

621.313.13

PSI

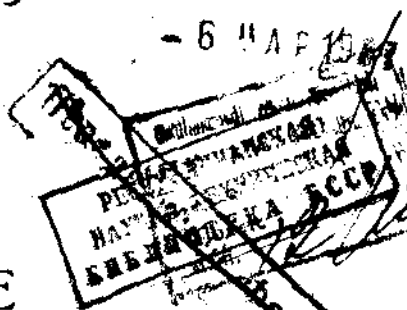
Проф. С. А. РИНКЕВИЧ

621.313.13

621.34-517

PSI

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ



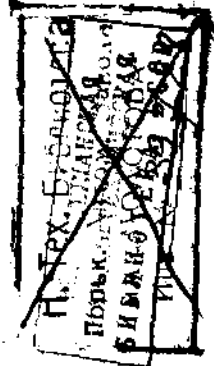
ДЕП

6 MAR 1958

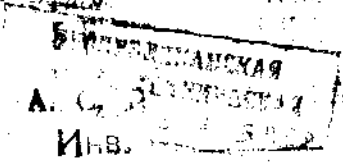
(ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПРИВОДА)

РИПХОЛОВАНАСКАЯ
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ
БИБЛИОТЕКА СССР
5.2.38

46.104



189,5608



504 10

О Н Т И

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ЛЕНИНГРАД • 1932 • МОСКВА

ПРЕДИСЛОВИЕ.

Настоящее руководство „Электрическое распределение механической энергии“ (Теория электрического привода) является переработкой труда автора, вышедшего под тем же заглавием в 1925 г., и основным курсом *) по специальности „Электрификация фабрик и заводов“ Ленинградского электротехнического института и специальности „Электрификации судов и портов“ Морской академии. На базе этого основного курса построены специальные курсы, посвященные детализации вопросов электропривода в частных случаях того или другого вида промышленности (металлургической, машиностроительной, текстильной, бумажной, судовой, горной, заводского транспорта), издание которых частично намечено в плане текущего года.

Систематизация материалов, заимствованных преимущественно из журнальной литературы, и их обработка не претендуют на законченность, в виду относительной новизны трактуемых вопросов, а экспериментальная проверка некоторых спорных положений стала возможной лишь в процессе завершения этого труда с открытием созданной в Электротехническом институте, по мысли автора и при поддержке ВСНХ, лаборатории электроприводов. Последняя отражает новейшие достижения в области передач, т. е. связи между двигателем и машиной, в области специальных типов двигателей как частей производственных машин, сложных агрегатов (Ильгнера, Кремера, Шербиуса и др.), в области новейших систем привода и электрического управления станков и, наконец, заводского транспорта (электротележки, электроподвесные дороги).

Общий порядок расположения материала сохранен от литографированного издания. Также сохранен в мелком шрифте необязательный отдел механических свойств коллекторных машин и каскадных агрегатов, в виду того, что хотя он и развился в настоящий момент в специальный курс, но соответствующего руководства для указанной специализации ЛЭТИ еще не составлено.

*) В процессе составления настоящего труда намерение автора придать ему форму учебника было изменено по предложению Энергоиздата, и содержание его значительно расширено.

Сохранен также принятый автором метод исследования механических свойств двигателей на базе „универсальных“ механических характеристик, так как, хотя он (как не обычный) и представляет некоторые трудности на первых шагах изучения, но вполне оправдывает себя в дальнейшем, предоставляя возможность упрощенного, графического решения ряда задач.

Автор считает долгом выразить признательность своим сотрудникам по кафедре, принимавшим активное участие в переработке материалов: гл. II первого издания — инж. А. В. Берендееву, гл. VII — инж. Г. В. Одинцову и гл. IX — инж. А. В. Фатееву.

Проф. С. А. Ринкевич.

Ленинград. Май 1931 г.

ВВЕДЕНИЕ.

Многословное название настоящего труда можно было бы заменить одним словом „Промэнергетика“, если бы термин этот не привился в одностороннем смысле как синоним „электроснабжения“ промпредприятий, причем последние мыслятся как потребители определенных количеств электроэнергии.

Задача данного труда совершенно иная. Если на электроэнергию для промпредприятия посмотреть не со стороны ее подачи, а со стороны приема и потребления, т. е. с точки зрения интересов самого потребителя, то количественная сторона, иными словами стоимость энергии, играет относительно ничтожную роль в себестоимости продукции большинства предприятий, являясь самой малой из составляющих числителя в ее выражении $K = \frac{a+b+c+d}{A}$

(в пределах 3—10%)*). Роль электроэнергии резко меняется, если умелым выбором электропривода машин-орудий удастся повысить их производственный эффект, т. е. увеличить знаменатель A выражения K .

Естественно, что удельная стоимость энергии на единицу продукции колеблется даже для одного и того же рода обработки, например обточка на токарном станке, в зависимости от вида обработки, и является значительно большей для грубой обдирки, чем для отделочной работы (шлифовки).

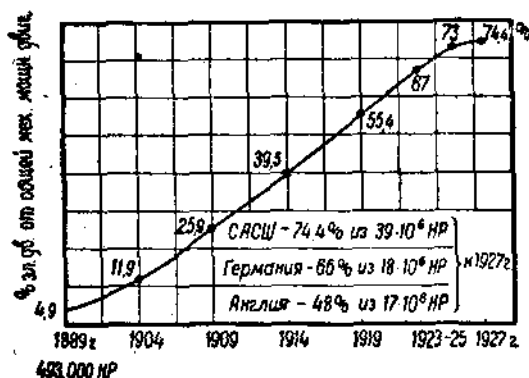
Если учесть, что выбор рода (качества) электроэнергии при такой постановке вопроса представляет значительно более сложную и многостороннюю задачу, чем подсчет ее количества, и что во всяком случае оба эти вопроса взаимно связаны, то повидимому они должны были бы составлять в своей совокупности содержание понятия „Промэнергетика“ (в электрической ее части). За последнее время в этом отношении наблюдается известный сдвиг во взглядах на использование подводимой электроэнергии, выражающийся в организации Научно-исследовательских институтов энергетики и электрификации, в известном приказе по ВСНХ СССР (№ 987, 1930 г.) о более внимательном отношении к электроприводу производственных машин и т. д.

Что именно на базе производственных достижений электропривод получил свое оправдание и блестящее развитие, нетрудно видеть из самой истории этого развития: хотя идея использования электромагнитной энергии для механической работы родилась в 1830 г. (Salvatore del Negro) ранее идеи обратимости электри-

*) Здесь A — продукция за период времени, к которому отнесены составляющие числителя; a — стоимость сырья или полуфабрикатов, b — стоимость рабсилы, c — стоимость электроэнергии и d — накладные расходы.

ческой машины — 1850 г., однако практическое применение электродвигателя далеко отстало от развития динамомашин, сразу нашедшей применение для осветительных целей. Потребовалось свыше 50 лет, чтобы оправдать применение электродвигателя в энергетическом отношении. Чрезвычайно характерно, что и после проникновения электродвигателя на фабрику около десяти лет длился спор между сторонниками трансмиссионного привода машинорудий и немногочисленными сначала сторонниками одиночного привода, т. е. установки двигателя на каждую машину в отдельности — спор, не сходявший с чисто энергетической базы сравнения расходов энергии. И только после того как практика нескольких лет выявила совершенно другую сторону электропривода, а именно коренные изменения производственной жизни, темпа производства, которые внес с собою электродвигатель, начался бур-

ный рост электрификации промпредприятий, выразившийся не только в систематическом, неуклонном увеличении количества лошадиных сил установленных электродвигателей (фиг. 1), но и в явном вымирании трансмиссионного электропривода, не дающего электродвигателю возможности передать производственной машине свои ценные механические свойства.



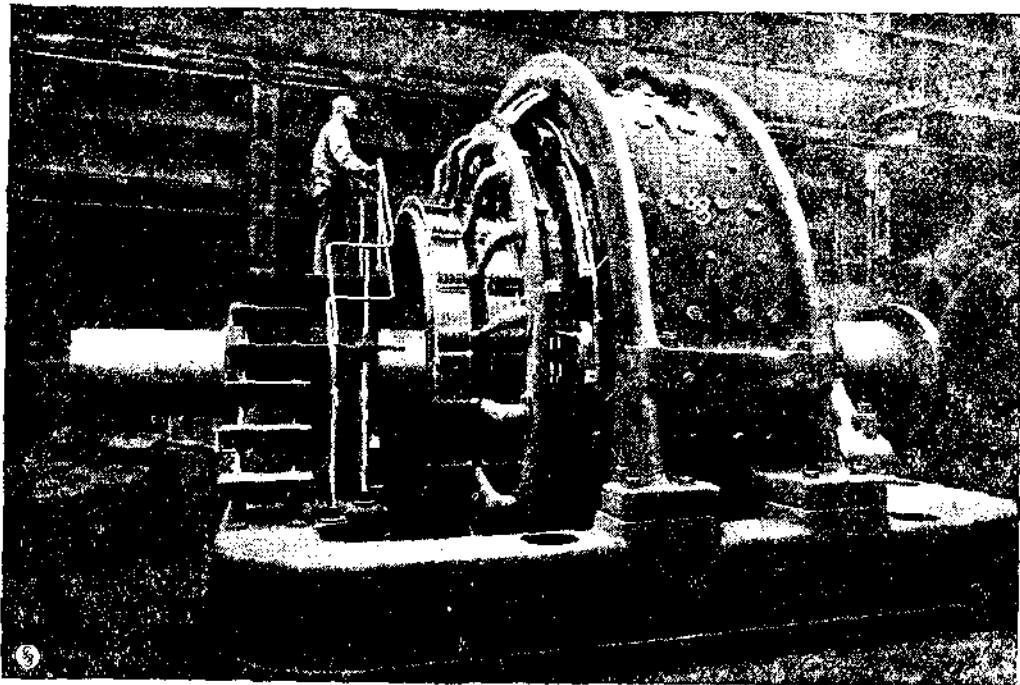
Фиг. 1.

Именно производственные выгоды одиночного привода позволили бросить большие средства на опыты по осуществлению идеи многомоторного привода, идеи дробления источников движущей энергии, которая красной нитью проходит в истории развития самого конструирования производственных машин.

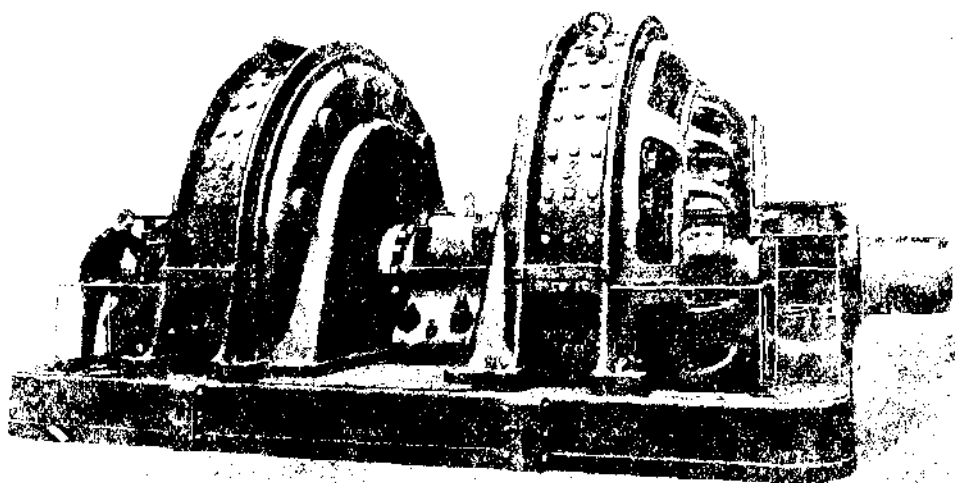
Имея в виду, что эта последняя черта развития электропривода идет не только вне энергетических соображений, но даже вразрез с ними, необходимо как можно шире охватить всю задачу в целом и выявить все те пути, по которым происходило и происходит развитие энергетики электроприводов в самом широком смысле этого слова.

1) Первый путь, наиболее общий всем отраслям техники, — путь неуклонного укрупнения мощности, в целях повышения отдачи и компактности установок. Последние установки тяжелой индустрии, например двигатели прокатных станов мощностью до 35 000 kW максимально (фиг. II и III), питающие их агрегаты Ильгнера длиной до 60 м (фиг. IV), со специальными машинными помещениями и распределительными устройствами, напоминающими крупные электростанции, красноречиво иллюстрируют сказанное. Для производства колоссальных силовых машин требуются станки соответствующих размеров.

Развитие индивидуального электропривода, теснейшим образом



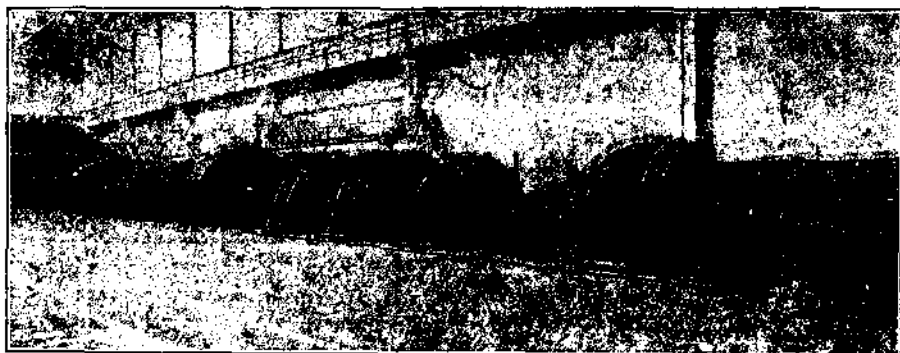
Фиг. II.



Фиг. III.

связанное с этой эволюцией, шло указанным путем укрупнения до тех пор, пока в порядке дня стоял вопрос электрификации движения одного единственного рабочего органа станка (например одного резца, одной пары валков прокатного стана). Однако, помимо постепенного увеличения числа рабочих органов, за известными пределами размеров обрабатываемой на станке детали выгоднее оказывается закреплять ее неподвижно, а подвижными делать обрабатывающие инструменты.

2) Эта тенденция к конструированию многорезцовых станков и переносных, ручных электростанков (сверл, пил, зубил, молотков и т. п.) совершенно естественно определяет второй путь развития электропривода, базирующийся на первом, но и внешне и глубоко энергетически противоположный первому, господствующему в области генерирования энергии: путь систематического дроб-



Фиг. IV.

бления движущей силы до мелких долей киловатта, доведения двигателя до отдельных рабочих элементов производственных машин.

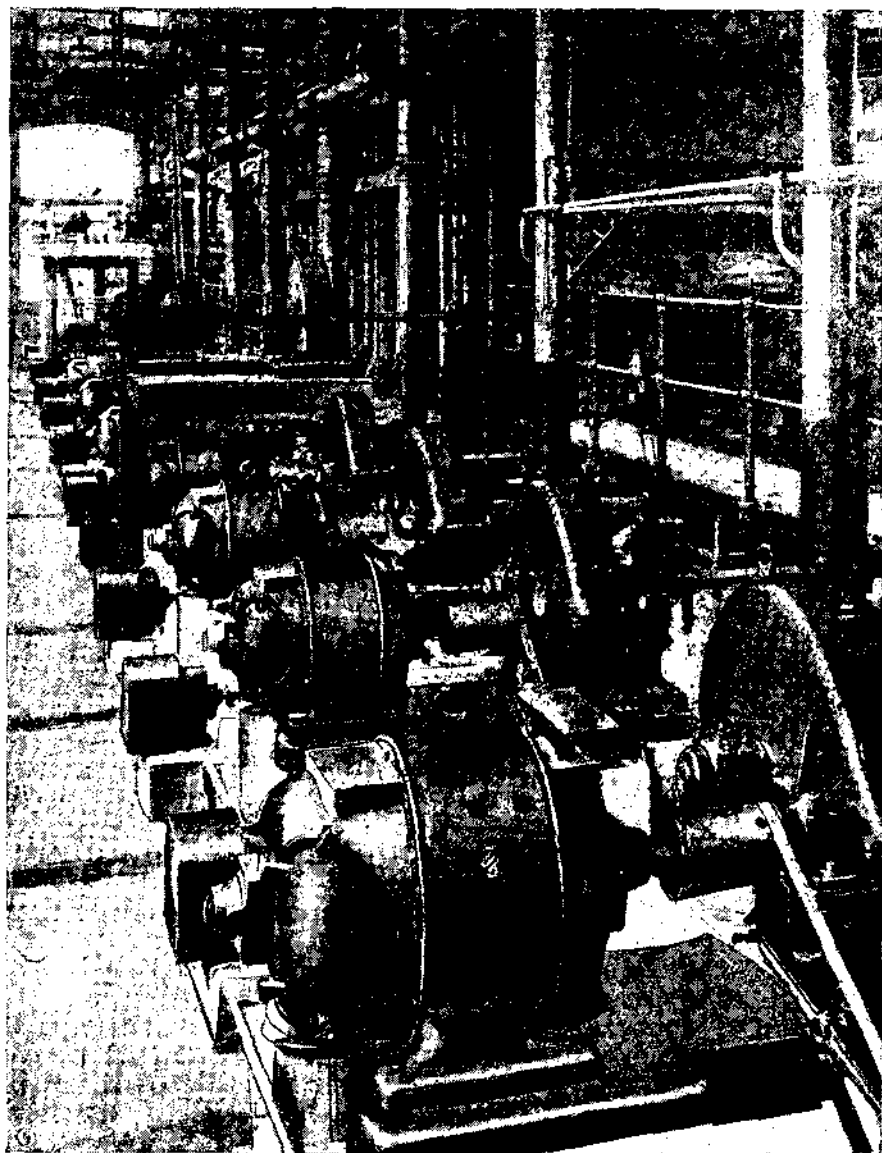
Современный многомоторный привод бумажных машин (фиг. V), или, как предел, привод пенькопрядильной машины (фиг. VI), имеющей на каждой шпуле по электродвигателю (фиг. 284, гл. V, ч. II), привод роликовых транспортеров (роллгангов) с фланцевыми двигателями на каждом ролике или даже в виде двигателей специальной конструкции с внутренним статором и наружным ротором-роликом (фиг. 266, гл. V, ч. II) представляют достижения, поскольку только индивидуальному электроприводу, одинаково легко выполняемому как в десятках тысяч, так и в сотых долях киловатта.

Помимо производственных причин, о чем речь далее, дроблению способствуют и чисто энергетические причины: один взгляд на современный станок (фиг. VII) показывает энергетическую бессмыслицу центрального привода его рабочих органов — от общего электродвигателя.

3) Третий путь развития электропривода является наиболее специфическим. На нем электропривод и сделал свою блестящую карьеру. Это путь максимального использования произ-

водственного оборудования предприятий. Коэффициент использования машины η_A можно выразить произведением двух коэффициентов:

$$\eta_A = \eta_B \cdot \epsilon^*),$$



Фиг. V.

т. е. коэффициента использования по мощности, чаще называемого

*) При подсчете мощности трансмиссионного двигателя или сечения фидера вместо коэффициента включения ϵ вводится коэффициент одновременности η_{Σ} .

коэффициентом загрузки η_B , и коэффициента использования по времени (коэффициента включения) ε .

Энергетическое использование также можно выразить произведением двух коэффициентов:

$$\eta = \eta_m \cdot \eta_w,$$

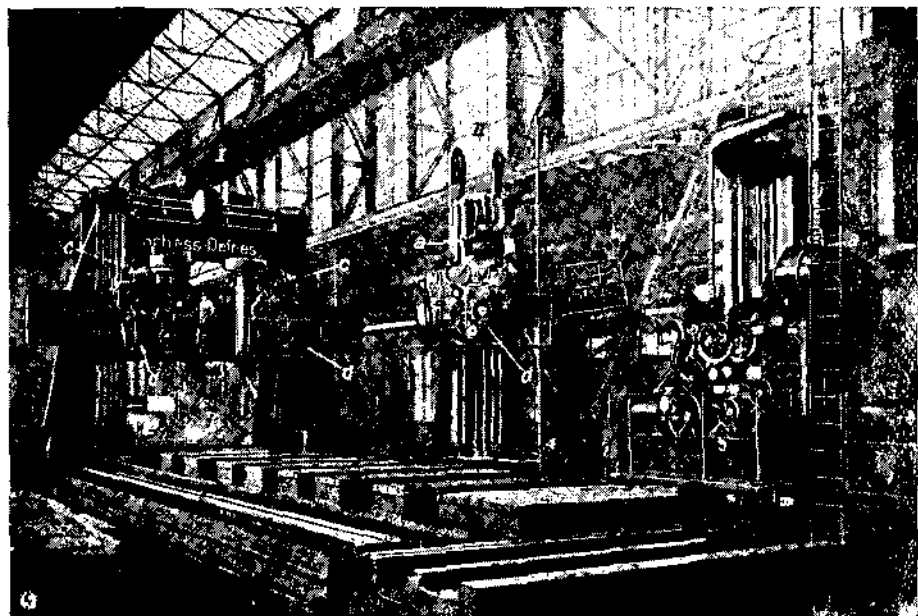
где коэффициент η_m механической отдачи электропривода (двигателя и механических передач), как сказано, играет относительно ничтожную роль, тогда как влияние рода электропривода на механическую отдачу станка η_w , несравненно более высокую для новых станков с использованием регуляторов двигателя (см. гл. VIII, ч. II), гораздо существеннее.

Решающую роль в развитии электропривода сыграли именно те коэффициенты η_B и ε), которые на первый взгляд имеют весьма отдаленное отношение к электродвигателю. Таким образом одной из задач данного труда является выяснение влияния электропривода, т. е. легкой и плавной электрической регулировки, на подбор наивыгоднейшего режима работы (скорости технологического процесса) и следовательно — на загрузку станка, и влияния необычайной эластичности управления, быстрого пуска на расстоянии, мгновенного электрического торможения и т. д. на маневренную способность, т. е. на использование станка по времени.

В дальнейшем несомненно будет выяснено все преимущество в указанных отношениях двигателей постоянного тока, так что и на этом пути приходится констатировать, что энергетика электропривода занимает подчиненное положение в общей его экономике. Действительно, на всех современных гигантах-металлозаводах мы видим связанное с потерями энергии преобразование подаваемого трехфазного тока в постоянный: почти все крупные станки строятся с двигателями постоянного тока. Кривая фиг. VII показывает эту неуклонную тенденцию в проектировании электропривода для крупных карусельных станков. При современном исключительном при-

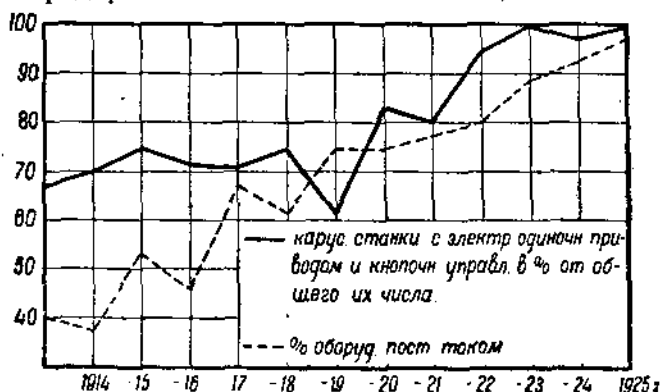
*) Определение коэффициентов, характеризующих работу электроприводов, разработанное автором, в настоящее время утверждено ЦЭСом (см. „Вестник электропромышленности“, № 1, 1932 г., стр. 40).

менении трехфазного тока на районных электростанциях в конструкциях электропривода станков начинают прибегать к таким крайностям как снабжение их универсальными приводами с мотор-генератором в станине (фиг. IX, см. А. Е. G. Mitteilungen, 1931, № 3).



Фиг. VII.

Если учесть существующий низкий коэффициент использования станков на предприятиях и то обстоятельство, что только измери-



Фиг. VIII.

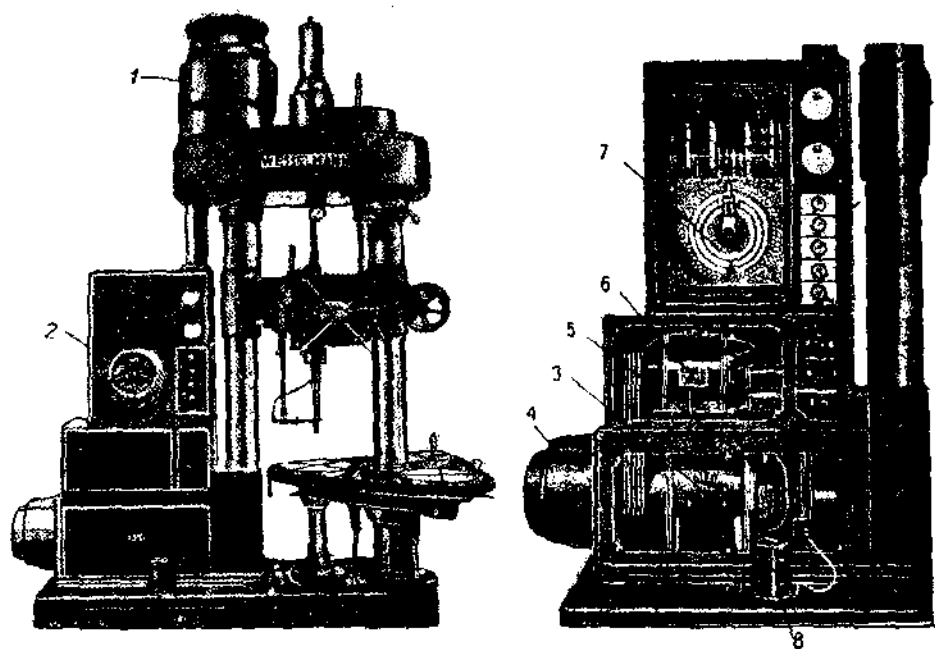
тельные приборы на станках современного одиночного *) электро-

*) Кроме термина „одиночный“ привод (Einzelantrieb), характеризующего наличие у каждой машины отдельного электродвигателя, широко распространен термин „индивидуальный привод“, характеризующий особый тип двигателя, как части данной машины-орудия.

привода дают возможность контролировать загрузку станков, а система электрического управления (автоматического или полуавтоматического, кнопочного) — поддерживать загрузку полной и повысить использование станков по времени, то этому свойству электропривода следует приписать причину практического распространения многих сложных и дорогих его систем, вроде указанной на фиг. VIII.

Система эта впрочем может служить скорее образцом таких систем, которым не должно быть места в едином фабрично-заводском хозяйстве СССР, имеющем все основания лишь в особо исключительных случаях отступать от „стандарта“.

4) На четвертом пути систематического увеличения скорости производственного процесса, т. е. скорости вращения, электро-

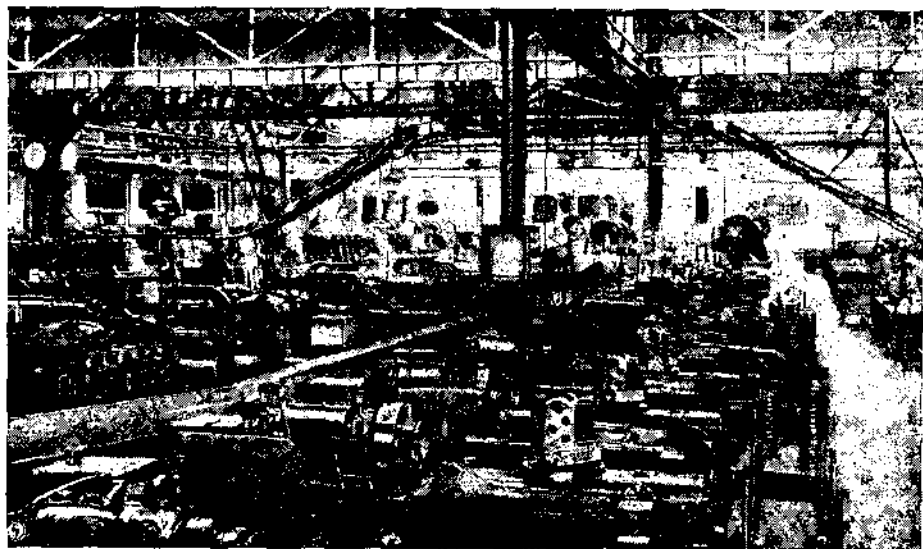


Фиг. IX.

двигатель, не находивший себе применения десятки лет вследствие своей быстроходности при тихоходных по преимуществу машинах-орудиях, ныне начинает отставать от последних в целом ряде производств (текстильном, искусственного шелка — вискозном, деревообделочном и т. д.), так как максимальное число оборотов (3000 в мин. при 50 пер/сек.) является уже недостаточным, и приходится прибегать либо к специальным периодоумформерам (преобразователям частоты), либо к специальным конструкциям двигателей.

Надо заметить, что одной из причин указанной эволюции машиностроения (быстроходности) является лучшее использование материалов и лучшая механическая отдача, так как размеры машины уменьшаются с уменьшением момента, обратно пропорционального скорости вращения (при той же мощности и производительности).

Во всяком случае непрерывное сближение скоростей вращения двигателя и производственной машины, в особенности рабочего органа последней (резца, сверла, веретена и т. п.), является лучшим



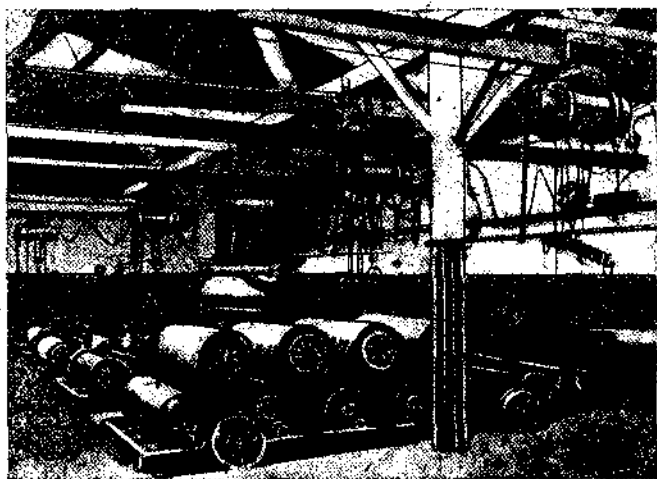
Фиг. X.



Фиг. XI.

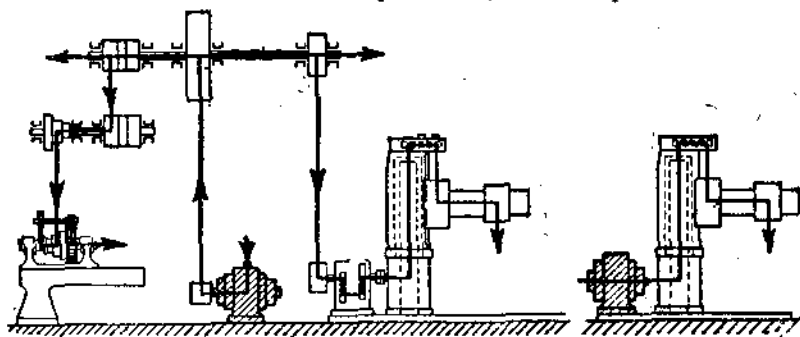
залогом развития одиночного и много моторного привода, т. е. того приближения двигателя к рабочему органу машины, о котором выше уже говорилось.

5) Пятый путь развития электрификации промпредприятий — путь рационализации производственного процесса в целом (а не только производственной машины, как первые четыре), то есть: а) рационализации схемы движения предмета обработки, что связано с перестановкой станков, легко осуществимой лишь при одностороннем электроприводе и обычно вызывающей упразднение существующего трансмиссионного привода, и б) широчайшей механизации и электрификации заводского транспорта.



Фиг. XII.

Способствуя своевременной подаче материала и повышению коэффициента использования станков по времени (т. е. коэффициента



Фиг.

включения ϵ , см. поз. 3), механизация стала возможна в широкой мере лишь с внедрением электродвигателя в фабричное производство и обязана своим расцветом одиночному и индивидуальному электроприводе, освободившему пространство над станком.

Сопоставление фиг. X и XI иллюстрирует сказанное. Применение кранов или конвейерной ленты, подъем и спуск которой видны на фиг. X, конечно не возможны при целом „лесе“ ремней (фиг. XI), также как: широкое использование тельферов (фиг. XII).

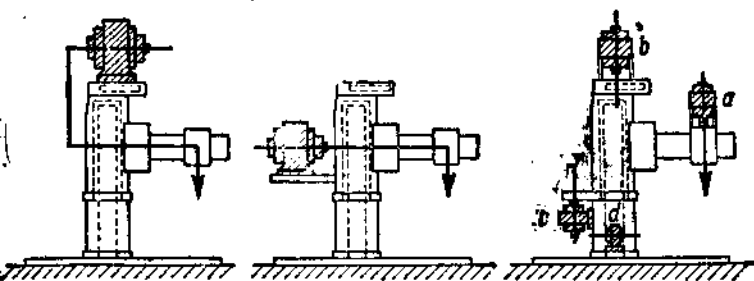
6) Это же свойство современного электропривода — отсутствие ремней, загромождающих и затемняющих заводские помещения — составляет шестую особенность современного проектирования — максимум гигиены и света в этих помещениях, что несовместимо с трансмиссионным приводом.

7) Наконец, только с широким распространением одиночного электропривода, когда каждая машина получает свой двигатель и свой контрольный измерительный прибор, стали возможны во всей полноте контроль и учет производственных процессов по отдельным их разновидностям. Так, например, можно утверждать, что начало исследования работы прокатки металлов связано с введением электропривода прокатных станов. Тот же прибор обеспечивает контроль над состоянием самой машины по холостому ходу, что было неосуществимо при трансмиссионном приводе.

Излишне было бы подробно останавливаться на том, что в условиях социалистического хозяйства глубокое внедрение контроля и учета хотя и по иным соображениям, но отнюдь не менее необходимо, чем в капиталистическом.

Итак, стремление приблизить двигатель к рабочему органу машины-орудия неразрывно связано с техническим прогрессом на всех указанных путях развития электрификации промышленности и является одной из основных особенностей эволюции машиностроения последних лет. В журнале V. D. I., 1930, № 24, посвященном мировой энергетической конференции в Берлине, это стремление продемонстрировано в процессе усовершенствования машин почти всех отраслей промышленности, в виде перехода к многомоторному приводу бумажных, текстильных, металлообрабатывающих и т. п. станков (фиг. XIII см. слева направо).

В связи с проникновением электродвигателя в производственную машину прежний, чисто эмпирический способ определения величины и рода двигателя естественно оказался недостаточным.



XIII.

Его заменило тщательное изучение механических свойств машин и двигателей, которое привело к установлению ряда основных положений для расчета электропривода. Работы на этом поприще достигли такого успеха и размеров, что создали отдельную ветвь технической науки. Таким образом в настоящее время для инженеров-электриков открыто новое поле деятельности — проектирование электропривода на научных основаниях.

Обилие новых предложений в этой области подтверждает ска-

занное и вместе с тем открывает еще одну область деятельности: область исследования. Действительно, в каждой отрасли технического прогресса можно различать две фазы: фазу изобретательства и фазу изучения практических его результатов, подведения итогов часто более длительную и кропотливую.

Несомненно, что только гармония между ними, т. е. между теорией и практикой, является залогом здорового развития техники.

При настоящем состоянии техники электроприводов в СССР, которое характеризуется главным образом спешным заимствованием новейших зарубежных достижений, вторая фаза приобретает особое значение, так как своевременное изучение практических результатов нововведений обеспечит необходимую критику достижений техники капиталистических стран и поможет предупредить возможность массовых ошибок от неосторожной „пересадки“ этих достижений в условия СССР. Однако связанное с этим сбережение средств в свою очередь требует затраты сил и средств на производство исследований, и в первую очередь — на массовое распространение контрольных измерительных электрических приборов.

Итак, из сделанного обзора развития электропривода логически вытекает и необходимая структура предлагаемого общего курса электроприводов: после установления основных уравнений движения, методов определения сопротивления со стороны электрифицируемой машины и методов построения ее механических характеристик (гл. I) идет изложение механических характеристик двигателей (гл. II и III), на базе сочетания которых должен производиться выбор рода двигателя (гл. IV).

Гл. VI и VII (часть II) посвящены теории нагревания и определения мощности двигателей и реостатов, и только после изложения теории выбора привода (гл. VIII, часть II) даются общие основания для выбора рода тока и напряжения.

Таким образом автор совершенно сознательно хочет противопоставить „энергоснабженческому“ подходу к электрификации предприятий по схеме: электростанция — сеть — электродвигатель — механическая связь — станок, как раз обратную последовательность: станок — механическая связь — электродвигатель — сеть — электростанция. При этом за основу берется производственный процесс электрифицируемой машины, и выбор электропривода; т. е. рода электродвигателя (а отсюда и рода тока), производится на базе возможной интенсификации и улучшения производственного процесса.

Выбор же рода двигателя и рода тока определяет всю электрификацию предприятия в целом, т. е. систему фидерной сети, число и род цеховых подстанций и главной подстанции или заводской блок-станции.

РАБОЧИЕ ИЛИ НАГРУЗОЧНЫЕ ДИАГРАММЫ.

§ 1. Основные положения.

При решении одного из основных вопросов электрификации — выбора мощности электродвигателя — исходными данными являются сопротивление со стороны машины-орудия, приводимой в движение электродвигателем, которые ему предстоит преодолевать. Когда они измерены или подсчитаны и построены в виде диаграммы в функции времени или скорости, то электродвигатель может быть выбран по одному из нижеприводимых методов, в зависимости от характера диаграммы. Из указанной двухсторонности задачи очевидно, что отправными дисциплинами при изложении основ электрификации являются прикладная механика и электромеханика.

Как известно из механики, зависимость между сопротивлениями, противодействующими движению, и силами, преодолевающими их, в общем виде выражается:

а) для поступательного движения уравнением:

$$F_m - F_s = m \frac{dv}{dt} = m \cdot \dot{v} \text{ kg}, \quad (1)$$

где F_m — поддерживающая движение и называемая силой тяги, в кг; F_s — сопротивление при установившемся движении, т. е. статического сопротивления, в кг; m — масса тела, приводимой в движение, в $\frac{\text{kg} \cdot \text{sec}^2}{\text{m}}$; $m \frac{dv}{dt}$ — сила динамического сопротивления, в кг; $\dot{v} = \frac{dv}{dt}$ — линейное ускорение, в $\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$.

б) для вращательного движения, с которым нам главным образом и предстоит иметь дело, уравнение (1) удобнее представить в виде уравнения моментов:

$$M_m - M_s = J \frac{d\omega}{dt} = J \dot{\omega} \text{ kgm},$$

где M_m — вращающий момент на валу двигателя, в kgm , M_s — момент сопротивления со стороны приводимой в движение машины при установившемся движении, называемый моментом статического сопротивления, в kgm .

$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ — угловая скорость вращения в sec^{-1} ($d\varphi$ — угол в радианах, описываемый радиусом-вектором за время dt); $\dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$ — угловое ускорение в sec^{-2} ; J — момент инерции вращающегося тела в $\text{kgm}^2/\text{sec}^2$ (как известно из механики, $J = \int r^2 dm = m\rho^2$, где ρ — радиус инерции, а m — масса, см. далее кривые значений J или маховых моментов GD^2 для якорей электрических двигателей (фиг. 9а, б, с); $J \frac{d\omega}{dt}$ — момент динамического сопротивления, т. е. сопротивления инерции массы, в kgm .

Примечание. Согласно привычные в прикладной механике единицы измерения силы в kgm и работы в kgm с единицами, принятыми в электротехнике, „стен“ и „киловатт-час“, не лишним будет напомнить их соотношения (см. § 13 правил о механических измерениях — приказ ВСНХ № 17 от 15 окт. 1927 г.):

Единица силы — 1 стен¹ (st) есть сила, сообщаящая телу массой в 1 тонну ускорение в 1 m/sec^2 и равная 10^8 дин или 102 килограммсил.

Точные соотношения между 1 kg-силой (т. е. весом 1 kg в пустоте при нормальном ускорении $9,81 \text{ m/sec}^2$) и весом 1 kg в различных местностях СССР устанавливаются согласно § 8 ПМВ. Они могут быть приравнены друг к другу с точностью до 0,2%.

Единица работы — 1 килоджоуль (кДж) = 10^3 джоулей = 10^{10} эргов — есть работа силою в 1 стен при перемещении точки ее приложения на 1 метр (по ее направлению)² и равная 1000 джоулей = $1000 \text{ W/sec} = 1 \text{ kW/sec}$ или 102 килограмм-сил-метров в 1 секунду.

Та же единица служит для измерения энергии.

Единица мощности — 1 киловатт (кВт) — есть мощность двигателя, производящего равномерную работу в 1 килоджоуль в течение 1 секунды.

В тех расчетах, где одновременно с силами, выраженными в килограмм-силах, входят массы, — за единицу массы принимается масса тела, которому сила в 1 килограмм-силу сообщает ускорение, равное 1 m/sec^2 , т. е. масса $\left(\frac{\text{kg st sec}}{\text{m}}\right)$, равная 9,806 kg.

Таким образом 1 килограмм-сила = 0,00981 стена, или $1 \text{ st} = 102$ килограмм-сил.

Мощность в 1 л. с. = $75 \text{ kgm/sec} = 0,736 \text{ kW}$.

Единица тепла, к сожалению, в приказе № 17 не введена; за единицу тепла в системе МТС принята новая единица — 1 термия (th), представляющая количество тепла, необходимое для поднятия температуры 1 тонны воды на 1°C , т. е. равная 1000 больших калорий (1000 kg cal).

Обратно, $1 \text{ kg cal} = \frac{1}{1000}$ термии = 1 миллитермия (1 mth).

Отсюда работа 1 килоджоуля = 1 kW/sec эквивалентна $0,24 \text{ kg cal}$, и обратно 1 термия = 1000 kg cal , эквивалентна работе $\approx 426\,000$ килограмм-сил-метров.

В дальнейшем все символы, т. е. обозначения единиц, будут выражены

латинским алфавитом согласно постановлению Международной электротехнической комиссии.

Под сокращенным обозначением kgm будут пониматься килограмм-силы-метры.

При электрификации подъемных механизмов, для удобства подсчетов необходимой мощности в выражении момента инерции, радиус инерции заменяется радиусом вращающегося тела, обычно радиусом подъемного барабана r (или расстоянием от оси барабана до центра каната).

Тогда

$$J = m_{\text{red}} \cdot r^2,$$

где m_{red} — масса вращающегося тела, отнесенная к окружности барабана.

Очевидно, что $m_{\text{red}} = m \left(\frac{\rho}{r} \right)^2$.

Угловая скорость также заменяется окружной скоростью барабана v м/сек, которая обычно соответствует скорости поднимаемого груза.

Так как

$$v = r \omega \text{ м/сек,}$$

то

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{r} \frac{dv}{dt}$$

и

$$J \frac{d\omega}{dt} = m_{\text{red}} r^2 \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{dv}{dt} = m_{\text{red}} r \cdot \frac{dv}{dt}.$$

Из ур-ний (1) и (2) ясно, что в зависимости от того, будет ли F_m или M_m больше, равно или меньше F_s или M_s , движение будет ускоренным, установившимся или замедленным, а именно:

1) При $F_m > F_s$ или $M_m > M_s$, что должно иметь место при пуске, избыток движущей силы или вращающего момента идет на увеличение скорости v или ω . В этом случае $m \frac{dv}{dt}$ и $J \frac{d\omega}{dt}$ имеют положительный знак и как динамические сопротивления складываются со статическими F_s или M_s (полезных сопротивлений и сил трения):

$$F_m = F_s + m \frac{dv}{dt}$$

$$M_m = M_s + J \frac{d\omega}{dt}. \quad (2)$$

2) При $F_m = F_s$ или $M_m = M_s$ третий член ур-ний (1) и (2), т. е. динамическое сопротивление, становится равным нулю, скорость v или ω при этом постоянна, — движение установившееся.

3) Наконец, при $F_m < F_s$ или $M_m < M_s$, что достигается искусственно при остановке или происходит естественно при каждом случайном повышении сопротивления F_s или M_s , — движение за-

медляется. Выражение динамического сопротивления получает отрицательный знак и со знаком плюс может быть перенесено в левую часть уравнений (1) и (2):

$$F_m + m \frac{dv}{dt} = F_s$$

$$M_m + J \frac{d\omega}{dt} = M_s$$

Отсюда видно, что работа, затраченная на ускорение массы привода и равная $(F_m - F_s) s$ при поступательном движении или $(M_m - M_s) \varphi$ — при вращательном, сохраняется при установившемся движении как потенциальная энергия W и по закону сохранения энергии проявляется опять как кинетическая, поддерживающая неизменяемость движения при нарушении равновесия и замедлении движения (1-й закон Ньютона).

В дальнейшем мы остановимся на рассмотрении практических случаев использования этой кинетической энергии W для движения и случаев, когда ее приходится превращать в бесполезную тепловую энергию в тормозах трения.

Перейдем теперь к выражениям работы A и мощности P :

а) при равномерном поступательном движении в направлении силы:

$$\text{работа } A = F \cdot s \text{ kgm,}$$

$$\text{мощность } P = \frac{A}{t} = F \frac{s}{t} = F \cdot v \text{ kgm/sec;}$$

б) при равномерном вращательном движении работа на пути $r\varphi$ (при повороте на угол φ) (фиг. 1):

$$A = F (r\dot{\varphi}) = M \cdot \dot{\varphi} \text{ kgm,}$$

а мощность:

$$P = \frac{A}{t} = M \frac{\varphi}{t} = M \omega \text{ kgm/sec.}$$

Фиг. 1.

Обратное выражение момента на валу электродвигателя M через его полезную мощность, которую будем обозначать через P_m^*):

$$M_m = \frac{P_m \cdot 102}{\omega} = \frac{P_m 60 \cdot 102}{2\pi n} = 975 \frac{P_m}{n} \text{ kgm,} \quad (3)$$

где n — число оборотов двигателя в 1 мин., 102 kgm/sec — механический эквивалент мощности 1 kW.

*) P_m — это та мощность в киловаттах, которая обозначается на шитке двигателя. Мощность, подводимая из сети к зажимам двигателя, выражается частным от деления P_m на к. п. д. двигателя.

Работа A , затрачиваемая на преодоление динамического сопротивления (инерции масс) на пути неустановившегося движения s и равная запасу потенциальной энергии W движущихся или вращающихся частей привода, выражается так:

при поступательном движении, считая $m = \text{const}$:

$$A_b = \int_0^s \left(m \frac{dv}{dt} \right) ds = m \int_0^s \frac{ds}{dt} dv = m \int_0^v v dv = \frac{mv^2}{2}; \quad (4)$$

при вращательном движении, вводя $v = \omega r$:

$$A_b' = \int \frac{dm v^2}{2} = \int \frac{dm (r \omega)^2}{2} = \omega^2 \int dm r^2 = \frac{J \omega^2}{2}. \quad (4').$$

Примечание. К категории аналогичных сопротивлений надо отнести динамическое сопротивление движению тела со стороны воздуха. Если поверхность $q(\text{м}^2)$ передвигать в перпендикулярном к ней направлении со скоростью v м/сек, то воздух, находящийся перед нею, будет оказывать сопротивление движению. Действительно, в каждую секунду определенное количество воздуха, равное $qv(\text{м}^3)$ или $qv\gamma$ кг, должно перейти из состояния покоя к движению с той же скоростью v .

Таким образом, если масса воздуха

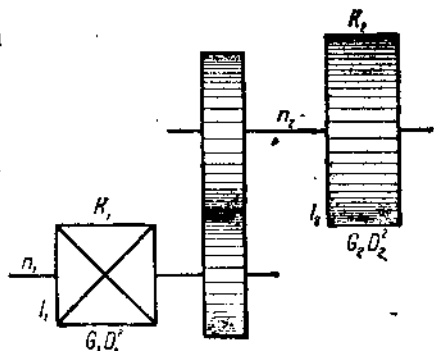
$$m = \frac{G}{g} = \frac{q \cdot v \gamma \text{ кг} \cdot \text{сек}^3}{g \text{ м}}$$

в 1 сек достигает скорости v , т. е. получает ускорение

$$\frac{dv}{dt} = \frac{v \text{ м/сек}}{1 \text{ сек}} = v \text{ м/сек}^2,$$

то динамическое сопротивление ее:

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{qv \gamma}{g} v = \frac{\gamma}{g} q v^2 \text{ кг}.$$



Фиг. 2.

Для практических расчетов в эту известную формулу Ньютона должен быть введен коэффициент, учитывающий форму поверхности, обуславливающей сопротивление воздуха.

Как видно из этой формулы, момент сопротивления на валу вращающегося вентилятора или гребного винта (судового) увеличивается пропорционально квадрату числа оборотов. Такого рода момент $M_s = f(n^2)$ в практике называют вентиляторным.

Обычно привод состоит из целого ряда элементов, передвигающихся и вращающихся с различными скоростями, и потому при расчете движущего момента все моменты как статических, так и динамических сопротивлений отдельных элементов необходимо привести к какому-либо определенному элементу привода, большей частью к валу электродвигателя. Так, если момент инерции J_2 тела K_2 (фиг. 2) надо отнести к валу тела K_1 , например якоря электро-

двигателя, то при условии неизменности живой силы должно быть соблюдено равенство:

$$J_{2 \text{ ред}} \frac{\omega_1^2}{2} = J_2 \frac{\omega_2^2}{2};$$

отсюда приведенный к числу оборотов n якоря момент инерции

$$J_{2 \text{ ред}} = J_2 \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} = J_2 \frac{n_2^2}{n_1^2} = \frac{J_2}{u^2},$$

где

$$u = \frac{n_1}{n_2},$$

т. е. для получения приведенного момента инерции $J_{2 \text{ ред}}$ надо разделить момент инерции тела J_2 на квадрат передаточного числа. Соответственно при k вращающихся с различной скоростью элементах имеем:

$$J_{\text{общ}} = J_{\text{як}} + \frac{J_1}{u_1^2} + \frac{J_2}{u_2^2} + \dots + \frac{J_k}{u_k^2}. \quad (5)$$

При наличии, кроме вращательного, еще и поступательного движения частей привода необходимо все массы пересчитать на то или другое движение. Так, если общая живая сила равна

$$A_b = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{J \omega_1^2}{2},$$

то в случае пересчета на поступательное движение ищем такую эквивалентную приведенную массу всего привода $m_{\text{ред}}$, которая при той же поступательной скорости движения v обладала бы полной кинетической энергией, т. е.

$$\frac{m_{\text{ред}} v_1^2}{2} = A_b,$$

откуда

$$m_{\text{ред}} = \frac{2 A_b}{v_1^2} = \frac{2}{v_1^2} \left(\frac{m v_1^2}{2} + \frac{J \omega_1^2}{2} \right) = m + J \left(\frac{\omega_1}{v_1} \right)^2 \text{ kgm} \cdot \text{sec}^{-2} \quad (6)$$

или во втором случае, при пересчете на вращательное движение

$$J_{\text{ред}} = \frac{2 A_b}{\omega_1^2} = J + m \left(\frac{v_1}{\omega_1} \right)^2. \quad (6')$$

Остановимся теперь на подсчете статического сопротивления F_s . Это сопротивление складывается из полезного сопротивления F_n и сопротивления трения F_{fr} :

$$F_s = F_n + F_{fr}.$$

Соответственно момент сопротивления M_s складывается из момента полезного сопротивления M_n и момента сопротивления трения M_{fr} .

причем для привода, состоящего из n элементов, подверженных воздействию сил

$$M_n = \sum_{k=1}^{k=n} \frac{M_{nk}}{u_k},$$

где M_{nk} — момент от неуравновешенных сил на k -ом элементе и u_k — передаточный коэффициент k -го элемента.

Вообще говоря, сопротивление трения нетрудно подсчитать, зная вес или усилие и коэффициент трения первого или второго рода, в зависимости от рода движения (скольжения или качения).

Нередко сопротивление трения отождествляется с сопротивлением холостого хода. Необходимо, однако, помнить, что сопротивление трения пропорционально передаваемому усилию, и, следовательно, при нагрузке машины оно становится больше. Так, по наблюдениям над станками оказывается, что потери на трение при полной нагрузке превышают потери при холостом ходе на величину от 10 до 20%. Отсюда, строго говоря, момент трения представится в виде:

$$M_{fr} = M_o + \sum_{k=1}^{k=n} \frac{1 - \eta_k}{\eta_k} \frac{M_n}{u_k} + \sum \frac{1 - \eta_k}{\eta_k} J \frac{d\omega}{dt} \frac{1}{u^2},$$

где M_o — момент сопротивления при холостом ходе, зависящий главным образом от веса движущихся частей привода;

η_k — коэффициент полезного действия, учитывающий трения, пропорциональные передаваемым усилиям.

Однако, моменты трения редко исчисляются самостоятельно при электрификации привода, а большей частью учитываются в общем выражении момента сопротивления $M_s = \frac{M_n}{\eta_m}$ путем деления момента полезного сопротивления на механический коэффициент полезного действия привода. Этот коэффициент $\eta_m = \frac{M_n}{M_s}$ для многих

механизмов (насосов, лебедок и т. п.) хорошо изучен и дается в справочниках или может быть подсчитан в сложном приводе со многими передачами, если известен род передач (о ременных, зубчатых, червячных и т. п. передачах см. гл. VIII).

Иногда, впрочем (например при расчете шахтных подъемных установок), сопротивление трения пересчитывается на полезное сопротивление путем добавления некоторого фиктивного веса G_z к полезному весу груза G_n , считая, что полученный таким образом

груз $G = G_n + G_z$ поднимается без трения. Коэффициент $\eta = \frac{G_n}{G}$ носит название шахтного коэффициента.

Аналогично при определении мощности двигателей для насосов трение иногда учитывается добавлением некоторой фиктивной величины напора h_z к действительному напору h_n .

§ 2. Влияние динамического сопротивления на процесс пуска двигателя.

Зная выражение моментов, мощности и работы, можно графически представить процесс работы электрического привода диаграммой фиг. 3а и б, где по оси абсцисс отложено время пуска t_b и время

установившегося хода t_s , а по оси ординат — ускорение, скорости, моменты и мощности.

Избыток момента, который необходимо приложить в период разгона, выражаемый разностью $M_m - M_s$, в дальнейшем будем называть избыточным моментом, или моментом ускорения.

$$M_b = M_m - M_s.$$

Этому избытку движущего момента двигателя M_b будет соответствовать со стороны привода момент динамического сопротивления

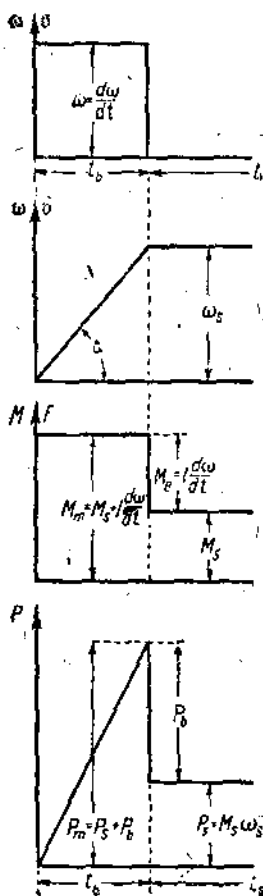
$$J \cdot \frac{d\omega}{dt}.$$

Аналогично P_s и P_b представляют мощности установившегося хода и ускорения на валу привода.

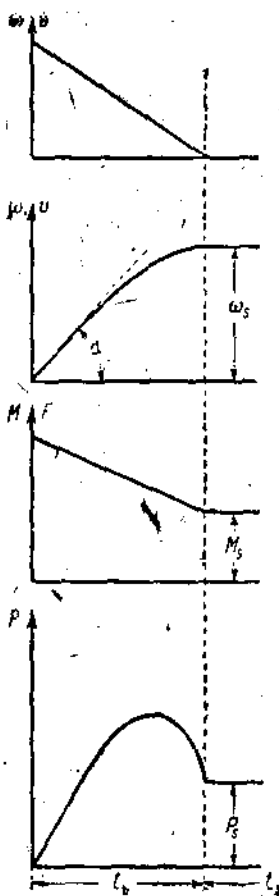
Разбирая диаграмму мощности, мы видим, что электродвигателю

предстоит преодолеть в конце периода разгона некоторый „пик“ нагрузки, в виде суммы $P_b + P_s$. Не касаясь пока величины и диаграммы мощности, подводимой к двигателю из сети, необходимо установить, что на выбор его мощности может сильно влиять именно этот пик нагрузки, создаваемый постоянной величиной динамического сопротивления $J \frac{d\omega}{dt}$ при постоянном ускорении.

Если бы в период пуска ускорение можно было равномерно уменьшать до нуля, что часто и осуществляется на практике (например в шахтных подъемниках, электрифицированных по системе



Фиг. 3а.



Фиг. 3б.

Леонарда) *), то диаграмма нагрузки изменилась бы в благоприятную для электродвигателя сторону. Как видно из сравнения обеих диаграмм на фиг. 3а и б при одной и той же установившейся скорости ω_s и мощности P_s пик мощности ускорения P_b во втором случае значительно меньше, правда за счет некоторого увеличения периода t_b .

При одном и том же количестве работы, совершаемой двигателем за определенный рабочий цикл с заданной продолжительностью, вытекающей из производственных требований, весьма важно найти такие соотношения между продолжительностью отдельных элементов цикла и величиной ускорения и замедления, при которых установившаяся скорость ω_s или v_s , определяющая установившуюся мощность двигателя, будет наименьшей.

Рассмотрим составляющие элементы типичного рабочего цикла: период пуска, период установившегося хода и период замедления.

1. Период пуска. При равномерно-ускоренном движении период ускорения t_b , строго говоря, следует разбить на 3 периода:

- а) период t_{b1} , когда ускорение начинает расти по прямой линии до своего максимума $\dot{\omega}$ — прямая OB' (фиг. 4);
- б) период t_{b2} , когда ускорение $\dot{\omega}_b$ постоянно — прямая $B'C'$, и
- в) период t_{b3} , когда ускорение падает от $\dot{\omega}_b$ до нуля также прямолинейно — прямая $C'D'$.

В первый период t_{b1} :

$$\dot{\omega}_b = c \cdot t = \frac{d\omega}{dt}$$

$$d\omega = c \cdot t \cdot dt$$

$$\omega = c \frac{t^2}{2}$$

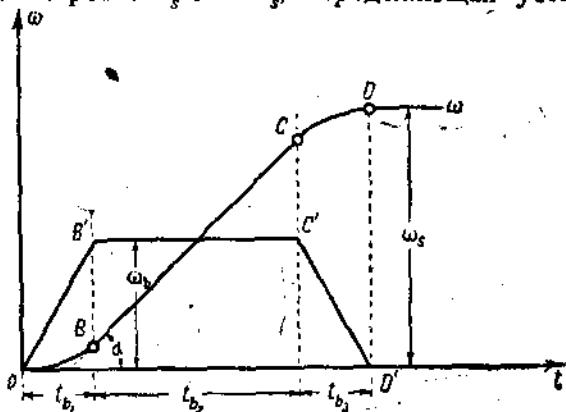
т. е. скорость в первый период t_{b1} растет по параболе OB (фиг. 4).

Во второй период t_{b2} :

$$\dot{\omega}_b = \frac{d\omega}{dt} = \text{const и } \omega = \dot{\omega}_b t,$$

скорость растет по прямой BC , касательной к OB в точке B .

*) О системе Леонарда см. в конце этой главы.



Фиг. 4.

Наконец, в период t_b , ускорение уменьшается, изменение скорости происходит также по закону параболы (кривая CD), после чего скорость сохраняется постоянной, равной ω_s .

Практически, однако, принимают ускорение ω_b постоянным за время пуска и кривую скорости $OBCD$ заменяют прямой с уклоном $\operatorname{tg} \alpha = \omega_b$ (фиг. 5).

2) Период установившегося движения характеризуется прямой, параллельной оси абсцисс

$$\omega = \omega_s.$$

3) Период замедления протекает обратно периоду ускорения. Прямая LN равномерного замедления имеет уклон, соответствующий угловому замедлению $\dot{\omega}_v$.

Площадь всей диаграммы

$$\int_0^t \omega dt = \int_0^t \frac{d\varphi}{dt} dt = \varphi,$$

где φ — дуга, описанная точкою приложения движущей силы привода (барабан лебедочного механизма, валки прокатного стана и т. д.). За время t_z для случая прямолинейной диаграммы, фиг. 5 (пуск и остановка с равномерным ускорением):

$$\varphi = \omega_s \left(\frac{t_b}{2} + t_s + \frac{t_v}{2} \right).$$

Из последнего уравнения можно определить ω_s , зная φ , t_z , $\dot{\omega}_b$ и $\dot{\omega}_v$, а именно, подставляя $t_b = \frac{\omega_s}{\dot{\omega}_b}$, $t_v = \frac{\omega_s}{\dot{\omega}_v}$ и $t_s = t_z - t_b - t_v$, имеем:

$$\varphi = \omega_s \left(\frac{\omega_s}{2\dot{\omega}_b} + t_z - \frac{\omega_s}{\dot{\omega}_b} - \frac{\omega_s}{\dot{\omega}_v} + \frac{\omega_s}{2\dot{\omega}_v} \right)$$

или

$$-\left(\frac{1}{\dot{\omega}_b} + \frac{1}{\dot{\omega}_v} \right) \frac{\omega_s^2}{2} + t_z \omega_s - \varphi = 0.$$

Обозначая через

$$\frac{1}{k} = \left(\frac{1}{\dot{\omega}_b} + \frac{1}{\dot{\omega}_v} \right) = \frac{\dot{\omega}_b + \dot{\omega}_v}{\dot{\omega}_b \cdot \dot{\omega}_v}$$

$$\omega_s^2 - 2t_z k + 2\varphi k = 0.$$

$$\boxed{\omega_s = t_z k \pm \sqrt{t_z^2 k^2 - 2\varphi k}} \quad (7)$$

Смысл уравнения (7) ясен из диаграммы фиг. 5. Величина $t_z k$ определяется из диаграммы как максимальное возможное значение ω_s , когда весь процесс будет состоять лишь из двух периодов t_b и

t_v — ускорения и замедления при $t_s = 0$. Таким образом уравнение (7) имеет реальный смысл лишь при знаке минус перед радикалом.

Совершенно аналогично получается диаграмма линейной или окружной скорости $v = f(t)$, отличающаяся только масштабом, если $r = \text{const}$, так как $v = r\omega$.

Наклон прямой $v = \dot{v}_b t$ при пуске определится теперь не угловым ускорением $\dot{\omega}_b$, а линейным $\dot{v}_b$ (фиг. 6).

Площадь диаграммы $\int_0^{t_z} v dt$ представит пройденный телом путь s , равный в подъемных установках высоте подъема H .

Из фиг. 5 и 7 видно, что

$$H = v_s \left(\frac{t_b}{2} + t_s + \frac{t_v}{2} \right),$$

где по предыдущему

$$v_s = t_s k_1 - \sqrt{t_s^2 k_1^2 - 2Hk}, \quad (7')$$

причем

$$k_1 = \frac{\dot{v}_b \cdot \dot{v}_v}{\dot{v}_b + \dot{v}_v}$$

при $\dot{v}_b = \text{const}$.

Рассмотрим теперь пуск электродвигателя, когда численное значение величины избыточного момента падает в течение периода пуска по закону прямой линии (фиг. 3b).

Положим, что в начале периода пуска избыточный момент $M_b = M_{b \max}$, а в конце его $M_b = 0$.

Если продолжительность периода пуска равна t_{b_1} , то уравнение прямой изменения избыточного момента может быть представлено в следующей канонической форме как уравнение прямой в отрезках:

$$\frac{M_b}{M_{b \max}} + \frac{t}{t_{b_1}} = 1$$

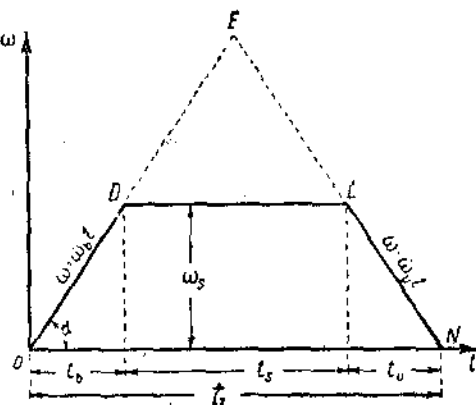
или

$$M_b = \frac{M_{b \max}}{t_{b_1}} (t_{b_1} - t) = M_{b \max} - \frac{M_{b \max}}{t_{b_1}} t.$$

Следовательно, уравнение (2) в этом случае примет вид:

$$M_m - M_s = M_{b \max} - \frac{M_{b \max}}{t_{b_1}} t = J \frac{d\omega}{dt} = J \dot{\omega},$$

где $\dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt}$ — угловое ускорение.



Фиг. 5.

Отсюда получаем:

$$\frac{\omega}{M_{b \max}} + \frac{t}{t_{b_1}} = 1$$

или, обозначив

$$\frac{M_{b \max}}{J} = \dot{\omega}_1,$$

$$\frac{\dot{\omega}}{\dot{\omega}_1} + \frac{t}{t_{b_1}} = 1.$$

Это есть уравнение линии, выражающей закон изменения ускорения в течение периода пуска (уравнение прямой в отрезках).

Чтобы найти уравнение кривой изменения скорости в течение периода пуска, интегрируем дифференциальное уравнение (2), которое может быть переписано в рассматриваемом случае в следующей форме:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{M_{b \max}}{J} \left(1 - \frac{t}{t_{b_1}}\right) = \dot{\omega}_1 \left(1 - \frac{t}{t_{b_1}}\right) = \dot{\omega}_1 - \frac{\dot{\omega}_1}{t_{b_1}} t;$$

отсюда находим:

$$\omega = \dot{\omega}_1 t - \frac{\dot{\omega}_1}{t_{b_1}} \cdot \frac{t^2}{2} + C,$$

где C — произвольная постоянная интегрирования, которая может быть определена по начальным данным: $\omega = 0$, при $t = 0$; откуда $C = 0$.

Таким образом уравнение кривой изменения скорости принимает вид:

$$\omega = \dot{\omega}_1 t - \frac{\dot{\omega}_1}{t_{b_1}} \frac{t^2}{2}.$$

Для $t = t_{b_1}$ находим:

$$\omega_s = \dot{\omega}_1 t_{b_1} - \frac{\dot{\omega}_1 t_{b_1}^2}{2} = \frac{1}{2} \dot{\omega}_1 t_{b_1}.$$

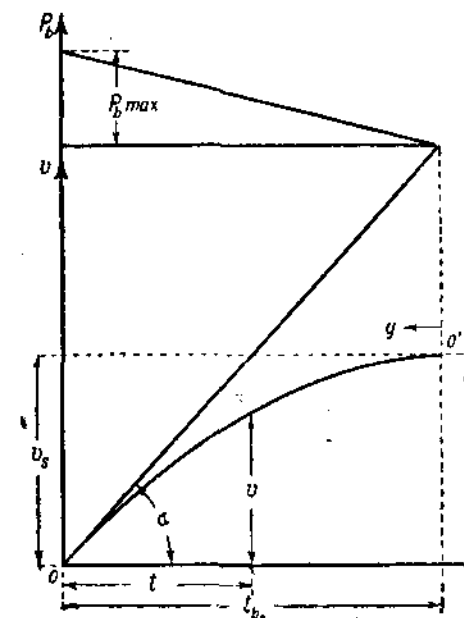
Фиг. 6.

Следовательно, предыдущее уравнение можно представить в следующей форме:

$$\omega = \dot{\omega}_1 t_{b_1} \left(\frac{t}{t_{b_1}} - \frac{t^2}{2t_{b_1}^2} \right) = \frac{1}{2} \dot{\omega}_1 t_{b_1} \left(2 \frac{t}{t_{b_1}} - \frac{t^2}{t_{b_1}^2} \right) = \omega_s \left[2 \frac{t}{t_{b_1}} - \left(\frac{t}{t_{b_1}} \right)^2 \right]$$

или

$$\frac{\omega}{\omega_s} = 1 - 1 + 2 \cdot \frac{t}{t_{b_1}} - \left(\frac{t}{t_{b_1}} \right)^2 = 1 - \left(1 - \frac{t}{t_{b_1}} \right)^2,$$



т. е.

$$\left(1 - \frac{t}{t_{b_1}}\right)^2 = 1 - \frac{\omega}{\omega_s} \text{ или } \left(\frac{t_{b_1} - t}{t_{b_1}}\right)^2 = \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s};$$

откуда

$$(t_{b_1} - t)^2 = \frac{t_{b_1}^2}{\omega_s} (\omega_s - \omega).$$

Изменив направление координатных осей на противоположное и перенеся начало координат в точку

$$(t_{b_1}, \omega_s),$$

(точка O' фиг. 6), т. е. положив

$$t = t_{b_1} - T \text{ и } \omega = \omega_s - \Omega,$$

получим:

$$T^2 = \frac{t_{b_1}^2}{\omega_s} \cdot \Omega,$$

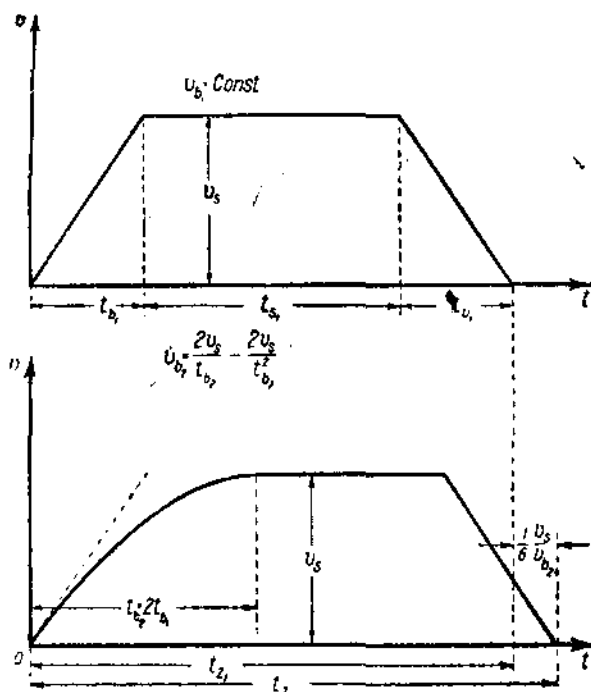
или,

$$\text{обозначив } \frac{t_{b_1}^2}{\omega_s} = 2q,$$

найдем

$$T^2 = 2q \Omega.$$

Это — уравнение параболы в канонической форме; параметр параболы



Фиг. 7.

$$q = \frac{t_{b_1}^2}{2\omega_s} = \frac{t_{b_1}}{\omega_1} = \frac{J \cdot t_{b_1}}{M_{b \max}} = 2 \frac{J \omega_s}{M_{b \max}}.$$

На фиг. 3б представлены кривые изменения M , ω и $\dot{\omega}$, отвечающие рассматриваемому случаю пуска.

По уравнению $\dot{\omega} = \frac{1}{2} \dot{\omega} t_{b_1}$, находим продолжительность периода пуска

$$t_{b_1} = 2 \frac{\omega_s}{\dot{\omega}_1} = 2 \frac{J \omega_s}{M_b}.$$

Если бы в течение всего периода пуска избыточный момент поддерживался постоянным и равным $M_{b \max}$ (см. фиг. 3а и фиг. 7, верх), то на основании закона о количестве движения:

$$t_{b_1} \cdot M_{b \max} = J \cdot \dot{\omega}_s,$$

откуда

$$t_{b_1} = \frac{J\omega_s}{M_{b_{\max}}}$$

Легко видеть, что

$$t_{b_2} = 2t_{b_1}$$

То же самое можно доказать гораздо проще, приняв известным из теоретической механики, что скорость растет параболически при прямолинейном уменьшении M_b или F_b до нуля.

Общее уравнение параболы, имеющей вершину в точке O' (фиг. 6):

$$y^2 = 2qx.$$

Для данного случая изменения скорости ω или v уравнение приобретает вид:

$$(t_{b_1} - t)^2 = \frac{t_{b_1}^2}{v_s} (v_s - v),$$

причем параметр параболы

$$2q = \frac{t_{b_1}^2}{v_s}.$$

Ускорение $\dot{v}_{b_1}$ выражается тангенсом угла наклона касательной к кривой скорости v :

$$v_{b_1} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{q} = (t_{b_1} - t) : \frac{t_{b_1}^2}{2v_s} = \frac{2v_s}{t_{b_1}} - \frac{2v_s}{t_{b_1}^2} \cdot t,$$

т. е. представляется уравнением первой степени (прямолинейно в функции времени) и имеет:

при $t=0$ ускорение $\dot{v}_{b_1} = \dot{v}_{b_1, \max} = \frac{2v_s}{t_{b_1}}$, откуда

$$t_{b_1} = \frac{2v_s}{v_{b_1, \max}} = 2t_{b_1};$$

при $t=t_{b_1}$ ускорение $\dot{v}_{b_1} = \dot{v}_{b_1, \min} = 0$.

Приведем уравнение скорости к более удобному виду:

$$\begin{aligned} v_s (t_{b_1} - t)^2 &= t_{b_1}^2 v_s^2 - t_{b_1}^2 v \\ t_{b_1}^2 v &= t_{b_1}^2 v_s - v_s (t_{b_1} - t)^2 = v_s [t_{b_1}^2 - (t_{b_1} - t)^2] \\ v &= v_s \left[\frac{2t}{t_{b_1}} - \frac{t^2}{t_{b_1}^2} \right] \text{ или } v = v_s \left[1 - \frac{(t_{b_1} - t)^2}{t_{b_1}^2} \right] \end{aligned}$$

и определим величину пути, совершаемого за время t_{b_1} телом, движущимся с переменной скоростью v

$$\begin{aligned} h_{b_1} &= \int_0^{t_{b_1}} v dt = \int_0^{t_{b_1}} v_s \left[\frac{2t}{t_{b_1}} - \frac{t^2}{t_{b_1}^2} \right] dt = v_s \left[\frac{2t^2}{2t_{b_1}} - \frac{t^3}{3t_{b_1}^2} \right]_{t_{b_1}} = \\ &= \frac{2}{3} v_s t_{b_1} = \frac{4}{3} \frac{v_s^2}{\dot{v}_{b_1, \max}}. \end{aligned}$$

При постоянном ускорении за время пуска $\dot{v}_b = \dot{v}_{b, \max}$ скорость v_s будет достигнута за время $t_{b_1} = \frac{v_s}{\dot{v}_{b, \max}}$.

Сравнивая t_{b_1} с временем $t_{b_2} = \frac{2v_s}{\dot{v}_{b, \max}}$, видим, что оно будет в два раза меньше t_{b_1} , т. е. достижение скорости при постоянном ускорении происходит в два раза быстрее, нежели при равномерно убывающем ускорении (фиг. 7).

Путь, проходимый телом в этом случае ($\dot{v}_{b_1} = \text{const}$):

$$h_{b_1} = \frac{1}{2} v_s t_{b_1} = \frac{1}{2} \frac{v_s^2}{\dot{v}_{b_1}}.$$

Путь, проходимый телом во втором случае, будет больше, чем в первом, на величину:

$$h_{b_2} - h_{b_1} = \frac{4}{3} \frac{v_s^2}{\dot{v}_{b_2, \max}} - \frac{1}{2} \frac{v_s^2}{\dot{v}_{b_1}} = \frac{5}{6} \frac{v_s^2}{\dot{v}_{b_2, \max}}.$$

Если, далее, замедление в обоих случаях одинаково и постоянно, т. е.

$$\dot{v}_{v_1} = \dot{v}_{v_2} = \text{const},$$

то пути в период замедления $h_v = \frac{t_s v_s}{2}$ будут одинаковы для обоих случаев, так как площади треугольников, соответствующие периодам замедлений, будут равны.

Легко доказать, что общее время цикла t_z во втором случае будет также больше, чем t_{z_1} в первом случае (при $M_b = \text{const}$), но на величину, меньшую, чем t_{b_1} ($t_{b_2} = 2t_{b_1}$).

Так как общий путь H в первом и втором случае один и тот же, то очевидно, что путь h_{s_1} , проходимый при установившейся скорости в первом случае, будет больше h_{s_2} во втором как раз на столько же, на сколько h_{b_1} меньше h_{b_2} , т. е. на $\frac{5}{6} \frac{v_s^2}{\dot{v}_{b_2, \max}}$.

Наконец при одной и той же установившейся скорости v_s продолжительность этого пути t_{s_1} будет больше t_{s_2} на

$$\frac{5}{6} \frac{v_s^2}{\dot{v}_{b_2, \max}} : v_s = \frac{5}{6} \frac{v_s}{\dot{v}_{b_2, \max}} \text{ сек.}$$

Таким образом общая продолжительность работы на пути H в первом случае t_{z_1} короче продолжительности t_{z_2} на величину:

$$\begin{aligned} t_{z_2} - t_{z_1} &= (t_{b_2} + t_{s_2} + t_{v_2}) - (t_{b_1} + t_{s_1} + t_{v_1}) = (t_{b_2} - t_{b_1}) + (t_{s_2} - t_{s_1}) = \\ &= \left(\frac{2v_s}{\dot{v}_{b_2, \max}} - \frac{v_s}{\dot{v}_{b_1}} \right) + \left(-\frac{5}{6} \frac{v_s}{\dot{v}_{b_2, \max}} \right) = \frac{1}{6} \frac{v_s}{\dot{v}_{b_2, \max}}. \end{aligned} \quad (8)$$

В принятом предположении $\dot{v}_{b_2, \max} = \dot{v}_{b_1}$, как это видно из фиг. 7.

Это обстоятельство играет большую роль во многих случаях электрификации, так как оно указывает путь уменьшения мощности электродвигателя помощью уменьшения пика при пуске (фиг. 3а и б).

Если при этом допустить мгновенный усиленный толчок тока при пуске и принять $\dot{v}_{b_2 \max} > \dot{v}_{b_1}$, то удлинение рабочего процесса может быть сведено до минимума [ур-ние (8)].

Найдем выражение для v_s , аналогичное (7) и (7'), т. е. в функции H , t_z , v_b и v_v , но при переменном ускорении.

В уравнении для времени установившегося хода:

$$t_{s_1} = \frac{H}{v_s} - \frac{t_{v_1}}{2} - \frac{4}{3} \frac{v_s}{v_b}$$

заменяем $t_{s_1} = t_z - t_{b_1} - t_{v_1}$; $t_{v_1} = \frac{v_s}{\dot{v}_{v_1}}$ и вместо t_{b_1} подставляем $2 t_{b_1} = 2 \frac{v_s}{\dot{v}_{b_1}}$, после чего получаем:

$$t_z v_s - 2 \frac{v_s^2}{\dot{v}_{b_1}} - \frac{1}{2} \frac{v_s^2}{\dot{v}_{v_1}} + \frac{4}{3} \frac{v_s^2}{\dot{v}_{b_1}} - H = 0$$

или

$$v_s^2 \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{\dot{v}_{b_1}} + \frac{1}{\dot{v}_{v_1}} \right) - v_s 2 t_z + 2H = 0.$$

Обозначая через $\frac{1}{k_2} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{\dot{v}_{b_1}} + \frac{1}{\dot{v}_{v_1}}$ или $k_2 = \frac{3\dot{v}_{b_1} \cdot \dot{v}_{v_1}}{3\dot{v}_{b_1} + 4\dot{v}_{v_1}}$, имеем

$$v_s^2 - 2t_z k_2 v_s + 2Hk_2 = 0.$$

Решение этого квадратного уравнения дает:

$$v_s = t_z k_2 \pm \sqrt{t_z^2 k_2^2 - 2Hk_2}, \quad (7'')$$

где только значение k_2 иное, чем k и k_1 в уравнениях (7) и (7').

Из только что произведенного анализа взаимосвязи скоростей и ускорений вытекает возможность нахождения скорости установившегося режима привода v_s .

Если обозначить через a отношение времени неустановившегося движения $t_b + t_v$ ко всему времени цикла работы t_z :

$$a = \frac{t_b + t_v}{t_b + t_s + t_v} = \frac{t_b + t_v}{t_z}.$$

то отношение средней скорости v_{mit} к полной v_s определится следующим образом:

$$H = \frac{v_s}{2} (t_b + t_v) + v_s t_s = v_{\text{mit}} t_z$$

$$v_{mit} = \frac{\frac{v_s}{2}(t_b + t_v) + v_s t_s}{t_z}$$

$$\frac{v_s}{v_{mit}} = \frac{t_z}{\frac{t_b + t_v}{2} + t_s} = \frac{t_z}{(t_b + t_s + t_v) - \frac{1}{2}(t_b + t_v)} =$$

$$= \frac{1}{1 - \frac{1}{2} \frac{t_b + t_v}{t_z}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2} a}$$

$$\boxed{\frac{v_s}{v_{mit}} = \frac{2}{2 - a}}$$

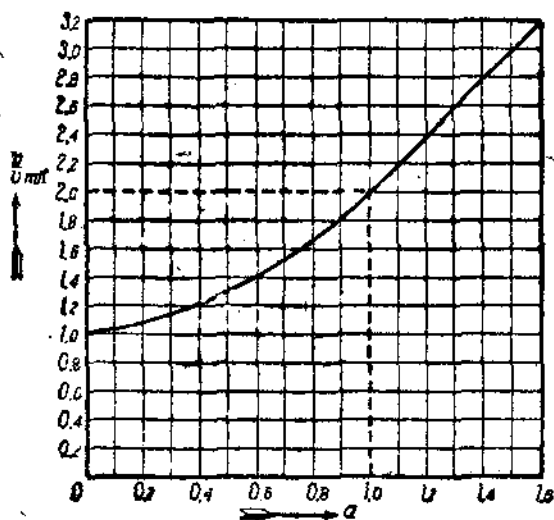
(9)

где $a = \frac{t_b + t_v}{t_z}$.

Полученное соотношение (9), представленное на фиг. 8а, имеет большое значение при выборе диаграмм скорости и мощности двигателя по методу, рекомендуемому в книге инж. Шибелера „Электрическое оборудование кранов“.

Зная из заданной производительности крана и его грузоподъемности среднюю скорость v_{mit} и задаваясь величиной a , можно определить установившуюся скорость v_s , которая в свою очередь определяет установившуюся мощность P_s . Затем, распределив время неустановившегося движения $t_b + t_v = a \cdot t_z$ между ускорением и замедлением ($t_b = t_v$ или $t_b = 2t_v$), проверяют,

сможет ли двигатель выбранной мощности P развить достаточный избыточный момент M_b , чтобы сообщить массе, обладающей данным моментом инерции J , необходимое ускорение ϕ и достичь полной скорости ω_s в намеченный период t_b . Если двигатель такой перегрузки выдержать не может или, наоборот, если его нормальная пусковая перегрузка окажется далеко не использованной, то делается пересчет тем же путем.

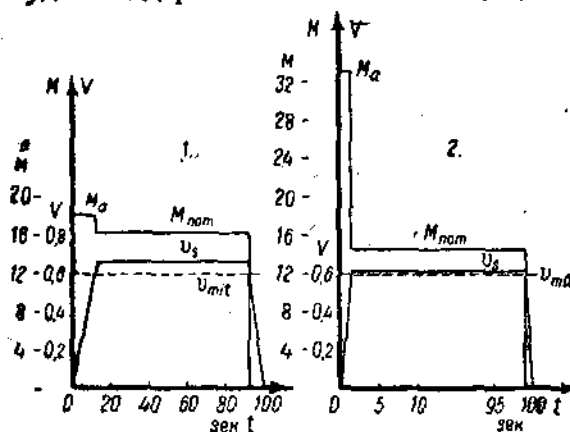


Фиг. 8а.

Вместо этого способа постепенного приближения можно было бы предложить способ,*) имеющий, по мнению автора, известное преимущество непосредственного нахождения окончательного решения задачи, если она заключается в выборе такой мощности двигателя, которая соответствует установившейся работе с тем, чтобы в период пуска была использована нормальная перегрузочная способность двигателя данного рода. В самом деле, если положить в основу выбора это последнее условие, т. е. чтобы в период пуска нормальный избыточный момент двигателя M_b , равный, например, нормальному вращающему моменту M_m , был использован полностью, то работа, затраченная двигателем на разгон привода за время пуска t_b , выразится через

$$A_b = \frac{1}{2} M_b \omega_s t_b = \frac{1}{2} M_s \omega_s t_b$$

при условии, что пусковой момент $M_A = M_m + M_b = 2M_m = 2M$ будет поддерживаться постоянным, и, следовательно, угловая скорость будет расти линейно от нуля до ω_s .



Фиг. 8б.

Очевидно, что все это количество энергии будет превращено в живую силу вращающихся масс, равную $J \frac{\omega_s^2}{2}$, и следовательно

$$\frac{1}{2} M_s \omega_s t_b = J \frac{\omega_s^2}{2},$$

откуда

$$t_b = J \frac{\omega_s}{M_s}.$$

Положим далее, что процесс торможения инерционного движения масс совершается не только под влиянием момента сопротивления самого привода M_s , но еще и под влиянием тормозного момента M_{Br} , развиваемого самим двигателем за счет, например, расходуемой им электрической энергии, забираемой из сети (торможение противотоком), или за счет работы двигателя во время торможения t_b генератором, замкнутым на реостат или накоротко. При этом допустим, что $M_{Br} = M_s = \text{const}$ за все время торможения t_b . В таком случае величина полного тормозящего момента будет;

$$M_o = M_s + M_{Br} = M_s + M_s = 2M_s.$$

*) См. проф. Ринкевич, "Выбор наимыгоднейшего режима работы двигателя". — Известия Научно-Исследовательского Института Пром. Транспорта (Н. И. И. П. Т.).

Живая сила $J \frac{\omega_s^2}{2}$ тормозящихся масс, преодолевая момент M_v за время t_v линейного падения скорости от ω_s до 0, совершит работу, равную

$$\frac{1}{2} M_v \omega_s t_v = \frac{1}{2} \cdot 2 M_s \omega_s t_v = M_s \omega_s t_v,$$

так что для процесса торможения будем иметь соотношение:

$$J \frac{\omega_s^2}{2} = M_s \omega_s t_v,$$

откуда

$$t_v = \frac{J \omega_s}{2 M_s} = \frac{1}{2} \left(\frac{J \omega_s}{M_s} \right) = \frac{1}{2} t_b.$$

При этом условии, часто допускаемом на практике, для рассматриваемого случая наилучшего использования двигателя будет иметь место следующее выражение a :

$$a = \frac{t_v + t_b}{t_z} = \frac{0,5 t_b + t_b}{t_z} = \frac{1,5 t_b}{t_z} = \frac{1,5}{t_z} (t_b).$$

В общем же случае, обозначая $k = \frac{t_v}{t_b}$,

получим

$$a = \frac{(1+k)}{t_z} t_b.$$

Вводя

$$\omega_s = \omega_{\text{mit}} \frac{2}{2-a},$$

получим:

$$a = \frac{1,5}{t_z} \left(\frac{J \omega_s}{M_s} \right) = \frac{1,5 J}{t_z M_s} \omega_{\text{mit}} \frac{2}{2-a}.$$

Из последнего уравнения находим:

$$a (2-a) = 2 \frac{1,5 J}{t_z M_s} \omega_{\text{mit}} = 3 \frac{J \omega_{\text{mit}}}{t_z M_s}$$

$$a^2 - 2a + 3 \frac{J \omega_{\text{mit}}}{t_z M_s} = 0.$$

Решая это уравнение, находим:

$$a = 1 \pm \sqrt{1 - 3 \frac{J \omega_{\text{mit}}}{M_s t_z}}$$

или в общем случае

$$a = 1 \pm \sqrt{1 - \frac{2(1+k) J \omega_{\text{mit}}}{M_s \cdot t_z}}$$

(10)

Так как по смыслу вопроса не может быть $a > 1$, то из двух полученных решений приемлемым оказывается только одно:

$$a = 1 - \sqrt{1 - 3 \frac{J \omega_{\text{mit}}}{M_s t_z}} \quad (10')$$

Таким образом, определяя a по заданным $M_s, t_z, \omega_{\text{mit}}, J$ и находя ω_s по формуле:

$$\omega_s = \omega_{\text{mit}} \frac{2}{2 - a},$$

мы сможем определить для каждого данного случая $t_b = \frac{J \omega_s}{M_s}$, $t_v = \frac{1}{2} t_b$ и $t_s = t_z - 1,5 t_b$, гарантируя тем самым наилучшее использование электродвигателя.

1. Если подкоренное выражение

$$1 - 3 \frac{J \omega_{\text{mit}}}{M_s t_z} < 0, \text{ т. е. } 3 J \omega_{\text{mit}} > M_s t_z,$$

то для рассматриваемого привода условие наилучшего использования двигателя невыполнимо, и мы должны будем взять $M_b > M_s$, т. е. пусковой момент $M_A > 2 M_s$.

2. Если $3 J \omega_{\text{mit}} = M_s t_z$, то $a = 1$, т. е. $t_b + t_v = t_z$ и следовательно $t_s = t_z - (t_b + t_v) = 0$. В таком случае весь цикл t_z будет состоять только из пуска и торможения, и диаграмма скорости приобретает вид треугольника (фиг. 5).

3. Если, наконец, $3 J \omega_{\text{mit}} < M_s t_z$, то $a < 1$ и $t_s > 0$.

В этом случае диаграмма будет иметь нормальный вид трапеции.

Пример. Построить диаграммы моментов и мощностей для двигателя, перемещающего мост крана на 15 т, при собственном весе моста 21 т. Время переезда составляет $t_z = 100$ sec.

Проходимый путь $l = 60$ м. Коэффициент включения $\epsilon = 0,25$.

1. По методу К. Шибелера:

Средняя скорость

$$v_{\text{mit}} = \frac{s}{t_z} = \frac{60}{100} = 0,6 \text{ m/sec}, \quad \frac{v}{v_{\text{mit}}} = \frac{2}{2 - a},$$

где

$$a = \frac{t_b + t_v}{t_z}.$$

Задаемся $a = 0,2$, тогда

$$\frac{v}{v_{\text{mit}}} = \frac{2}{2 - 0,2} = 1,1,$$

$$v = 1,1 v_{\text{mit}} = 1,1 \cdot 0,6 = 0,66 \text{ m/sec}.$$

Принимая $t_b = 2t_v$, получаем:

$$a = \frac{t_b + \frac{t_b}{2}}{t_z} = \frac{3t_b}{2t_z},$$

$$t_b = \frac{2 \cdot at_z}{3} = \frac{2 \cdot 0,2 \cdot 100}{3} = 13,3 \text{ sec},$$

$$t_v = 6,7.$$

Строим диаграмму скорости (фиг. 86).

Необходимая для передвижения крана мощность:

$$P = \frac{F_s \cdot v}{102 \eta} = \frac{1750 \cdot 0,66}{102 \cdot 0,7} = 16 \text{ kW},$$

где F_s — сопротивление движению, равное

$$F_s = \frac{G(f_r + \mu_r \cdot r)}{r_2} = \frac{36000(0,05 + 0,1 \cdot 10)}{30} \cdot 1,4 = 1750 \text{ kg},$$

где G — полный вес крана с грузом, в kg, f_r — коэффициент трения качения, μ_r — коэффициент трения скольжения, r_1 — радиус цапфы, в см, r_2 — радиус колеса, в м.

Установлен двигатель 15 kW, 960 об/мин, GD^2 якоря = 2,4 kgm², GD^2 муфты = 1,5 kgm². Остальные маховые моменты учитываем 10% от муфты и двигателя. По уравнению 11:

$$M_b = \frac{GD^2 n}{375 t_b} + \frac{0,975 \cdot G v^2}{t_b \cdot n} = \frac{1,1 \cdot 3,9 \cdot 960}{375 \cdot 13,3} + \frac{0,975 \cdot 36000 \cdot 0,66^2}{13,3 \cdot 960} = 0,82 + 1,2 = 2,02 \text{ kgm}.$$

Нормальный момент

$$M_m = \frac{975 \cdot 15}{960} = 16,2 \text{ kgm}.$$

Пусковой момент

$$M_a = 16,2 + 2,02 = 18,22 \text{ kgm}.$$

Двигатель неиспользован (см. диаграмму 1 фиг. 8b, стр. 34); необходимо выбрать новое значение $a < 0,2$ и повторить расчет.

II. По предлагаемому методу. (ур-ние 10):

$$a = 1 - \sqrt{1 - \frac{2(k+1)J_{\omega_{\text{mit}}}}{t_z \cdot M_s}}.$$

При условии $t_b = 2t_v$

$$k = \frac{t_v}{t_b} = \frac{t_v}{2t_v} = 0,5$$

формула приобретает вид (у-ние 10'):

$$\alpha = 1 - \sqrt{1 - \frac{3J\omega_{mit}}{t_z \cdot M_s}} \quad (10')$$

$$\text{Заменив } \omega_{mit} = \frac{2\pi n_{mit}}{60}:$$

$$\alpha = 1 - \sqrt{1 - \frac{J\pi n_{mit}}{10t_z \cdot M_s}},$$

где J — полный момент инерции, приведенный к валу двигателя. Согласно у-нию (6') $J_{общ} = J + m\left(\frac{v}{\omega}\right)^2$ или

$$GD_{общ}^2 = 4gJ_{общ} = GD_1^2 + 4G_n\left(\frac{v}{\omega}\right)^2 = GD_1^2 + G_n\left(\frac{v \cdot 60}{\pi \cdot n}\right)^2$$

$$GD_1^2 = 1,1(2,4 + 1,5) = 4,25 \text{ kgm}^2 \text{ (см. выше).}$$

$$GD_{общ}^2 = 4,25 + 36000 \left(\frac{0,6 \cdot 60}{\pi \cdot 960}\right)^2 = 4,25 + 6,2 = 10,45,$$

$$J_{общ} = \frac{GD_{общ}^2}{4g} = 0,257.$$

$$M_s = \frac{975F_s \cdot v}{102 \cdot \eta \cdot n} = \frac{975 \cdot 1750 \cdot 0,6}{102 \cdot 0,7 \cdot 960} = 14,5 \text{ kgm}.$$

Скорость v взята предварительно равной v_{mit} .

Примечание. Имеется в виду достаточно большая высота подъема H и достаточно большая продолжительность установившегося режима t_s , так как только при этих условиях пусковой период и паузы в работе будут мало влиять на выбор мощности двигателя, и средняя квадратичная мощность $P_{м.к}$ (см. гл. VI) будет близка к мощности установившегося режима P_s , а момент $M_{ном}$ близок к M_s .

Для кранов (при малой высоте H или малом расстоянии горизонтального передвижения моста) мощность $P_{м.к}$ может быть значительно меньше P_s , и вместо M_s в формулу следует подставить $M_{ном} \approx \sqrt{\varepsilon} \cdot M_s$,

где ε — коэффициент включения $\varepsilon = \frac{t_o + t_s + t_v}{t_b + t_s + t_v + t_o}$, значения которого колеблются от 0,15 до 0,40 (гл. VI).

Впрочем и для кранов при очень малых путях передвижения с малым t_s , по сравнению с t_b , $M_{ном}$ будет приближаться к M_s .

Итак,

$$\alpha = 1 - \sqrt{1 - \frac{3,14 \cdot 960 \cdot 0,257}{10 \cdot 100 \cdot 14,5}} = 1 - \sqrt{1 - 0,047} =$$

$$= 1 - \sqrt{0,953} = 0,022.$$

$$t_b = \frac{2 \cdot \alpha \cdot t_z}{3} = \frac{2 \cdot 0,022 \cdot 100}{3} = 1,33 \text{ sec.}$$

$$\frac{v}{v_{\text{mit}}} = \frac{2}{2-a} \quad \text{или} \quad v = v_{\text{mit}} \frac{2}{2-0,022} = 0,608 \approx 0,61.$$

Проверка для выбранного двигателя 15 kW, 960 об/мин.

$$M_b = \frac{4,3 \cdot 960}{375 \cdot 1,33} + \frac{0,975 \cdot 36,000 \cdot 0,61^2}{1,33 \cdot 960} = 8,3 + 10,2 = 18,5 \text{ kgm},$$

где 4,3 — суммарный маховой момент $= 1,1 GD^2$.

Пусковой момент:

$$M_A = M_s + M_b = 14,5 + 18,5 = 33,0 \text{ kgm}.$$

$$\frac{M_A}{M_{\text{ном}}} = \frac{33,0}{16,2} = 2,03,$$

т. е. двигатель использован максимально (см. диаграмму 2, фиг. 8b), и, как и задавались, $M_A = 2 M_{\text{ном}}$.

При электрификации кранов, когда цикл работы состоит из двух ходов — с нагрузкой и обратного без нагрузки, выбор осложняется тем, что если двигатель взят с мягкой характеристикой (см. главу II), то установившиеся скорости под нагрузкой и при холостом ходе будут сильно отличаться друг от друга. Общие указания относительно выбора скорости в таких случаях даны в виде конкретных примеров расчета в упомянутой книге инж. Шибелера.

Обратимся теперь к выяснению влияния масс привода на продолжительность пуска.

Преобразуя основное уравнение (2), имеем:

$$M_b = M_m - M_s = J \frac{d\omega}{dt} = (mp^2) \frac{d\omega}{dt} = \frac{G}{g} \frac{D_f^2}{4} \frac{d\omega}{dt},$$

где G — вес вращающихся частей, в kg, пересчитанный на вал двигателя, D_f — диаметр инерции, GD_f^2 — маховой момент, в kgm².

Предполагая M_b постоянным для всего времени пуска, как это чаще всего и имеет место при пользовании пусковым реостатом, а следовательно и $\dot{\omega}_b = \frac{d\omega}{dt} = \text{const}$, можно представить ускорение как частное от деления установившейся скорости ω_s на время пуска t_b :

$$\dot{\omega}_b = \frac{\omega_s}{t_b}.$$

Тогда выражение M_b переписывается так:

$$M_b = \frac{GD_f^2}{4g} \frac{\omega_s}{t_b} = \frac{GD_f^2}{4g} \frac{2\pi n_s}{60 t_b} = \frac{GD_f^2 \cdot n_s}{375 \cdot t_b}.$$

Если оказывается более удобным пользоваться действительным радиусом или диаметром вращающегося тела, то массу или вес необходимо отнести к окружности действительного диаметра:

$$m_{\text{ред}} = m \left(\frac{\rho}{R} \right)^2 \quad \text{или} \quad G_{\text{ред}} = G \left(\frac{\rho}{R} \right)^2 = G \left(\frac{D_f}{D} \right)^2.$$

По большей части якорь электродвигателя обладает относительно небольшим маховым моментом*) GD^2 , которым можно было бы пренебречь, если бы не то обстоятельство, что скорость вращения его обычно оказывается наибольшей из скоростей всех прочих вращающихся частей привода, а так как скорость входит в выражение живой силы $\frac{J\omega^2}{2}$ в квадрате, то влиянием якоря пренебрегать уже оказывается невозможно.

В случае привода, состоящего из двух вращающихся частей, их общий момент инерции, приведенный к валу электродвигателя, будет:

$$J_{\text{общ}} = J_1 + J_2 \frac{1}{u^2},$$

а избыточный момент

$$M_b = J_{\text{общ}} \cdot \frac{d\omega}{dt} = \left(J_1 + J_2 \frac{1}{u^2} \right) \frac{d\omega}{dt} \approx \frac{G_1 D_1^2 n_1}{375 \cdot t_b} + \frac{G_2 D_2^2 n_2^2}{375 \cdot t_b n_1},$$

где $u = \frac{n_1}{n_2}$ — передаточный коэффициент.

Если в приводе имеются элементы с поступательным движением (например весом G_n и скоростью v_n), то, пересчитывая действие их масс на вал электродвигателя, согласно выражению (6'), получим необходимый избыточный момент:

$$\begin{aligned} M_b &= \left[J + m \left(\frac{v_1}{\omega} \right)^2 \right] \frac{\omega_1}{t_b} = \left[\frac{G_1 D_1^2}{4g} + \frac{G_n}{g} \frac{v_n^2}{\omega_1^2} \right] \frac{\omega_1}{t_b} = \\ &= \frac{G_1 D_1^2 n_1}{375 \cdot t_b} + 0,975 \frac{G_n v_n^2}{n_1 t_b}. \end{aligned}$$

Итак в самом общем случае момент ускорения

$$M_b = \frac{G_1 D_1^2 n_1}{375 \cdot t_b} + \frac{G_2 D_2^2 n_2^2}{375 t_b n_1} + \dots + 0,975 \frac{G_n v_n^2}{n_1 t_b}. \quad (11)$$

Отсюда время пуска t_b определяется, принимая избыточный момент $M_b = \text{const}$:

$$t_b = \frac{G_1 D_1^2 n_1}{375 M_b} + \frac{G_2 D_2^2 n_2^2}{375 M_b n_1} + \dots + 0,975 \frac{G_n v_n^2}{M_b n_1}. \quad (12)$$

Итак для определения t_b необходимо знать маховые моменты GD^2 и вес G всех движущихся элементов привода.

В отношении GD^2 роторов электродвигателей можно воспользоваться кривыми, составленными по данным крупнейших электротехнических фирм (фиг. 9а, б, с).

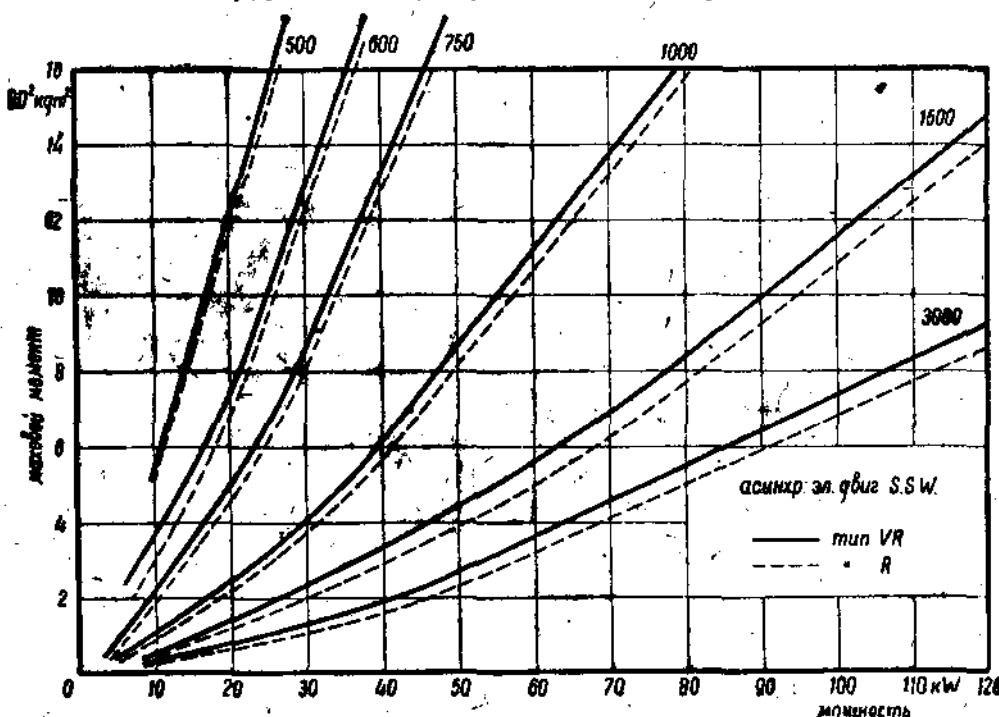
Из последнего выражения видно, что могут быть два пути

*) В дальнейшем для простоты значок J под буквой D в выражениях махового момента GD^2 опускается.

уменьшения периода ускорения t_b , а следовательно и увеличения производительности:

1) уменьшение GD^2 элементов; здесь, очевидно, можно уменьшить лишь GD^2 якоря, что не всегда может привести к желательным результатам, как будет видно далее;

2) увеличение избыточного момента M_b , связанное с увеличением мощности двигателя P , что также не всегда может сократить время пуска t_b , так как влечет увеличение GD^2 якоря; кроме того уменьшение к. п. д. недогруженного при установившемся режиме двигателя.



Фиг. 9а.

ведет к увеличению расхода энергии в соответствующие периоды работы.

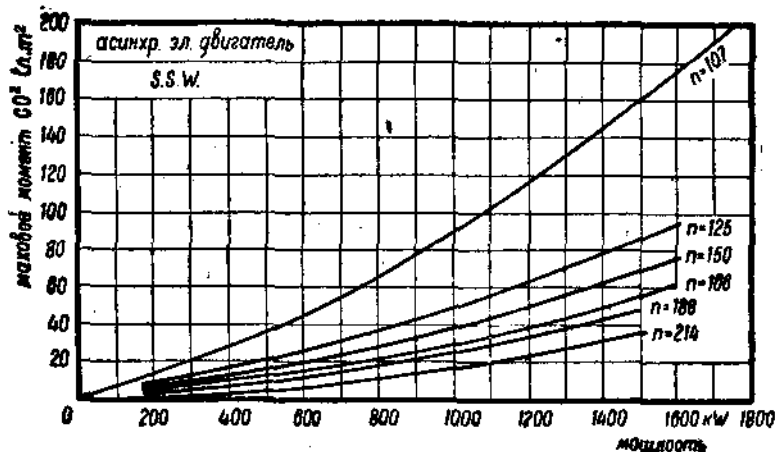
Пример. Пользуясь полученным уравнением (12), подсчитаем продолжительность разгона электрифицированного мостового крана на 30 т полезного груза при собственном „мертвом“ весе моста с тележкой в 39 т.

Пусть мощность электродвигателя, передвигающего мост, $P_m = 26$ kW при $n = 700$ об/мин.; нормальная скорость крана $v = 1,67$ м/сек; маховой момент якоря $G_1 D_1^2 = 12$ kgm², а ближайшей зубчатки, насаженной на вал двигателя, $G_2 D_2^2 = 0,25$ kgm².

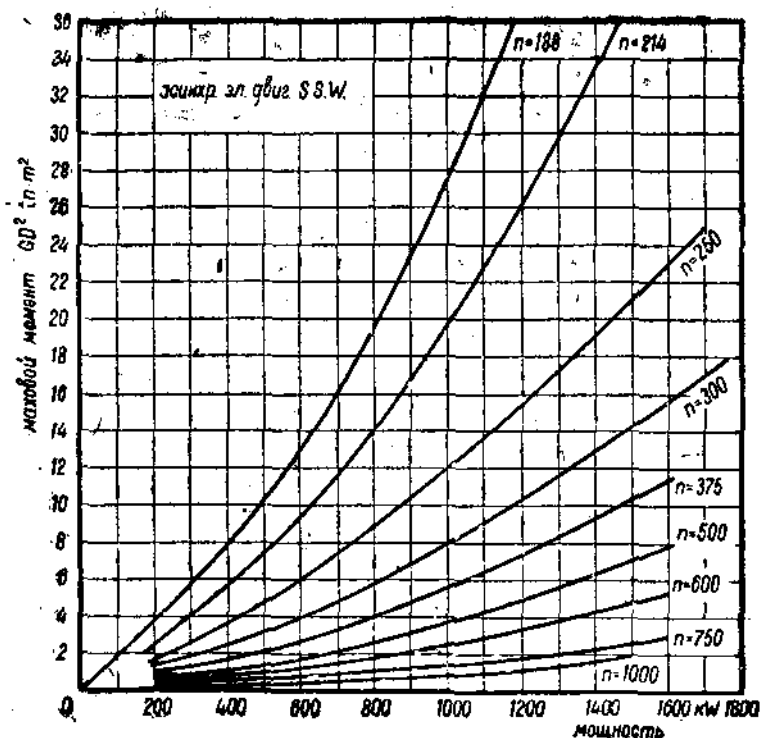
Вследствие одинаковой скорости ($n=1$) $G_1 D_1^2$ и $G_2 D_2^2$ складываются непосредственно, и следовательно суммарный маховой момент будет:

$$G_1 D_1^2 + G_2 D_2^2 = 12 + 0,25 = 12,25 \text{ kgm}^2.$$

Массой остальных вращающихся частей можно пренебречь в виду постепенного уменьшения скорости вращения, по мере удаления их от вала



Фиг. 9б.



Фиг. 9с.

электродвигателя. Массой моста с тележкой, конечно, нельзя пренебречь, несмотря на малую скорость движения их ($G_n = 69000 \text{ kg}$).

Предполагая далее, что мощность двигателя выбрана по установившейся скорости и нормальный момент вращения M_m равен M_s , допустим, что пусковой момент M_A равен двойному нормальному, тогда избыточный момент

$$M_b = M_A - M_s = 2M_m - M_s = M_s = M_m.$$

Нормальный момент M_m определится из мощности $P_m = 26$ kW по формуле (3):

$$M_m = 975 \frac{P_m}{n} = 975 \frac{26}{700} = 36,2 \text{ kgm}.$$

При избыточном моменте $M_b = 36,2$ kgm время разгона определяется по ур-нию (12):

$$t_b = \frac{12,25 \cdot 700}{375 \cdot 36,2} + \frac{0,975 \cdot 69000 \cdot 1,67^2}{36,2 \cdot 700} = 8,03 \text{ sec}.$$

При постоянном ускорении путь, совершаемый мостовым краном в период t_b , равен:

$$s_b = \frac{v_s}{2} t_b = \frac{1,67}{2} \cdot 8,03 = 6,7 \text{ m}.$$

Отсюда видно, что если расстояния передвижения грузов в мастерской в преобладающем числе случаев будут меньше этого значения s_b , то двигатель будет работать преимущественно на пусковом положении, под двойным током и под реостатом, что необходимо учесть при выборе того и другого.

Различные типы электродвигателей развивают и различные моменты в период пуска, и не только по величине, но и по характеру изменения их в функции скорости. Так, например, при оборудовании привода трехфазным короткозамкнутым двигателем, т. е. при пуске без реостата, получается мгновенный толчок тока, в несколько раз превосходящий нормальный ток. При этом двигатель развивает соответственно большой мгновенный момент, падающий до нормальной величины по мере разгона до нормальной скорости.

Форма кривой изменения момента зависит как от рода электродвигателя, так и от характера машины-орудия, но во всяком случае аналитическое ее определение затруднительно (см. далее).

Для сравнительных подсчетов по отношению к трехфазному короткозамкнутому двигателю можно принять равномерное убывание момента и, следовательно, прямолинейное падение ускорения от $v_{b, \max}$ до 0. При этом скорость будет изменяться по параболе (фиг. 7), а время пуска t_{b_1} будет вдвое больше времени t_{b_2} , соответствующего постоянному ускорению $v_{b_1} = \text{const}$, если $v_{b, \max} = v_{b_1}$.

Допустим, что кран, о котором говорилось выше, приводится в действие трехфазным короткозамкнутым двигателем той же мощности 26 kW при 700 об/мин. Для определения времени пуска t_{b_2} в этом случае мы можем воспользоваться предыдущим методом подсчета t_{b_1} и затем принять $t_{b_2} = 2t_{b_1}$. Примем мгновенный максимальный пусковой момент M_A равным четырех-

кратному*) нормальному M_m , тогда избыточный момент M_b будет равен трехкратному нормальному моменту, т. е.

$$M_b = 3 \times 36,2 = 108,6 \text{ kgm.}$$

Подсчитаем теперь по ур-нию (12) время пуска t_{b_1} , предварительно предположив $M_b = \text{const}$:

$$t_{b_1} = \frac{12,25 \cdot 700}{375 \cdot 108,6} + \frac{0,975 \cdot 69000 \cdot 1,67^2}{108,6 \cdot 700} = 2,68 \text{ sec.}$$

Для случая равномерно уменьшающегося до нуля момента M_b найдем:

$$t_{b_2} = 2t_{b_1} = 2 \times 2,68 = 5,36 \text{ sec.}$$

Начальное ускорение $v_{b_1, \text{max}}$ в этом случае будет чрезвычайно велико, в виду трехкратного мгновенного момента M_b . Значение этого ускорения можно определить из времени t_{b_1} , зная по предыдущему, что

$$\dot{v}_{b_1, \text{max}} = \dot{v}_{b_1} = \frac{v_s}{t_{b_1}} = \frac{1,67}{2,68} = 0,625 \text{ m/sec}^2.$$

В случае таких больших начальных ускорений необходима проверка на буксование колес, являющееся следствием преодоления силы сцепления колеса с рельсом движущей силой F_m .

Величина движущей силы, обуславливающей такое ускорение:

$$F_m = m \dot{v}_{b_1} = \frac{69000}{9,81} \cdot 0,625 = 4400 \text{ kg,}$$

а величина силы сцепления

$$F_f = \mu_r \cdot G_n = 0,2 \cdot 69000 = 13800 \text{ kg,}$$

где $\mu_r = 0,2$ — коэффициент трения скольжения.

Как видно, буксования не будет, т. е. сила F_m не вызовет поступательного движения колес моста.

§ 3. Потери при пуске и способы их уменьшения.

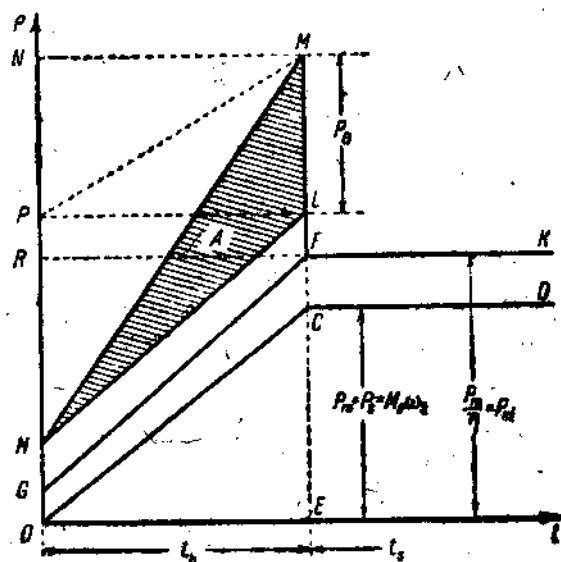
После выяснения возможности уменьшения пускового дика нагрузки путем уменьшения ускорения, рассмотрим диаграмму мощности, потребляемой электродвигателем при пуске, потери в реостате W_R , связь их с величиной работы ускорения A_b и способы уменьшения W_R и A_b .

Предположим для упрощения постоянными: пусковой ток I_A , избыточный момент M_b и момент сопротивления M_s . Тогда мощность, соответствующая моменту статического сопротивления, будет расти за период пуска t_b прямолинейно от 0 до $P_m = P_s = M_s \omega$, и будет

*) Ненормально большой для короткозамкнутого двигателя пусковой момент взят умышленно для проверки работы крапа на „буксование“ колес.

сохранять эту величину при установившемся ходе (ломаная линия OCD на фиг. 10). Прибавляя сюда потери в электродвигателе, получим линию FK подводимой из сети мощности $\frac{P_s}{\eta}$ при установившемся ходе. За период пуска в обмотках будет циркулировать усиленный ток (полуторный-двойной), который вызовет некоторые добавочные потери мощности P_z (отрезок $HG=LF$). Наконец, соответственно росту ω , в период пуска t_b будет прямолинейно увеличиваться и мощность P_b , идущая на ускорение массы привода; работа ее A_b на пути ускорения S_b выразится площадью HLM .

Итак, ординаты фигуры $OHMF$ выразят мощность, подводимую к зажимам электродвигателя P_M за определенный период $t_b + t_s$, а фигура OCD — полезную мощность P_m на валу двигателя. Фактически же за период пуска t_b из сети будет забираться некоторая постоянная мощности $ME=NO$, соответствующая постоянному пусковому току i_A при постоянном напряжении сети V . Если бы массы были равны нулю, то $t_b=0$, $P_b=0$ и $P_z=0$. В таком случае диаграмма пуска и работы выразилась бы прямоугольником $ORFK$. Следовательно, избыток пусковой энергии, обусловленный наличием масс, выразится площадью $RNMF$. Геометрически она соответствует параллелограмму $GHLF$ и двум треугольникам HML , имея с ними общую высоту и основание. Перерасход энергии на пуск



Фиг. 10.

$$\Delta W = P_z t_b + 2A_b$$

Пренебрегая величиной $P_z t_b$, имеем приблизительно:

$$\Delta W = 2A_b$$

Из этой энергии одна часть идет на ускорение массы (см. заштрихованное на фиг. 10), а другая — теряется в ваттном сопротивлении цепи главного тока (фактически большая, чем A_b).

Время разгона t_s имеет большое значение не только в отноше-

нии расхода энергии, но и в отношении производительности машины; между тем выше было установлено, что уменьшение пика мощности P_b путем уменьшения ускорения имеет тот недостаток, что общая продолжительность цикла работы возрастает на величину $\frac{1}{6} \frac{v_s}{v_b}$.

Теперь рассмотрим другие варианты рациональной электрификации часто пускаемых и реверсируемых приводов в смысле уменьшения ΔW , т. е. потерь в сопротивлении цепи главного тока W_R , A_b и t_b .

1. Прежде всего естественно является мысль бороться с сопротивлением сил инерции привода тем же оружием, т. е. путем использования инерции (живой силы) ротора электродвигателя.

Это возможно при известной системе с непрерывно вращающимся двигателем, причем пуск и реверсирование привода происходят на ходу двигателя помощью фрикционной или электромагнитной муфты (детали см. в главе VIII), или гидравлической муфты „Дженин“, „Lauf-Thoma“, „Епог“ и т. п.

Примечание. При частых пусах громоздких приводов, например реверсивных прокатных станов, где муфты конечно неприменимы, живая сила якоря и даже маховика используется по тому же принципу непрерывного вращения в электрической системе Леонарда-Ильгнера, идея которой изложена ниже.

При таком решении вопроса пусковые потери на джоулев эффект совершенно не имеют места при повторных пусах производственной машины.

2. Из прочих вариантов электрификации следует принципиально выделить два совершенно различных пути: а) либо уменьшения величины A_b соответствующим подбором электродвигателя, б) либо уменьшения пусковых потерь в цепи главного тока независимо от массы привода, посредством регулирования напряжения сети при пуске (без применения реостата).

а) На первом пути многого достичь нельзя, хотя все же можно добиться известных положительных результатов рациональным выбором типа электродвигателя, при котором общая инерция привода будет наименьшей. Как уже указывалось, несмотря на относительно небольшой вес ротора по сравнению с общим весом вращающихся частей всего привода, влияние его оказывается иногда значительным вследствие обычно наибольшей скорости вращения, так как послед-

няя входит в квадрате в выражение живой силы $A_b = \frac{J\omega^2}{2} = \frac{GD^2 n^2}{7200}$. Таким образом, выбором более тихоходного двигателя можно уменьшить общую величину живой силы всего привода.

Правда, с уменьшением скорости вращения неизбежно связано увеличение веса якоря, но так как вес входит в выражение для A_b в первой степени, то величина A_b при этом все же уменьшается. Другой способ уменьшения A_b — дробление агрегатов, т. е. замена одного двигателя двумя, тремя и т. д. В самом деле вес двигателя G при-

близительно пропорционален D^3 и $A_b \equiv D^4$; в то же время $P_m = kD^3 \ln$ и следовательно $A_b \equiv P_m^2$. Если двигатель мощностью P_m имеет живую силу A'_b , то при двух двигателях половинной мощности, живая сила каждого из которых меньше в 4 раза:

$$A_{\text{общ}} = 2 \cdot \frac{A'_b}{4} = \frac{A'_b}{2}.$$

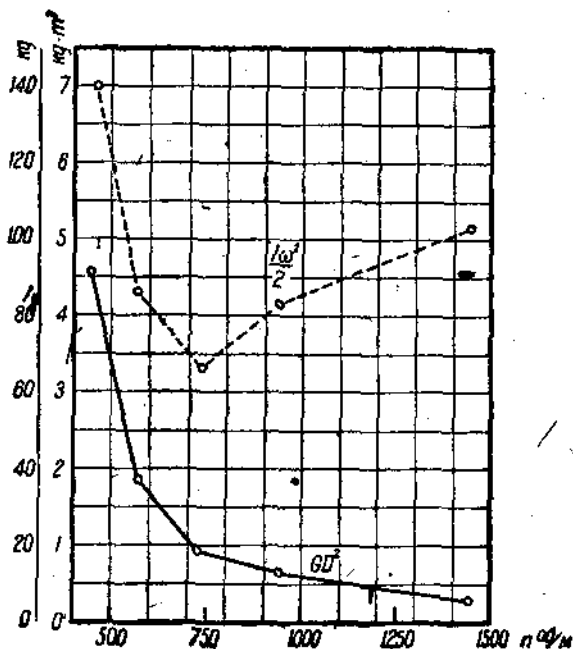
В журнале Dingers Politechnischer Journal, 1919, Н. 21, приведены кривые GD^2 и $A_b = \frac{GD^2 n^2}{7200}$ для различных типов 7,5-сильного

двигателя (фиг. 11), из которых видно, что при выборе типа средней скорости, а именно 750 об/мин., выражение A_b , а следовательно и расход электрической энергии на пуск, будут наименьшими.

Перегиб кривой A_b (фиг. 11) не всегда имеет место, но вообще для большинства случаев рациональный выбор типа двигателя по признаку скорости вращения дает возможность уменьшить величину A_b и t_b , а отсюда и расход энергии за время пуска, причем экономия при частых пусках может окупить большую стоимость и худший к. п. д. тихоходных двигателей.

В том же смысле на процесс пуска оказывает влияние тип двигателя и по другому признаку, а именно по признаку защиты от окружающей среды. В главе V будет выяснено влияние закрытия двигателя на увеличение GD^2 ; здесь же уместно указать, что при частых пусках рационально брать или совершенно открытые двигатели или же, если и закрытые, то с усиленной вентиляцией, при которой закрытие не увеличивает веса. Расходы на вентиляцию в таких случаях могут быть оправданы уменьшением расходов на электрическую энергию.

б) На втором пути чисто электротехнического решения вопроса уменьшения пусковых потерь W_R имеется ряд возможностей. Прежде всего следует указать на значение выбора рода двигателя. Например, пуск коллекторных двигателей осуществляется помощью сек-



Фиг. 11.

ционированных трансформаторов, и ограничение пускового тока достигается регулированием напряжения без потерь *).

Относительно других способов нужно заметить, что большинство их предложено не для целей улучшения пусковых условий, а для регулирования скорости. Тем не менее их применение может оправдаться и в случае частых пусков или реверсов, а также специальных требований, например плавности пуска.

Все эти способы основаны на регулировании пускового тока понижением подводимого к двигателю напряжения V без поглощения его в активном (ваттном) сопротивлении.

Прежде всего укажем на известный, часто применяемый в трамвайной практике, способ последовательно-параллельного включения двух электродвигателей, работающих на общий вал.

При последовательном включении на каждый двигатель приходится половинное напряжение, а следовательно и реостат может быть выбран на половинное сопротивление. Диаграмма работы на фиг. 12 показывает, что потери в реостате при этом сокращены вдвое.

Последовательно-параллельное включение может применяться в ряде других приводов с двумя электродвигателями, например в приводе кранов больших пролетов.

Другой способ, имеющий в основе тот же принцип, заключается в пуске двигателя от особой аккумуляторной батареи помощью специального пускового коммутатора. Применение этого способа возможно например в заводском

транспорте, оборудованном аккумуляторной тягой **).

При этом следует иметь в виду тот недостаток, что при подобном пуске элементы батареи получают неравномерный износ.

Одна из установок такого рода была применена на шахтном подъеме рудника Zollern II, причем число ступеней было равно 5 (см. Glückauf, 1905, № 25, S. 784).

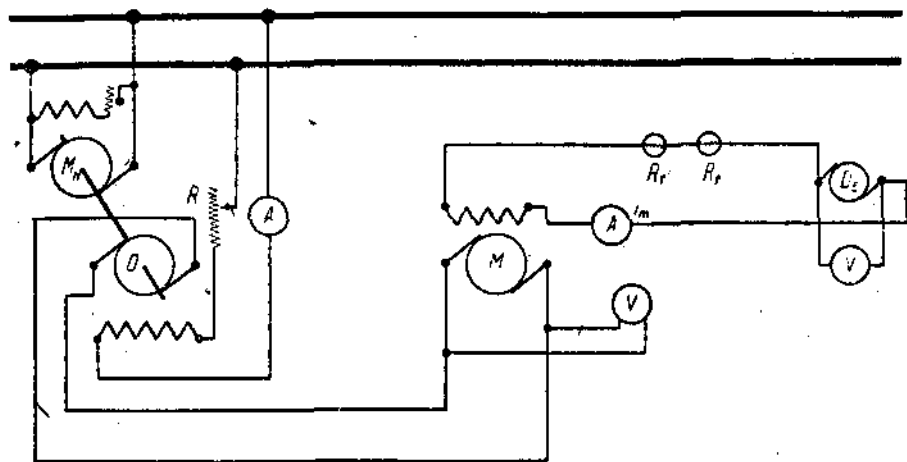
Несомненно, что и применяемая для регулировки (главным образом ситцепечатных машин) многопроводная система постоянного тока, где, по мере разгона двигателя, его зажимы переключаются на шины все более и более высокого напряжения, позволяет также уменьшить потери в реостате во столько раз, сколько взято ступеней напряжения (см. гл. III-A), и даже в некоторых случаях избежать совершенно применения реостата.

Несколько особо стоит известный способ Леонарда. Пуск двигателя производится от специальной динамомашинны, что позволяет

*) Конечно, отсутствие реостата само по себе еще не означает отсутствия пусковых потерь: в главе III доказывается, что при пуске короткозамкнутых асинхронных двигателей в обмотке ротора развивается то же самое количество тепла, как и при пуске с реостатом, равное $A_r \text{ cal}$; существенно не устранение реостата, а возможность ограничивать пусковой ток регулированием напряжения сети при пуске, без поглощения его в активном (ваттном) сопротивлении.

**) Данные об эксплуатации аккумуляторных тележек см. Maschinenbau, 1925, H. 10, S. 478, а также проспект AEG.

довести площадь треугольников потерь в реостате *) почти до нуля, т. е. обойтись без пускового реостата для двигателя при достаточно большом числе контактов реостата возбуждения пусковой

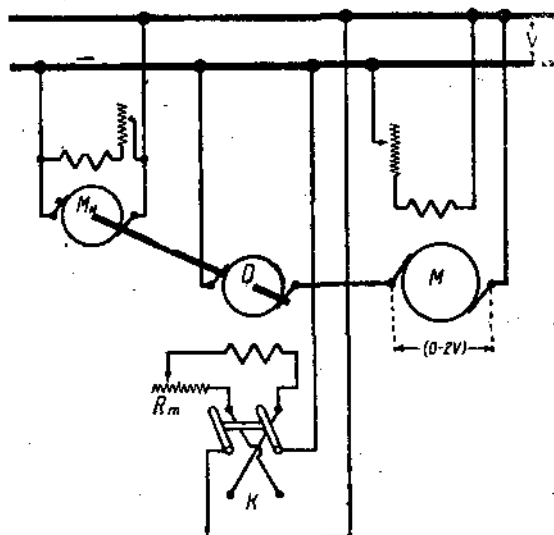


Фиг. 13а.

динамо. Схема соединения показана на фиг. 13а, где M_N —двигатель, приключенный к сети с постоянным напряжением V ; D —пусковая динамо, сидящая на общем валу с двигателем; M —рабочий двигатель, питаемый динамо D ; D_E —динамо возбуждения, вращаемая специальным двигателем, а иногда соединяемая с валом двигателя M_N .

При постепенном увеличении напряжения пусковой динамо D соответственно растущей противоэлектродвижущей силе в якоре электродвигателя M можно достичь постоянства силы тока вместе с ростом числа оборотов:

$$i_{\max} = \frac{V - E}{R_a}.$$



Фиг. 13б.

В целях уменьшения стоимости и мощности преобразовательная группа Леонарда может быть соединена по так назыв.

*) В системе Леонарда потери в реостате сводятся к нулю, но потери в роторе существуют (раз ток идет через ротор). Соотношение этих потерь к потерям при реостатном и безреостатном пуске от сети выводится далее в гл. III-A поз. 1.

ваемой схеме противосоединения (фиг. 13б). Здесь рабочий двигатель M берется на двойное сетевое напряжение $2V$ с обмоткой независимого возбуждения, питаемой от сети. Независимое возбуждение пусковой динамо D присоединяется к переключателю K . При нижнем положении его динамо D будет возбуждена противоположно сети, и так как нормальное напряжение ее по величине как раз соответствует напряжению сети V , то при выведенном реостате R_m напряжение на зажимах двигателя M равно нулю. Вводя реостат R_m , будем повышать его до величины, равной V , затем, перекидывая переключатель K вверх и выводя реостат R_m , можем довести напряжение у рабочего двигателя M до $2V$.

Необходимо заметить, однако, что хотя в обеих рассмотренных системах избегнуты потери в пусковых реостатах, мы имеем постоянные потери в преобразователе. Поэтому лишь при особых условиях широкой регулировки эти системы оказываются не только выгодными, но и незаменимыми.

При всестороннем изучении основного уравнения движения, главным образом в отношении неустановившегося движения, т. е. пуска и торможения, неоднократно приходилось констатировать неблагоприятное влияние массы привода как на работу привода, так и на его электрическое оборудование.

Неблагоприятное влияние сказывается:

- 1) На работе привода:
 - а) в отношении некоторого понижения общего механического к. п. д. привода,
 - б) в отношении увеличения продолжительности разгона t_b и торможения t_o , а следовательно и возможного уменьшения производительности.

- 2) На электрическом оборудовании привода, так как увеличение пускового тока, связанное с увеличением динамических сопротивлений, вызывает:

- а) увеличение толчка (шика) тока в сети,
- б) увеличение мощности электродвигателя в том случае, если он по роду своему не обладает большим пусковым моментом,
- с) увеличение размеров пусковой аппаратуры.

§ 4. Использование живой силы масс привода.

Выяснив, таким образом, неблагоприятное влияние масс привода на его работу в период пуска и на электрическое его оборудование, обратимся теперь к рассмотрению тех случаев, когда живая сила может быть использована.

1. Выше, при разборе пусковых потерь, уже говорилось о системе постоянно вращающегося двигателя с периодическим присоединением привода помощью фрикционных или электромагнитных муфт. Помимо упомянутой цели — избежать пусковых потерь при частых пусках или реверсах, способ этот применяется там, где двигатель по роду своему не обладает достаточным пусковым моментом, чтобы сдвинуть с места массивную машину-орудие.

Пущенный вхолостую, он оказывается в состоянии на полном

ходу преодолеть инерцию покоя машины за счет живой силы ротора.

2. Гораздо более часты в практике случаи использования инерции массы не при пуске, а во время самого процесса работы, когда оказывается выгодным пожертвовать перечисленными выше неблагоприятными влияниями инерции на работу при пуске в пользу улучшения условий всей работы в целом.

Общеизвестным примером такого использования энергии масс является применение маховика для выравнивания нагрузки.

Необходимо, однако, иметь в виду, что такое выравнивание помощью маховика возможно только при непрерывном движении двигателя, каким оно и бывает во многих случаях электрификации прокатных станов, молотов и т. п. *).

3. Иначе обстоит вопрос, когда работа привода носит прерывистый характер или когда привод реверсивный.

Возьмем для примера случай передвижения электрического мостового крана или подъема груза электрической лебедкой. Здесь затраченная на ускорение работа A (см. $\triangle OBC$ на фиг. 14) может быть возвращена при замедлении перед остановкой почти целиком (за исключением потерь на трение), если двигатель будет отключен по окончании времени t_s и привод заканчивает движение по инерции.

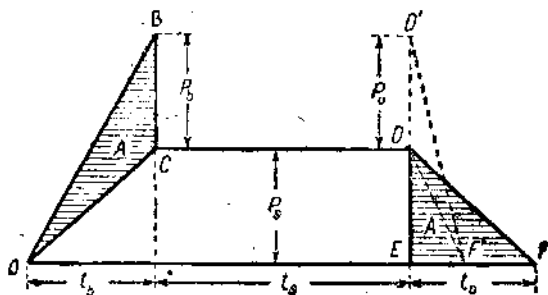
Продолжительность замедления t_b и место остановки определяется в данном случае количеством запасенной энергии A , т. е. площадью треугольника DEF равновеликого треуголь-

нику OBC и равного $A = \frac{P_b \times t_b}{2}$ (за вычетом потерь на трение).

В практической работе крана такие условия остановки, конечно, невозможны, а следовательно, невозможен и полный возврат затраченной энергии A .

Необходимость остановить движение в определенной точке заставляет прибегать к искусственному торможению, прикладывая к особому тормозному шкиву привода некоторое тормозное усилие извне. При этом часть энергии A поглощается в виде тепла в колodках тормоза или в реостате и роторе при электрическом торможении (см. далее).

Например, при уменьшении $t_o = EF$ вдвое, т. е. до $t'_o = EF'$, приходится приложить тормозную мощность $P_o = P_s$, причем по-



Фиг. 14.

*) Здесь следует оговориться, что и при прерывистой и даже реверсивной работе использование маховика возможно, но, конечно, не на валу устанавливаемого двигателя, а на валу питающего агрегата (Леонарда), причем система эта носит название системы Ильгнера-Леонарда (см. ниже, фиг. 21).

лезная работа живой силы выразится площадью $\triangle EDF' = \frac{1}{2} A$, другая же половина будет поглощена в виде тепла (площадь $DD'F'$).

4. Наконец, надо указать еще на присущую только электрическому приводу возможность использования потенциальной энергии не в виде механической, а в виде электрической энергии, отдаваемой двигателем обратно в сеть (рекуперация электрической энергии).

Такие случаи электрического использования энергии массы относительно редки в промышленной электрификации по двум причинам: во-первых, далеко не всякий двигатель может быть использован в качестве генератора (см. гл. II); во-вторых, для осу-

ществления рекуперации необходимо, по закону Ома $\left(i = \frac{V-E}{R}\right)$,

чтобы противоэлектродвижущая сила ($E = a n \Phi$) стала больше приложенного напряжения V , что возможно: а) либо при скорости вращения n , большей, чем скорость холостого хода; б) либо при пониженном напряжении сети V .

а) Первое условие исключает возможность рекуперации при торможении на остановке, т. е. при уменьшении числа оборотов n , а ускоренное движение на тормозе происходит лишь в немногочисленных случаях использования потенциальной энергии массы поднятого на некоторую высоту тела, освобождающейся в период спуска.

Такие случаи представляются на электрических горных железных дорогах и в электрических подъемных установках большой высоты или глубины (например горных или шахтных), потому что глубина спуска должна быть значительной для обеспечения достаточного количества возвратной электрической энергии и безопасности большой скорости спуска.

б) Второе условие ограничивает применение рекуперации местным генерированием электрической энергии, когда напряжение V можно изменять для данного привода, т. е. сферой применения системы Леонарда.

Ввиду чрезвычайной важности вышеупомянутого (п. 2) случая использования потенциальной энергии в виде маховика при ударной нагрузке, остановимся несколько на принципиальном выяснении таких случаев.

Расчет маховика. До сих пор момент сопротивления M , предполагая постоянным для простоты выводов основных положений. Однако, практически он постоянен лишь в весьма редких случаях.

Так, например, даже в тех случаях привода, в которых нагрузку мы привыкли считать равной, например, в трансмиссионном приводе группы мелких станков от одного общего электродвигателя, включение и выключение из работы одного или нескольких станков все же производит изменение момента сопротивления M , на валу электродвигателя, и последствием этого является тот период неустановившегося движения, в течение которого электродвигатель восстанавливает равновесие $M_m = M$, при некотором новом

числе оборотов. Правда, по большей части эти изменения M_s невелики в процентном отношении и, главное, нерегулярны, случайны и значительного влияния на работу электродвигателя не оказывают, но существует ряд случаев, когда эти изменения и велики и более или менее регулярны, как, например, в электрификации движения грузовых лифтов, шахтных подъемников, прокатных и штамповальных станков, ножниц и т. д.

Эти колебания нагрузки часто превосходят во много раз среднюю нагрузку и заставляют изыскивать средства для лучшего использования электродвигателя, а будучи регулярны, дают возможность облечь исследование этих случаев работы привода в математическую форму.

Разберем такой случай периодического изменения момента сопротивления M_s сначала чисто теоретически. Исследуем закон изменения угловой скорости ω при этих условиях и влияние различных факторов на фазу отставания изменения угловой скорости, определяющую период неустановившегося движения.

Диаграмму периодического изменения момента сопротивления M_s мы можем без влияния на результат заменить синусоидой с одинаковым периодом (см. пунктир на черт. фиг. 15), выражаемой следующим уравнением:

$$M_s = M_{mit} + M_{max} \sin \alpha t, \quad (13)$$

где M_{mit} — некоторое среднее значение момента сопротивления, от которого имеются колебания вверх и вниз; угол $\alpha = \frac{2\pi}{t_s}$, причем $[t = T]$ есть продолжительность одного периода изменения M_s в секундах.

Подставив это значение M_s в основное уравнение (2)

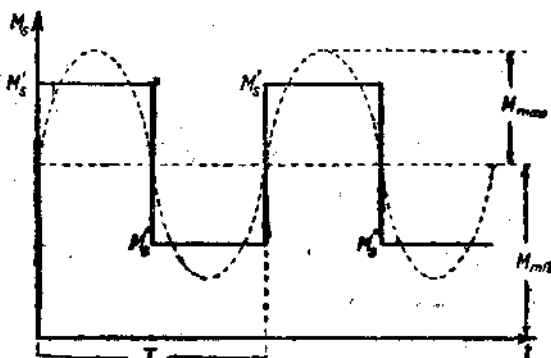
$$M_m = M_s + J \frac{d\omega}{dt},$$

имеем:

$$M_m = M_{mit} + M_{max} \sin \alpha t + J \frac{d\omega}{dt},$$

а вводя выражение вращающего момента M_m в функции угловой скорости $M_m = A - B\omega$, где A и B — постоянные величины, и принимая для простоты случай шунтового электродвигателя постоянного тока (вывод см. гл. II ур-ние. 46), имеем:

$$A - B\omega = M_{mit} + M_{max} \sin \alpha t + J \frac{d\omega}{dt}, \quad (13')$$



Фиг. 15.

где
$$A = \frac{\beta \cdot \Phi \cdot V}{R_a + R_w} = \text{const} \text{ и } B = \frac{\alpha \beta \Phi^2}{R_a + R_w} = \text{const}.$$

Для решения этого уравнения относительно ω , имея в виду, что угловая скорость будет также гармонической функцией времени, представим ее по аналогии с выражением M , в следующем виде (см. проф. В. В. Дмитриев, Электрическое распределение механической энергии):

$$\omega = \omega_{\text{mit}} + x \sin \alpha t + y \cos \alpha t,$$

где ω_{mit} — некоторое среднее значение угловой скорости, соответствующее M_{mit} , x и y — коэффициенты, подлежащие определению.

Подставив это выражение ω_{mit} и $\frac{d\omega}{dt} = \alpha x \cos \alpha t - \alpha y \sin \alpha t$ в ур-ние (13'), получим

$$\begin{aligned} A - B \omega_{\text{mit}} - Bx \sin \alpha t - By \cos \alpha t = \\ = M_{\text{mit}} + M_{\text{max}} \sin \alpha t + J \alpha x \cos \alpha t - J \alpha y \sin \alpha t. \end{aligned}$$

Из этого уравнения можно вывести следующие заключения:

1) прежде всего $A - B \omega_{\text{mit}} = M_{\text{mit}}$, а отсюда $\omega_{\text{mit}} = \frac{A - M_{\text{mit}}}{B}$, т.е. среднее значение угловой скорости уже известно;

2) далее, полагая $t=0$, имеем: $-By = J \alpha x$ или $y = -\frac{J \alpha}{B} x$;

3) наконец, полагая $\alpha t = \frac{\pi}{2}$, имеем: $-Bx = M_{\text{max}} - J \alpha y$.

Подставляя в последнее выражение $y = -\frac{J \alpha}{B} x$, будем иметь:

$$-Bx = M_{\text{max}} + J \alpha \frac{J \alpha}{B} x,$$

откуда

$$x = -\frac{M_{\text{max}} \cdot B}{J^2 \alpha^2 + B^2} \text{ и } y = \frac{J \alpha \cdot M_{\text{max}}}{J^2 \alpha^2 + B^2}.$$

Вводя полученные значения ω_{mit} , x и y в уравнение

$$\omega = \omega_{\text{mit}} + x \sin \alpha t + y \cos \alpha t,$$

имеем:

$$\omega = \frac{A - M_{\text{mit}}}{B} - \left[\frac{M_{\text{max}} \cdot B}{J^2 \alpha^2 + B^2} \sin \alpha t - \frac{J \alpha \cdot M_{\text{max}}}{J^2 \alpha^2 + B^2} \cos \alpha t \right]$$

или

$$\omega = \frac{A - M_{\text{mit}}}{B} - \frac{M_{\text{max}}}{J^2 \alpha^2 + B^2} [B \sin \alpha t - J \alpha \cos \alpha t].$$

Наконец, чтобы можно было сравнить это уравнение с ур-нием (13) для M , преобразуем выражение в скобках, заменив его синусом разности:

$$B \sin \alpha t - J \alpha \cos \alpha t = z \sin (\alpha t - \varphi),$$

где z и φ — постоянные величины, которые сейчас и определим:

$$B \sin \alpha t - J \alpha \cos \alpha t = z \sin \alpha t \cos \varphi - z \cos \alpha t \sin \varphi,$$

откуда, очевидно:

$$B = z \cos \varphi$$

$$J \alpha = z \sin \varphi$$

или

$$z = \sqrt{J^2 \alpha^2 + B^2}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{J \alpha}{B}$$

$$\varphi = \arctg \left(\frac{J \alpha}{B} \right). \quad (14)$$

Подставляя эти значения z и $\operatorname{tg} \varphi$ в уравнение для ω , получим:

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{A - M_{\text{mit}}}{B} - \frac{M_{\text{max}} \sqrt{J^2 \alpha^2 + B^2}}{J^2 \alpha^2 + B^2} \sin \left(\alpha t - \arctg \frac{J \alpha}{B} \right) = \\ &= \frac{A - M_{\text{mit}}}{B} - \frac{M_{\text{max}}}{\sqrt{J^2 \alpha^2 + B^2}} \sin \left(\alpha t - \arctg \frac{J \alpha}{B} \right). \end{aligned}$$

Так как

$$\frac{A - M_{\text{mit}}}{B} = \omega_{\text{mit}},$$

то

$$\omega = \omega_{\text{mit}} - \frac{M_{\text{max}}}{\sqrt{J^2 \alpha^2 + B^2}} \sin (\alpha t - \varphi). \quad (15)$$

Сравнивая последнее ур-ние (15) с ур-нием (13) $M_s = M_{\text{mit}} + M_{\text{max}} \sin \alpha t$, мы видим, что периодическое изменение момента сопротивления рождает периодическое же обратное изменение угловой скорости вращения привода, отстающее, однако, по фазе на угол φ . Из выражения его [ур-ние (14)]

$$\varphi = \arctg \left(\frac{J \alpha}{B} \right) = \arctg \frac{J(R_a + R_w)}{\alpha \Phi^2} \cdot \frac{2\pi}{t_s}$$

видно, что этот угол отставания тем больше, чем больше момент инерции масс привода, чем больше сопротивления $(R_a + R_w)$ якорной цепи электродвигателя и, наоборот, чем меньше магнитный поток Φ и период колебания момента сопротивления t_s .

Относительно влияния свойств электродвигателя мы увидим в следующей главе [ур-ние (45)] из характеристики $\left(n = \frac{V}{\alpha \Phi} - \frac{R_a + R_w}{\alpha \Phi^2} M_m \right)$, что увеличение сопротивления и уменьшение потока действуют одинаково в сторону увеличения мягкости характеристики, а влияние последней соответствует влиянию веса маховика (см. гл. III и IV о типах механических характеристик электродвигателей).

Если построить на диаграмме M_s синусоиду угловой скорости ω и, наконец, моменты динамического сопротивления $J \frac{d\omega}{dt}$, то можно

получить сложную гармоническую кривую для вращательного момента:

$$M_m = M_s + J \frac{d\omega}{dt}.$$

Наиболее интересным фактором, влияющим на синусоиду угловой скорости, является момент инерции J . В пределе, при $J=0$

$$\omega = \omega_{mit} - \frac{M_{max}}{B} \sin \alpha t,$$

т. е. никакого отставания не будет, и изменение угловой скорости окажется в фазе с изменением момента сопротивления M_s .

В другом предельном случае бесконечно большой массы привода $J=\infty$ имеем:

$$\arctg \frac{J\alpha}{B} = \frac{\pi}{2}$$

$$\omega = \omega_{mit} - \frac{M_{max}}{\sqrt{J^2 \alpha^2 + B^2}} \sin \left(\alpha t - \frac{\pi}{2} \right),$$

причем второй член правой части последнего равенства, имея числителем конечную величину, а знаменателем бесконечно большую, превратится в нуль.

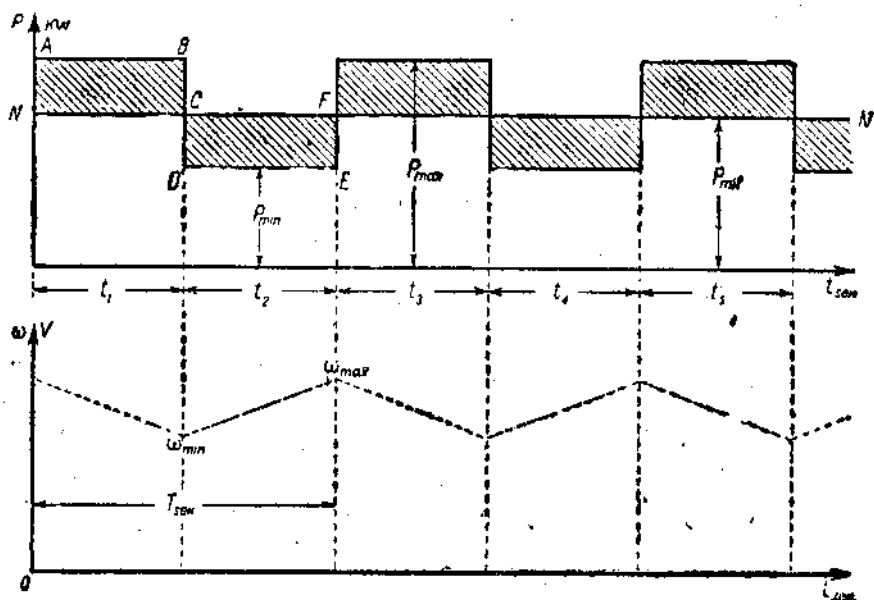
Таким образом оказывается, что хотя угол отставания изменения угловой скорости и увеличивается с увеличением момента инерции J , но и самое явление изменения ω сходит на-нет при $J=\infty$.

Однако, искусственное увеличение массы привода установкой маховика преследует совсем не эту задачу, а как раз обратную, т. е. за счет определенной величины изменения угловой скорости (допускаемой условиями работы привода) достичь определенного уравнивания ударной нагрузки электродвигателя.

Представим на чертеже (фиг. 16) схематически диаграмму нагрузки и скорости, делая при этом заведомую, как показал выше-приведенный вывод, но практически допустимую ошибку, а именно предполагая синхронность изменения той и другой. С помощью этой диаграммы надо так рассчитать вес маховика, чтобы при допуске условиями работы понижении угловой скорости $\Delta\omega$ или, что то же, окружной скорости маховика Δv (обычно в пределах от 10 до 30%) он мог накапливать и отдавать такую часть своей живой силы, при которой ломаная линия нагрузки мотора $ABCDEF$ по возможности выравнивалась бы в прямую NN . При этом в периоды уменьшения нагрузки t_2, t_4 двигатель, увеличивая скорость, будет затрачивать, кроме полезной работы ($t_2 \times P_{min}$), еще дополнительную работу, величина которой определяется площадками $CDEF$, лежащими ниже линии NN средней мощности P_{mit} . Эта работа идет на увеличение потенциальной энергии массы привода. В периоды увеличения нагрузки t_1, t_3 и, следовательно, уменьшения скорости, потенциальная энергия маховика проявляется в виде полезной работы, величина которой выражается площадью $NABC$, равной площади $CDEF$ (за вычетом потерь на трение). На работу двигателя эта способность маховика аккумулировать и отдавать энергию ока-

зывает положительное влияние. В наиболее критические моменты пиков нагрузки, когда под влиянием перегрузки двигатель начинает сдавать в своей скорости, маховик принимает на себя часть нагрузки и разгружает его.

Так как маховик составляет главную массу привода и остальной массой в большинстве случаев можно пренебречь, то вес его легко может быть определен на основании следующих соображений. При уменьшении угловой скорости привода (вместе с махо-



Фиг. 16.

виком) в заданных пределах от $\omega_{\max}$ до $\omega_{\min}$ или окружной скорости — от $v_{\max}$ до $v_{\min}$, маховое колесо отдает следующую часть своей живой силы ΔA :

$$\begin{aligned} \Delta A &= J \frac{\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2}{2} = m_{\text{ред}} \frac{\omega_{\max}^2 r^2 - \omega_{\min}^2 r^2}{2} = \\ &= m_{\text{ред}} \frac{v_{\max}^2 - v_{\min}^2}{2} \text{ kgm,} \end{aligned}$$

где $m_{\text{ред}} = m \left(\frac{r}{r} \right)^2$ — масса махового колеса, отнесенная к его окружности.

Преобразуя выражение

$$\begin{aligned} \frac{v_{\max}^2 - v_{\min}^2}{2} &= \frac{(v_{\max} + v_{\min})(v_{\max} - v_{\min})}{2} = v_{\text{mit}} (v_{\max} - v_{\min}) = \\ &= \frac{v_{\text{mit}}^2 (v_{\max} - v_{\min})}{v_{\text{mit}}} = v_{\text{mit}}^2 i_{\Delta}, \end{aligned}$$

где v_{mit} — средняя окружная скорость маховика, подчиненная определенным нормам в зависимости от его выполнения и материала; i_A — коэффициент неравномерности, задаваемый в зависимости от рода машины-орудия, имеем:

$$\Delta A = \frac{G_r}{g} v_{mit}^2 i_A \text{ kgm},$$

где G_r — вес маховика, отнесенный к окружности его, g — ускорение силы тяжести.

Планиметрируя площадки $CDEF$ и находя таким образом требуемое от маховика количество работы $\Delta A \text{ kW} \cdot \text{sec}$ получим, при заданной средней скорости v_{mit} , вес маховика:

$$G_r = \frac{\Delta A g}{v_{mit}^2 i_A} \text{ kg} \quad (16)$$

v_{mit} для чугунных маховиков со спицами не превосходит 40—45 m/sec, для дискообразных маховиков допускаются скорости до 100—115 m/sec (стальное литье) и даже выше (хромо-никелевая сталь).

Коэффициент неравномерности i_A различен для каждого рода машин-орудий. Для прокатных станов значение i_A допускается от 10 до 30%.

Существует много аналитических и графических способов расчета маховиков. Из них укажем лишь на простейший — по номограмме (D. Rushmore и K. Pauly, Transactions A. I. E. E., 1910), представленной на фиг. 17. Задаваясь падением скорости в процентах, радиусом инерции в метрах, числом оборотов в минуту и отдаваемой работой в $\text{HP} \cdot \text{sec}$, получаем затем вес в тоннах.

Задаваясь каким-либо падением скорости i_A на кривой фиг. 17, ведем из соответствующей ее точки прямую вниз до пересечения с лучом, отвечающим радиусу инерции существующего или проектируемого маховика; из точки пересечения проводим горизонтальную прямую вправо до пересечения с лучом, отвечающим числу оборотов вала маховика, и наконец вертикальную прямую вверх до пересечения с лучом, соответствующим необходимой работе маховика в $\text{HP} \cdot \text{sec}$.

Проекция последней точки пересечения вправо на линию веса маховика указывает вес такового.

Метод расчета [ур-ние (16)] надо признать принципиально неправильным, так как величину i_A надо также экономически обосновать, и следовательно она является такою же искомой величиной, как и вес маховика, и тесно с ним связанной ур-нием (19) (см. далее метод автора п. 5). Там же на основе ур-ния (20) дается в примечании несколько уточненный метод определения GD^2 маховика [ур-ние (20'')] но с тою же принципиально неверной установкой предпосылки, величины i_A (или σ), как известной заранее.

будет иметь нагрузку, характерную для прокатного стана, работающего при условии постоянства момента сопротивления M_s при проходе болванки и что двигатель будет асинхронный. Вращающий момент двигателя M_m в этом случае можно считать, с достаточной для практики точностью, пропорциональным скольжению σ .

Если M_n — момент, а ω_n — скольжение двигателя при полной нормальной нагрузке, то

$$\frac{M_m}{M_n} = \frac{\sigma}{\sigma_n} = \frac{\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0}}{\frac{\omega_0 - \omega_n}{\omega_0}} = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0 - \omega_n},$$

где M_m и σ — момент и скольжение двигателя ко времени t от начала прохода, ω_0 — синхронная угловая скорость.

Основное уравнение (2) примет вид:

$$M_s = M_m - J \frac{d\omega}{dt} = \frac{M_n \omega_0}{\omega_0 - \omega_n} - \frac{M_n \omega}{\omega_0 - \omega_n} - J \frac{d\omega}{dt}.$$

Обозначая

$$\frac{M_n}{\omega_0 - \omega_n}$$

через a , перепишем:

$$a \omega_0 - a \omega - J \frac{d\omega}{dt} = M_s,$$

или

$$\frac{d\omega}{dt} + \frac{a\omega}{J} = \frac{a\omega_0 - M_s}{J}.$$

Вводя другое обозначение $b = a\omega_0 - M_s$ в предположении, что момент сопротивления постоянен,

получаем простое линейное дифференциальное уравнение:

$$\frac{d\omega}{dt} + \frac{a\omega}{J} = \frac{b}{J}.$$

Разделяя переменные:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{b}{J} - \frac{a}{J} \omega$$

или

$$dt = \frac{d\omega}{\frac{b}{J} - \frac{a}{J} \omega} = - \frac{J}{a} \frac{d\left(\frac{b}{J} - \frac{a}{J} \omega\right)}{\frac{b}{J} - \frac{a}{J} \omega}$$

и интегрируя, находим:

$$t = -\frac{J}{a} \int \frac{d\left(\frac{b}{J} - \frac{a}{J} \omega\right)}{\frac{b}{J} - \frac{a}{J} \omega} + C$$

$$t = -\frac{J}{a} \ln \left(\frac{b}{J} - \frac{a}{J} \omega \right) + C$$

или

$$t = \ln \left(\frac{b}{J} - \frac{a}{J} \omega \right)^{-\frac{J}{a}} + C,$$

где C — произвольная постоянная интегрирования.

При $t=0$ имеем $\omega = \omega_1$, следовательно

$$C = -\ln \left(\frac{b}{J} - \frac{a}{J} \omega_1 \right)^{-\frac{J}{a}},$$

так что

$$t = \ln \left(\frac{b}{J} - \frac{a}{J} \omega \right)^{-\frac{J}{a}} - \ln \left(\frac{b}{J} - \frac{a}{J} \omega_1 \right)^{-\frac{J}{a}} = \ln \left(\frac{\frac{b}{J} - \frac{a}{J} \omega}{\frac{b}{J} - \frac{a}{J} \omega_1} \right)^{-\frac{J}{a}}.$$

Иначе это соотношение переписывается после потенцирования:

$$\left(\frac{\frac{b}{J} - \frac{a}{J} \omega}{\frac{b}{J} - \frac{a}{J} \omega_1} \right)^{-\frac{J}{a}} = e^t;$$

или сокращая:

$$\left(\frac{b - a \omega}{b - a \omega_1} \right)^{-\frac{J}{a}} = e^t;$$

иначе

$$\frac{b - a \omega}{b - a \omega_1} = e^{-\frac{a}{J} t},$$

т. е.

$$b - a \omega = (b - a \omega_1) e^{-\frac{a}{J} t},$$

откуда

$$a \omega = b - (b - a \omega_1) e^{-\frac{a}{J} t}$$

$$\omega = \frac{b}{a} - \left(\frac{b}{a} - \omega_1 \right) e^{-\frac{a}{J} t}.$$

Изменяя знаки, найдем:

$$\omega = \frac{b}{a} + \left(\omega_1 - \frac{b}{a} \right) e^{-\frac{a}{J} t}. \quad (17)$$

Это выражение является уравнением скорости электродвигателя при постоянном моменте сопротивления привода (в данном частном примере — за все время прохода металла через валки). В первое мгновение, когда двигатель только начал воспринимать ударное действие нагрузки, его скорость соответствует скорости холостого хода ω_1 и в дальнейшем будет убывать по закону логарифмики, представленному ур-нием (17). Момент вращения двигателя при этом возрастает, очевидно, также по логарифмической кривой, в виду доказанного уже подобия кривых, выражающих закон изменения M и ω [ур-ние (13) и ур-ние (15)]. Действительно, подставляя в основное уравнение моментов $M = M_s + J \frac{d\omega}{dt}$ производную $\frac{d\omega}{dt}$, из ур-ния (17) имеем:

$$M = M_s + J \left[-\frac{a}{J} \left(\omega - \frac{b}{a} \right) e^{-\frac{a}{J} t} \right] = M_s - a \left(\omega - \frac{b}{a} \right) e^{-\frac{a}{J} t}. \quad (18)$$

Из самого существа ур-ний (17) и (18) ясно, что величина, обратная $\frac{a}{J}$, т. е. $T_m = \frac{J}{a}$, должна иметь размерность времени.

Выявим физический смысл этой существенной для расчета маховика величины:

$$T_m = \frac{J}{a} = \frac{J \omega_0}{M}.$$

$$T_m \cdot M = J \cdot \sigma \cdot \omega_0 = J \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} \omega_0 = J (\omega_0 - \omega). \quad (19)$$

Или, переходя от моментов и угловых скоростей к силам, назовем через m_{red} приведенную к окружности ротора массу, r — радиус ротора, F — тангенциальную силу по окружности ротора. Тогда

$$T_m F r = m_{red} r^2 (\omega_0 - \omega)$$

или

$$T_m F = m_{red} (v_0 - v),$$

где $v_0 = r \omega_0$ и $v = r \omega$ суть линейные скорости на окружности ротора. Итак, T_m есть тот промежуток времени, в течение которого сила F должна действовать на массу m_{red} , чтобы последняя получила приращение количества движения, соответствующее приращению скорости от v до v_0 (толкование величины T_m из векто-

риального закона изменения скоростей; теорема о количестве движения и импульсе силы).

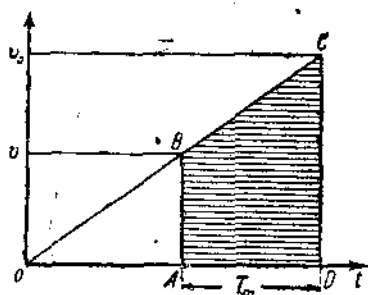
Умножив обе части последнего равенства на $\frac{v_0 + v}{2}$, найдем:

$$F \frac{v_0 + v}{2} T_m = \frac{m_{\text{red}} \cdot v_0^2}{2} - \frac{m_{\text{red}} v^2}{2} = \frac{m_{\text{red}} (v_0^2 - v^2)}{2}.$$

Если $F = \text{const}$, то скорость изменяется по линейному закону, и произведение $\frac{v_0 + v}{2} T_m = s$ есть путь, геометрически изображающийся площадью трапеции $ABCD$ (произведение полусуммы оснований AB и CD на высоту T_m , фиг. 19).

Произведение $Fs = A$ равно работе силы F на пути s за время T_m . Частное $\frac{A}{T_m}$ есть, очевидно, средняя мощность на пути s . Обозначая ее через P_{mit} , имеем:

$$P_{\text{mit}} = \frac{A}{T_m} = \frac{Fs}{T_m} = F \frac{v_0 + v}{2},$$



Фиг. 19.

и в соответствии с этим последнее уравнение переписывается так:

$$P_{\text{mit}} T_m = A = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{mv^2}{2}.$$

Следовательно, T_m есть то время, в течение которого двигатель развивая мощности P_{mit} , среднюю между $P_{\text{max}} = Fv_0$ и $P_{\text{min}} = Fv$, сообщит массе m_{red} приращение живой силы, отвечающее изменению скорости от v до v_0 , т. е. зарядит маховик (толкование T_m из выражения скалярного закона изменения скоростей—закона живых сил).

Вводя величину T_m в ур-ния (17) и (18) и заменяя a и b их значениями, получим для скорости:

$$\omega = \omega_0 - \frac{M_s \omega_0 - \omega_n}{M_n} + \left\{ \omega_1 - \omega_0 + \frac{M_1}{M_n} (\omega_0 - \omega_n) \right\} e^{-\frac{t}{T_m}} \quad (17')$$

или

$$\omega = \omega_1 e^{-\frac{t}{T_m}} + \omega_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{T_m}} \right) - (\omega_0 - \omega_n) \frac{M_s}{M_n} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_m}} \right) \quad (17'')$$

откуда при $t = \infty$:

$$\omega = \omega_0 - \left(\omega_0 - \omega_n \right) \frac{M_s}{M_n},$$

т. е. в период паузы при $M_s = 0$:

$$\omega = \omega_0,$$

а при установившейся нагрузке $M_n = M_s$:

$$\omega = \omega_n.$$

Соответственно для момента

$$M = M_s - \frac{M_n}{\omega_0 - \omega_n} \left\{ \omega_1 - \omega_0 + \frac{M_s}{M_n} (\omega_0 - \omega_n) e^{-\frac{t}{T_m}} \right\}. \quad (18')$$

Итак, по ур-нию (18) можно определить момент, который приходится на долю двигателя в любое мгновение.

Пусть M_1 — момент двигателя в начале периода нагрузки, при $t = 0$.

Тогда из ур-ния (18):

$$M_1 = M_s - a \left(\omega_1 - \frac{b}{a} \right). \quad (18'')$$

Аналогично для конца периода нагрузки $t = t_2$:

$$M_2 = M_s - a \left(\omega_1 - \frac{b}{a} \right) e^{-\frac{t_2}{T_m}};$$

подставляя сюда из (18''):

$$a \left(\omega_1 - \frac{b}{a} \right) = M_s - M_1,$$

имеем:

$$M_2 = M_s - (M_s - M_1) e^{-\frac{t_2}{T_m}} = M_s - k \cdot e^{-\frac{t_2}{T_m}}, \quad (20)$$

где k — разность моментов сопротивления в период нагрузки и паузы — должна быть известна. Таким образом, момент, приходящийся на двигатель, снабженный маховиком, логарифмически растет от величины M_1 , соответствующей холостому ходу при $t = 0$, до M_s при $t = \infty$.

Обратное явление логарифмического уменьшения M будет иметь место в период паузы, следующей за периодом работы, причем постоянная логарифмики T_m будет одна и та же.

Примечание. Ур-ние (20) дает необходимую связь между $T_m = \frac{J}{a}$, т. е. весом маховика, и максимальным моментом M_2 , приходящимся на двигатель. Таким образом, задавая с величинной скольжения s или i_Δ , что выше было признано принципиально неправильным [ур-ние (16)], можно получить несколько уточненный способ определения GD^2 маховика, если принять в период наибольшей перегрузки двигателя, когда $M_s = M_{s(\max)}$ (например, при наиболее тяжелом проходе болванки через валки прокатного станка), величину M_2 равной $x \cdot M_n$. Перегрузочную способность электродвигателей x можно считать известной.

Преобразуя ур-ние (20), имеем:

$$e^{-\frac{t}{T_m}} = \frac{M_s - M_2}{M_s - M_1} \quad \text{или} \quad \frac{t}{T_m} = \ln \frac{M_s - M_1}{M_s - M_2} = \ln \frac{x M_n - M_1}{M_{s(\max)} + x M_n},$$

откуда

$$T_m = \frac{J \cdot \sigma_m \cdot \omega_0}{M_n} = \frac{t}{\ln \frac{x \cdot M_n - M_1}{M_{s(\max)} - x M_n}}$$

или

$$J = \frac{M_n \cdot t}{\sigma_n \cdot \omega_0 \ln \frac{x \cdot M_n - M_1}{M_{s(\max)} - x \cdot M_n}} \quad (20')$$

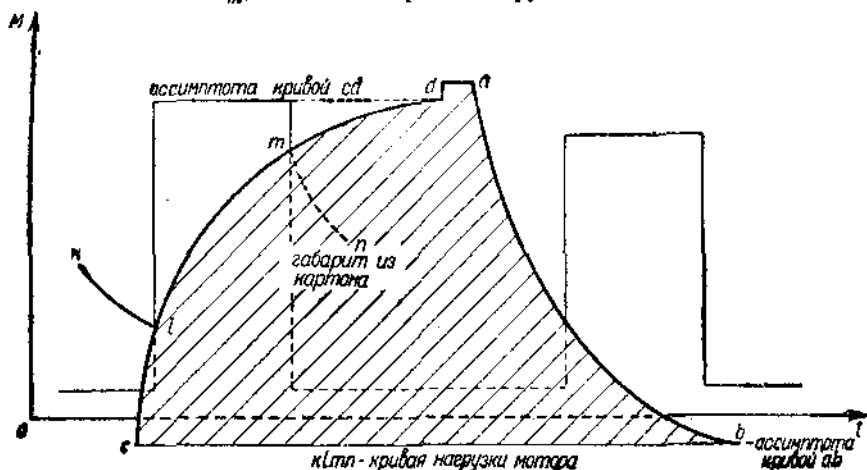
и наконец

$$GD^2 = \frac{375 \cdot M_n \cdot t}{\sigma_n \cdot n_0 \ln \frac{x \cdot M_n - M_1}{M_{s(\max)} - x \cdot M_n}} \quad (20'')$$

где n_0 — синхронное число оборотов двигателя, t — продолжительность наиболее тяжелого периода работы $[M_{s(\max)}]$.

Скольжением σ_n при номинальной нагрузке двигателя и номинальным моментом его M_n приходится задаваться.

Помимо принципиальной неправильности первого, подыскание второй величины M_n , соответствующей некоторой средней нагрузке, также весьма затруднительно без знания величины T_m , хотя бы диаграмма нагрузки и имелась.



Фиг. 20.

В случае подбора маховика для привода прокатного стана, можно исходить из богатой статистики расхода энергии на единицу веса прокатываемого металла. Переходя от работы к средней мощности на клеммах двигателя и затем к среднему моменту, можно допустить $M = M_{\text{mit}}$.

Таким образом ур-ние (20'') можно рекомендовать лишь для предварительного подбора маховика, но для такого случая проще ограничиться ур-нием (16) или номограммой (фиг. 17).

Итак, зная $T_m = \frac{J \sigma_n \cdot \omega_0}{M_n}$, вернее, задаваясь ею, можно построить по точкам кривые нагрузки двигателя *).

Нахождение всей диаграммы нагрузки упрощается тем, что T_m не зависит от нагрузки и, следовательно, достаточно для данного случая, т. е. для данных J, σ_n, ω_0 и M_n , построить шаблон (лекало), чтобы, пользуясь им, прочертить все кривые нагрузки двигателя. Для этого шаблон прикладывается так, чтобы точка d горизонтальной асимптотической части его (фиг. 20) приходилась на линии,

*) См. „Вестник металлпромышленности“, 1929 г., октябрь, № 10, стр. 79. проф. С. А. Ринкевич „Определение работы прокатки“.

соответствующей данной нагрузке (M_n), и по шаблону прочерчивается кривая lm . Затем шаблон поворачивают на 180° (разгрузка в период паузы) так, чтобы точка d приходилась на линии M_1 (холостого хода), и прочерчивают кривую разгрузки mn .

Итак, вместо прямой линии нагрузки NN (фиг. 15), которой мы задавались в изложенном выше способе расчета маховика, фактически получается ломаная кривая, которая, однако, тем более приближается к прямой, чем больше величина T_m , т. е. чем больше момент инерции J (вес маховика) и чем меньше периоды работы и паузы.

Из вышеизложенного ясно, что выбор мощности двигателя и расчет его маховика неразделимы, так как диаграмма нагрузки, приходящейся на двигатель, определяется величиной T_m , а в последнюю входят данные как двигателя, так и маховика. Обычный способ расчета заключается в следующем: задаваясь некоторым моментом двигателя (например, по средней линии NN , фиг. 15), скольжением при нормальной нагрузке σ_n и суммарным моментом инерции привода (двигателя и маховика), определяют величину T_m , строят по ней шаблон и, наконец, прочерчивают с его помощью диаграмму нагрузки двигателя; принимая далее момент пропорциональным току, определяют средний квадратичный момент по формуле:

$$M_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{M_1^2 t_1 + M_2^2 t_2 + \dots}{t_1 + t_2 + \dots + t_n}}$$

обоснование которой дано ниже в главе VI о методах выбора мощности двигателей на основе теории их нагревания.

Подставляя затем полученную величину M_{eff} вместо ориентировочно принятой M_n (если они значительно разнятся) в выражение T_m , составляют новую диаграмму по новому шаблону и т. д. известным путем постепенного приближения.

Способ, как видим, достаточно громоздкий. Можно было бы его значительно упростить, если бы в основу его положить выбор величины T_m , а не момента двигателя, исходя из того соображения, что, каков бы ни был ориентировочно принятый двигатель, но при данной величине T_m на него ляжет одна и та же часть данной ударной нагрузки, так как шаблон определяется только величиной T_m в целом и, следовательно, будет один и тот же, как бы ни менялись составные элементы величины T_m , т. е. M_n , σ , ω_0 и J , лишь бы T_m оставалась постоянной. Итак, вкратце способ заключается в следующем*):

1) Выбирается величина T_m на основе следующих двух условий:

а) Чем больше T_m , тем более полого идет логарифмика момента двигателя M и тем ровнее его нагрузка, т. е. тем ближе значение M_{eff} к средне-арифметическому значению.

*) Подробнее способ этот на конкретном примере прокатного стана изложен в труде автора „Определение работы прокатки цветных металлов и выбор мощности электродвигателя“, см. журнал „Вестник металлопромышленности“, 1929, октябрь, № 10.

Таким образом на выборе величины T_m должен сказаться характер электроснабжения данного предприятия: при питании его от небольшой заводской электростанции следует выбирать T_m возможно большею, т. е. возможно полнее срезать пики данной ударной нагрузки, предупреждая этим перегрузку и выход станции из работы. Наоборот, при снабжении от крупной электроцентрали значение местных пиков уменьшается, и, очевидно, выгоднее принять меньшие значения T_m и J , что обусловит меньшие потери трения. Последнее особенно существенно, если холостой ход данного привода относительно продолжителен.

б) Другое условие для выбора величины T_m лежит в режиме работы привода, так как маховик должен успевать в периоды интервалов работы (холостого хода) пополнять запас энергии, т. е. разгоняться до нормальной скорости, между тем нарастание скорости, как доказано выше, определяется показателем экспоненциальной функции, т. е. величиной T_m и может практически считаться законченным (до 0,95 установившейся величины) спустя промежуток времени, равный $3T_m$ (см. гл. VI). Таким образом величина интервалов между ударами нагрузки на самом тяжелом участке работы может служить вторым мерилom для подбора величины T_m .

2) Далее строится лекало (шаблон), и на данной диаграмме работы машины-орудия прочерчивается диаграмма работы, приходящейся на долю двигателя.

3) По последней диаграмме определяется средний квадратичный момент или средний квадратичный ток (см. гл. VI).

4) Имея из эскиза электрического привода наиболее экономическую угловую скорость двигателя (см. выбор привода, гл. VIII), двигатель можно сразу окончательно выбрать по двум механическим признакам:

$$M_n = M_{\text{эф}} \text{ и } \omega_0.$$

5) Из оставшихся двух неизвестных J и σ_n выбор производится на основании известного из величины T_m произведения их:

$$J\sigma_n = \frac{T_m \cdot M_n}{\omega_0}. \quad (19)$$

Вполне понятно, что чем больше принятое скольжение при нормальной нагрузке, тем меньше J и вес маховика. Способы увеличения этого скольжения путем введения сопротивления в ротор асинхронных двигателей переменного тока или путем компаундирования двигателей постоянного тока будут изложены принципиально в следующей главе II, а детально, с необходимыми практическими схемами, в выходящем в скором времени труде автора „Электрификация металлургических заводов“. Так как, однако, увеличение скольжения (практически в пределах 10—30%) вызывает пропорциональную потерю электроэнергии в реостате двигателей переменного тока, а уменьшение скольжения вызывает увеличение веса маховика и опять-таки потерю электроэнергии, то наиболее выгодное решение находится где-то по середине и легко определяется путем экономи-

ческих подсчетов, если стоимость энергии известна. Численный пример можно найти в упомянутом труде автора („Вестник металлопромышленности“, 1929, № 10, стр. 82—83).

Выше нами был рассмотрен случай работы электродвигателя с маховиком на прерывистую нагрузку с постоянным моментом сопротивления M_s .

Теперь рассмотрим случай работы электродвигателя, снабженного маховиком, на прерывистую нагрузку с постоянной мощностью.

Здесь, как и в предыдущем случае, мы будем исходить из основного уравнения моментов:

$$M = M_s + J \frac{d\omega}{dt}.$$

Как уже говорилось выше, для двигателя с жесткой характеристикой (шунтового, асинхронного) действительно приближенное соотношение:

$$\frac{M_m}{M_n} = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0 - \omega_n},$$

где M_m — момент вращения двигателя, отвечающий угловой скорости ω , M_n — номинальный момент вращения двигателя, отвечающий угловой скорости ω_n ; ω_0 — угловая скорость, отвечающая нулевому значению вращающего момента (синхронная — для индукционного мотора или пограничная — для шунтового мотора, см. гл. II).

