третий принцип расчета регулирования:

III. Принимать к. п. д. турбины постоянным и не зависящим от напора, равным 0,90 в течение всего времени за исключением половодья, где к. п. д. принимается равным 0,86 и ограничение мощности берется по соответствующей кривой графика.

ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ ВЕДЕНИЯ РАСЧЕТА РЕГУЛИРОВАНИЯ

Как выше указывалось, мы должны иметь в виде задания обеспеченность, в пределах коей мы обязаны гарантировать некоторый основной режим отдачи, наиболее благоприятный для потребителя. Эту обеспеченность мы должны принять а priori ввиду крайней сложности ее экономического обоснования. Мы предлагаем применять для энергетических расчетов значение обеспеченности, равной 90%, имея в виду раз в 10 лет несколько срезать потребление энергии или покрывать его с соответствующим риском за счет работы резервных (на случай аварии) агрегатов тепловых станций. Как крайний высший предел этой гарантийности, мы полагаем, следует считать 95% или перебой раз в 20 лет, что практически применимо даже для такого исключительно требовательного потребителя, как водоснабжение. С другой стороны, минимальной обеспеченностью основной отдачи, имея в виду изложенное выше, едва ли можно считать обеспеченность ниже 80%. Установление обеспеченности гарантированной основной отдачи в этих пределах в сущности не связано с методикой водохозяйственных расчетов и по существу относится к основным заданиям.

Задача, которую придется решать при эксплуатации станции, в реальных условиях в сущности состоит в следующем: в момент t , отсчитываемый от некоторого начала года (удобнее это начало поместить $1/\sqrt{V}$, т. е. примерно сразу после конца половодья), мы имеем запас воды в водохранилище, равный V . Требуется установить такой режим работы водохранилища, чтобы удовлетворить некоторый гарантированный режим основного потребления в течение $P\%$ лет (где $P\%$ обеспеченности основной отдачи), соблюдая одновременно первый принцип регулирования.

Одновременно желательно, чтобы вся энергия, возможная к выработке сверх основной отдачи, т. е. дополнительная отдача, была бы возможно равномерной.

Задача была бы крайне проста, если бы мы знали величину стока до ближайшего половодья включительно. Тогда мы могли

бы применить к решению задачи, скажем, интегральную кривую и установить безошибочно режим спуска водохранилища до конца года. Процесс, применяемый обычно при водохозяйственных подсчетах, решает задачу именно в условиях, какие имели бы место, если будущее нам было бы известно. Но в реальности этого нет, а потому обычные расчеты дают заведомо неверные результаты. Именно в эксплуатационных условиях колебания отдачи будут значительно больше, чем они получаются по такому расчету, который скрыто предполагает знание будущего. В силу этого от обычного метода расчетов только по интегральным кривым, если его соответственно не корректировать, надо отказаться.

Прежде чем перейти к методу расчета, обеспечивающему выполнение этих требований, остановимся несколько на методе задания потребления. Предлагаемый ниже метод расчета применим во всех случаях, когда можно интенсивность потребления энергии в любой момент года выразить как функцию времени и одного переменного параметра, который и характеризует интенсивность потребления в целом, т. е. мощность потребления нами характеризуется для любого момента времени t уравнением

$$N = f_1(t, \alpha),$$

где α есть параметр, характеризующий интенсивность потребления в целом. Переходя на расходы, получим

$$Q_1 = \frac{C_1 N}{H} = \frac{C_1 f_1(t, \alpha)}{H}$$

расход, необходимый для покрытия потребления, причем H есть напор, действующий в момент t . Так как H зависит от бытовых расходов и объема сработки водохранилища, то при данных гидрологических условиях и данном объеме водохранилища, вообще говоря,

$$H = \varphi(t, \alpha),$$

т. е. функция времени и того же параметра, характеризующего интенсивность потребления. Отсюда расход, потребный для покрытия потребления энергии, получится в форме

$$Q_1 = \frac{C_1 f_1(t, \alpha)}{\varphi(t, \alpha)} = f_2(t, \alpha).$$

Далее, мы можем мыслить, что попуски воды из водохранилища покрывают с той же обеспеченностью не только потребление мощности данной гидростанции, но и некоторые другие виды потребления воды, которые также зависят от времени и некоторого другого параметра β , т. е. сверх расхода Q_1 мы должны давать некоторый дополнительный расход $Q_2 = f_3(t, \beta)$; тогда полный потребный расход будет

$$Q = Q_1 + Q_2 = f_2(t, \alpha) + f_3(t, \beta) = F(t, \alpha, \beta).$$

При таком положении различные интенсивности потребления мы будем различать лишь по параметрам α и β и говорить в этом смысле „потребление интенсивности (α, β) “. Количество работы по подсчетам значительно уменьшается, если в исследовании можно положить $\beta = \alpha$, где $\alpha = \text{const}$; при этом интенсивность потребления характеризуется одним параметром α . Ввиду того что вид функции $F(t, \alpha, \beta)$ влияет лишь на сложность расчетов, но не на принципы методики, в образцовом расчете мы принимаем для простоты расчета $\alpha = 0$; далее, упрощаем дело еще более, полагая $f_2(t, 0) = 0$ т. е. $Q_2 = 0$, и $f_1(t, \alpha) = \alpha$, т. е. $N = \alpha = \text{const}$, или регулирование на постоянную мощность. Процесс расчета в общем случае сводится к определению при некоторых $(\alpha_1, \beta_1); (\alpha_2, \beta_2); (\alpha_3, \beta_3); \dots; (\alpha_n, \beta_n)$ объемов водохранилищ, потребных в любой момент времени, при условии заданного максимального подпора для поддержания гарантированной основной отдачи. Пусть объем водохранилища в некоторый момент t , необходимый для покрытия потребления интенсивности (α, β) , равен V_t , причем

$$V_t = \psi[t, (\alpha, \beta)].$$

Будем отсчитывать t для каждого года от некоторой определенной даты, для примера скажем от 1/VI, причем ввиду сезонности регулирования мы отсчитываем t для каждого года отдельно. Тогда определенной календарной дате в каждом году соответствует некоторое t , одинаковое для всех лет; обозначим его через τ и объем водохранилища на эту дату, необходимый для поддержания обеспеченной основной отдачи до следующего половодья, обозначим через V_τ , тогда

$$V_\tau = \psi[\tau, (\alpha, \beta)].$$

Очевидно, для разных лет V_τ будет различным. Для изучения регулирования нам надо иметь кривые обеспеченности V_τ при различных τ . Пусть обеспеченность V_τ выражается функцией $P(V_\tau)$, показывающей эмпирическую вероятность (частоту) различных значений объема V_τ при постоянном τ . Имея эти функции обеспеченности, можно построить график

$$P = \chi[\tau, (\alpha, \beta), V]$$

в форме абак A^1 , отдельного для каждой интенсивности потребления (α, β) . На этом абаке будем иметь кривые равных V , т. е. он представит собой семейство кривых

$$P = \chi[\tau] \begin{matrix} V = \text{const} \\ [\alpha, \beta] = \text{const} \end{matrix}$$

Имея такой абак, мы можем при заданной обеспеченности, в пределах которой мы гарантируем данную основную отдачу интенсивности (α, β) , найти V — потребный для гарантирования дан-

¹ См. построение абак ниже, в статье „Водохозяйственные расчеты. Сезонное регулирование водохранилища по методу ниж. П. А. Ефимова“. *Ред.*

ной обеспеченности объем водохранилища. Далее, можно построить график, выражающий зависимость

$$V_{\max} = \xi(\alpha, \beta)$$

при

$$P = \text{const}$$

в форме абак B с кривыми

$$V_{\max} = \xi(\alpha, \beta)_{\beta = \text{const}}$$

В простейшем случае $\beta = a\alpha$ или $\beta = \text{const}$ абак будет иметь лишь одну кривую $V_{\max} = \xi(\alpha)$. Далее, при потреблении данной интенсивности (α, β) мы можем построить зависимость

$$V = \zeta(\tau)_{P = \text{const}}$$

при заданной обеспеченности P , которую надо гарантировать. Имея эти зависимости для различных (α, β) , можно построить

$$V = \zeta(\tau, \alpha)_{\beta = \text{const}}$$

в виде абак C с кривыми

$$V = \zeta(\tau)_{\alpha = \text{const}}$$

Абак B и комплекс абак C дает ответ на все вопросы при заданной обеспеченности P . Если нам надо иметь данные для разных M , надо иметь систему графиков [абак B + комплекс абак C] $P = \text{const}$ для различных P . Эти системы графиков решают все вопросы в отношении величин гарантированных отдач и объемов водохранилищ, для этого потребных. Анализ дополнительных отдач может быть проделан, имея эти графики. Пусть мы хотим определить дополнительную отдачу сезонной энергии при заданной интенсивности основной отдачи (α, β) , каковую мы гарантируем в пределах обеспеченности. Наложим дополнительное ограничение, что максимальная возможная мощность гидростанции будет $N_{\max}$. Далее, переходим к изучению всех отдельных лет. При заданной интенсивности основного потребления (α, β) по системе абак C мы можем определить значение V_{τ} при любых τ . Начинаем просчет данного года при подаче лишь основной отдачи интенсивности (α, β) . Если при такой отдаче к моменту τ' объем воды в водохранилище равен $V'_{\tau'}$, то при

$$V'_{\tau'} \geq V_{\tau'}$$

мы продолжаем работать с той же основной мощностью. Если неравенство $V'_{\tau'} < V_{\tau'}$ имеет место для всех $\tau > \tau'$, то мы имеем год, в который основная отдача не может быть выдержана, т. е. это будет год, лежащий вне пределов заданной обеспеченности.

В такой год мы ведем работу с основной отдачей, равной расчетной. При этом в конце года мы будем иметь некоторый провал мощности и недовыработку против основной отдачи, но это

не является непредвиденным фактом, ибо такие случаи, как сказано, лежат вне пределов гарантированной обеспеченности.

Если $V'_{\tau} > V_{\tau}$, то мы вправе начать подачу дополнительной энергии, что правильнее всего сделать, давая до конца межени некоторый расход, больший расчетного, необходимого для поддержания основной мощности на величину

$$Q_{доп} = \frac{V'_{\tau} - V_{\tau}}{T - \tau'},$$

где T — время окончания межени, считая от того же начала отсчета времени, что и τ . Величину T можно, пожалуй, принять средней за все годы или немного большей, чем средняя, что будет осторожнее.

Чтобы определить фактическую отдачу дополнительной энергии, равно как осветить величину недовыработки основной энергии в годы, лежащие вне пределов заданной обеспеченности, необходимо произвести расчет регулирования только что описанным методом по всем годам наблюдения, помня, что в случае если дополнительная мощность превзойдет $N_{\max}$, то будут обросы, и в такой период обросов суммарная мощность гидростанции ограничена значением $N_{\max}$.

Вышеприведенный анализ был бы достаточно полным, если бы заполнение водохранилища было гарантировано каждый год без исключения при одновременном условии поддержания гарантированной основной отдачи. Имея в виду, что в апреле, в период половодья, потребление энергии несколько спало, а пики нагрузки значительно снижены, график основной отдачи гидростанции в этот период может быть принят сниженным, особенно имея в виду, что теплоэлектроцентрали имеют к этому времени года уже значительную свободную установленную мощность. Таким образом в период апрель-май, когда происходит заполнение водохранилища, можно допустить падение выработки гидростанции без ущерба для дела. Одновременно такое падение выработки неизбежно будет иметь место и в многоводные годы благодаря снижению напора. Теоретически эти обстоятельства могут и должны найти отражение в задании вида функции

$$N = f_1(t, \alpha),$$

а значит, и в виде функции

$$Q = f_{II}(t, \alpha, \beta)$$

в форме их сильного снижения на апрель-май. На основании этого мы считаем, что функция

$$Q = f_{II}(t, \alpha, \beta)$$

уже учитывает все эти обстоятельства.

Выше мы свели расчет объемов, потребных для поддержания основной отдачи, к построению для каждого года функции

$$V_{\tau} = \phi[t, (\alpha, \beta)].$$

Эту функцию можно продолжить для времени $t > t'$, где t' — момент, с которого водохранилище начинает вновь наполняться. При этом мы получим

$$V_t' < 0 \text{ при } t > t'.$$

Это построение имеет смысл продолжать лишь до момента, при котором

$$V_{t \max} + V_t' = 0,$$

где $V_{t \max}$ — наибольший объем, необходимый в течение данного года для поддержания основной отдачи интенсивности (α, β) . Это равенство будет показывать, что водохранилище пополнило весь свой запас воды, израсходованный для поддержания основной отдачи в предыдущий период того же года. Может оказаться, что V_t' имеет аналитический минимум, абсолютно меньший, чем $V_{t \max}$, тогда

$$V_{t \max} + V_{t \min} > 0,$$

и водохранилище не пополнило своего запаса воды и вступает в следующий год неполным. Если полный объем водохранилища $V_0 = V_{t \max}$, то в данном году мы не сумеем дать гарантированную отдачу и в вышеприведенные уравнения для заполнения водохранилища вместо $V_{t \max}$ всюду надо поставить V_0 . Что произойдет, если водохранилище не заполнится до начала следующей межени? В таком случае мы имеем, очевидно, запас на начало следующего года, равный $[V_{t \min}]$; если потребный в начале следующего года для поддержания гарантированной основной отдачи объем есть $V_{1\epsilon}$, то, в случае если

$$[V_{t \min}] > V_{1\epsilon},$$

мы покрываем расчетное основное потребление, в противном же случае будут иметь место перебои.

Отсюда мы видим, что перебои отдачи могут иметь место не только при наступлении года, лежащего вне пределов обеспеченности и для которого потребный объем водохранилища больше наличного, но и в случае неполного заполнения водохранилища в предыдущий год. Интересны тут с точки зрения нарушения гарантийности подачи энергии лишь те случаи, когда

$$V_{t \min} < V_{1\epsilon} \leq V_0.$$

Вообще путем соответствующего уменьшения интенсивности отдачи (α, β) можно сделать, чтобы

$$V_{t \min} > V_0$$

с обеспеченностью P' , равной почти 1. Практически можно принять, что при условии

$$P' \geq 0,95 - 0,97$$

вероятность перебоев отдачи вследствие незаполнения водохранилища может не учитываться. Последнее подтверждается следующим расчетом:

Допустим, что события, характеризованные неравенствами

$$V_{t \max} > V_0 \text{ и } -V_{t \min} < V_0,$$

между собой не связаны. Тогда истинная наименьшая гарантийность основной отдачи, учитывая и дополнительные перебои от незаполнения водохранилища, определится по уравнению

$$P_0 = P - P(1 - P') = PP',$$

где P — обеспеченность основной отдачи при неучете вопроса о заполнении водохранилища и P' — обеспеченность заполнения водохранилища при данной его величине и данной интенсивности потребления (α, β).

Чтобы ориентироваться в количественной стороне вопроса, дадим табличку значений P_0 при заданных различных P и P' .

ТАБЛИЦА 52

$P \backslash P'$	0,90	0,95	0,97	0,99
0,80	0,72	0,76	0,775	0,79
0,85	0,765	0,81	0,825	0,84
0,90	0,81	0,855	0,87	0,89
0,95	0,855	0,90	0,92	0,94

Чтобы оценить величину разницы между P и P_0 , которую мы вправе признать существенной, нам надо знать точность определения P . При современном уровне знаний не представляется возможным установить, относятся ли ряды гидрологических частот к рядам типа Пуассона или Леконса. Во всяком случае, повидимому, можно ждать, что вероятности, лежащие в основе этих рядов, меняются от года к году с большей или меньшей закономерностью, напоминающей периодическую закономерность. Если изучаемые периоды близки к основной периодичности, с которой изменяются эти вероятности, то мы должны отождествлять эти ряды с типом рядов Пуассона, если пренебрегать вековыми изменениями вероятностей. При последнем условии рассеяние частот, подсчитанное в предположении их принадлежности к рядам типа Бернулли, т. е. к рядам с постоянной основной вероятностью, которую мы приравниваем наблюдаемой средней вероятности, будет достаточно осторожно. Имея в виду сказанное, мы можем определить рассеяние для величины P с достаточной осторожностью по формуле

$$\sigma_P = \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}},$$

где n — число проб, по которым получен ряд частот. В нашем случае это будет количество лет в серии наблюдений, ко-

торое для р. Волги примерно равно 40—50 годам. Примем $n = 50$, тогда получим σ_P при разных P :

$P = 0,80$	0,85	0,90	0,95
$\sigma_P = 0,057$	0,051	0,042	0,031

Отсюда мы видим, что кругло

$$0,03 < \sigma_P^* < 0,06.$$

Если учесть, что отклонения порядка $2 \sigma_P$ от истинной величины P в отдельных рядах свободно могут встретиться, то мы усматриваем, что различие значений P от P_0 , равные 2—5% при $P' \geq 0,95$ —0,97, лежат в пределах точности всех наших заключений, построенных на основе серии наблюдений, имеющих по 50 членов.

Далее, можно ждать на основании общих логических соображений, что маловодные половодья совпадают с маловодными меженными периодами, почему правильное выражение для P_0 будет:

$$P_0 = PP_P,$$

где P_P — условная вероятность заполнения водохранилища при условии удовлетворения основного потребления в следующую межень. Ясно, что при совпадении, о котором речь была выше,

$$P_P' > P' \text{ и } P_0 > PP',$$

т. е. ошибка подсчета при пренебрежении факта незаполнения водохранилища будет еще менее, чем указанная выше. Отсюда делаем вывод, что в случае если $P' \geq 0,95$, то учет незаполнения водохранилища практически не повлияет на обеспеченность гарантированной отдачи.

В случае если $P' \leq 0,90$, такой учет уже невозможен. В этом случае P_0 существенно отличается от P . Исследование таких случаев надо начать с изучения зависимости между незаполнением водохранилища в половодье и нехваткой воды в последующую межень при заданном объеме водохранилища. Учитывая, что при тех значениях P , которые в практике имеют место, т. е. не ниже 75—80%, большинство членов количественных рядов величин незаполнения водохранилища нехватки воды в межень будет иметь значение 0; применять метод обычного коррелирования этих величин не стоит. Наиболее удобно здесь применить метод сопоставления с разбивкой каждой величины на два или три класса, из которых один будет представлен одними нулями. При разбивке классов они не обязаны быть равными по интервалу.

Далее, применим определения тесноты связи методом коэффициента взаимной сопряженности Чудрова и меры совпадения Пирсона. В случае лишь вполне ясной и доказуемой связи надлежит ввести дальнейшие коррективы в расчет.

Наиболее просто, определив величину P_p условной вероятности незаполнения водохранилища, увеличить соответственно расчетное P с тем, чтобы $P_0 = PP_p$ получилось бы равным заданной величине обеспеченности основной отдачи. Определенное таким методом значение расчетной обеспеченности P будет заведомо осторожным, так как далеко не всякое совпадение условий, характеризующих неравенствами

$$V_{t \max} < V_0 \text{ и } -V_{t \min} < V_0,$$

приводит к недовыработке основной энергии, следовательно, фактическая обеспеченность основной отдачи при учете и нехватках воды в межень и незаполнении водохранилища по описанному выше методу будет больше, чем P_0 . Определение фактической обеспеченности подачи основной энергии возможно лишь одновременно с подсчетом дополнительной отдачи. Ввести ее в расчет потребного объема водохранилища, т. е. в систему построения абаков D и C , невозможно, ибо в основу их построения положено рассмотрение отдельных лет; в случае же учета в виде дополнительного фактора влияния незаполнения водохранилища мы в сущности переходим к многолетнему регулированию, что крайне усложняет вопрос, особенно имея в виду неразработанность методики. Чтобы не делать пересчета для определения дополнительной отдачи, надо вероятность заполнения водохранилища определить заранее. В сущности это довольно несложно, так как перед началом половодья водохранилище должно быть пусто согласно принципу I регулирования. В результате такого подсчета можно построить зависимость

$$P' = f_5(V_0, \alpha, \beta)$$

или

$$P_P' = f_5(V_0, \alpha, \beta)$$

в форме системы абаков D , в которых каждый абак соответствует заданному $V_0 = \text{const}$ и состоит из системы кривых

$$P' = f_5(\alpha) \begin{matrix} V_0 = \text{const} \\ \beta = \text{const} \end{matrix}$$

или

$$P_P' = f_5(\alpha) \begin{matrix} V_0 = \text{const} \\ \beta = \text{const} \end{matrix}$$

Имея эту систему абаков, вычисление расчетной обеспеченности P такой, чтобы P_0 было равно заданной обеспеченности, в пределах которой мы должны гарантировать заданную основную отдачу, не представляет труда.

Вопрос в этой трактовке касается лишь маловодных лет, ибо в многоводные годы нам надо вести регулирование под углом зрения не только сохранения отдачи и мощности, но и срежки половодья.

РЕГУЛИРОВАНИЕ ПОЛОВОДЬЯ НА МАКСИМАЛЬНУЮ СРЕЗКУ ПИКА

Очевидно, что наибольшая срезка пика будет иметь место в том случае, если водохранилище будет заполняться в момент прохождения самого максимума. Необходимо добиться того, чтобы в момент максимума водохранилище было еще неполно. Пусть максимальный расход после срезки пика данным водохранилищем непосредственно ниже плотины равен $Q'_{\max}$ и пусть, в данное половодье Q меняется во времени в виде функции

$$Q = f(t).$$

В момент, когда будет достигнут расход $Q'_{\max}$, очевидно, горизонт воды в водохранилище будет максимальным. Далее ясно, что в этот момент приток воды к водохранилищу будет равен сбросу, т. е. $Q'_{\max}$; пусть это случится в момент t' . Ясно, что

$$Q'_{\max} = f(t').$$

Далее ясно, что мы в случае ожидания большого паводка будем возможно долго держать водохранилище совершенно пустым. В реальности это возможно постольку, поскольку предсказание общей многоводности половодья на основании снегомерной съемки в практике достижимо довольно легко. Такая эксплуатация возможна, пока расход $Q = f(t)$ не достигнет пропускной способности всех турбин при пустом водохранилище — Q'_0 ; пусть это имеет место в момент t_0 ; тогда мы имеем

$$Q'_0 = f(t_0).$$

Далее, примем согласно предложению Д. И. Кочерина величину сбросного расхода линейной функцией времени в интервале t_0 до t' , т. е. примем

$$Q' = Q'_0 + \frac{Q'_{\max} - Q'_0}{t' - t_0} (t' - t_0).$$

Суммарный сброс за этот период, очевидно, равен

$$\frac{Q'_0 + Q'_{\max}}{2} (t' - t_0).$$

Для срезки половодья до этой величины расхода нам надо иметь объем водохранилища

$$V = \int_{t_0}^{t'} Q dt = \frac{Q'_0 + Q'_{\max}}{2} (t' - t_0).$$

Имея при данных $Q'_{\max}$ и Q'_0 различные V в различные годы, мы можем построить кривую обеспеченности объемов водохранилищ, необходимых для срезки половодья до расхода $Q'_{\max}$. При разных $Q'_{\max}$ и Q'_0 мы получим разные кривые обеспеченностей

$$P = \varphi_1(V).$$

По этим кривым можно построить кривую обеспеченности расходов половодья после обрезки пика до величины $Q'_{\max}$

$$P = \varphi_1(Q'_{\max})$$

при постоянном объеме водохранилища V и заданном Q'_0 .

Посмотрим, как меняется V при изменении Q'_0 :

$$V = \left[\int_{t_0}^{t'} Q dt - \frac{Q'_{\max}}{2} (t' - t_0) \right] - Q'_0 \frac{t' - t_0}{2}.$$

Пусть вместо Q'_0 расход через турбины будет равен

$$Q''_0 = Q'_0 + \Delta Q'_0,$$

тогда

$$\begin{aligned} V' &= \left[\int_{t_0}^{t'} Q dt - \frac{Q'_{\max}}{2} (t' - t_0) \right] - Q'_0 \frac{t' - t_0}{2} - \Delta Q'_0 \frac{t' - t_0}{2} = \\ &= V - \Delta Q'_0 \frac{t' - t_0}{2}. \end{aligned}$$

Принимая во внимание, что Q'_0 значительно меньше, чем $Q'_{\max}$, и $\Delta Q'_0$ — малая величина по сравнению с Q'_0 , получим, что член $\Delta Q'_0 \frac{t' - t_0}{2}$ невелик. Поэтому можно принять величину

$$\frac{t' - t_0}{2} \approx \left[\frac{t' - t_0}{2} \right] = a = \text{const},$$

тогда

$$V' = V - \Delta Q'_0 a,$$

откуда легко перейти от заданного Q_0 к другим $Q'_0 \neq Q_0$.

Такой приближенный метод учета действия водохранилища при регулировании на срезку пика, как показал Д. И. Кочерин в своей работе „Определение отверстий искусственных сооружений“ (труды МИИТ, вып. VI, 1927 г.), вполне соответствует точности основных гидрологических данных задачи.

ОБЩИЕ СООБРАЖЕНИЯ ПО РАБОТЕ СИСТЕМЫ ВОДОХРАНИЛИЩ

Все изложенные методы применимы к разработке проблемы отдельного водохранилища. При серии водохранилищ дело обстоит несравненно сложнее.

Гидрологические характеристики одного и того же года в разных частях бассейна будут существенно различными, хотя общий характер их изменений от года к году по всему бассейну в целом подобен. В силу этого происходит выравнивание отклонений от нормы по мере роста бассейна — коэффициенты вариации всех гидрологических величин по мере возрастания бассейнов обычно уменьшаются.

При высоком проценте охвата бассейна регулированием можно приближенно принять, что каждое водохранилище воздействует

лишь на сток со своего собственного бассейна, т. е. того бассейна, который может регулироваться лишь данным водохранилищем. Тогда общий эффект действия всех водохранилищ в отношении регулирования межени равносильен алгебраической сумме эффектов отдельных водохранилищ. Конечно, такое предположение не соответствует наиболее экономичному методу эксплуатации водохранилищ — вообще говоря, мыслимы более рациональные методы для эксплуатации, заведомо позволяющие увеличить отдачу основной энергии за счет дополнительной (сезонной) на нижних станциях; возможно, что при этом будет иметь место и увеличение сезонной энергии за счет уменьшения бесполезных сбросов.

Если в какой-либо части бассейна нам удастся добиться многолетнего регулирования, то от нее в остальной бассейн в пределах заданной обеспеченности поступит лишь то количество воды, которое соответствует гарантированной основной отдаче, плюс довольно редкие бесполезные (относительно верхней части бассейна) сбросы. В дальнейшем мы в первом приближении отдачу этой части бассейна будем учитывать лишь в виде гарантированной основной отдачи, не учитывая вообще возможности как-то переработать бесполезные сбросы, ибо они падают по сути вещей на многоводные годы, когда и так будет иметься избыток мощности. Такой приближенный процесс необходим для упрощения расчета, кроме того, он осторожен, ибо не преувеличивает отдачу.

Остальные водохранилища, которые будут лишь сезонными, имеют одногодичный цикл работы. В пределах заданной обеспеченности их наполнение гарантировано ежегодно. Накопленный в них объем воды, равный их полезному объему, ежегодно будет проходить через турбины всех станций, лежащих ниже по течению от данной системы сезонных водохранилищ. Раз так, то с точки зрения любой из гидростанций, лежащей ниже данной системы водохранилищ, их действие будет таково же, как если бы весь объем этой системы был расположен в верхнем бьефе данной установки, но с той лишь разницей, что распределение пусков от этого объема будет в пределах года несколько другим, чем в том случае, когда регулирование ведется в интересах одной этой гидростанции. Если вести регулирование каждым сезонным водохранилищем лишь в интересах гидростанции, при нем расположенной, воздействуя лишь на сток его собственного бассейна, то эффект пусков отдельных водохранилищ как в отношении основной отдачи, так и в отношении сезонной будет суммироваться с отдачей данной ниже расположенной станции алгебраически.

Наиболее правильно было бы эксплуатацию нижней станции рассчитывать на регулирование уже измененного режима всей верхней части бассейна, но такой процесс потребует окончательного установления до этого режима верхних водохранилищ.

В виде верхнего предела отдачи данной станции надо считать ту величину, которая получается, когда все водохранилища

верхней части бассейна регулируют сток лишь в интересах данной станции, что равносильно предположению, что весь объем водохранилищ сосредоточен в верхнем бьефе данной станции. Исчисляя отдачу данной станции один раз в предположении, что все вышерасположенные станции регулируют сток каждая лишь в своих собственных интересах, и другой раз считая, что все вышележащие сезонные водохранилища регулируют в интересах лишь данной станции, получим два предела, между которыми будет лежать отдача данной станции при рациональной регулировке всех водохранилищ в интересах всей системы в целом. Проследить отдачу при такой рациональной регулировке в полном объеме при намечаемых сроках работы едва ли возможно, а большая точность, получаемая при таком расчете по сравнению с простым установлением двух пределов, между которыми заключена отдача гидростанции, едва ли имеет очень большое значение, имея в виду общую неточность наших заключений о будущем на основе лишь коротких рядов наблюдений над стоком.

VI. ВОДОХОЗЯЙСТВЕННЫЕ РАСЧЕТЫ

Сезонное регулирование стока по методу

инж. П. А. Ефимовича¹

Одной из основных задач, пред'являемых к регулированию бытового стока реки, является стремление к наиболее полному и планомерному использованию стока, т. е. к получению наибольшего и постоянного расхода реки. Для этой цели устраиваются водохранилища, в которых задерживаются полые воды, и в периоды летней и зимней межени эти накопленные объемы воды увеличивают бытовой расход реки попусками из водохранилища.

Самый объем водохранилища находится в зависимости от величины постоянной отдачи, размер которой, с одной стороны, диктуется потребителем ее и, с другой стороны, ограничивается бытовыми возможностями бассейна реки.

Многолетнее регулирование стока является в отношении постоянства отдачи и максимального использования стока наилучшим, но не всегда возможным, так как требует больших объемов водохранилища, а следовательно, и больших площадей затопления, что особо чувствительно в условиях равнинного рельефа бассейна реки.

Таким образом в условиях равнинного рельефа приходится останавливаться чаще на сезонном регулировании. Существовавшие до сего времени приемы сезонного регулирования стока приучили техническую мысль к тому, что постоянство отдач при сезонном регулировании является, вообще говоря, довольно проблематичным.

Вторым основным недостатком сезонного регулирования является возможность использовать лишь незначительную часть стока весеннего половодья из-за ограничения объема водохранилища, вмещающего в себя лишь одногодичную потребность в зарегулированной воде. Метод регулирования, изложенный выше инж. П. А. Ефимовичем, позволяет до известной степени устранить эти основные недостатки.

Руководящая мысль этого метода состоит в следующем: На основе анализа бытового режима реки за ряд прошлых лет намечается схема возможной эксплуатации водохранилища в

¹ Составлено инж. К. М. Ивановской. Ред.

будущем при условии удовлетворения так называемой „гарантированной“ отдачи ($Q_2 \text{ м}^3/\text{сек} = \text{const}$), постоянной для любого года [в пределах некоторого процента ($P\%$) лет обеспеченности].

Вместе с тем для более полного использования бытового стока получается возможность сверх „гарантированной“ отдачи ($Q_2 \text{ м}^3/\text{сек}$) давать еще „дополнительные“ отдачи ($Q_0 \text{ м}^3/\text{сек}$), которые будут носить постоянный характер ($Q_0 \text{ м}^3/\text{сек} = \text{const}$) лишь в пределах некоторого промежутка времени внутри каждого отдельного года, причем размер этих „дополнительных“ отдач является функцией бытовых расходов реки в данном году, а длительность промежутка времени (с постоянной дополнительной отдачей) отражает собой запросы потребителя $Q_0 \text{ м}^3/\text{сек}$.

Метод инж. П. А. Ефимовича интересен тем, что, будучи по существу своему очень простым, он в то же время дает вполне законченный синтетический комплекс расчетов водохранилища и является достаточно гибким в смысле удовлетворения основных потребителей. Он будет изложен ниже в виде числового расчета водохранилища, проведенного при непосредственном руководстве инж. П. А. Ефимовича, причем отдельные части расчета будут снабжены методологическими вставками (петитом) в тексте расчета.

Эти методологические вставки составлены по памяти, со слов автора метода, частично додуманы и дополнены в процессе применения данного метода к последующим расчетам водохранилищ.

К сожалению, покойный инж. П. А. Ефимович не успел составить подробной методологии своего расчета, и среди его работ сохранилась лишь предварительная записка (приводимая выше), отображающая по преимуществу применение данного метода к энергетическим запросам.

1. ОСНОВНЫЕ ПРЕДПОСЫЛКИ К МЕТОДУ СЕЗОННОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ СТОКА¹

1. „Если мы желаем использовать высокий процент общего бытового стока при умеренном объеме водохранилища, переходим к положению более или менее изменчивой отдачи“, т. е. к сезонному регулированию. При сезонном регулировании постоянной величиной является заданная потребителем так называемая основная „гарантированная“ отдача $Q_2 \text{ м}^3/\text{сек} = \text{const}$ для любого года в пределах определенного процента лет обеспечения. Возможная (в целях более полного использования бытового стока реки) дополнительная отдача ($Q_0 \text{ м}^3/\text{сек}$) изменяется не только из года в год, но и в пределах каждого года, являясь постоянной лишь для некоторого промежутка времени данного года: „желательно, чтобы дополнительная отдача была возможно равномерна“.

Итак, полная эксплуатационная отдача ($Q_0 \text{ м}^3/\text{сек}$) складывается из двух элементов:

¹ Текст, взятый в кавычки, является подлинным текстом инж. П. А. Ефимовича из его статьи „Методика водохозяйственных расчетов“, см. выше.

$$Q_z \text{ м}^3/\text{сек} = \text{const}$$

для всех лет и внутри каждого года;

$$Q_d \text{ м}^3/\text{сек} = \text{const}$$

лишь для некоторого промежутка данного года, являясь по существу своему изменчивой ($\neq \text{const}$).

Отсюда

$$Q_z \text{ м}^3/\text{сек} = (Q_z + Q_d) \text{ м}^3/\text{сек} \neq \text{const},$$

т. е. „неравномерность отдачи от года к году является по существу присущей данной схеме регулирования, если стремиться к возможно полному использованию стока“.

2. При сезонном регулировании основным требованием при эксплуатации водохранилища является: „возможно полно срабатывать водохранилище ежегодно с тем, однако, чтобы его заполнение стоком весеннего паводка было обеспечено в течение заранее заданного процента лет“, и „максимально срабатывать водохранилище летом с тем, чтобы, заполняя его стоком осенних паводков, уменьшить до минимума сброс этих паводочных расходов, однако, имея в виду оставить достаточный запас воды в водохранилище (обеспечивающий $Q_z \text{ м}^3/\text{сек}$ до следующего весеннего паводка) на случай, если придется вступить в зимний период, не пополнив запасов воды в водохранилище (т. е. если осенних паводков не случится)“.

Эти две основных предпосылки можно еще изложить иначе: „сработка водохранилища должна быть приспособлена к получению гарантированной отдачи ($Q_z \text{ м}^3/\text{сек}$). Попуски сверх абсолютно необходимых для гарантирования основной отдачи возможны лишь в том случае, если в водохранилище есть такой запас воды, который превышает необходимый для данного момента τ минимальный запас, еще достаточный для покрытия гарантированной основной отдачи при наиболее неблагоприятном в пределах заданной обеспеченности стечении обстоятельств“.

3. „Обеспеченность, в пределах которой необходимо поддерживать $Q_z \text{ м}^3/\text{сек}$, устанавливается в соответствии с характером и экономической возможностью потребителя. Экономический анализ этой величины настолько сложен, что практически ее приходится устанавливать априорным, чисто логическим, путем“.

II. УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ И ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

В нижеследующих расчетах приняты следующие обозначения:
 τ — календарные даты, которыми разбиваем год на расчетные промежутки времени.

Q — бытовой расход реки в $\text{м}^3/\text{сек}$.

Q_z — гарантированная (основная) отдача водохранилища — постоянная для всех лет и внутри каждого года — в $\text{м}^3/\text{сек}$.
 Q_o — дополнительная отдача водохранилища на дату τ , переменная из года в год и внутри года, являясь постоянной (const) только в пределах определенного промежутка времени данного года, в $\text{м}^3/\text{сек}$.

$Q_{\text{от}}$ — эксплуатационная отдача водохранилища на дату τ в $\text{м}^3/\text{сек}$; $Q_{\text{от}} = Q_z + Q_{o\tau}$.

V — полный объем водохранилища в м^3 ; объем, заключенный между отметкой зеркала и дна водохранилища, $V \text{ м}^3 = (V_n + V_m) \text{ м}^3$,

где V_n — полезный объем водохранилища, т. е. тот объем, который заключен между верхней отметкой зеркала и отметкой зеркала мертвого объема (V_m), в м^3 .

V_m — мертвый объем водохранилища.

$V_{n \text{ max}}$ — полезный максимальный годовой объем водохранилища (расчетный объем) в м^3 .

$V_{n\tau}$ — фактически полезный объем водохранилища в м^3 на дату τ , т. е. тот объем, наличие которого на каждую расчетную дату τ обеспечивает $Q_z \text{ м}^3/\text{сек}$ до конца года. Таким образом объем этот ($V_{n\tau}$), полученный из анализа всех прошлых лет, является постоянным для каждой расчетной даты (в пределах процента обеспеченности лет).

$V_{c\tau}$ — объем дефицита бытового стока реки в м^3 на дату τ (или, что то же, сработанного объема водохранилища).

Примечание. В дальнейшем при эксплуатации водохранилища:

а) если $Q_z > Q$, то этот дефицит стока пополняется за счет сработки объема водохранилища;

б) если $Q_z < Q$, то дефицита стока нет, а есть излишек, равный $Q - Q_z$, который идет на пополнение водохранилища.

$V_{n\tau}$ — наличный полезный объем водохранилища в м^3 на дату τ , т. е. тот объем, который в действительности оказывается в водохранилище на дату τ в процессе пополнения его бытовым стоком.

Отсюда, если $V_{n\tau} > V_{n\tau}$, то разность равна объему воды, который может быть использован в виде дополнительной отдачи $Q_o \text{ м}^3/\text{сек}$.

$\nabla H_{n \text{ max}}$ — отметка зеркала водохранилища, соответствующая $V_{n \text{ max}}$, в м .

ΔH_m — отметка зеркала водохранилища, соответствующая V_m , в м .

$\nabla H_{n\tau}$ — отметка зеркала водохранилища, соответствующая $V_{n\tau}$, в м .

$F_{n \text{ max}}$ — площадь зеркала водохранилища, соответствующая $V_{n \text{ max}}$, в м^2 .

F_m — площадь зеркала водохранилища, соответствующая V_m , в $м^2$.

$F_{n\tau}$ — площадь зеркала водохранилища, соответствующая $V_{n\tau}$, в $м^2$.

$P\%$ — процент обеспеченности лет гарантированной отдачи, причем

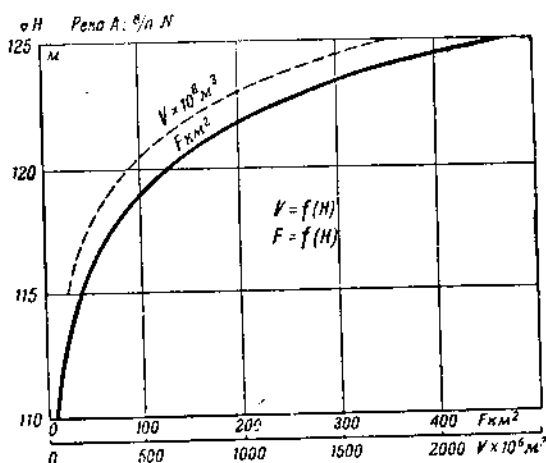
$$P = \frac{m - 0,5}{n} \quad (\text{формула Хазена}),$$

где m — порядковый номер данного года в целом ряде, общее число членов которого равно n и в котором все члены расположены в убывающем порядке;

n — количество лет наблюдений, принятых при расчете.

III. ЧИСЛОВОЙ ПРИМЕР

Расчет объемов водохранилища на реке А у водпоста N при отметке $\nabla H_{n \max} = 124,0$ м и $\nabla H_m = 121,0$ м.



Фиг. 32. График зависимости ΔH от F и V .

Весь расчет разбиваем на три отдела:

А. Основные данные к расчету.

Б. Расчет объемов водохранилища и получение $P\%$ обеспеченности лет гарантированной отдачи.

В. Эксплуатация водохранилища.

Примечание 1 к данному расчету. А priori принимаем в данном расчете, что сток весеннего половодья всегда заполняет водохранилище до отметки $\nabla H_{n \max} = 124,0$ м, так как сток весеннего половодья по многолетним данным оказался значительно больше полезного объема водохранилища ($V_{n \max}$ $м^3$), соответствующего отметке 124,0 м.

III. А. Основные данные к расчету

Приступая к расчету, имеем следующие данные:

1. Кривые полных объемов ($V \cdot 10^6 \text{ м}^3$) и площадей зеркала ($F \text{ км}^2$) водохранилища при разных отметках подпора (∇H метров) (фиг. 32 и табл. 53, к построению этих кривых).

ТАБЛИЦА 53
Зависимость V и F от ∇H

$\nabla H \text{ м}$	$F \text{ км}^2$ площадь зеркала	$V \cdot 10^6 \text{ м}^3$ полный объем
107,5	4,15	—
110,0	10,61	—
112,5	16,00	—
115,0	30,24	114,0
117,5	55,25	211,0
120,0	125,63	428,0
121,0	166,0	573,0
122,5	240,0	876,0
123,0	272,0	1 004,0
123,5	309,0	1 149,0
124,0	352,0	1 314,0
124,5	401,0	1 502,0
125,0	458,0	1 716,0

2. Величину полезного максимального годового объема водохранилища

$$V_{n \text{ max}} \text{ м}^3.$$

Имея на задания

$$\nabla H_{n \text{ max}} = 124,0 \text{ м}$$

и

$$\nabla H_{\text{н}} = 121,0 \text{ м},$$

по кривой (фиг. 32) определяем, что полный объем водохранилища при $\nabla H_{\text{н}} = 124,0$ будет

$$V = 1\,314 \cdot 10^6 \text{ м}^3,$$

при $\nabla H_{\text{н}} = 121,0 \text{ м}$

$$V = V_{\text{н}} = 573 \cdot 10^6 \text{ м}^3,$$

откуда полезный максимальный годовой объем

$$V_{n \text{ max}} = V - V_{\text{н}} = (1\,314 - 573) \cdot 10^6 \text{ м}^3 = 741 \cdot 10^6 \text{ м}^3.]$$

3. Таблицу наблюдаемых за n лет среднедекадных расходов¹ реки N у водпоста A и построенные по ним интегральные кривые стока, см. ниже пример 3.

В нашем случае $n = 47$ лет (с 1882 по 1929 г.).

Интегральные кривые строим с мая по $1/IV$ следующего года, (см. примечание 1).

¹ В тексте не приводятся во избежание загромождения материалом.

Для облегчения в дальнейшем подсчетов масштаб (при вычерчивании интегральных кривых) строим таким образом, что откладываем по оси ординат не суммарный сток, а сумму среднедекадных расходов, равную $\frac{\Sigma_{\text{сток}} \text{ м}^3}{86\,400 \cdot 10}$ (для чего сток делим на число секунд в декаду), а по оси абсцисс откладываем месяцы года, разбитые на декады (фиг. 34, 35, 36).

Примечание 2. Весь графический расчет иллюстрируем на трех характерных годах:

многоводном . . . 1905/06 г.	} фиг. 34, 35, 36
среднем 1885/86 г.	
маловодном . . . 1920/21 г.	

Таблицы же приводятся за все 47 лет.

4. Расчетные даты τ .

За расчетные даты принимаем $\tau = 1/\text{VI}$, $1/\text{VII}$, $1/\text{XI}$ (дата перехода от лета к зиме) и $1/\text{I}$; за конец года принимаем $\tau = 20/\text{III}$ — начало следующего половодья — (в среднем).

5. Размер гарантированной отдачи, заданной основным потребителем, $Q_2 \text{ м}^3/\text{сек}$.

Примечание 3. Подсчет $Q_2 \text{ м}^3/\text{сек}$ здесь не приводится, так как этот подсчет представляет собой совершенно особую задачу хозяйственного порядка.