Из этой пропорции получаем:

$$M_m = \frac{M_n}{\omega_0 - \omega_n} \omega_0 - \frac{M_n}{\omega_0 - \omega_n} \omega = a \omega_0 - a \omega,$$

где по предыдущему

$$a = \frac{M_n}{\omega_0 - \omega_n} = \text{const.}$$

Подставив это значение M_m в основное уравнение моментов, получим:

$$a \omega_0 - a \omega = M_s + J \frac{d\omega}{dt}.$$

Умножив обе части этого уравнения на ω , найдем:

$$a \omega_0 \omega - a \omega^2 = M_s \omega + J \omega \frac{d\omega}{dt}.$$

Здесь $M_s \omega = P_s$ есть мощность, поглощаемая приводом в период работы, по условию — постоянная.

$$J \omega \frac{d\omega}{dt} = a \omega_0 \omega - a \omega^2 - P_s,$$

или, разделяя переменные:

$$dt = J \frac{\omega d\omega}{a \omega_0 \omega - a \omega^2 - P_s}. \quad (21)$$

Интегрируя, получим:

$$t = \int \frac{J \omega d\omega}{a \omega_0 \omega - a \omega^2 - P_s} + C, \quad (21')$$

где C — постоянная интегрирования. Обозначим всю подынтегральную функцию через $f(\omega)$ и положим:

$$\int f(\omega) d\omega = F(\omega).$$

Тогда из ур-ния (21') будем иметь:

$$t = F(\omega) + C.$$

По условию, при $t = 0$, $\omega = \omega_1$; следовательно:

$$0 = F(\omega_1) + C,$$

откуда

$$C = -F(\omega_1),$$

так что

$$t = F(\omega) - F(\omega_1),$$

что можно переписать так:

$$t = \int_{\omega_1}^{\omega} f(\omega) d\omega.$$

Таким образом ур-ние (21') может быть переписано в виде:

$$\begin{aligned} t &= \int_{\omega_1}^{\omega} \frac{J\omega d\omega}{a\omega_0\omega - a\omega^2 - P_{s_1}} = \frac{J}{a} \int_{\omega_1}^{\omega} \frac{\omega d\omega}{\omega^2 - \omega_0\omega + \frac{P_{s_1}}{a}} = \\ &= + \frac{J}{a} \int_{\omega}^{\omega_1} \frac{\omega d\omega}{\omega^2 - \omega_0\omega + \frac{P_{s_1}}{a}}. \end{aligned}$$

Этот интеграл приводится к табличным следующим образом:

$$\begin{aligned} \int \frac{\omega d\omega}{\omega^2 - \omega_0\omega + \frac{P_{s_1}}{a}} &= \int \frac{\omega d\omega}{\omega^2 - \omega_0\omega + \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 - \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 + \frac{P_{s_1}}{a}} = \\ &= \int \frac{\omega d\omega}{\left(\omega - \frac{\omega_0}{2}\right)^2 + \frac{P_{s_1}}{a} - \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2} = \int \frac{\left[\left(\omega - \frac{\omega_0}{2}\right) + \frac{\omega_0}{2}\right] d\omega}{\left(\omega - \frac{\omega_0}{2}\right)^2 + \frac{P_{s_1}}{a} - \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2} = \\ &= \int \frac{\left(\omega - \frac{\omega_0}{2}\right) d\omega}{\left(\omega - \frac{\omega_0}{2}\right)^2 + \left[\frac{P_{s_1}}{a} - \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2\right]} + \frac{\omega_0}{2} \int \frac{d\omega}{\left(\omega - \frac{\omega_0}{2}\right)^2 + \left[\frac{P_{s_1}}{a} - \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2\right]} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \int \frac{\left(\omega - \frac{\omega_0}{2}\right) d\left(\omega - \frac{\omega_0}{2}\right)}{\left(\omega - \frac{\omega_0}{2}\right)^2 + \left[\frac{P_{s_1}}{a} - \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2\right]} + \frac{\omega_0}{2} \int \frac{d\left(\omega - \frac{\omega_0}{2}\right)}{\left(\omega - \frac{\omega_0}{2}\right)^2 + \left[\frac{P_{s_1}}{a} - \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2\right]} = \\
&= \frac{1}{2} \int \frac{d\left\{\left(\omega - \frac{\omega_0}{2}\right)^2 + \left[\frac{P_{s_1}}{a} - \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2\right]\right\}}{\left\{\left(\omega - \frac{\omega_0}{2}\right)^2 + \left[\frac{P_{s_1}}{a} - \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2\right]\right\}} + \\
&+ \frac{\omega_0}{2} \int \frac{d\left(\omega - \frac{\omega_0}{2}\right)}{\left(\omega - \frac{\omega_0}{2}\right)^2 + \left[\frac{P_{s_1}}{a} - \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2\right]} = \\
&= \frac{1}{2} \ln \left\{\left(\omega - \frac{\omega_0}{2}\right)^2 + \left[\frac{P_{s_1}}{a} - \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2\right]\right\} + \\
&+ \frac{\omega_0}{2} \int \frac{d\left(\omega - \frac{\omega_0}{2}\right)}{\left(\omega - \frac{\omega_0}{2}\right)^2 + \left[\frac{P_{s_1}}{a} - \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2\right]} = \\
&= \frac{1}{2} \ln \left(\omega^2 - \omega_0 \omega + \frac{P_{s_1}}{a}\right) + \frac{\omega_0}{2} \int \frac{d\left(\omega - \frac{\omega_0}{2}\right)}{\left(\omega - \frac{\omega_0}{2}\right)^2 + \left[\frac{P_{s_1}}{a} - \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2\right]}.
\end{aligned}$$

Таким образом ур-ние (21') перепишется так:

$$\begin{aligned}
t &= \frac{J}{a} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\omega^2 - \omega_0 \omega + \frac{P_{s_1}}{a} \right) \right] + \\
&+ \frac{J \omega_0}{2a} \int_{\omega}^{\omega_1} \frac{d\left(\omega - \frac{\omega_0}{2}\right)}{\left(\omega - \frac{\omega_0}{2}\right)^2 + \left[\frac{P_{s_1}}{a} - \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2\right]} = \frac{J}{2a} \ln \frac{\omega_1^2 - \omega_0 \omega_1 + \frac{P_{s_1}}{a}}{\omega^2 - \omega_0 \omega + \frac{P_{s_1}}{a}} + \\
&+ \frac{J \omega_0}{2a} \int_{\omega}^{\omega_1} \frac{d\left(\omega - \frac{\omega_0}{2}\right)}{\left(\omega - \frac{\omega_0}{2}\right)^2 + \left[\frac{P_{s_1}}{a} - \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2\right]}.
\end{aligned}$$

Умножая числитель и знаменатель дроби, стоящей под знаком логарифма, на $(-a)$, найдем:

$$t = \frac{J}{2a} \ln \frac{a \omega_0 \omega_1 - a \omega_1^2 - P_{s_1}}{a \omega_0 \omega - a \omega^2 - P_{s_1}} + \frac{J \omega_0}{2a} \int_{\omega}^{\omega_1} \frac{d\left(\omega - \frac{\omega_0}{2}\right)}{\left(\omega - \frac{\omega_0}{2}\right)^2 + \left[\frac{P_{s_1}}{a} - \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2\right]}. \quad (21'')$$

Что касается последнего интеграла, то он может быть преобразован следующим образом.

Положим $\omega - \frac{\omega_0}{2} = z$, а $\frac{P_{s_1}}{a} - \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 = +k^2$ или $\frac{P_{s_1}}{a} - \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 = -k^2$, в зависимости от того, будет ли $\left[\frac{P_{s_1}}{a} - \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2\right]$ больше или меньше нуля. При таком условии k всегда будет числом вещественным; тогда второй интеграл ур-ния (21'') получит вид:

$$\begin{aligned} \frac{J \omega_0}{2a} \int_{\omega}^{\omega_1} \frac{d\left(\omega - \frac{\omega_0}{2}\right)}{\left(\omega - \frac{\omega_0}{2}\right)^2 + \left[\frac{P_{s_1}}{a} - \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2\right]} &= \frac{J \omega_0}{2a} \int_{\omega - \frac{\omega_0}{2}}^{\omega_1 - \frac{\omega_0}{2}} \frac{dz}{z^2 + k^2} = \\ &= \frac{J \omega_0}{2ak} \int_{\omega - \frac{\omega_0}{2}}^{\omega_1 - \frac{\omega_0}{2}} \arctg \frac{z}{k} = \frac{J \omega_0}{2a \sqrt{\frac{P_{s_1}}{a} - \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2}} \left[\arctg \frac{\omega_1 - \frac{\omega_0}{2}}{\sqrt{\frac{P_{s_1}}{a} - \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2}} \right. \\ &\quad \left. - \arctg \frac{\omega - \frac{\omega_0}{2}}{\sqrt{\frac{P_{s_1}}{a} - \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2}} \right]. \end{aligned}$$

Руководствуясь формулой: $\arctg u - \arctg v = \arctg \frac{u-v}{1+uv}$, можем окончательно переписать выражения (21'') для случая $\frac{P_{s_1}}{a} - \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 > 0$ в виде:

$$\begin{aligned} t = \frac{J}{2a} &\left\{ \ln \frac{a \omega_0 \omega_1 - a \omega_1^2 - P_{s_1}}{a \omega_0 \omega - a \omega^2 - P_{s_1}} + \right. \\ &\left. + \frac{\omega_0}{\sqrt{\frac{P_{s_1}}{a} - \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2}} \arctg \frac{a(\omega_1 - \omega) \sqrt{\frac{P_{s_1}}{a} - \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2}}{P_{s_1} + a \omega_1 \omega - \frac{a \omega_0}{2}(\omega_1 + \omega)} \right\}. \quad (21''') \end{aligned}$$

Если же оказывается $\frac{P_{s_1}}{a} - \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 < 0$, то, подставляя $\frac{P_{s_1}}{a} - \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 = -k^2$, интеграл ур-ния (21'') перепишем так:

$$\begin{aligned} & \frac{J\omega_0}{2a} \int_{\omega - \frac{\omega_0}{2}}^{\omega_1 - \frac{\omega_0}{2}} \frac{dz}{z^2 - k^2} = \frac{J\omega_0}{2a} \int_{\omega - \frac{\omega_0}{2}}^{\omega_1 - \frac{\omega_0}{2}} \frac{1}{2k} \left[\frac{1}{z-k} - \frac{1}{z+k} \right] dz = \\ & = \frac{J\omega_0}{4ak} \int_{\omega - \frac{\omega_0}{2}}^{\omega_1 - \frac{\omega_0}{2}} \frac{dz}{z-k} - \frac{J\omega_0}{4ak} \int_{\omega - \frac{\omega_0}{2}}^{\omega_1 - \frac{\omega_0}{2}} \frac{dz}{z+k} = \frac{J\omega_0}{4ak} \left[\ln(z-k) - \ln(z+k) \right] = \\ & = \frac{J\omega_0}{4a \sqrt{\frac{\omega_0^2}{4} - \frac{P_{s_1}}{a}}} \left[\ln \frac{z - \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 - \frac{P_{s_1}}{a}}}{z + \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 - \frac{P_{s_1}}{a}}} \right] = \\ & = \frac{J\omega_0}{4a \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 - \frac{P_{s_1}}{a}}} \left\{ \ln \frac{\left(\omega_1 - \frac{\omega_0}{2}\right) - \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 - \frac{P_{s_1}}{a}}}{\left(\omega_1 - \frac{\omega_0}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 - \frac{P_{s_1}}{a}}} - \right. \\ & \quad \left. - \ln \frac{\left(\omega - \frac{\omega_0}{2}\right) - \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 - \frac{P_{s_1}}{a}}}{\left(\omega - \frac{\omega_0}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 - \frac{P_{s_1}}{a}}} \right\}. \end{aligned}$$

Таким образом для случая $\frac{P_{s_1}}{a} - \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 < 0$ ур-ние (21'') можно привести к виду:

$$\begin{aligned} t = & \frac{J}{2a} \left\{ \ln \frac{a\omega_0\omega_1 - a\omega_1^2 - P_{s_1}}{a\omega_0\omega - a\omega^2 - P_{s_1}} + \frac{\omega_0}{2 \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 - \frac{P_{s_1}}{a}}} \times \right. \\ & \times \ln \frac{\left[\omega_1\omega - \frac{\omega_0}{2}(\omega_1 + \omega) + \frac{P_{s_1}}{a} \right] + (\omega_1 - \omega) \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 - \frac{P_{s_1}}{a}}}{\left[\omega_1\omega - \frac{\omega_0}{2}(\omega_1 + \omega) + \frac{P_{s_1}}{a} \right] - (\omega_1 - \omega) \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 - \frac{P_{s_1}}{a}}} \left. \right\}. \quad (21''') \end{aligned}$$

На практике второй член ур-ния ($21''$ или $21'''$) обычно оказывается настолько малым по сравнению с первым членом, что им можно пренебречь. Тогда для обоих случаев будем иметь приближенное соотношение:

$$t \cong \frac{J}{2a} \ln \frac{a\omega_0\omega_1 - a\omega_1^2 - P_{s_1}}{a\omega_0\omega - a\omega^2 - P_{s_1}}, \quad (22)$$

из которого получаем:

$$\frac{a\omega_0\omega - a\omega^2 - P_{s_1}}{a\omega_0\omega_1 - a\omega_1^2 - P_{s_1}} = e^{-\frac{2a}{J}t}$$

или, обозначая

$$a\omega_0\omega_1 - a\omega_1^2 - P_{s_1} = k_1;$$

$$a\omega_0\omega - a\omega^2 - P_{s_1} = k_1 e^{-\frac{2a}{J}t}$$

получим окончательно:

$$\omega^2 - \omega_0\omega + \left[\frac{P_{s_1}}{a} + \frac{k_1}{a} e^{-\frac{2at}{J}} \right] = 0.$$

Решая это уравнение относительно ω , получим:

$$\omega = \frac{\omega_0}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 - \frac{P_{s_1}}{a} - \frac{k_1}{a} e^{-\frac{2at}{J}}}.$$

Так как практически ω не может быть меньше $\frac{\omega_0}{2}$ (ибо при отсутствии особой регулировки двигатель выйдет на неустойчивую часть своей характеристики, см. следующую главу), то очевидно, что при радикале следует всякий раз брать знак $+$ и тогда

$$\omega = \frac{\omega_0}{2} + \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 - \frac{P_{s_1}}{a} - \frac{k_1}{a} e^{-\frac{2at}{J}}}. \quad (23)$$

Так выражается зависимость ω от t для периода работы; для периода паузы (интервала), очевидно, получим совершенно подобное уравнение, получающееся из (23) путем замены P_{s_1} через P_{01} , где P_{01} — мощность, при холостом ходе (паузе), остающаяся постоянной за весь период паузы. Таким образом будем иметь:

$$\omega = \frac{\omega_0}{2} + \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 - \frac{P_{01}}{a} - \frac{h_{01}}{a} e^{-\frac{2at}{J}}}, \quad (24)$$

где $h_{01} = a\omega_0\omega_2 - a\omega_2^2 - P_{01}$ и где ω_2 — угловая скорость двигателя в начале паузы, т. е. в конце периода работы, — определяется из ур-ния (23) путем подстановки вместо t продолжительности периода работы t_a .

При $t=0$ из ур-ния (24) получим:

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{\omega_0}{2} + \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 - \frac{P_{01}}{a} - \omega_0\omega_2 + \omega_2^2 + \frac{P_{01}}{a}} = \frac{\omega_0}{2} + \\ &+ \sqrt{\left[\omega_2 - \frac{\omega_0}{2}\right]^2} = \frac{\omega_0}{2} + \omega_2 - \frac{\omega_0}{2} = \omega_2, \end{aligned}$$

как и следовало ожидать.

Угловая скорость в конце паузы, т. е. в начале второго периода работы, определяется из ур-ния (24) путем подстановки вместо t продолжительности периода паузы t_0 . Пусть при этом получится $\omega = \omega_3$. При таком условии зависимость ω от t для второго периода работы будет иметь вид ур-ния (23), только вместо P_s следует подставить P_{s_2} — мощность, требуемую при вращении во время второго периода работы, а вместо ω_1 в выражении k_1 подставить ω_3 . Итак, для второго периода работы:

$$\omega = \frac{\omega_0}{2} + \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 - \frac{P_{s_2}}{a} - \frac{a\omega_0\omega_3 - a\omega_3^2 P_{s_2}}{a} e^{-\frac{2at}{J}}}$$

Из этой формулы при $t=0$ мы получим $\omega = \omega_3$ — скорость в начале второго периода работы или, что то же, в конце первого периода паузы. Чтобы определить скорость в конце второго периода работы или в начале второго периода паузы, мы должны в последнее уравнение вместо t подставить t_0 — продолжительность второго периода работы. Пусть при этом окажется $\omega = \omega_4$. Тогда для второго периода паузы мы будем иметь уравнение, аналогичное ур-нию (24), но вместо P_0 нужно будет подставить P_{0_2} — мощность, требуемую приводом во время второго периода паузы, и вместо ω_2 в выражении k_0 подставить ω_4 . Тогда:

$$\omega = \frac{\omega_0}{2} + \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 - \frac{P_{0_2}}{a} - \frac{a\omega_0\omega_4 - a\omega_4^2 P_{0_2}}{a} e^{-\frac{2at}{J}}}$$

Отсюда при $t=0$, как и следовало, получается $\omega = \omega_4$. Скорость в конце второго периода паузы (в начале третьего периода работы) получится из последнего уравнения, если вместо t подставим t_{0_2} — продолжительность второго периода паузы. Продолжая эти вычисления далее, можно найти зависимость ω от t для любого мгновения от начала периода работы или паузы.

Для рассматриваемых условий работы привода с постоянной мощностью P_s мощность, развиваемая двигателем P_m , легко может быть определена в функции времени для любого периода работы по формуле:

$$P_{m(\text{раб})} = P_{s(\text{раб})} + J\omega \frac{d\omega}{dt}, \quad (25)$$

а для периода паузы по формуле:

$$P_{m(\text{пауз})} = P_{s(\text{пауз})} + J\omega \frac{d\omega}{dt}, \quad (26)$$

если вместо P_s подставить соответственные значения из заданных условий, а вместо ω и $\frac{d\omega}{dt}$ — выражения, получающиеся по формулам (23) или (24) для соответствующих периодов работы или паузы.

Выражение $\frac{d\omega}{dt}$ можно получить из формулы, обобщающей (23) и (24),

$$\omega = \frac{\omega_0}{2} + \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 - \frac{P}{a} - \frac{h}{a} e^{-\frac{2at}{J}}}; \quad (27)$$

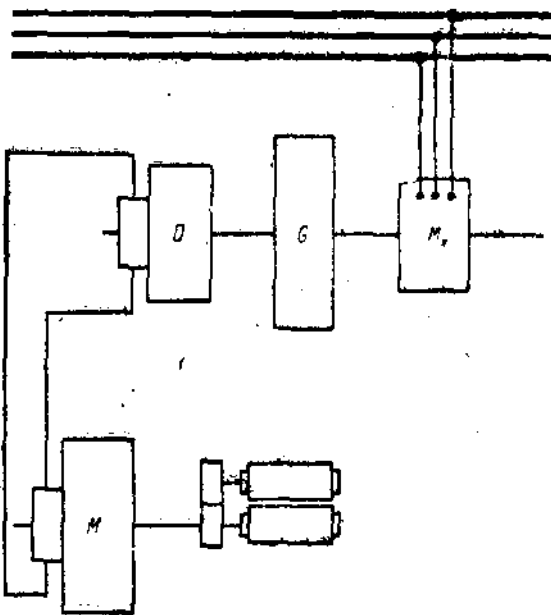
следовательно

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{he \frac{2at}{J}}{J \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 - \frac{P}{a} - \frac{h}{a} e^{-\frac{2at}{J}}}} \quad (28)$$

Таким путем чисто аналитически можно получить зависимости ω , M или P от времени для прерывистой работы с постоянным моментом [формулы (17) и (18)] или с постоянной мощностью [формулы (25) и (26) или (28)].

Применением маховика, помимо уравнивания нагрузки, достигается возможность выбора меньшего по мощности и лучше используемого электродвигателя, несмотря на то, что маховик увеличивает общие постоянные потери на трение. Из сказанного несомненно, что такой способ уравнивания нагрузки нормально возможен только при непрерывной работе двигателя.

Однако, благодаря чрезвычайной гибкости электрического привода была найдена возможность применить маховик и при реверсивной машине, но конечно не на валу вращающего ее двигателя, а на валу специального агрегата, питающего двигатель. Если при этом требуется еще и регулировка скорости привода, то задача решается чрезвычайно экономически путем установки маховика на валу агрегата Леонарда, как представлено на фиг. 21. Здесь M_N — двигатель агрегата, работающий от сети, G — маховик, D — пусковая динамо Леонарда и M — рабочий двигатель.



Фиг. 21.

Система эта носит название Леонарда-Ильгнера, по имени двух инженеров, предложивших ее.

Несмотря на высокую стоимость эта система приобрела большое распространение для шахтных установок и для реверсивных прокатных станов, так как, помимо уравнивания нагрузки сети, имеет еще и чисто эксплуатационное удобство от того резерва энергии, который заключается в массе маховика и за счет которого при выключении двигателя можно произвести один или даже несколько подъемов клетки, или закончить прокатку поступившего в валки металла. При этом, конечно, возбудитель должен находиться на валу маховика.

§ 5. Классификация нагрузочных диаграмм.

В самом начале этой главы было сказано, что исходным положением для решения вопроса о выборе электродвигателя, как по мощности, так и по механическим свойствам, является „нагрузочная диаграмма“, а потому прежде чем перейти к рассмотрению механических свойств двигателей необходимо коснуться методов построения этих диаграмм.

Предварительно, однако, сделаем попытку классификации диаграмм по двум признакам: по характеру самой нагрузки и по режиму времени (длительности рабочих периодов), причем диаграмма может изображать либо мощность P_s , либо момент сопротивления M_s в функции времени.

В отношении характера кривой нагрузки различаются:

1) Постоянная нагрузка к этой категории относится нагрузка центробежных насосов, работающих при постоянном напоре, вентиляторов, бумажных машин и т. д.

2) Переменная нагрузка, например одиночный привод большинства металло-станков, а также групповой привод с небольшим числом их.

3) Ударная нагрузка — привод прокатных, строгальных, штамповальных станков, фрикционных молотов, пил и т. д.

4) Пульсирующая нагрузка — привод поршневых насосов, компрессоров и т. д.

В отношении режима работы по времени (длительности рабочих периодов) различаются:

1) Длительная или продолжительная нагрузка, типичный пример которой представляет групповой привод станков в мастерских, находящийся в постоянном вращении, благодаря чему электродвигатель работает без остановок.

2) Прерывистая нагрузка — работа грузовых подъемников, кранов и т. д., при которой паузы хотя и возникают, но недостаточно длительные для охлаждения двигателя до температуры окружающей среды.

3) Кратковременная нагрузка, например у разгонного двигателя синхронных конверторов (при пуске их), кранов на станциях, ж.-д. поворотных кругов устройств для расцепления муфт, пусковых приспособлений у двигателей внутреннего сгорания и т. д., при которой циклы работы значительно короче пауз.

Относительно этой последней классификации придется много говорить в главе „Выбор электродвигателя по мощности“.

Наконец, можно указать на попытку аналитического выражения нагрузочных характеристик, а именно: в виде зависимости момента сопротивления M_s от числа оборотов привода n *):

$$M_s = M'_s + (M_s - M'_s) \left(\frac{n}{n_s} \right)^{q-1}, \quad (29)$$

где M'_s — момент сопротивления от трения в частях машины-орудия после пуска ее; M_s — момент сопротивления при нормаль-

*) См. Z. d. V. D. I., 1919, F. Blank.

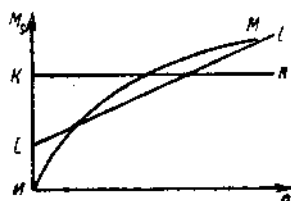
ном числе оборотов; q — степень, выражающая изменение сопротивления при изменении числа оборотов n привода.

Отсюда можно вывести следующую классификацию нагрузочных характеристик $M_s = f(n)$:

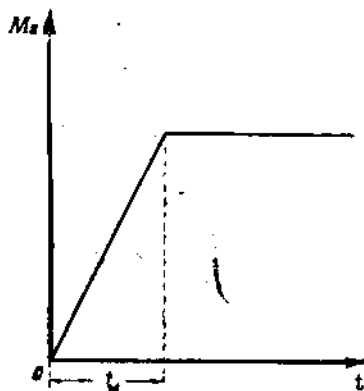
1) Плоская характеристика — при $q=1$, когда момент сопротивления M_s не зависит от числа оборотов n (фиг. 22, линия KK). Например, работа лебедок, поршневых насосов при постоянной высоте подачи и т. д. (если, конечно, пренебречь увеличением потерь на трение в подшипниках при увеличении скорости).

2) Прямолинейно возвышающаяся характеристика — при $q=2$, когда момент сопротивления M_s пропорционален числу оборотов n ; идеальный пример этого имеем в приводе динамомашин при независимом возбуждении, работающей на постоянное сопротивление R (фиг. 22, линия LL).

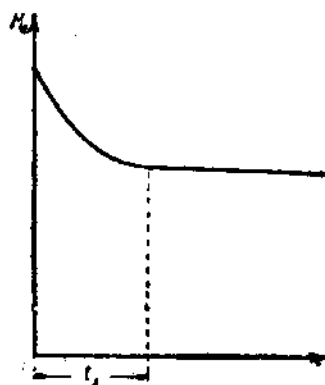
3) Параболически возвышающаяся характеристика — при $q=3$, когда момент сопротивления M_s пропорционален квадрату числа оборотов (n^2); пример этого имеем в приводе машинорудий с так называемым вентиляторным моментом сопротивления, о чем говорилось выше на стр. 21. Такого рода характеристики



Фиг. 22.



Фиг. 23.



Фиг. 24.

имеют электроприводы центробежных насосов, вентиляторов, гребных винтов и т. п. при регулировании числа оборотов (фиг. 22, кривая MM). Кривые показывают лишь характер изменения M_s при регулировании n , но не касаются самого мгновения трогания с места.

Как видно из определения величины M'_s уравнение (29) момента статического сопротивления M_s не учитывает ни сопротивления трения при трогании с места, ни динамического сопротивления; следовательно, оно не относится к периоду пуска, между тем диаграмма в период пуска бывает весьма характерна: так, например,

для поршневого насоса в момент пуска при $n=0$ и отсутствии воды в нагнетательной трубе насоса высота подачи почти равна нулю, и момент сопротивления также близок к нулю (если не считать вредных сопротивлений). Лишь по мере увеличения числа оборотов и поднятия воды в трубе момент сопротивления M_s начинает расти прямолинейно до достижения нормальной высоты напора (фиг. 23 зависимости M_s от времени t).

С другой стороны, имеется ряд случаев, когда именно в период пуска сопротивление трения достигает максимума и затем уменьшается; особенно заметно это в приводах с червячными передачами, а также при сдвиге массивных кранов и тележек, где имеет место прогиб рельс, сжатие бандажей, колес и т. д.

Общий вид кривой в этом случае представлен на фиг. 24. Явление увеличенного момента M_s в передачах в период трогания выявляется весьма ярко и в крупном масштабе на фабриках и заводах с тяжелыми трансмиссиями и машинами, обладающими многочисленными внутренними передачами. При пуске фабрик в ход после праздничных перерывов явление начального увеличения момента M_s сказывается особенно резко, причем M_s достигает величины, значительно превышающей нормальную, и постепенно, по мере разгона смазываемых частей и прогрева смазки, приближается к ней.

Это увеличение начального статического момента сопротивления нельзя смешивать с динамическим сопротивлением, возникающим не только в период разгона, но и при каждом изменении скорости.

§ 6. Методы построения диаграммы.

Базисом для построения рабочих или нагрузочных диаграмм служат основные дифференциальные ур-ния (1) и (2):

$$F_m = F_s + m \frac{dv}{dt},$$

$$M_m = M_s + J \frac{d\omega}{dt}.$$

При рассмотрении вопросов, связанных с различного рода диаграммами (скорости, пути, моментов, силы тяги, потерь и т. д.) будем, где возможно, применять параллельно как аналитические методы построения, так и графические, более простые, но менее точные, однако практически применимые в виду того, что и основные исходные положения часто приближительны.

Так, при графическом интегрировании основных уравнений часто приходится заменять интегрируемые плавные кривые — ступенчатыми, выбирая последние, конечно, не произвольно, но так, чтобы замена по возможности мало отразилась на результате. Например, это условие будет выполнено, если тр-ники, образуемые ступенями, будут соответственно равновелики по площади (фиг. 25).

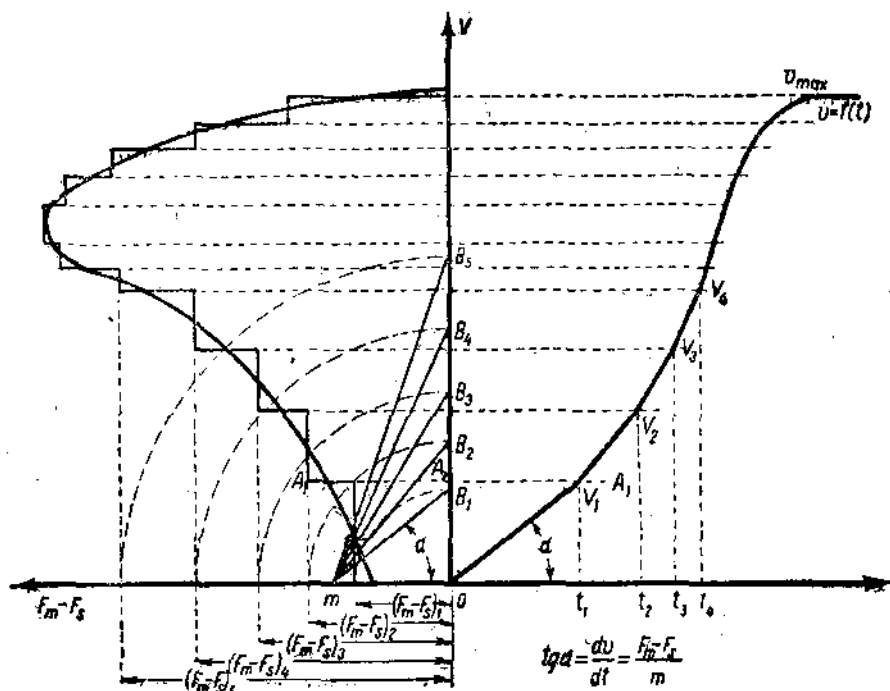
Существует ряд правил, дающих возможность точно определить точки пересечения ступенчатой линии с кривой.

Однако, практически этими правилами не пользуются, а наносят ломаную линию на-глаз.

1. Диаграмма скорости: $v = f(t)$ получается интегрированием уравнения (1):

$$F_m = F_s + m \frac{dv}{dt}; \quad v = \int \frac{F_m - F_s}{m} dt \text{ м/сек.}$$

а) Аналитический метод применяется лишь в том случае, когда функции F_m , F_s и m выражаются простыми уравнениями; правда, в противном случае можно попытаться упростить эти сложные



Фиг. 25.

функции путем приближения для получения легко интегрируемых кривых, но такой путь не всегда возможен и вносит неточность в вычисления.

Если F_m , F_s и m постоянны, то для скорости имеем линейное уравнение:

$$v = \frac{F_m - F_s}{m} t + C.$$

При $t=0$, $v=v_0$, т. е. постоянная $C=v_0$ — начальной скорости.

$$v = \int_0^t \frac{F_m - F_s}{m} dt + v_0 = \frac{F_m - F_s}{m} t + v_0 \text{ м/сек,} \quad (30)$$

т. е. скорость меняется по линейному закону, ускорение же (или замедление) $\dot{v} = \frac{v}{t}$ в этом случае постоянно.

Для случая, когда сопротивление $F_s = 0$ и сила $F_m = G$ — весу тела, уравнение соответствует закону свободного падения тела:

$$v = gt + v_0 \text{ м/сек,} \quad (31)$$

где $g = 9,81 \text{ м/сек.}$

б) Если F_m и F_s не постоянны, то графический способ практически предпочитают аналитическому.

Особенно прост случай, когда F_m и F_s даны в функции скорости v .

В левой из двух координатных систем (фиг. 25) наносим зависимость силы F_m и сопротивления F_s от скорости v .

На чертеже показана в виде кривой лишь разность $(F_m - F_s)$ для различных v . Величина $(F_m - F_s)$ представляет собою избыток силы, идущий на ускорение масс. Эту последнюю кривую заменяем ступенчатой кривой по вышеуказанному принципу. Для первой ступени имеем некоторую постоянную избыточную силу $(F_m - F_s)_1$ [в период пуска $(F_m - F_s)$ должно иметь знак плюс].

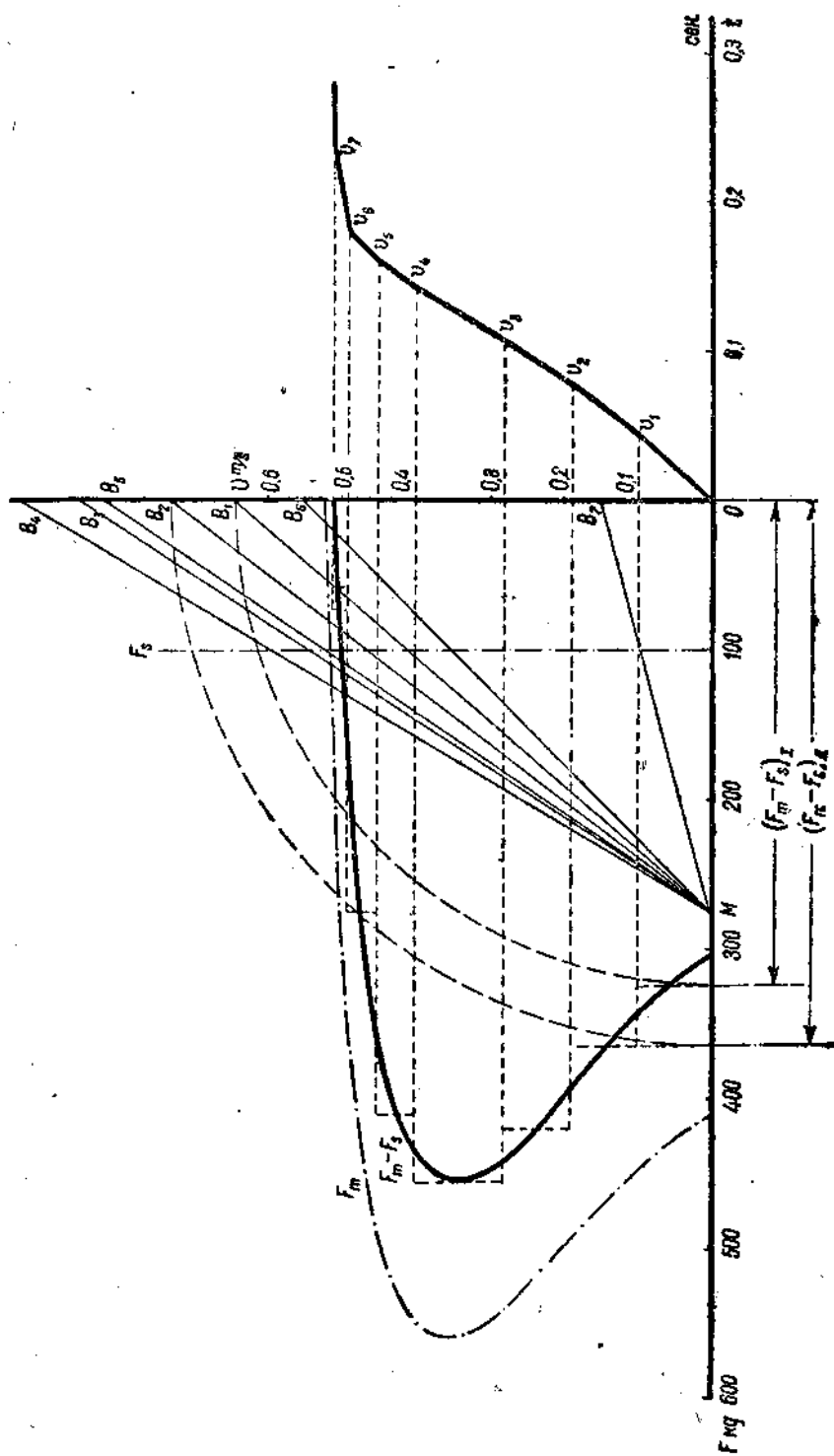
Для отдельных ступеней, например первой, дифференциальное уравнение (1) можно переписать следующим образом:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{(F_m - F_s)_1}{m} \text{ м/сек}^2. \quad (32)$$

Здесь мы имеем пропорцию для графического построения искомой кривой зависимости скорости v от времени t . По оси абсцисс, влево от оси ординат, откладываем отрезок Om , равный массе m в масштабе, определяемом ниже масштабом трех координатных осей: F , v и t ; по оси ординат — отрезок OB_1 , равный величине $(F_m - F_s)_1$. Затем соединяем точку B_1 с точкой m , через начало координат проводим в правой координатной системе прямую Ov_1 , параллельную mB_1 до пересечения ее с продолжением A_1A_1 с точки v_1 . Эта прямая Ov_1 и будет представлять собою изменение скорости материальной системы с массой m , под воздействием силы $(F_m - F_s)_1 = OB_1$.

Движение, как видно, равномерно-ускоренное, так как сила предположена постоянной. По достижении скорости v_1 сила изменила свою величину до $(F_m - F_s)_2$, ускорение и скорость изменились также. Чтобы найти соответствующую величине $(F_m - F_s)_2$ конечную скорость, откладываем по оси ординат от точки O отрезок $OB_2 = (F_m - F_s)_2$ и соединяем точки m и B_2 . Проводя затем через точку v_1 прямую, параллельную mB_2 , найдем точку v_2 — конечной скорости, получившейся под действием ускорения за время $t_2 - t_1$ от силы $(F_m - F_s)_2$, подобно тому как находилась скорость v_1 . Продолжая аналогичным образом построение, находим кривую $v = f(t)$; характер кривой указывает, что после достижения скорости $v_{\max}$, при которой сила, идущая на ускорение, равна нулю, движение тела становится равномерным.

Если при построении отрезок $(F_m - F_s)_x$ окажется отрицательным, то это укажет на изменение скорости в сторону уменьшения,



Фиг. 25а.

т. е. на замедление ее. Отрезок OB в этом случае откладывается по отрицательной оси ординат.

Определение масштаба для массы m производится следующим образом: если для времени t принят масштаб μ_t , $\text{mm} = 1 \text{ sec}$, для силы F_m и сопротивления F_s — масштаб μ_f , $\text{mm} = 1 \text{ kg}$ и для скорости v — μ_v , $\text{mm} = 1 \text{ m/sec}$, то отрезок Om соответствует массе в масштабе:

$$\mu_m = \frac{\mu_f \mu_t}{\mu_v} \frac{\text{kg} \cdot \text{sec}^2}{\text{m}}. \quad (33)$$

Пример. Определить кривую изменения скорости тележки подвесной дороги при трогании с места.

Вес тележки $G = 350 \text{ kg}$; вес груза 1000 kg . Электрооборудование состоит из асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором мощностью $1,0 \text{ kW}$ при 960 об/мин .

На фиг. 25а в левой части координатной системы нанесены значения: F_m — силы тяги на окружности колеса в зависимости от скорости движения тележки и F_s — силы сопротивления движению, в килограммах, практически не меняющейся от скорости. Обе характеристики нанесены пунктиром. Сплошной кривой нанесена разность $(F_m - F_s)$. Масса, перемещаемая при движении:

$$m = \frac{1350}{9,81} = 138 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{sec}^2.$$

Масштаб массы определится из следующих соотношений:

Масштаб времени $1 \text{ sec} = 200 \text{ mm}$

„ силы $1 \text{ kg} = 0,2 \text{ mm}$

„ скорости $1 \text{ m/sec} = 100 \text{ mm}$

$$\text{„ массы по ур-нию (33) . } \mu_m = \frac{\mu_f \cdot \mu_t}{\mu_v} = \frac{0,2 \cdot 200}{100} = 0,4.$$

Величина отрезка OM , изображающего массу в $138 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{sec}^2$, должна быть равна

$$138 \cdot 0,4 \approx 55 \text{ mm}.$$

Полученную кривую $(F_m - F_s)$ заменяем ступенчатой и на оси ординат откладываем от точки O отрезок OB_1 , равный по величине $(F_m - F_s)_I$. Точку B_1 соединяем с точкой M и проводим через точку O прямую, параллельную MB_1 , до точки u_1 , соответственно скорости, до которой величина $(F_m - F_s)_I$ принята постоянной. Переносим затем на ось ординат отрезок, равный $(F_m - F_s)_{II} = OB_2$, и производя аналогичное построение, получим точку u_2 и т. д. Продолжая построение по всем ступеням кривой $(F_m - F_s)$, получим полную кривую разгона $v = f(t)$.

Для получения более рельефной кривой скорости необходимо выбирать по возможности больший масштаб для времени t и усилия F , сокращая масштаб скорости v . При этом диаграмма в левой четверти системы координат $\frac{F}{v}$ будет несколько растянутой. Характер кривой $v = f(t)$ показывает, что разгон продолжается в течение около $0,25$ секунды.

2. Часто помимо скоростной диаграммы бывает необходима диаграмма пути в функции времени: $s=f(t)$, например в целях определения места начала торможения, чтобы электровоз, кран, шахтная клеть и т. п. не перешли назначенного места остановки.

Диаграмма пути может быть найдена либо аналитическим, либо графическим путем, причем исходным является уравнение

$$v = \frac{ds}{dt}, \text{ т. е. } ds = v dt,$$

которое и интегрируется по времени.

а) Аналитический метод: в общем случае, когда диаграмма строится не от начала движения, путь

$$s = \int v dt + s_0,$$

где s_0 — путь, пройденный к моменту $t=0$.

Очевидно, что путь s может быть определен в ряде простейших случаев сложением отдельных участков пути, пройденных с различной скоростью.

Если $v = \text{const}$, то интеграл $s = vt$, т. е. путь растет линейно, что характеризует равномерное движение.

Если $v = \dot{v}_b t$, т. е. скорость представляет линейную функцию времени, то путь выражается интегралом

$$s = \int \dot{v}_b t dt = \frac{\dot{v}_b t^2}{2} + C,$$

если при $t=0$, $s=0$, следовательно и $C=0$, и

$$s = \int \dot{v}_b t dt = \frac{\dot{v}_b t^2}{2}. \quad (34)$$

Путь в этом случае изменяется пропорционально квадрату времени, что характеризует равномерно-ускоренное движение.

При $\dot{v}_b = g$ получаем выражение пути для случая свободного падения:

$$s = \frac{v^2}{2g}. \quad (34')$$

б) Графический метод: при достаточно малых элементах dt скорость v может считаться постоянной на протяжении каждого из них, т. е. кривая скоростной диаграммы $v=f(t)$ будет представлена ступенчатой кривой (фиг. 26). Для построения диаграммы пути вышеописанным способом пропорции в уравнении $ds = v dt$ не хватает четвертого члена; однако, это можно обойти следующим образом: выше, при построении диаграммы скорости, мы уже выбрали масштабы скорости и времени μ_v и μ_t из такого расчета, чтобы масштаб масс получился удобным для построения. Если воспользоваться этими масштабами для построения диаграммы пути, то полученный таким образом масштаб пути $\mu_s = \mu_v \cdot \mu_t$ по большей

Для принятого построения взяты масштабы: 1 сек = 100 мм, 1 м/сек = 100 мм, 1 м = 200 мм,

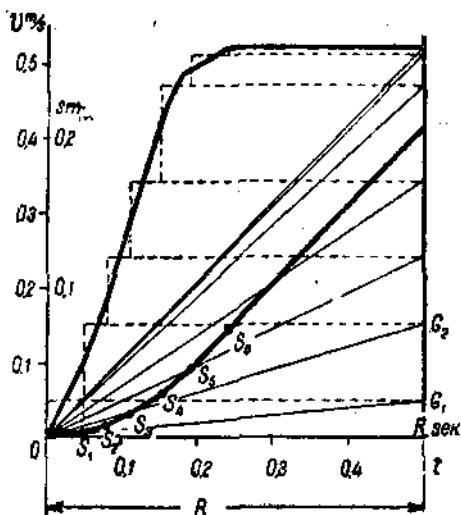
$$R = \frac{100 \cdot 100}{200} = 50 \text{ мм.}$$

Восстанавливая в точке R перпендикуляр и производя построение, указанное в пояснении к данному методу, получаем представленную на фиг. 26а кривую $s = f(t)$. График показывает, что путь, пройденный за время разгона:

$$s = 0,075 \text{ м.}$$

Если известен закон изменения v и s в зависимости от t , то можно далее нанести на диаграмме все прочие величины, необходимые для расчета, а именно: так как вращающий момент M_m или сила тяги электродвигателя F_m обычно дается заводом в функции силы тока или скорости v , причем последняя зависимость $F_m = f(v)$ и является исходной для дальнейших расчетов, то можно сначала вычертить диаграмму силы тяги в функции времени $F_m = f(t)$, а затем и в функции пути $F_m = f(s)$.

Знание этих двух диаграмм необходимо в типовых расчетах для выяснения нагрузки электрических станций, а также для определения механической работы, произведенной двигателем на каком-



Фиг. 26а.

либо перегоне длиной s , $A_m = \int F_m ds \text{ кгм}$ путем планиметрирования диаграммы $F_m = f(s)$.

Рассмотрим несколько наиболее характерных случаев практического применения диаграмм.

1) Скорость v известна и дана в функции времени $v = f(t)$. В таком случае ускорение $\frac{dv}{dt}$ также известно, а так как статическое сопротивление F_s либо постоянно, либо дано в функции времени t , то уравнения

$$F_m = F_s + m \frac{dv}{dt} \quad \text{или} \quad M_m = M_s + J \frac{d\omega}{dt}$$

являются простыми алгебраическими уравнениями с одним неизвестным.

Указанное задание скоростной диаграммы $v = f(t)$ дается обычно в работе рудоподъемных устройств, прокатных станов, а также иногда ножниц, прессов, грузовых подъемников и кранов массовой

разгрузки, т. е. чаще всего в тех случаях, когда работа протекает с правильным повторением рабочих циклов.

Задача, следовательно, состоит в нахождении по скоростной диаграмме нагрузочной диаграммы двигателя.

Рассмотрим два случая решения: а) когда статическое сопротивление постоянно и б) когда оно дается в функции времени.

а) $F_s = \text{const}$, что обычно имеет место в крановой работе, в рудничных подъемных установках со шкивами Кепе или с барабанами и уравновешенным канатом (так называемым хвостовым) по схеме, представленной на фиг. 27.

Если для простоты положить ускорение $\dot{v}_b$ и замедление $\dot{v}_v$ постоянными [величины их известны из диаграммы $v = f(t)$], то в таком случае расчет диаграммы силы тяги F_m или вращающего момента M_m очень прост.

В самом деле, сила тяги для подъема груза и преодоления сопротивления трения, т. е. полного статического сопротивления F_s , постоянна во все время подъема (фиг. 28b), а избыточная величина ее $F_b = F_m - F_s$, идущая на ускорение масс, или F_v — на замедление их, определяется из уравнений $F_b = m \dot{v}_b$ или $F_v = m \dot{v}_v$, где $\dot{v}_b$ и $\dot{v}_v$ большею частью постоянны (фиг. 28с).

При $v = \text{const}$ $\dot{v}_b$ и $\dot{v}_v$ равны нулю.

На чертеже фиг. 28d представлена результирующая диаграмма силы тяги.

Если допустить, что в период замедления двигатель выключается и движение груза совершается по инерции, т. е. за счет живой силы, то $F_v = m \dot{v}_v$ кг и, следовательно,

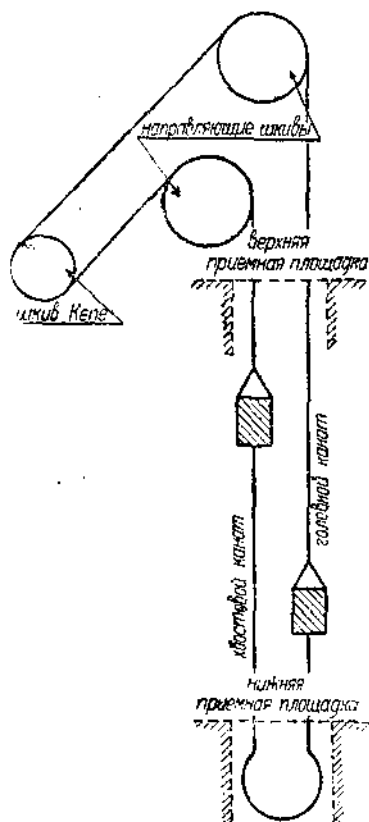
$$\dot{v}_v = \frac{F_v}{m} \text{ m/sec}^2.$$

Если $m \dot{v}_v > F_v$, то для остановки поднимаемого груза необходимо приложить тормозную силу, равную:

$$F_{Br} = m \dot{v}_v - F_v \text{ кг.}$$

В начале торможения запас живой силы больше того, который необходим для поднятия груза на требуемую высоту за период замедления, и избыток живой силы (фиг. 28с) поглощается силой F_{Br} , совершающей работу

$$\left(\frac{1}{2} P_{Br} \cdot t_v \right).$$



Фиг. 27.

Если же $m \dot{v}_o < F_o$, то для подъема груза необходимо еще дополнительно приложить силу

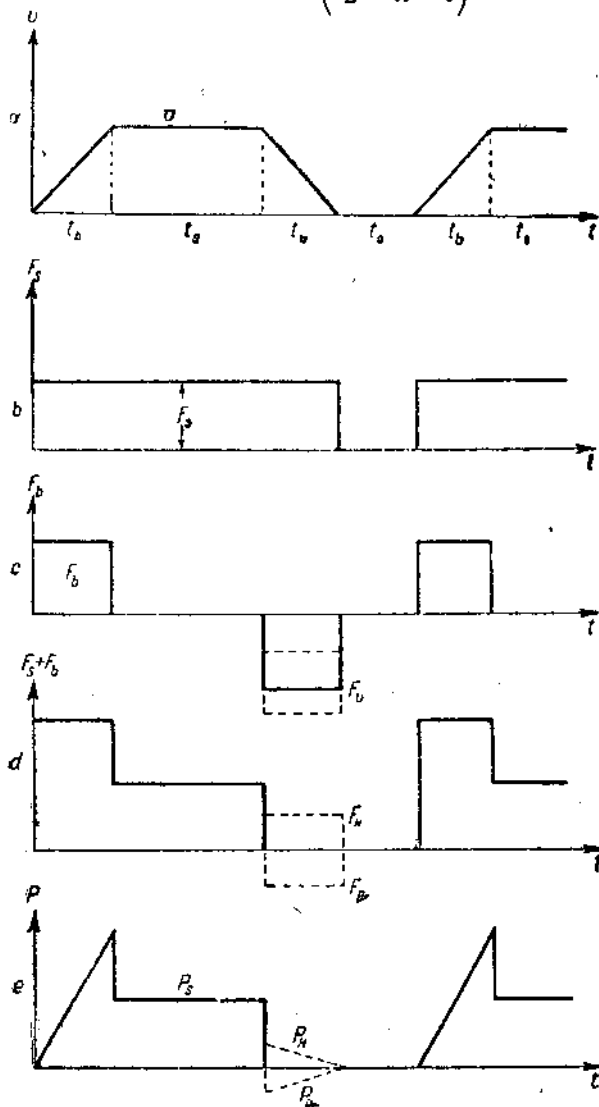
$$F_H = F_o - m \dot{v}_o \text{ kg.}$$

В этом случае живой силы было недостаточно, и этот недостаток энергии должен пополниться работой двигателя $\left(\frac{1}{2} P_H \cdot t_o\right)$ (фиг. 28е)

б) Статическое сопротивление M_s есть функция пути $M_s = f(s)$. Этот случай чаще всего имеет место в тех же горнозаводских подъемных устройствах, но без уравновешенного каната (фиг. 29). Здесь сопротивление в начале подъема наибольшее, в виду перевеса каната на стороне поднимаемой клетки; но чем выше поднимается она, тем меньший перевес каната приходится на нее, и, наконец, когда обе клетки встречаются как раз на середине шахтного ствола, перевес создается лишь полезным грузом в поднимаемой клетке. Далее перевес каната переходит уже на опускающуюся клетку, уменьшая, таким образом, общее сопротивление тяжести, и, наконец, может случиться (при большой глубине шахты), что опускающаяся порожняя клетка начнет перевешивать поднимающуюся нагруженную.

Сопротивление тяжести можно найти для каждого положения

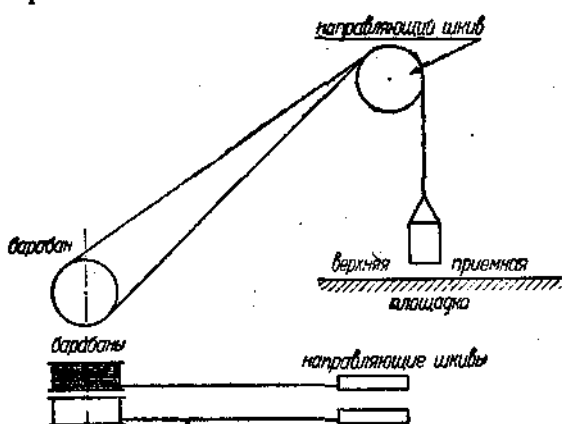
клетки путем расчета, и так как по скоростной диаграмме известно положение клетки в стволе в каждое мгновение, то не составит



Фиг. 28.

затруднений вычертить диаграмму силы тяги F_m или вращающего момента M_m двигателя в функции t .

На фиг. 30 представлены диаграммы F_m или M_m в функции t , причем сплошная линия относится к случаю, когда клеть одна,



Фиг. 29.

а пунктирная — к случаю двух клеток, одновременно движущихся в противоположных направлениях.

На основании этой диаграммы можно затем построить другую диаграмму силы тока i в функции времени.

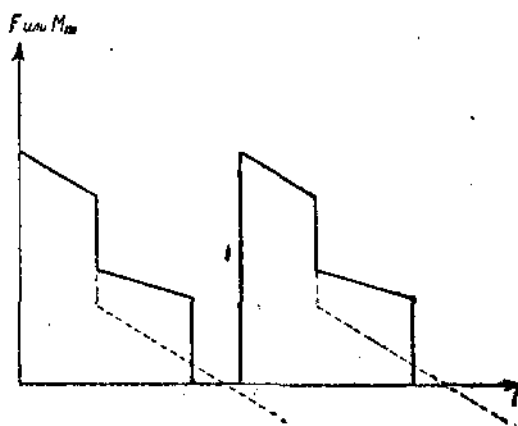
2) Заданной является характеристика электродвигателя $F_m = f(v)$ или $M_m = f(n)$

Известно также и статическое сопротивление F_s в функции v или s

или v и s . Искомой является величина скорости v .

а) Разберем сначала первый случай: $F_s = f(v)$ или $M_s = f(\omega)$.

Идея нахождения скоростной диаграммы была уже указана выше.



Фиг. 30.

Применим ее здесь к частному случаю исследования процесса пуска электродвигателя. Возьмем случай разгона трехфазным асинхронным электродвигателем машины-орудия, обладающей так называемым вентиляторным моментом сопротивления M_s , причем примем, что двигатель — короткозамкнутый.

Будем исходить из основного уравнения моментов:

$$M_m = M_s + J \frac{d\omega}{dt},$$

или

$$M_m = M_s + \frac{GD^2}{4g} \frac{d\omega}{dt} = M_s + \frac{GD^2}{4g} \frac{2\pi}{60} \frac{dn}{dt}.$$

Вентиляторный момент M_s можем представить согласно уравнению (29) следующим образом:

$$M_s = M_0 + M_1 \omega^2.$$

Основное уравнение моментов можно переписать в виде пропорции, необходимой для графического построения:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{M_m - M_s}{J}$$

или

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{M_m - (M_0 + M_1 \omega^2)}{\frac{GD^2}{4g}}, \quad (36)$$

причем вращающий момент трехфазного асинхронного двигателя так же является функцией угловой скорости $M_m = f(\omega)$.

Примем для простоты $M_0 = 0$.

На чертеже (фиг. 31) наносим кривые M_m и M_s и, наконец, избыточного момента $M_b = M_m - M_s$ в функции угловой скорости ω .

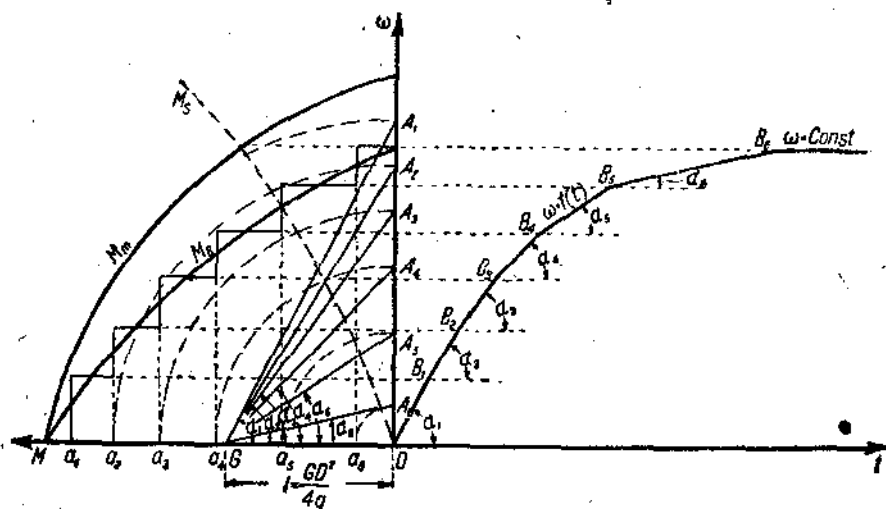


ТАБЛИЦА 1.

M kgm	2	4	6	8	10	12	14	12	11	10,7
ω	51,8	51,1	50,5	49,5	48	45	36	23	11	0

Далее влево от точки O откладываем величину момента инерции $J = 4,37 \text{ kgm} \cdot \text{sec}^2$, определяя масштаб для J из следующего отношения:

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_b \text{ или } J = M_b \frac{dt}{d\omega},$$

откуда

$$\mu_J = \mu_b \frac{\mu_t}{\mu_\omega}.$$

В нашем случае принято: $1 \text{ kgm} = 5 \text{ mm}$, $1 \text{ sec} = 2 \text{ mm}$, $1 \text{ угл. ск.} = 1 \text{ mm}$.

Следовательно

$$\mu_J = \frac{5 \cdot 2}{1} = 10 \text{ mm}.$$

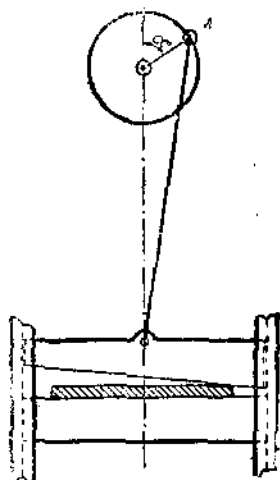
Таким образом момент инерции $J = 4,3 \text{ kgm} \cdot \text{sec}^2$ выразится отрезком OB , равным 43,7 mm.

Заменяем кривую M_b ступенчатой линией. Переносим абсциссу первой ступени на ось ординат и полученную точку B_1 соединяем с точкой B . Из точки O проводим прямую, параллельную BB_1 , до пересечения с прямой, параллельной оси абсцисс и проходящей через первую ступень M_b . Отрезок $O—I$ даст изменение скорости на первой ступени.

Аналогично переносим на ось ординат абсциссу второй ступени и получаем точку B_2 , которую соединяем с точкой B . Проводя параллельную B_2B через точку I , получаем второй участок кривой скорости $1—2$ и т. д. Полученная кривая $\omega = f(t)$ указывает, что разгон продолжается около 29 секунд.

б) Выше рассматривался случай, когда $F_s = f(v)$; теперь рассмотрим другой случай, когда статическое сопротивление является функцией пути $F_s = f(s)$.

Фиг. 32 дает схематическое изображение ножниц, резец которых приводится от электродвигателя посредством эксцентрика или кривошипного механизма. Резание происходит при ходе вниз, т. е. за время $1/2$ оборота. Для простоты положено, что сопротивление в течение этого времени остается постоянным.



Фиг. 32.

При бесконечно длинном шатуне получим для тангенциальной силы электродвигателя значение

$$F_T = F_r \sin \alpha,$$

где α — угол пути точки A .

При учете потерь на трение и холостой ход получим для F_T диаграмму, представленную на фиг. 33 (справа), которая дает полную картину зависимости $F_T = f(\alpha)$.

Наносим в левом квадранте координатной системы (фиг. 33) характеристику тягового усилия двигателя в функции скорости $F = f(\omega)$.

В правой части правого квадранта уже нанесена кривая тангенциальных усилий $F_T = f(\alpha)$. Затем обе кривые заменяем ступенчатыми с одинаковым числом ступеней. Построение скоростной диаграммы $\omega = f(t)$ начнем с допущения, что для времени $t=0$ имеется уже некоторая угловая скорость ω_0 . Сила тяги двигателя в пределах от ω_0 до ω_1 равна F_1 , и сопротивление в пределах пути от α до α_1 равно F_{T_1} .

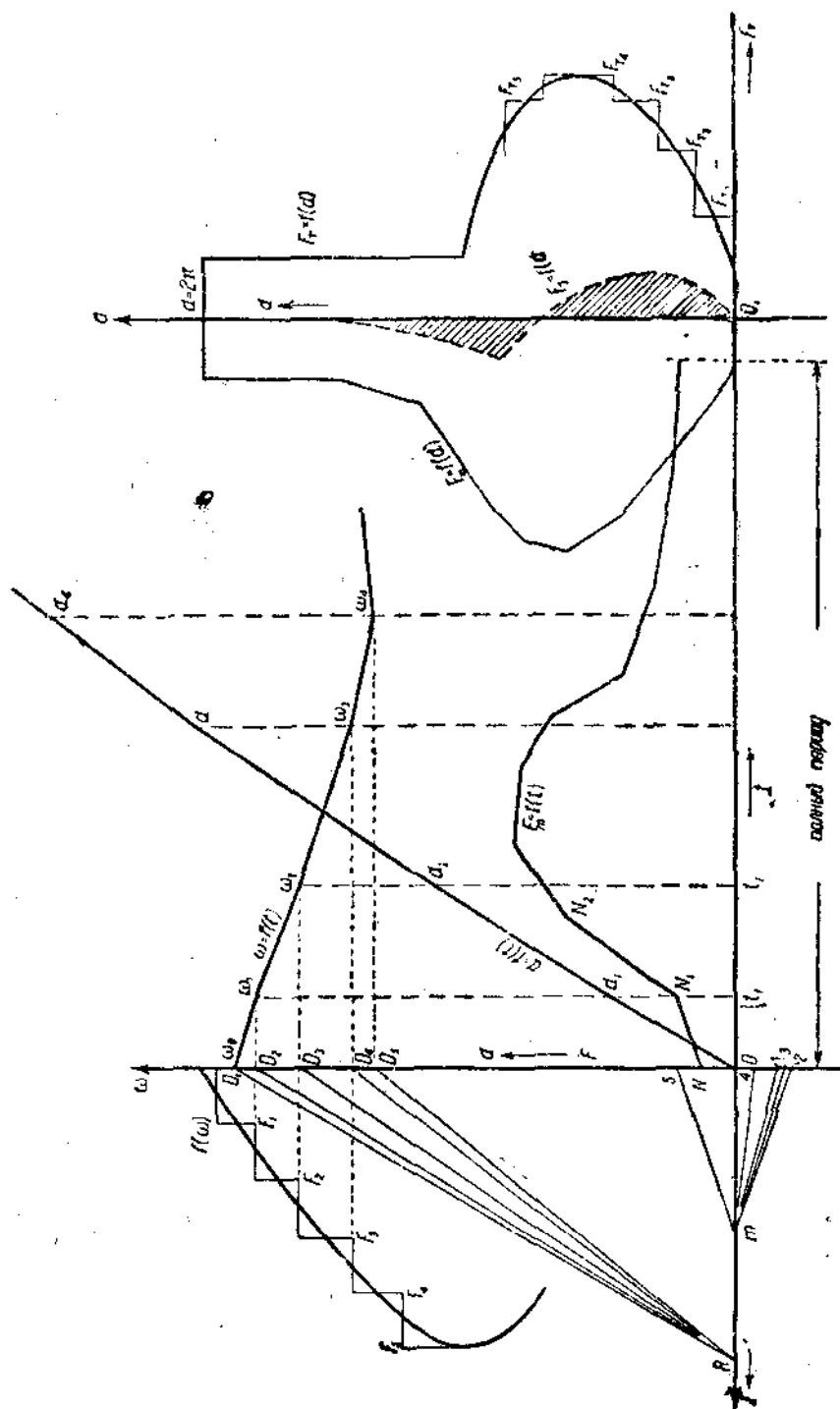
Для самого построения зависимости $\omega = f(t)$ воспользуемся приведенным выше методом построения кривой скорости в функции времени (фиг. 25), для чего положим влево от точки O отрезок Om , равный в некотором масштабе движущейся массе m , отнесенной к радиусу кривошипа. Изменение скорости от времени $t=0$ до некоторого другого значения t_1 обуславливается величиной избытка силы, идущей на ускорение масс, т. е. $F_1 - F_{T_1}$, и так как для данного случая F_{T_1} больше F_1 , то получается отрицательное значение ускорения, и отрезок $0-1$, равный по величине $(F_1 - F_{T_1})$, откладывается вниз от точки O . Соединяя точку 1 с точкой m и проводя через точку ω_0 прямую, параллельную $(m-1)$, до пересечения ее с продолжением прямой $F_1 \omega_1$ в точке ω_1 , получим изменение угловой скорости в период времени от $t=0$ до t_1 .

С этого момента начинает действовать избыток силы $(F_2 - F_{T_1})$, характеризуемый отрезком $0-2$, которому соответствует участок $\omega_1 \omega_2$ кривой $\omega = f(t)$, построенный подобно отрезку $\omega_0 \omega_1$. Продолжая таким образом построение, получим изменение скорости за полный период или за один оборот кривошипа.

Имея зависимость $\omega = f(t)$, переходим к построению кривой изменения углового пути α в функции времени, т. е. $\alpha = f(t)$, для чего воспользуемся известным уже методом построения кривой пути в функции времени по кривой скорости (фиг. 26). В отличие от фиг. 26 в данном случае отрезок OR отложен влево от точки O . Это не вносит никакого изменения в построение и сделано исключительно с целью не затемнять чертежа.

Участок $O\alpha_1$ кривой $\alpha = f(t)$ получен проведением прямой, параллельной отрезку RD , и представляет собой путь, пройденный за время от $t=0$ до $t=t_1$. Участок $\alpha_1 \alpha_2$ соответствует угловому пути за время $t_1 - t_2$ и проведен параллельно RD_2 и т. д. Таким образом, легко могут быть построены зависимости $\omega = f(t)$ и $\alpha = f(t)$.

Если в конце первого периода (полного оборота кривошипа)



угловая скорость ω окажется равной начальному значению, то построение на этом заканчивается; если же указанного равенства не получится, то следует вести построение дальше, пока не достигнем равенства, характеризующего установившееся состояние. Кривая $\alpha = f(t)$ близка к прямой, и это понятно, так как колебания угловой скорости невелики.

По этой причине в ущерб точности линия ω не была заменена эквивалентной „ступенчатой“.

Для установившихся колебаний скорости наносят затем зависимость силы тяги двигателя от времени $F_m = f(t)$ и от угла пути $F_m = f(\alpha)$. Так, например, точку N_1 кривой получаем, исходя из того, что ко времени t_1 имеется угловая скорость ω_1 [по кривой $\omega = f(t)$], которая в свою очередь соответствует силе тяги F_1 [по кривой $F = f(\omega)$].

Это значение F_1 и должно быть отложено в виде отрезка $t_1 N_1$ и т. д. Аналогичным путем, пользуясь зависимостью $\alpha = f(t)$, получаем кривую $F_m = f(\alpha)$. Кривую силы тяги маховика $F_j = f(\alpha)$ получаем как разность

$$F_j = F_T - F_m.$$

При построении диаграммы имелся в виду двигатель с постоянным полем возбуждения и так как при этом сила тяги пропорциональна току, то можно построить эффективное значение F_m^* и по нему выбрать электродвигатель. Затем следует повторить построение для различных маховых колес и каждый раз, пользуясь указанным выше способом, определять величину электродвигателя. Наконец, после того как для всех вариантов будет определена полная стоимость маховика и двигателя и подсчитаны потери, представится возможным по минимуму суммы расходов найти экономически наивыгоднейшее решение.

3) Как последнюю группу диаграмм, рассмотрим случай, когда сила тяги F_m или движущий момент M_m являются функцией времени: $F_m = f(t)$ или $M_m = f(t)$.

К этой группе можно отнести период неустановившейся работы всякого электродвигателя.

Для примера рассмотрим пуск двигателя постоянного тока без пускового аппарата. Здесь надо учесть самоиндукцию якорной цепи L , вследствие которой якорный ток возникает не сразу **, а постепенно, в зависимости от постоянной времени цепи $T_\pi = \frac{L}{R}$; следовательно сила тяги электродвигателя и его движущий момент являются функцией времени.

Разберем случай зависимости F_m или M_m от t отдельно для условий постоянного и переменного статического сопротивления F_r .

а) Статическое сопротивление $F_r = \text{const.}$ Такой случай будет иметь место при отсутствии трения и наличии только полезной силы. Ниже разобран сначала практический случай, когда

*) Об эффективном значении см. гл. VI.

**) См. гл. III-A.

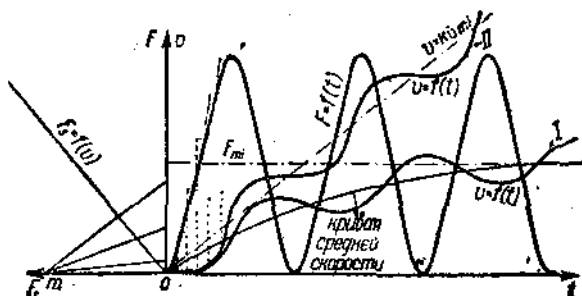
сопротивление трения изменяется пропорционально скорости, а затем идеальный случай отсутствия трения.

Такой случай аналитически исследовал Осанпа (ЕКВ, 1906) применительно к пуску поезда электрической железной дороги переменного тока, где сила тяги двигателя изменяется во времени по закону квадрата синуса, как представлено на фиг. 34. Здесь кривая $F_m = f(t)$ вычерчена при допущении, что эффективный ток во все время исследования сохраняет постоянное значение, т. е. амплитуда кривой квадратов синусов принята постоянной.

Сопротивление трений принято пропорциональным скорости, хотя нетрудно произвести соответствующее построение, если допустить и более сложный закон трения.

На фиг. 34 сделано построение скорости трогания для первой волны, причем диаграмма показывает, что синусоидальная кривая скорости располагается по некоторой постепенно растущей кривой средней скорости; кроме того из той же диаграммы видно, что кривая скорости (I)

имеет некоторый сдвиг фазы колебаний относительно колебаний кривой силы тяги $F_m = f(t)$. Отсюда можно вывести закон, аналогичный случаю сдвига фазы между напряжением и током индукционной цепи. Здесь можно было бы также исследовать условия



Фиг. 34.

буксования приводного колеса, когда сила тяги превосходит силу сцепления. Для нахождения движения в последнем случае определяют момент инерции колес и соединенных с ними масс, вводя, конечно, и другое сопротивление трения. Не останавливаясь подробнее на этом вопросе, укажем лишь, что такие особые исследования можно выполнить с помощью графического интегрирования.

Случай, когда трение равно нулю, в диаграмме фиг. 34 представлен кривой II. При этом условии скорость колеблется около прямой и постепенно увеличивается, пока не достигнет бесконечно большого значения при $t = \infty$, что и представлено кривой $v = f'(t)$. Прямая, около которой происходят колебания скорости v , характеризуется уравнением;

$$v = k v_{mf}$$

б) Наконец, на примере пуска электродвигателя постоянного тока исследуем случай, когда статическое сопротивление F_s не сохраняет постоянного значения, а является некоторой функцией скорости $F_s = f(v)$.

На фиг. 35 А означает якорь электродвигателя постоянного тока. Момент сопротивления в данном случае пусть будет вентиляторным; Φ — обмотка независимого возбуждения. Ток возбуждения предположен постоянным и нормальным.

Исследуем вопрос, как будет меняться число оборотов электродвигателя, если рубильник z будет замкнут мгновенно, так что якорь A непосредственно, без пускового аппарата, будет включен в сеть с напряжением V .

Дифференциальное уравнение для процесса движения легко установить из основного уравнения (2):

$$M_m = M_s + J \frac{d\omega}{dt} \text{ кг м.}$$

Выражая вращающий момент M_m в функции силы тока, имеем для шунтового двигателя [см. далее уравнение (43)]:

$$M_m = k \Phi i = k' i$$

$$k' i = M_s + J \frac{d\omega}{dt}, \quad (37)$$

а подставляя для вентиляторного момента, согласно уравнению (29) $M_s = M_0 + M_1 \omega^2$, получаем уравнение движения в следующем виде:

$$k' i = M_0 + M_1 \omega^2 + J \frac{d\omega}{dt}. \quad (38)$$

Это последнее уравнение мы интегрировать не можем, так как нам неизвестен ток i .

Если пренебречь величиной самоиндукции якорной цепи L , то мы получили бы для i простое уравнение вида

$$i = \frac{V - E}{R} A,$$

где R — омическое сопротивление цепи якоря; подставив сюда $E = k\omega$, можно получить решение дифференциального уравнения.

Если, однако, учесть коэффициент самоиндукции, то для силы тока i мы имеем следующее дифференциальное уравнение:

$$V = L \frac{di}{dt} + Ri + E. \quad (39)$$

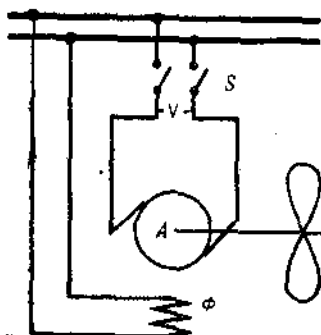
Или, подставляя $E = k\omega$

$$V = L \frac{di}{dt} + Ri + k\omega. \quad (40)$$

Аналитическое решение дифференциальных уравнений (38) и (40) представляет известные трудности.

Гораздо проще и нагляднее графический метод интегрирования. Перепишем уравнение (40) в форме пропорции, удобной для графического интегрирования:

$$\frac{di}{dt} = \frac{V - Ri + k\omega}{L}, \quad (41)$$



Фиг. 35.

а ур-ние (37):

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{k' i - M_s}{J} \quad (42)$$

и затем переходим непосредственно к построению диаграммы, причем для более детального освещения вопроса разобьем ее на две части, а именно: на фиг. (36а и 36б) наносим две координатные системы для нахождения кривой ω .

Отрезки OL и OJ наносим, в соответственном масштабе, равными самоиндукции L и моменту инерции J .

Масштабы для электрических величин i и V , а также для t можем выбирать свободно, тогда масштаб для L определится так:

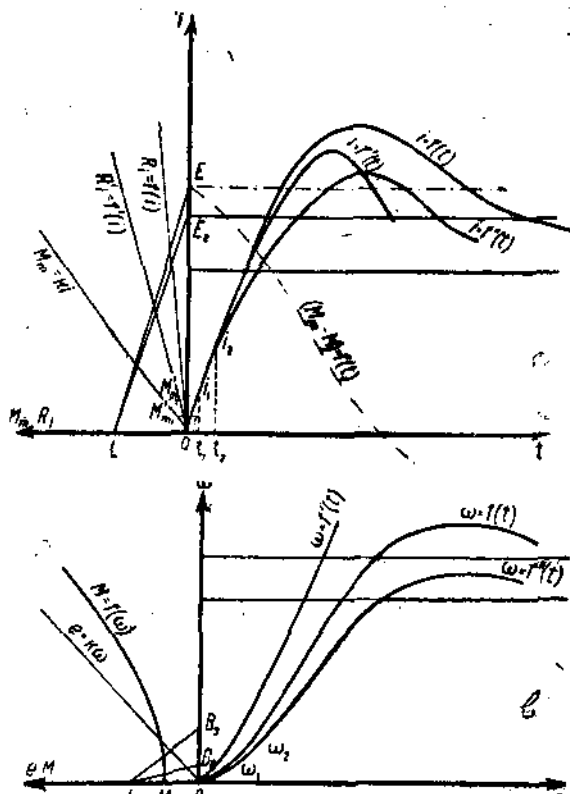
$$\mu_L = \frac{\mu_v \mu_t}{\mu_i}$$

Прямые $k\omega$ и Ri следует откладывать в масштабе V , а прямую для $k'i$ — в масштабе моментов.

Начинаем с построения кривой тока, причем в первой пропорции $k\omega$ и Ri принимаем равными нулю, тогда согласно предположению для $t=0$ сила тока i и угловая скорость ω также равны нулю. Отрезок OE (фиг. 37) будет равен напряжению сети V ; соединяем точки L и E и через начало координат O проводим линию, параллельную отрезку LE .

По истечении элемента времени $\Delta t = Ot_1$, который выбираем произвольным, но достаточно малым, сила тока достигнет некоторого значения i_1 . Теперь можно было бы ввести поправку, так как тотчас же после момента $t=0$ сила тока не будет равняться нулю. Однако, ограничимся здесь приближенным построением кривой тока, хотя сама по себе эта поправка не представляет трудности; при некотором навыке кривую роста тока можно предугадать и таким образом учесть при первом же построении получающуюся ошибку. Принимаем кривую роста тока в течение элемента времени Δt в виде прямой.

При построении кривой ω предполагается, что ток в течение



Фиг. 36.

Δt сохраняет постоянное значение, равное $i_1' = \frac{i_1}{2}$, следовательно, другими словами, треугольник Oti заменяется равновеликим прямоугольником с тем же основанием, но половинной высотой. Току i_1 соответствует некоторый момент M_{m_1} , получаемый прямо из диаграммы. С этим моментом M_{m_1} переходим теперь ко второй диаграмме (фиг. 36b) и строим кривую угловой скорости ω в течение элемента времени Δt_1 ; для этой цели, пользуясь пропорцией $\frac{d\omega}{dt} = \frac{k'i - M_s}{J}$, вычитаем из M_{m_1} момент сопротивления M_s , который для $\omega = 0$ равен M_0 .

Однако, при нашем допущении справедливо неравенство: $M_0 > M_m$. Так как двигатель к этому времени стоит, то он и далее остается в покое, а в таком случае для построения кривой тока имеем равенство:

$$E = k\omega = 0.$$

На диаграмме для угловой скорости $\omega = f(t)$ наносим Δi и отмечаем $\omega = 0$.

Теперь снова возвращаемся к диаграмме тока (фиг. 36a); $k\omega$ еще равно нулю; наоборот, Ri больше уже не равняется нулю, но для времени t_1 равно некоторому значению Ri_1 , которое и берем непосредственно из диаграммы. Это значение Ri_1 вычитаем из V и получаем таким образом точку E_1 . Соединяем эту точку с точкой L , а через i проводим прямую, параллельную LE_1 , и определяем дальнейший рост тока до значения i_2 , соответствующего моменту t_2 . Далее допускаем, что в течение элемента времени Δt_2 сила тока сохраняет свою постоянную величину, равную i_2 . Этот ток порождает в электродвигателе момент M_{m_2} , который мы и читаем непосредственно на диаграмме. С этим моментом M_{m_2} обращаемся к скоростной диаграмме (фиг. 36b). Вычитаем из M_{m_2} значение M_0 и получаем отрезок OB_2 . Соединяем B_2 с J , проводим через точку O линию, параллельную JB_2 , и получаем значение для ω_2 , соответствующее моменту времени t_2 . При этой угловой скорости ω_2 имеем противоэлектродвижущую силу, равную E_2 . Теперь опять обращаемся к диаграмме тока, вычитаем из V отрезки, соответствующие величинам E_2 и Ri_2 , и получаем точку E_3 ; соединяем E с L , а через точку i_2 проводим линию, параллельную LE_3 , и получаем значение силы тока i_3 , отвечающее моменту t_3 . Заменяем теперь ток в течение элемента времени Δt_3 током постоянной величины i_3 , которому соответствует момент M_{m_3} . С этим моментом снова обращаемся к диаграмме угловых скоростей и т. д.

На фиг. 36 приведено построение для нескольких случаев; так, кривые $i = f'(t)$ и $\omega = f(t)$ действительны для пуска двигателя вхолостую. Из диаграммы видно, что при этом число оборотов электродвигателя растет значительно быстрее, так как в этом случае можно допустить, что весь вращающий момент идет на ускорение масс.

Соответственно этому и значение для силы тока можно брать

не таким высоким, так как вследствие быстрого роста ω будет наблюдаться ускоренный рост противоэлектродвижущей силы E . Кривые $i=f''(t)$ и $\omega=f''(t)$ имеют место при повышенном сопротивлении якорной цепи (см. кривую iR'). Постоянная цепи $T_p = \frac{L}{R}$

при этом существенно уменьшается, и рост тока идет быстрее; значение тока, однако, не достигает прежней высоты, вследствие падения напряжения в реостате, включенном перед якорем, в результате чего, конечно, и нарастание угловой скорости ω идет медленнее.

Из чертежа видно, что толчки тока не так велики по сравнению с нормальной величиной его, как этого можно было бы ожидать на первый взгляд.

ГЛАВА II

МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ.

Итак, в предыдущей главе мы ознакомились с правой частью основного уравнения моментов (2):

$$M_m = M_s + J \frac{d\omega}{dt},$$

т. е. с методами определения моментов сопротивления, как статических, так и динамических, и построения нагрузочных диаграмм в функции от различных факторов.

Теперь перейдем к анализу левой части этого уравнения, т. е. к изучению основной величины, характеризующей механические свойства электродвигателей, а именно того вращающего момента M_m , которому надлежит преодолеть заданный полный момент сопротивления.

Естественно, по самому виду уравнения (2), что главным объектом изучения будет зависимость вращающего момента от числа оборотов ω/M_m или n/M_m , которую будем в дальнейшем называть механической характеристикой двигателя.

В виду крайнего разнообразия механических свойств различного рода электродвигателей, проведем этот анализ для каждого из них в отдельности.

Необходимо однако с самого начала отметить одно основное свойство, общее почти всем электродвигателям (кроме синхронных и противокомпаундных), а именно, что вращающий момент является убывающей функцией числа оборотов двигателя, в противоположность большинству механических характеристик машин-орудий, где момент сопротивления является возрастающей функцией скорости. По этому признаку двигатели можно классифицировать (подобно классификации моментов сопротивления) на двигатели:

1) с жесткой или шунтовой характеристикой (шунтовые, асинхронные), число оборотов которых в очень малой степени увеличивается с уменьшением момента вращения и сопротивления;

2) с мягкой характеристикой (сериес-двигатели), где изменение числа оборотов весьма значительно;

3) с неподвижной характеристикой, скорость которых неизменна (синхронные двигатели);

4) с возвышающейся характеристикой, когда скорость увеличивается с увеличением вращающего момента (не имеющие распространения противокомпаундные двигатели).

Об искусственном изменении этих основных характеристик речь будет в следующей главе.

Таким образом для подавляющего большинства практически распространенных двигателей вращающий момент при увеличении момента сопротивления и, следовательно, при уменьшении скорости вращения автоматически возрастает до величины, соответствующей новому значению $M'_s > M_s$, и равновесие $M'_m = M'_s$ автоматически достигается при некотором новом числе оборотов $n' < n$.

Таким автоматическим регулятором электродвигателей является противоэлектродвижущая сила $E = \alpha n \Phi$ или, что то же, равнодействующий магнитный поток; как известно из теории электродвигателей, вращающий момент пропорционален произведению магнитного потока статора на магнитный поток ротора и на синус пространственного угла между ними. Потоки эти, складываясь, дают равнодействующий поток. Всякое нарушение установившегося режима ведет к изменению величины или направления по крайней мере одной из двух составляющих потока и, следовательно, равнодействующего потока.

Изменение же магнитного потока системы вызывает по закону Ленца возникновение электродвижущих сил, стремящихся поддержать величину и направление потока неизменными. Явление, как видим, аналогично явлению инерции массы (см. гл. I) и по аналогии может быть названо электромагнитной инерцией.

Таким образом во всех электромагнитных механизмах, и в частности в электродвигателях, магнитный поток и, следовательно, противоэлектродвижущая сила играют роль инерционной массы, противодействующей всякому изменению установившегося режима работы.

Для других двигателей, не электрических, изменение вращающего момента (для восстановления равновесия $M_m = M_s$) требует участия особого регулятора, действующего на подачу пара, воды или топлива.

Эта автоматичность электродвигателя весьма упрощает уход за ним, тем более, что случаи постоянства момента сопротивления M_s и длительного установившегося хода при $M_m = M_s$ практически относительно редки; чаще момент сопротивления меняется почти непрерывно по тому или другому закону или не подчиняясь никакой закономерности; вращающий же момент следует за изменением M_s , запаздывая лишь на некоторый промежуток времени, соответствующий так называемому периоду неуставившегося движения, который и будет главным объектом нашего внимания при исследовании механических свойств электродвигателей.

В соответствии с задачей этой главы — дать сравнительный обзор этих свойств — займемся теперь рассмотрением различных характеристик электродвигателей, остановившись преимущественно на механической характеристике, выражающей зависимость вращающего момента от числа оборотов. Назовем ее универсальной механической характеристикой, так как, вычертив эту зависимость в четырех квадрантах координатной системы n/M_m , мы получим возможность всесторонним образом судить о механических свойствах электрической машины в качестве двигателя, тормоза и генератора.

Придерживаясь рамок настоящего курса и предполагая доста-

точное знакомство читателей с основными свойствами электродвигателей и характеризующими их уравнениями, ограничимся здесь лишь сравнительным обзором механических свойств двигателей, наиболее употребительных в практике электрического привода, с помощью универсальных механических характеристик.

При этом рассмотрим, главным образом, самый характерный период работы электродвигателя — не установившееся движение, т. е. период пуска и торможения (гл. III А и III В).

Период установившегося хода будет рассмотрен лишь в отношении условий устойчивости работы, регулирования скорости и влияния последнего на механические свойства двигателя (гл. III С).

А. ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛИ ПОСТОЯННОГО ТОКА.

§ 1. Шунтовые электродвигатели.

Особенностью их является постоянство магнитного потока индукторов Φ_m при постоянной величине напряжения сети V и сопротивлении цепи индукторов R_m :

$$V = \text{const}; i_m = \frac{V}{R_m} = \text{const}; \Phi_m = \text{const}.$$

Мощность, передаваемая путем индукции якорю (ротору), выражается произведением электродвижущей силы, индуцируемой в обмотке якоря, на силу тока якоря i_a :

$$P_i = E i_a.$$

Полезная мощность P_m на валу двигателя, конечно, меньше P_i на величину механических и электрических потерь в якоре, учитываемых коэффициентом η_a :

$$P_m = P_i \eta_a = \eta_a E i_a;$$

с другой стороны по ур-нию (3):

$$P_m = M_m \omega = M_m \cdot \frac{2\pi n}{60},$$

следовательно

$$M_m = \frac{30}{\pi \cdot n} \eta_a E i_a \text{ синхронных ватт,}$$

а так как противоэлектродвижущая сила E также является функцией числа оборотов:

$$E = p \cdot \frac{N}{a} \cdot \frac{n}{60} \cdot \Phi_a \cdot 10^{-8} = \alpha n \Phi_a = \alpha' \omega \Phi_a,$$

то

$$M_m = k' \cdot \eta_a \cdot \Phi_a \cdot i_a, \quad (43)$$

где

$$\alpha = p \cdot \frac{N}{a} \frac{10^{-8}}{60} \quad \text{и} \quad k' = p \cdot \frac{N}{a} \frac{10^{-8}}{2\pi} \approx 9,6 \alpha$$

Выражая момент M_m [ур.-ние (43)] не в синхронных ваттах, а в kgm , получим:

$$M_m = \frac{k'}{g} \eta_a \Phi_a i_a \cong \alpha \cdot \eta_a \cdot \Phi_a i_a \text{ kgm.} \quad (43')$$

Пренебрегая изменением η_a в функции нагрузки и считая, что при $\Phi_m = \text{const}$ поток $\Phi_a = \gamma \Phi_m$, пронизывающий якорь, будет также постоянен, можно принять величину $k' \cdot \Phi_a = k$, постоянной и считать $M_m = k i_a$ синхронных ватт или

$$M_m = \frac{k_1}{g} \cdot i_a = k i_a \text{ kgm.} \quad (43'')$$

Надо, однако, заметить, что коэффициент γ в выражении $\Phi_a = \gamma \Phi_m$, учитывающий реакцию якоря, непостоянен, и под влиянием ее при увеличении нагрузки поток Φ_a будет заметно ослабляться, как видно из загиба характеристик $M_m i_a$ (фиг. 37 *).

Для получения зависимости числа оборотов от тока и момента воспользуемся законом Ома для якорной цепи:

$$E = V - i_a R; \quad \alpha n \Phi_a = V - i_a R$$

$$n = \frac{V}{\alpha \Phi} - \frac{R}{\alpha \Phi} \cdot i_a = A - B i_a \quad (44)$$

или

$$\omega = A_1 - B_1 i_a. \quad (44')$$

Вводя вместо i_a момент M_m из ур.-ния (43'), имеем так называемую механическую характеристику *):

$$n = A - B \cdot \frac{M_m}{\alpha \eta_a \Phi_a} = A - \frac{R}{\alpha \Phi_a} \cdot \frac{M_m}{\alpha \eta_a \Phi_a} = A - \frac{R}{\alpha^2 \Phi_a^2 \eta_a} \cdot M_m$$

$$n = A - B' M_m \quad (45)$$

где

$$B' = \frac{R}{\eta_a \cdot \alpha^2 \cdot \Phi_a^2}$$

или

$$\omega = \frac{\pi}{30} n \cong \frac{n}{g} = \frac{A}{g} - \frac{B'}{g} M_m = A_1 - B'_1 M_m \quad (45')$$

Следует оговориться, что коэффициенты k_1 , k , A , B и B' , строго говоря, не постоянны, так как в выражение каждого из них входит магнитный поток Φ_a , зависящий от насыщения магнитной цепи и тока i_a . Влияние последнего особенно заметно в двигателях, не имеющих дополнительных полюсов и компенсационной обмотки, где магнитный поток реакции якоря, искажающий поток Φ , остается

*) Здесь, как и в дальнейшем, будем иметь в виду нормальный двигатель, без дополнительных полюсов и компенсационной обмотки. В соответствующих местах будут указаны те изменения механических свойств, которые вносят эти дополнительные устройства.

некомпенсированным. Наконец из ур-ния (43) можно получить обратную зависимость момента от скорости:

$$M_m = k' \eta_a \Phi_a i_a$$

или в kgm

$$M_m = \frac{k'}{g} \eta_a \Phi_a i_a \cong \alpha \eta_a \Phi_a i_a = \alpha \eta_a \Phi_a \left(\frac{V-E}{R} \right) = \frac{\eta \alpha \Phi V}{R} - \eta = \frac{\alpha^2 \Phi^2}{R} n = A'' - B'' n, \quad (46)$$

или соответственно:

$$M_m = A'' - B_1'' n \quad (46')$$

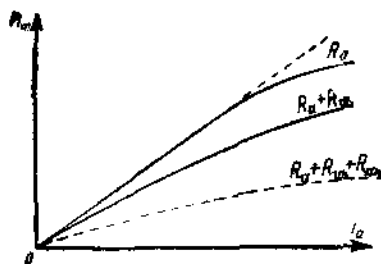
которая наглядно подтверждает автоматичность работы шунтовых двигателей.

Характеристики $n = A - B \cdot i_a$ (44) и $n = A - B' M_m$ (45), построенные на фиг. 38 и фиг. 39, представляют собой прямые линии, пересекающие ось ординат в точке $n_0 = A = \frac{V}{\alpha \Phi}$.

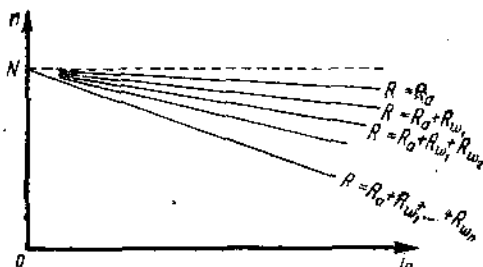
Последняя соответствует скорости холостого хода идеального двигателя (без потерь) при $M_s = 0$ и $M_m = 0$.

Угловые коэффициенты характеристик (44) и (45), выражаемые величинами $B = \frac{R}{\alpha \Phi^2}$ и $B' = \frac{g R}{\alpha k' \eta_a \Phi^2} \cong \frac{R}{\alpha^2 \eta_a \Phi^2}$, зависят только от величин R и Φ_a . Рассмотрим последовательно их влияние на угол наклона характеристик к оси абсцисс.

1. Влияние $R = R_a + R_w$. При увеличении R наклон характеристики к оси моментов увеличивается. Когда все сопротивление реостата R_w выведено и сопротивление роторной цепи равно лишь сопротивлению обмотки ротора R_a , наклон характеристики будет наименьшим. Эту характеристику (без искусственного сопротивле-



Фиг. 37.



Фиг. 38.

ния R_w) будем называть автоматической в отличие от прочих, переходных или реостатных.

При пуске двигателя сила пускового тока i_A при $n=0$ определяется из уравнения (45):

$$0 = A - B i_A;$$

отсюда

$$i_A = \frac{A}{B} = \frac{V}{R},$$

т. е. определяется величиной сопротивления роторной цепи (реостата R_w) или подведенного напряжения V (в системе Леонарда). Пусть, например, требуется произвести пуск при постоянном моменте сопротивления M_s .

Задаемся некоторым пусковым моментом $M_A > M_s$ и подбираем такое сопротивление в реостате R_w , чтобы характеристика прошла через точку $M_m = M_A$ на оси абсцисс (фиг. 39). Вследствие наличия избыточного момента $M_b = M_m - M_s = J \frac{d\omega}{dt}$, привод тронется с места, и начнется ускорение до тех пор, пока M_m , уменьшаясь вследствие увеличения противоэлектродвижущей силы соответственно n -й характеристике, не достигнет величины M_s . Здесь наступит равномерное движение со скоростью n_n . Выключая одну ступень реостата, получим при той же скорости n_n мгновенное увеличение момента опять до M_m (так подбирается сопротивление секций) и снова ускорение движения, и так далее вплоть до выхода на автоматическую характеристику, когда установившаяся скорость будет равна n_s .

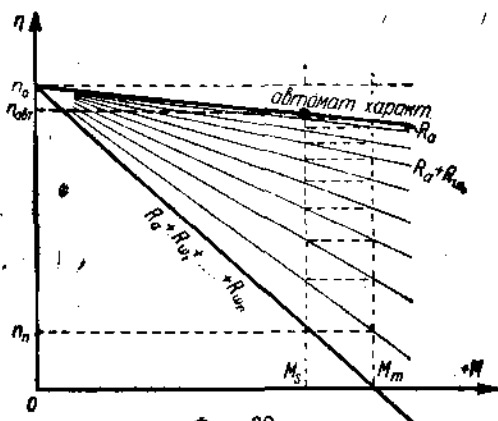
2. Влияние величины Φ_a : влияние потока Φ_a на угловые коэффициенты B и B' различно, так как в выражение B' поток входит во второй, т. е. четной степени, а в B — в первой, нечетной. Следовательно, с изменением знака Φ_a угол наклона механической характеристики $n = f(M_m)$ не меняется. С изменением же численного значения Φ_a степень жесткости механической характеристики (45) меняется сильнее, чем характеристики (44): $n = f(i_a)$.

Наименьший наклон механической характеристики при прочих равных условиях имеет место, когда весь реостат цепи возбуждения выключен, т. е. при минимальном R и максимальных Φ_m и Φ_a .

Итак, степень жесткости характеристик (44) и (45) определяется численным значением производных:

$$\frac{dn}{di_a} = -B \quad \text{и} \quad \frac{dn}{dM_m} = -B'.$$

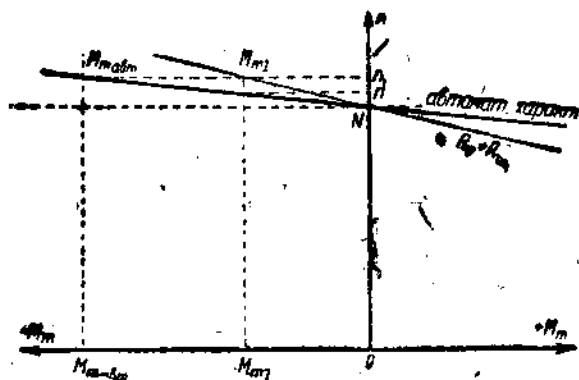
Узловая точка n_0 пересечения механических характеристик на оси ординат, как видно из ур-ний (44) и (45), определяется постоянной величиной $A = \frac{V}{\alpha \Phi}$, представляющей то число оборотов n_0 , которое развивал бы идеальный, не имеющий собственных потерь двигатель при холостом ходе, т. е. при $M_s = 0$ и, следовательно,



Фиг. 39.

при $M_m = 0$ и $i_a = 0$. При постоянном токе скорость n , называют пограничной скоростью. При переменном токе она называется синхронной. В этом случае, по уравнению $V = E + i_a R$, противоэлектродвижущая сила в якоре оказывается равной приложенному напряжению V , т. е. $E_0 = a n_0 \Phi = V$. Если бы, однако, двигатель в своем разгоне превзошел это число оборотов n_0 , то противоэлектродвижущая сила, увеличиваясь, превзошла бы величину V , и ток в якоре i_a переменял направление, т. е. двигатель превратился бы в генератор.

Достичь этого можно было бы, доведя до нуля M , (а следовательно и M_m , пренебрегая собственными потерями двигателя) и затем, приложив к валу двигателя по направлению вращения некоторый момент извне. Следовательно, как момент сопротивления M_s , так и развиваемый двигателем момент M_m меняют знаки, причем преодолеваемый ранее момент сопротивления M_s превращается в приложенный к валу двигателя и вращающий его ($-M_s$), а вращающий



Фиг. 40.

На чертеже механических характеристик (фиг. 40) это превращение электродвигателя в генератор выразится простым продолжением прямых влево от оси ординат в сторону отрицательных M_m , так как A и угловой коэффициент B при этом не меняются.

Практически такое превращение может происходить при электрификации движения, например на кранах, если крановозожатый включает электродвигатель на спуск при грузе, который может собственным весом проворачивать лебедку в сторону спуска; то же явление, но количественно более значительное, происходит на электрических железных дорогах, когда электровоз или трамвайный вагон переходит на уклон и собственным весом начинает помогать электродвигателю разгоняться. И в том и в другом случае средством против разгона до опасных пределов оказывается вышеупомянутое весьма ценное свойство шунтового двигателя автоматически превращаться в генератор, отдающий получаемую извне механическую энергию обратно в сеть (так называемая рекуперация энергии); иными словами электродвигатель автоматически, после того как число оборотов превысило величину n_0 , превращается в тормоз, действие которого увеличивается с увеличением числа оборотов.

момент M_m преобразуется в генераторный момент, преодолеваемый внешней силой, и значит тормозной.

Что момент будет при этом тормозной, это видно из ур-ния (46): M_m станет отрицательным при $A' < B'' n$, т. е. при

$$n > \frac{V}{a \Phi} = n_0.$$

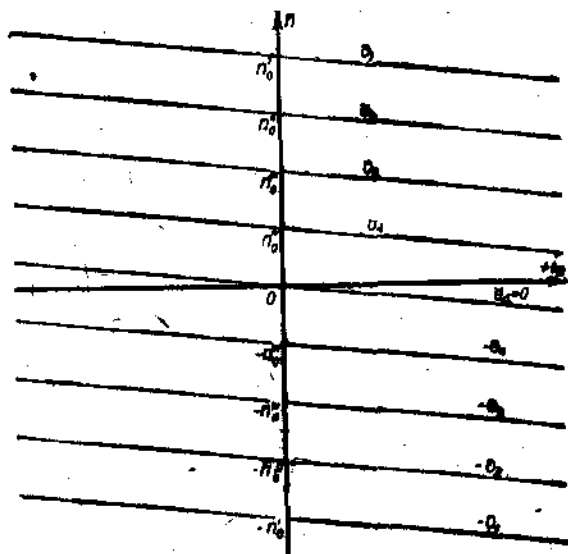
Последнее свойство ясно видно из того же чертежа (фиг. 40) по самому направлению характеристик влево от оси ординат. Допустим для указанного случая спуска тяжелого груза, что двигатель начал разгоняться внешней силой, т. е. весом груза, будучи включен в сторону спуска и под пусковым реостатом (например, включена только первая секция его R_{w1}). Тогда тормозной генераторный

момент в своем пропорциональном разгону увеличению дойдет до некоторой величины ($-M_m$), равной приложенному извне в сторону спуска грузовому моменту ($-M_g$), и дальнейшее ускорение прекратится, вследствие равенства тормозного и движущего моментов $-M_{m1} = -M_g$; наступит равномерное движение вниз при скорости вращения электродвигателя, равной n_1 об/мин. Если теперь выключить первую ступень реостата R_{w1} , то в первое мгновение число оборотов не изменится, и генераторный ток в якоре увеличится; увеличится и тормозной момент до величины ($-M_{m \text{ авт.}}$), соответствующей тому же числу оборотов n_1 на автоматической характеристике. Новая величина тормозного момента, превосходя развиваемый грузом момент ($-M_g$), начнет производить замедле-

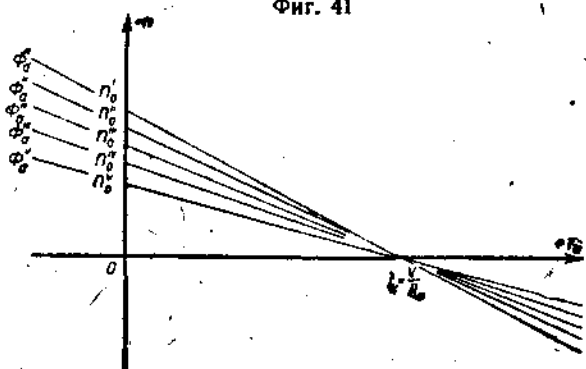
ние скорости спуска до тех пор, пока уменьшающийся по автоматической характеристике тормозной момент вновь достигнет величины, равной ($-M_g$); замедление прекратится, и наступит равномерный спуск при новой скорости n об/мин.

Графически это явление торможения при разгоне совершенно аналогично, но как раз противоположно процессу трогания с места (в квадранте полбжательных моментов).

До сих пор величины V и Φ предполагались постоянными.



Фиг. 41

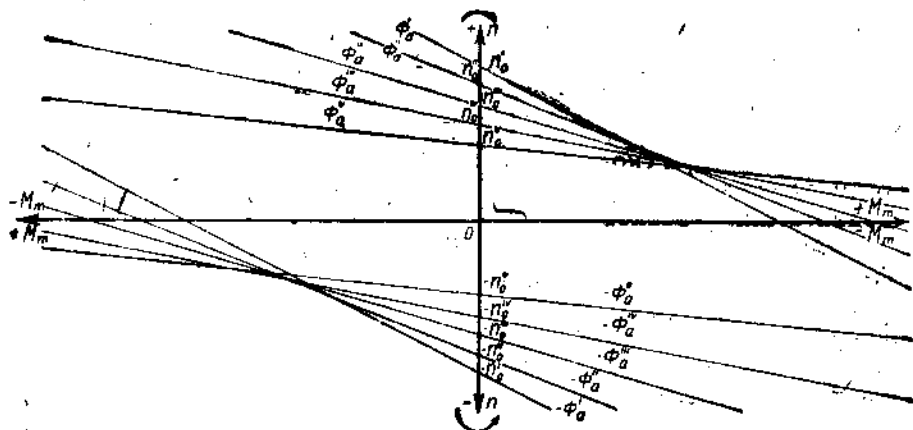


Фиг. 42.

Однако, изменяя ту или другую искусственно, например увеличивая V (в случае питания от специальной динамо или аккумуляторной батареи) или уменьшая Φ , можно передвигать точку n_0 , а с нею и весь пучок характеристик вверх по оси ординат. Этим последним путем и осуществляется, как известно, регулировка шунтовых двигателей.

На фиг. 41 и 42 представлено влияние изменения V и Φ на характеристику n/i_a при прочих постоянных величинах. Существенное различие между ними заключается в том, что в случае изменения V наклон характеристик не меняется, а при изменении Φ меняется и наклон, т. е. жесткость.

Точка пересечения характеристик с осью абсцисс $i_k = \frac{V}{R}$ будет при этом (фиг. 42) общей, так как величина Φ в это выражение не входит *).



Фиг. 43.

Кроме того начальная ордината n_0 в первом случае может быть получена какой угодно малой, а при $V=0$ даже равной нулю; в случае же изменения Φ это невозможно, так как поток не может быть бесконечно большим вследствие насыщения магнитопровода.

Влияние V и Φ на механическую характеристику n/M_m уравнения (45) аналогично, за исключением того, что при изменении Φ не будет общей точки пересечения у характеристик с осью абсцисс (фиг. 43). Как видно из уравнения (45), при $n=0$:

$$M_m = \frac{A}{B'} = k'' \Phi_a \frac{V}{R} = k'' \Phi i_k = M_k,$$

так что внак и величина абсциссы точки пересечения зависят от знака и величины потока Φ , и, следовательно, здесь влияние Φ на наклон сильнее, чем для характеристики $\frac{n}{i_a}$ [уравнение (44)].

*) Соответствуя току короткого замыкания i_k , точка пересечения характеристик в действительности будет лежать очень далеко от начала координат, и следовательно наклон характеристик будет меньшим, чем это представлено на фиг. 42.

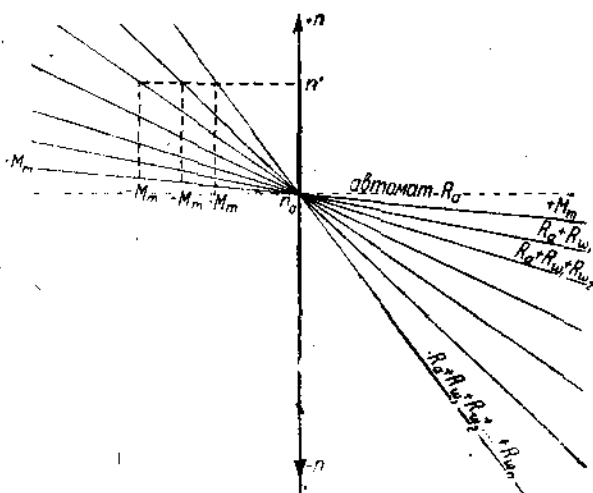
Необходимо еще отметить, что при $V=0$ механическая характеристика, проходя через начало координат, попадает в генераторные квадранты, минуя квадранты положительной работы (двигатели), — см. фиг. 41 и 44. Это понятно, впрочем, из уравнения (46):

$$M_m = A_1 - B_1 n = \frac{\eta \alpha^2 \Phi V}{R} - \frac{\eta \alpha^2 \Phi^2}{R} n = 0 - \frac{\eta \alpha^2 \Phi^2}{R} n.$$

Действительно, если якорь двигателя на ходу отключается от сети и замыкается накоротко (на реостат), то при отрицательном тормозном моменте он, конечно, превращается в генератор, работающий на нагрев своих обмоток (R_a) и реостата (R_w). Последний должен быть при этом включен в якорную цепь, во избежание чрезмерного тока и перегрева.

Будучи пропорционален числу оборотов, тормозной момент зависит при одном и том же числе оборотов (n' фиг. 44) от характеристики, на которой работает электродвигатель, т. е. от сопротивления якорной цепи R и от потока Φ :

$$M_m = -k'' \cdot \frac{\Phi^2}{R} \cdot n.$$



Фиг. 44.

* Как видно из уравнения и из чертежа, тормозной момент увеличивается при $\Phi = \text{const}$ по мере выключения реостата R_w и выхода на автоматическую характеристику.

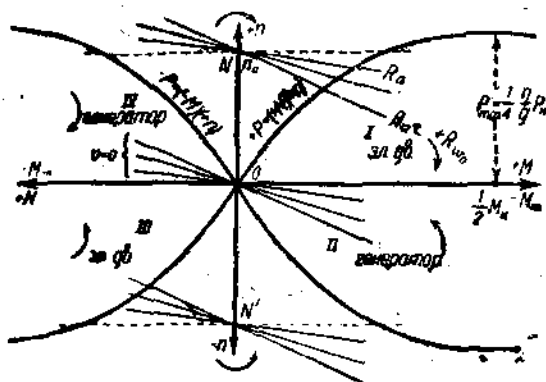
Этот второй способ торможения, замыканием двигателя на реостат или на короткое, применяется в электрическом приводе значительно чаще первого (рекупераций энергии) по той причине, что здесь торможение осуществимо при всяком числе оборотов подбором соответствующего сопротивления, в то время как по первому способу — лишь при числе оборотов выше n_0 , что неудобно у подъемников при спуске грузов, особенно на малую глубину, и опасно при спуске людей.

При замедляющемся движении, например при выбеге, т. е. вращении по инерции (несмотря на выключенный двигатель), первый способ торможения с рекуперацией вообще невозможен.

Однако и второй способ в этом случае становится недостаточным при весьма малом числе оборотов, и для точной остановки требует в помощь себе применения механического тормоза *).

*) О возможности торможения с рекуперацией энергии при скорости, меньшей n_0 , см. дальше в разделе „Торможение“.

Наконец, при перемене знака у одной из величин V или Φ , входящих в выражение $A = \frac{V}{\alpha \Phi}$ (но не у обоих одновременно), последнее также меняет знак, и точка n_0 переходит в область отрицательных ординат, т. е. двигатель меняет направление вращения, причем относительно обоих квадрантов, лежащих ниже оси абсцисс, можно повторить все сказанное о двух верхних (фиг. 44а *).



Фиг. 44а.

Остается сказать несколько слов о зависимости мощности P_m на валу двигателя от момента M_m .

Подставляя $\omega = \frac{P_m}{M_m}$ из уравнения (3) в уравнение (45'), получим:

$$\frac{P_m}{M_m} = A_1 - B_1' M_m,$$

или

$$P_m = A_1 M_m - B_1' M_m^2, \quad (47)$$

так что зависимость эта представляется в виде параболы 2-го порядка. Примерное расположение параболы $P_m = f(M_m)$ указано на фиг. 44а для автоматической характеристики $n = f(M_m)$.

Параметр этой параболы

$$p = \frac{1}{2B_1'} = \frac{\eta \alpha^2 \Phi_a^2}{2gR} = \beta \frac{\Phi_a^2}{R}.$$

пропорционален квадрату потока и обратно пропорционален омическому сопротивлению цепи ротора R . Ось параболы параллельна оси ординат и пересекает ось абсцисс в точке, отстоящей от начала координат на расстоянии, которое определяется из ур-ния (47):

$$\begin{aligned} \frac{dP_m}{dM_m} = A_1 - 2B_1' M_m = 0, \text{ т. е. } M_m &= \frac{A_1}{2B_1'} = \frac{\eta_a \alpha \Phi_a V}{2R} = \\ &= \frac{kV}{2R} = \frac{1}{2} k i_k = \frac{1}{2} M_k. \end{aligned}$$

Это значение $M_m = \frac{1}{2} M_k$ является абсциссой вершины пара-

* Верхняя часть диаграммы (фиг. 44а) переходит в нижнюю, как бы поворачиваясь вокруг начала координат O на 180° . При этом I квадрант (двигательный) попадает в III, и ось отрицательных моментов для верхней половины становится осью положительных моментов для нижней (III квадранта), и обратно — ось положительных II становится осью тормозных IV квадранта.

бодн. Ордината вершины является максимумом функции $P_m = f(M_m)$ и определяется из ур-ния (47) подстановкою значения

$$M_m = \frac{1}{2} M_k = \frac{A_1}{2 B_1'}:$$

$$P_{m \max} = \frac{A_1^2}{2 B_1'} - \frac{A_1^2}{4 B_1'} = \frac{A_1^2}{4 B_1'} = \frac{\eta_a V^2}{g \cdot 4 R} = \frac{1}{4 g} V \cdot i_k = \frac{1}{4 g} P_k.$$

Нетрудно представить себе на фиг. (44а), что пучку механических характеристик $n = f(M_m)$ будет соответствовать пучок парабол мощности в координатах P_m (по оси ординат) и M_m .

Так как мощность пропорциональна произведению n и M_m , то каждая парабола будет пересекать ось абсцисс (моментов) в двух точках: одной общей точке, — начала координат ($M_m = 0$), и другой, соответствующей пересечению данной механической характеристики с осью абсцисс ($n = 0$), причем $M = M_k$, что видно и из ур-ния (47) при $P_m = 0$:

$$0 = A_1 M_m - B_1' M_m^2; \quad M_m = \frac{A_1}{B_1'} = \frac{\eta_a \alpha \Phi_a V}{R} = k \frac{V}{R} = M_k.$$

Чтобы понять, почему $P_m = \max$ при $M_m = \frac{1}{2} M_k$ или $i_a = \frac{1}{2} i_k$, рассмотрим выражение для мощности на валу:

$$P_m = \eta_a P_i = \eta_a E i_a = \eta_a (V i_a - R i_a^2) = \eta_a V i_a - \eta_a R i_a^2.$$

Отсюда видно, что уменьшаемое пропорционально первой степени тока i_a , а вычитаемое — второй. Следовательно вычитаемое, по мере увеличения i_a , растет быстрее уменьшаемого. Уменьшаемое пропорционально мощности, получаемой ротором из сети, а вычитаемое пропорционально мощности, теряемой в обмотках ротора. Мощность, передаваемая двигателем на вал, возрастает с увеличением тока i_a до $\frac{1}{2} i_k = \frac{1}{2} \frac{V}{R}$.

При дальнейшем возрастании тока i_a , мощность P_m убывает. При $M_m = \frac{1}{2} M_k$ число оборотов по ур-нию (45) будет равно:

$$\begin{aligned} n &= \frac{V}{\alpha \Phi_a} - \frac{2 \pi g R_a}{60 \eta_a^2 \Phi_a^2} \cdot \frac{\eta \cdot 60 \alpha V \Phi_a}{2 g \cdot 2 \pi R_a} = \frac{V}{\alpha \Phi_a} - \frac{1}{2} \frac{V}{\alpha \Phi_a} = \\ &= n_0 - \frac{1}{2} n_0 = \frac{1}{2} n_0. \end{aligned}$$

т. е. половине пограничного числа оборотов.

На фиг. 44а в четырех квадрантах координатной системы представлены зависимости n от M_m и P_m от M_m .

Если I квадрант (верхний правый) отвечает работе шунтовой машины в качестве двигателя, вращающегося, например, по часовой

стрелке, то IV квадрант (верхний левый) будет отвечать работе ее генератором, вращающимся в ту же сторону. III квадрант (нижний левый) отвечает работе машины двигателем, а II — генератором, вращающимся против часовой стрелки.

Для I и III квадранта механическая мощность на валу P_m положительна, и соответственная ей клеммовая мощность P_{kl} получается машиной из сети, а для II и IV отрицательна, т. е. приложена внешняя сила, электрическая же энергия отдается или, как говорят, рекупируется в сеть.

§ 2. Электродвигатели с последовательным возбуждением.

Для серийно-двигателей ток возбуждения равен току в якоре:

$$i_m = i_a = \frac{V - E}{R_a + R_m}$$

где $R = R_a + R_m$, а R_m — сопротивление обмотки индукторов и, следовательно, поток:

$$\Phi_m = \frac{0,4 \pi N_m i_a}{\frac{l}{q} \cdot \frac{1}{\gamma}} = \lambda i_a$$

Коэффициент $\lambda = \frac{0,4 \pi N_m q \gamma}{l}$, при работе машины на ненасыщенной части кривой Гопкинсона, можно считать постоянным, так как при этом магнитная проводимость $\gamma = \text{const.}$

В соответствии с этим:

$$\Phi_a = \gamma_p \Phi_m = \gamma_p \lambda i_a = \beta i_a$$

где коэффициент $\beta = \gamma_p \lambda$ при указанном условии также можно считать постоянным.

Подставляя значение Φ_a в ур-ние (43'), получим:

$$M_m = \alpha \eta_a \beta i_a^2$$

или

$$M_m = k'_1 i_a^2 \text{ kg m,} \quad (48)$$

где $k'_1 = \frac{\alpha \eta \beta}{g}$.

Подставляя в ур-ние (44) $\Phi_a = \beta i_a$, будем иметь:

$$n = \frac{V}{\alpha \beta i_a} - \frac{R + R_m}{\alpha \beta}$$

или

$$n = \frac{C}{i_a} - D, \quad (49)$$

где

$$C = \frac{V}{\alpha \beta} \text{ и } D = \frac{R + R_m}{\alpha \beta}.$$

Ур-ние (44') для серийс-двигателя, при условии $\Phi = \beta i_a$, принимает вид

$$\omega = \frac{C_1}{i_a} - D_1, \quad (49')$$

где

$$C_1 = \frac{V}{\alpha' \beta}$$

и

$$D_1 = \frac{R + R_m}{\alpha' \beta}.$$

Из ур-ния (48) находим:

$$i_a = \sqrt{\frac{M_m}{k_1}}.$$

Подставляя в ур-ние (49), получим выражение механической характеристики:

$$n = \frac{C'}{\sqrt{M_m}} - D \quad (50)$$

и

$$\omega = \frac{C_1'}{\sqrt{M_m}} - D_1, \quad (50')$$

где

$$C' = V \sqrt{\frac{\eta}{\alpha \beta}}$$

и

$$C_1' = V \sqrt{\frac{\eta}{\alpha' \beta}}.$$

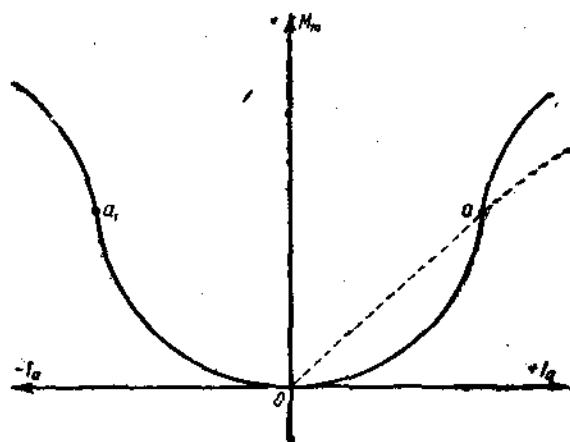
Подставляя $\omega = \frac{P_m}{M_m}$ в уравнение (50'), найдем:

$$P_m = C_1' \sqrt{M_m} - D_1 M_m. \quad (51)$$

Зависимость M_m от i_a [ур-ние (48)] представляет геометрически параболу 2-го порядка (фиг. 45).

Точки перегиба кривой a и a' отвечают началу насыщения магнитной цепи, когда величина коэффициента k_1' начинает убывать с возрастанием i_a .

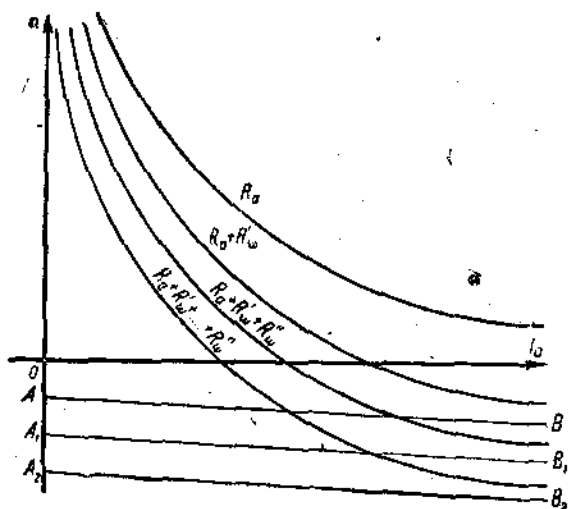
Из ур-ния (48) видно, что с переменной знака i_a знак M_m не меняется; при этом, конечно, предполагается, что ток i_a меняет направление одновременно и в роторе и в индукторах. Если i_a изменит направление только в роторе или только в индукторах, то кривая, отвечающая этому случаю, будет симметрична построенной нами кривой относительно оси абсцисс (левая часть фиг. 45).



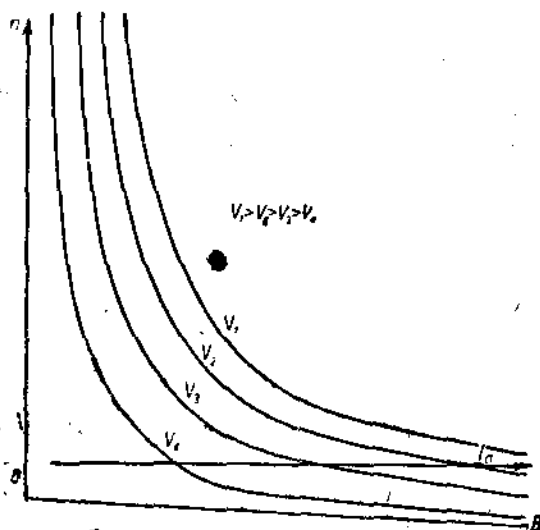
Фиг. 45

Точка a перегиба кривой (фиг. 45) обычно отвечает работе двигателя при номинальной нагрузке.

Пунктиром для сравнения дана кривая зависимости M_m от i_a для двигателей с шунтовым возбуждением.



Фиг. 46.



Фиг. 47.

Из этих кривых следует, что для малых нагрузок при прочих равных условиях вращающий момент у шунтового двигателя больше, нежели у серийного; при нагрузках, больших номинальной, — наоборот.

Если бы величину Φ_a можно было уменьшить, например путем секционирования обмоток индукторов, т. е. изменения количества витков N_m , то получился бы ряд кривых, аналогичных изображенным на фиг. 46, имеющим различные параметры R (см. далее фиг. 48 и фиг. 50).

Зависимость n от i_a [из ур-ния (49)] представляется геометрически в виде гиперболы 2-го порядка. Одной из асимптот этой гиперболы является ось ординат, а второй — прямая, уравнение которой:

$$n = - \frac{R + R_m}{\alpha \beta}.$$

На фиг. 46 дан ряд кривых, отвечающих ур-нию (49) при V и N_m постоянных, для

различных значений $R = R_a + R_w + \dots$

Прямые линии AB , $A'B'$ и т. д. являются асимптотами рассматриваемых кривых; эти асимптоты имеют некоторый наклон к оси абсцисс, что объясняется явлением насыщения магнитной цепи машины и влиянием магнитного поля реакции якоря, так как

с изменением i_a изменяется значение β , а следовательно и углового коэффициента асимптот.

На фиг. 47 представлен ряд зависимостей n от i_a (при R_a и N_m постоянных) для различных значений V . Все эти кривые имеют общую асимптоту AB , так как в уравнение этой асимптоты

$$n = - \frac{R + R_m}{\alpha \beta}$$

напряжение V не входит.

На фиг. 48 представлена графически та же зависимость n от i_a при R_a и V постоянных, но для различных значений, параметра N_m , т. е. числа витков.

Кривые пересекают ось абсцисс в общей точке, абсцисса которой

$$i_a = \frac{V}{R + R_m}$$

не зависит от величины Φ_a , а следовательно и от параметра N_m , но имеют различные асимптоты $A_1 B_1, A_2 B_2$, отвечающие различным значениям

$$\beta = \gamma_p \gamma \frac{0,4 \pi q}{l} N_m,$$

входящего в уравнение асимптот.

При переключении зажимов одной только обмотки ротора или одной только обмотки индукторов получим ряд кривых,

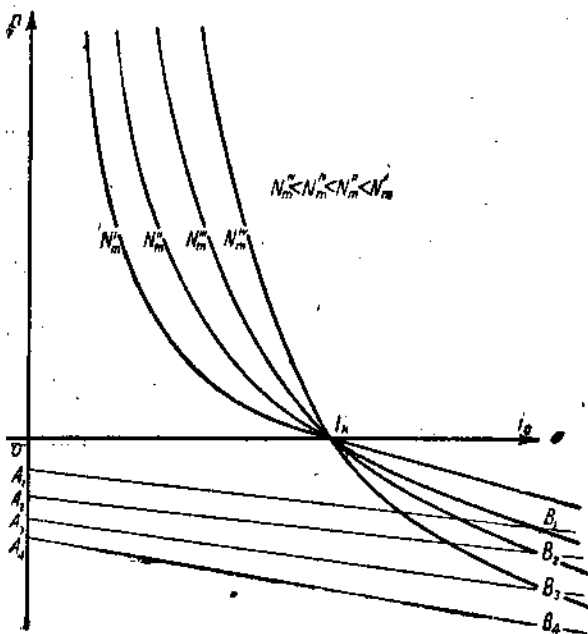
аналогичных представленным на фигурах 46, 47 и 48 и симметричных последним относительно начала координат, но не в квадранте I, а в квадранте III (см. фиг. 51).

При одновременном переключении зажимов обмотки ротора и обмотки индукторов работа двигателя не изменится.

Фиг. 47 дает ряд характеристик двигателя для различных значений V , кроме $V=0$. Для двигателя с параллельным возбуждением характеристика, отвечающая значению $V=0$ при неизменных Φ_a и R (фиг. 41), отличается от других характеристик только тем, что проходит через начало координат.

Для двигателей же с последовательным возбуждением характеристика, отвечающая значению $V=0$, при неизменных R и N_m , существенным образом отличается от характеристик, представленных на фиг. 47.

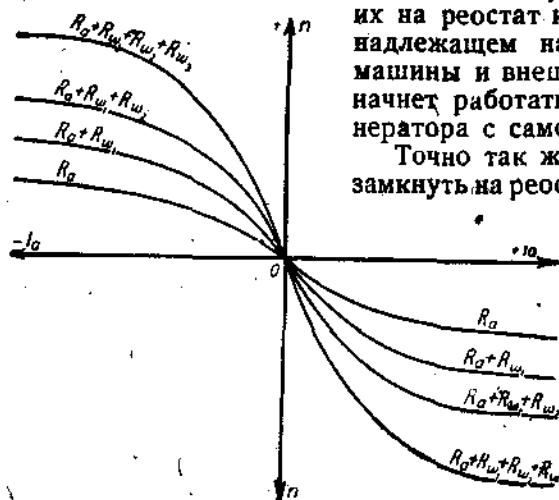
При отключении зажимов ротора шунтовой машины от сети



Фиг. 48.

и замыкании на реостат или на-коротко, без отключения индукторов от сети, мы получаем генератор с независимым возбуждением. Если же отключить от сети зажимы серийной машины и замкнуть их на реостат или на-коротко, то лишь при надлежащем насыщении магнитной цепи машины и внешнем сопротивлении машина начнет работать в качестве серийного генератора с самовозбуждением.

Точно так же, если у шунтовой машины замкнуть на реостат одновременно и зажимы



Фиг. 49.

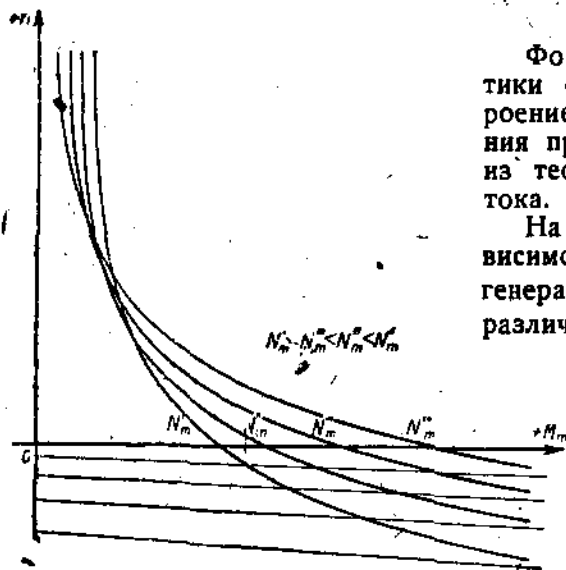
ротора и зажимы возбуждения, то она обратится в шунтовой генератор только при условии, если сопротивление ее цепи возбуждения меньше или равно отношению электродвижущей силы к току возбуждения, соответствующему ей по кривой намагничивания, т. е. машина возбуждается, если

$$R_m \leq \frac{E}{i_m}$$

Форма внешней характеристики серийно-генератора и построение ее по кривой намагничивания предполагаются известными из теории машин постоянного тока.

На фиг. 49 представлена зависимость n от i_a для серийно-генератора при $N_m = \text{const}$ для различных значений

$$R = R_a + \sum R_w.$$



Фиг. 50.

полукубической гиперболы, подобной кривым, представленным на фиг. 50, одною из асимптот которой служит ось ординат ($M_m = 0$), а вторую — прямая, имеющая уравнение:

$$n = - \frac{R + R_m}{\alpha \beta}.$$

Обращаясь к изучению универсальной механической характеристики n/M_m серийно-двигателя [ур. (50)], легко видеть, что геометрически она представляется в виде

При изменении параметра R , при $N_m = \text{const}$ и при $V = \text{const}$ или $V = 0$ получим ряд кривых зависимости n от M_m , вполне аналогичных представленным на фиг. 46 и 49. Для различных значений V при $N_m = \text{const}$ и при $R = \text{const}$ получатся кривые, подобные представленным на фиг. 47.

Зависимость P_m от M_m выражается согласно ур-ния (51) параболой 2-го порядка, параметр которой равен

$$p = \frac{1}{2} \frac{\alpha \beta}{R + R_m};$$

ось ее параллельна оси ординат и имеет уравнение:

$$M_{m \max} = \eta \alpha_1 \beta \left(\frac{1}{2} \frac{V}{R + R_m} \right)^2 = \frac{1}{2} M_k.$$

Вершина параболы лежит на этой оси и имеет ординату:

$$P_{m \max} = \frac{1}{4} \frac{\eta}{g} V \frac{V}{R + R_m} = \frac{1}{4} \frac{\eta}{g} V i_k,$$

являющуюся экстремум функции P_m . Кривая $P_m = f(M_m)$ проходит через начало координат и, кроме того, пересекает ось абсцисс в точке, соответствующей

$$M_m = \left(\frac{C_1'}{D_1} \right)^2 = \frac{\eta}{g} \alpha_1 \beta \left(\frac{V}{R + R_m} \right)^2 = M_k.$$

Для серийно-двигателя, как и для шунтового, P_m растет вместе с M_m лишь до значения $M_m = \frac{1}{2} M_k$, когда P_m становится равным

$$\frac{1}{4} \frac{\eta}{g} V i_k.$$

При дальнейшем увеличении M_m мощность P_m падает по причинам, рассмотренным уже для случая шунтового двигателя. Сила тока и число оборотов, отвечающие значению $P_{m \max}$, соответственно равны:

$$i_a = \frac{1}{2} \frac{V}{R_m + R} = \frac{1}{2} i_k; \quad n = \frac{R + R_m}{\alpha \beta}.$$

Значения i_a , n , M_m и P_m , отвечающие максимуму P_m , можно назвать критическими или опрокидывающими.

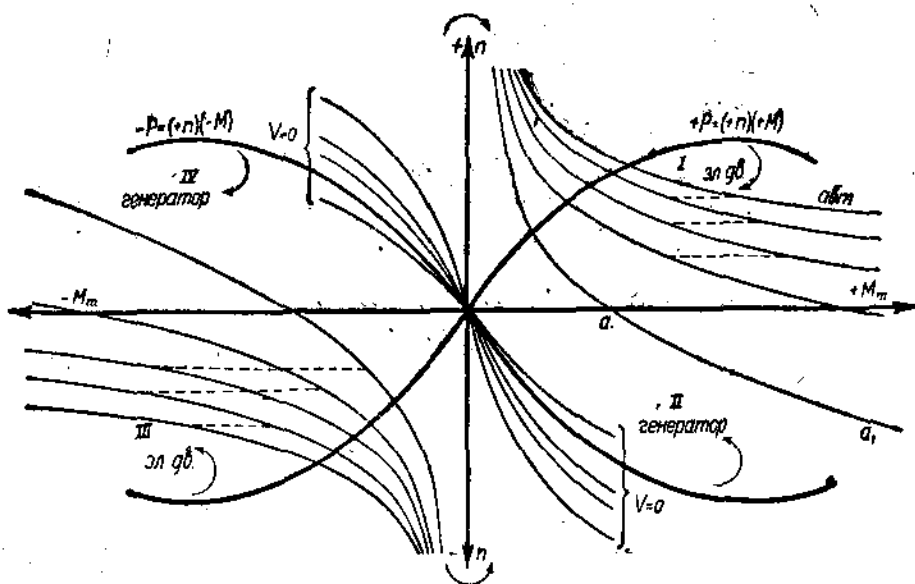
На фиг. 51 в четырех квадрантах даны зависимости n от M_m и P_m от M_m .

Сравнивая механические характеристики $n = f(M_m)$ двигателей параллельного и последовательного возбуждения, легко заметить, что они существенно отличаются в двух отношениях. Характеристики шунтового — жестки, тогда как у серийного они отличаются мягкостью, в особенности при малой нагрузке (на ненасыщенном участке).

Первые пересекаются с осью ординат, определяя точкою пере-

сечения n_0 пограничную скорость вращения, выше которой двигатель становится генератором, отдающим энергию в сеть. Характеристики серийс-мотора не пересекаются с осью ординат, следовательно здесь не имеется пограничной скорости, определяющей переход двигателя в генератор. Отсюда, как совершенно ясное следствие, вытекает невозможность автоматического перехода характеристик из I квадранта в IV (генераторный) и невозможность использования нормального серийс-двигателя при разгоне его со стороны привода в качестве тормоза, т. е. генератора с рекуперацией энергии в сеть.

Таким образом, первый способ торможения (с рекуперацией) здесь совершенно не имеет места. Второй же способ замыкания электродвигателя на-коротко вполне применим при надлежащем

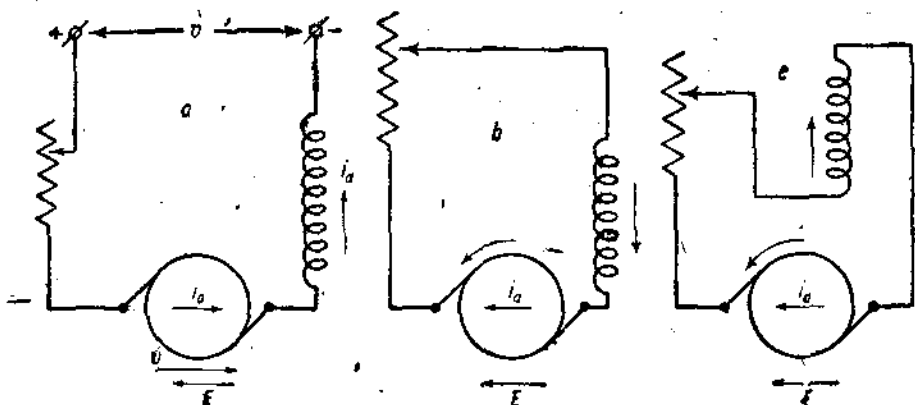


Фиг. 51.

насыщении (см. выше), но в отличие от шунтового требует переключения обмотки при торможении вращающегося по инерции привода, как видно из схем фиг. 52 а, б и с, где направление вращения при работе и торможении указано огибающей якорь стрелкой. При этом на чертеже (фиг. 52с) показана верная схема замыкания на-коротко с пересоединением концов обмотки индукторов, во избежание перемагничивания последних, а на фиг. 52б — неверная. Соответственно этому, при торможении коротким замыканием разгона лебедки при спуске тяжелых грузов, провертывающих ее своим весом, двигатель замыкается по схеме включения на подъем. Горизонтальными стрелками на схемах (фиг. 53а и б) показаны величины и направления V и E (подробнее см. далее — отдел „Торможение“).

Для всех двигателей постоянного тока теоретически возможен еще один (третий) способ торможения обратным током или про-

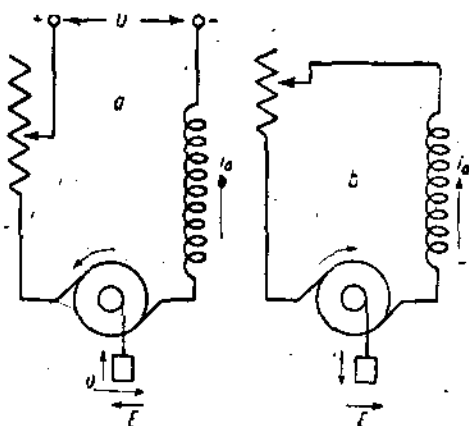
тивотоком, т. е. включением двигателя в сеть на вращение в сторону, противоположную той, куда он увлекается внешней силой (сб стороны привода). Подбирая сопротивление реостата таким, чтобы развиваемый двигателем момент M_m не превосходил противо-



Фиг. 52.

положно направленного грузового момента, мы получим лишь замедление, заторможение движения, происходящего по инерции или под влиянием веса. Это движение в сторону, обратную естественному вращению двигателя, будет осуществляться на участках характеристик $a-a_1$ в зависимости от включения секций реостата (фиг. 51).

Однако, таким способом торможения в постоянном токе не пользуются по следующей причине: как легко представить себе из приведенных электрических схем, противоэлектродвижущая сила E , развиваемая в якоре от принужденного обратного вращения, совпадает по направлению с приложенным напряжением V ; в результате этого сложения $V+E$, нормальное сопротивление реостата оказывается недостаточным. Первые два способа удовлетворяют всем требованиям и делают третий излишним.



Фиг. 53.

§ 3. Компаундные электродвигатели.

Для компаундных двигателей

$$i_m = i_{m_0} + i_a = \frac{V}{R_m} + i_a,$$

где i_{m_0} — ток шунтовой обмотки возбуждения, а i_a — ток в серийной обмотке возбуждения и одновременно в обмотке ротора.

В соответствии с этим:

$$\Phi_m = \frac{0,4 \pi N_{m_0}}{\frac{l}{q} \cdot \frac{1}{\gamma}} i_{m_0} + \frac{0,4 \pi N_{m_a}}{\frac{l}{q} \cdot \frac{1}{\gamma}} i_a = \Phi_{m_0} + \Phi_{m_a},$$

где N_{m_0} — число витков шунтовой обмотки возбуждения; N_{m_a} — число витков серийной обмотки возбуждения; Φ_{m_0} — магнитный поток индукторов, создаваемый шунтовой обмоткой возбуждения; Φ_{m_a} — то же серийной обмоткой.

Тогда

$$\Phi_a = \gamma_\mu \Phi_m = \gamma_\mu \cdot \Phi_{m_0} + \gamma_\mu \cdot \Phi_{m_a} = \Phi_0 + \beta i_a,$$

где Φ_0 — часть магнитного потока Φ_{m_0} , пронизывающая обмотку ротора, а коэффициент β :

$$\beta = \gamma_\mu \lambda = \gamma_\mu \frac{0,4 \pi N_{m_a}}{\frac{l}{q} \cdot \frac{1}{\gamma}}.$$

При работе машины с ненасыщенной магнитной цепью можно считать Φ_0 и β — постоянными, пренебрегая влиянием поля реакции якоря.

Подставляя Φ_a в уравнение (43), получим:

$$M_m = \alpha \eta \Phi_0 i_a + \alpha \eta \beta i_a^2$$

или

$$M_m = k i_a + k' i_a^2 \text{ kgm}, \quad (52)$$

где

$$k = \alpha \eta \Phi_0, \quad k' = \alpha_1 \eta \beta.$$

Подставляя Φ_a в уравнение (44), найдем:

$$n = \frac{V}{a + b i_a} - \frac{R i_a}{a + b i_a} \quad (53)$$

или

$$\omega = \frac{V}{a_1 + b_1 i_a} - \frac{R i_a}{a_1 + b_1 i_a}, \quad (53')$$

где

$$a = \alpha \Phi_0; \quad b = \alpha \beta; \quad a_1 = \alpha_1 \Phi_0; \quad b_1 = \alpha_1 \beta.$$

Из уравнения (52) имеем:

$$i_a = -\left(\frac{k}{2k'}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{k}{2k'}\right)^2 + \left(\frac{1}{k'}\right) M_m}$$

или

$$i_a = -k_2 \pm \sqrt{k_2^2 - k_3 M_m},$$

где

$$k_2 = \frac{k}{2k_1}; \quad k_3 = \frac{1}{k'}.$$

Подставляя в (53), получим:

$$n = \frac{V}{a_2 \pm b \sqrt{k_2^2 + k_3 M_m}} - \frac{R [\pm \sqrt{k_2^2 + k_3 M_m} - k_2]}{a_2 \pm b \sqrt{k_2^2 + k_3 M_m}} \quad (54)$$

или

$$\omega = \frac{V}{a_3 \pm b_1 \sqrt{k_2^2 + k_3 M_m}} - \frac{R [\pm \sqrt{k_2^2 + k_3 M_m} - k_2]}{a_3 \pm b_1 \sqrt{k_2^2 + k_3 M_m}}, \quad (54')$$

где

$$a_2 = a - k_2 b; \quad a_3 = a_1 - k_2 b_1.$$

Вводя в ур-ние (54') $\omega = \frac{P_m}{M_m}$ и умножая затем обе части равенства на M_m , найдем:

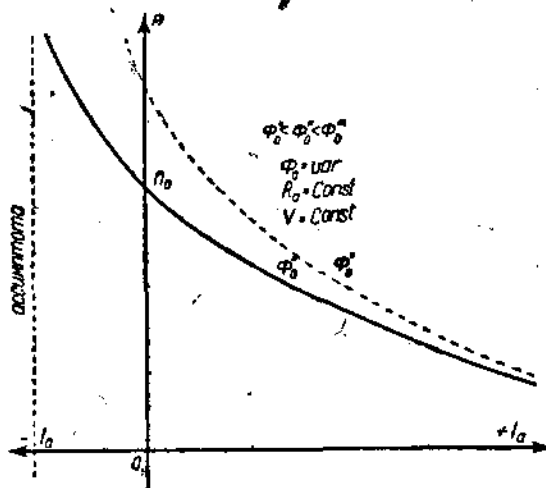
$$P_m = \frac{V M_m}{a_3 \pm b_1 \sqrt{k_2^2 + k_3 M_m}} - \frac{R [\pm \sqrt{k_2^2 + k_3 M_m} - k_2] M_m}{a_3 \pm b_1 \sqrt{k_2^2 + k_3 M_m}} \quad (55)$$

Формулы (52) — (55) дают аналитическое выражение для основных характеристик компаундного двигателя.

Геометрически зависимость M_m от i_a выражается параболой 2-го порядка.

Точка перегиба отвечает началу насыщения магнитной цепи машины.

Зависимость n/i_a геометрически представляет гиперболу 2-го порядка (фиг. 54). Все кривые фиг. 54 пересекают ось абсцисс в одной общей точке при $i_a = i_k = \frac{V}{R_a}$.



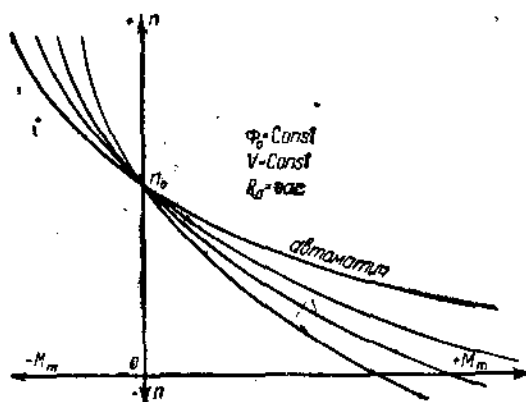
Фиг. 54.

Механическая характеристика уравнения (54) представляет геометрически полукубическую гиперболу. На фиг. 55, 56 и 57 даны кривые $n = f(M_m)$ для различных вариантов изменения параметров R , V , Φ_0 .

Кривые фиг. 57, в противоположность кривым фиг. 54, пересе-

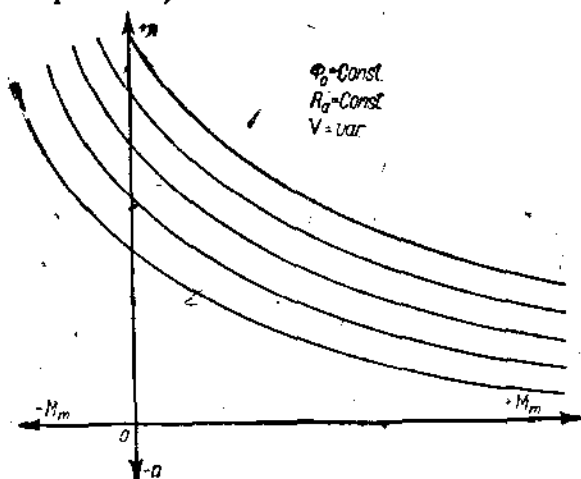
как ось абсцисс в различных точках, отвечающих различным значениям Φ_0 согласно ур-ния (52):

$$(M_m)_{n=0} = \alpha \eta i_k \Phi_0 + \alpha \eta \beta i_k^2.$$



Фиг. 55.

Зависимость P_m от M_m ур-ния (55) представляет параболу. Эта кривая совместно с универсальными механическими характеристиками дана на фиг. 58 *).



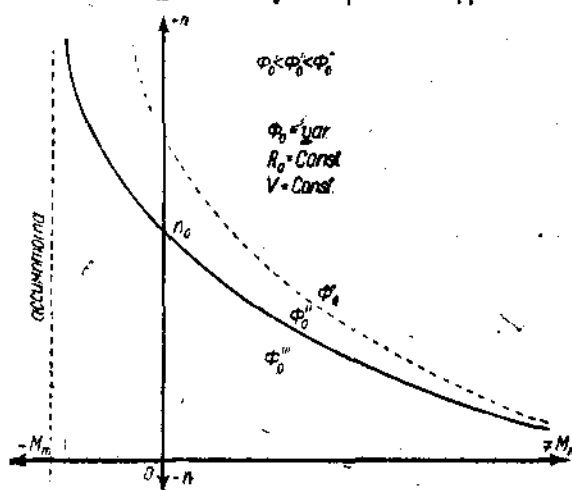
Фиг. 56.

На фиг. 59 приведены для сравнения универсальные механические характеристики шунтового двигателя и компаундного с намагничивающей и размагничивающей серийной обмоткой.

*) Тормозные части характеристик представлены прямыми линиями (подобно шунтовым), в предположении отключения серийной обмотки возбуждения (см. далее отдел „Торможение“).

Уравнение скорости для последнего случая:

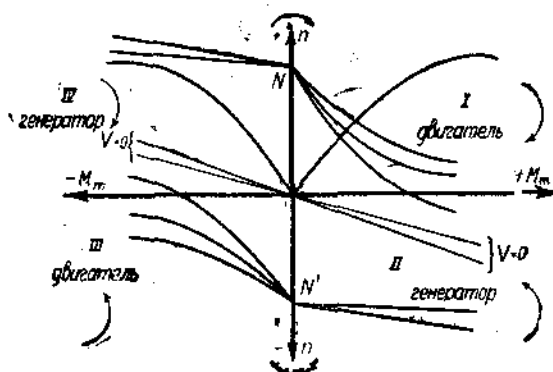
$$n = \frac{V - R_a \frac{\Phi_0}{2\beta} \mp R_a \sqrt{\left(\frac{\Phi_0}{2\beta}\right)^2 - \frac{g}{\alpha \eta \beta} M_m}}{\frac{\alpha \Phi_0}{2} \mp \alpha \beta \sqrt{\left(\frac{\Phi_0}{2\beta}\right)^2 - \frac{g}{\alpha \eta \beta} M_m}}$$



Фиг. 57.

Практически двигатель с противокомпаундной обмоткой работает исключительно на верхней ветви кривой.

Торможение первым способом (т. е. с рекуперацией энергии в сеть) здесь вполне возможно, в виду пересечения характеристик



Фиг. 58.

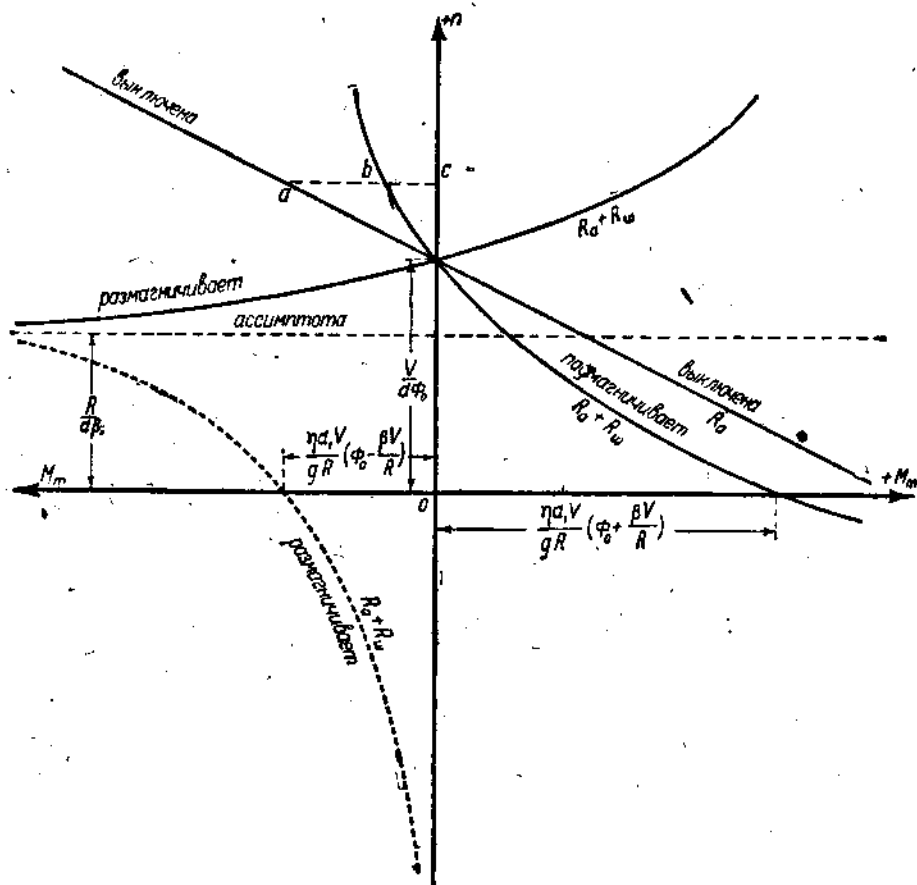
с осью ординат, но практически производится обычно при выключенной серийной обмотке индукторов, т. е. происходит во II и IV генераторных квадрантах по прямым, идентичным рассмотренному случаю шунтового двигателя.

Цель выключения *) понятна, так как шунтовая жесткая характе-

*) Вернее „переключения“ с последовательной на параллельную при условии подключения соответствующего сопротивления.

ристика дает больший тормозной момент, чем серийная, как видно из сравнения отрезков ab и ac , фиг. 59.

При торможении по второму способу (короткого замыкания): при $V=0$ компаундная серийная обмотка также выключается (см. примечание на стр. 123).



Фиг. 59.

В. ДВИГАТЕЛИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА.

§ 4. Синхронные двигатели.

Синхронные машины в своем нормальном выполнении до последнего времени не имели значительного распространения в практике электрического привода. Причины: сложный пуск, „неподвижность“ механической характеристики, невозможность регулирования скорости при обычных условиях работы и недопустимость больших перегрузок, при которых синхронные двигатели „выпадают“ из синхронизма.

Однако за последние несколько лет в САСШ и в Англии эти двигатели получили чрезвычайно широкое распространение даже для такой тяжелой работы как прокатка металлов, благодаря удач-

ному изменению конструкции. Имея коротко-замкнутую обмотку, закладываемую в полюсных башмаках, они пускаются, как обычные коротко-замкнутые асинхронные двигатели без всякой пусковой аппаратуры или помощью специальных пусковых компенсаторов (см. гл. VII о пусковой аппаратуре), если условия сети не позволяют прямого включения.

В силу последнего обстоятельства пусковые характеристики таких двигателей ничем не отличаются от характеристик коротко-замкнутых асинхронных двигателей, о которых речь впереди *). Далее в главе IV о выборе двигателей (§ 8) будут рассмотрены некоторые особенности работы синхронных двигателей.

Характеристика же работы на синхронном режиме представляется прямой, параллельной оси абсцисс, вследствие чего и получила название „неподвижной“.

В Европе синхронные двигатели пока применяются главным образом как качества двигателей умформерных групп или компенсаторов фазного сдвига, о чем будет сказано в последней главе.

В настоящее время начинают получать распространение так называемые синхронизированные асинхронные двигатели, представляющие комбинацию свойств синхронных и асинхронных. Из свойств асинхронных двигателей они обладают простотой пуска, а из свойств синхронных — высоким коэффициентом мощности.

Схема включения синхронизированного асинхронного двигателя представлена в последней главе. Пуск в ход осуществляется при помощи пускового реостата, как у обыкновенного асинхронного двигателя. После достижения синхронизма включается возбуждение возбудителя, и пусковой реостат замыкается на-коротко.

Далее двигатель работает как синхронный, сохраняя постоянную скорость и компенсируя фазный сдвиг в сети (см. последнюю главу).

Такого рода двигатели устанавливаются в настоящее время при электрификации древесно-массных дефибреров и непрерывных прокатных установок, где требуется строго-постоянное соотношение между скоростями отдельных клетей стана.

Теоретически эти двигатели не боятся мгновенных перегрузок, так как, выпадая из синхронизма, они продолжают работать как обыкновенные асинхронные. Но толчки тока, которые наблюдаются при этом, все же не допускают перегрузки свыше 25%.

По миновании перегрузки под влиянием синхронизирующего момента они вновь автоматически вступают в синхронизм и работают как нормальные синхронные.

В отличие от асинхронных двигателей они допускают применение торможения путем замыкания статора на реостат, работая при этом в качестве синхронных генераторов и развивая тормозной момент, пропорциональный числу оборотов. Как мы увидим далее, к асинхронным двигателям нормального типа такой метод торможения неприменим.

§ 5. Трехфазные асинхронные двигатели.

Из мощности, доставляемой сетью к статору электродвигателя, главная часть передается ротору; затем некоторая часть, равная $mI_1^2 R$,

*) Механические пусковые характеристики синхронных двигателей даны далее.

затрачивается на преодоление омического сопротивления R в меди статора при m фазах, и, наконец, последняя часть — на сопротивление в железе статора (гистерезис и токи Фуко).

При угловой скорости ω_1 вращения магнитного поля статора и ω_2 вращения ротора (т. е. при скольжении ротора $\sigma = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1}$) передаваемая ротору мощность выразится $P_1 = M_m \omega_1$. Действительно же получаемая ротором мощность $P_2 = M_m \omega_2$ будет меньше P_1 на величину омических потерь в роторе W_2 . Полезная мощность на валу ротора P_m будет меньше P_2 на величину потерь на трение и в железе ротора, но ими для упрощения необходимых выражений можем пренебречь. Итак, потери в роторе

$$W_2 = P_1 - P_2 = M_m(\omega_1 - \omega_2) = \sigma \omega_1 M_m = \sigma P_1$$

$$P_2 = \omega_2 M_m = \omega_1 (1 - \sigma) M_m.$$

С другой стороны, омические потери в роторе:

$$W_2 = m_2 R_2 I_2^2,$$

где R_2 — сопротивление каждой фазы ротора, I_2 — сила тока, индуцируемая в роторе, а m_2 — число фаз обмотки ротора.

Сопоставляя два выражения потерь W_2 , имеем:

$$\sigma \omega_1 M_m = m_2 R_2 I_2^2,$$

откуда

$$M_m = \frac{m_2 R_2 I_2^2}{\sigma \omega_1}. \quad (56)$$

С другой стороны, выражая $P_2 = m E_2 I_2 \cos \varphi_2$, имеем при $E_2 \equiv \Phi$

$$M_m = \frac{P_2}{\omega_2} = k_A \Phi I_2 \cos \varphi_2,$$

выражение, отличающееся от ур-ния (43) только величиной $\cos \varphi_2$, специфической для переменного тока.

Из выражений для электродвижущих сил имеем:

$$E_2 = E_1 \frac{k_2 \omega_2}{k_1 \omega_1} \cdot \frac{f_1}{f_2} = E_1 \frac{k_2 \omega_2}{k_1 \omega_1} \sigma.$$

Подставляя выражение тока ротора, находим:

$$I_2 = \frac{E_2}{\sqrt{R_2^2 + X_2^2 \sigma^2}} = \frac{k_2 \omega_2}{k_1 \omega_1} \frac{E_1 \sigma}{\sqrt{R_2^2 + X_2^2 \sigma^2}}. \quad (57)$$

Подставляя (57) в (56), имеем:

$$M_m = m_2 \left(\frac{k_2}{k_1} \right)^2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \frac{E_1^2}{\omega_1} \frac{\frac{R_2}{\sigma}}{\left(\frac{R_2}{\sigma} \right)^2 + X_2^2}.$$

или, вводя

$$\omega_1 = \frac{2\pi f_1}{p_1}$$

$$M_m = \frac{m_2 p_1}{2\pi} \left(\frac{k_2}{k_1} \right)^2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \frac{E_1^2}{f_1} \frac{R_2^2}{R_2^2 + X_2^2 \sigma^2} \quad (58)$$

или

$$M_m = k' \frac{R_2^2}{R_2^2 + X_2^2 \sigma^2}, \quad (58')$$

где

$$k' = \frac{m_2 p_1}{2\pi} \left(\frac{k_2}{k_1} \right)^2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \frac{E_1^2}{f_1}$$

Из ур-ния (58) видно, что

$$M_m = E_1^2 = \Phi^2,$$

так как $E_1 = E_2 = \Phi \sqrt{2} k_2 \omega_2 f_1 \cdot 10^{-8}$.

Итак вращающий момент асинхронного двигателя пропорционален квадрату потока Φ и квадрату напряжения у зажимов, в отличие от шунтовых двигателей, момент которых пропорционален первой степени Φ и V и следовательно менее зависит от колебаний напряжения в сети.

Найдем значение σ , при котором момент получит наибольшее значение. Дифференцируя ур-ние (57') по σ и приравнявая производную нулю, получим, как известно:

$$R_2^2 - X_2^2 \sigma^2 = 0,$$

откуда

$$\sigma = \pm \frac{R_2}{X_2}.$$

Значение σ , равное $\frac{R_2}{X_2}$, будем в дальнейшем обозначать через σ_k и называть опрокидывающим скольжением

$$\sigma_k = \frac{R_2}{X_2}. \quad (59)$$

Подставляя значение $\sigma_k = \frac{R_2}{X_2}$, получим наибольшее значение момента M_k (опрокидывающего):

$$M_k = \frac{m_2 p_1}{2\pi} \left(\frac{k_2}{k_1} \right)^2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \frac{E_1^2}{f_1} \cdot \frac{1}{2X_2}, \quad (58'')$$

или

$$M_k = \frac{k}{2X_2}$$

Отсюда видно, что наибольший или опрокидывающий момент M_k численно не зависит от величины R_2 ; но так как значение σ_k при котором M_m достигает максимум'a M_k , пропорционально R_2 , то параметр R_2 определяет положение перегиба характеристики $M_m = f(\sigma)$ и, следовательно, влияет на наклон механической характеристики, т. е. меняет ее „жесткость“, как и во всех рассмотренных выше двигателях.

Зато изменение других двух параметров p и f влияет на величину опрокидывающего момента, как видно будет далее.

Общее выражение для пускового момента M_A легко найти, положив в формуле (58) $\sigma = 1$

$$M_A = \frac{m_2 p_1}{2\pi} \left(\frac{k_2}{k_1} \right)^2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \left(\frac{E_1^2}{f_1} \right) \frac{R_2}{R_2^2 + X_2^2}$$

Для получения $M_A = M_{\max}$ достаточно так подобрать величину R_2 , чтобы при $\sigma = 1$ по ур-нию (59):

$$R_2 = X_2$$

Иначе говоря, ваттное (активное) сопротивление ротора должно быть равно его реактивному сопротивлению, отнесенному к частоте тока сети.

Итак, согласно ур-нию (58):

$$M_k = \frac{m_2 p_1}{2\pi} \cdot \left(\frac{k_2}{k_1} \right)^2 \cdot \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \frac{E_1^2}{f_1} \frac{R_2 \sigma_k}{R_2^2 + X_2^2 \sigma_k^2}, \quad (58'')$$

где

$$\sigma_k = \frac{R_2}{X_2}$$

Для почленно обе части равенства (58) на последнее выражение (58'''), получим:

$$\frac{M_m}{M_k} = \frac{\sigma(R_2^2 + X_2^2 \sigma_k^2)}{\sigma_k(R_2^2 + X_2^2 \sigma_k^2)} = \frac{\sigma \left(\frac{R_2}{X_2} \right)^2 + \sigma \cdot \sigma_k^2}{\sigma_k \left(\frac{R_2}{X_2} \right)^2 + \sigma_k \sigma^2}$$

а принимая во внимание (59):

$$\frac{M_m}{M_k} = \frac{\sigma \cdot \sigma_k^2 + \sigma \cdot \sigma_k^2}{\sigma_k^3 + \sigma_k \sigma^2} = \frac{2\sigma \cdot \sigma_k^2}{\sigma_k^3 + \sigma_k \sigma^2}$$

или

$$\frac{M_m}{M_k} = \frac{2}{\frac{\sigma_k}{\sigma} + \frac{\sigma}{\sigma_k}}$$

(60)

Соответственно, для отношения сил тока, имея в виду, что ток, отвечающий опрокидывающему скольжению σ_k , по ур-нию (57'):

$$I_{2k} = \frac{k_2 \omega_2}{k_1 \cdot \omega_1} \frac{E_1 \cdot \sigma_k}{\sqrt{R_2^2 + X_2^2 \sigma_k^2}}, \quad (57')$$

получаем из (57) и (57'):

$$\frac{I_2}{I_{2k}} = \frac{\sigma \sqrt{R_2^2 + X_2^2 \sigma_k^2}}{\sigma_k \sqrt{R_2^2 + X_2^2 \sigma^2}} = \frac{\sigma \sqrt{\sigma_k^2 + \sigma^2}}{\sigma_k \sqrt{\sigma_k^2 + \sigma^2}} = \frac{\sigma \cdot \sigma_k \sqrt{2}}{\sigma_k \sqrt{\sigma_k^2 + \sigma^2}}$$

или

$$\frac{I_2}{I_{2k}} = \sqrt{\frac{2}{1 + \left(\frac{\sigma_k}{\sigma}\right)^2}}. \quad (61)$$

Теперь, пользуясь полученными уравнениями, построим механические характеристики n/M_m или σ/M_m в универсальном виде для различных значений параметра сопротивления цепи ротора R_2 и при неизменных значениях других двух параметров p и f .

По оси ординат (фиг. 60) вместе с числом оборотов ротора n будем откладывать скольжение ротора, обозначая его через σ при таком включении статора в сеть, когда вращение его поля совпадает, например, по часовой стрелке, и через σ' — при обратном включении. Тогда точки N и N' пересечения пучков механических характеристик с осью ординат определяют собой, как и при постоянном токе, то синхронное число оборотов, которое имел бы идеальный двигатель при холостом ходе при $M_m = 0$, $M_s = 0$ и $I = 0$.

При этом $\sigma = 0$ и при обратном включении $\sigma' = 0$, или $\omega_1 = \omega_2$ и $n_1 = n_2$. Так как $\omega_1 = \frac{2\pi f_1}{p}$ или $\omega = 2\pi n_2$ и, следовательно, $n_1 = \frac{f_1}{p}$, то положение точек N и N_1 на оси ординат определится (по ур-нию: $n_1 = n_2 = \frac{f_1}{p}$) числом периодов переменного тока f_1 и числом пар полюсов p *).

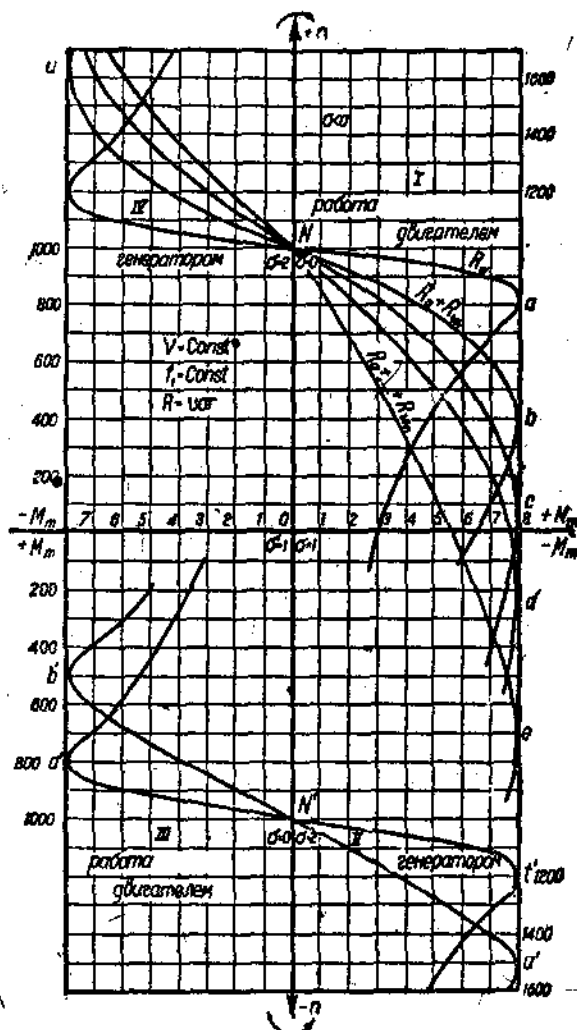
Точки a, b, c , и a', b' , на перегибах механических характеристик отвечают максимальным вращающим моментам. Участки характеристик Na, Nb, Nc и $Na', N'b'$ соответствуют устойчивой работе электродвигателя, когда уменьшению числа оборотов при увеличении момента сопротивления соответствует увеличение движущего момента M_m вплоть до опрокидывающего момента M_k , после чего наблюдается обратная зависимость n и M_m , и, следовательно, устойчивой работы при дальнейшем увеличении M_k не может быть. Можно подобрать с помощью пускового реостата такое значение параметра $R = R_2 + \sum R_{w_i}$, что максимальный момент будет иметь место как раз при трогании привода с места, т. е. при $n = 0$ и $\sigma = 1$; однако для того, чтобы достичь необходимого числа оборотов и чтобы дальнейшая работа была устойчивой, необходимо путем

*) В постоянном токе также две величины (V и Φ) определяют положение точки N . В выражении $\omega = 2\pi n$, под n понимается число оборотов в 1 сек; иначе надо ввести в знаменатель 60.

постепенного выключения секций реостата (по мере разгона привода) перевести работу на устойчивую ветвь автоматической характеристики таким же образом, как это было представлено выше (на фиг. 39) для шунтового двигателя.

Обращаясь теперь к тормозным свойствам асинхронного электродвигателя, вытекающим из его универсальной характеристики, мы видим прежде всего из самого факта пересечения пучка кривых с осью ординат в точках N и N' , что первый способ торможения с рекуперацией здесь вполне возможен, физически объясним и также автоматичен, как в шунтовом двигателе.

Действительно, если при вращении в ту или другую сторону двигателя будет разгоняться внешней силой выше синхронного числа оборотов, то совершенно автоматически, без всяких переключений, начнется отдача энергии в сеть, и для $\sigma < 0$ мы получим продолжение кривых M_m влево от оси ординат в IV квадранте, а для $\sigma' < 0$ — вправо, во II квадранте, т. е. в генераторных квадрантах отрицатель-



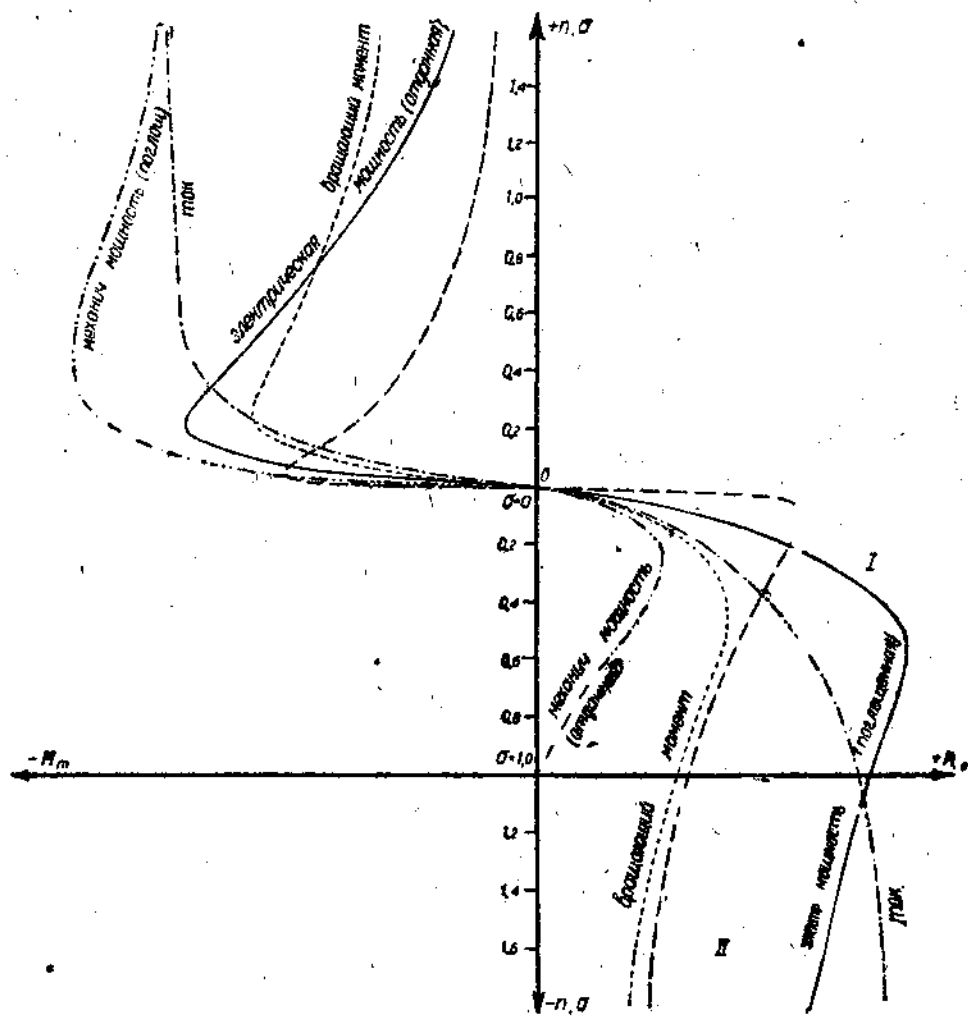
Фиг. 60.

ных моментов M_m (для вращения в другую сторону направление оси положительных моментов меняется, так как вся диаграмма должна быть повернута на 180°).

При отрицательных же значениях M_m и электрическая мощность $P_1 = \omega_1 M_m$ меняет знак и, следовательно, передается не от статора к ротору, а обратно — от ротора к статору и от последнего в сеть. Далее и механическая мощность

$$P_2 = \omega_1 (1 - \sigma) M_m = \omega_2 M_m$$

становится отрицательной при отрицательном моменте M_m и при положительных значениях разности $(1 - \sigma)$ и угловой скорости ω_1 , так как σ отрицательно при $\omega_2 > \omega_1$, т. е. при вращении ротора быстрее поля. Таким образом, электродвигатель уже не развивает механическую мощность, а поглощает ее.



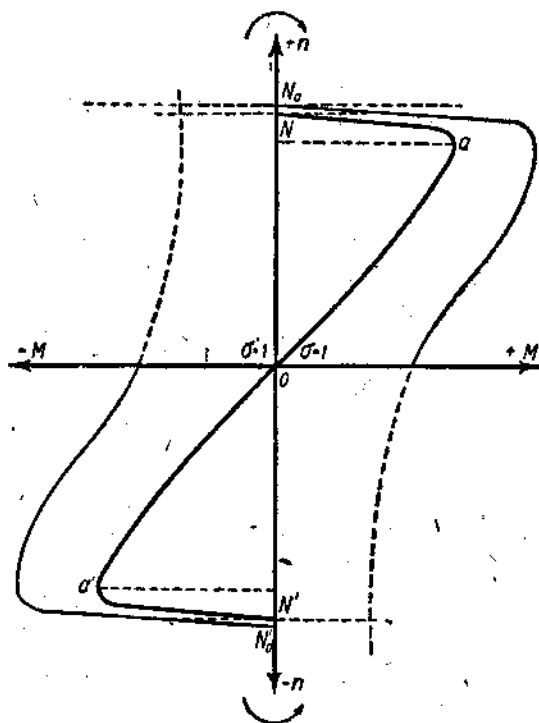
Фиг. 61.

Если бы с помощью круговой диаграммы найти и вычертить на универсальной диаграмме величины P_1 , P_2 , M_m и ток I , то они расположились бы в зависимости от числа оборотов так, как показано на фиг. 61, имея свои максимумы. При рекуперации число периодов отдаваемого в сеть тока не зависит, как известно, от числа оборотов, а определяется сетью, к которой такой генератор подключен. Кривые мощностей P_1 и P_2 при $\sigma < 0$ находятся в генераторной (IV) четверти, т. е. электрическая мощность P отдается, а мощ-

ность P_d , которую мы приравняли полезной механической мощности, подводится к двигателю. Таким образом, безопасная схема спуска при трехфазном асинхронном электродвигателе возможна и фактически применяется так же, как при шунтовом *).

Зато из самого существа асинхронного двигателя ясно, что второй способ торможения — замыканием на коротко — здесь совершенно невозможен, так как, будучи отключен от сети, асинхронный мотор теряет всякие свойства двигателя, не имея в этом случае ни независимого возбуждения шунтового двигателя, ни остаточного магнетизма серийного.

Наконец, 3-й способ торможения противотоком здесь осуществим и практически весьма часто применяется в схемах спуска под



Фиг. 62.

действием собственного веса груза, за невозможностью второго способа. При этом параметр R подбирается таким, чтобы максимальный момент наступал при отрицательном числе оборотов, т. е. при $\sigma > 1$, а, следовательно, ниже оси абсцисс, как видно из ветви Nd и Ne (фиг. 60). Подробнее см. далее в отделе „Торможение“.

§ 6. Однофазные асинхронные двигатели.

В настоящем обзоре механических свойств электродвигателей, наиболее применимых в промышленности, мы могли бы совершенно обойти двигатели однофазного тока, в виду того, что они, не имея

никаких преимуществ перед трехфазными, но обладая своими недостатками, совершенно не применяются в современных фабрично-заводских предприятиях.

Однако, так как в городах с осветительной сетью однофазного тока электрический привод в лифтовых установках, типографиях и прочих мелких промышленных предприятиях, за неимением другого тока, поневоле осуществлялся на однофазном токе в виде асинхронных и коллекторных электродвигателей, то коснемся и их, но лишь в самых общих чертах.

*) О торможении с рекуперацией энергии при скорости ниже синхронной см. далее в отделе „Торможение“.

Единственным и весьма невыгодным отличием однофазного асинхронного двигателя от трехфазного является известное обстоятельство, что магнитный поток его статора не вращается, а „пульсирует“.

Тем не менее, разложив мысленно этот пульсирующий по определенному направлению магнитный поток на два, равных по величине половинные его и вращающихся в противоположные стороны с одинаковой угловой скоростью, мы сведем все явление к явлению вращающегося поля.

При определении момента будем брать равнодействующий, как сумму моментов, создаваемых тем и другим вращающимся полем.

Так как оба поля, будучи равны по величине, вращаются в противоположные стороны, то главный недостаток этого двигателя—отсутствие начального (пускового) момента вращения—станет понятен.

Однако, если внешней силой привести ротор во вращение в любую сторону, то он сразу как бы подхватывается тем составляющим магнитным потоком, в сторону вращения которого получил внешний толчок; воздействие же другого, как легко доказать, мгновенно ослабляется и тем более (фиг. 62), чем быстрее вращается ротор.

Применяя здесь формулу для вращающегося момента трехфазного асинхронного двигателя, мы должны подставить вместо магнитного потока его половинную величину. При этом скольжение ротора по отношению к потоку получается из следующих соображений: если мы приведем ротор во вращение с угловой скоростью ω_2 в сторону, например, часовой стрелки, и обозначим скорость составляющего поля, вращающегося в ту же сторону, через ω_1 , то скольжение ротора по отношению к этому полю выразится:

$$\sigma_1 = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1},$$

а по отношению к противоположно вращающемуся полю:

$$\sigma_2 = \frac{-\omega_1 - \omega_2}{-\omega_1} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{\omega_1}.$$

Следовательно, дело происходит так, как будто бы на вал ротора действуют два момента, причем составляющий поток, вращающийся по часовой стрелке, создает движущий момент M_1 , а другой—тормозной момент M_2 .

Таким образом, для результирующего момента получим выражение:

$$M_m = M_1 - M_2 = -\frac{m_2 p_1}{2\pi} \left(\frac{k_2}{k_1} \right)^2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \frac{e_1^2}{f_1} \left[\frac{R_2 \sigma_1}{R_2^2 + \sigma_1^2 X_2^2} - \frac{R_2 \sigma_2}{R_2^2 + \sigma_2^2 X_2^2} \right]. \quad (62)$$

Графически изменение результирующего момента вместе с увеличением числа оборотов в ту и другую сторону представляется совершенно ясно (см. жирную кривую, фиг. 62).

Участок Oa механической характеристики результирующего момента при вращении ротора по часовой стрелке или участок Oa' — при обратном вращении — соответствуют неустойчивой работе, а участки aN и $a'N'$ — устойчивой, аналогично характеристике трехфазного асинхронного электродвигателя.

Жесткость механической характеристики по меньшей мере такая же, как у трехфазного, т. е. от холостого хода до полной нагрузки число оборотов падает лишь на 3—5%.

Кроме указанного недостатка — отсутствия пускового момента — однофазный двигатель, вследствие существования второго, паразитного потока, на возбуждение которого идет часть статорного тока, экономически уступает трехфазному, так как большие потери в статоре обуславливают меньший коэффициент мощности при полной нагрузке и меньший коэффициент полезного действия.

С. ОДНОФАЗНЫЕ КОЛЛЕКТОРНЫЕ ДВИГАТЕЛИ.

§ 7. Двигатели с последовательным возбуждением.

На фиг. 63а представлена схема нормального серийс-двигателя с двумя обмотками на статоре: обмоткой K , компенсирующей магнитный поток вдоль оси обмотки ротора, и обмоткой возбуждения E , создающей магнитный поток, нормальный к оси обмотки ротора. Иногда такие двигатели конструируются с одной обмоткой St на статоре (фиг. 63б), располагаемой под таким углом θ к оси обмотки ротора Rt , чтобы магнитный поток обмотки St (схемы фиг. 63б) был равен геометрической сумме магнитных потоков обмотки K и E схемы фиг. 63а; в том и другом случае основной магнитный поток вдоль оси обмотки ротора должен быть равен нулю.

Если для мгновенного значения тока двигателя примем выражение:

$$i = I \sin(\omega t - \varphi); \quad (63)$$

где I — амплитуда тока, $\omega = 2\pi f_p$ — угловая частота, f_p — частота напряжения сети, t — время, отсчитываемое от момента прохождения синусоиды напряжения сети через нуль, φ — угол отставания тока i по фазе во времени от напряжения сети, то для мгновенного значения магнитного потока возбуждения получим:

$$\Phi_e = \Phi_e \sin(\omega t - \varphi - \delta),$$

где Φ_e — амплитуда магнитного потока возбуждения, δ — угол запаздывания по фазе магнитного потока относительно создающего его тока, обусловленный наличием ваттных потерь в железе и токами короткого замыкания коммутационных секций обмотки ротора.

При таком условии мгновенное значение электродвижущей силы, индуктирующейся в проводах обмотки ротора вследствие вращения последнего в поле магнитного потока возбуждения, будет:

$$e_e = \frac{pn}{60} \frac{N}{a} \Phi_e \sin(\omega t - \varphi - \delta) 10^{-8}$$

или

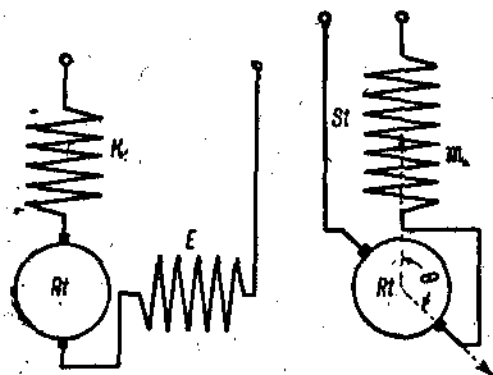
$$e_e = 4\omega_p f_p \Phi_e \sin(\omega t - \varphi - \delta) 10^{-8},$$

где p — число пар полюсов двигателя, n — число оборотов в 1 мин., $f_r = \frac{pn}{60}$ — «частота вращения» ротора, N — число проводников обмотки ротора, a — число параллельных ветвей последней, $\omega_2 = \frac{N}{4a}$ — число последовательно соединенных витков обмотки ротора.

В таком случае мгновенное значение мощности, передаваемой ротором валу, будет:

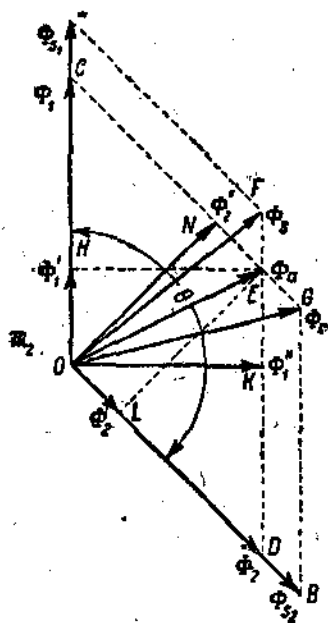
$$P_{\text{мгн}} = e_r \cdot i_a = 2\omega_2 f_r I \Phi_e \cos \delta \cdot 10^{-8} - 2\omega_2 f_r I \Phi_e \cos 2[(\omega t - \varphi) - \delta] \cdot 10^{-8} \quad (64)$$

Угловая скорость вращения ротора



Фиг. 63а.

Фиг. 63б.



Фиг. 64.

$$\omega_2 = \frac{2\pi n}{60} = 2\pi \frac{f_r}{p},$$

следовательно мгновенное значение вращающего момента двигателя:

$$M_{\text{мгн}} = \frac{P_{\text{мгн}}}{\omega_2} = \frac{\omega_2 p}{\pi \cdot 10^8} I \Phi_e \cos \delta - \frac{\omega_2 p}{\pi \cdot 10^8} I \Phi_e \cos [2(\omega t - \varphi) - \delta] \quad (65)$$

При неизменной нагрузке двигателя первый член правой части уравнения (65) является величиной постоянной, а второй член — переменной, изменяющейся с двойной (относительно тока) частотой; ее среднее значение за полупериод тока равно нулю. Таким образом среднее значение вращающего момента двигателя оказывается равным:

$$M_m = \frac{p \omega_2}{\pi g 10^8} I \Phi_e \cos \delta \text{ kgm}, \quad (66)$$

где $g = 9,81 \text{ m/sec}^2$ — ускорение силы тяжести.

Для вывода основных электромеханических соотношений между параметрами серийно-двигателя обратимся к рассмотрению фиг. 64, где представлена диаграмма распределения в пространстве магнитных потоков двигателя схемы фиг. 63b.

На фигуре показаны следующие векторы:

OA — магнитный поток, создаваемый током обмотки статора при отсутствии тока в обмотке ротора;

OZ — магнитный поток, создаваемый током обмотки ротора при отсутствии тока в обмотке статора;

$CA = \Phi_{s1}$ — магнитный поток рассеяния статора, силовые линии которого замыкаются только вокруг проводников статора;

$DB = \Phi_{s2}$ — магнитный поток рассеяния ротора, силовые линии которого замыкаются только вокруг проводников обмотки ротора;

$OC = \Phi_1$ — магнитный поток статора, силовые линии которого замыкаются вокруг проводников обмоток статора и ротора при отсутствии тока в последней;

$OD = \Phi_2$ — магнитный поток ротора, силовые линии которого замыкаются вокруг проводников обмоток ротора и статора при отсутствии тока в последней;

$OE = \Phi_a = \Phi_1 + \Phi_2$ — магнитный поток взаимной индукции обмоток статора и ротора, силовые линии которого замыкаются вокруг проводников обмоток статора и ротора, при наличии тока в той и другой;

$OF = \Phi_s = \Phi_a + \Phi_{s1}$ — полный магнитный поток, силовые линии которого замыкаются вокруг проводников обмотки статора, при наличии тока в обмотках статора и ротора;

$OG = \Phi_r = \Phi_a + \Phi_{s2}$ — полный магнитный поток, силовые линии которого замыкаются вокруг проводников обмотки ротора при наличии тока в обмотках ротора и статорах.

Магнитный поток взаимной индукции Φ_a индуцирует в обмотках статора и ротора главные э. д. силы; магнитные потоки Φ_{s1} и Φ_{s2} индуцируют в обмотках соответственно статора и ротора э. д. силы рассеяния, которые будут учтены в дальнейшем в виде безваттных падений напряжения в соответствующих безваттных сопротивлениях обмоток статора (X_1) и ротора (X_2).

Магнитный поток Φ_a , равный геометрической сумме основных магнитных потоков Φ_1 и Φ_2 обмоток статора и ротора, пульсирует в пространстве с частотой f_p сети в направлении, указанном на фиг. 64 вектором $\vec{OE}$.

Чтобы определить величину основного магнитного потока в каком-либо направлении, достаточно найти проекцию потока Φ_a на это направление. Так как проекция геометрической суммы Φ_a на любое направление равна алгебраической сумме проекций слагаемых векторов Φ_1 и Φ_2 на это направление, то основной магнитный поток вдоль оси обмотки статора:

$$\Phi_1' = \Phi_1 + \Phi_2 \cos \theta,$$

магнитный поток в направлении, нормальном к оси обмотки статора:

$$\Phi_1'' = \Phi_2 \sin \theta;$$

магнитный поток в направлении оси обмотки ротора:

$$\Phi_2' = \Phi_2 + \Phi_1 \cos \theta;$$

магнитный поток в направлении, нормальном к оси обмотки ротора:

$$\Phi_2'' = \Phi_1 \sin \theta.$$

Обозначим через $\dot{M}_a$, $\dot{M}_1$ и $\dot{M}_2$ магнито-движущие силы, соответствующие магнитным потокам Φ_a , Φ_1 и Φ_2 .

Если магнитные сопротивления магнитной цепи машины одинаковы во всех направлениях, т. е. $R_{ma} = R_{m_1} = R_{m_2} = R_m = \text{const}$, то все полученные выше соотношения для векторов магнитных потоков могут быть распространены и на соответствующие им магнито-движущие силы.

Таким образом получаем:

$$\dot{M}_2 = \dot{M}_1 + \dot{M}_2$$

и следовательно:

$$\dot{M}_1' = \dot{M}_1 + \dot{M}_2 \cos \theta$$

$$\dot{M}_1'' = \dot{M}_2 \sin \theta$$

$$\dot{M}_2' = \dot{M}_2 + \dot{M}_1 \cos \theta$$

$$\dot{M}_2'' = \dot{M}_1 \sin \theta.$$

А так как

$$\dot{M} = 0,4 \cdot \pi A \dot{w}$$

то

$$A \dot{w} = A \dot{w}_1 + A \dot{w}_2$$

и следовательно:

$$A \dot{w}_1' = A \dot{w}_1 + A \dot{w}_2 \cos \theta$$

$$A \dot{w}_1'' = A \dot{w}_2 \sin \theta$$

$$A \dot{w}_2' = A \dot{w}_2 + A \dot{w}_1 \cos \theta$$

$$A \dot{w}_2'' = A \dot{w}_1 \sin \theta$$

или

$$k_w \omega_1 I_1' = k_w \omega_1 I_1 + k_w \omega_2 I_1 \cos \theta$$

$$k_w \omega_1 I_1'' = k_w \omega_2 I_1 \sin \theta$$

$$k_w \omega_2 I_2' = k_w \omega_2 I_2 + k_w \omega_1 I_2 \cos \theta$$

$$k_w \omega_2 I_2'' = k_w \omega_1 I_2 \sin \theta,$$

где k_w — коэффициент использования обмотки статора, равный отношению геометрической суммы э.-д. сил проводников обмотки статора к их алгебраической сумме; при равномерном распределении проводников по поверхности активного слоя $k_w = \frac{2}{\pi}$; k_w — коэффициент использования обмотки

ротора; ω_1 — число последовательно соединенных витков обмотки статора; ω_2 — тоже обмотки ротора; I_1' , I_1'' , I_2' , I_2'' — некоторые фиктивные токи, которые, проходя по обмотке статора, создают м.-д. силы, соответственно равные $\dot{M}_1'$, $\dot{M}_1''$, $\dot{M}_2'$, $\dot{M}_2''$.

Обозначая $\frac{k\omega_1}{k\omega_1} = u_{21}$ — коэффициент трансформации обмоток ротора и статора, находим из последних соотношений:

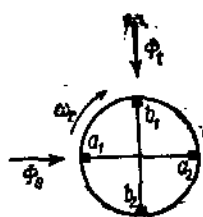
$$I_1' = I_1 (1 + u_{21} \cos \theta)$$

$$I_1'' = I_1 u_{21} \sin \theta$$

$$I_2' = I_1 (u_{21} + \cos \theta)$$

$$I_2'' = I_1 \sin \theta.$$

При изучении однофазных коллекторных двигателей иногда рассматриваются индуцируемые одним и тем же магнитным потоком в одной и той же обмотке э.-д. силы двух родов: „э.-д. сила пульсации“ и „э.-д. сила вращения“.



Фиг. 65.

На фиг. 65 представлен ротор с двойным комплектом коротко-замкнутых щеток $a_1 a_2$ и $b_1 b_2$, вращающийся по часовой стрелке с угловой скоростью ω_r в поле двух неподвижных в пространстве и пульсирующих с частотой f_p магнитных потоков: Φ_e — расположенного вдоль оси обмотки, замкнутой щетками $a_1 a_2$, и Φ_r , расположенного вдоль оси обмотки, замкнутой щетками $b_1 b_2$.

Когда ротор неподвижен, пульсирующий магнитный поток Φ_e индуцирует в обмотке $a_1 a_2$ „э.-д. силу пульсации“, численно равную

$$E_{ep} = 4k_{be} k_w \omega f_p \Phi_e 10^{-8}$$

и отстающую по фазе от потока Φ_e на 90 эл. градусов согласно основному уравнению:

$$e_p = -\omega \frac{d\Phi_e}{dt},$$

из которого следует, что если Φ_e изменяется, например по закону косинуса, то e_p будет изменяться уже по закону синуса.

Точно так же пульсирующий магнитный поток Φ_r будет индуцировать в обмотке $b_1 b_2$ „э.-д. силу пульсации“, численно равную

$$E_{rp} = 4k_{br} k_w \omega f_p \Phi_r 10^{-8}$$

и также отстающую от Φ_r на 90 эл. градусов.

Магнитный поток Φ_e в обмотке $b_1 b_2$ и поток Φ_r в обмотке $a_1 a_2$ при неподвижном роторе не могут индуцировать никаких э.-д. сил, так как силовые линии этих магнитных потоков при пульсации скользят по виткам указанных обмоток.

Если же ротор вращается, то проводники обмотки $b_1 b_2$ пересекают силовые линии магнитного потока Φ_e , а проводники обмотки $a_1 a_2$ — силовые линии потока Φ_r , и в обмотках индуцируются „э.-д. силы вращения“.

При этом поток Φ_e индуцирует в обмотке $b_1 b_2$ э.-д. силу вращения, численно равную

$$E_{er} = \frac{pn}{60} \frac{N}{a} \frac{\Phi_e}{\sqrt{2}} 10^{-8},$$

а по фазе или совпадающую с индуцирующим магнитным потоком или отличающуюся от него на 180 эл. градусов, так как ее численное значение достигнет максимума, когда имеет место численный максимум индукции потока Φ_e в междужелезном пространстве.

Направление этой э.-д. силы в проводниках обмотки может быть определено по „правилу правой руки“.

Если, считая ток в проводниках обмотки совпадающим по направлению с „э.-д. силой вращения“, получаем магнитный поток реакции ротора совпадающим по направлению с магнитным потоком (Φ), нормальным к индуцирующему магнитному потоку (Φ_e), то рассматриваемую э.-д. силу надлежит считать совпадающей по фазе с индуцирующим магнитным потоком, а в противном случае отличающейся от него по фазе на 180 эл. градусов.

При заданном направлении вращения э.-д. сила E_{er} оказывается совпадающей по фазе с потоком Φ_e .

Точно так же магнитный поток Φ_i индуцирует в обмотке $a_1 a_2$ „э.-д. силу вращения“, численно равную:

$$E_{ir} = \frac{pn}{60} \frac{N}{a} \frac{\Phi_i}{\sqrt{2}} 10^{-8}.$$

По вышеизложенному правилу э.-д. сила отличается от потока Φ_i на 180°.

Сравним численно действующие значения „э.-д. силы пульсации“ и „э.-д. силы вращения“, индуцируемых одним и тем же магнитным потоком Φ в одной и той же обмотке:

$$E_p = 4k_b k_w \omega f_p \Phi 10^{-8}$$

$$E_r = \frac{pn}{60} \frac{N}{a} \frac{\Phi}{\sqrt{2}} 10^{-8}$$

или

$$E_r = 4\omega f_r \frac{\Phi}{\sqrt{2}} 10^{-8};$$

отсюда:

$$\frac{E_r}{E_p} = \frac{f_r}{\sqrt{2} k_b k_w f_p}.$$

Если проводники обмотки распределены по поверхности активного слоя равномерно, то $k_w = \frac{2}{\pi}$; при синусоидальной форме распределения индукции магнитного потока в междужелезном пространстве $k_b = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$.

При таком условии:

$$E_r = E_p \frac{f_r}{f_p}.$$

Так как э.-д. сила E_p всегда отстает от индуктирующего магнитного потока на 90 эл. градусов, а э.-д. сила E_r или совпадает с ним по фазе или отличается на 180 эл. градусов, то соотношение между э.-д. силой E_p и E_r в векторно-комплексной форме примет вид:

$$\dot{E} = \pm j \dot{E}_p \frac{f_r}{f_p},$$

где j — символ отличия по фазе вектора $\dot{E}_p$ от $\dot{E}_r$ на 90°. Если E_r совпадает с Φ , то перед j надлежит брать знак минус, ибо поворот вектора $\dot{E}_p$ до совпадения с $\dot{E}_r$ совершается против направления вращения линии времени.

Если же $\dot{E}_r$ отличается по фазе от Φ на 180°, то в предыдущей формуле перед j надлежит брать знак плюс, так как в этом случае поворот на 90° вектора $\dot{E}_p$ до совпадения с вектором $\dot{E}_r$ совершается в направлении вращения линии времени.

Итак, численное значение э.-д. силы, индуктируемой в какой-либо обмотке пульсацией некоторого магнитного потока Φ_e , равно:

$$E_p = 4k_b k_w \omega f_p \Phi_e 10^{-8}.$$

На основании закона Каппа-Гопкинсона

$$\Phi_e = \frac{\mathfrak{M}_e}{R_m \nu},$$

где ν — коэффициент рассеяния; поэтому:

$$E_p = \frac{4k_b k_w \omega}{R_m \nu 10^8} f_p \mathfrak{M}_e;$$

или

$$E_p = \frac{1,6 \pi k_b k_w \omega}{R_m \nu 10^8} f_p A \omega_e,$$

так как

$$\mathfrak{M}_e = 0,4 \pi A \omega_e.$$

Если обозначим через I_e намагничивающий ток, т. е. ток, создающий ампервитки $A \omega_e$, через ω_e — число последовательно соединенных витков намагничивающей обмотки и через $k \omega_e$ — коэффициент использования последней, то получим:

$$A \omega_e = k \omega_e \omega_e I_e$$

и следовательно:

$$E_p = \frac{1,6 \pi k_b k_w \omega k \omega_e \omega_e}{R_m \nu 10^8} f_p I_e.$$

Если машина слабо насыщена, то R_m и χ являются величинами постоянными. Обозначив в этом случае:

$$\frac{1,6 \pi k_b k_w w k_w w_e}{R_m \nu \cdot 10^8} f_p = Z_a = \text{const},$$

найдем:

$$E_p = Z_a i_e,$$

т. е. „э.-д. сила пульсации“ оказывается пропорциональной току, создающему индуктирующий ее магнитный поток.

Коэффициент пропорциональности Z_a имеет размерность электрического сопротивления: если E_p выражена в вольтах, а i_e — в амперах, то Z_a должно быть выражено в омах. На основании этих соображений Z_a можно трактовать как полное кажущееся эквивалентное сопротивление машины намагничиваемому току. При таком условии $i_e Z_a$ является некоторым фиктивным падением напряжения, а так как падение напряжения по фазе всегда отличается от соответствующей ему э.-д. силы на 180° , то последнее соотношение в векторно-комплексной форме надлежит писать:

$$\dot{E}_p = -Z_a \dot{i}_e,$$

где в общем случае $Z_a = R_a - jX_a$, т. е. состоит из ваттного и безваттного сопротивления.

В таком случае выражение „э.-д. силы вращения“ приобретает следующий вид:

$$\dot{E}_r = \pm j \dot{E}_p \frac{f_r}{f_p} = \mp j Z_a \dot{i}_e \frac{f_r}{f_p}.$$

Сделав эти дополнительные разъяснения, необходимые для изложения дальнейшего, возвратимся к выводу основных соотношений для однофазного коллекторного двигателя с последовательным возбуждением.

Э.-д. сила, индуцируемая пульсацией магнитного потока, создаваемого током I_1' в обмотке статора, может быть представлена в следующем виде:

$$\dot{E}_{p1} = -Z_a \dot{i}_1' = -Z_a \dot{i}_1 (1 + u_{21} \cos \Theta).$$

Э.-д. сила, индуцируемая пульсацией магнитного потока тока i_1'' в обмотке статора, равна нулю, так как этот поток в пространстве направлен нормально к оси обмотки статора, и, следовательно, его силовые линии при пульсации „скользят“ по ее виткам, не пронизывая их.

Магнитный поток тока I_2' , пульсируя вдоль оси обмотки ротора, индуцирует в ней „э.-д. силу пульсации“:

$$\dot{E}_{2p} = -Z_a \dot{i}_2' u_{21} = -Z_a \dot{i}_1 (u_{21} + \cos \Theta) u_{21}.$$

Так как ось магнитного потока тока I_2' расположена в пространстве нормально к оси обмотки ротора, то при пульсации этого потока в обмотке ротора не будет индуцироваться никакой э.-д. силы. Однако если ротор придет во вращение, то в его обмотке будет индуцироваться э.-д. сила вращения, отличающаяся от потока по фазе на 180° :

$$\dot{E}_{2r} = -j Z_a \dot{i}_2' \frac{f_r}{f_p} u_{21} = -j Z_a \dot{i}_1 u_{21} c \sin \Theta,$$

где

$$c = \frac{f_r}{f_p}$$

Основное требование, предъявляемое к выбору коэффициента трансформации u_{21} и угла θ наклона осей обмоток ротора и статора, состоит в том, чтобы привести к нулю магнитный поток вдоль оси ротора, понижающий коэффициент мощности двигателя и создающий нежелательное магнитное поле в зоне коммутирования. При таком условии э.д.с. E_{2p} , индуцируемая этим потоком, также должна быть равна нулю, т. е. должно иметь место равенство:

$$E_{2p} = -Z_a I_1 (u_{21} + \cos \theta) u_{21} = 0$$

Это возможно лишь при условии:

$$u_{21} + \cos \theta = 0,$$

откуда

$$u_{21} = -\cos \theta.$$

В таком случае:

$$E_{1p} = -Z_a I_1 (1 + u_{21} \cos \theta) = -Z_a I_1 \sin^2 \theta$$

$$E_{2p} = -j Z_a I_1 c u_{21} \sin \theta = \pm j Z_a I_1 c \sin \theta \cos \theta.$$

Применяя второй закон Кирхгофа к цепи двигателя, находим для векторов:

$$\dot{V} + E_{1p} + E_{2p} = I_1 (Z_1 + Z_2), \quad (67')$$

где $Z_1 = R_1 - jX_1$ и $Z_2 = R_2 - jX_2$ — соответственно полные кажущиеся сопротивления обмоток статора и ротора. На фиг. 66 представлена векторная диаграмма двигателя согласно ур-нию (67').

Подставляя вместо э.д. сил E_{1p} и E_{2p} их значения, находим:

$$\dot{V} = I [Z_1 + Z_2 + Z_a (\sin \theta - jc \cos \theta) \sin \theta] \quad (67)$$

Обозначим:

$$\frac{\dot{V}}{I} = Z_1 + Z_2 + Z_a (\sin \theta - jc \cos \theta) \sin \theta = Z$$

и условимся под величиной Z понимать полное кажущееся эквивалентное сопротивление машины как некоторого электромагнитного механизма в целом.

При коротком замыкании, когда ротор двигателя неподвижен:

$$c = \frac{f_r}{f_p} = 0;$$

следовательно:

$$\frac{\dot{V}}{I_k} = Z_k = Z_1 + Z_2 + Z_a \sin^2 \theta.$$

При синхронном ходе двигателя, когда $f_r = f_p$, имеем $c = 1$ и, следовательно:

$$\frac{\dot{V}}{I_0} = Z_0 = Z_1 + Z_2 + Z_a (\sin \theta - j \cos \theta) \sin \theta.$$

Отсюда находим:

$$-jZ_a \sin \theta \cos \theta = Z_0 - (Z_1 + Z_r + Z_a \sin^2 \theta) = Z_0 - Z_k.$$

Таким образом при произвольной скорости двигателя, определяемой значением c , имеем:

$$\frac{\dot{V}}{I_1} = Z = Z_k + (Z_0 - Z_k) c;$$

откуда:

$$\dot{V} = I_1 [Z_k + (Z_0 - Z_k) c]. \quad (68)$$

При идеальном коротком замыкании $c = \frac{I_f}{I_p} = \pm \infty$, $Z_\infty = \pm \infty$; и следовательно

$$I_\infty = \frac{\dot{V}}{Z_\infty} = 0.$$

Итак, идеальное короткое замыкание для однофазного сериес-двигателя является одновременно и „идеальным холостым ходом“, когда его ток равен нулю; следовательно

$$Z_\infty = Z_0.$$

Положим:

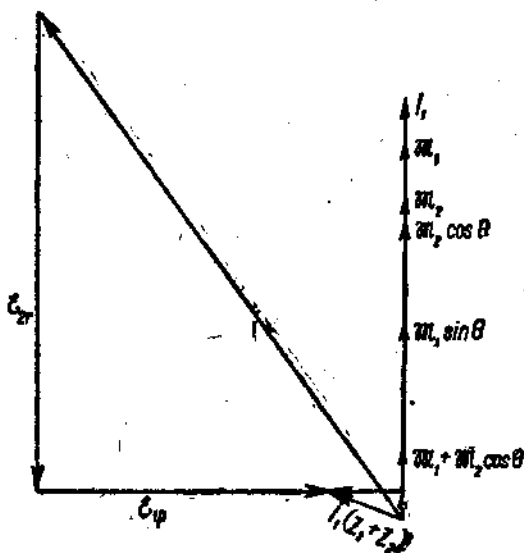
$$Z_k^i = R_k - jX_k; \quad Z_0 = R_0 - jX_0,$$

тогда получим:

$$\dot{V} = I_1 \{ [R_k + (R_0 - R_k) c] - j[X_k + (X_0 - X_k) c] \}. \quad (68')$$

Для определения кривой, по которой скользит конец вектора тока с изменением параметра c при постоянных V , R_k , R_0 , X_k и X_0 выберем такую систему координатных осей, в которой вещественная ось ординат η была бы направлена вертикально снизу вверх, а мнимая ось абсцисс ξ — горизонтально слева направо; за начало координат и векторов $\dot{V}$ и I_1 примем точку пересечения осей η и ξ . Вектор напряжения $\dot{V}$ направим вертикально вверх, вдоль вещественной оси ординат η ; тогда аргумент вектора $\dot{V}$ будет равен нулю, а вектор $\dot{V}$ — своему модулю:

$$\dot{V} = V.$$



Фиг. 66.

Если закрепить начало вектора I_1 в начале координат, то положение его можно будет определить координатами η и ξ его конца; положив:

$$I_1 = \eta + j\xi;$$

из последнего соотношения получим:

$$V = (\eta + j\xi) \{ [R_k + (R_0 - R_k)c] - j[X_k + (X_0 - X_k)c] \}$$

или, раскрывая скобки:

$$V = \{ \eta [R_k + (R_0 - R_k)c] + \xi [X_k + (X_0 - X_k)c] \} + \\ + j \{ \xi [R_k + (R_0 - R_k)c] - \eta [X_k + (X_0 - X_k)c] \}.$$

Так как два комплексных количества могут быть равны между собою лишь при условии равенства их вещественных и мнимых частей, то последнее комплексное уравнение может быть заменено двумя вещественными:

$$\begin{cases} V = \eta [R_k + (R_0 - R_k)c] + \xi [X_k + (X_0 - X_k)c] \\ 0 = \xi [R_k + (R_0 - R_k)c] - \eta [X_k + (X_0 - X_k)c] \end{cases} \quad (69)$$

Полученную систему ур-ний (69) можно рассматривать как параметрическое уравнение искомой кривой. В самом деле, задаваясь произвольным значением c , можно определить из системы ур-ний (69) соответствующие этому значению c координаты η и ξ конца вектора тока. Чтобы получить уравнение кривой в явной форме, исключим параметр c из системы ур-ний (69):

$$(\eta - \eta_m)^2 + (\xi - \xi_m)^2 = r^2, \quad (70)$$

где

$$\eta_m = \frac{V}{2} \cdot \frac{X_k - X_0}{X_k R_0 - R_k X_0};$$

$$\xi_m = \frac{V}{2} \cdot \frac{R_0 - R_k}{X_k R_0 - R_k X_0}$$

$$r = V \sqrt{\eta_m^2 + \xi_m^2}.$$

Ур-ние (70) показывает, что искомая кривая есть окружность радиуса r , проходящая через начало координат с центром в точке, определяемой координатами η_m и ξ_m .

Подставляя в ур-ние (69) последовательно $c=0$, $c=1$, $c=\pm\infty$ и, решая затем полученную таким образом систему уравнений относительно η и ξ , находим координаты точек короткого замыкания, синхронного хода и идеального короткого замыкания (или идеального холостого хода):

$$\eta_k = \frac{VR_k}{R_k^2 + X_k^2};$$

$$\xi_k = \frac{VX_k}{R_k^2 + X_k^2};$$

$$\eta_0 = \frac{VR_0}{R_0^2 + X_0^2};$$

$$\xi_0 = \frac{VX_0}{R_0^2 + X_0^2};$$

$$\eta_\infty = \eta_x = 0;$$

$$\xi = \xi_x = 0.$$

Таким образом точка идеального холостого хода (или идеального короткого замыкания) оказывается лежащей в начале координат.

Определим силу тока и коэффициент мощности при коротком замыкании, экстремном ходе и идеальном холостом ходе:

$$I_k = \sqrt{\eta_k^2 + \xi_k^2}; \quad \cos \varphi_k = \frac{\eta_k}{I_k};$$

$$I_0 = \sqrt{\eta_0^2 + \xi_0^2}; \quad \cos \varphi_0 = \frac{\eta_0}{I_0};$$

$$I_\infty = \sqrt{\eta_\infty^2 + \xi_\infty^2} = 0.$$

Коэффициент мощности при идеальном холостом ходе (или идеальном коротком замыкании) $\cos \varphi_\infty$ определим как косинус угла наклона к оси ординат касательной к окружности [уравнение (67)], проведенной через начало координат, т. е. через точку идеального короткого замыкания, так как положение этой касательной есть предельное положение секущей, проходящей через начало координат, когда длина ее хорды стремится к нулю:

$$\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} + \varphi_\infty \right) = \left(\frac{d\eta}{d\xi} \right)_{\substack{\eta=0 \\ \xi=0}} = \left[-\frac{\xi - \xi_m}{\eta - \eta_m} \right]_{\substack{\eta=0 \\ \xi=0}} = -\frac{R_0 - R_k}{X_k - X_0}$$

$$\sin \left(\frac{\pi}{2} + \varphi_\infty \right) = -\frac{R_0 - R_k}{\sqrt{(X_k - X_0)^2 + (R_0 - R_k)^2}} = \cos \varphi_\infty.$$

Итак:

$$\cos \varphi_\infty = -\frac{R_0 - R_k}{\sqrt{(X_k - X_0)^2 + (R_0 - R_k)^2}}.$$

Механическая мощность P_m , передаваемая ротором валу, равна вещественной части произведения векторов $\vec{E}_2$ и $\vec{I}_1$, причем один из этих векторов должен быть заменен сопряженным.

$$\begin{aligned} \vec{E}_2 &= +jZ_a \vec{I}_1 c \sin \theta \cos \theta = \\ &= +j(R_a - jX_a) \frac{\dot{V} c \sin \theta \cos \theta}{[R_k + (R_0 - R_k)c] - j[X_k + (X_0 - X_k)c]}; \\ \dot{V} \\ \dot{I}_1 &= \frac{\dot{V}}{[R_k + (R_0 - R_k)c] - j[X_k + (X_0 - X_k)c]}. \end{aligned}$$

В качестве сопряженного берем вектор $\dot{I}_1$; тогда произведение будет:

$$\begin{aligned} &+j(R_a - jX_a) \frac{\dot{V} c \sin \theta \cos \theta}{[R_k + (R_0 - R_k)c] - j[X_k + (X_0 - X_k)c]} \times \\ &\times \frac{\dot{V}}{[R_k + (R_0 - R_k)c] + j[X_k + (X_0 - X_k)c]}, \end{aligned}$$

откуда мощность на валу, как вещественная часть произведения:

$$P_m = \frac{cV^2 X_a \sin \theta \cos \theta}{[R_k + (R_0 - R_k)c]^2 + [X_k + (X_0 - X_k)c]^2}. \quad (71)$$

Из ур-ния (71) следует:

1) $P_m = 0$ при $c = 0$ и $c = \pm \infty$; т. е. линия механических мощностей проходит через точки короткого замыкания и идеального короткого замыкания (или идеального холостого хода);

2) $P_m = 0$ при $\theta = \frac{\pi}{2}$ и $\theta = \pi$;

3) P_m достигает наибольшего численного значения при $\theta = \frac{3}{4}\pi$.

4) P_m меняет знак при изменении угла θ на 90° , т. е. при повороте щеток на 90 эл. градусов.

Вращающий момент двигателя

$$M_m = \frac{P_m}{\omega_r},$$

а так как:

$$\omega_r = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2\pi f_r}{p} = \frac{2\pi f_p}{p} c,$$

то

$$M_m = \frac{V^2 p X_a}{2\pi f_p} \cdot \frac{\sin \theta \cos \theta}{[R_k + (R_0 - R_k) c]^2 + [X_k + (X_0 - X_k) c]^2} \quad (72)$$

Из этого соотношения следует:

1) знак M_m не зависит от знака c , т. е. вращающий момент остается положительным („моторным“) при всех скоростях двигателя;

2) вращающий момент меняет знак при сдвиге щеток на 90 эл. градусов: машина из „моторного“ режима работы переходит в „генераторный“;

3) вращающий момент достигает наибольшего численного значения при $\theta = \frac{3}{4}\pi$ или $\theta = \frac{5}{4}\pi$ и обращается в нуль при $\theta = \frac{\pi}{2}$; $\theta = \pi$ и $\theta = \frac{3}{2}\pi$;

4) вращающий момент обращается в нуль лишь при $c = \pm \infty$, т. е. только при идеальном холостом ходе (или идеальном коротком замыкании), таким образом линия вращающих моментов имеет с окружностью токов только одну общую точку — точку идеального холостого хода (или идеального короткого замыкания); следовательно линия вращающих моментов является касательной к окружности токов в точке идеального холостого хода, т. е. в начале координат.

Мощность, подводимая к двигателю из сети:

$$P_{H1} = \text{вещ. часть } [\dot{V} \cdot (\text{сопряж. } \dot{I})] = \text{вещ. часть } [\dot{V}(\eta - j\xi)] = \dot{V}\eta.$$

Следовательно $P_{H1} = 0$ при $\eta = 0$.

Итак, ось абсцисс ξ является линией мощностей P_{H1} (фиг. 67).

Предположим, для простоты, что суммарные электромагнитные потери в двигателе пропорциональны квадрату тока, что весьма близко к истине при малых насыщениях железа.

При таком условии линия суммарных потерь w в двигателе будет полуполюарой окружности при полюсе в начале координат. Так как начало координат лежит на окружности токов, то полуполюара будет касательной

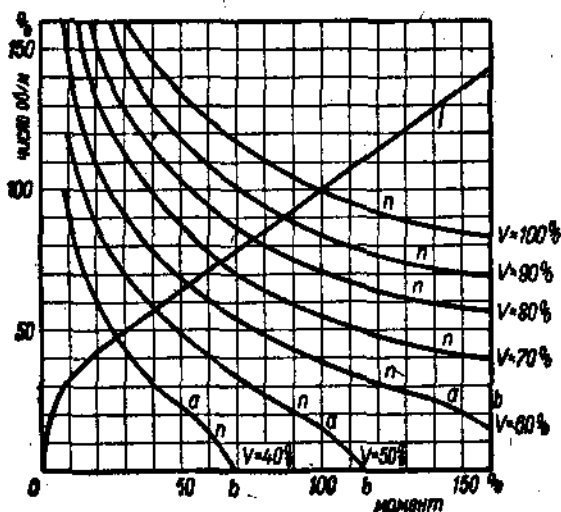
В качестве шкалы коэффициента мощности принимаем диаметр окружности с центром на оси ординат, при чем ось абсцисс оказывается касательной этой окружности, коэффициент мощности при этом измеряется длиной хорды, отсекаемой вектором тока на окружности, в долях ее диаметра.

На фиг. 67 представлена рабочая диаграмма однофазного сериес-двигателя, а на фиг. 68 — пучок механических характеристик $n=f(M_m)$ для различных значений параметра напряжения V , приложенного к клеммам двигателя и изменяемого при помощи секционированного трансформатора или автотрансформатора.

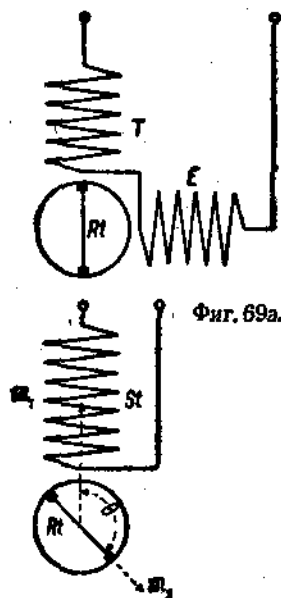
§ 8. Репульсионные двигатели.

Однофазный репульсионный двигатель является наиболее близким по своим свойствам к рассмотренному выше двигателю с последовательным возбуждением.

Схема этого двигателя представлена на фиг. 69а. Ротор не имеет непосредственного электрического соединения с сетью; благодаря этому его обмотка и коллектор при надлежащем выборе коэффициента трансформации



Фиг. 68.



Фиг. 69а.

Фиг. 69б.

обмоток статора и ротора могут быть рассчитаны на напряжение, меньшее сетевого, чем достигаются лучшие условия коммутирования.

На статоре двигателя расположены две обмотки: одна — трансформаторная T , ось которой совпадает с осью обмотки ротора; и вторая — обмотка возбуждения E : ее ось нормальна к оси обмотки ротора.

Иногда эти двигатели конструируются с одной обмоткой St на статоре, как это представлено на схеме (фиг. 69б), при этом м.-д. сила обмотки St должна быть равна геометрической сумме м.-д. сил обмоток T и E (схемы фиг. 69а).

Диаграмма пространственного распределения м.-д. сил репульсионного двигателя схемы фиг. 69b та же (фиг. 64), что и однофазного серийно-двигателя схемы фиг. 63b.

В соответствии с этим по предыдущему находим:

$$\left. \begin{aligned} \dot{M}'_1 &= \dot{M}_1 + \dot{M}_2 \cos \theta \\ \dot{M}''_1 &= \dot{M}_2 \sin \theta \\ \dot{M}'_2 &= \dot{M}_2 + \dot{M}_1 \cos \theta \\ \dot{M}''_2 &= \dot{M}_1 \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (73)$$

или

$$\begin{aligned} k_{w1} w_1 \dot{I}'_1 &= k_{w1} w_1 \dot{I}_1 + k_{w2} w_2 \dot{I}_2 \cos \theta \\ k_{w1} w_1 \dot{I}''_1 &= k_{w2} w_2 \dot{I}_2 \sin \theta \\ k_{w1} w_1 \dot{I}'_2 &= k_{w2} w_2 \dot{I}_2 + k_{w1} w_1 \dot{I}_1 \cos \theta \\ k_{w1} w_1 \dot{I}''_2 &= k_{w1} w_1 \dot{I}_1 \sin \theta, \end{aligned}$$

где $\dot{I}_2$ — ток обмотки ротора, вообще говоря отличающийся и по величине и по фазе от тока обмотки статора, $\dot{I}'_1$, $\dot{I}''_1$, $\dot{I}'_2$, $\dot{I}''_2$ — некоторые фиктивные токи, которые, проходя по обмотке статора, создают м.-д. силы, совпадающие по величине и фазе соответственно с $\dot{M}'_1$; $\dot{M}''_1$; $\dot{M}'_2$ и $\dot{M}''_2$.

Из последних соотношений находим значения фиктивных намагничивающих токов, приведенных к обмотке статора:

$$\begin{aligned} \dot{I}'_1 &= \dot{I}_1 + \dot{I}_2 u_{21} \cos \theta \\ \dot{I}''_1 &= \dot{I}_2 u_{21} \sin \theta \\ \dot{I}'_2 &= \dot{I}_2 u_{21} + \dot{I}_1 \cos \theta \\ \dot{I}''_2 &= \dot{I}_1 \sin \theta, \end{aligned}$$

где $u_{21} = \frac{k_{w2} w_2}{k_{w1} w_1}$ — коэффициент трансформации.

Следовательно, э.-д. сила, индуцируемая пульсацией магнитного потока, создаваемого током $\dot{I}'_1$ в обмотке статора:

$$E_{1p} = -Z_a (\dot{I}_1 + \dot{I}_2 u_{21} \cos \theta).$$

Э.-д. сила, индуцируемая в обмотке ротора пульсацией магнитного потока тока $\dot{I}''_2$:

$$\dot{E}_{2p} = -Z_a (\dot{I}_2 u_{21} + \dot{I}_1 \cos \theta) u_{21}.$$

Э.-д. сила, индуцируемая в обмотке ротора, вследствие вращения последнего в магнитном потоке тока $\dot{I}''_2$:

$$\dot{E}_{2r} = +j Z_a \dot{I}_1 u_{21} c \sin \theta,$$

где $c = \frac{f_r}{f_p}$.

Обозначив через $Z_1 = R_1 - jX_1$ и $Z_2 = R_2 - jX_2$ полные кажущиеся

Как и в случае однофазного сериес-двигателя, обозначим:

$$Z = Z_1 + Z_a - \frac{Z_a^2 u_{21}^2 \cos^2 \theta}{Z_2 + Z_a u_{21}^2} + j \frac{Z_a^2 u_{21}^2 \cos \theta \sin \theta}{Z_2 + Z_a u_{21}^2} c$$

и будем трактовать $Z = R - jX$ как некоторое полное кажущееся эквивалентное электрическое сопротивление репульсионного мотора.

При коротком замыкании, когда ротор неподвижен, $c = 0$, и сопротивление:

$$Z_a = Z_1 + Z_a - \frac{Z_a^2 u_{21}^2 \cos^2 \theta}{Z_2 + Z_a u_{21}^2}.$$

При синхронном вращении двигателя, $c = 1$ и сопротивление при этом:

$$Z_0 = Z_1 + Z_a - \frac{Z_a^2 u_{21}^2 \cos^2 \theta}{Z_2 + Z_a u_{21}^2} + j \frac{Z_a^2 u_{21}^2 \cos \theta \sin \theta}{Z_2 + Z_a u_{21}^2},$$

отсюда

$$j \frac{Z_a^2 u_{21}^2 \cos \theta \sin \theta}{Z_2 + Z_a u_{21}^2} = Z_0 - Z_k!$$

Следовательно, сопротивление двигателя для произвольной скорости, определяемой соответствующим значением c , будет:

$$Z = Z_k + (Z_0 - Z_k) c,$$

Таким образом, как и для однофазного сериес-двигателя, соотношение между напряжением сети и током может быть представлено в форме:

$$\dot{V} = \dot{I}_1 [Z_k + (Z_0 - Z_k) c] \quad (76)$$

При „идеальном коротком замыкании“ $c = \pm \infty$ и, следовательно:

$$Z_\infty = \infty.$$

Так как при этом $\dot{I}_\infty = \frac{\dot{V}}{Z_\infty} = 0$, то здесь, как и в случае однофазного сериес-двигателя, „идеальное короткое замыкание“ является в сущности „идеальным холостым ходом“.

Основное уравнение (76) репульсионного двигателя вполне совпадает по форме с основным уравнением (68) однофазного сериес-двигателя. Поэтому после соответствующих выкладок найдем, подобно предыдущему, уравнение кривой, по которой скользит конец вектора тока $\dot{I}_1$ с изменением c , при $\dot{V} = \text{const}$:

$$(\eta - \eta_m)^2 + (\xi - \xi_m)^2 = r^2, \quad (77)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \eta_m &= \frac{V}{2} \cdot \frac{X_k - X_0}{X_k R_0 - R_0 X_0}; \quad \xi_m = \frac{V}{2} \cdot \frac{R_0 - R_k}{X_k R_0 - R_k X_0} \\ r &= \sqrt{\eta_m^2 + \xi_m^2} \end{aligned} \right\} \quad (78)$$

Кривая эта, как и в предыдущем случае, оказывается окружностью радиуса r , проходящую через начало координат и имеющую центр в точке с координатами η_m и ξ_m (фиг. 71).

Точно так же находим координаты точек короткого замыкания (или идеального холостого хода):

$$\eta_k = \frac{VR_k}{R_k^2 + X_k^2};$$

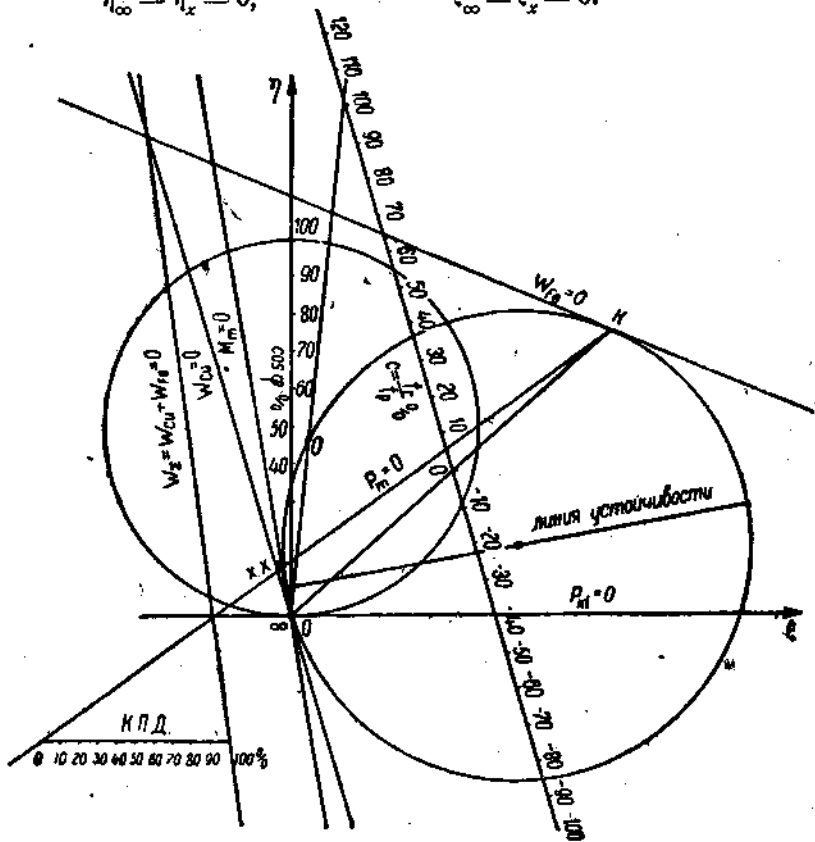
$$\epsilon_k = \frac{VX_k}{R_k^2 + X_k^2};$$

$$\tau_0 = \frac{VR_0}{R_0^2 + X_0^2};$$

$$\xi_0 = \frac{V X_0}{R_0^2 + X_0^2};$$

$$\eta_{\infty} = \eta_r = 0;$$

$$\xi_B = \xi_x = 0.$$



Фиг. 71.

Токи и коэффициенты мощности, соответствующие трем названным точкам:

$$I_k = \sqrt{\eta_k^2 + \varepsilon_k^2};$$

$$\cos \varphi_k = \frac{\eta_k}{\sqrt{\eta_k^2 + \xi_k^2}};$$

$$I_0 = \sqrt{\eta_0^2 + \xi_0^2};$$

$$\cos \varphi_0 = \frac{\eta_0}{\sqrt{\eta_0^2 + \xi_0^2}};$$

$$I_{\infty} = 0;$$

$$\cos \varphi_{\infty} = - \frac{R_0 - R_k}{\sqrt{(X_k - X_0)^2 + (R_0 - R_k)^2}}.$$

Из второго уравнения системы (74) находим:

$$i_2 = -i_1 \frac{Z_a u_{21}}{Z_2 + Z_a u_{21}^2} (\cos \theta - j c \sin \theta)$$

или

$$\dot{i}_2 = -\dot{V} \frac{Z_a u_{21} (\cos \theta - j c \sin \theta)}{[Z_k + (Z_0 - Z_k) c] \cdot (Z_2 + Z_a u_{21}^2)}.$$

Э.-д. сила вращения ротора:

$$\dot{E}_{2r} = +j \dot{Z}_a \dot{i}_1 u_{21} c \sin \theta$$

или

$$\dot{E}_{2r} = +j \dot{V} \frac{Z_a u_{21} c \sin \theta}{Z_k + (Z_0 - Z_k) c}.$$

Механическая мощность P_m равна вещественной части произведения векторов $\dot{i}_2$ и $\dot{E}_{2r}$; при этом один из них должен быть взят в сопряженной форме. Возьмем в сопряженной форме вектор $\dot{E}_{2r}$; тогда:

$$P_m = \frac{V^2 u_{21}^2 (R_a^2 + X_a^2)}{(R_2 + R_a u_{21}^2)^2 + (X_2 + X_a u_{21}^2)^2} \times \\ \times \frac{c [c (R_2 + R_a u_{21}^2) \sin \theta - (X_2 + X_a u_{21}^2) \cos \theta] \sin \theta}{[R_k + (R_0 - R_k) c]^2 + [X_k + (X_0 - X_k) c]^2}. \quad (79)$$

Из этого уравнения следует, что

1) механическая мощность двигателя обращается в нуль при $c = 0$, т. е. при коротком замыкании двигателя и при некоторой скорости вращения, определяемой значением c :

$$c_x = \frac{X_2 + X_a u_{21}^2}{R_2 + R_a u_{21}^2} \operatorname{ctg} \theta. \quad (80)$$

Соответствующее значение „частоты вращения“ назовем „частотой вращения холостого хода“.

$$f_x = f_p c_x = f_p \frac{X_2 + X_a u_{21}^2}{R_2 + R_a u_{21}^2} \operatorname{ctg} \theta;$$

2) для заданной скорости вращения двигателя механическая мощность обращается в нуль при угле сдвига щеток:

$$\theta = 0; \theta = \pi; \theta = \arccotg \frac{R_2 + R_a u_{21}^2}{X_2 + X_a u_{21}^2} c.$$

Вращающий момент двигателя:

$$M_m = \frac{P_m}{\omega_r} = \frac{P_m p}{2\pi f_p c},$$

$$M_m = \frac{V^2 p u_{21}^2 (R_a^2 + X_a^2)}{2\pi f_p [(R_2 + R_a u_{21}^2)^2 + (X_2 + X_a u_{21}^2)^2]} \times \\ \times \frac{[c(R_2 + R_a u_{21}^2) \sin \theta - (X_2 + X_a u_{21}^2)] \cos \theta \sin \theta}{\{[R_k + (R_0 - R_k) c]^2 + [X_k + (X_0 - X_k) c]^2\}} \quad (81)$$

Отсюда следует:

1. $M_m = 0$; при $c = c_x$ и $c = \pm \infty$, т. е. при холостом ходе двигателя и при идеальном холостом ходе; таким образом репульсионный двигатель, в отличие от серийс-двигателя, имеет „пограничную скорость“ (скорость холостого хода). При увеличении скорости выше „пограничной“ момент M_m становится отрицательным и остается таковым до идеального холостого хода, когда, при $c = \pm \infty$, M_m вновь обращается в нуль.

2. Знак вращающего момента, вообще говоря, зависит от знака c , т. е. от направления вращения, что не имеет места для однофазного серийс-двигателя.

3. $M_m = 0$, при $\theta = 0$; $\theta = \pi$ и $\theta = \arctg c \frac{R_2 + R_a u_{21}^2}{X_2 + X_a u_{21}^2}$; M_m изменяет знак при изменении θ , т. е. при повороте щеток на 90 эл. градусов против направления вращения ротора и на 180 эл. градусов в любую сторону. Так как поворот щеток на 180 эл. градусов равносильен переключению клемм статора, то вращающий момент двигателя становится отрицательным при включении на „противоток“.

Итак, на круговой диаграмме линия механических мощностей репульсионного двигателя проходит через точки короткого замыкания, когда $c = 0$, и точки холостого хода $c = c_x$; линия вращающих моментов проходит через точку идеального холостого хода, когда $c = \pm \infty$ (т. е. через начало координат) и через точку холостого хода, когда $c = c_x$.

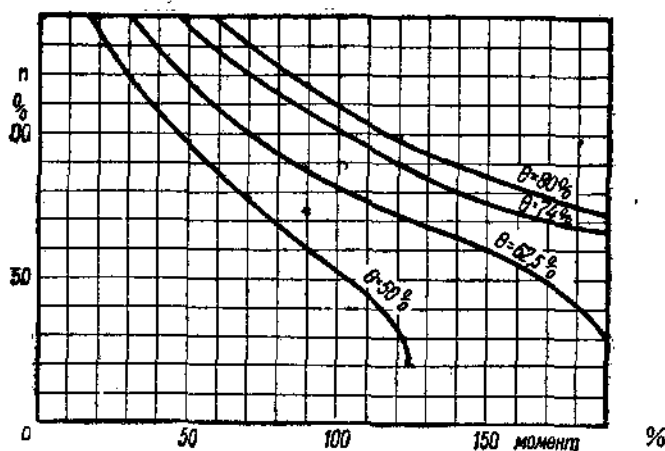
Линия потерь в железе w_{Fe} есть полуось точки короткого замыкания, а линия потерь в меди w_{Cu} — полуось точки начала координат; линия общих потерь проходит через точки пересечения линии $w_{Fe} = 0$ с линией $w_{Cu} = 0$ и линии $P_m = 0$ с линией $P_{kl} = 0$.

На фиг. 71 представлена круговая диаграмма однофазного репульсионного двигателя схемы фиг. 69а и 69б, а на фиг. 72 — пучок механических характеристик двигателя для различных значений параметра угла θ сдвига щеток по коллектору. Если в ур-нии (81) вместо R_k , X_k , R_0 и X_0 подставить их значения в функции параметров машины и угла θ и затем определить из уравнения $\frac{dM_m}{d\theta} = 0$ значение θ , при котором M_m достигает

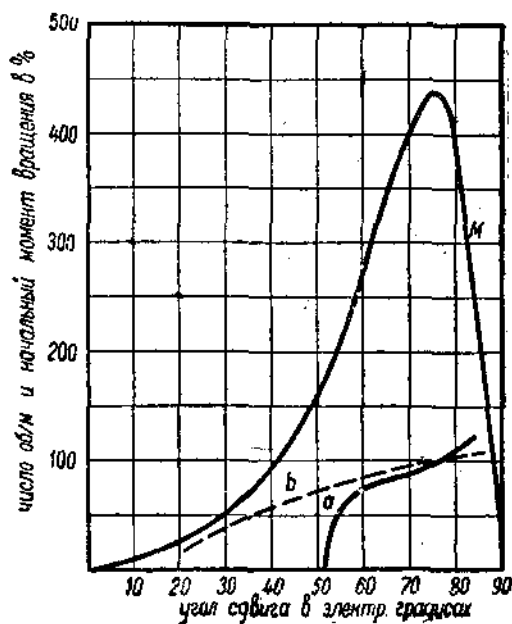
наибольшего значения для заданной скорости вращения, то для репульсионных двигателей нормального типа найдем это значение угла θ лежащим около 150 эл. градусов при $c = 0$, т. е. в момент пуска. На фиг. 73 представлена зависимость пускового момента M_A от угла сдвига щеток по коллектору. На той же фиг. 73 кривая a дает зависимость числа оборотов двигателя от угла сдвига щеток при моменте сопротивления на валу, не зависящем от числа оборотов, а кривая b (пунктир) представляет ту же

зависимость, но при моменте сопротивления, пропорциональном квадрату числа оборотов (привод вентилятора).

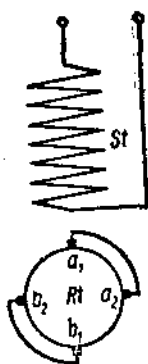
На фиг. 74 дана схема однофазного репульсионного двигателя системы Дери с двойным комплектом коротко-замкнутых щеток a_1a_2 и b_1b_2 ; из них



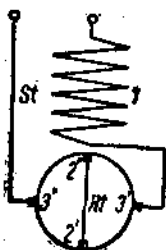
Фиг. 72.



Фиг. 73.



Фиг. 74.



Фиг. 75.

щетки a_1 и b_1 неподвижны, а a_2 и b_2 передвигаются при помощи специальной траверзы.

В этом двигателе током обтекаются только провода секций, подключенных к коллекторным пластинам, лежащим между коротко-замкнутыми щетками a_1a_2 и b_1b_2 . Двигатели этого типа допускают более плавную регу-

лировку скорости. В самом деле, если в двигателях с одним комплектом щеток угол поворота щеток равен углу смещения оси обмотки ротора, то в двигателях Дери угол смещения оси обмотки ротора равен половине угла поворота подвижных щеток, т. е. здесь как бы удваивается число коллекторных пластин, а следовательно и плавность регулирования.

Так как, кроме того, в этом двигателе коммутирование тока происходит не от $(-I)$ до $(+I)$, как в двигателе с одним комплектом щеток, а от $(+I)$ до 0 или от $(-I)$ до 0, то здесь условия коммутирования оказываются более благоприятными.

На фиг. 75 представлена схема однофазного компенсированного репульсионного двигателя. Здесь магнитный поток возбуждения создается самим ротором при прохождении по его обмотке тока статора в направлении щеток возбуждения $3'$ и $3''$, устанавливаемых под углом 90° к рабочим щеткам $2'$ и $2''$. Ось „рабочей“ обмотки ротора, определяемая положением щеток $2'$ и $2''$, оказывается перпендикулярной к оси его обмотки „возбуждения“, определяемой положением щеток $3'$ и $3''$ и совпадающей с осью трансформаторной обмотки статора. Таким образом в рассматриваемом двигателе м.-д. сила вдоль оси обмотки статора и рабочей обмотки ротора:

$$M_t = M_1 + M_2,$$

а вдоль оси обмотки возбуждения ротора:

$$M_e = M_3. \quad (82)$$

Переходя от м.-д. сил к ампервиткам, получаем:

$$k_w w_1 \dot{I}_t = k_w w_1 \dot{I}_1 + k_w w_2 \dot{I}_2$$

$$k_w w_1 \dot{I}_e = k_w w_2 \dot{I}_1,$$

откуда

$$\dot{I}_t = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 u_2,$$

$$\dot{I}_e = \dot{I}_1 u_2.$$

Э.-д. сила, индуцируемая пульсацией магнитного потока, создаваемого током $\dot{I}_t$ в обмотке статора:

$$\dot{E}_{1p} = -Z_a \dot{I}_t.$$

Э.-д. сила, индуцируемая пульсацией того же потока в „рабочей“ обмотке ротора:

$$\dot{E}_{2p} = -Z_a \dot{I}_e u_2.$$

Э.-д. сила, индуцируемая магнитным потоком тока $\dot{I}_e$ в рабочей обмотке ротора, вследствие вращения последнего:

$$\dot{E}_{2r} = +jZ_a \dot{I}_e u_2 c.$$

Э.-д. сила, индуцируемая пульсацией потока тока $\dot{I}_e$ в обмотке возбуждения ротора:

$$\dot{E}_{3p} = -Z_a \dot{I}_e u_{21}.$$

Э.-д. сила, индуцируемая в обмотке возбуждения ротора, вследствие вращения последнего в магнитном поле тока I_f :

$$\dot{E}_{3r} = -jZ_a \dot{I} \mu_2 c.$$

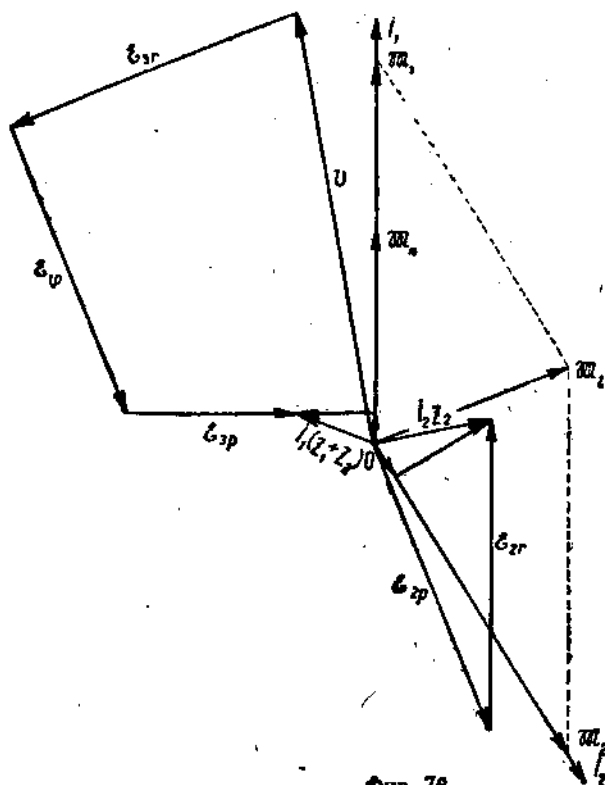
На основании второго закона Кирхгофа в применении к цепи с обмоткой статора и обмоткой возбуждения ротора получаем уравнение:

$$\dot{V} + \dot{E}_{1p} + \dot{E}_{3p} + \dot{E}_{3r} = \dot{I}_1 \cdot (Z_1 + Z_2),$$

а для цепи рабочей обмотки ротора:

$$\dot{E}_{2p} + \dot{E}_{2r} = \dot{I}_2 Z_2,$$

(83)



Фиг. 76.

где Z_1 и Z_2 — полные кажущиеся сопротивления обмоток статора и ротора. На фиг. (76) представлена векторная диаграмма двигателя, построенная на основании ур-ний (82) и (83).

На основании предыдущих соотношений два последних уравнения (83) могут быть представлены в следующей форме:

$$\dot{V} = \dot{I}_1 [Z_1 + Z_2 + Z_a + Z_a u_2^2 + jZ_a u_2 c] + \dot{I}_2 [u_2 Z_a + jZ_a u_2^2 c]$$

$$0 = \dot{I}_1 [Z_a u_2 - jZ_a u_2^2 c] + \dot{I}_2 [Z_2 + Z_a u_2^2].$$

Исключая из этой системы уравнений ток $\dot{I}_2$, получим основное уравнение компенсированного релюсионного двигателя:

$$\dot{V} = \dot{I}_1 \left[Z_1 + Z_2 + Z_a(1 + u_{21}^2 + j u_{21}c) - \frac{u_{21}^2 Z_a^2 (1 + u_{21}^2 c^2)}{Z_2 + Z_a u_{21}^2} \right] \quad (84)$$

Подставляя сюда: $Z_1 = R_1 - jX_1$; $Z_2 = R_2 - jX_2$; $Z_a = R_a - jX_a$ и отделяя в квадратных скобках вещественную часть от мнимой, находим:

$$\begin{aligned} \dot{V} = \dot{I}_1 \left\{ \left[R_1 + R_2 + R_a(1 + u_{21}^2) + X_a u_{21}c + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{[(X_a^2 - R_a^2)(R_2 + R_a u_{21}^2) - 2X_a R_a (X_2 + X_a u_{21}^2)] u_{21}^2 (1 + u_{21}^2 c^2)}{(R_2 + R_a u_{21}^2)^2 + (X_2 + X_a u_{21}^2)^2} \right] - \right. \\ \left. - j \left[X_1 + X_2 + X_a(1 + u_{21}^2) - R_a u_{21}c - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{[(X_a^2 - R_a^2)(X_2 + X_a u_{21}^2) + 2X_a R_a (R_2 + R_a u_{21}^2)] u_{21}^2 (1 + u_{21}^2 c^2)}{(R_2 + R_a u_{21}^2)^2 + (X_2 + X_a u_{21}^2)^2} \right] \right\}. \quad (85) \end{aligned}$$

При значении величины c , обращающем в нуль множитель при j в фигурных скобках ур-ния (85), в этих скобках останется только вещественное число. Так как умножение любого вектора, и в частности вектора $\dot{I}_1$ на вещественное число влечет за собою только изменение его численного значения без изменения аргумента, т. е. фазы, то при указанном значении c вектор $\dot{I}_1$ оказывается совпадающим по фазе с вектором $\dot{V}$, т. е. с напряжением сети.

Итак, при значении c , равном одному из корней квадратного уравнения:

$$\begin{aligned} & X_1 + X_2 + X_a(1 + u_{21}^2) - R_a u_{21}c - \\ & - \frac{(X_a^2 - R_a^2)(X_2 + X_a u_{21}^2) + 2X_a R_a (R_2 + R_a u_{21}^2)] u_{21}^2 (1 + u_{21}^2 c^2)}{(R_2 + R_a u_{21}^2)^2 + (X_2 + X_a u_{21}^2)^2} = 0; \\ \text{или} & \left. \begin{aligned} & c^2 + \frac{R_a [(R_2 + R_a u_{21}^2)^2 + (X_2 + X_a u_{21}^2)^2]}{u_{21}^3 [(X_a^2 - R_a^2)(X_2 + X_a u_{21}^2) + 2X_a R_a (R_2 + R_a u_{21}^2)]} c - \\ & - \frac{[(R_2 + R_a u_{21}^2)^2 + (X_2 + X_a u_{21}^2)^2] [X_1 + X_2 + X_a(1 + u_{21}^2)]}{u_{21}^4 [(X_a^2 - R_a^2)(X_2 + X_a u_{21}^2) + 2X_a R_a (R_2 + R_a u_{21}^2)]} - \frac{1}{u_{21}^2} \Big\} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (86) \end{aligned}$$

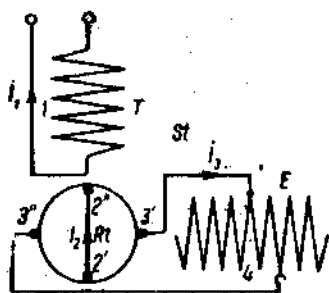
коэффициент мощности двигателя становится равным единице: для одного из корней при работе двигателем и для другого — генератором.

Например, если пренебречь намагничивающим током двигателя, т. е. положить $Z_a = \infty$, или $X_a = \infty$ и $R_a = 0$, то искомое значение c будет равно единице, т. е. полная компенсация наступит при синхронном ходе.

Таким образом компенсированные репульсионные двигатели при определенной конечной скорости вращения ротора имеют $\cos \varphi$, равный единице; в этом их существенное преимущество перед рассмотренными выше; отсюда же и их название компенсированные.

§ 9. Шунтовые двигатели.

На фиг. 77 представлена схема однофазного шунтового коллекторного двигателя. На его статоре размещены две обмотки: одна трансформаторная T , включаемая в сеть, и вторая — регулирующая, секционированная обмотка E , включаемая между щетками возбуждения ротора и не имеющая непосредственной электрической связи с сетью. На коллекторе ротора расположены два комплекта щеток; рабочие коротко-замкнутые щетки $2'$ и $2''$ и щетки возбуждения $3'—3''$, между которыми включаются секции обмотки E статора. Ось рабочей обмотки ротора, определяемая расположением щеток $2'—2''$, совпадает с осью трансформаторной обмотки T статора; ось обмотки возбуждения ротора, определяемая в пространстве расположением щеток $3'—3''$, перпендикулярна к оси рабочей обмотки ротора и совпадает с осью регулирующей обмотки E статора.



Фиг. 77.

М.-д. сила вдоль оси трансформаторной обмотки статора и рабочей обмотки ротора: *)

$$M_t = M_1 + M_2, \quad (87)$$

а м.-д. сила вдоль оси регулирующей обмотки статора и обмотки возбуждения ротора:

$$M_e = M_3 + M_4, \quad (87')$$

или в ампервитках, отнесенных к обмотке статора:

$$k_w w_1 \dot{I}_t = k_w w_1 \dot{I}_1 + k_w w_2 \dot{I}_2$$

$$k_w w_1 \dot{I}_e = k_w w_2 \dot{I}_3 + k_w w_4 \dot{I}_4,$$

откуда

$$\dot{I}_t = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 u_{21};$$

$$\dot{I}_e = \dot{I}_3 (u_{21} + u_{41}),$$

где

$$u_{21} = \frac{k_w w_2}{k_w w_1}; \quad u_{41} = \frac{k_w w_4}{k_w w_1}.$$

Э.-д. сила, индуцируемая пульсацией магнитного потока тока $\dot{I}_t$ в трансформаторной обмотке статора:

$$\dot{E}_{1p} = -Z_a \dot{I}_t = -Z_a (\dot{I}_1 + \dot{I}_2 u_{21}).$$

*) См. фиг. 78. М.-дв. силы M_3 и M_4 , совпадающие с током $\dot{I}_0$, не показаны.

Э.-д. сила, индуцируемая пульсацией того же потока, в рабочей обмотке ротора:

$$\dot{E}_{2p} = -Z_a \dot{i}_{\mu_{21}} = -Z_a (\dot{i}_1 + \dot{i}_2 u_{21}) u_{21}.$$

Э.-д. сила, индуцируемая магнитным потоком тока $\dot{i}_e$ в рабочей обмотке ротора, вследствие вращения последнего:

$$\dot{E}_{2r} = +jZ_a \dot{i}_e u_{21} = +jZ_a \dot{i}_3 u_{21} (u_{21} + u_{41}) c.$$

Э.-д. сила, индуцируемая пульсацией магнитного потока $\dot{i}_e$ в обмотке возбуждения ротора:

$$\dot{E}_{3p} = -Z_a \dot{i}_e u_{31} = -Z_a \dot{i}_3 u_{21} (u_{21} + u_{41}).$$

Э.-д. сила, индуцируемая пульсацией того же магнитного потока в регулирующей обмотке статора:

$$\dot{E}_{4p} = -Z_a \dot{i}_e u_{41} = -Z_a \dot{i}_3 u_{41} (u_{21} + u_{41}).$$

Э.-д. сила, индуцируемая в обмотке возбуждения ротора, вследствие вращения последнего в магнитном потоке тока $\dot{i}_1$:

$$\dot{E}_{3r} = -jZ_a \dot{i}_1 u_{21} c = -jZ_a (\dot{i}_1 + \dot{i}_2 u_{21}) u_{21} c.$$

Применяя второй закон Кирхгофа к цепи трансформаторной обмотки статора, получаем:

$$\dot{V} + \dot{E}_{1p} = \dot{i}_1 Z_1 \quad (88)$$

применяя его к цепи рабочей обмотки ротора, находим:

$$\dot{E}_{2p} + \dot{E}_{2r} = \dot{i}_2 Z_2 \quad (88')$$

и, наконец, к цепи возбуждения машины:

$$\dot{E}_{3p} + \dot{E}_{3r} + \dot{E}_{4p} = \dot{i}_3 (Z_3 + Z_4), \quad (88'')$$

где Z_1 , Z_2 , Z_3 и Z_4 — полные кажущиеся сопротивления обмоток соответственно трансформаторной статора, рабочей ротора, возбуждения ротора и регулирующей статора. На фиг. 78 представлена векторная диаграмма, построенная на основании ур-ний (87) и (88).

Так как в целях упрощения формул Z_a принимается одинаковым как для тока $\dot{i}_p$, так и для тока $\dot{i}_e$, то, не делая большой погрешности, можно принять $Z_2 = Z_3$.

В таком случае предыдущие уравнения переписуются в виде:

$$\left. \begin{aligned} \dot{V} &= \dot{i}_1 (Z_1 + Z_a) + \dot{i}_2 Z_a u_{21} \\ 0 &= \dot{i}_2 (Z_2 + Z_a u_{21}^2) + \dot{i}_1 Z_a u_{21} - j \dot{i}_2 Z_a u_{21} (u_{21} + u_{41}) c \\ 0 &= \dot{i}_3 [Z_2 + Z_4 + Z_a (u_{21} + u_{41})^2] + j \dot{i}_1 Z_a u_{21} c + j \dot{i}_2 Z_a u_{21}^2 c \end{aligned} \right\} \quad (89)$$

Исключая из этой системы уравнений вектора $\dot{i}_3$ и $\dot{i}_2$, найдем основное уравнение машины в форме:

$$\dot{V} = \dot{i}_1 \left\{ \frac{[Z_2 + Z_a (u_{21} + u_{41})^2] \cdot [Z_1 Z_a u_{21}^2 + Z_a Z_3 + Z_3 Z_1] - Z_1 Z_a^2 u_{21}^3 (u_{21} + u_{41}) c^2}{[Z_2 + Z_a (u_{21} + u_{41})^2] (Z_2 + Z_a u_{21}^2) - Z_a u_{21}^3 (u_{21} + u_{41}) c^2} \right\}, \quad (89')$$

где $Z_3 = Z_2 + Z_4$.

Обозначая выражение, стоящее в фигурных скобках, через Z , получаем:

при $c = 0$:

$$Z_k = Z_1 + \frac{Z_a Z_2}{Z_2 + Z_a u_{21}^2},$$

при $c = 1$:

$$Z_0 = \frac{[Z_3 + Z_a(u_{21} + u_{41})^2] \cdot [Z_1 Z_a u_{21}^2 + Z_a Z_2 + Z_2 Z_1] - Z_1 Z_a^2 u_{21}^3 (u_{21} + u_{41})}{[Z_3 + Z_a(u_{21} + u_{41})^2] (Z_2 + Z_a u_{21}^2) - Z_a^2 u_{21}^3 (u_{21} + u_{41})};$$

при $c = \pm \infty$:

$$Z_\infty = Z_1,$$

и следовательно:

$$\dot{V} = i_1 \frac{(Z_0 - Z_\infty) Z_k - (Z_0 - Z_k) Z_\infty c^2}{(Z_0 - Z_\infty)(Z_0 - Z_k) c^2}. \quad (89'')$$

Пренебрегая намагничивающими токами i_t и i_e , положим $i_t = i_e = 0$ или, что то же, $Z_a = \infty$; отсюда

$$Z_k = Z_1 + \frac{Z_2}{u_{21}^2} = Z_1 + Z'_2,$$

$$Z_0 = Z_1 + Z'_2 + \frac{Z'_2}{u_{42}},$$

$$Z_\infty = Z_1;$$

где:

$$u_{42} = \frac{u_{41}}{u_{21}} = -\frac{k_w w_1}{k_w w_2}$$

$$\text{и } Z'_2 = \frac{Z_2}{u_{21}^2}.$$

В таком случае:

$$Z_{Z_a = \infty} = \frac{(1 + u_{42}) Z_k - Z_\infty c^2}{(1 + u_{42}) - c^2}.$$

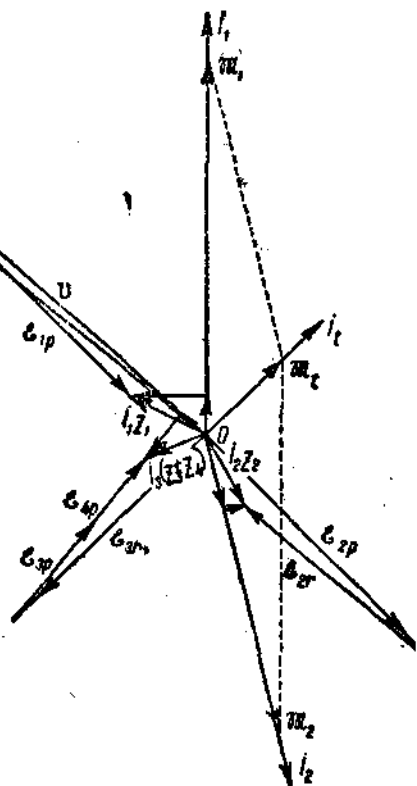
Из основного уравнения:

$$i_1 + i_{21} = i_t;$$

при $Z_a = \infty$, или $i_t = 0$, находим:

$i'_1 = -i_{21} = i'_2$ и следовательно: $i_1 = i'_2 + i_t$.

Таким образом, переходя в дальнейшем от допущения $i_t = 0$ к более близкому к действительности условию $i_t = \text{const}$, из рабочей диаграммы



Фиг. 78.

тока $\dot{I}'_2$, полученной в каких-либо координатных осях, сможем получить и диаграмму тока $\dot{I}'_1$ простым переносом начала координат из первоначальной точки в точку с координатами $(-\xi_a, -\eta_a)$, где ξ_a и η_a соответственно безваттная и ваттная составляющие тока $\dot{I}'_a$.

Итак, вместо ур-ния (89), при сделанных выше допущениях, получаем соотношение:

$$\dot{V} = \dot{I}'_2 \cdot \frac{(1 + u_{42}) Z_k - Z_\infty c^2}{(1 + u_{42}) - c^2}. \quad (90)$$

Выбирая такую же координатную систему, как и в рассмотренных выше случаях определения диаграммы тока для двигателей серии с и репульсионных, положим здесь:

$$\dot{V} = V; \quad \dot{I}'_2 = \eta' + j\xi'; \quad Z_k = R_k - jX_k; \quad Z_\infty = R_\infty - jX_\infty.$$

Тогда из ур-ния (90), после отделения вещественной части от мнимой, найдем:

$$\{V[(1 + u_{42}) - c^2] - \eta'[(1 + u_{42})R_k - c^2R_\infty] - \xi'[(1 + u_{42})X_k - c^2X_\infty]\} + \\ + j\{\eta'[(1 + u_{42})X_k - c^2X_\infty] - \xi'[(1 + u_{42})R_k - c^2R_\infty]\} = 0.$$

Так как комплексное количество может быть равно нулю только при условии равенства нулю отдельно его вещественной и мнимой части, то:

$$\left. \begin{aligned} V[(1 + u_{42}) - c^2] - \eta'[(1 + u_{42})R_k - c^2R_\infty] - \\ - \xi'[(1 + u_{42})X_k - c^2X_\infty] = 0 \\ \eta'[(1 + u_{42})X_k - c^2X_\infty] - \xi'[(1 + u_{42})R_k - c^2R_\infty] = 0 \end{aligned} \right\} \quad (91)$$

Полученную систему ур-ний (91) можно рассматривать как параметрическое уравнение кривой, по которой скользит конец вектора тока $\dot{I}'_2$ с изменением параметра c . Исключая из этой системы уравнений параметр c , получим уравнение искомой кривой в явной форме:

$$(\eta' - \eta'_m)^2 + (\xi' - \xi'_m)^2 = r^2, \quad (92')$$

где

$$\left. \begin{aligned} \eta'_m &= \frac{V(X_\infty - X_k)}{2(R_k X_\infty - R_\infty X_k)} \\ \xi'_m &= \frac{V(R_k - R_\infty)}{2(R_k X_\infty - R_\infty X_k)} \\ r &= \sqrt{\eta_m'^2 + \xi_m'^2} \end{aligned} \right\} \quad (93')$$

Из ур-ний (92') и (93') следует, что искомая кривая изменения тока $\dot{I}'_2$ есть окружность радиуса r , проходящая через начало координат осей η' , ξ' и имеющая центр в точке с координатами η'_m , ξ'_m . При этом замечаем, что ни положение центра окружности, ни величина ее радиуса не зависят от коэффициента трансформации u_{42} регулирующей обмотки статора и обмотки возбуждения ротора.

Подставляя в ур-ние (92') $\eta' = \eta - \eta_i$ и $\xi' = \xi - \xi_i$, где η_i и ξ_i — соответ-

ственно ваттная и безваттная составляющие намагничивающего тока $\dot{I}_r$, считаемого постоянным по численному значению и фазе, а η и ξ — координаты конца вектора тока $\dot{I}_1$, найдем уравнение кривой, по которой скользит конец вектора тока $\dot{I}_1$ с изменением параметра c , т. е. скорости вращения ротора

$$(\eta - \eta_m)^2 + (\xi - \xi_m)^2 = r^2, \quad (92)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \eta_m &= \eta_t + \frac{V(X_\infty - X_k)}{2(R_k X_\infty - R_\infty X_k)} \\ \xi_m &= \xi_t + \frac{V(R_k - R_\infty)}{2(R_k X_\infty - R_\infty X_k)} \\ r &= \frac{V \sqrt{(X_\infty - X_k)^2 (R_k - R_\infty)^2}}{2(X_\infty R_k - X_k R_\infty)} \end{aligned} \right\} \quad (93)$$

Полагая в ур-нии (91) последовательно $c=0$, $c=1$, $c=\pm\infty$ и вычисляя для этих значений c координаты точек окружности в осях η' и ξ' , определяем затем координаты точек короткого замыкания, синхронного хода и идеального короткого замыкания в осях η и ξ , т. е. как координаты конца вектора тока $\dot{I}_1$ при названных режимах работы машины, согласно уравнениям:

$$\begin{aligned} \eta_k &= \eta_t + \eta'_k; & \xi_k &= \xi_t + \xi'_k \\ \eta_0 &= \eta_t + \eta'_0; & \xi_0 &= \xi_t + \xi'_0 \\ \eta_\infty &= \eta_t + \eta'_\infty; & \xi_\infty &= \xi_t + \xi'_\infty. \end{aligned}$$

Таким образом находим:

$$\left. \begin{aligned} \eta_k &= \eta_t + \frac{VR_k}{R_k^2 + X_k^2}; & \xi_k &= \xi_t + \frac{VX_k}{R_k^2 + X_k^2} \\ \eta_0 &= \eta_t + \frac{VR_0}{R_0^2 + X_0^2} = \\ &= \eta_t + \frac{V[R_k(1+u_{42}) - R_\infty]u_{42}}{[R_k(1+u_{42}) - R_\infty]^2 + [X_\infty - X_k(1+u_{42})]^2} \\ \xi_0 &= \xi_t + \frac{VX_0}{R_0^2 + X_0^2} = \\ &= \xi_t + \frac{V[X_k(1+u_{42}) - X_\infty]u_{42}}{[R_k(1+u_{42}) - R_\infty]^2 + [X_\infty - X_k(1+u_{42})]^2} \\ \eta_\infty &= \eta_t + \frac{VR_\infty}{R_\infty^2 + X_\infty^2}; & \xi_\infty &= \xi_t + \frac{VX_\infty}{R_\infty^2 + X_\infty^2} \end{aligned} \right\} \quad (94)$$

Отсюда следует, что координаты точек короткого замыкания и идеального короткого замыкания не зависят от коэффициента трансформации u_{42}

и следовательно их положение на окружности токов не меняется при регулировании скорости двигателя. Наоборот, координаты точки синхронного хода зависят от коэффициента u_{42} , и следовательно при регулировании скорости двигателя точка синхронного хода скользит по окружности токов.

Определим силу тока и коэффициент мощности при коротком замыкании, идеальном коротком замыкании и синхронном ходе:

$$\left. \begin{aligned} I_k &= \sqrt{\eta_k^2 + \xi_k^2}; \quad \cos \varphi_k = \frac{\eta_k}{\sqrt{\eta_k^2 + \xi_k^2}} \\ I_\infty &= \sqrt{\eta_\infty^2 + \xi_\infty^2}; \quad \cos \varphi_\infty = \frac{\eta_\infty}{\sqrt{\eta_\infty^2 + \xi_\infty^2}} \\ I_0 &= \sqrt{\eta_0^2 + \xi_0^2}; \quad \cos \varphi_0 = \frac{\eta_0}{\sqrt{\eta_0^2 + \xi_0^2}} \end{aligned} \right\} \quad (95)$$

Если через $\dot{I}_0$ обозначим приведенный ток ротора при синхронном ходе, то получим:

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_0 &= \sqrt{(\eta_0 - \eta_i^2) + (\xi_0 - \xi_i^2)} = \sqrt{\eta_0^2 + \xi_0^2} = \frac{V}{\sqrt{R_0^2 + X_0^2}} \\ \operatorname{tg} \varphi'_0 &= \frac{\xi_0 - \xi_i}{\eta_0 - \eta_i} = \frac{\xi'_0}{\eta'_0} = \frac{X_k(1 + u_{42}) - X_\infty}{R_k(1 + u_{42}) - R_\infty} \end{aligned} \right\} \quad (96)$$

По ур-ниям (96) легко определить положение точки синхронного хода по заданному численному значению коэффициента трансформации u_{42} .

Механическая мощность P_m , передаваемая ротором двигателя его валу, равна вещественной части произведения комплексных векторов $\dot{E}_{2r}$ и $\dot{I}_2$, причем один из этих векторов должен быть взят в сопряженной форме. Из ур-ния (89) получаем:

$$\dot{I}_2 = \dot{V} \frac{(1 + u_{42}) - c^2}{(1 + u_{42}) Z_k - Z_\infty c^2},$$

т. е.

$$\dot{I}_2 = - \frac{\dot{I}'_2}{u_{21}} = - \frac{V}{u_{21}} \cdot \frac{(1 + u_{42}) - c^2}{(1 + u_{42}) Z_k - Z_\infty c^2}$$

и

$$\dot{E}_{2r} = +jZ_a \dot{I}_2 u_{21}^2 (1 + u_{42}) c.$$

Из системы ур-ний (96), исключая вектора $\dot{I}_1$ и $\dot{I}'_2$, находим значение вектора $\dot{I}_3$ в функции $\dot{V}$, c и параметров машины. Подставив найденное значение $\dot{I}_3$ в выражение э.д. силы $\dot{E}_{2r}$ и положив $Z_a = \infty$, получим:

$$\dot{E}_{2r} = \dot{V} \frac{Z_2 u_{21} c^2}{Z_2 (1 + u_{42}) + Z_1 [(1 + u_{42}) - c^2] u_{21}^2};$$

или в новых параметрах:

$$\dot{E}_{2r} = \dot{V} \frac{(Z_k - Z_\infty) u_{21} c^2}{Z_k (1 + u_{42}) - Z_\infty c^2}.$$

Заменяя в правых частях выражений $\dot{I}_2$ и $\dot{E}_{2r}$ сопротивления Z_k и Z_∞ соответственно через $R_k - jX_k$ и $R_\infty - jX_\infty$ и отделяя вещественные части от мнимых, получим:

$$\dot{I}_2 = - \frac{\dot{V}}{u_{21}} \cdot \frac{(1 + u_{12}) - c^2}{[(1 + u_{12})R_k - c^2R_\infty] - j[(1 + u_{12})X_k - c^2X_\infty]};$$

$$\dot{E}_{2r} = \dot{V}u_{21}c^2 \frac{(R_k - R_\infty) - j(X_k - X_\infty)}{[(1 + u_{12})R_k - c^2R_\infty] - j[(1 + u_{12})X_k - c^2X_\infty]}.$$

Беря сопряженным *) вектор $\dot{E}_{2r}$, получим:

$$\dot{E}_{2r} = \dot{V}u_{21}c^2 \frac{(R_k - R_\infty) + j(X_k - X_\infty)}{[(1 + u_{12})R_k - c^2R_\infty] + j[(1 + u_{12})X_k - c^2X_\infty]},$$

и следовательно:

$$P_m = \text{вещ. часть } [\dot{I}_2 \cdot \dot{E}_{2r}] = \frac{V^2(R_\infty - R_k)[(1 + u_{12}) - c^2]c^2}{[(1 + u_{12})R_k - c^2R_\infty]^2 + [(1 + u_{12})X_k - c^2X_\infty]^2}. \quad (97)$$

Отсюда следует:

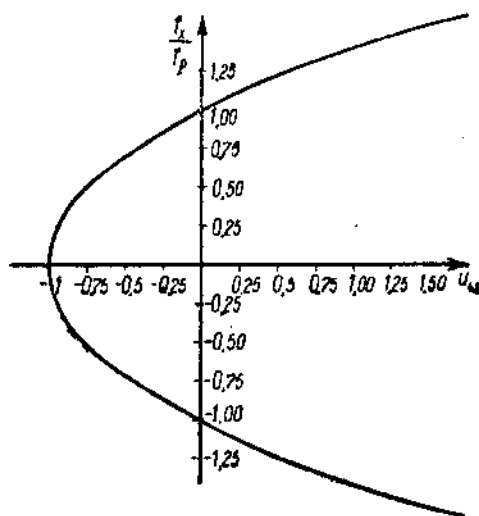
1) $P_m = 0$, при $c = 0$, т. е. при коротком замыкании и при $c_x =$

$= \pm \sqrt{1 + u_{12}}$, где $c_x = \frac{f_x}{f_p}$ и

f_x — частота вращения при холостом ходе двигателя. Таким образом линия $P_m = 0$ на круговой диаграмме проходит через точки короткого замыкания и холостого хода [см. фиг. (80)].

2) P_m не зависит от знака c , т. е. от направления вращения.

На фиг. 79 представлена зависимость отношения частоты вращения холостого хода f_x двигателя к частоте сети f_p от численного значения коэффициента трансформации $u_{12} = \frac{k_{w_1}\omega_1}{k_{w_2}\omega_2}$.



Фиг. 79.

Вращающий момент двигателя:

$$M_m = \frac{P_m}{\omega_r} =$$

$$= \frac{P_m p}{2\pi f_p c} = \frac{V^2 p (R_\infty - R_k)}{2\pi f_p} \cdot \frac{(c_x^2 - c^2) c}{(c_x^2 R_k - c^2 R_\infty)^2 + (c_x^2 X_k - c^2 X_\infty)^2} \quad (98)$$

*) Сопряженность обозначается чертой под вектором.

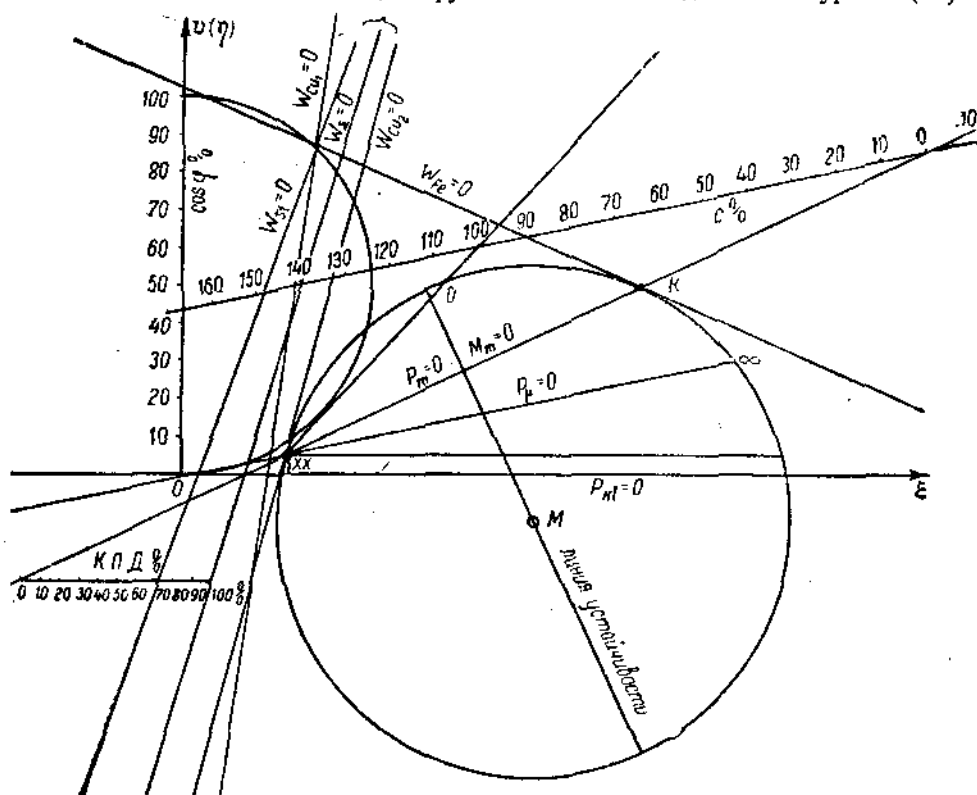
Из этого соотношения следует:

1) $M_m = 0$ при $c = 0$, т. е. момент двигателя при пуске равен нулю.

Далее $M_m = 0$ при $c = c_x$, т. е. при холостом ходе двигателя.

Кроме того, $M_m = 0$ при $c = \pm \infty$, т. е. при идеальном коротком замыкании.

Итак в области нормальной работы двигателя при значениях c , лежащих между $c = 0$ и $c = c_x$, линия $M_m = 0$ проходит через точки короткого замыкания и холостого хода окружности токов. Подставляя в ур-ние (91)



Фиг. 80.

$c = c_x = \pm \sqrt{1 + u_{a2}}$ и решая затем уравнения относительно η' и ξ' , находим координаты точки холостого хода: $\eta'_x = 0, \xi'_x = 0$; и следовательно:

$$\eta_x = \eta_r; \quad \xi_x = \xi_r$$

2) M_m меняет знак при перемене знака c , т. е. направления вращения двигателя, не меняя при этом численного значения; кроме того M_m меняет знак при переходе скорости вращения двигателя через скорость холостого хода.

На фиг. 80 представлена рабочая диаграмма однофазного шунтового двигателя.

Мощность, получаемая двигателем из сети,

$$P_{\text{эл}} = I_1 V \cos \varphi = V \cdot \eta.$$

Следовательно, при $V = \text{const}$, $P_{kl} = 0$, если $\eta = 0$. Итак, линия сетевых мощностей есть ось абсцисс.

Мощность, передаваемая статором ротору (мощность магнитного поля), равная вещественной части произведения векторов $\dot{I}_2$ и $\dot{E}_{1p}$, из которых один должен быть взят в сопряженной форме, обращается в нуль, как легко это показать, при $c = c_x$ и $c = \pm \infty$. Следовательно, линия магнитных мощностей ($P_\mu = 0$) есть линия, проходящая через точки холостого хода и идеального короткого замыкания.

Линия механических мощностей и вращающих моментов (в другом масштабе), как уже было указано, проходит через точки холостого хода и короткого замыкания.

За линию потерь в железе статора принимаем, приближенно, касательную к окружности в точке короткого замыкания, так как при этом

$$I_e = 0; \quad I_i = 0.$$

Линия потерь в меди статора — полуполюара окружности при полюсе в начале координат.

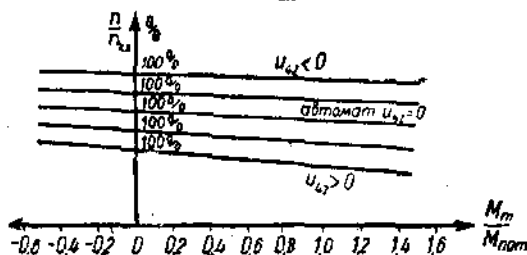
Линия общих потерь в статоре $W_{st} = 0$ проходит через точки пересечения линии $W_{Fe} = 0$ с линией $W_{Cu1} = 0$ и линии $P_{kl} = 0$ с линией $P_\mu = 0$.

Линия потерь в меди ротора — полуполюара точки холостого хода, т. е. касательная к окружности токов в этой точке.

Линия общих электромагнитных потерь в машине проходит через точки пересечения линий ($P_{kl} = 0$) с ($P_m = 0$) и ($W_{st} = 0$) с ($W_{Cu2} = 0$). Потерями в железе ротора пренебрегаем, считая их частично учтенными при определении потерь в железе статора.

Шкала относительных скоростей ($c^0/0$) — прямая, параллельная вектору тока $\dot{I}_{2\infty}$; в точке пересечения ее с вектором тока $\dot{I}_{2k}$ ставим $0^0/0$, а в пересечении с вектором $\dot{I}_{20}$ — ставим $100^0/0$; найденный масштаб продолжаем в обе стороны. Для холостого хода получаем $c \approx 133^0/0$ или

$$f_x = \frac{4}{3} f_p.$$



Фиг. 81.

Шкала к. п. д. — прямая, параллельная линии $P_{kl} = 0$ в пересечении ее с линией ($W_x = 0$) ставим $100^0/0$, а в пересечении с ($P_m = 0$) ставим $0^0/0$.

Шкала коэффициента мощности строится как и в предыдущих случаях. Ток холостого хода:

$$I_x = \sqrt{\eta_i^2 + \xi_i^2} = I_i;$$

Коэффициент мощности при холостом ходе:

$$\cos \varphi_x = \frac{\eta_i}{\sqrt{\eta_i^2 + \xi_i^2}} = \cos \varphi_i$$

чрезвычайно мал. Вообще коэффициент мощности однофазных шунтовых двигателей не велик.

На фиг. 81 представлены механические характеристики этого двигателя. Легко видеть, что они вполне аналогичны характеристикам шунтового двигателя постоянного тока с тем лишь отличием, что вместо $A = \frac{V}{\alpha \Phi}$ параметром здесь является $\mu_{42} = \frac{k_{w4} \cdot w_4}{k_{w2} \cdot w_2}$ (см. фиг. 77).

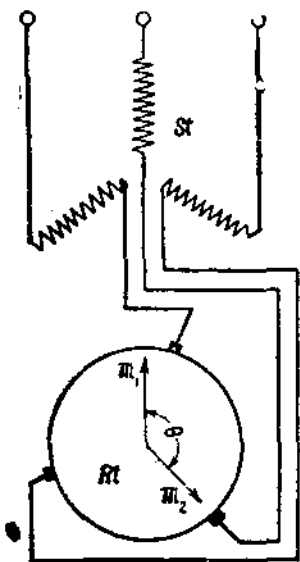
Д. ТРЕХФАЗНЫЕ КОЛЛЕКТОРНЫЕ ДВИГАТЕЛИ.

§ 10. Двигатели с последовательным возбуждением.

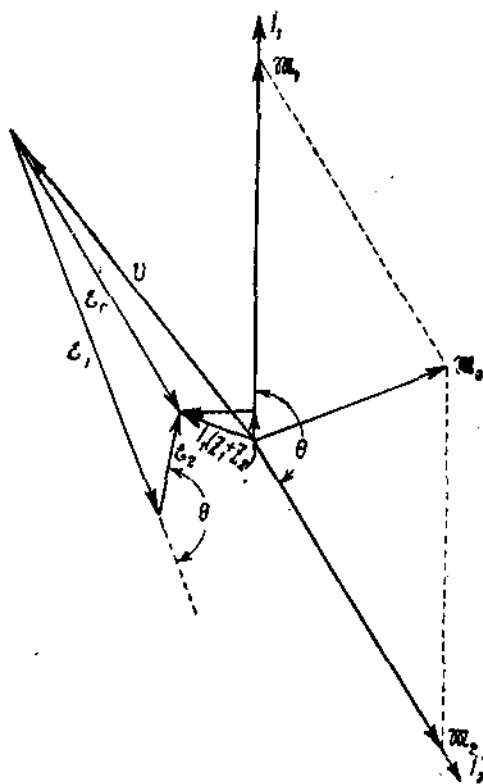
На фиг. 82 представлена схема трехфазного сериес-двигателя, обмотки статора которого St непосредственно подключены к щеткам ротора. Последние при этом сдвигаются от положения совпадения осей обмоток статора и ротора против направления вращения магнитного поля статора на некоторый угол $\theta > \frac{\pi}{2}$.

Получающееся при этом распределение м.-д. сил статора ($\mathcal{M}_1$) и ротора ($\mathcal{M}_2$) в пространстве представлено векторами $\mathcal{M}_1$ и $\mathcal{M}_2$ на фиг. 83.

Полная диаграмма магнитных потоков двигателя совпадает с диаграммой фиг. 64. Однако здесь, вследствие наличия вращающегося магнитного поля, диаграмма расположения м.-д. сил статора и ротора в пространстве сов-



Фиг. 82.



Фиг. 83.

падает с расположением соответствующих токов во времени. В самом деле, при повороте щеток, а следовательно и осей обмоток ротора, от поло-

жения совпадения с осями обмоток статора на угол θ эл. градусов в сторону, противоположную направлению вращения магнитного поля статора, м.-д. сила ротора вращается в сторону вращения м.-д. силы статора синхронно с последней, но отстает от нее на время, необходимое для поворота на угол θ° , т. е. все происходит так, как если бы угол сдвига щеток θ° был равен нулю, но ток, проходящий по обмоткам ротора, отставал бы по фазе на θ° от тока, проходящего по обмоткам статора.

Итак, если вектор тока статора обозначим через $\dot{I}_1$, то вектор тока ротора будет при этом равен:

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_1 e^{+j\theta}.$$

М.-д. сила равнодействующего магнитного потока взаимной индукции обмоток статора и ротора:

$$\dot{M}_a = \dot{M}_1 + \dot{M}_2. \quad (99)$$

Если условиться считать диаграмму распределения м.-д. сил в пространстве диаграммой токов во времени, последнее соотношение м.-д. сил может быть распространено и на ампервитки

$$k_{w1} w_1 \dot{I}_a = k_{w1} w_1 \dot{I}_1 + k_{w2} w_2 \dot{I}_2,$$

откуда

$$\dot{I}_a = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 u_{21} = \dot{I}_1 (1 + u_{21}) e^{+j\theta}.$$

Равнодействующее магнитное поле, вращающееся с частотой f_p сети относительно неподвижных обмоток статора, может быть рассматриваемо относительно любой фазовой обмотки последнего как пульсирующее вдоль ее оси с частотой f_p ; согласно предыдущему, э.-д. сила, индуцируемая в каждой фазе обмотки статора, может быть представлена в форме:

$$\dot{E}_1 = -Z_a \dot{I}_a = -Z_a \dot{I}_1 (1 + u_{21} e^{+j\theta}).$$

Если ротор вращается в направлении вращения магнитного поля с частотой f_r , то это поле относительно обмоток ротора оказывается вращающимся с частотой:

$$f_s = f_p - f_r = f_p \cdot \sigma,$$

где $\sigma = \frac{f_p - f_r}{f_p}$ — скольжение ротора в магнитном поле.

Как и для статора, это равнодействующее магнитное поле, вращающееся относительно обмоток ротора с частотой σf_p , может быть заменено магнитным полем, пульсирующим вдоль осей фазовых обмоток ротора с частотой f_p ; следовательно э.-д. сила одной фазы обмотки ротора:

$$\dot{E}_2 = -Z_a \dot{I}_a e^{-j\theta} u_{21},$$

где множитель $e^{-j\theta}$ указывает, что э.-д. сила $\dot{E}_2$ опережает э.-д. силу $\dot{E}_1$ по фазе на угол θ° (эл.), так как оси обмоток ротора повернуты относительно осей соответствующих обмоток статора на угол θ° навстречу вращающемуся магнитному полю, и последнее встречает их раньше обмоток статора во времени на угол θ° .

Вводя

$$\dot{I}_a = \dot{I}_1 (1 + u_{21} e^{+j\theta});$$

$$\dot{E}_2 = -Z_a \dot{I}_1 (e^{-j\theta} + u_{21}).$$

Применяя второй закон Кирхгофа к цепи двигателя, получаем:

$$\dot{V} + \dot{E}_1 + \dot{E}_2 = i_1 (Z_1 + Z_2), \quad (100')$$

где Z_1 и Z_2 — полные кажущиеся сопротивления обмоток статора и ротора.

На фиг. 83 представлена векторная диаграмма двигателя, построенная на основании уравнения (100') и (99).

Откуда:

$$\dot{V} = i_1 [Z_1 + Z_2 + Z_a (1 + u_{21} e^{+j\theta}) + Z_a (e^{-j\theta} + u_{21}) u_{21} \sigma] \quad (100)$$

Обозначим выражение, стоящее в квадратных скобках, через Z :

$$Z = Z_1 + Z_2 + Z_a (1 + u_{21} e^{+j\theta}) + Z_a (e^{-j\theta} + u_{21}) u_{21} \sigma$$

Подставляя:

$$Z = R - jX;$$

$$Z_1 = R_1 - jX_1; \quad Z_2 = R_2 - jX_2 \sigma; \quad Z_a = R_a - jX_a;$$

$$e^{+j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta; \quad e^{-j\theta} = \cos \theta - j \sin \theta$$

найдем:

$$R - jX = [(R_1 + R_2 + R_a + R_a u_{21} \cos \theta + X_a u_{21} \sin \theta) + (R_a u_{21} \cos \theta + \\ + R_a u_{21}^2 - X_a u_{21} \sin \theta) \sigma] - j[(X_1 + X_a - R_a u_{21} \sin \theta + X_a u_{21} \cos \theta) + \\ + (X_2 + R_a u_{21} \sin \theta + X_a u_{21}^2 + X_a u_{21} \cos \theta) \sigma]$$

или, приравнявая вещественные и мнимые части обеих частей равенства:

$$R = (R_1 + R_2 + R_a + R_a u_{21} \cos \theta + X_a u_{21} \sin \theta) + \\ + (R_a u_{21} \cos \theta + R_a u_{21}^2 - X_a u_{21} \sin \theta) \sigma \\ X = (X_1 + X_a - R_a u_{21} \sin \theta + X_a u_{21} \cos \theta) + \\ + (X_2 + R_a u_{21} \sin \theta + X_a u_{21}^2 + X_a u_{21} \cos \theta) \sigma.$$

При коротком замыкании ($\sigma = 1$):

$$R_k = (R_1 + R_2 + R_a + R_a u_{21} \cos \theta + X_a u_{21} \sin \theta) + \\ + (R_a u_{21} \cos \theta + R_a u_{21}^2 - X_a u_{21} \sin \theta) \\ X_k = (X_1 + X_a - R_a u_{21} \sin \theta + X_a u_{21} \cos \theta) + \\ + (X_2 + R_a u_{21} \sin \theta + X_a u_{21}^2 + X_a u_{21} \cos \theta).$$

При синхронном ходе ($\sigma = 0$):

$$R_0 = R_1 + R_2 + R_a + R_a u_{21} \cos \theta + X_a u_{21} \sin \theta \\ X_0 = X_1 + X_a + X_a u_{21} \cos \theta - R_a u_{21} \sin \theta.$$

Для произвольного скольжения σ находим:

$$R = R_0 + (R_k - R_0) \sigma \\ X = X_0 + (X_k - X_0) \sigma.$$

При идеальном коротком замыкании $\sigma = \pm \infty$; при этом $R_\infty = \infty$; $X_\infty = \infty$; $Z_\infty = \infty$; следовательно для $\sigma = \pm \infty$ получим

$$i_\infty = \frac{\dot{V}}{Z_\infty} = 0,$$

т. е. „идеальное короткое замыкание“ для сериес-двигателя является одновременно и „идеальным холостым ходом“, так как при этом $\dot{I}_1 = 0$.

Итак ур-ние (100) может быть представлено в виде:

$$\dot{V} = \dot{I}_1 \{ [R_0 + (R_k - R_0) \sigma] - j[X_0 + (X_k - X_0) \sigma] \} \quad (101)$$

Заменим здесь:

$$\sigma = \frac{f_p - f_r}{f_p} = 1 - \frac{f_r}{f_p} = 1 - c,$$

тогда последнее уравнение переписывается следующим образом:

$$\dot{V} = \dot{I}_1 \{ [R_k + (R_0 - R_k) c] - j[X_k + (X_0 - X_k) c] \} \quad (101')$$

Ур-ние (101') по форме не отличается от ур-ния (68'); поэтому все те уравнения, которые были получены для однофазного сериес-двигателя в параметрах R_k , X_k , R_0 и X_0 , распространяемы и на трехфазный сериес-двигатель. Таким образом получаем уравнение кривой тока в виде окружности, ур-ние (70) радиуса r с центром в точке, определяемой координатами ур-ния (71). Из системы ур-ния (69) последовательной подстановкой $c = 0$, $c = 1$ и $c = \pm \infty$ находим координаты точек короткого замыкания, синхронного хода и идеального короткого замыкания (или идеального холостого хода). Точно так же, как и для случая однофазного сериес-двигателя, определяется сила тока и коэффициент мощности при коротком замыкании, синхронном ходе и идеальном коротком замыкании (или идеальном холостом ходе).

Механическая мощность двигателя равна вещественной части произведения вектора тока двигателя $\dot{I}_1$ на составляющий вектор $\dot{V}_r$ напряжения $\dot{V}$, уравновешивающий равнодействующую э.д. силу цепи двигателя:

$$\dot{E}_r = \dot{E}_1 + \dot{E}_2$$

(диаграмма фиг. 83). При этом один из векторов ($\dot{I}_1$ или $\dot{V}_r$) должен быть взят в сопряженной форме. Кроме того, учитывая расход энергии на покрытие потерь в железе двигателя при вычислении механической мощности надлежит положить $R_a = 0$.

Переходим к определению механической мощности P_m :

так как

$$\dot{E}_r = \dot{E}_1 + \dot{E}_2 = -Z_a \dot{I}_1 [(1 + u_{21} e^{+j\theta}) + u_{21}(e^{-j\theta} + u_{21}) \sigma],$$

т. е.

$$\dot{V}_r = -\dot{E}_r = +Z_a \dot{I}_1 [(1 + u_{21} e^{+j\theta}) + u_{21}(e^{-j\theta} + u_{21}) \sigma]$$

или

$$\dot{V}_r = \dot{V} = \frac{[(1 + u_{21} e^{+j\theta}) + u_{21}(e^{-j\theta} + u_{21})(1 - c)] Z_a}{[R_k + (R_0 - R_k) c] - j[X_k + (X_0 - X_k) c]},$$

а с другой стороны:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{V}}{[R_k + (R_0 - R_k) c] - j[X_k + (X_0 - X_k) c]}$$

или в сопряженной форме:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{V}}{[R_k + (R_0 - R_k) c] + j[X_k + (X_0 - X_k) c]}$$

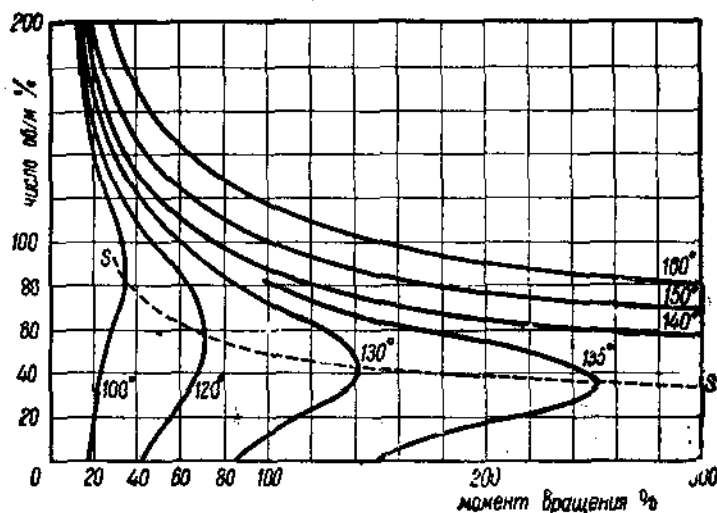
$$P_m = \text{вещ. часть } (\dot{V}_r - \dot{I}_1)_{R_a=0} = \frac{\dot{V}^2 u_{21} c X_a \sin \theta}{[R_k + (R_0 - R_k) c]_{R_a=0}^2 + [X_k + (X_0 - X_k) c]_{R_a=0}^2} \quad (102)$$

При этом, полагая $R_a = 0$, получаем:

$$\begin{aligned} R_k &= R_1 + R_2 \\ X_k &= X_1 + X_2 + X_a (1 + 2u_{21} \cos \theta + u_{21}^2) \\ R_0 &= R_1 + R_2 + X_a u_{21} \sin \theta \\ X_0 &= X_1 + X_a (1 + u_{21} \cos \theta). \end{aligned}$$

Из ур-ния (102) следует:

1) $P_m = 0$ при $c = 0$ (короткое замыкание) и $c = \pm \infty$ (идеальное короткое замыкание или идеальный холостой ход); следовательно линия



Фиг. 84.

механических мощностей на диаграмме тока проходит через точки „короткое замыкание“ и „идеальное короткое замыкание“ (или „идеальный холостой ход“) (фиг. 67);

2) $P_m = 0$ при $\theta = 0^\circ$ и $\theta = \pm \pi^\circ$, т. е. когда оси обмоток статора и ротора совпадают между собою или прямопротивоположны; при этом поперечный магнитный поток машины равен нулю.

Наконец, вращающий момент двигателя:

$$M_m = \frac{P_m}{\omega_r} = \frac{P_m \cdot p}{2\pi f_p c} = \frac{V^2 p u_{21} X_a}{2\pi f_p} \times \frac{\sin \theta}{[R_k + (R_0 - R_k) c]_{R_a=0}^2 + [X_k + (X_0 - X_k) c]_{R_a=0}^2} \quad (103)$$

Из ур-ния (103) заключаем:

1) $M_m = 0$ при $c = \pm \infty$, т. е. линия вращающих моментов, как и в случае однофазного сериес-двигателя, является касательной к окружности токов в точке идеального холостого хода;

2) $M_m = 0$, при $\theta = 0$ и $\theta \pm \pi$; вследствие отсутствия „поперечного поля“, вращающий момент машины, как и следовало ожидать, оказывается равным нулю.

Рабочей диаграммой трехфазного сериес-двигателя может служить диаграмма однофазного сериес-двигателя, представленная на фиг. 67.

На фиг. 84 даны механические характеристики двигателя, построенные для различных значений параметра угла сдвига щеток θ ; пунктирная кривая $S-S$ есть геометрическое место точек, отвечающих максимальному значению вращающих моментов, которые на круговой диаграмме являются точками пересечения последней с линией устойчивости. Дифференцируя ур-ние (103)

по θ и приравнявая производную $\frac{dM_m}{d\theta}$

нулю, получим уравнение, из которого нетрудно определить значение θ , при котором будет иметь место максимум M_m ; подставляя соответствующие значения параметров машины, найдем, что для нормальных машин указанное значение угла θ близко к 162 эл. градусам.

§ 11. Шунтовые двигатели.

На фиг. 85 представлена электрическая схема трехфазного шунтового двигателя. Обмотки его статора включаются в сеть непосредственно, а щетки ротора — через секционированный трансформатор или автотрансформатор. При этом с целью увеличения коэффициента мощности двигателя щетки ротора сдвигаются по коллектору от положения совпадения осей обмоток статора и ротора в направлении, противоположном направлению вращения магнитного поля, на некоторый угол $\theta > 90$ эл. градусов.

Легко видеть, что для этой машины будет справедлива диаграмма распределения магнитных потоков в пространстве, представленная на фиг. 64.

Допуская сопротивление магнитной цепи машины одинаковым во всех направлениях, можно положить:

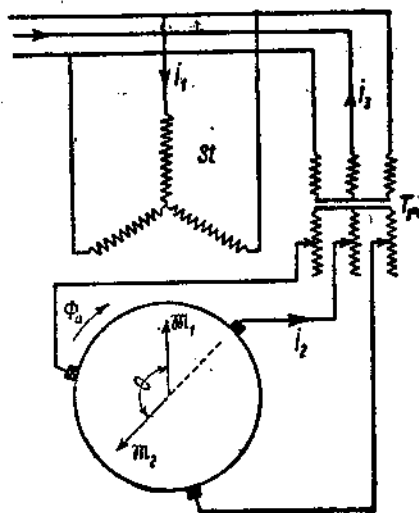
$$\dot{\mathcal{M}}_a = \dot{\mathcal{M}}_1 + \dot{\mathcal{M}}_2 \quad (104)$$

или в ампервитках:

$$k_{w_1} w_1 \dot{I}_a = k_{w_1} w_1 \dot{I}_1 + k_{w_2} w_2 \dot{I}_2 e^{+j\theta},$$

откуда намагничивающий ток машины:

$$\dot{I}_a = \dot{I}_1 + u_{21} \dot{I}_2 e^{+j\theta}.$$



Фиг. 85.

Э.-д. сила, индуцируемая вращающимся магнитным потоком тока i_a в обмотке статора:

$$\dot{E}_1 = -Z_a \dot{i}_a = -Z_a (\dot{i}_1 + u_{21} \dot{i}_2 e^{+j\theta}).$$

Обозначая через Z_1 полное кажущееся сопротивление обмоток статора, на основании второго закона Кирхгофа получаем:

$$\dot{V} + \dot{E}_1 = \dot{i}_1 Z_1$$

или

$$\dot{V} = \dot{i}_1 (Z_1 + Z_a) + \dot{i}_2 Z_a u_{21} e^{+j\theta}. \quad (105')$$

Э.-д. сила, индуцируемая тем же магнитным полем в обмотке ротора:

$$\dot{E}_2 = \dot{E}_1 \cdot u_{21} \sigma e^{-j\theta}$$

или

$$\dot{E}_2 = -Z_a (\dot{i}_1 + u_{21} \dot{i}_2 e^{+j\theta}) u_{21} e^{-j\theta} \sigma = Z_a (\dot{i}_1 e^{-j\theta} + u_{21} \dot{i}_2) u_{21} \sigma,$$

где σ — скольжение ротора двигателя в магнитном поле.

Для магнитной цепи трансформатора, как и для магнитной цепи двигателя, может быть установлено следующее соотношение между м.-д. силами:

$$\mathfrak{M}_t = \mathfrak{M}_{1t} + \mathfrak{M}_{2t}$$

или в ампервитках:

$$w_{1t} \dot{i}_t = w_{1t} \dot{i}_3 + w_{2t} \dot{i}_2,$$

где $\dot{i}_3$ — ток первичной обмотки трансформатора, $\dot{i}_t$ — намагничивающий ток, отсюда:

$$\dot{i}_t = \dot{i}_3 + u_t \dot{i}_2,$$

где $u_t = \frac{w_{2t}}{w_{1t}}$ — коэффициент трансформации трансформатора.

Обозначив через Z_t полное эквивалентное сопротивление магнитной цепи трансформатора, получим для э.-д. силы, индуцируемой в первичной обмотке трансформатора:

$$\dot{E}_{1t} = -Z_t \dot{i}_t = -Z_t (\dot{i}_3 + u_t \dot{i}_2).$$

Если Z_{1t} — полное кажущееся сопротивление первичной обмотки трансформатора, то для первичной цепи последнего получим на основании закона Кирхгофа:

$$\dot{V} + \dot{E}_{1t} = \dot{i}_3 Z_{1t}$$

или

$$\dot{V} = \dot{i}_3 (Z_{1t} + Z_t) + \dot{i}_2 Z_t u_t. \quad (105)$$

Э.-д. сила, индуцируемая во вторичной обмотке трансформатора:

$$\dot{E}_{2t} = \dot{E}_{1t} u_t = -Z_t (\dot{i}_3 + u_t \dot{i}_2) u_t.$$

Обозначим через Z_2 полное кажущееся сопротивление обмотки ротора, а через Z_{2t} — то же для вторичной обмотки трансформатора.

Тогда на основании второго закона Кирхгофа для всей вторичной цепи получим:

$$\dot{E}_2 + \dot{E}_{2t} = \dot{i}_2 (Z_2 + Z_{2t}) \quad (106)$$

Пренебрегая намагничивающим током трансформатора и сопротивлением обмоток последнего, положим $Z_t = \infty$, $Z_{1t} = 0$ и $Z_{2t} = 0$; в таком случае ур-ние (108) принимает вид:

$$i = \dot{V} \frac{Z_a(u_t + u_{21}e^{+j\theta})(u_t + u_{21}\sigma e^{+j\theta}) + Z_1 u_t^2 + Z_2}{Z_a(Z_2 + Z_1 u_{21}^2 \sigma) + Z_1 Z_2}. \quad (108')$$

В качестве дальнейшего упрощения можем пренебречь намагничивающим током самой машины, положив $Z_a = \infty$; при таком условии:

$$i = \dot{V} \frac{(u_t + u_{21}e^{+j\theta})u_t + (u_t + u_{21}e^{+j\theta}) \cdot u_{21}\sigma e^{-j\theta}}{Z_2 + Z_1 u_{21}^2 \sigma}. \quad (108'')$$

Обозначим:

$$Z = \frac{Z_2 + Z_1 u_{21}^2 \sigma}{(u_t + u_{21}e^{+j\theta})u_t + (u_t + e^{-j\theta} + u_{21})u_{21}\sigma}.$$

Подставляя в правую часть равенства

$$Z_1 = R_1 - jX_1 \quad \text{и} \quad Z_2 = R_2 jX_2 \sigma,$$

получим:

$$Z = \frac{R_2 - j(X_2 + X_1 u_{21}^2 + jR_1 u_{21}^2)\sigma}{(u_t + u_{21}e^{+j\theta})u_t + (u_t e^{-j\theta} + u_{21})u_{21}\sigma}.$$

При синхронном ходе двигателя ($\sigma = 0$):

$$Z_0 = \frac{R_2}{(u_t + u_{21}e^{+j\theta})u_t}.$$

При коротком замыкании ($\sigma = 1$):

$$Z_k = \frac{R_2 + R_1 u_{21}^2 - j(X_2 + X_1 u_{21}^2)}{(u_t + u_{21}e^{+j\theta})u_t + (u_t + e^{-j\theta} + u_{21})u_{21}}.$$

При идеальном коротком замыкании ($\sigma = \pm \infty$):

$$Z_\infty = \frac{R_1 u_{21}^2 - j(X_2 + X_1 u_{21}^2)}{(u_t e^{-j\theta} + u_{21})u_{21}}.$$

В новых параметрах Z_0 , Z_k и Z_∞ (108'') может быть представлено:

$$i = \dot{V} \frac{(Z_k - Z_\infty) + (Z_0 - Z_k)\sigma}{Z_0(Z_k - Z_\infty) + (Z_0 - Z_k)Z_\infty \sigma}.$$

Так как при $Z_t = \infty$ и $Z_a = \infty$, т. е. при $i_t = 0$ и $i_a = 0$, имеем:

$$i_1 = -u_{21} i_2 e^{+j\theta} \quad \text{и} \quad i_3 = -u_t i_2,$$

то

$$i = i_1 + i_3 = -(u_t + u_{21}e^{+j\theta})i_2.$$

Поэтому последнее уравнение переписываем в следующем виде:

$$i = -i_2(u_t + u_{21}e^{+j\theta}) = i_2' = \dot{V} \frac{(Z_k - Z_\infty) + (Z_0 - Z_k)\sigma}{Z_0(Z_k - Z_\infty) + (Z_0 - Z_k)Z_\infty \sigma}, \quad (109')$$

где I_2' — составляющая тока первичной цепи, уравнивающая ток цепи вторичной.

Так как $\sigma = 1 - c$, то ур-ние (109') может быть представлено в следующей форме:

$$I_2' = \dot{V} \frac{(Z_0 - Z_\infty) - (Z_0 - Z_k)c}{Z_k(Z_0 - Z_\infty) - Z_\infty(Z_0 - Z_k)c} \quad (109)$$

Для определения уравнения кривой тока I_2' выбираем систему координат, в которой вещественная ось η была бы направлена вертикально вверх и совпадала по направлению с вектором $\dot{V}$, а мнимая ось ξ была бы направлена горизонтально слева направо (фиг. 87). Тогда, обозначив через η и ξ координаты конца вектора тока I_2' , будем иметь:

$$\dot{V} = V; \quad I_2' = \eta + j\xi.$$

Подставляя $Z_k = R_k - jX_k$, $Z_0 = R_0 - jX_0$, $Z_\infty = R_\infty - jX_\infty$ в ур-ние (109'), перенося $I_2' = \eta + j\xi$ в правую часть равенства, отделяя вещественную часть от мнимой и приравнявая их порознь нулю, получим систему двух уравнений, линейных относительно σ :

$$\left. \begin{aligned} [(V - R_\infty \eta - X_\infty \xi)(R_k - R_0) + (X_\infty \eta - R_\infty \xi)(X_k - X_0)]\sigma - \\ - [(V - R_0 \eta - X_0 \xi)(R_k - R_\infty) + (X_0 \eta - R_0 \xi)(X_k - X_\infty)] = 0 \\ [(X_\infty \eta - R_\infty \xi)(R_k - R_0) - (V - R_\infty \eta - X_\infty \xi)(X_k - X_0)]\sigma - \\ - [(X_0 \eta - R_0 \xi)(R_k - R_\infty) - (V - R_0 \eta - X_0 \xi)(X_k - X_\infty)] = 0 \end{aligned} \right\} \quad (110)$$

Исключив из этой системы уравнений параметр σ , найдем уравнение искомой кривой:

$$(\eta - \eta_m)^2 + (\xi - \xi_m)^2 = r^2, \quad (111)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{где} \\ \eta_m = \frac{V}{2} \frac{Z_0^2(X_k - X_\infty) - Z_k^2(X_0 - X_\infty) +}{Z_0^2(X_k R_\infty - R_k X_\infty) - Z_k^2(X_0 R_\infty - R_0 X_\infty) +} \\ \quad + Z_\infty^2(X_0 - X_k) \\ \quad + Z_\infty^2(X_0 R_k - R_0 X_k); \\ \xi_m = \frac{V}{2} \frac{Z_0^2(R_\infty - R_k) - Z_k^2(R_\infty - R_0) +}{Z_0^2(X_k R_\infty - R_k X_\infty) - Z_k^2(X_0 R_\infty - R_0 X_\infty) +} \\ \quad + Z_\infty^2(R_k - R_0) \\ \quad + Z_\infty^2(X_0 R_k - R_0 X_k); \\ r = \sqrt{\eta_m^2 + \xi_m^2 - V^2 \frac{X_0(R_\infty - R_k) - X_k(R_\infty - R_0) + X_\infty(R_k - R_0) - R_0 X_\infty + Z_\infty^2(X_0 R_k - R_0 X_k)}{Z_0^2(X_k R_\infty - R_k X_\infty) - Z_k^2(X_0 R_\infty - R_0 X_\infty) +}} \end{aligned} \right\} \quad (112)$$

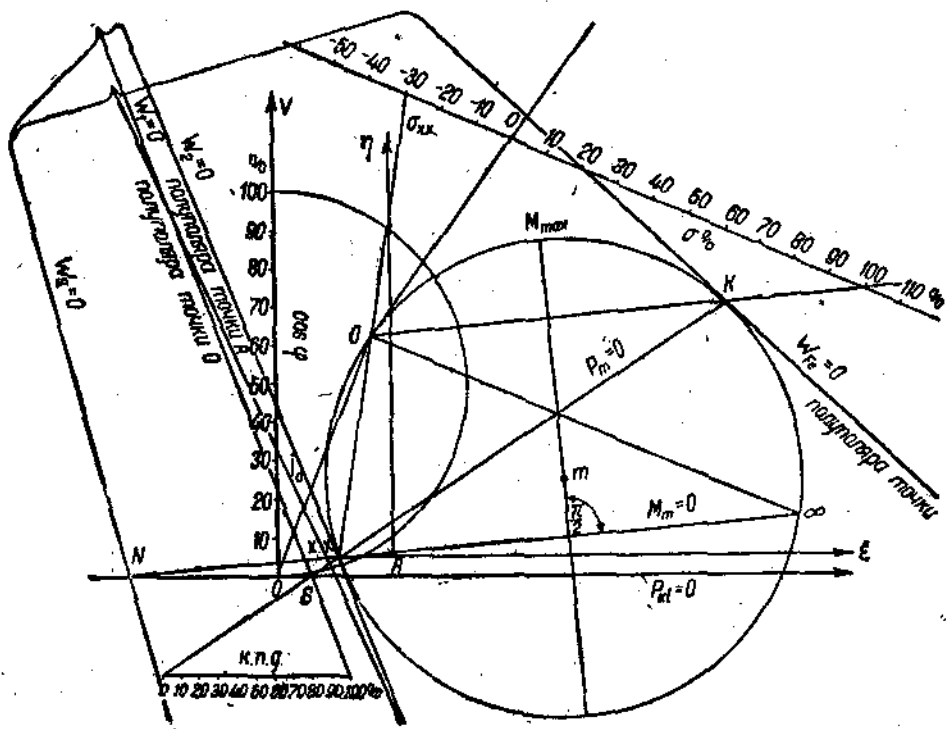
Из ур-ний (111) и (112) следует, что рассматриваемая кривая есть окружность радиуса r с центром в точке, определяемой координатами η_m и ξ_m .

Подставляя в уравнение (110) последовательно $\sigma = 0$, $\sigma = 1$ и $\sigma = \pm \infty$ и решая затем систему уравнений относительно η и ξ , найдем координаты точек синхронного хода, короткого замыкания и идеального короткого замыкания:

$$\eta_0 = \frac{VR_0}{R_0^2 + X_0^2}; \quad \xi_0 = \frac{VX_0}{R_0^2 + X_0^2};$$

$$\eta_k = \frac{VR_k}{R_k^2 + X_k^2}, \quad \xi_k = \frac{VX_k}{R_k^2 + X_k^2};$$

$$\eta_{\infty} = \frac{VR_{\infty}}{R_{\infty}^2 + X_{\infty}^2}; \quad \xi_{\infty} = \frac{VX_{\infty}}{R_{\infty}^2 + X_{\infty}^2}.$$



Фиг. 87.

Общий ток, потребляемый всей системой:

$$I_1 = I_1 + I_3 = (I_a + I_i) + I_3'.$$

С изменением режима работы двигателя токи I_a и I_t изменяются по величине и фазе; но так как относительное численное значение этих токов невелико, то с некоторым приближением можно считать их постоянными. Положив $I_a + I_t = I_m = \text{const}$, найдем:

$$i = i_2' + i_3.$$

Таким образом диаграмма тока I_2' может служить одновременно и диаграммой тока I ; для этого достаточно перенести начало координат с таким расчетом, чтобы расстояние от нового начала координат до старого было равно по величине и направлению вектору I_m .

Мощность, передаваемая магнитным полем ротору двигателя, равна вещественной части произведения вектора $\dot{E}_1$ на вектор $I_r = (I_1 - I_a) = -u_{21} I_2 e^{+j\theta}$, причем один из этих векторов должен быть взят в сопряженной форме.

Из системы уравнений (105'), (105) и (106) находим в предположении $Z_{11} = 0$, $Z_1 = \infty$, $Z_{21} = 0$, $Z_a = \infty$:

$$I_2 = -\dot{V} \frac{u_1 + u_{21} \sigma e^{-j\theta}}{Z_2 + Z_1 u_{21}^2 \sigma}.$$

Следовательно:

$$I_r = -I_2 u_{21} e^{+j\theta} = +\dot{V} u_{21} \frac{u_1 + e^{+j\theta} + u_{21} \sigma}{Z_2 + Z_1 u_{21}^2 \sigma_1}$$

или, подставляя $Z_2 = R_2 - jX_2 \sigma$, $Z_1 = R_1 - jX_1$ и $e^{+j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$:

$$I_r = +\dot{V} u_{21} \frac{(u_1 + \cos \theta + u_{21} \sigma) + j u_1 \sin \theta}{(R_2 + R_1 u_{21}^2 \sigma) - j(X_2 + X_1 u_{21}^2) \sigma},$$

а в сопряженной форме:

$$\underline{I}_r = +\dot{V} u_{21} \frac{(u_1 + \cos \theta + u_{21} \sigma) - j u_1 \sin \theta}{(R_2 + R_1 u_{21}^2 \sigma) + j(X_2 + X_1 u_{21}^2) \sigma}.$$

Далее из основного соотношения:

$$\dot{V} + \dot{E}_1 = I_1 Z_1$$

получаем

$$\dot{E}_1 = -(\dot{V} - I_1 Z_1).$$

При условии $Z_a = \infty$, т. е. $I_a = 0$, имеем:

$$I_1 = -u_{21} I_2 e^{+j\theta} = I_2.$$

Следовательно

$$\dot{E}_1 = -(\dot{V} - I_r Z_1)$$

или, подставляя вместо I_r его значение:

$$\dot{E}_1 = -\dot{V} \frac{[R_2 - u_1 u_{21} (R_1 \cos \theta + X_1 \sin \theta)] - j[X_2 \sigma - u_{21} u_1 (X_1 \cos \theta - R_1 \sin \theta)]}{(R_2 + R_1 u_{21}^2 \sigma) - j(X_2 + X_1 u_{21}^2) \sigma}.$$

Следовательно, мощность, передаваемая магнитным полем ротору:

$$\begin{aligned} P_p = \text{вещ. часть } [\dot{E}_1 \underline{I}_2] &= +V^2 u_{21} \times \\ \times \frac{[(X_2 u_1 \sin \theta - R_2 u_{21}) + u_1 u_{21}^2 (R_1 \cos \theta + X_1 \sin \theta)] +}{(R_2 + R_1 u_{21}^2 \sigma)^2 +} \\ &+ \frac{u_1 (u_1 u_{21} R_1 - R_{21} \cos \theta)}{(X_2 + X_1 u_{21}^2)^2 \sigma^2} \end{aligned} \quad (113)$$

Отсюда механическая мощность, передаваемая ротором двигателя валу:

$$P_m = P_\mu (1 - \sigma) = V^2 u_{21} (1 - \sigma) \frac{[(X_2 u_i \sin \theta - R_2 u_{21}) + u_i u_{21}^2 (R_1 \cos \theta + R_2 + R_1 u_{21}^2 \sigma)^2 + X_1 \sin \theta] \sigma + u_i (u_i u_{21} R_1 - R_2 \cos \theta)}{(R_2 + R_1 u_{21}^2 \sigma)^2 + (X_2 + X_1 u_{21}^2)^2 \sigma^2} \quad (114)$$

Из ур-ния (114) следует, что механическая мощность двигателя равна нулю при $\sigma = 1$, т. е. при коротком замыкании, и при

$$\sigma_x = -u_i \frac{u_i u_{21} R_1 - R_2 \cos \theta}{(X_2 u_i \sin \theta - R_2 u_{21}) + u_i + u_{21}^2 (R_1 \cos \theta + X_1 \sin \theta)} \quad (115)$$

Очевидно, это значение скольжения отвечает холостому ходу двигателя.

При $u_i = 0$ имеем $\sigma = 0$, т. е. точка холостого хода на диаграмме совпадает с точкой синхронного хода.

Точно так же $\sigma_x = 0$ при угле сдвига щеток, определяемом из уравнения:

$$u_i u_{21} R_1 - R_2 \cos \theta = 0,$$

откуда

$$\theta^0 = \arccos u_i u_{21} \frac{R_1}{R_2}.$$

Итак, линия механических мощностей на круговой диаграмме проходит через точки короткого замыкания и холостого хода.

Вращающий момент двигателя:

$$M_m = \frac{P_\mu}{\omega_0} = \frac{P_m}{\omega_0 (1 - \sigma)},$$

где $\omega_0 = \frac{2\pi f_p}{p}$ — синхронная угловая скорость, причем f_p — частота тока сети, а p — число пар полюсов двигателя.

Вводя P_m из (114), находим:

$$M_m = V^2 \frac{p u_{21}}{2\pi f_p} \times \frac{[(X_2 u_i \sin \theta - R_2 u_{21}) + u_i u_{21}^2 (R_1 \cos \theta + X_1 \sin \theta)] (\sigma - \sigma_x)}{(R_2 + R_1 u_{21}^2 \sigma)^2 + (X_2 + X_1 u_{21}^2)^2 \sigma^2} \quad (116)$$

Из этого уравнения следует, что вращающий момент двигателя обращается в нуль при $\sigma = \sigma_x$ и при $\sigma = \pm \infty$, т. е. при холостом ходе двигателя и при идеальном коротком замыкании.

Следовательно, линия вращающих моментов проходит на круговой диаграмме через точки холостого хода и идеального короткого замыкания. Для ее построения координаты точки холостого хода могут быть определены путем решения системы ур-ний (110) относительно η и ξ , после подстановки в них вместо σ его значения из ур-ния (115).

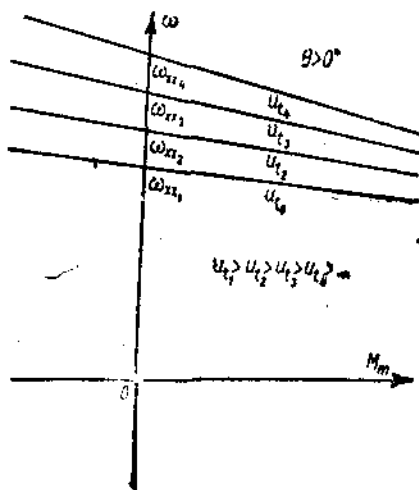
Линия клеммовых мощностей, линия потерь в двигателе и шкалы к. п. д. и $\cos \phi$ строятся так же, как и в случае однофазного шунтового двигателя.

Из ур-ния (113) для мощности магнитного поля P_μ следует, что при

значениях $\sigma > \sigma_x > 0$ мощность магнитного поля положительна, т. е. двигатель получает энергию со стороны статора. При этом часть ее, равная $P_m = (1 - \sigma) P_\mu$ используется в качестве механической мощности на валу двигателя, а другая часть, равная $\sigma \cdot P_\mu$, расходуется на покрытие потерь в цепи ротора и частью передается обратно в сеть через трансформатор. В этом отношении рассматриваемый двигатель более экономичен, нежели асинхронный, где вся энергия скольжения σP_μ теряется полностью в роторе. При $\sigma < \sigma_x < 0$ мощность P_μ отрицательна: это значит, что двигатель получает энергию не со стороны статора, а со стороны трансформатора и вала и отдает ее через статор в сеть, при этом $P_m < 0$, т. е. механическая мощность отрицательна, и двигатель вращается внешней силой.

На фиг. 87 представлена рабочая диаграмма трехфазного шунтового двигателя схемы фиг. 85, а на фиг. 88 даны его механические характеристики, не отличающиеся от характеристик шунтовых двигателей однофазного и постоянного тока.

На этом заканчиваем общий обзор механических свойств коллекторных машин переменного тока. Коллекторные машины специального типа (двигатель Шраге, коллекторные альтернаторы, однокорные преобразователи тока и частоты и компенсаторы) будут рассмотрены в отделах регулирования, каскадных соединений и компенсации коэффициента мощности в заводских установках.



Фиг. 88.

ГЛАВА III.

МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ.

А. ПЕРИОД НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ. ПРОЦЕСС ПУСКА.

Мы познакомились с механическими характеристиками электродвигателей, наиболее употребительных в практике электрического привода. Теперь, на основании общего знакомства с ними, остановимся на сравнительном изучении главных процессов работы привода, а именно; 1) неустановившегося движения, обнимающего: а) период пуска и б) период торможения и 2) установившегося движения, к которому отнесем и регулирование скорости.

Прежде всего обратимся к периоду пуска привода и в дополнение к рассмотренному в первой главе влиянию масс привода на процесс разгона, исследуем еще, как могут влиять на него механические свойства электродвигателей и род пусковых аппаратов. Изучение этого влияния проведем в отношении: а) плавности, б) продолжительности и с) экономичности пуска.

§ 1. Плавность пуска.

Плавность пуска с точки зрения свойств электродвигателей определяется изменением вращающего момента в течение пуска, так как это изменение, происходящее при реостатном пуске ступенями, обуславливает, с одной стороны, большие или меньшие механические толчки, передающиеся приводу, а с другой — толчки тока, чувствительно отзывающиеся в электрической сети.

При рассмотрении изложенного в § 2 гл. II процесса пуска шунтового двигателя легко видеть влияние рода пускового реостата, а именно числа ступеней, на плавность пуска. Действительно, из сравнения двух диаграмм фиг. 89 ясно без объяснения, что один и тот же шунтовой двигатель, имеющий пограничную скорость n_0 и жесткость автоматической характеристики, определяемую углом α , при 3 ступенях реостата даст вдвое более грубый пуск (ΔM_3), чем при 6 ступенях (ΔM_6).

Помимо числа переходных характеристик, т. е. рода пускового аппарата, плавность пуска зависит от рода самого двигателя, иначе говоря, от рода его характеристик, в смысле их крутизны и кривизны.

Действительно, для шунтового двигателя переходные характеристики близки к прямым, и, по мере приближения к автоматической, крутизна их уменьшается; (фиг. 90) для серийного двигателя характеристики имеют гиперболический вид и обращены вогнутостью

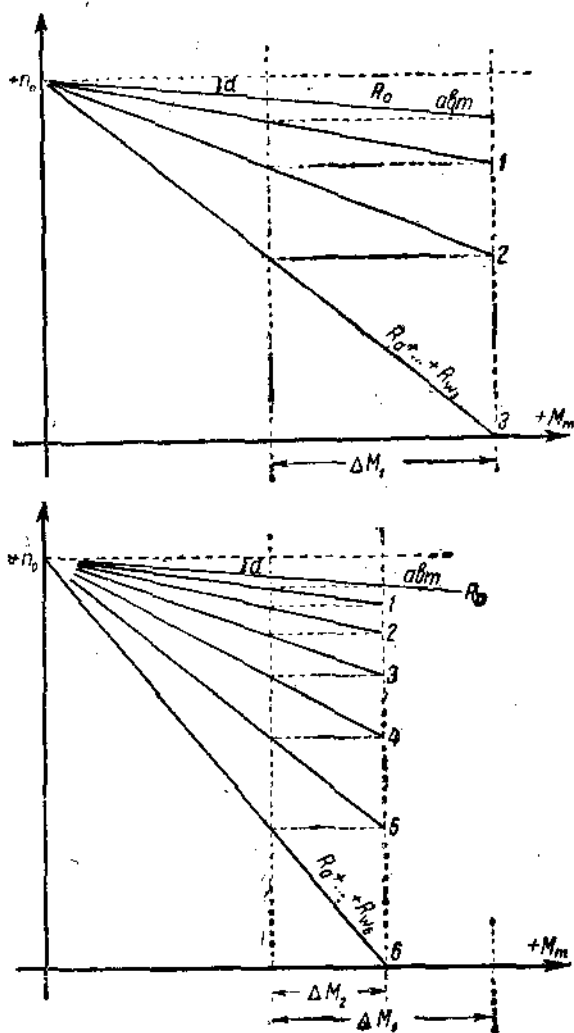
в сторону положительных ординат; для асинхронного — характеристики в области устойчивой работы имеют параболический вид и обращены вогнутостью в обратную сторону (отрицательных ординат).

Влияние кривизны характеристик сказывается в том отношении, что пусковые свойства электродвигателей меняются в зависимости от того, на каком участке кривых происходит пуск, так как различные участки такой характеристики имеют различную крутизну. Так, например, один и тот же серийный двигатель будет давать при прочих равных условиях различную плавность пуска в зависимости от того, на каком участке характеристик (малого или большого пускового момента) происходит пуск.

Влияние крутизны падения характеристики коси абсцисс такое же, как и числа кривых: т. е. с увеличением крутизны (при том же числе переходных характеристик) пусковые колебания вращающего момента, а следовательно и тока, уменьшаются. Это совершенно ясно из сопоставления систем переходных механических характеристик серийного, шунтового и асинхронного двигателей, приведенных на фиг. 90.

Обратно, при заданной величине плавности, т. е. при заданном колебании вращающего момента, серийный двигатель, пускаемый на крутых участках характеристик, т. е. при ненасыщенной магнитной цепи, потребует меньшего числа переходных характеристик и, следовательно, меньшего количества ступеней пускового реостата, чем шунтовой.

Что касается асинхронного двигателя, то при пуске на устой-

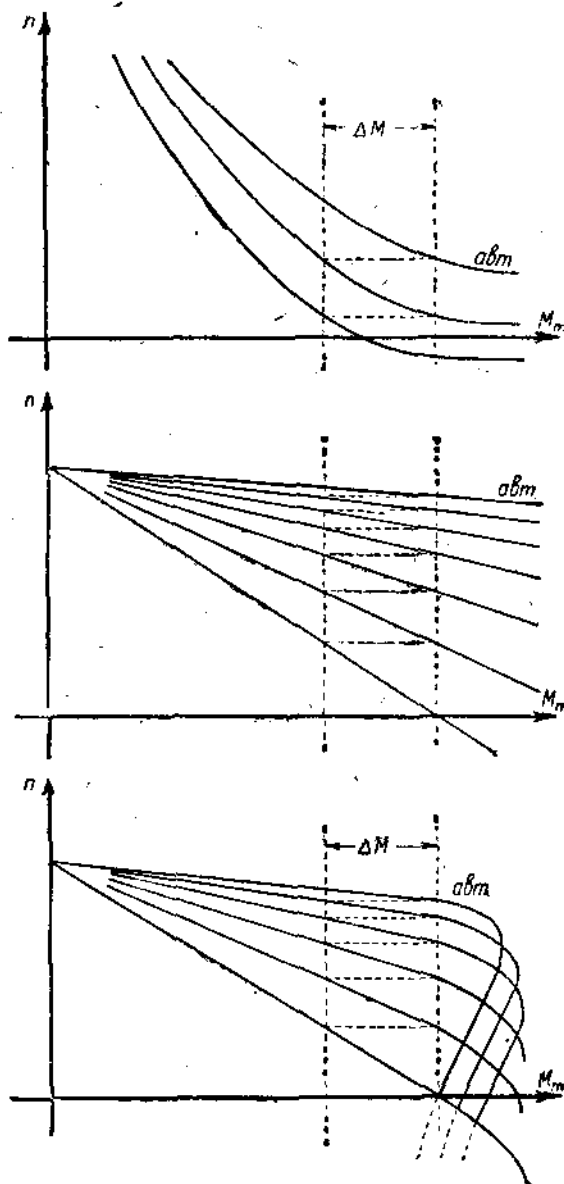


Фиг. 89.

чивой части характеристики и в достаточном удалении от опрокидывающего момента, условия пуска почти таковы же, как и для шунтового двигателя, так как характеристики оказываются весьма близкими по форме к прямым линиям.

Далее, в виду подобия формы характеристик коллекторных двигателей переменного тока и соответствующих двигателей постоянного тока, все сказанное о последних в отношении плавности пуска может быть распространено и на первые. Следует заметить, что для коллекторных двигателей, пускаемых в ход передвижением щеток, число переходных характеристик равно числу коллекторных пластин, лежащих между положением щеток при холостом ходе и рабочим положением их, т. е. значительно превышает нормальное число контактов пускового реостата. Таким образом по конструктивным особенностям они должны обладать большей плавностью пуска.

Наконец, особо благоприятные условия в отношении плавности пуска имеют место в приводах, электрифицированных по системе Леонарда, где плавным изменением подводимого к двигателю напряжения можно получить очень большое



Фиг. 90.

число переходных характеристик, почти параллельных друг другу как вверх, так и вниз от характеристики, отвечающей нормальному напряжению [фиг. (41), гл. II].

Здесь плавности пуска содействует еще самоиндукция цепи возбуждения динамо Леонарда, так как изменение напряжения обусло-

вливается изменением магнитного потока индукторов. При достаточно плавном изменении тока возбуждения динамо с помощью шунтового реостата магнитный поток меняется еще более плавно, по закону асимптотического приближения к конечному значению Φ :

$$-\Phi = \Phi_0 + \Delta\Phi (1 - e^{-\frac{R}{L}t}),$$

где $\Delta\Phi$ — окончательное приращение магнитного потока, отвечающее приращению тока возбуждения динамо на величину Δi_m ; R и L — соответственно ваттное сопротивление и коэффициент самоиндукции цепи возбуждения; t — время, отсчитываемое от момента выключения ступени шунтового реостата в цепи возбуждения $\frac{L}{R} = T$, так наз. постоянная времени магнитной цепи.

Примечание. В еще большей степени сказанное о плавности пуска относится к системе Леонарда с так называемым косвенным управлением, т. е. с реостатом управления в цепи возбуждения возбuditеля в отличие от „прямого“ управления в цепи возбуждения динамо Леонарда как было показано на фиг. 13а. При косвенном управлении большая плавность пуска и регулирования объясняется наличием двух магнитных систем, действующих последовательно и общая постоянная времени цепи $T_p = \frac{L}{R}$ соответственно больше.

К тому же здесь легче достигнуть большей плавности за счет большего числа переходных характеристик, т. е. большего числа контактов реостата возбуждения, так как последний оказывается во много раз меньше и дешевле, чем в системе прямого управления, где сила тока во много раз больше.

Зато в отношении быстроты управления, особенно существенной в прокатных станах, где число реверсов двигателя, управляемого от системы Леонарда-Ильгнера, превышает 10 раз в 1 минуту, косвенное управление проявляет недостаток большой постоянной времени $T_p = \frac{L}{R}$. Чтобы сохра-

нить эту систему управления и здесь, приходится изыскивать средства преодолеть „электромагнитную инерцию“ системы: в виде кратковременного повышения в 2 раза напряжения, подводимого к возбудителю в мгновение его перемагничивания. Весьма интересна идея осуществления такого периодического повышения напряжения помощью специальной машины с маховичком, включенной в цепь возбуждения (см. брошюру В. В. С. № 754 Д 1923 г.).

§ 2. Продолжительность пуска.

Переходя к изучению влияния механических свойств двигателей (формы их характеристик) на продолжительность периода пуска, будем исходить из уже известного уравнения моментов (2):

$$M_m = M_s + J \frac{d\omega}{dt}.$$

При попытке строго аналитического решения поставленного вопроса приходится считаться с невозможностью вполне точно выразить зависимость момента сопротивления привода от числа оборотов двигателя.

Так как обычно эта зависимость представляется в виде более или менее сложного математического закона $M_s = f(\omega)$, то, полагая функцию $f(\omega)$ со всеми ее производными непрерывной в рассматриваемой области значений ω , удобнее всего бывает представить ее в виде сходящегося ряда:

$$M_s = M_0 + M_1 \omega + M_2 \omega^2 + M_3 \omega^3 + \dots$$

а неизвестные коэффициенты этого ряда определить из предварительного опыта.

Так, например, было найдено, что в приводе вентилятора с достаточной точностью можно считать M_1 , M_3 и т. д. равным нулю и положить

$$M_s = M_0 + M_2 \omega^2,$$

где M_0 и M_2 — некоторые постоянные коэффициенты, различные для различных вентиляторов.

Для привода генераторов постоянного тока с независимым возбуждением, работающих на сеть с постоянным сопротивлением, можно считать коэффициенты M_2 , M_3 и т. д. равными нулю и полагать:

$$M_s = M_0 + M_1 \omega,$$

где M_0 и M_1 — некоторые постоянные числа.

Для привода подъемных установок можно считать M_1 , M_2 , M_3 и т. д. равными нулю и полагать момент сопротивления независимым от скорости:

$$M_s = M_0 = \text{const.}$$

Наконец, при пуске двигателя вхолостую, пренебрегая потерями на трение в подшипниках и о воздух, можно считать M_0 , M_1 , M_2 , M_3 и т. д. равными нулю и момент сопротивления, приложенный к валу мотора, равным нулю:

$$M_s = 0.$$

а) Постоянная времени пуска T_p .

Рассмотрим простейший случай, отвечающий пуску двигателя при $M_s = 0$ и $M_m = \text{const.}$

Тогда

$$M_m = J \frac{d\omega}{dt} = \text{const}$$

и, следовательно

$$t = \int \frac{J}{M_m} d\omega = \frac{J}{M_m} \omega + C,$$

где C — произвольная постоянная интегрирования, определяемая из начальных условий: $\omega = 0$ при $t = 0$.

Так как $C = 0$, то

$$t = \frac{J}{M_m} \omega. \quad (117)$$

Обозначив через T_p — продолжительность разгона двигателя

до нормальной установившейся угловой скорости ω_s при данных теоретических условиях $M_s = 0^*$), получим из уравнения (117)

$$T_b = \frac{J}{M_m} \omega_s. \quad (117')$$

Остановимся несколько на величине T_b и выясним ее физический смысл.

Обратимся к указанному ранее упрощенному уравнению (29) Бланка:

$$M_s = M_{f_r} + [M_{\text{ном}} - M_{f_r}] \left(\frac{n}{n_{\text{ном}}} \right)^{q-1}, \quad (29)$$

приблизительно представляющему уравнение большинства нагрузочных характеристик $M_s = f(n)$.

Заменяя в нем n и $n_{\text{ном}}$ соответственно через $\frac{60\omega}{2\pi}$ и $\frac{60\omega_s}{2\pi}$ и деля на M_m , обе части, получим:

$$\frac{M_s}{M_m} = \frac{M_{f_r}}{M_m} + \frac{M_{\text{ном}} - M_{f_r}}{M_m} \left(\frac{\omega}{\omega_s} \right)^{q-1}.$$

Вводя обозначения:

$$\frac{M_s}{M_m} = \delta; \quad \frac{M_{f_r}}{M_m} = \delta_0 \quad \text{и} \quad \frac{M_{\text{ном}} - M_{f_r}}{M_m} = \delta_1,$$

будем иметь:

$$\delta = \delta_0 + \delta_1 \left(\frac{\omega}{\omega_s} \right)^{q-1}. \quad (29')$$

Полагая M_m величиной постоянной, что практически достигается при жидкостном реостате или металлическом с большим числом контактов, можно считать коэффициенты δ_0 и δ_1 также постоянными. Если, кроме того, за весь период пуска $M_s = \text{const}$, то уравнение (29') примет вид:

$$\frac{M_s}{M_m} = \delta = \text{const}.$$

Подставляя вместо M_s его величину δM_m в уравнение (2), получим:

$$M_m = \delta M_m + J \frac{d\omega}{dt},$$

откуда

$$1 - \delta = \frac{J}{M_m} \frac{d\omega}{dt}.$$

*) Более точное определение T_b см. далее.

Но из ур-ния (117') следует:

$$\frac{J}{M_m} = \frac{T_b}{\omega_s}$$

Тогда последнее уравнение примет вид:

$$1 - \delta = \frac{T_b}{\omega_s} \frac{d\omega}{dt}$$

или после интегрирования:

$$(1 - \delta) \frac{t}{T_b} = \frac{\omega}{\omega_s} + C,$$

где C — произвольная постоянная интегрирования, определяемая из начального условия $\omega = 0$ при $t = 0$, т. е. $C = 0$.

Вследствие этого получаем:

$$(1 - \delta) \frac{t}{T_b} = \frac{\omega}{\omega_s}. \quad (118)$$

Назовем теперь через t'_b продолжительность пуска двигателя от начала до вывода последней ступени реостата.

К этому мгновению угловая скорость ω'_s не достигнет еще значения ω_s , однако разность $(\omega_s - \omega'_s)$, различная для различных двигателей, будет невелика для большинства из них. Во всяком случае дальнейшего времени разгона (по автоматической характеристике) учитывать не будем. Тогда предыдущее уравнение представится так:

$$(1 - \delta) \frac{t'_b}{T_b} = \frac{\omega'_s}{\omega_s}. \quad (118')$$

Если рассматривать двигатель, имеющий пограничную или синхронную скорость ω_0 , определяемую из уравнения:

$$E_0 = \alpha \omega_0 \Phi = V,$$

то можно связать между собою скорости ω_0 и ω_s следующей зависимостью, вытекающей из общего выражения к. п. д. двигателя:

$$\eta = \frac{E_s \cdot i_s}{E_s \cdot i_s + i_s^2 R} = \frac{E_s}{E_s + i_s R} = \frac{E_s}{V} = \frac{\alpha \omega_s \Phi}{\alpha \omega_0 \Phi} = \frac{\omega_s}{\omega_0}. \quad (119)$$

Обозначив через i'_b — пусковой ток и E'_s — э.д. силу после вывода последней ступени пускового реостата, можно написать основное уравнение для указанного мгновения в виде:

$$V = E'_s + i'_b R,$$

а для установившегося хода:

$$V = E_s + i_s R.$$

Откуда, обозначая отношение пускового тока к нормальному буквой x , получим:

$$x = \frac{i'_b}{i_s} = \frac{V - E'_s}{V - E_s} = \frac{1 - \frac{E'_s}{V}}{1 - \frac{E_s}{V}}$$

или, принимая во внимание ур-ние (119):

$$x = \frac{i_b'}{i_s} = \frac{1 - \frac{\omega_s'}{\omega_0}}{1 - \frac{\omega_s}{\omega_0}} = \frac{\omega_0 - \omega_s'}{\omega_0 - \omega_s}$$

Вводя $\omega_0 = \frac{\omega_s}{\eta}$ получим:

$$x = \frac{i_b'}{i_s} = \frac{\frac{\omega_s}{\eta} - \omega_s'}{\frac{\omega_s}{\eta} - \omega_s} = \frac{1 - \frac{\omega_s'}{\omega_s}}{1 - \eta}$$

откуда:

$$\frac{\omega_s'}{\omega_s} = \frac{1}{\eta} - \left(\frac{1}{\eta} - 1 \right) x = \frac{1}{\eta} [1 - x(1 - \eta)].$$

Подставляя в ур-ние (118'), найдем:

$$(1 - \delta) \frac{t_b'}{T_b} = \frac{1}{\eta} [1 - x(1 - \eta)],$$

откуда:

$$t_b' = T_b \frac{1 - x(1 - \eta)}{\eta(1 - \delta)}. \quad (120)$$

Применяя теперь это общее выражение продолжительности пуска к частному и идеальному случаю $R=0$, что соответствует значению $\eta=1$, получим:

$$t_b' = T_b \frac{1}{1 - \delta}.$$

Считая $M_s=0$, т. е. $\delta=0$ найдем:

$$t_b' = T_b.$$

Таким образом величина T_b , называемая постоянной времени пуска, определяется как такое время, в течение которого идеальный двигатель выйдет на автоматическую характеристику при условии $M_s=0$, т. е. при пуске вхолостую и при к. п. д. двигателя равном единице, если момент вращения за все время пуска будет поддерживаться строго постоянным и равным по ур-нию (117')

$$M_A = M_s + J \frac{d\omega}{dt} = \frac{J\omega_s}{T_b}.$$

Перейдем к рассмотрению более практического вопроса о влиянии формы механической характеристики двигателя на продолжительность периода пуска для различных случаев $M_s = f(\omega)$.

б) Пуск шунтового двигателя без реостата при $M_s = 0$.

Чтобы рассмотреть этот случай аналитически и найти для него зависимость $\omega = f(i)$, подставим в основное уравнение $M_m = M_s + J \frac{d\omega}{dt}$ вместо M_s — нуль, а вместо M_m — его выражение из формулы (46'). Тогда получим:

$$A'' - B''_1 \omega = J \frac{d\omega}{dt},$$

где

$$A'' = \frac{\eta V \alpha' \Phi_a}{g \cdot R_a} = a \text{ и } B''_1 = \frac{\eta \alpha'^2 \Phi_a^2}{g \cdot R_a} = b.$$

Перепишем последнее уравнение так:

$$a - b \omega = J \frac{d\omega}{dt}.$$

Разделяя переменные, интегрируя и определяя произвольную постоянную из условия $\omega = 0$ при $t = 0$, получим:

$$t = -\frac{J}{b} \ln \left(1 - \frac{b}{a} \omega \right)$$

откуда

$$\omega = \frac{a}{b} \left(1 - e^{-\frac{b}{J} t} \right) \quad (121')$$

Таким образом ω асимптотически приближается к значению

$$\frac{a}{b} = \frac{V}{\alpha' \Phi_0} = \omega_0,$$

т. е. к пограничной скорости, как и следовало ожидать, так как по условию момент сопротивления равен нулю.

Когда при $t = \infty$ процесс разгона будет закончен, будем иметь:

$$\omega = \frac{a}{b} \text{ или } a - b \omega = M_m = 0 = M_s,$$

т. е. момент вращения станет равным моменту сопротивления, т. е. нулю в данном случае.

Из соотношения (121') видно, что быстрота приближения скорости к ее конечному значению тем больше, чем меньше отношение

$$\frac{J}{b} = \frac{J g R_a}{\eta \alpha'^2 \Phi_a^2} = \frac{J \omega_0 g}{\eta \alpha' \Phi_a \cdot \frac{\alpha' \Phi \omega_0}{R_a}} = \frac{J \omega_0 g}{\eta \alpha' \Phi_a \frac{V}{R_a}} = \frac{J \omega_0}{\eta \alpha' \Phi_a \frac{i_k}{g}} = \frac{J \omega_0}{M_k} = T_k \quad (117'')$$

Это отношение мы называем через T_k по аналогии с величиной T_b в ур-нии (117').

Очевидно, что $T_k = \frac{J \omega_0}{M_k} = \frac{J}{b}$ есть то время, в течение кото-

рого скорость двигателя возрастает от 0 до ω_0 , если момент ускорения M_b будет постоянным и равным моменту вращения M_k при силе тока $i_k = \frac{V}{R}$.

В соответствии с этим, ур-ние (121') может быть переписано так:

$$\omega = \omega_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{T_k}} \right) \quad (121)$$

с) Пуск шунтового двигателя без реостата при $M_s = \text{const}$.

Для этого случая ур-ние (2) переписывается в виде:

$$a - b\omega = M_s + J \frac{d\omega}{dt}$$

Разделяя переменные, интегрируя и определяя произвольную постоянную из условия $\omega = 0$ при $t = 0$, получим:

$$t = -\frac{J}{b} \ln \frac{a - b\omega - M_s}{a - M_s} = -T_k \ln \frac{a - b\omega - M_s}{a - M_s},$$

откуда

$$\omega = \frac{a - M_s}{b} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_k}} \right). \quad (122')$$

Выражение, стоящее перед скобками, можно преобразовать:

$$\begin{aligned} \frac{a - M_s}{b} &= \frac{a}{b} - \frac{M_s}{b} = \omega_0 - \frac{M_s g R}{\eta \alpha'^2 \Phi_a^2} = \omega_0 - \frac{M_s g R \omega_0}{\eta \cdot \alpha' \Phi_a \alpha' \Phi_a \omega_0} = \omega_0 - \\ &- \frac{M_s g \omega_0}{\eta \alpha' \Phi_a \frac{V}{R}} = \omega_0 - \frac{M_s \omega_0}{\frac{\eta \alpha' \Phi_a \cdot i_k}{g}} = \omega_0 - \frac{M_s \omega_0}{M_k} = \omega_0 \left(1 - \frac{M_s}{M_k} \right), \end{aligned}$$

где $M_k = \frac{\eta \alpha' \Phi_a i_k}{g}$, есть момент вращения, соответствующий короткому замыканию двигателя (без реостата).

Таким образом ур-ние переписывается в виде:

$$\omega = \omega_0 \cdot \left(1 - \frac{M_s}{M_k} \right) \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T_k}} \right) \quad (122')$$

Предполагая характеристику шунтового двигателя строго прямой, можно написать пропорцию:

$$\frac{\omega_s}{\omega_0} = \frac{M_k - M_s}{M_k} = 1 - \frac{M_s}{M_k}$$

и следовательно:

$$\omega_0 \left(1 - \frac{M_s}{M_k} \right) = \omega_s.$$

В соответствии с этим, уравнение (122') перепишется в виде:

$$\omega = \omega_s \left(1 - e^{-\frac{t}{T_k}} \right). \quad (122)$$

Здесь скорость асимптотически приближается к значению ω_s , которого достигает теоретически при $t = \infty$.

При этом:

$$\omega = \omega_s = \frac{a - M_s}{b}$$

или:

$$a - b \omega_s = M_s,$$

т. е. момент вращения $M_m = a - b \omega_s$ становится равным моменту сопротивления, что и соответствует установившемуся ходу с постоянной скоростью ω_s .

Случаев пуска шунтового двигателя без реостата при $M_s = M_0 + M_1 \omega$ и $M_s = M_0 + M_2 \omega^2$ рассмат-

ривать не будем, так как они особого интереса не представляют и сводятся первый к интегрированию уравнения вида:

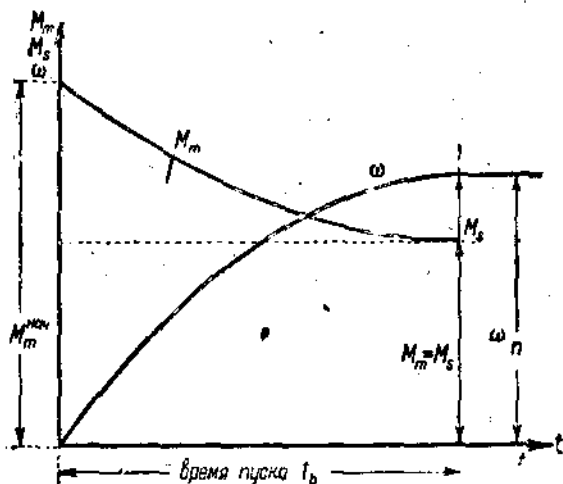
$$a - b \omega = M_0 + M_1 \omega + J \frac{d\omega}{dt},$$

а второй — вида:

$$a - b \omega = M_0 + M_2 \omega^2 + J \frac{d\omega}{dt}$$

с определением произвольной постоянной интегрирования из условий $\omega = 0$ при $t = 0$. В том и другом случае, как и в предыдущих, скорость оказывается асимптотически приближающейся к некоторому конечному значению ω_s , при котором момент сопротивления оказывается равным вращающему моменту электродвигателя.

На фиг. 91 дана кривая изменения скорости ω в функции вре-



Фиг. 91.

мени при безреостатном пуске шунтового двигателя и при M_s , не зависящем от скорости.

Чтобы определить соответствующий этому случаю закон изменения вращающегося момента в функции времени, достаточно ввести в ур-ние (2) выражение ω из ур-ния (45'), считая M_m переменной величиной:

$$M_m = M_s + J \left(-B_1' \frac{dM_m}{dt} \right) = M_s - J \cdot B_1' \frac{dM_m}{dt}$$

Интегрируя и определяя произвольную постоянную из условия $M_m = M_k$ при $t = 0$, получим:

$$M_m = M_s + (M_k - M_s) e^{-\frac{t}{T_k}} \quad (123)$$

и для случая $M_s = 0$ (пуск вхолостую):

$$M_m = M_k \cdot e^{-\frac{t}{T_k}} \quad (123')$$

Те же уравнения найдем и путем исключения ω из ур-ний (49'), (123), (45') и (121).

д) Безреостатный пуск сериес-двигателя.

Минуя случай пуска вхолостую, как не вполне определенный, в виду бесконечно-большого числа оборотов двигателя при холостом ходе, рассмотрим пуск двигателя под нагрузкой, с моментом сопротивления M_s , не зависящим от скорости ω .

Подставляя в основное уравнение $M_m = M_s + J \frac{d\omega}{dt}$ величину $M_m = \left(\frac{C_1'}{\omega + D_1} \right)^2$ из ур-ния (50'), найдем

$$\left(\frac{C_1'}{\omega + D_1} \right)^2 = M_s + J \frac{d\omega}{dt}$$

Разделяя переменные, интегрируя и определяя произвольную постоянную из условия $\omega = 0$ при $t = 0$, получим:

$$t = -\frac{JC_1'}{2\sqrt{M_s}} \left\{ \frac{2\sqrt{M_s}}{C_1'} \omega - \ln \frac{\left(\frac{C_1'}{\omega + D_1} + \sqrt{M_s} \right) \cdot \left(\frac{C_1'}{D_1} - \sqrt{M_s} \right)}{\left(\frac{C_1'}{\omega + D_1} - \sqrt{M_s} \right) \cdot \left(\frac{C_1'}{D_1} + \sqrt{M_s} \right)} \right\} \quad (124)$$

Так как искомая величина входит в это уравнение под знаком алгебраической и элементарной трансцендентной функции, то выразить ее явным образом через параметр t не представляется возможным*). Однако, и не решая уравнения, легко видеть, что при $M_s = 0$ получаются две системы решений: первая ($\omega = 0, t = 0$) отвечает началу пуска и вторая ($\omega = \infty, t = \infty$) отвечает концу пуска.

*) Уравнение типа Кеплера. При заданных численных значениях коэффициентов можно найти значение с желаемой степенью точности по методу Ньютона.

Этого и следовало ожидать, так как при пуске сериес-мотора без нагрузки ($M_s = 0$) конечное число оборотов его бесконечно велико. При $M_s \neq 0$ значение угловой скорости ω_s , отвечающее концу пуска, может быть найдено, как такое конечное значение, при котором t обращается в бесконечность.

Из ур-ния (124) следует, что существует только одно единственное конечное значение ω больше нуля, обращающее t в бесконечность, при котором знаменатель подлогарифмической дроби становится равным нулю. Это значение $\omega = \omega_s$ найдется из ур-ния (50'), которое можно переписать так:

$$M_s = \left(-\frac{C_1'}{\omega_s + D_1} \right) = M_m.$$

Отсюда, видно, что искомое конечное значение угловой скорости должно удовлетворять основному требованию равномерного движения, т. е. равенству моментов вращающего и сопротивления.

Не вдаваясь в более строгий анализ ур-ния (124), заметим только, что для сериес-двигателя форма кривой $\omega = f(t)$ будет несколько иной, нежели для двигателя с жесткой характеристикой, а именно: в начале течение ее будет круче, а затем положе.

Действительно, из ур-ния кривых $M_m = f(i)$ для шунтового и сериес-двигателя видно (фиг. 45), что у сериес-двигателей при ненасыщенной магнитной цепи момент M_m в начале пуска, т. е. при больших значениях i_a , значительно больше, чем у шунтового, но убывает быстрее.

Чтобы получить зависимость $M_m = f(t)$ при безреостатном пуске сериес-мотора и постоянном моменте сопротивления M_s , достаточно в ур-ние (124) вместо ω подставить M_m из ур-ния (50') или проинтегрировать ур-ние (2), заменив ускорение $\frac{d\omega}{dt}$ через $\frac{dM_m}{dt}$ из того же ур-ния (50').

$$M_m \left(\frac{\omega + D_1}{C_1'} \right)^2 - 1 = f(M_m, \omega) = 0.$$

Согласно формуле дифференцирования неявных функций:

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dM_m} &= - \frac{\frac{\partial f(M_m, \omega)}{\partial M_m}}{\frac{\partial f(M_m, \omega)}{\partial \omega}} \cdot \frac{dM_m}{dt} = - \frac{\left(\frac{\omega + D_1}{C_1'} \right)^2}{M_m \cdot 2 \left(\frac{\omega + D_1}{C_1'} \right)} \cdot \frac{dM_m}{dt} \\ &= - \frac{C_1'}{2 \sqrt{M_m^3}} \cdot \frac{dM_m}{dt} \end{aligned}$$

тогда ур-ние (2) примет вид:

$$M_m = M_s - \frac{J \cdot C_1'}{2 \sqrt{M_m^3}} \cdot \frac{dM_m}{dt}$$

Разделяя переменные, интегрируя и определяя произвольную постоянную из условия $M_m = M_k$ при $t = 0$, найдем *):

$$t = -\frac{J C_1'}{2 M_s \sqrt{M_s}} \left\{ 2 \left(\sqrt{\frac{M_s}{M_m}} - \sqrt{\frac{M_s}{M_k}} \right) - \ln \frac{(\sqrt{M_m} + \sqrt{M_s})(\sqrt{M_k} - \sqrt{M_s})}{(\sqrt{M_m} - \sqrt{M_s})(\sqrt{M_k} + \sqrt{M_s})} \right\}. \quad (125)$$

Этому уравнению удовлетворяют две системы решений: $M_m = M_k$ при $t = 0$ — отвечающая началу пуска, и $M_m = M_s$ при $t = \infty$ — отвечающая концу его.

е) Безреостатный пуск асинхронного двигателя при $M_s = 0$ и при к. п. д. = 1.

Подставляя в ур-ние (2) вместо M_s — нуль, а вместо M_m — его выражение через скольжение из ур-ния (60), получим:

$$\frac{2 M_k}{\frac{\sigma}{\sigma_k} + \frac{\sigma_k}{\sigma}} = J \frac{d\omega}{dt}.$$

Так как, с другой стороны, $\omega = \omega_0 (1 - \sigma)$, то $\frac{d\omega}{dt} = -\omega_0 \frac{d\sigma}{dt}$ и ур-ние (2) примет вид:

$$\frac{2 M_k}{\frac{\sigma}{\sigma_k} + \frac{\sigma_k}{\sigma}} = -J \omega_0 \frac{d\sigma}{dt},$$

откуда

$$dt = -\frac{J \omega_0}{M_k} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma}{\sigma_k} + \frac{\sigma_k}{\sigma} \right) d\sigma. \quad (126'')$$

Выражение $\frac{J \omega_0}{M_k} = T_k$ уже знакомо из предыдущего, как постоянная времени пуска асинхронного двигателя при пусковом моменте, равном опрокидывающему. Величину T_k можно выразить еще иначе:

$$T_k = \frac{J \omega_0}{M_k} = \frac{J \omega_0^2}{M_k \omega_0} = \frac{J \omega_0^2}{P_{k_0}} = 2 \frac{A_0}{P_{k_0}},$$

где $A_0 = \frac{J \omega_0^2}{2}$ — живая сила масс, вращающихся с синхронной скоростью; $P_{k_0} = M_k \omega_0$ — мощность, которую развивал бы асинхронный мотор при синхронизме, если бы момент вращения его был при этом равен опрокидывающему.

*) Несмотря на чрезвычайную сложность выражений (124) и (125') они приводятся, чтобы показать насколько приводимое далее графическое определение продолжительности пуска t проще аналитического.

Совершенно очевидно, что:

$$\frac{J\omega_0}{M_k} = T_k < T_b = \frac{J\omega_s}{M_m}.$$

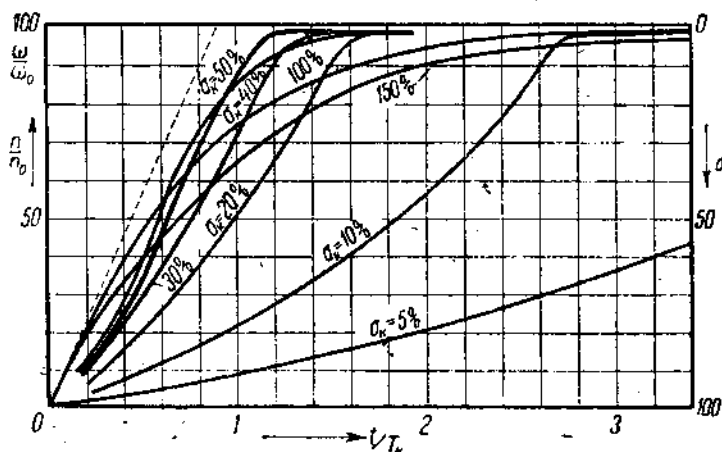
Таким образом уравнение (126'') можно переписать:

$$dt = -T_k \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma}{\sigma_k} + \frac{\sigma_k}{\sigma} \right) d\sigma \quad (126')$$

Интегрируя и определяя произвольную постоянную из условия $\sigma=1$ при $t=0$, найдем:

$$t = T_k \left(\frac{1-\sigma^2}{2\sigma_k} + \frac{\sigma_k}{2} \ln \frac{1}{\sigma} \right). \quad (126)$$

Величина, стоящая в скобках, носит название численного выражения времени пуска, т. е. коэффициента, на который надо множить T_k для получения действительного времени.



Фиг. 92.

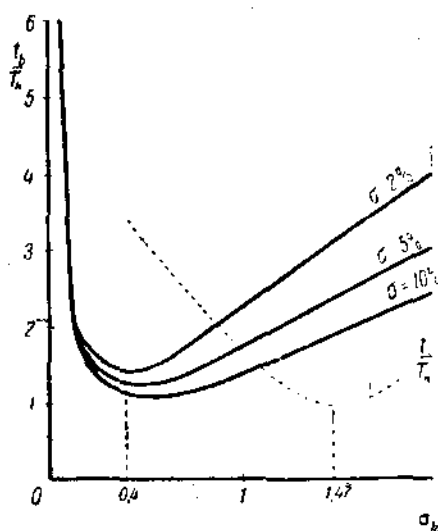
Здесь, как и в случае пуска вхолостую шунтового двигателя, скорость асимптотически стремится к пограничной (в данном случае синхронной); при $\sigma=0$ имеем $t=\infty$.

На фиг. 92 по оси абсцисс отложено отношение $\frac{t_b}{T_k}$, т. е. численное выражение времени пуска (кратное), а по оси ординат — значение $\frac{\omega}{\omega_0}$ или $\frac{n}{n_0}$ в процентах. Параметром принято скольжение опрокидывания σ_k .