Для нашего примера имеем основную гарантированную отдачу

$$Q_2 = 90 \text{ м}^3/\text{сек},$$

но фактически это не есть полная гарантированная отдача воды водохранилищем, а лишь та основная отдача, которая задана потребителем.

Для получения полной гарантированной отдачи надо учесть секундные потери из водохранилища, которые слагаются для лета из

а) потерь на испарение

$$\Delta \text{и} \text{ м}^3/\text{сек},$$

б) потерь на фильтрацию

$$\Delta \text{ф} \text{ м}^3/\text{сек},$$

а для зимы — только из потерь на фильтрацию

$$\Delta \text{ф} \text{ м}^3/\text{сек}.$$

Принимаем:

а) потерю на испарение равной $2,53 \text{ мм/сутки}$ и считаем ее со всего зеркала водохранилища при $\nabla H = 124,0 \text{ м}$; получаем секундную потерю на испарение

$$\Delta \text{и}_{\text{сек}} = 10,3 \text{ м}^3/\text{сек};$$

6) потерю на фильтрацию среднюю годовую суточную равной 2,5 мм/сутки и считаем ее с площади среднего зеркала водохранилища.

Получаем секундную потерю на фильтрацию

$$\Delta \phi_{\text{сек}} = 7,4 \text{ м}^3/\text{сек.}$$

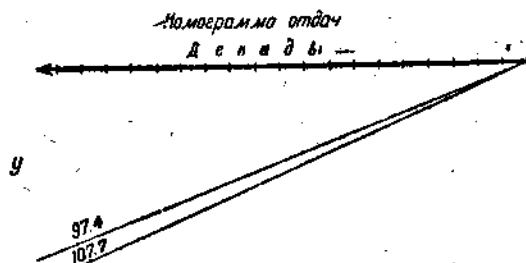
Отсюда полная гарантированная отдача водохранилища для: лета

$$Q_{2, \text{л}} = 90,0 + 10,3 + 7,4 = 107,7 \text{ м}^3/\text{сек.},$$

зимы

$$Q_{2, \text{з}} = 90,0 + 7,4 = 97,4 \text{ м}^3/\text{сек.}$$

Далее, строим для всех лет постоянную номограмму гарантированных отдач водохранилища. При построении номограммы (фиг. 33) по оси абсцисс откладываем декады, а по оси ординат—



Фиг. 33. Номограмма отдач.

соответствующие отдачи, причем масштаб строим по тому же принципу, как и при построении интегральных кривых стока.

Имея эти основные данные, переходим к следующему разделу III, Б.

III. Б. Расчет фактически полезных (максимального годового и на даты τ) объемов водохранилища и определение процента обеспеченности лет, удовлетворяющих при этих объемах гарантированную отдачу

В этом отделе мы разрешаем три задачи:

Задача 1. Имея построенные суммарные кривые (фиг. 34, 35, 36) и номограммы гарантированных отдач (фиг. 33), определяем для каждого n года в отдельности величины: максимального годового и на даты τ полезных объемов водохранилища ($V_{n \text{ max}}$ и $V_{n \tau}$), удовлетворяющих полностью „гарантированную“ отдачу.

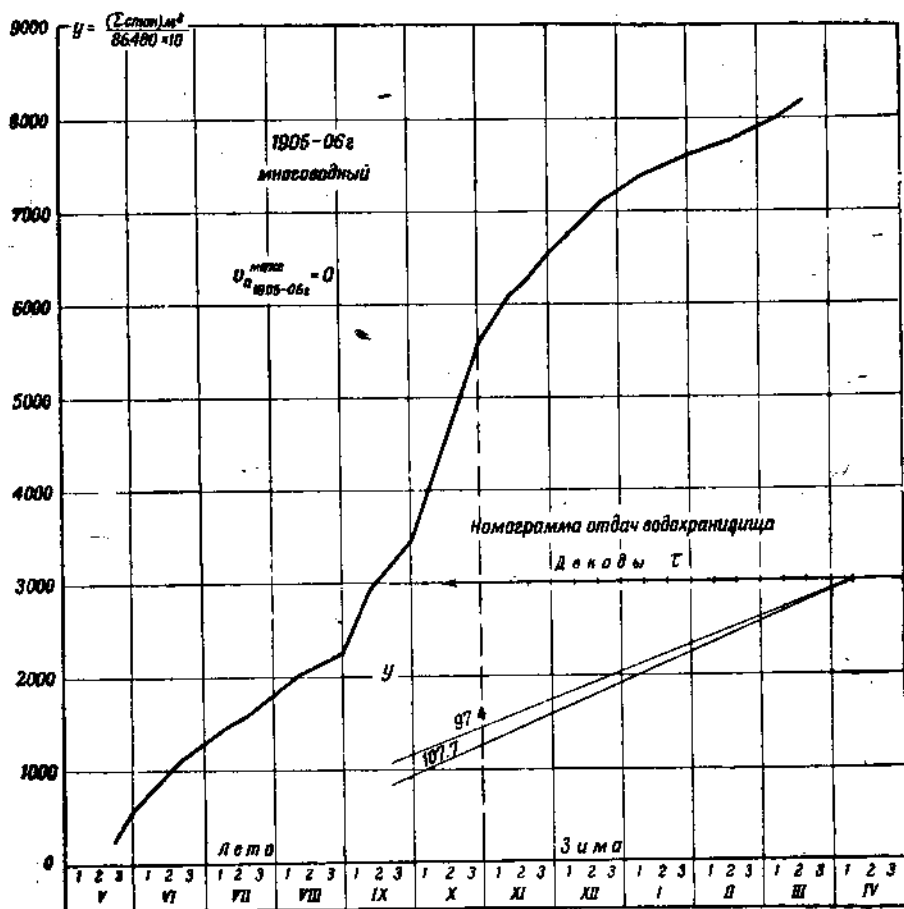
Задача 2. Имея эти объемы ($V_{n \text{ max}}$ и $V_{n \tau}$), строим кривые обеспеченности (общую и на даты τ) при удовлетворении „гарантированной“ отдачи ($Q_{2, \text{л}}$ и $Q_{2, \text{з}}$).

Задача 3. Имея разрешенными задачи 1. и 2, определим фактически полезные на даты τ объемы водохранилища $V_{n \tau}$, удовлетворяющие (при $\nabla H = 124 \text{ м}$) гарантированную отдачу на полученный (из условия) $P\%$ обеспеченности.

Графические расчеты этого раздела иллюстрируем на трех характерных годах (считая за начало расчетного года конец весеннего половодья); таблицы же приводим все за n лет = 47 годам.

Характерные годы:

1. Год многоводный: $Q > Q_{z(A, \beta)}$ (1905/06 г.) (фиг. 34), характерен тем, что за весь расчетный период года $Q > Q_{z(A, \beta)}$.



Фиг. 34. Суммарная кривая среднедекадных расходов за 1905/06 г. (многоводный).

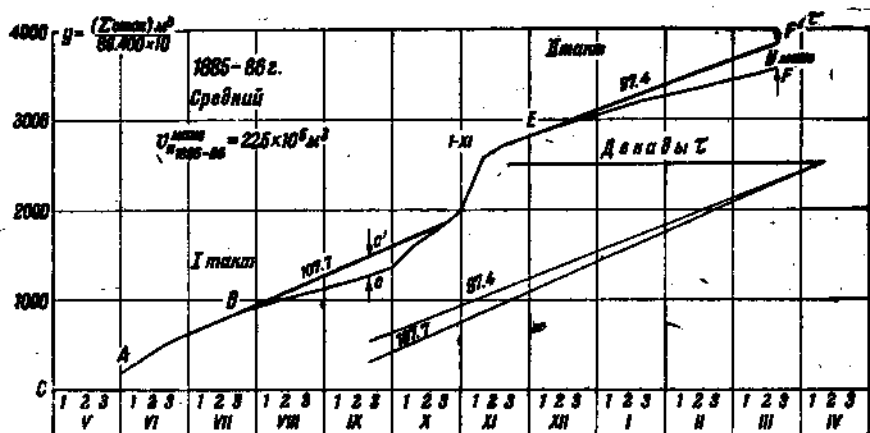
т.е. бытовой расход реки больше гарантированной отдачи, следовательно, дефицита стока нет.

2. Год средний: $Q \leq Q_{z(A, \beta)}$ (1885/86 г.) (фиг. 35), основной характеристикой среднего года является то положение, что:

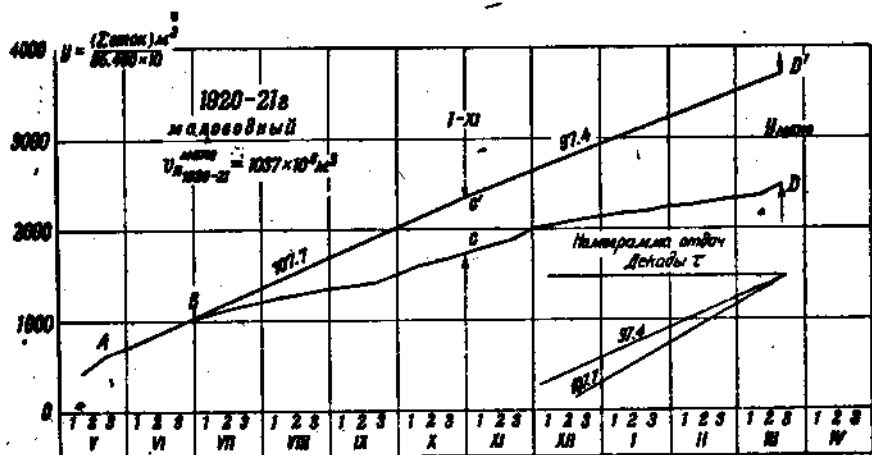
а) в течение лета $Q < Q_{z(A, \beta)}$, почему для удовлетворения гарантированной отдачи требуется покрытие дефицита бытового стока за счет сброски водохранилища;

б) при значительном осеннем паводке ($Q > Q_{2.6}$) мы наблюдаем вторичное осеннее наполнение водохранилища (за счет избытков стока).

в) с наступлением зимы при условии $Q < Q_{2.6}$ начинается вторичная обработка водохранилища, идущая на пополнение дефицита стока.



Фиг. 35. Суммарная кривая среднедекадных расходов за 1885/86 г. (средний).



Фиг. 36. Суммарная кривая среднедекадных расходов за 1920/21 г. (маловодный).

Таким образом средний год имеет момент вторичного наполнения водохранилища внутри самого года, и поэтому такой год будем называть годом с двухтактной работой водохранилища.

8. Год маловодный: $Q < Q_{(2.5)}$ (1920/21 г.) (фиг. 36), основной характеристикой такого года является то положение, что за весь

расчетный период года имеем $Q < Q_{2, (A, B)}$, т. е. бытовой расход все время меньше гарантированного и, следовательно, создающийся при удовлетворении гарантированной отдачи дефицит стока непрерывно пополняется сработкой водохранилища.

Здесь имеем случай лишь единичного (весеннего) наполнения водохранилища, а потому такой год мы будем называть годом с однократной работой водохранилища.

Самый расчет состоит в следующих графических построениях: имея построенные суммарные кривые стока (фиг. 34, 35, 36) и номограммы гарантированных отдач (фиг. 33, 34, 35, 36), проводим касательно к суммарной кривой линии, параллельные линиям гарантированных отдач (из номограммы). Таким образом мы получим новую суммарную кривую, удовлетворяющую гарантированные отдачи ($ABC'EF'$ фиг. 35; $ABC'D'$ фиг. 36); фиг. 34 остается без изменения, так как бытовой сток этого года больше гарантированных отдач.

Максимальная ордината, заключенная между суммарной кривой бытового стока и этой новой суммарной кривой стока— $y_{\max}$, умноженная на $86400 \cdot 10$, даст величину максимального полезного объема водохранилища для данного n года— $V_{n \max}$, удовлетворяющую полностью $Q_{2, A}$ и $Q_{2, B}$.

Переходим теперь непосредственно к самому расчету.

Задача 1. Определение $V_{n \max}$ для каждого года при условии удовлетворения в течение целого года $Q_{2, (A, B)}$.

1. Год многоводный (1905/06 г.).

Здесь мы имеем (для всего расчетного периода года)— $Q > Q_{2, (A, B)}$ следовательно, „гарантированная“ отдача все время удовлетворяется (с избытком) бытовым расходом и сработки водохранилища не потребуется, т. е.

$$V_{n \max 1905/06} = 0,$$

откуда

$$V_{n \max 1905/06} = 0.$$

2. Год средний (1885/86 г.).

Здесь мы наблюдаем $Q \approx Q_{2, (A, B)}$.

Имеем случай двухтактной работы водохранилища, причем для I такта

$$y_{\max} = CC',$$

для II такта

$$y_{\max} = FF'.$$

Определим, которая из этих ординат больше, и эта большая ордината, умноженная на $86400 \cdot 10$, будет равна $V_{n \max 1885/86}$ для данного года.

Из фиг. 35 имеем

$$CC' < FF',$$

следовательно,

$$y_{\max} = FF',$$

а максимальный годовой объем

$$V_{n \max 1885/86} = FF' \cdot 86400 \cdot 10 = 225 \cdot 10^6 \text{ м}^3.$$

3. Год маловодный (1920/21 г.).

Здесь мы наблюдаем за весь расчетный год, что

$$Q < Q_z (\text{л. з}).$$

Имеем случай однократной работы водохранилища. Максимальный полезный объем

$$V_{n \max 1920/21} = (y_{\max} \cdot 86400 \cdot 10).$$

Из фиг. 36 имеем

$$y_{\max} = DD',$$

следовательно,

$$V_{n \max 1920/21} = DD' \cdot 86400 \cdot 10 = 1037 \cdot 10^6 \text{ м}^3.$$

Анализируя таким же образом все n ($=47$) лет, мы получим для каждого года максимальный полезный объем для данного года, покрывающий полностью дефицит стока при удовлетворении

$$Q_z (\text{л. з}).$$

Распределив эти объемы в нисходящем порядке, относим их в табл. 54.

ТАБЛИЦА 54

Распределение в нисходящем порядке $V_{n \max n}$ за 47 лет

№ по пор.	Годы	$V_{n \max n} \cdot 10^6 \text{ м}^3$	№ по пор.	Годы	$V_{n \max n} \cdot 10^6 \text{ м}^3$	№ по пор.	Годы	$V_{n \max n} \cdot 10^6 \text{ м}^3$
1	1920/21	1087	17	1911/12	224	33	1912/13	86
2	1921/22	985	18	1891/92	199	34	1908/09	86
3	1897/98	821	19	1889/90	190	35	1887/88	78
4	1882/83	810	20	1895/96	190	36	1916/17	69
5	1900/01	572	21	1888/89	173	37	1898/99	69
6	1901/02	557	22	1918/19	164	38	1886/87	69
7	1914/15	389	23	1926/27	156	39	1927/28	43
8	1890/91	380	24	1903/04	148	40	1894/95	43
9	1907/08	372	25	1909/10	130	41	1904/05	43
10	1924/25	335	26	1910/11	130	42	1883/84	35
11	1922/23	322	27	1915/16	128	43	1917/18	35
12	1919/20	295	28	1893/94	104	44	1923/24	35
13	1884/85	277	29	1906/07	104	45	1902/03	35
14	1892/93	270	30	1928/29	104	46	1905/06	0
15	1896/97	236	31	1913/14	95	47	1925/26	0
16	1885/86	255	32	1899/1900	86			

Из этой таблицы видно, что за 47 лет только четыре года (1920/21; 1921/22; 1897/98; 1882/83) требуют для удовлетворения

$$Q_{z, \text{л}} = 107,4 \text{ м}^3/\text{сек},$$

$$Q_{z, \text{з}} = 97,7 \text{ м}^3/\text{сек}$$

объема $V_{n \max n}$ больше заданного

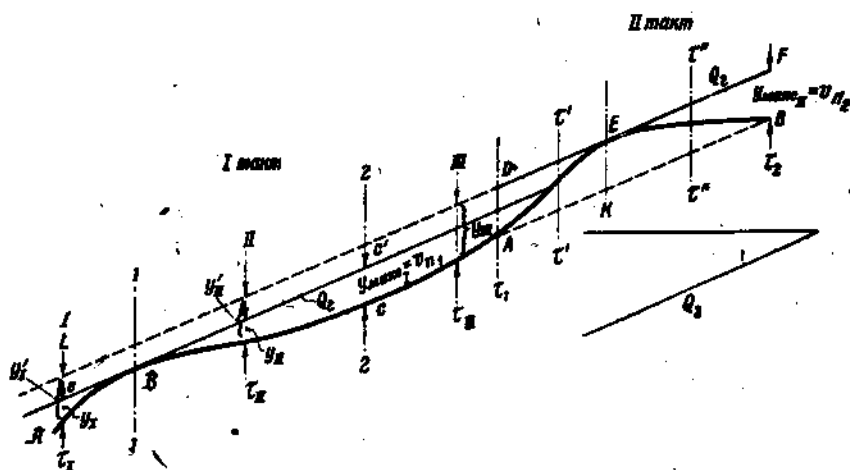
$$V_{n \max} = 741 \cdot 10^6 \text{ м}^3.$$

нате между кривой AEB и прямой AB или, что то же, разности между $V_{n\tau_1}$ и ординатой, заключенной между кривой AEB и прямой DF ($y' \dots y'' \dots$). Так, в момент τ_1 фактически полезный объем равен $V_{n\tau_1} - AD = 0$ (так как $AD = FB$)

"	τ'	"	"	"	"	$V_{n\tau_1} - y' = aa'$
"	τ_E	"	"	"	"	$V_{n\tau_2} - 0 = V_{n\tau_2}$
"	τ''	"	"	"	"	$V_{n\tau_3} - y'' = bb'$
"	τ_2	"	"	"	"	$V_{n\tau_3} - V_{n\tau_3} = 0$

Изложив это основное положение, следует здесь же оговорить, что в таком виде оно целиком применимо к расчету водохранилища при однократной работе.

При двухтактной работе водохранилища вносится некоторое усложнение расчета в части первого такта, так как здесь надо вести расчет, непрерывно сопоставляя работу водохранилища первого такта с работой водохранилища за весь расчетный период года, т. е. включая и второй такт. Этим сопоставлением выявится больший фактически полезный объем на рассматриваемую дату, так как наибольший, со знаком плюс, из двух рассматриваемых объемов водохранилища при таком сопоставлении безусловно удовлетворит Q_2 на весь расчетный период года.



Фиг. 38. Схема к графическому расчету.

На схематической фиг. 38 дадим графическое разъяснение метода, применяемого при определении объемов водохранилища на даты τ при двухтактной работе. Расчет второго такта (участок кривой AEB) приведен выше (фиг. 37). Здесь же рассмотрим участок кривой ($ABCA$), т. е. приведем расчет первого такта с учетом удовлетворения Q_2 и во втором такте.

Для включения в расчет всего рассматриваемого периода года делаем следующее дополнительное построение — линию DF продолжим пунктиром в обратную сторону.

Из предыдущего расчета (фиг. 37) имеем величину $y_{\max I} = V_{n\tau_1}'$ и $y_{\max II} = V_{n\tau_2}$.

Из фиг. 38 ясно, что в I такте наблюдаются три изменяющихся (по методу расчета) участка кривой:

I	участок захватывает часть кривой	AB
II	"	"
III	"	"

Рассмотрим каждый участок отдельно.

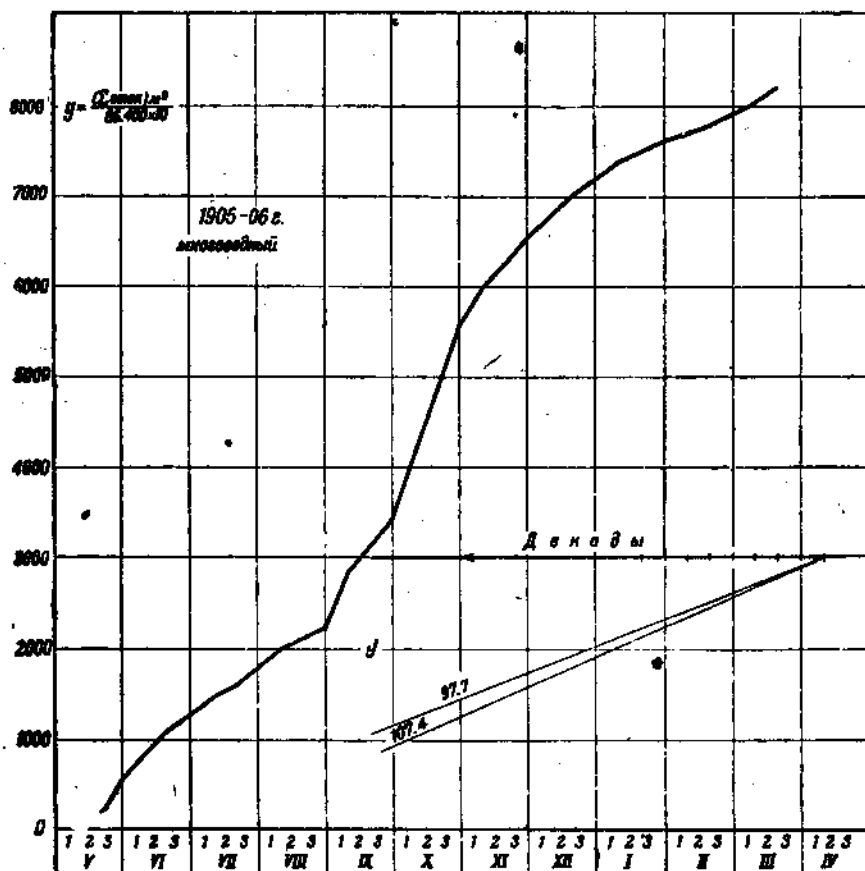
I участок: дата τ_1 аналогична дате τ' из фиг. 37.

Следовательно, если бы имели дело с однитактной работой, то фактически полезный объем водохранилища для даты τ_1 был бы равен

$$V_{n_1} - y_1 \quad (1)$$

Включая в рассмотрение весь год (т. е. ставя условием определение фактически полезного объема водохранилища при удовлетворении Q_2 до конца года), мы вводим дополнительное соотношение, а именно определяем разность

$$V_{n_2} - y_1' \quad (2)$$



Фиг. 39. Суммарная кривая среднедекадных расходов за 1905/06 г. (многоводный).

Большая (и при этом со знаком плюс) из этих двух разностей и будет равна фактически полезному объему водохранилища на дату τ_1 при условии удовлетворения Q_2 до конца года ($V_{n\tau_1}$).

II участок: дата τ_{II} (аналогична дате τ' из фиг. 37 для первого такта и дате τ из фиг. 37, когда рассматриваем весь год).

Составляем здесь опять две разности: для первого такта

$$V_{n_1} - y_{II} \quad (3)$$

для всего года

$$V_{n_2} - y_{II} \quad (4)$$

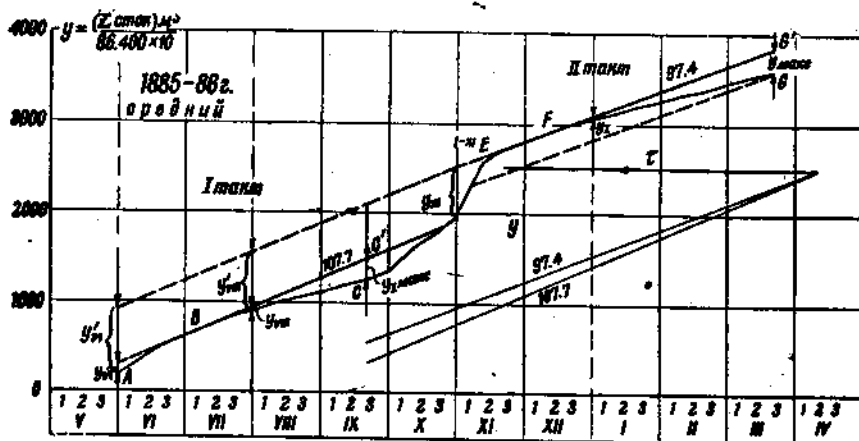
и большая (со знаком плюс) разность будет равна $V_{n_2} - y_{II}$.

III участок: дата τ_{III} ; с момента перехода через дату, отвечающую V_{n_2} (фактически полезному объему водохранилища первого такта), дальнейшую часть года можем уже рассматривать как при случае однократной работы, составляем разность:

$$V_{n_2} - y_{III}. \quad (5)$$

Ясно, что до даты τ_1 , пока $y_{III} > y_{max II}$, фактически полезный объем водохранилища равен нулю, и только с точки А начинается необходимость выполнения водохранилища (фиг. 37 и 38).

Сделав эту методологическую предпосылку, переходим к самому числовому расчету фактически полезных объемов водохранилища, причем графический расчет иллюстрируем (как и раньше) на трех годах, таблицу приводим за все 47 лет.



Фиг. 40. Суммарная кривая среднедекадных расходов за 1885/86 г. (средний).

1. Многоводный год (1905/06 г.) (фиг. 39).

Ввиду того что в данном многоводном году $Q > Q_2$, т. е. бытовой сток в течение всего расчетного года больше гарантированной отдачи, ясно, что на даты $\tau...$ не надо иметь никакого водохранилища, т. е.

$$V_{n\tau} = 0.$$

2. Средний год (1885/86 г.) (фиг. 40).

В данном (1885/86 г.) среднем году наблюдаем, что в течение рассматриваемого расчетного периода года $Q \approx Q_2$, т. е. бытовой сток больше или меньше гарантированной отдачи и, кроме того, из-за длительности осеннего периода с достаточно большим паводковым расходом $Q > Q_2$, наблюдается явление вторичного наполнения водохранилища; следовательно, данный год отражает случай с двухтактной работой водохранилища. Анализируя его согласно вышеизложенной методологии (фиг. 38), определяем фактически полезные объемы водохранилища [при условии удо-

вдворения $Q_{2(л.э)}$ до конца года (20/III)] на рассматриваемые даты по формулам (1)–(5):

для первого такта

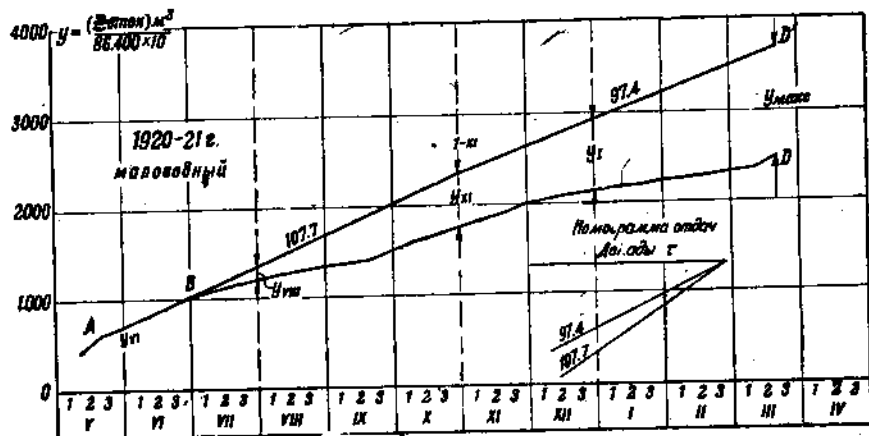
$$(y_{I \max} - y_{\tau}) \cdot 86\,400 \cdot 10 \text{ м}^3 \text{ [формулы (1), (3)],}$$

$$(y_{\max} - y_{\tau}) \cdot 86\,400 \cdot 10 \text{ м}^3 \text{ [формулы (2), (4)];}$$

для второго такта

$$(y_{\max} - y_{\tau}) \cdot 86\,400 \cdot 10 \text{ м}^3 \text{ [формула (5)],}$$

причем большая и положительная разность, умноженная на $86\,400 \cdot 10 \text{ м}^3$, будет $= V_{\text{пт}} \text{ м}^3$.



Фиг. 41. Суммарная кривая среднедекадных расходов за 1920/21 г. (маловодный).

Так, для первого такта

$$\left\{ \begin{aligned} \tau = 1/\text{VI} \quad V_{n \text{ VI}} &= (y_{I \max} - y_{\text{VI}}) \cdot 86\,400 \cdot 10 = \\ &= (200 - 110) 86\,400 \cdot 10 = 77,8 \cdot 10^6 \text{ м}^3, \\ \tau = 1/\text{VIII} \quad V_{n \text{ VIII}} &= (y_{I \max} - y_{\text{VIII}}) \cdot 86\,400 \cdot 10 = \\ &= (200 - 40) 86\,400 \cdot 10 = 138 \cdot 10^6 \text{ м}^3, \\ \tau = 1/\text{XI} \quad V_{n \text{ XI}} &= (y_{\max} - y_{\text{XI}}) \cdot 86\,400 \cdot 10 \end{aligned} \right.$$

равно отрицательной величине, а следовательно, $V_{n \text{ XI}} = 0$.

Для второго такта

$$\left\{ \begin{aligned} \tau = 1/\text{I}; \quad V_{n \text{ I}} &= (y_{\max} - y_{\text{I}}) \cdot 86\,400 \cdot 10 = \\ &= (250 - 30) 86\,400 \cdot 10 = 190 \cdot 10^6 \text{ м}^3. \end{aligned} \right.$$

Таким образом для 1885/86 г. имеем:

$$\begin{aligned} V_{n \text{ VI}} &= 77,8 \cdot 10^6 \text{ м}^3, \\ V_{n \text{ VIII}} &= 138 \cdot 10^6 \text{ м}^3, \\ V_{n \text{ XI}} &= 0, \\ V_{n \text{ I}} &= 190 \cdot 10^6 \text{ м}^3. \end{aligned}$$

3. Маловодный год (1920/21 г.) (фиг. 41).

В данном маловодном году мы наблюдаем, что в течение рассматриваемого расчетного периода года $Q < Q_{2(\text{н.э})}$, т. е. бытовой расход все время меньше гарантированной отдачи, и если и попадаются промежутки времени с бытовым расходом, большим или равным $Q_{2(\text{н.э})}$, то столь незначительно большим и кратковременным, что вторичного наполнения водохранилища не наблюдается, следовательно, данный год отражает случаи с однократной работой водохранилища. Поэтому согласно вышеизложенной методологии (фиг. 37) величину фактически полезного объема водохранилища ($V_{\text{н}\tau}$) на рассматриваемые даты τ получаем как положительную разность уравнения

$$(y_{\text{max}} - y_{\tau}) \cdot 86\,400 \cdot 10 \text{ м}^3,$$

причем ясно, что если разность будет отрицательная, то $V_{\text{н}\tau} = 0$.

Так, для

$$\tau = 1/\text{VI} \quad V_{\text{нVI}} = (y_{\text{max}} - y_{\text{VI}}) \cdot 86\,400 \cdot 10 =$$

$$= (1\,200 - 0) \cdot 86\,400 \cdot 10 = 1\,037 \cdot 10^6 \text{ м}^3;$$

$$\tau = 1/\text{VIII} \quad V_{\text{нVIII}} = (y_{\text{max}} - y_{\text{VIII}}) \cdot 86\,400 \cdot 10 =$$

$$= (1\,200 - 120) \cdot 86\,400 \cdot 10 = 933 \cdot 10^6 \text{ м}^3;$$

$$\tau = 1/\text{XI} \quad V_{\text{нXI}} = (y_{\text{max}} - y_{\text{XI}}) \cdot 86\,400 \cdot 10 =$$

$$= (1\,200 - 580) \cdot 86\,400 \cdot 10 = 536 \cdot 10^6 \text{ м}^3;$$

$$\tau = 1/\text{I} \quad V_{\text{нI}} = (y_{\text{max}} - y_{\text{I}}) \cdot 86\,400 \cdot 10 =$$

$$= (1\,200 - 720) \cdot 86\,400 \cdot 10 = 415 \cdot 10^6 \text{ м}^3.$$

Таким образом для 1920/21 г. имеем:

$$V_{\text{нVI}} = 1\,037 \cdot 10^6 \text{ м}^3; \quad V_{\text{нVIII}} = 933 \cdot 10^6 \text{ м}^3,$$

$$V_{\text{нXI}} = 536 \cdot 10^6 \text{ м}^3; \quad V_{\text{нI}} = 415 \cdot 10^6 \text{ м}^3.$$

Проанализировав таким образом все 47 лет, сносим результаты в табл. 55, располагая фактически полезные объемы водохранилища на даты τ в нисходящем порядке.

На этом заканчиваем решение задачи 1 и переходим к задаче 2.

Задача 2. Построение кривых обеспеченности максимальных годовых и на даты τ объемов при условии удовлетворения (полностью) $Q_{2(\text{н.э})}$ до конца расчетного периода года.

Имея табл. 54 и 55, строим кривые обеспеченности $V_{\text{нmax}}$ и $V_{\text{н}\tau}$ (фиг. 42) (для $\tau = 1/\text{VI}, 1/\text{VIII}, 1/\text{XI}, 1/\text{I}$), для чего по оси ординат откладываем объемы водохранилищ, а по оси абсцисс — проценты, отвечающие обеспеченности данного объема при удовлетворении $Q_{2(\text{н.э})}$ до конца года по формуле:

$$P = \left(\frac{m - 0,5}{n} \right) \%,$$

Наконец, переходим к задаче 3.

Задача 3. Определение фактически полезных на даты τ (постоянных для эксплуатации) объемов водохранилищ при условии обеспечения $Q_{2(\text{н.э})}$ на $P\%$, полученного из условия заданной проектом $\nabla H_{\text{нmax}} = 124 \text{ м}$, или, что то же,

$$V_{\text{нmax}} = 741 \cdot 10^6 \text{ м}^3.$$

ТАБЛИЦА 55

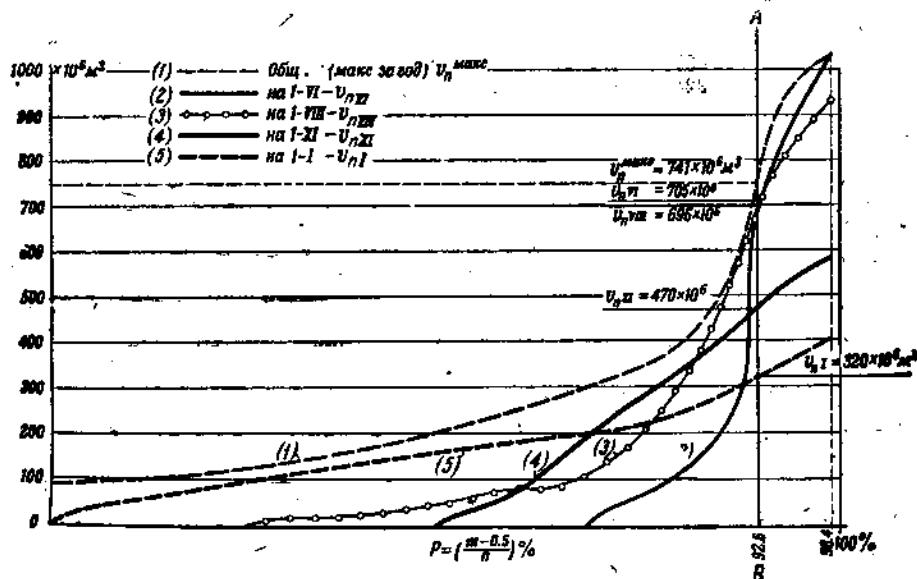
Распределение (в нисходящем порядке) фактически полезных объемов водохранилища на даты $\tau = 1/VI, 1/VIII, 1/XI$ и $1/I$ при условии удовлетворения Q_z (л. с.) до $20/III$

№ по пор.	На 1/VI		На 1/VIII		На 1/XI		На 1/I	
	Годы	Объем 10^6 м^3	Годы	Объем 10^6 м^3	Годы	Объем 10^6 м^3	Годы	Объем 10^6 м^3
1	1920/21	1037	1920/21	933	1921/22	584	1920/21	415
2	1921/22	924	1921/22	850	1882/83	560	1921/22	370
3	1897/98	780	1882/83	760	1920/21	536	1890/91	336
4	1882/83	700	1897/98	743	1903/04	497	1900/01	301
5	1900/01	294	1901/02	540	1897/98	441	1832/83	294
6	1914/15	225	1900/01	527	1900/01	405	1901/02	289
7	1922/23	147	1914/15	389	1907/08	370	1922/23	280
8	1901/02	104	1924/25	294	1914/15	336	1907/08	288
9	1885/86	78	1922/23	224	1919/20	285	1897/98	216
10	1924/25	52	1919/20	199	1924/25	242	1914/15	199
11	1890/91	43,2	1885/86	138	1894/95	242	1884/85	190
12	1883/84	—	1892/93	95	1892/93	225	1885/86	190
13	1884/85	—	1913/14	78	1891/92	112	1895/96	190
14	1886/87	—	1890/91	77	1918/19	112	1911/12	190
15	1887/88	—	1898/99	69	1922/23	78	1889/90	182
16	1888/89	—	1896/97	61	1909/10	43	1892/93	173
17	1889/90	—	1887/88	52	1890/91	35	1891/92	164
18	1891/92	—	1910/11	43	1896/97	26	1918/19	164
19	1892/93	—	1927/28	39	1883/84	—	1919/20	156
20	1893/94	—	1912/13	35	1885/86	—	1926/27	156
21	1894/95	—	1906/07	26	1886/87	—	1890/91	147
22	1895/96	—	1889/90	17	1887/88	—	1903/04	147
23	1896/97	—	1893/94	17	1888/89	—	1888/89	130
24	1898/99	—	1895/96	17	1889/90	—	1915/16	125
25	1899/1900	—	1891/92	8,6	1893/94	—	1893/94	112
26	1902/03	—	1916/17	8,6	1894/95	—	1909/10	104
27	1903/04	—	1883/84	—	1895/96	—	1924/25	102
28	1904/05	—	1884/85	—	1898/99	—	1912/13	86
29	1905/06	—	1886/87	—	1899/1900	—	1908/09	86
30	1906/07	—	1888/89	—	1902/03	—	1899/1900	61
31	1907/08	—	1894/95	—	1903/04	—	1906/07	61
32	1908/09	—	1899/1900	—	1904/05	—	1910/11	43
33	1909/10	—	1902/03	—	1905/06	—	1894/95	34
34	1910/11	—	1903/04	—	1906/07	—	1902/03	35
35	1911/12	—	1904/05	—	1908/09	—	1916/17	35
36	1912/13	—	1905/06	—	1910/11	—	1883/84	—
37	1913/14	—	1907/08	—	1911/12	—	1886/87	—
38	1915/16	—	1908/09	—	1912/13	—	1887/88	—
39	1916/17	—	1909/10	—	1913/14	—	1898/99	—
40	1917/18	—	1911/12	—	1915/16	—	1904/05	—
41	1918/19	—	1915/16	—	1916/17	—	1905/06	—
42	1919/20	—	1917/18	—	1917/18	—	1913/14	—
43	1923/24	—	1918/19	—	1923/24	—	1917/18	—
44	1925/26	—	1923/24	—	1925/26	—	1923/24	—
45	1926/27	—	1925/26	—	1926/27	—	1925/26	—
46	1927/28	—	1926/27	—	1927/28	—	1927/28	—
47	1928/29	—	1928/29	—	1928/29	—	1928/29	—

Же разрешению этой задачи подходим следующим образом:
Из основных данных имеем возможный максимальный годовой полезный объем водохранилища

$$V_{л\max} = 741 \cdot 10^6 \text{ м}^3.$$

Из кривой (фиг. 42, кривая 1) обеспеченности общего, максимального за год, объема водохранилища получаем, что объему $V_{л\max} = 741 \cdot 10^6 \text{ м}^3$ отвечает $P = 92,6\%$, т. е. этот объем на 92,6% лет дает удовлетворение $Q_{2(а.з)}$ на весь расчетный период года.



Фиг. 42. Кривые обеспеченности $V_{л\max}$ и $V_{л\tau}$.

Пересечение ординаты AB с кривыми 2, 3, 4, 5 (фиг. 42) укажет те фактически полезные объемы водохранилищ на даты (1/VI, 1/VIII, 1/XI, 1/I), которые на 92,6% лет дают удовлетворение $Q_{2(а.з)}$ на весь расчетный период года.

Отсюда при $V_{л\max} = 741 \cdot 10^6 \text{ м}^3$ имеем

$$P = 92,6\%.$$

При $P = 92,6\%$ фактически полезные объемы водохранилища на даты τ будут следующие (см. фиг. 42):

$$\begin{aligned} V_{лVI} &= 705 \cdot 10^6 \text{ м}^3; & V_{лVIII} &= 695 \cdot 10^6 \text{ м}^3; \\ V_{лXI} &= 470 \cdot 10^6 \text{ м}^3; & V_{лI} &= 320 \cdot 10^6 \text{ м}^3; \\ V_{л20/III} &= 0. \end{aligned}$$

Впоследствии при эксплуатации водохранилища, если мы будем придерживаться вышеуказанных объемов воды в водохранилище на даты τ , то на полученный $P\%$ лет будет обеспечен полностью расход $Q_{2(а.з)}$ в течение всего расчетного периода года.

Имея, таким образом, определенные фактически полезные объемы на рассматриваемые даты $V_{лг}$, переходим к новому разделу расчета, а именно к эксплуатации водохранилища.

III. В. Эксплуатация водохранилища

До сих пор излагаемый расчет преследовал цель выяснить, какие надо иметь в будущем (на основе анализа прошлых лет) объемы воды в водохранилище на даты $t = 1/VI, 1/VIII, 1/XI, 1/I$, чтобы при заданном максимальном годовом полезном объеме водохранилища $V_{л\max} = 741 \cdot 10^6 \text{ м}^3$ удовлетворить гарантированную отдачу $Q_{г(г.г)}$ в течение лет с $P\% = 92,6\%$ обеспеченностью; таковыми объемами, повторяем, будут:

$$\begin{aligned} \text{на даты } 1/VI & - V_{лVI} = 705 \cdot 10^6 \text{ м}^3; \\ 1/VIII & - V_{лVIII} = 695 \cdot 10^6 \text{ м}^3; \\ 1/XI & - V_{лXI} = 470 \cdot 10^6 \text{ м}^3; \\ 1/I & - V_{лI} = 320 \cdot 10^6 \text{ м}^3; \\ 20/III & - V_{л20/III} = 0. \end{aligned} \quad \text{при } V_{л\max} = 741 \cdot 10^6 \text{ м}^3.$$

Приняв эти объемы за основные исходные, ограниченные проектом, данные (const), переходим к определению тех дополнительных отдач ($Q_{от} \neq \text{const}$), которые мы можем давать (сверх гарантированных $Q_{г(г.г)} = \text{const}$) при условии постоянства их в пределах времени от одной даты до следующей. Здесь же напомним, что отдачи эти ($Q_{от}$) будут изменяться из года в год и находиться в полной зависимости от стока данного (рассматриваемого) года. Таким образом мы переходим к новому виду отдачи так называемой „эксплуатационной отдаче“ ($Q_{от}$), которая, будучи по своему существу переменной из года в год и в разные периоды внутри каждого года, является постоянной только на данный период данного года и содержит в самой себе одно постоянное слагаемое—гарантированную отдачу $Q_{г(г.г)}$, т. е.

$$Q_{от} = Q_{г(г.г)} + Q_{от}.$$

Отсюда ясно, что под понятием „эксплуатационной отдачи“ водохранилища мы понимаем ту отдачу, до размера которой можно увеличить гарантированную отдачу, оставаясь в условиях удовлетворения ее до конца года (в течение лет с $P\%$ обеспеченностью). См. „Основные предпосылки“ № 1.

В то же время (см. „Основные предпосылки“ № 2) следует „максимально срабатывать водохранилище летом с тем, чтобы, заполняя его стоком осенних паводков, уменьшить до минимума оброс этих паводочных расходов, однако, имея в виду оставить достаточный запас воды в водохранилище на случай, если придется вступить в зимний период, не пополнив запасов воды в водохранилище (т. е. если осенних паводков не случится)“, иначе говоря, расчет эксплуатационной отдачи внутри года должен

быть построен так, чтобы подойти к дате $\tau = 1/XI$ (переход от летнего периода к зимнему), имея в водохранилище лишь его фактически полезный объем $V_{лXI} (= 480 \cdot 10^6 \text{ м}^3)$. Весь же оставшийся объем воды в водохранилище срабатывается в виде дополнительных отдач $Q_{дVI}, Q_{дVIII}$.

Что же касается осеннего и зимнего периода, то здесь то же следует возможно увеличить Q , с тем, чтобы к моменту весеннего половодья ($\tau = 20/III$) подойти с пустым водохранилищем т. е.

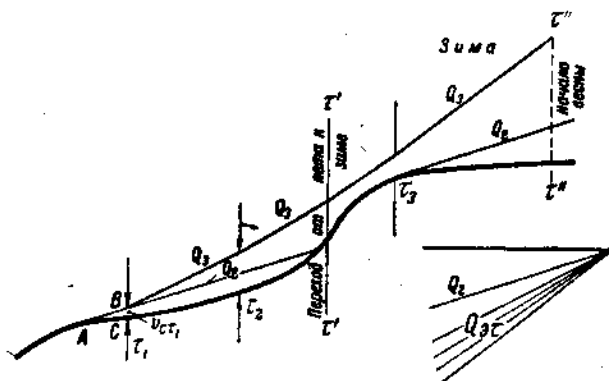
$$V_{л20/III} = 0.$$

Имея эти основные положения, переходим к изложению методологии определения возможной дополнительной отдачи $Q_{д}$ $\text{м}^3/\text{сек}$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВОЗМОЖНОЙ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ОТДАЧИ В $\text{м}^3/\text{сек}$

Имеем водохранилище наполненным весенним половодьем до его максимального объема

$$V_{л\text{ max}} = 741 \cdot 10^6 \text{ м}^3.$$



Фиг. 43. Схема к определению сработки водохранилища.

Сработку водохранилища начинаем с того момента, когда Q становится $< Q_{д}$. Такому моменту отвечает точка A (фиг. 43).

Подходим к первой расчетной дате τ_1 .

1. Определяем, чему равен объем сработанной части водохранилища при отдаче $Q_{д}$ (от момента A до τ_1), из фиг. 43 видно, что сработанный объем равен $BC = V_{с\tau_1}$.

2. Имея $V_{с\tau_1}$, определим наличный объем воды в водохранилище ($V_{л\tau_1}$) на дату τ_1 , который равен максимальному годовому объему $V_{л\text{ max}} - V_{с\tau_1}$, т. е.

$$V_{л\tau_1} = V_{л\text{ max}} - V_{с\tau_1}. \quad (6)$$

Из предыдущего мы знаем, что фактически полезный объем воды в водохранилище при условии удовлетворения $Q_{д}$ до конца года в пределах $P\%$ обеспеченности равен $V_{л\tau_1}$.

Отсюда совершенно ясно, что

а) если $V_{\kappa\tau_1} > V_{\pi\tau_1}$, то разность объема равна

$$V_{\kappa\tau_1} - V_{\pi\tau_1}$$

и ее можно срабатывать в виде дополнительной отдачи $Q_{\partial\tau_1}$ (постоянной в течение периода года $\tau_1 - \tau_2$);

б) если $V_{\kappa\tau_1} = V_{\pi\tau_1}$, то дополнительная отдача недопустима и сохраняется только Q_2 ;

в) если $V_{\kappa\tau_1} < V_{\pi\tau_1}$, то это значит, что данный год лежит вне предела $P\%$ обеспеченности, и отдачу мы продолжаем равной Q_2 .

Рассуждая таким же образом, мы переходим от одной даты к следующей до конца года; если же год находится вне $P\%$ обеспеченности, то ведем расчет по этому способу до тех пор, пока водохранилище не сработается до объема, равного нулю, после этого механически прекращается гарантированная отдача Q_2 , и переходим на бытовую отдачу, равную Q . Но это не должно нас пугать, так как гарантированная отдача обеспечена только в пределах $P\%$ лет.

Переходим к определению самой величины дополнительной отдачи $Q_{\partial\tau_1}$; имеем:

а) объем воды, который может быть отдан в виде дополнительной отдачи, равен

$$V_{\kappa\tau_2} - V_{\pi\tau_1};$$

* б) период года от τ_1 до τ_2 равен $T_{\tau(1-2)}$ дней:

$$T_{\tau(1-2)} \cdot 86400 \text{ сек.}$$

Отсюда легко определить, что дополнительная секундная отдача в течение рассматриваемого периода года (от τ_1 до τ_2) будет равна

$$Q_{\partial\tau_1} = \left[\frac{(V_{\kappa\tau_1} - V_{\pi\tau_1}) \cdot 10^6}{T_{\tau(1-2)} \cdot 86400} \right] \text{ м}^3/\text{сек} = \text{const} \quad (7)$$

(для периода τ_1 до τ_2).

3. Определение эксплуатационной отдачи получается простым суммированием $Q_{\partial\tau_1}$ и Q_2 т. е.

$$Q_{\partial\tau_1} = [Q_2 + Q_{\partial\tau_1}] \text{ м}^3/\text{сек.} \quad (8)$$

Примечание. Придерживаясь № 2 „Основных предпосылок“, в летний период число дней T мы отсчитываем до момента τ' (перехода от лета к зиме), а в зимний период до момента τ'' (начало весны) (фиг. 43), и весь расчет ведем при условии максимальной сработки водохранилища к моменту осеннего половодья (однако, имея в виду оставить достаточный запас воды в водохранилище на случай, если придется вступить в зимний период, не пополнив запасов воды в водохранилище, т. е. если осенних наводков не случится), срабатывая его как предел до объема

$$V_{\pi\tau} (\text{лето-зима}) = V_{\pi} \text{ л}^3$$

и к весеннему половодью до объема

$$V_{\kappa\tau, \text{весна}} = V_{\pi(20/11)} = 0.$$

В процессе эксплуатации проделывать такой расчет несколько кропотливо, и поэтому мы заменим его механизированным (расчетом, для чего строим „номограмму эксплуатации водохранилища“).

Вначале наложим способ построения такой номограммы, а затем укажем как ею пользоваться, причем и то и другое иллюстрируем на нашем числовом примере.

ПОСТРОЕНИЕ НОМОГРАММЫ ЭКСПЛУАТАЦИИ ВОДОХРАНИЛИЩА

Для построения номограммы мы пользуемся формулами (6), (7), (8), взятыми в обратном порядке, так как здесь мы задаемся величиной $Q_{ст}$ и определяем соответствующие этой отдаче сработанные объемы водохранилища на даты $\tau_1, \tau_2, \dots$.
Задаемся $Q_{ст_1}$, зная величину $Q_{ст}$, из задания получаем:

$$Q_{ст_1} - Q_{ст} = Q_{ст_1} \text{ м}^3/\text{сек.} \quad (8')$$

Из формулы (7)

$$Q_{ст_1} = \left[\frac{(V_{нт_1} - V_{нт}) \cdot 10^6}{T_{\tau(1.2)} \cdot 86400} \right] \text{ м}^3/\text{сек} = \left[\frac{(V_{нт_1} - V_{нт})}{T_{\tau(1.2)} \cdot 0,0864} \right] \text{ м}^3/\text{сек} \quad (7)$$

имеем

$$V_{нт_1} = [(Q_{ст_1} \cdot T_{\tau(1.2)} \cdot 0,0864) + V_{нт}] \cdot 10^6 \text{ м}^3. \quad (7')$$

Из формулы (6) имеем

$$V_{нт_1} = V_{н \text{ max}} - V_{ст_1},$$

откуда

$$V_{ст_1} = V_{н \text{ max}} - V_{нт_1}. \quad (6')$$

Таким образом, задавшись несколькими значениями

$$\begin{aligned} Q_{ст_1}, Q_{ст_2}, \dots \\ Q'_{ст_1}, Q'_{ст_2}, \dots \\ Q''_{ст_1}, Q''_{ст_2}, \dots \\ Q^i_{ст_1}, Q^i_{ст_2}, \dots \end{aligned}$$

мы получаем соответственные значения $V_{ст_1}, V_{ст_2}, \dots$

Номограмму строим по следующей сетке (фиг. 44):

т. е. 1) по нижней горизонтальной шкале АВ откладываем даты, разбивая шкалу на месяцы и декады;

2) по левой вертикальной шкале АС откладываем сверху вниз значения $V_{ст}$, причем

$$V_{ст_0} = y \cdot 86400 \cdot 10,$$

Фиг. 44. Сетка к номограмме эксплуатации водохранилища.

и данная шкала отражает значения $V_{ст}$ от 0 до $V_{н \text{ max}}$;

3) правую вертикальную шкалу мы подбираем так (в том же масштабе, как и левая), чтобы значения

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & \text{левой шкалы} & \text{совпадало с} & V_{н \text{ max}} & \text{правой и} \\ V_{н \text{ max}} & " & " & " & " & 0 & " \end{array}$$

Такое построение отвечает основному требованию расчета: эксплуатация водохранилища будет наиболее идеальной в том случае, если имеется следующее равенство для любого момента τ (как крайний предел)

$$V_{нт} = V_{н \text{ max}} - V_{ст} = V_{нт},$$

т. е. наличный объем водохранилища на дату τ равен фактически полезному объему водохранилища на ту же дату.

Примечание. Здесь же можно привести следующее контрольное равенство к построению номограммы:

$$V_{ct} + V_{nt} = V_{ct} + V_{nt} = V_{n \max},$$

т. е. сработанный и фактически полезный объемы на любую дату τ дают в сумме максимальный полезный объем $V_{n \max}$, а следовательно, правильность сопоставления масштабов левой и правой шкалы может быть проверена этим простым балансным равенством на любую дату τ .

Переходим к построению номограммы эксплуатации водохранилища.

ЧИСЛОВОЙ ПРИМЕР ПОСТРОЕНИЯ НОМОГРАММЫ ЭКСПЛУАТАЦИИ ВОДОХРАНИЛИЩА

Из предыдущего имеем:

1) гарантированную отдачу

2) фактически полезные объемы водохранилища на год и даты $\tau = 1/VI, 1/VIII, 1/XI, 1/I, 20/III$, обеспечивающие на $P = 92,6\%$ лет гарантированную отдачу

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_{z, A} = 107,7 \text{ м}^3/\text{сек} \\ Q_{z, B} = 97,4 \text{ „} \\ V_{n \max} = 741 \cdot 10^6 \text{ м}^3 \\ V_{n VI} = 705 \cdot 10^6 \text{ „} \\ V_{n VIII} = 695 \cdot 10^6 \text{ „} \\ V_{n XI} = 470 \cdot 10^6 \text{ „} \\ V_{n I} = 320 \cdot 10^6 \text{ „} \\ V_{n 20/III} = 0 \end{array} \right.$$

Весь расчет согласно вышеизложенному методу сводим в табл. 56, причем в данной таблице приведен подсчет к построению кривой номограммы Q_{τ} , отвечающей гарантированной отдаче ($Q_{z, A} = 107,7 \text{ м}^3/\text{сек}$ и $Q_{z, B} = 97,4 \text{ м}^3/\text{сек}$) и отдаче $Q_{\tau} = 110 \text{ м}^3/\text{сек}$.

Подсчет для $Q_{\tau} = 115, 120 \text{ м}^3/\text{сек}$ и т. д. в табл. 56 не приводится, но проводится так же, как и для $110 \text{ м}^3/\text{сек}$.

Остановимся несколько подробнее на табл. 56:

- 1) графы 1, 2, 3, 4 отмечают анализируемые моменты;
- 2) графы 5, 6, 7 включают в себе данные к подсчету формулы (8');
- 3) графы 8, 9, 10, 11, 12 включают в себе данные к подсчету формулы (7');
- 4) графы 13, 14 включают в себе данные к подсчету формулы (6');
- 5) графа 15 включает в себе данные для привошки объемов водохранилища к принятому нами условному масштабу $y \cdot 86400 \cdot 10^6$, т. е. значения $V_{ct} \cdot 10^6 \text{ м}^3$ приводятся к значению y , для чего:

$$\frac{V_{ct} \cdot 10^6}{86400 \cdot 10} = \frac{V_{\tau}}{0,864} = y.$$

Как выше показано, в табл. 56 приведены подсчеты кривых номограммы для значений

$$Q_{\tau} = Q_{z(A, B)} \text{ м}^3/\text{сек}$$

и

$$Q_{\tau} = 110 \text{ м}^3/\text{сек}.$$

ТАБЛИЦА 56

Построение номограммы эксплуатации водохранилища при $P = 92,6\%$

Период межени	Порядковый номер анализа рыбной отдачи	Анализируемая отдача Q_0	Анализируемая дата	$Q_0 = Q_3 - Q_2$			$V_{ст} = [Q_{ст} \cdot T_{ст} \cdot 0,0864] + V_{ст}] \cdot 10^6 \text{ м}^3$						$V_{ст} = (V_{ст}^{max} - V_{ст}^{min}) \cdot 10^6 \text{ м}^3$		у
				Гарантированная от- дача = const	Эксплуатационная отдача (затемся)	Дополнительная от- дача (гг. 6 — 5)	Число дней от анали- зируемой даты + до 1/XI или до 20/III	ст. фор- мулу (η) $T_{ст} \cdot 0,0864$ (гг. 8 · 0,0864)	Объем доп. отдачи на водохранилище за период $T_{ст}$ (гг. 7 × 9) $Q_0 \cdot T_{ст} \times 0,0864$	Фактический полев. объем водохранилища на дату: при $P =$ $= 92,6\%$ (из табл. 4)	Назначенный полевой объем водохранилища на дату: (гг. 10 + 11)	Показанный полевой ма- ксимум при $P =$ $= 92,6\%$	Средственный объем водохранилища на дату: (гг. 13 — 12)		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
Лето	1			107,7	107,7	0	150 до 1/XI	13,0	0	705,0	705,0	741	36,0	42,0	
				107,7	107,7	0	90 до 1/XI	7,77	0	675,0	675,0	741	66,0	76,0	
				107,7	107,7	0	0 до 1/XI	0	0	470,0	470,0	741	271,0	914,0	
Зима				97,4	97,4	0	140 до 20/III	12,1	0	470,0	470,0	741	271,0	814,0	
				97,4	97,4	0	80 до 20/III	6,92	0	320,0	320,0	741	421,0	489,0	
				97,4	97,4	0	0 до 20/III	0	0	0	0	741	741,0	862,0	
Лето	2			107,7	110,0	2,3	150 до 1/XI	13,0	30,0	705,0	735,0	741	6,0	7,0	
				107,7	110,0	2,3	90 до 1/XI	7,77	17,8	675,0	693,0	741	48,0	56,0	
				107,7	110,0	2,3	0 до 1/XI	0	0	470,0	470,0	741	271,0	314,0	
Зима				97,4	110,0	12,6	140 до 20/III	12,1	152,0	470,0	622,0	741	119,0	138,0	
				97,4	110,0	12,6	80 до 20/III	6,92	87,0	320,0	407,0	741	394,0	386,0	
				97,4	110,0	12,6	0 до 20/III	0	0	0	0	741	741,0	862,0	

Фактически при расчетах продолжаем табл. 56, задаваясь значениями $Q_z = 115, 120, 125 \text{ м}^3/\text{сек}$ и т. д. Промежуточные же значения получаем экстраполяцией.

Далее, следует отметить разделение в гр. 1 „периода межени“ на летнюю и зимнюю межени. Это разделение проводится при всех дальнейших подсчетах и указывает на следующие положения:

1) в гр. 5 для летней и зимней межени имеем разное значение Q_z , так, для летней межени $Q_{z, л} = 107,7 \text{ м}^3/\text{сек}$, для зимней межени $Q_{z, з} = 97,4 \text{ м}^3/\text{сек}$;

2) в гр. 8 „число дней анализируемой даты τ до 1/XI или до 20/III“ имеем количество дней следующее:

от 1/VI	до 1/XI	— 150 дней	} I
„ 1/VIII	„ 1/XI	— 90 „	
„ 1/XI	„ 1/XI	— 0 „	
„ 1/XI	„ 20/III	— 140 „	
„ 1/I	„ 20/III	— 80 „	} II
„ 20/III	„ 20/III	— 0 „	

Такую разбивку числа дней по двум группам (I и II) производим, придерживаясь № 2 „Основных предпосылок“, и отсюда же следует стремление сработать водохранилище летом максимальным образом, т. е. до его фактически полезного объема на дату $\tau = 1/XI$, т. е. до объема

$$V_{n\tau} = 470 \cdot 10^6 \text{ м}^3$$

и к расчетному концу года $\tau = 20/III$ до объема

$$V_{n\tau} = 0.$$

ПОСТРОЕНИЕ НОМОГРАММЫ ЭКСПЛУАТАЦИИ ВОДОХРАНИЛИЩА

Имея из табл. 56 значения y (или, что то же, $V_{c\tau}$), переходим к построению номограммы (фиг. 44 и 45), для чего откладываем: 1) на нижней горизонтальной шкале даты $\tau = 1/VI, 1/VIII, 1/XI, 1/I$ и $20/III$; 2) на вертикальной левой шкале значения y сверху вниз (или, что то же, $V_{c\tau}$); при максимальном значении

$$V_{c\tau} = V_{n \max} = 741 \cdot 10^6 \text{ м}^3$$

величина

$$y_{\max} = \frac{741 \cdot 10^6}{86400 \cdot 10} = 862;$$

3) на вертикальной правой шкале откладываем значения y снизу вверх (или, что то же, $V_{n\tau}$); при максимальном значении

$$V_{n\tau} = V_{n \max} = 741 \cdot 10^6 \text{ м}^3$$

величина

$$y_{\max} = 862.$$

Из табл. 56 имеем для кривой, отвечающей

$$Q_s = Q_{z(a.s.)},$$

следующие значения u для даты τ (гр. 15 табл. 56):

1/VI	42,0
1/VIII	76,0
1/XI	314,0
1/XI	314,0
1/I	489,0
20/III	862,0

Эти значения u соответствуют величине сработки водохранилища ($V_{\text{ср}}$) на даты τ в условиях $P=92,6\%$ обеспеченности. Откладываем их на вертикальной сетке номограммы против соответственной даты. Полученные точки соединяем ломаной линией (с индексом 1). Эта ломаная линия (1) есть не что иное, как перпендикуляр AB (фиг. 42) в развернутом виде (абака), а данная абака представляет собою линию фактически полезных объемов ($V_{\text{лр}}$) на даты τ , а также на все промежуточные даты, обеспечивающие на $P=92,6\%$ отдачу $Q_{z(a.s.)}$ до расчетного конца года (до 20/III) (см. по правой шкале $V_{\text{лр}}$ для случая $Q_s = Q_{z(a.s.)}$ крайний предел наличных объемов и фактически полезные объемы совпадают в своем значении при $P\%$ обеспеченности).

Переходим к следующему значению:

$$Q_s = 110 \text{ м}^3/\text{сек},$$

из табл. 56, гр. 15 для даты τ имеем следующие значения u :

1/VI	7,0
1/VIII	56,0
1/XI	314,0
1/XI	138,0
1/I	395,0
20/III	862,0

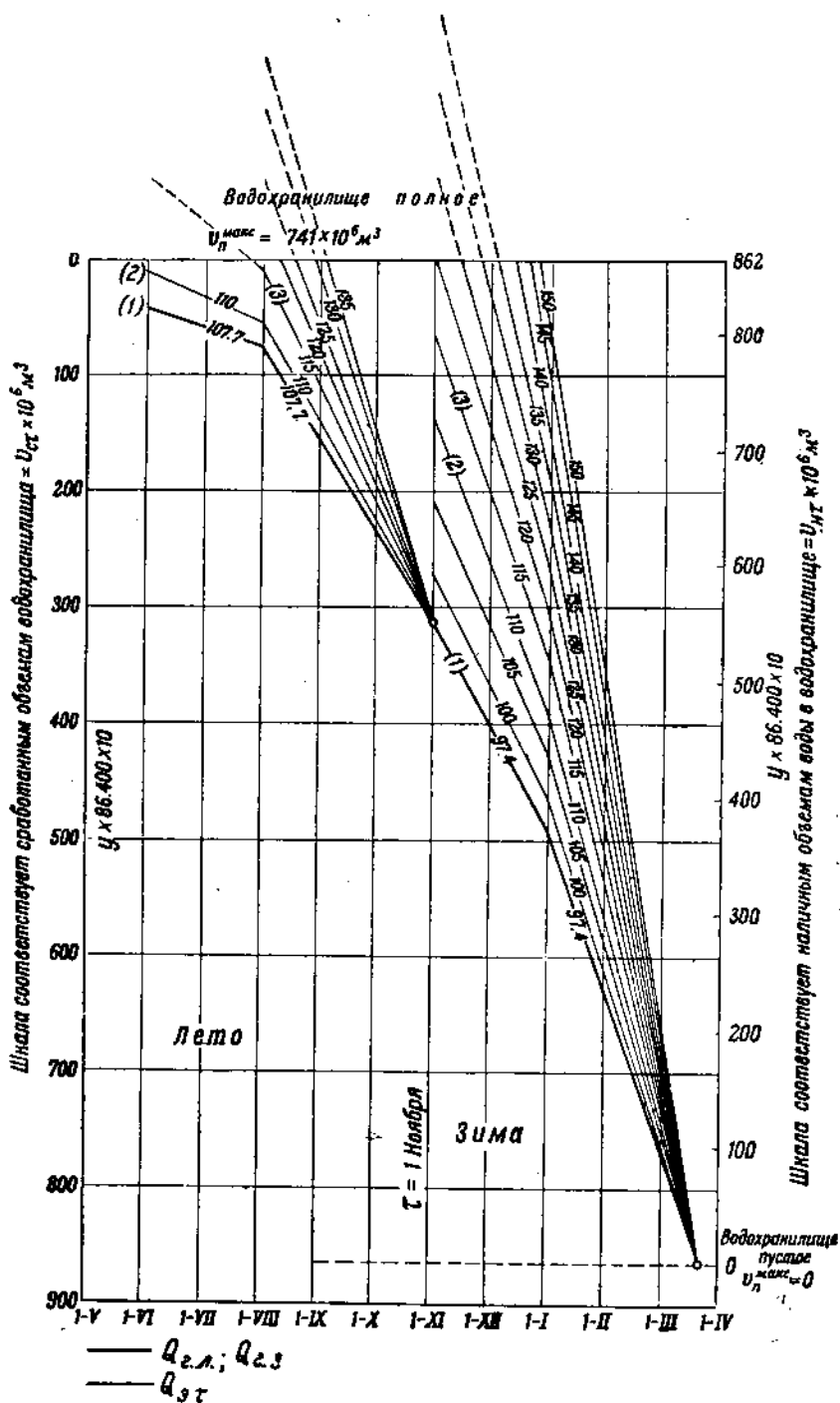
В этой табличке характерными являются два значения u для даты 1/XI, из которых первое значение $u=314,0$, а второе значение $u=138,0$.

Получается это на основании № 2 „Основных предполож.“, т. е. из-за стремления сработать максимально водохранилище летом, доведя его до фактически полезного объема, т. е. до

$$V_{\text{лр}} = 470 \cdot 10^6 \text{ м}^3 (u=314) = \text{const.}$$

Таким образом на дату $\tau=1/XI$ имеем стянутыми в один пучок все кривые летних эксплуатационных отдач.

Та же картина повторяется и для даты $\tau=20/III$, так как к 20/III мы должны стремиться подойти с пустым водохранили-



Фиг. 45. Номограмма эксплуатации водохранилища.

щем. Такая эксплуатация водохранилища будет наиболее экономической.

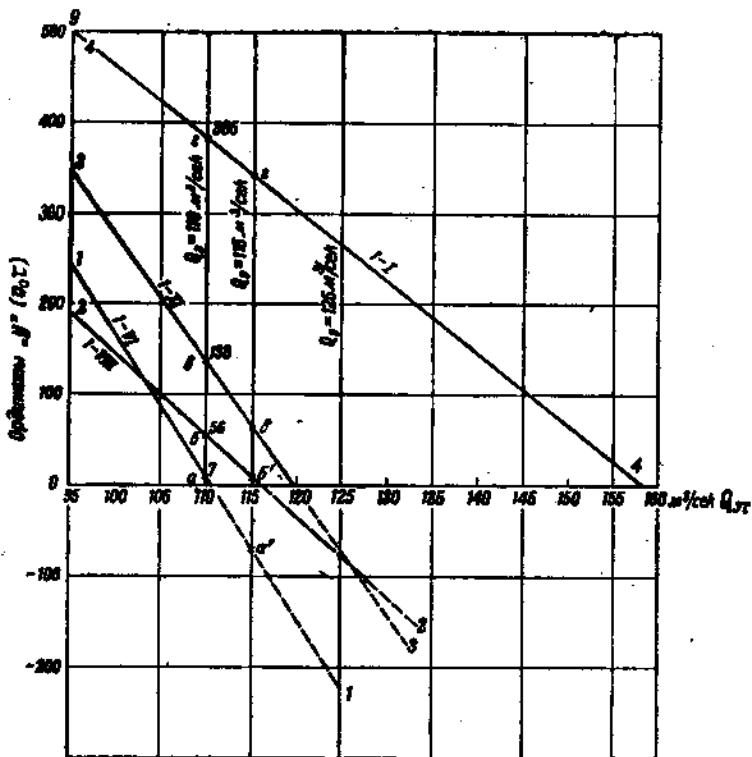
Примечание. Можно сократить длительные подсчеты табл. 56, заменив их дополнительной номограммой (фиг. 46), ограничившись подсчетом следующих значений:

$$Q_0 = 107,7 \text{ и } 97,4 \text{ м}^3/\text{сек}$$

$$Q_s = 110$$

$$Q_p = 115$$

$$Q_s = 125$$



Фиг. 46. Дополнительная номограмма эксплуатации водохранилища.

Имея эти значения подсчитанными в табл. 56, строим дополнительную номограмму, для чего (фиг. 46) по оси абсцисс откладываем значения $Q_0 = 95, 100, 105, 110, \dots, 160 \text{ м}^3/\text{сек}$, а по оси ординат — значения y .

Таким образом на ординате, соответствующей $Q_0 = 110 \text{ м}^3/\text{сек}$, откладываем значения y для $1/\sqrt{I} \quad (I) = 7 \quad (a)$

"	1/VIII	(2) = 56	(6)
"	1/XI	(3) = 138	(8)
"	1/I	(4) = 385	(2)

То же самое построение делаем для $Q_0 = 115$ (или 125, или какого-либо иного значения) Q_0 , $m^3/сек$ и соединяем их прямыми линиями, которые для $\tau = 1/VI$ будут (1-1) (aa')

" " $\tau = 1/VIII$ " (2-2) (bb')

" " $\tau = 1/XI$ " (3-3) (ss')

" " $\tau = 1/I$ " (4-4) (zz')

Линии aa' , bb' , ss' , zz' , продолженные в обе стороны, будут служить прямыми зависимостями эксплуатационных отдач (Q_{τ}) от y (V_{τ}) на соответственные даты.

Пользование этой дополнительной номограммой дает возможность отказаться от дальнейших подсчетов (табл. 56), облегчив тем самым построение основной номограммы (фиг. 45) на любую отдачу (Q_0).

При эксплуатации водохранилища (связанного с определенными датами τ) пользование дополнительной номограммой (фиг. 46) дает большее упрощение.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СХЕМЫ ИЗМЕНЕННОГО РЕЖИМА РЕКИ. ЭКСПЛУАТАЦИОННЫЕ ОТДАЧИ И ПОЛЬЗОВАНИЕ НОМОГРАММОЙ, ИЛЛЮСТРИРУЕМОЙ НА ЧИСЛОВОМ ПРИМЕРЕ

Имея построенными номограммы 45 и 46, переходим к определению схемы измененного режима реки, т. е. к определению величины возможных эксплуатационных отдач на даты τ , пользуясь номограммами.

Для этого берем суммарные кривые среднедекадных расходов за 47 лет со всеми предварительными графическими построениями (фиг. 39, 40, 41).

Величина возможных эксплуатационных отдач определяется следующим образом: на любую дату τ_1 (фиг. 43) определяем величину сработавшего объема $V_{\tau_1} = BC$ (при условии гарантированной отдачи Q_0).

Это значение V_{τ_1} (выраженное в масштабе y) откладываем на шкале V_{τ} (номограмма фиг. 45 и 46). Так как $V_{\tau} + V_{n\tau} = V_{n\max}$, то все равно, каким выражением пользоваться, но в условиях пользования номограммой удобнее вести расчет по левой шкале V_{τ} . Здесь возможны три случая.

1. $V_{\tau_1} = V_{n\tau_1}$, т. е. на рассматриваемую дату τ_1 величина сработавшего объема совпадает с ломаной линией фактически полезных объемов (фиг. 45, 1). Это означает, что эксплуатационная отдача $Q_0 = Q_2$, и следовательно,

$$Q_{0\tau_1} = 0.$$

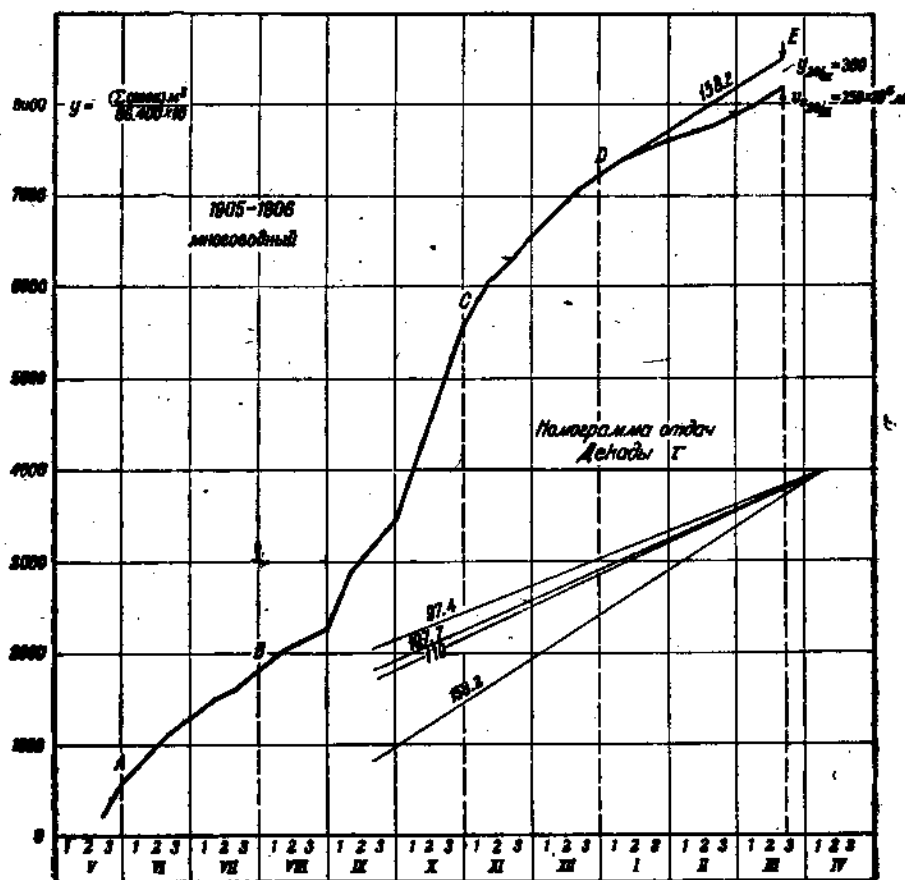
2. $V_{\tau_1} < V_{n\tau_1}$, т. е. на рассматриваемую дату τ_1 величина сработавшего объема меньше фактически полезного объема и получается излишек объема, который может быть сработан в виде дополнительной отдачи. Здесь получаем эксплуатационную отдачу следующего вида:

$$Q_{0\tau_1} = Q_0 + Q_{0\tau_1}.$$

Значение $Q_{0\tau_1}$ при помощи номограммы (фиг. 45) получается следующим образом: по шкале V_{τ} (в масштабе y) откладываем значение V_{τ_1} , и так как $V_{\tau_1} < V_{n\tau_1}$, то пересечением ее значения с датой τ_1 мы получим точку, лежа-

щую выше ломаной линии (1) (фиг. 45); местоположение данной точки среди поля лучей Q_s определит значение возможного $Q_{s\tau_1}$ до следующей даты (фиг. 45).

При пользовании номограммой фиг. 46 значение $Q_{s\tau_1}$ получается следующим образом: на шкале y (приведенный масштаб V_s) откладываем значение $V_{s\tau_1}$ (выраженное в масштабе y), пересекаем это значение с прямой линией, отвечающей рассматриваемой дате, и по нижней шкале ($Q_{s\tau}$) определяем значение $Q_{s\tau_1}$.



Фиг. 47. Суммарная кривая среднедекадных расходов за 1905/06 г. (многоводный).

3. $V_{s\tau_1} > V_{n\tau_1}$, т. е. на рассматриваемую дату τ_1 сработанный объем больше фактически полезного. Это означает, что данный год находится вне процента обеспеченности, год маловодный и отдачу $Q_{s\tau_1}$ продолжаем вести равной Q_s до момента окончательной сработки водохранилища, после чего $Q_{s\tau_1}$ будет равно бытовому расходу Q .

Переходим к иллюстрации вышеизложенного на числовом примере, переходя от одной даты к другой.

I. 1905/06 многоводный год (фиг. 47).

Дата $\tau = 1/\text{VI}$, $y_{\text{VI}} = 0$, так как $Q_{\text{VI}} < Q$; из фиг. 45 и 46 видно, что максимально возможная отдача на $1/\text{VI}$ $Q_s = 110,5 \text{ м}^3/\text{сек}$, причем, отложив значение $Q_{s, \text{max}}$ на фиг. 47 (на номограмме отдач) и проведя на интегральной кривой (обычным построением) линию, параллельную $Q_{s, \text{max}}$, убеждаемся, что $Q > Q_{s, \text{max}}$, т. е., что бытовой расход больше максимального эксплуатационного.

Поэтому бытовой режим реки на дату $1/\text{VI}$ остается без изменения: $Q_s = Q$.

Рассмотрим далее:

$$\text{дата } \tau = 1/\text{VIII}; y_{\text{VIII}} = 0; Q_{s, \text{VIII}} = Q,$$

так как

$$Q_{s, \text{max}} = 116 < Q;$$

$$\text{дата } \tau = 1/\text{XI}; y_{\text{XI}} = 0; Q_{s, \text{XI}} = Q,$$

так как

$$Q_{s, \text{max}} = 119,5 < Q;$$

$$\text{дата } \tau = 1/\text{I}; y_{\text{I}} = 0; Q_{s, \text{I}} = 158,2 \text{ м}^3/\text{сек},$$

так как

$$Q_{s, \text{max}} = 158,2 \text{ м}^3/\text{сек} > Q.$$

Таким образом в данном году сработка водохранилища начнется только с $1/\text{I}$ и

$$Q_{s, \text{I}} = 158,2 \text{ м}^3/\text{сек}.$$

На дату $\tau = 20/\text{III}$ определим, что $y_{20, \text{III}} = 300$; отсюда получим, что к $20/\text{III}$ сработанный объем водохранилища будет равен

$$V_{c, 20, \text{III}} = y_{20, \text{III}} \cdot 86\,400 \cdot 10 = 300 \cdot 86\,400 \cdot 10 = 259 \cdot 10^6 \text{ м}^3.$$

Итак,

$$V_{c, 20, \text{III}} = 259 \cdot 10^6 \text{ м}^3,$$

т. е. в данном году подходим к $20/\text{III}$ —моменту, принятому нами за начало наполнения водохранилища весенним паводком, с незначительно сработанным объемом воды в водохранилище, имея остаток воды равным

$$[741 - 259 = 482] \cdot 10^6 \text{ м}^3.$$

Суммарная кривая зарегулированных среднедекадных расходов пойдет по линии $ABCDE$ (фиг. 47).

II. 1885/86 г. Средний год фиг. 48 (расчетные фиг. 45, 46).

Дата $\tau = 1/\text{VI}$; $y_{\text{VI}} = 0$; $Q_s = Q$ до $1/\text{VII}$, так как до $1/\text{VII}$ $Q > Q_{s, \text{VI max}}$, которая равна $110,5 \text{ м}^3/\text{сек}$; с $1/\text{VII}$ до $1/\text{VIII}$ $Q = 110,5 \text{ м}^3/\text{сек}$, так как $Q < Q_{s, \text{VI max}}$.

Дата $\tau = 1/\text{VIII}$; $y_{\text{VIII}} = 45$; $Q_s = 111 \text{ м}^3/\text{сек}$ до $1/\text{XI}$; с $1/\text{XI}$ до $20/\text{XI}$ $Q_s = Q$, так как здесь бытовой расход $Q > Q_{s, \text{XI max}}$, которая равна $119,5 \text{ м}^3/\text{сек}$, с $20/\text{XI}$ $Q_s = 119,5 (\approx 120) \text{ м}^3/\text{сек}$, так как $Q < Q_{s, \text{XI max}}$.

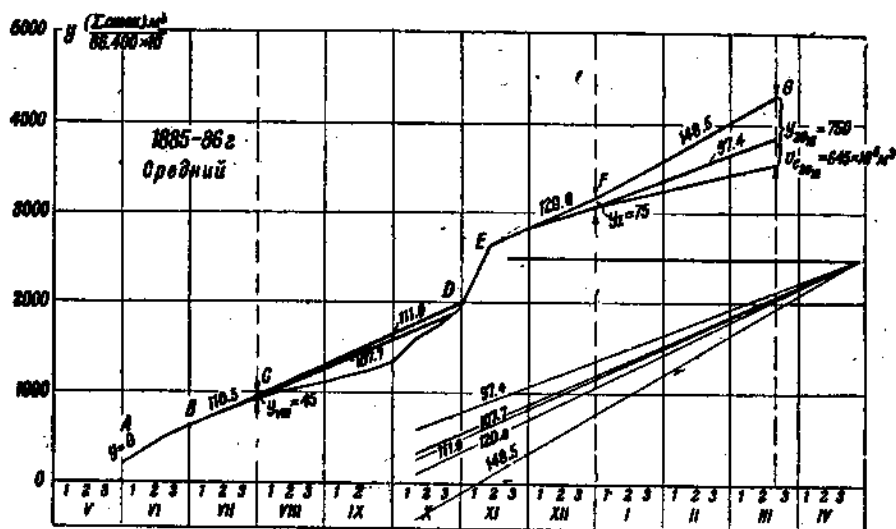
Дата $\tau = 1/\text{I}$; $y_1 = 75$; $Q_s = 148,5 \text{ м}^3/\text{сек.}$

Дата $\tau = 20/\text{III}$; $y_{20/\text{III}} = 750$; сработанный объем воды из водохранилища на 20/III равен

$$V_{c_{20/\text{III}}} = (750 \cdot 86 \cdot 400 \cdot 10) = 645 \cdot 10^6 \text{ м}^3.$$

Таким образом подходим к 20/III—моменту, принятому нами за начало наполнения водохранилища весенним паводком, с наличным объемом воды в водохранилище, равным

$$V_{n_{20/\text{III}}} = [741 - 645] \cdot 10^6 = 96 \cdot 10^6 \text{ м}^3.$$



Фиг. 48. Суммарная кривая среднедекадных расходов за 1885/86 г. (средний).

Суммарная кривая зарегулированных среднедекадных расходов реки пойдет по линии $ABCDEFG$.

III. Маловодный год. 1920/21 г. (фиг. 49) (расчетные фиг. 45, 46).

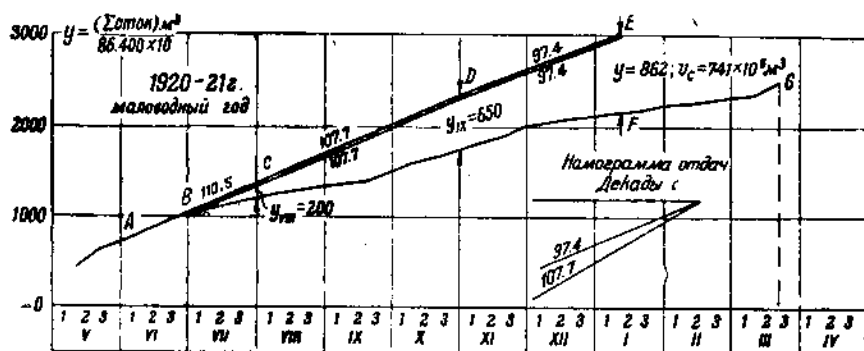
Дата $\tau = 1/\text{VI}$; $y_{\text{VI}} = 0$; $Q_s = Q$ до 1/VII, так как $Q > Q_{s_{\text{max}}}$ (которая равна $110,5 \text{ м}^3/\text{сек.}$); с 1/VII до 1/VIII: $Q_s = 110,5 \text{ м}^3/\text{сек.}$

Дата $\tau = 1/\text{VIII}$; $y_{\text{VIII}} = 200$; $Q_s = Q_{s_{\text{max}}} = 107,7 \text{ м}^3/\text{сек.}$, так как сработанный объем $V_{c_{\text{VIII}}} = [200 \cdot 86 \cdot 400 \cdot 10 = 172,8] \cdot 10^6 \text{ м}^3$; следовательно, наличный объем $V_{n_{\text{VIII}}} = [741 - 172,8 = 568,2] \cdot 10^6 \text{ м}^3$, а фактически полезный на 1/VIII объем $V_{n_{\text{VIII}}} = 705 \cdot 10^6 \text{ м}^3$.

Итак, мы имеем случай $V_{n \text{ VIII}} < V_{n \text{ VII}}$, т. е. уже вперед можно сказать, что если не появится каких-либо паводков, то в этом году нельзя гарантировать Q_i до конца года (год, лежащий вне процента обеспеченности). Поэтому становится ясно, что до момента дополнительного наполнения водохранилища до объема $V_{n \text{ I}}$ на соответственные даты работа водохранилища ограничивается только гарантированной отдачей:

$$Q_2 \begin{cases} \text{для лета } Q_{2,1} = 107,7 \text{ м}^3/\text{сек}, \\ \text{для зимы } Q_{2,2} = 97,4 \text{ м}^3/\text{сек}. \end{cases}$$

В рассматриваемом 1920/21 г. осенних и летних паводков не случилось, и водохранилище оказалось окончательно сработанным (до своей минимальной отметки 121,0 м к 10/I, так как 10 января имеем $y_{10\text{I}} = 862$; $V_{c10\text{I}} = [862 - 86400 \cdot 10] = 741 \cdot 10^6 \text{ м}^3$.



Фиг. 49. Суммарная кривая среднедекадных расходов за 1920/21 г.
(маловодный).

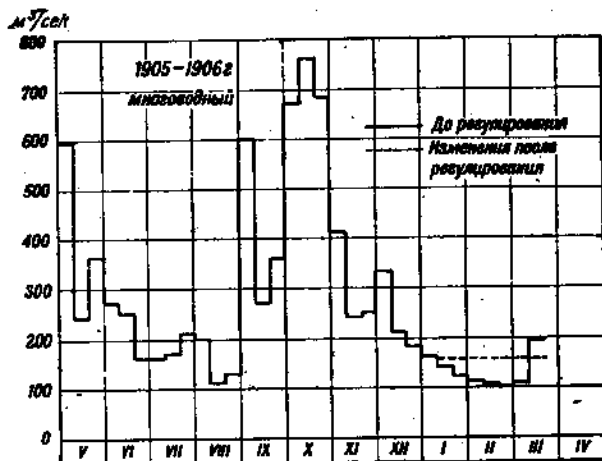
Но это не должно смущать, так как (см. табл. 54) 1920/21 г. есть „год, лежащий вне пределов обеспеченности, поэтому мы ведем работу водохранилища с основной гарантированной отдачей ($Q_{г.л.}$ и $Q_{г.з.}$). При этом в конце года мы будем иметь некоторую недоработку против основной гарантированной отдачи“.

Таким образом с 10/I переходим на отдачу, равную Q (бытовому расходу реки).

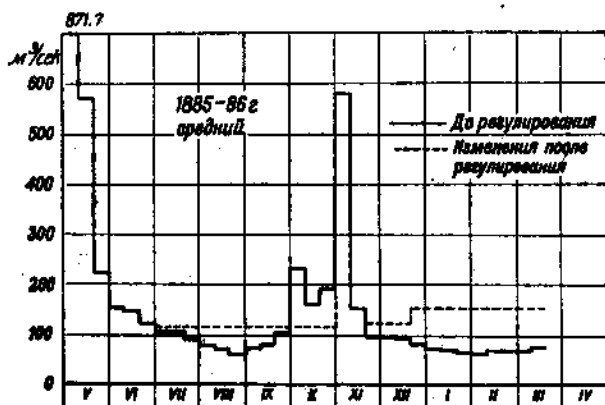
Суммарная кривая среднедекадных расходов зарегулированной реки пойдет по линии *ABCDEFHG*.