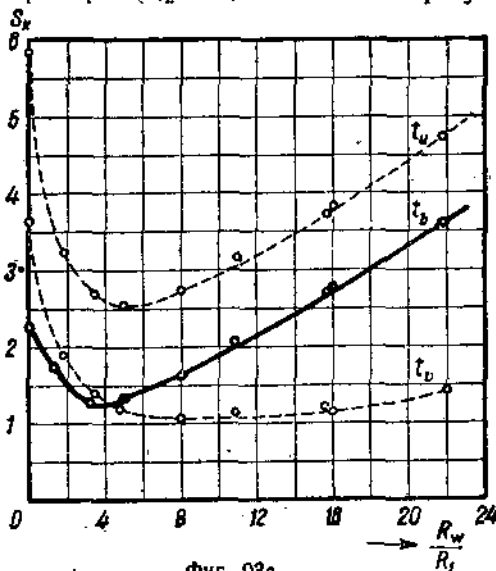
Как из этой фигуры, так и из фиг. 93, где параметром взято нормальное скольжение σ , а σ_k отложено по оси абсцисс, видно, что наименьшее время пуска будет соответствовать двигателю у которого $\sigma_k = \frac{R}{X} = 0,4$, т. е. $R=0,4X$.

При этом время пуска t_b будет очень мало отличаться от T_k ($t_b = 1,1 T_k - 1,4 T_k$).

На фиг. (93 а) представлено время разгона кранового трехфазного двигателя с маховиком на валу, мощностью 35 kW, при 1000 об/мин, записанное осциллографом, в зависимости от отношения внешнего сопротивления к сопротивлению ротора ($R_2 = 0,0137$ ома на фазу



Фиг. 93.



Фиг. 93а.

в нагретом состоянии), причем конец разгона считался при достижении 0,9 нормальной скорости, т. е. до 840 об/мин.

$$GD_{\text{ротора}}^2 = 30 \text{ kgm}^2; \quad GD_{\text{маховика}}^2 = 217 \text{ kgm}^2.$$

г) Безреостатный пуск асинхронного двигателя при постоянном моменте сопротивления $M_s \neq 0$.

Для случая безреостатного пуска асинхронного двигателя при постоянном моменте сопротивления $M_s \neq 0$, уравнение (2) получает вид:

$$\frac{2 M_k}{\frac{\sigma}{\sigma_k} + \frac{\sigma_k}{\sigma}} = M_s + J \left(- \frac{d\sigma}{dt} \omega_0 \right)$$

или, по разделении переменных:

$$dt = - \frac{J \omega_0}{M_k} \cdot \frac{M_k}{M_s} \cdot \frac{\sigma_k^2 + \sigma d\sigma}{\sigma_k^2 \left[\left(\frac{M_k}{M_s} \right)^2 - 1 \right] - \left[\left(\frac{M_k}{M_s} \right) \sigma_k - \sigma \right]^2};$$

вводя $T_k = \frac{J \omega_0}{M_k}$, получим:

$$dt = - T_k \frac{M_k}{M_s} \cdot \frac{\sigma_k^2 + \sigma d\sigma}{\sigma_k^2 \left[\left(\frac{M_k}{M_s} \right)^2 - 1 \right] - \left(\frac{M_k}{M_s} \sigma_k - \sigma \right)^2}. \quad (127')$$

Интегрируя и определяя произвольную постоянную из условия $\sigma = 1$ или $t = 0$, найдем:

$$t = -T_k \frac{M_k}{M_s} \left\{ 1 - \sigma - \frac{M_k}{M_s} \sigma_k \ln \frac{\left(\sigma_k \frac{M_k}{M_s} - \sigma^2 - \sigma_k^2 \left[\left(\frac{M_k}{M_s} \right)^2 - 1 \right] \right)}{\left(1 - \frac{M_k}{M_s} \left(\sigma_k \right)^2 - \sigma_k^2 \left[\left(\frac{M_k}{M_s} \right)^2 - 1 \right] \right)} - \right. \\ \left. - \frac{\sigma_k \left(\frac{M_k}{M_s} \right)^2}{\sqrt{\left(\frac{M_k}{M_s} \right)^2 - 1}} \times \right. \\ \left. \times \ln \frac{\left[\left(\sigma - \sigma_k \frac{M_k}{M_s} \right) - \sigma_k \sqrt{\left(\frac{M_k}{M_s} \right)^2 - 1} \right] \left[\left(1 - \sigma_k \frac{M_k}{M_s} \right) + \sigma_k \sqrt{\left(\frac{M_k}{M_s} \right)^2 - 1} \right]}{\left[\left(\sigma - \sigma_k \frac{M_k}{M_s} \right) + \sigma_k \sqrt{\left(\frac{M_k}{M_s} \right)^2 - 1} \right] \left[\left(1 - \sigma_k \frac{M_k}{M_s} \right) - \sigma_k \sqrt{\left(\frac{M_k}{M_s} \right)^2 - 1} \right]} \right\} \quad (127)$$

Из этого уравнения нет возможности явно выразить σ через t ; однако простым рассуждением можно определить значение скольжения σ_s , при котором закончится процесс разгона. В самом деле, скольжение достигает искомого значения при $t = \infty$, но из формулы (127) видно, что таким значением σ может быть только значение, обращающее в бесконечность последний член правой части равенства, так как первый член не обращается в бесконечность ни при каком конечном значении σ . Что же касается последнего члена уравнения (127), то он обращается в бесконечность при значении σ , обращающем в нуль знаменатель логарифмического выражения. Иными словами, искомое значение $\sigma = \sigma_s$ найдется из уравнения:

$$\left(\sigma_s - \sigma_k \frac{M_k}{M_s} \right) + \sigma_k \sqrt{\left(\frac{M_k}{M_s} \right)^2 - 1} = 0,$$

откуда [см. ур-ние (60)]:

$$M_s = \frac{M_k \cdot 2}{\frac{\sigma_s}{\sigma_k} + \frac{\sigma_k}{\sigma_s}} = M_m.$$

Как и следовало ожидать, процесс разгона прекратится, как только скольжение σ достигнет величины σ_s , при которой наступит равенство моментов вращающего и сопротивления.

Закон изменения вращающего момента в функции времени за период разгона асинхронного двигателя как холостую, так и под нагрузкой, можно получить путем подстановки в соответствующие уравнения (126) и (127) выражения σ через M_m из ур-ния (58). Так как при этом получаются уравнения, слишком сложные для применения в практике, то удобнее пользоваться параметрическим выра-

жением зависимости M_m от t за период пуска, принимая за параметр σ и оперируя одновременно двумя уравнениями: (126) и (58) при пуске вхолостую и (127) и (58')—при пуске под нагрузкой.

Так как асинхронные двигатели имеют характеристику, мало отличающуюся от прямой линии в устойчивой части работы, то практически ошибка будет не очень велика, если зависимость вращающего момента от скольжения брать не в виде ур-ния (58), а в форме простой линейной зависимости:

$$\frac{M_m}{M_k} = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0 - \omega_k} = \frac{\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0}}{\frac{\omega_0 - \omega_k}{\omega_0}} = \frac{\sigma}{\sigma_k}$$

и следовательно

$$M_m = \frac{M_k}{\sigma_k} \sigma.$$

Этой формулой мы уже пользовались в гл. I при выводе уравнения (17)*).

При сделанном допущении относительно формы характеристики $M_m = f(\sigma)$ ур-ние (126') примет вид:

$$dt = -T_k \sigma_k \cdot \frac{d\sigma}{\sigma}. \quad (128'')$$

Интегрируя это уравнение и определяя произвольную постоянную из условия $\sigma = 1$ при $t = 0$, получим:

$$t = T_k \sigma_k \cdot \ln \sigma, \quad (128')$$

откуда

$$\sigma = e^{-\frac{t}{T_k \sigma_k}}. \quad (128'')$$

Чтобы получить зависимость M_m от t , дифференцируем полученное отношение моментов $\sigma = \frac{\sigma_k}{M_k} M_m$:

$$d\sigma = \frac{\sigma_k}{M_k} dM_m.$$

Откуда, деля левую часть на σ , а правую на $M_m \frac{\sigma_k}{M_k} = \sigma$, получим:

$$\frac{d\sigma}{\sigma} = \frac{dM_m}{M_m}.$$

Подставляя в (128''):

$$dt = -T_k \sigma_k \frac{dM_m}{M_m},$$

*) Формула не точна, так как предполагает прямолинейную зависимость ω/M_m или σ/M_m , тогда как у асинхронного двигателя она криволинейна, в особенности вблизи опрокидывания.

интегрируя и определяя произвольную постоянную из условия равенства M_m пусковому моменту M_A при $t=0$, найдем:

$$t = -T_k \sigma_k \ln \frac{M_m}{M_A}, \quad (129')$$

откуда

$$M_m = M_A \cdot e^{-\frac{t}{T_k \sigma_k}}. \quad (129)$$

Точно так же для случая $M_s = \text{const} \neq 0$, вместо ур-ния (127') получим при сделанных упрощениях:

$$dt = -T_k \sigma_k \frac{d\sigma}{\sigma - \frac{M_s \sigma_k}{M_k \sigma_k}}. \quad (130'')$$

Интегрируя и определяя произвольную постоянную из условия $\sigma = 1$ при $t=0$, найдем:

$$t = -T_k \sigma_k \cdot \ln \frac{\sigma - \frac{M_s \sigma_k}{M_k \sigma_k}}{1 - \frac{M_s \sigma_k}{M_k \sigma_k}}, \quad (130')$$

откуда:

$$\sigma = \frac{M_s}{M_k \sigma_k} + \left(1 - \frac{M_s}{M_k \sigma_k}\right) e^{\frac{t}{T_k \sigma_k}}. \quad (130)$$

Имея в виду, что $\sigma = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} = 1 - \frac{\omega}{\omega_0}$ и $\omega = (1 - \sigma) \omega_0$, можно написать ур-ние (2):

$$M_m = M_s - J \omega_0 \frac{d\sigma}{dt}.$$

Заменяя в последнем производную $\frac{d\sigma}{dt}$ через $\frac{\sigma_k}{M_k} \frac{dM_m}{dt}$, получим:

$$M_m = M_s - \frac{J \omega_0}{M_k} \sigma_k \frac{dM_m}{dt} = M_s - T_k \sigma_k \frac{dM_m}{dt}.$$

Интегрируя и определяя произвольную постоянную из условия $M_m = M_A$ при $t=0$, получим:

$$t = T_k \sigma_k \ln \frac{M_m - M_s}{M_A - M_s}, \quad (131')$$

откуда:

$$M_m = M_s + (M_A - M_s) e^{-\frac{t}{T_k \sigma_k}}. \quad (131)$$

Таков для этого случая закон изменения вращающего момента в период разгона.

Если в ур-ниях (128), (129), (130) и (131) положить $\sigma_k = 1$ и считать, что пусковой момент $M_A = M_k$, то получатся уравнения, тождественные найденным ранее для шунтового электродвигателя.

При выводе уравнений кривых, выражающих зависимость ω от t и M_m от t предполагалось, что ни напряжение сети, ни сопротивление цепи ротора не меняются за все время пуска. Если пуск происходит под реостатом с сопротивлением, меняющимся ступенями или при меняющемся скачками напряжении, то для нахождения аналитического выражения закона изменения вращающего момента или угловой скорости в те периоды времени, когда сопротивление цепи ротора и напряжение сети остаются неизменными, надлежит пользоваться тем же самым основным уравнением (2). Однако для каждого такого промежутка времени, когда V и R постоянны, надлежит каждый раз в это уравнение вводить соответствующие поправки в коэффициенты выражения $M_m = f(\omega)$ и изменять начальные условия при интегрировании, так как только на первой ступени пуска скорость $\omega = 0$ при $t = 0$, а на других ступенях при $t = 0$ она уже не будет равна нулю.

г) Уравнения пуска шунтового двигателя с учетом постепенного установления вращающего момента.

До сих пор предполагалось, что вращающий момент двигателя M_m мгновенно приобретает значение, отвечающее данному сопротивлению цепи ротора, напряжению сети и числу оборотов. В действительности же момент вращения устанавливается не мгновенно, а по истечении некоторого промежутка времени, необходимого для установления тока в цепи ротора и зависящего от R и L .

Перейдем к изучению вопроса о пуске с учетом этого обстоятельства. Положим, что пускается вхолостую шунтовой двигатель постоянного тока. В целях упрощения выкладок допустим, что ток в обмотке возбуждения к моменту включения цепи ротора в сеть, успел уже установиться, так что магнитные потоки Φ_m и Φ_a в течение всего времени разгона остаются постоянными.

При таком условии дифференциальное уравнение процесса установления тока в цепи ротора электродвигателя выразится:

$$V = L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int i dt + E. \quad (132')$$

Для цепи ротора можно считать без большой погрешности емкость $C = \infty$.

Таким образом дифференциальное уравнение принимает вид:

$$V = L \frac{di}{dt} + Ri + \alpha_1' \omega \quad (132)$$

где $\alpha_1' = \alpha' \Phi_a = \text{const}$ для шунтового двигателя.

С другой стороны, мы имеем для установления скорости ротора основное уравнение (2)

$$M_m = M_s + \frac{J d\omega}{dt}.$$

Кроме того, по уравнению (43) для этого двигателя:

$$M_m = \frac{k_1}{g} i.$$

Таким образом ур-ние (2) можно переписать для пуска вхолостую, т. е. для $M_s = 0$ в форме:

$$\frac{k_1}{g} i = J \frac{d\omega}{dt} \quad (133)$$

Итак, для решения поставленного вопроса получена система двух обыкновенных дифференциальных ур-ний (132) и (133).

Дифференцируя еще по одному разу эти уравнения, получим систему, состоящую из четырех уравнений:

$$\begin{aligned} V &= L \frac{di}{dt} + Ri + \alpha_1' \omega, \\ 0 &= L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \alpha_1' \frac{d\omega}{dt}, \\ \frac{k}{g} i &= J \frac{d\omega}{dt}, \\ \frac{k}{g} \frac{di}{dt} &= J \frac{d^2 \omega}{dt^2}. \end{aligned}$$

Исключая из этой системы сначала переменную i с ее последовательными производными до 2-го порядка включительно, а затем ω вместе с $\frac{d\omega}{dt}$ и $\frac{d^2 \omega}{dt^2}$ и заменяя для удобства V через $\alpha_1' \omega_0$, окончательно получим систему:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \omega}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{d\omega}{dt} + \frac{1}{L} \cdot \frac{k \alpha_1'}{g J} (\omega - \omega_0) &= 0 \\ \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{L} \left(\frac{k \alpha_1'}{g J} \right) i &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (134)$$

Так как $k_1 = \eta \cdot \alpha_1'$, где η — к. п. д. двигателя, то, положив $\eta = 1$, можно считать $k_1 \alpha_1' = k_1^2 = \alpha_1'^2$.

Сравнивая ур-ния (134) с известным дифференциальным уравнением установления тока в цепи, обладающей ваттным сопротивлением R , емкостью C и самоиндукцией L :

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = 0$$

или

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{CL} i = 0,$$

легко видеть, что в нашем случае роль емкости играет выражение $\frac{gJ}{k_1 \alpha_1'}$, которому и присвоим название механической емкости:

$$C_m = \frac{g \cdot J}{k_1 \alpha_1'} \cong \frac{g \cdot J}{k_1^2} \quad (135)$$

При таком условии ур-ния (134) переписуются так:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 (\omega - \omega_0)}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{d(\omega - \omega_0)}{dt} + \frac{1}{LC} (\omega - \omega_0) &= 0 \\ \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC_m} i &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (134')$$

В целях дальнейших упрощений введем обозначения:

$$\frac{L}{R} = T_{\mu} \quad (136)$$

и

$$C_m R = T_m, \quad (137)$$

так что

$$LC_m = T_{\mu} T_m, \quad (138)$$

где T_{μ} — электромагнитная постоянная цепи (см. стр. 185), T_m — „электро-механическая“ постоянная времени пуска.

В соответствии с этим, уравнения (134) примут вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2(\omega - \omega_0)}{dt^2} + \frac{1}{T_{\mu}} \frac{d(\omega - \omega_0)}{dt} + \frac{1}{T_{\mu} T_m} (\omega - \omega_0) &= 0 \\ \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{1}{T_{\mu}} \frac{di}{dt} + \frac{1}{T_{\mu} T_m} i &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (134'')$$

Общие интегралы этих двух обыкновенных линейных дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами без свободного члена имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \omega - \omega_0 &= a_1 e^{x_1 t} + a_2 e^{x_2 t} \\ i &= b_1 e^{x_1 t} + b_2 e^{x_2 t} \end{aligned} \right\} \quad (139'')$$

где a_1 , a_2 , b_1 и b_2 — произвольные постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий, а x_1 и x_2 — корни характеристического уравнения, в данном случае общего для рассматриваемых дифференциальных уравнений:

$$x^2 + \frac{1}{T_{\mu}} x + \frac{1}{T_{\mu} T_m} = 0.$$

Корни x_1 и x_2 можно считать вещественными, так как обычно $T_m > T_{\mu}$.

Для определения произвольных постоянных интегрирования имеем начальные условия относительно значений функций ω и i ; именно: $\omega = 0$ и $i = 0$ при $t = 0$.

В соответствии с этим, находим следующие начальные значения первых производных: из ур-ния (132) при $t = 0$, $\omega = 0$ и $i = 0$ получаем:

$$\frac{di}{dt} = \frac{V}{L},$$

а из ур-ния (139''):

$$\frac{d\omega}{dt} = 0.$$

Дифференцируя (139''), получаем:

$$\frac{d\omega}{dt} = a_1 x_1 e^{x_1 t} + a_2 x_2 e^{x_2 t}; \quad \frac{di}{dt} = b_1 x_1 e^{x_1 t} + b_2 x_2 e^{x_2 t}. \quad (139''')$$

Эти уравнения вместе с ур-ниями (136) при $t=0$ дают следующую систему уравнений для определения произвольных постоянных:

$$\begin{array}{l|l} -\omega_0 = a_1 + a_2 & 0 = b_1 + b_2 \\ 0 = a_1 x_1 + a_2 x_2 & \frac{V}{L} = b_1 x_1 + b_2 x_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} a_1 = \frac{x_2 \omega_0}{x_1 - x_2} & b_1 = \frac{V}{L(x_1 - x_2)} \\ a_2 = -\frac{x_1 \omega_0}{x_1 - x_2} & b_2 = -\frac{V}{L(x_1 - x_2)} \end{array}$$

откуда:

Подставляя в ур-ние (138), окончательно получим систему:

$$\left. \begin{array}{l} \omega = \omega_0 + \frac{\omega_0}{x_1 - x_2} (x_2 e^{x_1 t} - x_1 e^{x_2 t}) \\ i = \frac{V}{L(x_1 - x_2)} (e^{x_1 t} - e^{x_2 t}) \end{array} \right\} \quad (139)$$

Так как x_1 и x_2 оба отрицательны, то с течением времени выражения, стоящие в скобках, стремятся к нулю, а следовательно ω и i стремятся соответственно к ω_0 и к 0.

Исследуем законы изменения ω и i .

Вычисляя $\frac{d\omega}{dt}$ из ур-ния (139), находим:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\omega_0 x_1 x_2}{x_1 - x_2} (e^{x_1 t} - e^{x_2 t});$$

$\frac{d\omega}{dt}$ знака не меняет ни при каком значении t и обращается в нуль только при $t=0$ и $t=\infty$. Следовательно, ω есть монотонно-возрастающая функция времени. Кривая ω от нуля асимптотически приближается к значению ω_0 .

Переходя к анализу силы тока и беря производную

$$\frac{di}{dt} = \frac{V}{L(x_1 - x_2)} (x_1 e^{x_1 t} - x_2 e^{x_2 t})$$

из ур-ния (139) видим, что $\frac{di}{dt}$ обращается в нуль и меняет знак при $x_1 e^{x_1 t} - x_2 e^{x_2 t} = 0$, т. е. при $t = \ln \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^{x_1 - x_2}$.

Таким образом при этом значении t сила тока достигает максимума:

$$i_{\max} = \frac{V}{L(x_1 - x_2)} \left[\left(\frac{x_2}{x_1} \right)^{x_1(x_1 - x_2)} - \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^{x_2(x_1 - x_2)} \right],$$

а затем при дальнейшем увеличении t сила тока вновь уменьшается, приближаясь асимптотически к нулю (при $t=0$, $i=0$).

На фиг. 94 представлены кривые изменения ω , i и M_m в функции времени в период разгона вхолостую шунтового двигателя постоянного тока.

Следует заметить, что $i_{\max}$ меньше тока короткого замыкания $i_k = \frac{V}{R}$, так как последний имеет место лишь при условии $\omega = 0$, следовательно, при $E = 0$, а также $L = 0$, т. е. когда режим короткого замыкания успеет установиться при неподвижном роторе.

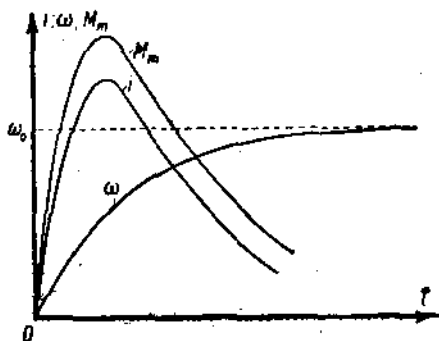
В соответствии с этим и максимальный момент

$$M_{\max} = \frac{k_1}{g} i_{\max}$$

будет меньше

$$M_k = \frac{k_1}{g} i_k$$

Если T_μ ничтожно мало по сравнению с T_m , чего можно достигнуть увеличением R (введением реостата в ротор), то процессы установления тока и скорости могут пойти независимо один от другого, причем процесс установления для тока закончится раньше, чем для угловой скорости. В самом деле:



Фиг. 94.

$$x_1 = -\frac{1}{2T_\mu} + \sqrt{\left(\frac{1}{2T_\mu}\right)^2 - \frac{1}{T_\mu T_m}}$$

$$x_2 = -\frac{1}{2T_\mu} - \sqrt{\left(\frac{1}{2T_\mu}\right)^2 - \frac{1}{T_\mu T_m}}$$

Разлагая корень квадратный в ряд по формуле Ньютона и ограничиваясь первыми двумя членами, найдем:

$$x_1 \approx -\frac{1}{2T_\mu} + \frac{1}{2T_\mu} - \frac{1}{T_m} = -\frac{1}{T_m}$$

$$x_2 \approx -\frac{1}{2T_\mu} - \frac{1}{2T_\mu} + \frac{1}{T_m} = -\frac{1}{T_\mu} + \frac{1}{T_m} \approx -\frac{1}{T_\mu}$$

и при $T_\mu < T_m$ имеем:

$$x_1 < x_2.$$

Тогда ур-ния (139) приближенно можно будет представить в виде:

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \omega_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{T_m}} \right) \\ i &= \frac{VT_\mu}{L} e^{-\frac{t}{T_\mu}} \end{aligned} \right\} \quad (140)$$

или:

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \omega_0 \left(1 - e^{-\frac{1}{C_m R} t} \right) \\ i &= \frac{V}{R} e^{-\frac{R}{L} t} \end{aligned} \right\} \quad (140')$$

Закон изменения i и ω для этого случая представлен графически на фиг. 95.

h) Пуск шунтового двигателя при $M_s = \text{const} \neq 0$ (с учетом постепенного установления вращающего момента).

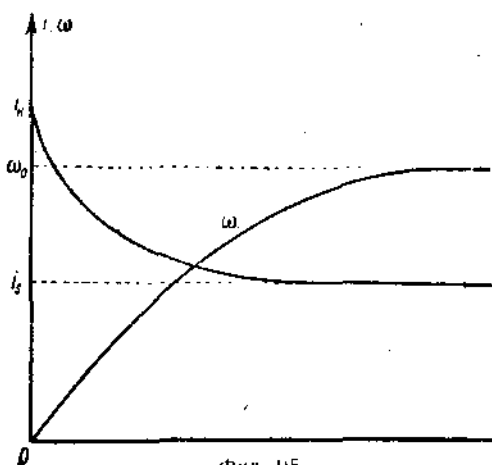
Для случая пуска шунтового двигателя при $M_s = \text{const} \neq 0$ дифференциальные уравнения (132) и (133) примут соответственно вид системы:

$$\left. \begin{aligned} V &= L \frac{di}{dt} + Ri + \alpha_1' \omega \\ \frac{k_1}{g} i &= M_s + J \frac{d\omega}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (141')$$

Исключая из этих уравнений указанным выше методом повторного дифференцирования сначала одну функцию i , а затем другую ω , получим уравнения с одной искомой функцией:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2(\omega - \omega_0)}{dt^2} + \frac{1}{T_\mu} \frac{d(\omega - \omega_0)}{dt} + \frac{1}{T_\mu T_m} (\omega - \omega_0) &= -\frac{\omega_0}{T_\mu T_v} \\ \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{1}{T_\mu} \frac{di}{dt} + \frac{1}{T_\mu T_m} i &= \frac{i_k}{T_\mu T_v} \end{aligned} \right\} \quad (141)$$

где: $T_\mu = \frac{L}{R}$ (136); $T_m = C_m R$ (137); $C_m = \frac{Jg}{k_1 \alpha_1'}$ (135); $T_v = \frac{J\omega_0}{M_s}$ (117").



Фиг. 95.

Величину T_v будем условно рассматривать, как постоянную времени торможения, так как T_v есть время, в течение которого затормозится сам собою привод, имевший скорость ω_0 , преодолевая момент сопротивления M_s , ибо количество движения масс привода $J\omega_0$ равно импульсу сил сопротивления $T_v M_s$.

Выписывая сначала общие интегралы для дифференциальных уравнений (141), но без последних членов, и варьируя затем произвольные постоянные с целью отыскания таких их значений, при которых те же интегралы удовлетворяли бы и соответствующим дифференциальным уравнениям, со свободными членами, получим:

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \omega_0 \left(1 - \frac{1}{x_1 x_2 T_\mu T_v} \right) + a_1 e^{x_1 t} + a_2 e^{x_2 t} \\ i &= \frac{i_k}{x_1 x_2 T_\mu T_v} + b_1 e^{x_1 t} + b_2 e^{x_2 t} \end{aligned} \right\} \quad (142)$$

где x_1 и x_2 — корни характеристического уравнения:

$$x^2 + \frac{1}{T_\mu} x + \frac{1}{T_\mu T_m} = 0.$$

a_1 , a_2 , b_1 и b_2 — постоянные, определяемые из начальных условий относительно значений ω , $\frac{d\omega}{dt}$, i и $\frac{di}{dt}$ при $t=0$.

Прежде всего при $t=0$ имеем $\omega=0$ и $i=0$. Подставляя в ур-ние (141), находим значения производных при $t=0$:

$$\frac{di}{dt} = \frac{V}{L} = \frac{V}{T_\mu \cdot R} = \frac{i_k}{T_\mu}; \quad \frac{d\omega}{dt} = -\frac{M_s}{J} = \frac{M_s}{J\omega_0} \omega_0 = -\frac{\omega_0}{T_v}.$$

Имея два ур-ния (142), вычислим из них производные и, подставив в полученные таким образом четыре уравнения определенные выше значения ω , i , $\frac{d\omega}{dt}$ и $\frac{di}{dt}$, найдем систему четырех линейных алгебраических уравнений с четырьмя неизвестными постоянными a_1 , a_2 , b_1 , b_2 .

Решая эту систему и подставляя значения постоянных в ур-ния (142), окончательно получим:

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \omega_0 \left\{ 1 - \frac{1}{x_1 x_2 T_\mu T_v} + \frac{1}{x_1 x_2 (x_1 - x_2) T_\mu T_v} [(x_1 x_2 T_\mu T_v - \right. \\ &\quad \left. - x_1 x_2 T_\mu - x_2) e^{x_1 t} - (x_1 x_2 T_\mu T_v - x_1 x_2 T_\mu - x_1) e^{x_2 t}] \right\} \\ i &= \frac{i_k}{x_1 x_2 (x_1 - x_2) T_\mu T_v} \left[(x_1 - x_2) + x_2 (1 + x_1 T_v) e^{x_1 t} - \right. \\ &\quad \left. - x_1 (1 + x_2 T_v) e^{x_2 t} \right] \end{aligned} \right\} \quad (143)$$

Так как x_1 и x_2 — отрицательны, то при $t=\infty$ скорости стремятся к величине:

$$\left. \begin{aligned} \omega_s &= \omega_0 \left(1 - \frac{1}{x_1 x_2 T_\mu T_v} \right) = \omega_0 \left(1 - \frac{1}{\frac{T_\mu T_v}{T_m T_\mu}} \right) = \omega_0 \left(1 - \frac{T_m}{T_v} \right) = \\ &= \omega_0 \left(1 - \frac{M_s g R}{k_1 \alpha_1' \omega_0} \right) = \omega_0 \left(1 - \frac{M_s}{k_1 \frac{V}{g R}} \right) = \\ &= \omega_0 \left(1 - \frac{M_s}{k_1 \frac{i_k}{g}} \right) = \omega_0 \left(1 - \frac{M_s}{M_k} \right), \end{aligned} \right\} \quad (143')$$

а ток — к величине:

$$i_s = \frac{i_k}{x_1 x_2 T_\mu T_v} = i_k \cdot \frac{M_s}{M_k}.$$

Исследуя первые производные, легко можно показать, что ω асимптотически приближается к ω_s , монотонно возрастая от 0 до ω_s , тогда как ток i

сначала быстро возрастает, достигает некоторого значения $i_{\max} < i_n$, как видно из ур-ния (143), а затем начинает падать, асимптотически приближаясь к величине i_s .

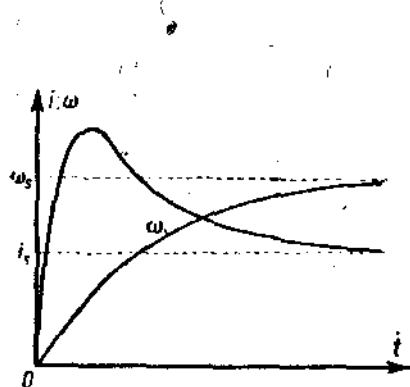
На фиг. 96 представлен примерный характер изменения i и ω в период пуска.

При большом сопротивлении ротора, когда T_p ничтожно мало по сравнению с T_m , процесс изменения i идет независимо от процесса ω и заканчивается быстрее последнего, как видно из сравнения показателей степени при e . Для этого случая ур-ния (143) принимают вид:

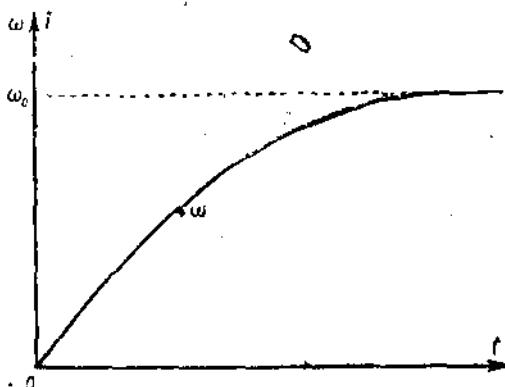
$$\left. \begin{aligned} \omega &= \omega_s \left(1 - e^{-\frac{t}{C_m R}} \right) \\ i &= i_s + (i_n - i_s) e^{-\frac{R}{L} t} \end{aligned} \right\} \quad (144)$$

Кривая изменения ω соответственно ур-ния (144) представлена на фиг. 97.

Во всех приведенных исследованиях не был затронут вопрос о характере изменения вращающего момента во время пуска, но в виду наличия линейной



Фиг. 96.



Фиг. 97.

зависимости между M_m и i можно считать, что вращающий момент изменяется в период пуска по кривым, идентичным кривым тока.

1) Графические методы определения времени пуска t_b .

Как видно, аналитическое решение вопроса о пуске шунтового двигателя с учетом влияния элементов его электрической цепи затруднительно, а для серийес-двигателя и асинхронного — невозможно.

Значительно проще графический метод, позволяющий для каждого конкретного случая полностью выявить влияние механических свойств двигателя на продолжительность пуска, пользуясь известными механическими характеристиками.

При этом попутно выясняется влияние нагрузочной диаграммы привода и величины его момента инерции.

Разность движущего момента M_m и момента статического сопротивления M_s мы назвали выше моментом ускорения M_b , идущим на преодоление инерционного сопротивления, равного

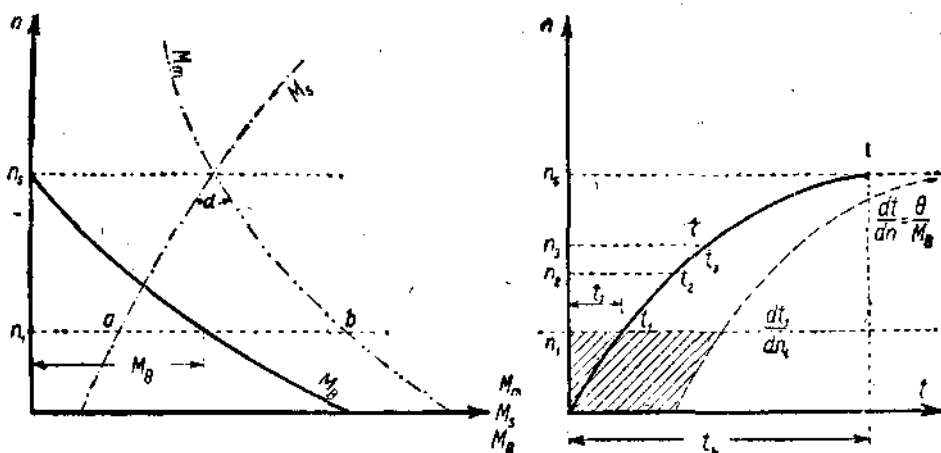
$$J \frac{d\omega}{dt} = 2\pi J \frac{dn}{dt} = \Theta \frac{dn}{dt},$$

где $\Theta = 2\pi J$ называется полярным моментом инерции, а n — число оборотов в секунду.

Из выражения $J \frac{d\omega}{dt} = \Theta \frac{dn}{dt} = M_b$ имеем:

$$\frac{dt}{dn} = \frac{\Theta}{M_b}. \quad (145)$$

Следовательно, зная изменение M_b в функции числа оборотов или времени и интегрируя уравнение (145), мы можем определить про-



Фиг. 98

должительность разгона в пределах от $n=0$ до любого значения n_3 :

$$t_1 = \int_0^{n_3} \frac{dt}{dn} dn = \int_0^{n_3} \frac{\Theta}{M_b} dn. \quad (146)$$

Графически эту продолжительность разгона t_1 можно выразить площадью, образуемой в координатной системе n/t кривой уравнения (145) (см. заштрихованную площадь фиг. 98).

Итак, необходимо построить кривую $\frac{dt}{dn}$, или, что то же, $\frac{\Theta}{M_b}$, а для этого надо выявить зависимость $n=f(M_b)$; последняя легко получается в привычных координатах механической характеристики n/M_m , если, кроме нее, нанести в том же масштабе и пусковую нагрузочную характеристику, опытную или подсчитанную хотя бы по уравнению Бланка (29).

Задаваясь, например, вентиляторным грузовым моментом и находя n/M_s в той же координатной системе n/M_m и в том же масштабе, на чертеже фиг. 98 (слева) мы находим и необходимую нам кривую n/M_b простым вычитанием из M_m соответствующих любому числу оборотов значений M_s . Определяя таким образом для любого значения n_1 значение M_{b1} и деля величину Θ , предварительно определяемую расчетным путем, на M_{b1} , мы получаем значение $\frac{dt_1}{dn_1}$ и можем на фиг. 98 (справа от диаграммы моментов) построить кривую $\frac{dt}{dn}$ для всего процесса разгона вплоть до установления равновесия $M_m = M_s$, когда $M_b = 0$.

Таким образом кривая $\frac{dt}{dn}$ асимптотически подойдет к значению n_s , но течение ее будет происходить более или менее круто, в зависимости от процесса уменьшения величины M_b , входящей в знаменатель.

Так как процесс изменения M_b характеризуется углом α , образуемым пересекающимися характеристиками n/M_m и n/M_s , вернее отрезками горизонтальных прямых ab и т. д., заключенными в углу между этими характеристиками, то ясно, что здесь сказывается обоюдное влияние и моторной и грузовой характеристик. Чем меньше угол α , тем меньше будут значения M_b около состояния равновесия и тем медленнее и, следовательно, отложе кривая $\frac{dt}{dn}$ будет подходить к асимптоте, т. е. тем продолжительнее будет пуск. Таким образом, форма кривых M_b и $\frac{dt}{dn}$ определяет продолжительность разгона.

Практически это определение производится следующим образом. Если для целого ряда скоростей $n_1, n_2, \dots, n_s$ подсчитать площади, образуемые между осями координат кривой $\frac{dt}{dn}$ и горизонталями, проведенными через $n_1, n_2, \dots$ (см. заштрихованную площадь на фиг. 98), равные по выражению интеграла $\int \frac{dt}{dn} dn$ времени, необходимому для достижения этих скоростей, а затем отложить полученные значения на тех же горизонталях в определенном масштабе времени в виде отрезков $n_1 t_1, n_2 t_2$ и т. д., то кривая, соединяющая концы отрезков, как раз и соответствует той логарифмике скорости, уравнение которой было дано выше для шунтового электродвигателя (см. ур-ние 121' и ур-ние 122").

Итак, время разгона t_b определяется формой кривой $\frac{dt}{dn}$, в свою очередь определяемой соотношением характеристик n/M_m и n/M_s и, здесь гораздо конкретнее выявляется влияние механических свойств электродвигателей, чем в ур-ниях (124), (125) и (127).

Несомненно, практически процесс осложняется тем, что начальный момент двигателя искусственно уменьшается реостатом, а затем поддерживается приблизительно постоянным с помощью плавного вывода этого реостата.

Пример. Приведем пример подсчета продолжительности пуска изложенным графическим методом, причем попутно осветим и роль реостата.

Возьмем разгон центрофуги шунтовым электродвигателем с пусковым реостатом на шесть секций.

Пусть:

Диаметр барабана	2 м
Общий вес барабана с содержимым	3000 кг
Диаметр инерции	1,6 м
Число оборотов	500 об/мин. = 8,33 об/сек.

Тогда:

$$\text{Маховой момент барабана} \quad GD^2 = 3000 \cdot 1,6^2 = 7680 \text{ kgm}^2$$

$$\text{Момент инерции} \quad J = \frac{GD^2}{4g} = 200 \text{ kgm sec}^2$$

$$\text{Маховой момент, отнесенный к валу электродвигателя} \quad \Theta = 2\pi J = 1256 \text{ kgm sec}^2/\text{об.}$$

Если пуск требуется совершить напр. в течение $t_b = 15 \text{ мин.} = 900 \text{ сек.}$, то, допуская (предварительно) M_b неизменным и равным

$$M_b = \Theta \frac{n}{t_b} = 1256 \frac{8,33}{900} = 11,6 \text{ kgm},$$

получим мощность электродвигателя, идущую на разгон, соответственно этому M_b :

$$P_b = M_b \omega \frac{g}{1000} = M_b 2\pi n \frac{9,81}{1000} = 11,6 \cdot 8,33 \cdot 2\pi \frac{1}{102} = 5,96 \cong 6 \text{ kW}.$$

При обычном пусковом моменте, равном двойному нормальному моменту, на вращение центрофуги при установившемся числе оборотов остается столько же, т. е. 6 kW (трение о воздух и в подшипниках).

В действительности, учитывая, с одной стороны, неравномерность нагрузки, возможность перегрузки и т. д., с другой — паузы для разгрузки, электродвигатель взят с большим запасом в 14 kW при 500 об/мин.. Маховой момент якоря $GD^2 = 4 \text{ kgm}^2$, что ничтожно по сравнению с GD^2 барабана центрофуги.

Теперь строим кривую $M_s = f(n)$ по ранее данной формуле Бланка (29):

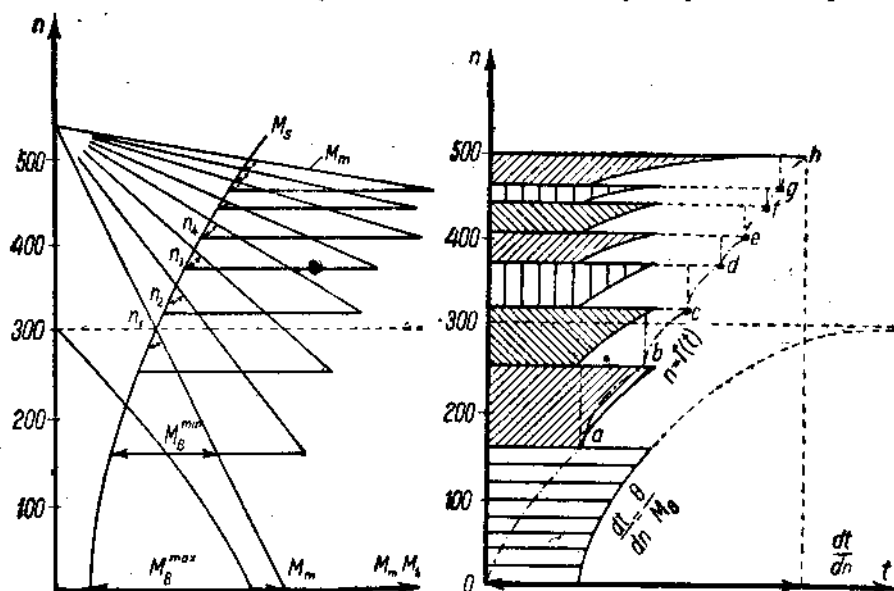
$$M_s = M_{fr} + (M_s - M_{fr}) \left(\frac{n}{n_s} \right)^{q-1}$$

и учитывая момент трения после первого оборота (M_{fr}) около 2 kgm (тогда как момент сопротивления трения покроя равен 10 kgm и мгновенно падает до 2 kgm), имеем:

$$M_s = 2 + (11,6 - 2) \left(\frac{n}{n_s} \right)^2 = 2 + 9,6 \left(\frac{n}{500} \right)^2.$$

Строим кривую M_s слева на фиг. (99).

Справа на фиг. (99) наносим кривые $\frac{dt}{dn}$ соответственно различным скоростям n_1, n_2, n_3 и различным мгновениям перехода на следующую ступень реостата. Как видим, все они асимптотически приближаются к горизонталям, проведенным через точки n_1, n_2, n_3 . (На чертеже пунктиром показана только одна горизонталь, проведенная через n_1 .) Однако переводом реостата на следующую ступень предупреждается чрезмерное уменьшение M_b , и, следовательно, весь процесс идет на крутых частях кривых $\frac{dt}{dn}$ и кривых t , кроме последней, соответствующей автоматической характеристике. Впрочем,



Фиг. 99.

к этому времени при шунтовом электродвигателе пуск практически можно считать уже законченным.

Таким образом имеем:

$$\frac{dt}{dn} = \frac{\Theta}{M_b} = \frac{1256}{M_b} \text{ сек}^2/\text{об.}$$

Кривые по этому уравнению нанесены в следующем масштабе по осям координат: для оси абсцисс 1 см = 120 сек²/об. для оси ординат 1 см = 1,45 об/сек.

Следовательно, 1 см² заштрихованной площади соответствует

$$120 \text{ сек}^2/\text{об.} \cdot 1,45 \text{ об/сек.} = 175 \text{ сек.} = 2,9 \text{ мин.};$$

вся же заштрихованная площадь равна 57 см², т. е. соответствует времени пуска в 24,4 мин. (практически, а теоретически время это очень велико, так как кривая gh на последней ступени асимптотична).

Причина разницы против заданных 15 мин. заключается в том, что

в предварительном расчете момент ускорения M_a принят неизменным, что, как видно из чертежа, далеко не верно. Средство к уменьшению времени пуска во всяком случае есть; если число ступеней реостата увеличить, то легко убедиться, что процесс вполне закончится в 15 мин., так как будет происходить в среднем на значительно больших M_a .

Итак, с точки зрения быстроты разгона, при пуске приводов с малыми массами несомненно можно брать реостаты грубые, с малым числом ступеней, при пуске же приводов с большими массами — пуск должен быть тонким, т. е. реостат снабжен большим числом ступеней.

Приведенное графическое исследование влияния формы механической характеристики двигателя на продолжительность пуска при заданной форме нагрузочной диаграммы n/M_a и заданной величине суммарного момента инерции, приведенного к валу мотора, освещает рассматриваемый нами вопрос более ярко, нежели предшествовавшее аналитическое его исследование. Кроме того, графический метод применим при всех формах зависимости n от M_a , тогда как аналитический метод, даже в применении к простейшему случаю пуска шунтового двигателя, ограничивается условиями $M_a = 0$ и $M_a = \text{const}$; случай $M_a = M_0 + M_1 \omega$ не рассмотрен, но также может быть разрешен аналитически в области алгебраических и элементарных трансцендентных функций вещественного переменного.

Что же касается случая $M_a = M_0 + M_2 \omega^2$ и других, то аналитический метод и для шунтового мотора приводит к исследованию высших трансцендентных функций вещественного переменного.

Другой графический метод построения зависимости ω от t при заданных $M_m = f(\omega)$ и $M_a = \varphi(\omega)$, основанный на способе построения пропорций, был дан в гл. I (фиг. 31а). Преимущество этого метода перед только-что изложенным в том, что отпадает необходимость измерения площадей; последнее не только бывает затруднительно, но и вносит в построение большие погрешности.

Вспомним его на численном примере.

Пример. Определить графически время разгона привода, обладающего вентиляторным моментом (см. табл. 2) и приводимого во вращение двигателем 25 kW при 950 об/мин. Момент инерции привода $J = 4,75 \text{ kgm}^2 \text{ sec}^2$.

ТАБЛИЦА 2.

Момент сопротивления M_a	1,5	4,5	8,5	20	26,7
Угловая скорость ω	20	40	60	90	100

Разберем три случая пуска: 1) коротко-замкнутого двигателя; 2) асинхронного двигателя при помощи водяного реостата, т. е. с постоянным пусковым моментом, и 3) асинхронного двигателя при помощи проволочного ступенчатого реостата.

1) Пуск коротко-замкнутым двигателем. Характеристика двигателя дана на фиг. 100. Нормальный момент электродвигателя $M_{\text{ном}} = 975 \cdot \frac{25}{950} = 26,7 \text{ kgm}$. Опрокидывающий момент $M_k = 64,0 \text{ kgm}$.

Характеристику n/M необходимо перестроить в координатах M и ω ; при помощи выражения $\omega = \frac{\pi \cdot n}{30}$. По полученным значениям угловых скоростей строится характеристика двигателя в левом квадранте координатной системы ω/M . В той же четверти наносится кривая момента сопротивления $M_s = f(\omega)$ по данным таблицы 2. Для дальнейшего построения необходимо определить величину избыточных моментов M_b для различных чисел оборотов или угловых скоростей, как разность $M_m - M_k$. Полученная для данного случая кривая избыточного момента изображена на фиг. 100 (см. в конце книги) пунктиром и обозначена через M_b . Определенная таким образом зависимость M_b заменяется ломаной линией 1—2—3—4—5—6—7—8—9—10—11—12—13. Абсцисса первой ступени 0—1 переносится на ось ординат (отрезок OA_1). Полученную точку A необходимо соединить с концом отрезка, характеризующего в определенном масштабе момент инерции привода и двигателя.

Для определения величины этого отрезка поступаем следующим образом. Момент инерции привода равен $4,75 \text{ kgm sec}^2$. Маховой момент ротора асинхронного двигателя равен по данным каталога 10 kgm^2 , что соответствует моменту инерции в $\frac{10}{4g} = 0,25 \text{ kgm sec}^2$. Полный момент инерции привода составляет таким образом $5,0 \text{ kgm sec}^2$. Масштаб отрезка, характеризующего момент инерции, найдется при помощи отношения:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{M_b}{J}.$$

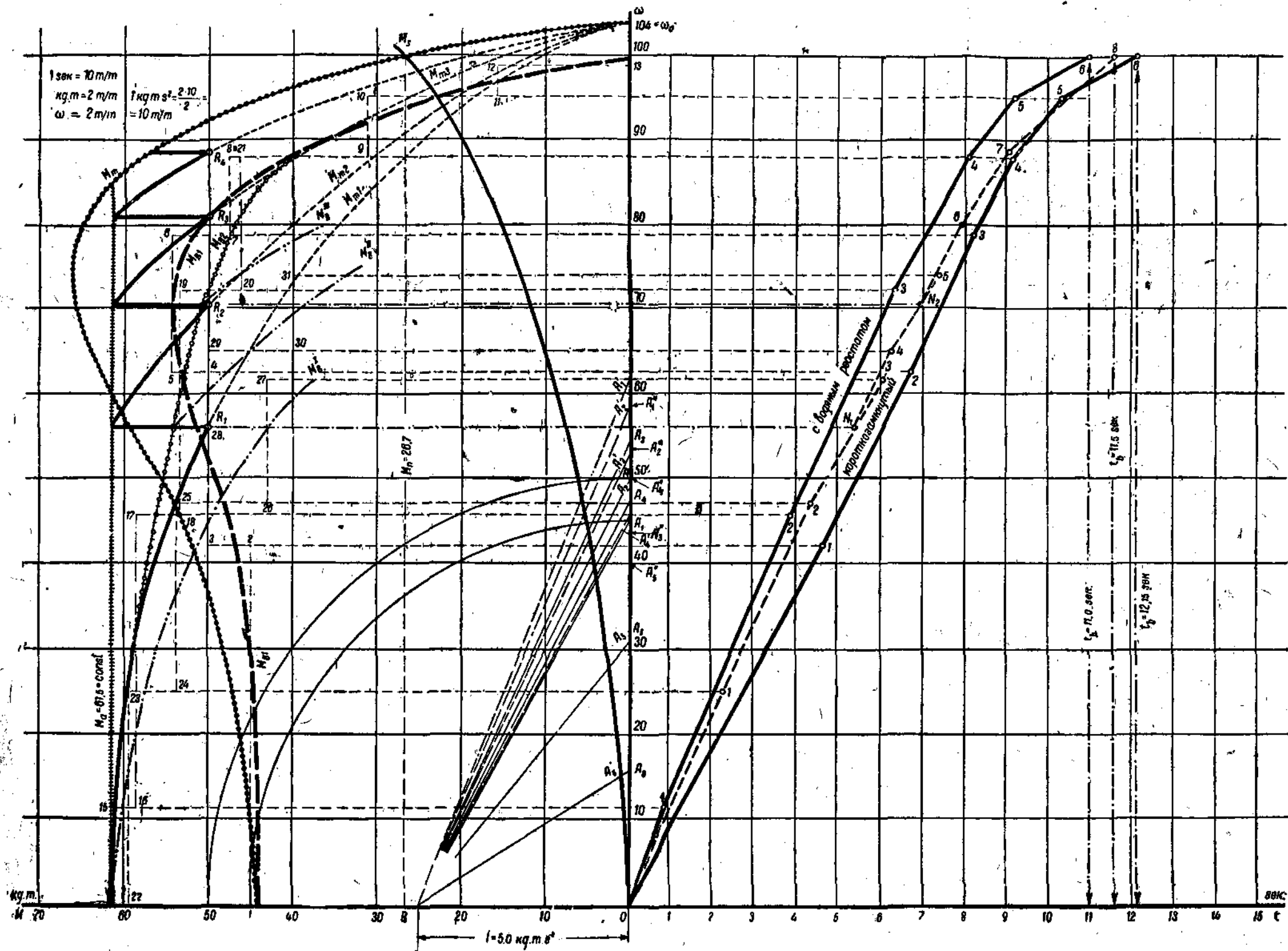
В принятом построении масштаб $\mu_\omega = 1 \text{ sec} = 10 \text{ mm}$, $\mu_M = 1 \text{ kgm} = 2 \text{ mm}$ масштаб для угловых скоростей $\mu_\omega = 2 \text{ mm}$.

Следовательно масштаб

$$J \text{ kgm sec}^2 = \frac{\mu_M \cdot \mu_t}{\mu_\omega} = \frac{2 \cdot 10}{2} = 10 \text{ mm}.$$

Полный момент инерции 5 kgm sec^2 , равный 50 mm , отложен в виде отрезка OB влево от начала координат. Точку B соединяем с ранее полученной A_1 . Теперь из начала координат в правом квадранте проводим линию, параллельную отрезку A_1B до пересечения с продолжением линии 3—2 (первая ступень). Линия 0—2 в правой четверти указывает на изменение скорости в начале пуска.

Далее, переносим абсциссу второй ступени на ось ординат и полученную точку A_2 соединяем с B . Из конца отрезка 0—2 правого квадранта проводим линию, параллельную A_2B до пересечения с продолжением ступени 4—5. Отрезок 1—2 дает изменение скорости при работе на второй ступени избыточного момента. Дальнейшее построение кривой $\omega = f(t)$ получится последовательным переносом отдельных ступеней избыточного момента M_b на ось ординат.



2) Пуск водяным реостатом. Сопротивление реостата подобрано таким образом, чтобы двигатель трогался с места при моменте 61,5 kgm. В устойчивой части характеристика двигателя с фазным ротором совпадает с таковой для коротко-замкнутого. Аналогично первому случаю, наносим в левом квадранте характеристику избыточного момента $M_{b_2} = M_m - M_s$ и заменяем ее ступенчатой 14—15—16—17—18—19—20—21—9—10—11—12—13. Переносим абсциссы отдельных ступеней на ось ординат; соединением отдельных точек A_1' , A_2' , A_3' с точкой B и проведением в правой четверти линий, параллельных отрезкам OA_1' , OA_2' , получим характеристику $\omega = f(t)$ для пуска с водяным реостатом. Время пуска $t_b = 11,0$ сек.

3) Пуск ступенчатым проволочным реостатом. Для пуска выбран реостат на 4 ступени с колебаниями вращающего момента между 50 и 61,5 kgm. При включении полного сопротивления первая переходная характеристика M_{m_1} пройдет через точку $M_m = 61,5$ kgm на оси абсцисс. Для этой ступени составляется разность $(M_{m_1} - M_s)$ и полученные значения избыточного момента наносятся в виде кривой M_{b_1}' .

Последняя кривая заменяется ступенчатой 22—23—24—25—26—27.

Каждая из ступеней переносится на ось ординат, подобно тому, как это было сделано в предыдущих случаях, и полученные точки A_1'' , A_2'' , A_3'' соединяются с точкой B . Из начала координат в правой четверти проводится отрезок 0—1 параллельно линии OA_1'' (пунктирная линия), далее из точки 1—линия 1—2, параллельная OA_2'' , из точки 2—линия 2—3, параллельная OA_3'' . На этом заканчивается построение для первой ступени, так как в точке R_1 происходит перевод реостата на следующий контакт. Конечная скорость, которая будет достигнута электродвигателем на первой ступени, найдется, как пересечение N_1 только-что построенной кривой скорости с прямой, параллельной оси абсцисс, проходящей через точку R_1 . В момент переключения на вторую ступень двигатель будет работать на характеристике M_{m_2} . Для получения нового участка кривой скорости необходимо нанести новую кривую избыточного момента M_{b_2}'' , соответствующего второй ступени сопротивления. Эта новая кривая получится как разность $(M_{m_2} - M_s)$. Подобно предыдущему кривая M_{b_2}'' заменяется ступенчатой 28—29—30—31. Отдельные ступени переносятся на ось ординат и дают точки A_4'' , A_5'' , которые соединяются с B .

Вторая ветвь кривой $\omega = f(t)$ строится в правой четверти проведением линий, параллельных AB_4'' и AB_5'' , причем построение начинается с точки N_1 и заканчивается в точке N_2 , соответствующей переходу на третью ступень реостата. На третьей ступени двигатель работает на характеристике M_{m_3} . Для этого случая наносится кривая избыточного момента M_{b_3}'' , заменяемая ступенчатой, и т. д. Продолжая построение для всех ступеней, получим полную кривую $\omega = f(t)$ для случая пуска со ступенчатым реостатом, по которой легко определить время разгона $t_b = 11,5$ сек.

§ 3. Экономичность пуска.

Так как степень экономичности пуска определяется количеством энергии, теряемой бесполезно за весь период пуска, то для сравнения различных электродвигателей в данном отношении, надлежит определить это количество теряемой энергии W для наиболее характерных двигателей: шунтового, серийного и асинхронного.

а) Определение количества энергии W , теряемой за время пуска в обмотках шунтового двигателя.

Для определения величины W количества энергии, теряемой за время пуска в обмотках шунтового двигателя, при моменте сопротивления $M_s = \text{const} = 0$, надо решить систему дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} dW &= i^2 R dt \\ M_m &= M_s + J \frac{d\omega}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (147)$$

при наличии условий, характеризующих двигатель:

$$i = \frac{V - \alpha_1 \omega}{R}; \quad M_m = a - b\omega = \eta \frac{V \alpha_1'}{R} - \frac{\eta \alpha_1'^2}{R} \omega = \eta \alpha_1' \left(\frac{V - \alpha_1' \omega}{R} \right).$$

Определяя из второго уравнения системы (147) dt и подставляя в первое, найдем:

$$dW = i^2 R \frac{J}{M_m - M_s} d\omega. \quad (147')$$

Заменяя здесь i и M_m их выражениями для шунтового двигателя, получим:

$$dW = - \frac{J i_k}{\alpha_1' M_k} \left[(V - \alpha_1' \omega) + V \frac{M_s}{M_k} + \frac{V^2 \left(\frac{M_s}{M_k} \right)}{(V - \alpha_1' \omega) - V \frac{M_s}{M_k}} \right] d(V - \alpha_1' \omega)$$

Интегрируя и определяя произвольную постоянную из условия: $W = 0$ при $\omega = 0$ получим:

$$W_s = \frac{J i_k}{\alpha_1' M_k} \left\{ \alpha_1' \omega_s \frac{2V - \alpha_1' \omega_s}{2} + \right. \\ \left. + \frac{M_s}{M_k} V \alpha_1' \omega_s - \frac{M_s^2}{M_k^2} V^2 \ln \frac{V \left(1 - \frac{M_s}{M_k} \right) - \alpha_1' \omega_s}{V \left(1 - \frac{M_s}{M_k} \right)} \right\} \quad (148)$$

Для случая $M_s = 0$ при $\eta = 1$ конечная скорость ω_s равна пограничной ω_0 , и тогда

$$W_0 = \frac{J i_k}{\alpha_1' M_k} \cdot \frac{2V \alpha_1' \omega_0 - \alpha_1'^2 \omega_0^2}{2},$$

но $\alpha_1' \omega_0 = V$, следовательно:

$$W_0 = \frac{J i_k V^2}{2 \alpha_1' M_k} = \frac{J i_k (\alpha_1' \omega_0)^2 g}{2 \alpha_1' \eta \alpha i_k} = \frac{J \omega_0^2}{2} g, \quad (149)$$

т. е. количество энергии, потерянное при пуске в обмотках ротора, равно количеству ее, приобретенному приводом в виде живой силы вращающихся масс за тот же период пуска.

б) Определение пусковых потерь для сериес-двигателя.

Для сериес-двигателя определение величины потерь W сводится к рассмотрению ур-ний (147) при условиях:

$$i = \frac{C_1}{\omega + D_1}; \quad M_m = \left(\frac{C_1'}{\omega + D_1} \right)^2,$$

где

$$C_1 = \frac{V}{\alpha_1 \beta}; \quad D_1 = \frac{R}{\alpha_1 \beta} \quad \text{и} \quad C_1' = V \cdot \sqrt{\frac{\eta}{\alpha_1 \beta}}.$$

Подставляя эти значения i и M_m в ур-ние (147') и преобразуя последнее, получим:

$$dW = \frac{JR}{M_s} \left(\frac{V}{\alpha_1 \beta} \right)^2 \frac{d\omega}{\left(\frac{R}{\alpha_1 \beta} \sqrt{\frac{M_k}{M_s}} \right)^2 - \left(\omega + \frac{R}{\alpha_1 \beta} \right)^2}.$$

Интегрируя и определяя произвольную постоянную из условия $W=0$ при $\omega=0$, найдем зависимость потерь от угловой скорости в форме:

$$W_s = \frac{JV^2}{2\alpha_1 \beta \sqrt{M_k M_s}} \ln \frac{\left[\frac{R}{\alpha_1 \beta} \left(\sqrt{\frac{M_k}{M_s}} + 1 \right) + \omega \right] \left(\sqrt{\frac{M_k}{M_s}} - 1 \right)}{\left[\frac{R}{\alpha_1 \beta} \left(\sqrt{\frac{M_k}{M_s}} - 1 \right) - \omega \right] \left(\sqrt{\frac{M_k}{M_s}} + 1 \right)} \quad (150)$$

Для $M_s=0$, получаем $W_s=\infty$, как и следовало ожидать, так как для сериес-двигателя установившееся число оборотов при этом будет бесконечно большим, а следовательно, $\frac{J\omega^2}{2} = \infty$ и $W_s = \infty$.

в) Определение потерь W при пуске асинхронного двигателя.

Количество энергии, расходуемое при пуске асинхронного двигателя в m фазах обмотки его ротора, может быть определено из системы дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} dW &= m i^2 R dt \\ dt &= \frac{J}{M_m - M_s} d\omega = - \frac{J \omega_0}{M_m - M_s} d\sigma \end{aligned} \right\} \quad (151)$$

при наличии условий [ур-ния (61) и (60)]:

$$i^2 = \frac{2i_k^2}{1 + \left(\frac{\sigma_k}{\sigma} \right)^2} \quad \text{и} \quad M_m = \frac{2M_k}{\frac{\sigma_k}{\sigma} + \frac{\sigma}{\sigma_k}} = \frac{2M_k}{\frac{\sigma}{\sigma_k} \left[1 + \left(\frac{\sigma_k}{\sigma} \right)^2 \right]}.$$

В соответствии с этим получаем:

$$dW = \frac{2J_k^2 R \omega_0 m}{M_s} \cdot \frac{\sigma^2 d\sigma}{\sigma^2 - 2 \frac{M_k}{M_s} \sigma_k \sigma + \sigma_k^2} \quad (151')$$

Интегрируя и определяя произвольную постоянную из условия $W=0$ при $\sigma=1$, найдем зависимость между W и σ_s , в следующем виде:

$$W = \frac{2J_k^2 R \omega_0 m}{M_s} \left\{ \frac{2 \left(\frac{M_k}{M_s} \right)^2 - 1}{2 \left(\frac{M_k^2}{M_s^2} - 1 \right)} \times \right. \\ \times \ln \frac{\left(\sigma_s - \sqrt{\sigma_k^2 \left(\frac{M_k^2}{M_s^2} - 1 \right)} \right) \left(1 + \sigma_k \sqrt{\frac{M_k^2}{M_s^2} - 1} \right)}{\left(\sigma_s + \sigma_k \sqrt{\frac{M_k^2}{M_s^2} - 1} \right) \left(1 - \sigma_k \sqrt{\frac{M_k^2}{M_s^2} - 1} \right)} + \\ \left. + \frac{M_k}{M_s} \sigma_k \ln \frac{\left(\sigma_s - \frac{M_k}{M_s} \sigma_k \right)^2 - \sigma_k^2 \left(\frac{M_k^2}{M_s^2} - 1 \right)}{\left(1 - \frac{M_k}{M_s} \sigma_k \right)^2 - \sigma_k^2 \left(\frac{M_k^2}{M_s^2} - 1 \right)} + \sigma_s - 1 \right\} \quad (152)$$

Зависимость слишком сложна для каких-либо практических выводов.

Положив же $M_s = 0$ и вычисляя w для разгона двигателя холостую до синхронной скорости ω_0 ($\eta = 1$), получим из формулы (151') для этого случая:

$$W = - \int_{\sigma=1}^{\sigma=0} \frac{J_k^2 R \omega_0 m}{\sigma_k M_k} \sigma d\sigma = \int_{\sigma=0}^{\sigma=1} \frac{J_k^2 R \omega_0 m}{M_k \sigma_k} \sigma d\sigma = \frac{J_k^2 R \omega_0 m}{2 M_k \sigma_k} = \frac{J \omega_0^2 g}{2} \quad (152'),$$

имея в виду, что по ур-нию (56)

$$M_k = \frac{m R i_k^2}{\sigma_k \omega_0 g} \text{ kgm.}$$

Таким образом оказывается, что для асинхронного двигателя, как и для шунтового, при разгоне холостую до синхронной (пограничной) скорости ω_0 , в роторе теряется количество энергии, равное живой силе, приобретенной при этом массами.

д) Пуск под реостатом шунтового и серийс-двигателя.

Рассмотрев безреостатный пуск электродвигателей с различными формами характеристик, перейдем к случаю пуска под реостатом

двух наиболее характерных двигателей: шунтового — с жесткой прямолинейной характеристикой и серии — с мягкой гиперболической характеристикой.

При пуске под реостатом можно получить любую форму изменения вращающего момента в период пуска соответствующим подбором ступеней сопротивления и скорости их выключения; однако ограничимся здесь рассмотрением наиболее простого и часто встречающегося в практике случая пуска при $M_m = \text{const}$ (как известно, для периода пуска M_m обозначается через M_A).

1. Для шунтового электродвигателя постоянного тока:

$$M_A = \frac{\eta}{g} \frac{E i_A}{\omega} = \frac{\eta}{g} \alpha' \Phi i_A.$$

Так как $\Phi = \text{const}$, а по условию и $M_A = \text{const}$, то в период пуска ток i_A также должен быть постоянным; для этого сопротивление R цепи главного тока при $V = \text{const}$ с изменением ω должно изменяться по закону:

$$R = \frac{V - \alpha' \Phi \omega}{i_A}.$$

Если начальная скорость двигателя равна ω_1 , а конечная — ω_2 , то потери в цепи главного тока двигателя в период пуска будут:

$$W = \int_{\omega_1}^{\omega_2} R i_A^2 dt.$$

Из основного уравнения (2) заменим dt через $d\omega$:

$$M_m - M_s = M_A - M_s = M_b = J \frac{d\omega}{dt}$$

или

$$dt = \frac{J}{M_b} d\omega.$$

Подставляя в выражение W значения R и dt и считая $M_b = \text{const}$, получим:

$$W = \frac{J i_A}{M_b} \int_{\omega_1}^{\omega_2} (V - \alpha' \Phi \omega) d\omega = \frac{J i_A \alpha' \Phi}{M_b} \int_{\omega_1}^{\omega_2} (\omega_0 - \omega) d\omega,$$

где $\omega_0 = \frac{V}{\alpha' \Phi}$ — пограничная скорость двигателя.

Заменяя

$$\alpha' \Phi i_A = \frac{g M_m}{\eta} \quad \text{и} \quad M_b = M_m - M_s$$

и интегрируя, найдем:

$$W = \frac{J [(\omega_0 - \omega_1)^2 - (\omega_0 - \omega_2)^2]}{2} \frac{g}{\eta} \frac{M_m}{M_m - M_s}$$

или

$$W = \frac{J(\omega_2^2 - \omega_1^2)}{2} \frac{g}{\eta} \frac{M_m}{M_m - M_s} \frac{(\omega_0 - \omega_1) + (\omega_0 - \omega_2)}{\omega_1 + \omega_2} \quad (153)$$

Если

$$\omega_1 = 0,$$

то ур-ние (153) принимает вид

$$W = \frac{J\omega_2^2}{2} \frac{g}{\eta} \frac{M}{M_m - M_s} \frac{2\omega_0 - \omega_2}{\omega_2}$$

или

$$W = \frac{J\omega_2^2}{2} \frac{g}{\eta} \frac{M_m}{M_m - M_s} \frac{i_k + i_A}{i_k - i_A} \quad (154)$$

где R_a — сопротивление обмотки ротора; $i_k = \frac{V}{R_a}$ — ток короткого замыкания.

При пуске вхолостую идеального двигателя, полагая $M_s = 0$ и $\eta = 1$ из ур-ния (154) находим

$$W_0' = \frac{J\omega_2^2}{2} g \frac{i_k + i_A}{i_k - i_A} = \frac{J\omega_2^2}{2} g \frac{1+k}{1-k},$$

где $k = \frac{i_A}{i_k} < 1$ — кратность пускового тока по отношению к току короткого замыкания.

Полученное выражение W_0' потерь в цепи якоря при пуске идеального двигателя вхолостую под реостатом можно преобразовать, имея в виду, что скорость ω_2 будет достигнута приблизительно в момент вывода последней ступени реостата, т. е. при сопротивлении $R = R_a$:

$$\omega_2 \cong \frac{V - Ri_A}{\alpha' \Phi} = \frac{Ri_k - Ri_A}{\alpha' \Phi} = \frac{R\omega_0}{V} (i_k - i_A) = \frac{\omega_0}{i_k} (i_k - i_A).$$

Вводя $\omega_2 = \frac{\omega_0}{i_k} (i_k - i_A) \cong \omega_0 (1 - k)$ в выражение W_0' , получим:

$$W_0' = \frac{J\omega_0^2}{2} g (1 - k^2).$$

Дальнейший разгон двигателя до пограничной скорости ω_0 будет протекать без реостата на автоматической характеристике; потери в обмотке ротора при этом будут равны

$$W_0'' = \int_{\omega_0(1-k)}^{\omega_0} i^2 R_a dt.$$

Подставляя

$$i = \frac{V - \alpha \Phi \omega}{R_a}; \quad dt = \frac{J d\omega}{M_b} = \frac{J g R_a}{\alpha \Phi} \frac{d\omega}{V - \alpha \Phi \omega};$$

интегрируя, получим:

$$W_0' = -\frac{J \omega_0^2}{2} g k^2.$$

Следовательно общее количество энергии, потерянной в реостате и обмотке ротора за весь период разгона до пограничной скорости:

$$W_0 = W_0' + W_0'' = -\frac{J \omega_0^2}{2} g,$$

т. е. то же, что и при безреостатном пуске.

2. Для серии с-двигателя постоянного тока:

$$M_m = \frac{\eta}{g} \alpha' \beta i_A^2. \quad (48)$$

Чтобы вращающий момент M_m был постоянным в течение всего периода пуска под реостатом, пусковой ток i_A также должен быть постоянным, следовательно, если $V = \text{const}$, то сопротивление R цепи главного тока должно изменяться по закону:

$$R = \frac{V - E}{i_A} = \frac{V - \alpha' \beta i_A \omega}{i_A}.$$

Потери в цепи главного тока при пуске под реостатом:

$$W = \int_0^{\omega_2} R i_A^2 dt.$$

Подставляя

$$R = \frac{V - \alpha' \beta i_A \omega}{i_A} \text{ и } dt = \frac{J}{M_b} d\omega,$$

получим:

$$\omega = \frac{J \omega_2^2}{2} \left[\frac{2 V i_A - \alpha' \beta i_A^2 \omega}{M_b \omega_2} \right],$$

или вводя

$$\omega_2 = \frac{V - R_a i_A}{\alpha' \beta i_A},$$

имеем:

$$W = \frac{J \omega_2^2}{2} \frac{g}{\eta} \frac{M_m}{M_m - M_s} \cdot \frac{V + R_a i_A}{V - R_a i_A} \quad (155)$$

или

$$\omega = \frac{J\omega_2^2}{2} \frac{g}{\eta} \frac{M_m}{M_m - M_s} \frac{i_k + i_A}{i_k - i_A}.$$

Это уравнение по форме совпадает с уравнением (154) для шунтового электродвигателя.

Разгон двигателей, как шунтового, так и серий, от скорости:

$$\omega_2 = \frac{V - R_a i_A}{\alpha' \Phi} = \frac{V - R_a i_A}{\alpha' \beta i}$$

до скорости

$$\omega_s = \frac{V - R_a i_n}{\alpha' \Phi} = \frac{V - R_a i_n}{\alpha' \beta i_n},$$

(где $i_n = i_s$ — ток, отвечающий нагрузке M_s на автоматической характеристике) — совершается без реостата, по автоматической характеристике, при переменном избыточном моменте $M_b = M_m - M_s$, приближающемся по мере достижения скорости ω_s асимптотически к нулю; этот случай был рассмотрен выше.

Итак: совокупностью уравнений (148), (150), (152), (154) и (155) исчерпывается вопрос об определении потерь в цепи главного тока в период пуска электродвигателей без реостата или под реостатом при $V = \text{const}$.

Если в период пуска напряжение изменяется ступенями (пуск при помощи аккумуляторной батареи, многопроводной системы, последовательно-параллельного включения), то вышеуказанные уравнения надлежит применять к каждой ступени напряжения отдельно (см. далее поз. *f*).

е) Пуск шунтового двигателя при переменном напряжении по системе Леонарда.

Рассмотрим случай пуска шунтового двигателя по схеме Леонарда при постоянном сопротивлении ротора R_a и постоянном пусковом токе i_A . При этом напряжение V с изменением скорости должно быть изменяемо очевидно по закону:

$$V = R_a i_A + \alpha' \Phi \omega.$$

Потери в цепи ротора:

$$W = \int_{\omega=0}^{\omega} i_A^2 R_a dt = \int_0^{\omega} i_A^2 R_a \frac{J}{M_b} d\omega = \frac{J\omega}{M_b} R_a i_A^2.$$

Так как

$$M_b = M_A - M_s = M_m - M_s = M_A - M_{\text{ном}} = \frac{\eta}{g} (\alpha' \Phi i_A - \alpha' \Phi i_{\text{ном}}),$$

где $i_{\text{ном}}$ — нормальный ток, соответствующий нагрузке M_s , при нормальном напряжении V и нормальном магнитном потоке Φ ,

то в случае работы двигателя на автоматической характеристике со скоростью ω :

$$\begin{aligned}
 W &= \frac{g J \omega R_a i_A^2}{\alpha' \Phi (i_A - i_n)} = \frac{J \omega^2}{2} \frac{g}{\eta} \frac{2 R_a i_A^2}{\alpha' \Phi \omega (i_A - i_n)} = \\
 &= \frac{J \omega^2}{2} \frac{g}{\eta} \frac{2 R_a i_A^2}{(V - R i_n)(i_A - i_n)} = \frac{J \omega^2}{2} \frac{g}{\eta} \frac{2}{\frac{V - R_a i_n}{R_a i_A} \left(\frac{i_A - i_n}{i_A} \right)} = \\
 &= \frac{J \omega^2}{2} \frac{g}{\eta} \frac{2}{\left(\frac{i_k}{i_A} - \frac{i_n}{i_A} \right) \left(1 - \frac{i_n}{i_A} \right)}, \quad (156)
 \end{aligned}$$

где $i_k = \frac{V}{R_a}$ — ток короткого замыкания при нормальном напряжении.

При пуске вхолостую идеального двигателя, полагая $i_n = 0$, $\eta = 1$ и принимая $\omega = \omega_0$, получим:

$$W_0 = \frac{J \omega_0^2}{2} g \frac{i_A}{\frac{i_k}{2}}. \quad (157)$$

Отсюда следует, что при пуске вхолостую идеального шунтового двигателя по схеме Леонарда потери в обмотках то ротора будут меньше, равны или больше живой силы, приобретенной массами, в зависимости от того, будет ли пусковой ток i_A меньше, равен или больше половины тока короткого замыкания i_k . Последний отвечает напряжению V , определяющему величину пограничной скорости

$\omega_0 = \frac{V}{\alpha' \Phi}$, до которой рассматриваемый электродвигатель разгоняется.

г) Пуск электродвигателей при ступенчатом изменении напряжения.

Положим V — нормальное наивысшее напряжение на клеммах двигателя; m — число ступеней напряжения; ω_{n-1} — скорость двигателя при включении на n -ую ступень напряжения; V_{n-1} и V_n — соответственно нижняя и верхняя граница рассматриваемой ступени напряжения. Если пуск двигателя протекает при постоянном пусковом токе i_A , то при включении на n -ую ступень напряжения с изменением скорости от ω_{n-1} до ω_n сопротивление в цепи главного тока R должно изменяться по закону:

$$R = \frac{V_n - \alpha' \Phi \omega}{i_A}.$$

Потери в цепи главного тока в период пуска двигателя на n -ой ступени:

$$w_n = \int_{\omega_{n-1}}^{\omega_n} i_A^2 R \, dt.$$

Вводя выражение R и dt в функции ω :

$$\begin{aligned} W_n &= \frac{J i_A}{M_b} \int_{\omega_{n-1}}^{\omega_n} (V_n - \alpha' \Phi \omega) d\omega = \frac{J i_A}{M_b} \left[V_n (\omega_n - \omega_{n-1}) - \alpha' \Phi \frac{\omega_n^2 - \omega_{n-1}^2}{2} \right] = \\ &= J \frac{\alpha' \Phi i_A}{M_b} \cdot \frac{\omega_n^2 - \omega_{n-1}^2}{2} \left[\frac{2 V_n - \alpha' \Phi (\omega_n + \omega_{n-1})}{\alpha' \Phi (\omega_n + \omega_{n-1})} \right]. \end{aligned}$$

Так как $\alpha' \Phi i_A = \frac{g}{\eta} M_m$; $\alpha' \Phi (\omega_n + \omega_{n-1}) = V_n + V_{n-1} - 2R_a i_A$,

то

$$W_n = \frac{J(\omega_n^2 - \omega_{n-1}^2)}{2} \cdot \frac{g}{\eta} \frac{M_m}{M_m - M_s} \frac{V_n - V_{n-1} + 2R_a i_A}{V_n - V_{n-1} - 2R_a i_A},$$

но

$$V_{n-1} = (n-1) \frac{V}{m} \text{ и } V_n = n \frac{V}{m},$$

поэтому

$$W_n = \frac{J(\omega_n^2 - \omega_{n-1}^2)}{2} \cdot \frac{g}{\eta} \cdot \frac{M_m}{M_m - M_s} \frac{V + 2m i_A R_a}{(2n-1)V - 2m i_A R_a}$$

или

$$W_n = J \frac{\omega_n^2 - \omega_{n-1}^2}{2} \cdot \frac{g}{\eta} \frac{M_m}{M_m - M_s} \frac{i_k + 2m i_A}{(2n-1)i_k - 2m i_A}, \quad (158)$$

где $i_k = \frac{V}{R_a}$ — ток короткого замыкания двигателя.

Ур-ния (158) одинаково справедливы как для шунтовых, так и для серийс-двигателей.

Рассмотрим пуск вхолостую ($M_s = 0$) идеального шунтового двигателя ($\eta = 1$) при двух ступенях напряжения ($m = 2$). Пренебрегая падением напряжения в роторе ($i_A R_a = 0$), найдем потери

для первой ступени пуска, положив $\omega_{n-1} = 0$; $\omega_n = \frac{\omega_0}{2}$; $n = 1$;

$$W_1 = \frac{1}{4} J \frac{\omega_0^2}{2} g.$$

Для второй ступени пуска, положив $\omega_{n-1} = \frac{\omega_0}{2}$; $\omega_n = \omega_0$; $n = 2$,

получим:

$$W_2 = \frac{1}{4} J \frac{\omega_0^2}{2} g.$$

Таким образом общие потери:

$$W_0 = W_1 + W_2 = \frac{1}{2} J \frac{\omega_0^2}{2} g.$$

Потери при пуске на полном напряжении определим, положив

$$\omega_{n-1} = 0; \quad \omega_n = \omega_0; \quad \eta_1 = 1; \quad M_s = 0; \quad i_A R_a \approx 0; \quad m = 1 \text{ и } n = 1;$$

$$W_0' = J \frac{\omega_0^2}{2} g.$$

Отсюда следует, что

$$W_0 = \frac{1}{2} W_0'.$$

Обозначив через ω_0 — пограничную скорость, отвечающую напряжению V , будем иметь:

$$\omega_{0n} = \frac{\omega_0}{m} n \text{ и } \omega_n = \frac{V_n - R_a i_A}{x' \Phi} = \frac{\alpha' \Phi \omega_{0n} - i_A R_a}{\alpha' \Phi} = \frac{n x' \Phi \omega_0 - m i_A}{m x' \Phi}$$

Пренебрегая падением напряжения в роторе ($i_A R_a \approx 0$), получим:

$$\omega_n = \frac{n \omega_0}{m}.$$

Подставив в ур-ние (158) $\omega_n = \frac{n \omega_0}{m}$; $\omega_{n-1} = \frac{(n-1) \omega_0}{m}$; $\eta_1 = 1$, $M_s = 0$; $R_a i_A \approx 0$, найдем потери для пуска вхолостую на n -ой ступени:

$$W_{0n} = \frac{J \omega_0^2}{2} \cdot \frac{g}{m^2}, \quad (158')$$

т. е. потери в цепи главного тока независят от порядка ступени и одинаковы на всех ступенях.

В течение всего периода пуска общие потери на всех m ступенях:

$$\sum W_0 = m \cdot W_{0n} = \frac{J \omega_0^2}{2} \cdot \frac{g}{m}. \quad (158'')$$

Таким образом при наличии m равных ступеней напряжения

$$\sum W = \frac{1}{m} W,$$

т. е. потери в цепи главного тока оказываются в m раз меньшими, чем при пуске под полным напряжением.

Из приведенных формул (148), (150) и (152) видно, насколько сложным оказывается аналитическое определение потерь при пуске двигателя под нагрузкой.

Значительно проще графический метод, основанный на способе построения пропорций.

(Выше было указано, что при $R = \text{const}$ общие потери в обмотке двигателя определяются по формуле:

$$W = R \int i^2 dt \cong R \sum i^2 \Delta t.$$

Чтобы определить W , можно поступить следующим образом: построив по нагрузочной диаграмме кривую $i = f(t)$ и возводя в квадрат ее ординаты, найти зависимость $i^2 = f'(t)$. Определив площадь кривой $i^2 = f'(t)$, равную $\int i^2 dt \cong \sum i^2 \Delta t = q$ и умножив ее на постоянную величину R , найдем:

$$W = R \int i^2 dt = R \cdot q.$$

Однако вместо построения кривой квадратов тока и планиметрирования здесь можно использовать следующий графический способ нахождения $q = \int i^2 dt$, предложенный проф. Швайгером.

Пусть диаграмма изменения тока в период времени пуска определена для рассматриваемого случая в виде ступенчатой кривой, как указано на фиг. 101 (если диаграмма имеется в виде плавной кривой, то она может быть заменена ступенчатой по известному уже правилу).

Задача состоит в нахождении площадей некоторых прямоугольников, имеющих высоту i^2 и основанием — элемент dt , соответственно отдельным ступеням диаграммы.

Для первого элемента имеем:

$$q_1 = i_1^2 dt$$

или, превращая это равенство в пропорцию:

$$\frac{i_1}{1} = \frac{q_1}{dt}$$

Величина $\frac{1}{i_1}$ представляет здесь то, что в приведенном в гл. I графическом способе построения диаграммы было названо масштабом уменьшения r . Однако, в то время как там величина r , равная отрезку OR на фиг. 26, была постоянной во все время построения, здесь необходимо менять ее соответственно значениям $\frac{1}{i_1}$,

$\frac{1}{i_2}$ и т. д., т. е. принимать $r = OA', OB', OC'$ и т. д. Итак, пусть на фиг. 101 представлена зависимость $i = f(t)$ в виде прямой LL' , которую заменяем ломаной $a'abcdefghkl$. Наносим, на оси абсцисс

совершенно произвольный масштаб для $\frac{1}{i}$ и чертим кривую

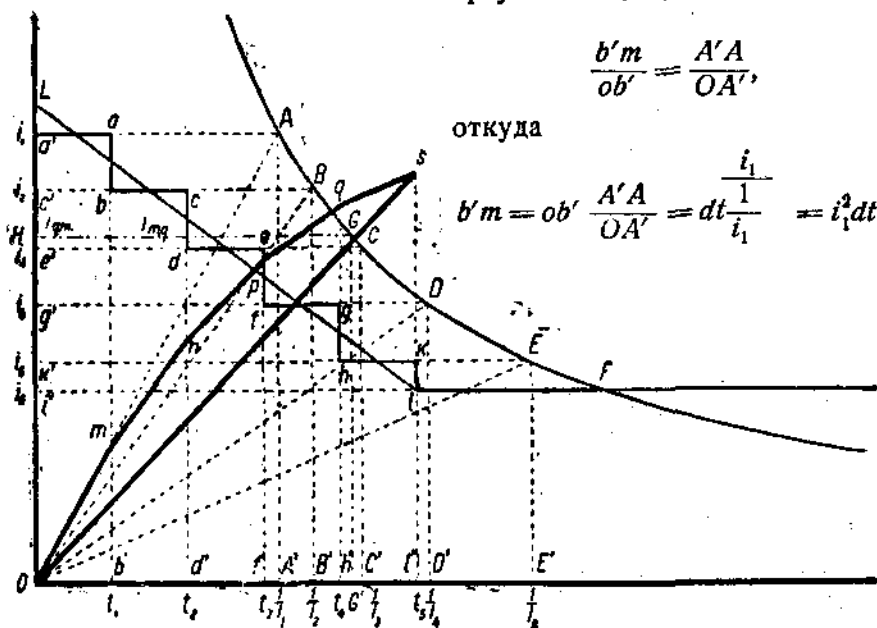
$i = \varphi\left(\frac{1}{i}\right)$, которая представится в виде гиперболы $ABCDEF$. Теперь

проектируем на нее высоту первой ступени Oa' и получаем таким образом точку A . Соединяем ее с началом координат O и в пересечении прямой OA с перпендикуляром к оси абсцисс bb' находим точку m . Отрезок $b'm$ пропорционален $i_1^2 dt$, так как из подобия треугольников $ob'm$ и $OA'A$:

$$\frac{b'm}{ob'} = \frac{A'A}{OA'},$$

откуда

$$b'm = ob' \frac{A'A}{OA'} = dt \frac{i_1}{1} = i_1^2 dt.$$



Фиг. 101.

Далее проектируем вторую ступень bc (ток i_2) на кривую $i = \varphi\left(\frac{1}{i}\right)$

и получаем точку B ; соединяя ее с точкой O и проводя из m прямую mn , параллельную OB , находим в пересечении линии mn с ординатой $d'd$ точку n , определяющую отрезок $d'n$, пропорциональный сумме $i_1^2 dt + i_2^2 dt = q_1 + q_2$.

Продолжая это построение для всего времени пуска $t_b = ol'' = t_b$, получим конечную ординату $l''s$, пропорциональную $\int_0^{t_b} i_2 dt = q_b$.

Чтобы определить масштаб ординат линии $omnpqs$, соединим точку s с началом координат O . В пересечении луча Os с кривой $i = \varphi\left(\frac{1}{i}\right)$ найдем точку G .

Ордината этой точки $G'G = OH$ дает в масштабе ординат значение тока i_{qm} , удовлетворяющее уравнению:

$$i_{qm}^2 t_b = \int_0^{t_b} i_2^2 dt,$$

т. е. так называемый средний квадратичный ток, о котором подробнее будет говориться в главе о выборе двигателя по мощности. В самом деле, из подобия треугольников $OG'G$ и $Ol''s$ получаем:

$$\frac{G'G}{OG'} = \frac{l''s}{ol''}$$

откуда:

$$\frac{i_{qm}}{1} = \frac{\int i_2^2 dt}{t_b}$$

или

$$i_{qm}^2 t_b = \int i_2^2 dt = l''s.$$

Фиг. 102.

Отсюда искомый масштаб линии $omnpqs$:

$$1\text{мм} = \frac{i_{qm}^2 t_b}{l''s} = a \text{ A}^2 \text{ sec.}$$

Потери в двигателе за время пуска найдутся согласно формуле:

$$W = a \cdot l''s \cdot R = i_{qm}^2 t_b R = R \int_0^{t_b} i_2^2 dt.$$

Итак, зная закон изменения M_m в период пуска и характеристики двигателя $\eta = f'(M_m)$ и $\cos \varphi = f''(M_m)$, легко построить закон изменения $i = f(t)$ за время разгона и затем посредством изложенного графического построения определить величину среднего квадратичного тока i_{qm} за время пуска и пусковые потери в меди ротора.

h) Отношения потерь в статоре и роторе асинхронного двигателя.

Резюмируя сказанное, приходим к заключению, что медные потери в цепи ротора двигателя при постоянном напряжении на его клеммах не зависят ни от величины сопротивления этой цепи, ни от формы кривой $M_m = f(\omega)$ (механических свойств двигателя), и следовательно одинаковы для всех двигателей, имеющих одни и те же величины J и ω .

Однако, следует заметить, что для двигателей индукционных, обладающих независимой статорной цепью, например, асинхронных, величина потерь в обмотке ротора W_2 не предвещает вопроса о величине потерь в обмотке статора W_1 . В самом деле, называя через i_1 , R_1 и i_2 , R_2 соответственно ток и ваттное сопротивление одной фазы

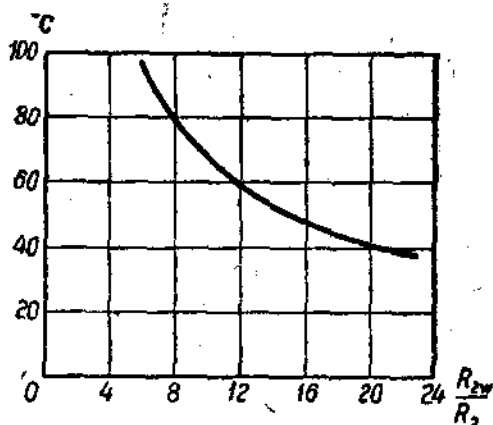
статора и ротора, через m_1 и m_2 — числа фаз статора и ротора и через t_b — время разгона, можем написать:

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{m_1 i_1^2 R_1 t_b}{m_2 i_2^2 R_2 t_b} \text{ или } W_1 = W_2 \frac{m_1 i_1^2 R_1}{m_2 i_2^2 R_2}.$$

Отсюда видно, что при изменении отношения $\frac{R_1}{R_2}$ (при том же значении W_2) будет изменяться величина потерь в обмотке статора W_1 , а следовательно и нагрев двигателя.

На фиг. 102 представлена зависимость величины опрокидывающего скольжения от отношения сопротивления реостата ротора R_{2w} к сопротивлению самой обмотки ротора R_2 (М. Liw-schitz, W. Veröffentl. a. d. Siemens Konz. Bd. IV, H. 1).

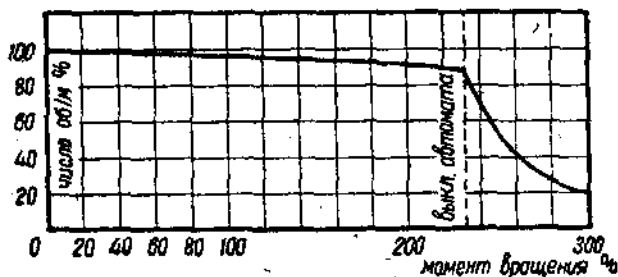
На фиг. 103 представлена зависимость температуры нагрева обмотки статора двигателя от того же отношения $\frac{R_{2w}}{R_2}$.



Фиг. 103.

§ 4. О пуске двигателей переменного тока прочих видов.

Пуск однофазных асинхронных двигателей, не имеющих начального пускового момента, производится при помощи включения



Фиг. 104.

вспомогательной обмотки на статоре с специально подобранным активным и реактивным сопротивлением, отключаемой после того, как двигатель достигнет определенной скорости. При этом в период пуска он превращается в двухфазный двига-

тель с вращающимся магнитным полем.

Весьма часто однофазные асинхронные двигатели снабжаются коллектором и пускаются как репульсионные. По достижении определенной скорости, коллекторные пластины замыкаются на-коротко центробежным замыкателем, и двигатель обращается в асинхронный. Если нагрузка такого двигателя почему-либо превысит допустимую, то при понижении скорости до определенной величины автомат

размыкается и двигатель обращается в репульсионный с мягкой характеристикой, благодаря чему устраняется опасность опрокидывания асинхронного двигателя.

На фиг. 104 приведена характеристика такого комбинированного двигателя.

Однофазные и многофазные коллекторные двигатели переменного тока пускаются при помощи секционированного трансформатора или автотрансформатора (серийс и шунтовые многофазные) или же простым сдвигом щеток (репульсионные и однофазные шунтовые). Таким образом ограничение пускового тока производится путем понижения напряжения в период пуска.

Так как поведение двигателя в период пуска определяется главным образом видом его характеристики, то коллекторные двигатели переменного тока в отношении пуска аналогичны соответствующим двигателям постоянного тока.

Решение вопросов плавности и продолжительности пуска не требует специальных пояснений и производится также просто (графически), как это было показано на примере двигателей постоянного тока. Разница лишь в том, что так как помимо вида (наклона) характеристик на плавность влияет число пусковых степеней, то здесь число ступеней напряжения (т. е. число секций трансформатора) или число пластин коллектора между щетками достаточно велико, чтобы удовлетворить требования плавности пуска.

В отношении экономичности пришлось бы повторить сказанное выше о пуске при ступенчатом изменении напряжения (см. § 3 поз. f).

Наоборот, торможение коллекторных двигателей представляет специфические особенности, и о нем будет сказано особо в следующем разделе (В, гл. III).

О пуске и торможении синхронных двигателей будет сказано далее, в гл. IV, § 8.

В. ПЕРИОД НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ. ПРОЦЕСС ТОРМОЖЕНИЯ.

Переходя ко второму виду неустановившегося движения — торможению, отметим принципы торможения, наиболее распространенные в практике электрического привода. Сюда относятся:

1) электродинамический принцип, основанный на использовании самого двигателя в качестве тормоза;

2) механический принцип, основанный на использовании электродвигателя, а чаще особых электромагнитов в качестве вспомогательных механизмов, приводящих в движение механические тормоза (колодковые, ленточные и т. п.).

Начнем с первого.

§ 5. Торможение шунтового двигателя постоянного тока.

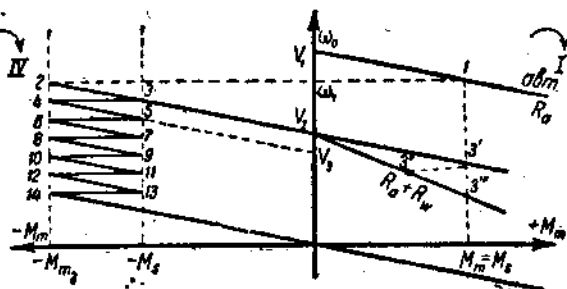
При выводе основного уравнения механической характеристики этого двигателя (46):

$$M_m = A'' - B''n = \frac{\eta\alpha'\Phi_a V}{gR} - \frac{\eta\alpha'^2\Phi_a^2}{gR} \omega$$

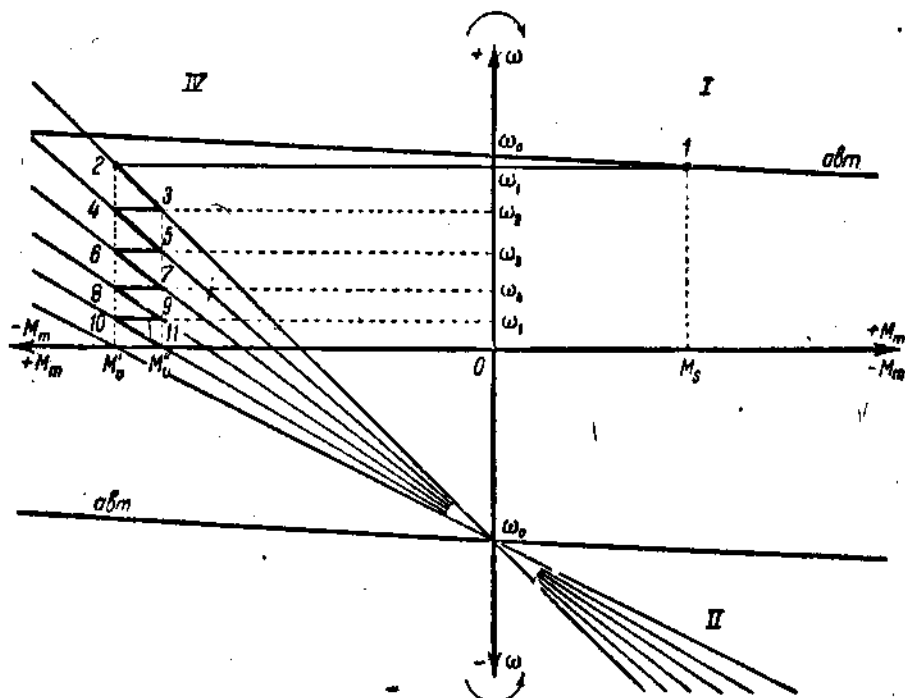
было указано, что $M_m < 0$, при $A'' < B''n$ или при $\omega > \frac{V}{\alpha'\Phi_a} = \omega_0$,

когда скорость вращения двигателя оказывается больше пограничной ω_0 . При этом $\omega\alpha'\Phi_a = E > V$, т. е. противо-электродвижущаяся сила становится больше напряжения. Ток в обмотках двигателя $i = \frac{V-E}{R}$ меняет знак на обратный. Двигатель превращается в генератор.

Практические случаи применения этого первого способа торможения с „рекуперацией“ энергии в сеть относительно редки (область подтормаживания разгона при спуске грузов на большую глубину, тележек под большой уклон и т. д.) и были выявлены при рассмотрении фиг. 40.



Фиг. 105.



Фиг. 105a.

Однако при известных условиях этот способ можно использовать и для остановки, не нарушая основного условия $E > V$.

Достигнуть этого можно путем или уменьшения V или увеличения Φ_a . В обоих случаях двигатель из „моторного“ квадранта I диаграммы переходит в „генераторный“, IV как представлено на фиг. 105.

Так как для возможности увеличения поля пришлось бы иметь при нормальной работе шунтового двигателя некоторое сопротивление в цепи индукторов, причем такой двигатель нормально работал бы с недоиспользованной магнитной цепью, то практически для торможения с рекуперацией на пониженной скорости может быть использован (в системе Леонарда) только первый способ — понижения напряжения V . Цифрой 1 обозначена нормальная работа двигателя при скорости ω_1 в I моторном квадранте. Если необходимо для торможения с рекуперацией иметь тормозной момент величиною $(-M_m) > (-M_s)$ (инерционного движения), то V_1 надо снизить до V_2 ; так как скорость ω_1 мгновенно не может измениться, то рабочее состояние двигателя (превратившегося в генератор при $E_1 = \alpha \omega_1 \Phi_a > V_2$ *) охарактеризуется точкой 2 в IV-генераторном квадранте. Вслед за этим первым мгновением скорость начнет падать до значения, соответствующего точке 3, когда замедление временно прекратится при равенстве тормозного и движущего, инерционного моментов. Для простоты запас инерционной энергии предположен настолько большим, что момент вращения $(-M_s)$ принят постоянным. В точке 3 напряжение надо снова понизить до V_3 , т. е. настолько чтобы при той же скорости вновь получить тормозной момент $(-M_m)$ в точке 4. Если этого своевременно не сделать, то очевидно движение продолжало бы замедляться с уменьшающимся явлением рекуперации энергии, пока в точке V_2 оно не прекратилось бы при $V_2 = E_2$; затем скорость уменьшалась бы по той же характеристике до точки 3', т. е. до равенства $M_m = M_s$, но уже в I моторном квадранте при $V_2 > E$, причем энергия для поддержания движения получалась бы из сети.

Если, наконец, при работе двигателя в этой точке 3' ввести еще некоторое сопротивление R_w в якорь двигателя, то вращающий момент, уменьшившийся мгновенно при той же скорости до величины, соответствующей точке 3'', начнет затем расти по мере уменьшения скорости до установившегося значения, соответствующего точке 3'', когда вновь $M_m = M_s$.

Из рассмотренного следует, что процесс торможения возможен не только в области отрицательных моментов, но и в области моментов положительных, причем в последнем случае необходимо последовательное увеличение сопротивления цепи ротора или достаточно малое уменьшение V , или увеличение Φ , так, чтобы двигатель не перешел в генераторную область, сохранив тем самым вращающий момент M_m положительным, но меньшим момента сопротивления M_s .

Пока процесс торможения совершается в области отрицательных моментов, машина работает генератором, включенным параллельно с сетью, возвращая, т. е. рекуперировав в сеть энергию, которая ранее при пуске или при подъеме груза была задасена в виде живой силы (потенциальной энергии).

Однако, не всегда работа двигателя с отрицательным моментом

*) Двигатель предполагается с независимым возбуждением, как это видно на фиг. 13а.

сопровождается рекуперацией энергии в сеть. Последнее возможно лишь при соблюдении еще одного дополнительного условия, чтобы электродвижущая сила машины имела составляющую, направленную навстречу напряжению сети, т. е. чтобы машина-генератор была включена параллельно с сетью.

В противном случае изменение знака момента и силы тока не влечет за собою рекуперации: машина при этом оказывается генератором, включенным последовательно с сетью, так что торможение совершается одновременно за счет тока, генерируемого самой машиной, и тока, поглощаемого из сети; оба тока, складываясь, не совершают никакой полезной работы, а только нагревают обмотки генераторов станции, рассматриваемой машины и соединяющих проводов. Такой метод торможения, как 3-й метод — „торможение противотоком“, — был отмечен выше при рассмотрении механических характеристик (фиг. 51 и 60).

Для его осуществления достаточно у машины, работающей двигателем, переключить или обмотку ротора (якоря) или обмотку возбуждения. В самом деле ур-ние (46) можно переписать так:

$$M_m = \frac{\eta \alpha' \Phi_a}{g} \left(\frac{V - \alpha' \Phi_a \omega}{R} \right) = \frac{\eta \alpha' \Phi_a}{g} i_a.$$

Отсюда видно, что изменение знака i_a или Φ влечет за собою изменение знака вращающего момента M_m . В том и другом случае противо-электродвижущая сила и напряжение сети оказываются включенными последовательно (при условии неизменного направления вращения ротора), так что сила тока в роторе определяется уравнением:

$$i_a = \frac{V + \alpha' \Phi \omega}{R} = \frac{V + E}{R}.$$

При скорости ω , близкой к пограничной ω_0 , противо-электродвижущая сила $E \cong V$, так что ток $i_a \cong 2 \frac{V}{R} = 2i_k$, т. е. равен удвоенному току короткого замыкания. Для предотвращения повреждений, указанному переключению машины на „противоток“ обязательно должно предшествовать включение соответствующего сопротивления R_w в цепь ротора *). Если при таком переключении ни напряжение V , ни поток Φ численно не меняются, то начальная ордината новой характеристики двигателя $\omega_0 = \frac{V}{\alpha' \Phi}$, не меняя ве-

личины, изменяет знак на обратный. Угол наклона универсальной механической характеристики, определяемый по ур-нию (49) $\alpha' = \arctg \frac{gR}{\eta \alpha'^2 \Phi^2}$, не меняет знака, но меняет свою величину благодаря изменению R .

На фиг. 105а представлен процесс торможения противотоком шунтового двигателя.

*) Расчет его для асинхронных двигателей см. Вилкерт, Асинхронные двигатели. Для шунтовых — можно воспользоваться изложенным выше графическим способом.

Вначале двигатель работает на автоматической характеристике в точке 1. После переключения и введения реостата в якорь двигатель переходит на реостатную характеристику в точку 2, вращаясь в ту же сторону и с тем же числом оборотов. Так как при этом момент M_m становится отрицательным и равным $M'_v > M_s$, то двигатель начинает тормозиться, причем его угловая скорость, падая по новой характеристике, уменьшается до величины ω_3 в точке 3, когда $M_m = M'_v = M_s$. Если в этот момент выключить одну из ступеней реостата, то двигатель перейдет на другую реостатную характеристику в точку 4 при той же угловой скорости ω_3 , причем сопротивление секции R_w подбирается так, чтобы тормозной момент получил начальное значение M'_v . Скорость вновь начинает падать до величины ω_5 в точке 5, когда выключается вторая ступень реостата и т. д.

Когда, наконец, скорость становится равной нулю в точке 11, двигатель должен быть выключен из сети. Иначе он начнет вновь увеличивать скорость, но уже в противоположном направлении, перейдя автоматически в III квадрант координатной системы.

Перейдем к самому распространенному способу торможения замыканием „на-коротко“, названному, по ходу изложения, в гл. II вторым способом. Как увидим далее, он действительно оказывается вторым по экономичности, после способа рекуперации.

При $V=0$ начальная ордината характеристики $\omega_0 = \frac{V}{\alpha \Phi}$ становится равной нулю, т. е. характеристика проходит через начало координат и, как видно из фиг. 41, находится всецело в двух генераторных квадрантах, в отличие от других характеристик при $V \neq 0$.

При этом генерируемая энергия торможения не попадает в сеть, как в первом способе, но и не заимствуется из сети, как в третьем. Ток в роторе становится равным

$$i_a = \frac{0 - E}{R} = -\frac{E}{R} = -\frac{\alpha_1 \Phi \omega}{R}.$$

При ω , близкой к ω_0 , $\alpha' \Phi \omega \cong V$, так что

$$i_a \cong -\frac{V}{R} = -i_k,$$

т. е. ток близок по величине к току короткого замыкания, если, конечно, при этом переключении величина Φ_a остается неизменной. Таким образом, во избежание повреждений, такому переключению должно предшествовать включение в ротор реостата, чем достигается увеличение угла наклона характеристики:

$$\alpha = \arctg \frac{gR}{\eta \alpha_1^2 \Phi_a^2}.$$

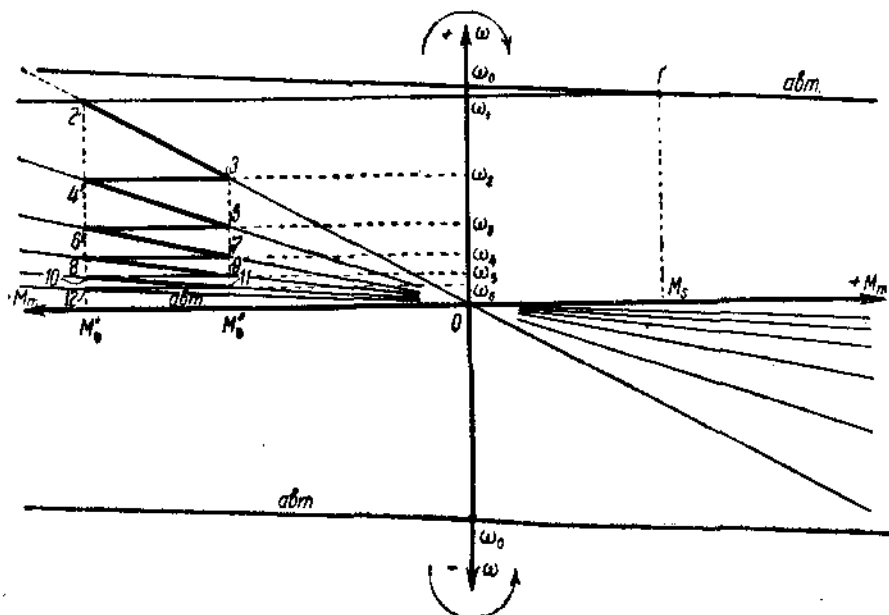
На фиг. 106 представлен графически процесс торможения шунтового двигателя замыканием якоря на реостат.

Постепенно выключая ступени реостата, можно достигнуть уменьшения скорости до величины ω_0 , когда с выключением последней

ступени двигатель перейдет из точки 11 в точку 12 на автоматической характеристике. Далее уменьшать сопротивление роторной цепи невозможно, и скорость начнет падать по автоматической характеристике от ω_8 до нуля по мере израсходования запаса живой силы поддерживавшего движение.

Обычно методом замыкания ротора на реостат не доводят процесс торможения до конца, но когда скорость становится достаточно малой, применяют механическое торможение.

Итак, в отношении шунтового двигателя применимы три метода торможения: торможение с рекуперацией энергии в сеть, замыканием ротора на реостат и, наконец, противотоком, или контртоком.



Фиг. 106.

Сделаем теперь попытку анализа процесса торможения, аналогично анализу процесса пуска, но в двух отношениях — продолжительности и экономичности, т. к. все сказанное выше о плавности пуска целиком относится к плавности торможения. Общее же сравнение методов торможения отнесем к концу главы.

а) Продолжительность торможения замыканием на реостат.

Выведем выражение для времени торможения t_o , для случая торможения шунтового двигателя замыканием на реостат.

При отключении от сети и замыкании якоря двигателя на сопротивление R_w , где $R = R_a + R_w$, имеем: $V = 0$, и, следовательно, уравнение (46) для момента превратится

$$M_m = \eta \alpha' \Phi \frac{V}{gR} - \eta \frac{\alpha^2 \Phi^2}{gR} \omega = -\eta \frac{\alpha^2 \Phi^2}{gR} \omega.$$

Таким образом основное уравнение моментов (2) принимает вид:

$$M_m = -\eta \frac{\alpha'^2 \Phi^2}{gR} \omega = M_s + J \frac{d\omega}{dt}.$$

Рассмотрим случай торможения двигателя без нагрузки, когда $M_s = 0$, и положим одновременно, что механические потери в двигателе, как и магнитные, отсутствуют, так что $\eta = 1$. При таком условии предыдущее уравнение принимает вид:

$$-\frac{\alpha'^2 \Phi^2}{gR} \omega = J \frac{d\omega}{dt}.$$

Разделяя переменные, получаем:

$$dt = -\frac{gJR}{\alpha'^2 \Phi^2} \cdot \frac{d\omega}{\omega}.$$

Умножив и разделив правую часть равенства на ω_0^2 , где ω_0 — пограничная угловая скорость, получим:

$$dt = -\frac{gJR \omega_0^2}{\alpha'^2 \Phi^2 \omega_0^2} \cdot \frac{d\omega}{\omega} = -\frac{gJ \omega_0^2}{\frac{V}{R} V} \cdot \frac{d\omega}{\omega} = -\frac{gJ \omega_0^2}{i_k V} \cdot \frac{d\omega}{\omega},$$

так как $\alpha' \Phi \omega_0 = V$ — напряжение сети, а $i_k = \frac{V}{R}$ — ток короткого замыкания. Итак:

$$dt = -\frac{J \omega_0}{\frac{V i_k}{g \omega_0}} \cdot \frac{d\omega}{\omega} = -\frac{J \omega_0}{M_k} \cdot \frac{d\omega}{\omega} = -T_k \frac{d\omega}{\omega},$$

где $T_k = \frac{J \omega_0}{M_k}$ — уже известная постоянная, представляющая время, необходимое для разгона идеального двигателя при $M_s = 0$ и $\eta = 1$, обладающего моментом инерции J , от скорости $\omega = 0$ до скорости $\omega = \omega_0$ при вращающем моменте, равном $M_k = \frac{V i_k}{g \omega_0}$ kgm.

Интегрируя последнее уравнение, получаем время торможения:

$$t_v = -T_k \ln \omega + C, \quad (159)$$

где C — постоянная интегрирования.

Если $\omega = \omega_0$ при $t = 0$, т. е. двигатель вращался с пограничной скоростью, то $C = +T_k \ln \omega_0$, и тогда

$$t_v = t_k \ln \omega_0 - T_k \ln \omega = T_k \ln \frac{\omega_0}{\omega},$$

(160)

причем падение скорости в этом случае идет по показательной кривой

$$\omega = \omega_0 e^{-\frac{t}{T_k}}.$$

При $t = \infty$ имеем $\omega = 0$.

б) Продолжительность торможения противотоком.

Для получения продолжительности и экономичности торможения противотоком преобразуем ур-ние (46) следующим образом:

$$M_m = \frac{\eta \alpha \Phi_a^2}{gR} \left(\frac{V}{\alpha \Phi_a} - \omega \right),$$

но $\frac{V}{\alpha \Phi_a} = \omega_0$ — пограничная скорость; кроме того

$$\frac{\eta \alpha^2 \Phi_a^2}{gR} = \frac{\eta \alpha^2 \Phi_a^2 V}{gRV} = \frac{\alpha \Phi_a}{V} \cdot \frac{\eta \alpha \Phi_a V}{gR} = \frac{1}{\omega_0} \cdot \frac{\eta \alpha \Phi_a i_k}{g} = \frac{M_k}{\omega_0},$$

где $i_k = \frac{V}{R}$ — ток короткого замыкания; M_k — момент вращения при коротком замыкании. Таким образом:

$$M_m = M_k \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0}.$$

Полагая в основном уравнении (2) момент сопротивления M_s равным нулю:

$$M_m = M_k \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} = J \frac{d\omega}{dt}$$

или

$$dt = \frac{J \omega_0}{M_k} \cdot \frac{d\omega}{\omega_0 - \omega} = T_k \frac{d\omega}{\omega_0 - \omega}. \quad (160')$$

Из ур-ния (160') находим время торможения двигателя противотоком:

$$t_v = T_k \int_{-\omega_1}^{\omega_0} \frac{d\omega}{\omega_0 - \omega} = T_k \ln 2 = 0,693 T_k. \quad (160'')$$

Время t_v , необходимое для реверсирования двигателя противотоком от пограничной скорости ω_0 до некоторой скорости ω вращения в противоположную сторону:

$$t_a = T \int_{-\omega_0}^{\omega} \frac{d\omega}{\omega_0 - \omega} = T \ln \frac{2}{1 - \frac{\omega}{\omega_0}};$$

для $\omega = \omega_0$ получаем $t_v = \infty$, как и следовало ожидать, так как к концу реверса момент вращения, убывая, стремится к нулю.

в) Экономичность торможения.

В отношении экономичности торможения в полном смысле этого слова можно говорить лишь об отдаче энергии рекуперацией (по I способу). Здесь нетрудно подсчитать, зная механический к. п. д. привода η_w (без двигателя) и к. п. д. двигателя η_m , что из всего

имеющегося в приводе запаса потенциальной энергии A_b , может быть использовано максимально лишь $(\eta_w \cdot \eta_m \cdot A_b)$.

Что касается II и III способов торможения (замыканием на реостат и противотоком), то во II способе вся запасенная энергия превращается в бесполезное тепло в двигателе и реостате, в третьем же, кроме того, часть энергии забирается из сети.

1) Определим количество энергии, которое будет превращено в тепло в обмотке двигателя при втором способе торможения:

$$dW = i^2 R dt.$$

Но $i = \frac{V-E}{R} = \frac{V-\alpha'\omega\Phi}{R}$ при $V=0$ будет $i = -\alpha'\Phi \frac{\omega}{R}$ и кроме того $dt = -T_k \frac{d\omega}{\omega}$, так что

$$dW = -\frac{\alpha'^2 \Phi^2 \omega^2}{R^2} R T_k \frac{d\omega}{\omega} = -\frac{\alpha'^2 \Phi^2}{R} T_k \omega d\omega = -\frac{V i_k}{\omega_0^2} T_k \omega d\omega$$

или, вводя $T_k = \frac{J\omega_0}{M_k} = \frac{gJ\omega_0^2}{V i_k}$:

$$dW = -gJ \omega d\omega.$$

Интегрируя это уравнение, находим:

$$W_v = -gJ \frac{\omega^2}{2} + C_1,$$

где C_1 — произвольная постоянная интегрирования.

Так как при $\omega = \omega_0$, т. е. при $t=0$, имеем $\omega = 0$, то $C_1 = gJ \frac{\omega_0^2}{2}$ и следовательно:

$$W_v = gJ \frac{\omega_0^2}{2} - gJ \frac{\omega^2}{2}.$$

При торможении от пограничной скорости ω_0 до остановки $\omega = 0$ находим:

$$W_v = gJ \frac{\omega_0^2}{2} A_b,$$

т. е. количество тепла, выделяющееся в этом случае в обмотках двигателя и в реостате, равно живой силе вращающихся масс в начале торможения, как и следовало ожидать.

2) Общее количество тепла, выделяющегося в роторе в течение пуска и торможения противотоком может быть определено следующим образом:

$$dW = i_a^2 R dt;$$

но по ур-нию (160'):

$$dt = T_k \frac{d\omega}{\omega_0 - \omega}$$

$$i_a = \frac{g}{\eta \alpha' \Phi_a} M_m,$$

так что:

$$dW = \frac{g^2}{\eta^2 \alpha'^2 \Phi_a^2} M_m^2 T_h \frac{d\omega}{\omega_0 - \omega} = \frac{g}{\eta} J (\omega_0 - \omega) d\omega. \quad (161)$$

Количество тепла, выделяющегося в роторе двигателя при пуске без реостата, если $M_r = 0$ и $\eta = 1$, от $\omega = 0$ до $\omega = \omega_0$ будет:

$$W_b = gJ \int_0^{\omega_0} (\omega_0 - \omega) d\omega = g \frac{J \omega_0^2}{2} = A_b$$

Другое такое же количество энергии A_b взято из сети и пошло на разгон масс (см. гл. I). При торможении замыканием на реостат эта энергия освобождается и переходит в тепло.

При торможении же двигателя противотоком от скорости ω_0 до нуля получаем:

$$W_o = gJ \int_{-\omega_0}^0 (\omega_0 - \omega) d\omega = 3g \frac{J \omega_0^2}{2} = 3W_b, \quad (161')$$

т. е. количество тепла в 3 раза больше, чем при пуске и при торможении замыканием на реостат. Отсюда ясно, что из сети взято $2W_b$.

При реверсировании противотоком от пограничной скорости в одну сторону до той же скорости в другую сторону найдем:

$$W_{\pi} = gJ \int_{-\omega_0}^{\omega_0} (\omega_0 - \omega) d\omega = 4g \frac{J \omega_0^2}{2} = 4W_b.$$

Здесь $3W_b$ берется из сети, т. е. $2W_b$ при торможении и $1W_b$ при разгоне в другую сторону. Четвертую часть энергии W_b освобождают массы привода при остановке (торможении).

§ 6. Торможение серийс-двигателя.

Основное уравнение универсальной механической характеристики (50') серийс-двигателя:

$$\omega = \frac{C_1'}{V M_m} - D_1 = V \sqrt{\frac{\eta}{g \alpha' \beta M_m}} - \frac{R}{\alpha' \beta} \quad (50')$$

можно переписать в следующем виде:

$$M_m = \frac{\eta \alpha' \beta}{g} \left(\frac{V}{\alpha' \beta \omega + R} \right)^2. \quad (162)$$

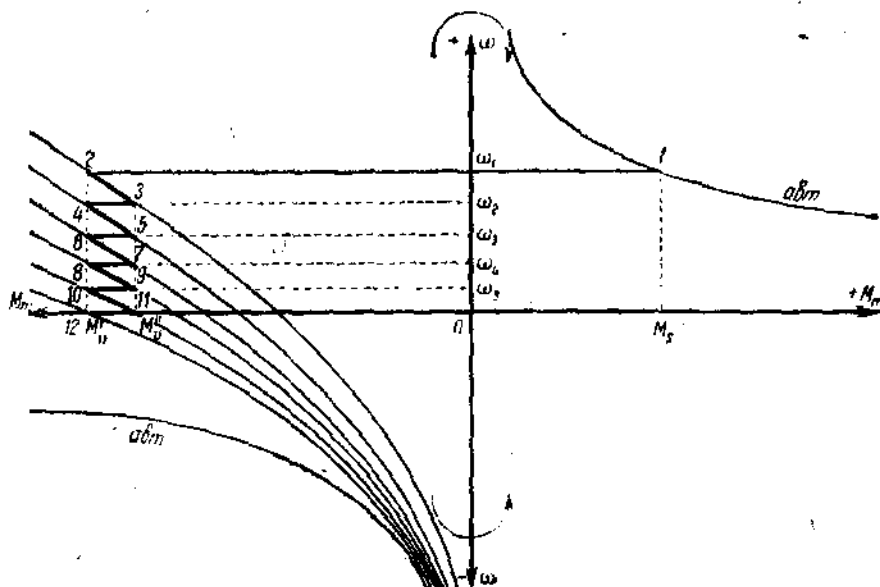
Отсюда прежде всего следует, что изменение величины ω не влечет за собою изменения знака M_m , т. е. торможение с рекуперацией энергии в сеть в данном случае невозможно. К этому

заклучению можно притти, рассматривая уравнение (50'), которое показывает, что кривая $\omega = f(M_m)$ с осью ординат не пересекается, т. е. не имеет естественного продолжения в области отрицательных моментов, как у шунтового двигателя.

Из уравнения (48):

$$M_m = k_1 i_a^2 = \frac{\alpha' \eta \beta i_a^2}{g} = \frac{\eta \alpha'}{g_1} \Phi_a i_a$$

видно, что вращающий момент двигателя изменяет знак при изменении направления магнитного потока Φ_a или направления тока в роторе i_a , но не обоих одновременно. Поэтому торможение противотоком к серийс-двигателю вполне применимо и для осуществления требует переключения клемм обмотки индукторов или обмотки



Фиг. 107.

ротора, что удобнее, так как не связано с переманчиванием машины.

В виду того, что при торможении противотоком напряжение сети и противо-электродвижущая сила совпадают по направлению, тормозной ток достигает недопустимо большой величины. Поэтому переключению должно предшествовать включение реостата в цепь ротора.

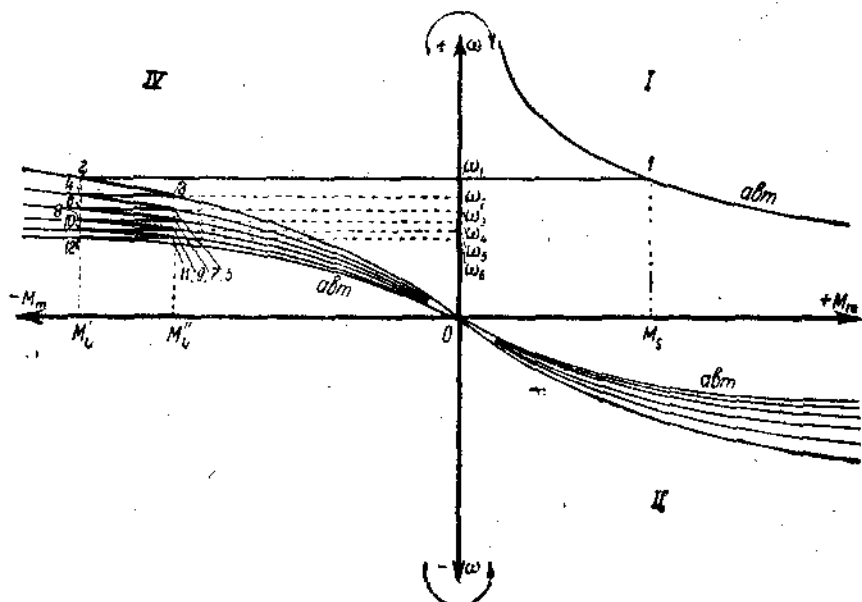
На фиг. 107 процесс торможения противотоком представлен графически.

Наконец, способ торможения замыканием двигателя на реостат при надлежащем выборе сопротивления последнего вполне применим, но, в отличие от шунтового, требует переключения обмоток при торможении вращающегося по инерции привода. Это уже было указано на фиг. 52а, 52б и 52с, где направление вращения при работе и торможении указано обтекающей ротор стрелкой.

На фиг. 108 представлен процесс торможения сериес-двигателя замыканием на реостат.

К сожалению для этого единственного практически широко применяемого способа торможения не удается получить (аналитического выражения продолжительности торможения $t_p = f(\omega)$, подобного полученным для шунтового двигателя (ур-ние (160)), вследствие осложнений) аналитическое выражение кривой Гопкинсона) вносимых условиями работы сериес-генератора с самовозбуждением, о которых говорилось выше, в § 2 гл. II при обсуждении характеристик его при $V=0$ (фиг. 47).

Из сравнения процесса торможения замыканием на реостат шунтового и сериес-двигателя (фиг. 106 и 108) видно, что вследствие кривизны характеристик последнего торможение переходит на автоматическую характеристику (в точке 12) гораздо ранее, т.е.



Фиг. 108.

при большей скорости, чем у шунтового. Далее уже нет средства увеличить тормозной момент путем уменьшения сопротивления и увеличения тока. Так как сила торможения при одновременном уменьшении i и Φ (в сериес-двигателе) падает быстрее, то и общая продолжительность торможения будет значительно более, чем в шунтовом, если после выхода на автоматическую характеристику не прибегать к механическому тормозу (значительно ранее, чем в шунтовом, где тормозной момент поддерживается реостатом почти до остановки, благодаря малому наклону характеристики к оси абсцисс).

По той же причине слабого магнитного поля процесс торможения при спуска груза (во II квадранте) происходит неудовлетворительно для самовозбуждающегося двигателя. Действительно, вследствие слабого поля от остаточного магнетизма при разворачивании отключенного от сети якоря двигателя, груз на I ступени получит

большую скорость прежде, чем тормозной момент успеет получить достаточную величину для установившегося движения вниз, что видно и из диаграммы спуска (III квадрант фиг. 108), при большой крутизне начальных участков тормозных характеристик.

Неспокойной работе такого торможения содействует еще значительная индукционность замкнутой на себя цепи якоря и индукторов, с большой электромагнитной постоянной $T_p = \frac{L}{R}$.

Таким образом нарастание потока при увеличении силы тока будет значительно отставать, вследствие пологой кривой изменения Φ при большой величине T_p :

$$\Phi = \Phi_0 + \Delta\Phi \left(1 - e^{-\frac{t}{T_p}} \right).$$

Это отставание роста Φ от роста тока и момента будет иметь последствием явление, называемое по-немецки „Sacken“, т. е. „утрачивание“ груза на канате. Действительно скорость ω' , при некотором — $M_m = M_s$ окажется более нормальной ω_s , так как поток будет продолжать возрастать (соответственно фазе отставания), а тормозной момент продолжать расти; по этой причине ω' начнет убывать, но, вследствие того же явления отставания убывания потока (от убывания тока), перейдет через значение нормальной скорости ω_s и достигнет некоторого значения $\omega_s'' < \omega_s$ и т. д., пока эти переходы через нормальное значение, уменьшаясь, не дойдут до нуля.

О средствах борьбы с этим нежелательным явлением путем создания сильного независимого магнитного поля будет сказано в конце этой главы, где будет дана схема электрического соединения (фиг. 125 и 126).

Тормозных свойств компаундированных двигателей отдельно рассматривать не будем, так как в отношении этих двигателей, совмещающих в себе свойства и шунтовых и серийных, естественно могут быть применены все те методы торможения, которые применимы к каждому из указанных двигателей в отдельности.

При этом тормозные характеристики компаундированных двигателей являются промежуточными между соответствующими характеристиками чисто шунтовых и чисто серийных, если при этом, конечно, остаются включенными обе обмотки возбуждения.

Если одна из обмоток возбуждения будет выключена, то машина приобретает свойства, соответствующие обмотке возбуждения, оставшейся не выключенной. Так, при торможении с рекуперацией иногда подключают серийно-обмотку к сети через соответствующее сопротивление, и тогда компаундный двигатель при торможении ведет себя как чисто-шунтовой.

Преимущество последнего ясно из сравнения отрезков bc и ac фиг. 59, т. е. тормозной момент равной силы достигается при меньшей скорости.

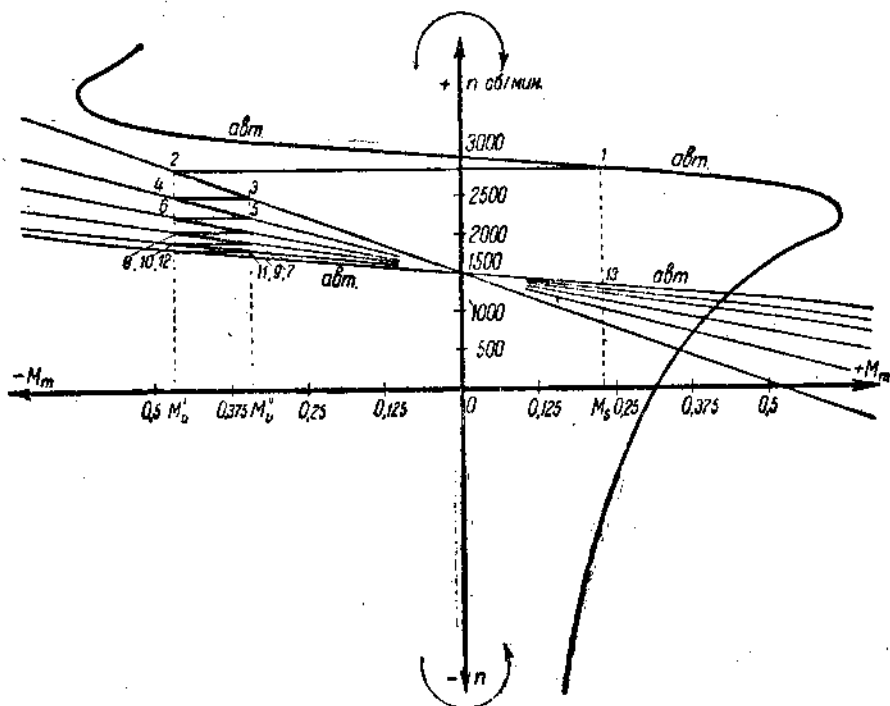
§ 7. Торможение асинхронного трехфазного электродвигателя.

Выше, при рассмотрении универсальных механических характеристик ω/M_m мы установили, что они пересекаются с осью орди-

нат при $\omega = \omega_0$, т. е. при синхронной скорости, и затем естественным образом при $\omega > \omega_0$ имеют продолжение в квадрантах отрицательных, генераторных моментов. Следовательно, первый способ торможения (с рекуперацией энергии) вполне применим при $\omega > \omega_0$.

Как и в случае шунтового двигателя, здесь возможно искусственное превращение двигателя в генератор также и при $\omega < \omega_0$ путем искусственного уменьшения величины синхронной скорости при неизменной скорости вращения привода (по инерции).

Этого можно достигнуть или переключением числа пар полюсов p обмотки статора с меньшего на большее или путем понижения числа периодов сети f . Последний способ имеет лишь теоретическое значение, так как частота сети, питающей обычно не один, а целые группы двигателей, в большинстве случаев не может быть изменяема.



Фиг. 109.

На фиг. 109 графически представлен процесс торможения асинхронного двигателя с рекуперацией энергии в сеть переключением числа полюсов с 2 на 4 при частоте 50 периодов в секунду.

Начальное положение двигателя на автоматической характеристике обозначено цифрой 1, а конечное — на второй автоматической характеристике цифрой 13.

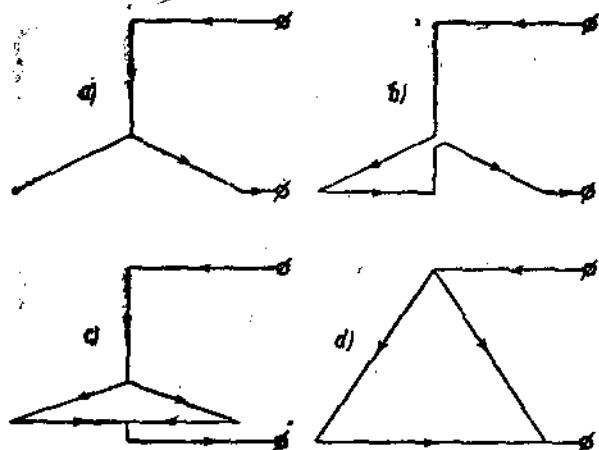
При построении предполагалось, что переключение связано не только с увеличением числа полюсов, а следовательно с увеличением численного значения опрокидывающего момента, но и с увеличением сопротивления каждой фазы, а следовательно и относительным возрастанием скольжения.

Действительно, если бы при нормальной работе двигателя (точка 1) было произведено переключение пар полюсов с одной на две, т. е. с синхронной скорости в 3000 об/мин. на синхронную скорость 1500 об/мин., то тормозной момент при неизменной в первое мгновение скорости ротора достиг бы чрезвычайно большой величины, не допустимой как в отношении нагрева обмоток от тока рекуперации, так и в отношении плавности торможения.

Эта величина легко может быть приблизительно найдена в IV квадранте в точке пересечения прямой 1—2 и автоматической характеристики (12—13), которая выходит за пределы чертежа. Поэтому во избежание повреждения двигателя следует производить переключение скоростей меньшими ступенями, например, с 3 пар полюсов на 4, или в данном случае, производя переключение с одной пары на две, ввести сопротивление и соответственным увеличением угла наклона характеристики приблизить точку

пересечения (точка 2) до нужной величины тормозного момента $M_{\sigma'}$. Переход от точки 2 до точки 12 понятен из предыдущего.

Как уже было сказано, II способ торможения, замыканием на короткое или на реостат, здесь совершенно невозможен, так как, будучи отключен от сети, этот двигатель перестает быть вообще каким-либо механизмом.



Фиг. 110.

Однако, если включить статор (или ротор) на сеть постоянного тока, а ротор (или статор) замкнуть на реостат или на-короткое, то и для асинхронного двигателя возможен будет этот способ торможения замыканием на реостат.

На фиг. 110 представлены различные схемы такого включения обмоток двигателя (статорной или роторной).

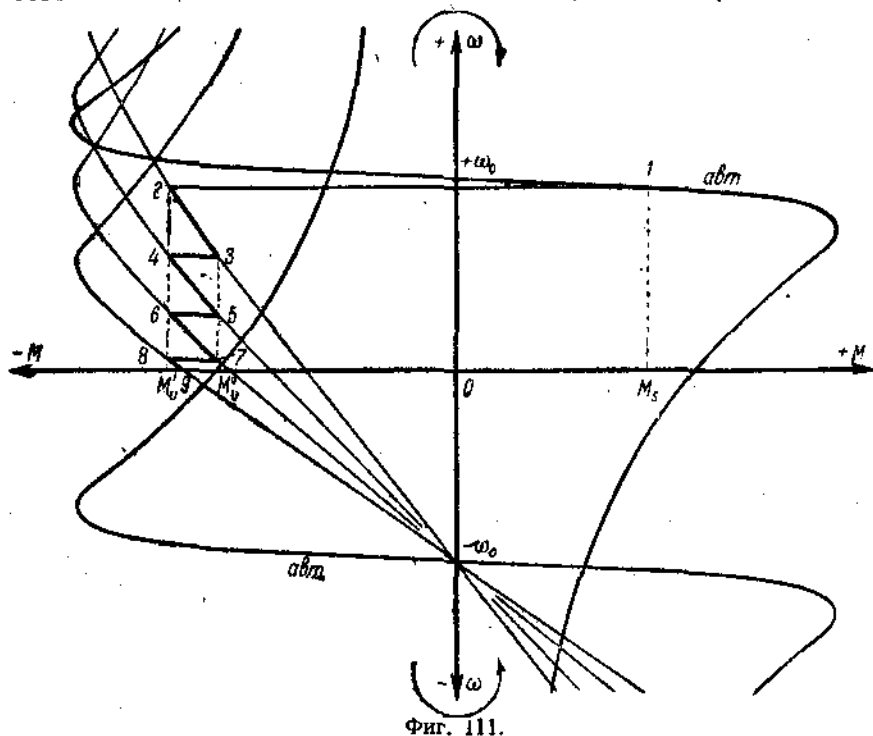
При включении одним из указанных способов обмотки статора в межжелезном пространстве создается постоянное по направлению неподвижное магнитное поле. При вращении в нем ротора, замкнутого на реостат или на-короткое, в каждой фазе обмоток последнего индуктируются электродвижущие силы, которые согласно закону Ленца создают ток, вызывающий магнитный поток, направленный обратно потоку статора. От взаимодействия этих двух потоков создается момент, тормозящий инерционное движение ротора. Если ротор имеет фазную обмотку, концы которой подведены к кольцам, то к сети постоянного тока могут быть подключены кольца ротора, а статор замкнут на реостат или на-короткое.

Как в том, так и другом случае, при постоянных по величине

сопротивлениях обмоток статора и ротора и постоянном напряжении источника постоянного тока, тормозной момент будет убывающим по мере уменьшения числа оборотов ротора. При ненасыщенной магнитной цепи машины, пренебрегая тормозными эффектами токов Фуко и гистерезиса, можно считать тормозной момент убывающим по линейному закону.

Детальное аналитическое и опытное сравнение изложенного метода торможения с методом торможения „противотоком“ приводит к следующим заключениям:

1. Тормозной момент „противотока“ даже при половинном напряжении первичной цепи больше, чем при возбуждении машины постоянным током с максимальным насыщением ее цепи.



Фиг. 111.

2. При противотоке легче поддерживать тормозной момент постоянным за все время торможения, нежели при возбуждении машины постоянным током.

3. При одном и том же тормозном моменте насыщение магнитной цепи машины, возбужденной постоянным током, должно быть больше, нежели при противотоке, а это связано с опасностью возникновения перенапряжений между витками обмоток в момент отключения постоянного тока.

4. В отношении потерь, связанных с затратой энергии из сети во время торможения, способ возбуждения постоянным током оказывается экономичнее противотока.

Во всяком случае торможение противотоком практически применяется чаще всех других.

венно при той же скорости n' упал до первоначального значения $M'_m < M_s$, то опять начнется ускорение спуска по новой характеристике $m-n$, соответствующей измененному значению сопротивления цепи ротора. Так как при вращении ротора против поля скорость его отрицательна, а $\sigma > 1$, то механическая мощность $P_m = \omega_2 M_m$ также становится отрицательной при положительном M_m , т. е. она должна быть получена извне, от груза. Механическая энергия превращается в тепло в обмотке двигателя точно так же, как и энергия, получаемая от статора. Действительно из уравнения тепловых потерь в роторе $W_2 = \sigma P_1$ ясно, что в тепло превращается тем большая часть энергии, чем больше скольжение σ . При остановке, когда $\sigma = 1$, вся электрическая энергия, получаемая от статора, превращается в тепло в обмотке ротора $W_2 = P_1$; наконец при $\sigma > 1$ тепловые потери W_2 становятся больше P_1 ; это возможно только в том случае, если, кроме доставляемой сетью энергии, в тепло превращается и механическая энергия P_m , затрачиваемая извне на вращение ротора в сторону, противоположную вращению магнитного поля.

Не повторяя того, что сказано о плавности пуска в отношении торможения, перейдем к аналитическому определению продолжительности торможения и количества затрачиваемой при этом энергии.

Если положить в основном уравнении (2) $M_s = 0$ и $\eta = 1$, то получим соотношение:

$$M_m = J \frac{d\omega}{dt}.$$

Подставляя $M_m = M_k \frac{2}{\frac{\sigma}{\sigma_k} + \frac{\sigma_k}{\sigma}}$ и $\omega = \omega_0 (1 - \sigma)$, найдем уже известное выражение:

известное выражение:

$$dt = - \frac{J \omega_0}{M_k} \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma}{\sigma_k} + \frac{\sigma_k}{\sigma} \right) d\sigma = - \frac{T_k}{2} \left(\frac{\sigma}{\sigma_k} + \frac{\sigma_k}{\sigma} \right) d\sigma. \quad (126')$$

Интегрируя в пределах от $\sigma = 2$ до $\sigma = 1$, получим продолжительность периода торможения противотоком:

$$t_v = T_k \left(\frac{3}{4\sigma_k} + \frac{\sigma_k}{2} \ln 2 \right) = T_k \left(\frac{0,75}{\sigma_k} + 0,347 \sigma_k \right). \quad (163)$$

Интегрирование в пределах от $\sigma = 2$ до $\sigma = 0$ дает продолжительность периода реверсирования:

$$t_r = T_k \left(\frac{4 - \sigma^2}{4\sigma_k} + \frac{\sigma_k}{2} \ln \frac{2}{\sigma} \right).$$

На фиг. 113 представлена графическая интерпретация этих уравнений. В отличие от времени пуска t_p (фиг. 93) время торможения противотоком t_v оказывается наименьшим при $\sigma_k = 1,47$, т. е. при $R = 1,47X$, а время реверсирования минимально при $\sigma_k = 0,6 - 0,8$, т. е. при $R = (0,6 - 0,8)X$.

Выше на фиг. 93 t_v и t_u были представлены (см. пунктир) в зависимости от отношения сопротивления реостата к сопротивлению ротора для двигателя 35 kW с маховиком на валу $GD^2 = 217 \text{ кгм}$.

Количество тепла, выделяющегося в обмотках ротора при безреостатном разгоне трехфазного двигателя вхолостую ($M=0$), при отсутствии механических потерь, может быть определено по формуле:

$$dW = 3i_2^2 R_2 dt.$$

Подставляя из ур-ния (61)

$$i_2 = i_k \sqrt{\frac{2}{1 + \left(\frac{\sigma_k}{\sigma}\right)^2}}$$

и dt из ур-ния (126'), получим:

$$dW = -3i_{k2}^2 R_2 \frac{T_k}{\sigma_k} \sigma d\sigma \quad (164')$$

или из ур-ния (56):

$$dW = -J\omega_0^2 \sigma^2 d\sigma. *)$$

Интегрируя в пределах от $\sigma=2$ до $\sigma=1$, найдем количество тепла, выделяющегося в обмотках ротора при торможении противотоком:

$$W_v = -J\omega_0^2 \int_{\sigma=2}^{\sigma=1} \sigma d\sigma = 3J \frac{\omega_0^2}{2} = 3W_b, \quad (164)$$

т. е. в 3 раза большее, чем при пуске [сравни (161')].

Интегрирование от $\sigma=2$ до $\sigma=0$ дает количество тепла, выделяющегося при реверсировании противотоком от синхронной скорости в одну сторону до синхронной скорости в обратную сторону:

$$W_u = -J\omega_0^2 \int_{\sigma=2}^{\sigma=0} \sigma d\sigma = 4J \frac{\omega_0^2}{2} = 4W_b.$$

В заключение остановимся еще на одном способе торможения — посредством превращения трехфазного двигателя в однофазный.

§ 8. Торможение трехфазного асинхронного двигателя посредством превращения его в однофазный.

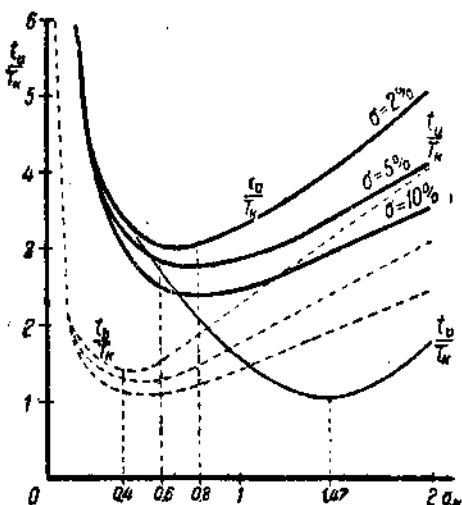
Названный метод торможения состоит в том, что обмотки ротора трехфазного асинхронного двигателя замыкаются на реостат, а одна из фазовых обмоток статора, соединенных звездой, отключается от сети и приключается к сетевому проводу одной из двух других фаз, как это указано на фиг. 114 (см. пунктир).

Обозначим через Z сопротивление одной фазы обмотки статора с учетом главной э.-д. силы, индуцируемой магнитным потоком взаимной индукции. В таком случае получим следующие значения сопро-

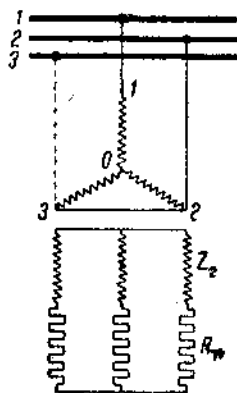
*) Потери выражены в кгм . Для перевода в $\text{kW}\cdot\text{sec}$ надо умножить на $g=9,81$.

тивлений отдельных фаз: $Z_1 = Z$; $Z_2 = \frac{1}{2} Z$; $Z_3 = \infty$. Пренебрегая падениями напряжения в линейных проводах сети, можем считать линейные напряжения на клеммах электродвигателя равными по величине и симметричными. В виду отсутствия нулевого провода, фазовые напряжения в рассматриваемом случае будут очевидно несимметричны и не равны по величине. Обозначим их соответственно через $\dot{V}'_1$, $\dot{V}'_2$ и $\dot{V}'_3$, а соответствующие им симметричные составляющие через $\dot{V}_1$, $\dot{V}_2$ и $\dot{V}_3$. При этом

$$\dot{V}_1 = \dot{V}'_1 + \dot{V}_0; \quad \dot{V}_2 = \dot{V}'_2 + \dot{V}_0 \quad \text{и} \quad \dot{V}_3 = \dot{V}'_3 + \dot{V}_0,$$



Фиг. 113.



Фиг. 114.

где $\dot{V}_0$ — напряжение нулевой точки (антисимметричная составляющая фазовых напряжений), не равное нулю, в виду отсутствия нулевого провода. Таким образом токи отдельных фаз системы будут:

$$i_1 = \frac{\dot{V}'_1}{Z_1} = \frac{\dot{V}_1 - \dot{V}_0}{Z_1}; \quad i_2 = \frac{\dot{V}'_2}{Z_2} = \frac{\dot{V}_2 - \dot{V}_0}{\frac{1}{2} Z} = 2 \frac{\dot{V}_2 - \dot{V}_0}{Z}$$

$$i_3 = \frac{\dot{V}'_3}{Z_3} = \frac{\dot{V}_3 - \dot{V}_0}{\infty} = 0.$$

Так как нулевой провод отсутствует, то:

$$i_1 + i_2 + i_3 = i_0 = 0,$$

т. е.

$$\frac{\dot{V}_1 - \dot{V}_0}{Z} + 2 \frac{\dot{V}_2 - \dot{V}_0}{Z} = 0,$$

откуда:

$$\dot{V} = \frac{\dot{V}_1 + 2\dot{V}_2}{3}.$$

Обозначим через δ оператор Фортескью:

$$\delta = e^{+j\frac{2}{3}\pi} = \cos \frac{2}{3}\pi + j \sin \frac{2}{3}\pi = -0,5 + j \cdot 0,5\sqrt{3};$$

и направление вектора $\dot{V}_1$ выберем за направление оси отсчета фазовых углов; тогда:

$$\dot{V}_1 = V_1; \quad \dot{V}_2 = \dot{V}_1 \delta^2 = V_1 \delta^2; \quad \dot{V}_3 = \dot{V}_1 \delta = V_1 \delta;$$

причем

$$\delta^2 = e^{+j\frac{4}{3}\pi} = \cos \frac{4}{3}\pi + j \sin \frac{4}{3}\pi = 0,5 - j0,5\sqrt{3}.$$

Следовательно:

$$\dot{V}_0 = \frac{V_1 + 2\delta^2 V_1}{3} = \frac{V_1}{3} (1 - 1 - j\sqrt{3}) = -j \frac{V_1 \sqrt{3}}{3} = -j \frac{V_1}{\sqrt{3}}.$$

Таким образом

$$\dot{V}_1' = \dot{V}_1 - \dot{V}_0 = V_1 + j \frac{\sqrt{3}}{3} V_1 = V_1 \left(1 + j \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$$

$$\dot{V}_2' = \dot{V}_2 - \dot{V}_0 = \frac{1}{2} V_1 - j \frac{\sqrt{3}}{2} V_1 + j \frac{\sqrt{3}}{3} V_1 = V_1 \left(-\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{6}\right)$$

$$\dot{V}_3' = \dot{V}_3 - \dot{V}_0 = -\frac{1}{2} V_1 + j \frac{\sqrt{3}}{2} V_1 + j \frac{\sqrt{3}}{3} V_1 = V_1 \left(-\frac{1}{2} + j \frac{5\sqrt{3}}{6}\right).$$

т. е.

$$V_1' = V_1 \sqrt{1^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2}{3} \sqrt{3} V_1$$

$$V_2' = V_1 \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2} = \frac{1}{3} \sqrt{3} V_1$$

$$V_3' = V_1 \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{5\sqrt{3}}{6}\right)^2} = \frac{1}{3} \sqrt{21} V_1.$$

Векторная диаграмма напряжений показана на фиг. 115.

Численные значения токов в каждом из фазовых проводов сети:

$$I_1 = \frac{V_1'}{Z_1} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{V_1}{Z} = \frac{2\sqrt{3}}{3} I_n$$

$$I_2 = -\frac{V_2'}{Z_2} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{V_1}{\frac{1}{2}Z} = \frac{2\sqrt{3}}{3} I_n$$

$$I_3 = \frac{V_3'}{Z_3} = \frac{\sqrt{21}}{3} \cdot \frac{V_1}{\infty} = 0$$

где $I_n = \frac{V_1}{Z}$ — номинальный ток одной из фаз, соответствующий рассматриваемому режиму работы двигателя при заданном сопротивлении реостата в цепи ротора, имевший место до переключения обмоток статора.

Итак:

$$\text{ток в обмотке: } \begin{cases} 1\text{-й фазы: } I_1' = I_1 = \frac{2\sqrt{3}}{3} I_n \\ 2\text{-й фазы: } I_2' = \frac{I_1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3} I_n \\ 3\text{-й фазы: } I_3' = \frac{I_2}{2} = I_2' = \frac{\sqrt{3}}{3} I_n \end{cases}$$

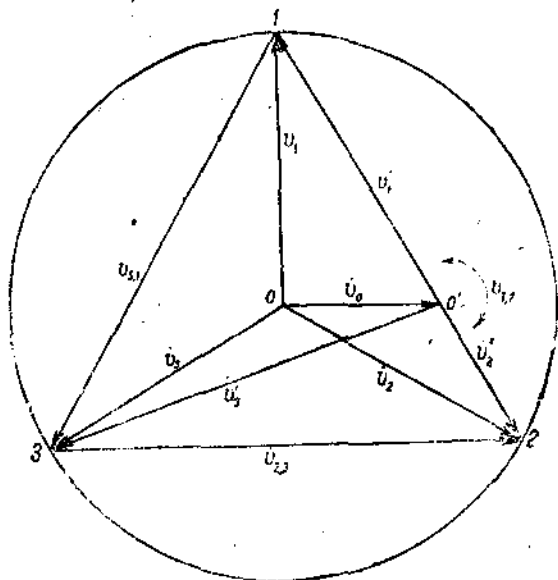
т. е. численно

$$I_2' = I_3' = \frac{1}{2} I_1' = \frac{\sqrt{3}}{3} I_n,$$

но по фазе во времени токи в обмотках 2-й и 3-й фазы, совпадая между собой, отстают от тока в обмотке 1-й фазы на 180° , так как 2-я и 3-я фаза питаются от провода 2-й фазы сети.

Таким образом м.-д. силы обмоток 2-й и 3-й фазы по своим воздействиям на магнитную систему машины отличаются от м.-д. силы обмотки 1-й фазы по времени на 60° .

Обозначим через Φ_n численное значение магнитного потока каждой фазы двигателя после включения реостата в ротор, но до переключения обмоток статора; тогда после переключения они будут соответственно равны:



Фиг. 115.

$$\Phi_1 = \frac{2\sqrt{3}}{3} \Phi_n; \quad \Phi_2 = \frac{\sqrt{3}}{3} \Phi_n \text{ и } \Phi_3 = \frac{\sqrt{3}}{3} \Phi_n.$$

Если за начало отсчета времени принять мгновение, когда магнитный поток 1-й фазы равен своему наибольшему значению, то по истечении времени t от этого мгновения, в случае синусоидального закона изменения токов, магнитные потоки в каждой фазе будут соответственно равны:

$$\Phi_1 = \frac{2\sqrt{3}}{3} \Phi_n \cos 2\pi ft;$$

$$\Phi_2 = \frac{\sqrt{3}}{3} \Phi_n \cos(2\pi ft - \pi);$$

$$\Phi_3 = \frac{\sqrt{3}}{3} \Phi_n \cos(2\pi ft - \pi).$$

Так как обмотки расположены в пространстве под углом $\frac{2}{3}\pi$ одна к другой, то вектора рассматриваемых магнитных потоков выразятся следующим образом:

$$\dot{\Phi}_1 = \dot{\Phi}_1 = \frac{2\sqrt{3}}{3} \Phi_n \cos \omega t;$$

$$\dot{\Phi}_2 = \dot{\Phi}_2 \delta^2 = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Phi_n \delta^2 \cos \omega t;$$

$$\dot{\Phi}_3 = \dot{\Phi}_3 \delta = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Phi_n \delta \cos \omega t.$$

Следовательно вектор равнодействующего магнитного потока в некоторое произвольное мгновение времени будет равен:

$$\dot{\Phi} = \dot{\Phi}_1 + \dot{\Phi}_2 + \dot{\Phi}_3 = \sqrt{3} \Phi_n \cos \omega t.$$

Отсюда следует, что вектор равнодействующего магнитного потока всегда совпадает с прямой, проходящей через ось обмотки 1-й фазы, так как его мнимая составляющая не зависит от времени и всегда равна нулю. Таким образом равнодействующее магнитное поле оказывается в рассматриваемом случае не вращающимся, а пульсирующим, как в однофазном асинхронном двигателе.

При вращении ротора в этом пульсирующем продольном магнитном поле, в его обмотках, кроме э. д. с. пульсации, индуцируются еще э. д. с. ротации, вызывающие систему токов, создающих пульсирующее поперечное поле, которое гасится в короткозамкнутом контуре, созданном в статоре из обмоток второй и третьей фазы. Таким образом с точки зрения теории поперечного поля рассматриваемый метод торможения асинхронного двигателя аналогичен торможению шунтового двигателя замыканием его ротора на реостат при независимом возбуждении. Однако рассмотрение этого вопроса с точки зрения теории поперечного поля оказывается более сложным, нежели с точки зрения теории двух вращающихся полей.

Из теории асинхронных двигателей известно, что амплитуда равнодействующего вращающегося магнитного потока статора трехфазного двигателя равна 1,5 амплитуды пульсирующего магнитного потока одной фазы; в случае же включения обмоток статора по схеме фиг. 114 амплитуда равнодействующего пульсирующего магнит-

ного поля оказывается равной 1,53 амплитуды нормального магнитного потока одной фазы.

Такое пульсирующее поле может быть представлено по Феррарису как два магнитных поля, вращающихся в противоположные стороны со скоростью пульсации и с амплитудой, равной половине амплитуды равнодействующего пульсирующего поля. Таким образом можно положить:

$$\Phi = \frac{1}{2} \Phi e^{+j(2\pi f_1 t + \varphi)} + \frac{1}{2} \Phi e^{-j(2\pi f_1 t + \varphi)},$$

где $f_1 = \frac{f}{p}$ — частота, отнесенная к одной паре полюсов обмотки статора, или, обозначив:

$$\frac{1}{2} \Phi e^{+j(2\pi f_1 t + \varphi)} = \Phi' \text{ и } \frac{1}{2} \Phi e^{-j(2\pi f_1 t + \varphi)} = \Phi'',$$

имеем

$$\Phi = \Phi' + \Phi''.$$

При этом будем считать, что поле Φ' вращается в ту же сторону, что и ротор, а поле Φ'' — в сторону, противоположную направлению вращения ротора, с угловой скоростью $\omega_0 = 2\pi f_1 = \frac{2\pi f}{p}$ относительно статора.

Относительно же ротора поле Φ' вращается с угловой скоростью

$$\omega' = \omega_0 \sigma,$$

а поле Φ'' — со скоростью

$$\omega'' = \omega_0 + \omega_0(1 - \sigma) = \omega_0(2 - \sigma).$$

В соответствии с этим поле Φ' индуцирует в обмотках ротора э.-д. силу

$$E' = 4k_2 \omega_2 f \sigma \left(\frac{1}{2} \Phi \right) \cdot 10^{-8} \text{ В},$$

частоты $f' = \sigma f$, а поле Φ'' — э.-д. силу:

$$E'' = 4k_2 \omega_2 f (2 - \sigma) \left(\frac{1}{2} \Phi \right) 10^{-8} \text{ В},$$

частоты $f'' = f(2 - \sigma)$.

Следовательно:

$$\frac{E''}{E'} = \frac{2 - \sigma}{\sigma},$$

т. е. например при $\sigma = 0,05$:

$$\frac{E''}{E'} = \frac{2 - 0,05}{0,05} = 39.$$

Как видно, э.-д. сила E'' численно значительно больше E' , но так как частота э.-д. силы E'' также в $\frac{2 - \sigma}{\sigma}$ раз больше частоты E' , то безваттное сопротивление обмотки ротора для э.-д. силы E'' будет во столько же раз больше безваттного сопротивления для э.-д. силы E' .

При коротко-замкнутом роторе токи ротора, отвечающие э.-д. силе E'' , оказываются почти целиком безваттными, тогда как токи, отвечающие э.-д. силе E' , почти целиком ваттными. Вследствие этого вращающий момент, отвечающий токам поля Φ' , оказывается значительным по величине, тогда как момент, отвечающий токам поля Φ'' , весьма близок к нулю. Преобладание получает в этом случае вращающий момент поля Φ' . Но так как в обмотку ротора вводится значительное по величине сопротивление реостата, то абсолютное значение токов поля Φ' , вследствие малости э.-д. силы E' , становится ничтожным, тогда как токи поля Φ'' , уменьшив несколько свое абсолютное значение, получают большую ваттную составляющую. Вследствие этого получает преобладание вращающий момент поля Φ'' , вращающегося в сторону, противоположную направлению вращения ротора, и последний начинает затормаживаться.

Как известно, вращающий момент многофазного асинхронного двигателя выражается уравнением:

$$M_m = \frac{m_1 E_1^2}{\omega_0} \frac{R_2' \sigma}{(R_2')^2 + \sigma^2 (X_2')^2},$$

где $\omega_0 = \frac{2\pi f}{p}$ — синхронная угловая скорость; E_1 — э.-д. сила одной фазы статора; m_1 — число фаз статора; R_2' — ваттное сопротивление 1-й фазы ротора, приведенное к обмотке статора; X_2' — безваттное сопротивление одной фазы ротора, при $\sigma = 1$, отнесенное к обмотке статора. Э.-д. сила $E_1 = 4k_1 \omega_1 f \left(\frac{1}{2} \Phi \right) 10^{-8}$ В — одинакова по величине как для прямого, так и обратного поля.

Но для прямого поля $\sigma' = \sigma$, а для обратного: $\sigma' = 2 - \sigma$. Следовательно, тормозящий момент:

$$M_\sigma = \frac{m_1 E_1^2}{\omega_0} \left[\frac{(R_2' + R_w') (2 - \sigma)}{(R_2' + R_w')^2 + (X_2')^2 (2 - \sigma)^2} = \frac{(R_2' + R_w') \sigma}{(R_2' + R_w')^2 + (X_2')^2 \sigma^2} \right],$$

где R_w' — ваттное сопротивление одной фазы реостата; безваттным сопротивлением реостата пренебрегаем.

Из приведенного уравнения следует, что численное значение M_σ зависит от величины R_w' и вообще от соотношения между ваттным и безваттным сопротивлением в цепи ротора. Так при $X_2' = 0$ получаем:

$$M_{\sigma(X_2'=0)} = \frac{2m_1 E_1^2}{\omega_0 (R_2' + R_w')} (1 - \sigma),$$

а при $R_2' + R_w' = 0$, находим:

$$M_{\sigma(R_2' + R_w'=0)} = 0.$$

Определим то значение $R_2' + R_w'$, при котором M_σ достигает максимума. Дифференцируя M_σ по $R_2' + R_w'$ и приравнявая производную нулю, получим уравнение, из которого легко определить

нужное значение $R_2' + R_w'$. Составленное таким образом уравнение дает шесть значений для $R_2' + R_w'$:

$$R_2' + R_w' = \pm X_2' \sqrt{\sigma(\sigma - 2)} - \text{мнимые.}$$

$$R_2' + R_w' = \pm X_2' \sqrt{(2 + 2\sigma - \sigma^2) \pm \sqrt{(2 + 2\sigma - \sigma^2)^2 - \sigma^3(2 - \sigma)^2}}$$

или

$$R_2' + R_w' = \pm jX_2' \sqrt{(2 - \sigma)\sigma},$$

где $j = \sqrt{-1}$.

$$R_2' + R_w' = \pm X_2' [\sqrt{1 + 2\sigma - \sigma^2} \pm 1].$$

Все четыре последних корня, очевидно, вещественны и дают искомые значения для $R_2' + R_w'$: из них два отвечают работе двигателя в „моторном“ режиме и два — в „генераторном“. Одна пара значений отвечает максимуму момента торможения M_v , а вторая пара — его минимуму. Подставив найденные значения $R_2' + R_w'$ в выражение M_v , найдем его максимальные значения при заданной величине скольжения σ'' .

На фиг. 116 представлена зависимость

отношения $\frac{R_2' + R_w'}{X_2'}$

от скольжения σ при условии равенства $M_v = M_{v \max}$.

Пример. Дано $R_2' = 0,12$ ома, $X_2' = 0,6$ ома. Определить значение R_2' , при котором тормозной момент двигателя будет максимальным для скольжения $\sigma = 0,05$:

$$R_2' + R_w' = 0,6 (\sqrt{1 + 2 \cdot 0,05 - 0,05^2} + 1) \cong 1,23 \text{ ома,}$$

следовательно:

$$R_2' = 1,23 - 0,12 = 1,11 \text{ ома.}$$

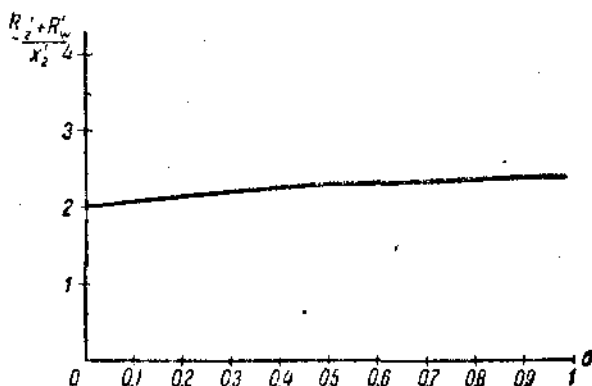
Преимущество рассматриваемого метода торможения над указанными выше состоит в том, что здесь: 1) не требуется никаких особых машин, необходимых для торможения возбуждением ротора постоянным током, и 2) нет резких бросков тока, как это имеет место при противотоке.

§ 9. Торможение коллекторных двигателей переменного тока.

а) Однофазный серийно-двигатель.

Из ур-ния (72)

$$M_m = \frac{V_p^2 X_a}{2 \pi f_p} \cdot \frac{\sin \theta \cdot \cos \theta}{[R_k + (R - R_k) c]^2 + [X_k + (X_0 - X_k) c]^2}$$



Фиг. 116.

видно, что вращающий момент однофазного сериес-двигателя не меняет знака ни при каких вещественных значениях c ; следовательно, для этого двигателя, как и для сериес-двигателя постоянного тока, торможение с рекуперацией энергии в сеть невозможно.

Далее из ур-ния (72) следует, что вращающий момент меняет знак при сдвиге щеток на 90° , что равносильно включению на противоток; таким образом торможение противотоком в данном случае вполне возможно.

Если последовательно с двигателем будет включено некоторое сопротивление $Z_s = R_s - jX_s$, то основное ур-ние (68)

$$\dot{V} = \dot{I}_1 [Z_k + (Z_o - Z_k) c]$$

примет вид:

$$\dot{V} = \dot{I}_1 \{ [R_s + R_k + (R_o - R_k)] c - j \cdot [X_s + X_k + (X_o - X_k) c] \}. \quad (165)$$

Если скорость двигателя и параметры цепи будут удовлетворять уравнению:

$$X_s + X_k + (X_o - X_k) c = 0, \quad (166)$$

то ур-ние (165) получит следующую форму:

$$\dot{V} = \dot{I}_1 \cdot [R_s + R_k + (R_o - R_k) c]. \quad (165')$$

Отсюда следует, что вектор тока $\dot{I}_1$ при условии (166) будет совпадать по фазе с вектором напряжения $\dot{V}$, так как

$$[R_s + R_k + (R_o - R_k) c]$$

есть число вещественное; таким образом машина становится самовозбуждающейся. Если при этом отключить ее от сети и начать вращать постоянным усилием, то получим самовозбуждающийся генератор. Положив в последнем уравнении $\dot{V} = 0$ (машина отключена от сети) и сократив затем на $\dot{I}_1$, получим соотношение, связывающее параметры сети, машины и скорость вращения при работе однофазной сериес-машины самовозбуждающимся генератором:

$$R_s + R_k + (R_o - R_k) c = 0. \quad (167)$$

Из ур-ния (167)

$$c = \frac{f_r}{f_p} = - \frac{R_s + R_k}{R_o - R_k}$$

находим ур-ние (175) — частоту генерируемого тока:

$$f_g = f_r = -f_p \frac{R_s + R_k}{R_o - R_k}. \quad (168)$$

С другой стороны из ур-ния (166) находим значение $f_r = f_p c$, при котором возможен процесс самовозбуждения:

$$f_r = f_p c = -f_p \frac{X_s + X_k}{X_o - X_k}. \quad (169)$$

Ур-ния (168) и (169) должны быть совместны, т. е. должно иметь место соотношение:

$$\frac{R_s + R_k}{R_o - R_k} = \frac{X_s + X_k}{X_o - X_k} \quad (170)$$

Ур-ние (170) является основным соотношением, которому должны удовлетворять параметры сети и машины, чтобы последняя могла обратиться в самовозбуждающийся генератор переменного тока какой-либо частоты.

Так как $R_o > R_k$, а $X_o < X_k$, то левая часть ур-ния (170) есть число положительное, а правая — отрицательное, если X_s положительно. Таким образом ур-ние (170) возможно лишь в том случае, если X_s будет отрицательным, численно большим X_k . Это значит, что обращение однофазной сериес-машины в самовозбуждающийся генератор, т. е. торможение сериес-двигателя замыканием на внешнее сопротивление Z_s , возможно лишь при наличии емкости в этом внешнем сопротивлении. В противном случае сериес-двигатель однофазного тока обратится в генератор постоянного тока, как и сериес-двигатель постоянного тока; при этом, конечно, должно быть соблюдено основное условие самовозбуждения, т. е. должно иметь место пересечение линий падений напряжения в цепи возбуждения с кривой Гопкинсона.

Если статор и ротор машины будут соединены не непосредственно электрически, как то имеет место в схемах фиг. 63а и 63б, а магнитно через сериес-трансформатор, как на схеме фиг. 117, то обращение машины в самовозбуждающийся генератор переменного тока будет возможно и при отсутствии емкости во внешней цепи.

Положим, что ротор двигателя (схемы фиг. 117) вращается с некоторой частотой f , и что в его цепи возбуждения включено некоторое сопротивление Z_s .

Рассмотрим устанавливающийся режим при включении клемм статора AB на синусоидальное напряжение $v = V \sin \omega t$.

Обозначим через i_1 , R_1 , L_1 и M_{12} соответственно силу тока, ваттное сопротивление, коэффициент самоиндукции и коэффициент взаимной индукции первичной цепи, а через i_2 , R_2 , L_2 и M_{12} соответствующие элементы вторичной цепи. В таком случае, применяя закон Кирхгофа к первичной и вторичной цепям, получаем:

$$\left. \begin{aligned} V \sin \omega t - i_1 R_1 - L_1 \frac{di_1}{dt} - M_{12} \frac{di_2}{dt} &= 0 \\ e_r - i_2 R_2 - L_2 \frac{di_2}{dt} - M_{12} \frac{di_1}{dt} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (171)$$

где e_r — э.-д. сила, индуцируемая в обмотке ротора, вследствие вращения

последнего в поле магнитного потока возбуждения; при малом насыщении железа машины можно положить:

$$e_r = -k \cdot f_r \cdot i, \quad (172)$$

где k — некоторый коэффициент пропорциональности.

Подставив это значение e_r в ур-ние (171), получим:

$$\left. \begin{aligned} i_1 R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M_{21} \frac{di_2}{dt} &= V \sin \omega t \\ i_2 R_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M_{12} \frac{di_1}{dt} + k \cdot f_r \cdot i_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (171')$$

Если клеммы $A-B$ будут отключены от сети и замкнуты „на-короткое“, то, положив $V=0$, из ур-ния (171) найдем:

$$\left. \begin{aligned} i_1 R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M_{21} \frac{di_2}{dt} &= 0 \\ i_2 R_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M_{12} \frac{di_1}{dt} + k \cdot f_r \cdot i_1 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (173)$$

Так как частота вращения f_r является, вообще говоря, некоторой функцией времени, то для решения ур-ния (173) необходимо иметь еще одно соотношение, дающее в конечной или дифференциальной форме зависимость f_r от времени.

Таким уравнением может служить основное ур-ние (2):

$$M_m - M_s = I \frac{d\omega_r}{dt},$$

где $\omega_r = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2\pi}{p} f_r$ — угловая скорость вращения ротора; при этом M_m и M_s должны быть даны в виде явных функций токов i_1 , i_2 и скорости ω_r или — непосредственно времени t .

Однако, ограничимся здесь рассмотрением простейшего случая, положив $f_r = \text{const}$. Дифференцируя в этом предположении уравнения системы (173) еще один раз по времени, получим:

$$\left. \begin{aligned} R_1 \frac{di_1}{dt} + L_1 \frac{d^2 i_1}{dt^2} + M_{21} \frac{d^2 i_2}{dt^2} &= 0 \\ R_2 \frac{di_2}{dt} + L_2 \frac{d^2 i_2}{dt^2} + M_{12} \frac{d^2 i_1}{dt^2} + k \cdot f_r \frac{di_1}{dt} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (173')$$

При этом коэффициенты R_1 , L_1 , M и k считаем независимыми ни от токов, ни от времени.

Исключив неинтересующую нас функцию i_2 с ее производными первого и второго порядка из четырех уравнений систем (173) и (173'), найдем уравнение с одной искомой функцией i_1 :

$$\frac{d^2 i_1}{dt^2} + m \frac{di_1}{dt} + n \cdot i_1 = 0, \quad (174)$$

где

$$m = \frac{L_1 R_2 + L_2 R_1 - k M_{21} f_r}{L_1 L_2 - M_{12} M_{21}} \quad \text{и} \quad n = \frac{R_1 R_2}{L_1 L_2 - M_{12} M_{21}}.$$

Рассмотрим характеристическое уравнение:

$$t^2 + pt + q = 0. \quad (174')$$

Если $m = 0$ и $\left(\frac{m}{2}\right)^2 - n > 0$, то корни ур-ния (174') вещественны и неравны; назвав их через t_1 и t_2 , получим интеграл ур-ния (174) в виде:

$$i_1 = A e^{t_1 t} + B e^{t_2 t},$$

т. е. ток не будет переменным.

2) Если $m = 0$ и $n < 0$, то корни ур-ния (174') вещественны и равны; назвав их через t_0 , найдем:

$$i_1 = (A + B \cdot t) e^{t_0 t}.$$

В этом случае ток также не будет переменным.

3) Если $m = 0$ и $\left(\frac{m}{2}\right)^2 - n < 0$, то корни характеристического уравнения будут комплексными сопряженными. Положим

$$t = \alpha + j\beta \quad \text{и} \quad t_2 = \alpha - j\beta.$$

Тогда

$$i_1 = (A \cos \beta t + B \sin \beta t) e^{\alpha t},$$

т. е. ток будет переменным с изменяющейся амплитудой.

4) Если, наконец, $m = 0$ и $n > 0$, то корни ур-ния (174) будут мнимыми сопряженными; положим $t_1 = +j\gamma$ и $t_2 = -j\gamma$.

В этом случае:

$$i_1 = A \cos \gamma t + B \sin \gamma t,$$

т. е. ток будет переменным, периодическим, с постоянной амплитудой.

Во всех приведенных выше интегралах коэффициенты A и B — произвольные постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий относительно значений i_1 и $\frac{di_1}{dt}$ при $t = 0$.

Итак, обращение машины в генератор периодического переменного тока возможно при $m = 0$ и $n > 0$, т. е. при условии:

$$L_1 R_2 + L_2 R_1 - k M_{21} f_r = 0$$

$$L_1 L_2 > M_{12} M_{21}.$$

Оба эти условия могут быть удовлетворены при надлежащем выборе значений R и L , путем подбора ваттной и безваттной составляющих сопротивления Z_s .

Положив в ур-нии (174') $m = 0$, найдем:

$$t_{12} = \pm \sqrt{-n} = \pm j \sqrt{n} = \pm j \sqrt{\frac{R_1 \cdot R_2}{L_1 L_2 - M_{12} M_{21}}}.$$

Следовательно:

$$\gamma = \sqrt{\frac{R_1 R_2}{L_1 L_2 - M_{12} M_{21}}}$$

Отсюда частота генерируемого тока:

$$f_g = \frac{p}{2\pi} \gamma = \frac{p}{2\pi} \sqrt{\frac{R_1 R_2}{L_1 L_2 - M_{12} M_{21}}}, \quad (175)$$

где p — число пар полюсов машины.

Из ур-ния (175) следует, что частота генерируемого тока f_g в этом случае не зависит от f_p , т. е. от числа оборотов ротора, и определяется исключительно параметрами машины и внешней цепи.

Замена электрической связи между статором и ротором связью магнитной сказывается и еще в одном отношении: при этом ограничивается скорость холостого хода. В самом деле: обозначим через

$\vec{I}_1$ — вектор тока цепи возбуждения;

$\vec{I}_2$ — вектор тока цепи возбуждения ротора;

$\vec{I}_t$ — вектор намагничивающего тока трансформатора;

Z_t — электрическое сопротивление, эквивалентное магнитному сопротивлению магнитной цепи трансформатора;

Z_a — электрическое сопротивление, эквивалентное магнитному сопротивлению магнитной цепи машины;

Z_1 — полное кажущееся сопротивление цепи возбуждения;

Z_2 — полное кажущееся сопротивление цепи ротора;

w_1 и w_2 — числа последовательно соединенных витков соответственно первичной и вторичной обмоток трансформатора;

w_1 и k_{w_1} — число последовательно соединенных витков и коэффициент использования обмотки возбуждения;

w_2 и k_{w_2} — число последовательно соединенных витков и коэффициент использования обмоток ротора и компенсационной;

$\vec{V}$ — вектор напряжения на клеммах цепи возбуждения.

При такого рода обозначениях, согласно изложенного в главе о характеристиках, получим следующее соотношение между токами $\vec{I}_1$, $\vec{I}_2$ и $\vec{I}_t$:

$$w_1 \cdot \vec{I}_t = \vec{I}_1 w_1 + \vec{I}_2 w_2$$

откуда:

$$\vec{I}_t = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 u_p$$

где $u_p = \frac{w_2}{w_1}$ — коэффициент трансформации трансформатора; следовательно э.-д. сила, индуцируемая в первичной обмотке трансформатора:

$$\vec{E}_1 = -Z_t \vec{I}_t = -Z_t (\vec{I}_1 + u_p \vec{I}_2),$$

а э.-д. сила его вторичной обмотки:

$$\vec{E}_2 = -Z_t \vec{I}_t u_p = -Z_t (\vec{I}_1 + u_p \vec{I}_2) \cdot u_p$$

Э.-д. сила, индуцируемая в обмотке возбуждения главной составляющей магнитного потока тока I_1 этой обмотки:

$$\dot{E}_1 = -Z_a \cdot I_1.$$

Так как числа последовательно соединенных витков (w_2) и коэффициенты использования (k_{w_2}) обмоток ротора и компенсационной равны между собою, а их м.-д. силы направлены навстречу, то основной магнитный поток тока I_2 (вдоль оси щеток обмотки ротора и оси компенсационной обмотки) может быть принят равным нулю. Поэтому э.-д. силы, индуцируемые основным магнитным потоком тока I_2 в обмотках машины, также равны нулю.