Проанализировав таким способом все 47 лет, получим для каждого года новую суммарную кривую среднедекадных рас-
ходов.

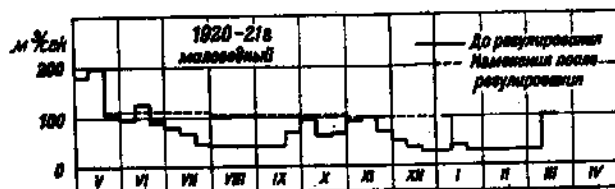
Имея эти новые кривые, составляем по ним таблицы зарегулированного среднего декадного расхода реки (табл. 56а, б, в) и по этим таблицам строим гидрографы среднедекадных расходов реки: бытового и зарегулированного (фиг. 50—52).



Фиг. 50. Гидрограф среднедекадных расходов за 1905/06 г. (многоводный).



Фиг. 51. Гидрограф среднедекадных расходов за 1885/86 г. (средний).



Фиг. 52. Гидрограф среднедекадных расходов за 1920/21 г. (маловодный).

ТАБЛИЦА 56а. 1905/08 г.

Среднедекадные расходы до регулирования и после регулирования

Месяц Декада		Расходы среднедекадные в м ³ /сек										
		V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	III
I	•	588,2	274,4	160,6	199,9	601,9	670,9	707,4	326,2	159,3	117,8	105,3
	•	588,2	274,4	160,6	199,9	601,9	670,9	707,4	326,2	159,3	158,2	158,2
II	•	246,2	252,9	163,9	112,0	271,7	764,8	237,8	211,2	145,8	107,4	196,9
	•	246,2	252,9	163,9	112,0	271,7	764,8	237,8	211,2	188,2	158,2	158,2
III	•	356,7	158,5	212,9	131,3	353,4	681,5	248,9	179,2	135,4	162,8	—
	•	356,7	158,5	212,9	131,3	353,4	681,5	248,9	179,2	158,2	158,2	—

ТАБЛИЦА 56б. 1895/96 г.

Среднедекадные расходы до регулирования и после регулирования

I	871,7 871,7	151,9 151,9	101,9 110,5	77,0 111,0	76,0 111,0	226,8 111,0	583,5 583,5	96,2 120,0	71,7 148,5	63,8 148,5	65,0 148,5
II	588,1 588,1	144,8 144,8	102,9 110,5	70,2 111,0	83,7 111,0	163,3 111,0	151,9 151,9	83,2 120,0	68,6 148,5	65,7 148,5	68,3 148,5
III	217,6 217,6	120,3 120,3	88,7 110,5	62,9 111,0	106,2 111,0	191,5 111,0	96,3 120,0	77,3 120,0	66,3 148,5	64,4 148,5	— —

ТАБЛИЦА 56в. 1920/21 г.

Среднедекадные расходы до регулирования и после регулирования

I	178,6 178,6	95,1 110,5	85,0 110,5	44,3 107,7	42,7 107,7	98,0 107,7	90,3 97,4	47,2 97,4	35,1 97,4	35,9 35,9	36,0 36,0
II	201,1 201,1	122,2 110,5	70,3 110,5	42,4 107,7	46,1 107,7	63,4 107,7	92,1 97,4	37,2 97,4	39,4 39,4	35,4 35,4	104,1 104,1
III	105,3 110,5	93,7 110,5	49,3 110,5	44,1 107,7	72,1 107,7	68,7 107,7	69,6 97,4	36,1 97,4	37,2 37,2	35,3 35,3	— —

VII. О ЗАНЕСЕНИИ НАНОСАМИ ВЕРХНИХ БЬЕФОВ ВОДО- ХРАНИЛИЩ

ВВЕДЕНИЕ

Быт реки во всей совокупности явлений, его слагающих, как расход, подвижность русла, состав воды, целиком определяется тем комплексом естественно-исторических условий, в которых протекает и протекала жизнь данного бассейна. Тесная зависимость характера реки от этих факторов, пожалуй, впервые ярко была характеризована русским известнейшим метеорологом А. И. Воейковым в 1884 г., когда им было установлено положение, что „реки представляют собою продукт климата страны“. Это положение, относящееся, главным образом, к режиму реки как водотока, теперь представляется после работы Пенка, Сойки и др. вполне очевидным, но еще недалеко то время, когда эту зависимость быть может и чувствовали, но формулировать ясно не решались. Но количество воды в реке далеко еще не исчерпывает всех факторов быта реки, хотя и играет в его характере первенствующую роль. Скорости воды в потоке определяются уклоном и формой его русла, а эти факторы, если косвенно и зависят от климата, то в основном все же должны быть поставлены в прямую причинную связь с геоморфологией бассейна. Таким образом мы подходим к расширению формулировки Воейкова и должны сказать, что река есть продукт климата и геоморфологии ее бассейна. Часть ясного установления этого положения также принадлежит нашему соотечественнику инж. В. Лохтину, формулировавшему его с поразительной убедительностью и ясностью в своей замечательной работе: „О механизме речного русла“, опубликованной им в 1897 г. Конечно, и до него об этих связях знали, но ясная и четкая их формулировка впервые появляется у Лохтина.

Вопросы твердого расхода реки также должны быть поставлены в прямую связь с этими двумя причинами. Конечно, характер и количество наносов можно связывать с геологией бассейна, но геоморфология, взятая в широком разрезе, включает в себя те части физической геологии, которые влияют на образование и перенос твердых частиц водою, почему мы и говорим в данной стадии вопроса не о геологии, а о геоморфологии.

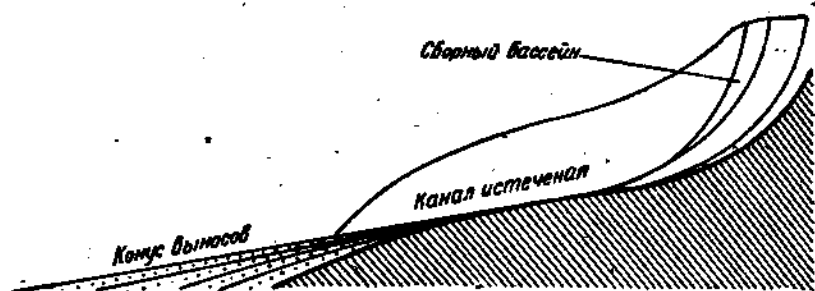
Изучение процесса заиления, являющегося нашей прямой задачей, мыслимо лишь на базисе тех общих знаний, которыми мы

обладаем в отношении механизма русла, а они в свою очередь уходят корнями в геоморфологию и отчасти гидрологию.

МОРФОЛОГИЯ РЕК

Обратимся к морфологии рек, которая поможет нам разобраться в самых основных моментах быта речного русла. Основные законы морфологии речных русел были изучены и установлены по наблюдениям за горными потоками еще в 1841 г. А. Сюрелль в его работе «*Étude sur les torrents des Hautes Alpes*¹». Основные моменты теории Сюрелля мы приводим по Е. Науг и *Traité de „Géologie”*², равно как и дальнейшие факторы, определяющие морфологию рек, так как в этом труде они описаны весьма ясно и полно.

В продольном течении горного потока и всякой реки можно установить три существенно различных отдела: сборный бассейн, канал истечения и конус выносов. В применении к рекам мы говорим о верхней части, средней части течения и низовьях.



Фиг. 53. Продольный профиль потока.

Несмотря на различные названия, эти две системы деления рек совпадают в основном полностью, причем построение терминологии для потоков, строго говоря, более удачно, но благодаря большей привычности мы будем применять в дальнейшем вторую терминологию.

В верхней части реки (сборный бассейн) происходит основная работа по размыву водой территории бассейна. В средней части (канал истечения) происходит почти исключительно перенос продуктов размыва, а в нижней части (конус выносов)—отложение наносов. Если река (или горный поток) находится в таком состоянии, что все три отдела ее течения выполняют вышеописанные их функции, то по Сюреллю говорят, что водоток достиг профиля равновесия. Продольный профиль водной поверхности (и приблизительно дна) представляет при этом кривую параболического типа, касательную к горизонту в нижней точке и почти касательную к вертикали в верховьях. Кривизна профиля возрастает вверх по течению. Продольный профиль по-

¹ А. Сюрелль, Горные потоки Альп.

² Е. Ог, Геология.

тока изображен на фиг. 53. Профиль реки примерно имеет такой же общий характер; конусу выносов потока в реке соответствует дельта, причем качественно они вполне идентичны.

Профиль реки развивается от устья к верховьям, причем в нем нижняя точка является фиксированной уровнем того водоема, в который впадает река. Этот уровень определяет собою базис эрозии потока или реки. Профиль равновесия достигается в тот момент, когда трение на смоченном периметре уравновесит падение потенциальной энергии по длине реки, т. е. ее уклон¹. Пока профиль равновесия не достигнут, поток продолжает углублять свое русло и развивать его от устья вверх, тем самым уменьшая продольный уклон. Когда поток или река достигнет профиля равновесия или предельного склона, как его также называет Сюрелль, то его активное существование прекращается, так как он далее уже не углубляется, а лишь еще продолжает удлинять свое течение вверх.

Всякое изменение базиса эрозии вызывает сразу и изменение условий равновесия реки. При понижении базиса эрозии процесс развития реки обновляется, и пришедшая в равновесие река снова начинает эродировать русло, возвращаясь к активной жизни.

Повышаясь, базис эрозии, напротив, вызывает прекращение активной эрозии там, где даже профиль равновесия еще не был достигнут. Повышение базиса сопровождается надвиганием дельты или конуса выносов на средний отдел течения реки или потока.

Описывая средний отдел течения рек, От указывает, что он обычно представлен широкой долиной более древней, чем современная эпоха. По этой долине река блуждает, быстро переносит здесь свои крупнообломочные наносы. Эти обломки путем постепенного окатывания и истирания превращаются в гальки, которые и образуют все русло реки и все его отмели и косы.

В нижнем отделе уклон реки уже настолько мал, что наносы отлагаются массами, образуя пласты гальки, переходящие в гравий и далее вниз по течению в песок, все более и более мелкий.

Развитие профиля реки гораздо более медленно, чем горного потока, особенно, когда река приближается к состоянию равновесия, описанному в общих чертах выше. Поэтому законы морфологии изучались, главным образом, на горных потоках, так как в них все описанные явления проходят много быстрее, чем в реках, и потому неоравненно заметнее; далее, после того как для потоков законы эти были установлены, путем сопоставлений удалось установить, что в основном те же законы управляют и жизнью речных русел.

В каждой реке относительное развитие каждого из трех описанных разделов далеко не одинаково. Если наибольшее развитие имеет верхний отдел, т. е. по всему течению реки она

¹ Правильнее сказать, профиль равновесия достигается в тот момент, когда приход наносов на любом участке реки уравновешивается с их расходом. *Ред.*

эродирует дно, то река может считаться находящейся в юном возрасте, по терминологии Дэвиса (W. M. Davis). В периоде зрелости три отдела течения реки развиты почти равномерно; профиль равновесия полностью установился в среднем и нижнем отделе. Лишь в верхнем отделе дно продолжает углубляться. Наконец, в периоде старости даже в верхнем отделе река не размывает дна, и наносы доставляются, главным образом, с окружающей территории дождевыми и тальными водами. В среднем отделе наблюдается, правда, еще местное отложение наносов; благодаря этому река крайне легко образует на своем пути препятствия для своего же стока в виде кос и т. п. Не будучи в состоянии смыть эти препятствия (малый уклон и скорость), река делает попытку обойти их с боков, что приводит к образованию излучин—меандров.

Большая часть русских рек, как пишет Ог, подходит под категорию старых рек. Эти три периода в жизни реки примерно соответствуют также трем категориям горных потоков по Сюредлю, на чем мы более подробно не останавливаемся, так как эти потоки непосредственно в наше рассмотрение не входят.

В виде вывода можно к этим характеристикам по Огу добавить, что, ввиду того что старые реки уже почти не эродируют дна, их наносы, получаемые посредством стока вод с окружающей территории, должны быть очень мелкими (по суммарным качествам в отношении механического состава), приближающимися к делювиальным отложениям. В случае р. Волги, действительно, наносы на интересующем нас участке измеряются долями миллиметра, т. е. принадлежат к мелким пескам; если учесть то, что масса наносов, взвешенных, относится несомненно к илистым, то ясно, что общий комплекс их напоминает ближе всего делювий с той лишь разницей, что в реке наносы подвергаются сортировке, почему донные отложения вообще всегда крупнее средней величины наносов.

Если сопоставить эту классификацию рек по Дэвису с общеизвестной классификацией устойчивости русла по Лохтину, то можно принять, что реки старые (русские реки) имеют значительную устойчивость, определяющуюся коэффициентом устойчивости порядка 15—20. Такие реки по Лохтину не имеют силы к постоянному влечению наносов по дну. Влечение происходит периодически и во времени и в пространстве; в высокую воду наносы переносятся (донные) с плеса на перекат, а в низкую воду—путем концентрации уклона на перекате они перебывают с переката в низележащий плес. Таким образом река имеет явно недостаточно силы для влечения наносов, что и характеризует как раз реки старые. С другой стороны, реки мало устойчивые, по Лохтину имеющие коэффициент устойчивости порядка менее 5—8, развивают постоянное влечение по дну на всем протяжении, которое однако не сопровождается углублением дна; отсутствие углубления дна со временем указывает на наличие профиля равновесия, что при достаточной влекущей силе для сплошного непрерывного влечения указывает на

средний возраст реки. Уточнение вопроса о периодичности движения наносов в пространстве будет предметом дальнейших наших исследований, пока же достаточно констатировать, что Волга—река бесспорно старого возраста, вполне устойчивая по Лохтину, с ясно выраженным значительным коэффициентом устойчивости 20—30, с ясным занесением перекатов в высокую воду и с самоочисткой их меженными водами.

После этого краткого обзора морфологии рек перейдем к вопросу о том, что в сущности с точки зрения изложенных теорий представляет собою установление на реке подпора с неразборчатым порогом, возвышающимся над дном реки. Вся вода должна будет переливаться через этот порог; через него должны будут перевалиться и те наносы, которые не останутся в верхнем бьефе плотины. Таким образом для всех точек верхнего бьефа порог явится нижней точкой дна в тот момент, когда все наносы вновь пойдут из верхнего бьефа в нижний. Отсюда мы можем заключить, что порог явится базисом эрозии для всего верхнего бьефа; возможно даже, что базис эрозии будет лежать даже несколько выше порога, но все же ниже подпорной отметки.

Установление нового базиса эрозии нарушит все равновесие всего течения реки выше плотины. Один из трех факторов, определяющих физиономию реки,—уклон—изменяется. Два других—расход и крупность наносов—остаются без изменения. Так как равновесие возможно лишь при одном, и только одном, соотношении этих определяющих механизмов русла факторов, то природа его восстановит, несмотря ни на что. Новое русло, слишком большое для данного расхода реки, будет рано или поздно залено.

Подобные же идеи проводит А. Шоклич (A. Schoklitsch) в своей монографии „*Geschiebebewegung in Flüssen und an Stauwerken*“¹. Исходя из менее общих соображений, но базируясь на наблюдениях над занесением верхних бьефов малых плотин в горных местностях (Мур и др.), Шоклич приходит к тому же выводу, к которому мы пришли выше на основе законов морфологии рек. По Шокличу подпор, нарушая равновесие в естественном водотоке, должен повлечь за собою полное заиление верхнего бьефа, причем новое дно будет иметь профиль, параллельный старому дну. Последнее утверждение Шоклича надо по нашему мнению отнести лишь к тем случаям, когда подпор невелик по сравнению с общим падением реки, ибо в противном случае изменится характер наносов, а с ним и уклон реки, соответствующий равновесному состоянию, а значит, после установления подпора в этом случае новое дно не может быть параллельным старому. В огромном большинстве случаев, однако, условия таковы, что утверждение Шоклича будет применимо полностью, а значит, в пределе после полного заиления русло реки будет обладать точно тем же характером, что и до установления подпора. Этот вывод в дальнейшем нам крайне важен.

¹ А. Шоклич, Движение донных наносов в реках и у плотин, 1926 г.

В своем более позднем труде „Der Wasserbau“¹ Шоклич несколько углубляет предыдущие свои выводы и подводит под них математическую основу. Следуя Х. Штернбергу (H. Sternberg), принимают, что истирание частиц наносов, влекомых по дну, пропорционально их величине (или весу) и пройденному пути, что математически выражается в виде

$$dP = -cP ds,$$

где P — вес частицы;

c — коэффициент пропорциональности;

s — путь, пройденный частицей.

Интегрируя это выражение, мы приходим к формуле вида

$$P = P_0 e^{cs},$$

где P_0 — вес частицы в начале рассматриваемого отрезка пути ее, коэффициент же e может быть назван удельным износом и выражает износ в килограммах камня весом в 1 кг на пути в 1 км. Величина удельного износа зависит от петрографического состава наносов и приведена в следующей таблице:

Порода с на 1 м		Порода с на 1 м	
Мергель	0,0000167	Гнейс, гранит	от 0,0000050
Известняк	0,0000100		до 0,0000033
Доломит	0,0000083	Амфиболит	от 0,0000035
Кварц . .	0,0000033		до 0,0000020

Далее, Шоклич указывает, что для ряда продольных профилей рек удалось установить, что уклон на участке пропорционален величине наносов. Обозначая коэффициент пропорциональности a , получим выражение вида

$$I = -\frac{dz}{ds} = a P_0 e^{-cs},$$

или, разделяя переменные, получим

$$dz = -a P_0 e^{-cs} \cdot ds;$$

интегрируя, получим

$$z_0 - z = \frac{a P_0}{c} (1 - e^{-cs}),$$

где z — текущая отметка дна, а z_0 — отметка дна в начале участка. С этим законом по указанию Шоклича совпадают продольные профили рек Мааса, Эннса и Мура (Maas, Enns, Mur). Закономерность нарушается, если в реку впадает приток с иной характеристикой наносов, чем главная река. Применение этой теории к вопросам спрямления рек по указаниям Шоклича дало в случае рек Лека, Аара, Мура и Рейна (Lech, Aar, Mur, Rhein) весьма хорошее совпадение с действительно наблюдаемыми явлениями. Единственным ограничением этой теории сам

¹ Гидротехника.

Шоклич считает то обстоятельство, что она применима лишь к рекам, несущим столь крупные донные наносы, что они по пути действительно претерпевают предполагаемое теорией уменьшение веса. Если наносы представляют мелкий песок в значительной части своей, если почти не полностью, переносимый во взвешенном состоянии, то износ путем истирания не будет иметь места, и теория Шоклича, согласно его же указаниям, перестает быть применимой. Таким образом к случаю р. Волги с ее мелкими наносами, главная часть которых переносится во взвешенном состоянии, теория Шоклича в ее количественном выражении не применима.

В случае р. Волги у г. Куйбышева при огромном объеме намечаемого водохранилища и при сравнительно незначительном количестве наносов период занесения будет очень долгим. Как нижний предел срока полного занесения объема водохранилища можно принять время, в течение которого в предположении отложения всех несомых рекою наносов в чашке водохранилища весь объем будет заполнен. Наблюдения, к которым мы вернемся далее, показывают, что это, конечно, не так. В русловом водохранилище скорости никогда не падают настолько быстро, чтобы все наносы успевали отложиться в нем; часть, и притом тем большая, чем дальше продвинулся процесс заиления водохранилища, будет уноситься водой через плотину, не отлагаясь в верхнем бьефе. Кроме того, надо иметь в виду, что равновесие наступит не тогда, когда заилится верхний бьеф, а когда весь верхний бьеф получит уклон, до самых истоков равный естественному уклону, что, очевидно, потребует значительно большего времени. В случае плотины на р. Волге с объемом бьефа $250 \cdot 10^6 \text{ м}^3$ и при расходе взвешенных наносов (песчаных) в среднем 10^5 м^3 в год заиление верхнего бьефа потребует около 2500 лет¹. Срок этот практически столь велик, что если мы учтем, что для установления равновесия нужно еще большее время, то мы с полным правом можем сказать, что условия нового равновесия нас интересовать не могут и не должны. Отсюда вытекает, что нам придется иметь дело все время с условиями не стационарными; глубины все время будут меняться, дно все время будет подниматься, и если исключить практически невозможное, механическое перемещение всех наносов из верхнего бьефа в нижний, то из года в год условия, в которых находится русло, будут медленно, но неизбежно, изменяться. Этим неизмеримо затрудняются всякие исследования данного вопроса о заилении верхнего бьефа, ибо если задача о стационарном состоянии русла сложна, то задача о неустановившемся режиме дна еще много труднее.

После полного установления равновесия профиль реки приобретет тот же уклон, что и до установления подпора, а вместе с этим восстановятся все условия глубин и т. д. в верхнем бьефе, которые существовали там до начала заиления. Но как сказано выше, это состояние не может нас интересовать.

¹ Взвешенные илстые наносы будут проноситься в нижний бьеф.

Перейдем к вопросу, какими путями, какими методами можно составить хотя бы приближенную картину того, что будет делаться на реке в этот неустановившийся период. Вся трудность задачи становится ясной, если мы учтем, что все наши знания мы получаем исключительно путем наблюдения над существующими реками, а они как раз в естественном состоянии находятся во вполне стационарном состоянии. Огромное большинство наших наблюдений, вернее практически все, проведены над реками в естественном состоянии; эти наблюдения почти ничему не могут нас научить в отношении того крайне своеобразного состояния, в котором будет находиться верхний бьеф постепенно заиляемого водохранилища. Если мы обратимся к наблюдениям над подпертыми реками и над заилением водохранилищ, то мы сразу же наталкиваемся на то, что длительность неустановившегося периода в режиме дна так велика, что сроки наблюдения, которыми мы располагаем и которые практически не длиннее трех, четырех десятков лет, слишком коротки, чтобы по ним можно было составить себе верное представление о характере заиления в верхнем бьефе. Кроме того, эти наблюдения обычно совершенно не содержат таких важнейших указаний, как механический состав наносов, их количество в естественной реке во взвешенном и донном состоянии и т. д. Имеющиеся у нас, в СССР, наблюдения над занесением и обмелением верхних бьефов судоходных плотин охватывают столь небольшой период времени, что могут дать понятие лишь о том, что будет делаться на реке в ближайшие немногие годы; как окажутся условия через длительный период лет, такие наблюдения ничего сказать не могут.

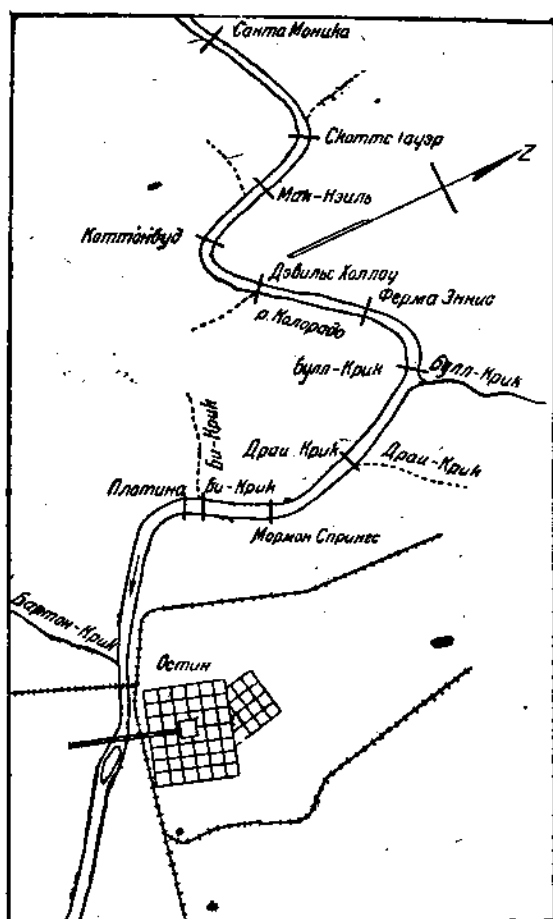
Несмотря на огромные трудности задачи, все же некоторые указания наблюдения над занесением водохранилищ нам дают. Это те исключительно неудачные сооружения, бьефы которых были занесены в немногие лет.

Только наличие этих хозяйственно крайне неудачных построек дает нам некоторый материал в руки; неудачи с этими водохранилищами повлекли за собой изучение интересующего нас вопроса, правда, одностороннее, но все же проливающее некоторый свет на то, как происходит отложение наносов в водохранилище.

На первом месте надо поставить крайне несчастное водохранилище на р. Колорадо в США в штате Техас—это так называемая плотина Остин (Austin) на озере Мак-Дональд (Mc Donald lake). Плотина была построена в 1893 г. и прорвана в 1900 г. За это время было сделано два промера дна: в 1897 и 1900 гг., последний промер—за два месяца до прорыва. Плотина была восстановлена в 1913 г. и полностью занесена к 1926 г.; промеры нового водохранилища были сделаны в 1913, 1922, 1924 и 1926 гг. Материал по этой плотине получен нами из работ Thomas U. Taylor—The Austin Dam (Water Supply and Irrigation Paper

№ 40), 1900 г.; Silting of the Lake of Austin, Texas (Transaction of the American Society of Civil Engineers), 1929 г., p. 1681¹.

Пример этой плотины исключительно поучителен. Благодаря небольшому объему—60,9 млн. м³,—при площади бассейна стока около 98 000 км² и при огромном содержании наносов порядка 1% по объему процесс заиления шел исключительно око-

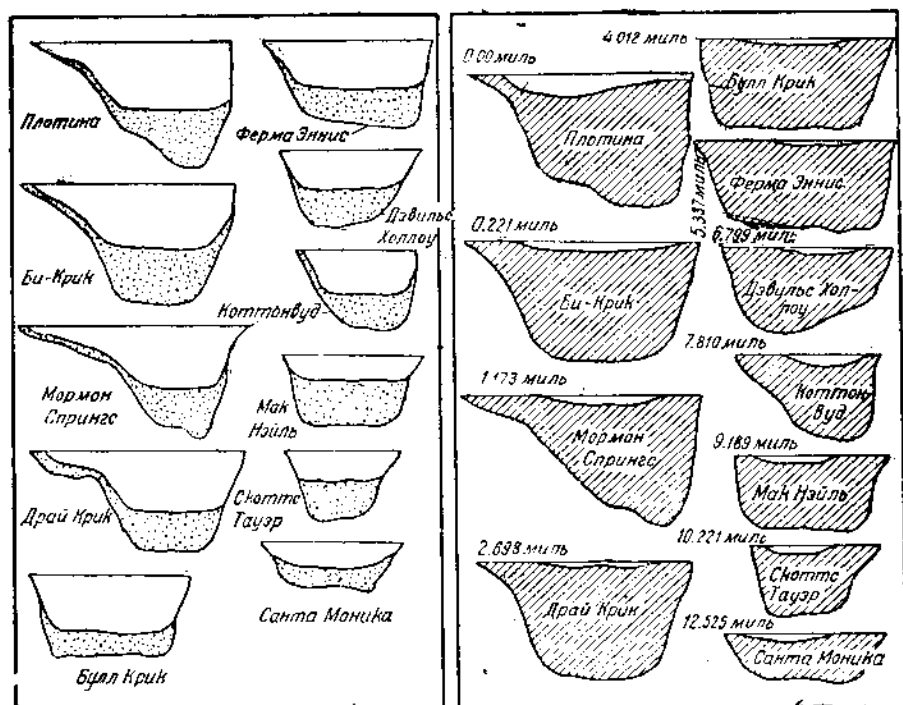


Фиг. 54. План водохранилища плотины Остин на р. Колорадо (США).

ро. Профили, по которым проводились промеры, расположены равномерно по всему подпору, как это видно по фиг. 54. На фиг. 55 изображены поперечники заиленного старого и нового водохранилища. В первой работе Тейлора, кроме того, имеются поперечники заиления, полученные и в 1897 г. К сожалению, в

¹Т. Тейлор, Плотина Остин (Водоунабжение и ирригация, докл. № 40), 1900 г.; Заемление водохранилища Остин, Техас («Известия Американского общества гражданских инженеров»), 1929 г., стр. 1681.

работах Тейлора нет объективных данных о механическом анализе наносов, равно как об их количестве в реке в ее естественном состоянии. Тейлор указывает, что в 1900 г. наносы, начиная от плотины на 17725 миль вверх по течению, отлагались лишь илестые, совершенно без гравелистых частиц, „неощутимые“ (imprapable), как их называет Тейлор. Выше по течению отложения были уже песчаными; промеры тогда выше по течению не производились, хотя около трех миль вверх и шли ска-



а) Занесение старого в.д.ума

б) Занесение нового водоема

Фиг. 55. Поперечные сечения водохранилища плотины Остин
а) 1897—1900 гг., б) 1913—1919 гг.

занные песчаные отложения. Промеры выше профиля 17,725 не производились потому, что отложения даже в этом профиле были уже столь незначительны, что на общий объем водохранилища влияния не оказывали, а предметом изучения было именно уменьшение объема, как такового. Все крупнопесчаные наносы отлагались, как замечает Тейлор,верху бьефа. При промерах 1922 г. и позже последним профилем, на котором делались промеры, был профиль на 12,525 миль выше плотины; дальше промеры не делались, так как там на полмили ниже профиля Санта-Моника (Santa Monica) был уже встречен крупный песок. Из такой постановки работ ясно, что производивший их Тейлор интересовался лишь мельчайшими, негравелистыми

наносам, которые были заведомо взвешенными в реке. Это ограничение также очень понижает ценность работ Тейлора, ибо нет возможности определить вид и форму занесения верха бьефа, что для наших целей представило бы огромный интерес; таким образом из наблюдений Тейлора искусственно были исключены все вопросы отложения донных наносов. Попутно надо указать, что в количественных указаниях обе работы Тейлора не совпадают, причем установить причину их расхождения нет возможности.

Приведем основные табличные результаты промеров Тейлора.

ТАБЛИЦА 57

Название профиля	Расстояние от плотины в милях	Площади воды в поперечниках выше гребня плотины				
		1893 г.	1900 г.	1913 г.	1922 г.	1924 г.
		в кв. футах				
Плотина	0,0	48 000	33 000	36 000	13 000	11 600
Бл. Крик	0,221	48 000	32 500	37 300	11 100	6 980
Мормон Спрингс	1,173	40 400	28 200	28 400	5 930	2 040
Булл Крик	4,012	32 980	20 480	24 130	2 870	1 430
Эннис	5,337	34 500	20 000	25 800	2 970	1 390
Денильс Холлоу	6,799	27 925	12 200	20 200	3 600	1 900
Коттонвуд	7,810	21 200	9 265	19 800	2 230	2 186
Мак Нейль	9,189	23 400	7 750	16 100	2 350	1 460
Скотте Тоуэр	10,221	16 870	4 750	11 000	2 610	1 530
Санта Моника	12,525	17 200	3 630	10 400	1 460	820
	13,425	11 180	5 500	—	—	—
	14,725	7 700	3 300	—	—	—
	16,225	5 100	3 500	—	—	—
	17,725	2 880	1 940	—	—	—

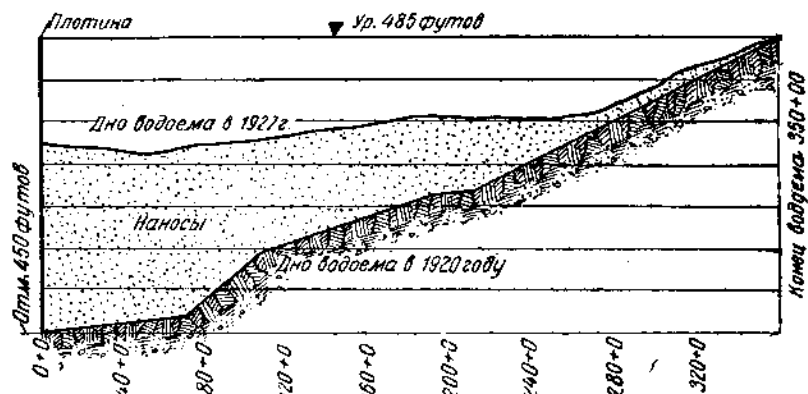
Если мы возьмем разности между площадью воды в 1900 и 1893 гг. по профилям до профиля 12,525, то мы получаем по этим 10 профилям почти постоянную разность, а она может быть принята как достаточная характеристика отложения взвешенных наносов. Мы получаем при этом следующий ряд цифр, установленных нами по материалам Тейлора, начиная от плотины вверх по течению—15 000, 15 500, 12 200, 14 500, 15 725, 11 935, 15 650, 12 120, 13 570, а в среднем 13 900 с рассеянием ряда 11,3%. Далее вверх разности быстро уменьшаются, именно они равны—5 680, 4 400, 1 600, 940, что указывает на то, что выше профиля 12,525 скорости в реке благодаря выклиниванию подпора уже настолько возрастают, что отложение наносов несравненно менее интенсивно, да, кроме того, там и физически не могло отложиться столько наносов, как выше, ибо сами сечения для этого слишком малы.

За время с 1900 по 1913 г. пока подпора на реке не было, наносы, отложившиеся в предыдущие годы, подверглись сильному размыву; он был не так велик около плотины, где он равнялся около 3000 кв. фут.; увеличения сечения воды доходили до 10000 кв. фут. на профиле 7,810. Этого и следовало ожидать, так как около плотины река лишь промыла себе небольшое русло в прежде осевших наносах, а выше по течению, где отложения поневоле ввиду меньшей ширины по урезу лежали более концентрированно, она смогла смыть их почти полностью.

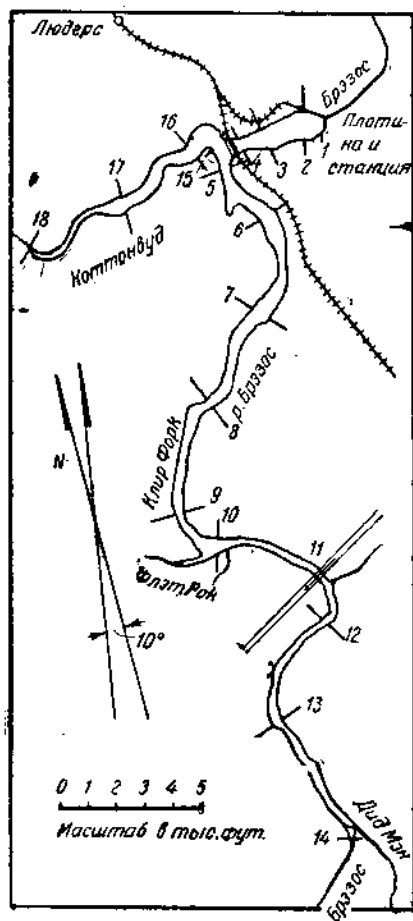
Второй период подпора, несколько более длинный, с 1913 по 1924 г., дал такую же картину. В шести профилях от плотины вверх (с дополнением против приведенных в таблице профиля 2,689) промеры дали опять практически равномерное уменьшение площади воды в сечении; именно получилось—24 400, 30 320, 26 360, 24 720, 22 700, 24 410, а в среднем 25 500 с рассеянием ряда всего 10,4%. Дальнейшие профили дают цифры уменьшения 18 300, 17 716, 14 740, 9 470, 9 480. Причины этого точно те же, что приведены выше в отношении периода 1893—1900 гг. Таким образом мы приходим к выводу, что в случае этого водохранилища, которое представляет собою типичное русловое водохранилище с узкой и длинной чашкой, отложение взвешенных наносов происходило практически равномерно вдоль всего водохранилища, причем тенденции к отложению вначале подпора не наблюдалось. Последнее относится, подчеркиваем, лишь к взвешенным наносам, ибо донные были Тейлором искусственно из рассмотрения исключены.

Если мы теперь посмотрим величины живых сечений потока в подпертом бьефе в 1924 г., начиная с профиля 1,173 до профиля 10,231, то сечение мало изменяется, оставаясь почти постоянным, что указывает на то, что в основном заиление бьефа уже закончилось. К 1926 г., о котором подробных данных по отдельным профилям уже нет, заиление еще несколько продвинулось вперед, причем уменьшение площади воды снова, повидимому, шло равномерно по длине бьефа, что по нашему мнению должно быть объяснено тем, что в этой стадии занесение вероятно шло уже донными наносами или полувзвешенными, т. е. заиление вступило в новую фазу, почему снова намечается известная равномерность в отложении наносов. Во всяком случае об этой фазе материалов совершенно недостаточно для суждения, каков процесс заиления был в этот момент. Во всяком случае важно, что заиление вступило в новую фазу, что лишний раз подчеркивает нестационарность и крайнюю изменчивость во всем процессе, на которую мы уже не раз указывали.

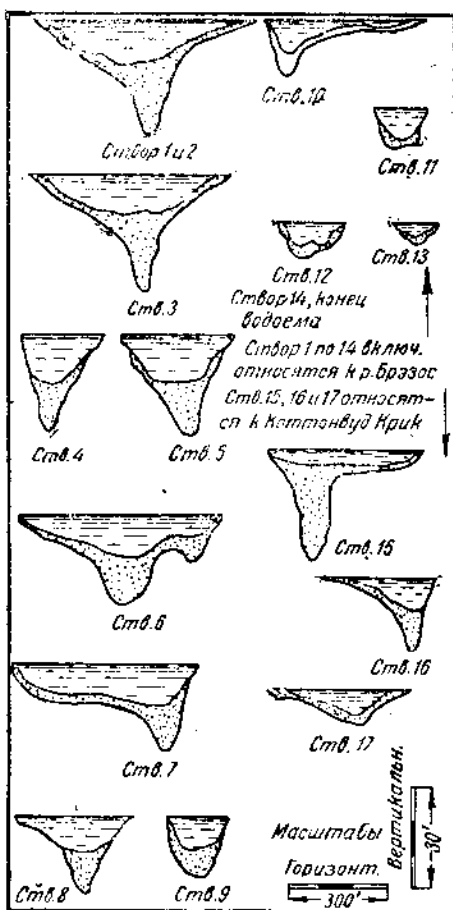
Из этого примера мы можем вынести то важное заключение, что в русловом водохранилище благодаря медленному затуханию скоростей отложение происходит в отношении взвешенных наносов весьма равномерно, причем тенденции к образованию баров в начале подпора путем отложения масс взвешенных наносов не наблюдалось.



Фиг. 56. Продольный профиль водохранилища Пеник на р. Бразос (США).



Фиг. 57. План водохранилища Пеник на р. Бразос.



Фиг. 58. Поперечные сечения водохранилища Пеник в 1920 и 1927 гг.

Совершенно подобные же условия были наблюдаемы в том же Техасе на водохранилище Пенник, Людерс (Lake Penick, Lueders). Лаурин (Banks Mc Laurin)¹ приводит промеры этого водохранилища в 1920 г. после его окончания и в 1927 г. Продольный профиль заиленного водохранилища дан на фиг. 56, план — на фиг. 57, поперечники — на фиг. 58. Приведем результаты промеров (табл. 58):

ТАБЛИЦА 58

Расстояния от плотины в футах	Живые сечения в кв. футах		Расстояния от плотины в футах	Живые сечения в кв. футах	
	1920 г.	1927 г.		1920 г.	1927 г.
00	8 000	5 500	14 800	3 300	2 400
500	8 000	5 500	18 300	2 250	1 500
2 100	7 880	5 100	20 500	2 275	1 850
3 500	3 100	2 580	24 100	1 530	1 350
4 600	5 200	3 525	26 500	1 440	1 240
7 100	8 175	4 875	30 500	710	600
10 300	6 900	4 700	36 000	000	000

Тут уже не наблюдается той правильности, как в случае плотины Остин, но это и понятно, ибо начальное русло было далеко неравномерно по своему сечению, и понятно, что в суженных местах отложения значительно меньше, чем в широких. Тем не менее, и тут мы не видим тенденции к образованию баров в начале подпора. Это можно объяснить лишь тем, что донных наносов было мало, а взвешенные наносы не выпадали достаточно быстро при русловом характере водохранилища.

Наоборот, там, где водохранилище сразу после начала подпора быстро расширяется, т. е. скорости крайне быстро падают, отложения и взвешенных наносов происходят в верхней части подпора. Примером тому может быть водохранилище Элефант Бютт, Нью-Мексико (Elephant Butte, New Mexico); в нем по свидетельству Уолтера (R. F. Walter)² практически все отложение наносов происходило за время с 1915 по 1925 г. в его верхней части, т. е. в начале бьефа, а раз так, то там откладывались и взвешенные наносы, ибо из водохранилища при его огромном объеме, составляющем 220 % среднего годичного стока, никакие наносы уйти не могли. Подобная же картина наблюдалась на водохранилище Уайт Рок (White Rock) в городе Далласе (Dallas) в том же Техасе; тут, как указывает Поуел (William Jenner Powell)³ и согласно приводимому им плану дна резервуара в горизонталях, который мы воспроизводим на фиг. 59, где пунктиром даны горизонталы после заиления, все заиление имеет место в верхней части. Тут вода при поступлении в водохранилище широко разливалась по плоскому пространству в его верховье,

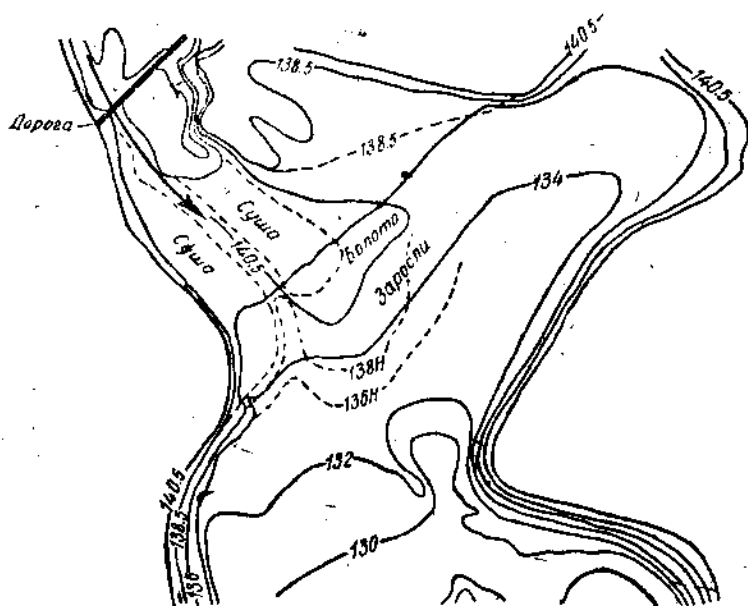
¹ TASCЕ, 1929 г., p. 1715.

² TASCЕ, 1929 г., p. 1726.

³ TASCЕ, 1929 г., p. 1728.

покрытому к тому же болотной растительностью, почему тут и отлагались практически все наносы.

По этим двум примерам мы можем оказать, что при широкой чашке водохранилища все наносы будут отлагаться в верхней части его, причем вероятно здесь могут образоваться бары наподобие морских баров в устьях рек. В этих случаях образование баров, в каковом участвуют и взвешенные наносы, вызвано очень быстрым затуханием скорости при растекании воды во все стороны. Отложение наносов будет в этом случае иметь полный характер дельты со всеми ее особенностями.

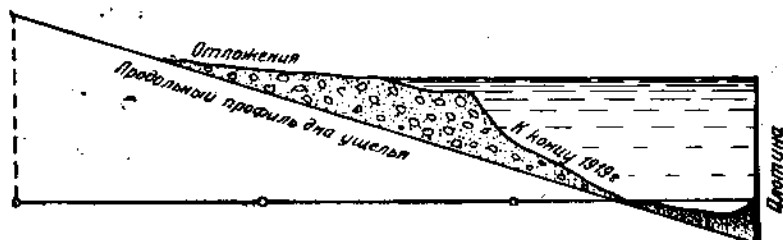


Фиг. 59. План водохранилища Уайт Рок в горизонталях (США).