Э.-д. сила, индуцируемая в обмотке ротора, вследствие вращения последнего в поле магнитного потока обмотки возбуждения:

$$\dot{E}_r = +j \cdot Z_a \cdot I_1 \cdot u_{21} \cdot c,$$

где $u_{21} = \frac{k_{w_2} \cdot w_2}{k_{w_1} \cdot w_1}$ — коэффициент трансформации обмоток ротора и статора машины, $\varepsilon = \frac{f_r}{f_p}$ — отношение частот вращения (f_r) ротора и пульсации (f_p) магнитного потока возбуждения. Применяя второй закон Кирхгофа к цепям возбуждения и ротора, находим:

$$\dot{V} + \dot{E}_1 + E_{1r} = I_1 \cdot Z,$$

$$\dot{E}_r + \dot{E}_{21} = I_2 \cdot Z_2,$$

или, подставляя вместо э.-д. сил их значения:

$$\dot{V} = I_1 (Z_1 + Z_a + Z_r) + I_2 Z_2 \mu_i,$$

$$0 = I_1 (Z_i u_i - j Z_a u_{21} c) + I_2 (Z_2 + Z_i u_i^2).$$

Исключая из этой системы уравнений ток I_2 , получаем:

$$\dot{V} = I_1 \frac{(Z_1 + Z_a + Z_r)(Z_2 + Z_i u_i^2) - Z_i^2 \cdot u_i^2 + j Z_a Z_r u_{21} u_i}{Z_2 + Z_i u_i^2}, \quad (176)$$

а исключив ток I_1 , находим:

$$\dot{V} = -I_2 \frac{(Z_1 + Z_a + Z_r)(Z_2 + Z_i u_i) - Z_i^2 u_i^2 + j Z_a Z_r u_{21} u_i}{Z_i u_i - j Z_a u_{21} c} \quad (177)$$

Механическая мощность, передаваемая ротором валу, равна вещественной

части произведения вектора э.-д. силы E_r на вектор тока I_2 , причем один из этих векторов должен быть взят в сопряженной форме:

$$\begin{aligned} \dot{E}_r &= +j Z_a u_{21} c \dot{I}_1 = \\ &= j \dot{V} \frac{Z_a (Z_2 + Z_t u_t^2) u_{21} c}{(Z_1 + Z_a + Z_t) (Z_2 + Z_t u_t^2) - Z_t^2 u_t^2 + j Z_a Z_t u_{21} u_t c} \end{aligned} \quad (178)$$

$$\dot{I}_2 = - \dot{V} \frac{Z_t u_t - j Z_a u_{21} c}{(Z_1 + Z_a + Z_t) (Z_2 + Z_t u_t^2) - Z_t^2 u_t^2 + j Z_a Z_t u_{21} u_t c} \quad (179)$$

Обозначим для краткости:

$$Z_1 + Z_a + Z_t = Z_s$$

и

$$Z_2 + Z_t u_t^2 = Z_i;$$

тогда:

$$\dot{E}_r = +j \cdot \dot{V} \frac{Z_a Z_t u_{21} c}{Z_s Z_i - Z_t^2 u_t^2 + j Z_a Z_t u_{21} u_t c} \quad (178')$$

$$\dot{I}_2 = - \dot{V} \frac{Z_t u_t - j Z_a u_{21} c}{Z_s Z_i - Z_t^2 u_t^2 + j Z_a Z_t u_{21} u_t c} \quad (179')$$

Подставляя в ур-ния (178') и (179') значения $Z_a = R_a - j X_a$, $Z_r = R_r - j X_r$, $Z_s = R_s - j X_s$ и $Z_t = R_t - j X_t$, меняя знак при символе j в правой части ур-ния (179'), перемножая после этого правые части ур-ний (178') и (179') и отбрасывая мнимую часть произведения, находим выражение для механической мощности, передаваемой ротором валу [см. ур-ние (180) на след. стр.]:

Отсюда следует, что механическая мощность P_m обращается в нуль при $c = 0$ (короткое замыкание двигателя) и при

$$c = \frac{u_t (X_a X_r X_t + X_a R_r R_t + X_r R_a R_t - X_t R_a R_r)}{u_{21} R_r (X_a + R_a^2)} = c_x, \quad (181)$$

причем: $f_x = f_p c_x$ — очевидно частота вращения холостого хода.

Деля обе части равенства (180) на $\omega = \frac{2\pi f_r}{p} = \frac{2\pi f_p}{p} c$, где p — число пар полюсов двигателя, а ω — угловая скорость вращения его ротора, получим выражение для вращающего момента (см. ур-ние (182) на след. стр.).

Следовательно, вращающий момент двигателя обращается в нуль при $c = c_x$, т. е. при холостом ходе и при $c = \pm \infty$, т. е. при идеальном холостом ходе (или идеальном коротком замыкании).

Полагая $R_t = 0$ и $R_a = 0$, т. е. пренебрегая ваттными сопротивлениями намагничивающих токов трансформатора и двигателя, из ур-ния (181) получаем:

$$c_x = \frac{u_t X_t (X_t u_t^2 + X_r)}{u_{21} R_2 - X_a} \quad (181')$$

$$P_m = V^2 \frac{c u_{21}^2 R_i (X_a^2 + R_a^2) \left[c - \frac{u_i (X_a X_i X_r + X_a R_i R_r + X_i R_a R_r - X_i R_a R_r)}{u_{21} R_i (X_a^2 + R_a^2)} \right]}{[(X_i X_r - R_i R_r) + u_i^2 (X_i^2 - R_i^2) + u_{21} u_i (X_a R_i + X_i R_a) c]^2 + [(X_i R_r + X_r R_i) - 2 X_i R_i + u_{21} u_i (X_a X_i - R_a R_i) c]^2} \quad (180)$$

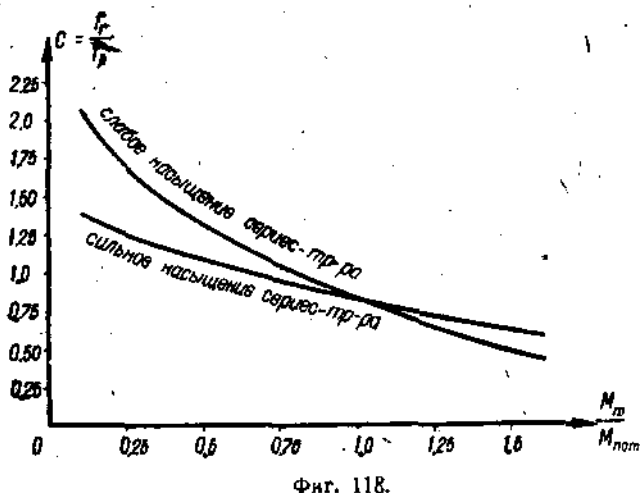
$$M_m = \frac{P_m}{\omega}$$

$$= \frac{V p u_{21}^2 (X_a^2 + R_a^2) R_i (c - c_x)}{2 \pi f_p [(X_i X_r - R_i R_r) + u_i^2 (X_i^2 - R_i^2) + u_{21} u_i (X_a R_i + X_i R_a) c]^2 + [(X_i R_r + X_r R_i) - 2 X_i R_i + u_{21} u_i (X_a X_i - R_a R_i) c]^2} \quad (182)$$

$$M_m = \frac{V p u_{21}^2 (R_a^2 + X_a^2) [c (R_2 + R_a u_{21}^2) \sin \theta - (X_2 + X_a u_{21}^2) \cos \theta \sin \theta]}{2 \pi f_p [(R_2 + R_a u_{21}^2)^2 + (X_2 + X_a u_{21}^2)^2] [R_k + (R_0 - R_k) c]^2 + [X_k + (X_0 - X_k) c]^2} \quad (81)$$

С увеличением нагрузки насыщение железа двигателя и трансформатора увеличивается, следовательно X_i и X_a убывают; R_i и R_a при этом возрастают, но не в такой степени. А так как двигатели нормально строятся с сильно насыщенной магнитной цепью (для улучшения условий коммутирования), то убывание X_i идет быстрее, так что c_x уменьшается, т. е. точка холостого хода механической характеристики $\omega = f(M_m)$ приближается к оси абсцисс. Характеристика становится жестче. Таким образом, если трансформатор выбран со слабым насыщением железа (X_i велико), то двигатель схемы фиг. 117 по своим механическим свойствам мало отличается от двигателя схемы фиг. 63а и 63б.

В этом случае торможение его с рекуперацией энергии в сеть практически невозможно. Если же выбран трансформатор с сильно насыщенным железом (X_i мало), то



двигатель по своим механическим свойствам приближается к компанд-двигателю постоянного тока, и для него торможение с рекуперацией энергии становится возможным. В пределе, при $X_i = \infty$, имеем $c_x = \infty$, т. е. двигатель схемы фиг. 117 является чисто сериесным. При $X_i = 0$ имеем $c_x = 0$, и следовательно двигатель получает свойства чисто шунтового.

На фиг. 118 представлены для сравнения характеристики двигателя схемы фиг. 117 при слабом и сильном насыщении магнитной цепи сериес-трансформатора. Явление насыщения магнитной цепи машины влияет на форму характеристики и скорость холостого хода в обратном направлении: при сильном насыщении характеристика мягче, скорость холостого хода выше, а при слабом насыщении — наоборот.

б) Репульсионный двигатель.

Из ур-ния (81) следует, что вращающий момент репульсионного двигателя обращается в нуль при $c = +\infty$ (идеальный холостой ход) и при $c = c_x$, определяемом из ур-ния (80), т. е. при холостом ходе двигателя. Таким образом при скоростях, превышающих скорость холостого хода, вращающий момент становится отрицательным, и, следовательно, двигатель тормозится с рекуперацией энергии в сеть.

Далее из ур-ния (81) видно, что при изменении угла θ на 90° , т. е. при повороте щеток на 90° эл. градусов, вращающий момент двигателя также становится отрицательным. Так как это сопровождается изменением направления тока в обмотке ротора, то ясно, что этот метод торможения соответствует торможению противотоком. Так как ур-ние (76) по форме аналогично

ур-нию (68) для однофазного сериес-двигателя схемы фиг. 63б, то условные обращения машины в самовозбуждающийся генератор переменного тока в данном случае по форме будет совпадать с ур-нием (170), полученным для сериес-двигателя. Однако, в случае репульсионного двигателя при надлежащем повороте щеток ур-ние (170) оказывается выполнимым и при $X_s > 0$, т. е. при отсутствии емкости во внешней сети. Таким образом для репульсионного двигателя возможно торможение замыканием цепи статора на внешнее сопротивление: при этом машина обращается в генератор переменного тока, частота которого не зависит от числа оборотов ротора, а определяется параметрами внешней цепи, машины и углом сдвига щеток.

Обращение репульсионного двигателя в генератор постоянного тока, наоборот, невозможно, так как намагничивающий ток этой машины не совпадает по фазе с током ротора, а следовательно соответствующие этим токам магнитные потоки, будучи сдвинуты пространственно на некоторый угол θ , не могут дать равнодействующего неподвижного магнитного потока, необходимого для генерирования постоянного тока.

с) Однофазный шунтовой двигатель.

Из ур-ния (98)

$$M_{\pi} = \frac{V^2 p (R_{\infty} - R_k) (c_x^2 - c^2) c}{2\pi f_p (c_x^2 R_k - c^2 R_{\infty})^2 + (c_x^2 X_k - c^2 X_{\infty})^2}$$

видно, что вращающий момент однофазного шунтового двигателя становится отрицательным при $c > c_x \cong \sqrt{1 + u_{42}}$.

Следовательно, этот двигатель допускает торможение с рекуперацией энергии в сеть при скоростях, превышающих скорость холостого хода, как шунтовой двигатель постоянного тока.

Так как для рассматриваемого двигателя относительные направления магнитных потоков возбуждения и трансформаторного зависят исключительно от направления вращения ротора, то изменение их направлений не может быть достигнуто никаким переключением его обмоток, и следовательно торможение противотоком для этого двигателя, как и для однофазного асинхронного, невозможно. Однако, разомкнув цепь возбуждения и сдвинув надлежащим образом рабочие щетки, можно тормозить этот двигатель „противотоком“, как репульсионный. Итак, в отношении однофазного шунтового двигателя прибегают к превращению его в репульсионный в двух случаях: при пуске и при торможении противотоком.

В виду того, что магнитные потоки возбуждения и трансформаторный у однофазного шунтового двигателя сдвинуты в пространстве на 90° (эл.), а во времени отличаются по фазе приблизительно на $1/4$ периода тока сети, то равнодействующее магнитное поле этого двигателя оказывается вращающимся, но не круговым, а эллиптическим, в виду неравенства названных потоков по величине. А так как коллекторная машина может обратиться в генератор постоянного тока только при наличии неподвижного магнитного поля в междужелезном пространстве, то для однофазного шунтового двигателя возможно превращение в генератор исключительно переменного тока. Для определения частоты тока, генерируемого однофазной шунтовой машиной при замыкании обмотки статора на внешнее сопротивление, можно

было бы составить и решить три обыкновенных дифференциальных уравнения первого порядка, выражающих в обобщенной форме закон Кирхгофа для цепей: статора, рабочей обмотки ротора и его цепи возбуждения, аналогично тому, как это было сделано для однофазного сериес-двигателя с сериес-трансформатором. Легко видеть, что для определения тока в цепи статора необходимо будет проинтегрировать дифференциальное уравнение второго порядка без свободного члена. При равенстве нулю коэффициента при первой производной и положительном коэффициенте при самой функции в результате интегрирования получится периодическая функция.

Таким образом указанные условия будут являться условиями обращения рассматриваемой машины в самовозбуждающийся генератор переменного тока.

При выполнении этих условий оказывается возможным торможение однофазного шунтового двигателя замыканием обмоток его статора на внешнее сопротивление и превращение его в самовозбуждающийся генератор.

Как показывает расчет, частота тока этого генератора не зависит от числа оборотов, а только от параметров его обмотки и внешнего сопротивления.

Разомкнув цепь возбуждения и сдвинув надлежащим образом рабочие щетки, можно тормозить движение замыканием обмотки статора на внешнее сопротивление в качестве репульсионного генератора.

д) Трехфазный сериес-двигатель.

Как видно из ур-ния (103),

$$M_m = \frac{V^2 p u_{21} X_a \sin \theta}{2\pi f_p \left[R_k + (R_o - R_k) c \right]_{R_a=0}^2 + \left[X_k + (X_o - X_k) c \right]_{R_a=0}^2} \quad (103),$$

вращающий момент трехфазного сериес-двигателя остается положительным при всех вещественных значениях величины c , определяющей скорость вращения ротора; следовательно для этого двигателя торможение с рекуперацией энергии невозможно.

Из того же уравнения следует, что при надлежащем изменении угла θ сдвига щеток по коллектору вращающий момент меняет знак на обратный (например при повороте их на 180°). Следовательно в данном случае возможно торможение двигателя противотоком, так как поворот щеток, вызывающий изменение знака вращающего момента, а следовательно и направления тока в обмотке ротора, равносильен включению на противоток.

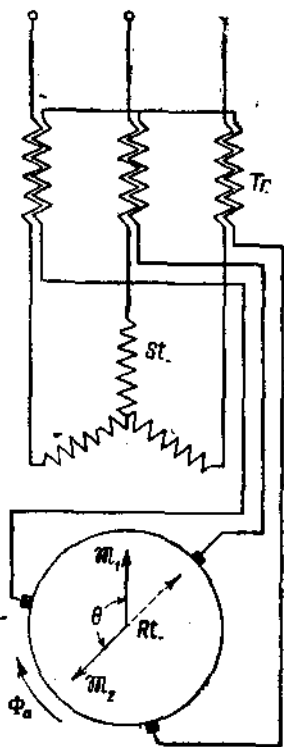
Так как ур-ние (101) по форме сходно с ур-нием (68), то условие обращения рассматриваемой машины в самовозбуждающийся генератор переменного тока формально совпадает с ур-нием (170). Однако в этом случае ур-ние (170) может быть удовлетворено и при $X_k > 0$, т. е. и при отсутствии емкости во внешней цепи.

Отсюда следует, что для трехфазного сериес-двигателя возможно торможение замыканием на реостат: при этом он обращается в самовозбуждающийся генератор переменного тока, частота которого определяется из ур-ния (168). Надо заметить, что для трехфазных машин и вообще для машин с вращающимся магнитным полем возможно обращение в самовозбуждающийся генератор исключительно переменного

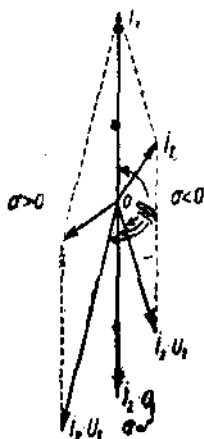
тока; но если на внешнее сопротивление будет замкнута только одна фаза трехфазной машины и при этом возможно образование в междужелезном пространстве неподвижного магнитного поля (в частности это возможно для рассматриваемой схемы трехфазного сериес-двигателя), то генерируемый ток может быть и постоянным.

Иногда обмотка ротора трехфазного сериес-двигателя присоединяется к обмотке статора не непосредственно, как на фиг. 83а, а через сериес-трансформатор, как указано на схеме фиг. 119. Этим достигается ограничение скорости холостого хода двигателя, а следовательно торможение его с рекуперацией энергии в сеть теоретически становится возможным, кроме того при наличии сериес-трансформатора увеличивается опрокидывающий момент двигателя, т. е. возрастает перегрузочная способность.

На фиг. 120 представлена диаграмма токов сериес-трансформатора. При вращении двигателя со скоростью ниже синхронной ($\sigma > 0$) часть энергии, полученной ротором от вращающегося магнитного поля, передается через трансформатор обратно в сеть: в этом случае магнитный поток взаимоиנדукции трансформатора создается за счет м.-д. силы обмотки, соединенной со щетками ротора, и, следовательно, намагничивающий ток I_1 трансформатора отстает по фазе менее, чем на 90° от тока I_2 обмотки ротора. При вращении двигателя со скоростью выше синхронной ($\sigma < 0$) ротор получает энергию не только от вращающегося магнитного поля машины,



Фиг. 119.



Фиг. 120.

но и через трансформатор: магнитный поток взаимоиנדукции обмоток трансформатора создается при этом за счет м.-д. силы его обмотки, питаемой током статора I_1 . Намагничивающий ток I_1 трансформатора отстает по фазе во времени менее, чем на 90° от тока I_1 статора. При синхронной скорости вращения ротора ($\sigma = 0$) напряжение на клеммах трансформатора равно нулю, т. е. энергия не передается через трансформатор ни в ту ни в другую сторону, а следовательно равен нулю и намагничивающий ток I_1 трансформатора. Таким образом с изменением скорости вращения двигателя, вследствие изменения по величине и фазе намагничивающего тока I_1 трансформатора, изменяется величина и фаза тока ротора I_2 относительно тока статора I_1 .

Ориентируясь на скорость двигателя, близкую к синхронной, можно считать ток I_2 отличающимся по фазе во времени от тока I_1 на 180° . В соответствии с этим, желая получить м.-д. силу обмотки ротора отстающей по фазе от м.-д. силы обмотки статора на угол θ , сдвигают щетки по коллектору от положения совпадения м.-д. сил статора и ротора на

угол θ в направлении, обратном вращению магнитного поля. Оси обмоток ротора оказываются при этом сдвинутыми в пространстве относительно осей соответствующих фазовых обмоток статора в направлении вращения магнитного поля на угол $(180 - \theta)^\circ$, как это представлено на фиг. 119. При возрастании скорости двигателя, под влиянием намагничивающего тока трансформатора, угол θ отставания тока ротора I_2 по фазе во времени от тока статора I_1 начинает уменьшаться, при одновременном уменьшении величины тока I_2 , как это видно из диаграммы (фиг. 120). Эти явления равносильны сдвигу щеток по коллектору в направлении вращения магнитного поля и уменьшению коэффициента трансформации u , трансформатора. При достаточно большой скорости двигателя ($\sigma < 0$), вследствие одновременного уменьшения численных значений параметров θ и u , вращающий момент уравнивается моментом сил вредных сопротивлений двигателя, и возрастание скорости прекращается. Если бы механические и железные потери в двигателе были равны нулю, то возрастание скорости продолжалось бы до тех пор, пока при некотором достаточно малом значении σ угол θ оказался бы равным $(180 - \theta)^\circ$; при этом м.-д. силы обмоток статора и ротора оказались бы совпадающими по фазе во времени и в пространстве, и вращающий момент магнитного поля обратился бы в нуль. Скорость, при которой вращающий момент двигателя полностью уравнивается моментом сил вредных сопротивлений, называется скоростью холостого хода, причем ее численное значение будет, очевидно, тем меньше, чем сильнее влияние намагничивающего тока I_2 трансформатора, т. е. чем больше его относительное значение или чем больше насыщение трансформатора. Таким образом, выбирая быстро насыщающийся трансформатор, можно значительно понизить скорость холостого хода. Нароборот, при уменьшении скорости двигателя с возрастанием нагрузки на его валу ($\sigma > 0$) численные значения параметров θ и u начинают возрастать, а ток ротора I_2 увеличивается одновременно: а) за счет увеличения частоты пересечения проводов обмотки ротора вращающимся магнитным полем машины и б) за счет увеличения намагничивающего тока трансформатора. При этом, вследствие уменьшения параметра θ , точка максимального опрокидывающего момента переходит на круговой диаграмме в область низших скоростей, и благодаря всему этому перегрузочная способность двигателя возрастает.

Ампервитки, создающие магнитный поток взаимной индукции обмоток трансформатора, будут:

$$w_{1t} \cdot I_t = w_{1t} I_1 + w_{2t} I_2,$$

где w_{1t} и w_{2t} — число последовательно соединенных витков соответственно первичной и вторичной обмоток трансформатора.

Отсюда

$$I_t = I_1 + I_2 u,$$

причем

$$u = \frac{w_{2t}}{w_{1t}}.$$

Ампервитки, создающие магнитный поток взаимной индукции обмоток машины:

$$k_1 w_1 I_a = k_1 w_1 I_1 + k_2 w_2 I_2 e^{-j(\alpha - \theta)} = k_1 w_1 I_1 - k_2 w_2 I_2 e^{+j\theta},$$

где k_1 , k_2 , w_1 и w_2 — соответственно коэффициенты использования и числа последовательно соединенных витков обмоток статора и ротора.

Отсюда

$$I_a = I_1 - I_2 u_{21} \cdot e^{+j\theta},$$

причем

$$u_{21} = \frac{k_2 w_2}{k_1 w_1}.$$

Э.-д. сила, индуцируемая магнитным потоком взаимной индукции обмоток трансформатора в его первичной обмотке:

$$\dot{E}_{1t} = -Z_t \cdot \dot{I}_t = -Z_t (\dot{I}_1 + u \dot{I}_2).$$

Э.-д. сила, индуцируемая тем же магнитным потоком во вторичной обмотке трансформатора:

$$\dot{E}_{2t} = \dot{E}_{1t} \cdot u_t = -Z_t (\dot{I}_1 + \dot{I}_2 u_t) u_t.$$

Э.-д. сила, индуцируемая магнитным потоком взаимной индукции обмоток машины в обмотке ее статора:

$$\dot{E}_1 = -Z_a \cdot \dot{I}_a = -Z_a (\dot{I}_1 - \dot{I}_2 \cdot u_{21} e^{+j\theta}).$$

Э.-д. сила, индуцируемая тем же магнитным потоком в обмотке ротора машины:

$$\dot{E}_2 = \dot{E}_1 \cdot u_{21} \cdot e^{+j(\kappa - \theta)} = \dot{E}_1 u_{21} e^{-j\theta} = Z_a (\dot{I}_1 e^{-j\theta} - \dot{I}_2 u_{21}) u_{21} e^{-j\theta}.$$

Применяя второй закон Кирхгофа к цепям статора и ротора, находим:

$$\dot{V} + \dot{E}_{1t} + \dot{E}_1 = \dot{I}_1 (Z_1 + Z_{1t})$$

$$\dot{E}_{2t} + \dot{E}_2 = \dot{I}_2 (Z_2 + Z_{2t}),$$

где Z_1 , Z_2 , Z_{2t} и Z_{1t} — полные кажущиеся сопротивления обмоток статора, ротора, вторичной и первичной обмоток трансформатора. Подставляя вместо э.-д. сил их значения, найдем:

$$\left. \begin{aligned} (Z_1 + Z_{1t} + Z_t + Z_a) \dot{I}_1 + (Z_{2t} - Z_a u_{21} e^{+j\theta}) \dot{I}_2 &= \dot{V} \\ (Z_{2t} - Z_a u_{21} e^{-j\theta}) \dot{I}_1 + (Z_2 + Z_t u_t^2 + Z_a u_{21}^2 e^{-j\theta}) \dot{I}_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (183)$$

Мощность, передаваемая магнитным полем ротору, равна вещественной части произведения э.-д. силы E на ток $(\dot{I}_a - \dot{I}_1) = -u_{21} \dot{I}_2 e^{+j\theta}$, причем один из этих векторов должен быть взят в сопряженной форме.

Из системы ур-ний (183), положив

$$Z_{1t} = 0, \quad Z_{2t} = 0, \quad Z_1 = 0, \quad Z_2 = -jX_2 \sigma, \quad Z_a = -jX_a,$$

$$Z_t = -jX_p e^{+j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta \text{ и } e^{-j\theta} = \cos \theta - j \sin \theta,$$

находим:

$$\begin{aligned} I_2' &= -u_{21} \dot{I}_2 e^{+j\theta} = \\ &= \dot{V} u_{21} \frac{-X_p u_t \sin \theta +}{\{ X_a X_t [u_t^2 + u_{21}^2 \sigma + u_t u_{21} (1 + \sigma) \cos \theta] + (X_a + X_p) X_2 \sigma \} +} \\ &\quad \frac{j(X_p \cos \theta - X_a u_{21} \sigma)}{+ j X_t X_a u_t u_{21} (1 - \sigma)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \underline{I}_1 &= \dot{V} \frac{1 \times}{\{X_a X_t [u_t^2 + u_{21}^2 \sigma + u_t u_{21} (1 + \sigma) \cos \theta] + (X_a + X_t) X_2 \sigma\} +} \\
 &\quad \times \frac{j [X_t u_t^2 + \sigma (X_2 + X_a u_{21}^2)]}{+ j X_t X_a u_t u_{21} (1 - \sigma)} \\
 \underline{E}_1 &= -Z_a (\underline{I}_1 - \underline{I}_2 u_{21} e^{+j\theta}) = \\
 &= -\dot{V} \cdot X_a \frac{(X_t u_t u_{21} \cos \theta + X_t u_t^2 + X_2 \sigma) +}{\{X_a X_t [u_t^2 + u_{21}^2 \sigma + u_t u_{21} (1 + \sigma) \cos \theta] + (X_a + X_t) X_2 \sigma\} +} \\
 &\quad + \frac{j X_t u_t u_{21} \sin \theta}{+ j X_t X_a u_t u_{21} (1 - \sigma)}
 \end{aligned}$$

следовательно в сопряженной форме:

$$\underline{E}_1 = -\dot{V} X_a \frac{(X_t u_t u_{21} \cos \theta + X_t u_t^2 + X_2 \sigma) -}{\{X_a X_t [u_t^2 + u_{21}^2 \sigma + u_t u_{21} (1 + \sigma) \cos \theta] + (X_a + X_t) X_2 \sigma\} -} \\
 - \frac{j X_t u_t u_{21} \sin \theta}{- j X_t X_a u_t u_{21} (1 - \sigma)}$$

Отсюда мощность, передаваемая магнитным полем ротору:

$$\begin{aligned}
 P_\mu &= \text{вещ. часть } (\underline{E}_1 \cdot \underline{I}_2) = V^2 X_t X_a \cdot u_t u_{21} \times \\
 &\quad \times \frac{[(X_a u_{21}^2 + X_2) \sigma + X_t u_t^2] \times}{\{X_a X_t [u_t^2 + u_{21}^2 \sigma + u_t u_{21} (1 + \sigma) \cos \theta] + (X_a + X_t) X_2 \sigma\}^2 +} \\
 &\quad \times \frac{\sin \theta}{+ X_t^2 X_a^2 u_t^2 u_{21}^2 (1 - \sigma)^2}
 \end{aligned}$$

Так как угловая скорость вращения магнитного поля равна синхронной:

$$\omega_0 = \frac{2\pi f_p}{p},$$

где f_p — частота тока сети, то вращающий момент двигателя:

$$\begin{aligned}
 M_m &= \frac{P_\mu}{\omega_0} = \\
 &= \frac{V^2 \cdot p}{2\pi f_p} \frac{X_t X_a u_t u_{21} (X_a u_{21}^2 + X_2) \times}{\{X_a X_t [u_t^2 + u_{21}^2 \sigma + u_t u_{21} (1 + \sigma) \cos \theta] + (X_a + X_t) X_2 \sigma\}^2 +} \\
 &\quad \times \left(\sigma + \frac{X_t u_t^2}{X_a u_{21}^2 + X_2} \right) \frac{\sin \theta}{+ X_t^2 X_a^2 u_t^2 u_{21}^2 (1 - \sigma)^2}
 \end{aligned} \quad (184)$$

Из этого уравнения следует, что вращающий момент двигателя обращается в нуль при значении скольжения $\sigma = \pm \infty$, т. е. при идеальном холостом ходе двигателя и при

$$\sigma = -\frac{X_t u_t^2}{X_a u_{21}^2 + X_2} = \sigma_x, \quad (185)$$

т. е. при некотором конечном значении скольжения, называемом скольжением холостого хода.

Полагая параметры X_a , X_2 , u_{21} и u_i постоянными, независимыми от нагрузки и скольжения и обозначив в соответствии с этим

$$\frac{u_i^2}{X_a u_{21}^2 + X_2} = A = \text{const},$$

получим:

$$\sigma_x = -AX_i. \quad (185')$$

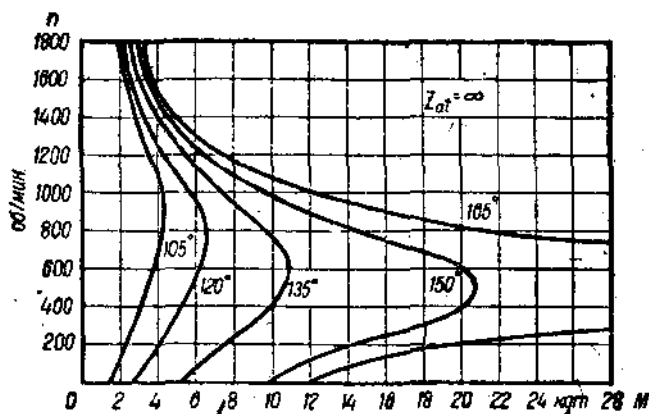
При усилении насыщения трансформатора, X_i уменьшается, и скорость холостого хода падает. Таким образом, по мере насыщения трансформатора механическая характеристика двигателя становится жестче. Следовательно, сериес-трансформатор компандирует двигатель.

На фиг. 121 представлены механические характеристики сериес-двигателя для различных значений параметра угла при отсутствии трансформатора ($Z_i \cong$ и $I_i = 0$), а на фиг. 122 — характеристики того же двигателя при наличии трансформатора, для которого $Z_i = 38 \Omega$.

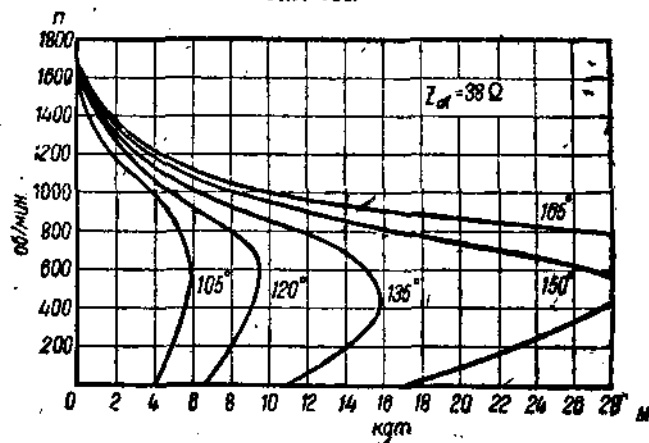
Когда насыщение трансформатора велико ($Z_i = 0$), двигатель приобретает свойства

трехфазного репульсионного, с коротко-замкнутыми щетками ротора; механические характеристики такого двигателя по форме совпадают с характеристиками однофазного репульсионного двигателя. Для такого двигателя скорость холостого хода близка к синхронной, и становится практически осуществимым торможение с рекуперацией энергии в сеть.

На фиг. 123 представлены зависимости пускового момента M_A двигателя от угла θ сдвига щеток при наличии трансформатора ($Z_i = 38 \Omega$) и без такового ($Z_i = \infty$), из которых видно, что максимальный пусковой момент



Фиг. 121.



Фиг. 122.

при трансформаторе приблизительно в $1\frac{1}{2}$ раза больше такого же без трансформатора.

е) Трехфазный шунтовой двигатель.

Как видно из ур-ния (116):

$$M_m =$$

$$= \frac{V^2 \cdot p u_{21}}{2 \pi f_p} \cdot \frac{[(X_2 u_1 \sin \theta - R_2 u_{21}) + u_1 u_{21}^2 (R_1 \cos \theta + X_1 \sin \theta)] (\sigma - \sigma_x)}{(R_2 + R_1 u_{21}^2 \sigma^2) + (X_2 + X_1 u_{21}^2 \sigma)^2 \cdot \sigma^2}$$

вращающий момент этого двигателя становится отрицательным при значениях $\sigma > \sigma_x$. Следовательно, для трехфазного шунтового двигателя осуществимо торможение с рекуперацией энергии в сеть при скоростях, превышающих скорость холостого хода.

Из ур-ний (114) следует, что при $\sigma > 1$ механическая мощность двигателя становится отрицательной, тогда как мощность магнитного поля по ур-нию (113) сохраняет при этом знак. Следовательно, торможение противотоком возможно при $\sigma > 1$, т. е. когда относительная скорость поля и ротора превышают синхронную. Чтобы получить $\sigma > 1$, достаточно переключить какие-либо два провода, питающие обмотку статора. При этом поле изменит направление вращения, и относительная скорость поля и ротора станет равной сумме $\omega_0 + \omega > \omega_0$, а скольжение будет:

Из ур-ний (114) следует, что при $\sigma > 1$ механическая мощность двигателя становится отрицательной, тогда как мощность магнитного поля по ур-нию (113) сохраняет при этом знак. Следовательно, торможение противотоком возможно при $\sigma > 1$, т. е. когда относительная скорость поля и ротора превышают синхронную. Чтобы получить $\sigma > 1$, достаточно переключить какие-либо два провода, питающие обмотку статора. При этом поле изменит направление вращения, и относительная скорость поля и ротора станет равной сумме $\omega_0 + \omega > \omega_0$, а скольжение будет:

$$\sigma = \frac{\omega_0 + \omega}{\omega_0} > 1.$$

Анализ ур-ния (108) показывает, что трехфазная шунтовая машина при определенном значении параметра θ обращается в самовозбуждающийся двигатель, работающий при $\cos \varphi = 1$. Если такой двигатель отключить от сети, включить на внешнее сопротивление и начать вращать внешней силой, то он обратится в самовозбуждающийся генератор трехфазного переменного тока. При этом частота генерируемого тока оказывается независимой от числа оборотов машины n , а противоположность трехфазному сериес-генератору, мало зависящей от параметров внешней сети. Последнее объясняется тем, что рассматриваемая машина имеет параллельную цепь возбуждения, которая своими параметрами и определяет частоту колебания тока. Таким образом торможение замыканием на реостат возможно, причем машина обращается в генератор переменного тока.

Если отключить от сети трансформатор в цепи ротора, а щетки ротора замкнуть на-коротко, то машина обратится в трехфазную репульсионную, мало отличающуюся по своим свойствам от однофазной репульсионной

машины. В этом случае также возможны все три способа торможения. Для репульсионной машины трехфазного тока будут справедливы уравнения (105'), (105), (106), (107) и (108), если положить в них:

$$Z_{11} = \infty, Z_1 = 0, Z_{21} = 0 \text{ и } u_1 = 0.$$

Развивая затем эти уравнения по тому же методу, как это было сделано для трехфазного шунтового двигателя, получим соответствующие уравнения для круговой диаграммы вращающего момента, механической мощности и т. д., применительно к трехфазной репульсионной машине:

Вид коллекторного двигателя	I способ (рекуперация)	II способ (замыкание на реостат)	III способ (противоток)
I. Однофазные:			
а. Серьес-двигатель	Невозможен (за исключением схе- мы фиг. 117, когда при сильном насыщении характеристика при- обретает вид компа- ундной)	Возможен (при замыкании на емкость)	Возможен
б. Репульсионный	Да	Да	Да
в. Шунтовой	Да	При известных условиях	Нет
II. Трехфазные:			
а. Серьес	Нет (за исключением схе- мы фиг. 119 — через трансформатор при на- сыщении его, когда ха- рактеристика стано- вится компаундной)	Да	Да
б. Шунтовой	Да	Да	Да

§ 10. Общее сравнение способов торможения, основанных на электродинамическом принципе.

Итак, делая сводку сказанного выше в отношении электродинамического принципа торможения, отметим прежде всего, что в основе его лежит использование потенциальной энергии, запасенной в массах привода в период: а) ускоренного поступательного или вращательного движения, либо б) подъема на определенную высоту.

В первом случае потенциальная энергия используется в период замедленного движения, во втором — в период спуска. В обоих случаях использование построено на том, что электродвигатель получает некоторый избыток механической энергии сверх расходуемой на полезную работу из общего количества энергии, запасенной в массах привода, и утилизирует его одним из трех изложенных выше способов, а именно:

1) при первом способе рекуперации — путем превращения замедляющего двигателя в генератор, работающий на сеть;

2) при втором способе — короткого замыкания — путем замыкания этого генератора на реостат, постепенно выводимый, или на питание обмотки электромагнитного механического тормоза, при комбинированной системе торможения;

3) наконец, третьим способом — противотоком или обратным током, — когда действию на ротор механической энергии привода противопоставляется действие на него поглощаемой из сети электрической энергии и оба вида энергии превращаются в тепло.

Однако, не все способы одинаково применимы, а именно: в случае (а) использования живой силы привода, движущегося по инерции, т. е. при замедляющемся движении (отрицатель-

ном $\frac{d\omega}{dt}$) преимущественно применяется второй способ — короткого замыкания, третий способ — обратного тока — применяется несравненно реже (лишь при необходимости быстрой остановки) и с известной опасностью при неумелом управлении; первый способ, требуя повышенного числа оборотов, в этом случае вообще практически не применим. В случае же (б) использования при спуске потенциальной энергии привода, достаточной для создания ускоренного движения (положительного $\frac{d\omega}{dt}$), возможны все три спо-

соба, причем избыток энергии, сверх части ее, идущей на преодоление вредных и полезных сопротивлений, или преобразуется в электрическую энергию при рекуперации, или превращается в тепло в цепи ротора при втором и третьем способах.

Теперь резюмируем возможность осуществления этих трех способов с различными двигателями, а именно:

Первый способ рекуперации осуществляется с двигателями, обладающими жесткой характеристикой, т. е. шунтовыми и асинхронными, причем для шунтовых то число оборотов, которое должно быть превзойдено для рекуперации, определяется подводящим напряжением V и величиной потока возбуждения Φ , а для асинхронных — числом пар полюсов p и периодом переменного тока f . Способ этот может быть осуществлен и при коллекторных электродвигателях (однофазных и трехфазных см. стр. 273).

Второй способ (замыкания на короткое) осуществляется всеми электродвигателями постоянного тока (с переключением индукторной обмотки серийного). У асинхронных возможен лишь при питании ротора постоянным током (система Эрлихона, (о коллекторных — см. сводку § 9).

Третий способ (противотока) осуществим теоретически со всеми рассмотренными двигателями, кроме однофазных асинхронного и шунтового коллекторного, но практически, по соображениям коммутации и нагрева, применяется, главным образом, при трехфазных асинхронных двигателях.

Далее, суммируя все сказанное в предыдущем параграфе о тормозных свойствах электродвигателей, а также о процессе пуска в трех отношениях: плавности, продолжительности и экономичности,

мы можем здесь в отношении плавности торможения ограничиться теми заключениями, которые сделаны выше о процессе пуска, отметив лишь некоторую неровность тормозной работы серийно-двигателя при замыкании на-короткое—по причине значительной самоиндукции замыкаемой цепи, причем явление это устраняется большим или меньшим независимым возбуждением (см. § 11).

В отношении продолжительности торможения к заключениям о пуске прибавим, что при торможении замыканием на-короткое того же серийно-двигателя большая продолжительность процесса объясняется значительно более быстрым, чем у шунтового двигателя, убыванием тормозного момента ($M_0 = k \cdot \Phi \cdot i_0$) в силу одновременного убывания двух величин Φ и i . Опять-таки применением полного или частичного независимого возбуждения процесс может быть приближен более или менее к процессу шунтового двигателя. При полном же независимом возбуждении замыкаемого на-короткое двигателя (шунтового и компаундного) тормозной момент, ввиду малой самоиндукции якорной цепи, развивается почти мгновенно вслед за переключением контроллера на тормозное положение—свойство, весьма ценное для приводов, работающих с большими скоростями и требующих быстрой и точной остановки. Здесь необходимо учесть тот недостаток этого способа, что при значительных мощностях размыкание и переключение токов большой силы может повести к сильному искрению и обгоранию контроллерных контактов; однако, при достаточно быстром манипулировании помощью специальных приборов „контакторов“ (см. гл. VII) явление это практически мало ощущается. Действительно, теория искрового эффекта при размыкании цепи показывает, что энергия его зависит не только от величины размыкаемого тока, но и от продолжительности существования искры, обусловливаемой величиной электромагнитной постоянной цепи T_a , т. е. отношением самоиндукции размыкаемой цепи к омическому сопротивлению ее. А так как самоиндукция якорной цепи в данном случае не велика, то быстрым манипулированием действие искры достаточно обезвреживается.

Наконец в отношении экономичности необходимо указать, что все способы торможения, построенные на электродинамическом принципе использования того избытка потенциальной энергии, который иначе надо было бы превратить в тепло, конечно превосходят все другие способы, но разнятся между собою: самым невыгодным из них оказывается способ обратного тока с поглощением двойного количества энергии из сети, затем способ короткого замыкания, и, наконец, идеальным является способ рекуперации, т. е. возвращения в сеть потенциальной энергии в виде электрической.

К сожалению, как только-что сказано, способ этот почти не находит применения при торможении инерционного движения (выбега), так как при убывающем числе оборотов электродвигателя осуществить отдачу энергии можно лишь изменением параметров V или Φ при постоянном токе и p или f —при переменном, т. е. снижением точки пересечения универсальных характеристик с осью ординат.

Наоборот, рекуперация энергии при электродинамическом тор-

мождении разгона (на спуске) ничем не ограничивается, и способ этот становится превосходящим все другие по экономичности. Так, по исследованиям, произведенным на горных электрических железных дорогах (см. Е. К. и В., 1906), где он может быть использован в особенно широких пределах, возврат энергии при спусках составляет до 50—60% от затраченной на подъем.

Наконец на том же электродинамическом принципе основано устройство дисковых магнитных тормозов, которые ничем по существу своего действия не отличаются от второго способа короткого замыкания двигателя с независимым возбуждением, но превосходят его по плавности.

§ 11. Механическое торможение.

Перейдем теперь ко второму принципу (механического торможения) и рассмотрим, какие способы им обосновываются.

Прежде всего отнесем сюда приводы таких механизмов, которые имеют достаточный механический тормоз в самих себе, в виде собственных вредных сопротивлений трения и называются „самотормозящимися“. Обладая механическим коэффициентом полезного действия, меньшим 50%, они не допускают обратного проворачивания их со стороны привода (см. далее червячные передачи в гл. VIII). Применение таких передач, например в электрических лебедках, значительно упрощает электрическую схему управления спуском, однако ограничивается случаями передвижения малых масс с малыми скоростями, так как при больших массах с большими скоростями такая система работает слишком неэкономично.

Далее, сюда отнесется обширная группа весьма употребительных в электрическом приводе механических тормозов трения (колодных, бандажных, пластинчатых и т. д.), приводимых в движение или с помощью электродвигателей, а чаще электромагнитов, или какой-либо другой движущей силой — от руки, пневматически и т. д. При исследованиях действия такого комбинированного механическо-электрического тормоза необходимо расчленить действие механического тормоза трения от действия промежуточного электрического механизма.

Из прикладной механики известно, что тормозящее усилие всякого механического тормоза, достигаемое нажатием колодок, ленты или диска на заклиненный на валу привода и вращающийся вместе с ним диск, зависит от величины нажатия и от коэффициента трения. Последний, однако, не является постоянной величиной, а изменяется обратно пропорционально трем факторам: величине нажатия, периферической скорости тормозного диска и продолжительности торможения, и кроме того зависит от четвертого фактора — состояния поверхности трения. В сумме этих влияний колебания величины коэффициента трения оказываются настолько значительными, что весьма чувствительно отзываются на точности остановки, существенно понижая ее. К этому надо присоединить известный недостаток механического торможения движения по рельсам в виде буксования, если в целях ускорения остановки тормозное усилие будет увеличено выше предела, устанавливаемого коэффициентом трения металлов (колеса и рельса). Впрочем, это имеет место и

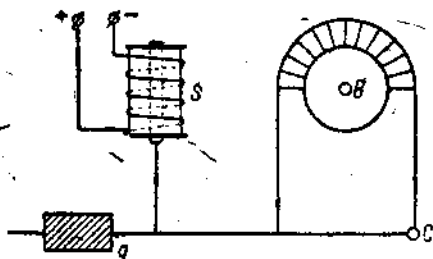
опасно лишь при значительных скоростях, т. е. на электрических железных дорогах, но не в кранах. Таким образом, в результате всего вышесказанного о действии механического тормоза надо сказать, что хотя по существу тормозной момент нарастает здесь весьма быстро во времени, однако продолжительность торможения до остановки по сумме изложенных влияний не поддается точному определению.

Что касается действия вспомогательного электрического механизма, то магнитная инерция его (особенно электромагнита, гораздо чаще применяемого, в виду меньшей стоимости) также вносит свое влияние на продолжительность и неточность процесса торможения, так как магнитный поток не может исчезнуть мгновенно после выключения соленоида. Кроме того, и явление обгорания контактов при размыкании оказывается здесь значительнее, вследствие большей самоиндукции.

Надо заметить, что на работу таких электромагнитов оказывает влияние способ их включения в сеть — последовательного или параллельного с электродвигателем. Последовательное включение применяется по соображениям экономии проводов, так как не требует специальной проводки, что бывает существенно при оборудовании кранов больших размеров (Verladebrücken), но обладает недостатком зависимости силы торможения от работы электродвигателя, следовательно для оттормаживания *) при работе мотора на подъем пустого крюка (около $\frac{1}{3}$ нормального тока), обмотка соленоида должна быть соответственно рассчитана. Поэтому последовательное включение применяется при оборудовании передвижения значительных масс, например кранового моста, тяжелой тележки и т. д., когда даже при холостой работе крана нагрузка электродвигателя составляет не менее 70% от нормальной. И, наоборот, оно никогда не применяется при электрификации лебедок, обслуживающих спуск, так как при спуске легких грузов электромагнит будет слабо оттормаживать, при тяжелых же — совершенно освобождать тормоз, что как раз противоречит хорошим условиям спуска. Поэтому второе, т. е. параллельное, включение применяется чаще, а на спуске — исключительно, в виду полной независимости от работы двигателя.

Закончим наше рассмотрение обоих принципов торможения общим сравнением всех способов, основанных на том и другом.

1. В отношении плавности. На первое место необходимо поставить торможение по системе Леонарда, а также торможение электромагнитным дисковым тормозом. Последнее понятно будет на основании всего сказанного о пуске привода с помощью электромагнитной муфты, так как она имеет общий принцип с электро-



Фиг. 124.

*) Электромагнит (S) тормоза (B) включается и выключается одновременно с электродвигателем и, при включении его и электродвигателя, поднимает рычаг с грузом (g) (точка C закреплена) и оттормаживает диск (B) (фиг. 124).

магнитным тормозом. Остальные способы резко не различаются между собой.

2. В отношении продолжительности. Наиболее быстрая остановка осуществляется по способу обратного тока, при соответственном подборе сопротивления, однако требует опытности и внимания, вследствие необходимости своевременного перевода ручки контроллера, и во многих установках запрещается, например в городских трамваях. Наоборот, самая медленная остановка — при способе короткого замыкания сериес-двигателя с самовозбуждением. Кроме того, последним способом невозможно достичь полной остановки. Практически им пользуются для предварительного торможения, т. е. для поглощения части живой силы, выбирая реостат с небольшим количеством секций, а оставшуюся скорость поглощают механические тормоза.

На электрических железных дорогах с большими скоростями и тяжелым подвижным составом предпочитается поэтому механическое торможение с пневматическим приводом, тем более, что при большом числе прицепных вагонов применение на каждом из них соленоидных тормозов, питаемых замыкаемым на них электродвигателем, не достигает цели, в виду уменьшения мощности тормозов с увеличением их числа.

3. В отношении экономичности. Выше всех стоит способ рекуперации, затем способ короткого замыкания с самовозбуждением; при независимом возбуждении он уже вызывает некоторый расход энергии из сети. Еще больший расход энергии вызывает электромагнитный дисковый тормоз, так же как и соленоидный привод механического тормоза трения.

При пневматическом приводе механического тормоза трения расход энергии на работу компрессора по опытам ганноверских железных дорог выразился на 1 вагоно-километр следующими цифрами (на городских линиях) для трех видов привода компрессора:

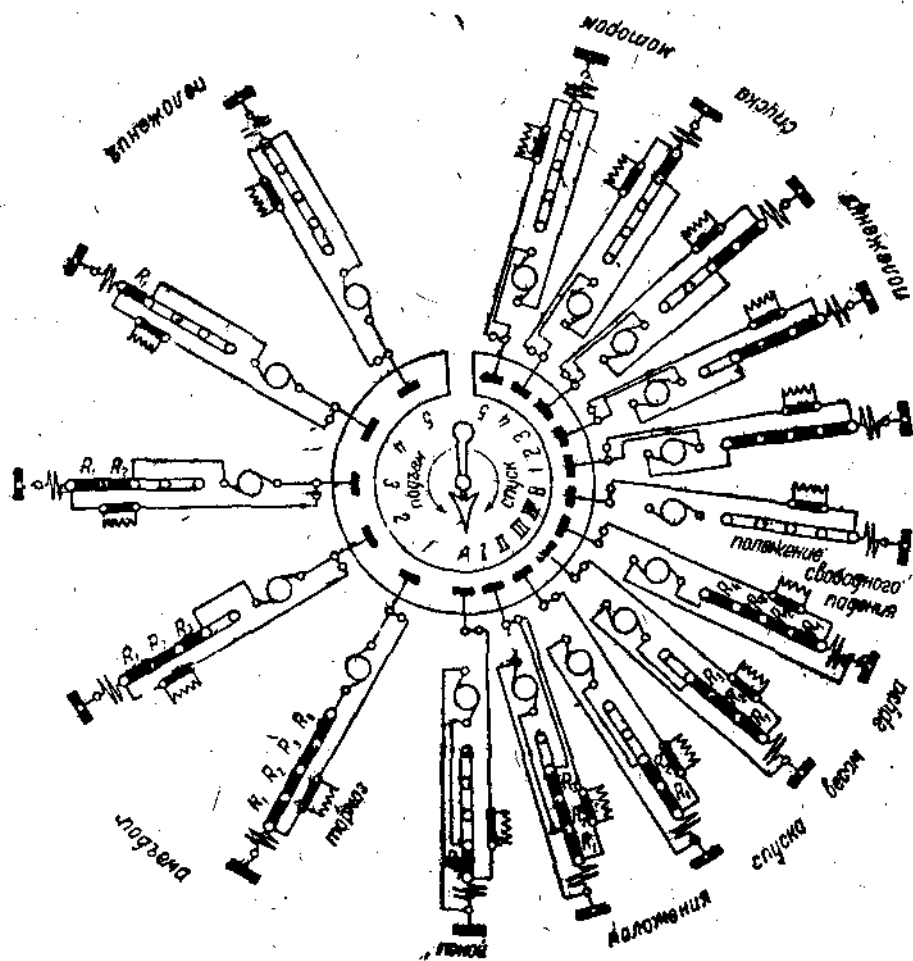
от эксцентриковой передачи	41,5 Wh.
от зубчатой передачи	31,2 .
от отдельного электродвигателя	16,6 .

Для загородных железных дорог данные эти соответственно уменьшаются почти в два раза.

Наконец, самым дорогим, оказывается способ обратного тока, как в отношении расхода энергии, так и нагрева двигателя, влияющего, конечно, на размеры последнего. Действительно, при всяком пользовании электродвигателем в качестве тормоза неизбежно считаться с некоторым ухудшением режима работы в смысле дополнительного нагрева его тормозным током. По исследованиям инж. Шеранга (доклад Мюнхенскому конгрессу) среднее суточное увеличение нагрева электродвигателя на ганноверских железных дорогах при пользовании им в качестве тормоза (коротким замыканием) выразилось для якоря в $7,7^{\circ}\text{C}$ и для обмоток электромагнита в $10,1^{\circ}\text{C}$, сверх обычного нагрева. По другим исследованиям дополнительный нагрев якоря достигал 36%, а электромагнитов — 47,2% от нормального нагрева без пользования электродинамическим тормозом.

Наконец, при сравнении экономичности следует учесть, с одной

стороны, некоторый износ трущихся частей в механических тормозах, с другой стороны, при электродинамическом торможении необходимость применения жестких передач от электродвигателя к приводу (зубчатых), а при частом торможении — постепенный износ зубцов на нерабочей стороне от обратного направления действия ротора при торможении, что ведет со временем к некоторой „игре“ зубчатого сцепления и ударному торможению.



Фиг. 125.

4. В отношении надежности действия. Необходимо отдать предпочтение второму способу (замыкание на реостат), так как здесь торможение происходит независимо от рабочей сети за счет живой силы привода, а буксование при торможении движения по рельсам хотя и не исключается, но не может иметь той длительности, вследствие прекращения тормозного действия при остановке колес привода и ротора электродвигателя.

5. В отношении точности действия. Высказывая суждение лишь в области электрификации движения на фабриках и заводах и не вдаваясь в рассмотрение многочисленных электрических схем, относимых к специальному курсу, надо сказать, что эти схемы управления пуском весьма тонко разработаны в настоящее время, причем достигнута большая точность ответственной работы литейных и монтажных кранов, где спуск тяжелых грузов осуществляется на доли сантиметра для серийно-двигателя при схеме с сильным возбуждением (фиг. 125).

Остановимся лишь на 2—3 схемах кранового типа для иллюстрации сказанного выше о торможении.

Изменение сопротивления в цепи ротора двигателя, а также всевозможные способы переключения самого двигателя производятся при вращении рукоятки в обе стороны от нулевого положения (показанного на чертеже фиг. 125 буквой А). *) Движение конца рукоятки по направлению часовой стрелки соответствует подъему груза. При переходе рукоятки с контакта I до 5 производится последовательное выключение ступеней реостата, $R_1, R_2 \dots$ и двигатель увеличивает число оборотов. При вращении рукоятки против часовой стрелки от нулевого положения двигатель включается на спуск. При включении на контакт I серийно-двигатель работает с независимым возбуждением. Обмотка индукторов включена на сеть через сопротивление $R_1 + R_2 + R_3$, и якорь начнет проворачиваться, если вес груза настолько значителен, чтобы преодолеть тормозной момент двигателя. При дальнейшем переключении на второй контакт двигатель оказывается замкнутым на себя через сопротивление $R_1 + R_2$. Груз начинает разворачивать его с большей скоростью, нежели на контакте I, и скорость установится опять тогда, когда моменты грузовой и тормозной сравняются. Дальнейшим переключением на контакты III и IV увеличивается сопротивление, включенное в цепь якоря, на величины R_3 и R_4 , двигатель переходит на более крутые характеристики (фиг. 51), что вызывает постепенное повышение скорости спуска.

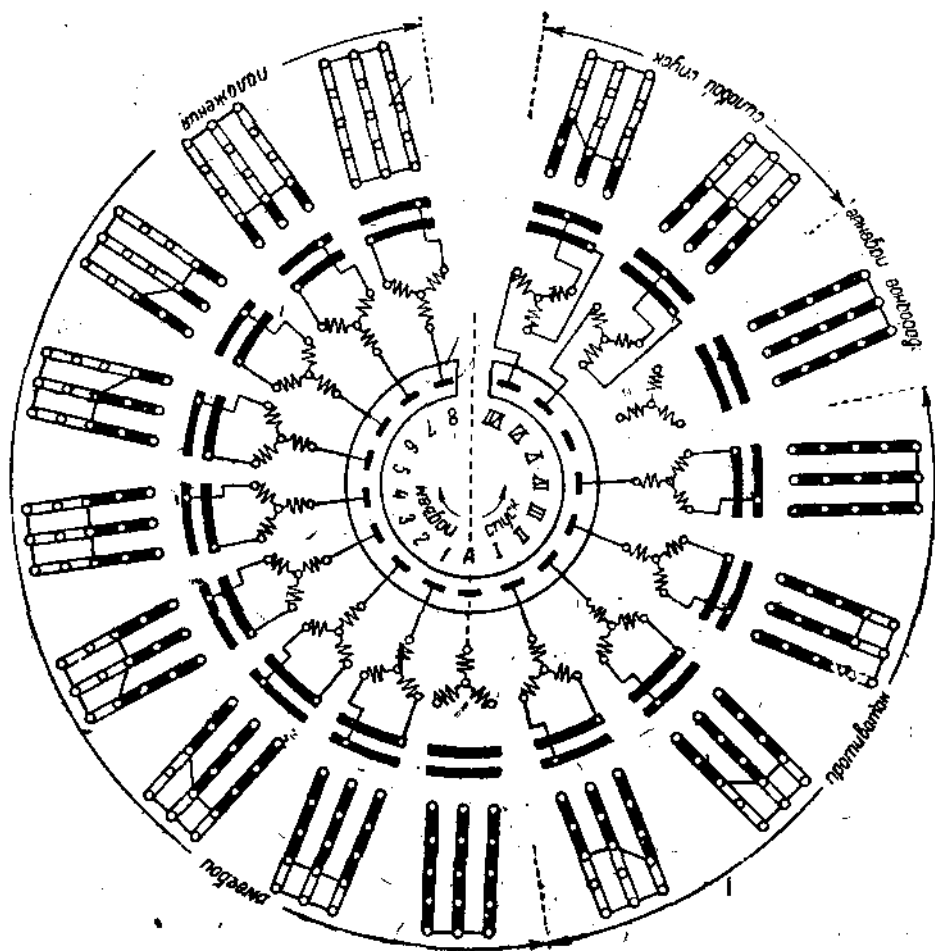
При переходе на контакт В якорь двигателя совершенно отключается от сети и предоставлен только действию грузового момента. На контакте В имеет место свободное падение груза.

Однако может случиться, что груз окажется настолько незначительным, что развиваемый им тормозной момент недостаточен не только для преодоления тормозного момента двигателя на спусковых контактах I, II, III и IV, но и того трения, которое имеет место в промежуточных передачах, когда двигатель отключен совершенно от сети (контакт В). В таком случае приходится приложить некоторое усилие со стороны двигателя, чтобы привести груз в движение, т. е. перейти к так называемому силовому спуску.

Для этой цели служат спусковые контакты 1, 2, 3, 4 и 5, следующие за контактом В. На этих контактах момент, развиваемый двигателем, совпадает с грузовым моментом, причем при переходе с контакта I к контакту 5 сопротивление, включаемое в якорь, постепенно уменьшается, и груз начинает опускаться быстрее.

*) Отдельные схемы по ступеням представлены радиально против каждого контакта.

увеличение сопротивления в цепи якоря при переходе с контакта на контакт позволяет постепенно увеличивать скорость спуска подобно тому, как это было в схеме фиг. 125. Следующий за этим контакт VI включает двигатель на сеть в сторону спуска. В отличие от схемы фиг. 125 контакт свободного падения здесь отсутствует. Для того чтобы избежать большого числа оборотов двигателя, напряжение подводится не непосредственно к якорю двигателя, а примерно в середину тормозного сопротивления, вследствие чего образуются две параллельных ветви: цепь якоря + тормозное сопротивление и цепь возбуждения + тормозное сопротивление. Двигатель работает



Фиг. 127.

теперь как шунтовой с включенным в якорь сопротивлением и с переключенной, против подъемного положения, обмоткой возбуждения. При переходе на следующие контакты VII и VIII точка подвода тока переносится ближе к якорю, последовательно с обмот-

кой возбуждения оказывается включенным уже большее сопротивление. Этим вызывается ослабление магнитного потока и одновременное повышение напряжения на якоре.

В случае невнимательности крановщика опасаться чрезмерного повышения числа оборотов здесь не приходится, и в самом критическом случае этот способ включения дает повышение скорости не более 100% сверх нормальной.

На фиг. 127 представлена аналогичная схема для трехфазного асинхронного двигателя. Статор соединен звездой. Обмотка ротора на чертеже не обозначена, нанесено только сопротивление, включаемое в ротор. Схема имеет 16 положений.

Положение А соответствует нулевому положению — двигатель выключен. Контакты, расположенные в направлении часовой стрелки от I до 8 включительно, относятся к работе двигателя на подъем, контакты I—VII — к работе на спуск. При переводе рукоятки с положения А на первый подъемный контакт в ротор двигателя включается сопротивление, состоящее из трех ступеней. При переходе на контакт 2 выключается одна секция одной из фаз, при переходе на контакт 3 выключается такая же секция второй фазы и т. д. (схема Каленберга*). На контакте 8 весь реостат ротора выключен, и двигатель вращается с полным числом оборотов.

При вращении рукоятки против часовой стрелки, считая от положения А, производится спуск груза, причем на контактах I, II, III, IV спуск производится по схеме противотока. При постановке рукоятки на контакт I в ротор двигателя включено такое минимальное возможное сопротивление, чтобы сила тока статора не превосходила допускаемой величины (обычно на 10% выше нормальной).

При положении рукоятки на контакте II сопротивление в роторе увеличивается, что ведет к повышению скорости вращения двигателя и увеличению скорости спуска груза; на следующих положениях III и IV сопротивление ротора еще увеличивается, а скорость спуска постепенно повышается. На контакте V двигатель отключен от сети, скорость достигает максимальной величины. Это положение свободного падения подобно контакту В первой из описанных схем (фиг. 125).

На контактах I—V можно производить спуск только тяжелых грузов, вес которых достаточен для того, чтобы создать грузовой момент больше развиваемого двигателем и протянуть груз в сторону спуска. Легкие грузы не будут опускаться на этих положениях, наоборот — они будут подниматься вверх. Чтобы сделать возможным плавный спуск легких грузов, существуют контакты VI и VII — так называемые контакты силового спуска. Принцип работы на этих контактах тот же, что и на постоянном токе. Как видно из схемы, две фазы обмотки статора переключаются, и двигатель производит спуск груза. Уменьшение сопротивления в цепи ротора при переходе с контакта VI на контакт VII способствует повышению скорости спуска.

*) Как будет сказано далее в гл. VII — о выборе реостатов — схема Каленберга значительно уменьшает число контактов реостата.

§ 12. Работа двигателей на автоматической характеристике.

В заключение обзора механических свойств электродвигателей с помощью универсальных характеристик остается сказать несколько слов о третьей разновидности движения — периоде установившейся работы.

Строго говоря, практика электрического привода не дает примеров такой работы сколько-нибудь длительной, так как в течение даже самой ровной работы (например работы электродвигателей на трансмиссионный привод большого числа мелких станков) фактически имеет место ряд непрерывных нарушений равенства моментов движущего M_m и сопротивления M_c , но нарушения эти настолько невелики, что электродвигатель быстро и автоматически их восстанавливает, работая на своей автоматической характеристике.

Итак, к третьему периоду отнесем работу электродвигателя на автоматической характеристике; при этом самый вид последней дает ясное представление, как поведет себя тот или другой двигатель, будучи предоставлен самому себе, если нагрузка или, что то же, момент сопротивления будет плавно изменяться от нуля до нормальной величины и даже далее — до максимальной перегрузки.

Сделаем общую сводку для наиболее употребительных двигателей.

а) Постоянный ток.

Мы уже назвали характеристику шунтового двигателя жесткой в виду того, что он жестко поддерживает число оборотов при изменениях нагрузки. Незначительный наклон автоматической характеристики, определяемый величиной $B' = K \frac{R}{\Phi^2}$ [ур-ние (45)], обуславливается, следовательно, при внешнем сопротивлении $R_w = 0$ величиной сопротивления якорной обмотки R_a , а так как последняя с ростом мощности электродвигателя относительно уменьшается, то жесткость характеристики шунтового электродвигателя растет с мощностью.

Так, падение числа оборотов Δn от холостого хода до полной нагрузки (фиг. 42) для электродвигателей мощностью:

до 1 kW	составляет	8—5%
5 kW	"	5—3
20 kW	"	3—2
свыше 50 kW	"	1

Низший предел процентного падения оборотов — для электродвигателей быстроходных и высоковольтных.

Предполагается, что при переходе от холостого хода к полной нагрузке щетки несколько сдвигаются, во избежание искрения.

У электродвигателей с дополнительными полюсами, где щетки не сдвигаются и где к сопротивлению якорной обмотки присоединяется сопротивление дополнительных полюсов, указанные нормы достигают двойной величины.

Практически число оборотов шунтового электродвигателя можно считать независимым от нагрузки—свойство, незаменимое для многих приводов, например отдельных станков и целых трансмиссий.

Однако, в исключительных случаях, например в приводах некоторых машин бумажного производства, даже такая жесткость является недостаточной, и особыми приемами достигается искусственное увеличение жесткости до $1\frac{1}{2}\%$ (см. далее).

Серийный и компаундный электродвигатель обладают мягкой автоматической характеристикой, причем в последнем характеристика может быть сделана произвольно более жесткой, вплоть до жесткости шунтового двигателя, соответственным усилием шунтовой обмотки возбуждения. Так, течение кривых может быть охарактеризовано средними цифрами нижеприведенной таблицы для трех типов:

ТАБЛИЦА 3.

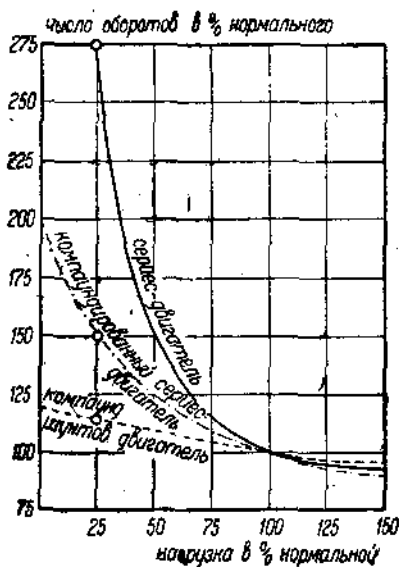
Нагрузка в % нормальной	Число оборотов в % нормального (серийс-двигатель)	Число оборотов в % нормального (компаунд.-двиг.) $\frac{2}{3}$ ампер-витков серийс.	Число оборотов в % нормального (компаунд.-двиг.) $\frac{1}{8}$ ампер-витков серийс.
0	—	200	120
25	275	150	115
50	150	125	110
75	115	110	105
100	110	100	100
125	94	—	—
150	89	94	96

На основании приведенной таблицы 3 построены кривые на чертеже (фиг. 128), характеризующие указанные три типа.

Такие компаунд-моторы имеют и определенную сферу работы: двигатель с резко выраженными серийными свойствами, т. е. с более мягкой характеристикой, применяется в подъемных устройствах, лифтах и т. д., а двигатель с более жесткой характеристикой—в приводах, снабженных маховиком (прокатные станы и т. д.), причем эта жесткость, обычно 10—30%, определяет степень работы маховика.

Здесь в обоих случаях подразумевается, что поток и серийной и шунтовой обмоток компаундного электродвигателя направлены в одну сторону.

Случай применения обмоток, действующих в разные стороны (противокомпаунд), т. е. с „возвышающейся“ характеристикой, чрез-



Фиг. 128.

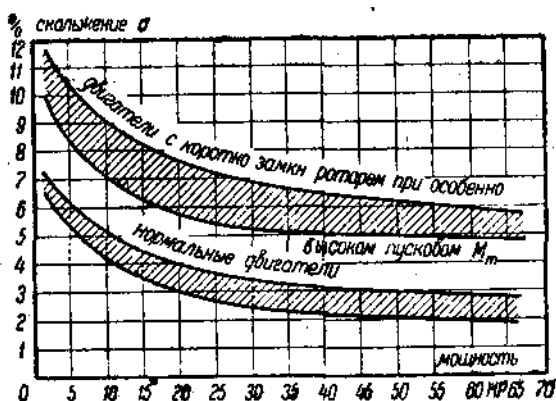
вычайно редки и не безопасны, так как сильный толчок тока может настолько ослабить поле, что электродвигатель будет поврежден.

б) Переменный ток.

Асинхронные электродвигатели одно- и трехфазного тока дают почти такую же жесткую характеристику, как и шунтовые двигатели постоянного тока. Для двигателей с контактными кольцами так называемое „скольжение“ выражается в процентах, в среднем:

для мощности от	1 kW	...	7%
"	10 kW	...	4%
"	50 kW	...	2,5%
"	выше 100 kW	...	1—2%

Для тихоходных цифры на 1—2% выше, для быстроходных — на 1—2% ниже. Для электродвигателей с коротко-замкнутым ротором и достаточным начальным моментом указанные нормы надо удвоить (фиг. 129) вследствие увеличенного сопротивления.



Фиг. 129.

По указаниям фирмы Сименс Шуккерт (см. каталог М—6, 1928 г., стр. 10) характеристику асинхронных двигателей можно считать прямолинейной до нагрузки $5/4 P_{ном}$, т. е. до перегрузки на 25%.

Таким образом, если скольжение при нормальной нагрузке равно 2%,

то при перегрузке ($5/4 P_{ном}$) оно будет 2,5%.

При перегрузке свыше 25% скольжение будет увеличиваться быстрее увеличения нагрузки (фиг. 60).

Необходимо заметить, что на жесткость характеристики, помимо R , влияют, правда в неизмеримо меньшей степени, и другие параметры механической характеристики [уравнение (58)], а именно p , f и E или V .

Так как однако ни одна из этих величин (кроме f) не входит в выражение скольжения $\sigma_k = \frac{R}{X}$, соответствующего опрокидывающему моменту, т. е. точки перегиба механической характеристики, то изменение жесткости при номинальной нагрузке $M_{ном}$ будет характеризоваться отношением $\frac{\sigma'_{ном}}{\sigma''_{ном}}$, т. е. приблизительно отношением

$\frac{M'_k}{M''_k}$ (фиг. 138): например, при изменении напряжения на 10% M_k изменится почти на 20%, и, следовательно, жесткость также на 20%.

В отношении влияния частоты f дело несомненно сложнее, так как если уменьшение ее вызывает увеличение M , то одновременно и увеличение $\sigma_k = \frac{R}{X}$, и следовательно влияние на жесткость здесь менее заметно (фиг. 137).

Наконец, коллекторные двигатели одно- и трехфазного тока, как уже сказано, дают характеристики, весьма близкие к соответствующим постоянного тока.

Так, по В. Jacobi (Elektromotorische Antriebe, 1920 г.) жесткость шунтовых коллекторных двигателей может быть выражена 7—40%. Для двигателей Шраге фирма „Асеа“ указывает жесткость в 8—40%.

Сервис-двигатели дают такой же разгон при холостом ходе, а компаундированием можно получить такое же промежуточное течение характеристик, как в постоянном токе.

Заключим наш обзор механических свойств электродвигателей общей сводкой известных из электромеханики регулировочных свойств электродвигателей, придерживаясь по возможности принятого метода, т. е. исходя из механических характеристик.

§ 13. Регулирование электродвигателей постоянного тока.

Из уравнения $n = \frac{V - iR}{a \cdot \Phi}$, служившего для построения механических характеристик, вытекают два основных метода регулировки числа оборотов электродвигателя вниз и вверх, а именно:

- 1) метод изменения подводимого к клеммам напряжения V и
- 2) метод изменения поля Φ .

1) При постоянной величине напряжения сети V подводимое к клеммам напряжение можно менять одним из следующих способов:

а) путем поглощения части напряжения V в реостате R_w , вводимом в якорную цепь последовательно с якорем; напряжение этим можно только уменьшать и, следовательно, регулировать скорость только вниз.

Однако, помимо отмеченного выше при построении путями механических характеристик влияния последовательного сопротивления на самые свойства электродвигателя (характеристика становится мягче), способ этот крайне неэкономичен при длительной регулировке.

Так, потери в реостате можно выразить, принимая сопротивление якоря $R_a \ll 0$ по сравнению с великим сопротивлением R_w :

$$W = i_a^2 R_w = i_a (i_a R_w) = k i_a \left(\frac{V - 0}{k} - \frac{V - i_a R_w}{k} \right) = k i_a (n_{\text{ном}} - n). \quad (186)$$

Отсюда видно, что потери оказываются пропорциональными степени регулировки, т. е. разности чисел оборотов; следовательно при регулировке вниз на 50% в реостате будет теряться около 50% всей подводимой к электродвигателю энергии;

б) последовательным включением двух электродвигателей в сеть постоянного напряжения и, следовательно, уменьшением вдвое напряжения, подводимого к клеммам каждого электродвигателя; способ экономный, но также дающий регулировку оборотов только вниз и притом резким скачком 1:2. Так как при этом требуется наличие двух электродвигателей, то применение его ограничено;

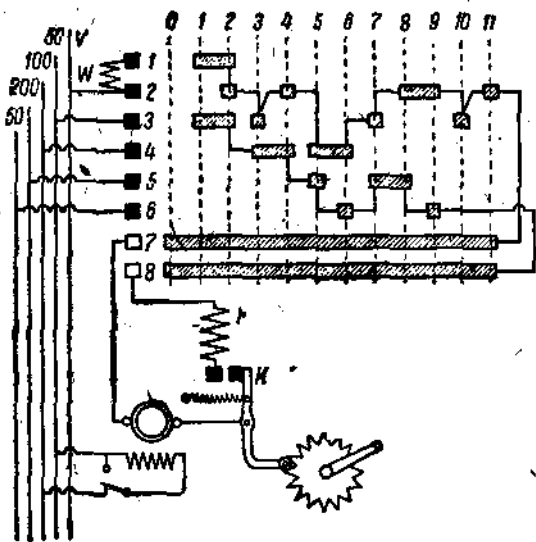
в) путем создания местной сети с регулируемым независимым от общей заводской сети напряжением, т. е. по системе Леонарда или "противосоединения". Этот способ экономичен, позволяет регулировать число оборотов как вверх, так и вниз в весьма широких пределах и почти без искажения основных механических свойств электродвигателя (фиг. 43, гл. II).

Единственным препятствием к широкому распространению этого способа служит лишь высокая первоначальная стоимость установки. Поэтому он применяется для случаев особенно широкой и плавной регулировки, как например при электрификации ситцепечатных, бумагоделательных машин, насосных установок и т. д.;

д) наконец, значительных пределов регулировки можно достичь, изменяя подводимое напряжение помощью так называемой многопроводной системы. Применением

трехпроводной системы (например 2×220 вольт) и электродвигателя на 440 вольт с пределом регулировки 1:2 в итоге достигается регулировка 1:4.

Теоретически в этом направлении можно было бы идти очень далеко, но в виду того, что каждое подразделение требует своего генератора или по меньшей мере уравнивателя, практически дальше пятипроводной системы не идут. В этом случае, если принять (фиг. 130) между проводами напряжение 50, 100, 200 и 50 вольт, т. е. между крайними 400 вольт, то такая система дает 8 ступеней изменения напряжения (от 50 до 400 вольт), т. е. позволяет довести предел регулировки до 1:16*). В положении I контроллера к якору электродвигателя подводится напряжение $V = 50$ вольт, причем последовательно еще включено сопротивление, которое в положении 2 выводится. На контакте 3 якорь включается между вторым и третьим проводами, т. е. на 100 вольт его число оборотов удваивается. На контакте 4 якорь получает напряжение 150 вольт



Фиг. 130.

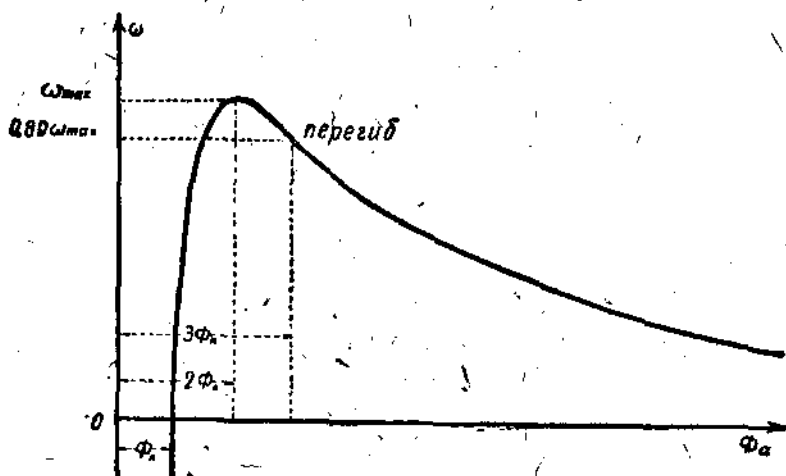
*) Если двигатель регулируется кроме того изменением поля Φ в пределах 1:2.

(между первым и третьим проводами) и т. д. восемью ступенями вплоть до 400 вольт, когда двигатель выходит на автоматическую характеристику.

Обмотка электромагнитов включена на определенное напряжение независимо от контроллера, во избежание искрения от экстра-токов при случайных выключениях ее контроллером.

Угольный контакт K , размыкаемый каждый раз прежде чем медный палец контроллера покинет свое начальное положение, предохраняет медные пальцы от обгорания.

2) Регулировка по второму методу, изменением поля Φ , осуществляется весьма экономично и плавно в виду того, что ток возбуждения составляет всего 2—3% от якорного тока, и реостат в цепи возбуждения получается дешевым и компактным, несмотря



Фиг. 131а.

на большое число контактов. Как уже было установлено в гл. II, величина Φ , входя в выражение углового коэффициента $B' = K \frac{R}{\Phi^2}$ механической характеристики, влияет на наклон ее, т. е. на жесткость (фиг. 43).

Однако в значительных пределах регулировка достигается только вверх в сторону увеличения числа оборотов, так как нормально электродвигатели работают на перегибе кривой Гопкинсона; следовательно, большого увеличения потока Φ для регулировки вниз достигнуть нельзя, по крайней мере с нормальными типами электродвигателей. При значительном ослаблении поля Φ механические характеристики двигателя под влиянием реакции якоря искажаются и становятся мягче (фиг. 43, гл. II).

Зависимость угловой скорости от магнитного потока Φ в общем виде для шунтового двигателя выражается формулой (45'):

$$\omega = \frac{V}{\alpha' \Phi_a} - \frac{gR}{\eta \alpha'^2 \Phi_a^2} M_m$$

и при постоянных V , R и M_m графически представится в виде кубической гиперболы, изображенной на фиг. 131а, в функции Φ , где

$$\omega_{m1} = \frac{0,25 \eta V i_k}{g M_m} = \frac{0,25 \eta V^2}{g M_m R}, \text{ а } \Phi_k = \frac{M_m g}{\eta \alpha' i_k} = \frac{M_m g R}{\eta \alpha' V}.$$

Исходя из основного уравнения (2), легко определить закон изменения тока i во времени, если скорость шунтового двигателя изменяется путем ослабления магнитного потока Φ при $M_m = \text{const.}$

В самом деле, по формуле дифференцирования сложных функций имеем:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{di} \cdot \frac{di}{dt}.$$

Вычисляя $\frac{d\omega}{di}$ из уравнения

$$\omega = \frac{V - iR}{\alpha' \Phi} = \eta \frac{V - iR}{g M_m} i,$$

получим:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{di} \frac{di}{dt} = \eta \frac{V - 2Ri}{g M_m} \cdot \frac{di}{dt}$$

или, подставляя в уравнение (2):

$$\begin{aligned} M_m &= M_s + J \frac{d\omega}{dt} = \\ &= M_s + \frac{\eta J}{g M_m} (V - 2Ri) \frac{di}{dt} \end{aligned}$$

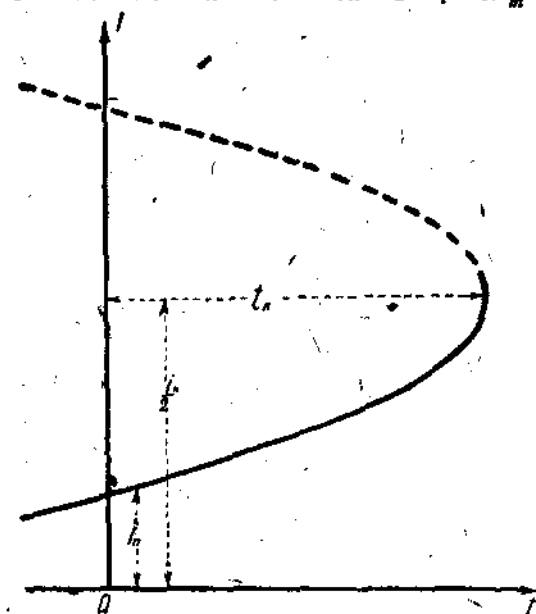
Разделяя переменные, интегрируя и определяя произвольную постоянную из условия $i = i_n$ при $t = 0$, получим:

$$g \frac{(M_m - M_s) M_m t}{\eta J} = V(i - i_n) - R(i^2 - i_n^2), \quad (186)$$

откуда следует, что зависимость i от t в этом случае представляется в виде параболы 2-го порядка, изображенной на фиг. 131б. Из кривой видно, что при данных V и R увеличение скорости может продолжаться лишь до тех пор, пока i , возрастая, не достигнет величины $i = \frac{V}{2R}$. При дальнейшем ослаблении поля, как видно из кривой фиг. 131а, скорость начинает вновь падать и при $i = \frac{V}{R}$ становится равной нулю.

Зависимость ω от i в явной форме для рассматриваемого случая разгона двигателя может быть получена из вышеуказанного уравнения:

$$\frac{d\omega}{dt} = \eta \frac{V - 2Ri}{g M_m} \frac{di}{dt}$$



Фиг. 131б.

$$d\omega = \frac{\eta}{gM_m} (V - 2Ri) di.$$

Интегрируя это уравнение и определяя произвольную постоянную интегрирования из условия $\omega = \omega_n$ при $i = i_n$, найдем:

$$\omega = \omega_n + \frac{\eta}{gM_m} [V - R(i + i_n)](i - i_n). \quad (187)$$

Отсюда следует, что ω достигает значения $\omega_{\max}$

при $i = \frac{V}{2R} = \frac{i_k}{2}$. Кривая

зависимости $\omega = F(i)$

представлена на фиг. 131с.

Кривая вполне подтверждает заключение о пределе

увеличения ω с уменьшением Φ : ω растет до $\omega_{\max}$,

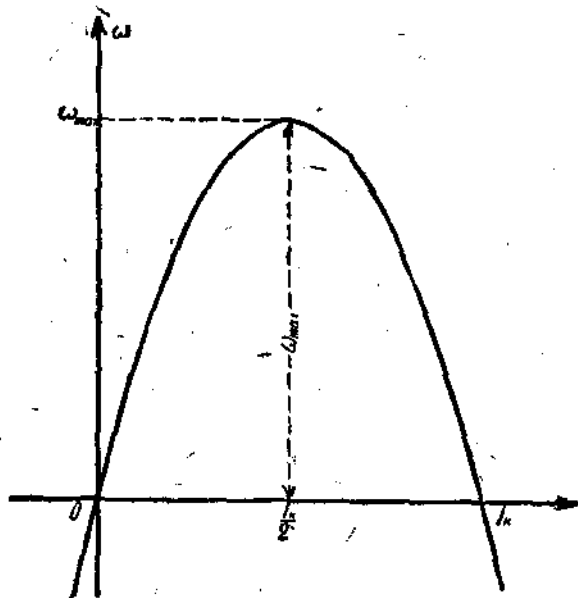
когда сила тока становится

равной $\frac{i_k}{2}$.

Потери в обмотках двигателя за время разгона

t'_b с постоянным моментом M_m и уменьшающимся потоком Φ , легко могут быть вычислены по формуле:

$$W = R \cdot \int_0^{t'_b} i^2 dt.$$



Фиг. 131с.

Выражая потери только через силу тока i_n при установившемся нормальном режиме (при полном потоке) и через силу тока i при ослабленном потоке и при некоторой повышенной скорости

$$\begin{aligned} W &= \int_{\omega_n}^{\omega} i^2 R dt = \frac{\eta J R}{g M_m (M_m - M_s)} \int_{i_n}^i (V - 2Ri) i^2 dt = \\ &= \frac{\eta J R^2}{g \cdot M_m (M_m - M_s)} \left(\frac{i_k^3 - i_n^3}{3} - \frac{i^3 - i_n^3}{2} \right) \end{aligned} \quad (188')$$

Или несколько иначе, выражая потери по формуле:

$$W = \int_{\omega_n}^{\omega} R i^2 \frac{J}{M_B} d\omega = \frac{J R}{M_m - M_s} \int_{\omega_n}^{\omega} i^2 d\omega,$$

подставляя вместо i его выражение через ω из квадратного уравнения (187).

Таким образом получим:

$$\begin{aligned}
 W = & \frac{JR}{M_B} \left\{ \frac{i_k^2}{2} (\omega - \omega_n) - \frac{g M_m}{2 \eta R} (\omega^2 - \omega_n^2) - \right. \\
 & \left. - \frac{2 \eta R i_k}{3 g M_m} \left[\left(\sqrt{\left(\frac{i_k}{2} \right)^2 - \frac{g M_m}{\eta R} \omega_n} \right)^3 - \left(\sqrt{\left(\frac{i_k}{2} \right)^2 - \frac{g M_m}{\eta R} \omega} \right)^3 \right] \right\} = \\
 = & \frac{JR}{M_B} \left\{ \frac{i_k^2}{2} (\omega - \omega_n) - \frac{g M_m}{2 \eta R} (\omega^2 - \omega_n^2) - \right. \\
 & \left. - \frac{2 \eta R i_k}{3 g M_m} \left[\left(\frac{i_k}{2} - i_n \right)^3 - \left(\frac{i_k}{2} - i \right)^3 \right] \right\}, \quad (188)
 \end{aligned}$$

где ω_n и i_n — начальные (нормальные), а ω и i — конечные значения угловой скорости и тока.

По этой формуле могут быть вычислены потери в обмотках двигателя за время разгона его от ω_n до ω путем ослабления магнитного потока, вызывающего при постоянном значении M_m соответственное возрастание тока от величины i_n до величины i .

Обычно как пуск двигателя под реостатом, так и разгон его выше нормальной скорости путем ослабления магнитного потока Φ , совершается при постоянной силе тока.

Зависимость P_m и M_m от ω для этого случая может быть получена из основного уравнения:

$$P_m = M_m \omega = \frac{\eta}{g} E i = \frac{\eta}{g} i (V - i R),$$

откуда

$$\omega = \eta i \frac{V - i R}{g \cdot M_m}.$$

Если i , V и R — постоянны, то при изменении Φ кривая $\omega = f(M_m)$ представится в виде гиперболы 2-го порядка, а P_m окажется независимой от ω (не учитывая влияния реакции якоря, ухудшающей коммутацию при ослабленном поле и вызывающей соответственное понижение допустимой мощности).

Если же постоянным будет Φ и i , а напряжение V на клеммах ротора (при регулировании по схеме Леонарда) или сопротивление R в цепи ротора (при регулировании скорости реостатом) будут изменяться, то согласно основному уравнению:

$$M_m = k i \Phi$$

вращающий момент двигателя будет постоянным, а мощность P_m в функции ω представится в виде прямой:

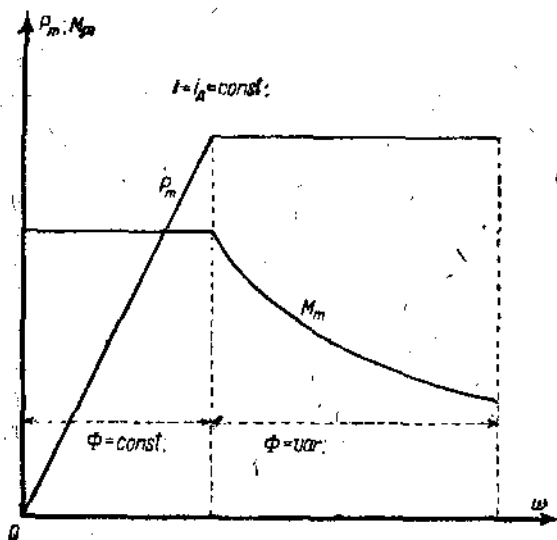
$$P_m = M_m \omega = k' \cdot \omega.$$

На фиг. 131d представлены зависимости M_m и P_m от ω для случая $i = \text{const}$ при Φ постоянном и переменном.

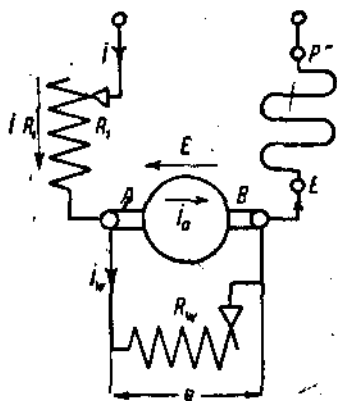
Из кривых видно, что при увеличении скорости двигателя с по-

стойным пусковым током i путем ослабления поля Φ механическая мощность двигателя, в случае V и R постоянных, остается неизменной по величине, за счет падения величины вращающего момента.

Метод регулирования скорости изменением поля, в виду его экономичности и плавности, весьма распространен в применении



Фиг. 131d.

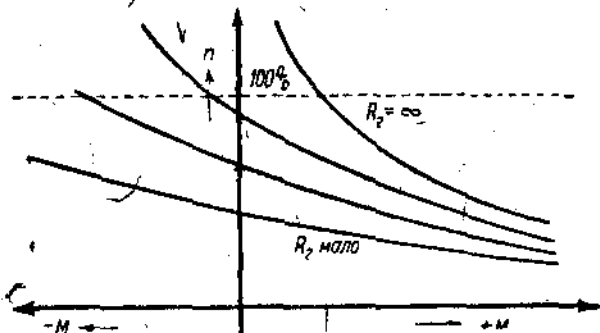


Фиг. 132.

к шунтовым и компаундным электродвигателям, а в серийных он может быть осуществлен одним из следующих способов:

а) Способ шунтирования якоря регулируемым сопротивлением R_w (фиг. 132).

При этом поле будет возбуждаться суммой токов i_a и i_w , т.е. регулировка может быть только вниз в пределах, допускаемых насыщением магнитной цепи. По мере уменьшения сопротивления R_w и, следовательно, увеличения силы тока i_w , идущего помимо якоря, электродвигатель будет, понижая число оборотов, изменять и свои механические свойства, приближаясь по жесткости к шунтовому (фиг. 133). Этот способ не экономичен, так как через индукторную обмотку идет значительный ток помимо якоря.



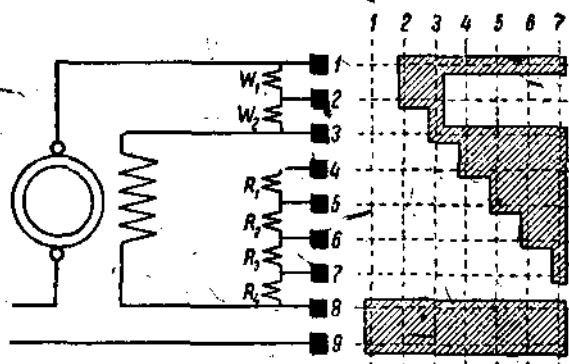
Фиг. 133.

б) Экономичнее способ шунтирования индукторной

обмотки (фиг. 134). Регулировка, следовательно, возможна лишь вверх — ослаблением поля.

В положении 1 контроллера электродвигатель находится в нормальной работе с нормальным числом оборотов, в положении 7 имеет наивысшее число оборотов. Способ распространен в трамвайных контроллерах вместе с последовательно-параллельной регулировкой.

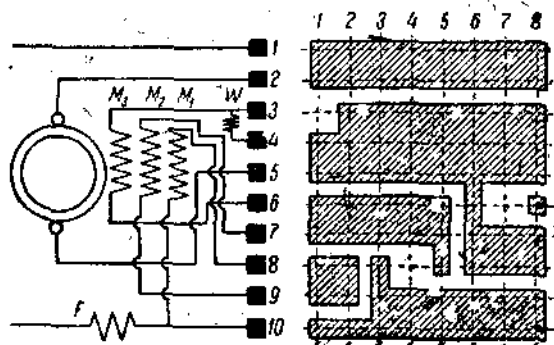
с) Наконец, известный способ Спраге: переключением секций индукторной обмотки в различных комбинациях последовательно и параллельно (фиг. 135).



Фиг. 134.

Так, в положениях 1 и 2 все три секции соединены последовательно, в положении 8 — все параллельно между собой и последовательно с якорем. В положении 2 контроллера поток Φ наибольший и скорость нормальная, а в положении 8 поток наименьший и скорость наибольшая. Следовательно, регулировка только вверх. Способ экономичен в эксплуатации, но двигатели ненормальны и поэтому дороги. Кроме того, регулировка производится лишь небольшим количеством ступеней скорости.

Выясним теперь пределы регулировки вверх, достигаемые в шунтовых и компа-



Фиг. 135.

ундных электродвигателях уменьшением потока Φ .

а) Со стороны электрической, т. е. условий коммутирования, можно принять для электродвигателей малых и средних мощностей, без дополнительных полюсов, в среднем следующие пределы:

при напряжении	110	V	до 60%	} вверх от нормального числа оборотов
"	220	"	до 35%	
"	440—500	"	до 15%	

Для электродвигателей крупных мощностей пределы меньше. Отсюда видно, что нормальная способность к регулировке падает с увеличением напряжения, так как вследствие увеличения числа

проводников в якорных шпупах самоиндукция растёт, способствуя появлению искрения.

При наличии дополнительных полюсов пределы регулирования вверх весьма сильно повышаются, а именно:

для электродвигателей мощностью	до 5 kW —	до 500%
"	" 10 kW —	" 400%
"	" выше 10 kW —	" 300%

б) Со стороны механической, т. е. крепления якорной обмотки, бандажей и коллектора для типовых электродвигателей без дополнительных полюсов предел обычно ставится невысокий: 15—25% вверх от нормального числа оборотов.

Для специальных электродвигателей, предлагаемых для работы с широкой регулировкой, все эти части соответственно укрепляются.

§ 14. Регулирование асинхронных электродвигателей переменного тока.

Самым слабым местом в их механических свойствах является неудовлетворительная регулируемость.

По существу, исходя из механических характеристик, методы регулировки скорости для электродвигателей переменного тока те же, что и в постоянном токе, т. е. либо:

а) метод пользования переходными характеристиками, как при пуске, путем изменения параметра R , т. е. изменения наклона (жесткости) характеристики (фиг. 60), либо:

б) метод изменения точки пересечения автоматической характеристики с осью ординат передвижением ее вверх и вниз почти параллельно самой себе, причем изменяется скорость холостого хода, но наклон почти не изменяется.

а) Регулирование с изменением механической характеристики.

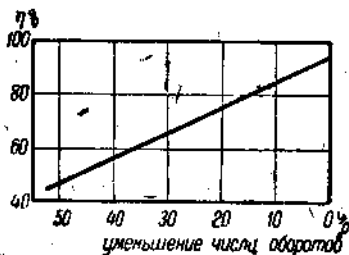
Первый метод последовательного включения реостата в ротор имеет те же недостатки, что и в постоянном токе, а именно:

1) Во-первых, не экономичен, как видно из приведенного выше уравнения $W = P_2$, где P_2 — мощность, передаваемая магнитным полем ротору: при понижении числа оборотов на 50%, в виду пропорциональности потерь скольжению, в реостате теряется 50% энергии, передаваемой ротору. Как видно отсюда, полезная мощность P_m уменьшается пропорционально скорости, т. е. момент вращения остается постоянным. Однако, практически, вследствие уменьшения вентиляции и, следовательно, отдачи тепла при пониженной скорости, нормальные двигатели (с самовентиляцией) могут выдержать постоянство момента только при кратковременной регулировке вниз — не свыше 20—30 минут (при последующей паузе в 60—120 мин.). При длительной регулировке вниз допустимый момент вращения понижается, как видно из табл. 4, составленной по данным фирмы Сименс-Шуккерт.

ТАБЛИЦА 4.

Число оборотов, % . . .	100	90	80	70	60	50	40
Вращ. момент M_m , % .	100	96	91	85	80	72	62
Мощность P_m , %	100	86	73	60	48	36	25

Вообще регулирование ниже 60% вниз не допускается, кроме случаев привода с вентиляторным моментом сопротивления, где мощность понижается с 3-й степенью числа оборотов ($P \propto n^3$) и где регулировка допустима до 80% вниз.



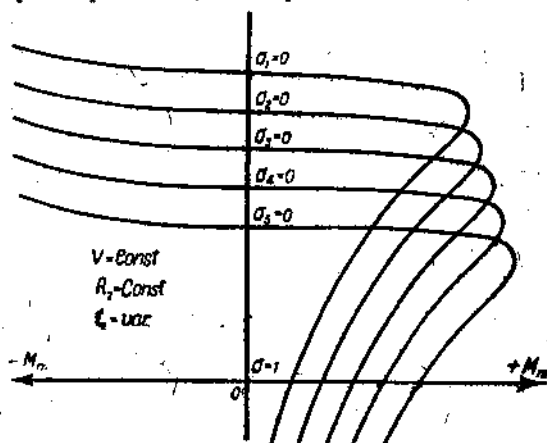
Фиг. 136.

При независимой вентиляции двигатель может выдержать полный момент вращения при всяких пределах регулировки вниз.

На чертеже (фиг. 136) дана зависимость коэффициента полезного действия асинхронного двигателя от степени регулирования, причем по оси абсцисс отложено уменьшение числа оборотов в процентах вниз от нормального.

2) Во-вторых, он искажает механические свойства электродвигателя, давая переходные характеристики, не параллельные автоматической, а все более мягкие по мере введения реостата. При этом работа становится все менее устойчивой, как видно было из универсальных кривых.

3) Третьим недостатком его так же, как и в постоянном токе, является возможность регулирования только вниз, причем для однофазных двигателей в очень узких пределах: не более 30% вниз от нормальной скорости при полной нагрузке, так как при включении слишком большого сопротивления они совершенно теряют тяговое усилие.



Фиг. 137.

б) Регулирование без изменения характеристики M_m .

Второй метод может быть осуществлен различными путями. Исходя из того, что синхронное число оборотов $n_0 = \frac{1}{p}$, выражае-

мое ординатой точки пересечения автоматической механической характеристики с осью ординат, определяется здесь иными факторами, чем в двигателях постоянного тока, пути осуществления этого метода здесь несколько отличны, хотя внешне подобны: изменением либо числителя, либо знаменателя выражения n_0 .

1) Первый вариант регулирования скорости асинхронного двигателя, путем изменения числа периодов питающего тока f , представлен на фиг. 137. Как уже сказано, жесткость характеристики при этом не меняется, если не считать незначительного влияния увеличения M_k при одновременном увеличении σ_k в случае понижения f [ур-ние (58^а)].

Однако этот способ регулирования скорости не получил широкого распространения, в виду целого ряда неудобств.

Прежде всего он требует установки особого генератора, рассчитанного на полную мощность регулируемого двигателя.

Кроме того, применяя для этой цели нормальный синхронный генератор, мы можем изменять частоту его тока только путем изменения скорости, что связано с необходимостью установки первичного двигателя, допускающего достаточно плавную регулировку скорости в надлежащих пределах *).

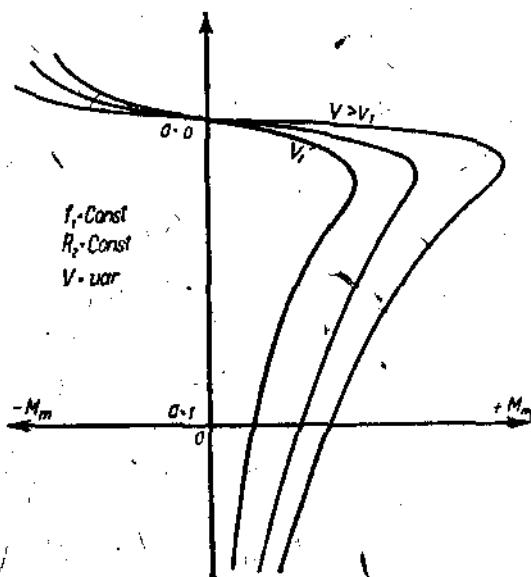
Из выражения для величины опрокидывающего момента асинхронного двигателя:

$$M_k = \frac{2k_2^2 \omega_2^2 p m_2}{10^{18} \pi^2 g L^2} \Phi^2 = \frac{k_2^2 \omega_2^2 p m_2}{8 \pi^2 g L_2 k_1^2 \omega_1^2 f_1^2} \frac{E_1^2}{f_1^2} \text{ kgm} \quad (58^a)$$

следует, что он прямо пропорционален квадрату магнитного потока взаимной индукции обмоток статора и ротора или, что то же, прямо пропорционален квадрату E_1 — первичной э.-д. силы (приблизительно равной напряжению сети) и обратно пропорционален квадрату частоты первичного тока.

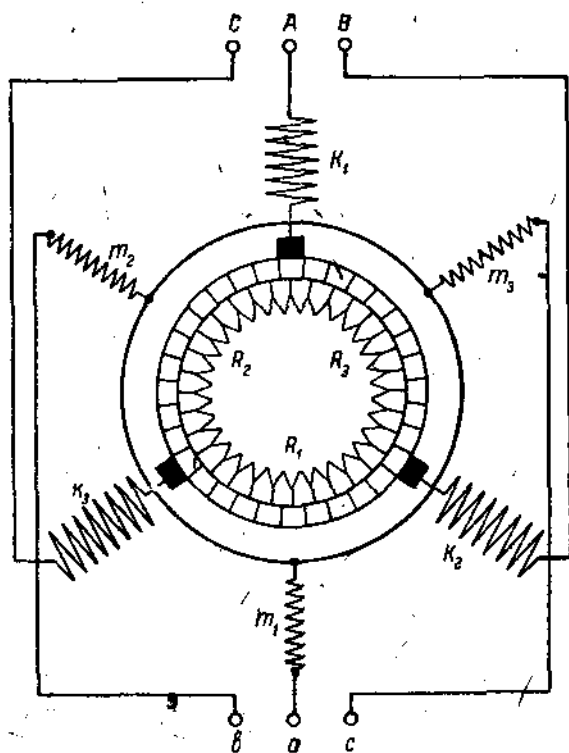
Влияние V показано на фиг. 138.

Так как величина э.-д. силы синхронного альтернатора $E = 4k \omega f \Phi \cdot 10^{-8}$ как раз пропорциональна частоте ее, то, применяя его в качестве генератора, мы автоматически имели бы при всех скоростях



Фиг. 138.

*) Пример применения имеем в питании индивидуальных асинхронных двигателей роллганга прокатного стана от генератора, сидящего на одном валу с главным регулируемым прокатным двигателем.



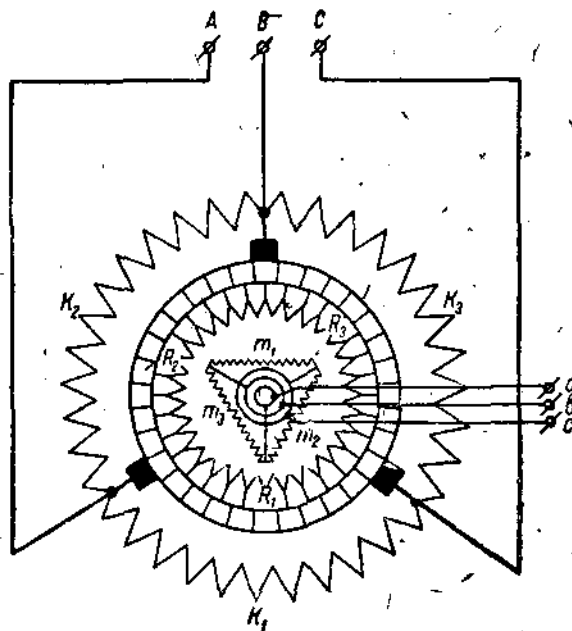
Фиг. 139.

неизменную величину опрокидывающего момента асинхронного двигателя, а следовательно и неизменную перегрузочную способность его, если при этом момент сопротивления машины-орудия при всех скоростях оставался бы постоянным.

Однако целый ряд приводов, как-то: гребные винты судов, вентиляторы и пр. имеют момент сопротивления, увеличивающийся с увеличением скорости, т. е. частоты f . В этом случае потребовалось бы с увеличением f , одновременно увеличивать E_1 (даже для данного примера привода гребных винтов и вентиляторов, прямо пропорционально квадрату f).

При таком условии поток возбуждения синхронного генератора необходимо также увеличивать пропорционально частоте. Удовлетворяющий этому требованию генератор при средних скоростях работал бы слабо возбужденным, т. е. был бы громоздким.

Это последнее обстоятельство, совместно с большими требованиями, предъявляемыми к первичному двигателю, делает синхронные генераторы для рассматриваемых целей неприемлемыми.



Фиг. 140.

В настоящее время разработан тип коллекторного альтернатора, способного генерировать переменный ток различной частоты при постоянном числе оборотов.

Применяя такого рода коллекторный генератор для питания асинхронного двигателя, который при этом может быть взят коротко-замкнутым с высоким к. п. д. и $\cos \varphi$, мы получаем систему регулирования, теоретически не уступающую и даже превосходящую в некоторых отношениях известную в постоянном токе систему Леонарда. Достаточно указать на то, что данная система требует только одной коллекторной машины (генератора), тогда как в системе Леонарда и генератор и двигатель должны иметь коллектор.

На фиг. 139 дана схема коллекторного альтернатора системы Костенко-Ямпольский для возбуждения со стороны статора, а на фиг. 140 — для возбуждения со стороны ротора.

Если ко клеммы a, b, c (фиг. 139) подвести напряжение от источника трехфазного тока, то последний, проходя по обмоткам возбуждения m_1, m_2 и m_3 коллекторного альтернатора, создаст вращающийся магнитный поток Φ , индуктирующий в обмотках статора K_1, K_2, K_3 э.-д.силы:

$$E_k = 4k_k w_k f_m \Phi 10^{-8} \text{ вольт.}$$

Если ротор вращается со скоростью n об/мин., т. е. с частотой $f_r = \frac{pn}{60}$, то в каждой из фазовых обмоток его R_1, R_2 и R_3 тот же самый магнитный поток Φ индуктирует э.-д.силы:

$$E_k = 4k_k w_R (f_m \pm f_r) \cdot \Phi 10^{-8}.$$

Причем знак плюс отвечает случаю, когда ротор вращается в сторону, противоположную вращению магнитного потока Φ , а знак минус — случаю, когда направления вращения совпадают.

В обмотках возбуждения m_1, m_2 и m_3 магнитный поток индуктирует э.-д.силы:

$$E_m = 4k_m w_m f_m \Phi \cdot 10^{-8}.$$

Если фазы обмоток K сдвинуты пространственно относительно соответствующих фаз обмоток R на угол β эл. градусов в направлении вращения потока Φ , то равнодействующая вторичная э.-д.сила будет равна:

$$E_2 = E_R + E_k e^{j\beta}.$$

При нормальной работе коллекторного альтернатора угол $\beta = 180^\circ = \pi$. Тогда

$$e^{j\beta} = \cos \beta + j \sin \beta = \cos \pi + j \sin \pi = -1$$

и следовательно,

$$E_2 = E_R - E_k = 4(k_R w_R - k_k w_k) f_m \cdot \Phi \cdot 10^{-8} \pm 4k_R w_R f_r \Phi \cdot 10^{-8}.$$

Обмотка K называется компенсирующей обмоткой коллекторного альтернатора и выбирается обычно так, чтобы

$$k_R w_R = k_k w_k.$$

Тогда

$$E_2 = \pm 4k_R \cdot \omega_R f_r \Phi \cdot 10^{-8}.$$

Отсюда следует, что величина вторичной э.-д.силы коллекторного альтернатора, возбуждаемого со статора, не зависит от частоты тока возбуждения, а исключительно от числа оборотов ротора и величины магнитного потока возбуждения.

Если индукция распространена в междужелезном пространстве синусоидально, то коэффициент формы поля $k_b = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$.

В случае равномерного распределения обмотки R по ротору коэффициент обмотки $k_w = \frac{2}{\pi}$ и, следовательно, коэффициент э.-д.сил:

$$k_R = k_b \cdot k_w = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Так как Φ есть амплитудное значение магнитного потока, то $\Phi = \sqrt{2}\Phi_{eff}$. Кроме того, $4\omega_R = \frac{N_R}{a}$, где N_R — число проводников обмотки R в одной фазе, a — число пар параллельных ветвей.

Окончательно получаем для E_2 выражение:

$$E_2 = \frac{p \cdot n}{60} \frac{N_R}{a} \Phi_{eff} \cdot 10^{-8},$$

совпадающее с выражением для э.-д.сил, генерируемых в машинах постоянного тока.

Если обмотка m имеет p пар полюсов, то число оборотов в минуту магнитного поля Φ будет $n_m = \frac{60f_m}{p}$.

Относительно обмоток R ротора это поле будет вращаться с числом оборотов $n_R = n_m + n$ в минуту и будет индуцировать в них э.-д.силы частоты $f_R = \frac{p \cdot n_R}{60} = f_m + f_r$.

Такова же будет частота потенциальной кривой (синусоиды), перемещающейся по коллектору с числом оборотов n_R в минуту. Так как сам коллектор вращается относительно неподвижных щеток со скоростью n об/мин., то относительно этих щеток потенциальная кривая будет перемещаться со скоростью $n_R + n = n_m + n + n = n_m$ об/мин. Таким образом частота э.-д.силы E_2 на клеммах ABC оказывается равной: $\frac{n_m p}{60} = f_m$, т. е. частоте тока возбуждения.

Так как трансформаторное действие магнитного потока возбуждения обмотки m на систему обмоток R и K оказывается при $\beta = \pi$ и $k_R \omega_R = k_w \omega$ равным нулю, то при всех режимах работ коллекторного альтернатора по обмоткам m течет исключительно ток возбуждения, и передача мощности трансформаторным путем от обмотки m во вторичную цепь отсутствует совершенно.

Мощность, генерируемая альтернатором на рабочих клеммах ABC , рав-

вляется исключительно за счет мощности первичного двигателя, вращающего ротор альтернатора.

Частота э.-д. силы, генерируемой альтернатором, возбуждаемым со статора, не зависит от числа оборотов его ротора и равна частоте тока возбуждения.

Мощность возбудителя альтернатора в этом случае составляет в среднем около 28% мощности самого коллекторного альтернатора.

В случае возбуждения коллекторного альтернатора со стороны ротора магнитный поток Φ обмотки возбуждения m , расположенной на роторе и питаемой через кольца от клемм возбудителя ABC , вращается относительно этой обмотки, а следовательно и относительно обмотки R , так же расположенной на роторе, со скоростью $n_m = \frac{60 f_m}{p}$ об/мин.

Если при этом ротор имеет n об/мин., то относительно обмотки K , расположенной на статоре, магнитный поток Φ будет вращаться со скоростью $n_k = n_m \pm n$ об/мин., причем знак плюс соответствует случаю, когда направления вращения магнитного потока и ротора совпадают, а знак минус, когда они противоположны.

В обмотке возбуждения m магнитный поток Φ индуцирует э.-д. силу, равную

$$E_m = 4k_m w_m f_m \Phi \cdot 10^{-8}$$

с частотой $\frac{p \cdot n_m}{60} = f_m$ периодов в секунду.

В обмотке R индуцируется э.-д. сила, равная

$$E_R = 4k_R w_R f_m \Phi \cdot 10^{-8}$$

с той же частотой.

Последняя э.-д. сила обнаруживается в виде потенциальной волны, вращающейся относительно коллектора со скоростью: $\frac{f_m \cdot 60}{p} = n_m$ об/мин.

Так как коллектор вращается относительно неподвижных щеток с числом оборотов n , то потенциальная кривая (синусоида) коллектора будет перемещаться относительно неподвижных щеток со скоростью: $n_m \pm n = n_k$ об/мин.

Следовательно, частота э.-д. силы E_R на щетках будет равна:

$$f_R = \frac{p \cdot n_k}{60} = f_m \pm f_r$$

где $f_r = \frac{p \cdot n}{60}$ — частота вращения ротора.

Э.-д. сила, индуцируемая потоком Φ в обмотке K , равна:

$$E_k = 4k_k w_k f_k \Phi \cdot 10^{-8} = 4k_k w_k (f_m \pm f_r) \Phi \cdot 10^{-8}$$

с частотой

$$f_k = f_m \pm f_r$$

Таким образом частоты э.-д. силы E_k обмотки K и э.-д. силы E_R обмотки R относительно щеток равны между собой. Следовательно, щетки коллектора могут быть присоединены к обмотке K статора.

Если оси обмоток K и щеток коллектора сдвинуты пространственно на

угол $\beta = 180^\circ = \pi$ эл. градусов, то равнодействующая э.-д.сила во вторичной цепи будет равна:

$$E_2 = E_k - E_R = 4(k_k w_k - k_R w_R) f_m \Phi \cdot 10^{-8} \pm 4k_k w_k f_r \Phi \cdot 10^{-8}.$$

При условии $k_k w_k = k_R w_R$ величина вторичной э.-д.силы E_2 оказывается равной

$$E_2 = 4k_k w_k f_r \Phi \cdot 10^{-8}.$$

Если обмотка K распределена по статору равномерно и индукция в междужелезном пространстве синусоидальна, то

$$E_2 = \frac{p \cdot n}{60} \frac{N_k}{a} \Phi_{eff} \cdot 10^{-8},$$

т. е. E_2 зависит только от числа оборотов ротора альтернатора и величины магнитного потока возбуждения.

Частота ее равна $f_k = f_n \pm f_r$. Таким образом, при возбуждении альтернатора со стороны ротора, частота его э.-д.сил на рабочих клеммах ABC зависит от частоты тока возбуждения и от частоты вращения ротора альтернатора.

Как и в случае возбуждения от статора, здесь отсутствует передача мощности трансформаторным путем от обмотки возбуждения m во вторичную цепь. Следовательно, при всех режимах работы альтернатора по обмотке возбуждения циркулирует исключительно намагничивающий ток, и мощность, генерируемая альтернатором во внешнюю сеть, развивается исключительно за счет мощности первичного двигателя.

При возбуждении со стороны ротора мощность возбудителя составляет в среднем около 7% мощности самого альтернатора, т. е. в 4 раза меньше, нежели при возбуждении со стороны статора.

Иногда применяется схема коллекторного альтернатора, представленная на фиг. 141. Эта схема отличается от схемы фиг. 140 в том отношении, что здесь обмотка R совмещает в себе функции и рабочей обмотки и обмотки возбуждения m . В этом случае частота э.-д.силы E_2 на рабочих клеммах равна частоте f_m тока возбуждения на клеммах abc . Величина вторичной э.-д.силы равна:

$$E_2 = \frac{p \cdot n}{60} \frac{N_k}{a_k} \Phi_{eff} \cdot 10^{-8}.$$

Здесь, как и в случае возбуждения по схеме фиг. 140, мощность возбудителя составляет в среднем около 7% мощности самого коллекторного альтернатора.

Рассматриваемый компенсированный коллекторный альтернатор допускает переход из генераторного режима работы в моторный и обратно без изменения скорости или числа пар полюсов питаемого им асинхронного двигателя; для этой цели достаточно изменить соответственным образом число периодов тока возбуждения альтернатора. При этом коллекторный альтернатор, работая в качестве двигателя, может или запасать энергию в виде живой силы маховика, сидящего на его валу, или рекуперировать энергию в сеть, если первичный двигатель обладает обратимостью при постоянном числе оборотов.

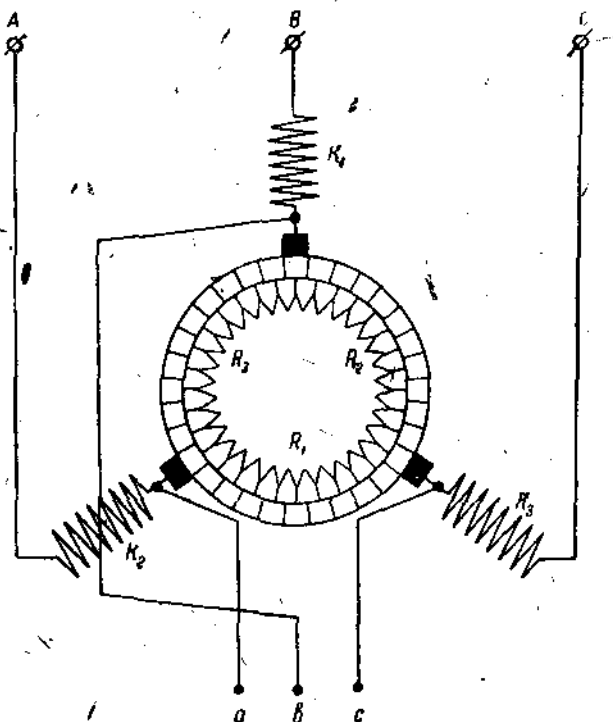
На практике применяется иногда коллекторный альтернатор с явно выраженными полюсами на статоре, называемый машиной Шербиуса.

На выступающих полюсах статора машины Шербиуса помещаются две обмотки: обмотка возбуждения, выполняемая в виде обмотки полюсов машин постоянного тока, и обмотка компенсирующая, в виде компенсированной обмотки машин постоянного тока, закладываемая в башмаках полюсов в особые пазы, идущие вдоль оси машины.

Пульсирующие магнитные поля отдельных фаз машины Шербиуса не дают в междужелезном пространстве вращающегося поля, как это имеет место в коллекторном альтернаторе рассмотренного выше типа.

В машине Шербиуса плечи коммутирующей секции, замкнутой щеткой, находятся в нейтральной зоне между полюсами статора и, вследствие этого, не пересекают магнитного поля возбуждения.

Таким образом, в коротко-замкнутой секции машины Шербиуса индуктируется только э.-д.с. ла пульсации поля возбуждения, величина которой не зависит от направления вращения ротора машины. Для компенсации этой трансформаторной э.-д.с. применяются дополнительные полюса с шунтовой обмоткой возбуждения, помещаемые между главными полюсами машины в коммутирующей зоне. При частоте, превышающей 15—20 пер/сек., шунтовые дополнительные полюса выходят конструктивно чрезвычайно громоздкими, а потому машина Шербиуса для больших частот не применяется. Шаг обмотки ротора машины Шербиуса сокращают до $\frac{2}{3}$ полюсного деления, так как лишь при этом условии оба плеча коротко-замкнутой секции будут находиться в коммутирующей зоне дополнительных полюсов. Вследствие укороченного шага обмотки ротора компенсирующая обмотка машины Шербиуса выходит особо сложной. По той же самой причине укороченного шага обмоточный коэффициент обмоток машины Шербиуса крайне низок, и для их выполнения требуется при том же эффекте большее количество меди, нежели в случае обмоток с диаметральной шагом.

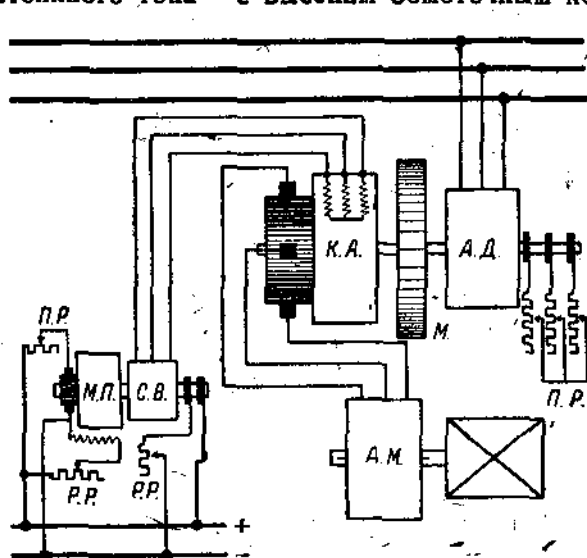


Фиг. 141.

Для компенсации реактивной э.-д. силы коммутирующей секции как в машине Шербиуса, так и в коллекторном альтернаторе Костенко-Ямпольского применяются дополнительные полюса с последовательной обмоткой.

В коллекторном альтернаторе величина трансформаторной э.-д. силы

коротко-замкнутой секции пропорциональна E_R ; при возбуждении со стороны ротора она не зависит от направления вращения ротора; при возбуждении же со статора она пропорциональна $f_m \pm f_r$. При вращении ротора в направлении вращения поля и при $f_m = f_r$ она равна нулю; при $f_m \neq f_r$ величина э.-д. силы коротко-замкнутой секции пропорциональна разности $f_m - f_r$ и следовательно меньше, чем в машине Шербиуса. Благодаря этому шунтовые дополнительные полюса коллекторного альтернатора с вращающимся магнитным полем выходят конструктивно меньшими, нежели в машине Шербиуса. При 6 дополнительных шунтовых полюсах на двойной полюсный шаг, обмотка ротора коллекторного альтернатора может быть выполнена диаметральной, а компенсирующая обмотка постоянного тока — с высоким обмоточным коэффициентом.



Фиг. 142.

Из сказанного следует, что коллекторные машины Шербиуса, проектируемые лишь на малое число периодов, могут применяться исключительно для питания асинхронных двигателей через ротор при скольжении последнего от 0 до 30%, если частота тока статора равна 50 периодам.

Коллекторные альтернаторы типа Костенко-Ямпольского при возбуждении их со статора и вращении ротора по направлению вращения магнитного поля могут быть скон-

структурированы для генерирования переменного тока любой частоты и с более широким диапазоном ее изменения и, следовательно, вполне применимы для питания нормальных асинхронных двигателей со статора.

В коллекторных альтернаторах того и другого типа, как было сказано, частота э.-д. силы зависит от частоты тока возбуждения, а в альтернаторе Костенко-Ямпольского, возбуждаемом со стороны ротора, так же и от частоты и направления вращения ротора; величина же их э.-д. сил зависит, как и у машин постоянного тока, лишь от числа оборотов ротора и величины магнитного потока возбуждения.

На фиг. 142 представлена полная принципиальная схема регулирования асинхронного двигателя помощью коллекторного альтернатора, причем:

А. М. — асинхронный двигатель, регулируемый коллекторным альтернатором;

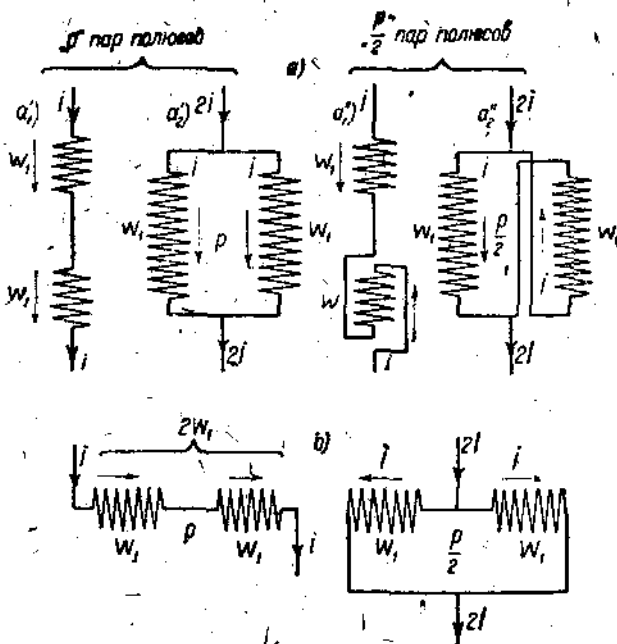
К. А. — коллекторный альтернатор;
 А. Д. — асинхронный двигатель, приводящий в движение коллекторный альтернатор;
 М. — маховик;
 П. Р. — пусковой реостат;
 М. П. — двигатель постоянного тока с широкой и плавной регулировкой скорости, приводящий в движение возбудитель коллекторного альтернатора;
 С. В. — синхронный возбудитель коллекторного альтернатора;
 Р. Р. — регулировочный реостат.

2) Второй вариант регулирования скорости асинхронного двигателя *без изменения* механической характеристики путем изменения числа пар полюсов p в отношении механических свойств подобен первому, т. е. почти не меняет наклона или „жесткости“ характеристики. Практически он долгое время не применялся в виду того, что увеличение числа полюсов неразрывно связано с ухудшением коэффициента мощности и коэффициента полезного действия.

Однако, Бен-Эшенбургу удалось сконструировать удовлетворительный в этом отношении асинхронный двигатель с переключае-

мым числом полюсов. Инж. Кизер приводит следующие данные относительно этого способа регулирования: прежде всего очень существенным условием для определения электродвигателя является задание, должна ли мощность P_m поддерживаться постоянной при изменении числа оборотов или может уменьшаться с уменьшением n , что практически осуществляется чаще.

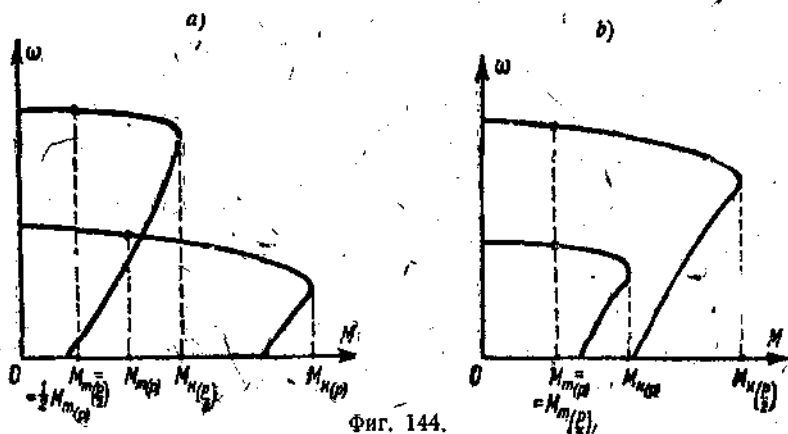
В первом случае (фиг. 143 a_1' и a_1'' или 143 a_2' и a_2'') полное электрическое сопротивление обмотки при переключении не меняется. Так как при этом напряжение предполагается неизменным, то сила тока, а следовательно и мощность остаются также неизменными и определяются наибольшим числом полюсов, т. е. наименьшей скоростью (см. каталог *SSW M 6*, 1930). Таким образом, изменение числа оборотов будет приблизительно обратно пропорционально изменению вращающего момента (фиг. 144а).



фиг. 143.

Во втором же случае (фиг. 143б) при переходе от p к $\frac{p}{2}$ парам полюсов или, что то же, от скорости ω к скорости 2ω , полное электрическое сопротивление обмотки уменьшается в 2 раза и, при неизменном напряжении на клеммах, сила тока, а следовательно и мощность, возрастают в 2 раза, так что вращающий момент остается прежним. Изменение числа оборотов оказывается прямо пропорциональным изменению мощности приблизительно в первой степени, как при регулировании напряжением в постоянном токе.

По данным SSW гарантируемая мощность растет не пропорционально скорости, а несколько менее; так например при увеличении



Фиг. 144.

n в 2 раза P увеличивается в 1,6—1,8 раз (меньшая цифра для меньших двигателей).

Использованию двойной мощности двигателя при двойной скорости $\left(\frac{p}{2}\right)$ отвечают и механические свойства, а именно двойной опрокидывающий момент M_k .

Действительно, если то же явление трактовать с точки зрения изменения числа последовательно соединенных витков w_1 обмотки статора, то, как известно, опрокидывающий момент

$$M_k = \frac{m_2 k_2^2 w_2^2 E_1^2 p}{4 \pi f_1 k_1^2 X_2 w_1^2} = C \cdot \frac{p}{w_1^2},$$

где $C \cong \text{const.}$

При переключении по схемам фиг. (143а) w_1 не меняется. Поэтому при переходе от p пар полюсов к $\frac{p}{2}$

$$M_k \left(\frac{p}{2} \right) = C \frac{\frac{p}{2}}{w_1^2} = \frac{1}{2} C \frac{p}{w_1^2} = \frac{1}{2} M_k(p).$$

Принимая мощность постоянной, нагрузочный момент необхо-

димо при этом уменьшить в 2 раза вследствие увеличения в 2 раза числа оборотов двигателя:

$$M_m \left(\frac{p}{2} \right) = \frac{P}{2\omega} = \frac{1}{2} \frac{P}{\omega} = \frac{1}{2} M_{m(p)}$$

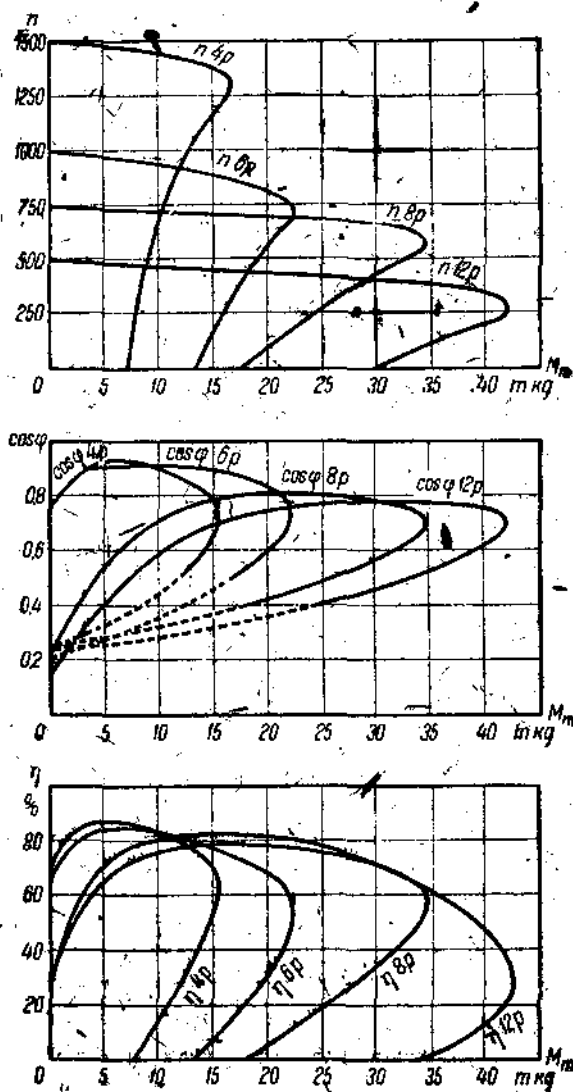
При переключении по схеме фиг. 143б число последовательно соединенных витков обмотки статора w_1 изменяется. При переходе от p на $\frac{p}{2}$ пар полюсов число витков уменьшается в 2 раза. Следовательно опрокидывающий момент в этом случае будет:

$$M_k \left(\frac{p}{2} \right) = C \frac{\frac{p}{2}}{\left(\frac{w_1}{2} \right)^2} =$$

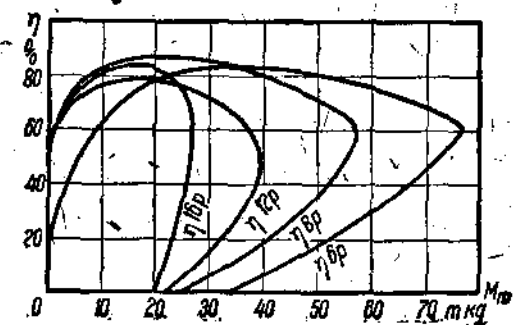
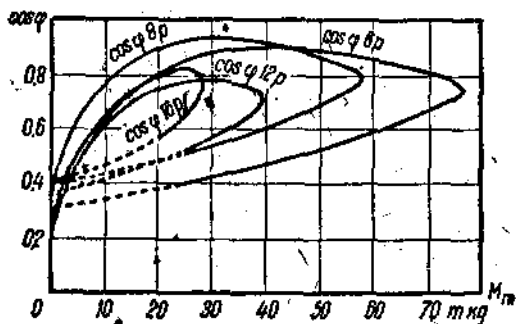
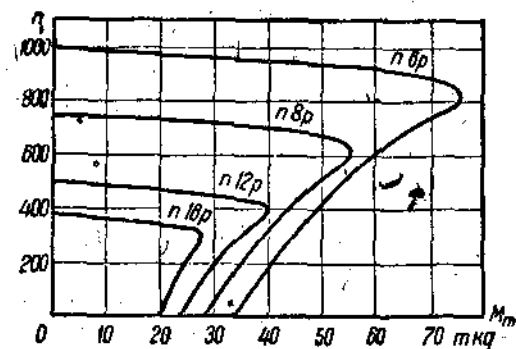
$$= 2C \frac{p}{w_1^2} = 2M_k(p)$$

Предполагая, как и прежде, силу тока, проходящего по проводам обмотки, неизменной, найдем, что общая сила тока, проходящего через двигатель при параллельных ветвях $\frac{p}{2}$ пар полюсов, может быть увеличена в 2 раза. Следовательно, в 2 раза может быть увеличена и мощность двигателя, так как напряжение сети предполагается постоянным. Таким образом нагрузочный момент при переходе к $\frac{p}{2}$ пар полюсов может быть допущен равным

$$M_m \left(\frac{p}{2} \right) = \frac{2P}{2\omega} = \frac{P}{\omega} = M_{m(p)}$$



Фиг. 145.



Фиг. 146.

т. е. равным нагрузочному моменту, допускаемому при меньшей скорости (при p парах полюсов). В этом смысле переключение по схеме фиг. 143а иногда называют переключением с постоянной мощностью, а по схеме фиг. 143б — с постоянным моментом, несмотря на то, что опрокидывающий момент M_k при переключении по этой схеме изменяется, т. е. увеличивается с увеличением скорости.

На фиг. 144а представлены характеристики двигателя, отвечающие схеме фиг. 143а, а на фиг. 144б — схеме фиг. 143б.

В журнале Е. К. В. (1909, № 4 и 5) дано описание привода широко-регулируемых ситцепечатных машин двумя такими электродвигателями зав. Эрликом, каждый с двумя статорными обмотками и с регулировкой в четыре ступени (по схеме фиг. 143а и 143б).

На чертежах фиг. 145 и 146 представлены механические характеристики, а также кривые коэффициента полезного действия и коэффициента мощности. Наконец, инж. Г. Кизер приводит нижеследующую таблицу

ТАБЛИЦА 3.

Число полюсов	Мощность л. с.	К.п.д. (в процентах)	$\cos \varphi$	Синхронное число об./мин.
24	6	56	0,52	250
16	8,5	62	0,60	375
12	12	73	0,68	500
8	13	77	0,79	750
6	16	78	0,80	1000
4	23	85	0,87	1500

для электродвигателя Эрликон с двумя статорными обмотками и шестью ступенями скоростей для случая $M \cong \text{const.}$

Конечно этот экономический в эксплуатации способ регулировки имеет недостатки: в виде удорожания самого электродвигателя, как не-

нормального, и понижения коэффициента полезного действия.

Необходимо отметить еще, что электродвигатели с переключением полюсов выполняются обычно с коротко-замкнутой обмоткой ротора во избежание необходимости производить соответственные переключения ее, если бы ротор имел фазную обмотку. При этом пуск совершается со стороны статора одним из известных для этого случая способов, связанных с уменьшением пускового тока. При необходимости пуска в ход со стороны ротора в упомянутой системе ж.д. электродвигателей фирмы Броун-Бовери ротор имеет две обмотки на разное число полюсов и соответственно два комплекта контактных колец.

3) В настоящее время в деревообрабатывающей промышленности нашли себе некоторое применение асинхронные электродвигатели особой конструкции, допускающие ступенчатую регулировку скорости не только вниз, но и выше синхронизма на 100% и более.

Эти электродвигатели имеют две независимых магнитных цепи и снабжены двумя concentрическими роторами.

На фиг. 147 представлен схематический разрез такого двигателя.

Статор S несет фазовую обмотку и допускает переключение полюсов.

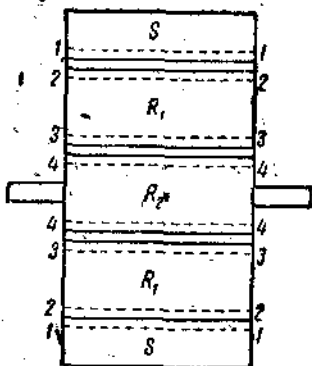
Первый, внешний, ротор R_1 имеет две обмотки, из которых одна, ближайшая к статору (2—2), типа беличьего колеса, а вторая (3—3), ближайшая к внутреннему ротору, — фазовая, допускающая переключение числа полюсов с 4 на 2; эта обмотка подключена к 6 контактным кольцам, включаемым через щетки и особый контроллер в ту же самую сеть, от которой питается статор.

Второй, внутренний, ротор R_2 имеет только одну обмотку (4—4) типа беличьего колеса.

Промежуточный, внешний, ротор не связан механически ни со статором, ни с внутренним ротором и вращается на собственных шариковых подшипниках всегда вхолостую, причем направление его вращения не зависит от направления вращения внутреннего ротора, а зависит исключительно от направления вращения магнитного потока, создаваемого статором S .

Таким образом направление вращения магнитного поля, создаваемого обмоткой 3—3 внешнего ротора R_1 , а следовательно и направление вращения внутреннего ротора R_2 может или совпадать или быть противоположным направлению вращения магнитного поля статора, а следовательно и внешнего ротора R_1 .

Если частота сети равна f_1 периодов в секунду, а обмотка статора 1—1 включена на p_s пар полюсов, то число оборотов магнитного поля статора, а следовательно и синхронное число оборотов внешнего ротора R_1 , будет равно: $n_1 = \frac{60f_1}{p_s}$ об/мин., а угловая скорость $\omega_1 = \frac{2\pi f_1}{p_s}$ в секунду.



Фиг. 147.

Если внутренняя обмотка 3—3 промежуточного ротора подключена к той же сети, что и статор, и соединена на p_r пар полюсов, то число оборотов магнитного поля этой обмотки относительно ротора, в котором заложена, будет равно

$$n_2 = \frac{60 f_1}{p_r} \text{ об/мин.},$$

а угловая скорость

$$\omega_2 = \frac{2\pi f_1}{p_r}.$$

Так как ротор R_1 вращается при синхронизме, в ту или иную сторону со скоростью n_1 об/мин., то число оборотов магнитного поля, создаваемого его обмоткой 3—3, относительно неподвижного пространства будет равно:

$$n_3 = n_2 \pm n_1 = 60 f_1 \left(\frac{1}{p_r} \pm \frac{1}{p_s} \right) = 60 \frac{p_s \pm p_r}{p_s \cdot p_r} f_1 \text{ об/мин.},$$

а угловая скорость:

$$\omega_3 = \omega_2 \pm \omega_1 = 2\pi \frac{p_s \pm p_r}{p_s \cdot p_r} f_1.$$

Такова же будет и синхронная скорость внутреннего ротора R_2 . В вышеприведенных формулах знак плюс отвечает случаю, когда направления вращения магнитных полей обмотки 1—1 статора и 3—3 ротора совпадают, а знак минус, когда они противоположны.

Выражения для синхронного числа оборотов и угловой скорости внутреннего рабочего ротора R_2 можно представить в следующем виде:

$$n_3 = 60 f_1 \frac{1 \pm \frac{p_r}{p_s}}{p_r}; \quad \omega_3 = 2\pi f_1 \frac{1 \pm \frac{p_r}{p_s}}{p_r}.$$

Полагая здесь $f_1 = 50$ пер/сек. и подставляя последовательно вместо p_r числа 1 и 2, а вместо p_s — числа 6, 8, 12, 16 и ∞ , получим следующую шкалу синхронных скоростей рабочего ротора R_2 : 3500; 3375; 3250; 3187,5; 3000; 2812,5; 2750; 2500; 2000; 1875; 1750; 1687,5; 1500; 1312,5; 1250; 1125; 1000, т. е. всего 18 ступеней регулирования.

Значение $p_s = \infty$ отвечает случаю, когда статор отключен от сети, а промежуточный ротор заклинен неподвижно в пространстве, так что двигатель работает как нормальный двигатель, причем роль обмотки статора получает фазовая обмотка промежуточного ротора.

4) Весьма широкого изменения скорости асинхронных двигателей можно достигнуть, применяя комбинированный способ регулирования, состоящий из переключения их обмоток на различное число пар полюсов и включения в сеть с различным числом периодов тока.

В качестве преобразователей частоты могут быть применены унормерные группы из асинхронного или синхронного двигателя и синхронного, низкочастотного генератора, затем одноякорные, коллекторные преобразователи частоты, вращаемые обычно небольшим двигателем, асинхронным или синхронным, и наконец каскадные преобразователи частоты.

Недостатком первой системы преобразователей является низкий коэффициент использования установки (50% при номинальной нагрузке) и некоторая громоздкость низкочастотных, а следовательно тихоходных, синхронных генераторов. Что касается одноякорных, коллекторных преобразователей частоты, то они на повышенное напряжение (380 В) и значительную мощность не выполняются, так как вследствие тяжелых условий коммутирования машин переменного тока они при этом выходят многополюсными, тихоходными и громоздкими, с большим коллектором. Недостатки, свойственные преобразователям двух указанных групп, устраняются применением каскадных преобразователей.

На фиг. 148а представлена принципиальная схема каскадного преобразователя частоты системы фирмы Шорх. На рисунке: AM' и AM'' — асинхронные электродвигатели; R — пусковой реостат; N — первичная сеть, частоты f_1 ; B — вторичная сеть, частоты f_2 .

В этой системе второй электродвигатель (AM'') может быть взят с короткозамкнутым ротором.

На фиг. 148b дана эквивалентная схема системы фиг. 148а, где Z_1 и Z_1' — сопротивления обмоток статоров соответственно первого и второго двигателей; Z_2 и Z_2' — сопротивления обмоток роторов; Z_a и Z_a' — эквивалентные электрические сопротивления для намагничивающих токов двигателей; Z — сопротивление нагрузки сети вторичной частоты.

Обозначив через m_1 , m_2 и m_a — м.д. силы обмоток статора, ротора и взаимной индукции для первого двигателя, получим:

$$m_a = m_1 + m_2$$

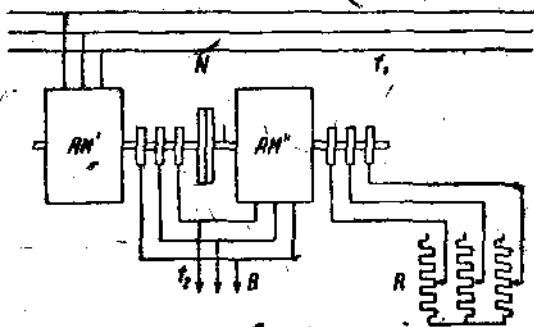
$$\text{или } 0,4 \pi m_1' k_w' w_1' i_a' = 0,4 \pi m_1' k_w' w_1' i_1' + 0,4 \pi m_2' k_w' w_2' i_2',$$

откуда

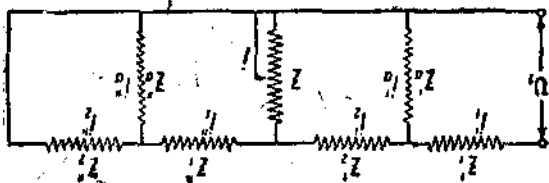
$$i_a' = i_1' + i_2' u_{21}'$$

где

$$u_{21}' = \frac{m_2' \cdot k_w' \cdot w_2'}{m_2' \cdot k_w' \cdot w_1'}$$



Фиг. 148а.



Фиг. 148б.

Точно также для второго двигателя находим:

$$i_a'' = i_1'' + i_2'' u_{21}'',$$

где

$$u_{21}'' = \frac{m_2'' \cdot k_{w_2}'' \cdot \omega_2''}{m_1'' \cdot k_{w_1}'' \cdot \omega_1''}.$$

Э.-д. сила, индуцируемая магнитным потоком тока i_a' в обмотке статора первого двигателя:

$$\dot{E}_1' = -Z_a' \cdot i_a' = -Z_a' (i_1' + i_2' u_{21}').$$

Применяя второй закон Кирхгофа к цепи статора первого двигателя, получаем:

$$\dot{V}_1 + \dot{E}_1' = i_1' \cdot Z_1'$$

или

$$\dot{V}_1 = i_1' \cdot (Z_1' + Z_a') + i_2' \cdot Z_a' u_{21}'.$$

Э.-д. сила, индуцируемая тем же магнитным потоком в обмотке ротора первого двигателя:

$$\dot{E}_2' = \dot{E}_1' \cdot u_{21}' \sigma',$$

где $\sigma' = \frac{f_2}{f_1}$ — скольжение ротора первого двигателя.

Выражение для $\dot{E}_2'$ дано в предположении $m_2' = m_1'$, так что

$$u_{21}' = \frac{m_2' \cdot k_{w_2}' \cdot \omega_2'}{m_1' \cdot k_{w_1}' \cdot \omega_1'} = \frac{k_{w_2}' \cdot \omega_2'}{k_{w_1}' \cdot \omega_1'}.$$

Применяя второй закон Кирхгофа к цепи ротора первого двигателя, находим:

$$\dot{E}_2' = i_2' \cdot Z_2' + i \cdot Z$$

или

$$0 = i_1' \cdot Z_a' u_{21}' \sigma' + i_2' (Z_2' + Z_a' u_{21}'^2 \sigma' + Z) - i_1'' Z,$$

так как по первому закону Кирхгофа:

$$i = i_2' - i_1''.$$

Э.-д. сила, индуцируемая магнитным потоком тока i_a'' в обмотке статора второго двигателя:

$$\dot{E}_1'' = -Z_a'' \cdot i_a'' = -Z_a'' (i_1'' + i_2'' u_{21}'').$$

Применяя второй закон Кирхгофа, имеем:

$$\dot{E}_1'' = i_1'' \cdot Z_1'' - i \cdot Z$$

или

$$0 = -i_2'' \cdot Z + i_1'' \cdot (Z_1'' + Z_1 + Z_a'') + i_2'' \cdot Z_a'' u_{21}''.$$

Э.д.с. сила, индуцируемая тем же магнитным потоком в цепи ротора второго двигателя:

$$\dot{E}_1'' = \dot{E}_1' \cdot u_{21}'' \cdot \sigma'',$$

где $\sigma'' = \frac{f_2}{f_1}$ — скольжение, а f_2 — частота тока в роторе.

При этом предполагается, что $m_1'' = m_2''$, и следовательно

$$u_{21}'' = \frac{m_2'' \cdot k_{w_2}'' \cdot w_2''}{m_1'' \cdot k_{w_1}'' \cdot w_1''} = \frac{k_{w_2}'' \cdot w_2''}{k_{w_1}'' \cdot w_1''}.$$

По второму закону Кирхгофа

$$\dot{E}_2'' = i_1'' \cdot Z_2'$$

или

$$0 = i_1'' \cdot Z_a'' \cdot u_{21}'' \cdot \sigma'' + i_2'' \cdot (Z_2' + Z_a'' \cdot u_{21}''^2 \cdot \sigma'').$$

Итак, получаем систему основных уравнений, отвечающих схеме фиг. 148.

$$\dot{V} = i_1' \cdot (Z_1' + Z_a') + i_2' \cdot Z_a' \cdot u_{21}',$$

$$0 = i_1' \cdot Z_a' \cdot u_{21}' \cdot \sigma' + i_2' \cdot (Z_2' + Z_a' \cdot u_{21}'^2 \cdot \sigma') - i_1'' \cdot Z_2'$$

$$0 = i_1'' \cdot (Z_1' + Z_a'' + Z_2') + i_2'' \cdot Z_a'' \cdot u_{21}'' - i_2' \cdot Z_2'$$

$$0 = i_1'' \cdot Z_a'' \cdot u_{21}'' \cdot \sigma'' + i_2'' \cdot (Z_2' + Z_a'' \cdot u_{21}''^2 \cdot \sigma'').$$

Исключив i_2'' , i_1'' и i_2' , получим зависимость i_1' от V_1 в функции параметров машины, сети и скольжений. Пренебрегая для простоты падениями напряжений в обмотках статоров двигателей (т. е. приняв $Z_1' = 0$ и $Z_1'' = 0$), а также пренебрегая намагничивающими токами (т. е. положив $Z_a' = \infty$ и $Z_a'' = \infty$), имеем окончательно:

$$i_1' = \dot{V}_1 \frac{Z_2' \cdot u_{21}'^2 \cdot u_{21}''^2 \cdot \sigma' \cdot \sigma'' + Z_2'' \cdot u_{21}''^2 \cdot \sigma'}{Z_2' \cdot Z_2'' \cdot u_{21}''^2 \cdot \sigma'' + Z_2' \cdot Z_2'' + Z_2'' \cdot Z_2'}.$$

Итак, общее электрическое сопротивление всей системы, как определенного электромагнитного механизма:

$$Z_m = \frac{Z_2' \cdot Z_2'' \cdot u_{21}''^2 \cdot \sigma'' + Z_2' \cdot Z_2'' + Z_2'' \cdot Z_2'}{Z_1' u_{21}'^2 \cdot u_{21}''^2 \cdot \sigma' \cdot \sigma'' + Z_2' \cdot u_{21}''^2 \cdot \sigma'}.$$

Условимся рассматривать значение Z_m при $Z = 0$ применительно к случаю преобразователя как сопротивление короткого замыкания системы, и обозначать через Z_k ; значение же Z_m при $Z = \infty$ будем рассматривать как сопротивление при синхронном ходе и обозначать через Z_0 .

Тогда

$$Z_k = \frac{Z_2'}{u_{21}'^2 \cdot \sigma'}, \quad Z_0 = \frac{Z_2'}{u_{21}'^2 \cdot \sigma'} + \frac{Z_2'}{u_{21}'^2 \cdot u_{21}''^2 \cdot \sigma' \cdot \sigma''}.$$

Отсюда

$$Z'_2 = Z_k \cdot u_{21}^2 \cdot \sigma'; \quad Z''_2 = (Z_0 + Z_k) \cdot u_{21}^2 \cdot u_{21}^2 \cdot \sigma' \cdot \sigma''.$$

Подставляя в выражение Z_m , получим:

$$Z_m = \frac{Z \cdot Z_0 + Z_k \cdot (Z_0 - Z_k) \cdot u_{21}^2 \cdot \sigma'}{Z + (Z_0 - Z_k) \cdot u_{21}^2 \cdot \sigma'}$$

или, обозначив

$$\frac{Z}{u_{21}^2 \cdot \sigma'} = Z_b$$

и

$$Z_0 - Z_k = Z_s;$$

$$Z_m = \frac{Z_b \cdot Z_0 + Z_k \cdot Z_s}{Z_b + Z_s};$$

следовательно:

$$i'_1 = \dot{V}_1 \cdot \frac{Z_b + Z_s}{Z_b Z_0 + Z_k \cdot Z_s}.$$

Выберем систему координатных осей, в которой вещественная ось ординат была бы направлена вертикально, снизу вверх и совпадала по направлению с вектором $\dot{V}_1$, а мнимая ось абсцисс была бы направлена горизонтально слева направо. При таком условии в последнем уравнении можно положить

$$\dot{V}_1 = \text{mod } \dot{V}_1 = V_1; \quad i'_1 = \eta + j\xi,$$

где η и ξ — координаты конца вектора тока i'_1 .

Принимая:

$$Z_b = R_b - jX_b; \quad Z_s = R_s - jX_s;$$

$$Z_0 = R_0 - jX_0 \text{ и } Z_k = R_k - jX_k.$$

получим, по отделам вещественных частей от мнимых:

$$\eta + j\xi =$$

$$V_1 \frac{(R_b + R_s) - j(X_b + X_s)}{[(R_b R_0 + R_k R_s) - (X_b X_0 + X_k X_s)] - j[R_b X_0 + X_b R_0 + X_k R_s + X_s R_k]}.$$

Отсюда, освобождаясь от знаменателя дроби и сравнивая вещественные и мнимые слагаемые правой и левой частей равенства, получим систему двух уравнений:

$$\eta \cdot [(R_b R_0 + R_k R_s) - (X_b X_0 + X_k X_s)] +$$

$$+ \xi (R_b X_0 + R_0 X_b + X_k R_s + X_s R_k) = V_1 (R_b + R_s)$$

$$\eta \cdot (R_b X_0 + R_0 X_b + X_k R_s + X_s R_k) -$$

$$- \xi [(R_b R_0 + R_k R_s) - (X_b X_0 + X_k X_s)] = V_1 (X_b + X_s).$$

Чтобы найти уравнение кривой, по которой скользит конец вектора

тока I_1 с изменением ваттного сопротивления R_b , т. е. нагрузки преобразователя, исключаем параметр R_b из системы двух уравнений:

$$(\eta - \eta_m)^2 + (\xi - \xi_m)^2 = r^2,$$

где

$$\eta_m = \frac{V_1(X_b + X_s)R_0 + R_0X_b + X_kR_s + X_sR_k - R_sX_0}{2X_0 \cdot (X_bX_0 + X_kX_s - R_kR_s) + R_0(X_bR_0 + X_kR_s + X_sR_k)};$$

$$\xi_m = \frac{V_1(X_b + X_s)X_0 + X_bX_0 + X_kX_s - R_kR_s + R_sR_0}{2X_0(X_bX_0 + X_kX_s - R_kR_s) + R_0(X_bR_0 + X_kR_s + X_sR_k)};$$

$$r = \sqrt{\eta_m^2 + \xi_m^2 - V_1^2 \frac{X_b + X_s}{X_0(X_bX_0 + X_kX_s - R_kR_s) + R_0(X_bR_0 + X_kR_s + X_sR_k)}}.$$

Следовательно, искомая кривая — окружность радиуса r с центром в точке, определяемой координатами η_m и ξ_m .

Перепишем выражения для координат центра в виде

$$\eta_m = V_1 \frac{R_0X_b - X_kR_k - X_0R_k}{Z_0^2X_b + Z_0^2X_k - 2X_kR_kR_0 - X_0X_k^2 + X_0R_k^2},$$

$$\xi_m = \frac{V_1}{2} \frac{2X_0X_b + Z_0^2 - X_k^2 + R_k^2 - 2R_0R_k}{Z_0^2X_b + Z_0^2X_k - 2X_kR_kR_0 - X_0X_k^2 + X_0R_k^2}.$$

Исключив из этой системы уравнений X_b , найдем уравнение линии, по которой перемещается центр вышеуказанной окружности токов, когда изменяется индуктивность нагрузки преобразователя, т. е. X_b .

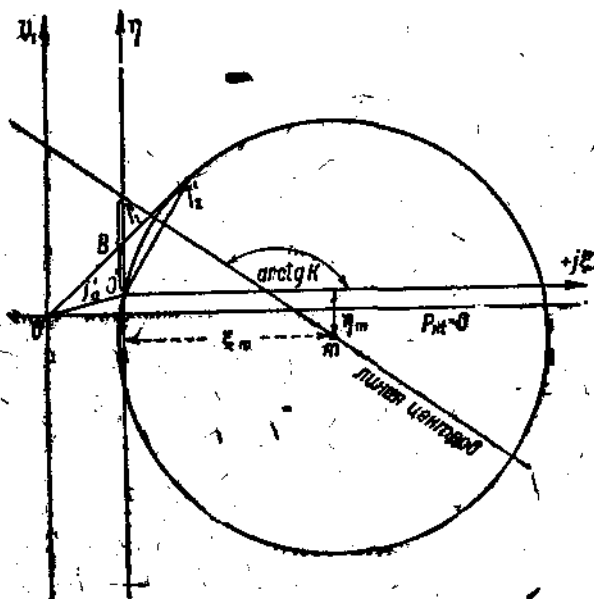
При этом находим:

$$\eta_m = k\xi_m + b,$$

где k и b — некоторые постоянные, зависящие от R_0 , R_k , X_0 и X_k .

Таким образом, искомая линия — прямая с угловым коэффициентом k и начальной ординатой b .

На фиг. 149а представлена диаграмма тока каскадного преобразователя.

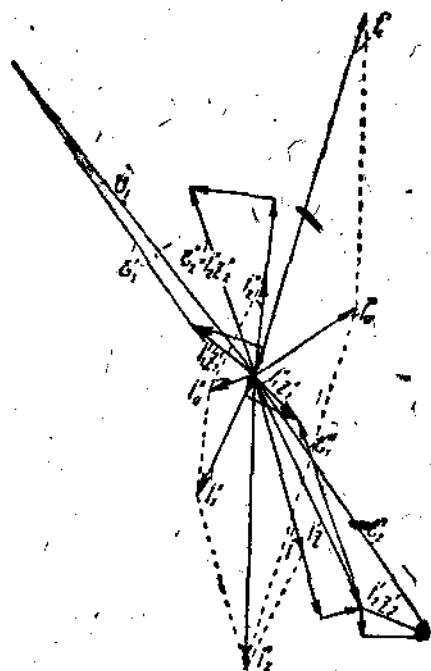


Фиг. 149а.

Выше были получены следующие основные уравнения, характеризующие работу преобразователя:

$$\begin{aligned} I'_a + I'_2 u'_{21} &= I'_a; \quad E'_2 = E'_1 u'_{21} \sigma'_1; \quad I'_a = I'_1 + I'_2; \quad E'_2 = E'_1 u'_{21} \sigma''_1, \\ E'_1 &= -Z'_a I'_a; \quad E'_2 = I Z + I'_2 Z'_2; \quad E'_1 = -Z'_a I'_a; \quad E'_2 = I'_2 Z'_2, \\ V_1 + E'_1 &= I'_1 Z'_1; \quad I = I'_2 - I'_1; \quad I Z + E'_1 = I'_1 Z'_1. \end{aligned}$$

На основании этих уравнений на фиг. 149b представлена векторная диаграмма системы, где все элементы приведены к обмотке статора первого двигателя и частоте первичной сети.



Фиг. 149b.

Методом последовательного проектирования векторов на этой диаграмме можно получить уравнение энергетического баланса системы. Положим для простоты, что все коэффициенты трансформации системы равны единице, т. е.

$$\begin{aligned} m'_1 \cdot k'_{\omega_1} \cdot \omega'_1 &= m'_2 \cdot k'_{\omega_2} \cdot \omega'_2 = \\ &= m''_1 \cdot k''_{\omega_1} \cdot \omega''_1 = m''_2 \cdot k''_{\omega_2} \cdot \omega''_2, \\ m'_1 &= m'_2 = m''_1 = m''_2, \end{aligned}$$

так что электродвигатели отличаются один от другого только числом пар полюсов:

Условимся вести расчет для одной фазы. В таком случае мощность, потребляемая первым двигателем из сети, будет

$$P'_M = I'_1 \cdot V_1 \cdot \cos(\angle I'_1, V_1).$$

Проектируя многоугольник напряжений цепи статора на направление вектора I'_1 , имеем на основании известной теоремы о проекциях геометрической суммы и ее слагаемых:

$$\begin{aligned} V_1 \cdot \cos(\angle I'_1, V_1) &= I'_1 Z'_1 \cdot \cos(\angle I'_1, I'_1) + E'_1 \cos(\angle E'_1, I'_1) = \\ &= I'_1 R'_1 + E'_1 \cos(\angle E'_1, I'_1). \end{aligned}$$

Умножая обе части этого равенства на I'_1 , получим:

$$P'_M = V_1 \cdot I'_1 \cdot \cos(\angle V_1, I'_1) = I'^2_1 R'_1 + I'_1 E'_1 \cos(\angle E'_1, I'_1) = W'_1 + P'_\mu,$$

где $P'_\mu = I'_1 E'_1 \cos(\angle E'_1, I'_1)$ — мощность магнитного поля первого двигателя; $W'_1 = I'^2_1 R'_1$ — потери в обмотке статора.

Теперь проектируем многоугольник токов первого двигателя на направление E'_1 , имея в виду, что

$$\begin{aligned}\cos(I'_a, E'_1) &= \frac{R'_a}{Z'_a}, \\ &= I'_1 \cos(I'_1, E'_1) = I'_a \cos(I'_a, E'_1) + I'_2 \cos(I'_2, E'_1) = \\ &= I'_a \frac{R'_a}{Z'_a} + I'_2 \cos(I'_2, E'_1).\end{aligned}$$

Умножаем обе части равенства на E'_1 и получаем:

$$\begin{aligned}P'_1 &= I'_1 \cdot E'_1 \cos(E'_1, I'_1) = I'_a \frac{R'_a}{Z'_a} E'_1 + E'_1 I'_2 \cos(I'_2, E'_1) = \\ &= I'^2_a R'_a + E'_1 I'_2 \cos(I'_2, E'_1),\end{aligned}$$

так как

$$E'_1 = I'_a \cdot Z'_a.$$

Таким образом, $P'_1 = W'_1 + P'_2$, где $W'_1 = I'^2_a \cdot R'_a$ — потери в железе первого двигателя; $P'_2 = E'_1 I'_2 \cos(E'_1, I'_2)$ — мощность, передаваемая ротору первого двигателя магнитным полем.

Так как по условию коэффициенты трансформации равны единице, то $E'_1 = \frac{E'_2}{\sigma'}$ и следовательно

$$P'_2 = \frac{E'_2}{\sigma'} I'_2 \cos(E'_2, I'_2).$$

Проектируем многоугольник напряжений цепи ротора первого двигателя на направление тока I'_2 :

$$\begin{aligned}E'_2 \cos(E'_2, I'_2) &= \overline{IZ} \cdot \cos(\overline{IZ}, I'_2) + \overline{I'_2 Z'_2} \cdot \cos(I'_2 Z'_2, I'_2) = \\ &= V_2 \cos(V_2, I'_2) + I'_2 Z'_2 \frac{R'_2}{Z'_2} = V_2 \cos(V_2, I'_2) + I'_2 R'_2,\end{aligned}$$

где $V_2 = IZ$ — напряжение вторичной сети; и

$$\frac{R'_2}{Z'_2} = \cos(\overline{I'_2 Z'_2}, I'_2).$$

Умножая обе части последнего соотношения на $\frac{1}{\sigma'} \cdot I'_2$:

$$P'_2 = \frac{1}{\sigma'} \cdot I'_2 V_2 \cos(V_2, I'_2) + \frac{1}{\sigma'} \cdot I'^2_2 R'_2.$$

Здесь $I'^2_2 R'_2 = W'_2$ — потери в обмотке ротора первого двигателя, $I'_2 V_2 \cos(V_2, I'_2) = P'_2$ — электрическая мощность на кольцах ротора.

Поэтому переписываем последнее соотношение в следующей форме:

$$P'_2 = P'_k + W'_2 + \frac{1-\sigma'}{\sigma'} \cdot I'_2 \cdot [V'_2 \cos(V'_2, I'_2) + I'_2 R'_2].$$

Последний член этого уравнения

$$\frac{1-\sigma'}{\sigma'} \cdot I'_2 [V'_2 \cos(V'_2, I'_2) + I'_2 R'_2] = P'_m$$

есть очевидно механическая мощность, передаваемая валу первого двигателя.

Проектируем многоугольник токов цепи ротора первого двигателя на направление составляющей э.д.с. E'_2 , уравнивающей напряжение V'_2 :

$$I'_2 \cos(I'_2, V'_2) = I \cos(I, V_2) + I'_1 \cos(I'_1, V_2) = I \frac{R}{Z} + I'_1 \cos(I'_1, V_2),$$

учитывая, что $\cos(I, V_2) = \frac{R}{Z}$.

Умножая обе части этого равенства на V_2 , получаем:

$$P'_k = V_2 \cdot I \frac{R}{Z} + I'_1 V_2 \cos(I'_1, V_2) = P_e + P'_{kl},$$

где $P_e = V_2 I \frac{R}{Z} = V_2^2 \frac{R}{R^2 + \sigma'^2 X^2} = I^2 R$ — мощность, потребляемая приемниками вторичной сети; $P'_{kl} = I'_1 V_2 \cos(I'_1, V_2)$, — мощность, подводимая к клеммам статора второго двигателя.

Проектируем многоугольник напряжений цепи статора второго двигателя на направление вектора I'_1 :

$$V_2 \cos(I'_1, V_2) = E'_1 \cos(I'_1, E'_1) + I'_1 Z'_1 \cos(I'_1, \overrightarrow{I'_1 Z'_1}) = E'_1 \cos(I'_1, E'_1) + I'_1 R'_1,$$

так как

$$\cos(I'_1, \overrightarrow{I'_1 Z'_1}) = \frac{R'_1}{Z'_1}.$$

Умножая обе части этого равенства на I'_1 , находим:

$$P'_{kl} = I'_1 E'_1 \cos(I'_1, E'_1) + I'^2_1 R'_1 = P'_\mu + W'_1,$$

где $W'_1 = I'^2_1 R'_1$ — потери в обмотке статора второго двигателя, $P'_\mu = I'_1 E'_1 \cos(I'_1, E'_1)$ — мощность магнитного поля второго двигателя.

Проектируем многоугольник токов второго двигателя на направление составляющей V_2 , уравнивающей E'_1 :

$$I'' \cos(E'_1, I''_1) = I''_a \cos(E'_1, I''_a) + I''_2 \cos(E'_1, I''_2) = I''_a \frac{R''_a}{Z''_a} + I''_2 \cos(E'_1, I''_2).$$

Умножая обе части этого равенства на E_1' , получаем:

$$P_1'' = E_1' I_a'' \frac{R_a''}{Z_a''} + I_2'' E_1' \cos(E_1', I_2'') = W_f' + P_2'',$$

где $W_f' = E_1' I_a'' \frac{R_a''}{Z_a''} = I_a''^2 R_a''$ — потери в железе второго двигателя, причем

$E_1'' = I_a'' Z_a''$; $P_2'' = I_2'' E_1'' \cos(I_2'', E_1'') = I_2'' \frac{E_2''}{\sigma''} \cos(I_2'', E_2'')$ — мощность, передаваемая ротору второго двигателя; при этом $E_1'' = \frac{E_2''}{\sigma''}$, так как коэффициент трансформации принят равным единице.

Вводя $E_2'' = I_2'' \cdot Z_2''$ и $\cos(E_2'', I_2'') = \frac{R_2''}{Z_2''}$, имеем:

$$P_2'' = \frac{1}{\sigma''} \cdot I_2''^2 \cdot R_2'' = I_2''^2 R_2'' + \frac{1 - \sigma''}{\sigma''} I_2''^2 R_2'' =$$

где $W_2'' = I_2''^2 \cdot R_2''$ — потери в обмотке ротора второго двигателя; $P_m'' = \frac{1 - \sigma''}{\sigma''} I_2''^2 \cdot R_2''$ — механическая мощность, передаваемая валу ротора второго двигателя.

Итак, по разделении мощностей, получаем следующее уравнение энергетического баланса системы:

$$P_{\text{н}}' \leq W_1' + W_f' + W_2' + P_m' + P_s + W_1'' + W_f'' + W_s'' + P_m''$$

В целях упрощения дальнейших выводов пренебрежем потерями в системе. Тогда будем иметь соотношение:

$$P_{\text{н}}' = P_m' + P_s + P_m''.$$

Пренебрегая механическими потерями преобразователя, можно механическую нагрузку на его валу принять равной нулю, тогда предыдущее соотношение принимает вид:

$$P_{\text{н}}' = P_s$$

при условии

$$P_m' + P_m'' = 0.$$

Точнее

$$P_{\text{н}}' = P_s + W_2$$

$$P_m' + P_m'' = W_m,$$

где W_m — механические потери в преобразователе; W_2 — общие потери преобразователя.

Присоединив сюда систему ранее полученных уравнений:

$$\begin{aligned} V_1 &= I'_1 \cdot (Z'_1 + Z'_a) + I'_2 \cdot Z'_a \cdot u_{21} \\ 0 &= I'_1 \cdot Z'_a \cdot u_{21}^{\sigma'} + I'_2 (Z'_2 + Z'_a u_{21}^{\sigma'}) + Z - I''_1 \cdot Z \\ 0 &= I''_1 (Z''_1 + Z''_a + Z) + I''_2 \cdot Z''_a u_{21}^{\sigma''} - I'_2 \cdot Z - \\ 0 &= I''_1 \cdot Z''_a u_{21}^{\sigma''} + I'_2 (Z''_2 + Z''_a u_{21}^{\sigma''}) \end{aligned}$$

и соотношение между скольжениями σ' и σ'' :

$$p' \cdot \sigma' (1 - \sigma'') = (1 - \sigma') p'',$$

будем иметь всего 7 уравнений. Исключив из них I'_1 , I'_2 , I''_1 , I''_2 , σ' и σ'' , найдем соотношение между P_{kl} и сопротивлением Z приемников вторичной сети в функции первичного напряжения V_1 и параметров машин системы.

Точно так же, исключив I'_1 , I'_2 , I''_1 , V_2 , I''_2 , σ' и σ'' , из основных уравнений системы и соотношений:

$$\begin{aligned} P'_m + P''_m &= W_m \\ V_2 &= - (I'_2 - I''_2) \cdot Z \\ P_{kl} &= I'_1 V_2 \cos(\angle I'_1, V_2) \end{aligned}$$

найдем выражение P_{kl} через V_1 , Z и параметры машин системы.

Итак, мощности двигателей системы могут быть определены по заданным значениям V , Z , p' , p'' .

Не приводя описания других мало употребительных способов регулировки асинхронных двигателей, как-то: весьма дорогой системы Wust'a в виде комбинации нескольких электродвигателей на общем валу с различным числом полюсов, механического соединения роторов двух асинхронных двигателей друг против друга по системе Ionas'a (Е. Т. З., 1904, стр. 53), перейдем к тем способам регулировки асинхронных двигателей каскадным соединением со вспомогательными двигателями, которые, несмотря на сложность, начинают все чаще и чаще применяться, в виду неудовлетворительности всех вышеперечисленных: одних — по неэкономичности, других — потому, что дают регулировку лишь грубыми ступенями.

Все многочисленные системы регулирования скорости и коэффициента мощности асинхронного электродвигателя посредством каскадных соединений, из которых ниже в § 14 рассмотрены лишь основные в их простейшем принципиальном оформлении, имеют один общий и весьма ценный принцип: они представляют возможность использования энергии скольжения первичного (асинхронного) двигателя.

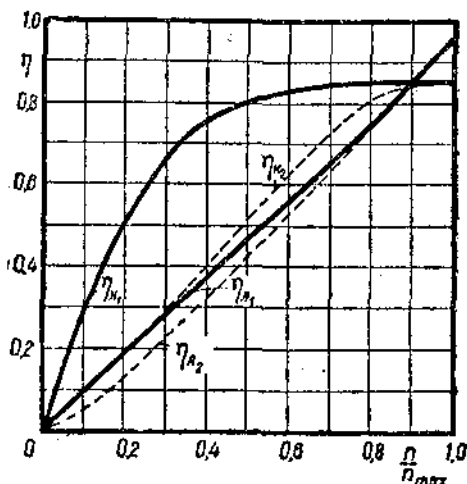
§ 15. Регулирование скорости коллекторных двигателей переменного тока.

Выше уже указывалось, что главнейшим преимуществом коллекторных двигателей переменного тока перед асинхронными является возможность простого, экономичного, широкого и плавного регулирования скорости.

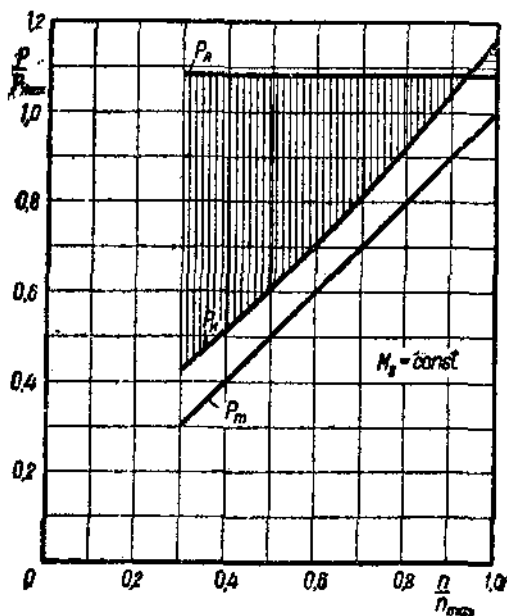
Если в однофазном токе применение коллекторных двигателей часто вызывается отсутствием пускового момента у асинхронного, то при системе трехфазного тока применение коллекторных двигателей обуславливается исключительно их регулировочными достоинствами.

На фиг. 150 приведены для сравнения кривые зависимости коэффициентов полезного действия от отношения чисел оборотов $\frac{n}{n_{\max}}$

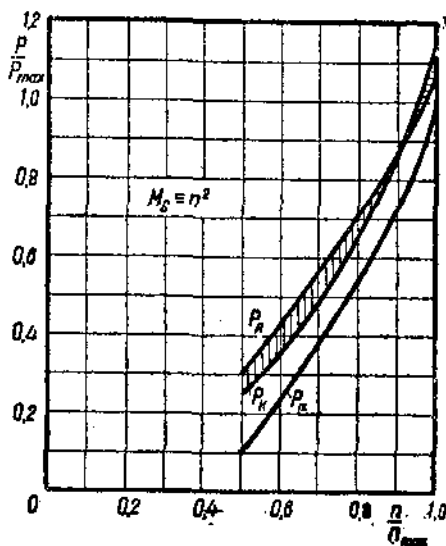
для асинхронного и коллекторного двигателя. Кривые сняты для одинаковых вращающих моментов, причем η_{K_1} и η_{A_1} соответственно относятся к случаю работы коллекторного и асинхронного двигателей с моментом сопротивления, не зависящим от числа оборотов, а кривые η_{K_2} и η_{A_2} — к случаю работы с моментом сопротивления, изменяющимся пропорционально квадрату числа обо-



Фиг. 150.



Фиг. 151a.



Фиг. 151b.

ротов. На основании этих данных на фиг. 151a и 151b построены кривые зависимости механической (P_m) и потребляемой (P_K и P_A) мощностей от отношения $\frac{n}{n_{\max}}$ для случаев $M_s = \text{const}$ и $M_s \equiv n^2$.

Площади, заштрихованные вертикально и горизонтально, дают

ТАБЛИЦА 6.

$M_s = \text{const}$	Однофазный двигатель серии	Репульсионный двигатель	Компенсированный репульсионный двигатель	Однофазный двигатель шунтовой	Многофазный двигатель серии	Многофазный двигатель шунтовой
Наименьшее возможное число об./мин. в процентах от нормального .	5	5	5	5	5	5
Наименьшее число об./мин. для продолжительной работы, не более 1 часа, в %	50	50	50	50	50	50
Наивысшее число об./мин. для продолжительной работы, не более 1 часа, в %	40	110	130	120	130	150
Наивысшее возможное для двигателя число об./мин.	150	120	150	130	130	190

ТАБЛИЦА 7.

$M_s \approx n^2$	Однофазный двигатель серии	Репульсионный двигатель	Компенсированный репульсионный двигатель	Однофазный двигатель шунтовой	Многофазный двигатель серии	Многофазный двигатель шунтовой
Наименьшее возможное число об./мин. в процентах от нормального .	5	5	5	5	5	5
Наименьшее число об./мин. для продолжительной работы, не более 1 часа, ... в %	5	5	5	5	5	5
Наивысшее число об./мин. для продолжительной работы не более 1 часа, ... в %	110	110	110	110	110	110
Наивысшее возможное для двигателя число об./мин. в %	120	110	120	115	115	115

соответственно экономию и перерасход энергии при коллекторном двигателе по сравнению с асинхронным. Эти графики показывают, что экономия энергии получается тем значительнее, чем больше скольжение и потребляемая мощность.

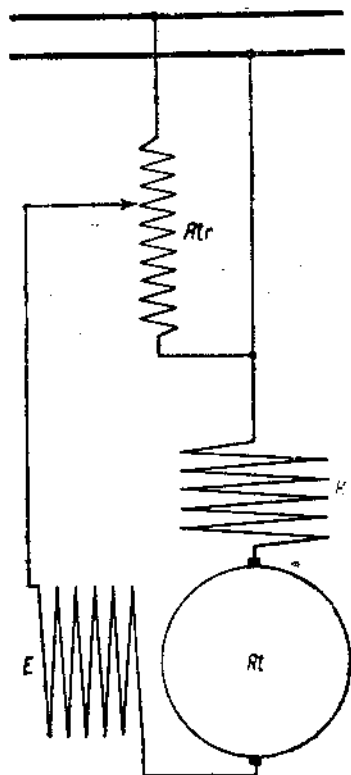
В таблицах 6 и 7 приведены пределы регулировки скорости коллекторных двигателей в процентах от нормального числа оборотов. Таблица 6 дана для работы двигателей с постоянным вращающим моментом, а таблица 7 — для работы с вращающим моментом, изменяющимся пропорционально квадрату числа оборотов. Как видно из таблиц, при работе с постоянным вращающим моментом число оборотов двигателя может быть снижено на 50%, однако длительная работа со столь малым числом оборотов вследствие ухудшения условий самоохлаждения возможна лишь при наличии искусственного охлаждения, не зависящего от числа оборотов самого двигателя. При работе с моментом, пропорциональным квадрату числа оборотов, имеет место обратное явление, т. е. искусственное охлаждение необходимо при скорости выше нормальной, так как при этом момент сопротивления, а следовательно и сила тока растут быстрее, нежели увеличивается интенсивность самоохлаждения. Наибольшее допустимое число оборотов двигателя ограничивается, кроме того, пределами механической прочности деталей, главным образом коллектора, так что увеличивать его более чем на 50% сверх нормального не рекомендуется.

а) Однофазный сериес-двигатель.

Выше было получено следующее уравнение для вращающегося момента однофазного сериес-двигателя:

$$M_m = \frac{V^2 \cdot p \cdot X_a}{2\pi f_p} \frac{\sin \theta \cos \theta}{[R_k + (R_0 - R_k) c]^2 + [X_k + (X_0 - X_k) c]^2} \quad (72)$$

Из этого уравнения следует, что численное значение вращающего момента зависит от напряжения V на клеммах двигателя, параметров R_k , X_k , R_0 , X_0 и угла сдвига щеток θ . Так как искусственное изменение первых четырех параметров влечет за собою изменение к. п. д. двигателя или его коэффициента мощности, а изменение угла θ невозможно без ухудшения условий коммутирования, то на практике для регулирования численного значения величины вращающего момента, а следовательно и числа оборотов двигателя, прибегают почти исключительно к изменению напряжения V на его клеммах посредством секционированного трансформатора или автотрансформатора, как это представлено на схеме фиг. 152. Система механических характеристик, получающихся при изменении V , вполне аналогична системе подобного рода характеристик сериес-двигателя постоянного тока.



Фиг. 152.

в) Однофазный репульсионный двигатель.

Из ур-ния (81) для вращающего момента однофазного репульсионного двигателя

$$M_m = \frac{V^2 \cdot p \cdot u_{21}^2 (R_a^2 + X_a^2)}{2\pi f_p [(R_2 + R_a u_{21}^2)^2 + (X_2 + X_a u_{21}^2)^2]} \cdot \frac{[c(R_2 + R_a u_{21}^2) \sin \theta - (X_2 + X_a u_{21}^2) \cos \theta] \sin \theta}{\{[R_k + R_0 - R_k]c\}^2 + [X_k + (X_0 - X_k)c]^2} \quad (81)$$

где

$$c_x = \frac{f_x}{f_p} = \frac{\omega_x}{\omega_0} = \frac{X_2 + X_a u_{21}^2}{R_2 + R_a u_{21}^2} \operatorname{ctg} \theta$$

есть отношение скорости холостого хода к синхронной, следует, что вращающий момент репульсионного двигателя однофазного тока зависит от напряжения на клеммах его статора, параметров машины и угла сдвига щеток. Таким образом здесь, как и в случае однофазного сериес-двигателя, численное значение величины вращающего момента, а следовательно и числа оборотов двигателя, можно регулировать изменением параметров, напряжения на клеммах и угла сдвига щеток. Но так как изменение параметров понижает к. п. д. и коэффициент мощности двигателя, а изменение напряжения требует установки специального секционированного трансформатора или автотрансформатора, в то время как сдвиг щеток не требует никаких специальных приспособлений и лишь незначительно влияет на условия коммутирования, то в случае однофазных репульсионных двигателей на практике применяется исключительно способ регулирования посредством сдвига щеток по коллектору.

В тех случаях, когда требуется особенно плавная и широкая регулировка скорости, применяется репульсионный двигатель системы Дери с двойным комплектом щеток, имеющий вдвое больше ступеней скорости, нежели двигатель с одним комплектом щеток, при том же числе коллекторных пластин, как то было выше разъяснено.

с) Однофазный шунтовой двигатель.

Вращающий момент однофазного шунтового двигателя по ур-нию (98):

$$M_m = \frac{V_1^2 p \cdot (R_\infty - R_k)}{2\pi f_p} \cdot \frac{c(c_x^2 - c^2)}{(c_x^2 R_k - c^2 R_\infty)^2 + (c_x^2 X_k - c^2 X_\infty)^2}$$

является функцией параметров машины, напряжения на клеммах и отношения скорости холостого хода к синхронной:

$$c_x = \frac{f_x}{f_p} = \frac{\omega_x}{\omega_0},$$

равного отношению трансформаторного магнитного потока к магнитному потоку возбуждения.

В самом деле, применяя второй закон Кирхгофа к цепи рабочей обмотки ротора, находим:

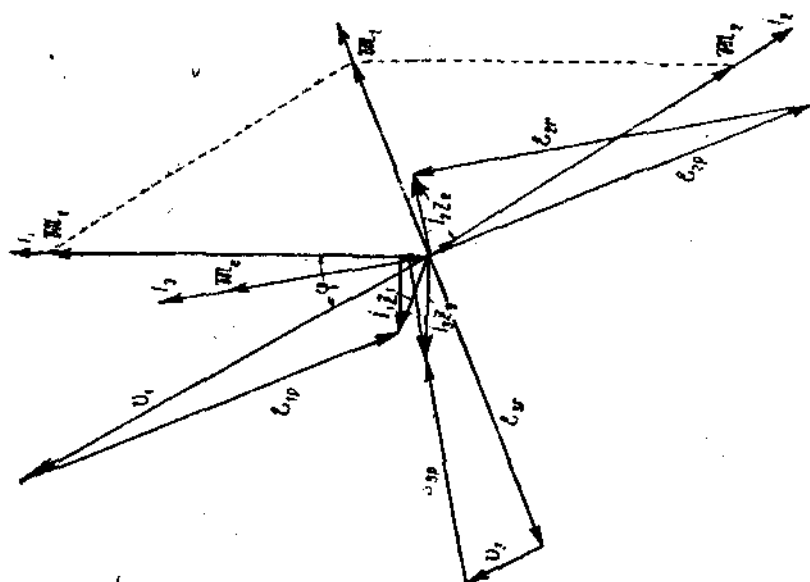
$$\dot{E}_{2p} + \dot{E}_{2r} = \dot{I}_2 Z_2.$$

При холостом ходе двигателя $I = 0$. Поэтому, пренебрегая падением напряжения в рабочей обмотке ротора при холостом ходе двигателя, находим:

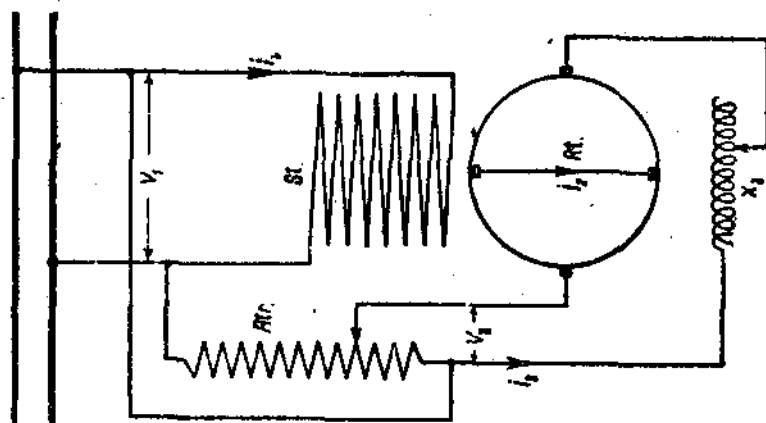
$$\dot{E}_2 = -\dot{E}_{2p}$$

или

$$j Z_a I_e c_x u_{21} = Z_a I_1 u_{21},$$



Фиг. 154.



Фиг. 153.

откуда

$$c_x = \frac{I_1}{j I_e}$$

т. е. численно:

$$c_x = \frac{I_1}{I_e}$$

напряжения на клеммах и магнитных потоков трансформаторного и возбуждения. Так как изменение параметров машины дурно влияет на к. п. д. и коэффициент мощности двигателя, то на практике применяется исключительно регулирование посредством изменения напряжения на клеммах и магнитных потоков возбуждения и трансформаторного.

На фиг. 78 была дана схема двигателя, регулируемого изменением магнитного потока возбуждения посредством изменения коэффициента трансформации обмоток, создающих этот поток.

На фиг. 153 приведена схема двигателя, регулируемого изменением магнитного потока возбуждения посредством изменения тока возбуждения I_3 при помощи введения безваттного сопротивления X_3 в цепь возбуждения. Регулировать значение тока I_3 посредством введения ваттного сопротивления в цепь возбуждения нельзя, так как при этом будет уменьшаться угол сдвига тока I_3 относительно э.-д. силы E_{3r} , что сопровождается понижением коэффициента мощности. Для повышения последнего в цепь возбуждения включается вторичная обмотка секционированного трансформатора или автотрансформатора (Atr , на фиг. 153); этим достигается увеличение угла сдвига тока I_3 относительно э.-д. силы E_{3r} в сторону запаздывания, и вследствие этого $\cos \varphi$ двигателя увеличивается. Само собой разумеется, что при помощи автотрансформатора возможно не только исправление коэффициента мощности двигателя, но и регулирование его скорости в известных пределах, так как при изменении значения напряжения V_3 вторичной обмотки автотрансформатора изменяется одновременно сила тока I_3 и магнитный поток Φ_e возбуждения. На фиг. 154 дана векторная диаграмма двигателя схемы фиг. 153.

На фиг. 155 представлена схема однофазного шунтового двигателя, регулируемого посредством изменения напряжения V_2 на рабочих щетках ротора при помощи секционированного автотрансформатора. Тот же автотрансформатор служит и для изменения напряжения V_3 на щетках возбуждения ротора, т. е. для исправления коэффициента мощности двигателя. На фиг. 156 дана векторная диаграмма двигателя схемы фиг. 155.

Ток в рабочей обмотке ротора

$$i_2 = \frac{\dot{E}_{2p} + \dot{E}_{2r} + \dot{V}_2}{Z_2}$$

Изменяя напряжение $\dot{V}_2$ по численному значению и направлению (путем переключения проводов, подводящих напряжение $\dot{V}_2$ к рабочим щеткам ротора), можно менять силу тока i_2 , а следовательно и вращающий момент двигателя, чем и достигается регулирование скорости.

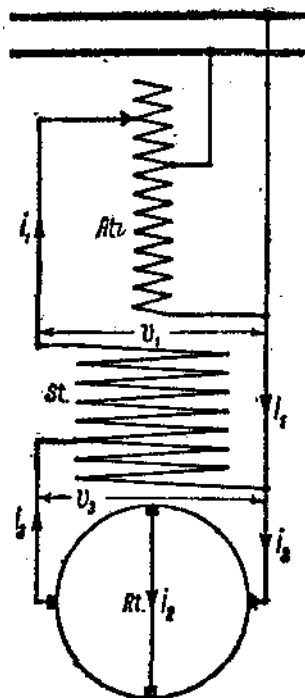
На фиг. 157 дана схема двигателя, регулируемого изменением напряжения на клеммах при помощи секционированного автотрансформатора. Здесь для исправления коэффициента мощности двигателя к щеткам возбуждения подводится напряжение V_3 не от автотрансформатора, как в предыдущих схемах, а от обмотки статора, для чего используется часть витков последней. Само собой разумеется, что подобного рода использование обмотки статора в качестве автотрансформатора для исправления коэффициента мощности двигателя возможно и в схемах фиг. 76, 153 и 155. Векторной диаграммой для двигателя (схемы фиг. 157) может служить диаграмма, представленная на фиг. 154 для двигателя (схемы фиг. 153).

д) Трехфазный сериес-двигатель.

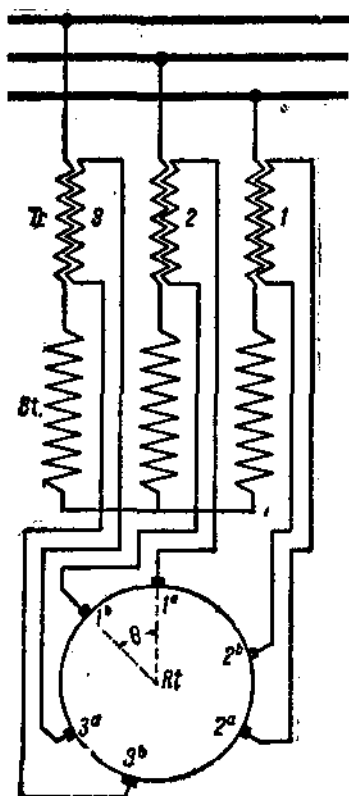
Выше было найдено следующее уравнение для вращающего момента трехфазного сериес-двигателя:

$$M_m = \frac{V^2 p u_{21} X_a \sin \theta}{2 \pi f_p \left\{ [R_k + (R_0 - R_k) c]_{R_a=0}^2 + [X_k + (X_0 - X_k) c]_{R_a=0}^2 \right\}}. \quad (103)$$

Из этого уравнения видно, что величину вращающего момента, а следовательно и скорость трехфазного сериес-двигателя, можно регулировать изменением значений параметров машины, угла сдвига щеток и напряжения на клеммах.



Фиг. 157.



Фиг. 158.

Изменение параметров машины вызывает понижение к. п. д. и коэффициента мощности двигателя, поэтому на практике применяется исключительно регулирование изменением напряжения и угла сдвига щеток.

Для изменения напряжения, подводимого к двигателю, между сетью и клеммами включают секционированный трансформатор или автотрансформатор. Однако при больших нагрузках вследствие насыщения железа трансформатора искажается характеристика двигателя, становясь более жесткой, что иногда бывает нежелательно; кроме того изготовление трансформаторов со значительным числом ступеней напряжения весьма затруднительно и дорого.

Поэтому значительно проще и дешевле регулирование двигателей сдвигом щеток. Так как однако при работе с нормальными скоростями двигатель работает вполне устойчиво и имеет наибольший к. п. д. при угле $\theta \approx 135^\circ$ эл., то диапазон регулирования скорости сдвигом щеток при нормальном моменте сопротивления ограничивается для нормальных двигателей интервалом приблизительно от 130 до 170° эл., т. е. углом всего в 40° , и следовательно практически возможное число ступеней скорости оказывается незначительным. Чтобы увеличить число ступеней, применяют двигатели с двойным количеством щеток; как указано на схеме фиг. 158. Щетки, отмеченные индексом (а), обычно устанавливаются на неподвижной траверзе, а щетки с индексом (б) передвигаются по коллектору помощью подвижной траверзы.

В случае одного комплекта щеток угол поворота щеток равен углу смещения м.-д. силы ротора в пространстве, а при двойном комплекте угол поворота подвижных щеток равен удвоенному углу смещения м.-д. силы ротора. Таким образом при двойном комплекте щеток тот же эффект достигается лишь при двойном угле сдвига щеток, т. е. возможное число ступеней скорости оказывается в два раза большим.

е) Трехфазный шунтовой двигатель.

Выше было получено следующее уравнение (116) для вращающего момента трехфазного шунтового двигателя:

$$M_m = \frac{V^2 \cdot p \cdot u_{21} [(X_2 u_1 \sin \theta - R_2 u_{21}) + u_1 u_{21}^2 (R_1 \cos \theta - X_1 \sin \theta)] (\tau - \sigma_x)}{2\pi f_p [(R_2 + R_1 u_{21}^2 \sigma)^2 + (X_2 + X_1 u_{21}^2 \sigma)^2 \sigma^2]},$$

где скольжение холостого хода:

$$\sigma_x = -u_1 \frac{u_1 u_{21} R_1 - R_2 \cos \theta}{(X_2 u_1 \sin \theta - R_2 u_{21}) + u_1 u_{21}^2 (R_1 \cos \theta + X_1 \sin \theta)}.$$

Из ур-ния (116) следует, что регулировать значение вращающего момента, а следовательно и числа оборотов двигателя, можно изменением параметров машины, напряжения на клеммах машины, напряжения на клеммах, угла сдвига щеток и коэффициентов трансформации.

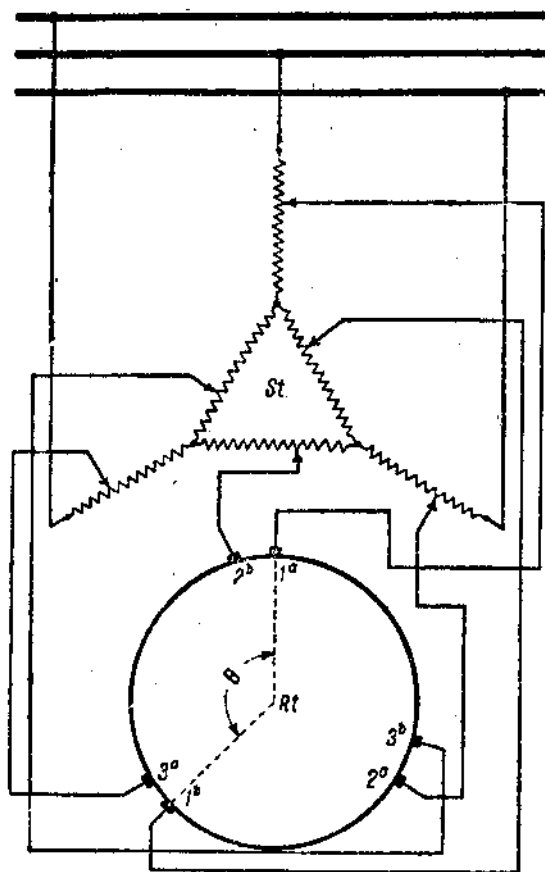
Так как изменение параметров цепи машины и угла сдвига щеток, как было выяснено, влечет за собою изменение к. п. д. и коэффициента мощности двигателя, то для регулирования числа оборотов на практике применяется или изменение напряжения (V) на клеммах двигателя, или изменение коэффициента трансформации (u_1), т. е. напряжения на щетках коллектора.

Для изменения напряжения на клеммах статора и щетках ротора, т. е. для регулирования числа оборотов двигателя, применяется обычно секционированный трансформатор или автотрансформатор.

Для изменения напряжения на щетках ротора по численному значению и фазе, т. е. для одновременного регулирования и числа оборотов и коэффициента мощности двигателя, применяется секционированный трансформатор, вторичная обмотка которого, соединенная электрически со щетками ротора, включается „зигзаг-звездой“.

Если трансформатор, включенный в цепь ротора, не допускает изменения по фазе напряжения, подводимого к щеткам, то коэффициент мощности двигателя регулируется путем сдвига щеток по коллектору.

На фиг. 159 представлена схема трехфазного шунтового двигателя с двойным комплектом щеток, обмотка статора которого, включенная звездой-треугольником, используется в качестве секционированного „зигзаг-трансформатора“, подводящего напряжение к щеткам ротора. Здесь регулирование числа оборотов и коэффициента мощности двигателя достигается изменением численного значения и фазы напряжения, подводимого к щеткам, и сдвигом подвижных щеток по коллектору.



Фиг. 159.

Питание через кольца к сети, создает вращающее магнитное поле, которое индуцирует в ней самой э.-д. силу, уравнивающую, совместно с ваттным и безваттным падением напряжения, напряжение сети, подведенное к кольцам, а в обмотках w_2 и w_3 индуцирует э.-д. силы, которые, в зависимости от расположения щеток, могут быть сдвинуты друг относительно друга на любой фазовый угол. Равнодействующая э.-д. сила обмоток w_2 и w_3 уравнивается падением напряжения в их ваттных и безваттных сопротивлениях. Магнитный поток обмотки статора w_3 , взаимодействуя с магнитным потоком обмоток ротора w_2 и w_1 , создает необходимый вращающий момент, направление которого будет зависеть от расположения щеток на коллекторе.

Равнодействующий магнитный поток взаимной индукции всех обмоток будет

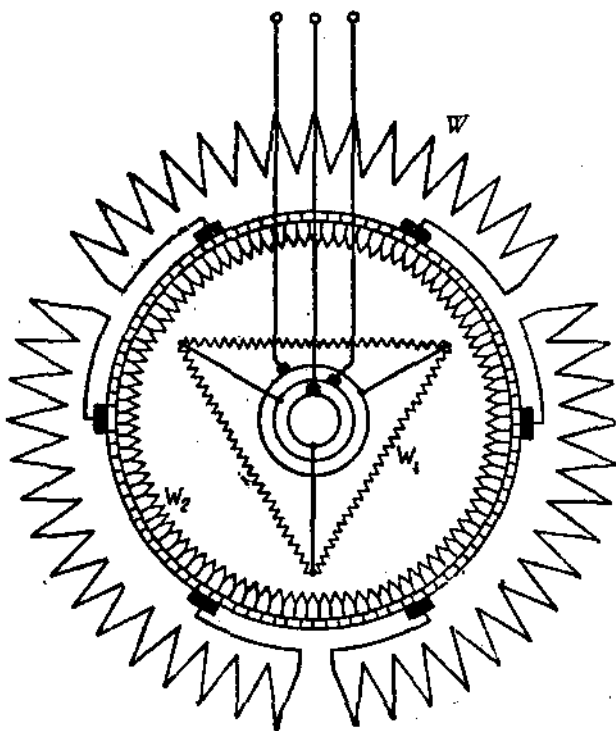
Использование обмотки статора в качестве трансформатора в цепи ротора возможно и для двигателя схемы фиг. 82, но для этого обмотка статора должна быть выполнена секционированной.

Рассмотрим в заключение двигателя специальной конструкции — системы Шраге, применяемые в тех случаях, где требуется исключительно плавная и широкая регулировка скорости. На фиг. 160а представлена схема двигателя Шраге. Питание он получает через кольца ротора. Ротор несет две обмотки: одну нормальную фазовую обмотку, соединенную звездой или треугольником и включенную на кольца ротора, и вторую обмотку w_2 постоянного тока, подключенную к коллектору, несущему три пары щеток, соединенных с обмоткой статора w_3 , выполняемой в виде обыкновенной фазовой обмотки. Принцип действия этого двигателя таков: обмотка ротора w_1 , подклю-

вращаться относительно ротора с синхронной скоростью, а относительно статора — со скоростью скольжения. Таким образом, здесь роль статора выполняет ротор; при этом к обмотке статора подводится напряжение соответствующей частоты, надлежащим образом сдвинутое по фазе. Отсюда следует, что в двигателе Шраге, как и в компенсированном асинхронном двигателе, осуществляется в одной машине каскадный агрегат по системе Гейланда, что позволяет: а) регулировать экономично число оборотов двигателя и б) установить коэффициент мощности сколь угодно близким к единице.

Предел регулирования скорости в двигателях Шраге может быть доведен до 3:1. Дальнейшее его увеличение связано с увеличением размеров коллектора, а потому на практике не применяется.

На фиг. 160б представлена эл. схема трехфазного шунтового двигателя, регулируемого изменением численного значения коэффициента трансформации (u_{21}) обмоток ротора и статора. В этом двигателе ток обтекает только те проводники обмотки ротора, которые подключены к коллекторным пластинам, находящимся между щетками, электрически соединенными через вторичные обмотки трансформаторов напряжения. Первичными обмотками последних служат соответствующие фазовые обмотки статора. Щетки, отмеченные индексом a , остаются неподвижными,



Фиг. 160а.

щетки же с индексом b можно перемещать по коллектору. При изменении угла между теми и другими изменяется число активных (под током) проводников обмотки ротора, а тем самым и значение коэффициента трансформации u_{21} , так как число активных проводников обмотки статора при перемещении щеток не изменяется.

С изменением коэффициента трансформации u_{21} изменяется численное значение величины вращающего момента двигателя, а следовательно и число оборотов.

Все рассмотренные выше методы регулирования трехфазных коллекторных двигателей сводились к различного рода операциям в цепи главного тока. А так как из условий удовлетворительного коммутирования эти двигатели не строятся на высокое напряжение, и вследствие этого при значительной

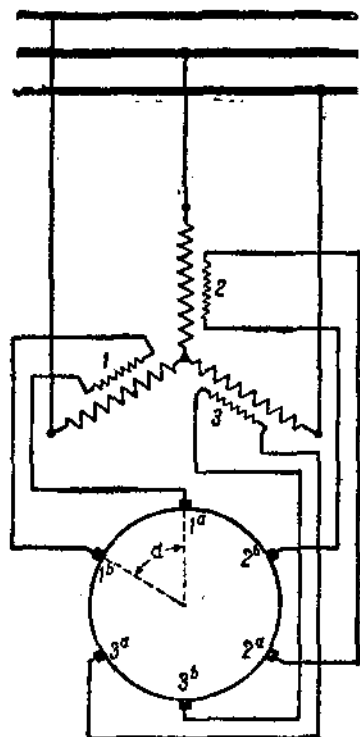
мощности двигателей приходится иметь дело с большой силой тока, то регулировочная аппаратура получается чрезмерно громоздкой и дорогой.

Этот недостаток устранен в компенсированных коллекторных двигателях.

г) Трехфазные компенсированные коллекторные двигатели.

Машины этого рода уже встречались выше под названием коллекторных альтернаторов, применяемых для каскадных соединений с асинхронными машинами.

Трехфазные компенсированные коллекторные двигатели могут быть шунтовыми, сериес и компаундными. На практике встречаются компенсированные двигатели только шунтовые и компаундные, так как сериес-двигатели этого рода обладают низким коэффициентом мощности и допускают регулирование исключительно путем операций в цепи главного тока, что, как уже говорилось, встречает большие практические затруднения. Поэтому рассмотрим более подробно шунтовую компенсированную машину.



Фиг. 160б.

г) Шунтовые компенсированные двигатели

На фиг. 161 представлена эл. схема. На статоре располагаются две обмотки, из которых одна (k) включается последовательно со щетками ротора и служит для компенсации магнитного потока, создаваемого обмоткой последнего, а вторая (e) включается параллельно первой через соответствующий секционированный трансформатор или автотрансформатор и служит для возбуждения машины. Щетки устанавливаются на коллекторе машины таким образом, чтобы ось обмотки ротора (R) совпадала с осью компенсирующей обмотки статора, а м.-д. силы этих обмоток были направлены прямо противоположно; по условию компенсации коэффициент трансформации u_{21} двух названных обмо-

ток должен быть равен единице

$$u_{21} = \frac{k_w \cdot w_2}{k_w \cdot w_1} = 1.$$

При таком расположении щеток ось обмотки возбуждения (e) оказывается сдвинутой в пространстве относительно общей оси двух первых обмоток (k и R) против направления вращения магнитного поля на некоторый угол θ эл. градусов.

М.-д. сила обмотки возбуждения в ампервитках:

$$2\dot{M}_e = k_{we} \cdot w_e \cdot i_e, \quad (190)$$

Э.-д. сила, индуцируемая магнитным потоком тока I_e в самой обмотке возбуждения:

$$\dot{E}_e = -Z_a \cdot i_e.$$

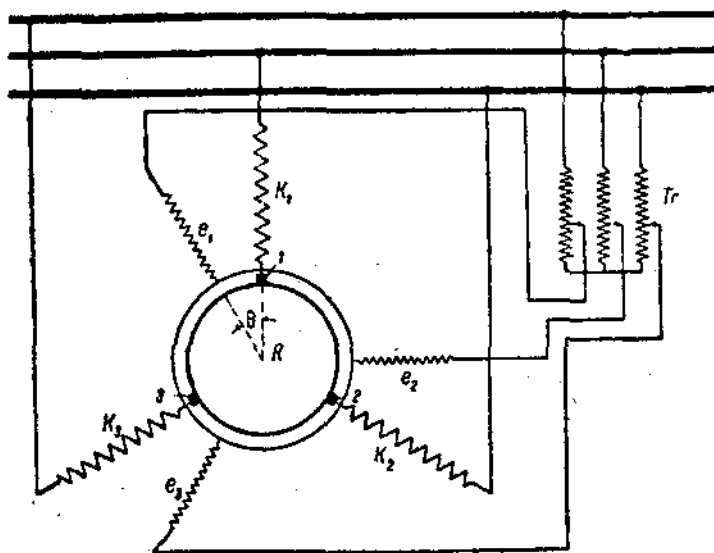
Применяя второй закон Кирхгофа к цепи возбуждения, получаем:

$$\dot{V}_2 + \dot{E}_e = i_e \cdot Z_e, \quad (191)$$

где $\dot{V}_2$ — вектор напряжения на клеммах обмотки возбуждения.

Иначе, уравнение (191) может быть представлено в следующей форме:

$$\dot{V}_2 = i_e (Z_a + Z_e). \quad (191')$$



Фиг. 161.

Э.-д. сила, индуцируемая магнитным потоком тока I_e в обмотке статора k :

$$\dot{E}_1 = -Z_a \cdot i_e \cdot u \cdot e^{+j\theta},$$

где $u = \frac{k_{w1} \cdot w_1'}{k_{we} \cdot w_e}$ — коэффициент трансформации обмоток k и e .

Э.-д. сила, индуцируемая в обмотке ротора:

$$\dot{E}_2 = -\dot{E}_1 \cdot \sigma = +Z_a \cdot i_e \cdot u \cdot \sigma \cdot e^{+j\theta}.$$

Равнодействующая э.-д. сила в цепи главного тока:

$$\dot{E}_r = \dot{E}_1 + \dot{E}_2 = -Z_a \cdot i_e \cdot u (1 - \sigma) \cdot e^{+j\theta}.$$

Применяя второй закон Кирхгофа к цепи главного тока $\dot{I}_1$, получаем:

$$\dot{V}_1 + \dot{E}_r = i \cdot (Z_1 + Z_2) \quad (192)$$

или

$$\dot{V}_1 = i (Z_1 + Z_2) + i_e \cdot Z_a \cdot u (1 - \sigma) \cdot e^{+j\theta}. \quad (192')$$

Обозначим через θ — угол отставания вектора напряжения $\dot{V}_2$ по фазе от напряжения $\dot{V}_1$, а через ρ — отношение модулей напряжений V_2 и V_1 . В таком случае:

$$\dot{V}_2 = \rho \cdot \dot{V}_1 \cdot e^{+j\theta} \quad (193)$$

На фиг. 162 представлена векторная диаграмма двигателя, построенная на основании ур-ний (190), (191), (192) и (193).

Исключая из системы ур-ний (191), (192) и (193) вектора $\dot{V}_2$ и $\dot{I}_e$, получаем:

$$\dot{V}_1 = I \frac{(Z_1 + Z_2)(Z_e + Z_a)}{Z_e + Z_2 [1 - \rho \cdot e^{+j\alpha} \cdot (1 - \sigma)]}, \quad (194)$$

где $\alpha = \theta + \vartheta$.

Пренебрегая намагничивающим током машины, т. е. полагая $Z_a = \infty$, найдем:

$$\dot{V}_1 = I \cdot \frac{Z_1 + Z_2}{1 - \rho \cdot u (1 - \sigma) e^{+j\alpha}}. \quad (194')$$

Для определения линии, по которой скользит конец вектора тока I с изменением скольжения σ , выберем систему координатных осей, в которой мнимая ось абсцисс ξ была бы направлена горизонтально слева направо, а вещественная ось ординат η — вертикально снизу вверх и совпадала бы при этом по направлению с вектором $\dot{V}_1$.

В таком случае, подставляя в ур-ние (194) $\dot{V}_1 = V_1$; $I = \eta + j\xi$ (где η и ξ — координаты конца вектора тока I),

$$Z_1 = R_1 - jX_1,$$

$$Z_2 = R_2 - jX_2,$$

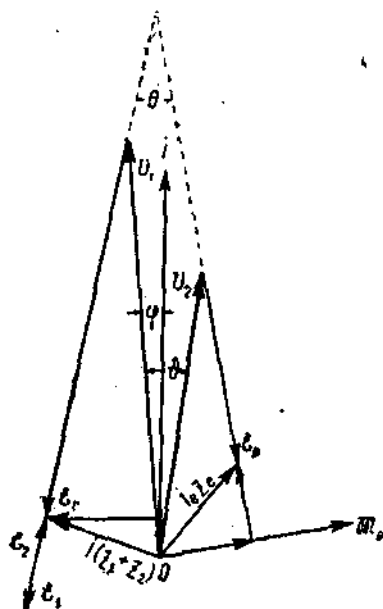
$$e^{+j\alpha} = \cos \alpha + j \sin \alpha,$$

отделяя вещественные части от мнимых в обеих частях равенства и приравнявая соответственно вещественные и мнимые слагаемые правой и левой части равенства, получаем систему двух уравнений, линейных относительно скольжения σ :

$$\left. \begin{aligned} (V_1 \cdot \rho \cdot u \cdot \cos \alpha - X_2 \xi) \sigma - (R_1 + R_2) \eta - X_1 \xi + V_1 (1 - \rho u \cos \alpha) &= 0 \\ (V_1 \cdot \rho \cdot u \cdot \sin \alpha + X_2 \eta) \sigma + X_1 \eta - (R_1 + R_2) \xi - V_1 \rho \cdot u \cdot \sin \alpha &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (195)$$

Исключая из этой системы уравнений параметр σ , получим уравнение искомой линии:

$$(\eta - \eta_m)^2 + (\xi - \xi_m)^2 = r^2, \quad (196)$$



Фиг. 162

где

$$\left. \begin{aligned} \eta_m &= \frac{X_2 \cos \varphi_k - (R_1 + R_2) \rho u \sin(\alpha + \varphi_k)}{2 \cdot X_2 (R_1 + R_2) \cos \varphi_k} V_1 \\ \xi_m &= \frac{\rho u \cos(\alpha + \varphi_k)}{2 \cdot X_2 \cos \varphi_k} V_1 \\ r &= \sqrt{\eta_m^2 + \xi_m^2 + V_1^2 \frac{\rho \cdot u \sin \alpha}{X_2 (R_1 + R_2)}} \end{aligned} \right\} \quad (197)$$

причем

$$\varphi_k = \arctg \frac{X_1 + X_2}{R_1 + R_2}.$$

Ур-ние (196) показывает, что искомая линия — окружность радиуса r с центром в точке, определяемой координатами η_m и ξ_m .

Из ур-ния (197) следует, что радиус окружности тока I приблизительно обратно пропорционален безваттному сопротивлению обмотки ротора: для $X_2 = 0$, находим $r = \infty$, т. е. линия тока обращается в прямую. Из того же ур-ния (197) видно, что при условии $\alpha + \varphi_k > \frac{\pi}{2}$ абсцисса центра $\xi_m < 0$, т. е. переходит в область опережающих токов: в этом случае машина работает нормально с коэффициентом мощности, близким к единице или даже отрицательным.

Если считать безваттное сопротивление обмотки ротора независимым от скольжения, т. е. положить

$$Z_2 = R_2 - jX_2 = Z_{2k} = \text{const},$$

то вместо ур-ния (195) получим следующую систему:

$$\left. \begin{aligned} V_1 \cdot \rho \cdot u \cdot \cos \alpha \cdot \sigma - (R_1 + R_2) \eta - (X_1 + X_2) \xi + V_1 (1 - \rho) u \cdot \cos \alpha &= 0 \\ V_1 \cdot \rho \cdot u \cdot \sin \alpha \cdot \sigma - (R_1 + R_2) \xi + (X_1 + X_2) \eta - V_1 \cdot \rho \cdot u \cdot \sin \alpha &= 0 \end{aligned} \right\} (195')$$

Исключив параметр σ , найдем уравнения линии тока I в виде:

$$\eta = \operatorname{tg} \left[\frac{\pi}{2} - (\alpha + \varphi_k) \right] \xi + \frac{V_1}{R_1 + R_2} \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \varphi_k}. \quad (196')$$

Отсюда следует, что при условии: $Z_2 = Z_{2k} = \text{const}$ линия тока I есть прямая, составляющая с осью ординат угол $(\alpha + \varphi_k)$ и отсекающая на указанной оси отрезок:

$$\eta = \frac{V_1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \varphi_k}.$$

Положив в ур-нии (196') $\eta = 0$, найдем отрезок, отсекаемый рассматриваемой прямой на оси абсцисс:

$$\xi = - \frac{V_1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi_k}.$$

Если, кроме того, $\alpha + \varphi_k = \frac{\pi}{2}$,

$$\eta = \frac{V_1}{R_1 + R_2} \sin^2 \alpha = \frac{V_1}{R_1 + R_2} \cos^2 \varphi_k = \text{const},$$

т. е. двигатель работает с постоянной ваттной мощностью.

Механическая мощность P_m , передаваемая ротором двигателя валу, равна вещественной части произведения вектора $\dot{V}_r = -\dot{E}_r$ на вектор $\dot{I}$, причем один из этих векторов должен быть взят в сопряженной форме:

$$\dot{V}_r = -\dot{E}_r = +Z_a \cdot \dot{I}_e \cdot u(1-\sigma) e^{+j\theta} = V_1 \frac{\rho u(1-\sigma) Z_a e^{+j(\sigma+\theta)}}{Z_a + Z_e}$$

или, положив $\theta + \theta = \alpha$ и $Z_a = \infty$:

$$\dot{V}_r = \dot{V}_1 \cdot \rho \cdot u(1-\sigma) e^{+j\alpha},$$

а в сопряженной форме:

$$\underline{\dot{V}}_r = \dot{V}_1 \cdot \rho \cdot u(1-\sigma) e^{-j\alpha}.$$

С другой стороны, из ур-ния (194') находим:

$$\dot{I} = \dot{V}_1 \cdot \frac{1 - \rho \cdot u \cdot (1-\sigma) e^{+j\alpha}}{Z_1 + Z_2},$$

следовательно

$$P_m = \text{вещ. часть } [\dot{V}_r \cdot \dot{I}] = V_1^2 \cdot \rho \cdot u(1-\sigma) \times \\ \times \frac{[(X_1 + X_2 \sigma) \sin \alpha + (R_1 + R_2) \cos \alpha - \rho \cdot u(1-\sigma)(R_1 + R_2)]}{(R_1 + R_2)^2 + (X_1 + \sigma X_2)^2} \quad (198)$$

Отсюда вращающий момент двигателя:

$$M_m = \frac{P_m}{\omega_0(1-\sigma)} = \frac{P_m \cdot p}{2\pi f_p(1-\sigma)}$$

или

$$M_m = \frac{V_1^2 \cdot \rho \cdot u \cdot p}{2\pi f_p} \times \\ \times \frac{[(X_1 + X_2 \sigma) \sin \alpha + (R_1 + R_2) \cos \alpha - \rho \cdot u \cdot (1-\sigma)(R_1 + R_2)]}{(R_1 + R_2)^2 + (X_1 + \sigma X_2)^2} \quad (199)$$

Скольжение холостого хода σ_x найдем из уравнения:

$$(X_1 + X_2 \sigma_x) \sin \alpha + (R_1 + R_2) \cos \alpha - \rho \cdot u \cdot (1-\sigma_x)(R_1 + R_2) = 0,$$

откуда

$$\sigma_x = - \frac{X_1 \sin \alpha + (R_1 + R_2) \cos \alpha - \rho \cdot u \cdot (R_1 + R_2)}{\rho \cdot u \cdot (R_1 + R_2) + X_2 \cdot \sin \alpha} \quad (200)$$

В таком случае ур-ние (199) принимает вид:

$$M_m = \frac{V_1 \cdot \rho \cdot u \cdot p}{2\pi f_p} \frac{[\rho \cdot u \cdot (R_1 + R_2) + X_2 \sin \alpha] \cdot (\sigma - \sigma_x)}{(X_1 + \sigma X_2)^2 + (R_1 + R_2)^2}.$$

Отсюда следует, что вращающий момент двигателя обращается в нуль при $\sigma = \pm \infty$, т. е. при идеальном коротком замыкании и при $\sigma = \sigma_x$. Если $\sigma > \sigma_x$, то $M_m > 0$, а если $\sigma < \sigma_x$, то $M_m < 0$.

При условии $Z_3 = Z_{2k} = \text{const}$ из ур-ния (198) получаем:

$$P_m = \frac{V_1^2 \cdot \rho \cdot u (1 - \sigma) \cos \varphi_k}{R_1 + R_2} [\cos(\varphi_k - \alpha) - \rho \cdot u \cdot (1 - \sigma) \cos \varphi_k] =$$

$$= \frac{I_k^2 \cdot \rho \cdot u \cdot (1 - \sigma) (R_1 + R_2)}{\cos \varphi_k} [\cos(\varphi_k - \alpha) - \rho \cdot u (1 - \sigma) \cos \varphi_k], \quad (198')$$

где

$$I_k = \frac{V_1}{V(R_1 + R_2)^2 + (X_1 + X_2)^2},$$

откуда вращающий момент двигателя:

$$M_m = \frac{V_1^2 \cdot \rho \cdot u \cdot \rho \cdot \cos \varphi_k}{2\pi f_p (R_1 + R_2)} [\cos(\varphi_k - \alpha) - \rho \cdot u \cdot (1 - \sigma) \cos \varphi_k] =$$

$$= \frac{I_k^2 \cdot \rho \cdot u \cdot \rho (R_1 + R_2)}{2\pi f_p \cdot \cos \varphi_k} [\cos(\varphi_k - \alpha) - \rho \cdot u \cdot (1 - \sigma) \cos \varphi_k] \quad (199')$$

Скольжение холостого хода определяем из уравнения

$$\cos(\varphi_k - \alpha) - \rho \cdot u \cdot (1 - \sigma_x) \cos \varphi_k = 0,$$

откуда

$$\sigma_x = \frac{\cos(\varphi_k - \alpha) - \rho \cdot u \cdot \cos \varphi_k}{\rho \cdot u \cdot \cos \varphi_k}. \quad (200')$$

Следовательно, выражение для вращающего момента двигателя может быть представлено в форме:

$$M_m = \frac{V_1^2 \cdot \rho \cdot u^2 \cdot \rho^2 \cdot \cos^2 \varphi_k}{2\pi f_p (R_1 + R_2)} (\sigma - \sigma_x) =$$

$$= \frac{I_k^2 \cdot \rho \cdot u^2 \rho^2 (R_1 + R_2)}{2\pi f_p} (\sigma - \sigma_x). \quad (199'')$$

Из этого уравнения следует, что $M_m > 0$ при $\sigma > \sigma_x$ и $M_m < 0$ при $\sigma < \sigma_x$ и только при $\sigma = \sigma_x$ получаем $M_m = 0$.

Если $\alpha + \varphi_k = \pi/2$, то механическая мощность двигателя

$$P_m = I_k^2 \cdot \rho \cdot u \cdot (1 - \sigma) \cdot (R_1 + R_2) \cdot [2 \sin \varphi_k - \rho \cdot u \cdot (1 - \sigma)], \quad (198'')$$

а вращающий момент его

$$M_m = I_k^2 \frac{\rho \cdot \rho \cdot u (R_1 + R_2)}{2\pi f_p} [2 \sin \varphi_k - \rho \cdot u (1 - \sigma)] \quad (199''')$$

Скольжение холостого хода

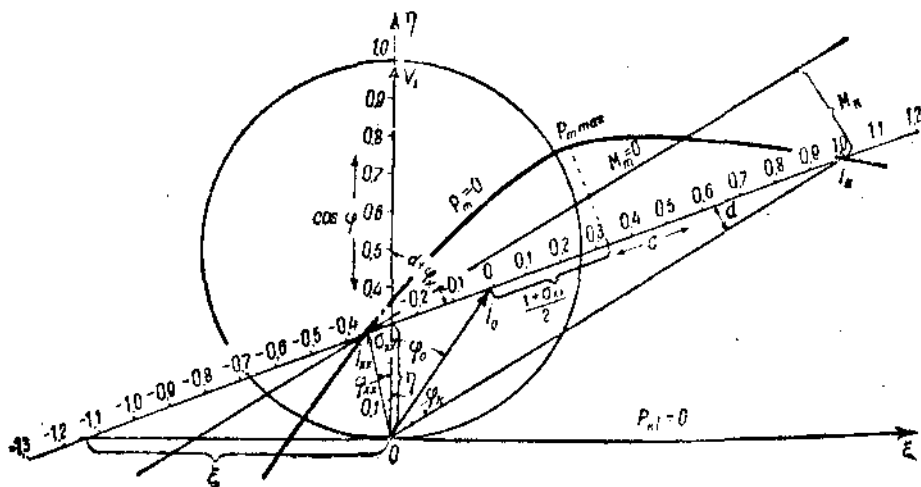
$$\sigma_x = - \frac{2 \sin \varphi_k - \rho \cdot u}{\rho \cdot u} \quad (200'')$$

Таким образом

$$M_m = I_k^2 \frac{p \cdot u^2 \cdot \rho^2 (R_1 + R_2)}{2\pi f_p} (\sigma - \sigma_x). \quad (199''')$$

На фиг. 163 представлена рабочая диаграмма двигателя для случая $Z_2 = Z_{2k} \text{ const.}$

Из ур-ний (199') и (200') следует, что скольжение холостого хода двигателя и его вращающий момент могут быть регулируемы изменением параметра ρ , определяющего значение напряжения на клеммах возбуждения.



Фиг. 163.

Следовательно, здесь вся регулирующая аппаратура может быть рассчитана на весьма небольшую силу тока возбуждения.

Механические характеристики двигателя, согласно ур-нию (199'), имеют прямолинейную форму, как у шунтового двигателя постоянного тока. Ур-ние (199''') можно переписать в следующем виде:

$$M_m = \frac{I_k^2 \cdot p^2 \cdot u^2 \cdot \rho^2 (R_1 + R_2)}{4 \pi^2 f_p^2} (\omega_x - \omega),$$

откуда

$$\omega = \omega_x - \frac{4 \pi^2 f_p^2}{I_k^2 \cdot p^2 \cdot u^2 \cdot \rho^2 (R_1 + R_2)} M_m. \quad (201)$$

Следовательно, с уменьшением ρ , т. е. магнитного потока возбуждения, характеристики двигателя становятся мягче, как это было отмечено и в постоянном токе.

Подставляя в ур-ние (195') последовательно $\sigma = 1$, $\sigma = 0$, $\sigma = \sigma_x$ и

ур-ние (200'), получаем координаты точек короткого замыкания (к. з.), синхронного хода (с. х.) и холостого хода (х. х.) *);

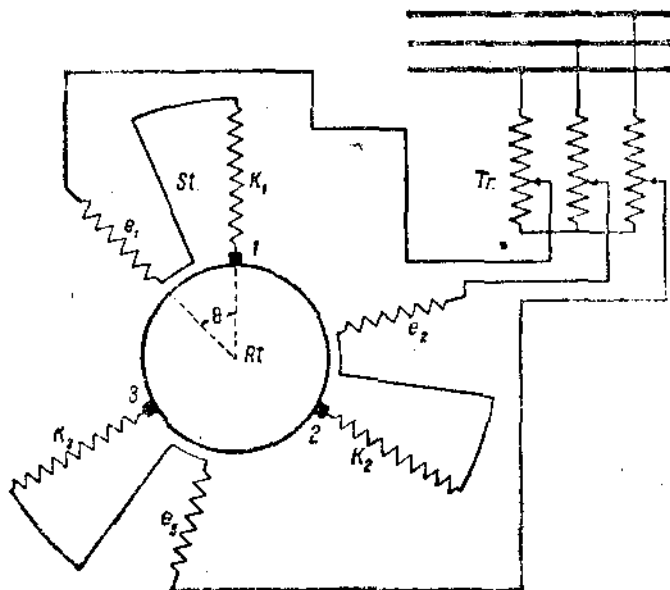
$$\eta_k = \frac{V_1(R_1 + R_2)}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_1 + X_2)^2}}; \quad \xi_k = \frac{V_1(X_1 + X_2)}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_1 + X_2)^2}}$$

$$\eta_0 = \frac{V_1 \cdot [\cos \varphi_k - \rho \cdot u \cdot \cos(\varphi + \alpha)]}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_1 + X_2)^2}};$$

$$\xi_0 = \frac{V_1 \cdot [\sin \varphi_k - \rho \cdot u \cdot \sin(\varphi + \alpha)]}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_1 + X_2)^2}}$$

$$\eta_x = \frac{V_1 \cdot \sin^2 \alpha}{R_1 + R_2}; \quad \xi_x = -\frac{V_1 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{R_1 + R_2}.$$

Полученные три основные точки: „к. з.“, „с. х.“ и „х. х.“ нанесены на диаграмму фиг. 163. Значения скольжения для различных значений тока



Фиг. 164.

нанесены на самой линии токов, а положение точек „к. з.“ и „с. х.“ определяет масштаб шкалы скольжений.

На диаграмме скольжение холостого хода (х. х.) равно приблизительно 34%.

Шкала $\cos \varphi$ построена аналогично построению рабочих диаграмм других двигателей.

Переписывая ур-ние (198') в виде

$$P_m = \frac{I_k^2 \cdot p^2 \cdot u^2 \cdot \rho^2 (R_1 + R_2)}{4\pi^2 f_p^2} (\omega_x - \omega) \omega, \quad (202)$$

*) В дальнейшем для сокращения применяется только буквенное обозначение к. з., с. х. и х. х.

замечаем, что кривая $P_m = f(\omega)$ является параболой второго порядка, достигающей максимума при $\omega = \frac{\omega_x}{2}$ или при $\sigma = \frac{1 + \sigma_x}{2}$, как и в случае шунтового двигателя постоянного тока.

h) Компенсированные сериес-двигатели.

На фиг. 164 представлена эл. схема: на статоре расположены две обмотки, соединенные последовательно между собой и с обмоткой ротора.

Одна из обмоток статора (k) служит для компенсации магнитного поля ротора и располагается так же, как и в случае шунтового компенсированного двигателя, а вторая обмотка статора (e) служит для возбуждения двигателя и располагается на статоре так, что ось ее оказывается сдвинутой по отношению к оси компенсирующей обмотки против направления вращения магнитного поля на некоторый угол θ° эл. М.-д. сила обмотки возбуждения в ампер-витках:

$$\mathcal{M}_e = k_{w_e} \cdot w_e \cdot i. \quad (203)$$

Э.-д. сила, индуцируемая магнитным потоком возбуждения в обмотке e :

$$\dot{E}_e = -Z_a \cdot i.$$

Э.-д. сила, индуцируемая тем же магнитным потоком в компенсирующей обмотке:

$$\dot{E}_1 = -Z_a \cdot i \cdot u \cdot e^{+j\theta},$$

где $u = \frac{k_{w_1} \cdot w_1}{k_{w_e} \cdot w_e}$ — коэффициент трансформации обмоток k и e .

Э.-д. сила, индуцируемая в обмотке ротора:

$$\dot{E}_2 = -\dot{E}_1 \cdot \sigma = +Z_a \cdot i \cdot u \cdot \sigma \cdot e^{+j\theta}.$$

Равнодействующая э.-д. сила цепи двигателя:

$$\dot{E}_r = \dot{E}_e + \dot{E}_1 + \dot{E}_2 = -Z_a \cdot i \cdot [1 + u(1 - \sigma)e^{+j\theta}].$$

Применяя второй закон Кирхгофа к цепи двигателя, получаем:

$$\dot{V} + \dot{E}_e + \dot{E}_1 + \dot{E}_2 = \dot{V} + \dot{E}_r = i \cdot (Z_e + Z_1 + Z_2) \quad (204)$$

или

$$\dot{V} = i [Z_e + Z_1 + Z_2 + Z_a + Z_a \cdot u \cdot (1 - \sigma)e^{+j\theta}]. \quad (204')$$

На фиг. 165 представлена векторная диаграмма, построенная на основании ур-ний (203) и (204). Подобно предыдущему, положим:

$$Z_e = R_e - jX_e; \quad Z_1 = R_1 - jX_1; \quad Z_2 = R_2 - jX_2 = Z_k = \text{const}$$

$$Z_a = R_a - jX_a; \quad e^{+j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta; \quad \dot{V} = V;$$

$$\dot{i} = \eta + j\xi.$$

Отделим в обеих частях равенства вещественную часть от мнимой и приравняем между собою отдельно вещественные и мнимые части обеих частей равенства. В таком случае получим систему двух уравнений, линейных относительно σ :

$$\left. \begin{aligned} V &= \eta \cdot [R_e + R_1 + R_2 + R_a + u(1-\sigma)(R_a \cos \theta + X_a \sin \theta) + \\ &\quad + \xi[X_e + X_1 + X_2 + X_a + u(1-\sigma)(X_a \cos \theta - R_a \sin \theta)] \\ 0 &= \eta \cdot [X_e + X_1 + X_2 + X_a + u(1-\sigma)(X_a \cos \theta - R_a \sin \theta)] - \\ &\quad - \xi[R_e + R_1 + R_2 + R_a + u(1-\sigma)(R_a \cos \theta - X_a \sin \theta)]. \end{aligned} \right\} \quad (205)$$

Положив здесь $R_a = 0$ и исключив затем параметр σ , получим уравнение кривой, по которой скользит конец вектора тока $\dot{i}$ с изменением скольжения:

$$(\eta - \eta_m)^2 + (\xi - \xi_m)^2 = r^2, \quad (206)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \eta_m &= -\frac{V \cos \theta}{2(X_k \sin \theta - R_k \cos \theta)} \\ \xi_m &= \frac{V \sin \theta}{2(X_k \sin \theta - R_k \cos \theta)} \end{aligned} \right\} \quad (207)$$

$$r = \sqrt{\eta_m^2 + \xi_m^2} = \frac{V}{2(X_k \sin \theta - R_k \cos \theta)},$$

причем

$$R_k = R_e + R_1 + R_2$$

$$X_k = X_e + X_1 + X_2 + X_a.$$

Следовательно, искомая кривая есть окружность радиуса r с центром в точке, определяемой координатами η_m и ξ_m .

Механическая мощность P_m , передаваемая ротором двигателя валу, равна вещественной части произведения вектора $\dot{V}_r = -\dot{E}_r$ на вектор $\dot{I}_1$, причем один из этих векторов должен быть взят в сопряженной форме; кроме того, учитывая потери в железе двигателя, в окончательном результате необходимо положить $R_a = 0$.

Из ур-ния (204') получаем:

$$\dot{i} = \frac{\dot{V}}{[R_k + X_a \cdot u(1-\sigma) \sin \theta] - j[X_k + X_a \cdot u(1-\sigma) \cos \theta]}.$$

С другой стороны, в предположении $Z_a = -jX_a$:

$$\dot{V}_r = -\dot{E}_r = \dot{V} \cdot \frac{X_a \cdot u \cdot (1-\sigma) \sin \theta - jX_a \cdot [1 + u(1-\sigma) \cos \theta]}{[R_k + X_a u(1-\sigma) \sin \theta] - j[(X_k + X_a u(1-\sigma) \cos \theta)]}$$

или в сопряженной форме:

$$\underline{\dot{V}} = \dot{V} \frac{X_a \cdot u \cdot (1 - \sigma) \sin \theta + j X_a [1 + u(1 - \sigma) \cos \theta]}{[R_k + X_a \cdot u \cdot (1 - \sigma) \sin \theta] + j [X_k + X_a u (1 - \sigma) \cos \theta]}.$$

Таким образом, механическая мощность двигателя:

$$P_m = \text{вещ. часть } [I \cdot \underline{\dot{V}}] = \frac{V^2 \cdot X_a \cdot u (1 - \sigma) \cdot \sin \theta}{[R_k + X_a \cdot u \cdot (1 - \sigma) \sin \theta]^2 + [X_k + X_a u (1 - \sigma) \cos \theta]^2}. \quad (208)$$

Отсюда следует, что P_m обращается в нуль при $\sigma = 1$ и при $\sigma = \pm \infty$, т. е. при коротком замыкании и идеальном холостом ходе двигателя. Значит линия механических мощностей проходит на круговой диаграмме через точки короткого замыкания и идеального холостого хода („х.х.“ и „и.х.х.“).

Вращающий момент двигателя:

$$M_m = \frac{P_m \cdot p}{2\pi f_p (1 - \sigma)} = \frac{V^2 \cdot u \cdot p}{2\pi f_p} \times \frac{X_a \cdot \sin \theta}{[R_k + X_a u (1 - \sigma) \sin \theta]^2 + [X_k + X_a u (1 - \sigma) \cos \theta]^2}. \quad (209)$$

Следовательно, M_m обращается в нуль только при $\sigma = \pm \infty$, т. е. при „и.х.х.“ двигателя; значит линия вращающих моментов является касательной к окружности токов в точке идеального холостого хода.

Из всего изложенного следует, что компенсированный сериес-двигатель в механическом отношении почти не отличается от двигателя некомпенсированного, и его круговой диаграммой может служить круговая диаграмма последнего.

§ 16. Диаграммы каскадных соединений асинхронных машин.

а) Основные уравнения.

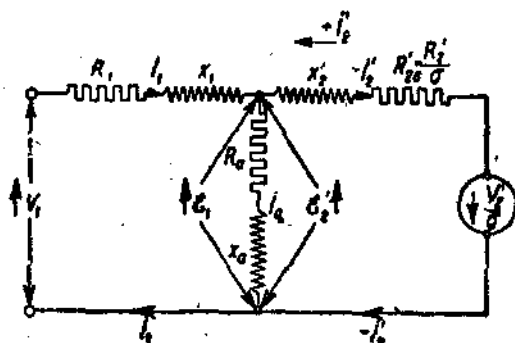
Регулирование асинхронных электродвигателей посредством каскадных соединений основано на их свойстве изменять число оборотов и коэффициент мощности при изменении численного значения и фазы напряжения, подводимого к контактным кольцам ротора.

На фиг. 166 представлена эквивалентная схема каскадного соединения асинхронного двигателя. На этой схеме:

На фиг. 166 представлена эквивалентная схема каскадного соединения асинхронного двигателя. На этой схеме:

V_1 — напряжение, приложенное к каждой фазе обмотки статора;

I_1 — ток одной фазы обмотки статора;



Фиг. 166.

R_1, X_1, Z_1 — соответственно ваттное, безваттное и полное (кажущееся) сопротивление одной фазы обмотки статора;

E_1 — противо-э.д. сила одной фазы обмотки статора;

I_2 — полный намагничивающий ток одной фазы.

R_a, X_a, Z_a — соответственно ваттное, безваттное и полное кажущееся электрические сопротивления одной фазы, эквивалентные соответствующим магнитным сопротивлениям магнитной цепи двигателя;

I_1 — ток одной фазы обмотки ротора, приведенный к обмотке статора;

E_2 — э.д. сила, индуцируемая в одной фазе обмотки ротора при скольжении $\sigma = 1$, приведенная к обмотке статора;

X_2 — безваттное сопротивление одной фазы обмотки ротора при скольжении $\sigma = 1$, приведенное к обмотке статора;

R_2 — ваттное сопротивление одной фазы обмотки ротора, приведенное к обмотке статора;

V_2 — приведенное к обмотке статора вторичное напряжение, приложенное через контактные кольца к каждой фазе обмотки ротора.

Величина э.д. силы, индуцируемой вращающимся магнитным потоком Φ взаимной индукции обмоток статора и ротора в одной фазе обмотки статора:

$$E_1 = 4k_1 w_1 f_1 \cdot \Phi 10^{-8} \text{ вольт,}$$

где f_1 — частота напряжения сети, k_1 — коэффициент э.д. силы обмотки статора, равный произведению коэффициента формы кривой распределения индукции в междужелезном пространстве на коэффициент обмотки статора, w_1 — число последовательно соединенных витков одной фазы статора.

Величина э.д. силы, индуцируемой тем же магнитным потоком взаимной индукции Φ в одной фазе неподвижного ротора:

$$E_2 = 4k_2 w_2 f_1 \Phi 10^{-8},$$

где k_2 — коэффициент э.д. силы обмотки ротора, w_2 — число последовательно соединенных витков одной фазы ротора.

Отсюда коэффициент трансформации э.д. силы обмоток статора и ротора:

$$u = \frac{E_1}{E_2} = \frac{k_1 w_1}{k_2 w_2},$$

так что:

$$E_2' = u \cdot E_2 = E_1.$$

При вращении ротора со скольжением σ величина э.д. силы, индуцируемой в одной фазе его обмотки, будет: σE_2 , а ее приведенное значение $\sigma E_2'$.

М.-д. сила обмотки статора:

$$M_1 = m_1 k_1 w_1 I_1,$$

где m_1 — число фаз обмотки статора.

М.-д. сила обмотки ротора:

$$M_2 = m_2 k_2 w_2 I_2;$$

где m_2 — число фаз обмотки ротора

Равнодействующая м.-д. сила, создающая магнитный поток Φ взаимной индукции обмоток статора и ротора:

$$\mathfrak{M}_a = m_1 k_1 w_1 I_a,$$

а так как:

$$\mathfrak{M}_a = \mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2,$$

то

$$m_1 k_1 w_1 I_a = m_1 k_1 w_1 I_1 + m_2 k_2 w_2 I_2,$$

откуда

$$I_a = I_1 + \frac{m_2 k_2 w_2}{m_1 k_1 w_1} I_2 = I_1 + I_2',$$

где

$$I_2' = \frac{m_2 k_2 w_2}{m_1 k_1 w_1} I_2 = \frac{I_2}{u_1},$$

причем

$$u_1 = \frac{I_2}{I_2'} = \frac{m_1 k_1 w_1}{m_2 k_2 w_2}$$

есть коэффициент трансформации токов обмоток статора и ротора.

Приведенное сопротивление одной фазы обмотки ротора:

$$Z_2' = \frac{E_2'}{I_2'} = u_e \cdot u_1 \frac{E_2}{I_2} = u_e Z_2,$$

где $Z_2 = \frac{E_2}{I_2}$ — действительное сопротивление одной фазы обмотки ротора;

$$u_e = \frac{Z_2'}{Z_2} = u_e \cdot u_1 = \frac{m_1 k_1^2 w_1^2}{m_2 k_2^2 w_2^2}$$

есть коэффициент трансформации сопротивлений обмоток статора и ротора.

На фиг. 167 представлена векторная диаграмма э.-д. сил и токов асинхронного двигателя как при работе его с коротко-замкнутыми контактными кольцами, так и при наличии вторичного напряжения V_2' , приложенного извне через контактные кольца к каждой фазе обмотки ротора.

На этой диаграмме при работе двигателя с коротко-замкнутыми кольцами первичное напряжение $V_1 = \overline{OA_1}$, подведенное от сети к каждой фазе обмотки статора, уравновешивается:

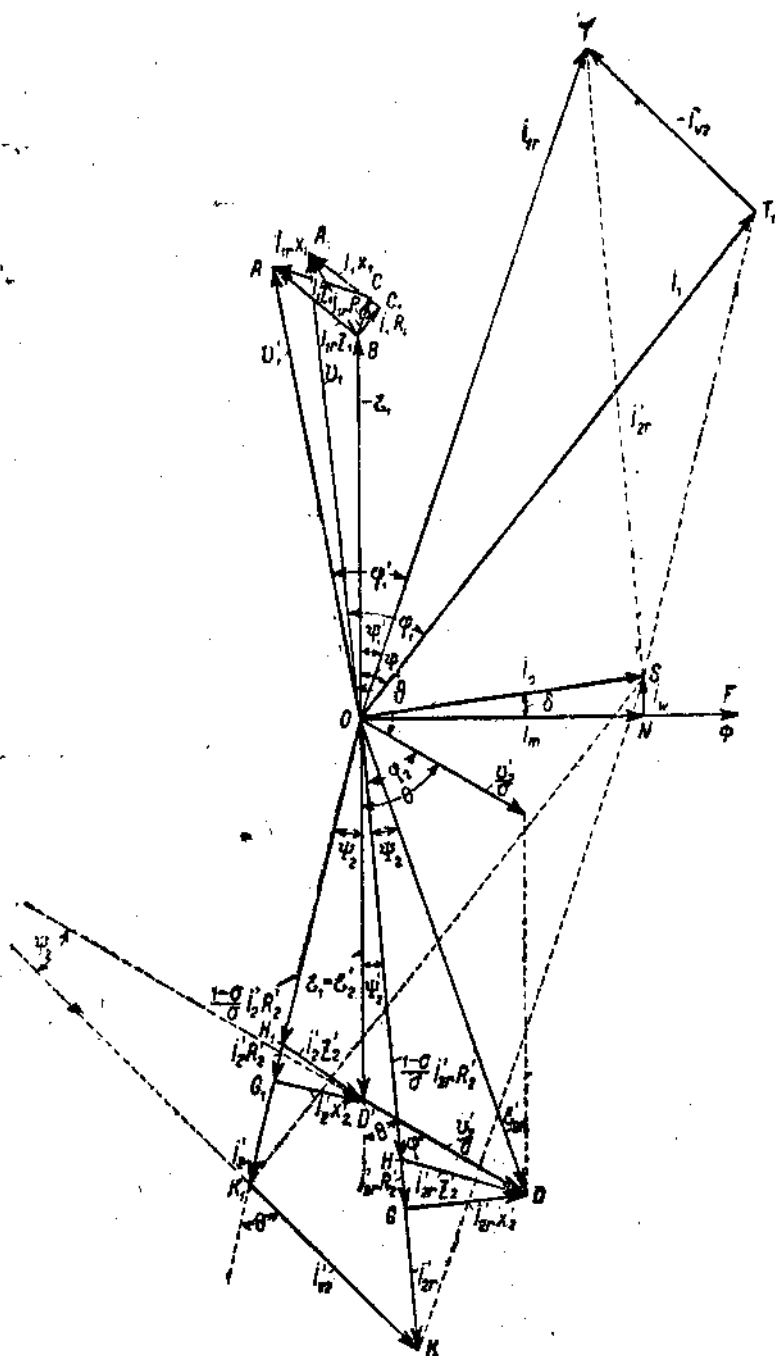
1) э.-д. силой $E_1 = \overline{OD} = -\overline{OB}$, индуцированной в каждой фазе обмотки статора магнитным потоком взаимной индукции $\Phi = \overline{OF}$, отстающей от этого потока Φ по фазе на $\frac{1}{4}$ периода (90° эл.);

2) ваттным падением напряжения $i_1 R_1 = \overline{BC_1}$, параллельным $i_1 = \overline{OT_1}$ и

3) безваттным $i_1 X_1 = \overline{C_1 A_1}$, перпендикулярным $i_1 = \overline{OT_1}$,

в каждой фазе этой обмотки, из которых первое ($i_1 R_1$) совпадает по фазе с током статора $i_1 = \overline{OT_1}$, а второе ($i_1 X_1$) опережает ток статора на $\frac{1}{4}$ периода.

Э.-д. сила $E_2' = E_1$, индуцированная магнитным потоком Φ в каждой



фазе обмотки ротора и отстающая от него на $\frac{1}{4}$ периода, уравновешивается ваттным $I'_2 R'_2$, и безваттным $I'_2 \sigma X'_2$ — падением напряжения, из которых первое ($I'_2 R'_2$) совпадает по фазе с током ротора $I'_2 = \overline{OK}$, а второе ($I'_2 \sigma X'_2$) опережает его на $\frac{1}{4}$ периода. Таким образом для цепи ротора имеет место геометрическое равенство:

$$\sigma \dot{E}'_2 = I'_2 R'_2 + I'_2 \sigma X'_2$$

откуда

$$\dot{E}'_2 = \dot{E}_1 = I'_2 \frac{R'_2}{\sigma} + I'_2 X'_2.$$

На диаграмме $\dot{E}'_2 = \dot{E}_1 = \overline{OD'}$ перпендикулярно $OF = \Phi$; $I'_2 \frac{R'_2}{\sigma} = \overline{OC_1}$ совпадает с $\overline{OK_1} = I'_2$; $I'_2 X'_2 = \overline{C_1 D'}$ перпендикулярно $\overline{OK_1}$.

Геометрическая сумма тока статора $I_1 = \overline{OT}$ и приведенного тока ротора $I'_2 = \overline{OK_1}$ равна намагничивающему току $I_a = \overline{OS}$, создаваемому, согласно эквивалентной схеме фиг. 166, составляющей $\overline{OB} = -\dot{E}_1$ первичного напряжения V_1 .

Безваттная составляющая намагничивающего тока, равная $I_m = \overline{ON}$ (отстающая от $\overline{OB} = -\dot{E}_1$ на $\frac{1}{4}$ периода), совпадает по фазе с создаваемым ею магнитным потоком взаимной индукции Φ ; ваттная же составляющая $I_w = \overline{NS}$ совпадает по фазе с $\overline{OB} = -\dot{E}_1$ и обязана своим происхождением наличию потерь на гистерезис и токи Фуко в железе двигателя.

На диаграмме ток статора I_1 отстает по фазе от приложенного напряжения сети $\dot{V}$ на угол φ_1 , а от составляющей его $\overline{OB}$, уравновешивающей э.-д. силу $\dot{E}_1$, — на угол ψ_1 .

Намагничивающий ток I_a отстает по фазе от $-\dot{E}_1$ на угол

$$(90 - \delta) = \arccos \frac{R_a}{\sqrt{R_a^2 + X_a^2}}.$$

Ток ротора I'_2 отстает от э.-д. силы $\dot{E}'_2$ на угол

$$\psi_2 = \arccos \frac{\frac{R'_2}{\sigma}}{\sqrt{\left(\frac{R'_2}{\sigma}\right)^2 + X_2'^2}} = \arccos \frac{R'_2}{\sqrt{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2}}.$$

Если разомкнуть контактные кольца ротора и приложить к ним известное напряжение $\dot{V}'_2$, имеющее частоту, равную частоте э.-д. силы $\dot{E}'_2$ и сдвинутое

относительно нее на угол θ° э.л., то в обмотке ротора появится дополнительный ток той же частоты, равный по величине

$$I'_{v_2} = \frac{V'_2}{\sqrt{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2}} = \frac{\frac{V'_2}{\sigma}}{\sqrt{\left(\frac{R_2'}{\sigma}\right)^2 + X_2'^2}}.$$

Этот ток будет сдвинут по фазе относительно вызвавшего его напряжения V'_2 на угол ψ_2 , равный углу сдвиг тока I'_2 относительно э.-д. силы E'_2 .

Токи I'_2 и I'_{v_2} будут сдвинуты между собою по фазе на тот же угол θ , на который напряжение V'_2 сдвинуто относительно э.-д. силы E'_2 .

Так как напряжение V'_2 и э.-д. сила E'_2 имеют одну и ту же частоту, то они сложатся между собою в обмотках ротора и дадут равнодействующую э.-д. силу той же частоты, равную по величине

$$\sigma E'_{2r} = \sqrt{\sigma^2 E_2'^2 + V_2'^2 + 2\sigma E'_2 V'_2 \cos \theta}$$

или

$$E'_{2r} = \sqrt{E_2'^2 + \left(\frac{V'_2}{\sigma}\right)^2 + 2E'_2 \frac{V'_2}{\sigma} \cos \theta}.$$

Токи I'_2 и I'_{v_2} , имеющие одинаковую частоту, также сложатся между собою и дадут равнодействующий ток, характеризуемый модулем:

$$I'_{2r} = \sqrt{I_2'^2 + I_{v_2}'^2 + 2I'_2 I_{v_2}' \cos \theta}$$

или

$$\begin{aligned} I'_{2r} &= \sqrt{\frac{\sigma^2 E_2'^2 + V_2'^2 + 2\sigma E'_2 V'_2 \cos \theta}{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2}} = \frac{\sigma E'_{2r}}{\sqrt{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2}} = \\ &= \frac{E'_{2r}}{\sqrt{\left(\frac{R_2'}{\sigma}\right)^2 + X_2'^2}}. \end{aligned}$$

Равнодействующий ток ротора I'_{2r} будет сдвинут по фазе относительно равнодействующей э.-д. силы E'_{2r} на угол ψ_2 сдвига тока I'_2 относительно э.-д. силы E'_2 и тока I'_{v_2} относительно напряжения V'_2 .

На диаграмме фиг. 167:

$$\begin{aligned} \frac{V'_2}{\sigma} &= \overline{D_1 D}; \quad I'_{v_2} = \overline{K_1 K}; \quad E'_{2r} = \overline{OD} = \overline{OD} + \overline{D'D} = \\ &= \overline{E'_2} + \frac{V'_2}{\sigma} = \overline{OG} + \overline{GD} = I'_{2r} \frac{R_2'}{\sigma} + I'_{2r} X_2'; \quad I'_{2r} = \overline{OK} = \overline{OK_1} + \overline{K_1 K} = \\ &= I'_2 + I'_{v_2}. \end{aligned}$$

Как было сказано, первичное напряжение $\dot{V}_1$ уравнивается э.-д. силой $\dot{E}'_2 = \dot{E}_1$ и падениями напряжения в обмотках статора: ваттным $\dot{I}_1 R_1$ и безваттным $\dot{I}_1 X_1$. В нормальных условиях электродвигатель работает при постоянном напряжении сети $\dot{V}_1$, а его противо-э.-д. сила статора $\dot{E}_1 = \dot{E}'_2$ изменяется в зависимости от нагрузки, т. е. от тока $\dot{I}_1$ и вызываемых им падений напряжения $\dot{I}_1 R_1$ и $\dot{I}_1 X_1$.

Если пренебречь этими падениями напряжения, то постоянной можно будет считать э.-д. силу статора $\dot{E} = \dot{E}'_2$, а напряжение сети $\dot{V}_1$ при этом по необходимости придется считать изменяющимся вместе с нагрузкой, т. е. с током $\dot{I}_1$ и падениями напряжения $\dot{I}_1 R_1$ и $\dot{I}_1 X_1$. В теории машин переменного тока весьма часто пользуются этим допущением, значительно упрощающим все расчеты, вводя затем в окончательные результаты надлежащие поправки.

Полагая э.-д. силу $\dot{E}_1 = \dot{E}'_2$ постоянной, тем самым делаем допущение о постоянстве потока Φ , индуктирующего э.-д. силу $\dot{E}_1 = \dot{E}'_2$, а следовательно и о постоянстве величины безваттной составляющей намагничивающего тока, вызывающей поток Φ .

Если, кроме того, положить ваттные потери в железе машины также постоянными (что весьма близко к действительности при надлежащем насыщении электродвигателя), то и ваттную составляющую намагничивающего тока, пропорциональную этим потерям, также можно считать независимой от нагрузки.

В этом случае весь намагничивающий ток $\dot{I}_a$ можно считать постоянным при всех режимах работы электродвигателя.

А если $\dot{I}_1 + \dot{I}'_2 = \dot{I}_a = \text{const}$ при всех режимах работы, то возникновение в обмотке ротора дополнительного тока $\dot{I}'_{v_2}$ вызовет появление в обмотке статора тока $-\dot{I}'_{v_2}$, равного, но противоположного току $\dot{I}'_{v_2}$.

Таким образом:

$$\dot{I}_{1r} = \dot{I}_a - \dot{I}'_2 = \dot{I}_a - (\dot{I}'_2 + \dot{I}'_{v_2}) = (\dot{I}_a - \dot{I}'_2) - \dot{I}'_{v_2} = \dot{I}_1 + (-\dot{I}'_{v_2}).$$

Считая на диаграмме вектор $\dot{E}_1 = \dot{E}'_2$ постоянным по величине и неподвижным, новое положение вектора $\dot{V}_1$ найдем в результате построения:

$$\dot{V}'_1 = -\dot{E} + \dot{I}_{1r} R_1 + \dot{I}_{1r} X_1 = \overline{OB} + \overline{BC} + \overline{CA} = \overline{OA}.$$

Как видно из диаграммы, при выбранных величине и направлении вектора $\dot{V}'_2$ вторичного напряжения угол сдвига тока статора относительно напряжения сети в результате уменьшился, так как $\varphi'_1 < \varphi_1$.

Чтобы выявить влияние численного значения и фазы вторичного напряжения $\dot{V}'_2$ на вращающий момент и коэффициент мощности асинхронного двигателя в количественном отношении, выведем уравнения баланса для ваттной и безваттной мощностей, получаемых двигателем из сети:

$$P_{1w} = m_1 \dot{V}'_1 \dot{I}_{1r} \cos \varphi'_1 \text{ — ваттная мощность, получаемая из сети.}$$

Проектируя замкнутый четырехугольник $OBCA$ на направление вектора $\vec{I}_{1r}$ и пользуясь теоремой о проекциях геометрической суммы и ее слагаемых, получаем:

$$V'_1 \cos \varphi'_1 = E_1 \cos \psi'_1 + I_{1r} R_1.$$

Умножая обе части этого равенства на $m_1 I_{1r}$ и подставляя в предыдущее уравнение, находим:

$$P_{1w} = m_1 I_{1r}^2 R_1 + m_1 E_1 I_{1r} \cos \psi'_1.$$

Проектируя четырехугольник $ONST$ на направление вектора $-\vec{E}_1$, находим:

$$I_{1r} \cos \psi'_1 = I_w + I'_{2r} \cos \psi'_2.$$

Умножая обе части этого равенства на $m_1 E_1$ и подставляя в предыдущее уравнение, получаем:

$$P_{1w} = m_1 I_{1r}^2 R_1 + m_1 E_1 I_w + m_1 I'_{2r} E_1 \cos \psi'_2,$$

но

$$m_1 E_1 I_w = m_1 I_a Z_a I_a \frac{R_a}{Z_a} = m_1 I_a^2 R_a$$

и

$$E_1 = E'_2,$$

поэтому

$$P_{1w} = m_1 I_{1r}^2 R_1 + m_1 I_a^2 R_a + m_1 E'_2 I'_{2r} \cos \psi'_2.$$

Проектируя треугольник OD_1D на направление вектора $\vec{I}'_{2r}$, находим:

$$E'_2 \cos \psi'_2 = E'_{2r} \cos \psi_2 - \frac{V'_2}{\sigma} \cos \varphi_2.$$

Умножая обе части этого равенства на $m_1 I'_{2r}$ и подставляя в предыдущее уравнение, получаем:

$$P_{1w} = m_1 I_{1r}^2 R_1 + m_1 I_a^2 R_a + m_1 I'_{2r} E'_{2r} \cos \psi_2 - m_1 I'_{2r} \frac{V'_2}{\sigma} \cos \varphi_2.$$

Так как

$$\begin{aligned} m_1 I'_{2r} E'_{2r} \cos \psi_2 &= m_1 I_{2r} I'_{2r} \sqrt{\left(\frac{R'_2}{\sigma}\right)^2 + X'^2_2} \cdot \frac{\frac{R'_2}{\sigma}}{\sqrt{\left(\frac{R'_2}{\sigma}\right)^2 + X'^2_2}} = \\ &= m_1 I'^2_{2r} \frac{R'_2}{\sigma} = m_1 I'^2_{2r} R'_2 + \frac{1-\sigma}{\sigma} m_1 I'^2_{2r} R'_2 \end{aligned}$$

и

$$m_1 I'_{2r} \frac{V'_2}{\sigma} \cos \varphi_2 = m_1 I'_{2r} V'_2 \cos \varphi_2 + \frac{1-\sigma}{\sigma} m_1 I'_{2r} V'_2 \cos \varphi_2,$$

то уравнение мощности может быть переписано в следующем виде:

$$\begin{aligned} P_{1w} &= m_1 I_{1r}^2 R_1 + m_1 I_a^2 R_a + m_1 I'^2_{2r} R'_2 - m_1 I'_{2r} V'_2 \cos \varphi_2 + \\ &+ \frac{1-\sigma}{\sigma} m_1 I'^2_{2r} R'_2 - \frac{1-\sigma}{\sigma} m_1 I'^2_{2r} V'_2 \cos \varphi_2, \end{aligned}$$

где

$$m_1 I_{1r}^2 R_1 = W_{1w} -$$

мощность, расходуемая на потери в обмотках статора;

$$m_1 I_a^2 R_a = W_{Fw} -$$

мощность, расходуемая на потери в железе машины;

$$m_1 I_{2r}^2 R_2' = W_{2w} -$$

мощность, расходуемая на потери в обмотке ротора;

$$m_1 I_{2r}' V_2' \cos \varphi_2 = P_{2w} -$$

мощность на контактных кольцах ротора;

$$\frac{1-\sigma}{\sigma} m_1 I_{2r}' R_2' - \frac{1-\sigma}{\sigma} m_1 I_{2r}' V_2' \cos \varphi_2 = P_m -$$

механическая мощность агрегата.

Таким образом

$$P_{1w} = W_{1w} + W_{Fw} + W_{2w} - P_{2w} + P_m. \quad (210)$$

Выражение для механической мощности может быть преобразовано следующим образом. Проектируя треугольник OKK_1 на направление вектора V_2' , получаем:

$$I_{2r}' \cos \varphi_2 = I_2' \cos (\theta + \psi_2) + I_{v_2}' \cos \psi_2 = I_2' \cos \theta \cos \psi_2 - I_2' \sin \theta \sin \psi_2 + I_{v_2}' \cos \psi_2.$$

Умножая обе части этого равенства на $\frac{1-\sigma}{\sigma} m_1 V_2'$ и подставляя в выражение для механической мощности, получим:

$$P_m = \frac{1-\sigma}{\sigma} m_1 I_{2r}' R_2' - \frac{1-\sigma}{\sigma} m_1 V_2' I_2' \cos \psi_2 \cos \theta + \\ + \frac{1-\sigma}{\sigma} m_1 V_2' I_2' \sin \psi_2 \sin \theta - \frac{1-\sigma}{\sigma} m_1 V_2' I_{v_2}' \cos \psi_2.$$

Заменяя здесь

$$I_{2r}' = \frac{\sigma^2 E_{2r}'^2}{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2} = \frac{\sigma^2 E_2'^2 + V_2'^2 + 2\sigma E_2' V_2' \cos \theta}{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2}$$

$$I_2' = \frac{\sigma E_2'}{\sqrt{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2}}; \quad \cos \psi_2 = \frac{R_2'}{\sqrt{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2}};$$

$$\sin \psi_2 = \frac{\sigma X_2'}{\sqrt{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2}}; \quad I_{v_2}' = \frac{V_2'}{\sqrt{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2}}.$$

получим выражение механической мощности на валу:

$$P_m = m_1 \frac{(1-\sigma) E_2'}{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2} (R_2' \sigma E_2' + R_2' V_2' \cos \theta + \sigma X_2' V_2' \sin \theta). \quad (211)$$

Отсюда для вращающего момента агрегата находим:

$$M_r = \frac{P_m}{\omega} = \frac{P_m}{\omega_0(1-\sigma)} = \frac{m_1 E_2'}{\omega_0} \cdot \frac{R_2' \sigma E_2' + R_2' V_2' \cos \theta + \sigma X_2' V_2' \sin \theta}{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2} \quad (212)$$

Обозначив:

$$\frac{m_1 \sigma^2 E_2'^2 R_2'}{\sigma \omega_0 (R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2)} = M_m; \quad \frac{m_1 V_2'^2 R_2'}{\sigma \omega_0 (R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2)} = M_A,$$

получим:

$$M_r = M_m + \sqrt{M_m \cdot M_A} \frac{\cos(\theta - \psi_2)}{\cos \psi_2}. \quad (212')$$

Отсюда следует, что при прочих равных условиях суммарный вращающий момент M_r агрегата достигает максимума при $\theta = \psi_2$, т. е. когда ток I_{v_2} , вызванный дополнительным напряжением V_2' , оказывается совпадающим по фазе с E_2' , и минимума, когда он прямо противоположен E_2' , т. е. при $\theta = \pi + \psi_2$. Наконец при $\theta = \pm \frac{\pi}{2} + \psi_2$, т. е. когда ток I_{v_2} оказывается опережающим или отстающим по фазе от E_2' на $1/4$ периода $M_r = M_m$, т. е. вращающий момент агрегата оказывается равным вращающему моменту двигателя с коротко-замкнутыми контактными кольцами, в этом случае вторичная машина агрегата посылает в асинхронный двигатель исключительную безваттную мощность, увеличивающую или уменьшающую его коэффициент мощности.

Как видно из выражения (212), вращающий момент M_r агрегата, при заданных численных значениях V_2' и θ , обращается в нуль при $\sigma = \pm \infty$ (идеальное короткое замыкание) и при

$$\sigma = - \frac{R_2' V_2' \cos \theta}{R_2' E_2' + X_2' V_2' \sin \theta} = \sigma_x. \quad (213)$$

Это последнее значение скольжения отвечает очевидно холостому ходу агрегата.

При синхронном ходе, т. е. $\sigma = 0$, имеем:

$$M_{r_0} = \frac{m_1 E_2' V_2' \cos \theta}{\omega_0 R_2'} \neq 0.$$

Таким образом при каскадном соединении холостой ход не совпадает с синхронным ходом. При $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$ имеем: $\sigma_x = 0$, т. е. синхронный ход и холостой ход совпадают; в случае $+\frac{\pi}{2} > \theta > -\frac{\pi}{2}$ имеем $\sigma_x < 0$, т. е. холостой ход агрегата имеет место при вышесинхронной скорости; в случае же $+\frac{\pi}{2} < \theta < -\frac{\pi}{2}$ получаем $\sigma_x > 0$, т. е. холостой ход будет иметь

место при нижесинхронной скорости. Предполагается, что $\frac{X'_2 V'_2}{R'_2 E'_2} < 1$, так как в противном случае при

$$\theta = -\arcsin \frac{R'_2 E'_2}{X'_2 V'_2}$$

холостой ход агрегата не будет иметь места ни при каких конечных значениях скольжения.

Дифференцируя выражение для M , по σ и приравнявая производную нулю, найдем из полученного уравнения значение скольжения, соответствующее максимуму вращающего момента агрегата:

$$\sigma_{\max} = -\frac{R'_2 V'_2 \cos \theta}{E'_2 R'_2 + X'_2 V'_2 \sin \theta} \pm \frac{R'_2}{X'_2} = \sigma_s \pm \frac{R'_2}{X'_2}. \quad (213')$$

Подставив эти значения скольжения в выражение для вращающего момента, найдем два различных значения для максимального момента: одно при работе асинхронной машины в качестве двигателя, а второе — в качестве генератора.

Величину момента при коротком замыкании можно вычислить, положив в общем выражении (212) для вращающего момента скольжение $\sigma = 1$:

$$M_k = \frac{m_1 E'_2}{\omega_0} \cdot \frac{R'_2 E'_2 + (R'_2 \cos \theta + X'_2 \sin \theta) V'_2}{R'^2_2 + X'^2_2} \quad (212'')$$

Для получения при коротком замыкании, т. е. при пуске, максимального вращающего момента необходимо подобрать параметры машины так, чтобы имело место равенство:

$$\sigma_{\max} = \sigma_k$$

или

$$-\frac{R'_2 V'_2 \cos \theta}{R'_2 E'_2 + X'_2 V'_2 \sin \theta} \pm \frac{R'_2}{X'_2} = 1. \quad (213'')$$

Точно так же выражение мощности на контактных кольцах ротора (которую условимся в дальнейшем называть вторичной мощностью)

$$P_{2w} = m_1 V'_2 I'_{2r} \cos \varphi_2 \quad (214)$$

может быть преобразовано следующим образом:

проектируем треугольник OK_1K на направление вектора V'_2 :

$$I'_{2r} \cos \varphi_2 = I'_2 \cos (\theta + \psi_2) + I'_{\sigma_1} \cos \psi_2 = I'_2 \cos \psi_2 \cos \theta - I'_2 \sin \psi_2 \sin \theta + I'_{\sigma_1} \cos \psi_2.$$

Умножая обе части этого равенства на $m_1 V'_2$ и подставляя в предыдущее, получаем:

$$P_{2w} = m_1 V'_2 I'_2 \cos \psi_2 \cos \theta - m_1 V'_2 I'_2 \sin \psi_2 \sin \theta + m_1 V'_2 I'_{\sigma_1} \cos \psi_2.$$

Заменяя здесь

$$I'_m = \frac{V_2}{\sqrt{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2}}; \quad I'_2 = \frac{\sigma E_2}{\sqrt{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2}};$$

$$\cos \psi_2 = \frac{R_2'}{\sqrt{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2}}; \quad \sin \psi_2 = \frac{\sigma X_2'}{\sqrt{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2}};$$

находим:

$$P_{2w} = m_1 V_2' I_{2r}' \cos \varphi_2 = \frac{m_1 V_2'}{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2} [R_2' \sigma E_2' \cos \theta - X_2' \sigma^3 E_2' \sin \theta + R_2' V_2'].$$

Отсюда следует, что вторичная мощность P_{2w} обращается в нуль для заданных значений V_2' и θ при значениях скольжения:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{R_2' \cos \theta}{2 X_2' \sin \theta} + \sqrt{\frac{R_2'^2 \cos^2 \theta}{4 X_2'^2 \sin^2 \theta} + \frac{R_2' V_2'}{X_2' E_2' \sin \theta}} \\ \sigma_2 &= \frac{R_2' \cos \theta}{2 X_2' \sin \theta} - \sqrt{\frac{R_2'^2 \cos^2 \theta}{4 X_2'^2 \sin^2 \theta} + \frac{R_2' V_2'}{X_2' E_2' \sin \theta}} \end{aligned} \right\} \quad (213')$$

Дифференцируя P_{2w} по θ и приравнявая производную нулю, получим уравнение для определения значения угла θ , при котором для заданного значения скольжения σ вторичная мощность P_{2w} достигнет экстремума:

$$\operatorname{tg} \theta_{\max} = -\frac{\sigma X_2'}{R_2'} = -\operatorname{tg} \psi_2$$

или

$$\theta_{\max} = -\psi_2; \quad \theta_{\min} = \pi - \psi_2.$$

Чтобы яснее представить влияние численного значения и фазы вторичного напряжения V_2' на коэффициент мощности асинхронного электродвигателя, выведем общее уравнение баланса безваттной мощности, получаемой двигателем из сети:

$$P_{bl} = m_1 I_{1r} V_1' \sin \varphi_1'. \quad (215)$$

Проектируя четырехугольник $OBCA$ на направление, перпендикулярное к вектору I_{1r} , получаем:

$$V_1' \sin \varphi_1' = E_1 \sin \psi_1' + I_{1r} X_1.$$

Умножаем обе части этого равенства на $m_1 I_{1r}$ и подставляем в предыдущее уравнение:

$$P_{bl} = m_1 I_{1r}^2 X_1 + m_1 E_1 I_{1r} \sin \psi_1'.$$

Проектируем четырехугольник $ONST$ на направление, перпендикулярное — E_1 :

$$I_{1r} \sin \psi_1' = I_m - I_{2r}' \sin \psi_2'.$$

Умножаем обе части этого равенства на $m_1 E_1$ и подставляем в предыдущее уравнение:

$$P_{b_1} = m_1 I_{1r}^2 X_1 + m_1 E_1 I_m - m_1 I_{2r}' E_1 \sin \psi_2,$$

так как

$$m_1 E_1 I_m = m_1 I_a Z_a \cdot I_a \frac{X_a}{Z_a} = m_1 I_a^2 X_a; \text{ и } E_1 = E_2',$$

то

$$P_{b_1} = m_1 I_{1r}^2 X_1 + m_1 I_a^2 X_a - m_1 I_{2r}' E_2' \sin \psi_2.$$

Проектируем треугольник OD_1D на направление, перпендикулярное I_{2r}' :

$$E_2' \sin \psi_2' = \frac{V_2'}{\sigma} \sin \varphi_2 - E_{2r}' \sin \psi_2.$$

Умножаем обе части этого равенства на $m_1 I_{2r}'$ и подставляем в предыдущее уравнение:

$$P_{b_1} = m_1 I_{1r}^2 X_1 + m_1 I_a^2 X_a - m_1 I_{2r}' \frac{V_2'}{\sigma} \sin \varphi_2 + m_1 E_{2r}' I_{2r}' \sin \psi_2.$$

Так как

$$m_1 E_{2r}' I_{2r}' \sin \psi_2 = m_1 I_{2r}' \sqrt{\left(\frac{R_2'}{\sigma}\right)^2 + X_2'^2} \cdot I_{2r}' \frac{X_2'}{\sqrt{\left(\frac{R_2'}{\sigma}\right)^2 + X_2'^2}} = m_1 I_{2r}'^2 X_2'$$

и

$$m_1 I_{2r}' \frac{V_2'}{\sigma} \sin \varphi_2 = m_1 I_{2r}' V_2' \sin \varphi_2 + \frac{1-\sigma}{\sigma} m_1 I_{2r}' V_2' I_{2r}' \sin \varphi_2,$$

то предыдущее уравнение переписываем в следующем виде:

$$P_{b_1} = m_1 I_{1r}^2 X_1 + m_1 I_a^2 X_a + m_1 I_{2r}'^2 X_2' - m_1 I_{2r}' V_2' \sin \varphi_2 - \frac{1-\sigma}{\sigma} m_1 I_{2r}' V_2' \sin \varphi_2.$$

Проектируем треугольник OK_1K на направление, перпендикулярное V_2' :
 $I_{2r}' \sin \varphi_2 = I_2' \sin (\theta + \psi_2) + I_{\sigma 2}' \sin \psi_2 = I_2' \sin \theta \cos \psi_2 + I_2' \cos \theta \sin \psi_2 + I_{\sigma 2}' \sin \psi_2.$

Умножаем обе части этого равенства на $\frac{1-\sigma}{\sigma} m_1 V_2'$ и подставляем в предыдущее уравнение:

$$P_{b_1} = m_1 I_{1r}^2 X_1 + m_1 I_a^2 X_a + m_1 I_{2r}'^2 X_2' - m_1 I_{2r}' V_2' \sin \varphi_2 - \frac{1-\sigma}{\sigma} m_1 V_2' I_2' \cos \psi_2 \sin \theta - \frac{1-\sigma}{\sigma} m_1 V_2' I_2' \sin \psi_2 \cos \theta - \frac{1-\sigma}{\sigma} m_1 V_2' I_{\sigma 2}' \sin \psi_2.$$

Заменяя здесь

$$I_2' = \frac{\sigma E_2'}{\sqrt{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2}}; \cos \psi_2 = \frac{R_2'}{\sqrt{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2}};$$

$$\sin \psi_2 = \frac{\sigma X_2'}{\sqrt{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2}}; I_{\sigma 2}' = \frac{V_2'}{\sqrt{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2}};$$

получим

$$P_{bl_1} = m_1 I_{1r}^2 X_1 + m_1 I_a^2 X_a + m_1 I_{2r}^2 X_2 - m_1 I_{2r}' V_2' \sin \varphi_2 - \frac{(1-\sigma) m_1 V_2' E_2'}{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2} \cdot \left[R_2' \sin \theta + \sigma X_2' \cos \theta + X_2' \frac{V_2'}{E_2'} \right], \quad (215')$$

где $m_1 I_{1r}^2 X_1 = W_{bl_1}$ — безваттная мощность, расходуемая на создание потока рассеяния обмотки статора;

$m_1 I_a^2 X_a = P_\Phi$ — безваттная мощность, расходуемая на создание магнитного потока Φ взаимной индукции обмоток статора и ротора.

$m_1 I_{2r}^2 X_2 = W_{bl_2}$ — безваттная мощность, расходуемая на создание магнитного потока рассеяния обмоток ротора;

$m_1 I_{2r}' V_2' \sin \varphi_2 = P_{bl_2}$ — безваттная мощность на кольцах ротора.

Если пренебречь 20—35% мощности P_{bl_1} , расходуемой на создание главного потока и потоков рассеяния вторичной машины, включенной в каскад к кольцам ротора, то P_{bl_1} можно рассматривать как безваттную мощность, потребляемую из сети вторичной машиной. В действительности вторичная машина потребляет из сети безваттную мощность, равную (1,2—1,35) P_{bl_1} .

Наконец последний член правой части ур-ния (215')

$$\frac{(1-\sigma) m_1 V_2' E_2'}{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2} \left[R_2' \sin \theta + \sigma X_2' \cos \theta + X_2' \frac{V_2'}{E_2'} \right] = P_{\Delta bl}$$

есть дополнительная безваттная мощность, идущая от вторичной машины на улучшение коэффициента мощности асинхронного двигателя и пропорциональная разности между частотой тока сети и частотой тока ротора. При равенстве этих частот (в момент короткого замыкания или пуска агрегата в ход, когда $\sigma=1$) дополнительная безваттная мощность $P_{\Delta bl}=0$, т. е. каскадное соединение не способствует улучшению коэффициента мощности установки, так как при этом всю систему можно рассматривать как обыкновенное комбинированное сопротивление, включенное в первичную сеть. Кроме того

$$P_{\Delta bl} = 0 \text{ при } \sigma = - \frac{R_2' E_2' \sin \theta + X_2' V_2'}{X_2' E_2' \cos \theta}.$$

Таким образом в принятых нами обозначениях предыдущее ур-ие (215') может быть представлено в следующем виде:

$$P_{bl_1} = W_{bl_1} + P_\Phi + W_{bl_2} - P_{bl_2} - P_{\Delta bl}. \quad (215'')$$

Дифференцируя $P_{\Delta bl}$ по θ и приравнявая производную нулю, получим уравнение, откуда можно определить значение угла θ , для которого при прочих равных условиях $P_{\Delta bl}$ достигает максимума, т. е. коэффициент мощности установки получает наибольшее значение:

$$\frac{dP_{\Delta bl}}{d\theta} = + \frac{(1-\sigma) m_1 V_2' E_2'}{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2} (R_2' \cos \theta - \sigma X_2' \sin \theta) = 0.$$

Отсюда

$$\operatorname{tg} \theta_{\max} = \frac{R'_2}{\sigma X'_2} = \operatorname{ctg} \psi_2 = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \psi_2 \right) \quad \text{или} \quad \theta_{\max} = \frac{\pi}{2} - \psi_2,$$

т. е. $\cos \varphi_1 = \max$, когда вторичное напряжение опережает вторичный ток на $\frac{1}{4}$ периода (т. е. на 90° эл.).

Подставив это значение $\theta_{\max}$ в выражение $P_{\Delta bI}$, получим:

$$P_{\max \Delta bI} = \frac{(1 - \sigma) m_1 V'_2 E'_2}{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2} \left(\sqrt{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2} + X_2' \frac{V'_2}{E'_2} \right).$$

Точно так же выражение для вторичной безваттной мощности на кольцах ротора

$$P_{bI_2} = m_1 I'_{2r} V'_2 \sin \varphi_2 \quad (216)$$

может быть преобразовано следующим образом:

проектируем треугольник OK_1K на направление, перпендикулярное V'_2 :

$$I'_{2r} \sin \varphi_2 = I'_2 \sin (\theta + \psi_2) + I'_{v_2} \sin \psi_2 = I'_2 \sin \psi_2 \cos \theta + I'_2 \cos \psi_2 \sin \theta + I'_{v_2} \sin \psi_2.$$

Умножаем обе части этого равенства на $m_1 V'_2$ и подставляем в предыдущее уравнение:

$$P_{bI_2} = m_1 V'_2 I'_2 \sin \psi_2 \cos \theta + m_1 V'_2 I'_2 \cos \psi_2 \sin \theta + m_1 V'_2 I'_{v_2} \sin \psi_2.$$

Заменяя здесь

$$I'_2 = \frac{\sigma E'_2}{\sqrt{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2}}; \quad I'_{v_2} = \frac{V'_2}{\sqrt{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2}}; \quad \sin \psi_2 = \frac{\sigma X'_2}{\sqrt{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2}}; \quad \text{и} \quad \cos \psi_2 = \frac{R'_2}{\sqrt{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2}},$$

находим:

$$P_{bI_2} = m_1 I'_{2r} V'_2 \sin \varphi_2 = \frac{m_1 V'_2 \sigma}{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2} [\sigma E'_2 X'_2 \cos \theta + R'_2 E'_2 \sin \theta + X'_2 V'_2]. \quad (216')$$

Отсюда следует, что P_{bI_2} обращается в нуль при значениях скольжения:

$$\sigma_1 = 0, \quad \sigma_2 = - \frac{R'_2 E'_2 \sin \theta + X'_1 V'_2}{X'_2 E'_2 \cos \theta}.$$

Дифференцируя P_{bI_2} по θ и приравнявая производную нулю, получим уравнение, откуда определится значение угла θ , при котором вторичная безваттная мощность P_{bI_2} для заданного значения скольжения σ достигает экстремума:

$$\operatorname{tg} \theta_{\max} = \frac{R'_2}{\sigma X'_2} = \operatorname{ctg} \psi_2 = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \psi_2 \right),$$

откуда

$$\theta_{\max} = \frac{\pi}{2} - \psi_2; \quad \theta_{\min} = \frac{3\pi}{2} - \psi_{21}.$$

Наиболее интересующая нас универсальная механическая характеристика асинхронного двигателя при его каскадном соединении может быть построена или аналитически по основному ур-ию (212) или чисто графическим путем из соответствующей круговой диаграммы к выводу и построению которой теперь обращаемся.

б) Вывод круговой диаграммы каскадного соединения асинхронного двигателя.

Применяя второй закон Кирхгофа к первичному контуру эквивалентной схемы фиг. 166, получаем:

$$\dot{V}_1 = I_1 (R_1 - jX_1) + \dot{I}_a (R_a - jX_a) \quad (217)$$

Применяя закон Ома к цепи намагничивания, находим:

$$\dot{I}_a = - \frac{\dot{E}_1}{R_a - jX_a} = - \frac{\dot{E}'_2}{R_a - jX_a}, \quad (218)$$

так как $\dot{E}_1 = \dot{E}'_2$.

На основании второго закона Кирхгофа в применении ко вторичному контуру, имеем:

$$\frac{\dot{V}'_2}{\sigma} = \dot{I}_a (R_a - jX_a) + \dot{I}'_2 \left(\frac{R'_2}{\sigma} - jX'_2 \right). \quad (219)$$

На основании первого закона Кирхгофа в применении к точкам разветвления токов, получаем:

$$\dot{I}_a = \dot{I}_1 + \dot{I}'_2. \quad (220)$$

В целях упрощения дальнейших выводов выразим вектор $\dot{V}'_2$ вторичного напряжения, приложенного к контактным кольцам ротора и приведенного к обмотке статора, через вектор $\dot{V}_1$ первичного напряжения:

$$\dot{V}'_2 = \dot{V}_1 \rho e^{j\theta}, \quad (221)$$

где $\rho = \frac{\dot{V}'_2}{\dot{V}_1}$ есть отношение модулей векторов $\dot{V}'_2$ и $\dot{V}_1$; θ — угол сдвига вектора $\dot{V}'_2$ относительно $\dot{V}_1$; $e = 2,718282$ — основание натуральных логарифмов.

Из полученных уравнений последовательным исключением находим выражения для всех интересующих нас векторов через вектор $\dot{V}_1$, параметры машины, σ и θ :

$$\dot{E}_1 = \dot{E}'_2 = - \dot{V} \frac{Z_1 Z_a \frac{\rho}{\sigma} e^{j\theta} + Z_a Z'_2}{Z_1 Z_a + Z_a Z'_2 + Z'_2 Z_1} \quad (222)$$

$$I'_2 = -\dot{V}_1 \frac{Z_a - (Z_a + Z_1) \frac{\rho}{\sigma} e^{j\theta}}{Z_1 Z_a + Z_a Z'_2 + Z'_2 Z_1} \quad (223)$$

$$I_a = +\dot{V}_1 \frac{Z_1 \frac{\rho}{\sigma} e^{j\theta} + Z'_2}{Z_1 Z_a + Z_a Z'_2 + Z'_2 Z_1} \quad (224)$$

$$I_1 = +\dot{V}_1 \frac{Z_a + Z'_2 - Z_a \frac{\rho}{\sigma} e^{j\theta}}{Z_1 Z_a + Z_a Z'_2 + Z'_2 Z_1} \quad (225)$$

где:

$$Z_1 = R_1 - jX_1; Z_a = R_a - jX_a; Z'_2 = \frac{R'_2}{\sigma} - jX'_2.$$

Подставляя эти значения в ур-ние (225), получаем:

$$I_1 = \dot{V}_1 \frac{A\sigma + B}{C\sigma + D}, \quad (226)$$

где

$$\begin{aligned} A &= R_a - j(X_a + X'_2); \quad B = (R'_2 - \alpha R_a - \beta X_a) - j(\beta R_a - \alpha X_a), \\ C &= (R_1 R_a - X_1 X_a + X_a X'_2 - X'_2 X_1) - j(R_1 X_a + R_a X'_2 + R_1 X'_2 + R_a X_1); \\ D &= (R_a R'_2 + R'_2 R_1) - j(X_a R'_2 + R'_2 X_1), \end{aligned}$$

причем: $\alpha = \rho \cos \theta$; $\beta = \rho \sin \theta$.

Иначе ур-ние (226) может быть переписано в следующем виде:

$$\frac{\dot{V}_1}{I_1} = Z = R - jX = \frac{C\sigma + D}{A\sigma + B}, \quad (227)$$

где Z —полное кажущееся сопротивление агрегата, R, X —соответственно его ваттная и безваттная составляющие.

Предполагая α и β независимыми от скольжения, можно считать коэффициенты A, B, C и D ур-ния (227) постоянными вместе с параметрами машины $R_1, X_1, R_a, X_a, R'_2, X'_2$.

Подставляя в ур-ние (227) значение $\sigma = 0$, получим:

$$Z_0 = R_0 - jX_0 = \frac{D}{B}. \quad (228')$$

Подставляя вместо B и D их выражения через α, β и параметры машины, отделяя вещественную часть от мнимой и приравнивая вещественную часть R_0 , а мнимую X_0 , найдем:

$$\begin{aligned} R_0 &= \frac{(R_a R'_2 + R'_2 R_1) (R'_2 - \alpha R_a - \beta X_a) + (X_a R'_2 + X_1 R'_2) (\beta R_a - \alpha X_a)}{(R'_2 - \alpha R_a - \beta X_a)^2 + (\beta R_a - \alpha X_a)^2} \\ X_0 &= \frac{(X_a R'_2 + R'_2 X_1) (R'_2 - \alpha R_a - \beta X_a) - (R_a R'_2 + R'_2 R_1) (\beta R_a - \alpha X_a)}{(R'_2 - \alpha R_a - \beta X_a)^2 + (\beta R_a - \alpha X_a)^2} \end{aligned}$$

$Z_0 = \sqrt{R_0^2 + X_0^2}$ есть полное кажущееся сопротивление агрегата при синхронной скорости, а R_0 и X_0 — соответственно его ваттная и безваттная составляющие.

Полагая в ур-нии (227) скольжение $\sigma = 1$, будем иметь

$$Z_k = R_k - jX_k = \frac{C + D}{A + B}. \quad (229')$$

Подставляя в правую часть этого равенства вместо A , B , C и D их выражения через α , β и параметры машины, отделяя вещественную часть от мнимой и приравнявая первую R_k , а вторую X_k , найдем:

$$\left. \begin{aligned} R_k &= \frac{(R_1 R_a + R_a R_2' + R_2' R_1 - X_1 X_a - X_a X_2' - X_2' X_1) (R_a + R_2' - \alpha R_a - \beta X_a) +}{(R_a + R_2' - \alpha R_a - \beta X_a)^2 +} \\ &+ \frac{(R_1 X_a + R_a X_2' + R_2' X_1 + X_1 R_a + X_a R_2' + X_2' R_1) (X_a + X_2' + \beta R_a - \alpha X_a)}{(X_a + X_2' + \beta R_a - \alpha X_a)^2} \\ X_k &= \frac{(R_1 X_a + R_a X_2' + R_2' X_1 + X_1 R_a + X_a R_2' + X_2' R_1) (R_a + R_2' - \alpha R_a - \beta X_a) -}{(R_a + R_2' - \alpha R_a - \beta X_a)^2 +} \\ &- \frac{(R_1 R_a + R_a R_2' + R_2' R_1 - X_1 X_a - X_a X_2' - X_2' X_1) (X_a + X_2' + \beta R_a - \alpha X_a)}{(X_a + X_2' + \beta R_a - \alpha X_a)^2} \end{aligned} \right\} \quad (229)$$

$Z_k = \sqrt{R_k^2 + X_k^2}$ есть полное кажущееся сопротивление агрегата при неподвижном роторе асинхронного двигателя, а R_k и X_k — соответственно его ваттная и безваттная составляющие.

Полагая в ур-нии (227) скольжение $\sigma = \pm \infty$, получим:

$$Z_\infty = R_\infty - jX_\infty = \frac{C}{A}. \quad (230)$$

Подставляя в правую часть этого равенства вместо A и C их выражения через α , β и параметры машины, аналогично найдем:

$$\left. \begin{aligned} R_\infty &= \frac{R_a (R_1 R_a - X_1 X_a - X_a X_2' - X_2' X_1)}{R_a^2 + (X_a + X_2')^2} + \\ &+ \frac{(X_a + X_2') (R_1 X_a + R_a X_2' + R_1 X_2' + R_a X_1)}{R_a^2 + (X_a + X_2')^2} \\ X_\infty &= \frac{R_a (R_1 X_a + R_a X_2' + R_1 X_2' + R_a X_1)}{R_a^2 + (X_a + X_2')^2} - \\ &- \frac{(X_a + X_2') (R_1 R_a - X_1 X_a - X_a X_2' - X_2' X_1)}{R_a^2 + (X_a + X_2')^2} \end{aligned} \right\} \quad (230)$$

$Z_\infty = \sqrt{R_\infty^2 + X_\infty^2}$ есть полное кажущееся сопротивление агрегата при скольжении $\sigma = \pm \infty$.

Исключая A , B , C и D из системы ур-ний (227), (228'), (229') и (230'), получим:

$$\sigma \cdot \frac{Z - Z_{\infty}}{Z - Z_0} = \frac{Z_k - Z_{\infty}}{Z_k - Z_0} \quad (231')$$

Заменяя здесь Z через $\frac{\dot{V}_1}{I_1}$, найдем:

$$\dot{V}_1 [\sigma (Z_k - Z_0) - (Z_k - Z_{\infty})] - I_1 [\sigma (Z_k - Z_0) Z_{\infty} - (Z_k - Z_{\infty}) Z_0] = 0. \quad (231'')$$

Выберем такую систему координат, при которой направление вектора $\dot{V}_1$ совпадало бы с положительным направлением вещественной оси, взяв в качестве таковой вертикальную ось ординат с положительным направлением снизу вверх.

За минимую ось выберем горизонтальную ось абсцисс с положительным направлением слева направо.

За начало векторов $\dot{V}_1$ и I_1 возьмем начало координат, т. е. точку пересечения вещественной и мнимой осей.

При таком условии абсцисса конца вектора $\dot{V}_1$ будет равна нулю, а ордината — его модулю V_1 , так что аргумент вектора $\dot{V}_1$ будет равен нулю. В таком случае в ур-ние (231) вместо вектора $\dot{V}_1$ можно подставить его модуль V_1 , ибо

$$\dot{V}_1 = V_1 e^{j0} = V_1.$$

Ординату конца вектора I_1 назовем через η , абсциссу его через ξ . Тогда вектор I_1 можно будет представить в виде:

$$I_1 = \eta + j\xi.$$

Таким образом ур-ние (231) примет вид:

$$\{[m\eta - n\xi + V_1(R_k - R_0)]\sigma + [p\eta + q\xi - V_1(R_k - R_{\infty})]\} + + j\{[n\eta + m\xi - V_1(X_k - X_0)]\sigma - [q\eta - p\xi - V_1(X_k - X_{\infty})]\} = 0, \quad (232')$$

$$\text{где } p = (R_k - R_{\infty})R_0 - (X_k - X_{\infty})X_0$$

$$q = (X_k - X_{\infty})R_0 + (R_k - R_{\infty})X_0$$

$$m = (X_k - X_0)X_{\infty} - (R_k - R_0)R_{\infty}$$

$$n = (R_k - R_0)X_{\infty} - (X_k - X_0)R_{\infty}.$$

Так как для равенства нулю комплексного количества должно иметь место равенство нулю его вещественной и мнимой частей, то символическое ур-ние (232') равносильно системе двух алгебраических:

$$\begin{cases} [m\eta - n\xi + V_1(R_k - R_0)]\sigma + [p\eta + q\xi - V_1(R_k - R_{\infty})] = 0 \\ [n\eta + m\xi - V_1(X_k - X_0)]\sigma - [q\eta - p\xi - V_1(X_k - X_{\infty})] = 0 \end{cases} \quad (232)$$

Исключая скольжение σ из системы ур-ний (232), найдем соотношение между координатами η и ξ , представляющее собою геометрически уравнение кривой, по которой скользит конец вектора тока I_1 с изменением скольжения.

Производя исключение, получим:

$$(\eta - \eta_m)^2 + (\xi - \xi_m)^2 = r^2, \quad (233)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \eta_m &= \frac{V_1}{2} \frac{(X_0 - X_k)(R_\infty^2 + X_\infty^2) + (R_0^2 + X_0^2)(X_k R_\infty - R_k X_\infty) + (X_k - X_\infty)(R_0^2 + X_0^2) + (X_\infty - X_0)(R_k^2 + X_k^2)}{(R_k^2 + X_k^2)(X_\infty R_0 - X_0 R_\infty) + (R_\infty^2 + X_\infty^2)(X_0 R_k - R_0 X_k)} \\ \xi_m &= \frac{V_1}{2} \frac{(R_\infty - R_k)(R_0^2 + X_0^2) + (R_k - R_0)(R_\infty^2 + X_\infty^2) + (R_0 - R_\infty)(X_k^2 + R_k^2)}{(R_k^2 + X_k^2)(X_\infty R_0 - X_0 R_\infty) + (R_\infty^2 + X_\infty^2)(X_0 R_k - R_0 X_k)} \\ r &= \sqrt{\eta_m^2 + \xi_m^2 + V_1^2 \frac{X_0(R_k - R_\infty) + X_k(R_\infty - R_0) + X_\infty(R_0 - R_k)}{(R_0^2 + X_0^2)(X_k R_\infty - R_k X_\infty) + (R_k^2 + X_k^2)(X_\infty R_0 - X_0 R_\infty) + (R_\infty^2 + X_\infty^2)(X_0 R_k - R_0 X_k)}} \end{aligned} \right\} (234)$$

Ур-ние (233) геометрически представляет собою уравнение окружности радиуса r , центр которой находится в точке с абсциссой равной ξ_m и ординатой η_m .

Координаты точек окружности (233), соответствующих синхронному ходу ($\sigma = 0$), короткому замыканию ($\sigma = 1$) и идеальному короткому замыканию ($\sigma = \pm \infty$), могут быть найдены из системы ур-ний (232) после подстановки надлежащих значений скольжения.

Таким образом, подставляя $\sigma = 0$, получаем:

$$\eta_0 = V_1 \frac{R_0}{R_0^2 + X_0^2}; \quad \xi_0 = V_1 \frac{X_0}{R_0^2 + X_0^2}. \quad (234a)$$

Подставляя $\sigma = 1$, имеем:

$$\eta_k = V_1 \frac{R_k}{R_k^2 + X_k^2}; \quad \xi_k = V_1 \frac{X_k}{R_k^2 + X_k^2}. \quad (234b)$$

Подставляя $\sigma = \pm \infty$, находим:

$$\eta_\infty = V_1 \frac{R_\infty}{R_\infty^2 + X_\infty^2}; \quad \xi_\infty = V_1 \frac{X_\infty}{R_\infty^2 + X_\infty^2}. \quad (234c)$$

Так как согласно ур-нию (230), R_∞ и X_∞ не зависят от α и β , то в соответствии с ур-нием (234c) координаты точки идеального короткого замыкания ($\sigma = \pm \infty$) также оказываются независимыми от α и β . Следовательно, изменяя $\alpha = r \cos \vartheta$ и $\beta = r \sin \vartheta$, т. е. величину и направление вторичного напряжения V_2' , приложенного к контактным кольцам ротора асинхронного двигателя, мы получим систему окружностей тока, подобных (233) с различными радиусами и различным положением центров на координатной плоскости; однако, все эти окружности тока должны будут пересечься в общей точке с координатами (234c), отвечающей идеальному короткому замыканию ($\sigma = \pm \infty$).

Подставляя в ур-ние (234) вместо $R_0, X_0, R_k, X_k, R_\infty, X_\infty$ их выражения через α, β и параметры машины, согласно уравнениям (228), (229) и (230), найдем зависимость координат η_m и ξ_m центра окружности (233) от α, β и параметров машины.

1) Вводя $\alpha = \rho \cos \vartheta$; $\beta = \rho \sin \vartheta$ и исключая угол ϑ , найдем соотношение между координатами центра, η_m, ξ_m , величиною ρ и параметрами машины, которое геометрически представит уравнение кривой, по которой скользит центр окружности (233) с изменением угла ϑ при заданной величине ρ .

2) Исключая, наоборот, величину ρ , найдем уравнение кривой, по которой скользит центр окружности (233) с изменением ρ при заданной величине угла ϑ , составляемого вторичным напряжением $\dot{V}'_2$ с первичным $\dot{V}_1$.

Производство указанных выкладок не представляет никаких математических трудностей, но связано с обширными преобразованиями формул.

В целях облегчения этих вычислений и упрощения получающихся выражений, произведем означенные выкладки для принятой ранее эквивалентной схемы каскадного соединения в предположении постоянства величины э.-д. силы $E_1 = E'_2$, а не приложенного к клеммам статора напряжения сети $\dot{V}_1$. В дальнейшем опять вернемся к условию $\dot{V}_1 = \text{const}$ и $E_1 = E'_2 = \text{var}$.

В соответствии с этим заменим ур-ние (221) соотношением

$$\dot{V}'_2 = \rho' \dot{E}'_2 e^{-j\theta}, \quad (221')$$

где $\rho' = \frac{V'_2}{E'_2}$ и θ — угол сдвига $\dot{V}'_2$ относительно $\dot{E}'_2$.

При указанном условии взамен ур-ний (222) — (225) получим на основании соотношений (217) — (221) следующие простые уравнения:

$$V_1 = -E'_2 \frac{Z_1 Z_a + Z_a Z'_2 + Z'_2 Z_1 + Z_1 Z_a \frac{\rho'}{\sigma} e^{-j\theta}}{Z_a Z'_2} \quad (222')$$

$$I'_2 = E'_2 \frac{1 + \frac{\rho'}{\sigma} e^{-j\theta}}{Z'_2} \quad (223')$$

$$I_a = -E'_2 \frac{1}{Z_a} \quad (224')$$

$$I_1 = -E'_2 \frac{Z_a + Z'_2 + Z_a \frac{\rho'}{\sigma} e^{-j\theta}}{Z_a Z'_2}, \quad (225')$$

где, как и раньше,

$$Z_1 = R_1 - jX; \quad Z_a = R_a - jX_a; \quad Z'_2 = \frac{R'_2}{\sigma} - jX'_2.$$

Подставляя эти значения в ур-ние (225'), получим:

$$I_1 = -E'_2 \frac{[(R'_2 + \alpha R_a - \beta X_a) - j(\alpha X_a + \beta R_a)] + [R_a - j(X_a + X'_2)] \sigma}{[R_a R'_2 - jX_a X'_2] + [-X_a X'_2 - jR_a X'_2] \sigma}, \quad (226')$$

где

$$\alpha = \rho' \cos \theta; \quad \rho = \rho' \sin \theta.$$

Перепишем это уравнение в следующем виде:

$$\frac{-E_2'}{I_1} = Z = R - jX = \frac{[-X_a X_2' - jR_a X_2'] \sigma + [R_a R_2' - jX_a R_2']}{[R_a - j(X_a' + X_2')] \sigma + [(R_2' + \alpha R_a - \beta X_a) - j(\alpha X_2 + \beta R_a)]} \quad (227')$$

Считая α и β независимыми от скольжения σ и полагая в последнем уравнении последовательно $\sigma = 0$, $\sigma = 1$ и $\sigma = \pm \infty$, по аналогии с предыдущим, взамен формул (228), (229) и (230), получим:

$$\left. \begin{aligned} R_0 &= \frac{R_2' R_a (R_2' + \alpha R_a - \beta X_a) + X_a R_2' (\alpha X_a + \beta R_a)}{(R_2' + \alpha R_a - \beta X_a)^2 + (\alpha X_a + \beta R_a)^2} \\ X_0 &= \frac{X_a R_2' (R_2' + \alpha R_a - \beta X_a) - (\alpha X_a + \beta R_a) R_a R_2'}{(R_2' + \alpha R_a - \beta X_a)^2 + (\alpha X_a + \beta R_a)^2} \end{aligned} \right\} \quad (228'')$$

$$\left. \begin{aligned} R_k &= (R_a R_2' - X_a X_2') \times \\ &\times \frac{(R_a + R_2' + \alpha R_a - \beta X_a) + (R_a X_2' + X_a R_2') (X_a + X_2' + \alpha X_a + \beta R_a)}{(R_a + R_2' + \alpha R_a - \beta X_a)^2 + (X_a + X_2' + \alpha X_a + \beta R_a)^2} \\ X_k &= (R_a X_2' + X_a R_2') \times \\ &\times \frac{(R_a + R_2' + \alpha R_a - \beta X_a) - (R_a R_2' - X_a X_2') (X_a + X_2' + \alpha X_a + \beta R_a)}{(R_a + R_2' + \alpha R_a - \beta X_a)^2 + (X_a + X_2' + \alpha X_a + \beta R_a)^2} \end{aligned} \right\} \quad (229'')$$

$$\left. \begin{aligned} R_\infty &= \frac{R_a X_2'^2}{R_a^2 + (X_a + X_2')^2} \\ X_\infty &= \frac{R_a^2 X_2' - X_a^2 X_2' - X_a X_2'^2}{R_a^2 + (X_a + X_2')^2} \end{aligned} \right\} \quad (230'')$$

причем новые параметры R_0 , X_0 , R_k , X_k , R_∞ и X_∞ в данном случае сохраняют за собою физический смысл, указанный ранее.

В этих параметрах ур-ние (227') можно представить в виде (231).

Заменяя Z через $\frac{-E_2'}{I_1}$, вместо ур-ния (231) получим:

$$E_2' [(Z_k - Z_0) \sigma - (Z_k - Z_\infty)] + I_1 [Z_\infty (Z_k - Z_0) \sigma - (Z_k - Z_\infty) Z_0] = 0. \quad (231'')$$

Выбираем такую систему осей координат, при которой направление вектора $\vec{E}_2$ совпадало бы с отрицательным направлением вещественной оси, взяв в качестве последней вертикальную ось ординат с положительным направлением снизу вверх.

За мнимую ось, как и прежде, выберем горизонтальную ось абсцисс с положительным направлением слева направо.

За начало векторов $\vec{E}_2'$ и I_1 возьмем начало координат, т. е. точку пересечения вещественной и мнимой осей.

В таком случае абсцисса конца вектора $\vec{E}_2'$ будет равна нулю, а ордината — его модулю с отрицательным знаком.

Абсциссу конца вектора I_1 назовем через ξ , а ординату через η , тогда вектор $\vec{E}_2'$ можно заменить его модулем, взятым с отрицательным знаком, а вектор I_1 представить в виде:

$$I_1 = \eta + j\xi.$$

В таком случае ур-ние (231'') можно представить в следующем виде:

$$\left\{ [m\eta - n\xi + E_2'(R_k - R_0)]\sigma + [p\eta + q\xi - E_2'(R_k - R_\infty)] \right\} + \\ + j \left\{ [n\eta + m\xi - E_2'(X_k - X_0)]\sigma - [q\eta - p\xi - E_2'(X_k - X_\infty)] \right\} = 0, \quad (232'')$$

где коэффициенты p, q, m и n имеют ранее указанные значения.

Приравнявая нулю отдельно вещественную и мнимую часть этого уравнения, получим систему двух алгебраических уравнений:

$$\left. \begin{aligned} [m\eta - n\xi + E_2'(R_k - R_0)]\sigma + [p\eta + q\xi - E_2'(R_k - R_\infty)] &= 0 \\ [n\eta + m\xi - E_2'(X_k - X_0)]\sigma - [q\eta - p\xi - E_2'(X_k - X_\infty)] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (232''')$$

Исключая из этой системы уравнений скольжение σ , находим уравнение кривой, по которой скользит конец вектора I с изменением скольжения:

$$(\eta - \eta_m)^2 + (\xi - \xi_m)^2 = r^2, \quad (233')$$

где

$$\eta_m = + \frac{E_2'}{2} \cdot \frac{(X_0 - X_k) Z_\infty^2 + (X_k - X_\infty) Z_0^2 + (X_\infty - X_0) Z_k^2}{(X_k R_\infty - R_k X_\infty) Z_0^2 + (X_\infty R_0 - X_0 R_\infty) Z_k^2 + (X_0 R_k - R_0 X_k) Z_\infty^2}$$

$$\xi_m = + \frac{E_2'}{2} \cdot \frac{(R_\infty - R_k) Z_0^2 + (R_k - R_0) Z_\infty^2 + (R_0 - R_\infty) Z_k^2}{(X_k R_\infty - R_k X_\infty) Z_0^2 + (X_\infty R_0 - X_0 R_\infty) Z_k^2 + (X_0 R_k - R_0 X_k) Z_\infty^2}$$

$$r = \sqrt{\eta_m^2 + \xi_m^2 + E_2'^2 \frac{X_0(R_k - R_\infty) + X_k(R_\infty - R_0) + X_\infty(R_0 - R_k)}{(X_k R_\infty - R_k X_\infty) Z_0^2 + (X_\infty R_0 - X_0 R_\infty) Z_k^2 + (X_0 R_k - R_0 X_k) Z_\infty^2}}$$

Как и раньше, найденная кривая — окружность радиуса R с центром в точке, имеющей абсциссу ξ_m и ординату η_m .

Подставляя в ур-ние (232''') последовательно вместо σ значения 0; 1 и $\pm \infty$, получим координаты точек окружности (233'), отвечающих синхронному ходу, короткому замыканию и идеальному короткому замыканию:

$$\eta_0 = + E_2' \frac{R_0}{Z_0^2}; \quad \xi_0 = + E_2' \frac{X_0}{Z_0^2} \quad (234' a)$$

$$\eta_k = + E_2' \frac{R_k}{Z_k^2}; \quad \xi_k = + E_2' \frac{X_k}{Z_k^2} \quad (234' b)$$

$$\eta_\infty = + E_2' \frac{R_\infty}{Z_\infty^2}; \quad \xi_\infty = + E_2' \frac{X_\infty}{Z_\infty^2} \quad (234' c)$$

Подставляя сюда вместо R_0 , X_0 , R_k , X_k , R_∞ и X_∞ их значения из ур-ний (228''), (229'') и (230'), получим:

$$\eta_0 = +E'_2 \frac{R_a R'_2 + \alpha Z_a^2}{R'_2 Z_a^2}; \quad \xi_0 = +E'_2 \frac{X_a R'_2 - \beta Z_a^2}{R'_2 Z_a^2} \quad (234' a)$$

$$\left. \begin{aligned} \eta_k &= +E'_2 \frac{(R'_2 + X'^2_2) R_a + Z_a^2 [\beta X'_2 + (1 + \alpha) R'_2]}{Z_a^2 (R'_2 + X'^2_2)}; \\ \xi_k &= +E'_2 \frac{(R'_2 + X'^2_2) X_a + Z_a^2 [(1 + \alpha) X'_2 - \beta R'_2]}{Z_a^2 (R'_2 + X'^2_2)} \end{aligned} \right\} \quad (234' b)$$

$$\eta_\infty = +E'_2 \frac{R_a}{Z_a^2}; \quad \xi_\infty = +E'_2 \frac{X_a X'_2 + Z_a^2}{X'_2 Z_a^2}. \quad (234' c)$$

Производя аналогичную замену в системе (233'), найдем:

$$\left. \begin{aligned} \eta_m &= + \frac{E'_2}{2} \frac{\alpha Z_a^2 + 2 R_a R'_2}{R'_2 Z_a^2}; \\ \xi_m &= + \frac{E'_2}{2} \frac{Z_a^2 (R'_2 - \beta X'_2) + 2 X_a X'_2 R'_2}{X'_2 R'_2 Z_a^2}; \\ r &= \frac{E'_2}{2 R'_2 X'_2} \sqrt{\alpha^2 X'^2_2 + (\beta X'_2 + R'_2)^2} \end{aligned} \right\} \quad (233'')$$

Для случая работы двигателя с короткозамкнутым ротором, положив в ур-ниях (234'' a), (234'' b), (234'' c) и (233'') $\alpha = 0$ и $\beta = 0$, получим:

$$\eta'_0 = E'_2 \frac{R_a}{Z_a^2}; \quad \xi'_0 = E'_2 \frac{X_a}{Z_a^2} \quad (234''' a)$$

$$\eta'_k = E'_2 \frac{R_a (R'_2 + X'^2_2) + Z_a^2 R'_2}{Z_a^2 (R'_2 + X'^2_2)}; \quad \xi'_k = E'_2 \frac{X_a (R'_2 + X'^2_2) + Z_a^2 X'_2}{Z_a^2 (R'_2 + X'^2_2)} \quad (234''' b)$$

$$\eta'_\infty = E'_2 \frac{R_a}{Z_a^2}; \quad \xi'_\infty = E'_2 \frac{X_a X'_2 + Z_a^2}{X'_2 Z_a^2} \quad (234''' c)$$

$$\eta'_m = E'_2 \frac{R_a}{Z_a^2} = \eta'_0; \quad \xi'_m = \frac{E'_2}{2} \frac{Z_a^2 + 2 X_a X'_2}{X'_2 Z_a^2} = \frac{\xi'_0 + \xi'_\infty - \xi'_0}{2} \quad (233''')$$

$$r' = \frac{E'_2}{2 X'_2} = \frac{\xi'_\infty - \xi'_0}{2}.$$

Ранее было доказано, что на степень регулировки скорости и компенсации коэффициента мощности асинхронного двигателя оказывают влияние и численное значение, характеризуемое параметром $\rho'_s = \frac{V'_2}{E'_2}$, и фаза, ха-

рактируемая параметром θ вторичного напряжения, приложенного к контактным кольцам его ротора.

Исходя из этих соображений, определим, как изменяется круговая диаграмма в двух случаях:

$$1) \rho' = \text{const}; \theta = \text{var};$$

и

$$2) \theta = \text{const}; \rho' = \text{var}.$$

Подставляя в ур-ние (233'') $\alpha = \rho' \cos \theta$; $\beta = \rho' \sin \theta$ и исключая затем угол θ , получим:

$$(\eta_m - \eta_c)^2 + (\xi_m - \xi_c)^2 = r_c^2, \quad (235)$$

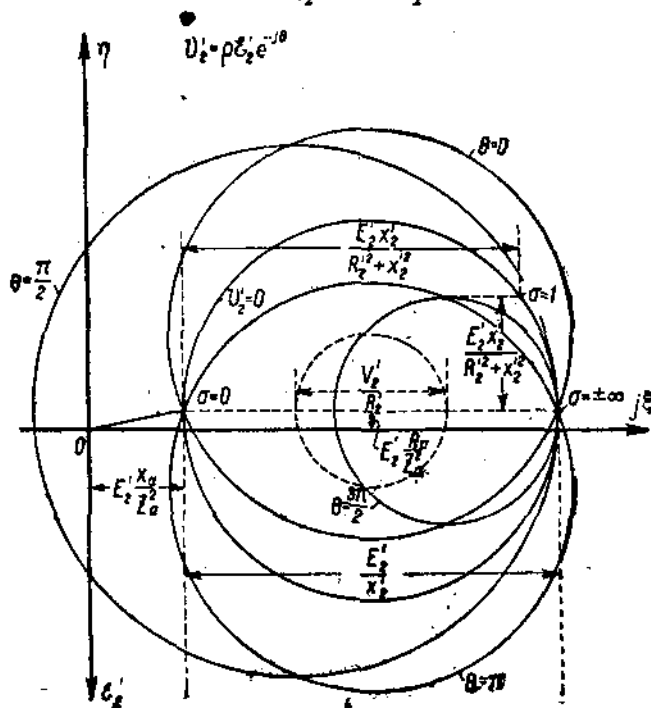
где

$$\eta_c = E'_2 \frac{R_a}{Z_a^2}; \quad \xi_c = E'_2 \frac{X_a}{Z_a^2} + E'_2 \frac{1}{2 X'_2}; \quad (236)$$

$$r_c = \frac{\rho' E'_2}{2} \cdot \frac{1}{R'_2} = \frac{V'_2}{2 R'_2}.$$

Итак, при постоянном численном значении вторичного напряжения V'_2 , приложенного к контактным кольцам ротора асинхронного двигателя, и при изменении фазы θ этого напряжения относительно э.-д. силы E'_2 , центр окружностей первичных токов $\dot{I}_1$ перемещается по окружности радиуса

$$r_c = \frac{\rho' E'_2}{2 R'_2} = \frac{V'_2}{2 R'_2}.$$



Фиг. 168.

Центр последней совпадает с центром окружности тока I_1 , отвечающей работе двигателя при коротко-замкнутом роторе, и определяется координатами

$$\eta_c = E'_2 \frac{R_a}{Z_a^2} \text{ и } \xi_c = \frac{E'_2 X_a}{Z_a^2} + \frac{E'_2}{2X'_2}.$$

Все эти окружности токов пересекаются в одной общей для них точке идеального короткого замыкания, координаты которой η_∞ и ξ_∞ не зависят ни от величин, ни от фазы вторичного напряжения, как видно из ур-ния (234" с).

На фиг. 168 представлена система окружностей токов I_1 , отвечающая рассматриваемому случаю.

При более точном рассмотрении вопроса ($V_1 = \text{const}$, $E'_2 = E_1 = \text{var}$) оказывается, что конец вектора центра окружностей токов I_1 (233), при $\rho = \text{const}$ и $\theta = \text{var}$, описывает не окружность, а эллипс.

Чтобы определить перемещение центра окружностей токов I_1 с изменением численного значения величины ρ' при $\theta = \text{const}$, подставим в ур-ние (233"): $\alpha = \rho' \cos \theta$; $\beta = \rho' \sin \theta$ и из полученной таким образом системы двух уравнений исключим параметр ρ . Тогда получим соотношение между координатами ξ_m и η_m , которое геометрически представит уравнение линии, по которой скользит центр окружностей токов I_1 , с изменением параметра ρ' при $\theta = \text{const}$:

$$\frac{\xi_m}{a} + \frac{\eta_m}{b} = 1, \quad (237)$$

где

$$a = +E'_2 \left[\left(\frac{X_a}{Z_a^2} + \frac{1}{2X'_2} \right) - \frac{R_a}{Z'_2} \text{tg}(\pi - A) \right] = \xi'_m - \eta_m \text{tg}(\pi - A)$$

$$b = -E'_2 \left[\left(\frac{X_a}{Z_a^2} + \frac{1}{2X'_2} \right) \text{tg} \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) - \frac{R_a}{Z'_2} \right] = -\xi'_m \text{tg} \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) + \eta'_m.$$

Из ур-ния (237) следует, что в рассматриваемом случае центр окружностей тока скользит по прямой, отсекающей на осях координат ξ и η отрезки, соответственно равные a и b .

Ур-ние (237) может быть переписано еще так:

$$\left(\eta_m - E'_2 \frac{R_a}{Z_a^2} \right) = \text{tg} \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \left[\xi_m - E'_2 \left(\frac{X_a}{Z_a^2} + \frac{1}{2X'_2} \right) \right]$$

или

$$(\eta_m - \eta'_m) = \text{tg} \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \cdot (\xi_m - \xi'_m). \quad (237')$$

Из ур-ния (237') видно, что рассматриваемая прямая проходит через точку (ξ'_m, η'_m) , т. е. через центр окружности тока, отвечающей случаю работы асинхронного двигателя с коротко-замкнутым ротором, и составляет с осью абсцисс ξ угол $\left(\theta - \frac{\pi}{2} \right)$, а следовательно с осью ординат η угол $(\pi - \theta)$.

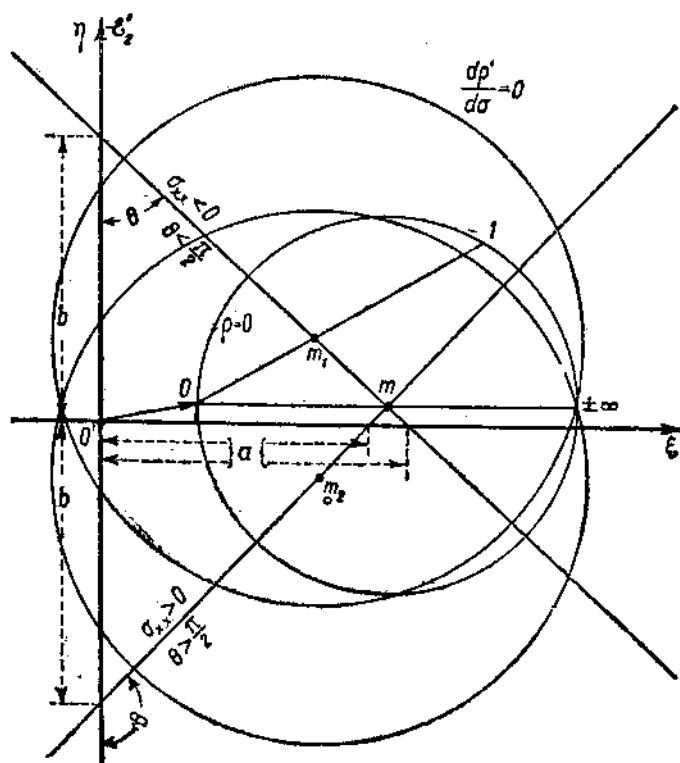
На фиг. 169 представлены круговые диаграммы и указаны прямые, по

которым перемещается центр окружностей токов I_1 , при $\rho' = \text{var}$ для случаев $\frac{\pi}{2} < \theta = \text{const}$ и $\frac{\pi}{2} > \theta = \text{const}$ и при условии, что ρ' изменяется вне зависимости от скольжения ($\frac{d\rho'}{d\sigma} = 0$). Как известно из предыдущего, все окружности тока I_1 при этом условии должны пресечься в одной общей точке идеального короткого замыкания (и. к. з.).

Переписывая уравнение (233'') в форме:

$$\eta_m = \eta'_m + \frac{V'_2 \cos \theta}{2R'_2}; \quad \xi_m = \xi'_m - \frac{V'_2 \sin \theta}{2R'_2} \quad (237'')$$

замечаем, что ордината η_m зависит лишь от проекции V'_2 на направление E'_2 , а абсцисса ξ_m — от проекции V'_2 на направление, перпендикулярное E'_2 .



Фиг. 169.

Таким образом, если задан центр окружностей токов при работе двигателя с коротко-замкнутым ротором, т. е. если заданы координаты ξ' и η'_m , то при известных заранее значениях V'_2 , θ и R'_2 центр окружности тока I_1 двигателя в каскадном соединении найдется по формулам (237''); вдоль оси

ординат центр смещается на величину $\left(+\frac{V_2' \cos \theta}{2R_2'}\right)$, а вдоль оси абсцисс — на величину $\left(-\frac{V_2' \sin \theta}{2R_2'}\right)$.

Легко видеть, что общее смещение центра, численно равное

$$\sqrt{\left(+\frac{V_2' \cos \theta}{2R_2'}\right)^2 + \left(-\frac{V_2' \sin \theta}{2R_2'}\right)^2} = \frac{V_2'}{2R_2'} = r_c,$$

всегда происходит в направлении, обратном направлению вектора V_2' :

$$r_c = \frac{V_2' \cos \theta}{2R_2'} - j \frac{V_2' \sin \theta}{2R_2'} = \frac{V_2'}{2R_2'} e^{-j\theta}$$

$$V_2' = \rho' E_2' e^{-j\theta} = -\rho' E_2' e^{-j\theta} = \rho' E_2' e^{+j(\pi-\theta)} = V_2' e^{+j(\pi-\theta)}$$

$$\arg r_c = -\theta; \arg V_2' = \pi - \theta \text{ и т. д.}$$

Как было указано выше, при синхронной скорости асинхронного двигателя в каскадном соединении с другой машиной вращающий момент агрегата не равен нулю и, следовательно, на окружности токов точка синхронного хода не совпадает с точкой холостого хода, а именно: холостой ход агрегата имеет место при скольжении по ур-нию (213):

$$\sigma_x = -\frac{R_2' V_2' \cos \theta}{R_2' \epsilon_2' + X_2' V_2' \sin \theta} = -\frac{\alpha R_2'}{R_2' + \beta X_2'}$$

Подставляя это значение скольжения в ур-ние (232), получим систему двух уравнений, решая которую относительно η и ξ , найдем координаты точки холостого хода:

$$\left. \begin{aligned} \eta_x &= V_1 \frac{[(R_k - R_\infty) - (R_k - R_0) \sigma_x](m \sigma_x + p) + [(X_k - X_0) \sigma_x - (X_k - X_\infty)](n \sigma_x - q)}{(m \sigma_x + p)^2 + (n \sigma_x - q)^2} \\ \xi_x &= V_1 \frac{[(X_k - X_0) \sigma_x - (X_k - X_\infty)](m \sigma_x + p) - [(R_k - R_\infty) - (R_k - R_0) \sigma_x](n \sigma_x - q)}{(m \sigma_x + p)^2 + (n \sigma_x - q)^2} \end{aligned} \right\} \quad (238)$$

Считая для простоты $E_1 = E_2' = \text{const}$ и $V_1 = \text{var}$, исходя из системы ур-ний (232'), после подстановки вместо $p, q, n, m, R_0, X_0, R_k, X_k, R_\infty, X_\infty$ и σ_x их выражений через ρ, θ и параметры машины, получим:

$$\eta_x = E_2' \frac{R_a}{Z_a^2}; \xi_x = E_2' \frac{X_a}{Z_a^2} - E_2' \frac{\beta}{R_2'} \quad (238')$$

откуда следует, что в рассматриваемом случае ордината точки холостого хода не зависит от вторичного напряжения и равна ординате точки синхронного хода электродвигателя при работе его с коротко-замкнутым ротором, так что

$$\eta_x = E_2' \frac{R_a}{Z_a^2} = \eta_0' = \text{const} \quad (238'')$$

Далее, из сравнения ур-ний (234^а) и (238^а) следует, что абсцисса точки холостого хода при всех значениях угла θ при заданной величине ρ' совпадает с абсциссой точки синхронного хода, так что:

$$\xi_x = \xi_0 = E'_2 \frac{X_a}{Z_a^2} - E'_2 \frac{\beta}{R_2} = \xi'_0 - \frac{V'_2 \sin \theta}{R'_2}. \quad (238''')$$

Таким образом, с изменением величины и фазы V'_2 при условии $E'_2 = \text{const}$ и ρ' не зависящем от скольжения σ , точка холостого хода скользит по прямой, выражаемой ур-нием (238^а), т. е. по прямой, проходящей через точки синхронного хода и идеального короткого замыкания при работе с коротко-замкнутым ротором и через конец вектора намагничивающего тока.

Подставляя в ур-ние (234^а) значения $\alpha = \rho' \cos \theta$; $\beta = \rho' \sin \theta$ и исключая параметр θ , найдем, что точка синхронного хода каскадного агрегата при условии $E'_1 = E'_2 = \text{const}$, $V'_1 = \text{var}$ в случае $\rho = \text{const}$, описывает с изменением параметра θ окружность радиуса

$$r_0 = \frac{\rho' E'_2}{R'_2} = \frac{V'_2}{R'_2} = 2r_c \quad (239)$$

с центром на конце вектора намагничивающего тока.

Если из тех же уравнений исключить параметр ρ' , то окажется, что при указанных условиях в случае $\theta = \text{const}$ точка синхронного хода с изменением параметра ρ' описывает прямую, проходящую через конец вектора намагничивающего тока и составляющую с осью абсцисс ξ угол $\left[\frac{\pi}{2} + \theta \right]$, а с осью ординат η угол θ .

Точно так же, подставляя в ур-ние (234^б) $\alpha = \rho' \cos \theta$; $\beta = \rho' \sin \theta$ и исключая затем параметр θ , найдем, что при условии $E'_1 = E'_2 = \text{const}$ и $V'_1 = \text{var}$ в случае $\rho' = \text{const}$ точка короткого замыкания каскадного агрегата с изменением угла θ описывает окружность радиуса

$$r_k = \frac{\rho' E'_2}{\sqrt{R_2'^2 + X_2'^2}} = \frac{V'_2}{\sqrt{R_2'^2 + X_2'^2}} \quad (239')$$

с центром в точке короткого замыкания асинхронного двигателя при работе его с коротко-замкнутым ротором.

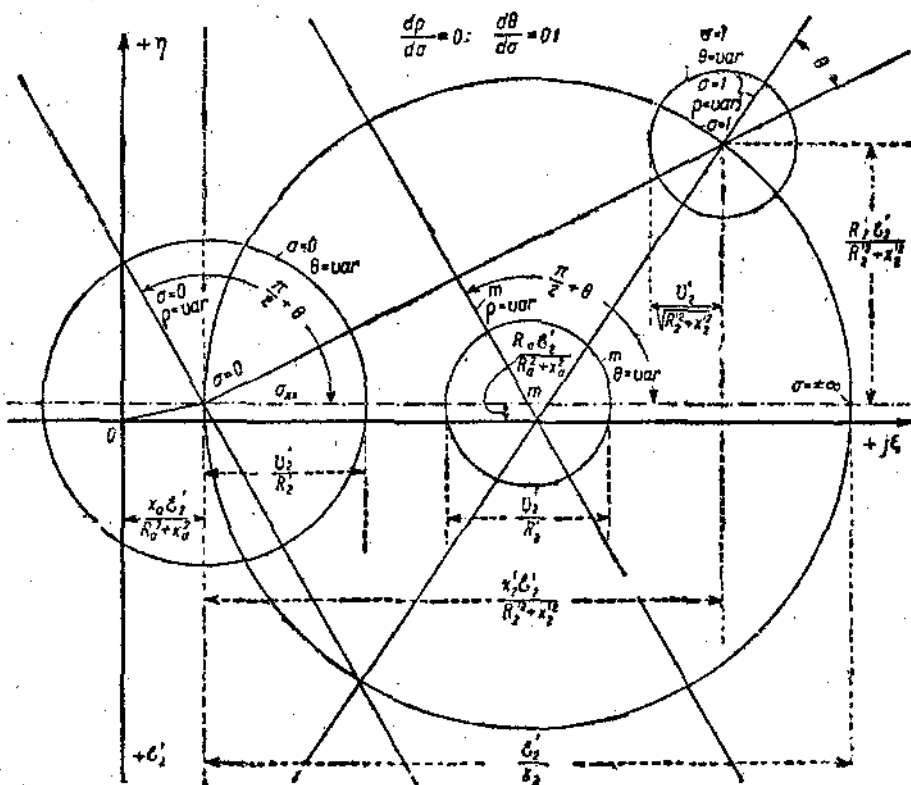
Если, наоборот, из указанных уравнений исключить параметр ρ' , то найдем, что в случае $\theta = \text{const}$ точка короткого замыкания каскадного агрегата с изменением параметра ρ' описывает прямую, проходящую через точку короткого замыкания асинхронного двигателя, отвечающую работе его с коротко-замкнутым ротором, и составляет с осью абсцисс ξ угол

$$\frac{\pi}{2} + \theta - \arctg \frac{X'_2}{R'_2}, \text{ а с осью ординат } \eta \text{ угол } \arctg \frac{X'_2}{R'_2} - \theta.$$

Точка идеального короткого замыкания, как уже говорилось на основании ур-ний (230), (234а) и (230^а), (234^б), (234^с) при $\rho' = \text{const}$, с изменением параметра θ остается неподвижной и совпадает с точкой

идеального короткого замыкания при работе двигателя с коротко-замкнутым ротором.

На фиг. 170 представлена окружность токов для условия $E_1 = E'_2 = \text{const}$, $V_1 = \text{var}$ при работе двигателя с коротко-замкнутым ротором, с нанесенными на ней точками синхронного хода, холостого хода, короткого замыкания и идеального короткого замыкания. Там же даны линии, описываемые этими точками с изменением параметра θ при $\rho' = \text{const}$ (окружности) и с изменением параметра ρ' при $\theta = \text{const}$ (прямые).



Фиг. 170.

Кроме того на этой диаграмме даны четыре окружности токов каскадного агрегата при $\rho' = \text{const}$ для четырех характерных значений параметра θ :

$$\theta = 0; \quad \theta = \frac{\pi}{2}; \quad \theta = \pi; \quad \theta = \frac{3\pi}{2},$$

с нанесенными на них точками холостого хода, синхронного хода, короткого замыкания и идеального короткого замыкания.

Повторив последовательно все вышеприведенные выкладки для случая, когда вторичное напряжение V'_2 , приложенное к контактным кольцам ротора асинхронного двигателя, не остается постоянным при всех режимах

работы двигателя, а изменяется пропорционально скольжению σ , причем взамен ур-ния (221') имеем:

$$\dot{V}_2 = \sigma \rho_1 \dot{E}_2' e^{-j\theta}, \quad (221'')$$

найдем, что при этом условии конец вектора тока I_1' с изменением σ , т. е. нагрузки двигателя, при $E_2' = E_1 = \text{const}$, описывает окружность радиуса

$$r = \frac{E_2'}{2X_2'} \sqrt{(1 + \alpha_1)^2 + \beta_1^2} \quad (240)$$

с центром, характеризуемым координатами:

$$\eta_m = \frac{E_2'}{2} \left(\frac{\beta_1}{X_2'} + 2 \frac{R_a}{Z_a^2} \right); \quad \xi_m = \frac{E_2'}{2} \left(\frac{1 + \alpha_1}{X_2'} + 2 \frac{X_a}{Z_a^2} \right), \quad (241)$$

где ρ — отношение модулей векторов V_2' и E_2' при $\rho = 1$ (ротор неподвижен).

$$\alpha_1 = \rho_1 \cos \theta; \quad \beta_1 = \rho_1 \sin \theta,$$

При постоянном ρ_1 с изменением угла θ центр окружности токов I_1 при $V_2' \equiv \sigma$ перемещается, описывая окружность радиуса

$$r_c = \frac{\rho_1 E_2'}{2} \frac{1}{X_2'}, \quad (242)$$

центр которой определяется координатами, согласно ур-нию (236).

Все окружности токов I_1 при $\rho_1 = \text{const}$, получающиеся для различных значений угла θ , пересекаются в общей точке синхронного хода с координатами, определяемыми совокупностью ур-ний (234"а). Точки короткого замыкания ($\sigma = 1$) и идеально короткого замыкания ($\sigma = \pm \infty$) различны для различных окружностей тока, отвечающих выбираемым значениям угла θ . Система окружностей тока I_1 , отвечающая рассматриваемому случаю, представлена на фиг. 171.

Если вторичное напряжение, приложенное к контактным кольцам ротора асинхронного двигателя, пропорционально $(1 - \sigma)$, так что взамен ур-ния (221') имеем соотношение

$$\dot{V}_2 = \rho_0 (1 - \sigma) \dot{E}_2' e^{-j\theta},$$

то, повторив для этого случая предыдущие выкладки, найдем, что при этом условии конец вектора тока I_1' с изменением скольжения σ при $E_2' = \dot{E}_1 = \text{const}$ описывает окружность радиуса:

$$r = \frac{E_2'}{2R_2' X_2'} \sqrt{(\alpha_0 X_2' + \beta_0 R_2')^2 + [(1 - \alpha_0) R_2' + \beta_0 X_2']^2} \quad (243)$$

с центром, координаты которого:

$$\eta_m = \frac{E_2'}{2} \left(2 \frac{R_a}{Z_a^2} + \frac{\alpha_0}{R_2'} - \frac{\beta_0}{X_2'} \right); \quad \xi_m = \frac{E_2'}{2} \left(2 \frac{X_a}{Z_a^2} + \frac{1}{X_2'} - \frac{\alpha_0}{X_2'} - \frac{\beta_0}{R_2'} \right), \quad (244)$$

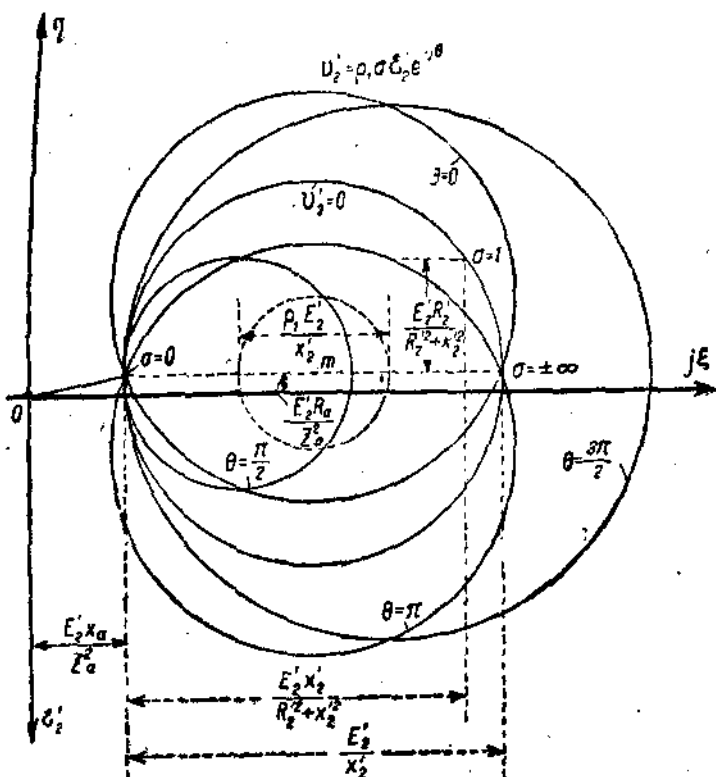
где ρ_0 есть отношение модулей векторов V'_2 и E'_2 при скольжении $\sigma = 0$;
и

$$\alpha_0 = \rho_0 \cos \theta; \beta_0 = \rho_0 \sin \theta.$$

При $\rho_0 = \text{const}$ с изменением угла θ центр окружности тока I_1 описывает в свою очередь окружность радиуса

$$r_c = \frac{\rho_0 E'_2}{2 X'_2 R'_k} \sqrt{R'^2_2 + X'^2_2} \quad (245)$$

с центром в точке с координатами, определенными совокупностью ур-ний (236). При этом все окружности токов I_1 пересекаются в одной общей для них



Фиг. 171.

точке короткого замыкания с координатами, даваемыми ур-нием (234b^в). Точки синхронного хода ($\sigma = 0$) и идеального короткого замыкания ($\sigma = \pm \infty$) в этом случае различны для различных окружностей тока, отвечающих заданным значениям угла θ .

Система окружностей тока I_1 , отвечающая рассматриваемому случаю, представлена на фиг. 172.

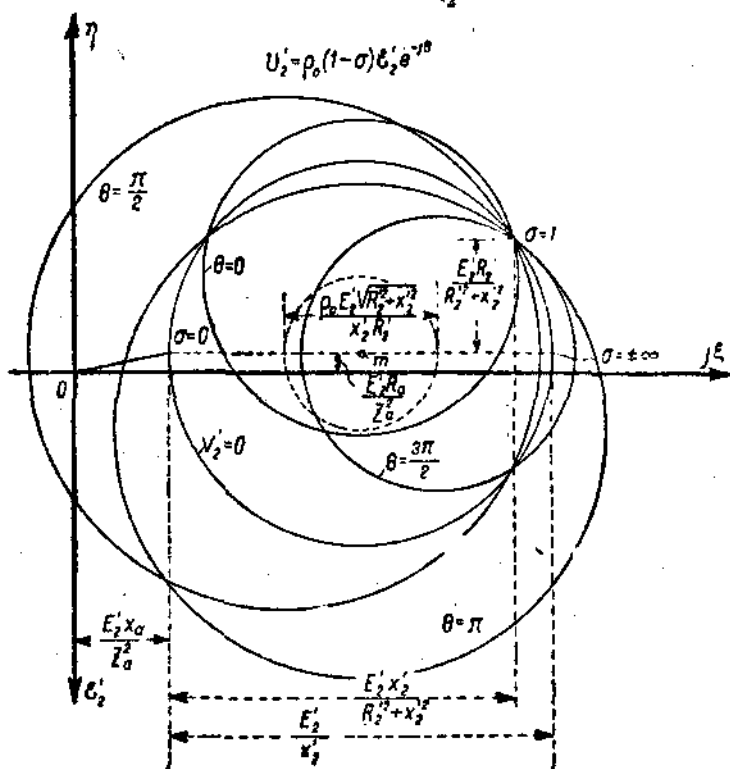
Если вторичное напряжение V'_2 , приложенное к контактным кольцам ротора асинхронного двигателя, пропорционально вторичному току I'_2 и сдвинуто

относительно него по фазе на некоторый угол φ_2 , не зависящий от скольжения σ , согласно соотношению:

$$\dot{V}_2 = \rho' I_2' e^{-j\varphi_2},$$

то, повторив предыдущие выкладки, найдем, что в случае $\rho' = \text{const}$, при условии $\dot{E}_1 = \dot{E}_2' = \text{const}$, и $\dot{V}_1 = \text{var}$. конец вектора тока I_1' с изменением скольжения σ будет описывать окружность радиуса

$$r = \frac{E_2'}{2X_2'} \sqrt{1 + \left(\frac{\rho'}{R_2' - \alpha}\right)^2} \quad (246)$$



Фиг. 172.

с центром в точке с координатами

$$\eta_m = E_2' \frac{R_a}{Z_a^2} + E_2' \frac{1}{2X_2'} \left(\frac{\beta}{R_2' - \alpha} \right); \quad \xi_m = E_2' \frac{X_a}{Z_a^2} + E_2' \frac{1}{2X_2'}, \quad (247)$$

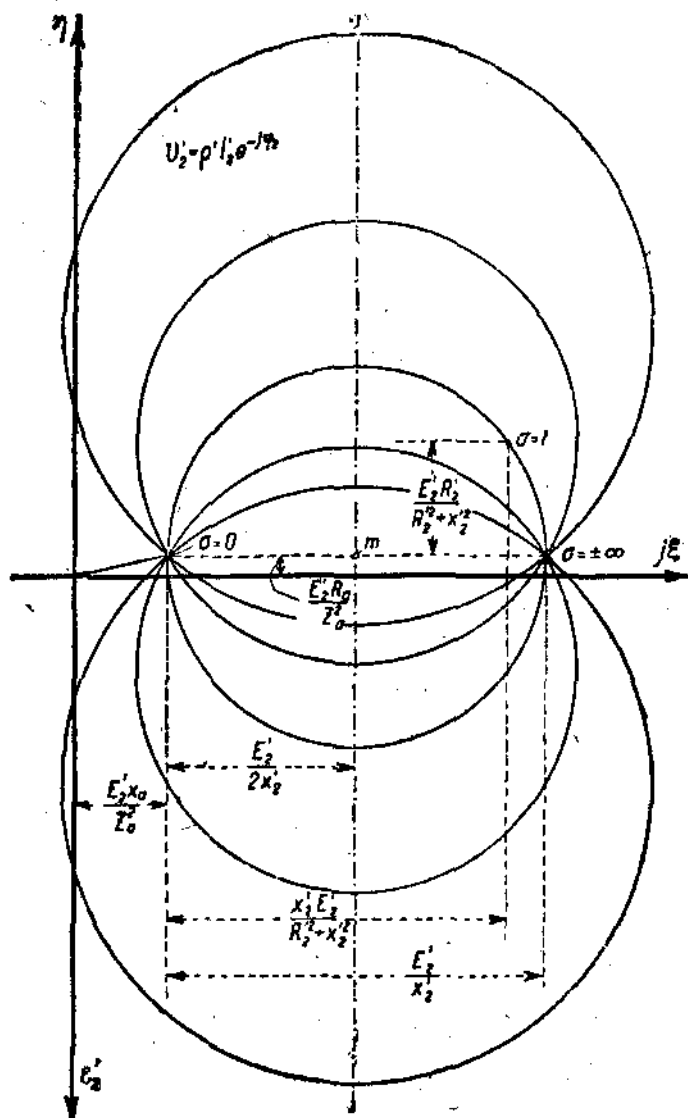
где ρ' — постоянная, имеющая размерность сопротивления, и где

$$\alpha = \rho' \cos \varphi_2; \quad \beta = \rho' \sin \varphi_2.$$

При $\rho' = \text{const}$ с изменением параметра φ_2 центр окружности тока описывает линию, уравнение которой

$$\xi_m = E_2' \frac{X_a}{Z_a^2} + E_2' \frac{1}{2X_2'}, \quad (248)$$

т. е. вертикальную прямую, параллельную оси ординат и проходящую через центр окружности тока при работе мотора с коротко-замкнутым ротором. При этом все окружности токов каскадного агрегата пересекаются в точках идеального короткого замыкания и синхронного хода, совпадающих в этом



Фиг. 173.

случае с соответствующими точками при работе с короткозамкнутым ротором.

Система окружностей тока, отвечающая рассматриваемому случаю, представлена на фиг. 173.

с) Рабочая диаграмма каскадного агрегата.

На фиг. 174 представлена рабочая круговая диаграмма каскадного соединения асинхронного двигателя с машиной, способной поддерживать постоянным (по численному значению ρ и фазе ϑ) вторичное напряжение V_2' , приложенное к контактным кольцам ротора асинхронного двигателя при всех скольжениях σ последнего. Диаграмма построена в предположении $V_1 \doteq \text{const}$ для случая $\frac{\pi}{2} < \vartheta < \pi$.

Первичное напряжение V_1 направлено вертикально вверх и совпадает по направлению и положению с осью ординат η . Начало координат O есть одновременно начало векторов $\vec{V}_1$; $\vec{I}_a$ и $\vec{I}_1$. С изменением скольжения σ конец вектора тока $\vec{I}_1$ скользит по окружности, на которой заранее наносим точки синхронного хода, холостого хода, короткого замыкания и идеального короткого замыкания.

1. Линия мощности P_{w1} (*), получаемой двигателем из сети $P_{w1} = m_1 V_1 I_1 \cos \varphi_1$. При выбранной системе осей, начала координат и направления V_1 первичного напряжения, $I_1 \cos \varphi_1$ в масштабе токов равно длинам перпендикуляров, опущенных из точек окружности токов на ось абсцисс: $I_1 \cos \varphi_1 = \overline{OA} \cos \varphi_1 = \overline{AB}$, а так как $m_1 V_1 = \text{const}$, то: $P_1 \equiv \overline{AB}$.

Итак, мощность, получаемая двигателем из сети, измеряется длиной ординат окружности токов, следовательно линия первичных мощностей является осью абсцисс, так как для всех ее точек $P_1 \equiv \overline{AB} = 0$.

2. Линия вращающих моментов. Так как в рассматриваемом случае вращающий момент агрегата равен нулю для точек холостого хода и идеального короткого замыкания, то за линию моментов надлежит принять прямую $t - xx$, соединяющую две названные точки. Таким образом величина вращающего момента для какой-либо точки A окружности токов измеряется отрезком ординаты этой точки, заключенным между указанною линией вращающих моментов и рассматриваемой точкой.

3. Линия механических мощностей. Из ур-ния (227) следует, что механическая мощность каскадного агрегата равна нулю для точек холостого хода ($\sigma = \sigma_x$) и короткого замыкания ($\sigma = 1$). Поэтому за линию механических мощностей принимаем прямую, проходящую через эти две точки. Величина механической мощности для произвольной точки A окружности токов измеряется отрезком ординаты этой точки, заключенным между указанной линией механических мощностей и рассматриваемой точкой A .

4. Линия вторичных мощностей P_{2w} (на кольцах ротора). Как известно из предыдущего, вторичная мощность обращается в нуль при значениях скольжения, определяемых ур-нием (213"). Подставив эти значения в ур-ние (232) и решая последние, определим координаты η и ξ двух точек p и q , для которых $P_2 = 0$.

Наносим эти две точки на окружность токов, получим линию вторичных мощностей, как проходящую через них прямую. Величина вторичной мощности для произвольной точки A окружности токов будет измеряться отрезком ее ординаты, заключенным между названной линией pq вторичных мощностей и рассматриваемой точкой окружности.

*) На фиг. 174 и 175 для ясности чертежей P_{w1} и P_{w2} обозначены P_1 и P_2 .

5. Шкала скольжений (скоростей). Для построения шкалы скоростей соединяем начало координат O_1 лучами с точками синхронного хода ($\sigma = 0$) и короткого замыкания ($\sigma = 1$). Получаем угол с вершиной в начале координат O_1 . Внутри этого угла на некотором расстоянии от начала координат O_1 проводим прямую, параллельную лучу, соединяющему O_1 с точкой идеального короткого замыкания ($\sigma = \pm \infty$). Участок указанной прямой от точки пересечения ее с лучом, проведенным из O_1 в точку синхронного хода, до точки пересечения с лучом, проведенным в точку короткого замыкания, делим на 100 равных частей и продолжаем это деление за пределы названных двух точек пересечения. Скольжение для произвольной точки A окружности токов найдем в пересечении вектора $\overline{O_1 A}$ первичного тока со шкалой скоростей.

6. Шкала коэффициента мощности ($\cos \varphi_1$). Для определения косинуса угла сдвига первичного тока I_1 относительно первичного напряжения V_1 строим окружность, касательную к оси абсцисс в точке начала координат O_1 с произвольно выбранным центром на оси ординат. Для тока, соответствующего произвольной точке A окружности токов, коэффициент первичной мощности ($\cos \varphi_1$) будет численно равен отношению длины отрезка $\overline{Oa}$ вектора тока (или его продолжения), заключенного между началом координат (O_1) и точкой a пересечения вектора с окружностью, к длине диаметра этой окружности.

7. Линия ваттных потерь в меди обмотки статора. Потери в меди статора $W_{1w} = m_1 R_1 I_1^2$ пропорциональны квадрату тока статора, который измеряется длиной отрезков, проводимых из начала координат O_1 в рассматриваемые точки окружности токов. Из высшей геометрии известно, что квадрат расстояния какой-либо точки O_1 до произвольной точки окружности пропорционален расстоянию рассматриваемой точки окружности до полюсов этой окружности при полюсе O_1 .

Вследствие этого за линию потерь в меди статора можно принять полуполюсу окружности токов при полюсе O_1 .

8. Потери в железе статора. Потери в железе статора

$$W_{Fe} = m_1 R_a I_a^2 = m_1 g_a E_1^2,$$

где

$$g_a = \frac{R_a}{R_a^2 + X_a^2}$$

есть ваттная проводимость цепи намагничивания; безваттная проводимость этой цепи

$$b_a = \frac{X_a}{R_a^2 + X_a^2}.$$

Полагая $g_a = \text{const}$, можно принять потери в железе статора пропорциональными квадрату э.-д. силы статора E_1 или квадрату намагничивающего тока I_a . Для определения положения линии этих потерь, обратимся к ур-нию (224):

$$i_a = \dot{V}_1 \frac{Z_1 \frac{p}{\sigma} e^{+j\theta} + Z_2'}{Z_1 Z_a + Z_a Z_2' + Z_2' Z_1}. \quad (224)$$

Оно может быть представлено в следующем виде:

$$\dot{I}_a = \dot{V}_1 \frac{(\alpha R_1 + \beta X_1 + R'_2) -}{(R_a R'_2 + R_1 R'_2 + R_1 R_a \sigma - X_1 X_a \sigma - X_a X'_2 \sigma - X_1 X'_2 \sigma) -} \\ - j(\sigma X'_2 + \alpha X_1 - \beta R_1) \\ - j(X_a R'_2 + R'_2 X_1 + R_1 X_a \sigma + R_a X'_2 \sigma + R_1 X'_2 \sigma + R_a X_1 \sigma)$$

Из этого уравнения определим уравнение линии, по которой скользит конец вектора намагничивающего тока $\dot{I}_a$ с изменением скольжения σ при $\dot{V}_1 = \text{const.}$

С этой целью выберем координатную систему, в которой вещественная ось ординат, имеющая положительное направление снизу вверх, совпадала бы с вектором $\dot{V}_1$, а мнимая ось была бы направлена горизонтально слева направо. Начало координат (точку пересечения этих осей) примем за начало векторов $\dot{V}_1$ и $\dot{I}_a$.

Тогда абсцисса конца вектора $\dot{V}_1$ будет равна нулю, а ордината — его модулю V_1 . Координаты конца вектора $\dot{I}_a$ обозначим через η_a и ξ_a , так что

$$\dot{I}_a = \eta_a + j\xi_a.$$

При таком условии в последнем уравнении можно заменять $\dot{I}_a$ через $\eta_a + j\xi_a$, а $\dot{V}_1$ через V_1 . Тогда получим:

$$\eta_a + j\xi_a = V_1 \frac{(\alpha R_1 + \beta X_1 + R'_2) -}{(R_a R'_2 + R_1 R'_2 + R_1 R_a \sigma - X_1 X_a \sigma - X_a X'_2 \sigma - X'_2 X_1 \sigma) -} \\ - j(\sigma X_a + \alpha X_1 - \beta R_1) \\ - j(X_1 R'_2 + X_a R'_2 + R_1 X_a \sigma + R_a X'_2 \sigma + R_1 X'_2 \sigma + R_a X_1 \sigma)$$

Умножая обе части этого равенства на знаменатель дроби, стоящей в правой его части, получим уравнение, в правой и левой части которого будут стоять комплексные количества.

Такое уравнение может иметь место при произвольных вещественных значениях σ лишь при условии равенства между собой отдельно вещественных и мнимых частей, приравнявая которые, получаем систему двух уравнений

$$[(R_1 R_a - X_1 X_a - X_a X'_2 - X_1 X'_2) \eta_a + (R_1 X_a + R_a X'_2 + R_1 X'_2 + \\ + X_1 R_a) \xi_a] \sigma + (R_1 R'_2 + R_a R'_2) \eta_a + (X_1 R'_2 + X_a R'_2) \xi_a = \\ = V_1 (\alpha R_1 + \beta X_1 + R'_2); \\ [(R_1 X_a + R_a X'_2 + R_1 X'_2 + R_a X_1) \eta_a + (X_1 X_a + X_a X'_2 + \\ + X_1 X'_2 - R_1 R_a) \xi_a - X'_2 V_1] \sigma + (X_a R'_2 + \\ + X_1 R'_2) \eta_a - (R_1 R'_2 + R_a R'_2) \xi_a = V_1 (\alpha X_1 - \beta R_1).$$

Исключив из этой системы уравнений скольжение σ , найдем соотношение,

связывающее между собою η_a , ξ_a , α , β , V и параметры машины. В геометрическом смысле это соотношение представляет уравнение кривой, по которой скользит конец вектора намагничивающего тока I_a при $V_1 = \text{const}$ с изменением скольжения σ .

Обозначая:

$$\begin{aligned} R_1 X_a + R_1 X'_2 + R_2 X'_2 + R_a X_1 &= a; & R'_2 (R_1 + R_a) &= d; \\ X_1 X_a + X_1 X'_2 + X_a X'_2 - R_1 R_a &= b; & \alpha R_1 + \beta X_1 + R'_2 &= e; \\ R'_2 (X_1 + X_a) &= c; & \alpha X_1 - \beta R_1 &= f, \end{aligned}$$

найдем

$$(\eta_a - \eta_{ma})^2 + (\xi_a - \xi_{ma})^2 = r_a^2 \quad (249)$$

$$\left. \begin{aligned} \eta_{ma} &= \frac{V_1}{2} \cdot \frac{ae + bf + dX'_2}{ad + cb} \\ \xi_{ma} &= \frac{V_1}{2} \cdot \frac{be - af + cX'_2}{ad + cb} \\ r_a &= \sqrt{\eta_{ma}^2 + \xi_{ma}^2 - V_1^2 \frac{eX'_2}{ad + cb}} \end{aligned} \right\} \quad (250)$$

Таким образом оказывается, что с изменением скольжения σ конец вектора намагничивающего тока I_a описывает окружность ур-ния (249) радиуса r_a с центром в точке, определяемой координатами η_{ma} и ξ_{ma} .

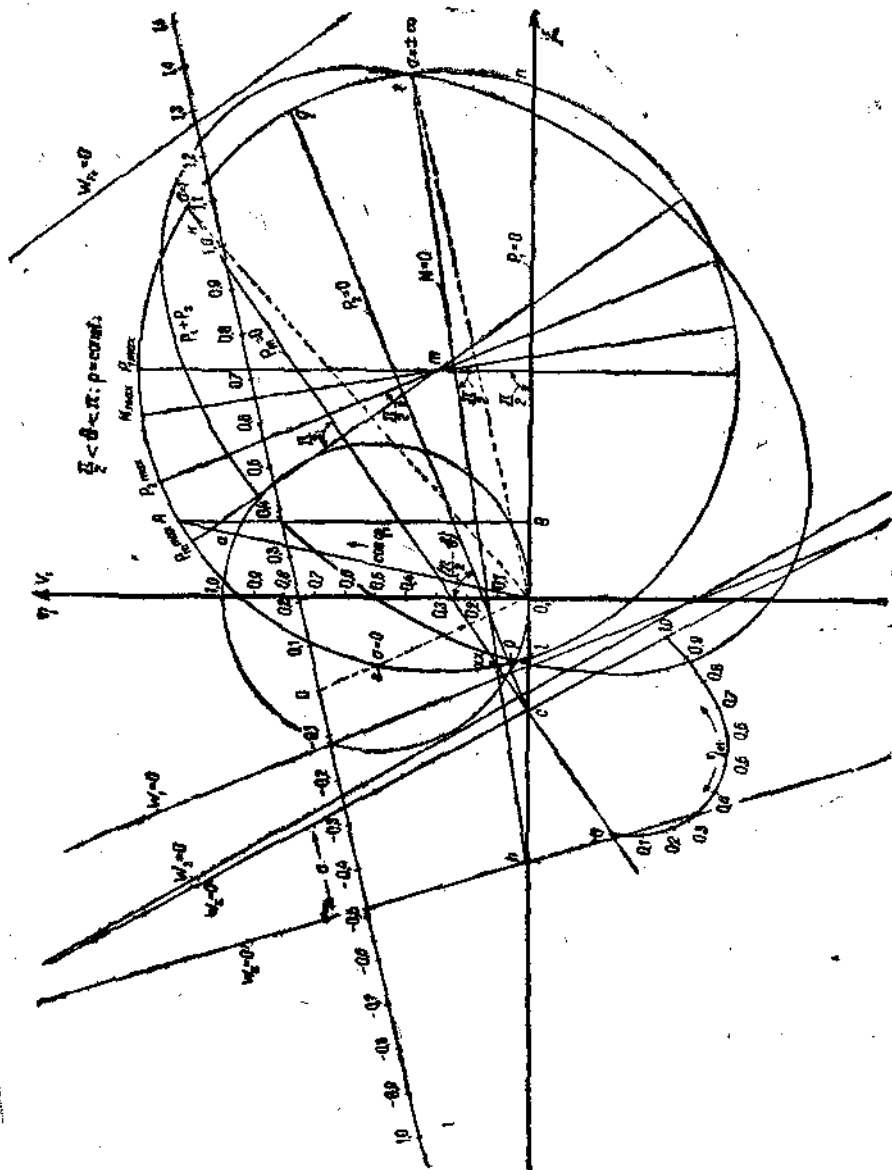
Если нанесем эту окружность на рабочую диаграмму так, чтобы начало координат O_1 было одним и тем же как для окружности токов I_1 , так и для окружности токов I_a и совместим оси координат той и другой системы, то численное значение тока I_a для какого-либо значения скольжения σ будет измеряться расстоянием начала координат O_1 до рассматриваемой точки окружности намагничивающих токов, а потери в железе статора будут пропорциональны квадрату этого расстояния. Вследствие этого за линию потерь в железе статора можно принять полуокружность окружности намагничивающих токов при полюсе O_1 . Изменив надлежащим образом масштаб или соответственно передвинув полученную полуокружность, можно измерять потери в железе статора расстоянием до этой полуокружности соответствующих точек окружности намагничивающих токов I_a , а уже первичных токов I_1 .

Чтобы не затемнять чертежа, на рабочей диаграмме фиг. 174 нанесена только самая линия потерь в железе статора $W_{Fe} = 0$, окружность же намагничивающих токов отсутствует.

9. Потери в меди обмотки ротора. Ваттные потери в меди ротора $W_{2w} = m_1 R'_2 I_{2r}^2$, при m_1 и R'_2 постоянных, пропорциональны квадрату вторичного тока I_{2r} .

Подобно тому, как из ур-ний (225) и (224) были построены окружности токов I_1 и I_a , может быть найдено уравнение и построена окружность вторичных токов исходя из ур-ния (223). Совместив начало координат окружности вторичных токов с точкой O_1 и совместив координатные оси так,

100



Фиг. 174.

линией потерь в меди ротора, окружность же вторичных токов опущена во избежание затемнения чертежа.