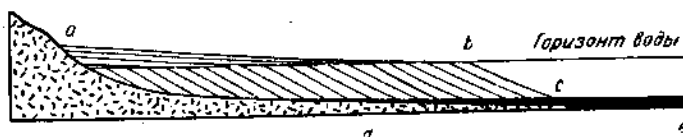
Все описанные примеры относятся к случаям, где взвешенные наносы составляют огромную долю всего количества наносов, если не все. Там, где взвешенных наносов мало, там характер заиления совершенно другой. На фиг. 60 приведено заиление водохранилища Цизмон (Cismon). Ясно видно отложение крупных наносов в верхней части и взвешенных у плотины; последних очень немного. Это водохранилище расположено в Итальянских Альпах. Сцимемми „Плотины“ (Scimemi, „Dighe“) (на которого заимствована фиг. 60) так описывает процесс заиления водохранилища: „Материалы, которые вода влечет по дну, почти сразу оседают, как только влекущая их вода потеряет часть живой силы. Эти материалы скпляются поэтому вблизи устья реки, изливающейся в озеро, и их постепенное оседание является функцией влекущей силы воды и минимальной скорости, при которой они еще могут увлекаться. Материалы, остающиеся во взвешенном состоянии, наоборот, оседают медленно, пре-

имущественно в тихой воде, главным образом, в глубоких местах озера, т. е. ближе к подпорному сооружению*.

Отложения, подобные изображенным на фиг. 60, имеют место, в большей или меньшей мере, во всяком водохранилище; важно лишь то, что при огромном преобладании взвешенных наносов они не будут иметь столь малого распространения, как в случае водохранилища Цизмон. Далее, надо отметить, что хотя настоящие дельты образуются лишь в водохранилищах с широкими чашками, а не в русловых, но и в этих последних общий характер отложений должен быть подобен структуре дельт. Поэтому будет не безынтересно дать краткое описание последних.



Фиг. 60. Схема заиления водохранилища Цизмон (Италия).



Фиг. 61. Схема отложения наносов в дельтах рек.

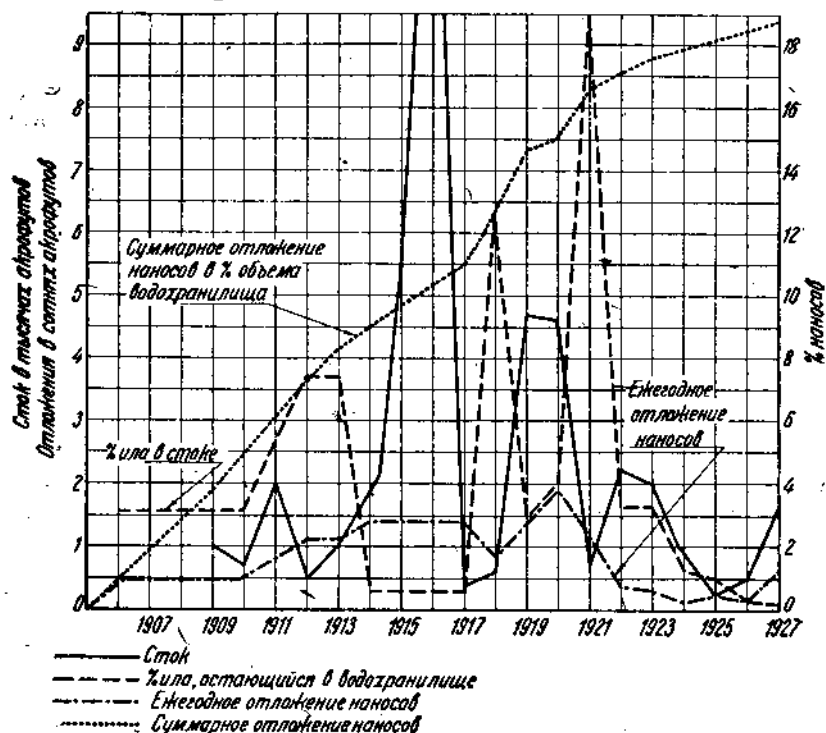
Во всякой дельте надо различать три существенно различных части отложений, видимые на фиг. 61: верхние слои (a, b), имеющие тот же уклон, что и дельта над водой, передние слои (b, c), имеющие угол наклона, равный углу естественного откоса песка под водой, и нижние слои (c, e), обладающие практически нулевым углом залегания и состоящие, главным образом, из ила и тины. Последние слои преимущественно и являются отложенными из взвешенного состояния, а передние слои состоят, главным образом, из песка различной крупности, значительная часть которого должна быть отнесена к наносам, несомненно, донным. Такая структура вполне совпадает с отложениями водохранилища Цизмон. Отсюда можно сказать, что взвешенные наносы должны отлагаться весьма пологими слоями, т. е. на очень большом протяжении бьефа. Если в случае водохранилища Остин это отложение шло почти равномерно по всей длине водохранилища вплоть до того момента, когда уже наносам негде откладываться, т. е. когда уже данная часть вполне заилилась, то это, повидимому, объясняется все же довольно коротким бьефом. Указание Сцимеми на отложение взвешенных

наносов преимущественно у самой плотины, повидимому, надо отнести за счет наблюдений, веденных в исключительно коротких бьефах. При очень длинном водохранилище взвешенные наносы хотя и растянутся на значительную длину, но все же могут и не дойти до плотины. Последнее верно лишь в том случае, если скорости у плотины не таковы, чтобы взвешивание еще было возможно. В случае Волжской плотины, где около плотины скорости еще настолько велики, что илистые частицы вполне еще могут взвешиваться, не только отложение взвешенных частиц растянется по всему бьефу, но значительная их часть пойдет через водослив в нижний бьеф; все это относится, конечно, лишь к половодью, но в прочее время Волга несет так мало взвешенных наносов, что ими можно вполне пренебречь. Таким образом в случае Волжского водохранилища мы должны ждать отложения взвешенных наносов, подобно водохранилищу Остин, по всему верхнему бьефу равномерно. Таким образом мы не должны в случае Волжского водохранилища бояться того, что огромные массы взвешенных наносов, отлагаясь в начале бьефа, создадут там какие-либо особенные препятствия судоходству. Если таких препятствий и следует ждать, то только вследствие засорения начала подпора донными наносами или полувзвешенными, под которыми надо понимать такие, которые передвигаются в придонном слое реки путем кратковременного взвешивания, как бы прыжками.

При всем сходстве процесса заиления с образованием дельты между ними есть существенная разница, особенно в русловом водохранилище. Действительно, в устье реки, впадающей в море или озеро (и в водохранилище с широкой чашкой), вода растекается в разные стороны, и это вызывает такое затухание скоростей, что все мало-мальски заметные частицы сразу выпадают, а во взвеси остаются лишь глинистые фракции, образующие нижние слои дельты. В русловом водохранилище растекания воды в стороны не будет; скорости будут убывать весьма медленно, почему значительная часть, даже песка, не будет выпадать сразу, а будет проноситься дальше, отлагаясь уже в более далеких частях. Поэтому отложению в начале бьефа подвергнутся лишь донные наносы, а из взвешенных самые крупные, а остальная масса наносов пойдет дальше. Ясно, что образования баров морского типа в этом случае ждать безусловно не приходится, а могущие возникнуть затруднения будут иметь совершенно отличные причины, связанные с механизмом перекатов.

Заканчивая на этом рассмотрение роли взвешенных наносов в общем заилении водохранилища, мы оставляем за собою возможность вернуться к этому вопросу при рассмотрении математических методов определения заносимости перекатов. В данном же месте мы хотим обратить внимание на то, что даже в вопросе отложения взвешенных наносов, несравненно более простом, чем вопрос о донных наносах, существует элементарное непонимание фактов. Разбирая заиление водохранилища Пуэри, Нью-Мексико

(Zuni Lake N. Mex), характеристика работы которого нами дана на фиг. 62, Брайан (Kirk Bryan)¹ строит кривую (фиг. 63) зависимости содержания взвешенных наносов от расхода и приходит к парадоксальному выводу, что при малых расходах пловодья процент ила значительно, в 10 раз, больше, чем при больших пловодьях. Это заключение им было получено на основе материалов, опубликованных в работе Робинсона (H. F. Robinson, Silt Probleme of the Zuni Reservoir TASCE, 1920 г.²), но им было совершенно упущено из виду, что количества ила,



Фиг. 62. Характеристика работы водохранилища Цуни (США).

указанные в статье Робинсона, относятся не к его содержанию в притекающей воде, а выражают количество отложившегося ила в водохранилище. Ясно, что при высокой воде при больших скоростях в водохранилище отложится лишь часть наносов, а при малой воде они отложатся почти полностью. Поэтому наблюдаемая зависимость, изображенная на фиг. 63, дает не то, что приписывает ей Брайан, а лишь указывает, что в русловом водохранилище наносы отлагаются далеко не полностью, а значит, их отложения, действительно, в таком случае распространяются по всей длине водохранилища, как это имело место в описанных более подробно случаях водохранилищ

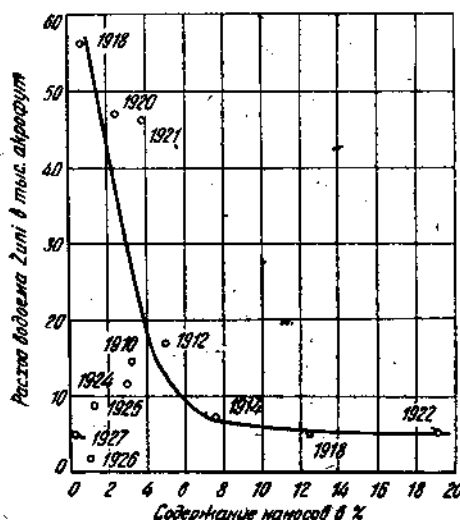
¹ TASCE, 1929 г., р. 1703.

² Проблема заиливания водохранилища Цуни, р. 868 - 893.

Остин и Пенн, и не образуют завала в начале подпертого бьефа, как это иногда предполагают.

ДОННЫЕ НАНОСЫ И ИХ ОТЛОЖЕНИЯ

Перейдем теперь к освещению вопроса о влечении донных наносов и об отложении их в подпертых бьефах. Частично нами уже этот вопрос был затронут выше при рассмотрении общего заиливания водохранилищ. В данном месте мы переходим к выяснению вопроса о том, что будет делаться в верхней



Фиг. 63. Кривая зависимости содержания взвешенных наносов от расхода (для водохранилища Цуни по Брауну).

впрочем, и в случае большинства рек, по его мнению донные наносы почти равны по количеству взвешенным или даже больше их. Рассуждения Мерримана неосновательны, и он исходит из неверных представлений, но все же достойно внимания, что такой крупный инженер допускает такие ошибки. К подробной критике метода Мерримана мы не будем подходить, тут же мы привели этот пример как образец неясностей, царящих в этой области наших знаний.

Прежде чем пытаться установить, как сложатся условия после установления подпора, нам надо уяснить картину движения донных наносов в свободной реке. Как и ранее, нам приходится обратиться к работам наших соотечественников, так как в них мы находим наиболее ясное представление о механизме перемещения наносов. Лохтин и Мелявский основную форму движения донных наносов видят в их периодическом движении в местах сосредоточения уклона и в отложении в местах малого уклона. Такими местами сосредоточения уклона явятся в высокие воды плесы и в низкие воды перекаты. Движение наносов происходит периодически и во времени и в простран-

стве: порция донных наносов, поднятая в половодье на плесе пройдет лишь очень короткий путь до переката и здесь выпадет, чтобы, дождавшись наступления меженных вод, быть перенесенной ими в следующий плес и тут покониться до следующего паводка. Такая концепция, естественно, возникает из общих морфологических предпосылок; действительно, наши реки, являясь реками старыми, не имеют даже в среднем отделе достаточной силы для влечения наносов и даже, по Дэвису, частично отлагают в нем аллювий. По смыслу слов Лохтина ясно, что он исходил из мысли, что донные наносы целиком передвигаются периодически и не переваливают в высокие воды через перекат.

„Когда река обладает устойчивыми свойствами при более или менее пологом уклоне, то ее сравнительно слабое течение может передвигать залегающие на дне наносы только на тех отдельных участках, которые благодаря каким-либо местным причинам, например, закруглениям, узким местам и т. п., обладают усиленным уклоном высоких вод. На этом протяжении усиленного при высоком уровне уклона наносы, или по крайней мере более измельченные их частицы, будут передвигаться высокой водой вниз по руслу, но как только окончится этот участок и начнется следующий с ослабленным течением, тотчас же начнут отлагаться сначала более крупные, а затем более мелкие наносы. С каждой новой высокой водой будут передвигаться, таким образом, следующие массы, наносов и в конце концов после известного ряда повторений высоких вод на участке с усиленным уклоном получится углубленная яма, а на месте ослабления уклона образуется засорение в виде скопления наиболее крупных частиц наносов.

Но всякому подобному нарастающему в том или другом месте засорению есть однако же предел, потому что каждый вновь осевший на дне слой будет вызывать после спада воды некоторый увеличенный подпор меженного уровня, а вместе с ним и увеличение размывающей энергии меженного течения, которое в конце концов будет доведено, наконец, до такой степени, что в промежутках между высокими водами будет успевать сдвигать все периодически оставляемые паводками на перекате отложения в ту нижележащую часть русла, где с возрастанием уклона высоких вод вновь усилившееся их течение в силах будет увлечь наносы дальше вниз по руслу“.

Из этих слов Лохтина ясно, что он мыслил именно периодическое влечение донных наносов, как это мы указали выше. Эти идеи благодаря работам Жирардона стали основой всех построений французской школы инженеров. Куено (Cuénot) в книге „*Fleuves et Rivières*“ (Реки и потоки) такими словами описывает это явление:

„Во время межени при сильном сосредоточении уклона на перекатах и очень слабом падении в плесах углубление дна происходит только на перекатах; наносы, их слагающие, переносятся в нижележащий плес.

Во время высоких вод уклон, становясь более сильным на плесе, совместно с большими глубинами по сравнению с перекатами вызывает увеличение силы влечения на плесе. Наносы, отложившиеся в плесах ближайшими высокими водами, вновь приводятся в движение и отлагаются на следующем вниз по течению перекате.

Мы видим, что это описание просто заимствовано из Лохтина. Еще более подчеркивает роль перекатов в отношении отложения на них наносов Фламан (Flaman). Он даже сравнивает перекат с конусом выносов, на котором отлагаются поднятые в вышерасположенном плесе наносы. Смысл всех этих рассуждений как будто сводится к тому, что перенос наносов донных прерывен и что они не движутся за один прием далее, чем до следующего переката. Достойно внимания то, что в этом вопросе иностранная литература лишь повторяет русских авторов, на что Фламан сам указывает в примечании к главе о влечении наносов и подвижности дна.

Инженер Поляков придерживается в „Гидрологии Дона“ таких же взглядов на процесс переноса донных наносов. Попутно укажем, что в этой работе имеется больше интересного по изучаемому вопросу, чем в целой массе иностранных источников. Вообще в отношении механизма движения наносов русская литература по нашему мнению наиболее богата правильными идеями, однако все работы русских инженеров шли по пути, указанному Лохтиным „поменьше формул—побольше наблюдений“, почему получить на их основе какой-либо числовой результат почти невозможно; общий же характер явления ими уловлен наиболее правильно.

Возвращаясь к вопросу о движении донных наносов, надо все же заметить, что объективных данных, позволяющих нам утверждать, что движение донных наносов прекращается в высокую воду на каждом перекате, нет. Ничем не доказано, что они не переваливаются через перекат и не движутся далее через плес. Иными словами, нет материалов наблюдений, которые позволяли бы утверждать, что движение донных наносов в высокую воду не непрерывно, а описанные явления подъема два перекатов не вызваны лишь частичным отложением донных наносов на перекатах.

Между тем, как увидим далее, этот вопрос имеет кардинальное значение для изучаемой проблемы.

Каков же будет характер движения донных наносов после установления подпора? На реке будет длинный участок, на котором в высокую воду подпор не будет распространяться, а при низкой воде эти места будут открыты подпором. Длина этого участка в случае Волжской плотины составит по переданным нам продольным профилям от 100 до 160 км, причем на этом участке имеется по профилю от четырех до восьми перекатов с ясно выраженными гребнями. На этих-то перекатах и произойдут те обмеления, которые могут представить препятствия для судоходства.

Действительно, на этом участке режим высоких вод или не будет совсем нарушен, или нарушение будет очень слабое, а значит, вынос донных наносов из плесов на перекаты будет происходить, как в неподпертой реке. Очистка же перекатов меженными водами уже не будет иметь места, ибо они будут перекрыты подпором, т. е. уклон на них не только увеличится, но даже уменьшится по сравнению с уклоном высоких вод. Отсюда следует, что перекаты будут расти вследствие отложения на них донных наносов из года в год, а так как подпор не меняется, то может наконец наступить обмеление перекатов. Это обмеление может быть большим, чем наблюдаемое в неподпертой реке, ибо ширина подпертой реки будет больше, чем в естественном состоянии, а значит, при равном расходе глубины будут меньше, что вызовет и общее обмеление перекатов. Когда это обмеление скажется, начнется и самоочистка перекатов, но она будет проходить в совершенно иных условиях, чем в неподпертой реке. Действительно, большая ширина подпертого бьефа будет препятствовать концентрации действия меженных вод до тех пор, пока путем зачистки эта ширина не примет величины, равной естественной ширине реки. Между тем, работа, которая будет возложена на меженные воды, будет значительно больше, чем в естественном состоянии реки, так как перекаты в предшествующий период станут длиннее, чем в естественном состоянии. Таким образом естественно следует ждать возможности обмеления перекатов или увеличения черпания на них, что и наблюдалось на ряде русских рек.

В иностранной литературе не удалось найти никаких указаний ни на величину подобного обмеления перекатов на существующих системах, ни на методы определения этого обмеления при проектировке плотин на судоходных реках. Лишь Таунсенд (Curtis Mc. D. Townsend) в своей книге *River and Harbor Construction*¹, весьма интересной в других отношениях, пишет: „Шлюзование рек дает большие результаты на реках с малыми меженными расходами и с малым количеством наносов. Наносы, переносимые подобными реками в межень, ничтожны. При высоких горизонтах они склонны образовывать бары непосредственно ниже плотины, через которые нетрудно путем землечерпания поддерживать проход достаточной глубины. Если количество влекомых наносов увеличивается, размеры землечерпания могут стать такими большими, что эксплуатация станет излишне дорогой“. Никаких других указаний на это явление мы не нашли, что как будто указывает на то, что оно уже не представляется столь опасным, как можно было бы думать. В рассуждении Таунсенда оригинальна сама постановка вопроса. То место, в котором возможно обмеление, Таунсенд указывает как раз ниже плотины, что наводит на мысль вполне естественную, что он связывает это обмеление с вышерасположенной плотиной. Между тем, нам отлично

¹ Речные и портовые сооружения.

известно, что причина не в вышележащей плотине, а в том, что ниже нее начинается следующий бьеф и в его начале возможно обмеление благодаря прекращению очистки перекатов меженными водами. Этот пример очень характерен для уровня рассуждений, встречающихся по этому вопросу в иностранной литературе. Целый ряд первоклассных трудов по вопросу канализации рек путем плотин совершенно не затрагивает этого вопроса.

Попробуем установить на основе общих соображений тот предел, до которого будет продолжаться это обмеление перекатов. Можно мыслить две причины, которые приведут к прекращению обмеления перекатов: или восстановится самоочистка перекатов меженными водами или благодаря обмелению перекатов на них образуется подпор высоких вод, достаточный для придания им такой скорости, что они перестанут отлагать на перекатах влекомые ими наносы. Которое из двух сделанных нами предположений правильнее, можно сказать только в том случае, если бы у нас были данные о количестве донных наносов, влекомых рекою в естественном ее состоянии, равно как и о том, действительно ли все донные наносы, влекомые высокой водой, останавливаются на перекатах и не происходит ли там сплошное и непрерывное влечение по дну, лишь связанное с частичным отложением влекомых наносов на перекате. Если второе допущение верно, то это значит, что высокая вода имеет достаточно силы для влечения и на перекате, почему, даже, если самоочистка перекатов прекратится, значительного обмеления ждать не приходится, так как небольшое обмеление переката вызовет увеличение влекущей силы высокой воды; а это повлечет за собой уменьшение или даже прекращение отложения наносов высокими водами. Таким образом если предположить, что значительная часть донных наносов проносится по перекату даже в высокую воду, что равносильно допущению несколько большей силы влечения, чем это делает Лохтин, то мы должны признать, что опасность заиливания перекатов уменьшается. Это предположение, очевидно, тем вероятнее, чем меньше устойчивость русла реки по Лохтину. Но, что при очень высоких значениях коэффициента устойчивости прав вполне Лохтин, считающий, что все донные наносы останавливаются на перекате, но верно ли это допущение в случае р. Волги с средним значением этого коэффициента, сказать трудно. Во всяком случае при наших современных знаниях о донных наносах мы этого решить не можем. Между тем, этот вопрос, как ясно из предыдущего, очень важен, почему, если желательно осветить его действительно всесторонне и объективно, необходимо приступить к соответствующим наблюдениям немедленно. Без знания истинной картины движения наносов в реке все, что можно сделать, будет в лучшем случае более или менее удачной догадкой. Сколько бы автор подобных соображений, построенных без знания действительной картины движения наносов, ни был убежден в справедливости своих выводов и как бы искусно он их ни доказывал, всегда останется полная возможность для их оспа-

ривания, как не подкрепленных фактическим наблюдением на данной реке. Эти наблюдения необходимо было бы вести одновременно с лабораторным экспериментом, причем параллельное их выполнение обеспечивало бы наибольшую продуктивность работы.

Если предположение Лохтина верно, то остаются верными соображения, которые высказаны нами выше относительно значительного обмеления перекатов. В дальнейшем при освещении математических теорий движения наносов мы покажем, каким образом можно определить приблизительные глубины на перекатах.

Естественно задать себе вопрос, где же отлагаются наносы в том случае, если окажется, что перекаты не явятся местом их выпадения и они высокой водой будут продвигаться дальше. Если верно то, что высокие воды имеют большую силу влечения, чем предполагает Лохтин, то отложение донных наносов начинается там, где эта сила претерпит значительное уменьшение, большее при том, чем на обычном перекате. Таким местом явится точка, где начнет сказываться подпор в высокую воду; она лежит, как выше указывалось, значительно ниже по течению, чем начало подпора в низкую воду, а значит, такие отложения еще долго не скажутся на обмелении перекатов. Влияние указанных отложений будет незаметным, пока не образуется такое обмеление в этом месте, что подпор в высокую воду не начнет сказываться выше, чем это получается при незаиленном русле. Это изменение подпора высоких вод может не сопровождаться одновременным изменением длины подпора низких вод, и в таком случае могут начаться подобные же явления, как и при предположении правильности гипотезы Лохтина.

Одновременно с установлением некоторого состояния равновесия на перекатах, когда глубины на них перестанут уменьшаться, начнется отложение донных наносов в начале подпора высоких вод и в случае правильности гипотезы Лохтина о прерывном влечении донных наносов. Таким образом в зависимости от справедливости гипотезы Лохтина порядок того, где начнется заиление донными наносами, изменится. Конечно, резкая разница будет в случае полной прерывистости движения наносов и в случае практически сплошного влечения (последнее соответствует рекам уже мало устойчивым), в промежуточном же случае получится нечто среднее между обеими картинками.

Крайне темным остается вопрос о росте переката в длину. Следует ли ожидать, что с обмелением переката наступит и его удлинение, имея в виду, конечно, длину опасного с точки зрения мелководия участка?

На этот вопрос нельзя дать никакого ответа ни в качественном, ни в количественном отношении на основании теоретических данных. Между тем, влияние длины на величину землечерпания может оказаться больше, чем даже обмеления. Остается один путь—или осветить его по наблюдениям на других судоходных реках Союза или пойти по линии лабораторных работ.

В последнем случае надо считаться с тем, что придется начать с установления методики опытов, могущих удовлетворить специфическим условиям р. Волги. Пример выработки такой методики—это работы по выправлению р. Рейна, исполненные по проектам Ребока, выработанным им в лаборатории. Предварительно Ребок добился того, что выработал методику, дающую возможность в лаборатории воспроизвести течение р. Рейна в масштабно верном виде с учетом движения наносов; лишь после этого Ребок поставил в лаборатории измененную реку и получил, таким образом, очень удовлетворительные результаты. Сведения об этих опытах получены мною не из литературных источников, а из обмена мнениями с инженерами, бывшими в лаборатории Ребока.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ВЛЕЧЕНИЯ НАНОСОВ

Перейдем теперь к существующим математическим методам исследования и оценки влечения наносов. Математические методы в основном резко делятся на две группы по своему подходу к явлению и по применяемым методам наблюдений, которые являются основой их. Одна группа методов, представленная в наши дни немецкими инженерами, оперирует с количеством влекомых наносов в данный период, с одной стороны, и с некоторыми суммарными гидравлическими характеристиками данного участка реки, с другой стороны; обе категории факторов, сопоставляемых этими теориями, носят скорее гидрологический характер, почему мы эти методы в дальнейшем назовем гидрологическими. Эти методы, повидимому, в силу особых местных условий применялись лишь к донным наносам, совершенно оставляя в стороне взвешенные, причем получается впечатление, что их авторы просто недооценивали значения взвешенных наносов. Другая группа методов, возникшая из работ Кеннеди (R. G. Kennedy) в Индии на ирригационных системах, стремилась к установлению связи между некоторыми характеристиками равновесия данного участка водотока, как: глубина, уклон, крупность наносов и скорость движения воды. Лишь методы второй категории получили в своей, правда, несколько отличной от нашей, области вопросов полное признание и дали огромные практические результаты, выразившиеся в значительной экономии средств в эксплуатации ирригационных систем. Эти вторые методы в основном рассматривали водотоки, в которых имелись практически лишь взвешенные наносы, но зато в очень большом количестве. Явление влечения по дну они оценивали лишь как сопутствующее, которое можно учесть путем соответствующего корректива в параметрах, но которое не требует перестройки всей теории на особый лад. Результаты, полученные в условиях превалирующих взвешенных наносов, были применены и к некоторым вопросам влечения по дну и притом также, повидимому, с удовлетворительным успехом. Этот перенос был сделан, правда, весьма произвольно, но приемлемость его оправдалась.

Обе группы методов кроют в себе, как только мы захотим построить обобщающие выводы из них, основной методологический дефект, чрезвычайно понижающий их ценность. Как мы увидим дальше, скорости, необходимые для поддержания движения наносов данной крупности, не равны тем скоростям, которые необходимы для приведения тех же наносов в движение. Таким образом факт наличия данных скоростей не всегда влечет за собой факт влечения наносов данной крупности, хотя иногда такое влечение имеет место. Этот простейший факт общеизвестен. Обобщая постановку вопроса, мы можем его формулировать так: всегда ли наличие определенного комплекса гидравлических или гидромеханических элементов в данном отрезке длины водотока влечет за собой влечение одного и того же количества наносов и притом той же характеристики? Мы можем со всей возможной категоричностью утверждать, что нет. Таунсенд говорит: «Количество и характер материала, переносимого рекою, в большей степени зависит от характера почв, на которые падает дождь, чем от способности русла к их переносу». «Материал, переносимый рекою во взвешенном состоянии, в первую голову зависит от характера почв бассейна стока и от количества и интенсивности осадков». Количество подобных цитат мы могли бы без труда умножить, но достаточно просто вдуматься в ряд общеизвестных фактов, как, например, в то, что при равном расходе очень редко количество взвешенных наносов постоянно, особенно если два равных расхода разделены периодом изменявшихся расходов и т. п., чтобы принять наше утверждение об отсутствии однозначной связи между теми величинами и их комплексами, которые пытаются связать все эти теории.

Что же вызывает эту неоднозначность или, правильнее сказать, множественность связей, которая равнозначна отсутствию функциональной зависимости между отдельными факторами, перечисленными выше. Логически это может быть вызвано лишь множественностью причин, которые данными теориями учитываются не в полном объеме. Основной причиной, пренебрегаемой обеими теориями, является в сущности „исторический момент“, которым определяется способ подведения наносов к данному участку реки, а от этого способа зависит при прочих равных условиях и количество возможных переносимых в данном участке реки наносов. Наличие и необходимость учета именно этого фактора ясна из приведенных примеров, которыми мы доказывали неоднозначность связей, устанавливаемых указанными данными теориями.

Постольку, поскольку зависимости, которые пытаются установить рассматриваемые теории, неоднозначны, мы должны говорить уже не о функциональной зависимости, а о стохастической связи, ибо многозначные функциональные связи по вполне понятным причинам ничего общего с установленной неоднозначностью иметь не могут. Как известно, стохастическая связь может установить лишь некоторое среднее значение искомой пе-

ременной, если данная переменная принимает определенное значение. Истинные значения искомой переменной, соответствующие данному значению независимой (если только тут позволено применить этот термин), будут колебаться в известных пределах, амплитуда коих определяется условиями связи; для полного знания закона связи в сущности необходимо знать еще и условные законы распределения искомого переменного при различных значениях переменного независимого. С известным ограничением объема наших знаний можно было бы ограничиться наличием уравнения регрессии и скадастического уравнения. Во всяком случае из теории корреляции известно, что для установления даже уравнения регрессии необходимо иметь весьма много отдельных наблюдений, не говоря уже об скадастическом уравнении. Наличные наблюдения, обосновывающие данные теорий, столь малы, что они совершенно недостаточны для установления необходимых уравнений, характеризующих связь. Затруднения увеличиваются и достигают фактически непреодолимых размеров, если учесть, что для каждой характеристики наносов вид связей в отношении численных параметров будет разным. В особом положении находятся методы второй группы (индийские), которые ввиду особой постановки вопроса исключили оба указанных затруднения.

МЕТОД ДЮБУА-КРЕЙТЕРА

Гидрологические методы развились из предложенной еще в прошлом столетии теории Дюбуа (Du-Boys) *Etude du régime du Rhone et de l'action, exercée par les eaux sur un lit à fond de graviers indéfiniment affouillable. Annales des Ponts et chaussées, 1879*¹.

В основу своих выводов Дюбуа положил понятие так называемой силы влечения, которую аналитически он выразил формулой $S = \gamma H J$. Основой его рассуждения было то, что в потоке равномерной глубины H и уклона J равномерное неукоренное движение возможно лишь в том случае, если силы сопротивления движению, которые представлены внешней силой трения жидкости о дно, равны действующей силе — слагающей веса в направлении движения. Воздействие дна на жидкость, определяющее возможность равномерного движения, равно, очевидно, обратному воздействию жидкости на дно. Отсюда мерой силы воздействия жидкости на дно должна быть, в отнесении на один квадратный метр дна, сила влечения $(\gamma H) J = \gamma H J$. Далее, по теории Дюбуа имеется некоторая минимальная сила влечения, ниже которой движение наносов по дну не может иметь места. Величину этой силы влечения, именуемой „предельной“ по данным Шоеллича, по измерениям Kulturanstalt Nürnberg в естественном залегании характеризуют следующие цифры, где значения предельной силы влечения даны в $кг/м^2$.

¹ Режим р. Роны и действие, оказываемое водой на русло, образованное грабелстыми отложениями.

сов этой реки, но все же количественные результаты, полученные от применения этого прибора, сомнительны. Все же по-прежнему, поскольку этот прибор захватывал наносы, он мог обнаружить наличие влечения в любой вертикали. Если, следовательно, прибор показал нулевое влечение, то на такой вертикали, действительно, влечение должно было быть очень малым, если не нулевым. Далее, на других вертикалях равной глубины, но расположенных в центре сечения, прибор обнаружил максимальное влечение. Таким образом при всех возможных ограничениях в выводах, полученных этим прибором, все же несоответствие теории Дюбуа налицо.

МЕТОД ШОКЛИЧА

Далее, надо упомянуть о работах Шоклича—в лотке, в гидравлической лаборатории в Граце. Они показали, что для однородных наносов закон, выраженный уравнением Дюбуа, верен; для смешанных наносов никакой зависимости типа Дюбуа не выявилось. Далее, этими опытами было показано, что никакого движения наносов слоями по дну не наблюдается. Таким образом и эти наблюдения, правда, в лаборатории, склоняются в отношении единственно важного случая смешанных наносов к отрицанию теории Дюбуа.

Изучая, далее, количественную сторону явления, Шоклич на основании своих лабораторных опытов пришел к выводу, что в прямоугольном русле (лоток) с равномерным по всей ширине влечением наносов количество влекомых в секунду наносов выражается формулой вида:

$$[G = 1,773 b J^2 (Q - Q_0)^1,$$

где Q —расход в водотоке при влечении по дну количества наносов— G в г/сек;

J —уклон водной поверхности;

Q_0 —расход, при котором при данном уклоне только что начинается движение наносов;

b —ширина лотка в см.

В естественном потоке, как уже было сказано выше, наносы движутся по дну крайне неравномерно, причем эта неравномерность не находит никакого объяснения в гидравлике потока ни с точки зрения влекущей силы, ни с точки зрения скоростей. Поэтому Шоклич² справедливо замечает: „Ввиду того, что в естественном потоке ширина полосы влечения наносов по дну, как уже сказано, не может быть предсказана, что состав наносов, смотря по расходу водотока и способу питания его наносами, крайне изменчив и что уклон потока не может быть измерен с необходимой для данного случая точностью, при настоящем уровне наших знаний не может быть, как правило, никакой речи о расчетах с наносами; можно говорить лишь о прикидке“.

¹ Hydraulic laboratory practice, p. 313.

² Der Wasserbau, стр. 135.

Далее, Шоклич предлагает в применении к естественным рекам, не разливающимся нигде из основного русла, для определения общего дебита наносов в течение года применять его формулу, полученную им в лотке в следующем виде:

$$G = y' J^2 \Sigma (Q - Q_0).$$

Если ширина потока не меняется с горизонтом в сколько-нибудь сильном размере, Шоклич предлагает перейти от общих расходов к расходам на погонный метр ширины русла, что при принятии для скорости течения формулы Форхгеймера $V = \frac{1}{n} R^{0.7} J^{0.5}$ приводит к уравнению вида

$$G = y'' \Sigma (H^{1.7} - H_0^{1.7})$$

для влечения наносов на 1 м ширины русла, или на полную ширину b

$$G = y'' b \Sigma (H^{1.7} - H_0^{1.7}).$$

Формула Шоклича, насколько нам известно, не проверена на естественных водотоках, и им самим выдвигается лишь как весьма приближенное решение для прикидок. Мы рассматриваем эту формулу постольку, поскольку она возникла из критики закона Дюбуа именно здесь, хотя по идеям она занимает среднее положение между законом Дюбуа и другими предложенными формулами, которые мы будем рассматривать далее.

Свою формулу Шоклич обосновывает следующим рассуждением: масса приводимых в движение в данный момент наносов по его мнению может быть положена пропорциональной избытку влекущей силы над предельным ее значением для данных наносов. Скорость же влечения Шоклич считает пропорциональной средней скорости на вертикали. Отсюда он приходит к следующему виду выражения:

$$G = \psi' (S - S_0) V = \psi' (H - H_0) J V, \sim$$

где ψ' — коэффициент пропорциональности;

V — средняя скорость на вертикали;

J — уклон;

H — глубина на вертикали;

H_0 — глубина на вертикали в момент начала влечения. Далее, Шоклич указывает на то, что произведение $H_0 V$ можно приближенно заменить произведением $H_0 V_0 = q_0$, что сводится к приблизительному приравняванию скоростей в изучаемый момент и при начале влечения $V \approx V_0$. Сделав эту замену, получим уравнение вида

$$G \approx \psi' J (H V - H_0 V_0)$$

или, если заменить $H V$ через расход q и $H_0 V_0$ через расход q_0 , получим

$$G \approx \psi' J (q - q_0).$$

Возможно, что при опыте в лотке такая замена и была вполне правильна, но справедливо можно сомневаться в возможности такой замены в естественном водотоке. Поэтому вполне прав Шоклич, когда он не предлагает „рассчитывать“ по своей формуле.

Далее надо подчеркнуть, что формула Шоклича обоснована лишь лабораторными опытами, а на естественных реках, насколько нам известно, не проверена вовсе. Сам Шоклич предлагает ее лишь как самое грубое приближение для оценки суммарного годового стока наносов, но не для более детального изучения вопроса.

По вопросу о влекущей силе, которая лежит в основе выводов Дюбуа и в сущности и Шоклича, надо привести мнение столь известного в гидротехнике Энгельса, который прямо отказывается на основании своих опытов в лотках признать за влекущей силой какое бы то ни было физическое значение.

Далее укажем на проверку формулы Дюбуа-Крейтера, которая была сделана Курцманом при его работах на Тиролер-Ахе; к работам Курцмана мы еще вернемся далее при критике других теорий движения наносов, здесь же отметим, что Курцман пришел к отрицанию на основе своих опытов теории Дюбуа. Наши советские ученые также относятся крайне критически к теории Дюбуа, например, М. А. Великанов в книге о „Управлении рек“ определенно говорит: „...во всяком случае никаких данных к утверждению существования прямой пропорциональности между произведением γHJ и эффектом воздействия потока на русло нет“. Далее, в этой книге приводится указание Крея на то, что массовое влечение того типа, как его предполагает Дюбуа, не имеет места.

РАБОТЫ ЛИНКА

Ряд возражений против теории Дюбуа, которая была за последнее время вновь выдвинута работами Крейтера, был давно осознан многими инженерами. Главным моментом, который многих подкупал в пользу теории Дюбуа, была простота ее применения и вытекающих из нее следствий, которые укладывались математически в довольно стройную теорию. Среди самых последних попыток применить теорию Дюбуа надо назвать работу Линка (Link) в журнале „Deutsche Wasserwirtschaft“ за 1925 г. Вопрос о правильности теории Дюбуа ставится в этой работе, как подлежащий доказательству. Линк пытается найти коэффициент пропорциональности для уравнения Дюбуа, которое он пишет в виде:

$$G = \lambda (\gamma J) \int_0^b (H - H_0) H dx \text{ м}^3/\text{сек},$$

где H — глубина реки в данной вертикали;

b — ширина реки;

H_0 — глубина, соответствующая при данном уклоне предельной силе влечения S_0 ;

λ — коэффициент пропорциональности. Курцман для проверки формулы Дюбуа, равно как и других, использовал реку, впадающую в озеро. При этом счастливым природном расположении можно точно по приращению конуса выносов вычислить количество влекомых наносов, так как они все выпадают немедленно в дельте реки (речь идет о донных наносах). Линк пока-

зывает, что такое положение не необходимо. Действительно, если путем замера дна реки на сравнительно большом протяжении удастся установить какое-либо изменение в высоте дна, то это будет обозначать наличие размыва или заиления дна. Это изменение режима дна должно соответствовать либо недостатку, либо избытку силы влечения на данном участке по сравнению с необходимой для влечения всех приносимых сверху наносов. Сила влечения по гидравлическим и гидрологическим элементам может быть всегда исчислена без труда, а значит, мы можем проверить верность теории Дюбуа по такой съемке дна реки.

Если сила влечения действительно имеет то значение, какое ей придавал Дюбуа, то в его формуле коэффициент пропорциональности должен получиться равным постоянной величине, если мы возьмем несколько периодов наблюдений. Отдавая себе полный отчет в том, что величины, необходимые для подстановки в формулу Дюбуа, не могут быть получены с сколько-нибудь достаточной точностью, если они будут взяты по одному сечению в начале и в конце участка, Линк берет среднее значение интеграла для первого рассматриваемого участка и для последнего. Далее, по съемкам дна он исчисляет общее накопление наносов по отдельным километрам участка и суммарное от середины первого километра до середины последнего; это приходится делать, ибо значения интеграла влечения вычислены средние для первого и последнего километра.

Количество наносов, отложившееся на участке от середины первого до середины последнего километра, равное M куб. метров, должно быть равно, очевидно, разности интегралов влечения среднего для первого и последнего километра. Это выразится аналитически в форме:

$$M = G_{пер} - G_{посл} = \lambda \left[(\gamma J_{пер}) \int_{T_1}^{T_2} \int_0^b (H - H_0) H dx dT - (\gamma J_{посл}) \int_{T_1}^{T_2} \int_0^b (H - H_0) H dx dT \right],$$

где λ — постоянный по теории Дюбуа коэффициент, зависящий от состава наносов, но не зависящий от их количества. Отсюда значение λ получится по уравнению:

$$\lambda = \frac{M}{\left[\int_{T_1}^{T_2} \int_0^b (H - H_0) H dx dT \right] (\gamma J_{пер}) - \left[\int_{T_1}^{T_2} \int_0^b (H - H_0) H dx dT \right] (\gamma J_{посл})} = \frac{M}{(\gamma J_{пер}) Z_{пер} - (\gamma J_{посл}) Z_{посл}}.$$

Линк располагал значениями M за 1907/08 г. и 1908/09 г., а значит, и суммой за эти годы. Значения разности и интегралов влечения он также мог вычислить за те же периоды. Таким образом по рассуждению Линка он имел три зависимости типа

$$\lambda = \frac{M}{(\gamma J_{пер}) Z_{пер} - (\gamma J_{посл}) Z_{посл}}$$

для определения коэффициента λ . Трудность по его мнению заключалась лишь в том, что значение H_0 , или, что то же, S_0 , при котором при данном уклоне еще не начинается влечение, не было известно. Эту трудность Линк думает обойти тем, что принимает для S_0 три значения $S_0 = 1; 2; 3$. Каждому из этих трех значений S_0 соответствует одна система значений λ в числе трех за 1907/08, 1908/09 г. и за период 1907—1909 гг. То значение S_0 будет верным, при котором все три ему соответствующих значения λ будут равны между собою. Линк исходит из следующих значений уклонов и суммарных отложений от начала участка до середины первого и последнего километра.

ТАБЛИЦА 59

Суммарные отложения от начала участка в м³

Километры от начала участка	1907/08 г.	1908/09 г.	1907—1909 гг.
8—9 при уклоне 0,00178	28 100	10 900	39 000
2—3 при уклоне 0,00147	1 200	100	1 300
Отложение от середины первого (2—3) километра до середины последнего M	26 900	10 800	37 700

Дальнейшие вычисления интегралов влечения ясны из следующей таблицы:

ТАБЛИЦА 60

Г о д ы	Предельная сила влечения S_0	Значения интегралов влечения $(\gamma J) Z = \left[\int_{T_1}^{T_2} \int_0^b (H - H_0) H dx dT \right] (\gamma J)$		Разность $\Delta = (\gamma J_{пер}) Z_{пер} - (\gamma J_{посл}) Z_{посл}$	λ
		перв. кил.	посл. кил.		
1907/08	1	2 500	1 570	930	29
	2	1 440	510	930	29
	3	440	138	302	89
1908/09	1	1 830	980	850	13
	2	850	230	620	17
	3	180	48	132	82
Период 1907—1909	1	4 340	2 580	1 780	21
	2	2 280	730	1 550	24
	3	630	186	444	85

Исходя из этой таблицы, Линк признал, во-первых, что значение для S_0 надо принять равным $S_0 = 3$, а во-вторых, что теория Дюбуа в общих чертах верна. Основой для обоих заключений служит тот факт, что при $S_0 = 3$ все три значения для коэффициента λ получились примерно равными 89; 82; 85.

Следствия, которые из данных величины вывел Линк, совершенно не обоснованы. Дело в том, что значение M за период двух лет, 1907—1909 гг., очевидно, равно сумме значений M для 1907/08 и для 1908/09 г. Далее ясно, что интеграл влечения типа

$$(\gamma J_{\text{пер}}) \int_{T_1}^{T_2} \int_0^b (H - H_0) H dx dT = (\gamma J_{\text{пер}}) Z_{\text{пер}}$$

за период двух лет может быть представлен как сумма двух интегралов влечения, т. е.

$$[(\gamma J_{\text{пер}}) Z_{\text{пер}}]_{1907/09} = [(\gamma J_{\text{пер}}) Z_{\text{пер}}]_{1907/08} + [(\gamma J_{\text{пер}}) Z_{\text{пер}}]_{1908/09}.$$

Отсюда и разность Δ за период двух лет равна сумме разностей за отдельные годы, составляющие период. Обе эти зависимости и для M и для разности Δ абсолютно математически точны. В таблице Линк, проделывая все вычисления и для отдельных лет и для периода двух лет, получает приблизительно эти зависимости, но благодаря неизбежным ошибкам вычислений они не получились вполне точными. Ясно, что Линк не заметил указанных нами только что зависимостей, иначе он не проделывал бы бесполезную вычислительную работу.

Далее, если путем подбора значения S_0 мы получим для отдельных лет равные значения коэффициента λ , что при двух годах, очевидно, всегда возможно, то отсюда по свойству равных отношений вытекает:

$$\begin{aligned} \lambda_{1907/09} &= \frac{M_{1907/09}}{\Delta_{1907/09}} = \frac{M_{1907/09} + M_{1908/09}}{\Delta_{1907/08} + \Delta_{1908/09}} = \frac{M_{1907/08}}{\Delta_{1907/08}} = \\ &= \frac{M_{1908/09}}{\Delta_{1908/09}} = \lambda_{1907/08} = \lambda_{1908/09}. \end{aligned}$$

Таким образом мы видим, что попытка обосновать значение S_0 по двум отдельным годам наблюдений и по их сумме не только ничего не доказывает, но прямо вводит читателей в заблуждение, давая иллюзию обоснованности там, где ее нет. При типе формулы Дюбуа способ Линка по необходимости должен был дать видимость положительных результатов независимо от правильности закона Дюбуа при двух независимых годах наблюдений.

Далее, надо подчеркнуть, что оба года мы имеем тут отложения, и притом значительные, на всем протяжении участка. Это указывает на то, что участок, вероятно, пришелся на конус выносов. Наконец, если бы даже, допуская верность закона Дюбуа, сила влечения на данном участке превзошла минимум, необходимый для влечения наносов, уже двигавшихся выше данного

участка, то, вероятно, при небольшом избытке никакого размыва не произошло бы, ибо для разматывания нужны гораздо большие скорости, чем для влечения. Таким образом в последнем случае мы получили бы выпадающее из общего ряда значение коэффициента λ . Это сводится к отсутствию однозначности зависимостей, которые пытается установить закон Дюбуа. Последний дефект, как уже показано ранее, присущ данному методу логически. Совершенно ясно, что попади Линк на участок углубляющийся, он получил бы совершенно другие значения параметров. Оканчивая на этом обзор работ, стоящих в связи с методом Дюбуа-Крейтера, мы должны признать, что он никоим образом не может быть признан не только верным, но сколько-нибудь объективно обоснованным.

РАБОТЫ КУРЦМАНА

Перейдем теперь к работам Курцмана на Тиролер-Ахе. Курцман ставил себе совершенно объективную задачу проверить закон Дюбуа и, если он не окажется верным, осветить и другие зависимости, имеющиеся в литературе.

Природные условия на Тиролер-Ахе были исключительно благоприятны для подобных исследований. Река впадает в озеро, где практически выпадают все ее наносы, кроме мельчайших глинистых частиц, и заведомо все донные наносы. Курцман подобно Крейтеру занимался одними донными наносами и по не совсем понятным причинам обошел взвешенные наносы, посвятив им в своей интереснейшей работе всего полстранички. Взвешенные наносы, повидимому, только постольку интересовали Курцмана, поскольку для определения объема донных наносов надо было попутно оценить объем взвешенных наносов.

Объем пронесенных рекою наносов определялся по объему конуса выносов (дельта) или вернее по приращению его. Съемка конуса, выносов производилась четыре раза. Даты, к которым можно приурочить съемку, следующие: 1/III 1909 г.; 1/XI 1909 г.; 1/I 1911 г.; 31/XII 1913 г. Таким образом Курцман мог получить три самостоятельных периода для вывода параметров и три суммарных. Курцман, очевидно, понимал, что суммарные периоды не могут дать чего-либо нового по причинам, аналогичным изложенным нами в критике работ Линка, почему он и приводит в своих подсчетах лишь один суммарный период с 1/III 1909 г. по 31/XII 1913 г.

Фактический материал обмера объемов конуса выносов дал после разделения общего объема на наносы взвешенные и донные величины, приводимые в табл. 61. В данном месте уместно сказать, что разделение общего объема на объем наносов донных и взвешенных требовал принятия известных допущений, которые мы не приводим здесь ввиду их малого интереса для нашей работы, но все же считаем необходимым подчеркнуть, что эти допущения логически вполне приемлемы, и иных в данных условиях, пожалуй, нельзя и мыслить.

ТАБЛИЦА 61

Период	Количество [дней в периоде]	* Количество донных наносов за период в м ³	Количество взвешенных наносов в м ³
С 1/III 1909 по 31/X 1909 гг. .	245	43 740	67 500
1/XI 1909—31/XII 1910 гг. . .	426	101 040	133 500
1/I 1911—31/XII 1913 гг. . . .	1 096	249 740	304 500
За весь период	1 767	394 520	505 500

Отсюда видно, что в данной реке взвешенные наносы составляют более половины всех наносов, почему некоторое пренебрежение ими можно объяснить лишь тем, что Курцман ставил себе задачей лишь проверку существующих теорий, а они все относятся, начиная с теории Дюбуа, к донным наносам. Об индийских работах Курцман, безусловно, не знал, а то бы он не преминул проверить их. К критике методики определения постоянных и однозначности устанавливаемых связей Курцман не подошел; таким образом его работа носит отпечаток объективности лишь добросовестного наблюдателя, не более того. Но по интересу заключенных в ней фактических данных эта работа должна быть поставлена, пожалуй, на одно из первых мест в ряде работ немецкой школы инженеров.

Курцман начинает с приложения к своему ряду наблюденных количеств донных наносов формулы Дюбуа-Крейтера. Гидравлические элементы, необходимые для вычисления интегралов влечения, Курцман выписывает в виде сумм

$$gr = \psi \cdot 86\,400 \sum_0^T S (S - S_0) \Delta t,$$

где коэффициент ψ , сохраняя прежние наши обозначения, имеет величину $\psi = \lambda$, а Δt берется в сутках. Расходы влечения определялись им по одному сечению у Баумгартена (Baumgarten). Этот момент делает его методику несколько уступающей методике Линка по первому взгляду, но если мы учтем, что и в работе Линка в сущности измерения расходов делались лишь в одном сечении, то это кажущееся преимущество почти отпадает. Правда, для применения формулы Дюбуа нам надо иметь лишь промеры русла и нивелировку горизонта воды, что в случае Тироleder-Ахе также можно было сделать не в одном сечении, а в нескольких. Но достоянку, поскольку измерение уклонов с необходимой точ-

ностью весьма трудно, они явятся дополнительной причиной ошибок; при работе же по гидравлическим элементам одного сечения необходимость знать уклон отпадает, если принять, что он не меняется с горизонтом, что делает и Линк; таким образом если принять, что участок, в котором расположен расчетный профиль, достаточно равномерный, что по свидетельству Курцмана имело место, то едва ли метод, примененный Курцманом, много уступит методу подсчета интегралов влечения, примененному Линком.

Подсчет Курцмана показал, что коэффициент ψ в формуле Дюбуа не остается постоянным и равен для последовательных периодов 158, 159, 145, а для всего периода 153. Такое различие этих коэффициентов, которые при справедливости теории Дюбуа должны были оставаться постоянными, не побуждает Курцмана делать сомнительные исправления во влекущей силе, которая им была определена фактически по началу движения наносов, а приводит его к правильному выводу о несостоятельности теории Дюбуа. Конечно, одних этих цифр было бы для такого категорического отрицания теории Дюбуа недостаточно, но если сопоставить их с рядом других возражений против этой, популярной некогда, теории, то заключение Курцмана можно признать основательным. Сам Курцман как будто отклоняет теорию Дюбуа лишь на основе своих наблюдений, но вероятно, хотя это из его слов прямо и не видно, на его вывод в этом отношении повлияли и другие соображения, которые нами приведены выше и не могли быть неизвестны Курцману.

МЕТОД ГОГЕНБУРГЕРА

Отклонив теорию Дюбуа, Курцман переходит к анализу своих наблюдений в свете иных теорий влечения донных наносов. Среди них он, во-первых, останавливается на довольно старинной формуле Гогенбургера (Hohenburger), предложенной им еще в конце прошлого столетия. Гогенбургер исходит из общего понятия работы воды на данном участке реки и приравнивает ее работе веса воды при падении ее на h метров, где h есть общее падение водной поверхности на данном участке. Секундный расход Q при протекании по рассматриваемому участку совершит работу $\gamma h Q$, где γ — удельный вес воды. Из этой работы по идее Гогенбургера часть тратится на перемещение самой воды, часть же — на движение наносов. Движение наносов начинается, говорит Гогенбургер, с некоторого расхода Q_0 ; при всех расходах, низших чем Q_0 , движения наносов не будет, поэтому весь период расходов, меньших Q_0 , нас не может интересовать. В течение времени, когда расход более Q_0 , Гогенбургер полагает, что часть работы, равная $\gamma h Q_0$, тратится на движение самой воды, причем эта часть остается при всех расходах постоянной. Остальная же работа воды тратится на влечение наносов. Эта последняя часть составит для веса воды, равного секунднему расходу Q ,

$$\gamma h (Q - Q_0),$$

а для суток:

$$86\,400 \gamma \cdot h \cdot (Q - Q_0).$$

В течение целого рассматриваемого периода работа реки на влечение донных наносов выразится в виде $86\,400 \gamma \cdot h \sum_{T_1}^{T_0} (Q - Q_0) \Delta t$,

где суммирование распространяется лишь на время влечения наносов, а Δt обозначает количество суток с расходом Q .

За рассматриваемый период река пронесла некоторый объем наносов G_T , куб. метров. Этот объем, проходя по рассматриваемому участку длиной l метров, преодолевает сопротивление трению, которое по Гогенбургеру определяется выражением вида

$$f \cdot l (\gamma_2 - \gamma) G_0,$$

где γ_2 — удельный вес наносов;

γ — удельный вес воды;

f — коэффициент трения наносов по дну.

Работу реки по влечению наносов, равную $86\,400 \gamma \cdot h \sum_{T_1}^{T_0} (Q - Q_0) \Delta t$, Гогенбургер приравняет работе сил трения по пути наносов, равной $fl (\gamma_2 - \gamma) G_0$, и приходит к равенству

$$fl (\gamma_2 - \gamma) G_0 = 86\,400 \gamma h \sum_{T_1}^{T_0} (Q - Q_0) \Delta t.$$

Отсюда количество влекомых по дну наносов получается по Гогенбургеру равным

$$G_T = 86\,400 \frac{\gamma}{f} \frac{h}{l} \frac{1}{\gamma_2 - \gamma} \sum_{T_1}^{T_0} (Q - Q_0) \Delta t,$$

или, если учесть, что выражение (для данного участка изучаемой реки)

$$\frac{\gamma}{f} \frac{h}{l} \frac{1}{\gamma_2 - \gamma} = \frac{\gamma}{f} J \frac{1}{\gamma_2 - \gamma}$$

можно принять постоянным и обозначить коэффициентом φ , получим

$$G_T = 86\,400 \varphi \sum_{T_1}^{T_0} (Q - Q_0) \Delta t.$$

Если теория Гогенбургера верна, то этот коэффициент φ должен для данного участка для любых периодов равняться постоянной величине. В наблюдениях Курцмана для трех отдельных периодов получились значения этого коэффициента соответственно 182, 180 и 176, а для суммарного периода 176. Таким образом как будто теория Гогенбургера достаточно оправды-

вается. Если подчитать рассеяние ряда этих четырех величин, то мы получим всего 1,7%, в то время как ряд коэффициентов для формулы Дюбуа дает рассеяние 14,4%.

Несмотря на такое блестящее, сказали бы мы, совпадение, Курцман не считает теорию Гогенбургера достойной окончательного признания. Во-первых, он выдвигает против нее то возражение, что при практических подсчетах, если не ограничивать их данным участком реки, надо знать либо величину h падения реки, либо ее уклон J . Определение уклона ввиду его крайней переменности требует некоторого осреднения, а такой процесс может внести в расчет излишние источники ошибок. Конечно при этом нельзя говорить о подчете по одному сечению, что делал Курцман, почему он сам и не придает большого значения малому рассеянию значений коэффициента по Гогенбургеру. Далее, Курцман возражает против самой структуры и вывода формулы Гогенбургера.

Ход рассуждений Курцмана следующий. Рассмотрим работу воды за некоторый период Δt . При скорости воды u работа секундного расхода Q будет, очевидно, равна $\gamma J (Q - Q_0) u \Delta t$, где $J u \Delta t$ — путь веса воды γQ . За тот же период Δt секундный расход наносов G передвинется вниз по течению на длину $v \Delta t$, на что потребуется затратить работу $f (\gamma_2 - \gamma) G v \Delta t$. Приравнивая эти две работы, Курцман получает исправленное уравнение Гогенбургера:

$$f (\gamma_2 - \gamma) G v \Delta t = \gamma J (Q - Q_0) u \Delta t.$$

Так как далее скорости воды u и наносов v не равны между собой и отношение между ними при разных расходах будет совершенно различное, то их нельзя взять за знак суммы в равенстве работ за целый период, т. е. в равенстве вида

$$f (\gamma_2 - \gamma) \sum_{T_1}^{T_2} G v \Delta t = \gamma J \sum_{T_1}^{T_2} (Q - Q_0) u \Delta t.$$

Отсюда следует, что уравнение Гогенбургера неверно. Далее, ввиду сложности исправленного уравнения, для которого необходимо знать средние скорости и воды и наносов, Курцман его признает неприемлемым.

Нам кажется, что критика Курцмана неосновательна и основана на недоразумении. Действительно, поскольку средняя скорость воды много больше, чем скорость наносов, ясно, что вода как бы обгоняет наносы. Поэтому данный секундный расход Q , проходя по участку $u \Delta t$, воздействует не только на вес секундного расхода наносов G , но, обгоняя его, действует, вызывая движение вниз, и на другие порции донных наносов, расположенные вниз по течению от первой порции G . Таким образом уравнение, исправленное Курцманом, приравнивает две в сущности неравные величины. Мы считаем, что обоснование Гогенбургера при всей его простоте правильно, а значит, корректив Курцмана неправилен.

Интересно отметить, что в сущности уравнение Гогенбургера практически идентично с уравнением, предложенным Шокличем. Действительно, уравнение Гогенбургера можно переписать в виде

$$G = \frac{h}{l} \frac{\gamma}{f(\gamma_0 - \gamma)} 86\,400 \sum_{T_1}^{T_0} (Q - Q_0) \Delta t = J \varphi_0 \sum_{T_1}^{T_0} (Q - Q_0) \Delta t = \\ = \varphi 86\,400 \sum_{T_1}^{T_0} (Q - Q_0) \Delta t,$$

уравнение Шоклича напишется со своей стороны в виде

$$G = \varphi' J^2 \sum (Q - Q_0) \Delta t = (\varphi' J) J \sum (Q - Q_0) \Delta t,$$

отсюда, если коэффициент φ_0 в уравнении Гогенбургера приравнять коэффициенту $\varphi' J$ в уравнении Шоклича, то оба они совпадут. По прямому смыслу идей Гогенбургера коэффициент φ_0 должен бы быть постоянным, но в уравнение Гогенбургера можно внести некоторый, правда, небольшой, корректив, который еще более сблизит оба уравнения. Действительно, в выводе Гогенбургера не учтена работа веса самых наносов на пути l . Если ее учесть, а она ведь способствует движению так же, как и вес воды, то мы получим основное уравнение в виде

$$f(\gamma_2 - \gamma) Gl = h\gamma(Q - Q_0) + (\gamma_2 - \gamma) hG,$$

или, преобразуя

$$(\gamma_2 - \gamma)(f - J)G = \gamma J(Q - Q_0), \quad G = \frac{\gamma J}{f - J} \frac{86\,400}{\gamma_2 - \gamma} \sum (Q - Q_0) \Delta t.$$

Замечая, далее, что величина J практически невелика по сравнению с f , можно написать

$$G = J\gamma \frac{f + J}{f^2} \frac{86\,400}{\gamma_2 - \gamma} \cdot \sum_{T_1}^{T_0} (Q - Q_0) \Delta t = \\ = J \left[\frac{\gamma}{\gamma_2 - \gamma} \frac{f + J}{f^2} 86\,400 \right] \sum_{T_1}^{T_0} (Q - Q_0) \Delta t.$$

Таким образом мы видим, что при уточнении коэффициент φ_0 в уравнении Гогенбургера уже не постоянен, но растет с увеличением уклона, что совпадает качественно с выражением для этого коэффициента по Шокличу.

Если применить уравнение Гогенбургера и Шоклича к одному и тому же участку реки, не задаваясь желанием определить значение коэффициента φ_0 или φ' , то необходимость рассматривать уклон в уравнении отпадает, и оба уравнения, принимая вид $G = 86\,400 \varphi \sum (Q - Q_0) \Delta t$, совпадают полностью. Отсюда ясно,

что проверка уравнения Гогенбургера, сделанная Курцманом, одновременно является проверкой уравнения Шоклича. Наблюдения Курцмана на Тиролер-Ахе, таким образом, можно считать, что подтвердили уравнение Шоклича вполне (за исключением квадратной зависимости количества наносов от уклона). Конечно, это подтверждение не устраняет общего возражения, основанного на неоднозначности связей. Если же явление протекает в условиях естественным образом, устраняющим эту неоднозначность, то в таких случаях для донных наносов уравнение Гогенбургера-Шоклича, повидимому, значительно лучше улавливает связи, чем закон Дрюба. Не надо, однако, забывать, что проверка сделана лишь по одному наблюдению, чего, конечно, для окончательного суждения недостаточно.

МЕТОД ГРЮНГУТА-ГАРТМУТА

Курцман, отказавшись от признания уравнения Гогенбургера, переходит к анализу других предложений. Следующей по порядку является формула Грюнгута (Grüngut). Грюнгут исходит из положения, что воздействие потока на лежащие на дне частицы пропорционально квадрату скорости, а значит, живой силе действующей на нее воды. В сущности тут должны были бы фигурировать донные скорости, но принимая пропорциональность между донными и средними скоростями потока, что в известном пределе допустимо, можно положить, что воздействие потока на наносы пропорционально живой силе потока. Поэтому Грюнгут пишет, что количество пронесенных за данный период наносов выражается формулой вида

$$G_t = X \frac{86400}{2g} \sum_0^T Q v^2 \Delta t = X \left\{ \sum_0^T Q v^2 \Delta t \right\}$$

Конечно, вывод Грюнгута далеко не безупречен. От признания, что воздействие на частицу пропорционально квадрату скорости донной или приближительной средней, еще очень далеко до признания пропорциональности между количеством влекомых наносов и живой силой самого потока. В данном случае переход этот правильнее отнести к области интуиции, чем логики. Далее ясно, что живая сила потока, в то время как он не влечет наносов, никакого влияния на общее влечение иметь не может, почему ее вводить в расчет не следует; между тем, Грюнгут распределяет суммирование на все время независимо от наличия влечения. Нет поэтому ничего удивительного в том, что его формула не дает сколько-нибудь точных результатов. Постоянный коэффициент в формуле Грюнгута получился по наблюдениям на Тиролер-Ахе равным за отдельные периоды соответственно 360, 354, 385, а за суммарный период 867. Этот ряд имеет рассеяние, равное 3,6%, т. е. вдвое больше, чем для формулы Гогенбургера.

Неточность формулы Грюнгута в отношении учета работы реки во время отсутствия влечения была исправлена Гартмутом (Hart-

ми), который предложил распространить суммирование лишь на период действительного влечения наносов по дну. При этом формула принимает вид

$$G_{T_0} = \omega \xi \sum_{T_1}^{T_0} Q v^2 \Delta t;$$

подсчет коэффициента ω на основе наблюдений для Тиролер-Ахе привел к следующему ряду цифр: для отдельных периодов 425, 440, 449, а для суммарного периода 445. Ряд этот обладает рассеянием всего 2,4%, т. е. практически столь же малым, как и ряд коэффициентов в формуле Гогенбургера.

Курцман пытается усовершенствовать формулу Гартмута аналогично идеям Гогенбургера. Именно: он делает предположение, что часть энергии движения, выражаемой живой силой потока, необходима для движения самой воды, а потому не может учитываться, как вызывающая движение наносов. За такую часть Курцман принимает живую силу потока при начале движения наносов. Тогда формула влечения примет вид

$$G_{T_0} = \beta \xi \sum_{T_1}^{T_0} (Q v^2 - Q_0 v_0^2) \Delta t.$$

Если в свете этой формулы осветить результаты измерений на Тиролер-Ахе, то мы получим следующий ряд коэффициентов: 794; 720; 706 для отдельных лет и 715 для общего периода. Рассеяние этого ряда равно 5,5%. Таким образом это уточнение, предложенное Курцманом, не дает хороших результатов. Курцман объяснил это вполне логично тем, что часть общей энергии, необходимая для поддержания движения самой воды, не постоянна, как это предполагает последняя формула и формула Гогенбургера, а растет вместе с увеличением расхода. Если сделать допущение, что эта часть пропорциональна общей энергии, то окажется, что формула без последнего уточнения более правильна, чем с ним. Таким образом этот последний факт выдвигает против формулы Гогенбургера новое и очень важное возражение.

Подводя итог работам Курцмана, приходится сказать, что в случае признания возможности формул подобного типа вообще, т. е. если пренебречь ошибками от возможной неоднозначности связи, то наиболее правильной надо признать формулу Гогенбургера-Шоклича и исправленную формулу Грюнгута. Мы склонны считать, что ошибки от неоднозначности связей могут быть столь велики, что на основе одной работы, даже столь надежной, как рассматриваемая, нельзя решить этого вопроса. Одно лишь может быть сказано — именно, что закон Дюбуа, вероятно, неправилен.

Переходя к вопросу о возможности применить некоторые из приведенных формул к случаю заиления бьефа на р. Волге, мы можем лишь констатировать довольно неблагоприятное положение, ибо все эти формулы в основном подобно указанию Шоклича

применимы лишь к определению суммарного годового стока наносов при данном стоке воды. Ничего в отношении более детального освещения вопроса они дать не могут (если не идти на сомнительные предположения). Даже если допустить некоторые априорные предположения, то их можно было бы применить к р. Волге лишь в том случае, если бы были известны их коэффициенты для наносов типа волжских. Но именно этого и нет.

Все же, если бы данные о коэффициентах можно было вывести, то путь применения был бы следующий: надо подсчитать величину работы реки в подпертом бьефе по Гогенбургеру или Грюнгуту и подсчитать количество наносов, возможное к влечению в отдельных точках реки. Все количество наносов, приносимое сверху рекою и превышающее эти подсчитанные количества, отложится. Вся трудность была в том, что при том процессе прерывистого влечения по дну, как он описывается Лохтиным, донные наносы при высокой воде поднимаются в плесе, и их количество придется определять по величине работы реки в плесе после ее подпора. На том участке, где подпор распространяется лишь в межень и где его нет в высокую воду, условия начала движения донных наносов в плесах не изменятся по сравнению с естественным состоянием. Во всяком случае мы при наличии размыва в плесах и отложения на перекатах будем иметь, несомненно, разные постоянные коэффициенты для плеса и переката в формулах влечения. Последнее положение есть следствие неоднозначности связи.

Практически на основе возражений против формул подобного типа в связи с неоднозначностью связей мы полагаем, что применение любой из них даст одинаково неверные результаты, если только не иметь полной расшифровки указанной неоднозначности, что возможно лишь на базе столь большого числа наблюдений, что их просто невозможно произвести. Такие наблюдения должны были бы содержать материал, позволяющий определить коэффициенты в какой-либо формуле типа Гогенбургера или Грюнгута для самых разнообразных способов питания данного участка реки наносами как взвешенными, так и донными; питание взвешенными наносами необходимо знать, ибо их количество в воде влияет на силу ее воздействия на донные наносы.

Таким образом мы приходим к признанию полной невозможности воспользоваться приведенными формулами для наших целей.

РАБОТЫ ШАФЕРНАКА

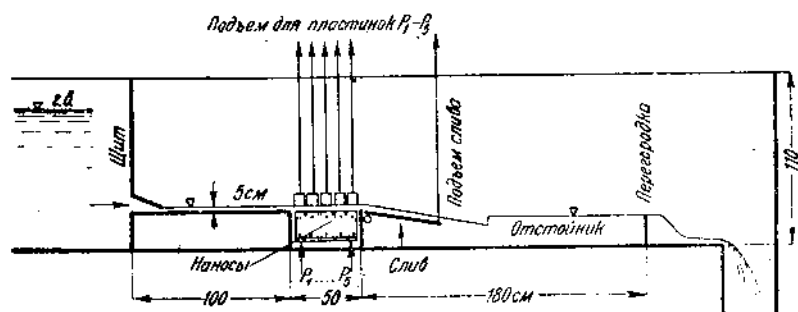
В связи с этими работами необходимо разобрать и лабораторное исследование Шафернака (Schaffernak), *Neue Grundlagen für die Berechnung der Geschiebeführung*¹. Шафернак уже имел представление о работах Курцмана и Шеклича и стремился к более логическому решению вопроса. А priori можно сказать, что количество донных наносов должно быть связано с донной

¹ Новые основы расчета движения донных наносов.

скоростью, ибо эта последняя и является в сущности причиной движения наносов по дну. Уже давно размывающие скорости приводились в виде донных скоростей, а не средних, как это некогда делалось. Таким образом идеи Шафернака по существу не были новыми.

Опыт был поставлен Шафернаком в следующем виде (фиг. 64).

Вода очень тонким слоем выпускалась из-под щита на дно лотка. При такой постановке можно принять, что скорости воды по всей глубине были одинаковыми. Вода далее протекала над небольшим ящиком с наносами и уносила их постепенно из ящика. Чтобы при этом не образовалось в дне понижения, ящик путем специального устройства поднимался по мере уноса наносов из него. Специальные меры принимались для предотвращения размыва в момент пуска воды.

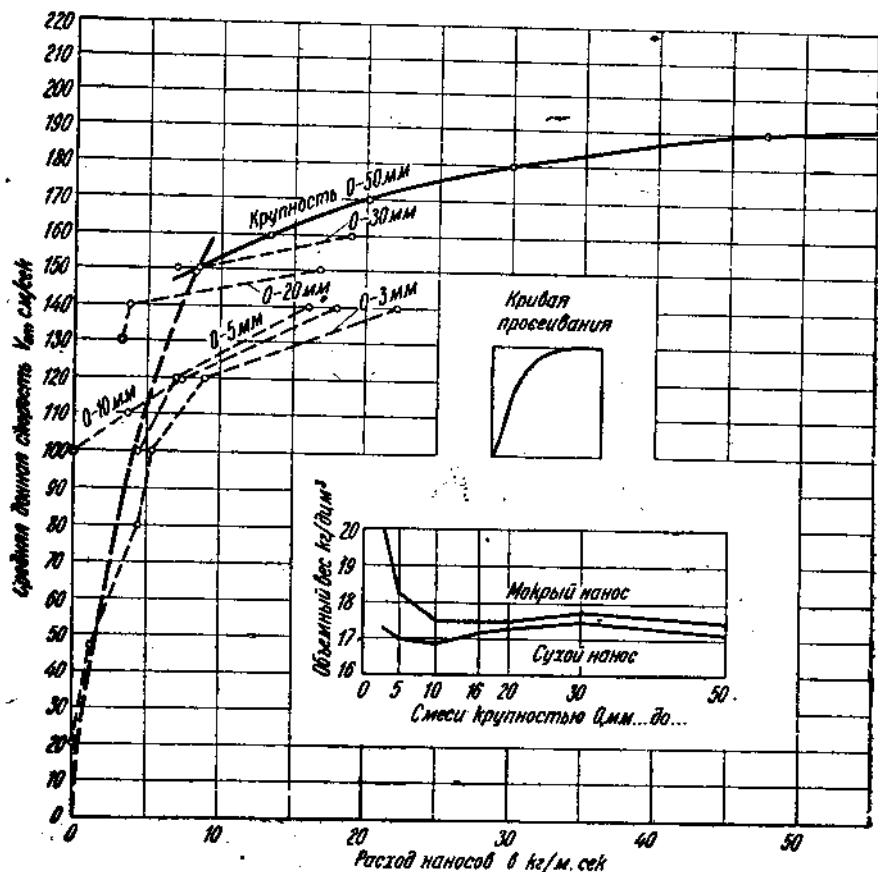


Фиг. 64. Опытная установка Шафернака.

Надо сказать, что получаемая при таком устройстве картина резко отличается от наблюдаемой в реке. Дело в том, что в придонном слое имеет место наибольшее изменение скоростей. Этот градиент скорости по мнению многих ученых является главной причиной взвешивания, и не будет ничего удивительного, если его влияние будет велико и на влечение по дну. Между тем, в опытах Шафернака именно этот градиент отсутствовал. Если вдуматься внимательно в описание явления влечения, которое имеется в работе самого Шафернака, то станет ясно, что он сам приписывает огромное значение некоторому взвешиванию, которое наступает несколько раньше начала влечения. Это взвешивание сам Шафернак ставит в связь с образованием вихрей, а это последнее, как известно, стоит в связи с градиентом скорости. Таким образом сами опыты Шафернака приводят к необходимости признать крупное влияние на влечение по дну за градиентом скорости, что сразу ставит результаты его опытов под знак вопроса.

Путем наблюдений в описанном лотке Шафернак устанавливает связь между донной скоростью и количеством донных наносов на единицу ширины лотка. Эти зависимости он дает в форме графиков, один из которых дан на фиг. 65. Далее, Ша-

Шафернак рекомендует величину донных скоростей определять в каждом отдельном случае наблюдением и строить кривую связи донной скорости с горизонтом, а потом по донной скорости определять количество наносов. Учитывая, однако, трудность такого пути, Шафернак сделал очень интересную попытку установить значение донной скорости по уклону и средней глубине t_m . Анализ проведен им графически на логарифмической клетчатке; этот график дан нами на фиг. 66. По оси абсцисс отложены произведения $t_m J$, а по оси ординат — средние донные скорости. При построении этого графика Шафернак брал для



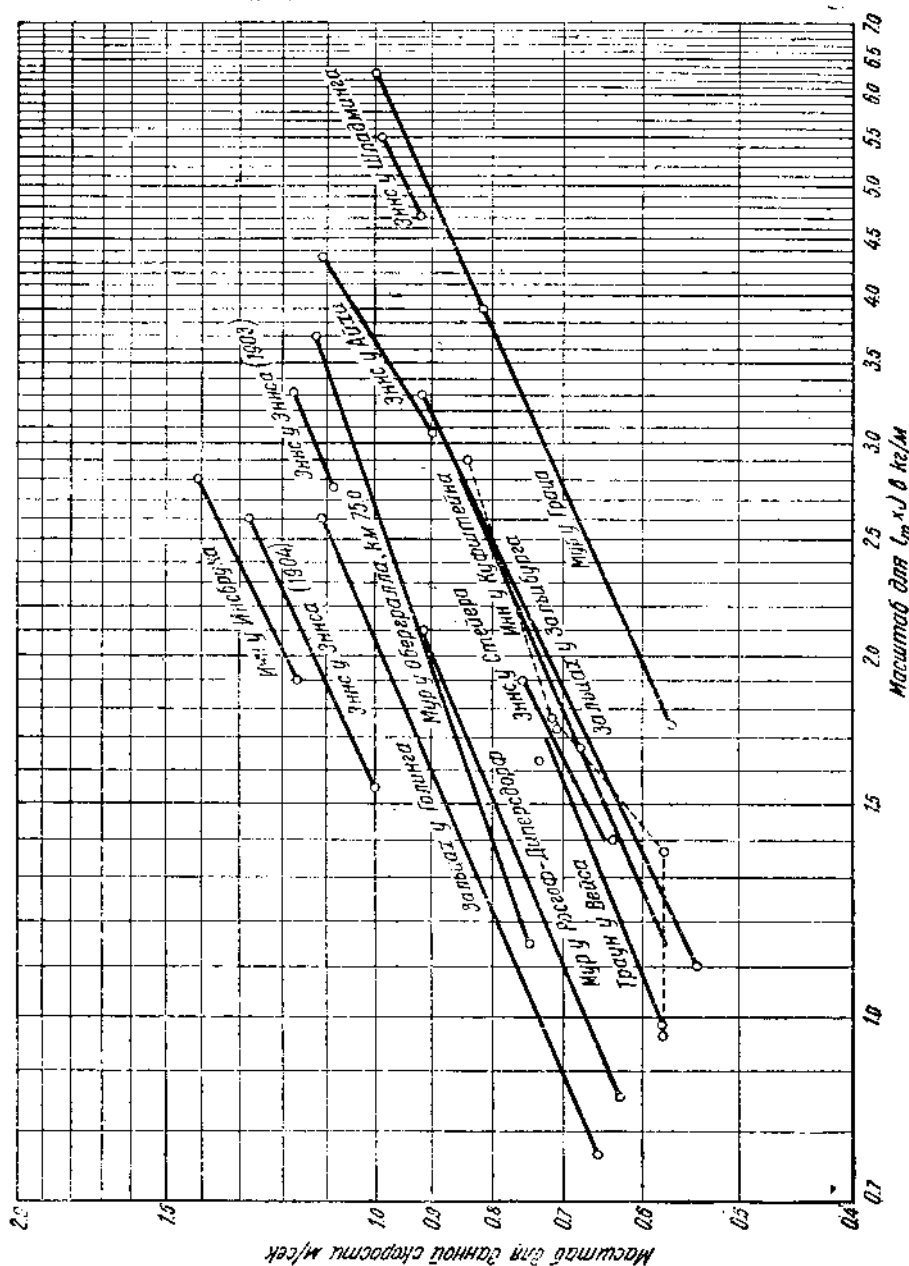
Фиг. 65. График связи между средней донной скоростью и расходом наносов.

наждою изучаемого участка реки лишь те наблюдения, которые давали примерно постоянный уклон. Получилось, как видно, семейство прямых, т. е. связь может быть выражена уравнением¹

$$v_m = k(t_m J)^\alpha.$$

¹ Пределы исследования $0,5 \text{ м/сек} < v_m < 1,4 \text{ м/сек}$,
 $0,8 \text{ кг/м}^2 < t_m J < 6,0 \text{ кг/м}^2$,
 $20 \text{ м} < b < 300 \text{ м}$.

Значение показателя α получилось равным $\bar{\alpha}$ среднее 0,45 с рассеянием 14,2%, а коэффициента k равным 0,63 с рассеянием 21,7%.



фиг. 66. График связи между средними глубинами и уклонами и средними донными скоростями рек,

Имея эти значения, которые не назовешь точными, Шафернак вполне законно округляет показатель и получает значение

донной скорости в виде выражения

$$v_{\text{дон}} = 0,63 (t_{\text{дон}} J)^{0,5}.$$

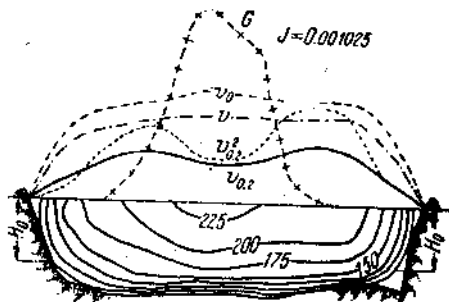
Очень интересно подчеркнуть, что к этой зависимости приходит теория турбулентного движения, как это видно из книги М. А. Великанова „Выправление рек“. Таким образом в работе Шафернака мы находим интересное подтверждение теории турбулентного движения жидкости. Из этой зависимости Великанов выводит, что диаметры влекомых по дну частиц пропорциональны влекущей силе по Дюбуа. Тут же Великанов говорит: „Такое положение, безусловно, верное, отнюдь не дает нам право по „влекущей силе“ γJH рассчитывать общий размыв русла, так как закон Эри говорит лишь о размере отдельных частиц, но не о количестве влекомых частиц“.

Установив приблизительно, что донная скорость пропорциональна корню квадратному из произведения $t_{\text{дон}} J$ или „влекущей силы“, Шафернак, рассматривая графики влечения типа, изображенного на фиг. 65, приходит к выводу, что после перелома кривой влечения количество наносов растет примерно пропорционально квадрату донной скорости, а отсюда следует, что оно будет расти пропорционально средней глубине.

Перелом соответствует моменту, когда все фракции данной смеси приходят в движение, а ниже перелома движутся лишь некоторые фракции.

Отсюда Шафернак делает заключение, что влечение не может быть пропорционально произведению вида $(HJ - H_0 J_0) HJ$, как этого требует теория Дюбуа, а значит, говорит он, теория эта неверна. Правда, для мелких наносов он считает на основе своих опытов, что качественные признаки как будто подтверждают теорию Дюбуа, но такое заключение по нашему мнению не вытекает из его работ, так как различие, которое Шафернак усматривает между мелкими и крупными наносами, не видно по его графикам; скорее можно сказать, что подобной разницы не существует вовсе.

В связи с работами Шафернака надо указать на то, что при работах на Тиролер-Ахе Курцман измерял количество влекомых по дну наносов и донные скорости. Результат одного из его измерений дан на фиг. 67, где ясно видно, что главная масса донных наносов идет там, где скорости на дне далеко не наибольшие, что, как будто, говорит про-



Фиг. 67. Распределение скоростей и расхода наносов в русле р. Тиролер-Ахе.

тив теории Шафернака. Сам Шафернак указывает на эти измерения Курцмана и даже приводит фотографию реки, в которой наносы явственно идут узкой полосой посередине реки. Ширина

этой полосы равна по указанию Шафернака всего 30 см, что находится вообще в резком противоречии с его теорией, по которой влечение должно было бы идти по всей ширине, на которой имеются глубины, достаточные, чтобы там могли получиться скорости, достаточные для влечения. Между тем, в последнем случае, равно как и на Тиролер-Ахе, наносы идут гораздо более узкой полосой, чем ширина реки с достаточными глубинами. Таким образом эти наблюдения показывают, что в естественном водотоке движение наносов следует какому-то более сложному закону, чем в лотке.

Далее, надо подчеркнуть, что при размыве, как его наблюдал Шафернак, необходимо иметь большие скорости, чем для влечения наносов, уже находящихся в движении, как это имеет место в естественной реке, а это приводит нас опять к уже не раз подчеркнутой неоднозначности связей. Таким образом и теория Шафернака имеет столько дефектов, что применить ее к изучению вопроса о заилении б'ефов почти невозможно.

РАБОТЫ КЕННЕДИ

Теперь мы переходим к тем теориям, которые по нашему мнению если и не решают вопроса, то во всяком случае могут наметить пути к его разрешению. Мы говорим о работах индийских инженеров на каналах индийских ирригационных сетей. Начало этим исключительно плодотворным работам было положено известным всему ирригационному миру инженером Р. Г. Кеннеди, бывшим начальником Орошения в Пенджабе. В 1894 году появилась в *Proceedings of the Institution of Civil Engineers, London* статья Кеннеди под заглавием *The prevention of Silting in irrigation channels*¹.

Кеннеди изучал условия равновесия в каналах, несущих значительное количество взвешенных наносов. Им были найдены на сети канала Бари Доб (Bari Doab) 22 участка, на которых в течение многих лет не приходилось чистить канала и не происходило размывов. На этих участках канал, очевидно, достиг состояния равновесия и, как указывает Кеннеди, течет в русле из собственных наносов мощностью в несколько футов (обычно 2—3 фута). Эти участки достигли равновесия после многократных переделок и изменений. Далее Кеннеди устанавливает, что в среднем количество наносов в воде остается все время приблизительно постоянным. Это получается вследствие того, что наблюдавшиеся им участки каналов были все расположены далеко от голов каналов магистральных. Во времена года, когда в реке много наносов, значительная их часть отлагается в головных частях магистрали, а во время малого количества наносов в реке вода в канале начинает поднимать вновь часть отложившихся в головных частях наносов, пополняя таким путем естественное, малое, содержание наносов в это время. Надо, впрочем, указать, что Кеннеди не подтверждает этого факта количествен-

¹ Предупреждение заилиenia оросительных каналов.

ными данными, и повидимому, таких данных у него и не было вовсе. Факт приблизительно постоянной мутности воды, повидимому, устанавливался им на глаз; во всяком случае более или менее вероятно, что если не в течение одного года, то во всяком случае в среднем за год, количество наносов из года в год оставалось постоянным. Кроме того, из слов Кеннеди можно вывести, что вероятно, и распределение мутностей в течение года остается почти одинаковым в различные годы. Сам Кеннеди не дает в своей работе никакой характеристики наносов на изученных им участках канала, он лишь приводит в своем предисловии к Hydraulic Diagrams, в которых он использует свои наблюдения, данные по анализу наносов в русле рек Сетледж и Чинеб. Анализ дан в виде процентов частиц разной гидравлической крупности, причем последняя приведена им в футах в секунду. Приведем эти данные без пересчета на метрические меры.

Гидравлическая крупность от—до

Река	0,00—0,05	0,05—0,10	0,10—0,15	0,15—0,20	0,20
Сетледж %	11	43	25	11	10
Чинеб %	11	28	27	15	19

Нам не удалось найти в индийских источниках никаких указаний на фактический характер ила в канале Бари Доб, на котором работал Кеннеди. В дальнейшем мы еще вернемся к этому вопросу в связи с дополнениями к теории Кеннеди.

Наблюдая указанные участки канала Бари Доб, Кеннеди пришел к выводу, что может быть установлена зависимость между скоростью при нормальном расходе канала и глубиной воды, если канал не заиляется. Такая зависимость была дана Кеннеди в виде формулы (в футовых мерах)

$$v_0 = 0,84 d^{0,64}.$$

Если перейти к метрическим мерам, то мы получим по Беклей (R. B. Buckley) :

$$v_0 = 0,548 d^{0,64}.$$

Графическая обработка, сделанная Кеннеди и приведенная им в его работе, показывает, что независимо от отношения глубины к ширине существует одна зависимость между скоростью и глубиной, что по мнению Кеннеди, достаточно справедливому, говорит за то, что в данном вопросе играет роль одна глубина. В связи с этим моментом надо указать, что все каналы, наблюдавшиеся Кеннеди, имели берега из мельчайшего ила с откосами почти вертикальными, т. е. имели практически прямоугольную форму.

Обосновывая свою формулу, Кеннеди исходит фактически из рассмотрения процесса движения одних взвешенных наносов. Он говорит, что ил (наносы) удерживаются во взвешенном состоянии исключительно вертикальными слагающими постоянно возникающих вихрей, которые обычно занимают полную ширину

канала. Со стороны боковых стенок также возникают вихри, но они, по Кеннеди, преимущественно „горизонтальны, а потому имеют малую силу в отношении взвешивания наносов“. Последнее замечание Кеннеди если и справедливо по существу, то во всяком случае неправильно истолковывает явление. На основе этих соображений Кеннеди полагает, что количество взвешенных наносов в потоке пропорционально его ширине, что часто принимается вообще по теоретическим соображениям. Далее Кеннеди полагает, что количество наносов пропорционально некоторой степени скорости, скажем v^{n-1} , ибо чем больше скорость, тем больше сила вихрей (правильнее турбулентность потока), а при скорости нуль и вихри равны нулю, т. е. нет взвешивания. Глубина потока по Кеннеди не может влиять ни на силу, ни на количество вихрей, почему ее нечего учитывать в формуле количества влекомого во взвешенном состоянии наносов. На основе этих соображений Кеннеди пишет формулу расхода взвешенных наносов в виде произведения из количества находящихся во взвешенном состоянии наносов на скорость воды, ибо взвешенные наносы имеют ту же скорость, что и вода. Таким образом получается

$$G = (Abv^{n-1}) v = Abv^n.$$

Если мы это количество приравняем произведению из расхода на относительное количество наносов, то мы напишем

$$Abv^n = pQ,$$

или, преобразовывая и полагая

$$Q = b \cdot d \cdot v,$$

получим

$$\frac{A}{p} v_0^n = dv_0$$

или

$$v_0 = \left(\frac{p}{A} \right)^{\frac{1}{n-1}} d^{\frac{1}{n-1}},$$

т. е. уравнение типа, полученного Кеннеди по наблюдениям.

Количество донных наносов может быть принято по Кеннеди равным Bbv_0 , где B — постоянный коэффициент. Таким образом количество донных наносов растет медленнее, чем взвешенных при возрастании скорости. Кеннеди полагает, что влияние донных наносов может быть учтено соответствующим уменьшением показателя в уравнении, выведенном им для взвешенных наносов. Такое допущение, сводящееся к тому, чтобы донные наносы учитывать лишь, как поправку к формуле для взвешенных наносов, допустимо, очевидно, лишь там, где подавляющее количество наносов именно взвешенное, что, очевидно, имеет место в индийских канадах.

Если скорость падает ниже критической, при которой вода еще способна переносить содержащиеся в ней взвешенные наносы, то часть наносов выпадает. Если при критической скорости в воде было содержание наносов (относительное) p , то при некоторой скорости v содержание будет x . Ясно, что согласно теории Кеннеди в соответствии с его наблюдениями $\frac{1}{n-1} = 0,64$ или $n = 2,56$, т. е. количество наносов растет примерно как 2,5 степень скорости.