10. Потери в железе ротора. Потерями в железе ротора пренебрегаем, в виду того, что при нормальных условиях работы двигателя скольжение σ ротора в магнитном поле, а вместе с ним частота тока и величина потерь в железе ничтожно малы.

11. Линия мощности вращающегося магнитного поля. Мощность вращающегося магнитного поля взаимной индукции, передаваемая через междужелезное пространство от статора к ротору:

$$P_{\Phi} = P_{w_1} - W_{w_1} - W_F = m_1 E_2' I_{2r}' \cos \Psi_2'. \quad (251')$$

Проектируя $\triangle OK_1K$ на направление вектора E_2' , находим:

$$I_{2r}' \cos \Psi_2' = I_2' \cos \Psi_2 + I_{\sigma_2}' \cos (\theta - \Psi_2) = I_2' \cos \Psi_2 + I_{\sigma_2}' \cos \Psi_2 \cos \theta + I_{\sigma_2}' \sin \Psi_2 \sin \theta.$$

Умножая обе части этого равенства на $m_1 E_2'$ и подставляя в предыдущее уравнение, получаем:

$$P_{\Phi} = m_1 E_2' I_2' \cos \Psi_2 + m_1 E_2' I_{\sigma_2}' \cos \Psi_2 \cos \theta + m_1 E_2' I_{\sigma_2}' \sin \Psi_2 \sin \theta.$$

Заменяя здесь:

$$I_2' = \frac{\sigma E_2'}{\sqrt{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2}}; \quad \cos \Psi_2 = \frac{R_2'}{\sqrt{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2}};$$

$$I_{\sigma_2}' = \frac{V_2'}{\sqrt{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2}}; \quad \sin \Psi_2 = \frac{\sigma X_2'}{\sqrt{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2}};$$

получаем

$$P_{\Phi} = \frac{m_1 E_2'}{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2} [R_2' \sigma E_2' + R_2' V_2' \cos \theta + X_2' \sigma V_2' \sin \theta]. \quad (251'')$$

Сравнивая с уравнениями (211) и (212), находим:

$$P_{\Phi} = \frac{P_m}{1 - \sigma} = M_r \omega_0 = m_1 E_2' I_{2r}' \cos \Psi_2'. \quad (252)$$

Отсюда следует, что линия P_{Φ} проходит через те же точки окружности токов, что и линия вращающих моментов.

12. Линия общих потерь в статоре. Общие потери в статоре: $W_s = W_{1w} + W_F = P_{1w} - P_{\Phi}$; $W_s = 0$ при $W_{1w} = 0$ и $W_F = 0$ и при $P_{1w} = 0$ и $P_{\Phi w} = 0$; таким образом линия W_s должна проходить через точки пересечения линий $W_{1w} = 0$ и $W_F = 0$ и линий $P_{1w} = 0$ и $P_{\Phi} = 0$.

13. Линия общих потерь в машине. Общие потери в машине: $W_r = W_{1w} + W_F + W_{2w} = W_s + W_{2w} = P_{1w} - P_m + P_{2w}$; отсюда следует, что общие потери в машине: $W_r = 0$, при $W_s = 0$ и $W_{2w} = 0$ и при $P_{1w} = 0$, $P_m = 0$ и $P_{2w} = 0$, т. е. линия общих потерь в машине должна пройти через точки пересечения линий: $W_s = 0$ и $W_{2w} = 0$ и линий $P_{1w} = 0$, $P_m = 0$ и $P_{2w} = 0$.

14. Шкала коэффициента полезного действия. Коэффициент полезного действия асинхронного двигателя при каскадном соединении может быть определен на основании ур-ния (210), как отношение

$$\eta_{\text{ка}} = \frac{P_m}{P_m + W_z} = \frac{P_m}{P_{1w} + P_{2w}}. \quad (253)$$

Для построения шкалы к. п. д. двигателя в пределах от холостого хода до короткого замыкания внутри угла, образуемого прямыми $W_z = 0$ и $P_m = 0$, строим дугу кривой, подобной кривой $P_{1w} + P_{2w}$ между указанными точками. В точке пересечения этой кривой с прямой $W_z = 0$ ставим цифру 100%, а в точке пересечения ее с прямой $P_m = 0$ — цифру 0. Отрезок дуги между найденными двумя точками делим на 100 равных частей. Электрический к. п. д. для произвольной точки окружности токов, лежащей между точками холостого хода и короткого замыкания, получим, соединив эту точку лучом, проходящим через точку C пересечения прямых $P_m = 0$ и $W_z = 0$, и продолжив его до пересечения с дугой шкалы к. п. д. Цифра, стоящая в пересечении этого луча со шкалой, дает величину к. п. д.

На участке круговой диаграммы между точками холостого хода и короткого замыкания асинхронная машина работает двигателем, отдающим на вал механическую мощность P_m и питающимся со стороны статора мощностью P_{1w} , а со стороны ротора — мощностью P_{2w} . При этом ротор вращается в сторону магнитного поля ($\sigma < 1$).

На участке между точкой короткого замыкания и точкой q пересечения линии $P_{2w} = 0$ с окружностью токов, ротор вращается в сторону, обратную вращению магнитного поля (контр-ток), и машина работает как тормоз, затрачивая определенную мощность, получаемую и со стороны статора и со стороны ротора и превращая ее в тепло в обмотках и железе.

Между точкою q и точкой идеального короткого замыкания ($\sigma = +\infty$) машина, продолжая работать тормозом, передает часть мощности, получаемой со стороны статора, через кольца ротора вторичной машине агрегата, а другую часть, развивающую тормозной момент, превращает в тепло в обмотках.

На участке между точкою идеального короткого замыкания и точкой n пересечения линии $P_{1w} = 0$ с окружностью токов, ротор вращается в сторону вращения магнитного поля, но со скоростью, большей скорости последнего. На этом участке машина получает энергию одновременно со стороны статора и со стороны вала. Часть этой энергии через кольца ротора передается вторичной машине, а другая часть расходуется на покрытие потерь в обмотках и железе.

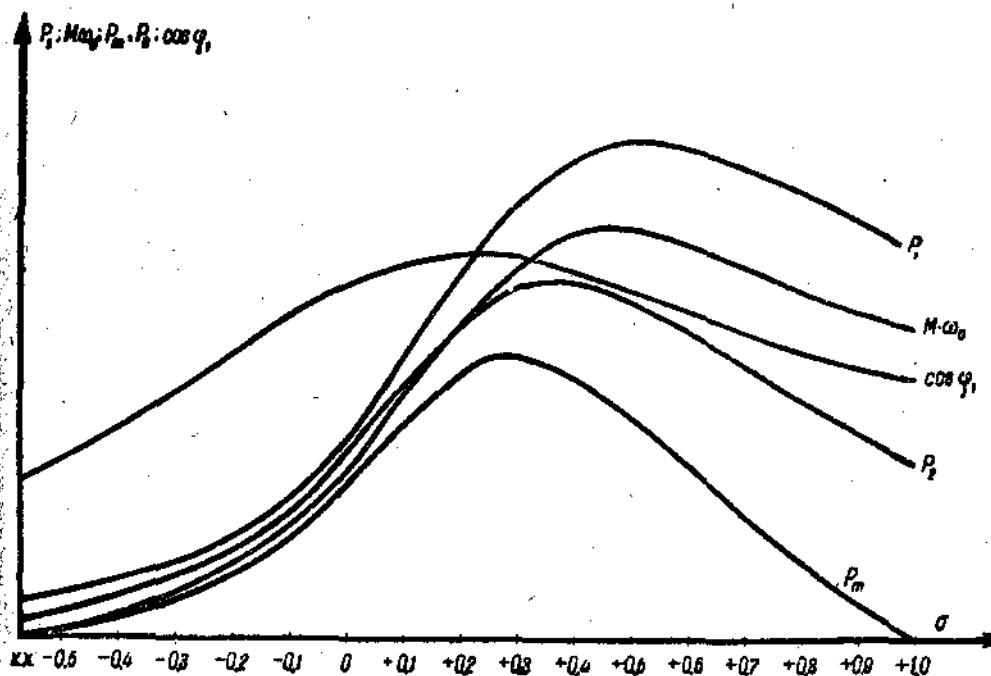
На участке между точками n и l (пересечения линии $P_{1w} = 0$ с окружностью токов) асинхронная машина работает генератором, получающим энергию со стороны вала и передающим ее через статор в первичную сеть и через ротор — вторичной машине, частично расходуя ее на покрытие внутренних потерь.

На участке между точками l и p пересечения линий $P_{1w} = 0$ и $P_{2w} = 0$ с окружностью токов машина работает в качестве трансформатора, получает энергию со стороны статора и со стороны вала и частью передает ее через кольца ротора вторичной машине, частью расходует на покрытие внутренних потерь.

На участке между точками p и холостого хода машина работает в каче-

стве механического тормоза, получая энергию со стороны статора, со стороны вала и со стороны колец ротора и превращая всю эту энергию в тепло в своих обмотках. Между точками холостого хода и короткого замыкания, как было сказано, машина работает двигателем.

На фиг. 175 представлены характеристики зависимостей вращающего момента в синхронных ваттах $\omega_0 M$, вторичной мощности P_{2m} , первичной P_{1m} , механической P_m и коэффициента мощности $\cos \varphi$ от скольжения σ для случая работы машины двигателем между точками холостого хода и короткого замыкания при условии $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ из диаграммы фиг. 174.



Фиг. 175.

д) Основные данные и уравнения для определения мощности вторичной машины каскадного агрегата.

Вопрос об определении мощности вторичной машины каскадного агрегата ставится перед проектирующим обычно в следующей форме:

Асинхронный двигатель при работе с коротко-замкнутым ротором развивает на валу вращающий момент M_m при скольжении σ_1 и коэффициенте мощности $\cos \varphi_1$, имея m_1 фаз статора, p пар полюсов и параметры R_1 , X_1 , R_a , X_a , R_2' , X_2' и работая от сети с фазовым напряжением V_1 и частотой f ; требуется подобрать к нему вторичную машину, при каскадном соединении с которой двигатель мог бы развивать на валу вращающий момент M , при скольжении σ и коэффициенте мощности $\cos \varphi_1$.

Для решения этого вопроса необходимо получить уравнения, которые позволили бы определить численное значение и фазу вторичного напряжения и вторичного тока в функции заданных величин.

Для вывода этих уравнений воспользуемся ранее полученными соотношениями.

Из ур-ния (252) получаем:

$$M_r = \frac{m_1}{\omega_0} E'_2 I'_{2r} \cos \psi'_2.$$

Подставляя в ур-ния (222) и (223) вместо кажущихся сопротивлений их значения и преобразуя, находим:

$$I'_{2r} = -\dot{V} \frac{C - jD}{A - jB}; \quad E'_2 = -\dot{V}_1 \frac{F - jH}{A - jB},$$

где

$$\begin{aligned} A &= R_1 R'_2 + R_a R'_2 + \alpha R R_a - \alpha X_1 X_a - \alpha X_a X'_2 - \alpha X_1 X'_2; \\ B &= X R'_2 + X_a R'_2 + \alpha R_1 X'_2 + \alpha R_a X'_2 + \alpha R_1 X_a + \alpha X_1 R_a; \\ C &= \alpha R_a - \alpha R_a - \alpha R_1 - \beta X_a - \beta X_1; \\ D &= \beta R_a + \beta R_1 - \alpha X_a - \alpha X_1 + \alpha X_a; \\ F &= \alpha R_1 R_a + \beta X_1 R_a + R_a R'_2 + \beta X_a R_1 - \alpha X_a X_1 - \alpha X_a X'_2; \\ H &= \alpha R_1 X_a + \beta X_1 X_a + X_a R'_2 + \alpha X_1 R_a - \beta R_1 R_a + \alpha R_a X'_2 \end{aligned}$$

или иначе:

$$\begin{aligned} I'_{2r} &= -\dot{V}_1 \frac{AC + BD}{A^2 + B^2} - j\dot{V}_1 \frac{BC - AD}{A^2 + B^2}; \\ E'_2 &= -\dot{V}_1 \frac{AF + BH}{A^2 + B^2} - j\dot{V}_1 \frac{BF - AH}{A^2 + B^2}, \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned} I'_{2r} &= -\dot{V}_1 \sqrt{\frac{C^2 + D^2}{A^2 + B^2}} e^{+j \arctg \frac{BC - AD}{AC + BD}}; \\ E'_2 &= \dot{V}_1 \sqrt{\frac{F^2 + H^2}{A^2 + B^2}} e^{+j \arctg \frac{BF - AH}{AF + BH}}. \end{aligned}$$

Угол Ψ'_2 между векторами I'_{2r} и E'_2 определится как разность их аргументов, т. е.

$$\Psi'_2 = \arctg \frac{BC - AD}{AC + BD} - \arctg \frac{BF - AH}{AF + BH} = \arctg \frac{DF - CH}{CF + HD},$$

откуда

$$\cos \Psi'_2 = \frac{CF + HD}{\sqrt{(C^2 + D^2)(H^2 + F^2)}}.$$

Так как модули векторов I'_2 и E'_2 :

$$I'_2 = \dot{V}_1 \sqrt{\frac{C^2 + D^2}{A^2 + B^2}}; \quad E'_2 = \dot{V}_1 \sqrt{\frac{F^2 + H^2}{A^2 + B^2}},$$

то для вращающего момента агрегата из ур-ния (252) получаем:

$$M_r = \frac{m_1}{\omega_0} \dot{V}_1^2 \frac{CF + HD}{A^2 + B^2} \quad (254)$$

или, подставив вместо A, B, C, D, F и H их выражения и преобразовав:

$$= \frac{m_1}{\omega_0} V_1^2 \frac{R_2' Z_a^2 - (R_1 Z_a^2 + R_a Z_1^2) (\alpha^2 + \beta^2) - [(R_2' - R_1) Z_a^2 - R_1 (X_a \circ X_2' - R_a R_2')] + \alpha^2 Z_1^2 Z_a^2 + [Z_1^2 + Z_a^2 + 2R_1 R_a + 2X_1 X_a] (R_2'^2 + \alpha^2 X_2'^2) + X_1 (X_a R_2' + R_a \circ X_2') \alpha + [Z_a^2 \circ (X_1 + X_2') + X_a (R_1 R_2' + X_1 \circ X_2')] \beta}{+ 2 \circ [R_2' (R_a Z_1^2 + R_1 Z_a^2) + \circ X_2' (X_a Z_1^2 + X_1 Z_a^2)]}$$

Наконец:

$$\alpha^2 + \beta^2 + a\alpha + b\beta + c = 0, \quad (255)$$

где

$$a = \frac{Z_a^2 (R_2' - R_1) - R_1 (X_a \circ X_2' - R_a R_2') + X_1 (X_a R_2' + R_a \circ X_2')}{R_a Z_1^2 + R_1 Z_a^2}$$

$$b = - \frac{Z_a^2 (X_1 + X_2') \circ + X_a (R_1 R_2' + X_1 \circ X_2')}{R_a Z_1^2 + R_1 Z_a^2}$$

$$c = \frac{M_r \omega_0 [\alpha^2 Z_1^2 Z_a^2 + (Z_1^2 + Z_a^2 + 2R_1 R_a + 2X_1 X_a) (R_2'^2 + \alpha^2 X_2'^2)]}{m_1 V_1^2 (R_a Z_1^2 + R_1 Z_a^2)} + \frac{M_r \omega_0 [2 \circ R_2' (R_a Z_1^2 + R_1 Z_a^2) + 2 \circ X_2' (X_a Z_1^2 + X_1 Z_a^2)] - m_1 V_1^2 Z_a^2 \circ R_2'}{m_1 V_1^2 (R_a Z_1^2 + R_1 Z_a^2)}$$

Ур-ние (255) есть первое из уравнений для определения величины α и β . Подставляя в ур-ние (225) вместо кажущихся сопротивлений их значения и преобразуя, получаем

$$I_1 = \dot{V}_1 \frac{K - jN}{A - jB},$$

где $K = \circ R_a + R_2' - \alpha R_a - \beta X_a$; $N = \circ X_a + \circ X_2' + \beta X_a - \alpha X_a$, A и B имеют указанные ранее значения.

Иначе последнее уравнение можно переписать в следующем виде:

$$I_1 = \dot{V}_1 \frac{AK + BN}{A^2 + B^2} + j \dot{V}_1 \frac{BK - AN}{A^2 + B^2}$$

или

$$I_1 = \dot{V}_1 \sqrt{\frac{K^2 + N^2}{A^2 + B^2}} e^{+j \arctg \frac{BK - AN}{AK + BN}}$$

Аргумент вектора I_1 , т. е. угол сдвига по фазе тока I_1 относительно напряжения $\dot{V}_1$

$$\varphi_1 = \arctg \frac{BK - AN}{AK + BN},$$

откуда

$$\left. \begin{aligned} k = \cos \varphi_1 &= \frac{AK + BN}{\sqrt{(A^2 + B^2)(K^2 + N^2)}} \\ \gamma = \tg \varphi_1 &= \frac{\pm \sqrt{1 - k^2}}{k} = \frac{BK - AN}{AK + BN} \end{aligned} \right\} \quad (256)$$

Подставляя вместо A , B , K и N их выражения, получим:

$$\gamma = \frac{l\alpha + h\beta + q}{h\alpha + l\beta + d}, \quad (257')$$

где

$$\begin{aligned} h &= \sigma X'_2 (X_1 R_a - R_1 X_a) - R'_2 (R_1 R_a + X_1 X_a) - R'_2 Z_a^2 - \sigma R_1 Z_a^2 \\ l &= R'_2 (X_1 R_a - R_1 X_a) + \sigma X'_2 (R_1 R_a + X_1 X_a) + \sigma X_1 Z_a^2 + \sigma X'_2 Z_a^2 \\ d &= (R'^2_2 + \sigma X'^2_2) (R_a + R_1) + \sigma Z_a^2 (R'_2 + \sigma R_1) + 2R_1 \sigma (R_a R'_2 + X_a \sigma X'_2) \\ q &= (R'^2_2 + \sigma X'^2_2) (X_a + X_1) + \sigma Z_a^2 (X_1 + X'_2) + 2X_1 \sigma (R_a R'_2 + \sigma X_a X'_2) \end{aligned}$$

Последнее уравнение может быть переписано в следующем виде:

$$\alpha + m\beta + n = 0, \quad (257)$$

где

$$m = \frac{\gamma l - h}{h\gamma + l}, \quad n = \frac{d\gamma - q}{h\gamma + l}.$$

Ур-ние (257) есть второе уравнение для определения α и β .

Ур-ние (255) геометрически представляет собою окружность радиуса

$$r_{\alpha, \beta} = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c}$$

с центром в точке, определяемой координатами:

$$\alpha_m = -\frac{a}{2}, \quad \beta_m = -\frac{b}{2}.$$

Ур-ние (257) геометрически представляется прямой линией с угловым коэффициентом ($-m$) и с начальной ординатой ($-n$), отсекающей на координатных осях отрезки, соответственно равные:

$$\alpha_0 = -\frac{d\gamma - q}{h\gamma + l}, \quad \beta_0 = -\frac{d\gamma - q}{l\gamma - h}.$$

Точки пересечения указанной окружности (255) и прямой (257) дают решения поставленного вопроса в виде двух пар значений для α и β , которые назовем через α_1 , β_1 и α_2 , β_2 .

По этим значениям вычисляем:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \sqrt{\alpha_1^2 + \beta_1^2}; \quad \theta_1 = \arctg \frac{\beta_1}{\alpha_1}; \quad V'_2 = \rho_1 V_1; \quad \dot{V}'_2 = \rho_1 \dot{V}_1 e^{+j\theta_1} \\ \rho_2 &= \sqrt{\alpha_2^2 + \beta_2^2}; \quad \theta_2 = \arctg \frac{\beta_2}{\alpha_2}; \quad V'_2 = \rho_2 V_1; \quad \dot{V}'_2 = \rho_2 \dot{V}_1 e^{+j\theta_2} \end{aligned}$$

Одно из решений дает малое значение θ и большое значение ρ , а второе — наоборот.

Выбрав одно из этих решений и установив таким образом величину и фазу вторичного напряжения, для определения мощности вторичной машины останется только определить величину и фазу вторичного тока, которые уже были найдены, а именно:

$$I'_2 = V_1 \sqrt{\frac{C^2 + D^2}{A^2 + B^2}}, \quad \varphi_2 = \pi - \arctg \frac{BC - AD}{AC + BD}.$$

В соответствии с этим ваттная мощность вторичной машины будет

$$P_{2w} = m_1 V_2' I_{2r}' \cos(\varphi_{2r}' - \theta),$$

ее безваттная мощность

$$P_{2bt} = m_1 V_2' I_{2r}' \sin(\varphi_{2r}' - \theta), \quad (258)$$

а полная кажущаяся

$$P_2 = m_1 V_2' I_{2r}'.$$

§ 17. Основные системы каскадных соединений асинхронных машин.

Как было уже указано, изменяя надлежащим образом величину и фазу вторичного напряжения, подведенного к контактным кольцам ротора асинхронного двигателя, можно влиять как на скорость последнего, так и на величину его коэффициента мощности, не меняя при этом величину вращающего момента.

В соответствии с этим, все те системы каскадных соединений, которые применяются в настоящее время, могут быть отнесены к одному из следующих трех классов: 1) системы каскадных соединений, главной целью которых является исправление коэффициента мощности двигателя; 2) системы, имеющие целью изменение скорости двигателя и 3) системы, одновременно исправляющие коэффициент мощности и регулирующие скорость.

Системы первого класса и машины, при этом применяющиеся (так называемые компенсаторы), будут рассмотрены в последней главе, посвященной вопросам улучшения коэффициента мощности в промышленных установках. Здесь будут рассмотрены только те основные системы каскадных соединений, которые имеют главной целью регулирование скорости асинхронных двигателей.

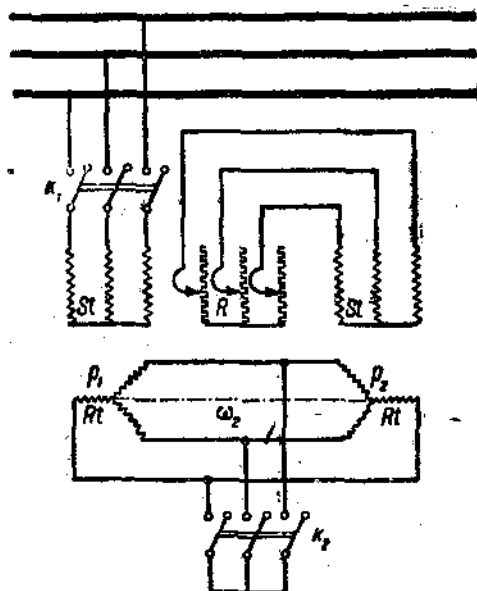
Так как регулирование скорости, равно как и компенсация коэффициента мощности посредством каскадного соединения, основано на взаимодействии между э.-д. силой ротора двигателя и напряжением вторичной машины, то само собою разумеется, что в качестве последней для каскадного соединения может быть выбрана только машина, способная изменять частоту своего напряжения одновременно с изменением частоты э.-д. силы ротора асинхронного двигателя; лишь при условии равенства этих частот возможно взаимодействие между э.-д. силой ротора и напряжением вторичной машины.

Так, например, невозможна устойчивая работа асинхронного двигателя в каскадном соединении с синхронной машиной, так как в случае резкого изменения величины момента сопротивления на валу асинхронного двигателя, частота э.-д. силы его ротора изменится и тем самым нарушится взаимодействие между нею и напряжением синхронной машины; в этом случае асинхронный двигатель двойного питания превратится в обыкновенный с пониженным опрокидывающим моментом, в виду значительного индуктивного сопротивления обмотки статора синхронной машины, подключенной к кольцам ротора.

Для каскадного соединения с асинхронным двигателем применяются в качестве вторичных машин или асинхронные же двигатели, или коллекторные машины переменного тока.

а) Каскадное соединение двух асинхронных двигателей.

На фиг. 176 представлена схема каскадного соединения двух асинхронных двигателей. Статор первого двигателя включен в сеть с частотой f_1 , а контактные кольца его ротора соединены электрически с контактными кольцами ротора второго двигателя; статор второго двигателя включен на реостат. Роторы обоих двигателей механически связаны между собою. Чтобы определить скорость холостого хода подобного агрегата, введем обозначения:



ΦΗΓ. 176.

- p_1 — число пар полюсов первого двигателя;
 p_2 — число пар полюсов второго двигателя;
 f_1 — частота напряжения сети;
 f_2 — частота э.-д. силы в роторах двигателя;
 f_3 — частота э.-д. силы в статоре второго двигателя;
 ω_1 — угловая скорость вращения магнитного поля первого двигателя;
 ω_2 — угловая скорость вращения магнитного поля второго двигателя.

 ω — угловая скорость вращения роторов обоих двигателей; σ_1 — скольжение первого двигателя;

σ₂ — второго

Тогда

$$f_2 = \sigma f_1 = \frac{\omega_1 - \omega}{\omega_1} f_1; \quad f_1 = \frac{\omega_1 p_1}{2\pi}; \quad \sigma_1 = \frac{\omega_1 - \omega}{\omega_1}$$

$$\omega_2 = \frac{2\pi f_2}{p_2} = \sigma_1 f_1 \frac{2\pi}{p_2} = \sigma_1 \omega_1 \frac{p_1}{p_2}$$

$$\sigma_2 = \frac{\omega_2 - \omega}{\omega_2} = \frac{\sigma_1(p_1 + p_2) - p_2}{\sigma_1 p_1} = 1 - \frac{(1 - \sigma_1)p_2}{\sigma_1 p_1} = 1 - \frac{1 - \sigma_1}{\sigma_1} \frac{p_2}{p_1}$$

$$f_3 = f_2 - \frac{p_2 \omega}{2\pi} = \frac{\omega_1 p_1}{2\pi} - \frac{\omega(p_1 + p_2)}{2\pi}.$$

Если ω_0 — угловая скорость роторов двигателей при холостом ходе агрегата, то будучи поставлено вместо ω в выражение f_s , ω_0 должно обращать f_s в нуль, так как при холостом ходе агрегата частота тока в статоре второго двигателя должна быть равна нулю. Таким образом ω_0 определяется из уравнения

$$\frac{\omega_1 p}{2\pi} - \omega_0 \frac{p_1 + p_2}{2\pi} = 0;$$

отсюда:

$$\omega_0 = \omega_1 \frac{p_1}{p_1 + p_2} = 2\pi \frac{f_1}{p_1 + p_2}.$$

Таким образом скорость холостого хода агрегата равна скорости холостого хода двигателя с числом пар полюсов, равной сумме числа пар полюсов обоих двигателей.

Распределение мощности, получаемой из сети между двигателями агрегата, может быть определено из следующих соображений.

Обозначим через P — мощность, получаемую первым двигателем из сети. Тогда, пренебрегая потерями в первом двигателе, можно считать, что часть этой мощности, равная $P_{m_1} = (1 - \sigma_1)P$ передается первым двигателем валу агрегата. Часть же, равная $\sigma_1 P = P - P_{m_1}$, передается через кольца второму двигателю; пренебрегая потерями во втором двигателе, можно считать мощность, развиваемую вторым двигателем на валу агрегата, равной

$$P_{m_2} = \sigma_1 P = P - P_{m_1}.$$

Мощности P_{m_1} и P_{m_2} находятся между собой в следующем простом соотношении:

$$\frac{P_{m_1}}{P_{m_2}} = \frac{1 - \sigma_1}{\sigma_1} = \frac{1 - \frac{\omega_1 - \omega}{\omega_1}}{\frac{\omega_1 - \omega}{\omega_1}} = \frac{\omega}{\omega_1 - \omega}.$$

Так как в нормальных условиях работы ω мало отличается от $\omega_0 = \omega_1 \frac{p_1}{p_1 + p_2}$, то:

$$\frac{P_{m_1}}{P_{m_2}} = \frac{\omega_0}{\omega_1 - \omega_0} = \frac{\omega_1 \frac{p_1}{p_1 + p_2}}{\omega_1 - \omega_1 \frac{p_1}{p_1 + p_2}} = \frac{p_1}{p_2}.$$

Итак, механические мощности, развиваемые двигателями агрегата на их общем валу, пропорциональны числу пар полюсов.

Отсюда

$$\frac{P_{m_1}}{P_{m_1} + P_{m_2}} = \frac{p_1}{p_1 + p_2}$$

и

$$\frac{P_{m_1} + P_{m_2}}{P_{m_2}} = \frac{p_1 + p_2}{p_2}.$$

Так как, пренебрегая потерями, можно считать

$$P_{m_1} + P_{m_2} = P,$$

то из последних соотношений получаем:

$$P_{m_1} = P \frac{p_1}{p_1 + p_2}; \quad P_{m_2} = P \frac{p_2}{p_1 + p_2}.$$

Точно таким же путем можно показать, что в случае каскадного соеди-

нения нескольких асинхронных двигателей при жестком сочленении их валов скорость холостого хода агрегата при его устойчивой работе будет

$$\omega_0 = \frac{2\pi f_1}{p_1 + p_2 + p_3 + \dots}$$

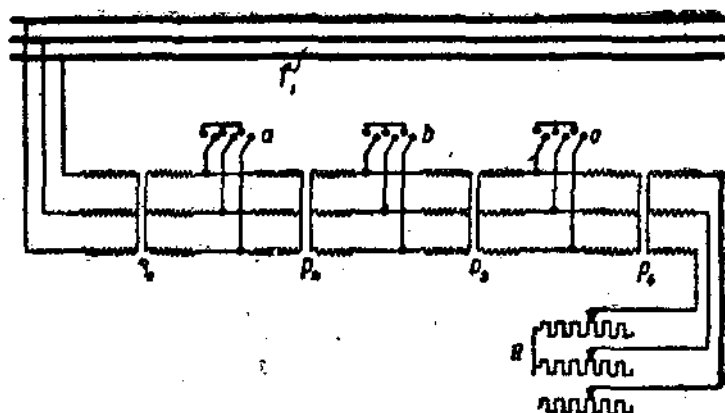
А общая мощность, получаемая первым двигателем из сети, пренебрегая потерями, распределится между отдельными двигателями пропорционально числу их пар полюсов, так что мощности, развиваемые на общем валу отдельными двигателями, будут:

$$P_{m_1} = P \frac{p_1}{p_1 + p_2 + p_3 + \dots}; \quad P_{m_2} = P \frac{p_2}{p_1 + p_2 + p_3 + \dots};$$

$$P_{m_3} = P \frac{p_3}{p_1 + p_2 + p_3 + \dots}$$

причем

$$P = P_{m_1} + P_{m_2} + P_{m_3} + \dots$$



Фиг. 177.

На фиг. 177 представлена схема каскадного соединения четырех асинхронных двигателей; при разомкнутых рубильниках *a*, *b*, *c* и короткозамкнутом пусковом реостате скорость холостого хода агрегата будет

$$\omega_{04} = 2\pi \frac{f_1}{p_1 + p_2 + p_3 + p_4}$$

При последовательном замыкании рубильников *c*, *b* и *a* будем получать скорости холостого хода соответственно равными

$$\omega_{03} = 2\pi \frac{f_1}{p_1 + p_2 + p_3}; \quad \omega_{02} = 2\pi \frac{f_1}{p_1 + p_2}; \quad \omega_{01} = 2\pi \frac{f_1}{p_1}$$

Таким образом получим четыре характеристики, представленные на фиг. 178.

Недостатками регулирования асинхронных двигателей посредством каскадных соединений являются:

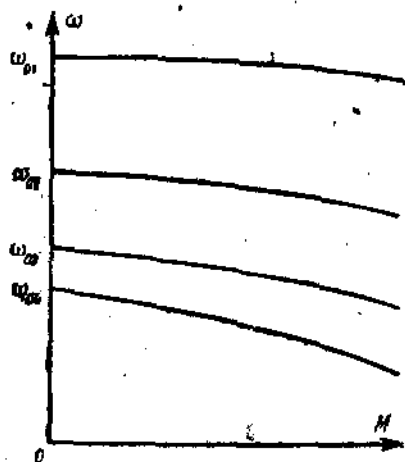
- 1) возможность регулирования скорости только скачками;
- 2) низкий коэффициент мощности агрегата в виду больших индуктивных

сопротивлений, представляемых последовательно соединенными обмотками двигателей и большой величины их суммарного намагничивающего тока;

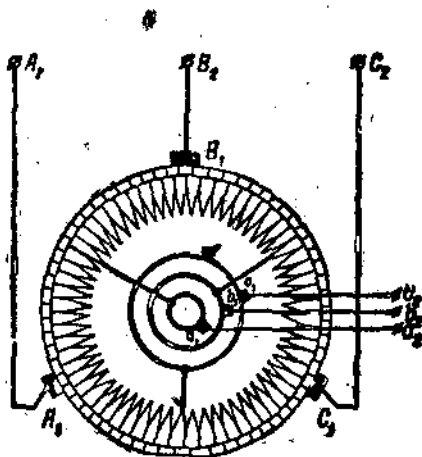
3) понижение величины опрокидывающего момента, а следовательно и перегрузочной способности по той же причине больших индуктивных сопротивлений.

в. Каскадное соединение асинхронного двигателя с преобразователем частоты (система Гейланда).

Выше уже указывалось, что для каскадного соединения с асинхронным двигателем могут применяться или самовозбуждающиеся машины переменного тока, или машины с независимым возбуждением, генерирующие однако э.-д. силу, частота которой пропорциональна частоте скольжения асинхронного двигателя. Простейшей из таких машин является преобразователь частоты, принципиальная схема которого представлена на фиг. 179. Ротор пре-



Фиг. 178.



Фиг. 179.

образователя частоты несет обмотку постоянного тока, соединенную с пластинами коллектора, находящегося на одном из концов вала; три кольца на другом конце вала соединены с тремя симметричными точками обмотки. Статор преобразователя частоты не имеет обмоток и служит исключительно для облегчения замыкания магнитного потока. К щеткам a_1, b_1, c_1 , лежащим на кольцах ротора, подводится напряжение от сети, питающей статор асинхронного мотора. Многофазный ток, проходя по обмоткам ротора, создает вращающееся магнитное поле, индуктирующее в них противо-э.-д. силу. Последняя совместно с падением напряжения в обмотках уравнивает приложенное напряжение сети и совпадает с ним по частоте. Вследствие этого на коллекторе появляется потенциальная волна, вращающаяся относительно него со скоростью вращения магнитного поля относительно обмоток ротора и притом в ту же сторону. Так как к клеммам a_2, b_2, c_2 через щетки a_1, b_1, c_1 и контактные кольца присоединены три вполне определенные точки обмотки ротора, то скорость вращения магнитного поля относительно обмоток ротора, а следовательно и скорость вращения потенциальной волны относительно коллекторных пластин, будет постоянной, не зависящей от того, вращается ли сам ротор или нет. Однако скорость

перемещения потенциальной волны относительно неподвижных щеток A_1, B_1, C_1 коллектора, а следовательно и частота напряжения на клеммах A_2, B_2, C_2 будут зависеть от скорости и направления вращения ротора преобразователя.

Если частоту сети обозначим через f_1 , число пар полюсов обмотки ротора преобразователя через p , угловую скорость вращения магнитного поля относительно обмоток и потенциальной волны относительно пластин коллектора через ω_1 , угловую скорость вращения ротора относительно неподвижных щеток A_1, B_1, C_1 через ω , то в случае вращения ротора в сторону вращения магнитного поля скорость вращения потенциальной волны относительно неподвижных щеток A_1, B_1, C_1 будет:

$$\omega_2 = \omega_1 + \omega = 2\pi \frac{f_1}{p} + \omega,$$

откуда

$$\frac{\omega_2 p}{2\pi} = f_1 + \frac{\omega p}{2\pi} = f_1 + f_r = f_2;$$

где $f_r = \frac{\omega p}{2\pi}$ — частота вращения ротора; $f_2 = \frac{\omega_2 p}{2\pi}$ — частота э.-д. силы на щетках A_1, B_1, C_1 коллектора.

Если ротор вращается в сторону, обратную направлению вращения магнитного поля, то:

$$\omega_2 = \omega_1 - \omega$$

и

$$f_2 = f_1 - f_r.$$

Так как скольжение

$$\sigma = \frac{\omega_1 - \omega}{\omega_1},$$

то

$$\omega_2 = \sigma \omega_1 = \sigma \frac{2\pi f_1}{p},$$

откуда

$$\frac{p \omega_2}{2\pi} = f_2 = \sigma f_1.$$

Таким образом

$$f_2 = f_1 - f_r = \sigma f_1.$$

Следовательно, частота э.-д. силы на щетках коллектора преобразователя равна частоте скольжения.

Если вал ротора преобразователя жестко соединить с валом ротора асинхронного двигателя, а к кольцам преобразователя подвести напряжение с частотой сети, то на щетках его коллектора появится напряжение, имеющее частоту скольжения, т. е. частоту э.-д. силы ротора асинхронного двигателя. В целях удешевления преобразователя частоты строятся обычно на одну или две пары полюсов, в то время как асинхронный двигатель, предназначенный для каскадного соединения с таким преобразователем, имеет большее число пар полюсов.

В таком случае вал преобразователя соединяют с валом асинхронного мотора через зубчатку, передаточное число которой берется равным отношению числа пар полюсов двигателя и преобразователя.

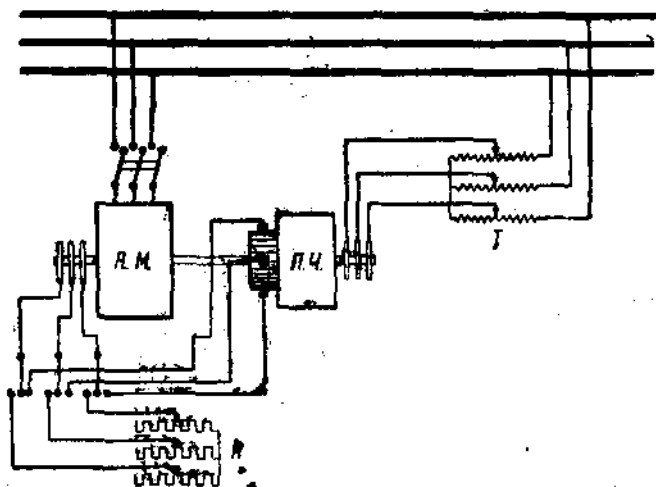
Напряжение на щетках коллектора преобразователя численно отличается от напряжения на его кольцах на небольшую величину падения напряжения в обмотках преобразователя.

Сила тока на щетках коллектора преобразователя отличается численно от силы тока, подводимого к щеткам коллектора, на небольшую величину намагничивающего тока, создающего магнитный поток преобразователя.

Чтобы иметь возможность изменить численное значение напряжения на коллекторе преобразователя, между его кольцами и сетью включается секционированный трансформатор или автотрансформатор.

Для изменения фазы напряжения на коллекторе преобразователя относительно э.д.с. ротора асинхронного двигателя достаточно передвинуть щетки по коллектору.

Принципиальная схема каскадного соединения асинхронного двигателя с преобразователем частоты представлена на фиг. 180.



Фиг. 180.

Как сказано, напряжение на коллекторе преобразователя частоты численно не зависит от скольжения асинхронного двигателя, поэтому с изменением положения щеток на коллекторе круговая диаграмма каскадного агрегата изменяется таким образом, что все окружности тока пересекаются в точке идеального короткого замыкания (см. диаграмму фиг. 168).

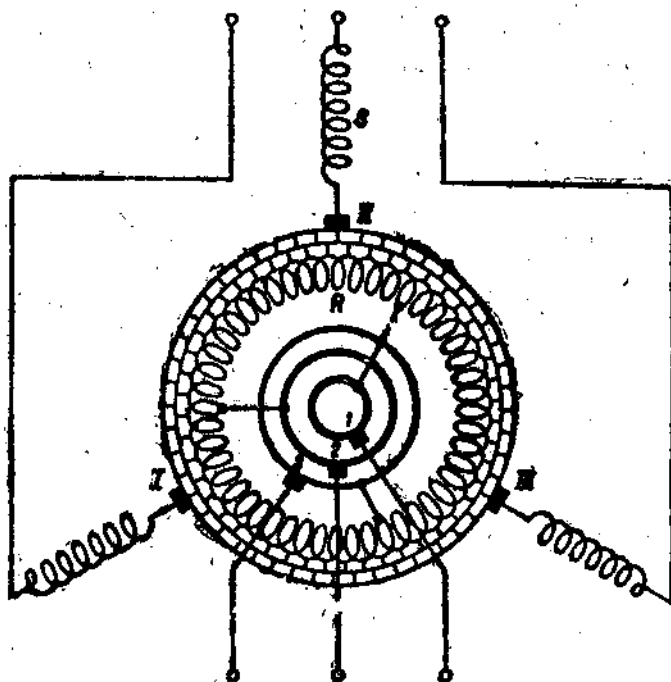
Таким образом при $0 \leq \theta \leq \pi$ имеется возможность не только влиять на скорость холостого хода агрегата, но одновременно и компенсировать коэффициент мощности асинхронного двигателя. При этом величина опрокидывающего момента, а следовательно и перегружающая способность двигателя возрастают и характеристика становится вследствие этого более жесткой.

Существенным недостатком системы Гейланда является необходимость расчета секционированного автотрансформатора и преобразователя частоты на полную силу тока ротора асинхронного двигателя. В случае регулирования скорости в широких пределах, автотрансформатор с большим числом контактов выходит чрезвычайно громоздким и дорогим. Что же касается преобразователя частоты, то выполнение этих машин на большую мощность вообще затруднительно, вследствие особо неблагоприятных условий комму-

тирования тока в трехфазных коллекторных машинах. Применение дополнительных полюсов для улучшения условий коммутирования в данном случае нежелательно, так как положением дополнительных полюсов строго определяется положение зон коммутирования, т. е. положение щеток на коллекторе, тогда как условия работы агрегата могут потребовать значительного перемещения их для изменения угла сдвига напряжения (на коллекторе) относительно э.-д. силы ротора асинхронного двигателя в целях компенсации коэффициента мощности последнего.

с) Каскадное соединение асинхронного двигателя с коллекторным альтернатором чисто роторного возбуждения (система Козичека—Kozisek S. S. W.).

Коллекторный альтернатор Козичека отличается конструктивно от преобразователя частоты в том отношении, что на его статоре имеется обмотка,



Фиг. 181.

соединенная последовательно со щетками коллектора. Принципиальная схема коллекторного альтернатора Козичека представлена на фиг. 181.

Если к обмотке ротора через контактные кольца и щетки 1, 2, 3 подвести напряжение от трехфазной сети, то будет создано вращающееся магнитное поле. Это последнее будет индуцировать в обмотке ротора э.-д. силу частоты сети, равную по величине:

$$E_r = 4k_R \omega_R f_1 \Phi 10^{-8} \text{ В},$$

где Φ — магнитный поток взаимной индукции обмоток ротора и статора; f_1 — частота сети, питающей щетки 1, 2, 3; k_R и ω_R — соответственно

коэффициент э.-д. силы и число последовательно соединенных витков одной фазы обмотки ротора.

Если ротор будет вращаться в сторону, противоположную направлению вращения магнитного поля с частотой вращения f_r , то на щетках I, II, III коллектора появится напряжение, равное по величине E_{2r} , но имеющее частоту $f_2 = f_1 - f_r = \sigma f_1$. В обмотке статора магнитное поле взаимной индукции создает э.-д. силу частоты σf_1 (пересечения магнитным полем проводов обмотки статора), равную по величине

$$E_{2s} = 4k_s w_s \sigma f_1 \Phi 10^{-8} \text{ В},$$

где k_s и w_s — соответственно коэффициент э.-д. силы и число последовательно соединенных витков одной фазы обмотки статора.

Так как э.-д. силы E_{2s} и E_{2r} имеют после щеток коллектора одинаковую частоту, то они сложатся и дадут результирующую э.-д. силу, равную их геометрической сумме.

Если, сдвигая надлежащим образом щетки I, II, III по коллектору, установить их так, чтобы э.-д. силы E_{2s} и E_{2r} были противоположны по фазе, то равнодействующая э.-д. сила будет по величине равна

$$E_{2\pm} = E_{2r} - E_{2s} = 4\Phi 10^{-8} (K_R w_R f_1 - K_s w_s \sigma f_1).$$

Если, коэффициент трансформации напряжений обмоток статора и ротора равен единице, т. е.

$$k_R w_R = k_s w_s = kw,$$

$$E_{2\pm} = 4kw f_1 \Phi (1 - \sigma) 10^{-8}.$$

Но так как

$$1 - \sigma = \frac{f_r}{f_1},$$

то

$$E_{2\pm} = 4kw f_r \Phi 10^{-8} = 4kw \frac{p\omega}{2\pi} \Phi 10^{-8}.$$

Итак, равнодействующая э.-д. сила альтернатора Козичека:

$$E_{2\pm} = \frac{2}{\pi} k p w \omega \Phi 10^{-8} \text{ В},$$

т. е. пропорциональна магнитному потоку Φ возбуждения и числу оборотов $n = \frac{60}{2\pi} \omega$ его вала.

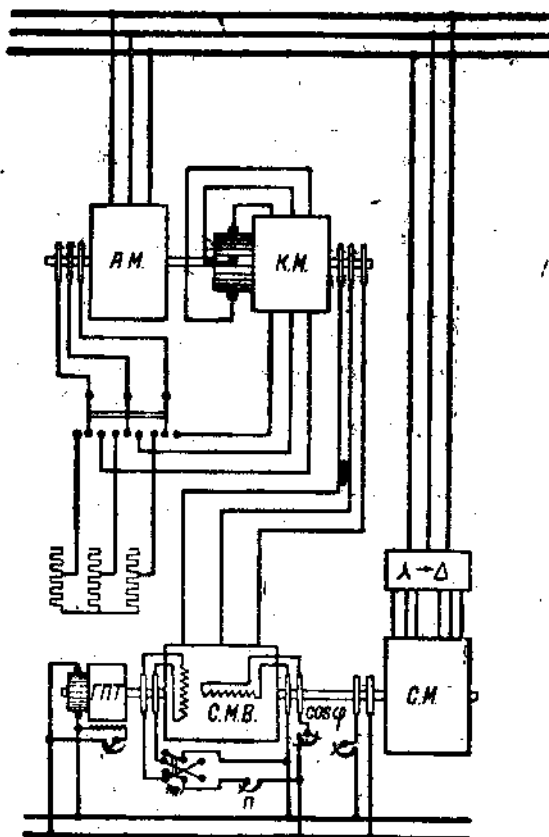
Таким образом коллекторный альтернатор Козичека получает через щетки 1, 2, 3 только мощность, необходимую для создания магнитного потока возбуждения и составляющую нормально от 5 до 10% мощности самого альтернатора; мощность же последнего создается за счет мощности двигателя, вращающего его ротор.

Коллекторный альтернатор Козичека является такой же компенсированной машиной, как уже описанные ранее коллекторные альтернаторы Шербиуса и Костенко-Япольского.

Для улучшения условий коммутирования, альтернатор Козичека может быть снабжен дополнительными полюсами с двумя обмотками: одной, вклю-

чаемой параллельно со щетками коллектора, и другой — последовательно; первая обмотка служит для компенсации трансформаторной, а вторая — реактивной э.-д. сил коммутрующих секций. Как сейчас увидим, эта система каскада для создания разности фаз между э.-д. силой ротора асинхронного мотора и напряжением на коллекторе альтернатора не нуждается в сдвиге щеток по коллектору.

На фиг. 182 представлена схема каскада с коллекторным альтернатором К.М. Козичека, находящимся на валу регулируемого асинхронного двигателя А.М.



Фиг. 182.

С.М.В. — синхронный альтернатор, приводимый во вращение синхронным мотором С.М. и служащий для возбуждения машины Козичека. Как синхронный мотор С.М. так и синхронный альтернатор С.М.В. возбуждаются постоянным током от генератора постоянного тока Г.П.Т. сидящего на общем с ним валу.

Синхронный альтернатор С.М.В. имеет на роторе 2 обмотки возбуждения, расположенные под углом в 90° эл. В соответствии с этим в обмотке его статора индуктируются две э.-д. силы с одинаковой частотой, сдвинутые одна относительно другой по фазе на $\frac{1}{4}$ периода.

Изменяя реостатами силу тока в обмотках возбуждения, можно влиять на фазу равнодействующей э.-д. силы возбудителя С.М.В., а следовательно и на разность фаз э.-д. силы коллекторного альтернатора К.М. и э.-д. силы ротора асинхронного двигателя А.М.

* Переключив концы обмоток возбуждения возбудителя С.М.В., получим сдвиг равнодействующей э.-д. силы возбудителя относительно ее начального положения на 180° эл., т. е. на $\frac{1}{2}$ периода. Так достигается регулирование коэффициента мощности каскадного агрегата и устанавливается скорость холостого хода выше и ниже синхронной скорости асинхронного двигателя А.М.

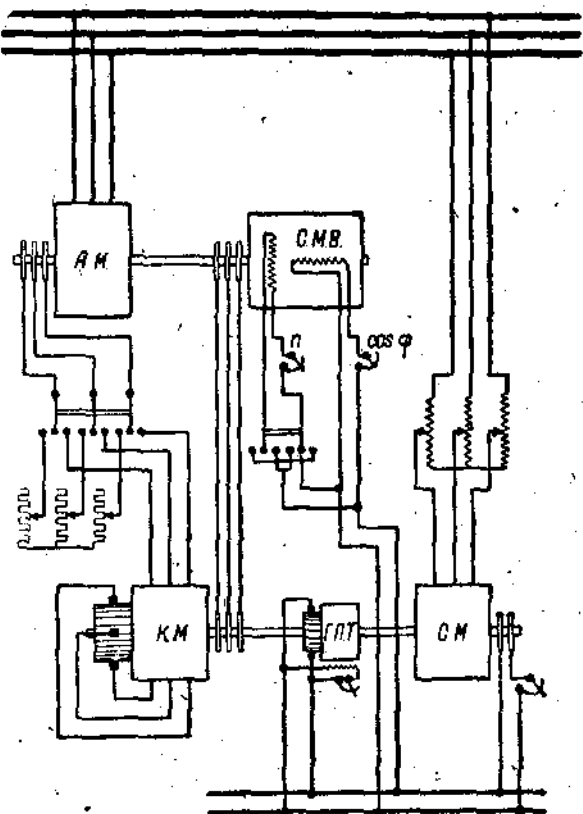
Число пар полюсов синхронного мотора С.М. должно быть подобрано таким образом, чтобы при непосредственном соединении вала коллекторного альтернатора с валом асинхронного мотора, при равенстве чисел пар полюсов, возбудитель С.М.В. генерировал бы э.-д. силу той же частоты, что и частота сети, так как лишь при этом условии напряжение на щетках

коллектора альтернатора будет иметь частоту э.-д. силы ротора асинхронного двигателя и станет возможным их взаимодействие.

Достоинством рассмотренной системы является то, что все регулирование совершается путем операций с ничтожно малыми токами возбуждения возбуждителя *С.М.В.* и могут быть применены небольшие, компактные реостаты с большим числом ступеней, позволяющие весьма плавно изменять как скорость, так и коэффициент мощности агрегата.

Если операции производятся таким образом, что численное значение тока возбуждителя *С.М.В.* остается постоянным, то постоянной будет и величина магнитного потока возбуждения коллекторного альтернатора, а следовательно численное значение напряжения на щетках его коллектора будет пропорционально скорости вращения асинхронного двигателя, т. е. пропорционально множителю $(1 - \sigma)$. Как известно, в этом случае с изменением угла θ сдвига напряжения V_2 альтернатора относительно э.-д. силы E_2 ротора асинхронного двигателя получается система окружностей тока, пересекающихся в точке короткого замыкания ($\sigma = 1$). При таком условии в случае $0 < \theta < \pi$ опрокидывающий момент, а следовательно и перегрузочная способность агрегата будут больше, нежели в случае работы асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором. Однако, характеристика асинхронного двигателя при этом не столь жестка, чтобы исключалась возможность работы агрегата на ударную нагрузку с маховиком. Так как коллекторный альтернатор обычно рассчитывается на 10—15% скольжения асинхронного двигателя, то пуск в ход асинхронного двигателя совершается под реостатом, и лишь когда он будет разогнан до надлежащей скорости, обмотка его ротора отключается от реостата и включается на щетки коллектора альтернатора.

На фиг. 183 представлена вторая схема Коазинска с машиной возбуждения. Если в первом случае мощность скольжения, передаваемая коллекторному альтернатору, возвращалась последним на общий вал, то в последней схеме она передается в сеть коллекторным альтернатором через синхронную машину *С.М.*, работающую в этом случае попеременно



Фиг. 183.

мотором и генератором. В первой схеме синхронная машина *С.М.*, работающая всегда мотором, должна быть рассчитана на мощность возбуждения альтернатора, тогда как во второй схеме она рассчитывается на полную мощность коллекторного альтернатора.

Следовательно, при той же мощности асинхронного двигателя и при тех же пределах его регулирования общая установленная мощность машин по схеме фиг. 183 больше, нежели по схеме фиг. 182. Схема фиг. 182 дает больший коэффициент использования машин и, кроме того, при той же мощности коллекторного альтернатора дает более широкие пределы для регулирования. Выше было найдено следующее выражение для скольжения холостого хода:

$$\sigma_x = - \frac{R'_2 V'_2 \cos \theta}{R'_2 E'_2 + X'_2 V'_2 \sin \theta}.$$

Если

$$\theta = \pm \frac{\pi}{2},$$

то

$$\sigma_x = 0,$$

т. е. точка холостого хода совпадает с точкой синхронного хода; если же

$$\theta = 0,$$

то

$$\sigma_x = - \frac{V'_2}{E'_2}$$

или

$$\sigma_x \cdot E'_2 = - V'_2.$$

В случае $\theta = \pm \pi$

$$\sigma_x = + \frac{V'_2}{E'_2}$$

или

$$\sigma_x E'_2 = + V'_2.$$

Отсюда следует, что скорость холостого хода определяется исключительно составляющей напряжения V'_2 , совпадающей или прямо противоположной E'_2 ; составляющая V'_2 , отличающаяся от E'_2 по фазе на $1/4$ периода, не может оказывать влияния на скорость холостого хода. Если V'_2 имеет составляющую, направленную навстречу E'_2 , то $\sigma_x > 0$, т. е. точка холостого хода лежит ниже синхронизма; если же эта составляющая направлена в одну сторону с E'_2 , то $\sigma_x < 0$, и точка холостого хода лежит выше синхронизма. Как видно из соотношений $\sigma_x E'_2 = - V'_2$ для $\theta = 0$ и $\sigma_x E'_2 = + V'_2$ для $\theta = \pm \pi$, холостой ход имеет место, когда э.д. сила ротора уравнивается вторичным напряжением.

При механическом соединении коллекторного альтернатора с асинхронным мотором, вторичное напряжение, т. е. напряжение на щетках коллектора

альтернатора, не постоянно, но зависит от скольжения и для постоянного магнитного потока возбуждения выражается формулой:

$$V_2' = V_{02}'(1 - \sigma),$$

где V_{02}' — вторичное напряжение при $\sigma = 0$; вторичная э.-д. сила

$$E_{2s}' = E_2' \sigma,$$

где E_2' — э.-д. сила при $\sigma = 1$, т. е. при коротком замыкании.

Таким образом скольжение холостого хода в рассматриваемом случае определится из уравнения

$$\sigma E_2' = \pm (1 - \sigma) V_{02}'.$$

Обозначая

$$\frac{V_{02}'}{E_2'} = \rho_0$$

и полагая

$$\sigma = \frac{\omega_1 - \omega}{\omega_1},$$

для вышесинхронной скорости холостого хода получим выражение

$$\omega_x' = \frac{\omega_1}{1 - \rho_0},$$

а для нижесинхронной скорости холостого хода

$$\omega_x'' = \frac{\omega_1}{1 + \rho_0}.$$

Таким образом степень регулирования будет

$$\mathfrak{R}_m = \frac{\omega_x'}{\omega_x''} = \frac{1 + \rho_0}{1 - \rho_0} > 1.$$

В случае исключительно „электрического“ соединения коллекторного альтернатора с асинхронным двигателем (при отсутствии механической связи), если магнитный поток возбуждения будет поддерживаться постоянным, то вторичное напряжение V_2' не будет зависеть от скольжения и скольжение холостого хода определится из уравнения:

$$\sigma E_2' = \pm V_2'.$$

Обозначая попрежнему

$$\frac{V_2'}{E_2'} = \rho$$

$$\sigma = \frac{\omega_1 - \omega}{\omega_1},$$

получим вышесинхронную скорость холостого хода.

$$\omega_x' = \omega_1 (1 + \rho),$$

а нижесинхронную

$$\omega_x'' = \omega_1 (1 - \rho).$$

Таким образом степень регулировки будет равна

$$\mathfrak{R}_e = \frac{\omega_x'}{\omega_x''} = \frac{1 + \rho}{1 - \rho} > 1.$$

При одинаковом использовании коллекторного альтернатора в обоих случаях имеем

$$\rho_0 = \rho$$

и следовательно тогда

$$\mathfrak{R}_m = \mathfrak{R}_e,$$

т. е. степень регулировки оказывается одна и та же. Однако диапазон регулирования в случае механической связи будет больше, нежели в случае связи чисто электрической.

В самом деле:

$$\omega_m = \frac{\omega_1}{1 - \rho_0} - \frac{\omega}{1 + \rho_0} = \omega_1 \frac{2\rho_0}{1 - \rho_0^2}$$

$$\omega_e = \omega_1 (1 + \rho) - \omega_1 (1 - \rho) = 2\omega_1 \rho.$$

При $\rho = \rho_0$, получаем:

$$\frac{\omega_m}{\omega_e} = \frac{1}{1 - \rho^2} > 1.$$

В случае механической связи есть возможность регулировать вверх на величину:

$$\Delta \omega_m' = \omega_x' - \omega_1 = \frac{\omega}{1 - \rho_0} - \omega_1 = \omega_1 \frac{\rho_0}{1 - \rho_0},$$

а вниз на величину:

$$\Delta \omega_m'' = \omega_1 - \omega_x'' = \omega_1 - \frac{\omega_1}{1 + \rho_0} = \omega_1 \frac{\rho_0}{1 + \rho_0}$$

и

$$\Delta \omega_m' > \Delta \omega_m''.$$

В случае же чисто электрической связи границы регулирования вверх и вниз от синхронизма одинаковы:

$$\Delta \omega_e' = \omega_1 (1 + \rho) - \omega_1 = \rho \omega_1$$

$$\Delta \omega_e'' = \omega_1 - \omega_1 (1 - \rho) = \rho \omega_1$$

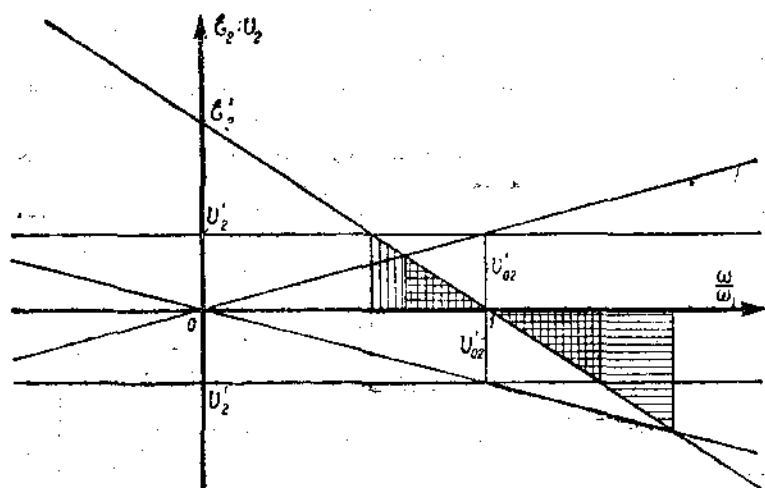
и

$$\Delta \omega_e' = \Delta \omega_e'' = \rho \omega_1.$$

На фиг. 184 представлены линии изменения численного значения э.-д. силы ротора и вторичного напряжения в случае механической и чисто электрической связи коллекторного альтернатора с регулируемым асинхронным двигателем в зависимости от $\frac{\omega}{\omega_1} = 1 - \sigma$. Горизонтальными линиями заштрихована область регулирования при механической связи, а вертикальными — при чисто электрической, в предположении, что магнитный поток

возбуждения коллекторного альтернатора в том и другом случае один и тот же и не зависит от величины скольжения. Абсциссы точек пересечения линий вторичного напряжения с линией э.д. силы ротора, характеризующих равенство вторичного напряжения и э.д. силы ротора, определяют скорость холостого хода агрегата.

В механическом отношении схемы с механической связью коллекторной машины и асинхронного двигателя также существенным образом отличаются от схем с чисто электрической связью.



Фиг. 184.

В самом деле, положим, что в том и другом случае системы автоматически регулируются таким образом, что ваттная мощность, получаемая асинхронным двигателем из сети, остается постоянной при всех нагрузках, т. е. не зависит от скольжения. Назовем эту мощность через P . В таком случае при некотором скольжении σ асинхронный двигатель передает валу мощность, равную

$$P_{m_1} = (1 - \sigma) P.$$

Мощность же, равную

$$P_2 = \sigma P,$$

он через кольца передает коллекторной машине. Потерями пренебрегаем. Если коллекторная машина связана с асинхронным мотором только электрически, то мощность P_2 будет передана коллекторной машиной двигателю, сидящему на общем с ней валу, а этот последний, обратясь в генератор, передает эту мощность в сеть. Вращающий момент на валу асинхронного двигателя в этом случае будет равен

$$M'_m = \frac{P_{m_1}}{\omega} = \frac{(1 - \sigma) P}{\omega_1 (1 - \sigma)} = \frac{P}{\omega_1} = \text{const},$$

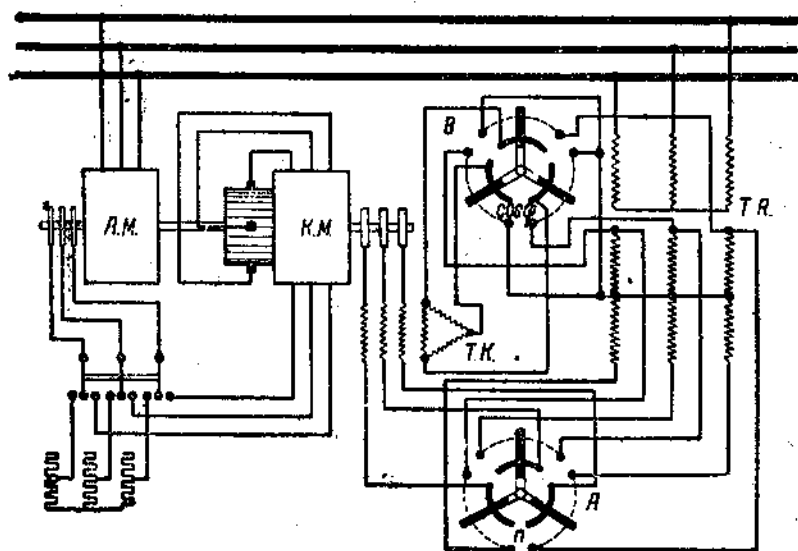
так как по условию $P = \text{const}$, а ω_1 — синхронная скорость — также величина постоянная.

Если же коллекторная машина механически связана с валом асинхрон-

ного двигателя, то мощность P_2 , полученная коллекторной машиной от асинхронного двигателя, будет передана на общий вал. В таком случае, общая механическая мощность на валу агрегата станет равной

$$P'_m = P_{m_1} + P_2 = (1 - \sigma)P + \sigma P = P = \text{const.}$$

Отсюда следует, что при условии постоянства мощности, получаемой асинхронным двигателем из сети, системы с чисто электрической связью между первичной и вторичной машинами работают с постоянным вращающим моментом на валу асинхронного двигателя, тогда как системы с механической связью работают в этом случае с постоянной механической мощностью на общем валу первичного и вторичного двигателя.



Фиг. 185.

На фиг. 185 представлена схема каскадного соединения Козичека, применяемая иногда вместо схемы фиг. 182. Здесь синхронный возбудитель альтернатора заменен двумя трансформаторами $T.R.$ и $T.K.$

$T.R.$ — секционированный трансформатор, от вторичной обмотки которого концы секций подводятся к регуляторам A и B .

Первый из регуляторов соединен электрически непосредственно с кольцами возбуждения альтернатора, тогда как второй питает первичную обмотку трансформатора $T.K.$, соединенную треугольником. Вторичная обмотка этого трансформатора, соединенная с кольцами возбуждения альтернатора, включена звездой. Таким образом фазовые э.-д. силы первичной обмотки трансформатора $T.K.$ смещены по фазе относительно э.-д. силы соответствующих вторичных фазовых обмоток на угол в 90° эл. или на $1/4$ периода.

Вследствие этого, изменяя положение ручек регуляторов A и B , можно изменять численные значения составляющих напряжения возбуждения альтернатора, сдвинутых взаимно по фазе на $1/4$ периода.

Таким образом, системой двух трансформаторов $T.R.$ и $T.K.$ может быть

заменен синхронный возбудитель *С.В.М.* предыдущих схем Козичека. Однако такая замена может удешевить установку лишь при условии малой мощности коллекторного альтернатора, так как при больших мощностях выполнение трансформатора с большим числом ступеней становится затруднительным. Кроме того, эта схема не может дать столь плавной регулировки, как предыдущая, где регулирование совершается путем изменения сопротивления реостата в цепи возбуждения синхронного возбудителя.

д) Каскадное соединение асинхронного двигателя с одноякорным преобразователем и машиной постоянного тока (системы Кремера).

Одноякорный преобразователь переменного-постоянного тока представляет собою машину постоянного тока, ротор которой, кроме коллектора, снабжен еще контактными кольцами в количестве, равном числу фаз переменного тока. Кольца соединены электрически с обмоткой ротора в точках, расположенных по вершинам правильного многоугольника, вписанного в окружность активного слоя ротора.

Таким образом ротор одноякорного преобразователя ничем не отличается от ротора описанного выше преобразователя частоты; статор же этого преобразователя имеет индуктора, возбуждаемые постоянным током. Для улучшения коммутирования статор снабжается иногда дополнительными полюсами и компенсационной обмоткой, соединенными последовательно со щетками коллектора, как у машины постоянного тока.

Таким образом одноякорный преобразователь со стороны коллектора является обыкновенной машиной постоянного тока, а со стороны колец — синхронной машиной переменного тока, отличаясь от нормального типа последней лишь тем, что статор в электромагнитном отношении играет роль ротора нормальной синхронной машины, а ротор, несущий вместо фазовой обмотки обмотку машины постоянного тока, играет роль статора.

Из рассмотрения потенциальной окружности активного слоя ротора, в случае равномерно распределенной обмотки, находим следующее соотношение, связывающее напряжение V между соседними щетками коллектора с действующим значением напряжения V_s между контактными кольцами, при холостом ходе:

$$V_s = V \frac{\sin \frac{\pi}{m}}{\sqrt{2}},$$

где m — число фаз переменного тока (число контактных колец).

Так как, пренебрегая потерями в преобразователе, можно считать мощность на стороне постоянного тока равной мощности на стороне переменного тока, то соотношение между токами постоянным и переменным найдется из соотношения:

$$m V_s I_\phi \cos \varphi = VI.$$

Принимая во внимание зависимость между линейным и фазовым токами m -фазной системы:

$$I_s = I_\phi \cdot 2 \sin \frac{\pi}{m}.$$

Из последнего уравнения найдем:

$$I_a = I_a \frac{2 \cdot V \cdot \sin \frac{\pi}{m}}{m V_a \cos \varphi}.$$

Подставляя

$$V_a = V \frac{\sin \frac{\pi}{m}}{\sqrt{2}},$$

получим

$$I_a = I_a \frac{2\sqrt{2}}{m \cos \varphi}$$

$$I_\phi = \frac{I_a}{2 \sin \frac{\pi}{m}} = I_a \frac{\sqrt{2}}{m \sin \frac{\pi}{m} \cos \varphi}.$$

Обозначив через f частоту переменного тока, n — число оборотов преобразователя в минуту, k — число коллекторных пластин, e_k — среднее напряжение между соседними коллекторными пластинами, b_k — ширину одной коллекторной пластины с изоляцией, v_k — линейную скорость на окружности коллектора, найдем соотношение между частотой переменного тока и напряжением постоянного тока V .

Так как

$$V = \frac{e_k k}{2p}; \quad p = \frac{60f}{n}; \quad k = \frac{60v_k}{b_k n},$$

то

$$V = \frac{e_k v_k}{2b_k f}.$$

Итак, для однофазного преобразователя можно считать:

$$V = V_a \frac{\sqrt{2}}{\sin \frac{\pi}{m}} = \frac{1}{f} \frac{e_k v_k}{2b_k}$$

$$I = I_a \frac{m \cos \varphi}{2\sqrt{2}} = I_\phi \frac{m \cos \varphi \sin \frac{\pi}{m}}{\sqrt{2}}.$$

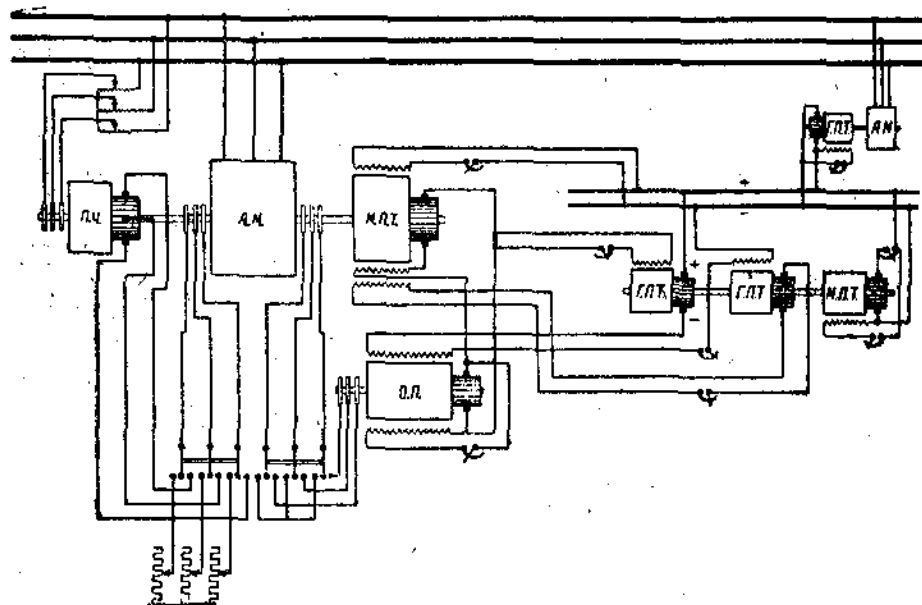
Отсюда следует, что напряжение на коллекторе преобразователя зависит исключительно от числа фаз и напряжения на кольцах и не зависит от возбуждения, которым, как и в синхронном моторе, можно регулировать только коэффициент мощности, а следовательно и силу тока преобразователя.

На фиг. 186 представлена схема Кримера.

На общем валу с главным асинхронным мотором Г. А. М. находится мотор постоянного тока, питаемый от преобразователя тока О. П. кольца которого соединены электрически с кольцами асинхронного мотора Г. А. М.

изменяется. Кроме того, в виду изменения силы главного тока, изменяется напряжение шунта, а следовательно и возбуждение *Г. П. Т.* № 2; в роторе этого генератора благодаря нарушению равновесия между его э.-д. силой и напряжением на шинах постоянного тока появляется уравнивающий ток, изменяющий, с одной стороны, возбуждение преобразователя тока и коэффициент мощности в роторной цепи главного мотора *Г. А. М.*, а с другой стороны, изменяющий возбуждение возбудителя *Г. П. Т.* № 3 главного мотора постоянного тока *М. П. Т.*

Параметры всей описываемой системы подбираются таким образом и все машины соединяются так, что при увеличении нагрузки на валу главного двигателя *Г. А. М.*, вызывающем увеличение его скольжения и уменьшение коэффициента мощности в цепи ротора, увеличивается возбуждение преобразователя, увеличивающее коэффициент мощности.



Фиг. 187.

При этом увеличивается возбуждение главного мотора постоянного тока *М. П. Т.*, сидящего на общем валу с главным асинхронным мотором, в виду чего увеличивается напряжение на его коллекторе, на коллекторе преобразователя тока, на кольцах последнего и на кольцах главного асинхронного мотора. Скольжение последнего при этом еще более возрастает, что дает возможность использовать живую силу маховика. При падении нагрузки на главном валу все описанные только-что процессы идут в обратном порядке, и маховик, увеличивая скорость, запасает живую силу.

Итак, в рассматриваемой системе регулирование скорости достигается изменением возбуждения главного мотора постоянного тока, а регулирование коэффициента мощности установки достигается изменением возбуждения преобразователя.

При скорости главного регулируемого двигателя, близкой к синхронной, напряжение на кольцах и коллекторах становится близким к нулю,

вследствие равенства нулю э.-д. силы ротора главного мотора; преобразователь и главный мотор постоянного тока становятся при этом бесполезными и неспособными сообщить главному мотору мощность, необходимую для перехода через синхронизм.

Однако, если бы каким-либо образом удалось перевести главный мотор через его синхронную скорость, то рассматриваемая система могла бы работать при вышесинхронной скорости также, как она работала при нижесинхронной скорости, так как при всех скоростях, лежащих как ниже, так и выше синхронной скорости, напряжение на кольцах и коллекторах машин отлично от нуля и тем больше по абсолютному значению, чем больше численное значение скольжения; изменяя надлежащим образом возбуждение преобразователя и главного мотора постоянного тока, можно изменять как коэффициент мощности, так и скорость главного асинхронного двигателя.

Для перехода через синхронную скорость может быть применен преобразователь частоты, как это показано на фиг. 187. При скорости, лежащей ниже синхронной, но близкой к ней, включается преобразователь частоты П. 4, и главный асинхронный двигатель переводится через синхронную скорость, как в схеме Гейланда, после чего преобразователь числа периодов может быть отключен.

Обе рассмотренные системы Кремера в случае автоматического регулирования на постоянную мощность из сети работают приблизительно с постоянной механической мощностью на главном валу. Однако, они могут работать и с постоянным вращающим моментом. Для этого необходимо разъединить валы главного асинхронного мотора и мотора постоянного тока, а мощность последнего использовать каким-либо иным образом, например для вращения асинхронного генератора, соединенного с первичной сетью. Такая система дает меньший коэффициент использования машин, но представляет возможность перехода регулируемого двигателя через синхронную скорость без применения преобразователя частоты, за счет мощности двигателя, вращающего машину постоянного тока.

Если серия-обмотка возбуждения машины постоянного тока, устанавливающая магнитный поток шунтовых обмоток, имеет небольшое число витков, так что способна только компенсировать магнитное поле реакции ротора, то при независимом возбуждении шунтовых обмоток можно считать активный магнитный поток машины постоянного тока постоянным по величине при всех нагрузках, а напряжение на ее коллекторе пропорциональным числу оборотов, т. е. в случае применения схемы фиг. 186, пропорциональным множителю $(1 - \alpha)$:

$$V_2 = (1 - \alpha) p_0 E_2' e^{-j\theta}.$$

Изменяя возбуждение преобразователя тока, т. е. угол θ сдвига V_2 относительно E_2 , получим систему окружностей тока, пересекающихся в точке короткого замыкания ($\alpha = 1$), как показано на фиг. 172. Таким образом при работе преобразователя тока с некоторым перевозбуждением опрокидывающий момент агрегата, а следовательно и его перегрузочная способность будут больше, нежели при работе регулируемого двигателя с короткозамкнутым ротором.

Если посредством преобразователя частоты (фиг. 187) агрегат Кремера будет переведен на работу с вышесинхронной скоростью, то его перегрузочная способность возрастет еще больше.

Для механической мощности, развиваемой на валу асинхронного двигателя при каскадном соединении, выше было найдено уравнение (211):

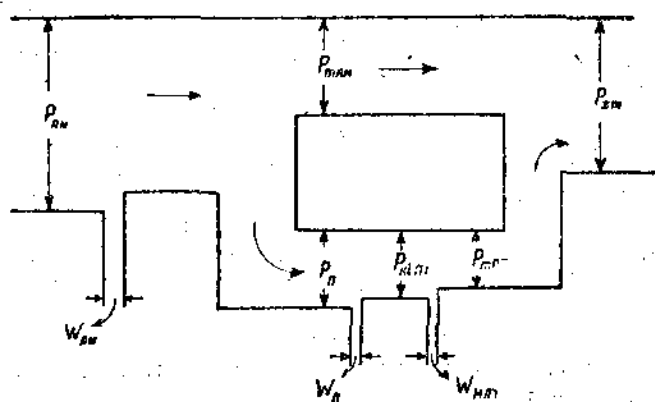
$$P_m = \frac{(1-\sigma) E'_2 m_1}{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2} [R_2' \sigma E'_2 + V_2' R_2' \cos \theta + V_2' \sigma X_2' \sin \theta].$$

Мощность же, передаваемая вторичной машине через кольца по уравнению (214):

$$P_2 = \frac{m_1 V_2'}{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2} [R_2' V_2' + R_2' \sigma E'_2 \cos \theta - \sigma E_2 \sigma X_2' \sin \theta] = m_1 V_2' I_{2r} \cos \varphi_2.$$

Пренебрегая потерями в преобразователе тока и в машине постоянного тока, можно считать для схемы фиг. 186 общую механическую мощность на валу агрегата равной:

$$P_{mr} = P_m - P_2 = \frac{m_1}{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2} [R_2' E_2'^2 \sigma + R_2' V_2' E_2' \cos \theta - 2 \sigma R_2' E_2' V_2' \cos \theta + \\ + \sigma X_2' V_2' E_2' \sin \theta - R_2' E_2'^2 \sigma^2 - R_2' V_2'^2].$$



Фиг. 188.

Подставляя

$$V_2' = (1-\sigma) \rho_0 E_2',$$

получим:

$$P_{mr} = \frac{m_1 E_2'^2}{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2} [(2 R_2' \rho_0 \cos \theta - \rho_0^2 R_2' - R_2' - \rho_0 X_2' \sin \theta) \sigma^2 + \\ + (R_2' - 3 \rho_0 R_2' \cos \theta + X_2' \rho_0 \sin \theta + 2 \rho_0^2 R_2') \sigma + (R_2' \rho_0 \cos \theta - \rho_0^2 R_2')].$$

Приравнявая P_{m2} нулю, найдём следующее значение для скольжения холостого хода:

$$\sigma_x = - \frac{\rho_0 R'_2 (1 - \cos \theta)}{2 R'_2 \rho_0 \cos \theta - \rho_0 X'_2 \sin \theta - \rho_0^2 R'_2 - R'_2}$$

При $\theta = 0$, $\sigma_x = 0$, что соответствует синхронной скорости.
Нормально в системе Кремера

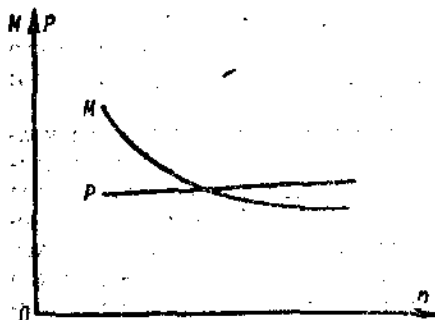
$$\frac{\pi}{2} < \theta < \pi.$$

Для случая

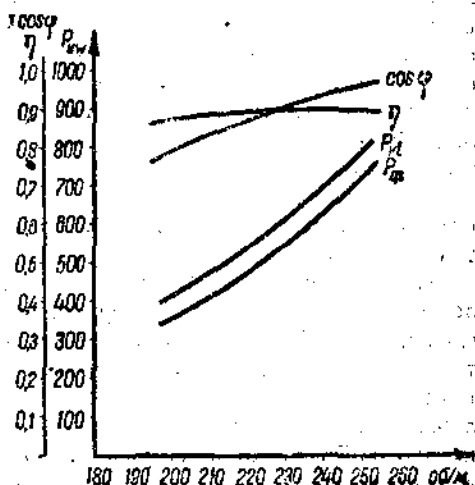
$$\theta = \frac{\pi}{2}$$

получаем:

$$\sigma_x = \frac{\rho_0 R'_2}{R'_2 \rho_0 + \rho_0 X'_2 + R'_2}$$



Фиг. 189.



Фиг. 190.

Для

$$\theta = \pi$$

находим:

$$\sigma_x = \frac{2\rho_0}{(1 + \rho_0)^2}$$

На фиг. 188 представлена энергетическая диаграмма для каскадного агрегата по системе Кремера:

P_{AM} — мощность, подводимая из сети к двигателю А. М.;

W_{AM} — потери в А. М.;

P_{mAm} — механическая мощность, развиваемая А. М.;

- P_{π} — мощность, передаваемая преобразователю тока;
 W_{π} — потери в преобразователе;
 $P_{кин}$ — мощность, подводимая к мотору постоянного тока;
 $W_{Мп}$ — потери в моторе постоянного тока;
 $P_{Мп}$ — механическая мощность, развиваемая двигателем постоянного тока
 $P_{\Sigma m}$ — общая механическая мощность на валу агрегата.

На фиг. 189 представлены кривые зависимости мощности (P) и момента (M) от числа оборотов (n) для агрегата Кремера, работающего приблизительно с постоянной мощностью, а на фиг. 190 даны характеристические кривые агрегата Кремера, приводящего шахтный вентилятор.

е) Каскадное соединение асинхронного двигателя с коллекторным альтернатором, имеющим обмотку возбуждения на статоре (система Шербиуса).

На фиг. 191 представлена схема такого каскада с коллекторным альтернатором, имеющим на статоре две обмотки: серийную (компенсационную) и шунтовую (обмотку возбуждения).

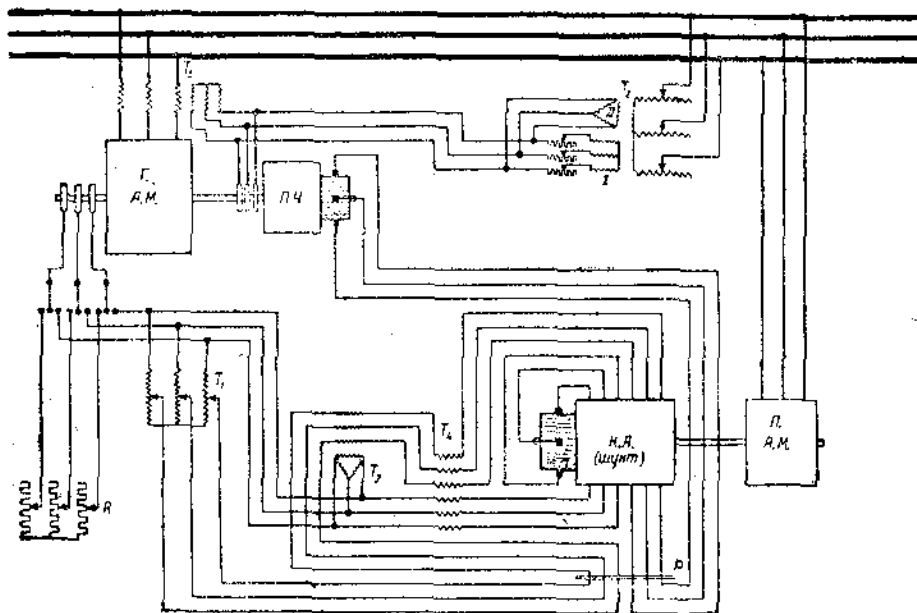
Как известно из предыдущего, частота э.-д. силы, индуцируемой коллекторным альтернатором с обмоткой возбуждения на статоре, равна частоте тока, питающего обмотку возбуждения. Отсюда следует, что при каскадном соединении такого альтернатора с асинхронным двигателем к его обмотке возбуждения должно быть приложено напряжение, имеющее частоту скольжения, т. е. альтернатор в этом случае можно возбудить или от колец ротора регулируемого асинхронного двигателя, или от преобразователя частоты, вал которого должен быть связан с валом двигателя.

При небольших насыщениях магнитной цепи, численное значение его потока возбуждения можно считать приблизительно пропорциональным току возбуждения.

Поэтому, чтобы достигнуть независимости величины напряжения на коллекторе альтернатора от нагрузки, т. е. от скольжения асинхронного двигателя, необходимо подвести к клеммам обмотки возбуждения альтернатора такое напряжение, при котором сила тока возбуждения оставалась бы неизменной при всех значениях скольжения асинхронного двигателя, так как лишь при этом условии напряжение на коллекторе альтернатора, ротор которого вращается посторонним двигателем с постоянной скоростью, будет неизменным при всех скольжениях регулируемого двигателя. В виду того что с изменением нагрузки, т. е. скольжения регулируемого двигателя, изменяется частота э.-д. силы его ротора, а следовательно должна изменяться и частота тока в обмотке возбуждения, сопротивление последней с изменением нагрузки также изменится. При этом ваттная составляющая этого сопротивления будет оставаться постоянной, если пренебречь поверхностным эффектом и токами Фуко в медных проводах, а безваттная составляющая сопротивления будет изменяться прямо пропорционально частоте, т. е. скольжению регулируемого двигателя. Чтобы, тем не менее, поддерживать силу тока возбуждения постоянной, необходимо приложить к клеммам обмотки возбуждения напряжение, состоящее из двух составляющих, сдвинутых по фазе взаимно на 90° эл.: одной, не зависящей от скольжения, уравнивающей падение напряжения в ваттном сопротивлении, и второй — пропорциональной скольжению, сдвинутой относительно первой на 90° эл. в сторону опережения, уравнивающей падение напряжения в безваттном сопротивлении обмотки возбуждения.

П. 4. — преобразователь частоты.

Трансформатор возбуждения T_1 дает составляющую напряжения, уравновешивающую падение напряжения в безваттном сопротивлении обмотки возбуждения; падение в ваттном сопротивлении этой обмотки уравновешивает напряжение, подводимое к ней от преобразователя частоты, питаемого вторичной обмоткой I трансформатора T_2 . Щетки преобразователя должны быть сдвинуты таким образом, чтобы получаемое от него напряжение было сдвинуто по фазе относительно напряжения трансформатора T_1 на 90° эл. Таким образом может быть создан магнитный поток возбужде-



Фиг. 191.

ния альтернатора, не зависящий от нагрузки *Г. А. М.*, индуктирующий в *К. А.* э.-д. силу, совпадающую или отличающуюся на 180° эл. от э.-д. силы ротора *Г. А. М.*, которая необходима для регулирования скорости последнего. При переходе *Г. А. М.* через синхронную скорость, в связи с изменением порядка чередования фаз, концы обмотки возбуждения *К. А.* должны быть переключены переключателем *Р*.

Для создания в обмотках *К. А.* э.-д. силы, сдвинутой по фазе в ту или иную сторону на 90° э.-л. относительно э.-д. силы ротора *Г. А. М.* в целях регулирования его коэффициента мощности, необходимо создать дополнительный магнитный поток возбуждения, сдвинутый по фазе на $\frac{1}{4}$ периода относительно первого. Это может быть достигнуто путем подведения к об-

мотке возбуждения $K. A.$ дополнительного напряжения, создающего ток возбуждения, сдвинутый по фазе на $\frac{1}{4}$ периода относительно первого тока возбуждения, который для ясности условимся называть „регулирующим“, в отличие от второго, „компенсирующего“ тока возбуждения. Подобно предыдущему, „компенсирующее“ напряжение на клеммах обмотки возбуждения должно состоять из двух составляющих, отличающихся по фазе на $\frac{1}{4}$ периода, одной — не зависящей от скольжения, уравнивающей падение напряжения от „компенсирующего“ тока в ваттном сопротивлении, и второй — пропорциональной скольжению, уравнивающей падение напряжения от того же тока в безваттном сопротивлении обмотки возбуждения. Однако каждая из этих двух составляющих компенсирующего напряжения должна быть сдвинута по фазе относительно соответствующей составляющей регулирующего напряжения на клеммах обмотки возбуждения $K. A.$ на $\frac{1}{4}$ периода. Для этой цели служат вторичная обмотка II трансформатора T_2 , питающего $П. Ч.$, и вторичная обмотка трансформатора T_3 во вторичной цепи $Г. А. М.$

Так как вторичная обмотка II трансформатора T_2 соединена треугольником, а первичная — звездой, и вторичная обмотка трансформатора T_3 соединена звездой, а первичная — треугольником, то напряжения вторичных обмоток при выборе надлежащего порядка чередования будут сдвинуты по фазе на $\frac{1}{4}$ периода относительно напряжений первичных обмоток, что как раз отвечает поставленному требованию.

Инж. Зейцем было введено некоторое дополнение в описанную схему Шербиуса, позволяющее изменять вид автоматической характеристики агрегата, что в случае увеличения мягкости дало бы возможность в более широких пределах использовать живую силу маховика на валу $Г. А. М.$ в установках с ударной нагрузкой. С этой целью инж. Зейц вводит в рассматриваемую схему Шербиуса два трансформатора тока T_4 и T_5 , питающие обмотку возбуждения $K. A.$, первый — непосредственно, а второй — через преобразователь частоты.

Для смягчения характеристики главного асинхронного двигателя регулирующая составляющая напряжения $K. A.$, направленная при работе $Г. А. М.$ с нижесинхронной скоростью навстречу э.д. силе его ротора, должна при увеличении нагрузки возрастать, а при работе $Г. А. М.$ с высесинхронной скоростью регулирующая составляющая напряжения $K. A.$, направленная при этом одинаково с э.д. силой $Г. А. М.$, должна с возрастанием нагрузки убывать. Отсюда следует, что к обмотке возбуждения $K. A.$ должно быть приложено компаундирующее напряжение, дающее компаундирующий ток.

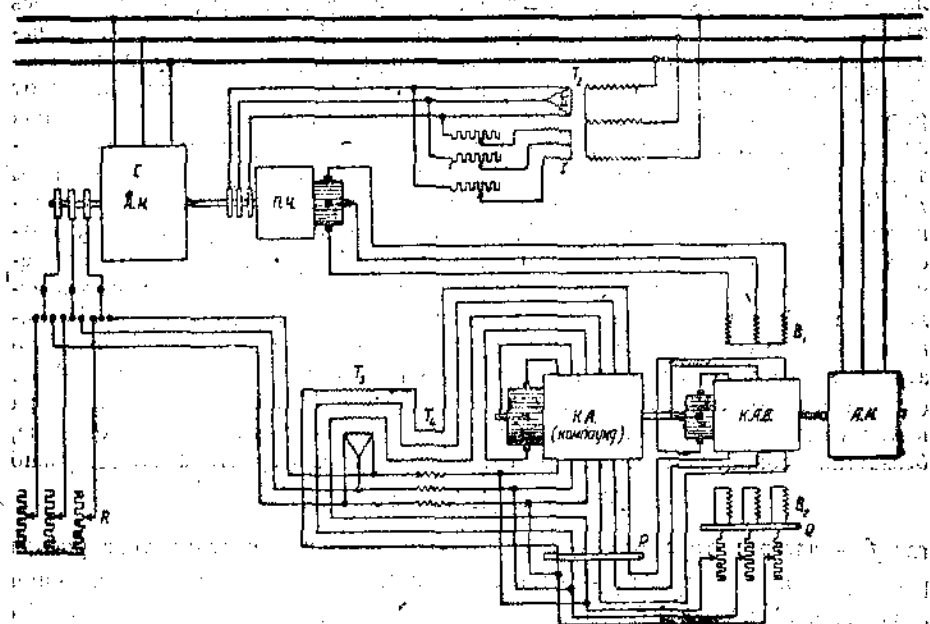
Последний создает поток возбуждения $K. A.$, численно пропорциональный нагрузке $Г. А. М.$, ослабляющий магнитный поток $K. A.$ при работе $Г. А. М.$ выше синхронизма и усиливающий его при работе $Г. А. М.$ ниже синхронизма. При небольшом насыщении магнитной цепи $K. A.$ магнитный поток можно считать приблизительно пропорциональным току возбуждения, и компаундирующий ток должен быть пропорционален нагрузке, чтобы удовлетворить поставленным условиям.

Так как индуктивное падение напряжения от компаундирующего тока

в обмотке возбуждения K_A пропорционально этому току и частоте скольжения, то оно может быть уравновешено напряжением вторичной обмотки трансформатора тока T_4 .

Омическое падение напряжения от компаундирующего тока пропорционально его величине и не зависит от скольжения, поэтому оно может быть уравновешено напряжением, получаемым от преобразователя частоты, питающегося от вторичной обмотки трансформатора тока T_6 .

Рассматриваемую схему соединений можно несколько упростить, взяв коллекторный альтернатор смешанного возбуждения, имеющий на статоре три обмотки: одну — серийную-компенсационную, другую — серийную обмотку возбуждения и третью — шунтовую обмотку возбуждения. В этом случае с изменением нагрузки изменяется величина магнитного потока возбуждения серийной обмотки; этим достигается изменение напряжения на кол-



Фиг. 192.

лекторе альтернатора, благодаря чему регулируемый двигатель получает дополнительное скольжение. Однако при размещении компаундной обмотки на тех же полюсах, где находится шунтовая обмотка, последняя, вследствие взаимодействия по закону Ленца, компенсирует действие компаундной обмотки, так как в шунтовой обмотке магнитный поток серийной обмотки индуцирует э.д. силу и ток, вызывающий магнитный поток, противоположный магнитному потоку серийной обмотки. Чтобы устранить это дросселирование, в цепь шунтовой обмотки вводится вторичная обмотка трансформатора тока T_4 , которая дает в цепь э.д. силу равную, но противоположную э.д. силе, индуцируемой в шунтовой обмотке магнитным потоком серийной обмотки.

Эти э.д. силы взаимно компенсируются, и тем самым устраняется возникновение в шунтовой обмотке тока, создающего магнитный поток, противоположный потоку серийной обмотки. Таким образом с применением кол-

латорного компаунд-альтернатора отпадает необходимость в применении трансформатора тока T_5 .

В установках большой мощности, в случае необходимости широкой и плавной регулировки скорости главного асинхронного двигателя Г. А. М., секционированный трансформатор T_1 вследствие большого количества секций может оказаться чрезвычайно громоздким и дорогим. В таком случае он может быть заменен специальным коллекторным альтернатором К. А. В., служащим возбудителем альтернатора К. А., как это представлено на схеме фиг. 192, где главный коллекторный альтернатор К. А. имеет смешанное возбуждение (компаунд-альтернатор), а потому в схеме отсутствует трансформатор тока T_3 .

Шунтовая обмотка возбуждения главного коллекторного альтернатора К. А. получает питание с двух сторон: непосредственно от колец ротора регулируемого двигателя и от коллектора возбудителя К. А. В., который здесь заменяет автотрансформатор T_1 схемы фиг. 191. Возбудитель К. А. В. несет на статоре три обмотки: компенсационную сериес-обмотку и две возбуждающих шунтовых обмотки B_1 и B_2 . Ваттные падения напряжения от регулирующего и компенсирующего токов в шунтовой обмотке возбуждения альтернатора К. А. компенсируются э.д. силой, индуцируемой в возбудителе магнитным потоком обмотки B_1 , питаемой от преобразователя частоты П. Ч. Последний в этой схеме может быть рассчитан на меньшую мощность, нежели в схеме фиг. 191, так как здесь он питает обмотку возбуждения не главного альтернатора, а его возбудителя. Падение напряжения от регулирующего и компенсирующего токов в безваттном сопротивлении шунтовой обмотки возбуждения альтернатора К. А. уравновешивается напряжением, подводимым к ней от колец ротора регулируемого асинхронного двигателя и от составляющей напряжения возбудителя К. А. В. (от магнитного потока обмотки возбуждения B_2), так как напряжение на кольцах двигателя Г. А. М. для этой цели недостаточно. В самом деле, безваттное сопротивление обмотки возбуждения альтернатора К. А. равно

$$X_e = 2\pi f_e L_e = 2\pi \sigma f L_e$$

где f_e — частота тока обмотки возбуждения, равная частоте тока ротора регулируемого двигателя; f — частота сети; L_e — коэффициент самоиндукции обмотки возбуждения. Таким образом безваттное сопротивление оказывается пропорциональным скольжению $X_e \propto \sigma$. С другой стороны, при небольшом насыщении железа альтернатора ток в его обмотке возбуждения можно считать пропорциональным его магнитному потоку, который, как мы знаем, пропорционален э.д. силе, индуцируемой коллекторным альтернатором, и приблизительно равной напряжению на коллекторе альтернатора.

Итак, в конечном результате ток в обмотке возбуждения коллекторного альтернатора с некоторым приближением можно считать пропорциональным вторичному напряжению, приложенному к кольцам ротора асинхронного двигателя:

$$i_e \approx V_2'$$

Если пренебречь падением напряжения в роторе асинхронного двигателя (например при холостом ходе), то вторичное напряжение V_2' можно принять равным э.д. силе ротора асинхронного двигателя:

$$V_2' \approx 4k_1 w_1 \sigma f_1 \Phi 10^{-8} = \sigma E_1 = \sigma E_2'$$

При таком условии ток в обмотке возбуждения коллекторного альтернатора *К. А.* можно считать приблизительно пропорциональным скольжению:

$$i_e = V'_2 \cong \sigma E'_2 = \sigma E_1 \cong \sigma.$$

Отсюда следует, что падение напряжения в безваттном сопротивлении обмотки возбуждения альтернатора приблизительно пропорционально квадрату скольжения:

$$i_e X_e \cong \sigma^2.$$

На фиг. 193 представлены: кривая изменения величины э.д. силы ротора асинхронного двигателя, равной приблизительно напряжению на его контактных кольцах, кривая падения напряжения в безваттном сопротивлении шунтовой обмотки возбуждения альтернатора, в зависимости от изменения скольжения и кривая изменения в функции скольжения составляющей напряжения на коллекторе возбудителя, уравнивающей (совместно с напряжением на контактных кольцах ротора главного двигателя) падение напряжения в безваттном сопротивлении обмотки возбуждения альтернатора *К. А.* Ординаты последней кривой равны разности ординат двух первых кривых:

$$V_{(B_2)} = \sigma E'_2 - i_e X_e.$$

Напряжение $V_{(B_2)}$ создается возбудителем *К. А. В.* за счет магнитного потока обмотки возбуждения B_2 .

Из этих кривых следует, что при некотором скольжении σ' напряжение $V_{(B_2)}$ должно изменить знак: Для этой цели служит переключатель *Q*, которым могут быть переключены концы обмотки B_2 ;

это вызовет изменение направления магнитного потока, а вместе с тем и перемену знака составляющей напряжения возбудителя от магнитного потока обмотки B_2 .

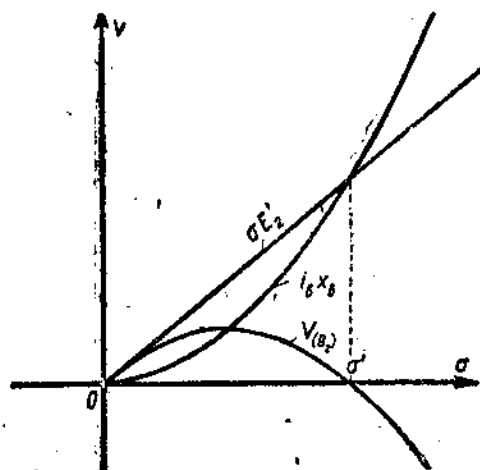
Переключатель *P* схемы фиг. 192, как и в схеме фиг. 191, служит для переключения концов шунтовой обмотки возбуждения коллекторного альтернатора *К. А.* При переходе регулируемого асинхронного двигателя через синхронную скорость, в связи с чем изменяется порядок чередования фаз обмотки его ротора.

Если рассматривать систему Шербиуса в ее чистом виде, без тех дополнений, которые были внесены инж. Зейц (компаундирование), то магнитный поток коллекторного альтернатора, а следовательно и напряжение на его коллекторе, можно с некоторым приближением считать не зависящими от скольжения.

Таким образом, схема Шербиуса по своему характеру является усовершенствованной схемой Гейланда, для которой

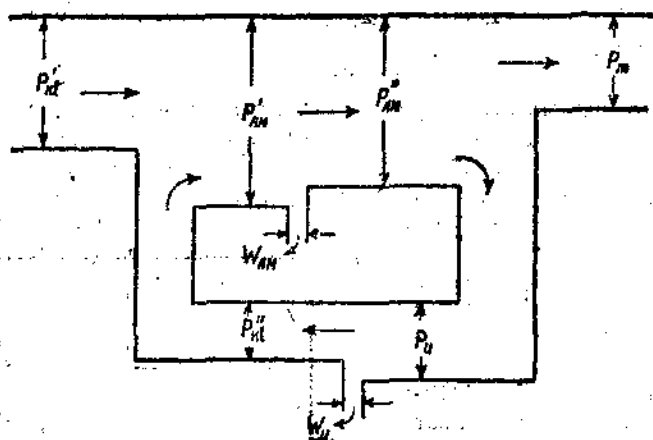
$$V'_2 = \rho E'_2 e^{-j\theta},$$

т. е. V'_2 не зависит от скольжения.



Фиг. 193.

Изменяя угол θ сдвига по фазе V_2 относительно E_2' , получим систему окружностей тока, пересекающихся в точке идеального короткого замыкания ($\sigma = \pm \infty$), как представлено на фиг. 168. Следовательно при работе с компенсацией $\cos \varphi$, опрокидывающий момент агрегата будет больше опрокидывающего момента регулируемого двигателя при работе с коротко-



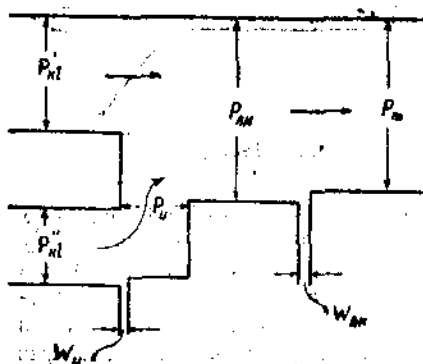
Фиг. 194.

замкнутым ротором, а при работе агрегата с высесинхронной скоростью — больше, нежели при работе с низесинхронной скоростью.

Если бы коллекторный альтернатор имел на статоре только одну возбуждательную обмотку — серийную, то при постоянной скорости вращения напряжение на его коллекторе можно было бы считать пропорциональным вторичному току:

$$V_2' = \rho' I_2' e^{-j\varphi_2'}$$

С изменением угла сдвига V_2 относительно I_2' , получили бы систему окружностей тока, пересекающихся в точках синхронного хода ($\sigma = 0$) и идеального короткого замыкания ($\sigma = \pm \infty$), как показано на фиг. 173. При работе агрегата с компенсацией при надлежащем числе витков обмотки возбуждения можно было бы получить значительное превышение опрокидывающего вращающего



Фиг. 195.

щего момента агрегата над опрокидывающим моментом асинхронного двигателя, при работе с коротко-замкнутым ротором.

Особыми достоинствами системы Шербиуса-Зейца является возможность широкой и плавной регулировки скорости асинхронного двигателя (на 25% вверх и 25% вниз), высокий коэффициент мощности установки (возможна работа с опережающим током), устойчивость работы агрегата в указанных пределах регулирования, высокая перегрузочная способность и возможность работы на ударную нагрузку с применением маховика.

Недостатками этой системы являются некоторая сложность ее и низкий, по сравнению с системой Кремера, коэффициент использования машин.

На фиг. 194 представлена энергетическая диаграмма для агрегата Шербиуса, работающего со скоростью ниже синхронной, а на фиг. 195 — выше синхронной.

P и P'_{AM} — мощность, подводимая к главному двигателю А. М.;

W_{AM} — потери мощности в главном двигателе А. М.;

P_{AM} — полная полезная мощность, получаемая от главного двигателя А. М.;

P_m — часть мощности P'_{AM} , передаваемая валу (схема фиг. 194);

P_a — часть мощности P'_{AM} , передаваемая через кольца ротора альтернатору Г. К. А. (схема фиг. 194);

W_a — мощность, теряемая в регулирующем агрегате;

P'_{kl} — мощность, передаваемая вторичным агрегатом А. М. обратно в сеть или двигателю.

На диаграмме фиг. 194:

$$P_m = P'_{AM} - P_a; \quad P'_{AM} = P'_{AM} - W_{AM}; \quad P_a = P'_{kl} + W_a; \quad P'_{AM} = P'_{kl} + P'_{kl};$$

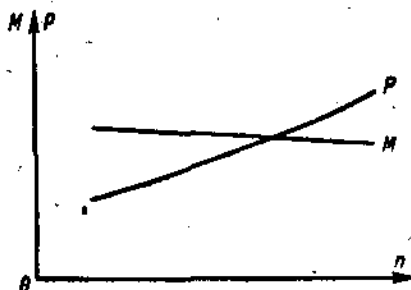
а на диаграмме фиг. 195:

$$P_a = P'_{kl} - W_a; \quad P_{AM} = P'_{kl} + P_a; \quad P_m = P_{AM} - W_{AM}.$$

В первом случае, при $\sigma > 0$, энергия скольжения возвращается в сеть, а во втором, при $\sigma < 0$, она берется из сети и, складываясь с мощностью, получаемой из сети главным двигателем А. М., передается валу за вычетом потерь.

На фиг. 196 представлена зависимость вращающего момента (M) и мощности (P) агрегата Шербиуса от числа оборотов (n) при работе приблизительно с постоянным моментом.

На фиг. 197 представлены кривые зависимости к. п. д. от нагрузки двигателя, работающего в каскадном соединении Шербиуса, соответственно при наибольшем и наименьшем возможном числе оборотов.



Фиг. 196.

г) Каскадное соединение асинхронного двигателя с нормальной трехфазной коллекторной машиной — сернес.

На фиг. 198 представлена электрическая схема такого соединения без механической связи между валами регулируемого двигателя и коллекторной машины.

Здесь коллекторная машина К. М. приводится дополнительным асинхронным двигателем А. М., так что скорость К. М. при всех режимах работы главного двигателя Г. А. М. остается приблизительно постоянной. Несмотря на отсутствие непосредственной механической связи с Г. А. М.

и наличие дополнительного двигателя А.М., переход через синхронизм в этой схеме, вообще говоря, невозможен, в виду отсутствия независимого возбуждения коллекторной машины.

В случае постоянства числа оборотов коллекторной машины, при небольших насыщениях ее магнитной цепи, магнитный поток возбуждения, а следовательно и напряжение на коллекторе будут приблизительно пропорциональны току, т. е. можно положить для векторов:

$$\dot{V}_2' = \rho' I_{2r}' e^{-j\tau_2},$$

а для их модулей:

$$V_2' = \rho' I_{2r}'.$$

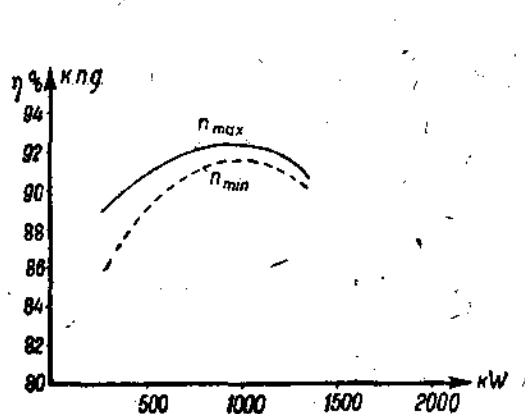
Зависимость V_2' от E_2' может быть найдена следующим образом. Возводя обе части последнего равенства в квадрат, получаем:

$$V_2'^2 = \rho^2 I_{2r}'^2 = \frac{\rho^2}{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2} [\sigma^2 E_2'^2 + 2\sigma E_2' V_2' \cos \theta + V_2'^2],$$

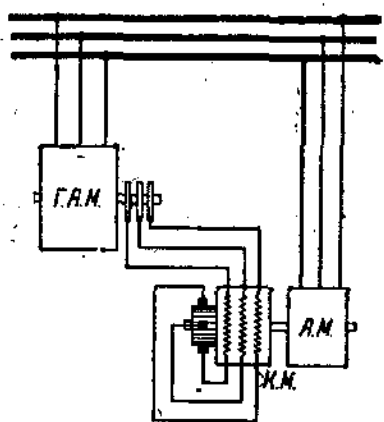
откуда

$$V_2' = \frac{\sigma E_2' \rho}{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2 - \rho^2} [p \cos \theta \pm \sqrt{R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2 - \rho^2 \sin \theta}].$$

Так как обычно $R_2'^2 + \sigma^2 X_2'^2 > \rho^2$,



Фиг. 197.



Фиг. 198.

а V_2' есть число существенно положительное, то перед радикалом надлежит брать знак плюс. Подставляя найденное выражение V_2' в общее уравнение для вращающего момента каскадного агрегата без механической связи главного мотора и коллекторной машины, получим, что M_{mr} обращается в нуль при $\sigma_1 = 0$ и $\sigma_2 = \pm \infty$, что указывает на невозможность регулирования скорости холостого хода главного двигателя при схеме фиг. 198, так как эта скорость в рассматриваемом случае всегда совпадает со скоростью синхронного хода.

Как известно, для различных значений угла φ в этом случае получается система окружностей тока, пересекающихся в точках синхронного хода ($\sigma = 0$) и идеального короткого замыкания ($\sigma = \pm \infty$) регулируемого двигателя.

При работе с некоторой компенсацией коэффициента мощности главного асинхронного двигателя, опрокидывающий момент, а следовательно и перегрузочная способность агрегата будут больше, нежели при работе двигателя с коротко-замкнутыми кольцами.

Кроме того, в виду пропорциональности вторичного напряжения V_2 нагрузочному току $I_{2\phi}$, характеристика агрегата при нормальных условиях работы будет мягкой, близкой к характеристике серийс-двигателя, и следовательно наиболее удобной для работы на ударную нагрузку с маховиком.

Однако, как известно из предыдущего, при некоторых определенных условиях зависимости между параметрами коллекторной машины и регулируемого асинхронного двигателя и скольжением, трехфазная коллекторная машина последовательного возбуждения может обратиться в самовозбуждающийся генератор, стремящийся поддерживать соотношение параметров цепи, а следовательно и частоту генерируемого тока, неизменными.

В этом случае главный асинхронный двигатель обратиться в двигатель, питаемый с двух сторон токами различной, но постоянной численно частоты и имеющий благодаря этому характеристику, близкую по виду к „неподвижной“ характеристике синхронного двигателя.

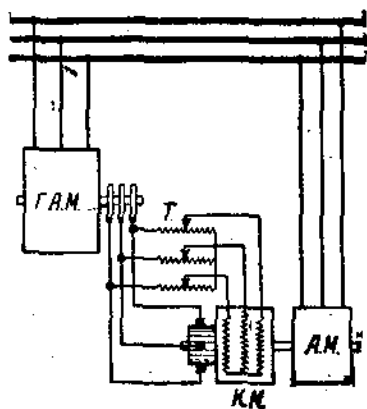
В случае внезапного, резкого изменения нагрузки на валу, ротор регулируемого асинхронного двигателя мгновенно затормозится.

При этом частота его э.д. силы окажется в значительной степени отличной от частоты тока, генерируемого коллекторной машиной, и синхронизирующий момент может оказаться недостаточным для восстановления начальной скорости.

Двигатель двухстороннего питания выйдет из синхронизма со стороны вторичной цепи и обратится в нормальный асинхронный двигатель, но с пониженным опрокидывающим моментом, в виду наличия в цепи ротора значительного дополнительного индуктивного сопротивления в виде обмоток коллекторной машины. Последняя будет продолжать работать генератором, но с несколько меньшей частотой генерируемого тока, вследствие увеличения индуктивности ее цепи за счет обмоток регулируемого двигателя, выпавшего из синхронизма. Благодаря этому разность частот э.д. силы ротора асинхронного двигателя и тока, генерируемого коллекторной машиной, возрастет еще больше, и вероятность автоматического вступления в синхронизм уменьшится.

Таким образом во вторичной цепи асинхронного двигателя, а следовательно и в его первичной цепи, начнут циркулировать два тока различных частот: один, генерируемый коллекторной машиной, и второй, получаемый из первичной сети, которые при периодических совпадениях и несовпадениях их направлений будут создавать толчки.

Итак, высказанное вначале предположение относительно увеличения перегрузочной способности агрегата и мягкости его характеристики оказывается справедливым лишь при отсутствии условий обращения коллекторной машины в самовозбуждающийся генератор трехфазного тока.



Фиг. 199.

г) Каскадное соединение асинхронного двигателя с нормальной трехфазной шунтовой коллекторной машиной.

На фиг. 199 представлена схема каскадного соединения без механической связи между валами регулируемого двигателя Г.А.М. и коллекторной машины К.М., приводимой в этом случае особым асинхронным двигателем А.М. Несмотря на отсутствие механической связи, здесь, как и в предыдущем случае, самостоятельный переход системы через синхронизм невозможен, в виду отсутствия независимого возбуждения коллекторной машины. При постоянстве числа оборотов коллекторной машины и надлежащем насыщении ее магнитной цепи, магнитный поток, а следовательно и напряжение на коллекторе, приблизительно пропорциональны напряжению на кольцах главного двигателя, т. е. в этом случае при отсутствии самовозбуждения можно положить:

$$V'_2 = \rho_1 \sigma E'_2 e^{-j\theta}.$$

С изменением θ , т. е. сдвига щеток по коллектору машины, получим систему окружностей тока, пересекающихся в точке синхронного хода ($\sigma = 0$) асинхронного двигателя. При работе с некоторой компенсацией коэффициента мощности регулируемого двигателя, опрокидывающий момент, а следовательно перегрузочная способность агрегата, несколько превосходят перегрузочную способность главного двигателя при работе с коротко-замкнутым ротором.

Раньше было найдено следующее выражение для вращающего момента каскадного агрегата при отсутствии механической связи:

$$M_{mr} = \frac{m_1 E'^2_2}{\omega_0 (R'^2_2 + \sigma^2 X'^2_2)} [\sigma R'_2 E'_2 + R'_2 V'_2 \cos \theta + \sigma X'_2 V'^2_2 \sin \theta].$$

Подставляя сюда для рассматриваемого случая

$$V'_2 = \sigma \rho_1 E'_2,$$

получим:

$$M_{mr} = \frac{m_1 E'^2_2 \sigma}{\omega_0 (R'^2_2 + \sigma^2 X'^2_2)} [R'_2 + \rho_1 R'_2 \cos \theta + \sigma \rho_1 X'_2 \sin \theta]$$

Откуда следует, что вращающий момент обращается в нуль при

$$\sigma_1 = 0 \text{ и } \sigma_2 = - \frac{R'_2}{X'_2} \cdot \frac{1 + \rho_1 \cos \theta}{\rho_1 \sin \theta}.$$

Если $\theta = 0$, или $\theta = \pm \pi$, то $\sigma_2 = \infty$, т. е. вращающий момент, как обычно, обращается в нуль в точке идеального короткого замыкания; в противном случае $\sigma_2 \neq \pm \infty$.

Значение $\sigma_1 = 0$ определяет скорость холостого хода, которая, в этом случае всегда совпадает с синхронной скоростью. Это значит, что схема фиг. 199 не допускает регулирования скорости холостого хода.

Так как вторичное напряжение V'_2 пропорционально скольжению σ , то характеристика агрегата будет в этом случае жесткой, близкой по типу к характеристике шунтового двигателя, т. е. непригодной для работы на ударную нагрузку с маховиком, в виду небольшого изменения скорости от холостого хода до номинальной нагрузки.

В случае возникновения самовозбуждения коллекторной машины и обращения ее в самовозбуждающийся генератор, это обстоятельство не вносит существенных изменений в процесс работы агрегата. Действительно, во-первых, эта система вообще не обладает мягкой характеристикой и потому не применяется при ударной нагрузке, во-вторых, в виду наличия дополнительного замкнутого контура (обмотки статора коллекторной машины), частота генерируемого тока здесь почти не зависит от параметров внешней сети, и следовательно весьма мало меняется при выходе асинхронного двигателя из синхронизма, так как с уменьшением нагрузки последний автоматически вновь синхронизируется.

ГЛАВА IV

ВЫБОР РОДА ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ ПО МЕХАНИЧЕСКИМ СВОЙСТВАМ.

§ 1. Классификация характеристик.

В предыдущей главе с помощью универсальных характеристик был сделан общий обзор наиболее существенных механических свойств электродвигателей как при установившейся работе на автоматических характеристиках, так и в периоды неустановившейся — на переходных характеристиках.

Свойства эти являются в конечном счете решающими при выборе рода электродвигателя для привода.

Однако указанный обзор не был закончен естественным, казалось бы, предложением каких-либо формул (для общего решения вопроса о выборе электродвигателя) на том основании, что никакого обобщения здесь провести нельзя. Вопрос должен быть решен индивидуально в каждом частном случае привода. В умении при проектировании охватить учетом всю массу разнообразных чисто технических и экономических факторов и при выборе вариантов дальновидно оценить наилучший и заключается истинная проба инженерных способностей проектирующего.

К этому вопросу разносторонности влияющих факторов мы еще вернемся в главе, посвященной электрификации машин-орудий, а теперь отметим здесь некоторые общие основания для выбора.

Естественно, что последний должен прежде всего базироваться на наиболее полном соответствии свойств двигателя со свойствами привода, охарактеризованными в общих чертах классификацией нагрузочных диаграмм в гл. I.

Сгруппируем теперь все механические моторные характеристики в аналогичную классификацию, имея в виду автоматические, естественные характеристики при данных нормальных — напряжении, частоте, возбуждении, сопротивлении якорной цепи, положении щеток и т. д.:

1) Мягкая характеристика — свойственная двигателям, резко меняющим число оборотов при изменении момента сопротивления. Таковы типичные в этом отношении серийные моторы постоянного и переменного тока.

Если привод обладает относительно малым сопротивлением холостого хода, то из опасения „разгона“ полезный момент сопротивления не может быть уменьшен далее известного предела (см. таблицу А. Е. С. в предыдущей главе, где указано, до какого предела двигатель может быть безопасно разгружен „Entlastbarkeit“).

К этой же категории можно отнести двигатели компаундные постоянного и переменного тока и асинхронные с большим сопротивлением роторной обмотки, при которых однако опасности разгона не существует, как и при наличии сериес-трансформатора в цепи сериес-двигателя переменного тока.

2) Жесткая характеристика — когда двигатель лишь ничтожно (на единицы процентов) меняет число оборотов при изменении момента сопротивления от холостой работы до полной нагрузки.

Такой характеристикой обладают шунтовые двигатели постоянного и переменного тока, а также асинхронные с малым сопротивлением роторной обмотки.

3) Неподвижная характеристика (*Starre Charakteristik*) — свойственная синхронным двигателям, не дающим никакого скольжения при изменении нагрузки.

4) Возвышающаяся характеристика — которую может дать лишь компаундный двигатель с противокомпаундной обмоткой, увеличивающий скорость при увеличении нагрузки; она имеет лишь теоретический интерес.

Итак возможно более полное соответствие грузовой и моторной характеристик и должно быть положено в основу выбора мотора по механическим свойствам.

Действительно, можно было бы привести бесконечный ряд примеров, когда самый вид нагрузочной характеристики указывает необходимый род электродвигателя; так, целый ряд металло- и деревообрабатывающих станков, ткацкие станки, лифты и т. д. требуют независимого от нагрузки числа оборотов, т. е. привода от двигателя с жесткой характеристикой.

Наоборот, для преодоления больших начальных моментов, для эластичной работы при наличии случайных толчков нагрузки, где требуется малая скорость при работе с большими грузами (например, в кранах), мягкая характеристика указывает необходимый род двигателя.

Наконец, в случаях, требующих совершенно определенной мягкости характеристики, как например в приводах, снабженных маховиками, где самый вес маховика рассчитывается по заданному коэффициенту неравномерности хода, необходимый вид автоматических характеристик достигается комбинированием сериес- и шунтовых обмоток возбуждения компаундных двигателей или, в случае асинхронного двигателя, включением компаундной коллекторной машины (см. выше отдел каскадных агрегатов).

Если напряжение коллекторной машины, подводимое к кольцам ротора, сделать зависящим от главного (статорного) тока асинхронного двигателя, то характеристику последнего можно получить любой мягкости.

Приблизительно тех же результатов можно было бы достичь поглощением части напряжения на кольцах в некотором сопротивлении, вводимом в цепь ротора, но это будет уже не автоматическая, а одна из переходных характеристик, из которой двигатель будет постоянно искусственно работать. Несколько ниже при изложении искусственных характеристик вернемся к этому способу.

На последнем примере уравнивания ударной или пульсирующей нагрузки с помощью маховика с достаточной полнотой выявляется необходимость совершенно отчетливого знания механических мо-

торных характеристик и нагрузочных характеристик (пиков нагрузки, продолжительности периодов работы и пауз).

Удар нагрузки воспринимается как двигателем, так и соединенным с ним маховиком, причем он будет тем меньше ощущаться в сети, чем больше вес маховика, как уже было выяснено, и чем мягче характеристика взятого двигателя (чем больше R и σ). С другой стороны, тем больше будет и время, потребное для установления равновесия моментов $M_m = M_s$ („Ansprechzeit“). Не надо забывать поэтому, что в случае коротких ударов (пиков) и чрезмерно большого значения этого времени (Ansprechzeit) разгрузка наступит ранее наступления равновесия. *)

То же относится и к пульсирующей нагрузке (например, привод поршневых машин), отличающейся от ударной лишь ритмичностью, периоды которой обуславливаются числом цилиндров, углом кривошипа и длиной шатуна. **)

Это первое основное положение выбора двигателя по соответствию характеристик n/M_m и n/M_s является в то же время и главным, ибо из самого определения устойчивости работы вытекает требование, чтобы любому изменению грузового момента $\frac{dM_s}{dn}$ отвечало по моторной характеристике необходимое для устойчивой работы изменение вращающего момента $\frac{dM_m}{dn}$.

Таким образом двигатель, обладающий „возвышающейся“ характеристикой, мог бы устойчиво работать только с приводом, имеющим также возвышающуюся характеристику (гл. I), что, впрочем, представляет, как сказано, только теоретический интерес, так как такой двигатель вообще работает неустойчиво, и при значительных толчках нагрузки может оказаться без возбуждения и быть поврежденным.

Чтобы дать аналитическое обоснование высказанным положениям, условимся считать для простоты исследования вращающий момент двигателя M_m и момент сопротивления привода M_s линейными функциями скорости ω , так что:

$$M_m = a + m \cdot \omega \quad \text{и} \quad M_s = b + s \cdot \omega,$$

где m и s — угловые коэффициенты, а a и b — начальные ординаты прямых:

$$M_m = f(\omega) \quad \text{и} \quad M_s = f(\omega),$$

принимаемые нами постоянными.

Дифференцируя по времени в этом предположении основное уравнение (2) $M_m = M_s + J \frac{d\omega}{dt}$

получим:

$$\frac{dM_m}{d\omega} \cdot \frac{d\omega}{dt} = \frac{dM_s}{d\omega} \cdot \frac{d\omega}{dt} + J \frac{d\omega^2}{dt^2}$$

*) Подробнее см. St. u. E., 1910, Prof. Moduit u. Br. Boveri u. Mitt., 1915.

**) Подробнее см. El. u. M., 1908. Ehrlich u. Gen. El. Rev. W., 1920, Doherty.

или:

$$m \frac{d\omega}{dt} = s \frac{d\omega}{dt} + J \frac{d^2\omega}{dt^2},$$

откуда

$$\frac{d^2\omega}{dt^2} + k \frac{d\omega}{dt} = 0,$$

где

$$k = \frac{s-m}{J}.$$

Уравнение, характеристическое для полученного дифференциального, имеет вид:

$$x^2 + kx = 0,$$

откуда

$$x_1 = 0 \quad \text{и} \quad x_2 = -k$$

Следовательно, общий интеграл дифференциального уравнения будет:

$$\omega = C_1 e^{x_1 t} + C_2 e^{x_2 t}$$

или

$$\omega = C_1 + C_2 e^{-kt},$$

где C_1 и C_2 — произвольные постоянные интегрирования, значения которых определим из начальных условий.

Положим, что нарушение установившегося режима работы привода с постоянной скоростью ω_1 произошло при $t=0$ и выразилось в том, что вращающий момент M_m и момент сопротивления M_s приняли соответственно значения $M_m = a + m\omega_1$ и $M_s = b + s\omega_1$ (неравные между собою), результатом чего явилось ускорение движения привода по уравнению (2):

$$\frac{d\omega_1}{dt} = \frac{M_m - M_s}{J}$$

Из уравнения общего интеграла дифференцированием получаем:

$$\frac{d\omega}{dt} = -kC_2 e^{-kt}.$$

Таким образом для определения значений произвольных постоянных интегрирования имеем систему уравнений, определяющих

ω и $\frac{d\omega}{dt}$ для мгновения $t=0$:

$$\omega_1 = C_1 + C_2 \quad \text{и} \quad \omega'_1 = \frac{M_{m_1} - M_{s_1}}{J} = -k \cdot C_2,$$

откуда находим:

$$C_2 = -\frac{M_{m_1} - M_{s_1}}{J \cdot k} = -\frac{M_{m_1} - M_{s_1}}{s - m}$$

$$C_1 = \omega_1 - C_2 = \omega_1 + \frac{M_{m_1} - M_{s_1}}{s - m}.$$

Следовательно, общий интеграл окончательно принимает вид:

$$\omega = \omega_1 + \frac{M_{m_1} - M_{s_1}}{s - m} \left(1 - e^{-\frac{s-m}{J} t} \right). \quad (259)$$

Отсюда следует, что нарушенное равновесие вновь восстановится при некотором новом значении скорости ω_2 только при условии, если будет иметь место соотношение $\frac{s-m}{J} \geq 0$, т. е. $m \leq s$.

Это новое значение скорости получим, положив в уравнении общего интеграла $t = \infty$:

$$\omega_2 = \omega_1 + \frac{M_{m_1} - M_{s_1}}{s - m},$$

откуда

$$s\omega_2 - m\omega_2 = s\omega_1 - m\omega_1 + (a + m\omega_1) - (b + s\omega_1) = a - b$$

или

$$a + m\omega_2 = b + s\omega_2,$$

т. е.

$$M_{m_2} = M_{s_2},$$

как и следовало ожидать.

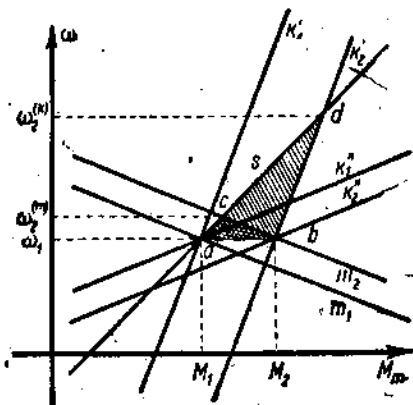
Для всех приводов, встречающихся на практике, $s > 0$, т. е. касательная к кривой $M_s = f(\omega)$, составляет с осью ω при всех скоростях острый угол.

Если угол, составляемый с той же осью касательной к характеристике $M_m = f(\omega)$, будет тупым, то $m < 0$, и следовательно величина $\frac{s-m}{J}$ будет положитель-

ной при всех численных значениях m , так что нарушенное равновесие всегда будет вновь достигнуто.

Пример этого мы имеем в двигателях серии, шунтовых, асинхронных, работающих на участке, лежащем до опрокидывающего момента, и компаундных с подмагничивающей серии-обмоткой возбуждения.

Если $m > 0$, т. е. угол, составляемый касательной к характеристике $M_m = f(\omega)$ с осью ω — тупой, то нарушенное каким-либо



Фиг. 200.

образом равновесие восстановится лишь при условии, если s будет численно больше m ; в противном случае восстановление равновесного состояния будет невозможно.

Примером этого может служить компаундированный двигатель с размагничивающей серии-обмоткой возбуждения.

На фиг. 200 переход двигателя с одной рабочей характеристики на другую представлен графически, в предположении изменения момента от M_1 до M_2 .

Здесь:

s — характеристика привода;

m_1 и m_2 — начальная и конечная характеристики шунтового двигателя;

a — точка пересечения s и m , характеризующая начальное равновесное состояние;

b — начальное положение двигателя на вторичной характеристике при нарушении равновесия под влиянием изменения вращающего момента от M_1 и M_2 (например, при повышении напряжения на клеммах);

c — тоже конечное состояние;

k'_1 и k'_2 — начальная и конечная характеристики компаундного двигателя, при котором $m > 0$, но численно $s > m$;

d — конечное равновесное состояние;

k''_1 и k''_2 — начальная и конечная характеристики компаундного двигателя, при котором $m > 0$ и численно $m > s$; в этом случае нарушенное равновесие, как это видно из чертежа, восстановлено быть не может, так как для точки b момент $M_m > M_s$; следовательно $\frac{d\omega}{dt} > 0$, и скорость должна возрастать; однако возрастание скорости двигателя по характеристике k''_2 не приводит к равновесию $M_m = M_s$, ибо при значениях $\omega > \omega_1$ пересечение характеристик s и k''_2 не достигается.

§ 2. Искусственные характеристики.

До сих пор говорилось только об автоматической характеристике, соответствующей установившейся работе.

Однако, в полной мере все сказанное может быть отнесено и к периоду неустановившейся работы, т. е. пуску и торможению.

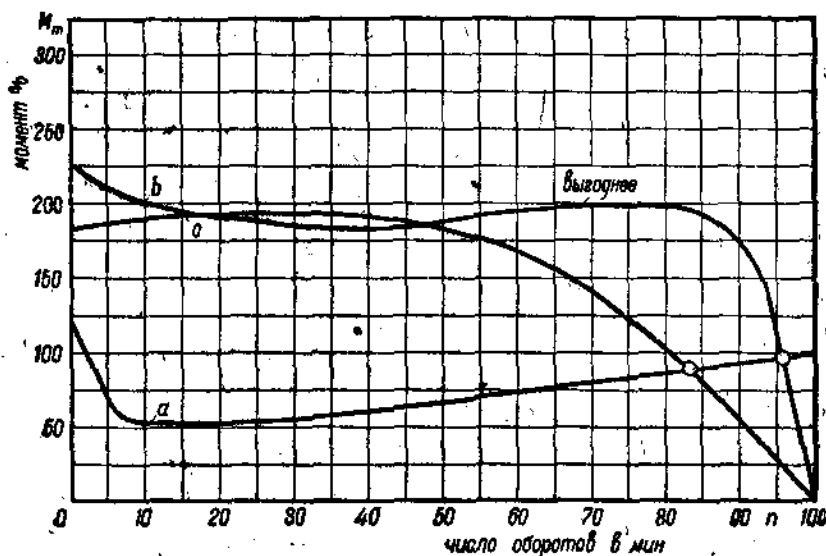
Действительно, для доказательства этого было бы достаточно одного указания на приведенный в предыдущей главе пример исследования этого периода: только сочетание характеристик n/M_m и n/M_s дало возможность осветить вопрос о влиянии механических свойств двигателя на продолжительность периода разгона, который во многих случаях электрификации играет крупную роль. Влияние числа и формы переходных характеристик было выяснено на этом примере с достаточной полнотой.

Наконец, отметим здесь еще один случай выбора электродвигателя по механическим свойствам — когда процесс пуска диктует применение двигателя с мягкой характеристикой и вращающим моментом, пропорциональным квадрату силы тока, между тем как условия работы на автоматической характеристике требуют возможно более жесткой формы ее. Такой случай имеет место например в некоторых системах лифтов. Здесь правильная работа

автоматического управления будет обеспечена лишь при постоянной скорости подъема и спуска, не зависящей от нагрузки.

Для решения вопроса приходится прибегать к применению двигателей с двумя характеристиками, например компаундных (с двумя обмотками), причем после трогания с места серийная обмотка отключается тем же автоматом управления и двигатель получает необходимую жесткую характеристику.

Случай этот является переходным к целому ряду таких, где нагрузочная характеристика оказывается настолько специфически особенной, что несмотря на все разнообразие автоматических моторных характеристик, ни одна из них не может вполне удовлетворить поставленным условиям; или двигатель, обладающий нужной характеристикой, не подходит по другим соображениям. Само собою разумеется, что для удовлетворительной работы привода



Фиг. 201.

приходится искусственно создать необходимый вид характеристики двигателя.

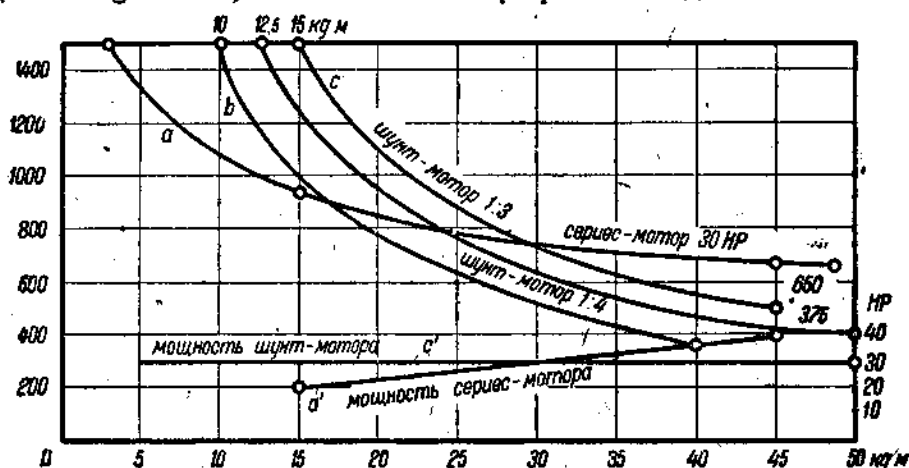
Фирма AEG (AEG Mitteilungen, 1930 г.) предлагает для привода одной из прядильных машин, требующей совершенно плавного пуска, т. е. одинакового по величине избыточного момента M_e во весь период пуска, специально спроектированный короткозамкнутый двигатель, обладающий характеристикой подобной $M_m = f(n)$, изображенной на фиг. 201 (кривая б) и по форме подобной характеристике машины $M_e = f(n)$ (кривая а), в отличие от обычной характеристики (кривая с), при которой момент M_e резко падает.

Достигается это особой формой глубокого паза.

Здесь мы подходим уже к специальным вопросам, подлежащим обсуждению в специальном курсе, тем не менее приведем несколько примеров в самых общих чертах для выяснения наиболее распространенных типов искусственных характеристик.

Прежде всего одним из примеров может служить тот же случай уравнивания ударной нагрузки.

Выше уже говорилось о сделанных в последнее время опытах этого уравнивания нагрузки без помощи маховика в виду того, что он вносит в привод целый ряд недостатков. Наиболее существенными из них являются: а) значительное увеличение потерь на холостой ход, нередко очень продолжительный при такой ударной работе, как ножницы, штампы, пресса и т. д.; б) почти одинаковая скорость при тяжелой и легкой работе (разница 10—15%), тогда как экономически выгодно было бы сильно менять ее, и легкую работу выполнять при значительно больших скоростях обработки, тем более, что тяжелая работа, на которую необходимо рассчитывать маховик, случается относительно редко; в) далее, во многих механизмах обрабатывающий инструмент или салазки (Werkzeugschlitten) сцепляется с непрерывным движением махо-



Фиг. 202.

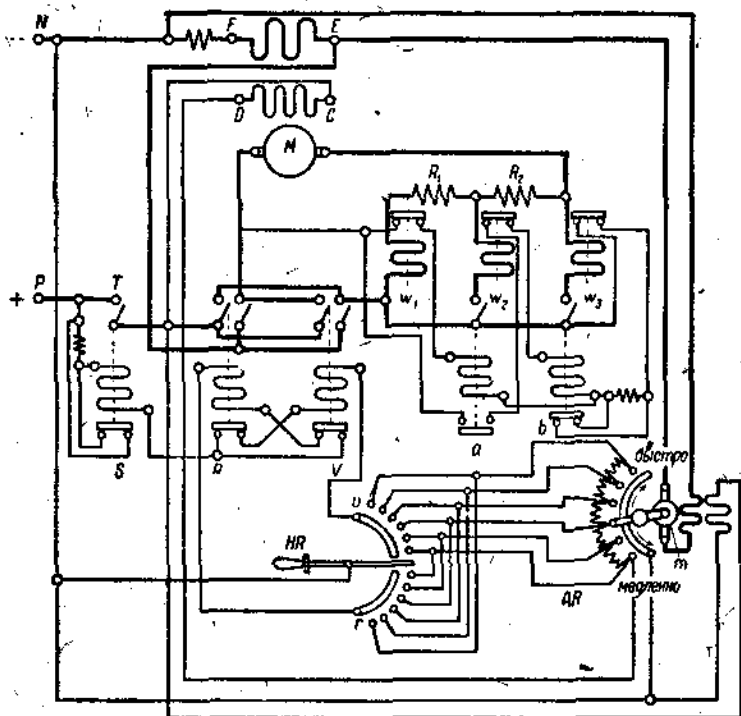
вика „на ходу“, периодически, и такое ударное сцепление вызывает быстрый износ частей машины-орудия; д) наконец, маховик с запасенным в нем громадным количеством энергии представляет при ударной работе некоторую опасность, в первую очередь для целости самой машины, так как в случае какой-либо поломки нет возможности быстро застопорить движение.

Фирма AEG. *) взяла патент (D. R. P. 230278) на электрификацию приводов с ударной нагрузкой без помощи маховика посредством шунтового двигателя с широким регулированием числа оборотов ($1/8$ — $1/4$). Идея этого патента заключается в том, что мощность, поглощаемая двигателем из сети, пропорциональна произведению вращающего момента на число оборотов, может быть поддерживаема постоянной, несмотря на ударную нагрузку, если зависимость n/M_m будет гиперболического вида. Последнее достигается тем, что жесткая механическая характеристика шунтового

*) См. ZdvDI., 1920; O. Pollok, Reguliermotoren mit Arbeitsregler.

двигателя искусственно делается мягкой в необходимых размерах, путем автоматического введения реостата в цепь возбуждения. Из чертежа (фиг. 45 и 202) мы знаем, что при недогрузке момент шунтового двигателя оказывается более момента серийного двигателя, а потому первый при соответственном ослаблении поля может увеличивать скорость более быстро, чем второй.

Действительно, на чертеже (фиг. 202) видим, что характеристики (с и b) двух таких двигателей, с пределом регулировки 1:3 и 1:4 доведены автоматом до совершенно правильной гиперболической

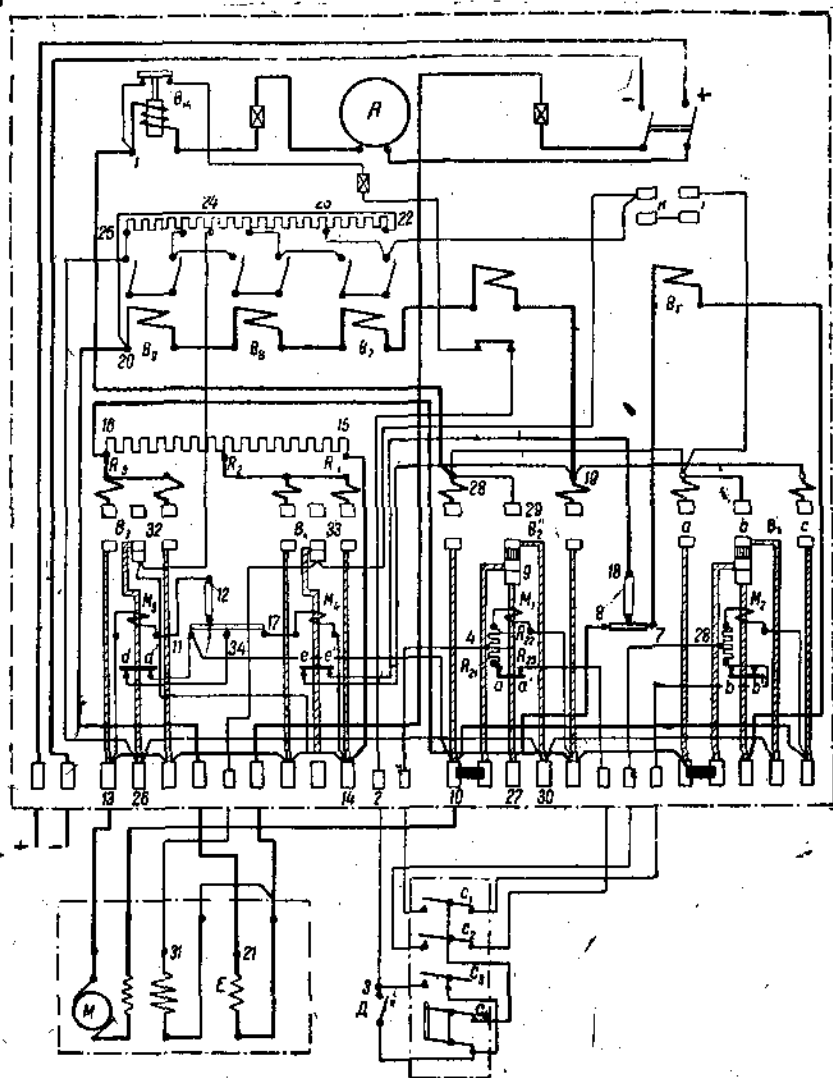


Фиг. 203.

формы, чем и достигается желаемое постоянство мощности. Не то наблюдается у серийно-двигателя, который дает довольно жесткую характеристику (а) в пределах больших сил тока, вследствие насыщения; так например, в пределах изменения момента от 45 до 15 kgm скорость его растет от 650 до 920 об/мин., следовательно, всего в 1,41 раза вместо 3 раз, а следовательно мощность (см. кривую а') от 42 л. с. при $M_m = 45 \text{ kgm}$ и $n = 650$ об/мин. уменьшается до 19 л. с. при меньшем моменте и большей скорости; между тем, вследствие усиленной вентиляции, в этом случае двигатель мог бы быть безопасно нагружен выше нормы. Правда, при малых нагрузках характеристика получает желательную мягкость, но этой частью ее практически редко пользуются из-за опасности разгона двигателя, и для смягчения удара (перегрузки) эта часть характеристики не представляет значения. Последнее

обстоятельство иногда вынуждает применение компаундной обмотки, однако характеристика становится тогда еще более плоской.

На (фиг. 203 представлена схема такого соединения шунтового двигателя M , реостат возбуждения которого AR (Arbeitsregler) вво-



Фиг. 204.

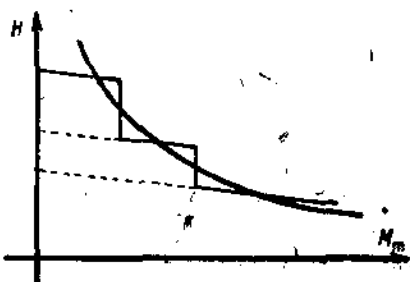
дится автоматически помощью компаундного двигателя m и вручную, помощью параллельно включенного реостата HR (Handregler).

Посредством реле V и R двигатель может реверсироваться при работе ножиц вперед и назад. Выключение пускового реостата R_1 и R_2 происходит через реле a и b , находящиеся под контролем реле главного тока (Stromwächter) w_1 и w_2 , недопускающих перегрузки двигателя M .

Пуск в ту или другую сторону происходит включением рубильника T помощью реле S при включении ручки HR вверх или вниз.

Компаундный моторчик m приключен к ответвлению FE цепи главного тока; поэтому при увеличении нагрузки двигателя M серийная обмотка его, действующая против шунтовой, преумножает последнюю, и рычаг реостата AR движется вниз, в сторону выведения сопротивления, вызывая этим соответственное уменьшение скорости главного двигателя M , и обратно.

Естественно, что поддержание такой идеальной характеристики вернее работы двигателя на ряде переходных характеристик (при параметре Φ), возможно только при большом числе этих переходных характеристик, т. е. при богатом шунтовом реостате и главное при большой чувствительности автоматического регулятора AR , чего повидимому практически добиться трудно.



Фиг. 205.

Именно по этой причине фирма AEG, по заказу Ленинградского Электро-технического института отказалась от изготовления ножиц с моторным регулятором AR и поставила в лабораторию автоматический привод с тремя реле, которые включают 3 секции сопротивления, как видно из схемы (фиг. 204), и следовательно работа происходит не на идеальной гиперболе, а на 3-ступенчатой ломаной характеристике вида фиг. 205.

Реле отрегулированы на силу тока 19, 25, и 30 А.

На схеме фиг. 204 эти реле обозначены через B_7, B_8, B_9 . Управление ножницами производится автоматически помощью кнопочного регистра, помещенного на станине ножиц. Кнопки C_1, C_2, C_3 — рабочие, кнопка C_4 служит для остановки механизма в любой момент в случае аварии или неправильной работы его. Помеченный на схеме буквой D ограничитель позволяет производить автоматическую остановку резака после отреза и возврата его в крайнее верхнее положение. Размыкание ограничителя производится самим резаком.

Принцип действия. Как видно из схемы, механизм может быть пущен в ход после нажатия кнопки C_3 (включающей цепь управления и удерживаемой в нажатом состоянии при помощи защелки, пристроенной на кнопочном регистре), если уже нажата одна из кнопок C_1 или C_2 .

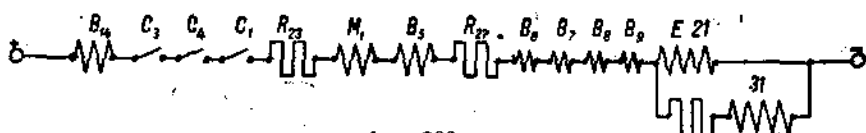
1. Нажатие кнопки C_1 замыкает цепь:

$$\begin{aligned}
 (+) - B_{14} - 1 - 2 - 3 - C_2 - C_4 - C_1 - 4 - M - B_6 - 7 - 18 - 19 - \\
 - B_8 - B_7 - B_9 - B_9 - 20 \begin{cases} \nearrow^{21} \\ \searrow_{22-23-24} \end{cases} (-) \quad (\text{фиг. 206a})
 \end{aligned}$$

Работает реле M , включая рубильник B_2 . В момент включения рубильника замыкаются контакты $a - a'$, которые позволяют поддерживать работу автомата при ненажатой кнопке. Так как удержание рубильника в рабочем положении требует меньшего усилия, чем включение его, когда необходимо предо-

ление инерции его массы, то и сила тока в обмотке M_1 может быть снижена по сравнению с необходимой для приведения в действие автомата. Меньшая сила тока вызывает меньшие тепловые потери в обмотке реле.

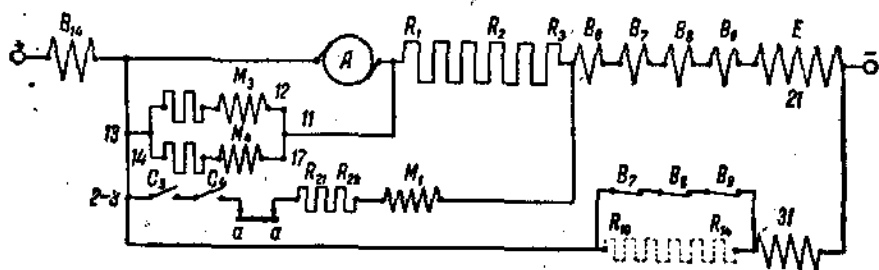
Для достижения указанного эффекта, в момент включения рубильника B_2'' и контактов $a-a'$ последовательно с обмоткой M_1 вводится добавочное



Фиг. 206a.

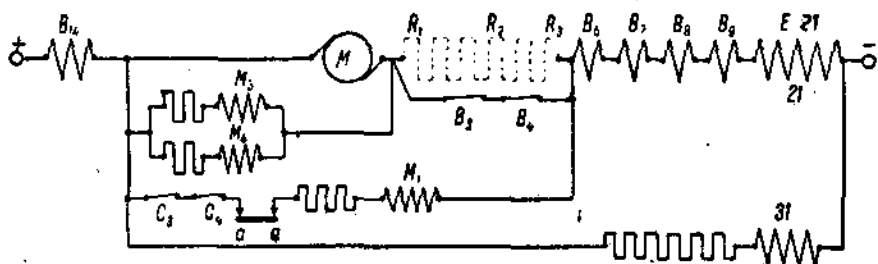
сопротивление $R_{21}-R_{28}$. По включении рубильника работа происходит по схеме фиг. 206б.

Якорь двигателя приходит во вращение. При прохождении тока по обмоткам реле M_3 и M_4 замыкаются последовательно рубильники B_6 и



Фиг. 206б.

B_4 , вследствие чего шунтируются ступени сопротивления R_1-R_2 и R_2-R_3 , и якорь двигателя увеличивает число оборотов. Одновременно с работой реле M_3 и M_4 работают реле B_6 , B_8 и B_7 . Так как сила тока при пуске превышает нормальную, то эти реле, отрегулированные на повышенную



Фиг. 206c.

силу тока, втягивают свои сердечники в момент трогания с места и, шунтируя отдельные секции шунтового реостата, вынуждают двигатель работать с повышенным начальным моментом вращения при малых оборотах. По мере увеличения скорости двигателя сила тока падает, реле B_6 , B_8 и B_7 перестают действовать, вводя каждое свою ступень сопротивления в обмотку возбуждения.

К концу периода разгона оказываются полностью введенными секции шунтового реостата и двигатель дает свое высшее число оборотов. Для уменьшения нагрева обмоток M_3 и M_4 , последовательно с ними включаются

добавочные сопротивления, при помощи контактов $d-d'$, расположенных на рубильниках пускового реостата B_3-B_4 .

Установившаяся работа происходит по схеме фиг. 206с.

Во время резки повышающаяся сила тока заставляет работать часть или все реле B_7 , B_8 и B_9 , которые шунтируют ступени сопротивления, включенные в цепь шунтовой обмотки возбуждения электродвигателя, вызывая падение скорости якоря и выравнивая потребляемую двигателем мощность.



Фиг. 206d.

Совершенно аналогичную картину можно наблюдать при нажимании кнопки C_2 . В этом случае в действие приходит реле M_2 рубильника B'_2 . Работа при нажимании кнопки C_2 происходит по схеме фиг. 206d:

(+) — 1 — 2 — 3 — C_3 — C_4 — C_2 — M_2 — 10 — 8 — 18 — 19 — 20 — E — 21 (—)

Работает реле M_2 , включая рубильник B'_2 .

В остальном действие автомата ничем не отличается от вышеописанного с той только разницей, что направление тока в якоре двигателя противоположно тому, которое имело место при первом включении.

Остановка и торможение. Для прекращения действия автомата необходимо разомкнуть цепь реле переключателя (M_1 или M_2), что может быть осуществлено размыканием кнопки „стоп“ (на схеме C_4) или размыканием ограничителя D . В последнем случае остановка произойдет только при условии, если кнопка C_3 освобождена и не удерживается защелкой.

В момент размыкания цепи управления главный рубильник отпадает (например B'_2). Двигатель отключается от сети и замыкается на себя через пусковое сопротивление. Наступает период торможения коротким замыканием, очень интенсивного благодаря независимому возбуждению. Так как процесс торможения при частых остановках играет очень большую роль, то возможность такого торможения является одной из причин применения шунтового двигателя.

Двигатель развивает тормозной момент M_p , определяемый величиной включенного сопротивления, т. е. наклоном механической характеристики. Схема работы двигателя в период торможения дана на фиг. 206е.

Двигатель развивает тормозной момент M_p , определяемый величиной включенного сопротивления, т. е. наклоном механической характеристики.

Схема работы двигателя в период торможения дана на фиг. 206е.

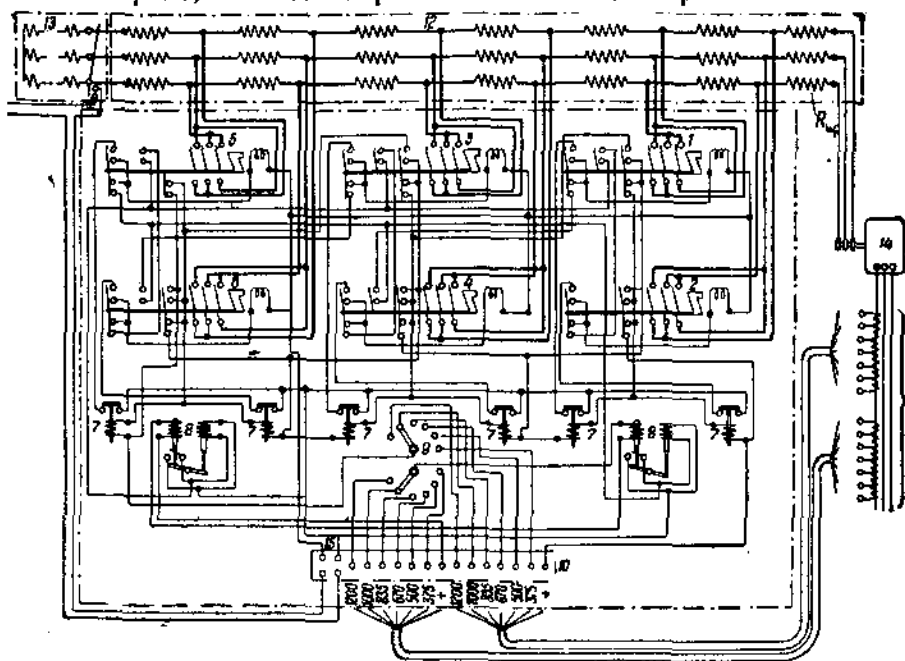
$A-13-14-15-16-6-B_6-7-8-27-10-M$

Шунтовая обмотка возбуждения включается на сеть при помощи тормозного реле B_6 и контактов $k-k$.

Вследствие большой величины тормозного момента остановка происходит почти мгновенно.

Защита электродвигателя от перегрузок обеспечивается двумя максимальными реле B_8 и B_{14} , действующими на цепь главных реле M_1 и M_2 . В момент перегрузок эта цепь размыкается, что вызывает немедленную остановку всего механизма.

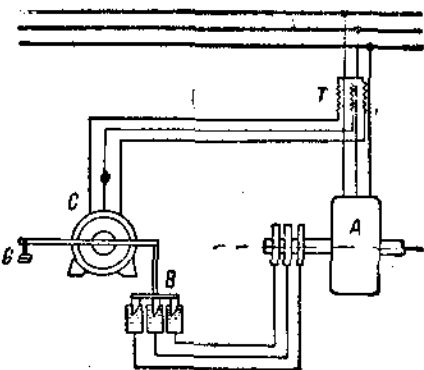
Такого же рода работа на ломаной характеристике происходит в маховиковом приводе от асинхронного двигателя, в ротор которого включена серия сопротивлений (фиг. 207), автоматическое включение или выключение которых происходит под влиянием нескольких реле; последние работают от секционированного транс-



Фиг. 207.

форматора тока в цепи главного асинхронного двигателя и урегулированы так, что замыкание секций реостата накоротко и размыкание их происходит последовательно, т. е. сначала под влиянием растущего главного тока размыкается реле 1, вводящее первую секцию реостата, затем 2 и т. д. Этим достигается необходимая для маховика мягкость характеристики асинхронного двигателя именно в те моменты, когда нужна работа маховика, т. е. при ударах нагрузки; при работе же вхолостую все сопротивление выводится, и, следовательно, достигается более экономичная работа, чем в системе постоянного сопротивления в цепи ротора.

Наконец, при жидкостном реостате (фиг. 208), когда сопротивление, вводимое в цепь ротора, может меняться чрезвычайно плавно помощью автомата (вспомогательного моторчика С, работающего от трансформатора тока Т), можно получить от асинхронного двигателя совершенно плавную искусствен-



Фиг. 208.

ную мягкую характеристику, без ступеней (аналогично схеме регулятора AR —фиг. 203).

Конечно, по существу это все же будет ряд переходных характеристик, но с бесконечно большим числом ступеней.

Для получения искусственной особо жесткой характеристики от двигателей с нормальной менее жесткой характеристикой можно использовать тот же принцип механического (например центробежного) регулятора, что и во всяких других неэлектрических двигателях. Так, например, центробежный регулятор, сидящий на валу шунтового двигателя, при замедлении скорости может вводить сопротивление в обмотку возбуждения и тем самым немедленно повышать число оборотов, и обратно. В асинхронном двигателе, вследствие регулирования скорости только вниз от нормальной помощью реостата в роторе, этот принцип также может быть использован, но для возможности регулирования и вверх и вниз двигатель должен был бы нормально работать на средней скорости при включенном некотором сопротивлении.

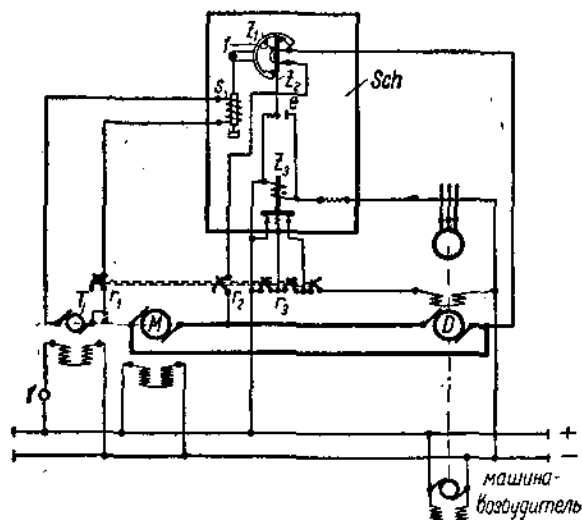
Практическим примером получения особо жесткой искусственной характеристики является привод бумажных машин. Помимо необходимости для различных сортов бумаги весьма широкой регулировки, достигаемой применением системы Леонарда, здесь требуется при производстве каждого сорта совершенно жесткая, почти неподвижная (star-

ge) характеристика. Действительно, по условиям продажи отступление толщины бумаги от нормы не допускается свыше 2,5%, а это требует поддержания числа оборотов приводного двигателя еще более жестко.

Таким образом нормальная жесткость шунтового двигателя часто уже не удовлетворяет, и применяется специальный регулятор для поддержания скорости в назначенных пределах.

На принципиальной схеме фиг. 209 D — динамо Леонарда, M — рабочий двигатель бумажной машины, T — тахометр-динамо (с постоянными магнитами или с электромагнитами, питаемыми от аккумуляторной батареи или от сети — через железное сопротивление f , обладающее, как известно, свойством смягчать влияние колебания напряжения на силу тока возбуждения: например, при колебании напряжения V на $\pm 10\%$, изменение I_m на $\pm 0,8\%$).

Поддержание постоянства скорости двигателя M лежит на быстродействующем регуляторе Sch (Schnellregler S. S. W.), подвижная



Фиг. 209.

часть которого Z_2 (замыкающая реле Z_3 и затем сопротивление обмотки возбуждения динамо Леонарда r_3) находится в постоянном движении—вибрации—для большей чувствительности. На контакт e , замыкающий на-коротко реле Z_3 , действуют две силы: с одной стороны—при повышении напряжения V динамо D , ток через небольшую шпунлю, находящуюся на подвижной части Z_2 , усиливается и оттягивает ее от контакта e (следствием чего является введение сопротивления r_3 и понижение V); с другой стороны действует соленоид S , обмотка которого питается током тахометр-динамо; при изменении скорости мотора M , например повышении ее, напряжение динамо T соответственно увеличивается (при $\Phi = \text{const}$), и соленоид S втягивает стержень, точка f опускается, поворотная подковообразная часть Z_1 (а за нею и Z_2) поворачивается вправо, т. е. в сторону введения сопротивления r_3 и понижения напряжения V динамо D , а следовательно—понижения скорости двигателя M .

Итак, нормально напряжение V пульсирует, и тахометр-динамо влияет на число колебаний и, следовательно, на среднее значение V . Кроме того, это среднее значение V может регулироваться от руки реостатом r_1 в цепи динамо T и реостатом r_2 в цепи шпунли Z_2 , работающей от обмотки возбуждения динамо D .

Таким образом приведенную выше классификацию механических моторных характеристик n/M_m можно теперь дополнить следующими искусственными характеристиками:

1. Искусственная особо-мягкая характеристика, которую можно получить от шунтового двигателя с широким регулированием и с автоматическим регулятором поля (Arbeitsregler AEG), а также и от трехфазного асинхронного двигателя с особым регулятором скольжения (Schlupf Widerstand), применяемым при электрификации прокатных станов, т. е. при ударной нагрузке.

2. Искусственная особо-жесткая характеристика, которую можно получить от обычного шунтового двигателя путем применения автоматического быстродействующего регулятора, например, фирмы Сименс-Шуккерт, или от трехфазного асинхронного мотора при центробежном регуляторе, или, наконец, при питании ротора постоянным током *).

Надо заметить, что в отношении наилучшего соответствия грузовой и моторной характеристик, можно искусственно менять не только последнюю, но и первую, помощью соответственного подбора влияющих факторов.

Так, например, правда в несколько иных целях экономического использования мощности мотора, при электрификации шахтного подъема можно умелым подбором изменения ускорения в период разгона значительно сгладить пики мощности, как уже говорилось в главе I.

Итак, первым основанием для выбора двигателя по механическим свойствам является наилучшее соответствие характеристики как в отношении установившейся работы (автоматической характеристики), так и в отношении пусковых и тормозных свойств двигателя (переходных характеристик).

*) См. также Brown Boveri Druckschrift 779 D — о применении синхронно-асинхронных двигателей в текстильном деле, в целях улучшения коэффициента мощности и поддержания неподвижной характеристики.

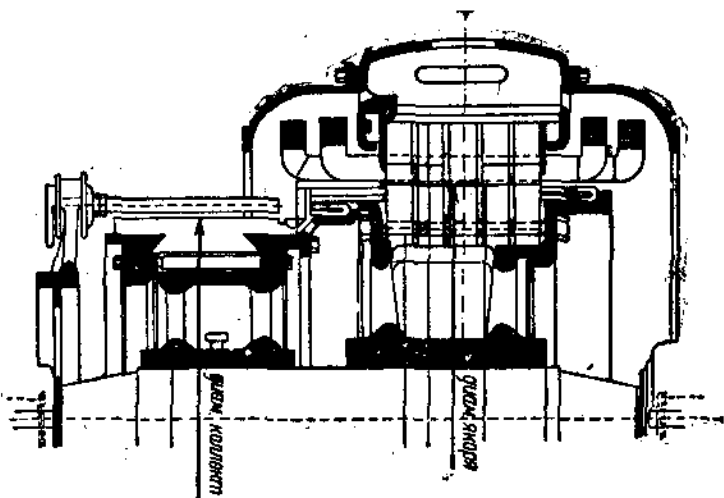
ТАБЛИЦА 8.

Род тока	Род двигателя	$\frac{M_{max}}{M_{nom}}$	Число обор. при растущей нагрузке	Способ регулировки	Реверсирование	Торможение	Нормальный пуск
1	2	3	4	5	6	7	8
Постоянный	Шунтовой электродвигатель	3	Почти постоянное	Последоват. или шунтовым реостатом	Переключен. обмотки якоря или индуктора	Рекуперация при числе об. $> n_0$ замыканием на реостат при $n < n_0$. На тормозной реостат при генер. вкл. об.	Пусковым реостатом
	Серийный электродвигатель Компаундн. электродвигатель	3,5 3,35	Сильно падающее Падающее	Последоват. реостатом Последоват. или шунт. реостатом	То же То же	Рекуперация при числе об. $> n_0$ замыканием на реостат при $n < n_0$	То же То же
	Асинхронный электродвигатель Серийный коллекторный Регульсионный электродвигатель	незначит. 2—3 2—3	Почти постоянное Сильно падающее То же	Послед. реост. в rotor в знач. прел. Без потерь с регулировкой трансформатором Без потерь сдвигом щеток	П-реключен. главной или вспомог. обмотки Переключением обмотки якоря или возбуждения Сдвигом щеток в обратную сторону	При числе об. $> n_{инхр.}$ с рекуперацией через переключение обмоток якоря или возбуждения Сдвигом щеток в обратную сторону	Вспомог. обмоткой и переключателем Пусковым трансформатором Сдвигом щеток
Трёхфазный	Асинхр. с короткозамкнутым ротором Асинхр. с контактными кольцами Серийный коллекторный Шунтовой коллекторный Синхронный электродвигатель	0,5—1,5 2—3 2—3 2—3 0	Почти постоянное То же Сильно падающее Почти постоянное Строго постоянное	Переключением пар полюсов Последов. в rotor в незнач. прел. Без потерь сдвигом щеток То же Не регулируется	Переключением двух концов стат. обмотки То же Сдвигом щеток в обратную сторону Переключением двух концов статорной обм. Реверсированием при водного эл. двигателя	При свыше синхр. скорости с рекуперацией и обратным током То же Сдвигом щеток в обратную сторону Рекуперация при скорости $> n_0$ При разное выше синхр. числа оборотов, с рекуперацией	Трёхп. рубильн. или перекл. с Δ на Δ Рео. татом в роторе Сдвигом щеток Δ То же Раскруч. постор. силой и параллельным вкл. обм.
	Синхронный с самозамкнутым (с короткозамкн. обмоткой)	0,5—1,5	То же	То же	Переключением двух концов обмотки	То же	Пусковым трансформатором или дросселем

§ 3. Экономический учет регулировки скорости работы машин-орудий — второе положение выбора.

Вторым основным положением выбора является возможно более широкий экономический учет роли регулировки скорости работы машин-орудий.

В предыдущей главе, после исследования установившейся работы на автоматических характеристиках, мы уже сделали общий обзор двигателей в отношении этого важнейшего механического свойства — регулировочной способности (табл. 8), и установили, что в зависимости от параметра (R , Φ , V , p , f или положения щеток) двигатели при регулировке либо сохраняют свои механические свойства — при сохранении параллельности переходных характеристик и автоматической, либо меняют их — при



Фиг. 210.

изменении наклона характеристик в координатной системе $n/M_{\text{т}}$ (см. табл. 9) на стр. 440—441).

Нет никакого сомнения, что в очень большом числе случаев именно эти механические свойства являются наиболее существенными.

Примеры этого настолько обширны и многочисленны, что перечислять их здесь не будем. Далее, в главе VII при выяснении влияния регулировки станка на его производительность невольно придется вернуться к этому вопросу и при том в виде численных примеров.

Поэтому, ограничиваясь ссылкой на примеры в дальнейшем, отметим, что это свойство нередко предreshает и вопрос выбора тока: действительно, выше можно было уже убедиться в том, что двигатели переменного тока, кроме коллекторных, не могут конкурировать в этой области с двигателями постоянного тока.

В отношении же коллекторных двигателей переменного тока надо сказать, что бесспорное достоинство широкой, плавной и экономичской регу-

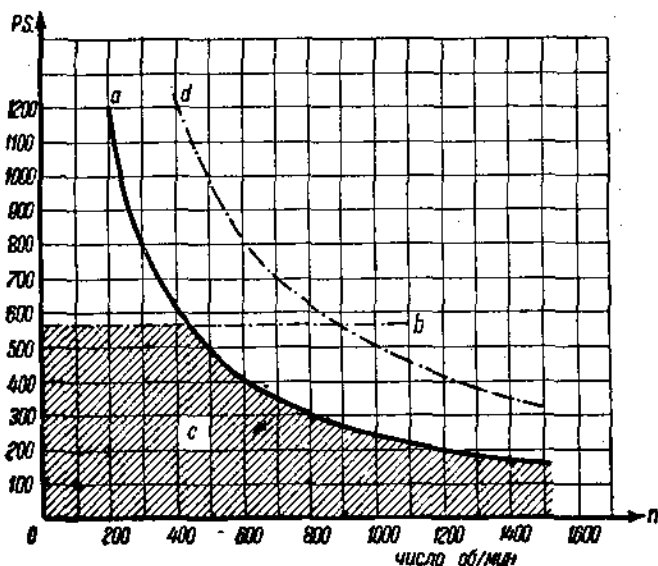
Регулирование электродвигателей

Род тока	Электродвигатель	Метод регулирования	Зона регулирования	Скорость холостого хода	Пределы регулирования	Опрокидывающий момент	Характеристика	Плавность	Экономичность	Примечание
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Постоянный ток	Шутовые	Изменением напряж. V	Вверх и вниз	Меняется	От $\omega_{\max}$ до $\omega_{\min}$	Меняется	Неизменна	Плавно	Экономично	Схема Леонарда
		Изменением потока Φ	Вверх	*	От $\omega_{\min}$ до ∞	Уменьшается	Мягче	*	*	Реостат в цепи возбуждения
		Изменением сопротив. R_w	Вниз	Неизменна	От $\omega_{\max}$ до 0	Уменьшается	"	*	Не экономично	Реостат в цепи ротора
		Изменением сопротив. R_w	Вниз	∞	От $\omega_{\max}$ до 0	Уменьшается	*	*	Не экономично	То же
	Сервис	Последоват. параллельн. включением двигателей	Вверх и вниз	∞	От $\omega_{\max}$ до 0	Меняется	Меняется	Скачками	Экономично	Несколько двигателей
Переменный ток	Шутовые	Изменением потока Φ	Вверх	∞	От $\omega_{\max}$ до $\omega_{\min}$	Уменьшается	Мягче	Плавно	*	Шунтированием обмотки возбуждения
		Изменением частоты f	Вверх и вниз	Меняется	От $\omega_{\max}$ до $\omega_{\min}$	Неизменен	Неизменна	Плавно	*	Коллекторный альтернатор
		Изменением сопротив. R_w	Вниз	Неизменна	От $\omega_{\max}$ до 0	*	Мягче	*	Не экономично	Реостат в цепи ротора
		Измен. числа полюсов p	Вверх и вниз	Меняется	От $\omega_{\max}$ до $\omega_{\min}$	Меняется	Меняется	Скачками	Экономично	Переключение обмотки статора
		Каскад из асинхр. дв.	*	*	От $\omega_{\max}$ до $\omega_{\min}$	*	*	*	*	Каскадное соединение с индукц. машиной

Индукцион

Сервис-коллекторные и репульсионные	Система Гейланда	Вверх и вниз	Меняется	От $\omega_{\min}$ до $\omega_{\max}$	Меняется	Неизменна	Плавно	Экономично	Каскад с преобразов. частоты; каскад с коллектором
	Система Кожичека S. S. W.	Вниз	"	От $\omega_{\min}$ до $\omega_{\max}$	"	"	"	"	Каскад с коллектором, альтернатором с роторн. возб.
	Система Кремера	Вверх и вниз	"	От $\omega_{\min}$ до $\omega_{\max}$	"	"	"	"	Каскад с преобразов. тока
	Система Шербиуса	"	"	От $\omega_{\min}$ до $\omega_{\max}$	"	"	"	"	Каскад с коллектором. Альтернатор с возбуждением статора
	Система Зейца	"	"	От $\omega_{\min}$ до $\omega_{\max}$	"	Мягче	"	"	Каскад с коллект. альтернатором с возб. на статоре; компаундир.
Шуттовые коллекторные	Изменением напряж. V.	"	Велика	От $\omega_{\min}$ до $\omega_{\max}$	"	Жестче	"	"	Трансформатор в роторе
	Изменением сопротив. R.	Вниз	∞	От $\omega_{\min}$ до 0	"	Неизменна	"	Не экономично	Реостат в роторе
	Изменением угла α	Вверх и вниз	Велика	От $\omega_{\min}$ до $\omega_{\max}$	"	Меняется	"	Экономично	Сдвиг щеток
	Изменением потока Ф	"	Меняется	От $\omega_{\min}$ до $\omega_{\max}$	"	"	"	"	Трансформ. или реостат в цепи возбужд.
	Изменением V	"	"	От $\omega_{\min}$ до $\omega_{\max}$	"	Не меняется	"	"	Трансформатор в цепи ротора
	Изменением R	Вниз	Не меняется	От $\omega_{\min}$ до $\omega_{\max}$	"	Мягче	"	Не экономично	Реостат в цепи ротора
	Изменением угла α	Вверх и вниз	Меняется	От $\omega_{\min}$ до $\omega_{\max}$	"	Меняется	"	Экономично	Двигатель Шраге

лировки их покупается рядом механических недостатков, вызываемых главным образом присутствием коллектора, чрезвычайно громоздкого, вследствие, худших, чем в постоянном токе, условий коммутирования. Для иллюстрации относительных размеров коллектора и якоря можно привести чертеж двигателя 240 л. с. для рудничного вентилятора (фиг. 210), из которого видно, что при диаметре ротора 1009 мм и осевой длине 350 мм, соответственные размеры коллектора — 860 мм и 360 мм. Трение многочисленных щеток обуславливает понижение коэффициента полезного действия, о чем будет сказано далее. Наконец, самым существенным во многих случаях электрификации недостатком является ограниченная мощность коллекторных двигателей. Причиной этого является прежде всего сечение щеток. Последнее оказывается чрезмерно большим, вследствие большой силы тока (при относительно малом напряжении) и пониженного магнитного потока,



Фиг. 211.

в целях уменьшения трансформаторной электродвижущей силы при пуске. Пределом для общего сечения щеток, приходящихся на один коллектор, считается по конструктивным соображениям $q = 1200 \text{ см}^2$; выражая эмпирически зависимость сечения щеток от мощности двигателя в виде: $q = 2,15 P$ имеем максимальную мощность $P_{\max} = 560 \text{ л. с.}$

С другой стороны, мощность коллекторных двигателей ограничивается со стороны числа полюсов, так как пределом считается 40 л. с. на 1 полюс (в однофазных двигателях не больше 30 л. с.), т. е. при 50 периодах $P_{\max}$ определится в зависимости от числа оборотов следующим приближительным выражением:

$$P_{\max} = \frac{2 \cdot 50 \cdot 60 \cdot 40}{n} = \frac{240000}{n}.$$

В случае приводов с большим пусковым моментом указанные пределы мощности на 1 полюс понижаются до 15—20 л. с. (S. Smith. J. of I. E. E. Bd 60).

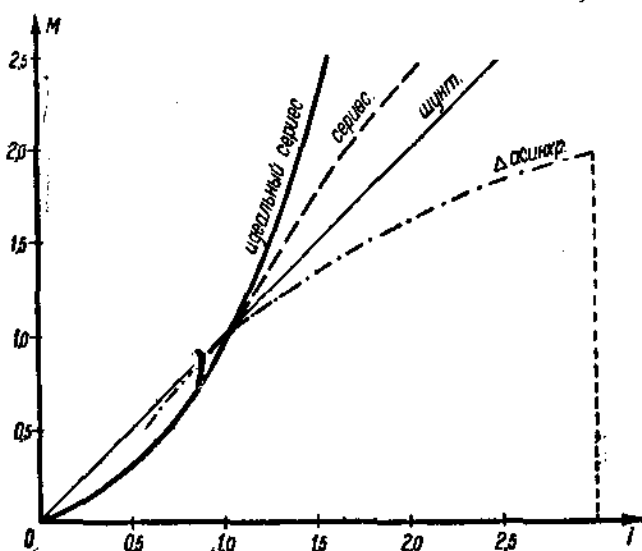
Пределы мощности трехфазных серьезных двигателей в зависимости от n

выражены на диаграмме (фиг. 211) двумя кривыми: a и b , причем пограничная кривая a дается числом полюсов, а кривая b — площадью щеток.

§ 4. Перегрузочные свойства двигателей — третье положение выбора.

Остановимся теперь на некоторых механических свойствах двигателей, которые, не будучи непосредственно связаны с механическими моторными характеристиками, остались незатронутыми выше, но между тем играют большую роль при выборе двигателей.

Из них наиболее существенной является перегрузочная способность двигателей (*Überlastbarkeit*), характеризующаяся — помимо времени, в течение которого она допускается — отношением наибольшего момента вращения к нормальному, или же — отношением сил тока (см. графу 3 табл. 8).



Фиг. 212.

Это механическое свойство приобретает особую важность при электрификации приводов, в которых возможны случайные и кратковременные толчки нагрузки, как, например, в приводе дробильных машин, где такие толчки может вызвать случайное попадание кусков более твердой породы, также в приводе судовых якорных лебедок со своеобразным кратковременным максимумом перед отрыванием якоря от грунта; наконец, во всех многочисленных приводах с большим начальным моментом сопротивления, как например мешалки, шаровые мельницы в керамическом производстве, в цементном производстве и т. д.