Отсюда можно написать пропорцию

$$p : v_0^{5/4} = x : v^{5/4},$$

а из нее следует

$$p - x = p \left[1 - \left(\frac{v}{v_0} \right) \right]^{5/4}.$$

Из этого уравнения явствует, что при падении скорости на 25% из взвешенного состояния выпадает около 50% наносов.

Как видно, теория Кеннеди крайне проста; она в сущности состоит из одного эмпирического уравнения и довольно слабо обоснованного следствия из него, дающего количество наносов в канале. Надо иметь в виду, что Кеннеди считал, что его уравнение учитывает и донные наносы в той мере, как это необходимо для индийских каналов. Несмотря на такую простоту теории Кеннеди оказалась исключительно плодотворной в области ирригации. Сэр Джон Бентон (John Benton), генеральный инспектор орошения в Индии, считает, что работы Кеннеди сохранили огромные суммы индийскому правительству. Паркер указывает, что применение формулы Кеннеди на трех каналах — Нижнем Чинабе, Бари Добе и Нижнем Джелуме — привело к значительному уменьшению очистки каналов от ила. Подобное же уменьшение отложений ила наблюдалось и на других Пенджабских каналах. Можно с полной уверенностью утверждать, что ни одна другая работа по вопросу о влечении наносов не имела такого успеха, как теория Кеннеди.

Она является единственным, общепризнанным в практике, методом по вопросу о влечении наносов.

РАБОТА БОТТОМЛИ

Среди работ той же школы индийских инженеров надо еще указать на попытку Боттомли (Bottomly) дать иную интерпретацию наблюдений Кеннеди. В статье, опубликованной Engineering, 1928, под заглавием A new theory of silt and scour¹, Боттомли указывает, что количество взвешенных наносов зависит от количества и силы вихрей с горизонтальной осью, возникающих под влиянием трения о дно канала. Так как, далее, трение связано с уклоном канала, то количество взвешенных наносов

¹ Новая теория заиления и размыва.

зависит от уклона канала. Тут Боттомли делает совершенно произвольное предположение, что зависимость эта имеет вид простой пропорциональности. Отсюда, если количество взвешенных наносов пропорционально сопротивлению трения, Боттомли получает крайне простую зависимость, именно, что процент взвешенных наносов пропорционален уклону. Исходя из данных Кеннеди и применяя формулу Маннинга, он получает, что при предположении коэффициента Куттера $n = 0,025$ уклон каналов, наблюдавшихся Кеннеди, действительно, был постоянным. Далее на основе официальных египетских норм, которые принимают критическую скорость равной 0,67 от данных Кеннеди, и норм для Синда, где берут 0,75 от данных Кеннеди, Боттомли также подочитывает получающиеся уклоны и приходит к выводу о том, что они получаются примерно для каждого случая одинаковыми и, примерно равными уклону той реки, из которой питается канал. Это последнее утверждение Боттомли просто неверно, ибо по данным Паркера, который сам работал в Пенджабе, там уклоны каналов приблизительно равны половине уклона реки, из которой они берут воду. Впрочем, иначе и быть не может, ибо при равном уклоне в реке и в канале не было бы никакого командования, что явно противоречит возможности орошения. Мы не приводим других рассуждений Боттомли, ибо основное его утверждение отпадает, как не соответствующее действительности.

Основной ошибкой работы Боттомли надо признать, что он совершенно нелогично связывает количество наносов с вторичным фактором—уклоном, когда всякому ясно, что оно зависит в первую голову от скорости. Боттомли далее говорит, что мнение Кеннеди о независимости количества влечения от глубины не обосновано, но его собственное утверждение о пропорциональности количества наносов силе трения еще менее обосновано. Во всяком случае если Кеннеди и не прав, то его основное уравнение, связывающее глубину и скорость при отсутствии заиления и размыва, остается в силе, а это, как увидим, главное. Неправильность же теории Боттомли доказывается неправильностью следствий из нее.

РАБОТА БЕЛЛАЗИСА

* Беллазис (E. S. Bellasis) в книге *River and Canal Engineering*, вполне соглашаясь с Кеннеди в основных положениях его работы, лишь говорит, что наблюдения Кеннеди правильнее выражаются формулой

$$v_0 = 0,95 d^{0,57}.$$

Далее, Беллазис подчеркивает, что рассчитанные по Кеннеди каналы не дают ни заиления, ни размыва. Количество наносов, при котором верна формула Кеннеди, Беллазис дает в виде количества песка, равного $1/3\ 300$, причем песок крупнее гидравлического размера 0,10 фут/сек составлял $1/35\ 000$. Оба количества приведены относительно объема воды. Если песок был

равномерной крупности, то его количество не превышало 1/900, причем крупнее 0,10 фут/сек было 1/85 000. Откуда Беллазисом получены эти цифры, не видно, но им делается глухая ссылка на Кеннеди, хотя в подлинной работе Кеннеди этих цифр, как уже говорилось, нет. Далее, интересно привести цитату Беллазиса по вопросу о размыве: „Если вода имеет достаточно силы, чтобы размывать дно, она всегда имеет и достаточно силы для перенесения наносов, пришедших таким образом в движение, но обратное не всегда верно“. „Наносы в реке—это то, что принесено в реку“. Последнее выражение Беллазиса определенно говорит за то, что не гидромеханические факторы данного участка определяют количество наносов в потоке, а главным образом, оно определяется теми агентами, которые доставляют наносы в реку. Это подтверждает также наше положение о неоднозначности связей, выражаемых формулами влечения. Если в случае формулы Кеннеди эта неоднозначность не испортила всех выводов, то только потому, что она практически не давала себя чувствовать ввиду совершенно одинакового питания изучавшихся участков каналов наносами из года в год, так что можно было считать, что формулы должны лишь фиксировать то гидромеханическое состояние, при котором влечение, довольно однообразное во времени, не изменится сколько-нибудь заметно.

В книге Беллазиса приводятся также поправочные коэффициенты к формуле Кеннеди для других районов. Практика показала, что достаточно вводить поправку лишь в постоянный множитель формулы Кеннеди, не трогая показателя степени. Так, в Египте принимают поправку в виде дополнительного множителя, на который надо умножить скорость Кеннеди, в 2/3, в Синде—3/4, в Мадрасе (Ковери и Кистна)—1,2, в Бурме—19/20; на канале Аламо в Имбирель Вaley множитель получился равным 1,17; в нижних частях каналов Пенджаба Беллазис рекомендует поправочный множитель $3/4 - 9/10$. В этих данных наиболее важно то, что многолетняя практика Индии, начиная с 1894 г. по настоящее время (книга Беллазиса издана в 1924 г.), показала, что при разнообразнейших наносах по качеству их и при различнейшем их содержании в воде для всех случаев можно принять практически постоянный показатель степени в формуле Кеннеди, примерно равный от 0,57 до 0,64, причем не приходится ждать значительных отклонений от этой величины даже в крайних условиях.

РАБОТА ПАРКЕРА

Весьма интересен анализ работ Кеннеди и сопредельных вопросов, который имеется в ставшей уже классической книге Паркера (Th. M. Parker) Control of Water. Паркер начинает с общего обзора вопроса о движении наносов и приводит, в первых, работы Дикона в лотке, имевшем 8 дюймов глубины (20,3 см). В этих опытах Дикон применял речной песок из р. Мерсей. Он наблюдал лишь поверхностные скорости, так что его

измерения скорее имеют качественный характер. При скоростях от 1,3 до 2,1 фут/сек наблюдалось прерывное качение отдельных частиц песка. При скорости от 2,1 до 2,9 фут/сек наблюдалось прерывное взвешивание; в этом интервале скоростей песчаные волны становились все менее и менее явственными и, наконец, при скорости около 2,9 фут/сек они совершенно пропали за массой несущихся частиц песка уже во взвешенном состоянии.

Паркер говорит, что имеются два затруднения при изучении движения наносов: 1) в натуре всегда мы имеем смеси частиц разной крупности, а наблюдения, подобные работе Дикона, будут, вероятно, давать картину движения лишь для самых мелких частиц, ибо понятно, что они первые придут в движение и будут скрывать от наблюдателя форму движения более крупных частиц; 2) явление, повидимому, зависит в основном от скоростей близ дна или быть может и от градиента скорости (как говорит Фламан), мы же именно эти величины определяем лишь с большим трудом и не точно, легче же всего определяем средние скорости, которые, особенно при наличии влечения, не могут иметь постоянного отношения к донной скорости. Количественно влечение песка в течение третьей фазы выражалось в опытах Дикона в виде уравнения

$$G = 0,78 v_s^5,$$

где G выражено в фунтах на 1 фут ширины лотка в час; v_s — поверхностная скорость в лотке. Полагая $v_s = 1,05 v$, мы приходим к выражению количества наносов в функции средней скорости в кубических футах в секунду на фут ширины — $G = 0,0000028 v^5$.

Таким образом Паркер приходит к выражению типа формулы для влечения, как ее предложил Кеннеди. Правда, в опытах Дикона глубина оставалась неизменной, и потому нельзя выявить, действительно ли количество взвешенных наносов не зависит от глубины и есть функция одной скорости. Полагая далее $G = pQ$, где p — относительное количество наносов в тех же единицах, что и Q — расход воды; далее, замечая, что $Q = vd$, мы получим для глубины, при которой вода несет данное количество наносов, выражение

$$d = \frac{A}{p} v^{n-1} \text{ или } v = \left(\frac{p}{A} \right)^{\frac{1}{n-1}} d^{\frac{1}{n-1}},$$

т. е. формулу Кеннеди.

Далее, Паркер, указывая, что, вероятно, подобные соотношения справедливы и для других видов наносов, но нам просто еще не известны, приводит результаты своих долгодетных наблюдений над движением наносов в каналах.

1. Для мелкого наноса диаметром зерен в среднем 0,25 мм, принимая скорость в фут/сек и глубину в футах:

а) чистая вода начинает заметный размыв дна, если v больше

$$0,40 \sqrt{d} = 0,40 d^{0,5};$$

б) очень мутная вода не дает отложений, если v больше $1,05a^{0,5}$;

в) очень мутная вода начинает заметно мыть дно, если v больше $1,37a^{0,5}$.

2. Для крупного песка с средним диаметром 1 мм мы имеем:

а) заметный размыв чистой водой, если v больше $1,6a^{0,33}$;

б) очень мутная вода не начинает отлагать наносов, если v больше $2,0a^{0,33}$.

3. Для крупного гравия величиной с голубиное яйцо:

а) размыв начинается чистой водой при скорости v больше $2,0a^{0,35}$;

б) при крайне богатой наносами воде не получается отложений при скорости v больше $2,5a^{0,25}$.

4. Валуны начинают сдвигаться при скорости больше $5a^{0,25}$.

Паркер как очень осторожный и вдумчивый наблюдатель далек от утверждения полной правильности предложенных им соотношений, он лишь осторожно говорит: „Я считаю общее правило, что чем глубже канал, тем менее вероятности размыва и чем крупнее наносы, тем менее заметно влияние глубины, вполне надежным“. Для сравнения Паркер приводит данные Сруппа (Thrupp) о размывающих скоростях при глубинах больше 0,4 фута:

илистые наносы не двигаются	v менее	$0,4a^{0,5}$
мелкий ил движется	v более	$0,4a^{0,5}$
мелкий песок движется	v „	$1,5a^{0,35}$
крупный песок движется	v „	$1,5a^{0,3}$
мелкий гравий движется	v „	$2,2a^{0,3}$
крупный гравий величиной с яйцо движется . . .	v „	$5,0a^{0,25}$
крупные камни движутся	v „	$17,0a^{0,17}$

По поводу разницы между своими цифрами и данными Сруппа Паркер говорит: „Например, я указываю, что валуны начинают двигаться при скорости v более $5,0a^{0,25}$, между тем, по Сруппу при этой скорости начинается движение гравия (гальки) величиной в яйцо. Я фактически знаю, что при такой скорости начинаются затруднения в эксплуатации сооружений на реках, содержащих валуны, а Срупп, очевидно, исследовал, что именно производит эти затруднения“.

Далее Паркер говорит, что „единственный факт, который установлен вполне среди всех неясностей вопроса, это то, что при постоянной средней скорости v глубина d должна меняться в том же отношении, что и $\frac{1}{v}$ “.

Отсюда Паркер советует для определения количества наносов в реке поставить опыты в лотке наподобие Дикона при той же скорости, что и в реке, и измерить количество наносов; количество же наносов в реке определится по этой величине, вводя в нее поправки согласно вышеприведенной зависимости.

Паркер считает, что в зависимости от фазы влечения (по Дикону) показатель степени в уравнении $G=Ad^n$ должен меняться. Так, при первой фазе $n=1,5$ до 2,5; при второй — более 2,5. Наконец, при третьей фазе наблюдались величины n более 6. „Физический смысл этих различий темн, и я полагаю, пишет Паркер, что ошибки измерений в высокую воду сильно влияют на эти величины“.

Из этих рассуждений Паркера ясно, что им не делается уже никакого различия между взвешенными наносами и донными, и он применяет в сущности одну и ту же формулу типа Кеннеди к тем и другим явлениям без различия и с одинаковым по его словам успехом. В сущности это, пожалуй, так и должно быть, ибо процесс начала движения даже по дну, несомненно, связан с взвешиванием. Шафер так описывает явление начала движения по дну: „При постепенном увеличении скоростей частицы наносов как округлые, так и плоские, сначала приходят в колебательное, вибрирующее состояние, все более и более усиливающееся, и потом вдруг срываются. При этом получается полное впечатление, что частицы наносов становятся все легче и легче, с тем чтобы потом в виде невесомых частиц быть унесенными. Этот процесс становится при дальнейшем настоящем влечении еще виднее“. „Это явление можно объяснить тем, что при возрастании донной скорости между частицами наноса возникают вихри. Разрежение, являющееся вследствие таких вихрей, облегчает наносы до тех пор, пока вода не сможет их сдвинуть“. В этом описании совершенно ясно, что процесс влечения по дну должен быть подобен процессу взвешивания, по крайней мере, в значительной своей части. А это дает право на одинаковую формально трактовку как переноса во взвешенном состоянии, так и влечения по дну. Конечно, при этом не надо переоценивать значения отдельных формул; если количество наносов есть некоторая функция скорости, то с известным приближением всегда можно такую функцию в некоторых пределах представить в виде показательной зависимости, хотя бы типа формулы Кеннеди.

Переходя к самой формуле Кеннеди, которую Паркер ставит очень высоко как практическое достижение, он, во первых, пытается дать решение для поправочного коэффициента, отвечающего наносам различной крупности. Если взять на дне канала образец наносов и сделать его анализ, то поправочный коэффициент приблизительно равен по Паркеру проценту частиц с гидравлической крупностью более 0,10 фут/сек, деленному на 40, т. е. коэффициент 0,84 (в английских мерах) соответствует таким наносам, в которых (взятых со дна канала) частиц гидравлической крупности более 0,10 фут/сек имеется 40%. Это правило, правда, Паркер называет лишь приближенным, но по его словам оно дает практически отличные результаты.

Паркер ясно указывает, что в каналах, наблюдавшихся Кеннеди, количество взвешенных наносов в течение года резко менялось. В течение 8 мес. идет мутная вода, а 4 мес.—сравни-

тельно светлая. Паркер признает, что в нижних частях каналов, где вел наблюдения Кеннеди, происходило некоторое выравнивание содержания наносов по сравнению с рекой, как это говорит и Кеннеди, но он не склонен придавать этому большого значения. Паркер полагает, что вообще относительная длина периода светлой и мутной воды не может иметь очень большого значения. Важно общее количество наносов в течение года. Паркер указывает, что согласно Кеннеди (Punjab Irrigation Branch Papers, № 9) канал, рассчитанный по его формуле, способен переносить от $1/3\ 300$ до $1/9\ 000$ по объему наносов (от объема воды) во взвешенном состоянии и в дополнение к этому еще от $1/15\ 000$ до $1/90\ 000$ путем влечения по дну. Надо только помнить, что, вероятно, среди частиц, считаемых в состоянии донного влечения, многие находились в полувзвешенном состоянии. В среднем для канала Кеннеди Паркер кладет $G = 1/6\ 250\ Q$ (по объему).

В идеях Паркера, возникших, несомненно, под влиянием работы Кеннеди, необходимо особенно подчеркнуть, во-первых, то, что Паркер все явления влечения ставит в связь с единственной логически приемлемой причиной — скоростью, а во-вторых, уточняя эту связь, единообразно привлекает к участию и глубину, которая по его выводам влияет на возможный процент наносов, но не влияет на общее количество влекомых наносов. Но ввиду того, что в данных природных условиях фиксирован обычно именно процент (в известных пределах, конечно), то для достижения равновесия во влечении наносов необходимо увеличивать скорость вместе с увеличением глубины.

Ряд интересных работ был опубликован в *Proceedings of the Institution of Civil Engineers, London*. В них идеи Паркера-Кеннеди получили дальнейшее развитие и углубление. К сожалению, все наши попытки найти этот интереснейший журнал в Москве не увенчались успехом. Поэтому нам придется воспользоваться лишь довольно сжатыми рефератами этих статей и работ, попавшими в другие журналы, которые было возможно найти.

РАБОТА ГРИФФИТА

Среди них работы Гриффита (Griffith) в 1927 г., повидимому, не представляют большого интереса. Гриффит дает лишь математические выводы из формулы Кеннеди. Среди них интересны расчеты, связанные с влиянием сужения русла; если до сужения русло имело ширину b_0 и глубину d_0 , а после сужения ширину b' и глубину d' , то между этими величинами по Гриффиту существует следующая зависимость:

$$d' = \left(\frac{b_0}{b'} \right)^{0.61} d_0.$$

Далее, интересна формула связи между средней и наибольшей глубиной в естественном и искусственном состоянии (суженном). Если k отношение максимальной глубины к средней в

естественной реке, а у то же отношение в суженной реке и x степень сужения (т. е. отношение $\frac{b'}{b_0}$), то имеет место следующая формула связи:

$$y = k - k^{1-x} + 1.$$

Надо, впрочем, иметь в виду, что сам Гриффит считает эту зависимость лишь предварительной (tentative). Если принять во внимание, что $k > 1$, а $1-x$ вообще меньше единицы и по большей части малая величина, то мы придем к заключению, что $k^{1-x} > 1$, а значит $y < k$, т. е. при сужении русла отношение максимальной глубины к средней будет меньше, чем в естественном состоянии. Отсюда можно сделать и обратный вывод, что при подпоре, когда ширина реки становится больше, чем в естественном состоянии, то, наоборот, отношение максимальной глубины к средней должно возрастать, а это нам в дальнейшем будет важно иметь в виду.

РАБОТА ЛАСЕЯ

Исключительно интересна работа Ласея (Lacey), *Stable channels in Alluvium* в журнале *Engineering*, 1930. Ласей приводит кроме общеизвестной формулы Кеннеди для Верхнего Бари Доба еще формулу Ливдлея (Lindley) для Нижнего Чинеба

$$v_0 = 0,95 d^{0,571}$$

и формулу для Мадраса (Годавери. Западная дельта)

$$v_0 = 0,67 d^{0,55}.$$

Если в формулы ввести вместо глубины, как она вводилась выше, среднюю глубину, т. е. частное от деления живого сечения на длину по урезу воды, то формула Кеннеди переходит в $v_0 = 0,94 d_m^{0,59}$ (Гриффит), а формула для Мадраса в $v_0 = 0,72 d_m^{0,55}$ (Hortley).

Ласей делает шаг дальше — он полагает, что надо искать связь критической скорости не с глубиной, как это делал Кеннеди, а с гидравлическим радиусом. При практически прямоугольном поперечном сечении наблюдавшихся Кеннеди каналов разница получается весьма ощутительная. Преобразовывая формулы и подбирая новые коэффициенты, Ласей приходит к следующим трем формулам:

$$\begin{aligned} \text{для наблюдений Кеннеди } v_0 &= 1,17 R^{0,5}; \\ \text{для наблюдений Ливдлея } v_0 &= 1,13 R^{0,5}; \\ \text{для мадрасских каналов } v_0 &= 0,79 R^{0,5}. \end{aligned}$$

¹ Повидимому какое-то недоразумение в работе Ласея, ибо эта формула просто тождественна с формулой Бреллаиса, являющейся пересчетом работы Кеннеди.

Отсюда им делается вывод о том, что все три зависимости можно заменить одной, положив

$$v = 1,17 \sqrt{fR},$$

где f — коэффициент крупности наносов, равный в формуле для наблюдений Кеннеди единице. По смыслу названия, какое ему дает Ласей, он считает, что этот коэффициент зависит лишь от крупности наносов; Паркер, обсуждая формулу Кеннеди, также полагает, что коэффициент поправки, аналогичный данному (у Паркера он только вынесен из-под дробной степени), зависит только от крупности наносов. Если обратиться к общему исследованию вопроса того же Паркера, то мы увидим, что он считает, что коэффициент этот зависит и от относительного содержания наносов в воде. Последнее теоретически кажется более правильным, и мы удивляемся, почему Паркер при разборе формулы Кеннеди упустил это свое же собственное указание; вероятно, он это допустил потому, что при разборе формулы Кеннеди его интересовала более практическая сторона дела и он мог дать зависимость поправочного коэффициента от крупности наносов, но не мог ничего сказать по вопросу о влиянии количества наносов. Полезно обратить внимание на то, что Паркер ставит величину поправочного коэффициента в зависимость не от крупности наносов, влекомых потоком, а от крупности наносов, лежащих на дне, а эти последние, очевидно, в значительной части, если не целиком, образованы наносами донными, а не взвешенными. В этом пункте теория Кеннеди, построенная им в основном на взглядах, приложимых, главным образом, к взвешенным наносам, приходит в столь тесное соприкосновение с вопросом о донных наносах, что, пожалуй, правильнее считать, что ею обнимается с достаточной полнотой и тот и другой тип влечения наносов.

Коэффициент крупности наносов для наблюдений Линдлея получается равным $f = 0,933$, а для Мадраса $f = 0,456$.

Из формулы Ласея можно сделать вывод, что в случае, если произведения вида fR остаются постоянными, т. е.

$$f_1 R_1 = f_2 R_2 = f_n R_n = \text{const},$$

то скорость в таких каналах должна оставаться одной и той же.

Ссылаясь на какие-то исследования Линдлея, Ласей, далее, делает смелое предположение, что для постоянства скорости в незаиляемом и неразмываемом канале необходимо не только иметь $fR = \text{const}$, но и произведение $fP = \text{const}$, где P есть периметр (смоченный) сечения, также должно быть постоянным, т. е. он полагает, что должно быть

$$f_1 P_1 = f_2 P_2 = f_n P_n = \text{const}.$$

Отсюда Ласей делает вывод, что для постоянства скорости, или лучше сказать, при постоянной скорости, произведение

этих двух постоянных величин остается в свою очередь постоянным, т. е. если учесть, что $P \cdot R = A$, мы получаем, что при постоянной скорости

$$PRf^3 = Af^2 = \text{const.}$$

Иными словами, это можно выразить, сказав, что произведение Af^2 есть функция скорости. Проработав наблюдения Кеннеди, Линдлея и мадрасские под этим углом зрения, Ласей получил общую для всех трех рядов формулу (в английских мерах):

$$Af^2 = 3,8 v_0^5.$$

Насколько верно то, что эта формула достаточно точно отражает все три ряда наблюдений, судить нельзя, ибо в статье Ласея, являющейся лишь кратким резюме более подробной работы, напечатанной в *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, нет необходимых к тому фактических материалов. Также трудно сказать, насколько правильна замена глубины в формуле критической скорости через гидравлический радиус: для этого также не хватает материала. Нам лично кажется, что зависимость, предложенная Кеннеди, вероятно, более правильна.

Учитывая, далее, что $Av = Q$, Ласей переписывает свою формулу в виде

$$Q = 3,8 v_0^6 / f^2.$$

Из формулы $Q = 3,8 v_0^6 / f^2$ можно сделать вывод, что при данной крупности наносов каждому расходу соответствует только одна возможная скорость в канале, при которой не будет заиления, а так как этой скорости соответствует и определенная площадь живого сечения и определенный радиус, то практически это сводится к тому, что Ласей приходит к выводу, что при данном расходе может существовать лишь одна форма живого сечения потока, ибо она практически единственным образом определяется площадью сечения и гидравлическим радиусом.

Далее, так как $RP = A$, то смоченный периметр получается равным

$$P = \frac{A}{R} = \frac{3,8 v_0^5}{f^2 v_0^2} 1,17^2 f = \frac{3,8 \cdot 1,17^2 v_0^3}{f},$$

а отсюда, учитывая, что

$$Q^{0,5} = \frac{3,8^{0,5} v_0^3}{f},$$

получается

$$P = 2,668 Q^{0,5}.$$

Для больших рек, говорят Ласей, периметр можно заменить через ширину по урезу, и таким образом, получается формула в применении к рекам

$$b = 2,668 Q^{0,5}.$$

Отсюда Ласей делает крайне важное для нас заключение, что несущая наносы река в состоянии равновесия имеет при сохранении в среднем неизменного расхода всегда одну и ту же ширину, что обозначает, что подпертая река будет заилать не только дно, но и берега таким образом, что при достаточном заилении сечения, когда оно будет уже приближаться к естественному, ширина реки снова станет такой, какой она была в естественном состоянии. В дальнейшем мы увидим, что этот вывод крайне оптимистичен. Мы не очень склонны полагаться на выводы Ласея ввиду того, что оба основных момента в его работе не вполне доказаны теми материалами, которые даны в статье Ласея, как это сказано выше.

На этом мы кончаем обзор методов индийской школы, вытекающих из работ Кеннеди.

Казалось бы применить выводы из теории Кеннеди или Ласея к случаю обмеления бьефа р. Волги нетрудно, но все выводы онажутся под большим знаком вопроса ввиду одного кардинального различия между р. Волгой и реками Индии. Каналы, на которых работал Кеннеди, имели среднюю крупность наносов порядка 0,10—0,20 фут/сек. Если перевести эту гидравлическую крупность в диаметр в мм по формуле Крея, то мы получим 0,2 мм. Уклон этих каналов равняется величине порядка 0,00015 или 0,15 м/км, а значит, коэффициент устойчивости этих потоков равнялся всего $0,2:0,15 = 1,3$, т. е. очень малой величине. Таким образом все водотоки, изученные индийскими инженерами и для которых так хорошо пригодились формулы Кеннеди, относятся к неустойчивым потокам. Применимы ли эти выводы к очень устойчивым рекам? Это вопрос, на который мы не можем ответить при наших современных познаниях. Разрешить его можно путем приложения формул типа Кеннеди к случаю таких рек; как это может быть сделано — речь будет дальше.

Сравнивая формулы типа Кеннеди для количества влекомых наносов с формулами немецкой школы, можно найти между ними некоторые точки параллелизма. Возьмем формулу Гартмута. Согласно этой формуле количество наносов, проносимых в течение времени Δt , изображается в виде

$$G = \omega \zeta Q v^2 \Delta t,$$

или если подставить для расхода выражения $Q = d_m v \cdot b$, где d_m — средняя глубина, а b — ширина по урезу, то получим выражение

$$G = \omega \zeta d_m v^3 b \Delta t.$$

Если теперь воспользоваться формулой зависимости скорости от глубины, то в последнем выражении мы сможем исключить глубину и получить количество влекомых наносов в функции одной скорости. Возьмем сказанное уравнение зависимости скорости от глубины в виде

$$v = \lambda d_m^{\mu} J^{\nu},$$

где d_m — средняя глубина;
 J — уклон потока и
 λ — постоянный коэффициент. Тогда после подстановки мы получим уравнение влечения в виде

$$G = \omega \xi b \frac{1}{\lambda^{\frac{1}{\mu}} J^{\frac{1}{\mu}}} v^{3 + \frac{1}{\mu}} \Delta t.$$

Показатель μ в формуле $v = \lambda d_m^{\frac{1}{\mu}} J^{\frac{1}{\mu}}$ можно принять по работам Маннинга, Форхгеймера, Германека и Грегера для глубин более полутора метров от 0,58 до 0,75, а в среднем около $\mu = 0,67$, т. е. показатель Маннинга.

Подставляя эту величину в формулу влечения, мы получим ее в виде

$$G = \omega \xi b \frac{1}{\lambda^{\frac{1}{\mu}} J^{\frac{1}{\mu}}} v^{4,5} \Delta t.$$

Таким образом мы приходим этим путем к формуле, очень близкой к тому, что получил Паркер по опытам Дикона в лотке. Как видно в этом пункте, обе теории близко соприкасаются и дают почти одни и те же результаты.

Теория Гартмута приводит, таким образом, к формуле, в которой как будто влечение количественно не зависит от глубины. Впрочем, путем подстановки вместо глубины скорости по уравнению связи мы приходим всегда к зависимости от одной скорости без участия глубины, но зато имеем в формуле уклон. Таким образом отсутствие глубины в формуле, полученной из уравнения Гартмута, надо расценивать лишь как формальный факт, а не как присущее явлению свойство.

Подведем итоги всему сказанному по поводу математических методов определения количества влекомых наносов. Во-первых, можно установить, что количество наносов как взвешенных, так и донных, влекомых рекою, можно изобразить как функцию некоторой степени скорости, т. е. положить в наших обозначениях

$$G = f(v^n).$$

Работами индийских инженеров показано, что с достаточной точностью в некоторых пределах скоростей можно принять, что зависимость от скорости есть простая пропорциональность некоторой степени скорости, т. е.

$$G = k v^n.$$

Какова зависимость от глубины в этом выражении, мы еще не знаем; по Кеннеди, Паркеру, Ласею и Гриффиту зависимости от глубины не существует; по Гартмуту имеется пропорциональность с первой степенью глубины. Вопрос в целом о влиянии глубины совершенно еще не ясен. Мы склонны стать

на сторону выводов индийской школы. Такое наше отношение основано на том, что выводы из предположения независимости от глубины очень хорошо оправдались на индийских каналах в виде явного успеха ряда формул для критической глубины, которые исходили именно из этого предположения. Обратные же предположения о зависимости от глубины ничем кроме общих рассуждений не обоснованы.

Таким образом мы склонны считать, что количество влекаемых наносов может быть получено в виде

$$G = Abv^n,$$

где коэффициент A зависит от характера наносов, а показатель — от характера наносов и фазы влечения, которая в свою очередь зависит от скорости. Для данной реки с данным характером наносов и с данным соотношением между донными и взвешенными наносами показатель степени должен быть величиной постоянной и зависеть лишь от фазы влечения. Наоборот, коэффициент A даже при постоянстве характера наносов не будет всегда иметь одну и ту же величину: он зависит еще и от формы питания наносами данного участка реки. Тут возможны два предположения: или наносы очень легко размываемы, тогда при малейшем избытке скорости над той, которая необходима для влечения существующих в движении наносов, начнется размыв и река насытится наносами до того количества, которое она способна нести при данной скорости; или наносы трудно размываемы, и тогда при избытке скорости размыва еще долго не последует, и река будет нести наносы в количестве меньшем, чем в том случае, если бы ей при той же скорости подводилось бы большее количество наносов сверху. В первом случае коэффициент A в формуле влечения будет примерно постоянным, во втором — будет сильно колебаться, но в определенных пределах от того его значения, когда река сверху получает полное количество наносов, насыщающих ее, до того значения, когда река настолько несет мало наносов, что начинает размывать наносы, лежащие на дне, даже при данной скорости. Наблюдения Паркера над началом влечения дают богатый материал в этом отношении; правда, он относится не к количественной стороне явления, а лишь к качественной, но по аналогии мы можем перенести эти данные и на количественную сторону. Из этого материала видно, что между скоростью, при которой не происходит отложения при очень мутной воде, и скоростью, при которой вода той же мутности начинает размывать дно, имеется разница порядка 30—35%. Ясно, что в этом интервале скоростей количество наносов будет оставаться постоянным, а значит, коэффициент A в формуле количественного влечения будет меняться. Если принять показатель в формуле влечения 2,5, как это сделал Кеннеди, то, принимая интервал скоростей по Паркеру в 30%, мы получим изменение коэффициента A в пределах от A до 2,2 A . Нетрудно видеть, что неоднозначность связей тут имеет значение, которым

мы пренебречь не можем, но и устранить которое мы не в состоянии.

Там, где природные условия устраняют эту неоднозначность путем очень равномерного содержания наносов в воде (по процентному содержанию), зависимость количества влечения в виде $G = Abv^n$ имеет коэффициент и показатель степени приблизительно постоянными. В этом случае имеет место и зависимость для критической глубины типа формулы Кеннеди или других.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рассматриваемом случае р. Волги эта равномерность питания наносами будет иметь место, ибо взвешенные наносы будут попадать в реку в том же количестве, как и до установления подпора, а на участке, где имеется подпор одних меженных вод и нет подпора высоких вод, и донные наносы будут в реке в высокую воду в том же количестве, как и в естественной реке. Таким образом к этому участку, который нас наиболее интересует в отношении обмеления перекатов на нем, мы вправе применять зависимости типа уравнения влечения

$$G = Abv^n$$

или уравнения Кеннеди

$$v = \left(\frac{P}{A} \right)^{\frac{1}{n-1}} d^{\frac{1}{n-1}},$$

которое является простым следствием первого.

Путь, который можно наметить, следующий: по с'емкам перекатов и по их промерам, зная скорости в реке (средние), можно попытаться установить зависимость глубины на перекате от скорости воды в данном сечении. Скорости при этом надо брать, понятно, средние и глубины тоже средние для данного сечения. Надо ожидать, что получится зависимость типа формулы Кеннеди в преобразованном Гриффитом виде, т. е.

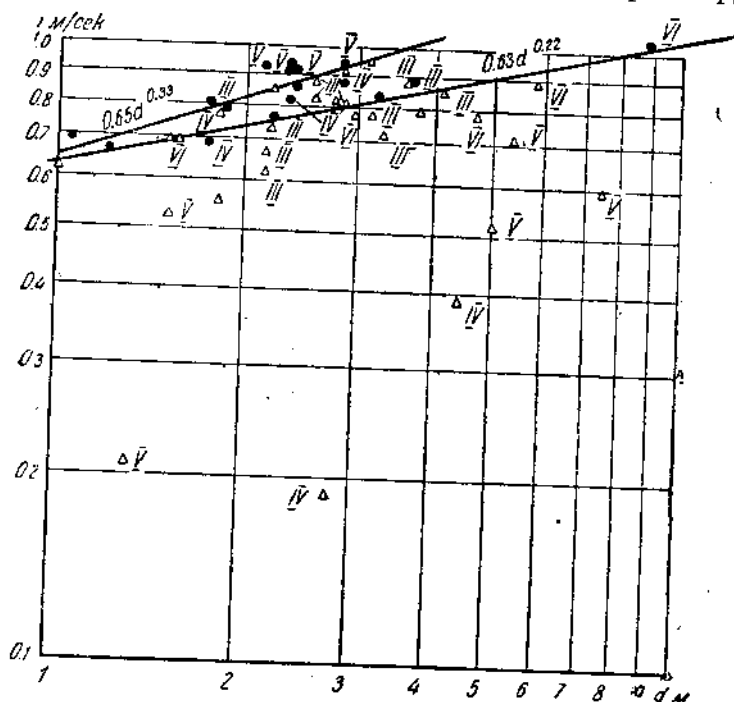
$$v = kv_{cp}^m.$$

Можно составить такую зависимость для одного критического, самого мелкого, сечения переката, можно взять и скорости и глубины осредненными на известном протяжении реки.

При применении первого метода надо будет изучить параллельно либо связь наибольших глубин (в сечении) со средними, либо попытаться установить для связи средней скорости с максимальной глубиной сечения (а не со средней, как выше) зависимость типа уравнения Кеннеди. Первый путь нам кажется более логичным и более соответствующим идеям Кеннеди и его последователей, но возможно, что второй путь даст так же хорошие результаты.

Вопрос о возможности получить связанные результаты этим путем упирается в вопрос о переменности гидравлических элементов

сечения вдоль по течению, в то время как формулы типа Кеннеди выведены для условия постоянства вдоль по течению этих элементов. При этом, пока не сделаны соответствующие пробы подсчетов, нельзя сказать, оправдается ли попытка применения уравнения типа Кеннеди к данному случаю. Далее встает вопрос о том, что Волга — река вполне устойчивая по классификации Лохтина, а индийские каналы — весьма мало устойчивые потоки. На последнее качество каналов, проектированных в согласии с теорией Кеннеди, особо указывает Паркер, говоря, что в них отложения наносов наступают очень легко при нарушении



Фиг. 68. Связь между скоростями, глубинами и размывом для р. Волги.

полной правильности трассы. И на этот вопрос можно ответить лишь путем пробы приложения теории Кеннеди к случаю волжских перекаток. Наше мнение заключается в том, что зависимость типа Кеннеди должна в общем быть применимой и к р. Волге.

Последнее наше утверждение основывается на попытке установить уравнение вида $v = kd^m$ для размывающих скоростей на перекате. Для этого нами были взяты материалы исследований ЦНИУ НКПС над взвешенными наносами на васьильевском перекате на р. Волге в июле-августе 1927 г. Если по диаграммам влечения наносов взять на отдельных вертикалях скорости и глубины и нанести их на логарифмическую сетку, отмечая, как это сделано на фиг. 68, кружочками те точки, для которых имело

место значительное влечение в придонном слое, и треугольниками точки, для которых на вертикали был лишь незначительный размыв, то мы получим две отдельные довольно ясно отграниченные системы точек. Линия раздела этих двух систем может быть проведена в виде прямой, выше которой лежат одни точки, для которых имел место размыв, и в виде второй прямой, ниже которой лежат практически (за исключением одной) точки без заметного влечения наносов. Первая прямая имеет уравнение

$$v = 0,65 d^{0,33},$$

вторая прямая имеет уравнение

$$v = 0,63 d^{0,22},$$

оба — в метрических мерах.

Между этими прямыми лежит область, где возможен и размыв и отсутствие влечения; это — следствие неоднозначности связи. Выше мы говорили иногда о влечении, иногда о размыве; происходит это потому, что влечение усиленного размера, которое мы обозначали кружками, может быть следствием только размыва дна, ибо по остальному сечению вода несет практически нулевое количество наносов и наблюдаемое усиленное влечение сосредоточено у дна. Тип полученной зависимости тот же, что и предлагаемый Паркером, но коэффициенты и показатели различные. Этот пример мы только привели как иллюстрацию того, что соотношения, подобные предлагаемым индийской школой, могут иметь место и на реках, подобных р. Волге. Надо впрочем ожидать, что совпадение не будет таким хорошим, как на каналах, ибо неправильности в рельефе дна должны нарушать закономерности достаточно сильно.

Если путем, указанным выше, удастся установить для глубин на перекатах зависимость от средней скорости типа уравнения Кеннеди, то дальнейшие подсчеты могут идти следующим путем:

Пусть b_0 — ширина неподпертой реки, d_0 — ее средняя глубина и v_0 — средняя скорость в естественном водотоке. Далее, пусть b' , d' , v' те же величины для подпертой реки. Между тремя величинами, перечисленными выше, существуют следующие зависимости:

$$Q = b d v, v = k d^m,$$

где Q — расход водотока. Последнее уравнение есть зависимость типа Кеннеди, которое нужно установить по предварительным исследованиям материалов существующих промеров и с'емок перекатов.

Связь величин для естественного и подпертого водотока определяется уравнением

$$Q = b_0 v_0 d_0 = b' d' v' = q_0 b_0 = q' b'$$

или вытекающим из него уравнением

$$\frac{q'}{q_0} = \frac{b_0}{b'}.$$

Далее, и для естественного и для подпертого водотоков мы можем написать

$$q_0 = v_0 d_0 = k d_0^{m+1}, \quad q' = k d'^{m+1},$$

откуда получаем

$$\frac{d'}{d_0} = \left(\frac{q'}{q_0} \right)^{\frac{1}{m+1}},$$

или, подставляя

$$\frac{q'}{q_0} = \frac{b_0}{b'},$$

получим окончательно

$$\frac{d'}{d_0} = \left(\frac{b_0}{b'} \right)^{\frac{1}{m+1}}.$$

Таким образом мы приходим к тому, что средняя глубина после подпора выразится уравнением, подобным тому, которое предлагал Гриффит для подсчета, насколько углубится поток при его сужении.

Теперь может быть два варианта подсчета: можно подставить для ширины реки ту ширину, которая получится сразу после установления подпора. Это даст максимальную возможную ширину и минимальную среднюю глубину. Или можно стать на точку зрения Ласея, что ширина реки после установления нового равновесия на перекате станет такой же, как и до подпора. Если предположение Ласея и правильно, то во всяком случае можно предполагать, что возможен такой период, когда дно уже сильно поднимется, а берега не займется еще настолько, чтобы довести ширину реки до естественной. Ясно, что при предположении Ласея условия глубин в подпертом бьефе будут в общем такие же, как до подпора. Очевидно, предположение Ласея очень оптимистично. Напротив, первое наше предположение идет в запас, почему мы именно и рекомендуем его.

Примерно можно составить таблицу отношения средней глубины после подпора к средней глубине до подпора в функции отношения ширин после подпора и до. При этом мы приняли значение показателя степени в уравнении типа Кеннеди

$$m = 0,5 - 0,6$$

$$\frac{b'}{b_0} = 1,25 \quad 1,5 \quad 1,75 \quad 2,0 \quad 2,5 \quad 3,0$$

$$\frac{d'}{d_0} = 0,86 \quad 0,76 \quad 0,68 \quad 0,63 \quad 0,54 \quad 0,48$$

$$\left(\frac{b_0}{b'} \right)^{\frac{1}{m+1}} = 0,87 \quad 0,78 \quad 0,70 \quad 0,65 \quad 0,56 \quad 0,50.$$

Из этой таблички видно, что разница в средних глубинах при значительной разнице в показателе степени невелика.

Теперь, имея значения средних глубин, нас будут интересовать наибольшие глубины в сечении, так как они определяют глубину фарватера. Можно предполагать, что в более широком сечении отношение наибольшей глубины к средней будет больше, чем в узком. Такой же вывод получился выше из уравнения Гриффита для отношения максимальной глубины к средней в естественной и суженной реке; можно привести еще табличку Ласея для отношения максимальной глубины в сечении к гидравлическому радиусу или средней глубине. Если написать $d_{\max} = CR$, то значение коэффициента C получается:

для сильно сжатых сечений	1,00
для естественных водотоков:	
прямые участки	1,27
пологие кривые	1,50
крутые кривые	1,75
поворот под прямым углом	2,00

Если мы хотим оставаться осторожными, то для подпертого, более широкого, сечения мы примем то же отношение максимальной глубины к средней, что в естественной реке. Если иметь желание уточнить вопрос, то можно применить формулу Гриффита, которая уже нами приводилась,

$$y = k - k^{1-x} + 1.$$

В данном случае величина x будет более единицы. Остается вопрос, насколько применима вообще формула Гриффита к случаю расширения русла при подпоре вместо сужения, для которого она была выведена.

Из подобных подсчетов мы во всяком случае могли бы получить приблизительное обмеление перекатов, а значит, и необходимую глубину землечерпания. Но для количественной оценки величины землечерпательных работ нам надо знать не только или, вернее даже, не столько глубину черпания, сколько длину прорезей, ибо ею определится, главным образом, количество работ. По этому вопросу, однако, мы не располагаем и не могли достать никаких данных. Равным образом ни один из перечисленных методов не дает даже подхода к этому вопросу. Казалось бы, можно путем подсчетов количества наносов в реке и силы влечения хотя бы по Кеннеди определить, где и в каком количестве отложатся наносы. Мы, однако, считаем, что наши познания о вопросе в целом настолько еще общи, что такой подсчет нельзя было бы рассматривать как сколько-нибудь достоверный. Все имеющиеся методы в значительной части дают повод скорее к прикидкам, как это говорит Шоклич, чем к расчетам. Правда, метод Кеннеди уже перешагнул за эту стадию, но он все же в своих практических приложениях совершенно не затрагивает вопроса о количестве наносов и стоящих с ним в связи процессов их отложения.