Переходя к сравнению двигателей в указанных отношениях, будем иметь в виду конечно только нормальные открытые типы двигателей. О громадном влиянии типа на величину отношения

$\frac{M_{\max}}{M_{\text{ном}}}$ скажем в главе V (выбор двигателя по типу); отметим лишь

предварительно, что закрытый двигатель, вследствие худшей теплоотдачи, развивает при одинаковых размерах меньшую мощность и меньший нормальный момент $M_{\text{ном}}$, но так как на мгновенную мощность и, следовательно, на M_{max} теплоотдача почти не влияет, как далее будет видно, то отношение $\frac{M_{\text{max}}}{M_{\text{ном}}}$ у закрытого двигателя будет значительно больше, чем у открытого.

Мгновенное (английские нормы устанавливают срок 15—30 сек.) повышение тока допускается в пределах 75—100% сверх номинального (у двигателей на 500 вольт без дополнительных полюсов норма ниже — около 50%).

Перегрузка в 40% допускается в течение трех минут. Необходимость перегрузки на более долгий срок вызывает уже увеличение размеров двигателя и следовательно худшее использование его.

Каковы будут моменты при указанных выше значениях силы тока, можно видеть из приведенных в главе II диаграмм M_m/i_a (фиг. 45 и др.).

Так, для сравнения шунтового и сериес-двигателя постоянного тока можно привести таблицу (табл. 10) и кривые (фиг. 212), из которых видно, что зависимость M_m/i_a меняется от функции силы тока, но при больших моментах преимущество оказывается на стороне сериесного, имеющего меньшую силу тока при одном и том же моменте, или обратно — больший момент при одной и той же силе тока. Компаунд-двигатели, как известно, по своим свойствам находятся между ними.

ТАБЛИЦА 10.

Момент вращения в % нормального	Ток в % нормального	
	шунтовой двигатель	сериес-двигатель
50	50	67
100	100	100
150	150	133

По диаграмме (фиг. 213), взятой у Hobart'a, можно сравнить шунтовой и компаундный двигатель, а также и трехфазный асинхронный одинаковой мощности — 5 л. с. Максимальный теоретически возможный момент (так называемый „опрокидывающий“) по диаграмме равен:

- 2,6 $M_{\text{ном}}$ — для трехфазного асинхронного двигателя;
- около 7 $M_{\text{ном}}$ — для шунтового двигателя постоянного тока;
- 10 $M_{\text{ном}}$ — для компаундного двигателя постоянного тока.

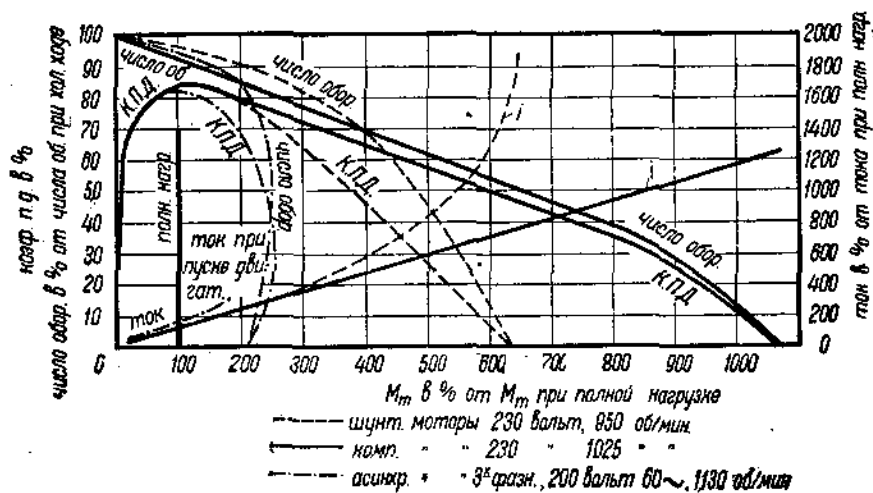
Пусковой ток при одном и том же двойном моменте у асинхронного двигателя приблизительно в 2 раза более, чем у обоих двигателей постоянного тока, а при нормальном моменте только на 10%.

Между прочим, из диаграммы усматривается и жесткость характеристик этих двигателей, причем для нормальной нагрузки она выражается в 4,5% — для шунтового двигателя, 6% — для асинхронного, 7,5% — для компаундного.

Для асинхронных двигателей предельная мощность P_k , при которой они останавливаются, в среднем равна 2—2,25 нормальной мощности при трехфазном токе и около 1,5 $P_{\text{ном}}$ при однофазном.

Надо заметить, что требование высокой степени перегружаемости отражается невыгодно на коэффициенте полезного действия и коэффициенте мощности при нормальной работе этих двигателей, в особенности тихоходных.

Трехфазные двигатели с контактными кольцами при пуске нормально развивают около 80% момента M_k , соответствующего



Фиг. 213.

предельной мощности, т. е. приблизительно двойной номинальный момент.

Величина опрокидывающего момента M_k составляет для нормальных двигателей фирмы Сименс-Шуккерт:

$M_k = (2-2,5) \cdot M_{\text{ном}}$ для двигателей с 3000—1000 об/мин.;

$M_k = (1,6-2) \cdot M_{\text{ном}}$ для двигателей с 750—500 об/мин., мощностью до 18 kW;

$M_k = (2-2,5) \cdot M_{\text{ном}}$

тоже, но мощностью свыше 18 kW.

Величина пускового тока для нормальных трехфазных асинхронных двигателей с контактными кольцами в зависимости от пускового момента прибли-

ТАБЛИЦА II.

Момент вращения в % от нормального	Потребление тока в % от нормального
0	25—35
50	55—65
100	Нормально
150	150—175
200	225—275

зительно выражается табл. 11 (смотри Р. Гольдшмидт, Нормальные свойства электрических машин); эта же зависимость представлена в виде диаграммы на фиг. 214.

Для коротко-замкнутых двигателей с малым сопротивлением ротора и небольшим скольжением пусковой момент M_A составляет $0,65—1,0 M_{ном}$ при пусковом токе, равном $(4—5) i_{ном}$.

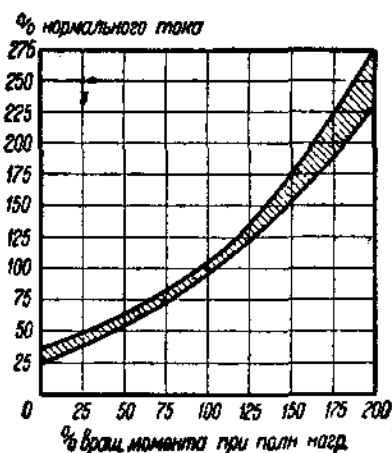
Для двигателей с большим скольжением пусковой момент равен $1,5—1,75 M_{ном}$ при токе, равном $(4—5) i_{ном}$.

На табл. 12 и фиг. 215 приведена зависимость между степенью перегрузки, пусковым током и пусковым моментом для трехфазных двигателей с коротко-замкнутым ротором.

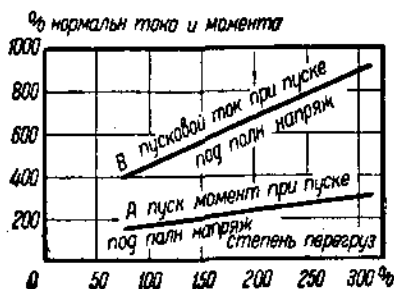
Выше уже говорилось, что за последние годы в САСШ получили большое распространение синхронные двигатели с самопуском, для чего на полюсных башмаках устраивается коротко-замкнутая обмотка.

ТАБЛИЦА 12.

Степень перегрузки.	Пусковой ток в % от норм.	Пусковой момент в % от норм.
125%	500	175
200%	675	225
300%	900	300



Фиг. 214.



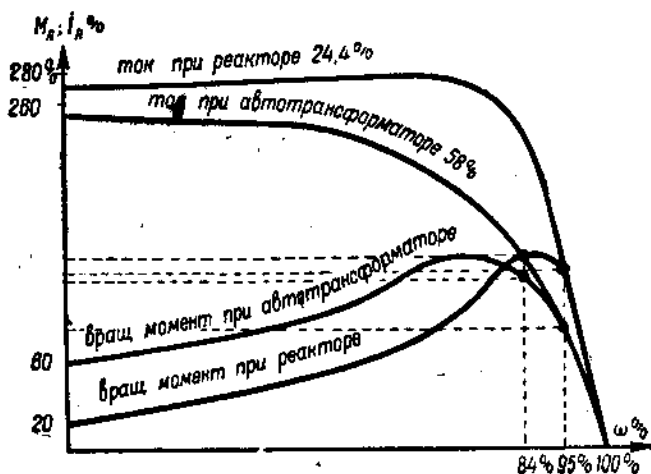
Фиг. 215.

При таких условиях, естественно, пусковая характеристика их не отличается от обычных асинхронных.

Так как однако они нашли применение в крупных приводах от 250 kW до 7500 kW (хотя стандарт мощностей этих двигателей и начинается от 50 kW), то запуск их под полным напряжением не всегда возможен и ограничен пусковыми пиками.

Пусковая аппаратура описана далее в главе VII. Здесь только отметим, что способ пуска при пониженном напряжении отражается на пусковой характеристике. Влияние это показано на фиг. 216 для синхронного двигателя, мощностью 55 kW, а именно при одинаковом почти толчке тока (270%) пусковой момент составляет 60% нормального, если двигатель пускается автотрансформатором, и всего лишь 20% нормального, — при пуске помощью дросселя (см. главу VII). Это вполне понятно, так как $M_A \equiv i_A$, а следовательно и напряжению на клеммах V_m .

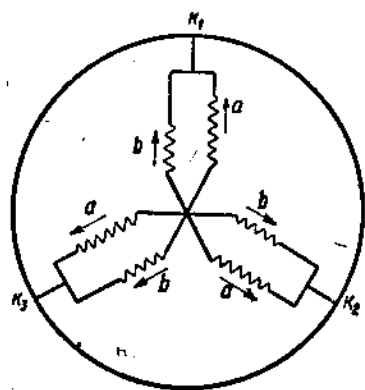
При автотрансформаторе линейный ток $i_N = i_m \frac{V_m}{V_A}$ (без учета тока намагничивания). При дросселе $i_N = i_m$, следовательно толчок



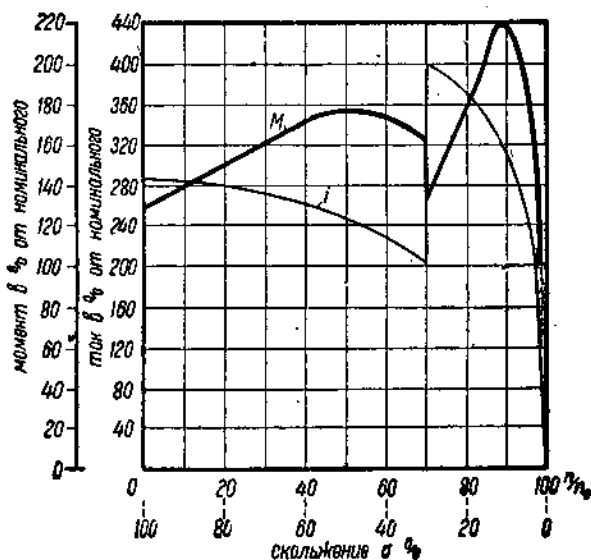
Фиг. 216.

тока был бы больше, а при одинаковом толчке пусковой момент меньше.

При необходимости иметь в случае переменного тока в одном двигателе и большой пусковой момент и малое скольжение приходится применять двигатели специального типа:



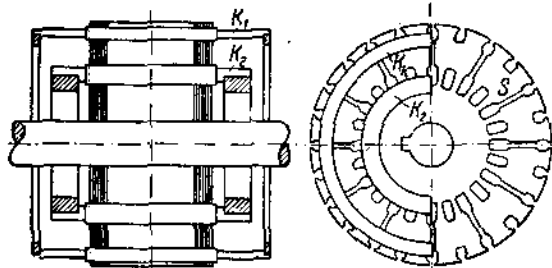
Фиг. 217а.



Фиг. 217б.

а) Двигатели Гергеса (фиг. 217а).

Ротор снабжается обычно двумя обмотками (а) и (б), расположенными в одних и тех же пазах. Одна из обмоток имеет большее число витков на фазу, нежели другая. При пуске в ход зажимы K_1 , K_2 и K_3 не соединены между собою электрически, так что каждая фаза работает самостоятельно. Под влиянием разности э.д. сил в обмотках а и б идет небольшой ток, а так как они соеди-



Фиг. 218.

нены последовательно, то общее ваттное сопротивление велико и, следовательно, вращающий момент при этом значителен.

Когда скорость двигателя достигает определенной величины, контакты K_1 , K_2 и K_3 автоматически замыкаются накоротко. При этом обмотки ротора представляют

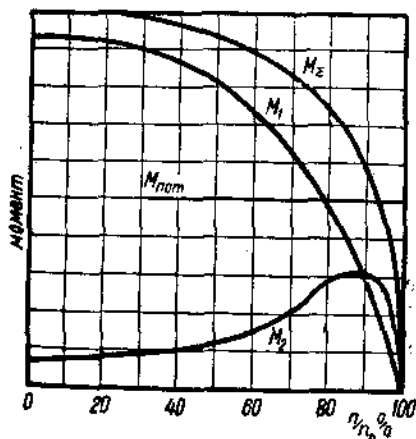
собою две параллельно включенных коротко-замкнутых звезды.

На фиг. 217б приведены кривые момента и тока для двигателя Гергеса мощностью 30 kW при 1000 об./мин.

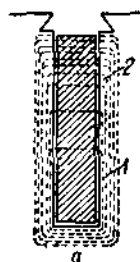
б) Двигатели Бушера.

Наибольшее распространение получили двигатели Бушера с двойной коротко-замкнутой обмоткой на роторе.

На фиг. 218 представлен поперечный разрез последнего. Наружная обмотка K_1 обладает большим ваттным сопротивлением и малым безваттным, а внутренняя — наоборот; между впадинами той и другой обмотки оставлены прорезы, чтобы заставить маг-



Фиг. 219.



Фиг. 220.

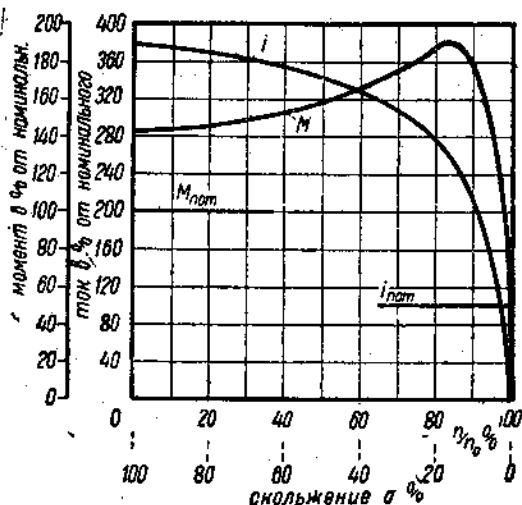
нитный поток, пронизывающий наружную обмотку, полностью проникнуть к внутренней. При пуске преобладающее действие имеет наружная обмотка, а при нормальной скорости вращения — внутренняя. На фиг. 219 представлены характеристики моментов вращения n/M_{tot} .

M_1 —отвечающая наружной обмотке ротора, M_2 —внутренней и M_2 — суммарному действию обеих обмоток. К п. д. и $\cos \varphi$ двигателей этого вида при нормальной нагрузке достаточно высоки.

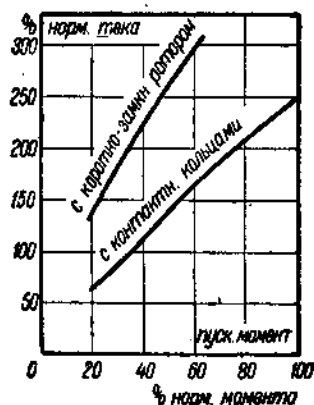
с) Двигатели, развивающие большой начальный момент за счет „паразитных“ токов.

К такого рода двигателям принадлежат моторы с глубокими пазками на роторе и соответственно высокими проводниками (фиг. 220).

При этом используется явление скин-эффекта: токи Фуко, возникающие в проводнике крупных размеров, помещенном в неравномерном переменном магнитном поле, как известно, оттесняют главный ток к периферии проводника; тем самым сечение проводника как бы уменьшается, а следовательно, сопротивление его увеличивается; вращающий момент при пуске благодаря этому увеличивается. При нормальной скорости вращения частота пересечений проводников ротора магнитным потоком уменьшится, умень-



Фиг. 221.



Фиг. 222.

шатся токи Фуко, интенсивность скин-эффекта упадет, сопротивление проводника станет меньше.

На фиг. 221 представлены кривые тока и вращающего момента одного из таких двигателей.

По данным фирмы Сименс-Шуккерт моторы этого вида имеют при нормальной нагрузке к. п. д. $\eta = 91\%$; $\cos \varphi = 0,86$; скольжение $s = 2\%$.

По данным фирмы Сименс-Шуккерт пусковой момент для таких двигателей (Wirbelstromläufer) составляет $(1,4-2) M_{\text{ном}}$ при 4—5-кратном токе (до 15 kW); для мощностей же свыше 15 kW — $M_A = (1,2-1,4) M_{\text{ном}}$ при $i_A = (4-5) i_{\text{ном}}$.

Для двигателей с двойной обмоткой (Doppelstabläufer) пусковой момент $M_A = (0,7-1,0) M_{\text{ном}}$ при $i_A = 1,7 i_{\text{ном}}$, если пуск происходит на „звезде“, и $M_A = (2,1-3) M_{\text{ном}}$ при $i_A = 5 i_{\text{ном}}$, если пуск происходит на „треугольнике“.

Большое влияние на соотношение моментов и токов оказывает число полюсов. Так из табл. 13, относящейся к упомянутым выше шестиступенчатым двигателям завода Эрликон, видно, что при 24 полюсах и двойном пусковом токе имеется почти двойной пусковой момент ($1,87 M_{\text{ном}}$), тогда как при максимальной скорости, т. е. при 4 полюсах, несмотря на восьмикратный пусковой ток, пусковой момент равен лишь полторакратному нормальному. Естественно поэтому, что пуск такого двигателя совершается при включении наибольшего числа полюсов; контроллер; в виду большого числа соединительных проводов обычно монтируется на самом моторе.

У однофазных асинхронных электродвигателей пусковой момент, как известно, равен нулю. Однако, создавая двухфазную систему помощью реактивной катушки, можно иметь некоторый начальный момент. В табл. 14 и на фиг. 222 показана зависимость между пусковым моментом и пусковым током для однофазного индукционного двигателя.

ТАБЛИЦА 13.

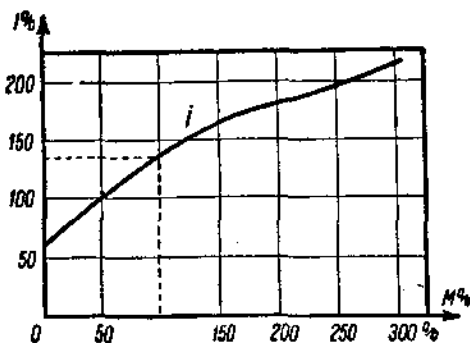
Число полюсов $2p$	$\frac{i_{\text{ном}}}{i_A}$	$\frac{M_{\text{ном}}}{M_A}$
24	1:2	1:1,87
16	1:2,3	1:1,51
12	1:3	1:1,46
8	1:4,3	1:1,45
6	1:5,5	1:1,83
4	1:8,88	1:1,455

ТАБЛИЦА 14.

Пусковой момент в % от нормального	Пусковой ток в % от нормального	
	кратковременно замкнутый ротор	ротор с контактными кольцами
20	133	67
40	225	112
60	300	167
80	—	210
100	—	250

Переходя к характеристике коллекторных двигателей переменного тока в отношении пускового момента и пускового тока, надо сказать, что последний у них несколько меньше, чем у трехфазных асинхронных двигателей при том же моменте.

Так, однофазный серийный коллекторный двигатель Эрликона, выполненный для Симпсонской дороги, развивает двойной пусковой момент при пусковом токе, равном 1,7 от нормального тока, причем его коэффициент полезного действия равен 0,92, а коэффициент мощности — 0,95; те же соотношения мы имеем для серийного коллекторного двигателя завода Сименс-Шуккерт (фиг. 223) с двойным комплектом щеток, мощностью 50 л. с. Прибли-

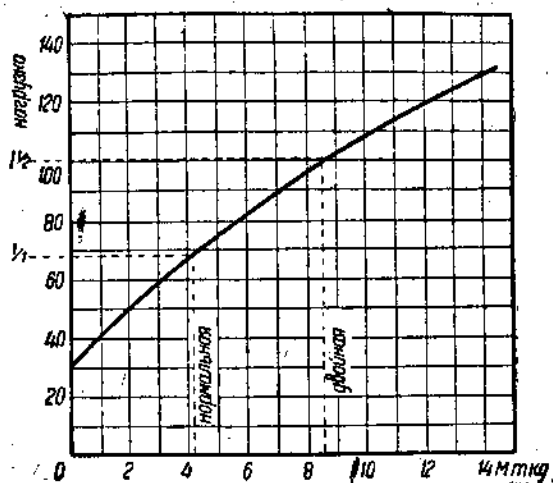


Фиг. 223.

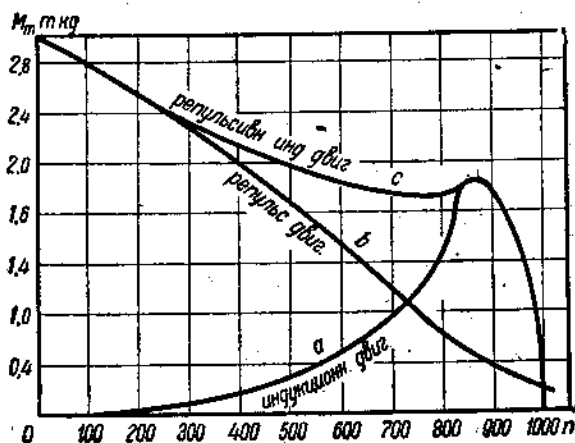
ежного коллекторного двигателя завода Сименс-Шуккерт (фиг. 223) с двойным комплектом щеток, мощностью 50 л. с. Прибли-

тельно такими же свойствами обладает так называемый репульсионный индукционный двигатель, имеющий двойной пусковой момент ($M_A = 2 M_{\text{ном}}$) при силе тока $1,5 i_{\text{ном}}$ (фиг. 224). Надо заметить, что двигатель этот обладает ценным свойством характеристики, как бы суммирующей свойства обыкновенного репульсионного (кривая *b* фиг. 225) и асинхронного (кривая *a*) двигателей, напоминая в то же время двигатель Бушера большим пусковым моментом и нормальный асинхронный двигатель — жесткой характеристикой.

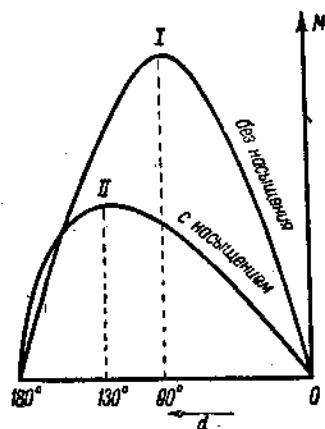
В однофазных шунтовых коллекторных двигателях, как в однофазных асинхронных, при пуске магнитный поток отсутствует, за исключением двигателей Арнольда и Лакура, где он хотя имеется, но недостаточен для трогания с места. Поэтому при пуске однофазные шунтовые двигатели пе-



Фиг. 224.



Фиг. 225.



Фиг. 226.

реключаются на серийное возбуждение, а по достижении нормального числа оборотов опять получают нормальное шунтовое.

Зависимость величины вращающего момента от угла сдвига щеток для трехфазного серийного двигателя схематически представлена на фиг. 226, причем наивыгоднейшим является угол около 130° в виду того, что из соображений коммутации приходится пускать двигатель при большом магнитном насыщении, ограничивая тем самым величину магнитного потока, иными словами достигая

нужного значения момента M за счет силы тока, а не магнитного потока.

Последнее ясно видно на фиг. 227, на которой представлено отношение пускового момента к нормальному $\frac{M_A}{M_{ном}}$ в виде кривой 1, $\frac{i_A}{i_{ном}}$ — пускового тока к нормальному — в виде кривой 2;

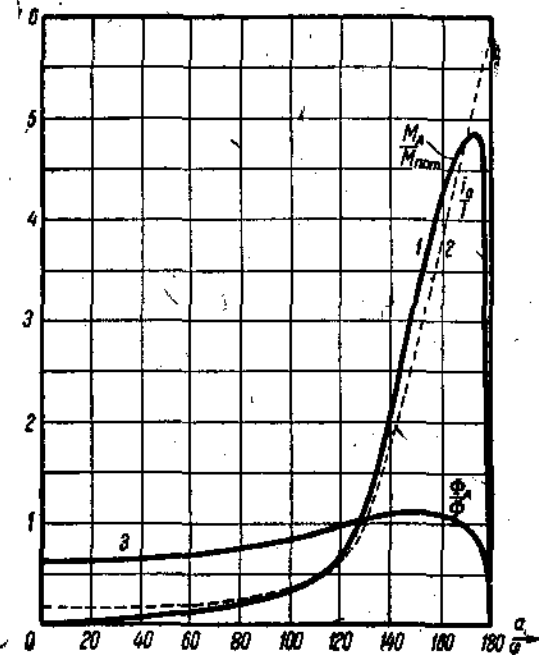
и, наконец $\frac{\Phi_A}{\Phi_{ном}}$ — отношение магнитного потока при пуске к нормальному — в виде кривой 3 (см. Арнольд, том V). Из диаграммы видно преимущество пуска сдвигом щеток почти без толчка тока;

правда, при этом пусковой момент мал, но передвижением щеток он может быть плавно доведен до необходимой величины вплоть до пятикратного значения при $4\frac{1}{2}$ -кратном токе и нормальном потоке.

В качестве иллюстрации интересующего нас отношения $\frac{M_{max}}{M_{ном}}$ выше (стр. 438) приведена табл. 8.

§ 5. Коэффициент полезного действия и форма его зависимости от нагрузки.

Перейдем к коэффициенту, характеризующему механические свойства двигателей с другой, чисто энергетической стороны, а именно к коэффициенту полезного действия и находящимся в за-



Фиг. 227.

висимости от него весу, размерам и стоимости двигателей.

Ниже увидим, что вопрос этот тесно связан с родом двигателя и, следовательно, с уже рассмотренными механическими свойствами. Но помимо того двигатель одного и того же рода может иметь различную форму кривой коэффициента полезного действия — а это далеко не безразлично при выборе, так как при переменной нагрузке несомненно выгоднее подобрать двигатель с возможно отлогой формой кривой, т. е. с незначительным изменением коэффициента полезного действия в широких пределах изменения нагрузки.

Если разделить потери в двигателе на две части, одну, состоящую из омических потерь и пропорциональную нагрузке (квадрату силы тока), а другую — независимую от нагрузки — из потерь на

трение, и потерь на гистерезис и ток Фуко, пропорциональных скорости и магнитной индукции B :

$$W_n = \alpha \cdot c \cdot B^{1.5} n; W_F = \alpha^2 B^2 n,$$

(где c — число перемагничиваний), и назвать потери первой части переменными v , а второй — постоянными k , то ясно, что чем меньше постоянные потери в одном и том же типе двигателей, тем ближе максимум коэффициента полезного действия будет передвигаться в сторону малых нагрузок.

Если обозначить через α отношение постоянных потерь к переменным („Verlustfaktor“), т. е. $\alpha = \frac{k}{v}$, то, в зависимости от рода двигателя и его типа (по быстроходности) отношение α ориентировочно выразится следующей табл. 15:

ТАБЛИЦА 15.

Род Тип	Серьес-двигатели	Шунтовые пост. тока и коллект. асинхр. переменного тока	Компаундные двигатели пост. и переменного тока
Тихоходный	0,5	1,0	0,5 — 1,0
Быстроходный	1,0	2,0	1,0 — 2,0

Ход кривой к. п. д. зависит, как было сказано, от соотношения постоянных и переменных потерь, охарактеризованного табл. 15.

Зная коэффициент потерь α , можно приблизительно вычислить значение к. п. д. при любой частичной нагрузке $x = \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1\frac{1}{4}, \dots$, если известна величина его при полной нагрузке $\eta_{x=1}$.

Так, если мощность двигателя P_m и его к. п. д. при полной нагрузке, т. е. при $x=1$, равен η , то потери

$$W = \frac{P_m (1 - \eta)}{\eta} = k + v. \quad (260)$$

Вводя коэффициент $\alpha = \frac{k}{v}$, имеем при нагрузке в x раз большей или меньшей (по силе тока):

$$W_x = k + vx^2 = \alpha v + \frac{k}{\alpha} x^2. \quad (260')$$

Здесь обе категории потерь выражены через α . Для определения, при каком α потери W_x будут минимальными, производную по α приравниваем нулю:

$$\frac{dW_x}{d\alpha} = v - \frac{k}{\alpha^2} x^2 = 0$$

или:

$$1 - \frac{k}{v} \frac{x^2}{\alpha^2} = 1 - \alpha \frac{x^2}{\alpha^2} = 0; \alpha - x^2 = 0$$

или:

$$x = \sqrt{\alpha}. \quad (261)$$

Таким образом для двигателя, имеющего $\alpha = 1$, т. е. $v = k$, минимальные потери или максимальный к. п. д. будет при $x = 1$, т. е. при полной нагрузке, тогда как например для тихоходного серийс-двигателя, имеющего $\alpha = 0,5$, $x = \sqrt{0,5} = 0,75$, т. е. перегиб кривой коэффициента оказывается при $\frac{3}{4}$ нагрузки.

Обратно, коэффициент потерь α может быть определен из кривой к. п. д., если она известна.

Можно также при подсчете к. п. д. для частичной нагрузки η_x пользоваться формулой Р. Гольдшмидта *):

$$\eta_x = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\eta_{\text{ном}}} - 1 \right) b}, \quad (262)$$

где величина $b = \frac{x + \frac{\alpha}{x}}{1 + \alpha}$ может быть непосредственно взята из табл. 16 для различных категорий двигателей.

ТАБЛИЦА 16.

Значения величины b			
$x = \frac{P_x}{P_{\text{ном}}}$	Класс I $\alpha = 0,5$	Класс II $\alpha = 1$	Класс III $\alpha = 2$
$\frac{1}{4}$	1,5	2,12	2,75
$\frac{1}{2}$	1,0	1,25	1,5
$\frac{3}{4}$	0,95	1,04	1,14
1	1,0	1,0	1,0
$1 \frac{1}{4}$	1,1	1,03	0,95
$1 \frac{1}{2}$	1,22	1,08	0,945

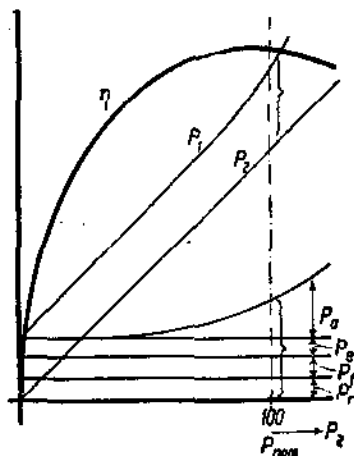
Наиболее яркое влияние рода электродвигателя на распределение потерь можно видеть на примере серийс- и шунт-двигателя постоянного тока при прочих одинаковых условиях, т. е. при одинаковом открытом типе и одинаковом числе оборотов (фиг. 228 и 229).

Если обозначим к. п. д. как отношение отдаваемой мощности P_m к подводимой P_{kl} , а мощности, идущие на покрытие соответ-

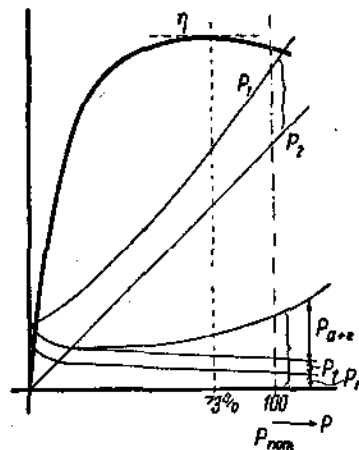
*) Критику этой формулы см. стр. 462—467.

ствующих потерь через: P_r — на трение; P_f — на гистерезис и токи Фуко; P_e — на возбуждение; P_a — на переменные потери в якоре; то в шунтовом двигателе группа постоянных потерь обуславливает постоянную затрату мощности $P_r + P_f + P_e$, ибо ни число оборотов, ни магнитный поток почти не меняются при изменении нагрузки (фиг. 228), в то время как в сериес-двигателе строго говоря постоянных потерь нет, так как оба фактора меняются с нагрузкой. Но в то время, как при уменьшении нагрузки P_f и P_e должны уменьшаться с уменьшением потока, в особенности мощность P_e , доходящая почти до нуля, как и P_a , мощность P_r , идущая на покрытие потерь трения резко увеличивается с увеличением числа оборотов (фиг. 229).

Таким образом сумма всех мощностей $P_a + P_e + P_f + P_r$, будучи почти одинаковой в обоих двигателях при нормальной нагрузке,



Фиг. 228.



Фиг. 229.

по мере уменьшения нагрузки падает у сериес-двигателя гораздо резче, и хотя при холостом ходе опять возрастает, но не достигает той величины, что у шунтового. Этим и объясняется большая пологость верхней части кривой к. п. д. сериес-двигателя при малых нагрузках, и следовательно меньшее влияние недогрузки.

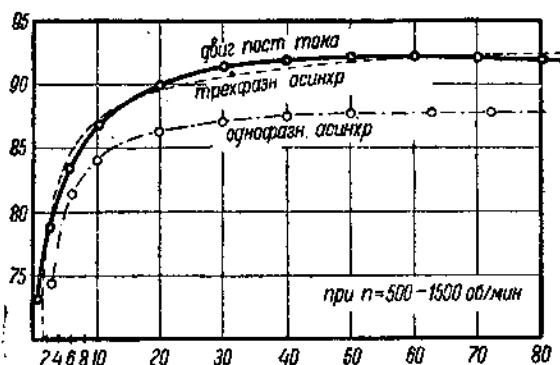
Надо заметить, что вообще все двигатели с усиленным магнитным полем, построенные для высокой перегрузочной способности (p_m), имеют более значительные постоянные потери k .

То же можно сказать о двигателях низкого напряжения и, следовательно, большой силы тока, т. е. с большими коллекторами, в частности — о коллекторных двигателях переменного тока.

Наконец, забегаю несколько вперед, надо сказать, что тип двигателя в отношении числа оборотов будет значительно влиять на соотношение потерь — постоянных k и переменных v , — а именно: у всяких быстроходных типов двигателей постоянные потери будут велики как в отношении трения, так и числа перемагничиваний. Действительно, в § 8 главы V (часть II) влияние „быстро-

ходности* на к. п. д. и вес двигателей выявлены достаточно конкретно в табл. 49 и на фиг. 289 а и б и 293.

При нормальной нагрузке двигатели постоянного тока одинаковой мощности и одного и того же типа (по защите и числу оборотов) не различаются между собой сколько-нибудь заметно. Нет заметного различия и между к. п. д. двигателей постоянного тока и трехфазных асинхронных*). Однофазные же асинхронные двигатели имеют к. п. д. на 3—4% меньший, вследствие большего намагничивающего тока и больших потерь в железе статора и ротора на компенсацию паразитного магнитного потока. Так, по данным Р. Гольдшмидта, к. п. д. тех и других при 500—1500 об/мин. выражается цифрами табл. 17 или кривыми фиг. 230.



Фиг. 230.

ТАБЛИЦА 17.

Мощность в л. с.	Постоянный ток η в %	Трехфазный ток η в %	Однофазный ток η в %	Мощность в л. с.	Постоянный ток η в %	Трехфазный ток η в %	Однофазный ток η в %
1	73	70	63	50	91,8	91,5	87,5
2	78,5	78	74,5	60	92	92	87,5
5	83	84	81	70	92	92	88
10	87	87	84	80	92	92,5	
20	90	90	86	90	92	93	
30	91	90,5	86,5	100	92	93	
40	91,5	91	87				

По данным В. Лемана (табл. 18) к. п. д. асинхронных двигателей несколько ниже чем шунтовых при малых мощностях (1—2%) и настолько же выше при больших мощностях (от 100 л. с.).

Трехфазные коллекторные двигатели обладают по причинам, изложенным выше, к. п. д. в среднем на 5—7% меньшим, чем асинхронные двигатели; однофазные же репульсионные (индукцион-

*) Индукционные коротко-замкнутые двигатели имеют к. п. д. выше на 1—5%, чем такие же с контактными кольцами, причем большая цифра относится к малым двигателям.

ные и компенсированные) — на 10—12% меньшим. Двигатели Шраге по данным фирмы ASEA имеют к. п. д. на 10% меньший, чем трехфазные асинхронные двигатели.

Однако, сравнивая двигатели по к. п. д. не следует забывать весьма существенного экономического фактора—коэффициента мощности, свойственного двигателям переменного тока.

ТАБЛИЦА 18.

Мощность kW	Постоянный ток η %	Трехфазный ток η %
1	75	74
5	85	85
10	88	88
20	90	90,5
50	91,5	92
100	93	—
1000	95	96

В настоящее время фактор этот играет настолько большую роль, особенно при электрификации мелких станков одиночным приводом, что ему посвящена специальная (последняя) глава этого труда.

В табл. 19, 20, 19а, 20а даны значения к. п. д. и $\cos \varphi$ двигателей в зависимости от нагрузки.

ТАБЛИЦА 19.

Значения к. п. д. при частичной нагрузке электродвигателей фирмы Сименс-Шуккерт.

При $\frac{1}{4}$ нагрузке	При $\frac{2}{4}$ нагрузке	При $\frac{3}{4}$ нагрузке	При $\frac{4}{4}$ нагрузке	При $\frac{5}{4}$ нагрузке	При $\frac{6}{4}$ нагрузке
0,88	0,92,5	0,93,5	0,94	0,93,5	0,92,5
0,87	0,91,5	0,92,5	0,93	0,92,5	0,91,5
0,86	0,91	0,92	0,92	0,91,5	0,90
0,85	0,90	0,91	0,91	0,90	0,88,5
0,83	0,89	0,90	0,90	0,89	0,87
0,82	0,88	0,89	0,89	0,88	0,86
0,80	0,87	0,88	0,88	0,87	0,85
0,79	0,86	0,87	0,87	0,85,5	0,83
0,77	0,84,5	0,86	0,86	0,84,5	0,82
0,76	0,83,5	0,85	0,85	0,83,5	0,81
0,74,5	0,82,5	0,84	0,84	0,82,5	0,80
0,73	0,81,5	0,83	0,83	0,81,5	0,79
0,71,5	0,80,5	0,82	0,82	0,80	0,77
0,70,5	0,79,5	0,81	0,81	0,79	0,76
0,69	0,78,5	0,80	0,80	0,78	0,75
0,67	0,77	0,79	0,79	0,77	0,74

ТАБЛИЦА 20.

Значения $\cos \varphi$ при частичной нагрузке электродвигателей фирмы Сименс-Шуккерт

При $\frac{1}{4}$ нагрузке	При $\frac{2}{4}$ нагрузке	При $\frac{3}{4}$ нагрузке	При $\frac{4}{4}$ нагрузке	При $\frac{5}{4}$ нагрузке	При $\frac{6}{4}$ нагрузке
0,74	0,87	0,90	0,91	0,91	0,90
0,72	0,85	0,89	0,90	0,90	0,89
0,67	0,82	0,87	0,89	0,89	0,88
0,63	0,80	0,86	0,88	0,88	0,87
0,60	0,78	0,85	0,87	0,87	0,86
0,58	0,77	0,84	0,86	0,87	0,86
0,56	0,74	0,82	0,85	0,86	0,86
0,54	0,72	0,81	0,84	0,85	0,85
0,50	0,70	0,80	0,83	0,84	0,84
0,49	0,69	0,78	0,82	0,83	0,83
0,48	0,68	0,77	0,81	0,82	0,82
0,47	0,67	0,76	0,80	0,81	0,81
0,46	0,65	0,75	0,79	0,80	0,80
0,44	0,63	0,73	0,78	0,80	0,80
0,42	0,62	0,72	0,77	0,79	0,79
0,40	0,60	0,70	0,76	0,78	0,78

ТАБЛИЦА 19а.

К. п. д. в % при нагрузке					К.п.д. в % при нагрузке				
$\frac{4}{4}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$
93	92,5	93	92	88	87	85	87	86	78
92	91	92	91	87	86	84	86	85	76
91	90	91	90	85,5	85	83	85	84	74
90	89	90	89	84	84	82	84	83	73
89	88	89	88	82	83	81	83	82	72
88	86	88	87	80	—	—	—	—	—

ТАБЛИЦА 20а.

(По данным фирмы В. В. С.)

Коэффициент мощности $\cos \varphi$ при нагрузке:

$\frac{4}{4}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$
0,91	0,91	0,90	0,86	0,70	0,77	0,78	0,72	0,59	0,40
0,90	0,90	0,89	0,84	0,67	0,76	0,78	0,70	0,58	0,38
0,89	0,89	0,87	0,82	0,64	0,75	0,77	0,69	0,57	0,37
0,88	0,89	0,86	0,80	0,61	0,74	0,76	0,67	0,55	0,35
0,87	0,88	0,85	0,78	0,59	0,73	0,75	0,66	0,54	—
0,86	0,865	0,83	0,76	0,57	0,72	0,74	0,65	0,53	—
0,85	0,855	0,82	0,74	0,55	0,71	0,73	0,64	0,52	—
0,84	0,845	0,80	0,72	0,53	0,70	0,72	0,63	0,51	—
0,83	0,84	0,79	0,69	0,51	0,69	0,71	0,62	0,50	—
0,82	0,83	0,78	0,66	0,49	0,68	0,71	0,61	0,49	—
0,81	0,82	0,77	0,65	0,47	0,67	0,70	0,60	0,48	—
0,80	0,81	0,75	0,64	0,45	0,66	0,695	0,59	0,47	—
0,79	0,80	0,74	0,63	0,44	0,65	0,68	0,58	0,46	—
0,78	0,79	0,73	0,62	0,42					

Как уже сказано, с к. п. д. связан целый ряд подсчетов экономического характера, так как он характеризует собою не только эксплуатационные расходы, но и первоначальные затраты (вес). Действительно, с к. п. д. тесно связаны размеры, вес и следовательно стоимость двигателя.

Для нормальных открытых двигателей постоянного и трехфазного тока можно привести цифры табл. 21.

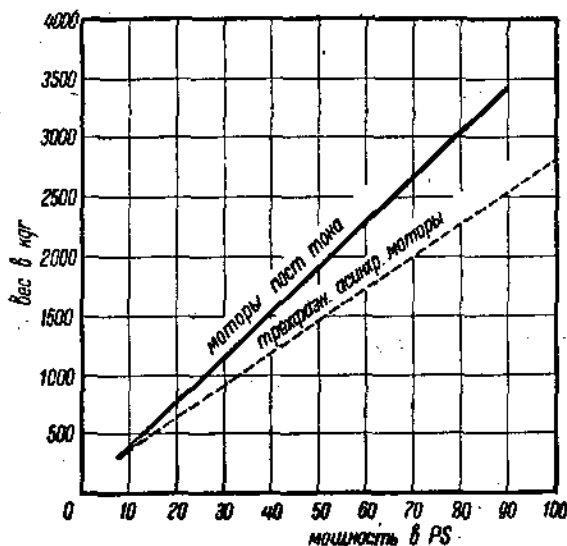
ТАБЛИЦА 21.

Продолжительная мощность — P kW	Постоянный ток		Трехфазный ток	
	10,5	100	10	100
Число об/мин.	930	740	950	730
К. п. д. η	0,85	0,92	0,86	0,93
Коэффициент использования c	2	3,8	1,6	2,5
Вес на единицу мощности kg	36	22,1	32	19,1

Проф. Хобарт дает соотношение веса трехфазных асинхронных и постоянного тока двигателей в виде кривых фиг. 231 в зависимости от мощности.

По данным каталогов пяти различных фирм (от 1913 г.) вес и стоимость двух двигателей—шунтового постоянного тока и трехфазного асинхронного мощностью 5 л.с. при 1400 об/мин. выражается соответственно в среднем 7,8 пуда и 290 руб. и 6,75 пуда и 240 руб., т. е. шунтовой тяжелее на 15% и дороже на 20%.

Трехфазные коллекторные двигатели, по указанию Rziha („Starkstromtechnik“, 1922) дороже асинхронных на 35%, однофазные же репульсионные—всего на 10—15%. Однако, по данным фирмы ASEA разница в цене достигает 100% (правда, для коллекторных двигателей Шраге с двойной обмоткой ротора). За такую разницу в цене говорит и разница в весе, видная из таблицы (см. табл. 22) сравнительных размеров и веса трехфазных коллекторных двигателей AEG (системы Eicherg) и трехфазных асинхронных, открытых, для непосредственного соединения.



Фиг. 231.

ТАБЛИЦА 22.

Мощность в л. с.	Коллекторные трехфазные						Асинхронные с кольцами				Асинхр. с коротко- замкнутым ротором			
	Тип	л. об/мин.	вес пуд.	высота мм	длина мм	ширина мм	вес пуд.	высота мм	длина мм	ширина мм	вес пуд.	высота мм	длина мм	ширина мм
2	W. E. D. 20	1500	6,4	430	589	365	2,5	329	458	265	2,5	329	556	265
6	W. E. D. 60	1500	14,35	530	825	475	7	442	589	400	7	442	743	400
	60/6	1000	15,3	—	—	—	7	(490)	(600)	—	7	(490)	(773)	—
10	W. E. D. 1000/10	1000	24,5	630	915	565	14	555	703	465	14	555	840	465
15	W. E. D. 1000/15	1000	33,5	630	1065	565	18	640	768	550	18	640	938	550
23/25	W. E. D. 1000/15	1000	40,5	705	1135	610	20	640	807	550	20	640	978	550
15	W. E. D. 750/15	750	39,8	705	1135	610	20	640	807	550	20	640	978	550
40	W. E. D. 750/40	750	78	940	1345	820	39	—	—	—	39	790	1338	685
60	W. E. D. 750/60	750	122	1035	1624	950	50	—	—	—	50	827	1260	787

Наконец, приведем для сравнения таблицы цен, весов и к.п.д. однофазного индукционного двигателя с коротко-замкнутым ротором, однофазного индукционного с контактными кольцами и однофазного репульсионного двигателя (табл. 23, 24 и 25).

ТАБЛИЦА 23.

Однофазные индукционные двигатели с коротко-замкнутым ротором.

Число об/мин.	Мощность		Вес, kg	к.п.д. %
	kW	л. с.		
1500	0,05	0,067	6	40
	0,10	0,135	12,5	55
	0,25	0,34	26	68
	0,5	0,67	39	71
	0,75	1,0	48	73
	1,0	1,35	63	75
1000	0,2	0,27	26	63
	0,4	0,54	39	67
	0,6	0,8	48	69
	0,75	1,0	63	71
	1,0	1,35	80	73

ТАБЛИЦА 24.

Однофазные индукционные двигатели с контактными кольцами.

Число об/мин.	Мощность		Вес, kg	к.п.д. %
	kW	л. с.		
1500	1	1,35	66	71
	1,5	2	84	73
	2	2,7	100	75
	3	4	114	76
	4	5,4	140	77
	1	1,35	84	70
1000	1,5	2	100	72
	2	2,7	114	72
	3	4	140	73
	4	5,4	140	73

ТАБЛИЦА 25.

Однофазные репульсионные двигатели.

Число об/мин.	Мощность		Вес, kg	к.п.д. %
	kW	л. с.		
1500	0,092	1/8	12	45
	0,18	1/4	18	55
	0,37	1/2	40	60
	0,74	1	64	65
	1,5	2	93	70
	2,2	3	115	74
	4	5	250	75
	7	9,5	365	72
	10,3	14	430	76
1000	0,44	0,6	64	55
	1	1,35	93	64
	1,5	2	115	66
	3	4	250	68
	5,1	7	363	74
	7,4	10	430	75
	10,3	14	570	76

Таким образом возможно более полный учет к.п.д. равно как и самой формы кривой его, а также веса и стоимости, является четвертым основанием для выбора рода двигателя.

§ 6. Метод практического определения коэффициента полезного действия двигателя.

Весьма часто в практике, например при исследовании электропривода, встречается необходимость в определении к. п. д. двигателя при его фактической, конечно неполной, нагрузке. Для быстрых подсчетов к. п. д. потери при частичной нагрузке, как выше сказано (см. Р. Гольдшмидт, Нормальные свойства электрических машин) определяются по формуле:

$$W_x = k + vx^2 = k + \frac{k}{a} x^2, \quad (260')$$

где k — так называемые постоянные потери, т. е. потери, не зависящие от нагрузки (в строгом смысле таких вообще не существует); v — переменные потери, т. е. потери омические, зависящие от квадрата тока; a — отношение потерь постоянных к переменным (Verlustfaktor).

Формулой наиболее логически удовлетворительной следовало бы признать следующую:

$$W_x = k' + m \omega_x + vx^2,$$

где k' , m , v — некоторые постоянные коэффициенты; $x = \frac{P_{\text{м}x}}{P_{\text{мном}}}$ — нагрузка двигателя по мощности на клеммах; ω_x — угловая скорость вращения ротора при нагрузке x .

При разомкнутой цепи ротора $\omega_x = 0$; $x \approx 0$; в этом случае $W_0 = k'$, следовательно k' есть железные потери (возбуждения).

При синхронной или пограничной скорости $x = 0$; $\omega = \omega_0'$ и

$$W_0' = k' + \omega_0' m,$$

следовательно $m \omega_0'$ — механические потери при указанной скорости ω_0' , а m — момент сил трения, который может быть принят за постоянный и практически определяется из опыта самоторможения.

При холостом ходе двигателя $x = x_0$; $\omega = \omega_0$; следовательно при этом

$$W_0 = k + m \omega_0 + vx_0^2.$$

При нормальной нагрузке двигатель $x = 1$; $\omega = \omega_{\text{ном}}$; и следовательно

$$W_{\text{ном}} = k' + m \omega_{\text{ном}} + v$$

Таким образом, коэффициент v представляет собою, очевидно, омические потери в двигателе при нормальной нагрузке.

При коротком замыкании двигателя $x = x_k$, $\omega = 0$; следовательно

$$W_k = k' + v x_k^2.$$

У двигателей с жесткой характеристикой при изменении нагрузки скорость меняется незначительно; поэтому, ограничиваясь областью их работы от холостого хода до перегрузки в 50% можно принять или

$$1) \quad \omega = \omega_0' - \frac{\omega_0' - \omega_{\text{ном}}}{P_{\text{ном}}} P,$$

при чем выражение для потери w_x принимает вид:

$$W = k' + m \omega_0' - m (\omega_0' - \omega_{\text{ном}}) x + v x^2,$$

т. е.

$$W = k'' - q x + v x^2,$$

где $k'' = k' + m \omega_0' = \text{const}$ и $q = m (\omega_0' - \omega_{\text{ном}}) = \text{const}$; или

2) еще проще, можно считать $\omega = \text{const}$ и тогда

$$m \omega = n = \text{const},$$

т. е. положить

$$W = (k' + n) + v x^2$$

или

$$W = k + v x^2,$$

где $k = k' + n = \text{const}$.

Итак, для двигателей с жесткой характеристикой можно принять вышеуказанную приближенную формулу потерь:

$$W = k + v x^2.$$

Для двигателей с мягкой характеристикой эта формула, как не содержащая элемента скорости, строго говоря не применима.

Таким образом под величиной x следовало бы понимать отношение силы тока при существующей нагрузке к номинальной силе тока. Так как однако само понятие и выражение к.п.д. включает в себе отношение мощностей, а не тока, то во всяком случае величина x должна выражать отношение мощностей на клеммах (ур. 262'), а не полезных, на валу двигателя (хотя и последнее конечно не точно, в особенности при переменном токе, когда неравенство

$\frac{I_x}{I_{\text{ном}}} \neq \frac{P_{\text{эл}x}}{P_{\text{эл} \text{ном}}}$ будет расти с уменьшением нагрузки не только

под влиянием уменьшения к.п.д., но и $\cos \varphi$),

Между тем предлагаемая в указанной книге Р. Гольдшмидта формула к.п.д. при x -вой (частичной) нагрузке:

$$\eta_x = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\eta_{\text{ном}}} - 1 \right) \frac{x + \frac{\alpha}{x}}{1 + \alpha}} \quad (262)$$

выведена в предположении $x = \frac{P_{m_x}}{P_{m_{ном}}}$, т. е. мощностей на валу: действительно, к.п.д. при этом будет:

$$\eta_x = \frac{P_{m_x}}{P_{m_x} + W_x} = \frac{P_{m_x}}{P_{m_x} + (k + vx^2)} = \frac{P_{m_x}}{P_{m_x} + v(\alpha + x^2)}.$$

К.п.д. при полной номинальной нагрузке:

$$\eta_{ном} = \frac{P_{m_{ном}}}{P_{m_{ном}} + W_{ном}} = \frac{P_{m_{ном}}}{P_{m_{ном}} + v(\alpha + 1)}.$$

Определяя отсюда $v = \frac{\eta_{ном}}{1 - \eta_{ном}} \frac{P_{m_{ном}}}{\alpha + 1}$ и подставляя в выражение η_x получим формулу Гольдшмидта:

$$\begin{aligned} \eta_x &= \frac{P_{m_x}}{P_{m_x} + \frac{\alpha + x^2}{\alpha + 1} \frac{1 - \eta_{ном}}{\eta_{ном}} P_{m_{ном}}} = \\ &= \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\eta_{ном}} - 1 \right) \frac{\alpha + x^2}{(\alpha + 1)x}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\eta_{ном}} - 1 \right) b} \end{aligned} \quad (262)$$

Значения величины $b = \frac{x + \frac{\alpha}{x}}{1 + \alpha}$ даются Р. Гольдшмидтом в зависимости от коэффициента потерь α в табл. 15, причем двигатели распределены на классы по величине коэффициента α (табл. 16).

Надо заметить, что указываемые в этой последней таблице значения α преувеличены для быстроходных двигателей с жесткой характеристикой, во всяком случае для асинхронных двигателей переменного тока, судя по гарантируемым электротехническими фирмами к.п.д. Действительно, если, пользуясь данными фирм Сименс-Шуккерт (SSW) и Броун-Бовери (BBC) [см. табл. 19 и 20], подсчитать коэффициент α , преобразуя вышеуказанные формулы в виде:

$$\alpha = \frac{x[\eta_{ном}(1 - \eta_x) - x\eta_x(1 - \eta_{ном})]}{\eta_x(1 - \eta_{ном}) - x\eta_{ном}(1 - \eta_x)}, \quad (260'')$$

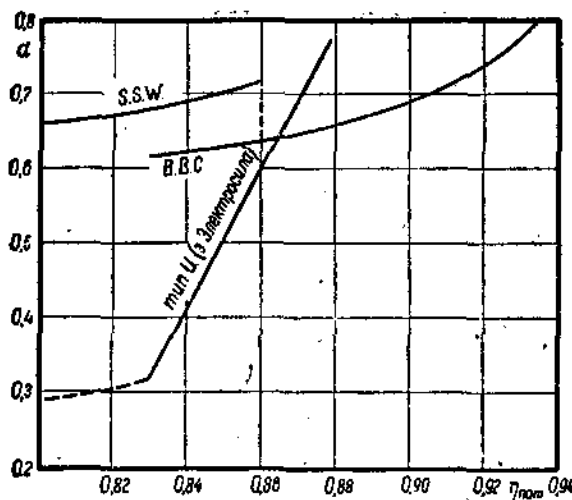
то значения α в зависимости от величины номинального к.п.д. можно выразить кривыми фиг. 232, где кроме того нанесено и несколько значений α для двигателей типа „И“ зав. „Электросила“. Для двигателей типа „Т“ зав. ХЭМЗ (в Харькове) коэффициент α колеблется в тех же пределах от 0,52 (1000 об/мин.) до 0,93—1,1 для более быстроходных (1500 об/мин.). Как видно в пределах $\eta = 0,87—0,92$ данные фирмы SSW и BBC совпадают, причем α растет от 0,647 до 0,776.

Однако, помимо указанных уже неточностей, формулы (260') и

(262) заключают и принципиальную неправильность, а именно: при холостом ходе $P_{m0}=0$, следовательно $x=0$, и по ур-нию (260') потери $W_0=k$; с другой стороны, если бы двигатель был искусственно заторможен, то при коротком замыкании мощность на валу также равна нулю, следовательно $x_k=0$, и потери $W_k=k$. Итак,

$W_0=W_k$, что явно не верно.

Чтобы избежать этой неправильности и в то же время сохранить для выражения x отношение мощностей, а не тока, можно предложить, как выше сказано, видоизменить формулу Р. Гольдшмидта, введя отношение мощностей на клеммах двигателя, а не на валу, что будет и практически несравненно удобнее, так как они читаются непосредственно по измерительным приборам при со-



Фиг. 232.

ответствующих исследованиях электроприводов. В таком случае к.п.д. при x -вой нагрузке получит выражение:

$$\eta_x = \frac{P_{klx} - W_x}{P_{klx}} = \frac{P_{klx} - (k + vx^2)}{P_{klx}} = \frac{P_{klx} - v(\alpha + x^2)}{P_{klx}},$$

к.п.д. при полной нагрузке:

$$\eta_{nom} = \frac{P_{klnom} - v(\alpha + 1)}{P_{klnom}}.$$

Получая отсюда

$$v = -\frac{P_{klnom}(1 - \eta_{nom})}{\alpha + 1}$$

и вводя в выражение η_x находим вместо ур-ния (262) исправленное:

$$\begin{aligned} \eta_x &= \frac{P_{klx} - \frac{P_{klnom}(1 - \eta_{nom})}{\alpha + 1}(\alpha + x^2)}{P_{klx}} = \\ &= \frac{x(\alpha + 1) - (1 - \eta_{nom})(\alpha + x^2)}{x(\alpha + 1)} = \end{aligned}$$

$$= 1 - \frac{\alpha + x^2}{x(\alpha + 1)}(1 - \eta_{nom}) = 1 - b(1 - \eta_{nom}) \quad (262')$$

На основании изложенного можно предложить следующий метод исправления характеристики к.п.д., даваемой каталогом, что может иметь практическое значение, так как если считать характеристики каталогов более или менее точно отвечающими действительным свойствам двигателей, в их нормальном состоянии, то с течением времени свойства эти (и в первую очередь потери на трение) несомненно меняются*).

По двум каким-либо точкам характеристики, даваемой каталогом (табл. 19 и 20), например — для номинальной и половинной нагрузки, вычисляем мощности на клеммах, значения $\frac{P_{klx}}{P_{klном}}$, потери $\mathcal{W}$ в двигателе и составляем систему двух уравнений:

$$W_1 = k + vx_1^2; \text{ и } W_2 = k + vx_2^2.$$

Откуда находим:

$$k = \frac{W_1 x_2^2 - W_2 x_1^2}{x_2^2 - x_1^2}; \quad v = \frac{W_2 - W_1}{x_2^2 - x_1^2}; \quad \alpha = \frac{k}{v} = \frac{W_1 x_2^2 - W_2 x_1^2}{W_2 - W_1}.$$

Определив таким образом по данным каталога соответствующей фирмы значения коэффициента α и к.п.д. $\eta_{ном}$, поставляем в ур-ние (262') вместо x вычисляемые ниже значения: x_0 — отвечающее холостому ходу двигателя и x_k — отвечающее короткому замыканию.

Приравнивая к.п.д. холостого хода и короткого замыкания нулю, получаем систему уравнений:

$$\eta_0 = 1 - (1 - \eta_{ном}) \frac{\alpha + x_0^2}{x_0(\alpha + 1)} = 0;$$

$$\eta_k = 1 - (1 - \eta_{ном}) \frac{\alpha + x_k^2}{x_k(\alpha + 1)} = 0.$$

Откуда:

$$x_k + x_0 = \frac{1 + \alpha}{1 - \eta_{ном}}; \quad x_k \cdot x_0 = \alpha.$$

Как видно x_k и x_0 являются корнями квадратного уравнения:

$$z^2 + \left(\frac{1 + \alpha}{1 - \eta_{ном}} \right) z + \alpha = 0.$$

Из этого уравнения находим:

$$x_k = 0,5 \frac{1 + \alpha}{1 - \eta_{ном}} + \sqrt{0,25 \left(\frac{1 + \alpha}{1 - \eta_{ном}} \right)^2 - \alpha};$$

$$x_0 = 0,5 \frac{1 + \alpha}{1 - \eta_{ном}} - \sqrt{0,25 \left(\frac{1 + \alpha}{1 - \eta_{ном}} \right)^2 - \alpha}.$$

*). Испытывать двигатели во время производства исследования электроприводов не представляется возможным, и единственным доступным измерением в таких случаях является простейшее измерение мощности холостого хода P_{kl} .

Предполагая, что в течение периода своей службы обмотки двигателя не перематывались, полагаем $x_k = \frac{P_{klx}}{P_{klном}} = \text{const.}$

Значение же x_0 берем из опыта холостого хода, обозначив его в этом случае через x_x .

Зная теперь x_k и x_x для двигателя, находим новые значения α' и $\eta'_{ном}$:

$$\alpha' = x_k x_x; \quad x_k + x_x = \frac{1 + \alpha'}{1 - \eta'_{ном}} = \frac{1 + x_k - x_x}{1 - \eta'_{ном}},$$

откуда

$$\eta'_{ном} = 1 - \frac{x_k \cdot x_x + 1}{x_k + x_x}.$$

Подставляя найденные значения α' и $\eta'_{ном}$ в ур-ние (262'), получаем:

$$\eta_x = 1 - \frac{x_k x_x + 1}{x_k + x_x} \cdot \frac{x_k x_x + x^2}{(x_k x_x + 1)x} = 1 - \frac{x_k x_x + x^2}{(x_k + x_x)x}. \quad (262'')$$

Для контроля правильности построения новой кривой к.п.д. определим значение x , при котором имеет место максимум к.п.д.

Дифференцируя ур-ние (262'') по x и приравнявая производную нулю, получаем уравнение, из которого определяем значение x , соответствующее наибольшему значению к.п.д.

При этом находим:

$$x = \sqrt{x_k \cdot x_x} = \sqrt{\alpha'}. \quad (261')$$

Подставляя в ур-ние (262'') получаем наибольший к.п.д.

$$\eta_{max} = 1 - \frac{x_{gm}}{x_m},$$

где $x_{gm} = \sqrt{x_k \cdot x_x}$ — среднее геометрическое между x_k и x_x ,

$x_m = \frac{x_k + x_x}{2}$ — среднее арифметическое между x_k и x_x .

Двигатель зав. „Электросила“ типа PRV — 210 V, 1500 об/мин., 4,5 kW. По опыту холостого хода $P_{0kl} = W_0 = 0,46$ kW.

По данным завода $\eta_{ном} = 0,82$; $\eta_{\frac{1}{2}} = 0,805$; $P_{klном} = \frac{4,5}{0,82} = 5,49$ kW;

$$P_{kl\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{2,25}{0,805} = 2,80 \text{ kW}; \quad x_1 = \frac{2,80}{5,49} = 0,509; \quad x_2 = 1;$$

$$W_1 = 2,80 - 2,25 = 0,55; \quad W_2 = 5,49 - 4,50 = 0,99;$$

$$\alpha = \frac{W_1 x_2^2 - W_2 x_1^2}{W_2 - W_1} = \frac{0,55 \cdot 1^2 - 0,99 \cdot 0,509^2}{0,99 - 0,55} = 0,654;$$

$$x_k = 0,5 \frac{1+\alpha}{1-\eta_{\text{ном}}} + \sqrt{\left(0,5 \frac{1+\alpha}{1-\eta_{\text{ном}}}\right)^2 - \alpha} = 0,5 \frac{1+0,654}{1-0,82} + \sqrt{\left(0,5 \frac{1+0,654}{1-0,82}\right)^2 - 0,654} = 9,12;$$

$$x_0 = \frac{\alpha}{x_k} = \frac{0,42}{9,12} = 0,075;$$

$$x_x = \frac{W_0}{P_{kl \text{ ном}}} = \frac{0,47}{5,49} = 0,086; \alpha' = x_k x_x = 9,12 \times 0,086 = 0,780;$$

исправленное значение η_x :

$$\eta_x = 1 - \frac{x_k x_x + x^2}{(x_k + x_x) x} = 1 - \frac{0,780 + x^2}{9,20 x};$$

неисправленное значение η_x по данным завода:

$$\eta_x = 1 - \frac{x_k x_0 + x^2}{(x_k + x_0) x} = 1 - \frac{0,654 + x^2}{9,13 x}.$$

Для сравнения вычислим зависимости $P_{kl} = f(P_m)$, полученные по данным завода и исправленные по методу Гольдшмидта и предлагаемому (первые, вторые и третьи отметим одним, двумя и тремя штрихами). По данным завода:

$$W'' = \frac{W_2 - W_1}{x_2^2 - x_1^2} = \frac{0,99 - 0,55}{1^2 - 0,509^2} = 0,597; k' = \alpha v = 0,390.$$

По методу Гольдшмидта:

$$v'' = 0,597; k'' = 0,470;$$

$$\alpha'' = \frac{0,470}{0,597} = 0,787; W_{\text{ном}} = k'' + v'' = 1,067;$$

следовательно

$$\eta_{\text{ном}}'' = \frac{4,5}{4,5 + 1,067} = \frac{4,5}{5,567} = 0,808;$$

$$\eta_x'' = 1 - (1 - \eta_{\text{ном}}'') \cdot \frac{\alpha'' + x^2}{(\alpha'' + 1) x} = 1 - \frac{0,787 + x^2}{\frac{0,787 + 1}{1 - 0,808} x} = 1 - \frac{0,787 + x^2}{9,31 x}$$

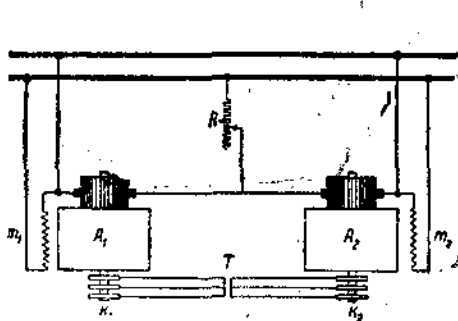
x	η'	η''	η'''	P_{kl}	P_m'	P_m''	P_m'''
0,1	0,299	0,144	0,141	0,549	0,164	0,079	0,077
0,25	0,688	0,636	0,634	1,37	0,943	0,872	0,868
0,50	0,803	0,778	0,776	2,75	2,21	2,14	2,14
0,75	0,824	0,807	0,805	4,12	3,40	3,33	3,31
1,0	0,820	0,808	0,806	5,49	4,5	4,42	4,44
1,25	0,812	0,798	0,796	6,86	5,57	5,48	5,46
1,50	0,782	0,783	0,780	8,23	6,48	6,45	6,42

Так как разница между результатами подсчетов к.п.д. по Гольдшмидту и предлагаемому способу в данном случае оказалась не велика, то последним способом рекомендуется пользоваться лишь при точных расчетах и когда разница между α и α'' весьма велика; во всех остальных случаях надлежит пользоваться методом Гольдшмидта, как наиболее простым.

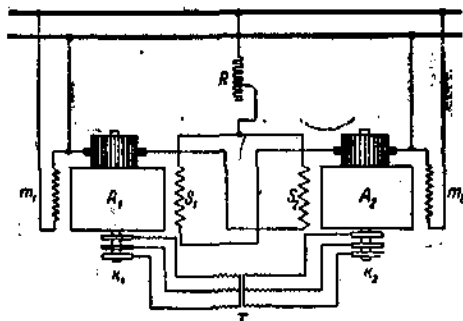
§ 7. Синхронное вращение электродвигателей.

В заключение выбора электродвигателей по механическим свойствам, рассмотрим вопрос о выборе рода двигателей для электрификации установок, требующих строго определенного соотношения между скоростями отдельных пространственно-разобщенных движущихся частей одной целой кинематически связанной системы.

В главе, посвященной изучению механических свойств электродвигателей, уже указывалось, что в некоторых случаях этот вопрос разрешается весьма просто установкой синхронных или синхронизированных асинхронных электродвигателей; однако такое решение



Фиг. 233а.



Фиг. 233б.

вопроса не всегда возможно, например, когда требуется одновременность пуска всех элементов кинематической цепи, пуск при полной номинальной, а иногда и превышающей номинальную, нагрузке, мягкость характеристики двигателей, регулирование скорости всей системы в целом и т. д.

Во всех таких случаях с большим удобством применяются схемы, предложенные проф. Шенфером *), с установкой двигателей постоянного тока.

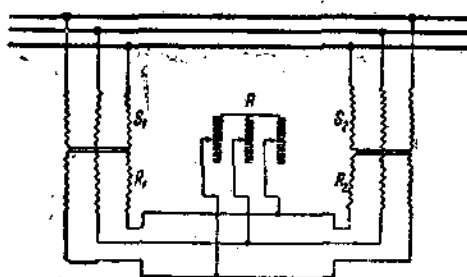
На фиг. 233а представлена схема, дающая возможность получить абсолютно синхронный ход двух шунтовых двигателей постоянного тока. Кроме коллекторов, они имеют по три контактных кольца K_1 и K_2 на рабочем конце вала, соединенных с тремя симметричными точками обмоток роторов, как это делается в роторах одноякорных преобразователей переменного-постоянного тока. Кольца одного двигателя в рассматриваемом случае соединяются с кольцами другого или непосредственно, или через трансформатор T ,

*) Проф. Шенфер, О новом способе соединения электродвигателей постоянного тока для получения абсолютно синхронного вращения. Научно-технический вестник, 1921, № 4—5

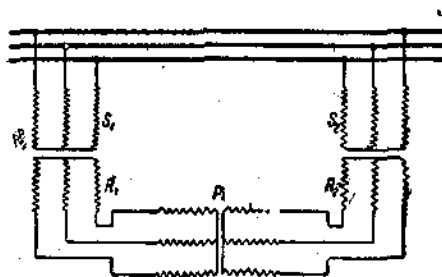
как это представлено на чертеже. В случае необходимости двигатели могут пускаться одновременно посредством общего для них пускового реостата R . Шунтовые обмотки возбуждения m_1 и m_2 включаются обычным порядком.

Если требуется особо мягкая характеристика, то вместо шунтовых двигателей могут быть применены компаундные. В этом случае для выравнивания нагрузки, серийные обмотки возбуждения S_1 и S_2 двигателей перекрещиваются, так что обмотка возбуждения одного двигателя питается от коллектора другого, как это указано на фиг. 233b.

В последнее время неоднократно ставились опыты применения асинхронных двигателей для синхронного вращения. Контактные кольца обмоток ротора при этом подключаются или параллельно на общий реостат (фиг. 234) или последовательно; при последовательном соединении применяется иногда промежуточный потенциальный регулятор Pt (фиг. 235), как, например, в схеме Сименса-Шуккерта.



Фиг. 234.



Фиг. 235.

Однако все попытки подобного рода к положительным результатам пока не привели *): уже при небольших перегрузках одного двигателя по сравнению с другим, совместная синхронная работа их становится неустойчивой, в виду того, что ток низкой частоты в обмотке ротора не в состоянии создать достаточно большого синхронизирующего момента.

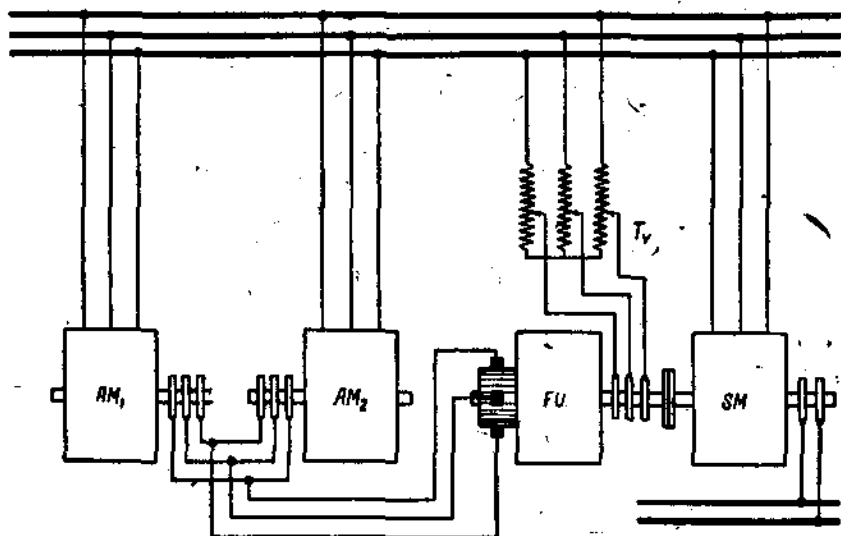
Абсолютно синхронный ход двух или нескольких бесколлекторных (асинхронных) двигателей возможен при колеблющейся нагрузке исключительно при условии питания этих двигателей одновременно со стороны статора и ротора токами постоянных во времени частот.

На фиг. 236a представлена принципиально одна из возможных схем питания асинхронных двигателей с двух сторон токами постоянных, численно неравных частот: AM_1 и AM_2 — асинхронные двигатели; FU — преобразователь частоты (или коллекторный альтернатор Козичека); SM — синхронная машина; T_n — трансформатор напряжения.

В двигателях двойного питания изменение величины вращающего момента происходит исключительно за счет смещения в пространстве, а

*) Проф. Кулебакин и инж. Ларионов, Синхронное вращение асинхронных двигателей. Труды Государственного экспериментального электротехнического института, 1926, вып. 12.

следовательно и во времени, м.-д. сил обмоток статора и ротора и связанного с этим изменения сил токов, но не за счет изменения скорости вращения ротора, как то имеет место в двигателях одностороннего питания. В случае изменения скорости вращения ротора здесь в обмотках статора и ротора возникают э.-д. силы, а вместе с тем и токи, отличные по частоте от питающих токов, т. е. машина „выходит из синхронизма“. Таким образом двигатель двойного питания имеет „неподвижную“ характеристику.



Фиг. 236.

Рассмотрим режим работы двигателя двойного питания. Обозначив через $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}_2$ и $\mathcal{M}_a$ м.-д. сил обмоток статора, ротора и взаимоиндукции, получим:

$$\mathcal{M}_a = \mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2$$

или

$$0,4 \pi m_1 k_w \omega_1 i_a = 0,4 \pi m_1 k_w \omega_1 i_1 + 0,4 \pi m_2 k_w \omega_2 i_2;$$

откуда:

$$i_a = i_1 + u_{21} i_2,$$

где

$$u_{21} = \frac{m_2 k_w \omega_2}{m_1 k_w \omega_1}.$$

Э.-д. сила, индуктируемая в обмотке статора:

$$\dot{E}_1 = -Z_a \dot{i}_a = -Z_a (\dot{i}_1 + u_{21} \dot{i}_2).$$

Применяя второй закон Кирхгофа к цепи статора, находим:

$$\dot{V}_1 + \dot{E}_1 = \dot{i}_1 Z_1$$

или

$$\dot{V}_1 = \dot{i}_1 (Z_1 + Z_a) + u_{21} Z_a \dot{i}_2.$$

Считая $m_2 = m_1$, получим следующее выражение для э.-д. силы, индуцируемой в обмотке ротора:

$$\dot{E}_2 = \dot{E}_1 u_{21} \sigma = -Z_a (I_1 + u_{21} I_2) u_{21} \sigma,$$

где

$$\sigma = \frac{f_2}{f_1} = \frac{f_1 - f_r}{f_1} = 1 - \frac{f_r}{f_1};$$

причем f_1 — частота тока статора; f_2 — частота тока ротора; f_r — частота вращения ротора; σ — скольжение ротора в магнитном поле взаимной индукции.

Применяя второй закон Кирхгофа в цепи ротора, находим:

$$\dot{V}_2 + \dot{E}_2 = I_2 Z_2$$

или

$$\dot{V}_2 = I_1 Z_a u_{21} \sigma + I_2 (Z_2 + Z_a u_{21}^2 \sigma).$$

Исключив из двух основных уравнений Кирхгофа ток I_2 , получим:

$$\frac{\dot{V}_1 - I_1 (Z_1 + Z_a)}{u_{21} Z_a} = \frac{\dot{V}_2 - I_1 Z_a u_{21} \sigma}{Z_2 + Z_a u_{21}^2 \sigma},$$

откуда

$$I_1 = \frac{\dot{V}_1 (Z_2 + Z_a u_{21}^2 \sigma) - \dot{V}_2 Z_a u_{21}}{Z_1 Z_a u_{21}^2 \sigma + Z_a Z_2 + Z_2 Z_1},$$

или

$$I_1 = \frac{\dot{V}_1 (Z'_2 + Z_a \sigma) - \dot{V}_2 Z_a}{Z_1 Z_a \sigma + Z_a Z'_2 + Z'_2 Z_1},$$

где

$$Z'_2 = \frac{Z_2}{u_{21}^2}; \quad \dot{V}_2 = \frac{\dot{V}_2}{u_{21}}.$$

Пренебрегая пока намагничивающим током, положим $Z_a = \infty$; тогда получим:

$$I_1 = -u_{21} I_2 = I'_2 = \frac{\dot{V}_1 \sigma - \dot{V}_2}{Z_1 \sigma + Z'_2}.$$

Пренебрегая, далее, сопротивлением цепи статора, положим $Z_1 = 0$; тогда:

$$I'_2 = \frac{\dot{V}_1 \sigma - \dot{V}_2}{Z'_2}.$$

Выразив вторичное напряжение $\dot{V}_2$ через первичное $\dot{V}_1$ по уравнению:

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 \rho' e^{+j\theta},$$

будем иметь:

$$I'_2 = \dot{V}_1 \frac{\sigma - \rho' e^{+j\theta}}{Z'_2}.$$

Примем систему координатных осей, в которой вещественная ось орди-

нат η , будучи направлена вертикально снизу вверх, совпадала бы по направлению с вектором $\dot{V}_1$, а мнимая ось абсцисс ξ была направлена горизонтально слева направо. Обозначим через η'_2 и ξ'_2 координаты конца вектора $\dot{I}'_2$. Тогда в последнем соотношении можно положить:

$$\dot{I}'_2 = \eta'_2 + j\xi'_2; \dot{V}_1 = V_1; \text{ и } Z'_2 = R'_2 - jX'_2\sigma; e^{+j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$$

или

$$\eta'_2 + j\xi'_2 = V_1 \frac{(\sigma - \rho' \cos\theta) - j\rho' \sin\theta}{R'_2 - jX'_2\sigma} \therefore$$

Откуда:

$$(R'_2 \eta'_2 + X'_2 \sigma \xi'_2) - j(X'_2 \sigma \eta'_2 - R'_2 \xi'_2) = V_1 (\sigma - \rho' \cos\theta) - j V_1 \rho' \sin\theta.$$

Сравнивая вещественные и мнимые слагаемые обеих частей уравнения, получим систему двух уравнений:

$$R'_2 \eta'_2 + X'_2 \sigma \xi'_2 = V_1 (\sigma - \rho' \cos\theta);$$

$$X'_2 \sigma \eta'_2 - R'_2 \xi'_2 = V_1 \rho' \sin\theta.$$

Как было сказано выше, изменение нагрузки асинхронного двигателя двойного питания сопровождается и определяется изменением численных значений и угла взаимного сдвига в пространстве м.-д. сил обмоток статора и ротора, без изменения скольжений σ , т. е. изменением численных значений и фазы токов обмоток статора и ротора. А так как изменение фазы и численного значения тока $\dot{I}_2$, а следовательно и $\dot{I}_1$, возможно лишь при условии изменения численного значения или фазы вторичного напряжения $\dot{V}_2$, то чтобы найти уравнение линии, по которой скользит конец вектора тока $\dot{I}'_2$ с изменением нагрузки, в форме $f(\eta'_2, \xi'_2) = 0$, необходимо из последней системы двух уравнений исключить параметр, характеризующий изменение численного значения или фазы вектора $\dot{V}_2$.

1) Положим, сначала, что $\theta = \text{const}$ и изменение нагрузки двигателя сопровождается исключительно изменением численного значения вектора $\dot{V}_2$, т. е. параметра ρ' .

Исключив параметр ρ' из указанной системы двух уравнений, получим:

$$\eta'_2 = k \xi'_2 + b;$$

где

$$k = \text{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \psi_2 - \theta \right); b = \frac{V_1 \sigma}{R'_2} \cdot \frac{\text{tg} \theta}{\text{tg} \theta + \text{tg} \psi_2}; \psi_2 = \text{arc tg} \frac{X'_2 \sigma}{R'_2};$$

Итак, искомая линия — прямая, с угловым коэффициентом k и с начальной ординатой b . При $\sigma = 0$ получаем ψ_2 и b равные 0, т. е. прямая проходит через начало координат и составляет с осью ординат угол θ .

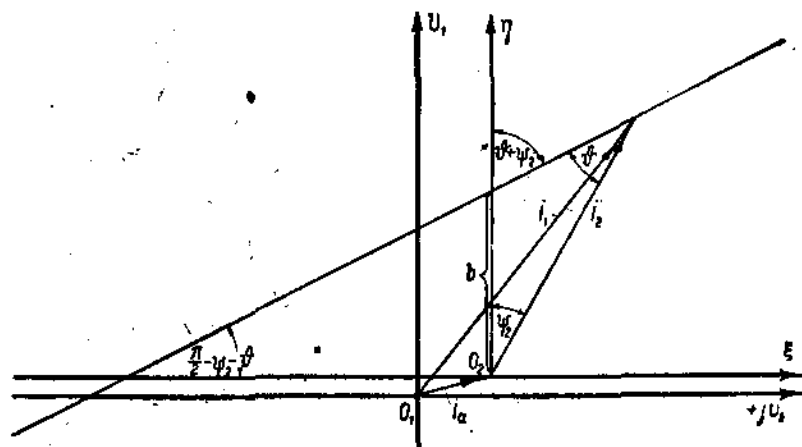
Если $\theta = \frac{\pi}{2} - \psi_2$, т. е. $\dot{I}_{\sigma_1}$ опережает $\dot{E}'_2$ на 90° (эл.), то $k = 0$, прямая параллельна оси абсцисс, и следовательно машина работает с постоянной ваттной мощностью.

Если $\theta = -\psi_2$, т. е. $\dot{I}_{\sigma_1}$ прямо противоположно $\dot{E}'_2$, то $k = \infty$; т. е. пря-

мая параллельна оси ординат, и следовательно машина работает с постоянной безваттной мощностью.

На фиг. (236b) представлена диаграмма работы двигателя при переменной величине ρ' и постоянной ϑ .

2) Рассмотрим теперь случай работы трехфазного двигателя двойного питания, когда изменение его нагрузки сопровождается изменением фазы $\dot{V}_2$, т. е. параметра ϑ , без изменения численного значения V_2 , т. е. при $\rho' = \text{const}$.



Фиг. 236b.

Исключив параметр ϑ из вышеприведенной системы двух уравнений получим:

$$(\eta'_2 - \eta_m)^2 + (\xi'_2 - \xi_m)^2 = r^2;$$

где

$$\eta_m = \sigma V_1 \frac{R'_2}{R'^2_2 + \sigma X'^2_2};$$

$$\xi_m = \sigma V_1 \frac{\sigma X'_2}{R'^2_2 + \sigma^2 X'^2_2};$$

$$r = \frac{V_1 \rho'}{\sqrt{R'^2_2 + \sigma^2 X'^2_2}}.$$

Итак в рассматриваемом случае искомая линия — окружность радиуса r с центром в точке, определяемой координатами η_m и ξ_m .

Из выражений для η_m и ξ_m следует:

$$\frac{\eta_m}{\xi_m} = \frac{R'_2}{\sigma X'_2} = \text{ctg } \psi_2 = \text{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \psi_2 \right),$$

т. е. вектор центра составляет с осью абсцисс угол, равный $\frac{\pi}{2} - \psi_2$.

При $\sigma = \infty$, имеем $\eta_m = 0$; $\xi_m = 0$; $r = 0$.

При $\sigma = 0$, имеем $\eta_m = 0$; $\xi_m = 0$; $r = r_{\max} = \frac{V_1 \rho'}{R_2'}$.

Чтобы найти уравнение линии, по которой скользит конец вектора центра с изменением σ , исключим параметр σ из системы уравнений, определяющих значения η_m и ξ_m . При этом получаем:

$$\eta_m^2 + (\xi_m - \xi_c)^2 = R_c^2,$$

$$\text{где } \xi_c = \frac{V_1}{2X_2'}; r_c = \frac{V_1}{2X_2'} = \xi_c.$$

Искомая линия — окружность радиуса r_c , проходящая через начало координат и имеющая центр на оси абсцисс.

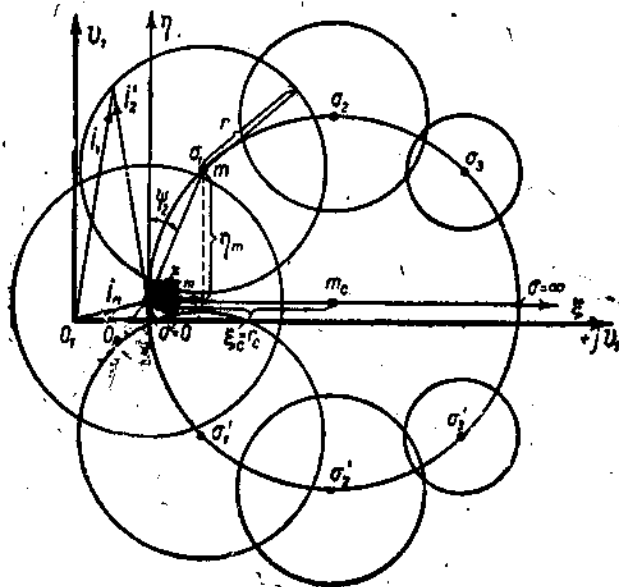
На фиг. 236с представлена диаграмма тока двигателя при переменной величине θ и $\rho' = \text{const}$.

Как на диаграмме фиг. 236б, так и на диаграмме фиг. 236с ток i_1 определяется в качестве геометрической суммы векторов i_2 и $i_a = \text{const} \neq 0$:

$$i_1 = i_a + i_2'$$

В качестве выражений механической мощности, вращающего момента, потерь и т. д. для двигателя двойного питания могут быть приняты соответствующие уравнения, выведенные в главе о каскадных соединениях. Однако, делая выводы из этих уравнений, надлежит иметь в виду что $\sigma = \text{const}$, и с изменением нагрузки изменяются только параметры θ и ρ .

Из диаграмм фиг. 236б и 236с, а также из уравнений, приведенных в отделе каскадных соединений, следует, что двигатель получает тем больший диапазон изменения тока, а следовательно и вращающего момента, чем меньше σ , т. е. чем ближе скорость ротора к скорости поля статора. Таким образом работа асинхронного двигателя двойного питания тем более устойчива, чем меньше частота тока, питающего ротор. При $\sigma = 0$ имеем наиболее устойчивую работу, а при $\sigma = \infty$, — абсолютно неустойчивую.



Фиг. 236с.

Таким образом работа асинхронного двигателя двойного питания тем более устойчива, чем меньше частота тока, питающего ротор. При $\sigma = 0$ имеем наиболее устойчивую работу, а при $\sigma = \infty$, — абсолютно неустойчивую.

§ 8. Некоторые особенности работы синхронных двигателей, которые необходимо учесть при выборе их для привода*).

Говоря о синхронной работе двигателей, естественным казалось бы остановить свой выбор на синхронных двигателях переменного тока, однако конструктивные особенности (наличие возбудителя) ограничивают мощность их 50 kW минимально, и как уже было сказано в § 4 главы II, двигатели эти получили распространение в САСШ главным образом, как крупные двигатели тяжелых машин, даже для ударной нагрузки (прокатки) и для привода компрессоров. В последнем случае применяются маховики. Так как явления, происходящие в двигателях при такой работе, не освещены в литературе, сделаем попытку разобрать влияние параметров двигателя и степени возбуждения на устойчивость работы, коэффициент мощности и к.п.д. Коснемся также тормозных свойств этих двигателей.

а) Синхронный режим.

Начнем с рассмотрения условий работы двигателя в синхронном режиме:

Под установившимся режимом работы синхронного двигателя условимся пока понимать такой, при котором ротор вращается синхронно и отсутствует пересечение проводов демпферной клетки ротора магнитным полем статора. Такой режим работы может существовать лишь при условии абсолютно неизменной нагрузки на валу двигателя, так как при всяком ее изменении изменится угол между вращающимися магнитодвижущими силами статора и ротора, и в период изменения этого угла имеет место пересечение проводами демпферной клетки ротора силовых линий магнитного потока статора. Этот последний период работы двигателя будет рассмотрен особо.

На фиг. 237а представлена векторная диаграмма синхронного двигателя, когда провода демпферной клетки ротора не пересекаются магнитным потоком статора. На фигуре:

V — напряжение на клеммах статора;

I_s — ток в обмотке статора;

Φ_s — главный магнитный поток обмотки статора;

$\Phi'_s = \Phi_s (1 + \gamma_s)$ — полный магнитный поток обмотки статора;

γ_s — коэффициент рассеяния Гопкинсона для обмотки статора;

Φ_m — главный магнитный поток обмотки ротора;

$\Phi'_m = \Phi_m (1 + \gamma_m)$ — полный магнитный поток обмотки ротора;

γ_m — коэффициент рассеяния Гопкинсона для обмотки ротора;

Φ_a — главный магнитный поток взаимной индукции обмоток статора и ротора;

Φ'_a — полный магнитный поток, пронизывающий обмотку статора;

Φ''_a — полный магнитный поток, пронизывающий обмотку ротора;

$E_m, E_s, E'_s, E_a, E'_a$ — электродвижущие силы, индуцируемые в обмотке статора соответственно магнитными потоками $\Phi_m, \Phi_s, \Phi'_s, \Phi_a, \Phi'_a$.

* § 8 представляет часть работы, выполненной автором по предложению Гинскуп'а „Рациональный привод компрессоров“, см. „Известия Гинскуп'а“.

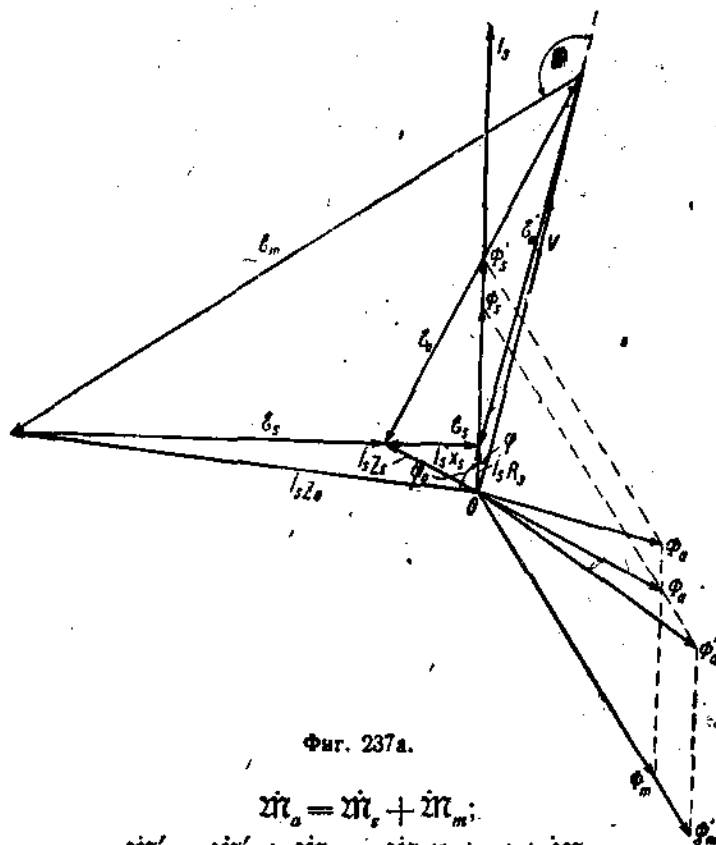
Если индукция распределена в междуфазном пространстве машины синусоидально, то можно положить для векторов потоков:

$$\dot{\Phi}_a = \dot{\Phi}_s + \dot{\Phi}_m$$

$$\dot{\Phi}'_a = \dot{\Phi}'_s + \dot{\Phi}_m = \dot{\Phi}_s (1 + \gamma_s) + \dot{\Phi}_m$$

$$\dot{\Phi}''_a = \dot{\Phi}_s + \dot{\Phi}'_m = \dot{\Phi}_s + \dot{\Phi}_m (1 + \gamma_m)$$

Если магнитные сопротивления магнитной цепи машины одинаковы по всем направлениям, то вышеприведенные соотношения между магнитными потоками будут иметь место и для соответствующих магнитодвижущих сил:



Фиг. 237а.

$$\dot{\mathcal{M}}_a = \dot{\mathcal{M}}_s + \dot{\mathcal{M}}_m;$$

$$\dot{\mathcal{M}}'_a = \dot{\mathcal{M}}'_s + \dot{\mathcal{M}}_m = \dot{\mathcal{M}}_s (1 + \gamma_s) + \dot{\mathcal{M}}_m;$$

$$\dot{\mathcal{M}}''_a = \dot{\mathcal{M}}_s + \dot{\mathcal{M}}'_m = \dot{\mathcal{M}}_s + \dot{\mathcal{M}}_m (1 + \gamma_m),$$

или иначе:

$$m_s \cdot 0,4 \pi k_{os} k_{ws} \omega_s \dot{I}_a = m_s \cdot 0,4 \pi k_{os} k_{ws} \omega_s \dot{I}_s + m_s \cdot 0,4 \pi k_{os} k_{ws} \omega_s \dot{I}_m$$

$$m_s \cdot 0,4 \pi k_{os} k_{ws} \omega'_s \dot{I}'_a = m_s \cdot 0,4 \pi k_{os} k_{ws} \omega_s \dot{I}_s (1 + \gamma_s) + m_s \cdot 0,4 \pi k_{os} k_{ws} \omega_s \dot{I}_m$$

$$m_s \cdot 0,4 \pi k_{os} k_{ws} \omega_s \dot{I}''_a = m_s \cdot 0,4 \pi k_{os} k_{ws} \omega_s \dot{I}_s + m_s \cdot 0,4 \pi k_{os} k_{ws} \omega_s \dot{I}_m (1 + \gamma_m),$$

где m_s — число фаз обмотки статора; k_{os} — коэффициент формы распределения индукции в зазоре; k_{ws} — коэффициент использования обмотки статора, ω_s — число последовательно соединенных витков в одной фазе обмотки

статора; I_a, I'_a, I''_a, I_m — векторы некоторых фиктивных фазовых токов, которые, проходя по обмотке статора, создают магнитные потоки, соответственно равные $\Phi_a, \Phi'_a, \Phi''_a, \Phi_m$; I_s — вектор фазового тока обмотки статора, создающего магнитный поток Φ_s .

Из трех последних соотношений получаем, по сокращении, следующие зависимости между векторами токов:

$$\begin{aligned} I_a &= I_s + I_m \\ I'_a &= I_s(1 + \gamma_s) + I_m \\ I''_a &= I_s + I_m(1 + \gamma_m). \end{aligned}$$

Как известно, магнитный поток, создаваемый каким-либо током, отстает от последнего по фазе во времени на некоторый угол, величина которого определяется величиной потерь на гистерезис и токи Фуко. Этот угол принято называть углом гистерезисного запаздывания магнитного потока.

Э.-д. сила, индуцируемая в некотором замкнутом контуре каким-либо магнитным потоком и отстающая от последнего по фазе на 90° , отстает от намагничивающего тока, создающего рассматриваемый магнитный поток, на угол, превышающий 90° на величину угла гистерезисного запаздывания.

В соответствии с этим э.-д. силу, индуцируемую каким-либо магнитным потоком, можно рассматривать как величину численно равную, но по фазе прямо противоположную падению напряжения в некоторых фиктивных активном и реактивном (ваттном и безваттном) электрических сопротивлениях от прохождения намагничивающего тока, создающего рассматриваемый магнитный поток.

Ваттное сопротивление для намагничивающего тока основного магнитного потока, пронизывающего обмотку статора, обозначим через R_a , а безваттное сопротивление — через X_a ; тогда полное кажущееся сопротивление для намагничивающего тока выразится в символической форме следующим образом:

$$Z_a = R_a - jX_a.$$

При слабом насыщении магнитной цепи машины можно считать R_a, X_a , а следовательно и Z_a , постоянными; по мере возрастания насыщения, R_a увеличивается, а X_a уменьшается. В дальнейшем будем условно считать R_a, X_a и Z_a постоянными, т.е. машину слабо насыщенной. В соответствии с этим получим следующие выражения для э.-д. сил, индуцируемых в обмотке статора:

$$\begin{aligned} \dot{E}_a &= \dot{E}_m + \dot{E}_s = -Z_a \cdot \dot{I}_a = -Z_a \cdot (\dot{I}_m + \dot{I}_s) = -Z_a \cdot \dot{I}_m - Z_a \cdot \dot{I}_s, \\ \dot{E}'_a &= \dot{E}_m + \dot{E}'_s = -Z_a \cdot \dot{I}'_a = -Z_a \cdot [\dot{I}_m + \dot{I}_s(1 + \gamma_s)] = \\ &= -Z_a \cdot \dot{I}_m - Z_a \cdot \dot{I}_s(1 + \gamma_s) \end{aligned}$$

причем отдельно:

$$\begin{aligned} \dot{E}_m &= -Z_a \cdot \dot{I}_m \\ \dot{E}_s &= -Z_a \cdot \dot{I}_s \end{aligned}$$

$$\dot{E}'_s = -Z_a \cdot \dot{I}_s \cdot (1 + \gamma_s) = -Z_a \cdot \dot{I}_s - Z_a \cdot \dot{I}_s \cdot \gamma_s = \dot{E}_s + \dot{E}_{ss},$$

где $\dot{E}_{ss} = -Z_a \cdot \dot{I}_s \cdot \gamma_s$ — э.-д. сила, индуцируемая в обмотке статора ее потоком рассеяния $\dot{\Phi}_{ss} = \dot{\Phi}_s \cdot \gamma_s$.

Обозначим через R'_s — ваттное сопротивление обмотки статора. Применяя к цепи обмотки статора второй закон Кирхгофа, получим:

$$\dot{V} + \dot{E}'_a = \dot{I}_s \cdot R'_s$$

или

$$\dot{V} + \dot{E}_m + \dot{E}'_s = \dot{I}_s \cdot R'_s$$

Откуда

$$\begin{aligned} \dot{V} + \dot{E}_m &= \dot{I}_s R'_s - \dot{E}'_s = \dot{I}_s R'_s + \dot{Z}_a \cdot \dot{I}_s (1 + \gamma_s) = \\ &= \dot{I}_s \cdot \{ (R'_s + R_a \gamma_s) - j \cdot X_a \cdot \gamma_s \} + (R_a - j \cdot X_a) \}. \end{aligned}$$

Здесь $R'_s + R_a \gamma_s = R_s$ — полное ваттное сопротивление обмотки статора с учетом потерь в железе от ее потоков рассеяния; $\gamma_s \cdot X_a = X_s$ — безваттное сопротивление обмотки статора, обусловленное ее потоками рассеяния.

При таких обозначениях последнее уравнение может быть представлено в следующем виде:

$$\dot{V} + \dot{E}_m = \dot{I}_s \cdot [(R_s - j X_s) + (R_a - j X_a)] = \dot{I}_s \cdot (Z_s + Z_a),$$

где $Z_s = R_s - j X_s$ — полное кажущееся сопротивление обмотки статора.

Выключив возбуждение машины, будем иметь:

$$\dot{\Phi}_m = 0; \dot{I}_m = 0 \text{ и } \dot{E}_m = -Z_a \cdot \dot{I}_m = 0;$$

при этом из последнего уравнения получим:

$$\dot{I}_s = \frac{\dot{V}}{Z_s + Z_a} = \frac{\dot{V}}{Z_0} = \dot{I}_0,$$

где

$$Z_0 = Z_s + Z_a = R_0 - j X_0,$$

причем $R_0 = R_s + R_a$; $X_0 = X_s + X_a$.

При наличии возбуждения э.-д. сила $\dot{E}_m$ не равна нулю.

Обозначим отношение модулей векторов $\dot{E}_m$ и $\dot{V}$ через λ , а угол опережения по фазе во времени вектором $\dot{E}_m$ вектора $\dot{V}$ назовем через θ ; тогда будем иметь соотношение:

$$\dot{E}_m = \lambda \cdot \dot{V} \cdot e^{-j\theta}.$$

При этом последнее уравнение примет вид:

$$\dot{V} (1 + \lambda \cdot e^{-j\theta}) = \dot{I}_s \cdot Z_0,$$

откуда положив $e^{-j\theta} = \cos \theta - j \sin \theta$, получим:

$$\begin{aligned} \dot{I}_s &= \dot{V} \frac{(1 + \lambda \cos \theta) - j \lambda \sin \theta}{R_0 - j X_0} = \\ &= \dot{V} \frac{[R_0 (1 + \lambda \sin \theta) + X_0 \lambda \sin \theta] + j [X_0 \cdot (1 + \lambda \cos \theta) - R_0 \cdot \lambda \cdot \sin \theta]}{R_0^2 + X_0^2}. \end{aligned}$$

Отсюда модуль вектора тока:

$$\text{mod. } \dot{I}_s = I_s = \frac{V}{\sqrt{R_0^2 + X_0^2}} \sqrt{\lambda^2 + 2\lambda \cos \theta + 1} = I_0 \cdot \sqrt{\lambda^2 + 2\lambda \cos \theta + 1},$$

а его аргумент:

$$\begin{aligned} \arg \dot{I}_s = \varphi &= \arctg \frac{X_0 \cdot (1 + \lambda \cos \theta) - R_0 \cdot \lambda \cdot \sin \theta}{R_0 \cdot (1 + \lambda \cos \theta) + X_0 \cdot \lambda \cdot \sin \theta} = \\ &= \arctg \frac{\sin \varphi_0 - \lambda \sin (\theta - \varphi_0)}{\cos \varphi_0 + \lambda \cos (\theta - \varphi_0)}, \end{aligned}$$

где

$$I_0 = \frac{V}{\sqrt{R_0^2 + X_0^2}} = \text{mod } \dot{I}_0; \varphi_0 = \arctg \frac{X_0}{R_0} = \arg \dot{I}_0.$$

Если по вычислении оказывается $\varphi > 0$, то $\dot{I}_s$ отстает по фазе от $\dot{V}$; если $\varphi = 0$, то $\dot{I}_s$ совпадает по фазе с $\dot{V}$; если же наконец $\varphi < 0$, то $\dot{I}_s$ опережает $\dot{V}$.

Из уравнения, определяющего величину φ , находим выражение для коэффициента мощности двигателя:

$$\cos \varphi = \frac{\cos \varphi_0 + \lambda \cos (\theta - \varphi_0)}{\sqrt{\lambda^2 + 2\lambda \cos \theta + 1}}.$$

Следовательно, условие полной компенсации ($\cos \varphi = 1$) для синхронного двигателя имеет вид:

$$\sin \varphi_0 - \lambda \sin (\theta - \varphi_0) = 0.$$

Отсюда находим степень возбуждения, необходимую для полной компенсации:

$$\lambda = \frac{\sin \varphi_0}{\sin (\theta - \varphi_0)}.$$

Пренебрегая ваттным сопротивлением обмотки статора и потерями в железе, т. е. полагая $R_0 = 0$, а следовательно $\varphi_0 = 90^\circ$, определяем величину степени возбуждения, соответствующей условию полной компенсации при сделанном допущении:

$$\lambda = -\frac{1}{\cos \theta}.$$

Так как $\theta > 90^\circ$ (эл.), то $\lambda > 0$.

Кроме того, вообще говоря, $\cos \theta < 1$, следовательно $\lambda > 1$.

Таким образом полная компенсация возможна лишь при условии $E_m > V$, т. е. когда двигатель перевозбужден.

Ваттная мощность, потребляемая двигателем из сети, равна вещественной части произведения вектора $\dot{I}_s$ на вектор $\dot{V}$, сопряженный $\dot{V}$:

$$P_w = \text{вещ. часть } (\dot{I}_s \cdot \dot{V}) = \frac{V^2}{Z_0} [\cos \varphi_0 + \lambda \cos (\theta - \varphi_0)].$$

Безваттная мощность, потребляемая двигателем из сети, равна мнимой части того же самого произведения:

$$P_{bl} = \text{мнимая часть } (\dot{I}_s \cdot \dot{V}) = \frac{V^2}{Z_0} [\sin \varphi_0 - \lambda \sin (\theta - \varphi_0)].$$

Полная кажущаяся мощность, потребляемая двигателем из сети:

$$P = \sqrt{P_w^2 + P_{bl}^2} = \frac{V^2}{Z_0} \sqrt{\lambda^2 + 2\lambda \cos \theta + 1}.$$

При условии полной компенсации:

$$P_{bl} = 0; P = P_w = \frac{V^2 \sin \theta}{Z_0 \sin(\theta - \varphi_0)} = \frac{V^2 \cdot \lambda \sin \theta}{Z_0 \cdot \sin \varphi_0} = I_0 \cdot E_m \frac{\sin \theta}{\sin \varphi_0}.$$

Механическая мощность P'_m , передаваемая ротору двигателя, равна вещественной части произведения вектора $\dot{I}_s$ на вектор сопряженный $(-\dot{E}_m)$, т. е. на вектор:

$$\underline{E}_m = -\lambda \cdot V \cdot e^{+j\theta}.$$

Следовательно:

$$P'_m = \text{вещ. часть } [\dot{I}_s \cdot (\underline{E}_m)] = -\frac{V^2 \cdot \lambda}{Z_0} \cdot [\cos(\theta + \varphi_0) + \lambda \cos \varphi_0].$$

При условии полной компенсации будем иметь следующее выражение передаваемой ротору механической мощности:

$$P'_m = -\frac{V^2 \cdot \lambda \sin \theta \cdot \cos \theta}{Z_0 \sin(\theta - \varphi)}.$$

Положив, кроме того $\varphi_0 = 90^\circ$ эл., и следовательно $Z_0 = X_0$, найдем:

$$P'_m = \frac{V^2 \cdot \lambda}{X_0} \sin \theta.$$

Электрический к. п. д. двигателя в общем случае равен:

$$\eta_{el} = \frac{P'_m}{P_w} = -\lambda \frac{\cos(\theta + \varphi_0) + \lambda \cos \varphi_0}{\cos \varphi_0 + \lambda \cos(\theta - \varphi_0)}.$$

При условии полной компенсации:

$$\eta_{el} = -\frac{\sin \varphi_0 \cdot \cos \theta}{\sin(\theta - \varphi_0)} = -\lambda \cos \theta.$$

Положив $R_0 = 0$, т. е. $\varphi_0 = 90^\circ$ эл., как и следовало ожидать, получаем:

$$\eta_{el} = 1.$$

Вращающий момент синхронного двигателя:

$$M_m = \frac{P'_m}{\omega_0} = \frac{P'_m p}{2\pi f},$$

где p — число пар полюсов двигателя; f — частота сети; ω_0 — угловая скорость вращения двигателя.

Таким образом находим:

$$M_m = -\frac{p \cdot V^2 \cdot \lambda}{2\pi f \cdot Z_0} \cdot [\cos(\theta + \varphi_0) + \lambda \cdot \cos \varphi_0].$$

При условии полной компенсации, т. е. при $\lambda = \frac{\sin \varphi_0}{\sin (\theta - \varphi_0)}$:

$$M_m = -\frac{p \cdot V^2 \cdot \lambda}{2\pi f \cdot Z_0} \frac{\sin \theta \cdot \cos \theta}{\sin (\theta - \varphi_0)} = -\frac{p \cdot V^2 \cdot \lambda^2}{2\pi f \cdot X_0} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta.$$

Положив, кроме того, $R_0 = 0$, т. е. $Z_0 = X_0$ и $\varphi_0 = 90^\circ$ эл., найдем:

$$M_m = \frac{p \cdot V^2 \cdot \lambda}{2\pi f \cdot X_0} \sin \theta.$$

Дифференцируя общее выражение вращающего момента по θ и приравняв производную нулю, получим уравнение для определения значения θ , отвечающего максимуму или минимуму вращающего момента при заданных постоянных значениях параметров сети (V, f), параметров машины (p, Z_0, φ_0) и степени возбуждения λ :

$$\frac{dM_m}{d\theta} = \frac{p \cdot V^2 \cdot \lambda}{2\pi f \cdot Z_0} \sin (\theta + \varphi_0) = 0,$$

отсюда:

$$\theta_{\max} = 180^\circ - \varphi_0,$$

и следовательно:

$$M_{\max} = \frac{p \cdot V^2 \cdot \lambda}{2\pi f \cdot Z_0} \cdot [1 - \lambda \cdot \cos \varphi_0].$$

Итак, наибольшее значение вращающего момента имеет место, когда магнитный поток ротора отстает по фазе во времени от равнодействующего магнитного потока, пронизывающего обмотку статора, на угол, меньший 90° эл. на величину угла между напряжением сети V и его составляющей, уравновешивающей равнодействующую э.д. силу (E'_0) статора.

Пренебрегая для простоты потерями в железе и меди статора, положим $R_0 = 0$, т. е. $Z_0 = X_0$ и $\varphi = 90^\circ$ эл. Тогда получим:

$$M_m = \frac{p \cdot V^2 \cdot \lambda}{2\pi f \cdot X_0} \sin \theta,$$

$$\theta_{\max} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ;$$

$$M_{\max} = \frac{p \cdot V^2 \cdot \lambda}{2\pi f \cdot X_0}.$$

Для этого случая максимум вращающего момента имеет место, когда магнитный поток ротора отстает по фазе во времени от равнодействующего магнитного потока на 90° эл.

Подставляя в выражение коэффициента мощности $\varphi_0 = 90^\circ$ и $\theta_{\max} = 90^\circ$, получим для случая $M_{\max}$:

$$\cos \varphi = \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + 1}} < 1,$$

т. е. двигатель, работающий с наибольшим вращающим моментом, полностью скомпенсирован быть не может.

Итак, рассматривая для простоты упрощенное выражение вращающего момента:

$$M_m = \frac{p \cdot V^2 \cdot \lambda}{2\pi f \cdot X_0} \sin \theta,$$

приходим к следующим заключениям:

1. Холостой ход двигателя, т. е. равенство нулю вращающего момента, имеет место при $\theta = 180^\circ$; при этом $\cos \varphi = 0$, ток опережает напряжение на 90° , и двигатель работает по отношению к сети исключительно как конденсатор.

2. Вращающий момент двигателя достигает наибольшего значения при $\theta = 90^\circ$; при этом коэффициент мощности двигателя меньше единицы, и ток отстает по фазе от напряжения.

3. Численное значение опрокидывающего момента синхронного двигателя

$$M_{\max} = \frac{p \cdot V^2 \cdot \lambda}{2\pi f \cdot X_0} = \frac{p \cdot V^2 \cdot \lambda}{4\pi^2 f^2 L_s},$$

прямо пропорционально числу пар полюсов (p), квадрату напряжения сети (V^2), степени возбуждения (λ) и обратно пропорционально квадрату частоты сети (f^2) и коэффициенту самоиндукции обмотки статора (L_s).

4. Степень нагрузки синхронного двигателя, предшествующая выпадению его из синхронизма, имеет место при $\theta = 0^\circ$; при этом коэффициент мощности двигателя равен нулю, ток отстает от напряжения на 90° эл., и двигатель по отношению к сети работает как реактивная катушка, потребляя исключительно отстающий ток.

5. Двигатель работает устойчиво в пределах изменения угла θ от 180° (когда поток индукторов полностью компенсирует поле статора) до 90° (когда поток индукторов находится в квадратуре с потоком статора); при изменении угла θ от 90° до 0° (когда поле статора полностью размагничивает индуктора) двигатель работает неустойчиво.

Определим значение степени возбуждения двигателя λ , при котором его электрический к. п. д. будет иметь наибольшее значение для заданных постоянных значений M_m , p , V , f , φ_0 и Z_0 :

$$\eta_{el} = -\lambda \frac{\cos(\theta + \varphi_0) + \lambda \cos \varphi_1}{\cos \varphi_0 + \lambda \cos(\theta - \varphi_0)}.$$

$$M_m = -\frac{p \cdot V^2 \cdot \lambda}{2\pi \cdot f \cdot Z_0} [\cos(\theta + \varphi_0) + \lambda \cos \varphi_0].$$

Дифференцируя η по λ , подставляя в полученное выражение $\frac{d\eta}{d\lambda}$ значение $\frac{d\theta}{d\lambda}$ из уравнения, получающегося в результате дифференцирования M_m по λ в предположении $M_m = \text{const}$, и приравнявая затем производную $\frac{d\eta}{d\lambda}$ нулю, получим уравнение для определения искомого значения λ .

Так как по условию $M_m = \text{const}$, то $\frac{dM_m}{d\lambda} = 0$, т. е.:

$$\frac{dM_m}{d\lambda} = -\frac{p \cdot V^2}{2\pi f \cdot Z_0} \cdot \left[\cos(\theta + \varphi_0) - \lambda \sin(\theta + \varphi_0) \frac{d\theta}{d\lambda} + 2\lambda \cos \varphi_0 \right] = 0,$$

откуда

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{2\lambda \cos \varphi_0 + \cos(\theta + \varphi_0)}{\lambda \sin(\theta + \varphi_0)}.$$

Далее

$$\begin{aligned} \frac{d\eta_{el}}{d\lambda} = & - \frac{[\cos \varphi_0 + \lambda \cos(\theta - \varphi_0)] [\cos(\theta + \varphi_0) - \lambda \sin(\theta + \varphi_0) \frac{d\theta}{d\lambda} + 2\lambda \cos \varphi_0]}{[\cos \varphi_0 + \lambda \cos(\theta - \varphi_0)]^2} + \\ & + \frac{\lambda [\cos(\theta + \varphi_0) + \lambda \cos \varphi_0] [\cos(\theta - \varphi_0) - \lambda \sin(\theta - \varphi_0) \frac{d\theta}{d\lambda}]}{[\cos \varphi_0 + \lambda \cos \theta - \varphi_0]^2}. \end{aligned}$$

Или, отставляя найденное выше значение $\frac{d\theta}{d\lambda}$:

$$\begin{aligned} \frac{d\eta_{el}}{d\lambda} = & - \cos \varphi_0 + \lambda \cdot \cos(\theta - \varphi_0) \times \\ & \times \frac{\cos(\theta + \varphi_0) - 2\lambda \cos \varphi_0 - \cos(\theta + \varphi_0) + 2\lambda \cos \varphi_0}{[\cos \varphi_0 + \lambda \cos(\theta - \varphi_0)]^2} + \lambda [\cos(\theta + \varphi_0) + \lambda \cos \varphi_0 \times \\ & \times \frac{\cos(\theta - \varphi_0) - \frac{\sin(\theta - \varphi_0)}{\sin(\theta + \varphi_0)} 2\lambda \cos \varphi_0 - \frac{\sin(\theta - \varphi_0)}{\sin(\theta + \varphi_0)} \cos(\theta + \varphi_0)}{[\cos \varphi_0 + \lambda \cos(\theta - \varphi_0)]^2}. \end{aligned}$$

Приравнявая производную нулю и сокращая, получим уравнение для определения искомого значения λ :

$$\lambda [\cos(\theta + \varphi_0) + \lambda \cos \varphi_0] \times \\ \times \{\sin(\theta + \varphi_0) \cos(\theta - \varphi_0) - \sin(\theta - \varphi_0) \cdot \cos(\theta + \varphi_0) - 2\lambda \sin(\theta - \varphi_0) \cos \varphi_0\} = 0,$$

или

$$2\lambda \cos \varphi_0 [\cos(\theta + \varphi_0) + \lambda \cos \varphi_0] \cdot [\sin \varphi_0 - \lambda \sin(\theta - \varphi_0)] = 0.$$

Отсюда:

$$\lambda_1 = 0$$

$$\lambda_2 = - \frac{\cos(\theta + \varphi_0)}{\cos \varphi_0}$$

$$\lambda_3 = \frac{\sin \varphi_0}{\sin(\theta - \varphi_0)}.$$

Два первых корня обращают в нуль значение самого вращающего момента; таким образом, единственным решением вопроса в общем виде является третий корень. Итак, электрический к. п. д. двигателя для заданного значения вращающего момента будет наибольшим при

$$\lambda = \frac{\sin \varphi_0}{\sin(\theta - \varphi_0)},$$

что соответствует условию полной компенсации. Следовательно, как и можно ожидать, электрический к. п. д. будет наибольшим при $\cos \varphi = 1$:

$$\eta_{\max} = - \frac{\sin \varphi_0 \cdot \cos \theta}{\sin(\theta - \varphi_0)} = - \lambda \cos \theta.$$

Кривые зависимости тока I_s , потребляемого двигателем из сети, от тока возбуждения ротора, при различных постоянных значениях ваттной мощности P_w , как известно называются кривыми Мордея.

При слабо насыщенной магнитной цепи машины, ток возбуждения ротора можно считать пропорциональным магнитному потоку возбуждения Φ_m , а этот последний — пропорциональным э.д. силе E_m , которая при $V = \text{const}$ оказывается численно прямо пропорциональной λ , т. е. при указанных допущениях ток возбуждения ротора можно считать прямо пропорциональным значению величины λ .

В соответствии с этим, систему уравнений:

$$I_s = \frac{V}{\sqrt{R_0^2 + X_0^2}} \sqrt{\lambda^2 + 2\lambda \cos \theta + 1}$$

$$P_w = \frac{V}{\sqrt{R_0^2 + X^2}} [\cos \varphi_0 + \lambda \cos (\theta - \varphi_0)] = \text{const}$$

можно считать параметрическим уравнением кривой зависимости $I_s = f(\lambda)$, т. е. кривой Мордея при параметре θ , определяемом из второго уравнения через мощность P_w , являющуюся параметром кривых Мордея.

Чтобы найти уравнение кривых Мордея в явной форме, необходимо исключить из двух вышеприведенных уравнений параметр θ .

Из второго уравнения системы находим:

$$\cos (\theta - \varphi_0) = \frac{\frac{P_w \cdot Z_0}{V^2} - \cos \varphi_0}{\lambda},$$

откуда

$$\theta = \varphi_0 + \arccos \frac{P_w \cdot Z_0 - V^2 \cdot \cos \varphi_0}{V^2 \cdot \lambda};$$

следовательно:

$$\cos \theta = \frac{P_w Z_0 - V^2 \cos \varphi_0}{\lambda V^2} \cos \varphi_0 - \sqrt{1 - \left(\frac{P_w Z_0 - V^2 \cos \varphi_0}{\lambda V^2} \right)^2} \cdot \sin \varphi_0.$$

Подставляя это значение $\cos \theta$ в первое уравнение системы, получим искомое уравнение кривых Мордея:

$$I_s = I_0 \sqrt{\lambda^2 - 2 \sin \varphi_0 \sqrt{\lambda^2 - \left(\frac{P_w - P_0}{P_0} \cos \varphi_0 \right)^2} + 2 \frac{P_w - P_0}{P_0} \cos^2 \varphi_0 + 1},$$

где

$$P_0 = I_0 \cdot V_0 \cdot \cos \varphi_0.$$

Определим значение λ , соответствующее минимуму I_s при заданном значении P_w , т. е. найдем минимум кривой Мордея. Дифференцируя I_s по

и приравнявая производную нулю, получим уравнение для определения искомого значения λ :

$$\frac{dI_s}{d\lambda} = I_0 \lambda \frac{\sqrt{\lambda^2 - \left(\frac{P_w - P_0}{P_0} \cos \varphi_0\right)^2}}{\sqrt{\lambda^2 - 2 \sin \varphi_0} \sqrt{\lambda^2 - \left(\frac{P_w - P_0}{P_0} \cos \varphi_0\right)^2} + 2 \frac{P_w - P_0}{P_0} \cos^2 \varphi_0 \times} \\ \times \frac{-\sin \varphi_0}{\sqrt{\lambda^2 - \left(\frac{P_w - P_0}{P_0} \cos \varphi_0\right)^2}} = 0.$$

Один из корней этого уравнения $\lambda_1 = 0$ не отвечает поставленному вопросу, так как этому значению соответствует ток I_0 , при котором потребляемая из сети мощность P_0 идет исключительно на покрытие внутренних потерь в двигателе.

Два других корня определяются из уравнения:

$$\sqrt{\lambda^2 - \left(\frac{P_w - P_0}{P_0} \cos \varphi_0\right)^2} - \sin \varphi_0 = 0.$$

Поставляя значения мощностей: $P_w = VI_0 [\cos \varphi_0 + \lambda \cos (\theta - \varphi_0)]$ и $P_0 = VI_0 \cos \varphi_0$, по упрощении найдем:

$$\lambda_2 = -\frac{\sin \varphi_0}{\sin (\theta - \varphi_0)} \text{ — корень посторонний}$$

и

$$\lambda_3 = \frac{\sin \varphi_0}{\sin (\theta - \varphi_0)} \text{ — значение } \lambda, \text{ отвечающее поставленному вопросу.}$$

Сравнивая это значение λ_3 со значением, отвечающим условию полной компенсации, видим, что они совпадают. Таким образом, как и следовало ожидать, минимум кривой Мордея, т. е. наименьшее значение тока I_s для заданной мощности P_w , будет иметь место при коэффициенте мощности двигателя, равном единице. При этом наименьшая сила тока $I_{s(\min)}$ двигателя будет равна:

$$I_{s(\min)} = I_0 \cdot (\cos \varphi_0 + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 \varphi_0}) = I_0 \frac{\sin \theta}{\sin (\theta - \varphi_0)} = I_0 \cdot \lambda \frac{\sin \theta}{\sin \varphi_0}.$$

Чтобы найти уравнение кривой, по которой скользит конец вектора тока I_s двигателя с изменением нагрузки или степени возбуждения, выберем систему координатных осей, в которой вещественная ось ординат была бы направлена вертикально вверх и совпадала по направлению с вектором $\dot{V}$, а мнимая ось абсцисс была бы направлена горизонтально слева направо. При таком условии в полученном выше выражении для тока

$$I_s = \frac{\dot{V}}{R_0^2 + X_0^2} \times \\ \times \{ [R_0(1 + \lambda \cos \theta) + X_0 \cdot \lambda \sin \theta] + j [X_0(1 + \lambda \cos \theta) - R_0 \cdot \lambda \cdot \sin \theta] \} = \\ = \frac{\dot{V}}{Z_0} \left\{ [\cos \varphi_0 + \lambda \cos (\theta - \varphi_0)] + j [\sin \varphi_0 - \lambda \cdot \sin (\theta - \varphi_0)] \right\}$$

можно положить:

$$\dot{V} = \text{mod } V = V \quad \text{и} \quad \dot{I}_s = \eta = j\xi,$$

где η и ξ — ордината и абсцисса конца вектора тока $\dot{I}_s$. Итак:

$$\eta + j\xi = \dot{I}_0 \{ [\cos \varphi_0 + \lambda \cos (\theta - \varphi_0)] + j [\sin \varphi_0 - \lambda \sin (\theta - \varphi_0)] \}.$$

Приравнявая соответственно вещественные и мнимые слагаемые в обеих частях равенства получим систему двух уравнений:

$$\eta = I_0 \cdot [\cos \varphi_0 + \lambda \cdot \cos (\theta - \varphi_0)]$$

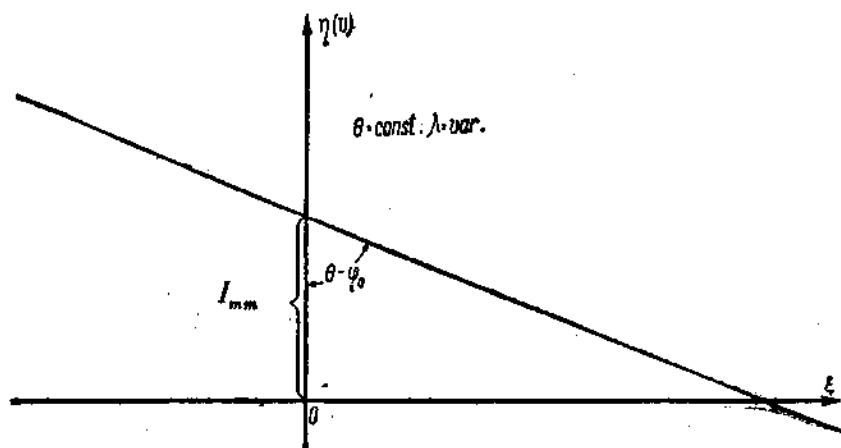
$$\xi = I_0 \cdot [\sin \varphi_0 - \lambda \cdot \sin (\theta - \varphi_0)],$$

которую можно рассматривать как параметрическое уравнение искомой кривой при параметре соответственно θ или λ .

а) Исключая из этой системы уравнений параметр λ , найдем уравнение линии, по которой скользит конец вектора тока $\dot{I}_s$ с изменением степени возбуждения λ при заданной величине параметра θ :

$$\eta = \text{tg} \left(\frac{\pi}{2} + \theta - \varphi_0 \right) \cdot \xi + I_{\min},$$

где $I_{\min} = I_0 \frac{\sin \theta}{\sin (\theta - \varphi_0)}$ — наименьшая ордината кривой Мордея.



Фиг. 237б.

Из полученного уравнения видно, что искомая линия — прямая, составляющая с осью абсцисс угол $\alpha = \frac{\pi}{2} + \theta - \varphi_0$ и имеющая начальную ординату $I_{\min}$ (см. фиг. 237б).

б) Исключая из полученной выше системы уравнений параметр θ , найдем уравнение линии, по которой скользит конец вектора тока $\dot{I}_s$ двигателя с изменением нагрузки, при постоянной степени возбуждения λ :

$$(\eta - \eta_m)^2 + (\xi - \xi_m)^2 = r^2,$$

где $\eta_m = I_0 \cdot \cos \varphi_0$; $\xi_m = I_0 \sin \varphi_0$; $r = I_0 \lambda$.

Из полученного уравнения видно, что искомая линия — окружность радиуса r с центром в точке, определяемой координатами ξ_m и η_m (Фиг. 237с).

с) Найдем, наконец, уравнение кривой, по которой скользит конец вектора тока двигателя с изменением степени возбуждения λ , когда вращающий момент двигателя остается постоянным. Исключая с этой целью параметры λ и θ из системы трех уравнений:

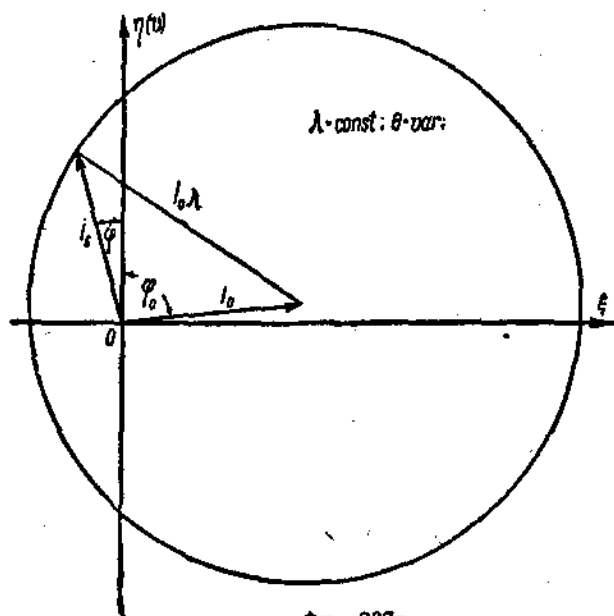
$$\eta = I_0 \cdot [\cos \varphi_0 + \lambda \cdot \cos (\theta - \varphi_0)]$$

$$\xi = I_0 \cdot [\sin \varphi_0 - \lambda \sin (\theta - \varphi_0)]$$

$$M_m = -\frac{V \cdot I_0}{\omega} \lambda \cdot [\lambda \cos \varphi_0 + \cos (\theta + \varphi_0)],$$

где $\omega = \frac{2\pi f}{p}$, получим:

$$\left(\eta - \frac{I_0}{2 \cos \varphi_0}\right)^2 + \xi^2 = \left(\frac{I_0}{2 \cos \varphi_0} \sqrt{1 - 4 \frac{M_m \cdot \omega}{V \cdot I_0} \cos \varphi_0}\right)^2.$$



Фиг. 237с.

Из этого уравнения следует, что искомая кривая — окружность, радиус которой равен

$$r_m = \frac{I_0}{2 \cos \varphi_0} \sqrt{1 - 4 \frac{M_m \cdot \omega}{V \cdot I_0} \cos \varphi_0},$$

а центр находится в точке, координаты которой соответственно равны:

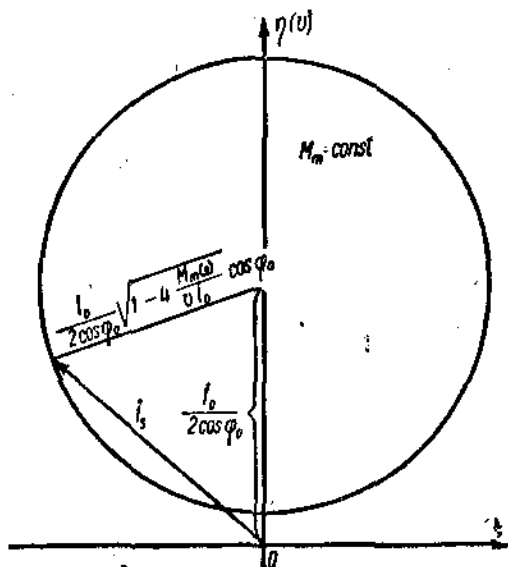
$$\eta_m = \frac{I_0}{2 \cos \varphi_0} \quad \text{и} \quad \xi_m = 0.$$

Эта кривая представлена на фиг. 237d.

Обыкновенно синхронный двигатель работает при постоянном возбуждении. В этом случае, как уже было найдено, вектор тока I_s описывает с изменением нагрузки окружность (фиг. 237с), уравнение которой:

$$(\eta - I_0 \cdot \cos \varphi_0)^2 + (\xi - I_0 \sin \varphi_0)^2 = I_0^2 \cdot \lambda^2.$$

Определим координаты точек этой окружности, для которых будут равны нулю: ваттная мощность P_w , потребляемая двигателем из сети, его механическая мощность на валу P_m и вращающий момент M_m .



Фиг. 237d.

Приравнивая нулю найденное выше выражение ваттной мощности, получим уравнение:

$$P_w = V \cdot I_0 \cdot [\cos \varphi_0 + \lambda \cdot \cos (\theta - \varphi_0)] = 0,$$

откуда определяем значение параметра θ , при котором $P_w = 0$:

$$\theta = \varphi_0 \pm \arccos \left(-\frac{\cos \varphi_0}{\lambda} \right).$$

Подставляя это значение θ в выражение координат точек рассматриваемой окружности:

$$\eta = I_0 \cdot [\cos \varphi_0 + \lambda \cdot \cos (\theta - \varphi_0)]$$

$$\xi = I_0 \cdot [\sin \varphi_0 - \lambda \cdot \sin (\theta - \varphi_0)],$$

найдем значение координат искомых точек:

$$\eta'_w = 0; \quad \xi'_w = I_0 (\sin \varphi_0 - \sqrt{\lambda^2 - \cos^2 \varphi_0});$$

$$\eta''_w = 0; \quad \xi''_w = I_0 (\sin \varphi_0 + \sqrt{\lambda^2 - \cos^2 \varphi_0}).$$

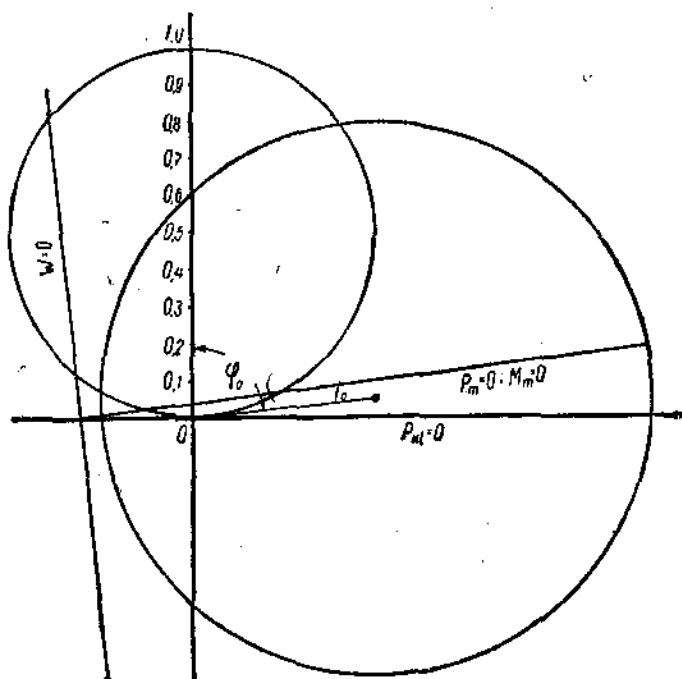
Легко видеть, что найденные точки суть точки пересечения окружности токов с осью абсцисс. Следовательно прямая, соединяющая эти две точки (в данном случае ось абсцисс), и является линией сетевых мощностей. Приравняв нулю выражение механической мощности, получим уравнение:

$$P_m = -V \cdot I_0 \cdot \lambda \cdot [\lambda \cos \varphi_0 + \cos(\theta + \varphi_0)] = 0,$$

из которого определим значение θ , обращающее в нуль P_m :

$$\theta = -\varphi \pm \arccos(-\lambda \cos \varphi_0).$$

Подставляя это значение θ в общее выражение координат точек окружности токов, получим значения координат искомых точек:



Фиг. 237е.

$$\eta_0 = I_0 \cos \varphi_0 \cdot (\lambda \sin \varphi_0 \pm \sqrt{1 - \lambda^2 \cos^2 \varphi_0});$$

$$\xi_0 = I_0 [(1 - 2\lambda^2 \cos^2 \varphi_0) \sin \varphi_0 \pm \lambda \sqrt{1 - \lambda^2 \cos^2 \varphi_0} (\sin^2 \varphi_0 - \cos^2 \varphi_0)].$$

Прямая, соединяющая найденные точки окружности токов, может быть принята за линию механических мощностей.

Так как вращающий момент M_m двигателя обращается в нуль при тех же значениях параметра θ , как и механическая мощность P_m , то точки окружности токов, отвечающие значению $P_m = 0$, будут соответствовать и значению $M_m = 0$, т. е. линия механических мощностей может рассматриваться одновременно, как линия вращающих моментов двигателя.

Общие „электромагнитные“ потери в двигателе, т. е. все потери, кроме механических и на возбуждение, равны:

$$W_{\text{е. м.}} = P_w - P_m = R_0 \cdot I_0^2 (1 + 2\lambda \cos \theta + \lambda^2) = P_0 \cdot P_s,$$

т. е. пропорциональны квадрату тока двигателя. В виду этого линией электромагнитных потерь в двигателе является полуполюара окружности токов при начале координат как полюсе.

Коэффициент мощности синхронного двигателя измеряется отношением хорды, отсекаемой вектором тока на окружности, построенной на отрезке оси ординат, как на диаметре, к ее диаметру.

Рабочая диаграмма синхронного двигателя при постоянном возбуждении представлена на фиг. 237е.

б) Качания ротора.

Для идеального синхронного двигателя, работающего без потерь, выше было найдено следующее выражение для вращающего момента:

$$M_m = \frac{V^2 \cdot \lambda \cdot p}{2\pi f \cdot X_0} \sin \theta,$$

или положив $\theta = 180^\circ - \theta$:

$$M_m = \frac{V^2 \cdot \lambda \cdot p}{2\pi f \cdot X_0} \sin \theta,$$

где для идеального двигателя θ есть угол между магнитным потоком Φ'_a , пронизывающим при нагрузке обмотку статора, и потоком Φ_m , создаваемым обмоткой ротора.

При холостом ходе двигателя угол θ равен нулю. По мере увеличения момента сопротивления M_s , приложенного к валу двигателя со стороны привода, угол θ возрастает до тех пор, пока не будет достигнуто равновесия между моментами: вращающим M_m и сопротивлению M_s , после чего угол остается неизменным до нового нарушения указанного равновесия.

Так как практически не существует приводов, работающих при абсолютно неизменном моменте сопротивления M_s , то и ротор приводящего синхронного двигателя не остается строго неподвижным относительно вращающегося магнитного поля статора, а находится почти в непрерывном качании, обусловленном изменением момента сопротивления M_s и следующим за ним изменением угла θ .

Таким образом абсолютная скорость вращения ротора синхронного двигателя на практике не остается постоянной, а непрерывно изменяется и только ее значение за период тока абсолютно неизменно и равно синхронной скорости вращения магнитного поля статора.

Так как всякое изменение угла θ связано с изменением положения ротора относительно магнитного поля статора, то при качаниях ротора провода демпферной клетки последнего пересекаются силовыми линиями магнитного потока статора. За счет этого создается дополнительный асинхронный вращающий момент M'_m , который можно считать приблизительно пропорциональным первой степени скольжения s ротора в магнитном поле статора в период изменения угла θ .

В соответствии с этим для периода изменения угла θ уравнение движения ротора двигателя может быть написано в следующей основной форме ур-ния (2):

$$M_m + M'_m = M_s + J \frac{d\omega_m}{dt},$$

где ω_m — абсолютная механическая угловая скорость вращения ротора.

Положив здесь:

$$M_m = M_{\max} \cdot \sin \theta; \quad M'_m = \frac{M_k}{\sigma_k} \cdot \sigma,$$

получим

$$M_{\max} \cdot \sin \theta + \frac{M_k}{\sigma_k} \sigma = M_s + J \frac{d\omega_m}{dt},$$

причем $M_{\max} = \frac{V^2 \cdot \lambda \cdot p}{2\pi f X_0}$ — наибольший синхронный вращающий момент

двигателя; M_k — опрокидывающий асинхронный момент; $\sigma_k = \frac{R_d}{X_d}$ — скольжение, при котором имеет место наибольший, т. е. опрокидывающий асинхронный момент; R_d , X_d — соответственно ваттное и безваттное сопротивления демпферной клетки.

Обозначая через $\omega_e = 2\pi f$ — угловую частоту, получим выражение для абсолютной механической скорости вращения ротора:

$$\omega_m = \frac{\omega_e}{p} (1 - \sigma),$$

откуда

$$\frac{d\omega_m}{dt} = -\frac{\omega_e}{p} \cdot \frac{d\sigma}{dt}.$$

Электрическая скорость вращения ротора в магнитном поле статора, с одной стороны, равна $\sigma\omega_e$, а с другой стороны $\frac{d\theta}{dt}$, так как угол θ выражен в электрических градусах, т. е.

$$\sigma\omega_e = \frac{d\theta}{dt}.$$

Откуда

$$\sigma = \frac{1}{\omega_e} \cdot \frac{d\theta}{dt},$$

а следовательно

$$\frac{d\omega_m}{dt} = -\frac{\omega_e}{p} \frac{d\sigma}{dt} = -\frac{1}{p} \frac{d^2\theta}{dt^2}.$$

Таким образом, дифференциальное уравнение движения системы принимает вид:

$$\frac{J}{p} \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{M_k}{\omega_e \cdot \sigma_k} \frac{d\theta}{dt} + M_{\max} \sin \theta = M_s.$$

При исследовании вопроса о качаниях ротора синхронного двигателя особый интерес представляет случай, когда нагрузка привода носит периодический характер. Заменяя периодическую кривую $M_s = f(t)$ эквивалентной синусоидой, положим:

$$M_s = M_0 + M_1 \sin \left(\frac{2\pi}{T_s} t + \varphi \right).$$

где T_z — период колебания нагрузки привода; φ — начальная фаза нагрузки привода; M_1 — амплитуда колебаний нагрузки привода; M_0 — среднее значение нагрузки за полный период колебания.

В таком случае получим окончательный вид уравнения движения:

$$\frac{J}{p} \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + \frac{M_k}{\omega_e \sigma_k} \frac{d \vartheta}{dt} + M_{\max} \sin \vartheta = M_0 + M_1 \sin \left(\frac{2\pi t}{T_z} + \varphi \right).$$

Общий интеграл этого уравнения настолько сложен, что исключает возможность практического применения. Поэтому разложим первообразную функцию в степенной ряд Тейлора и ограничимся только несколькими первыми членами ряда, что является совершенно достаточным для практических приложений.

Из приведенного уравнения находим:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} = & -\frac{M_0 p}{J} + \frac{M_1 p}{J} \sin \left(\frac{2\pi t}{T_z} + \varphi \right) - \frac{M_{\max} p}{J} \sin \vartheta - \\ & - \frac{M_k p}{J \cdot \omega_e \cdot \sigma_k} \frac{d \vartheta}{dt}. \end{aligned}$$

Откуда

$$\begin{aligned} \frac{d^3 \vartheta}{dt^3} = & -\frac{2\pi \cdot M_1 \cdot p}{J \cdot T_z} \cos \left(\frac{2\pi t}{T_z} + \varphi \right) - \frac{M_{\max} \cdot p}{J} \cos \vartheta \frac{d \vartheta}{dt} - \\ & - \frac{M_k \cdot p}{J \cdot \omega_e \cdot \sigma_k} \frac{d^2 \vartheta}{dt^2}, \end{aligned}$$

или подставляя вместо $\frac{d^2 \vartheta}{dt^2}$ ее выражение:

$$\begin{aligned} \frac{d^3 \vartheta}{dt^3} = & -\frac{M_0 \cdot M_k \cdot p^2}{J^2 \cdot \omega_e \cdot \sigma_k} - \frac{M_1 \cdot p}{J} \left[\frac{M_k \cdot p}{J \cdot \omega_e \cdot \sigma_k} \sin \left(\frac{2\pi t}{T_z} + \varphi \right) - \right. \\ & - \left. \frac{2\pi}{T_z} \cos \left(\frac{2\pi t}{T_z} + \varphi \right) \right] + \frac{M_{\max} \cdot M_k \cdot p^2}{J^2 \cdot \omega_e \cdot \sigma_k} \sin \vartheta - \frac{p}{J} \left[M_{\max} \cos \vartheta - \right. \\ & - \left. \frac{M_k^2 \cdot p}{J \omega_e^2 \sigma_k^2} \right] \frac{d \vartheta}{dt}. \end{aligned}$$

Продолжая дифференцирование дальше и заменяя всюду $\frac{d^2 \vartheta}{dt^2}$ ее значением, получим выражение всех производных через t , ϑ , $\frac{d \vartheta}{dt}$ и постоянные параметры.

Так как значения ϑ и $\frac{d \vartheta}{dt}$ не связаны никаким условием, то можно приписать им совершенно произвольные значения ϑ_1 и $\left(\frac{d \vartheta}{dt} \right)_1$ при любом значении $t = t_1$; но остальные производные, начиная со второй, будут иметь уже строго определенные значения, соответствующие выбранным

значениями величин ϑ_1 , $\left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)_1$ и постоянных параметров. Таким образом ϑ_1 и $\left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)_1$ являются в данном случае произвольными постоянными интегрирования; их — две, как и следовало ожидать, так как интегрируемое уравнение — второго порядка. Итак, подставляя значения производных при некотором значении $t = t_1$ в общее выражение ряда Тейлора:

$$\vartheta = \vartheta_1 + \frac{t-t_1}{1} \left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)_1 + \frac{(t-t_1)^2}{1 \cdot 2} \left(\frac{d^2\vartheta}{dt^2}\right)_1 + \frac{(t-t_1)^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} \left(\frac{d^3\vartheta}{dt^3}\right)_1 + \dots$$

и ограничиваясь только первыми тремя членами, получим:

$$\vartheta = \vartheta_1 + (t-t_1) \left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)_1 + \frac{(t-t_1)^2}{2} \left[M_0 + M_1 \sin \left(\frac{2\pi t_1}{T_z} + \varphi \right) - M_{\max} \sin \vartheta_1 - \frac{M_k}{\omega_e \sigma_k} \left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)_1 \right] \frac{p}{J},$$

где t_1 — выбрано за начало отсчета; напомним, что при этом:

$$\left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)_1 = \omega_e \cdot \sigma_1 = 2\pi f \sigma_1 = \frac{2\pi}{T_c} \sigma_1,$$

где σ_1 — скольжение, соответствующее значению $t = t_1$; $T_c = \frac{1}{f}$ — продолжительность одного периода изменения тока и напряжения.

Выберем за начало отсчета времени t_1 мгновение, когда с увеличением момента сопротивления на валу двигателя угол ϑ достигает своего наибольшего значения $\vartheta_{\max}$, а скорость его изменения, меняя знак, проходит через нуль; при этом $\vartheta_1 = \vartheta_{\max}$ и $\left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)_1 = 0$. Так как в силу инерции системы изменение скорости вращения отстает по фазе от изменения момента сопротивления, то вышеуказанные значения $\vartheta_1 = \vartheta_{\max}$ и $\left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)_1 = 0$ будут иметь место, когда момент сопротивления уже пройдет через свой максимум. Если обозначим через ψ угол отставания скорости от момента, то очевидно, что значение времени t_1 , отвечающее рассматриваемому мгновению, будет удовлетворять условию

$$\frac{2\pi t_1}{T_z} + \varphi = \frac{\pi}{2} + \psi.$$

Откуда

$$t_1 = T_z \cdot \frac{\pi + 2\psi - 2\varphi}{4\pi}.$$

Подставляя это значение t_1 в последнее уравнение, полученное для ϑ , и полагая $\vartheta_1 = \vartheta_{\max}$ и $\left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)_1 = 0$, найдем:

$$\vartheta = \vartheta_{\max} + \frac{1}{2} \left(t - \frac{\pi + 2\psi - 2\varphi}{4\pi} T_z \right)^2 \cdot (M_0 + M_1 \cos \psi - M_{\max} \cdot \sin \vartheta_{\max}) \frac{p}{J}.$$

Через промежуток времени, равный или кратный продолжительности полного периода T_z изменения момента сопротивления, вновь будем

иметь $\vartheta = \vartheta_{\max}$; $\left(\frac{d\vartheta}{dt}\right) = 0$. Таким образом, подставляя в последнее уравнение для ϑ :

$$t = t_1 + T_s = \frac{\pi + 2\psi - 2\varphi}{4\pi} T_s + T_s; \quad \vartheta = \vartheta_{\max} \quad \text{и} \quad \left(\frac{d\vartheta}{dt}\right) = 0,$$

получим по сокращении:

$$M_{\max} \sin \vartheta_{\max} = M_0 + M_1 \cdot \cos \psi.$$

Это уравнение может служить для выбора двигателя по величине вращающего момента $M_{\max}$ при заранее выбранном значении $\vartheta_{\max}$. Однако входящее в это уравнение значение угла ψ пока остается неизвестным. В предварительных подсчетах без особо большой погрешности можно принять $\psi \cong 0$, так что

$$M_{\max} \cdot \sin \vartheta_{\max} \cong M_0 + M_1.$$

Численное значение величины угла ψ определяется главным образом величиной момента инерции J системы, значение которого в рассматриваемом случае выбирается с двух точек зрения: во-первых, с точки зрения возможного увеличения угла ψ с целью увеличить использование маховика, а во-вторых, с точки зрения уменьшения возможностей наступления резонанса между собственными и вынужденными колебаниями ротора двигателя.

Чтобы по возможности осветить этот вопрос, обратимся вновь к основному дифференциальному уравнению движения:

$$\frac{J}{p} \frac{d^2\vartheta}{dt^2} + \frac{M_k}{\omega_e \cdot \sigma_k} \frac{d\vartheta}{dt} + M_{\max} \cdot \sin \vartheta = M_0 + M_1 \sin \left(\frac{2\pi t}{T_s} + \varphi \right).$$

Разлагая функцию $\sin \vartheta$ в ряд Маклорена по степеням ϑ :

$$\sin \vartheta = \frac{\vartheta}{1} - \frac{\vartheta^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{\vartheta^5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} - \frac{\vartheta^7}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} + \dots$$

и ограничиваясь первым членом разложения, примем с известным приближением синхронный вращающий момент пропорциональным не синусу угла ϑ , а самому углу ϑ ; в таком случае уравнение движения обращается в обыкновенное линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами и свободным членом:

$$\frac{J}{p} \cdot \frac{d^2\vartheta}{dt^2} + \frac{M_k \cdot d\vartheta}{\omega_e \sigma_k \cdot dt} + M_{\max} \cdot \vartheta = M_0 + M_1 \sin \left(\frac{2\pi t}{T_s} + \varphi \right).$$

Интегрирование этого уравнения не представляет никаких затруднений, однако его общий интеграл все же слишком сложен для практического применения. Нам достаточно найти частный интеграл. Будем искать этот интеграл в форме:

$$\vartheta = \vartheta_0 + \vartheta_1 \cdot \sin \left(\frac{2\pi t}{T_s} - \delta \right).$$

Такая форма изменения угла ϑ подсказывается формой изменения, при-

ложенного к валу момента сопротивления; $\vartheta_0, \vartheta_1, T$ и δ — неизвестные постоянные. Из предложенного уравнения находим:

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{2\pi\vartheta_1}{T} \cdot \cos\left(\frac{2\pi t}{T} - \delta\right)$$

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = -\frac{4\pi^2\vartheta_1}{T^2} \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \delta\right).$$

Подставляя эти значения функции ϑ и ее производных в интегрируемое уравнение, получаем:

$$\vartheta_1 \cdot \left(M_{\max} - \frac{4\pi^2 \cdot J}{T^2 \cdot p} \right) \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \delta\right) + \frac{2\pi \cdot M_k \cdot \vartheta_1}{T \cdot \omega_c \cdot \sigma_k} \cos\left(\frac{2\pi t}{T} - \delta\right) +$$

$$+ M_{\max} \cdot \vartheta_0 = M_0 + M_1 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{T_z} + \varphi\right)$$

или, обозначив:

$$\frac{2\pi \cdot p \cdot T \cdot M_k}{\omega_c \sigma_k (p T^2 M_{\max} - 4\pi^2 J)} = \operatorname{tg} \alpha,$$

найдем

$$\vartheta_1 \frac{\sqrt{\omega_c^2 \sigma_k^2 (p \cdot M_{\max} \cdot T^2 - 4\pi^2 J)^2 + 4\pi^2 p^2 T^2 M_k^2}}{\omega_c \cdot \sigma_k \cdot p \cdot T^2} \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \delta + \alpha\right) +$$

$$+ M_{\max} \cdot \vartheta_0 = M_0 + M_1 \sin\left(\frac{2\pi t}{T_z} + \varphi\right).$$

Так как по предположению это равенство есть тождество, т. е. должно иметь место при всех значениях t , то из него получаем следующую систему уравнений:

$$M_{\max} \cdot \vartheta_0 = M_0$$

$$\vartheta_1 \frac{\sqrt{\omega_c^2 \sigma_k^2 (p \cdot M_{\max} \cdot T^2 - 4\pi^2 J)^2 + 4\pi^2 \cdot p^2 \cdot T^2 M_k^2}}{\omega_c \cdot \sigma_k \cdot p \cdot T^2} = M_1;$$

$$2\pi \frac{t}{T} - \delta + \alpha = 2\pi \frac{t}{T_z} + \varphi.$$

Из первого уравнения системы находим:

$$\vartheta_0 = \frac{M_0}{M_{\max}}.$$

Сравнивая коэффициенты при одинаковых степенях t третьего уравнения системы, получаем:

$$T = T_z; \quad \delta = \alpha - \varphi.$$

Наконец, из второго уравнения имеем:

$$\vartheta_1 = \frac{\omega_c \cdot \sigma_k \cdot p \cdot T_z^2 \cdot M_1}{\sqrt{\omega_c^2 \cdot \sigma_k^2 \cdot (p \cdot M_{\max} \cdot T_z^2 - 4\pi^2 J)^2 + 4\pi^2 p^2 T_z^2 M_k^2}},$$

так как

$$T = T_z.$$

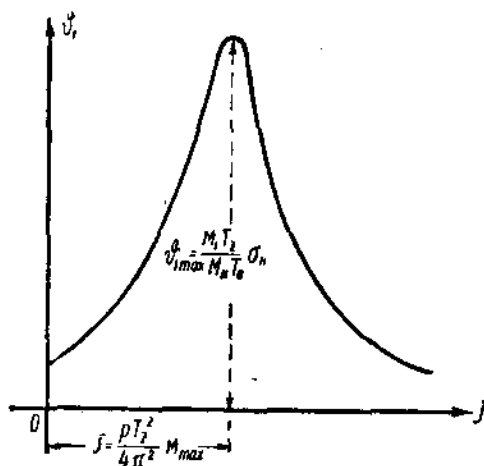
Подставив найденные значения постоянных в выражение частного интеграла, получим:

$$\theta = \frac{M_0}{M_{\max}} + \frac{M_1}{\sqrt{\left(\frac{T_e M_k}{T_z \sigma_k}\right)^2 + \left(M_{\max} - \frac{4\pi^2 J}{p T_z}\right)^2}} \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{T_z} + \varphi - \alpha\right),$$

где

$$T_e = \frac{1}{f}; \quad \alpha = \arctg \frac{\frac{M_k \cdot T_e}{\sigma_k \cdot T_z}}{M_{\max} - \frac{4\pi^2 J}{p \cdot T_z^2}}.$$

Из полученного выражения следует, что амплитуда θ_1 колебания ротора достигает наибольшего значения при условии:



Фиг. 237f.

$$M_{\max} - \frac{4\pi^2 J}{p \cdot T_z^2} = 0,$$

т. е. когда

$$J = \frac{p \cdot T_z^2}{4\pi^2} M_{\max},$$

а скорость отстает по фазе во времени от момента сопротивления, приложенного к валу двигателя, на угол:

$$\alpha = \arctg \infty = \frac{\pi}{2}.$$

При этом:

$$\theta_{1(\max)} = \frac{M_1 \cdot T_z}{M_k \cdot T_e} \sigma_k.$$

Если демпферная клетка отсутствует, т. е. $M_k = 0$, то при указанном значении момента инерции системы амплитуда колебания θ_1 становится теоретически бесконечно большой, т. е. практически двигатель выпадает из синхронизма. На фиг. 237f представлена кривая зависимости θ_1 от J . Во избежание выпадения двигателя из синхронизма, выбирают маховик таким образом, чтобы период собственных колебаний системы отличался от периода вынужденных колебаний на 20—30% последнего.

Обратимся к дифференциальному уравнению свободных, собственных колебаний системы:

$$\frac{J}{p} \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{M_k \cdot T_e}{2\pi \sigma_k} \cdot \frac{d\theta}{dt} + M_{\max} \cdot \theta = 0.$$

Соответствующее характеристическое уравнение имеет вид:

$$\frac{J}{p} z^2 + \frac{M_k T_e}{2\pi\sigma_k} z + M_{\max} = 0.$$

Решая его относительно t , находим:

$$z_1 = -\frac{p M_k T_e}{4\pi\sigma_k J} + j \sqrt{\frac{p \cdot M_{\max}}{J} - \left(\frac{p M_k T_e}{4\pi\sigma_k J}\right)^2};$$

$$z_2 = -\frac{p \cdot M_k T_e}{4\pi\sigma_k J} - j \sqrt{\frac{p M_{\max}}{J} - \left(\frac{p \cdot M_k T_e}{4\pi\sigma_k J}\right)^2}.$$

В соответствии с этим общий интеграл уравнения будет:

$$\theta = \left(A \cos 2\pi \frac{t}{T_n} + B \sin 2\pi \frac{t}{T_n} \right) \cdot e^{-\frac{t}{T_a}},$$

где

$$T_n = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{p \cdot M_{\max}}{J} - \left(\frac{p \cdot M_k T_e}{4\pi\sigma_k J}\right)^2}}; \quad T_a = \frac{4\pi\sigma_k \cdot J}{p \cdot M_k \cdot T_e}.$$

A и B — произвольные постоянные интегрирования.

Положим, что $\theta = \theta_{\max}$ при $t = 0$; тогда:

$$A = \theta_{\max}.$$

Так как при $t = 0$ имеем $\theta = \theta_{\max}$, то при том же значении $t = 0$ должно быть $\frac{d\theta}{dt} = 0$. Но:

$$\frac{d\theta}{dt} = - \left[A \left(\frac{1}{T_a} \cos 2\pi \frac{t}{T_n} + \frac{2\pi}{T_n} \sin 2\pi \frac{t}{T_n} \right) + B \left(-\frac{1}{T_a} \sin 2\pi \frac{t}{T_n} - \frac{2\pi}{T_n} \cos 2\pi \frac{t}{T_n} \right) \right] \cdot e^{-\frac{t}{T_a}}.$$

Следовательно, при $t = 0$ имеем:

$$0 = - \left(\frac{A}{T_a} - \frac{2\pi B}{T_n} \right);$$

откуда

$$B = \frac{A}{2\pi} \cdot \frac{T_n}{T_a} = \frac{\theta_{\max} \cdot T_n}{2\pi \cdot T_a}.$$

Таким образом, общий интеграл уравнения принимает вид:

$$\theta = \theta_{\max} \left(\cos 2\pi \frac{t}{T_n} + \frac{T_n}{2\pi T_a} \sin 2\pi \frac{t}{T_n} \right) \cdot e^{-\frac{t}{T_a}}$$

или

$$\theta = \theta_{\max} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{T_n}{2\pi T_a} \right)^2} \cdot \sin \left(2\pi \frac{t}{T_n} + \gamma \right) e^{-\frac{t}{T_a}},$$

где

$$\gamma = \arctg \frac{2\pi T_a}{T_u}$$

Из последнего уравнения следует, что собственное, свободное движение системы суть периодическое, затухающее колебание.

В случае отсутствия демпферной клетки имеем $M_k = 0$, и тогда:

$$T_a = \infty; \quad T'_u = 2\pi \sqrt{\frac{J}{p \cdot M_{\max}}}; \quad \gamma = \arctg \infty = \frac{\pi}{2}.$$

Следовательно, в этом случае

$$\theta = \theta_{\max} \cdot \cos 2\pi \frac{t}{T'_u},$$

т. е. собственное, свободное движение системы — периодическое, незатухающее колебание.

Итак период собственных колебаний системы:

$$T'_u = 2\pi \sqrt{\frac{J}{p \cdot M_{\max}}}$$

Как сказано, для устойчивости работы двигателя период собственных колебаний должен отличаться на 25% от периода вынужденных, т. е. должно быть соблюдено соотношение:

$$1,25 T_z \geq T'_u = 2\pi \sqrt{\frac{J}{p \cdot M_{\max}}} \geq 0,75 \cdot T_z,$$

откуда получаем соотношение для расчета маховика:

$$0,04 \cdot p \cdot M_{\max} \cdot T_z^2 > J > 0,014 \cdot p \cdot M_{\max} \cdot T_z^2.$$

Значение угла θ , соответствующее номинальной нагрузке двигателя, обычно лежит в пределах от 20 до 30° эл., а амплитуда колебания при пульсирующей нагрузке не должна превосходить 10—20° эл., так как в противном случае колебания тока двигателя достигают недопустимой величины (до 100%).

с) Торможение двигателя.

Вращающий момент синхронного двигателя становится отрицательным, т. е. тормозным, генераторным, когда угол $\theta > 180^\circ$ эл. или $\theta < 0^\circ$ эл., что имеет место, когда магнитный поток, создаваемый обмоткой ротора, опережает по фазе равнодействующий магнитный поток, пронизывающий обмотку статора при нагрузке. Это может наступить только в том случае если ротор будет иметь стремление забежать вперед, т. е. если число оборотов привода будет стремиться превзойти число оборотов двигателя. Таким образом рассматриваемый процесс торможения сопровождается ограничением числа оборотов привода, но не уменьшением его. Единственный возможный для синхронного двигателя процесс торможения, сопровождающийся уменьшением числа оборотов, состоит в отключении двигателя от сети и замыкании его клемм на реостат или на коротко при

возбужденном роторе. Выше было найдено следующее выражение для тока двигателя:

$$I_s = \frac{V}{Z_0} \{ [R_0(1 + \lambda \cdot \cos \theta) + X_0 \cdot \lambda \sin \theta] + \\ + j \cdot [X_0(1 + \lambda \cdot \cos \theta) - R_0 \cdot \lambda \sin \theta] \}$$

или

$$I_s = \frac{V}{Z_0} \{ [\cos \varphi_0 + \lambda \cos(\theta - \varphi_0)] + j [\sin \varphi_0 - \lambda \sin(\theta - \varphi_0)] \}.$$

Откуда

$$\dot{V} = I_s \frac{Z_0}{1 + 2\lambda \cos \theta + \lambda^2} \{ [\cos \varphi_0 + \lambda \cos(\theta - \varphi_0)] - j \cdot [\sin \varphi_0 - \lambda \sin(\theta - \varphi_0)] \}.$$

Если последовательно с двигателем будет включено некоторое сопротивление $Z = R - jX$, то будем иметь:

$$\dot{V} = I_s \left\{ \left[R + Z_0 \frac{\cos \varphi_0 + \lambda \cos(\theta - \varphi_0)}{1 + 2\lambda \cos \theta + \lambda^2} \right] - \right. \\ \left. - j \cdot \left[X + Z_0 \frac{\sin \varphi_0 - \lambda \sin(\theta - \varphi_0)}{1 + 2\lambda \cos \theta + \lambda^2} \right] \right\}.$$

Если двигатель будет отключен от сети и клеммы его будут замкнуты через сопротивление Z , то в последнем уравнении будем иметь $\dot{V} = 0$ и тогда уравнение примет вид:

$$\left[R + Z_0 \frac{\cos \varphi_0 + \lambda \cos(\theta - \varphi_0)}{1 + 2\lambda \cos \theta + \lambda^2} \right] - j \left[X + Z_0 \frac{\sin \varphi_0 - \lambda \sin(\theta - \varphi_0)}{1 + 2\lambda \cos \theta + \lambda^2} \right] = 0.$$

Такое соотношение может иметь место, если будут порознь равны нулю вещественная и мнимая части равенства, т. е.:

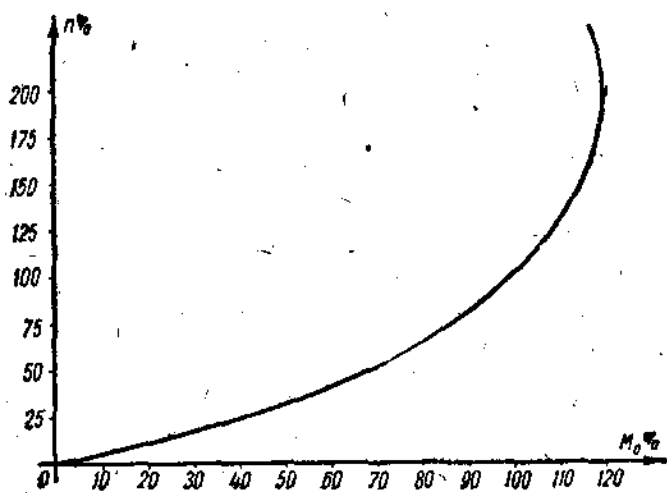
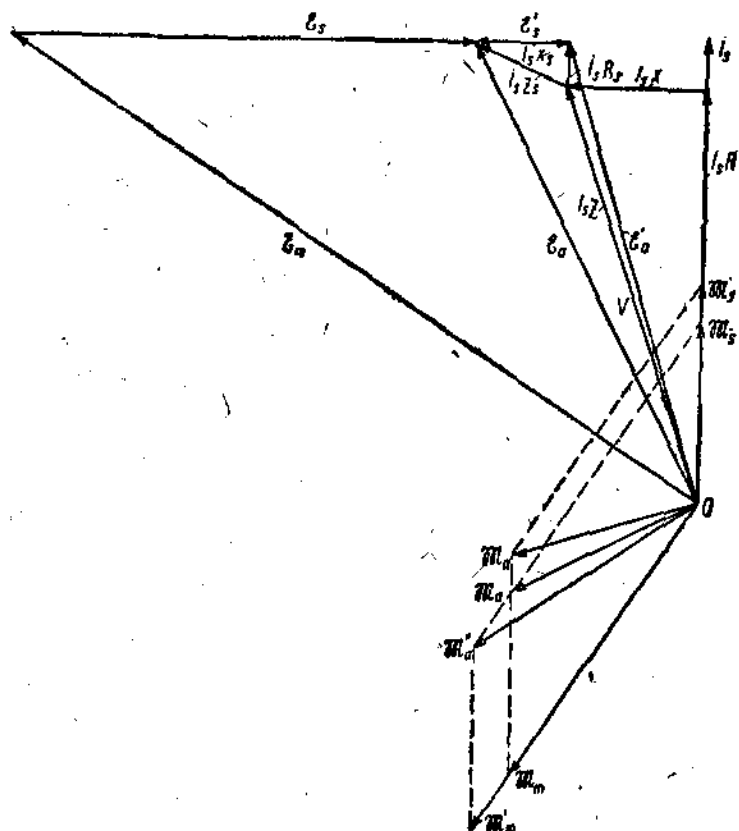
$$R + Z_0 \frac{\cos \varphi_0 + \lambda \cos(\theta - \varphi_0)}{1 + 2\lambda \cos \theta + \lambda^2} = 0;$$

$$X + Z_0 \frac{\sin \varphi_0 - \lambda \sin(\theta - \varphi_0)}{1 + 2\lambda \cos \theta + \lambda^2} = 0.$$

Второе из этих уравнений является условием полной компенсации, так как при выполнении его ток двигателя оказывается совпадающим по фазе с напряжением; тогда как первое уравнение является условием обращения машины в самовозбуждающийся генератор, так как при его выполнении мощность, потребляемая из сети, становится равной нулю.

Исключив из этой системы уравнений параметр θ , найдем соотношение, которому должны удовлетворять степень возбуждения и параметры машины, чтобы последняя могла работать самовозбуждающимся генератором при произвольной нагрузке.

На фиг. 237 г представлена векторная диаграмма синхронной машины, работающей генератором на сопротивление $Z = R - jX$; на этой диаграмме приняты обозначения диаграммы фиг. 237 а.



Применяя второй закон Кирхгофа к цепи статора, находим:

$$\dot{E}_m + \dot{E}_s = \dot{I}_s \cdot (Z + Z_s).$$

Так как $\dot{E}_s = -\dot{Z}_a \cdot \dot{I}_s$, то

$$\dot{E}_m = \dot{I}_s (Z + Z_s + Z_a) = \dot{I}_s \cdot Z_z \quad \text{или} \quad \dot{I}_s = \frac{\dot{E}_m}{Z_z},$$

где

$$Z_z = Z + Z_s + Z_a;$$

причем

$$R_z = R + R_s + R_a \quad \text{и} \quad X_z = X + X_s + X_a.$$

Тормозная мощность, потребляемая синхронным генератором, равна вещественной части произведения вектора $\dot{I}_s$ на вектор, сопряженный $\dot{E}_m$:

$$P_v = \text{вещ. часть} \left[\dot{I}_s \cdot \frac{\dot{E}_m}{\dot{E}_m} \right] = \frac{E_m^2 \cdot R_z}{Z_z^2} = \frac{E_m^2 \cdot R_z}{R_z^2 + X_z^2}.$$

Обозначим через L общий коэффициент самоиндукции всей системы; тогда будем иметь:

$$X_z = 2\pi \cdot f \cdot L = \frac{2\pi \cdot p \cdot n}{60} \cdot L = k \cdot n$$

или

$$k = \frac{\pi n \cdot L}{30},$$

где n — число оборотов в минуту.

Кроме того, при постоянном возбуждении э.д. сила E_m пропорциональна первой степени числа оборотов:

$$E_m = c \cdot n.$$

Таким образом, мощность торможения:

$$P_v = \frac{c^2 \cdot R_z \cdot n^2}{R_z^2 + k^2 n^2},$$

а тормозной момент:

$$M_v = \frac{P_v}{\omega} = \frac{60 P_v}{2\pi n} = \frac{30 \cdot c^2 \cdot R_z}{\pi} \cdot \frac{n}{R_z^2 + k^2 n^2}.$$

На фиг. 237h представлена зависимость тормозного момента M_v от числа оборотов n двигателя, при постоянном возбуждении последнего.

Отметим, что подобного рода метод торможения рекомендуется фирмой Виккерс и для асинхронных двигателей: через обмотки ротора этих двигателей при торможении пропускается постоянный ток.

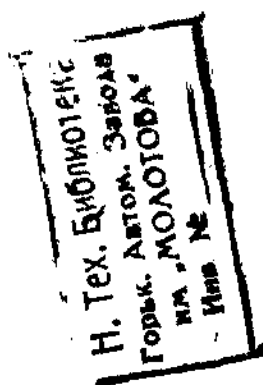
ОГЛАВЛЕНИЕ.

	Стр.
Предисловие	3
Введение	5
Глава I. Рабочие или нагрузочные диаграммы	17
§ 1. Основные положения	17
§ 2. Влияние динамического сопротивления на процесс пуска двигателя	24
§ 3. Потери при пуске и способы их уменьшения	44
§ 4. Использование живой силы масс привода	50
§ 5. Классификация нагрузочных диаграмм	76
§ 6. Методы построения диаграмм	78
Глава II. Механические характеристики электродвигателей	100
А. Электродвигатели постоянного тока	102
§ 1. Шунтовые электродвигатели	102
§ 2. Электродвигатели с последовательным возбуждением	112
§ 3. Компаундные электродвигатели	119
В. Двигатели переменного тока	124
§ 4. Синхронные двигатели	124
§ 5. Трехфазные асинхронные двигатели	125
§ 6. Однофазные асинхронные двигатели	132
С. Однофазные коллекторные двигатели	134
§ 7. Двигатели с последовательным возбуждением	134
§ 8. Репульсионные двигатели	148
§ 9. Шунтовые двигатели	159
Д. Трехфазные коллекторные двигатели	168
§ 10. Двигатели с последовательным возбуждением	168
§ 11. Шунтовые двигатели	173
Глава III. Механические свойства электродвигателей	182
А. Период неустановившегося движения. Процесс пуска	182
§ 1. Плавность пуска	182
§ 2. Продолжительность пуска	185
а) Постоянная времени пуска T_p (186), б) Пуск шунтового двигателя без реостата при $M_s = 0$ (190), в) Пуск шунтового двигателя без реостата при $M_s = \text{const}$ (191), д) Безреостатный пуск серийс-двигателя (193), е) Безреостатный пуск асинхронного двигателя при $M_s = 0$ и при к. п. д. = 1 (195), ф) Безреостатный пуск асинхронного двигателя при постоянном моменте сопротивления $M_s \neq 0$ (197), г) Уравнения пуска шунтового двигателя с учетом постепенного установления вращающего момента (201), и) Пуск шунтового двигателя при $M_s = \text{const} \neq 0$ (с учетом постепенного установления вращающего момента) (206), i) Графические методы определения времени пуска t_p (208).	
§ 3. Экономичность пуска	215
а) Определение количества энергии W , теряемой за время пуска в обмотках шунтового двигателя (216), б) Определение пусковых потерь для серийс-двигателя (217), в) Определение потерь W при пуске асинхронного двигателя (217), д) Пуск под реостатом шунто-	

вого и сериес-двигателя (218), е) Пуск шунтового двигателя при переменном напряжении по системе Леонарда (222), ф) Пуск электродвигателей при ступенчатом изменении напряжения (223), г) Графический метод определения потерь W (226), h) Отношение потерь в статоре и роторе асинхронного двигателя (228).

§ 4. О пуске двигателей переменного тока прочих видов	229
В. Период неустановившегося движения. Процесс торможения	230
§ 5. Торможение шунтового двигателя постоянного тока	230
а) Продолжительность торможения замыканием на реостат (235), б) Продолжительность торможения противотоком (237), с) Экономичность торможения (237).	
§ 6. Торможение сериес-двигателя	239
§ 7. Торможение асинхронного трехфазного электродвигателя	242
§ 8. Торможение трехфазного асинхронного двигателя посредством пре- вращения его в однофазный	248
§ 9. Торможение коллекторных двигателей переменного тока	255
а) Однофазный сериес-двигатель (255), б) Репульсионный двигатель (264), с) Однофазный шунтовой двигатель (265), d) Трехфазный сериес-двигатель (266), e) Трехфазный шунтовой двигатель (272).	
§ 10. Общее сравнение способов торможения, основанных на электро- динамическом принципе	273
§ 11. Механическое торможение	276
С. Период установившегося движения. Регулирование двигателей	284
§ 12. Работа двигателей на автоматической характеристике	284
а) Постоянный ток (284), б) Переменный ток (286).	
§ 13. Регулирование электродвигателей постоянного тока	287
§ 14. Регулирование асинхронных электродвигателей переменного тока	295
а) Регулирование с изменением механической характеристики (295), б) Регулирование без изменения механической характеристики M_n (296).	
§ 15. Регулирование скорости коллекторных двигателей переменного тока	320
а) Однофазный сериес-двигатель (323), б) Однофазный репульсионный двигатель (324), с) Однофазный шунтовой двигатель (324), d) Трехфазный сериес-двигатель (328), e) Трехфазный шунтовой двигатель (329), f) Трех- фазные компенсированные коллекторные двигатели (332), g) Шунтовые компенсированные двигатели (332), h) Компенсированные сериес-двигатели (340).	
§ 16. Диаграммы каскадных соединений асинхронных машин	342
а) Основные уравнения (342), б) Вывод круговой диаграммы каскадного соединения асинхронного двигателя (357), c) Рабочая диаграмма каскадного агрегата (376), d) Основные данные и уравнения для определения мощности вторичной машины каскадного агрегата (383).	
§ 17. Основные системы каскадных соединений асинхронных машин	387
а) Каскадное соединение двух асинхронных двигателей (388), б) Каскадное соединение асинхронного двигателя с преобразователем частоты (система Гейланда) (391), c) Каскадное соединение асинхронного двигателя с коллекторным альтернатором чисто роторного возбуждения (система Козичека) (394), d) Каскадное соединение асинхронного двигателя с одноякорным преобразователем и машиной постоянного тока (система Кремера) (403), e) Каскадное соединение асинхронного двигателя с коллекторным альтернатором, имеющим обмотку возбуждения на статоре (система Шербиуса) (409), f) Каскадное соединение асинхронного двигателя с нормальной трехфазной коллекторной машиной — сериес (417), g) Каскадное соединение асинхронного двигателя с нормальной трехфазной шунтовой коллекторной машиной (420).	
Глава IV. Выбор рода электродвигателя по механическим свойствам	422
§ 1. Классификация характеристик	422
§ 2. Искусственные характеристики	427
§ 3. Экономический учет регулировки скорости работы машин-орудий — второе положение выбора	439
§ 4. Перегрузочные свойства двигателей — третье положение выбора	443

- а) Двигатели Гергеса (448), б) Двигатели Бушера (448), с) Двигатели, развивающие большой начальный момент за счет „паразитных“ токов (449).
- § 5. Коэффициент полезного действия и форма его зависимости от нагрузки 452
- § 6. Метод практического определения коэффициента полезного действия двигателя 461
- § 7. Синхронное вращение электродвигателей 468
- § 8. Некоторые особенности работы синхронных двигателей, которые необходимо учесть при выборе их для привода 475
- а) Синхронный режим (475), б) Качания ротора (490), с) Торможение двигателя (498).



Редактор Д. Д. Скворцов.
Сдано в набор 9/III 1932 г.
Формат 62 × 94.

Литератур № 49956.

Техн. редактор Ф. С. Лисовая.
Подписано к печати 7/IX 1932 г.
Колоч. печати, знаков и лите 64800.

89-40-5-2. ОНТИ № 510/д.
Тираж 10000—81½ л.

Заказ 3399.