Каким образом можно было бы помочь в этом деле? Мы полагаем, что до установления ясной теории движения наносов, хотя бы столько же достоверной, как экспериментальные законы

движения воды, об решении этого вопроса не может быть и речи. Единственно, что могло бы помочь,—это эксперимент в широком смысле этого слова, веденный параллельно путем наблюдения над существующими сооружениями и в лаборатории. Ничего сколько-нибудь подходящего мы в иностранной литературе найти не смогли. Возможно, что в работах русских инженеров можно найти какие-либо указания на явления, аналогичные вопросу о р. Волге. В связи с последним надо только указать, что метод аналогий тут должен применяться с исключительной осторожностью, так как возможность впасть в ошибку при его применении к вопросу, который в целом довольно еще неясен, исключительно велика.

В заключение считаем нужным указать, что современное положение вопроса о наносах менее благоприятно, чем то положение, которое в вопросе о движении жидкости было тогда, когда Шеши установил свою формулу движения жидкости в открытом русле. История последних полутора столетий экспериментальной и инженерной гидравлики показывает, что в сущности мы лишь вносим поправки в формулу Шеши, но в основном мы остаемся всецело в кругу идей Шеши. Вопрос о наносах еще ждет своего Шеши. Жить заветами Лохтина—„Поменьше формул—побольше наблюдений“ до бесконечности нельзя. Формула как метод математического выражения мысли неизбежна, если мы хотим хоть сколько-нибудь сделать наши выводы общедоступными и пригодными не к одному данному случаю, который мы можем, вообще говоря, только описать, не пытаясь давать обобщений. Но как только мы желаем сделать обобщение в количественной стороне вопроса, нам невозможно обойтись без формул. Сначала материал наблюдений надо перевести на язык математики, и только после этого мы сможем использовать для другого случая наши наблюдения.

Примером того, что может дать такая примитивная математическая обработка, является работа Кеннеди. Простейшая формула, чисто эмпирическая, при сравнительно небогатом экспериментальном материале дала общий язык для целого класса задач. Более 35 лет ирригационная практика живет, пользуясь этой скудной формулой, и в своей области она, пожалуй, может выдержать сравнение с формулой Шеши.

На базе столь крупной задачи, как Волгострой, можно и должно поставить этот вопрос, но его надо ставить во всю его широту. Путь, которым надо идти, лучше всего можно описать, если вспомнить слова Леонардо да-Винчи.

„Сначала, прежде чем идти дальше, я сделаю некоторые опыты; я намерен сначала поставить опыт, а потом, отыскав причину явления, показать, почему опыт должен был протекать именно так, как мы его наблюдаем. Это путь, которым должен идти всякий исследователь природы. Хотя природа начинается с причины и кончается следствием, мы должны следовать обратному пути, т. е. начать с опыта и закончить исследованием причины“.

VIII. ПРИМЕР РАСЧЕТА ОБЪЕМА И РАБОТЫ ВОДОХРАНИЛИЩА ПРИ МНОГОЛЕТНЕМ РЕГУЛИРОВАНИИ СТОКА ПО СПОСОБУ П. А. ЕФИМОВИЧА*

ВСТУПЛЕНИЕ

Основное преимущество многолетнего регулирования стока— это постоянство отдачи (q м³/сек) воды водохранилищем не только внутри года, но и из года в год, в пределах некоторого процента обеспеченности; самый же процент обеспеченности ограничен допускаемым (по проектным соображениям) объемом водохранилища, или, точнее, возможной предельной площадью затопления и отметкой плотины.

Данный способ расчета состоит в дополнительном развитии и углублении методов применения теории вероятности к водохозяйственным расчетам, впервые введенных в практику Аллен-Хазеном и впоследствии усовершенствованных инж. С. Н. Крицким и М. Ф. Менкелем. Взяв в основу этот метод, П. А. Ефимович¹ вводит в него два существенных изменения:

1. Учет периодичности в явлениях стока, т. е. связь стоков последовательных лет: «введение в расчет этих связей последовательных лет уменьшает гарантированную отдачу, почему она является своеобразным методом внесения коэффициента запаса в расчет»².

Для этого вводится в расчет следующая формула коэффициента вариации производного ряда²:

$$C_{v_n} = \frac{C_{v_0}}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + 2 \left(\frac{n-1}{n} r_1 + \frac{n-2}{n} r_{11} + \frac{n-3}{n} r_{111} + \dots \right)}, \quad (1)$$

где C_{v_n} — коэффициент вариации производного ряда n ;

C_{v_0} — коэффициент вариации основного ряда N ;

n — число расчетных лет регулирования (при расчетах задается значением $n = 10$);

* Составлено инж. Е. М. Ивановской. Ред.

¹ См. вышепомещенную работу П. А. Ефимовича, Методика водохозяйственных расчетов при проектировании водохранилища при многолетнем регулировании стока.

² См. работу П. А. Ефимовича, Периодичность в явлениях стока.

r_I — коэффициент корреляции стоков соседних лет;
 r_{II} — коэффициент корреляции стоков лет через один год;
 r_{III} — коэффициент корреляции стоков лет через два года
и т. д.

„Фактическое исследование этих коэффициентов корреляции по ряду рек Союза и зарубежных¹ дает возможность остановиться на следующем их значении:

$$r_I = +0,30; r_{II} = +0,15; r_{III} = +0,07;$$

дальнейшие коэффициенты корреляции приняты равными нулю, что практически и должно иметь место для тех из них, которые необходимы для расчета при периоде регулирования до $n = 10$ лет“.

Таким образом формула (1) принимает следующий вид:

$$C_{v_n} = \frac{C_{v_0}}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + 2 \left(\frac{n-1}{n} \cdot 0,30 + \frac{n-2}{n} \cdot 0,15 + \frac{n-3}{n} \cdot 0,07 \right)}. \quad (2)$$

II. Влияние сезона τ , что „сводит все определение объема к единому методу, распространяя понятие равной гарантийности (равного процента обеспеченности) на весь объем, а не только на основной; кроме того, объем в случае лишь сезонного регулирования получается как частный случай общего решения на одном и том же графике“ (см. дальше).

Остановимся несколько подробнее на вопросе о сезонном стоке: „Как говорилось выше¹, всегда в наших условиях—при примерно равномерной отдаче, опорожнение водохранилища имеет место в конце зимы перед самым половодьем. Таким образом нам необходимо знать сток межени, считая ее от конца половодья до начала следующего. Пусть стоки межени составляют ряд

$$\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots, \mu_N.$$

„Этот ряд может изучаться так же, как ряд годовичных стоков, по тем же методам“¹.

Так как мы имеем дело с сезонным стоком летней и зимней межени, то выводим обычным способом вариационной статистики значение рассеяния летнего (σ_L) и зимнего (σ_Z) стока за имеющийся период наблюдений (основной ряд N).

Рассеяние всей межени σ_μ определим как сумму двух слагаемых (по способу вариационной статистики)

$$\sigma_\mu = \sqrt{\sigma_L^2 + \sigma_Z^2 + 2\sigma_L\sigma_Z \cdot r_{LZ}},$$

где σ_L и σ_Z — рассеяние летнего и зимнего стока (основного ряда N);

r_{LZ} — коэффициент корреляции между зимним и летним стоком (основного ряда N).

¹ См. работу П. А. Ефимовича, Методика водохозяйственных расчетов при проектировании водохранилища при многолетнем регулировании стока.

Таким образом мы имеем два ряда:

Производный ряд годовичных стоков (как основной) и ряд сезонных стоков (II изменение П. А. Ефимовича); отсюда рассеяние производного ряда получит значение (как сумма двух слагаемых)

$$\sigma_M = \sqrt{\sigma^2 + \sigma_{\mu}^2},$$

где σ — рассеяние годовичных стоков;

σ_{μ} — рассеяние сезонных стоков.

Третьим членом, равным $2\sigma_{\mu} \cdot r_{\mu,c}$, где $r_{\mu,c}$ — коэффициент корреляции между годовичными стоками и стоками сезона, П. А. Ефимович полагает возможным пренебречь, так как „ясно, что сток сезона, если связан со стоком предыдущих лет, то эта связь быстро убывает по мере отдаления года от сезона“.

Выделив эти два основных видоизменения, вносимых П. А. Ефимовичем в методику водохозяйственных расчетов при многолетнем регулировании стока на основе теории вероятности, переходим к иллюстрации применения этого метода (числовой пример).

Числовой пример. Расчет водохранилища на реке А у водпоста В

§ 1. Основные данные к расчету:

1. Площадь водосборного бассейна реки А до водпоста В

$$\Omega = 1000 \text{ км}^2.$$

2. Средний модуль стока (нормальный)

$$m_0 = 6,2 \text{ л/сек} = 0,0062 \text{ м}^3/\text{сек}.$$

3. Средний многолетний сток со всей площади

$$M_0 = (m_0 \cdot \Omega \cdot T) \cdot 10^6 \text{ м}^3 = 0,0062 \cdot 1000 \cdot 31\,536\,000 = 195,5 \cdot 10^6 \text{ м}^3,$$

где $T = 31\,536\,000$ сек. (число секунд в году).

4. Средний многолетний сток с 1 км²

$$M'_0 = \frac{M_0}{\Omega} \cdot 10^6 = \frac{195,5 \cdot 10^6}{1000} = 195,5 \cdot 10^3 \text{ м}^3.$$

5. Коэффициент вариации C_{v_0} основного ряда годовичных стоков за N лет наблюдений

$$C_{v_0} = \sqrt{\frac{\sum (k-1)^2}{N-1}} = 0,330^*,$$

где $k-1$ отклонение от среднеарифметического значения члена ряда;

N — число членов основного ряда (число лет наблюдений).

* Вычисление значения C_{v_0} , а также и значений рассеяний стока летней, зимней межени (σ и σ_{μ}) и коэффициент корреляции стока лета и зимы $r_{\mu,12}$ здесь не приводятся, а даются лишь их конечные цифры.

6. Рассеяние стока летней межени

$$\sigma_A = 27,40 \cdot 10^6 \text{ м}^3.$$

7. Рассеяние стока зимней межени

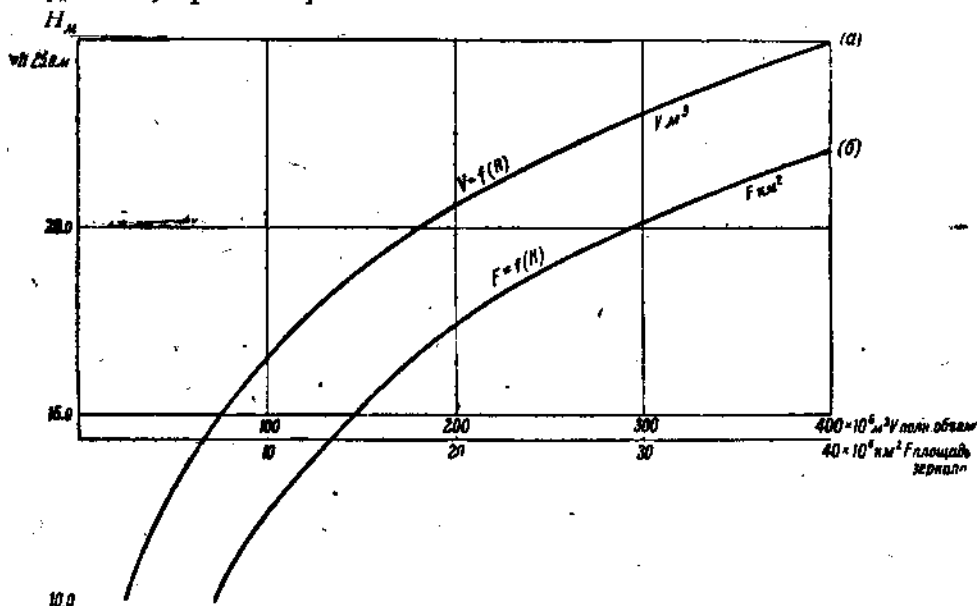
$$\sigma_B = 5,80 \cdot 10^6 \text{ м}^3.$$

8. Рассеяние стока летней и зимней межени

$$\sigma_\mu = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 + 2\sigma_A\sigma_B \cdot r_{A/B}} = 31,8 \cdot 10^6 \text{ м}^3,$$

где $r_{A/B}$ — коэффициент корреляции стока лета и зимы (подсчет здесь не приводится).

9. Кривая зависимости полного объема водохранилища $V_n \cdot 10^6 \text{ м}^3$ от отметки зеркала водохранилища $\nabla H \text{ м}$ $V_n = f(H)$ [фиг. 69, кривая а].



Фиг. 69.

10. Кривая зависимости площади зеркала водохранилища $F \text{ км}^2$ от отметки зеркала водохранилища $\nabla H \text{ м}$ $F = f(H)$ [фиг. 69, кривая б].

II. Основные элементы задания к расчету:

1. Расчетное число лет регулирования

$$n = 10 \text{ лет.}$$

2. Длительность (в днях) сезона летней + зимней межени

$$\tau = 340 \text{ дням.}$$

3. Расчетные коэффициенты зарегулирования стока

$$\alpha = 0,75; 0,80; 0,82; 0,85; 0,87; 0,90.$$

Примечание. $\alpha = 1,0$ при полном зарегулировании (100%) стока.

4. Принятый в данном расчете процент обеспеченности лет работы водохранилища

$$P = 97\% ^1.$$

5. Процент распределения годового стока по сезонам $p\%$; этот $p\%$ получается из анализа наблюдений над стоком реки за ряд лет; в нашем примере берем следующее соотношение значений $p\%$ (табл. 62).

ТАБЛИЦА 62

Распределение среднегодового стока по сезонам (в $p\%$, в 10^6 м^3)

С е з о н	Средний многолетний сток	
	в % годового	$M_0 \cdot 10^6 \text{ м}^3$
Половодье (IV месяц) . .	$p_n = 57\%$	$M_{0n} = 111,4$
Летняя межень (с V до XII)	$p_{\lambda} = 33\%$	$M_{0\lambda} = 64,5$
Зимняя межень (с XII до IV месяца)	$p_z = 10\%$	$M_{0z} = 19,6$
Итого за ср. год .	$p = 100\%$	$M_0 = 195,5$

РАСЧЕТ

Имея вышеуказанные „основные данные“ (§ I) и „элементы задания“ (§ II) как некоторое ограничение, диктуемое проектом, переходим к самому расчету, причем расчет приводим в форме таблиц.

Коэффициент вариации основного ряда годовичных стоков за N лет наблюдений $C_{v_0} = 0,330$.

1. Вычислим значения коэффициента вариации для расчетного числа n лет регулирования с учетом влияния периодичности в явлениях стока по формуле П. А. Ефимовича:

$$C_{v_n} = \frac{C_{v_0}}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + 2 \left(\frac{n-1}{n} \cdot r_1 + \frac{n-2}{n} \cdot r_{II} + \frac{n-3}{n} \cdot r_{III} \right)},$$

где

$$n = 10,$$

$$r_1 = 0,30; r_{II} = 0,15; r_{III} = 0,07,$$

¹ Для целей водоснабжения городов обычно принимают $P = 97\%$.

и впишем их в табл. 63.

ТАБЛИЦА 63

Значение коэффициента вариации C_{v_n}
с учетом периодичности в явлениях
стока для n лет регулирования

n	C_{v_n}
1	0,330
2	0,267
3	0,233
4	0,210
5	0,194
6	0,179
7	0,167
8	0,157
9	0,150
10	0,143

2. Имея значение C_{v_n} для n лет регулирования, определим значение коэффициента вариации с учетом влияния сезона, т. е. значение C_{v_M} для $(n + \tau_{сез})$.

Расчет, пользуясь формулами, приводимыми в вышепомещенной работе П. А. Ефимовича¹, приводим в табл. 64.

Из табл. 64 мы получаем видоизмененное значение коэффициента вариации стока за $n + \tau$, т. е. значение коэффициента вариаций с учетом влияния периодичности в явлениях стока и с учетом влияния сезонного стока.

Имея эту новую основную величину C_{v_M} , переходим к расчету самого водохранилища при $p = 97\%$, т. е. 1) его полезного объема при разных коэффициентах зарегулирования, а затем к 2) определению его работы, т. е. полезных отдач.

Определение полезного объема водохранилища $V_n \cdot 10^6 \text{ м}^3$ при разных коэффициентах зарегулирования α (от 0,75 до 0,90)

Получение полезного объема водохранилища $V_n \cdot 10^6 \text{ м}^3$ решается обратной задачей, а именно определением дефицита объема стока ($Z_0 \cdot 10^6 \text{ м}^3$) за период $n + \tau$ лет и приравниванием ему полезного объема водохранилища. Прежде чем перейти к числовому примеру, сделаем теоретическую предпосылку (ввиду некоторой оложности приводимого ниже приема), причем дефицит стока мы выражаем не в виде объема, а в долях от среднегодового стока.

¹ Методика водохозяйственных расчетов при проектировании водохранилища при многолетнем регулировании.

ТАБЛИЦА 64

Вычисление значения C_{vM} при расчетном периоде регулирования $(n + \tau)_{\text{рег}}$ лет

Период лет	Коэффициент вариации стока с уче- том периода	Среднегодо- вой много- летний сток	Рассеяние среднегодо- вого стока за n лет	Рассеяние стока летней межень	Рассеяние стока зимней межень	Рассеяние сто- ка зимней + летней межень	Рассеяние стока за $n + \tau$	Коэффициент вариации стока за $n + \tau$
$n + \tau$	C_{v_n}	M_0	σ	σ_A	σ_3	σ_μ	M	C_{vM}
/		10^6 м^3	10^6 м^3	10^6 м^3	10^6 м^3	10^6 м^3	10^6 м^3	
Из данных	Из табл. 63	Из § I основные данные	$\sigma =$ $M_0 \cdot C_{v_n} \cdot n$	Из § I основные данные	Из § I основные данные	$\sigma_\mu = \sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n} + \frac{\sigma_3^2}{n} + 2\sigma_A\sigma_3r_{A3}}$	$M = M_{0n} + M_{0A} + M_{03}$ из табл. 62	$C_{vM} = \frac{\sigma_M}{M}$
1	0,380	195,5	64,5	27,4	5,8	31,8	84,1	0,378
2	0,267	195,5	104,4	27,4	5,8	31,8	279,6	0,257
3	0,233	195,5	136,7	27,4	5,8	31,8	475,1	0,229
4	0,210	195,5	164,2	27,4	5,8	31,8	670,6	0,209
5	0,194	195,5	189,5	27,4	5,8	31,8	866,2	0,193
6	0,179	195,5	210,0	27,4	5,8	31,8	1 061,6	0,181
7	0,167	195,5	238,9	27,4	5,8	31,8	1 257,1	0,169
8	0,157	195,5	245,6	27,4	5,8	31,8	1 452,6	0,159
9	0,150	195,5	263,7	27,4	5,8	31,8	1 648,1	0,150
10	0,143	195,5	279,6	27,4	5,8	31,8	1 843,6	0,144
							2 039,1	0,138

Теоретическая предпосылка к расчету¹. 1. Если бы захотели получить от водостока отдачу, выраженную в долях от среднего стока, следующим равенством:

$$\alpha = \frac{q}{M_0} \left(\frac{\text{необходимая отдача}}{\text{средний многолетний срок}} \right)$$

(при значениях α от 0,70 до 1,00), то за период n лет с данным процентом обеспеченности $p\%$ при модульном коэффициенте

$$k^{(n)} = \frac{m_n}{m_0} = \frac{M_n}{M_0}$$

к естественному стоку надо добавлять нижеследующее количество воды (выраженное в долях Z среднегодового стока)

$$Z = [\alpha - k^{(n)}] \cdot n.$$

2. Если бы хотели получить от водостока отдачу

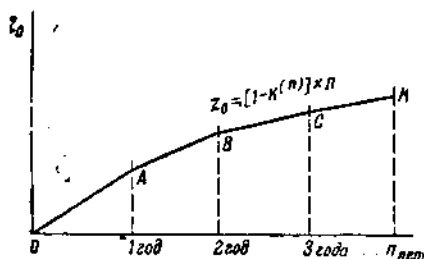
$q = M_0$ (отдачу, равную среднему многолетнему стоку), то за период n лет с данной обеспеченностью $p\%$ нам надо до-
бавить нижеследующее количество воды:

$$Z_0 = [1 - k^{(n)}] \cdot n,$$

где Z_0 есть дефицит объема стока.

При данной обеспеченности $p\%$ для разных n лет получаются разные величины Z_0 (так как для разных n лет значение M_n изменяется), т. е.

$$Z_0 = f(n).$$



Фиг. 70. Кривая функции $Z_0 = f(n)$.

„Функция эта по существу прерывиста и имеет реальное значение лишь при целом количестве лет“.

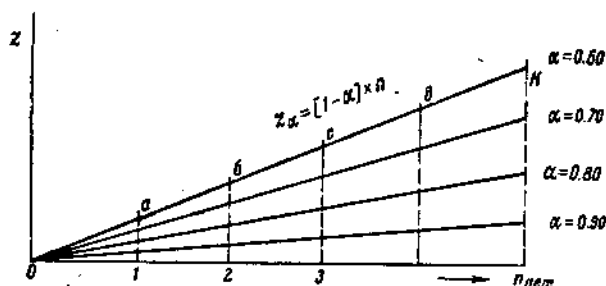
„Кривая (ABC, ..., K), изображающая эту функцию (фиг. 70), в сущности состоит из ряда изолированных точек, которые лишь для удобства и обозримости соединяются между собою отрезками прямых (AB, BC, ...). Поэтому правильнее

ее называть ломаной вспомогательной линией; расчетными моментами будут точки O, A, B, C, ..., K. Таким образом ординаты A1, B2, C3, K_n дают величину дефицита стока за 1, 2, 3, ..., n лет, выраженную в долях среднего стока.

3. Переходим к определению того объема стока, который остается в реке после зарегулирования на $\alpha = 0,60, 0,70, \dots, 0,90$. Задаемся $\alpha = 0,60$; так как α — величина постоянная для всех лет, то все точки, дающие дефициты объема на 1, 2, 3, ..., n лет,

¹ См. вышеприведенную записку Н. А. Ефимовича.

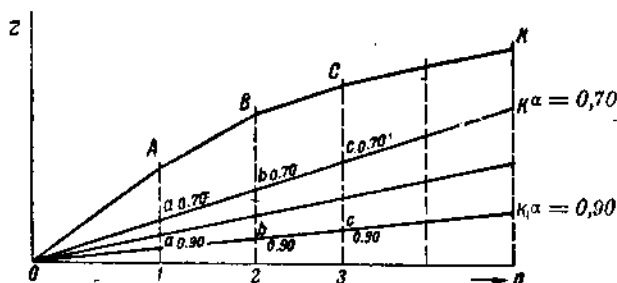
лягут по прямой линии OK (фиг. 71); ординаты $a_1, b_2, \dots, k_n$ дадут тот объем воды, который остается в реке незарегулированным (для 1, 2, ..., n лет). Заменяя α значениями, равными 0,70, 0,80, ..., 0,90 и т. д., получим пучок прямых, исходящих из точки O (фиг. 71).



Фиг. 71. График к определению объема стока реки после зарегулирования.

При $\alpha = 1,0$ имеем полное зарегулирование стока ($p = 100\%$), и так как зарегулирование полное, то ординаты $a_1, b_2, \dots, k_n$ будут равными 0, и следовательно, линия, отражающая зарегулирование $\alpha = 1,0$, совпадет с крайней абсциссой Q_n .

Графическое изображение всего вышеизложенного приводим на фиг. 71.



Фиг. 72. График к определению объема дефицита стока.

4. Определим теперь тот объем воды, который является дефицитом объема стока, или тот объем воды, который мы должны забирать из водохранилища (V_n м³) при коэффициенте зарегулирования α .

Объем этот будет отвечать следующему выражению:

$$Z_n = [1 - k^{(n)} - 1 + \alpha] \cdot n = [Z_0 - (1 - \alpha)] \cdot n,$$

что графически изобразится отрезками абсцисс $Aa, Bb, \dots, Kk$ (на фиг. 72—для значений $\alpha = 0,70, \alpha = 0,90$). Так:

1) если зарегулируем весь сток, т. е. примем

$$\alpha = 1,0,$$

то для $n=1$ объем воды, взятый из водохранилища, будет равен $A1$,

для $n=2$ объем воды, взятый из водохранилища, будет равен $B2$,

для $n=n$ объем воды, взятый из водохранилища, будет равен Kn .

2) если зарегулируем сток на

$$\alpha = 0,90,$$

то для $n=1$ объем воды, взятый из водохранилища, будет равен $Aa_{0,90}$,

для $n=2$ объем воды, взятый из водохранилища, будет равен $Bb_{0,90}$,

для $n=n$ объем воды, взятый из водохранилища, будет равен $Kk_{0,90}$.

Затем определим, которое из значений $Aa_{0,90}$, $Bb_{0,90}$, ..., $Kk_{0,90}$ будет наибольшим и наибольшее его значение $Z_{\max}$ будет отвечать наибольшему объему воды, которое надо иметь в водохранилище при коэффициенте зарегулирования стока, равном $\alpha = 0,90$.

Точно так же определим наибольшие объемы воды, взятые из водохранилища для любого значения α .

Таким образом объем воды в водохранилище V_n м³ будет отвечать значению ординаты $Z_{\max} = Z_0 - Z_{\alpha}$.

Вместе с этим определится и число лет n , в течение которых придется добавлять этот объем к стоку для удовлетворения отдач; значение n берется то, которому отвечает $Z_{\max}$.

На этом заканчиваем теоретическую предпосылку и возвращаемся вновь к числовому примеру.

Определение полезного объема водохранилища $V_n \cdot 10^6$ м³ при разных значениях $\alpha = 0,75, \dots, 0,90$

Имея из табл. 64 значения коэффициента вариации стоков за n лет плюс сезон τ

$$C_{0M} = \frac{3M}{M},$$

переходим к определению Z_0 .

1. По таблице Фостера (табл. 65), пересчитанной П. А. Ефимовичем на обеспеченность $p=97\%$, найдем „отклонение от среднего в долях рассеяния при обеспеченности 97% “, т. е. значения γ и дефицита объема стока за период $n + \tau_{\text{сез}}$ (см. П. А. Ефимович), $Z_0 = \gamma \cdot C_M$.

ТАБЛИЦА 65

Обеспеченность 97%

Таблица отклонений ординат кривых продолжительности от середины в зависимости от значения C_s при $C_r = 1,0$ (по Фостеру с исправлением, данным инж. Д. А. Соколовским)

C_s	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	1,881	1,877	1,872	1,867	1,863	1,858	1,854	1,849	1,845	1,840
0,1	1,836	1,831	1,826	1,822	1,817	1,813	1,808	1,804	1,799	1,795
0,2	1,790	1,785	1,781	1,776	1,772	1,767	1,763	1,758	1,754	1,749
0,3	1,745	1,740	1,735	1,731	1,726	1,722	1,717	1,713	1,702	1,704
0,4	1,699	1,694	1,690	1,685	1,681	1,676	1,672	1,667	1,663	1,658
0,5	1,654	1,649	1,644	1,640	1,635	1,631	1,626	1,622	1,617	1,613
0,6	1,608	1,603	1,599	1,594	1,590	1,585	1,581	1,576	1,572	1,567
0,7	1,563	1,558	1,553	1,549	1,544	1,540	1,535	1,531	1,526	1,522
0,8	1,517	1,512	1,508	1,503	1,499	1,494	1,490	1,485	1,481	1,476
0,9	1,472	1,467	1,462	1,458	1,453	1,449	1,444	1,440	1,435	1,431
1,0	1,426	1,421	1,417	1,412	1,408	1,403	1,399	1,394	1,390	1,385

Вычисление кривой дефицита объема стока по формуле

$$Z_0 = \gamma \cdot \sigma_M = f(n)$$

сводим в табл. 66.

ТАБЛИЦА 66

$$Z_0 = f(n)$$

Период лет τ , год	Коэффициент вариации стока за $n + \tau$	Коэффициент асимметрии	Отклонение от среднего в до- лях рассеяния при $p = 97\%$	Рассеяние стока с уче- том влияния сезона τ	Дефицит объема стока за период $n + \tau$
$n + \tau$	C_{vM}	$C'_{sn+\tau} = 2C_{vM}$	γ	σ_M	$Z_0 + \gamma \sigma_M$
				10^6 м^3	10^6 м^3
Из за- дания	Из табл. 64	См. П. А. Ефи- мович	По Фостеру табл. 65	Из табл. 64	См. П. А. Ефи- мович
1	2	3	4	5	6
τ	0,378	0,756	— 1,538	31,8	48,84
1	0,257	0,514	— 1,646	71,9	118,26
2	0,229	0,458	— 1,673	109,1	181,97
3	0,209	0,418	— 1,691	140,5	236,73
4	0,193	0,386	— 1,706	167,3	284,96
5	0,181	0,362	— 1,716	192,1	330,18
6	0,169	0,338	— 1,727	212,9	367,10
7	0,159	0,318	— 1,736	231,1	400,95
8	0,150	0,300	— 1,745	247,6	431,84
9	0,144	0,288	— 1,750	265,6	464,63
10	0,138	0,276	— 1,756	281,6	493,50

2. Определение Z_α (или B_α — см. П. А. Ефимович).

Ординаты прямых B_α получаем по формуле:

$$Z_\alpha = B_\alpha = [(1 - \alpha) \cdot M_0(n + \tau) - (M_0 \tau - M_{0,4} - M_{0,3})] \cdot 10^6 \text{ м}^3,$$

например, для $\alpha = 0,75$

$$\text{при } \tau \quad Z_{\alpha=0,75} = \left[(1 - 0,75) \cdot 195,5 \left(0 + \frac{340}{365} \right) - \left(195,5 \cdot \frac{340}{365} - 64,5 - 19,55 \right) \right] = -52,45,$$

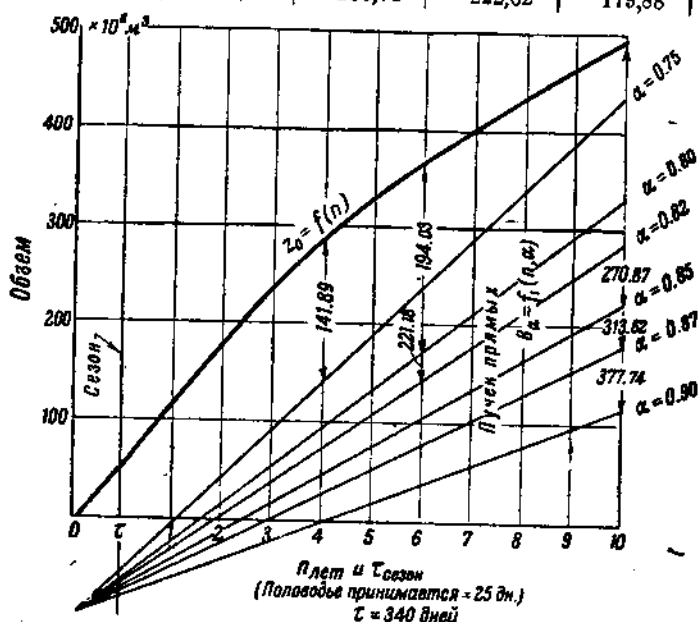
$$\text{при } 1 + \tau \quad Z_{\alpha=0,75} = \left[(1 - 0,75) \cdot 195,5 \left(1 + \frac{340}{365} \right) - \left(195,5 \cdot \frac{340}{365} - 64,5 - 19,55 \right) \right] = -3,58 \text{ и т. д.}$$

Результаты подсчета Z_{α} носим в табл. 67.

ТАБЛИЦА 67

Вычисление ординат прямых (Z_{α}); $B_{\alpha} = f(n, \alpha)$

Годы $n + \tau$	$B_{\alpha} \cdot 10^6 \text{ м}^3$					
	$\alpha = 0,75$	$\alpha = 0,80$	$\alpha = 0,82$	$\alpha = 0,85$	$\alpha = 0,87$	$\alpha = 0,90$
τ	-52,45	-61,55	-65,20	-70,66	-74,50	-79,76
1	-3,58	-22,45	-30,01	-41,33	-48,88	-60,21
2	46,31	16,65	5,19	12,00	-23,47	-40,65
3	94,19	55,76	40,39	17,33	1,96	-21,10
4	143,07	94,86	75,58	46,66	27,37	-1,55
5	191,95	133,97	108,77	75,98	52,79	18,00
6	240,83	173,07	145,97	105,31	78,21	37,56
7	289,71	212,17	181,16	134,64	103,63	57,11
8	338,59	251,28	216,35	163,97	129,04	76,66
9	387,47	290,38	251,55	193,30	154,46	96,21
10	436,35	329,49	286,74	222,62	179,88	115,76



Фиг. 73. График к расчету $Z_{\max}$.

$Z_{\max} = Z_0 - Z_{\alpha}$: из табл. 66 имеем значение Z_0 , из табл. 67 имеем значения Z_{α} .

На фиг. 73 приводим графический расчет $Z_{\max}$, для чего по оси ординат откладываем объем, а по оси абсцисс — n лет $+\tau$, причем $\tau_{\text{сез}}$ принимаем равным 340 дням (половодье принимаем равным 25 дням).

Из фиг. 73 определяем значение $Z_{\max} = V_{n \max}$ для $\alpha = 0,75, \dots, 0,90$ и соответственное значение n лет $+\tau_{\text{сез}}$; результаты графического расчета сносим в табл. 68.

ТАБЛИЦА 68

α	$Z_{\max} = V_{n \max} \cdot 10^6 \text{ м}^3$	$n + \tau$
1	2	3
0,75	141,89	4 + сез.
0,80	194,03	6 + "
0,82	221,13	6 + "
0,85	270,87	10 + "
0,87	313,62	10 + "
0,90	377,74	10 + "

Из табл. 68 следует, что при $\alpha = 0,75$ необходим полезный объем водохранилища $V_{n \max} = 141,89 \cdot 10^6 \text{ м}^3$, при постоянстве расчетной отдачи в течение 4 лет $+\text{сезон}$.

Переходим к определению полного объема водохранилища:

$$V_{\text{полн}} = V_{n \max} + V_{\text{м}}.$$

Примечание. Мертвый объем водохранилища принимаем равным 5% полезного объема, т. е.

$$V_{\text{м}} = 5\% V_{\text{п}}.$$

Имея $V_{\text{полн}}$, определим по кривой (фиг. 69) отметку зеркала водохранилища.

(Все расчеты продолжаем проводить для разных значений α от 0,75 до 0,90.)

Расчеты приводим в табл. 69.

ТАБЛИЦА 69

Ковфици- ент зарегули- рованно- сти	Средний много- летний сток	Зарегули- рованный объем стока	Макси- мальный основной дефицит стока	Период лет $n + \tau$ регули- рования	Объем у водохра- нилища			Отметка зеркала водохра- нилища
					Полез- ный	Мерт- вый = 5%	Пол- ный	
с по за- данию	$M_n \cdot 10^6 \text{ м}^3$ из основ- ных дан- ных	$W \cdot 10^6 \text{ м}^3$ (1) $\times$ (2)	$Z_{\max} \cdot 10^6 \text{ м}^3$ табл. 68	$n + \tau$ табл. 68	$V_n \cdot 10^6 \text{ м}^3$ графа 4	$V_{\text{м}} \cdot 10^6 \text{ м}^3$ $5\% \times$ (6)	$V \cdot 10^6 \text{ м}^3$ (6) $+$ (7)	∇H по кривой фиг. 69
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,75	195,5	146,64	141,89	4 + τ	141,89	7,09	148,98	18,8
0,80	195,5	156,42	194,03	6 + τ	194,03	9,70	203,73	20,8
0,82	195,5	160,33	221,13	6 + τ	221,13	11,06	232,19	21,5
0,85	195,5	166,19	270,87	10 + τ	270,87	13,54	284,41	22,75
0,87	195,5	170,11	313,62	10 + τ	313,62	15,68	329,30	23,75
0,90	195,5	175,97	377,74	10 + τ	377,74	18,89	396,63	25,00

Имея все эти основные величины, как-то: полный объем водохранилища $V_{\text{полн}} \cdot 10^6 \text{ м}^3$, полезный объем водохранилища $V_n \times 10^6 \text{ м}^3$ для разных значений α от 0,75 до 0,90, соответственные значения периода регулирования и отметки зеркала водохранилища ∇H метров, переходим к вопросу эксплуатации водохранилища, т. е. к определению величины полезной секундной отдачи водохранилища $q \text{ м}^3/\text{сек.}$ До сих пор все расчеты велись брутто, т. е. во всех операциях для определения объема водохранилища искомая полезная отдача q_n мыслилась нераздельно с вредными отдачами („отдачи-потери“ на испарение Δu и на фильтрацию $\Delta \phi$).

П. А. Ефимович следующим образом подходит к определению величины этих вредных потерь:

„Поправки для учета потерь вводятся или в последующем порядке в отдачу или в предварительном порядке путем исправления (уменьшения) величины притока к водохранилищу“.

„Если испарение с водной поверхности больше осадков, то рекомендуется поправка Кори. Вычисляется отдача брутто и из нее вычитают потери на испарение, которые равны испарению с водной поверхности плюс сток с равной площади земли минус осадки. Этот слой потерь исчисляется со средней площади зеркала водохранилища, равной примерно 0,9 от максимальной площади зеркала при нормальном подпоре“.

Для рассматриваемого случая (р. Истры) П. А. Ефимович выводит следующую формулу для подсчета потерь на испарение для n лет + τ сезон:

$$\Delta u = \frac{1}{n} [920 + 760 + 600 + 440(n - 3)] \text{ мм/год.}$$

Примечание. Для получения данной формулы инж. Ефимовичем были обработаны данные весового испарителя Вильда, действующего с 1921 г. в Техасе.

Подсчет потерь по данной формуле для n лет + τ сезон приводим в табл. 70.

ТАБЛИЦА 70

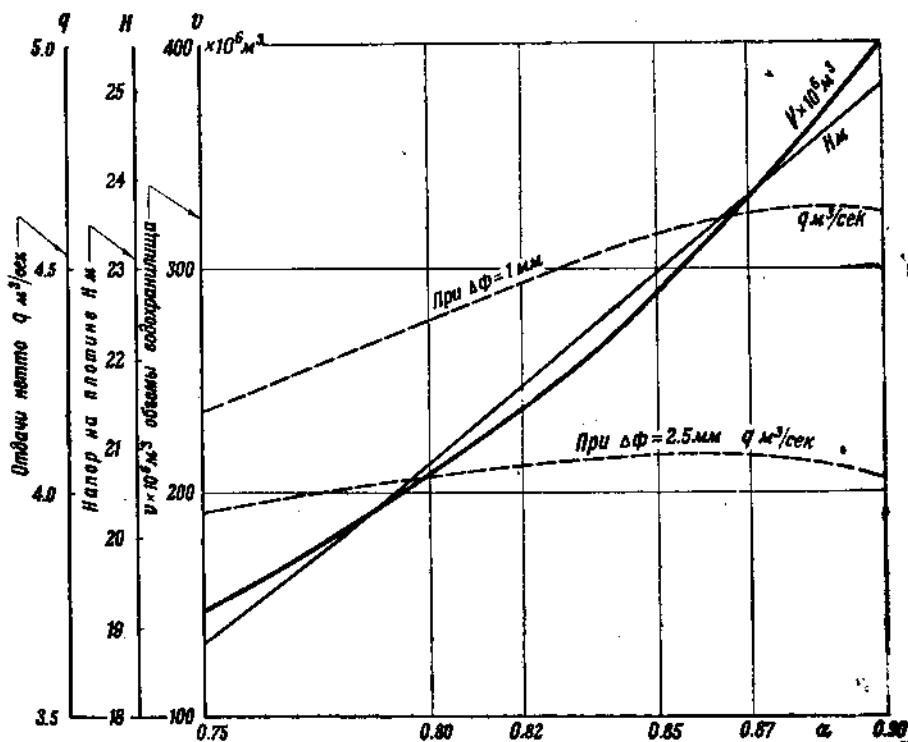
n лет + τ сезон		$\Delta u \text{ мм/год}$
При 1	год. регулирования и сезони. (без основн. объема)	920
" 2	" " " (1 год. и сезон)	840
" 3	" " " (2 " " ")	760
" 4	" " " (3 " " ")	680
" 5	" " " (4 " " ")	600
" 6	" " " (5 " " ")	580
" 7	" " " (6 " " ")	560
" 8	" " " (7 " " ")	546
" 9	" " " (8 " " ")	536
" 10	" " " (9 " " ")	527
" 11	" " " (10 " " ")	

Потери на фильтрацию принимаем в двух вариантах

$$\Delta\phi = 2,5 \text{ мм/сутки,}$$

$$\Delta\phi = 1 \text{ " "}$$

Переходим теперь к последнему моменту расчета, а именно к определению полезной отдачи:



Фиг. 74. График зависимости объема V , высоты подпора H и отдачи q от коэффициента зарегулирования α .

Расчет сводим в табл. 71.

Примечание. В табл. 71 приводится расчет при $\Delta\phi = 2,5 \text{ мм}$.

Такой же расчет (гр. 8—13 табл. 71) повторим и для $\Delta\phi = 1 \text{ мм/сутки}$.

Имея все данные табл. 71, строим график зависимости объема ($V \cdot 10^6 \text{ м}^3$) высоты подпора (H метров) и отдачи q , $\text{м}^3/\text{сек}$ от коэффициента зарегулирования α (фиг. 74).

Из графика (фиг. 74) видно, что при объеме водохранилища (от 142 до 380) 10^6 м^3 , отметке зеркала водохранилища от 18,8 до 25 м и при $\Delta\phi = 2,5 \text{ мм/сек}$ отдача q , колеблется от 3,96 до 4,05 $\text{м}^3/\text{сек}$ в среднем и т. д.

319³⁴
ПОТРЕБА

ТАБЛИЦА 71

Полезная отдача водохранилища (q м³/сек) при разных значениях α (при $\Delta\phi = 2,5$ м.м/сутки)

График изменения среднего разряда		Объем водохранилища			Ср. откл. гор. воды за период регулиру- вания	Площадь ср. зеркала		$\Delta\phi = 2,5$ м.м/сутки				Полезная отдача водохранилища	
		Полез- ный	Мерт- вый	Сред- ний				Потери за год		Зарегу- лирован- ный объем стока	w	В год	
α	$n + \tau$	V_n	V_m	V_{cp}	∇H_{cp}	F_{cp}	$\Delta\phi$	На филь- трацию	На ис- парение			В	В секунду
		10^6 м ³	10^6 м ³	10^6 м ³	м	км ²	10^6 м ³	10^6 м ³	10^6 м ³	10^6 м ³	10^6 м ³	10^6 м ³	q_n
По зад.	Из табл. 68	Из табл. 69 гр. 6	Из табл. 69 гр. 7	См. примечание				$\Delta\phi \cdot F_{cp}$	Из табл. 70 $\Delta w \cdot F_{cp}$	Из табл. 69 гр. 3	Из табл. 71 гр. 11	Из табл. 71 гр. 12	Из табл. 71 гр. 12
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	13
0,75	4 + τ	141,89	7,09	78,1	15,2	15,0	13,70	9,45	23,15	146,64	123,49	3,96	
0,80	6 + τ	194,03	9,70	106,70	16,9	18,8	17,16	10,90	28,06	156,42	128,36	4,07	
0,82	6 + τ	221,13	11,06	121,62	17,7	20,8	18,99	12,08	31,05	160,33	129,28	4,10	
0,85	10 + τ	270,87	13,54	149,00	18,8	24,4	22,28	12,86	35,14	166,19	131,05	4,16	
0,87	10 + τ	313,62	15,68	172,49	19,7	28,0	25,56	14,76	40,32	170,11	129,79	4,12	
0,90	10 + τ	377,74	18,89	207,16	20,9	33,5	30,59	17,65	48,24	175,97	127,73	4,05	

Примечание. Площадь среднего зеркала F_{cp} определяем следующим образом. для разных α : 1) определим $V_{cp} = \frac{V_n}{2} + V_m$ и наносим в табл. 71 гр. 5; 2) имея значения V_{cp} по кривой $V = f(H)$, определим ∇H_{cp} (фиг. 69); 3) имея значения ∇H_{cp} по кривой $f = f(H)$, определим F_{cp} , отвечающее этому значению H_{cp} . Эта площадь F_{cp} и будет та площадь F_{cp} (табл. 71 гр. 7), по которой определяем объем потерь $(\Delta\phi + \Delta w)$.

25291

- 326760 -

ЭГ-20-5-3

Цена 6 р. 50 к., пер. 60 к.

RLST



0000000210789

1936